



Universidad de Valladolid

GRADO EN FUNDAMENTOS DE LA ARQUITECTURA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA
VALLADOLID _ CURSO 2015/16
TRABAJO FIN DE GRADO
CONVOCATORIA: JULIO, 2016

SUPERFICIES TESELADAS EN LA ARQUITECTURA CONTEMPORÁNEA

De Sierpinski a Voronoi

Autora: Beatriz Fernández García
Tutora: María Francisca Blanco Martín
Cotutora: María Encarnación Reyes Iglesias

Valladolid, 1 de Julio, 2016

Resumen / Abstract

Geometría y Arquitectura han ido de la mano tradicionalmente. Es una relación muy presente, por ejemplo, en la Arquitectura Clásica. Sin embargo, dicha relación parece estar debilitándose en estas últimas décadas, siendo cada vez más olvidada la utilidad de la Geometría en el diseño de un edificio. Este trabajo recoge una muestra de edificios pertenecientes a la Arquitectura Contemporánea cuyos arquitectos reconocen haber acudido a ciertas formas geométricas para la concepción de su diseño. Los ejemplos aquí mostrados, concretamente, basan su diseño en los teselados, demostrando la eficacia y el valor añadido que ha supuesto su uso en el resultado final del edificio. Además, a lo largo del trabajo, se podrá ir comprobando como la utilización de los teselados responde a una tendencia actual en la Arquitectura, que busca lo irregular, lo orgánico, lo complejo, buscando así romper con la regularidad de la arquitectura tradicional.

Geometry and Architecture have traditionally walked hand by hand. This relationship has a strong presence, for example, in Classic Architecture. However, it seems that this association is getting weaker these last decades, being more and more forgotten the utility of Geometry in the design process of a building. This paper includes a sample of Contemporary Architecture buildings whose architects admit using certain geometrical forms in its conception. The examples here shown, specifically, base their design in tessellations, proving the efficacy and the benefit that its use has meant in the final result of the building. Besides this, during the paper, it will be possible to verify how the use of tessellations responds to a current tendency in Architecture, which searches for irregular, organic and complex forms, trying to brake in this way with traditional architecture.

Palabras clave / Keywords:

Arquitectura, Geometría, teselado, contemporáneo, irregularidad
Architecture, Geometry, tessellation, contemporary, irregularity

Índice

1. El porqué de este trabajo	3
2. El porqué del título	5
3. ¿Qué es un teselado?	7
4. Cuestiones previas al análisis de los edificios	11
5. Fractales	12
5.1. El triángulo de Sierpinski.....	15
5.1.1. Gran Museo Egipcio.....	18
5.1.2. Centro para la Astronomía y la Astrofísica (IUCAA).....	21
5.2. Federation Square.....	23
6. Mosaicos de Penrose	27
6.1. Dardo y cometa.....	27
6.2. Rombo de Penrose.....	29
6.3. 148 Viviendas en el barrio de Carabanchel.....	30
6.4. Centro de Prevención y Educación sobre Desastres.....	33
6.5. Residencia “Citylife”.....	37
6.6. Storey Hall, Universidad RMIT.....	40
6.7. Universidad Queen Mary, Londres.....	44
7. Teselados de pentágonos	47
7.1. Pentágono de El Cairo.....	47
7.1.1. Ampliación del Centro de Congresos de Davos.....	48
7.1.2. Zamet Centre.....	51
7.2. Pentágono del medallón de Hirschhorn.....	54
7.2.1. Ravensbourne College.....	55
8. Teselados de hexágonos	58
8.1. Centro de Creación Contemporánea de Andalucía.....	59
8.2. Melbourne Recital Centre & MCT Theatre.....	63
8.3. Museo de las Culturas.....	67
8.4. Orquideorama.....	70
8.5. Renovación del Mercado de Santa Caterina.....	73
8.6. Salón de conciertos y Centro de conferencias Harpa.....	76
9. Diagramas de Voronoi	81
9.1. Centro Nacional de Artes Escénicas.....	86
9.2. Museo de la Vega Baja de Toledo.....	89
9.3. Parque Marronnier.....	93
10. Conclusiones	96
11. Bibliografía	99

1. El porqué de este trabajo.

Una de las partes más difíciles del trabajo de un arquitecto proyectista es, por norma general, el primer acercamiento al proyecto. Tras haber realizado una profunda investigación sobre la localización del mismo, que supone conocer aspectos sociales, culturales, históricos y topográficos, entre otros, el proyectista está listo para enfrentarse a todos esos condicionantes, y tomarlos no como obstáculos a lo largo del proceso de diseño, sino como elementos de apoyo.

Encontrar un principio generador del proyecto es siempre un reto, pues será el concepto en torno al cual giren todas las decisiones futuras que definan el proyecto en su totalidad, desde los primeros croquis hasta la materialidad del mismo.

El arquitecto proyectista, en la mayoría de los casos, trata de encontrar dicha inspiración en uno o varios de los aspectos intrínsecos a la localización, como los anteriormente nombrados. ¿A quién está dirigido el proyecto? ¿Quién será su usuario principal? ¿Cómo son las construcciones que rodearán al edificio? ¿Qué impacto visual quiero tener el en paisaje? ¿Qué materialidad es coherente con el entorno? ¿Qué condicionantes histórico-culturales puedo incorporar a mi diseño?

Y es aquí donde nace mi motivación para realizar este trabajo. Si bien he dicho antes que la parte más difícil a la hora de hacer un proyecto es el primer acercamiento, he de decir que la considero, al mismo tiempo, la parte más interesante. Creo que es realmente importante (y enriquecedor a nivel personal), conocer el mayor número posible de herramientas que permitan alcanzar ese principio generador del proyecto de una manera coherente, que nada tiene que ver con las arquitecturas – escultura que se implantan en el paisaje como hitos con nombre propio que no atienden a lo que les rodea.

No se puede negar que las matemáticas y, en este caso más concreto, la geometría, han tenido un papel fundamental a lo largo de la historia de la arquitectura en lo referente a servir de inspiración para comenzar un proyecto, desde la conocida proporción áurea en la arquitectura más clásica, hasta el moderno concepto de las curvas de Bezier, cuya utilización en la arquitectura es posible gracias a los avanzados programas de dibujo asistido por ordenador con los que contamos en la actualidad.

Sin embargo, hablando tal vez desde un punto de vista más subjetivo, he tenido la sensación desde que comencé la carrera, momento en el cual nace este interés personal por la relación entre las matemáticas y la arquitectura, de que dicha relación en la arquitectura contemporánea, si bien no ha dejado de existir, parece haber ido perdiendo la importancia que tenía en el mundo clásico, tradicional, arquitectónicamente hablando.

Cuando estudiamos la documentación de un edificio clásico en el que se ha detectado la posible utilización de conceptos matemáticos como generadores de su forma, es fácil corroborar que dichos conceptos fueron tenidos en cuenta por el arquitecto a la hora de diseñar el edificio, y que la forma del mismo no es fruto del azar. Esto es así porque, en la mayoría de los casos, el propio arquitecto deja constancia de sus estudios formales, ya sea a través de escritos o de dibujos que así nos lo demuestran.

Sin embargo, en la actualidad, parece que ese interés por dejar constancia de la utilización de la geometría como inspiración inicial del proyecto se ha ido deteriorando. En la

arquitectura contemporánea, muchos son los edificios en cuya imagen, o en cuyos planos, podemos intuir lo que parecen estudiadas formas geométricas (curvas cuadráticas, teselados regulares, irregulares, superficies topológicas, etc.) pero que, a la hora de investigar el origen de dichas formas, no siempre vamos a obtener la confirmación de sus arquitectos de que se trata de las formas que a nosotros nos parecía reconocer.

Como he comentado al principio de este texto, encontrar el principio generador de un proyecto no es fácil, y siento que el hecho de que exista desinformación en lo referido a dicha inspiración va en detrimento tanto del resultado final del edificio como del propio arquitecto.

Poder comprender un proyecto desde su inicio hasta el final consultando su documentación (texto y planos) enriquece a quien lo investiga. Es por ello que considero una pena encontrar hoy en día edificios donde la presencia de la geometría es tan clara y la información sobre la utilización de la misma es tan poca o inexistente.

Y esto último tiene que ver con lo citado anteriormente respecto a la importancia de conocer todas las herramientas posibles para alcanzar el principio generador más adecuado para un proyecto. Las matemáticas, la geometría, no son sólo números o formas presentes en las estructuras de los edificios en el sentido más técnico de la palabra. Pueden ser claras aliadas también en otros aspectos del proyecto desde sus orígenes hasta el acabado final, como son la organización espacial, el aprovechamiento de material, la imagen del edificio e incluso, hoy en día, ayudar a conseguir un inmueble sostenible.

Lo que se pretende, en la medida de lo posible, con este trabajo, es hacer una recopilación de edificios pertenecientes a la Arquitectura Contemporánea en los teselados han tenido un papel esencial en diferentes fases de su concepción (planta, estructura, cubiertas, fachadas, pavimentos, etc.).

El objetivo de esta investigación es intentar recuperar esa relevancia clásica de la geometría en la arquitectura, mediante la elección de edificios donde su presencia es confirmada y documentada por sus arquitectos, que a través de croquis, imágenes, textos y otras herramientas, ponen en valor cómo han integrado estas formas en el desarrollo de su proyecto y cómo se han valido de ellas como inspiración.

2. El porqué del título

La utilización de la geometría en la Arquitectura Contemporánea abarca un campo de actuación muy amplio. Muchas son las maneras en las que la geometría se ha trasladado al diseño de un proyecto, y muchas son las formas elegidas por los arquitectos:

- Las que recuerdan a elementos presentes en la naturaleza, como los microorganismos, el crecimiento de las hojas de un girasol o de una piña; las alas de un pájaro, las pompas de jabón, las chimeneas de las termitas, etc.
- Basadas en funciones cuadráticas como la elipse o la hipérbola, o en superficies de revolución como el toro o el hiperboloide de una hoja.
- Inspiradas en superficies topológicas, como la cinta de Möbius o la botella de Klein.
- Etc.

La entidad de este trabajo, sin embargo, exigía tener que centrar la investigación en tan solo uno de estos grupos conceptuales, inscritos dentro del tema de la Geometría en la Arquitectura Contemporánea.

El tema elegido, reflejado en el título del trabajo, ha sido **las superficies teseladas**. Los motivos por los cuales la balanza se inclinó hacia los teselados, en detrimento de otros temas que también eran de alto interés, fueron los siguientes:

1. Existe una clasificación de los teselados que permite su identificación y análisis de manera concisa.
2. Su variedad de aplicaciones en la arquitectura. A lo largo del trabajo iremos viendo como los teselados pueden inspirar un proyecto en diferentes fases del mismo: organización espacial, diseño de la cubierta, de las fachadas, de la estructura, de las ventanas, de los espacios públicos, etc.
3. Su presencia cada vez más notable en el panorama arquitectónico actual. La tendencia del diseño de edificios hoy en día parece buscar cada vez más el apoyarse en estas formas para obtener resultados que se adapten al movimiento contemporáneo.

Para hacer entender mejor al lector el título del trabajo, es necesario explicar por qué esta investigación supone un recorrido que va “de Sierpinski a Voronoi”.

Wacław Sierpiński, (1882 – 1969) fue un matemático polaco que introdujo en **1919** en el mundo de las matemáticas **el triángulo de Sierpinski**, un fractal que estudiaremos más adelante.

Gueorgui Voronói (1868 – 1908) fue también un matemático, ruso, que a partir de **1907** comenzó a desarrollar sus investigaciones sobre los **diagramas** que hoy llevan su apellido, y que también serán tratados en este trabajo.

Observando las fechas anteriores, podría parecer extraño o erróneo decir que existe un “camino” que va de Sierpinski a Voronoi, pues tanto los matemáticos como sus estudios son coetáneos.

Sin embargo, lo que con el título del trabajo se quiere reflejar es la siguiente paradoja: a pesar de ser Sierpinski y Voronoi personas coincidentes en el tiempo, no lo son así las aplicaciones en la arquitectura de las formas geométricas que fueron centro de sus estudios.

El triángulo de Sierpinski, fractal con el que se abrirá el análisis de este trabajo, es un patrón geométrico que podríamos definir como perfecto. Se aproxima a la idea de teselado regular, pues todos los elementos que lo forman son triángulos equiláteros semejantes a diferente escala. Dicha regularidad recuerda a arquitecturas más tradicionales, más clásicas, y su aplicación en arquitecturas contemporáneas, como las que veremos más adelante, va siempre ligada a conceptos de perfección geométrica, de querer ofrecer edificios “modernos” con un toque clásico, inspirado por su entorno, o por los usos que alberga.

En cambio, los diagramas de Voronoi, mosaicos con los que se cierra este trabajo, se rigen por unas normas de generación más complejas, y su apariencia es mucho más aleatoria y caótica. Se trata de teselados irregulares que no nacen de polígonos, sino de puntos. Además, se asemejan a formas orgánicas presentes en la naturaleza, como las manchas en la piel de una jirafa. Nada tienen que ver con la perfección geométrica propia del triángulo de Sierpinski.

Pero, además de la gran diferencia en cuanto a aspecto y generación, lo que realmente los separa en el tiempo es la posibilidad de su aplicación en la arquitectura. Construir las formas internas de un triángulo de Sierpinski es una actividad que se puede realizar con lápiz y papel relativamente en poco tiempo, dada la simpleza de sus normas de construcción. Sin embargo, los diagramas de Voronoi han tenido que “esperar” al nacimiento de la Geometría Computacional para poder ser correctamente estudiados y documentados.

En definitiva, es en esta última diferencia donde por fin encontramos sentido al título del trabajo. Hacer un recorrido que empieza en Sierpinski (triángulo) y acaba en Voronoi (diagrama) equivale a hacer un recorrido que va:

- De lo clásico a lo contemporáneo.
- De lo regular a lo irregular.
- De lo sencillo a lo complejo.
- De la mano a la máquina.

A continuación, se mostrará el análisis realizado a una serie de edificios, inscritos en el marco de la Arquitectura Contemporánea que, por diferentes motivos, han decidido apoyarse en las superficies teseladas para alcanzar los objetivos de su propuesta.

3. ¿Qué es un teselado?

Antes de comenzar con la relación de edificios, es necesario conocer con exactitud a qué nos referimos cuando hablamos de superficie teseladas.

Del latín *tessellātus*, el término “teselado” es definido por el Diccionario de la Real Academia Española como un adjetivo para referirse a todo aquello formado con teselas. Las teselas, del latín *tessella*, son definidas en este mismo diccionario como “cada una de las piezas con que se forma un mosaico”.

En el contexto matemático de habla hispana también se utiliza el sustantivo “teselación” (aún no reconocido por la RAE) para referirse a un mosaico o patrón formado por teselas. Esta palabra es un anglicismo, procedente del término inglés “tessellation”. Steven Schwartzman, de la Asociación Matemática de América (MAA), define el término “tessellation” de la siguiente manera¹:

- Del Latín *tessera*, “una pieza cuadrada” o “un dado utilizado para juegos”. *Tessera* puede haber sido tomado prestado del griego *tessares*, que significa “cuatro”, teniendo en cuenta que una pieza cuadrada tiene cuatro lados. El diminutivo de *tessera* era *tessella*, una pieza pequeña y cuadrada de piedra o un azulejo cúbico utilizado en mosaicos. Teniendo en cuenta que un mosaico se extiende sobre una superficie dada sin dejar ninguna región descubierta, el significado geométrico de la palabra teselar es “cubrir el plano con un patrón de tal manera que ninguna región del mismo quede sin cubrir.”

Dado que el carácter de este trabajo es relativo a la geometría, a partir de ahora utilizaremos el término “teselación” o “teselado” (como sustantivo en vez de adjetivo) para referirnos a un mosaico o patrón, y los términos “polígono”, “tesela” o “loseta” para referirnos a las piezas que lo forman.

Dos son por tanto las condiciones que han de cumplir las piezas o figuras que forman un mosaico o teselación:

- No han de existir huecos entre las figuras.
- Las figuras no deben superponerse entre sí.

Se denomina vértice del mosaico o teselado a cada uno de los puntos de concurrencia de los polígonos que lo forman.

Tipos de teselados

Podemos clasificar los teselados en tres grandes grupos según la naturaleza de los polígonos que lo componen.

1. Teselados regulares: son aquellos formados por un único tipo de polígono regular. Un polígono regular es aquel cuyos ángulos son todos iguales y sus lados tienen la misma longitud. Los únicos polígonos regulares que forman un teselado regular son el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono.

¹ Schwartzman, S. (1994). *The words of mathematics: An etymological dictionary of mathematical terms used in English*. Washington, DC: Mathematical Association of America

2. Teselados semi-regulares: son aquellos formados por dos o más tipos de polígonos regulares. En esta clase de teselado se cumple que, en cada vértice, la disposición de los polígonos es idéntica. Hay ocho tipos de teselados semi-regulares.
3. Teselados irregulares: son aquellos formados por polígonos no regulares.

Tras esta introducción de cada uno de los tipos de teselados, ofrecemos unas consideraciones sobre los mismos.

1. Teselados regulares

Una condición necesaria que se cumple en cualquier tipo de teselado es que la suma de todos los ángulos que confluyen en un vértice es de 360° .

Para demostrar que, en efecto, solo existen los tres teselados regulares mencionados, nos basaremos en la afirmación anterior y en la fórmula siguiente, siendo α el ángulo interior de un polígono regular cualquiera, y n el número de lados del polígono.

$$\alpha = 180^\circ \cdot \frac{(n-2)}{n}$$

Si k es el número de polígonos que rodean al vértice, debe verificarse:

$$k \cdot 180^\circ \cdot \frac{(n-2)}{n} = 360^\circ$$

Despejando k de esta ecuación, obtenemos que:

$$k = \frac{2n}{n-2}$$

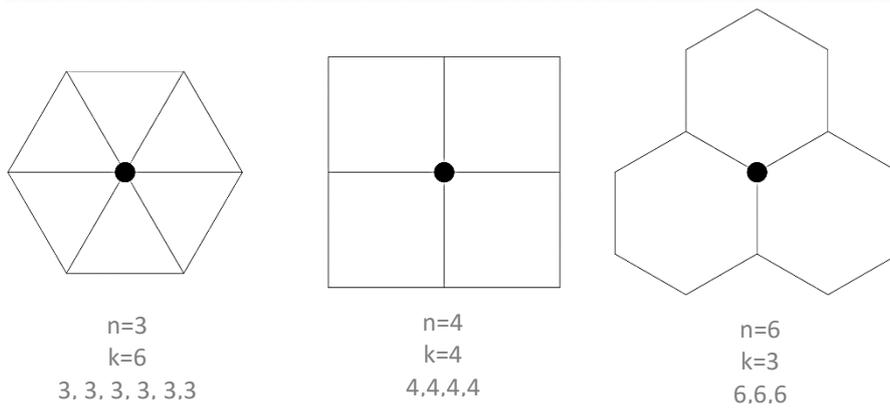
Teniendo en cuenta que el número mínimo de polígonos concurrentes en un vértice es tres (si concurriesen dos, deberían tener ángulo interior de 180°), y el número máximo es seis (no existen polígonos regulares con ángulos interiores menores de 60°), se deduce que:

$$3 \leq k \leq 6$$

Atendiendo a estas desigualdades, y resolviendo la ecuación para k , dando valores a n , se tiene:

- $n = 3 ; k = \frac{2 \cdot 3}{3-2} = 6$, es decir, confluyen seis polígonos de tres lados, o sea, seis triángulos equiláteros.
- $n = 4 ; k = \frac{2 \cdot 4}{4-2} = 4$, es decir, cuatro cuadrados en cada vértice.
- $n = 5 ; k = \frac{2 \cdot 5}{5-2} = \frac{10}{3}$. Geométricamente no tiene sentido, puesto que k ha de ser un número entero.
- $n = 6 ; k = \frac{2 \cdot 6}{6-2} = 3$, ello significa, que en cada vértice, concurren tres polígonos de seis lados, es decir, tres hexágonos regulares.

Las tres agrupaciones posibles se representan en los esquemas siguientes, que a su vez constituyen el núcleo generador de los mosaicos regulares, siendo estos obtenidos por medio de transformaciones geométricas en el plano:



Por convenio, los teselados se denotan de la siguiente manera:

Escogido un vértice del teselado, contamos el número de lados que tiene uno de los polígonos que inciden en dicho vértice. Repetimos esta misma acción con todos los polígonos que tienen dicho vértice en común.

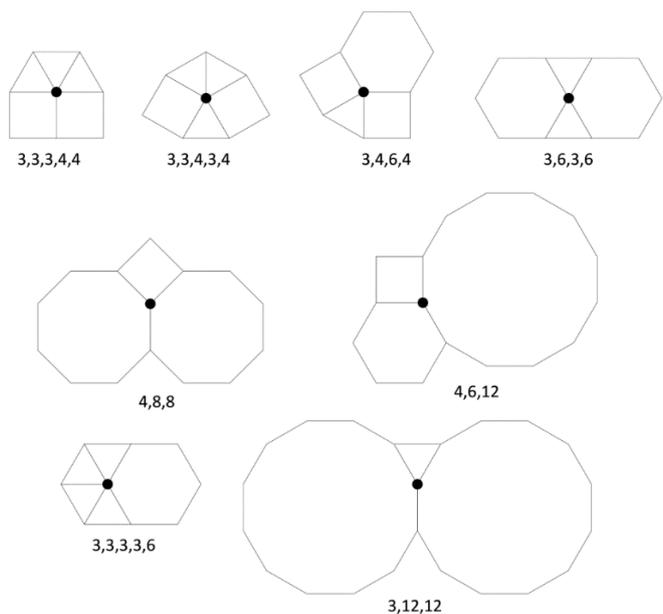
Por lo tanto, ésta sería la notación de los tres posibles teselados regulares:

- Un teselado de triángulos se denotaría 3, 3, 3, 3, 3, 3. Esto es así porque, alrededor de un vértice, hay seis triángulos equiláteros, y cada triángulo tiene tres lados.
- Un teselado de cuadrados se denotaría 4, 4, 4, 4, ya que alrededor de un vértice, hay cuatro cuadrados, y cada cuadrado tiene cuatro lados.
- Un teselado de hexágonos se denotaría 6, 6, 6, indicando que alrededor de un vértice, hay tres hexágonos, y cada hexágono tiene seis lados.

2. Teselados semi-regulares

A través de un estudio similar al del apartado anterior, si bien más complejo pues ya no se trata de un solo tipo de polígono regular, sino de varios, llegamos a la conclusión de que los posibles teselados semi-regulares son ocho.

Su notación sigue las mismas normas que la de los teselados regulares. A continuación se muestran gráficamente los ocho tipos con su notación correspondiente.



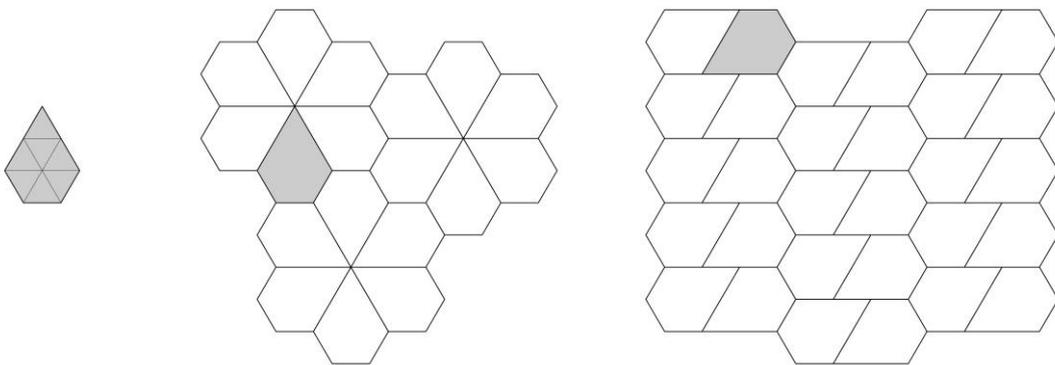
3. Teselados irregulares

Son la gran tendencia en la Arquitectura Contemporánea en lo referido a teselados. Hoy en día los arquitectos buscan cierta complejidad en el diseño de sus proyectos, se inspiran en formaciones aparentemente aleatorias, no periódicas, e incluso caóticas.

Es por ello que estos teselados irregulares sirven de punto de partida en la concepción de muchos proyectos de la arquitectura actual, puesto que, como su propio nombre indica, aportan esa ruptura con lo regular.

Varios ejemplos tanto de losetas como de teselados presentes en arquitecturas contemporáneas son: los rombos de Penrose, el medallón de Hirschhorn, los diagramas de Voronoi, etc. Todos ellos serán estudiados más al detalle en posteriores apartados de este trabajo.

Se muestran a continuación dos tipos de teselados irregulares generados a partir del mismo polígono, un pentágono irregular que, además, forma parte de la familia de los quince, hasta ahora, pentágonos que recubren el plano.



4. Cuestiones previas al análisis de los edificios

A continuación, se presentará el análisis de una serie de edificios inscritos en el marco de la Arquitectura Contemporánea, en los cuales están presentes diferentes tipos de teselados, precedido cada grupo de edificios por una introducción teórica concreta de cada tipo.

Si bien lo que caracteriza a los teselados es su capacidad de recubrir el plano, hay que señalar que, en su aplicación a la arquitectura, este aspecto se ve limitado por las condiciones del diseño, que necesita de unos límites definidos.

Por lo tanto, los edificios que veremos a continuación no utilizan “un teselado” como tal para su diseño, sino que sólo escogen una porción del plano cubierto por las teselas, puesto que dicho diseño no es infinito.

Los proyectos estudiados pertenecen a grupos conceptuales diferentes. Esta clasificación se podrá identificar, a lo largo de las fichas, a través del siguiente código de colores:

Fractales	
Mosaicos de Penrose	
Teselados con pentágonos (regulares e irregulares)	
Teselados con hexágonos (regulares e irregulares)	
Diagramas de Voronoi	

5. Fractales

La geometría fractal surge como una necesidad de clasificar los objetos generados por los sistemas dinámicos, al igual que la geometría clásica estudia los conjuntos producidos por la matemática tradicional. Ofrece un modelo que busca una regularidad en las relaciones entre un objeto y sus partes a diferentes escalas.

Mandelbrot y el problema de la costa de Gran Bretaña.

En 1967, diez años antes de acuñar el término “fractal”, Benoît Mandelbrot publica en la revista Science el siguiente artículo: “How long is the coast of Britain? Statistical Self-similarity and fractional dimension” (¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña?).

En este artículo, Mandelbrot afirma que, a la hora de medir una línea geográfica, como una costa o una frontera, la regla o escala de medida utilizada influye enormemente en el resultado real de dicha longitud. La paradoja reside en que, cuanto menor sea el incremento de medida, mayor será la longitud obtenida.

Por ejemplo, si se va a medir una costa trazando segmentos de 200 km que unen los vértices del relieve en el plano, la suma de todos esos segmentos será menor que si utilizamos rectas de, por ejemplo, 20 km.



La costa británica medida con cuerdas de 200 km, 100km y 50km.
Los resultados son, respectivamente, 2350km, 2775km y 3425km.
Fuente: WikiCommons. Autor: Avsa

La evidencia empírica parece sugerir entonces que la longitud se incrementa sin límite a medida que disminuye la longitud de la regla o escala.

Esto no quiere decir que dichas líneas geográficas sean fractales en el sentido literal de la palabra, pues es físicamente imposible, sino que, simplemente, la longitud de dichas líneas puede comportarse, empíricamente, como un fractal, a lo largo de un conjunto de reglas de medida.

La importancia de este artículo radica en la demostración de otro caso más de cómo las matemáticas y las formas naturales están relacionadas. Dicha relación sería precisamente objeto de estudio en los futuros trabajos de Mandelbrot.

Breve historia de los fractales

La historia de los fractales se remonta a mucho antes de los estudios de Mandelbrot, si bien no existía aún dicho concepto.

Entre finales del siglo XIX y principios del XX, varios fueron los matemáticos que elaboraron análisis abstractos sobre los objetos geométricos que más tarde Mandelbrot definiría como fractales.

Sin embargo, la falta de medios para su precisa representación supuso que los fractales por aquel entonces apenas tuvieran un interés académico. Se trazaban con lápiz sobre el papel, un trabajo costoso y que limitaba enormemente la capacidad de definición, además de la visión gráfica de los resultados a niveles cercanos al límite.

Su objetivo era puramente teórico, por ejemplo, el copo de Koch trataba de demostrar la existencia de curvas continuas sin tangente, con infinitos picos.

A medida que se han ido desarrollando ordenadores cada vez más modernos, la geometría fractal ha ido cobrando forma. Ésta se sirve del ordenador como herramienta y del algoritmo como medio o procedimiento.

Gracias a la aparición de los ordenadores, Mandelbrot pudo recoger los resultados de todas sus investigaciones y comenzar a elaborar las que serían las bases de la teoría de los fractales.

Pero, ¿qué es un fractal?

Uno de los principales problemas de la geometría fractal es, precisamente, definir qué es un fractal. Muchas de las definiciones de este concepto son incompletas, pues describen tan solo una de las características más comunes de los fractales, olvidando el resto.

Esto es así porque los fractales tienen un origen bastante reciente. Benoit Mandelbrot lo acuñó en 1977, cuando publicó su libro “Les objets fractals: form, chance et dimension”, donde comienza a desarrollar los pilares de la teoría fractal.

El término “fractal” escogido por Mandelbrot procede de la palabra de origen latino “fractus”, traducida como “roto, irregular o fraccionado”. La primera descripción de fractal que hace Mandelbrot con sus propias palabras es la siguiente:

“...a rough or fragmented geometric shape that can be subdivided in parts, each of which is (at least approximately) a reduced-size copy of the whole”

“...Una forma geométrica quebrada o fragmentada que puede ser subdividida en partes, cada una de las cuales (al menos aproximadamente) es un copia reducida del todo”

Esta descripción nos introduce uno de los conceptos matemáticos presentes en los fractales, la denominada autosemejanza o autosimilitud. Esto significa que, observados a cualquier escala, los fractales tienen los mismos detalles que el fractal completo.

Los fragmentos geométricos que componen un fractal presentan pues un aspecto similar, a pesar de ser de orientación y tamaño variable.

A continuación se muestran una serie de ejemplos de fractales:

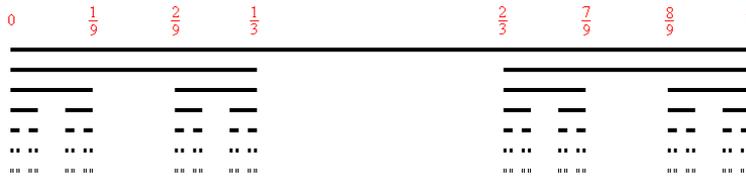


Figura 1

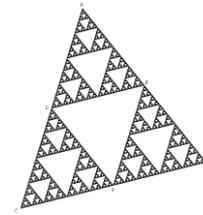


Figura 2

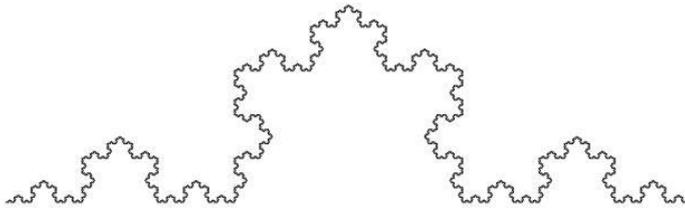


Figura 3

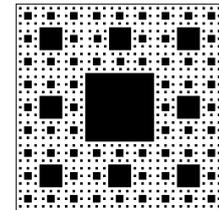


Figura 4

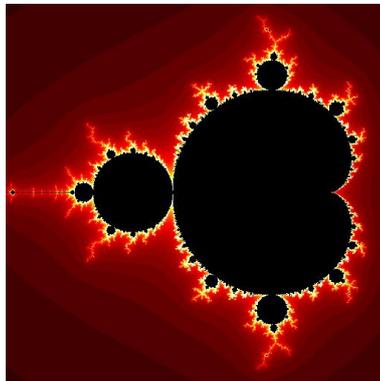


Figura 5

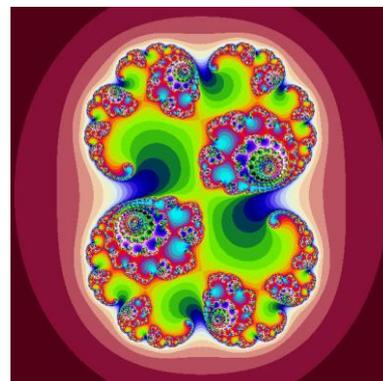


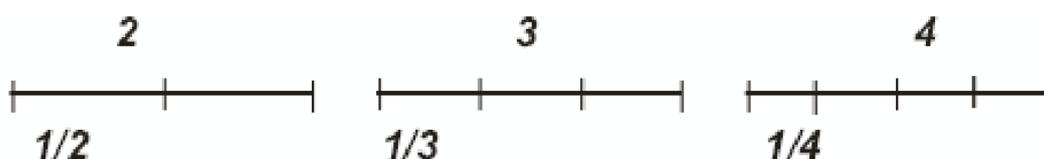
Figura 6

- Figura 1 – Conjunto de Cantor. Fuente: WikiCommons. Autor: Albacar
- Figura 2 – Triángulo de Sierpinski. Fuente: WikiCommons. Autor: Romero Schmidtke
- Figura 3 – Curva de Koch. Fuente: WikiCommons. Autor: Christophe Dang Ngoc Chan
- Figura 4 – Alfombra de Sierpinski. Fuente: WikiCommons. Autor: Saperaud~commons/wiki
- Figura 5 – Conjunto de Mandelbrot. Fuente: WikiCommons. Autor: Romero Schmidtke
- Figura 6 – Un conjunto de Julia. Fuente: WikiCommons. Autor: Solkoll

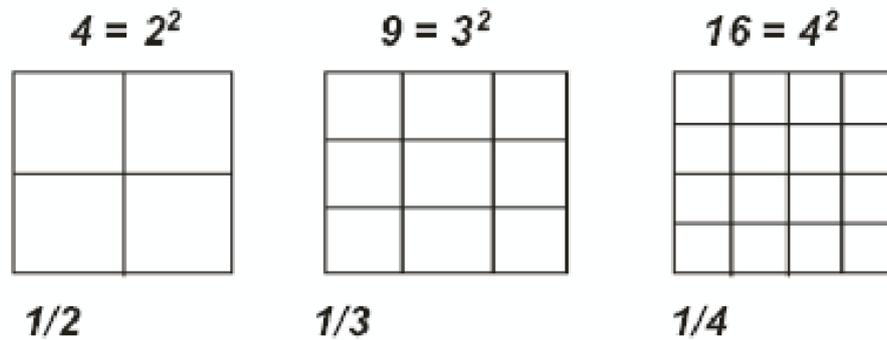
Dimensión fractal de un objeto geométrico

Se podría decir que la dimensión fractal o de Hausdorff lo que nos da es una idea de la velocidad a la que la medida de un determinado objeto aumenta al reducirse la unidad de medida, o lo que es igual, lo rápido que su longitud se acerca a infinito.

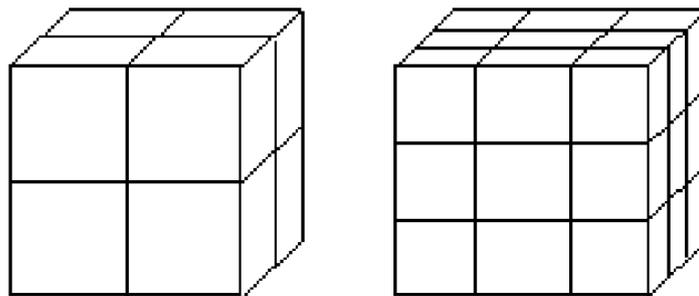
Partimos de un objeto unidimensional de longitud 1. Si lo medimos con un instrumento de resolución L , obtendremos $N(L)$ partes de dicho objeto verificándose: $N(L) \cdot L^1 = 1$.



Si partimos de un objeto bidimensional de área 1 y lo medimos con un instrumento de medición de áreas de resolución L (por ejemplo, recubriéndolo con cuadrados de lado L) contaremos N (L) partes, cumpliéndose: $N(L) \cdot L^2 = 1$



Si el objeto es tridimensional de volumen 1 y lo medimos con un instrumento de medición de volúmenes de resolución L, $N(L) \cdot L^3 = 1$



Por tanto podemos hacer una generalización, de modo que para un objeto de N (L) partes, cada una de ellas medida con una resolución de L respecto del objeto, se cumplirá¹:

$$N(L) \cdot L^D = 1 \Leftrightarrow D = \frac{\log N(L)}{\log(\frac{1}{L})}$$

A D se le llama dimensión del fractal.

La definición de fractal más completa y correcta es, irónicamente, un poco difícil de comprender, pues no nos muestra ningún rasgo de los fractales que podamos comprobar empíricamente, al menos, de modo directo. Se trata de la definición puramente matemática, y dice así:

“Un conjunto cuya dimensión de Hausdorff (Dimensión fractal) es mayor que su dimensión topológica”

- La dimensión topológica se refiere a la idea intuitiva que se tiene de dimensión.
- La dimensión de Hausdorff indica algo más complejo, refiriéndose a la forma de medir un objeto cualquiera.

¹ Blanco Martín, M^aF. *Fractales: Arte y Naturaleza*. Universidad de Valladolid. Diapositivas 33-35.

La anterior definición demuestra que ambas dimensiones no tienen por qué ser iguales. Éste será el rasgo que diferencie a los objetos fractales de los estudiados comúnmente en la geometría euclidiana.

Simplificando la definición, se puede decir que la dimensión de Hausdorff lo que mide es el grado de irregularidad de un cuerpo.

A manera de síntesis, éstas son las características que diferencian a un conjunto fractal:

1. Un fractal es demasiado irregular como para ser descrito mediante las figuras de la geometría clásica, tanto a escalas grandes como pequeñas.
2. Un fractal tiene alguna autosemejanza, es decir, sus partes son parecidas al total.
3. La dimensión fractal de un conjunto fractal es mayor que su dimensión topológica.
4. Pese a su complejidad, un fractal se construye de manera sencilla, generalmente mediante la repetición de un proceso simple².

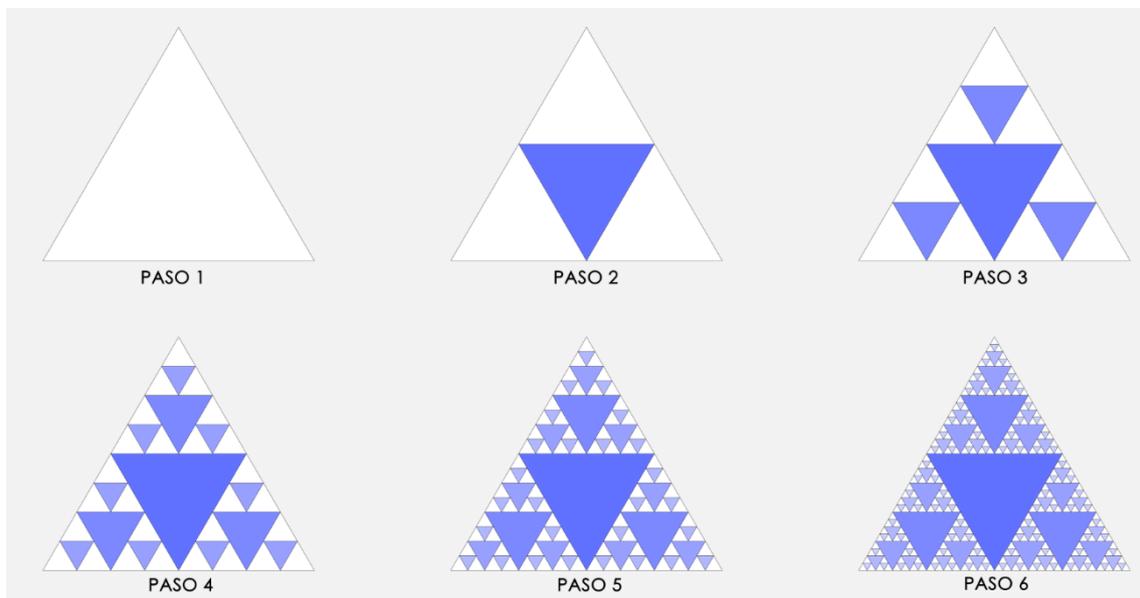
² Aguirre Estibalez, (2007) *Fractales. De la Naturaleza al Arte pasando por las Matemáticas. Dibujo técnico y matemáticas: una consideración interdisciplinar*. Secretaría General Técnica. Ministerio de Educación y Ciencia. 13 - 15.

5.1. El triángulo de Sierpinski

El matemático polaco Waclaw Sierpinski introdujo este fractal en 1919.

Para construirlo se procede de la siguiente manera:

1. A partir de un triángulo equilátero en el plano, se divide en cuatro triángulos semejantes, uniendo los puntos medios de sus lados.
3. Eliminando el triángulo central, se obtiene un conjunto formado por tres triángulos iguales, cuya área es $3/4$ el área del triángulo original.
4. Repitiendo este proceso con cada uno de los tres triángulos, obteniéndose una figura formada por 9 triángulos, de área $9/16$ de la original.
5. Este proceso puede iterarse hasta el infinito.



Como curiosidad, si pasamos a las tres dimensiones, se pueden construir tetraedros cuyas caras serían el triángulo de Sierpinski.

Dimensión fractal

El triángulo de Sierpinski tiene una dimensión fractal de Hausdorff, D_{HB} , igual a:

$$D_{HB} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \approx 1,584962501$$

A modo de resumen, estas son las tres principales características del triángulo de Sierpinski:

1. Es autosemejante.
2. Tiene dimensión fractal no entera.
3. El área tiende a cero cuando el número de iteraciones tiende a infinito,

5.1.1. Gran Museo Egipcio

Arquitectos	Heneghan Peng Architects
Colaboradores	ARUP (ingeniería estructural)
Localización	El Cairo, Egipto
Estado	En construcción
Diseñado en	2003 (concurso)

Este proyecto obtuvo el premio del concurso convocado en 2003 por el Ministerio de Cultura de Egipto para construir un “depósito” que acogiese los últimos 7000 años de historia del país.

Se encuentra en la primera meseta del desierto entre El Cairo y las pirámides de Giza. El museo está definido por un desnivel de 50 metros, creado por el Nilo a su paso por el desierto hacia el Mediterráneo. Esta manera que tiene el río de modelar el terreno lleva más de 3000 años definiendo el paisaje en Egipto.

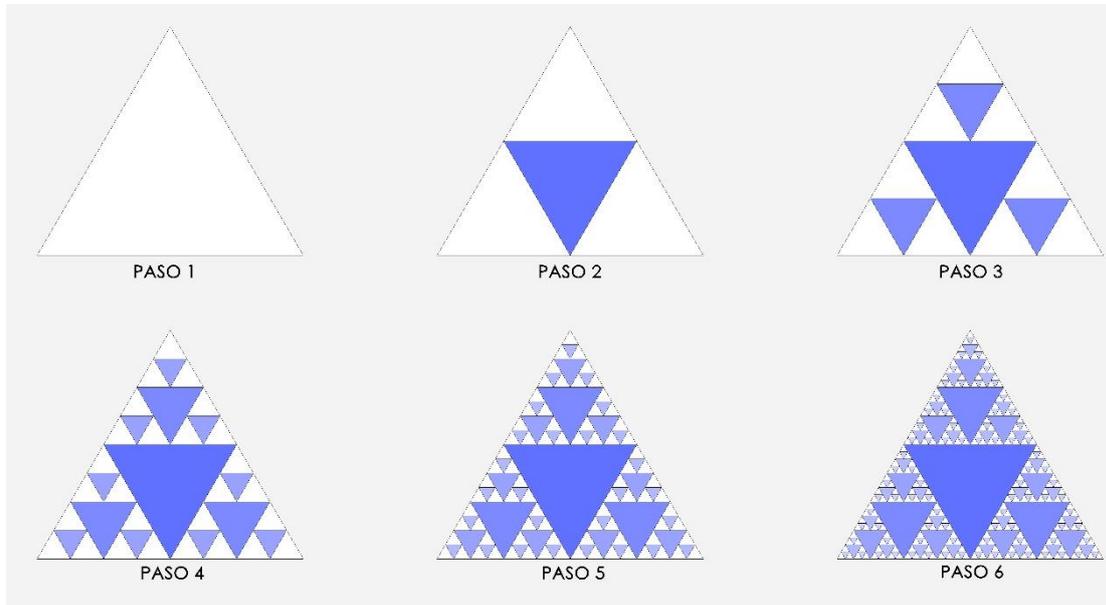


Plano de situación. Fuente: www.hparc.com

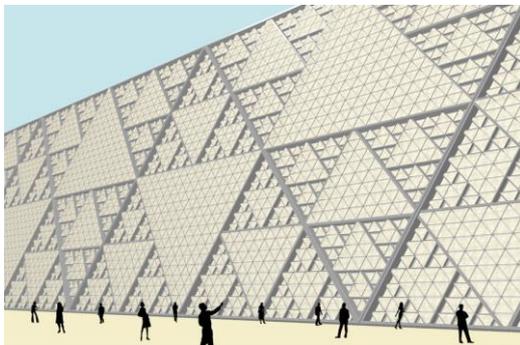
El diseño del museo tomó este desnivel como punto de partida para construir un nuevo borde de la meseta. Esa nueva “frontera” se materializaría en la fachada que es objeto de estudio en este trabajo, fachada que nunca supera en altura a la meseta, respetando así la imagen natural del enclave, y haciendo que el edificio parezca una extensión de la meseta.

El grupo de ingenios ARUP ha sido el grupo encargado de dar materialidad y soporte a esta fachada. Se trata de un “muro de piedra traslúcido” que se extiende a lo largo de 800 metros, y cuya altura varía entre 8 y 40 metros. La componen 43 mega-marcos, uno por cada galería del museo, que corresponde a una época diferente en la historia.

Para el diseño de cada uno de estos grandes marcos, los arquitectos decidieron basarse en el triángulo de Sierpinski.



Según Francis Archer, del grupo Arup, que colaboró con los arquitectos en esta decisión, no existe una razón específica por la cual se eligió el triángulo de Sierpinski como teselado de la fachada. “Fueron las propias Grandes Pirámides, tal vez, las que inspiraron la grandiosidad del gesto del muro, así como la geometría del edificio.” Estas palabras de Archer nos permitirían afirmar que la perfección geométrica de las pirámides, a las que el museo se enfoca desde cualquier punto, así como su monumental presencia en el paisaje local, son los dos aspectos de los que surge el diseño de la fachada del museo.



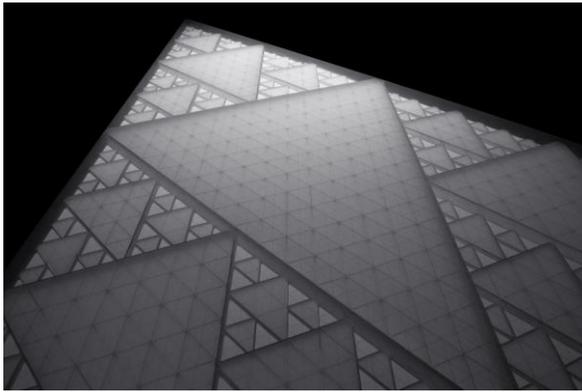
Fuente: www.arup.com



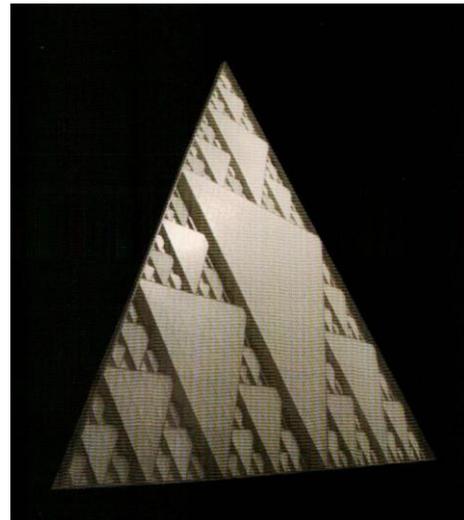
Fuente: www.hparc.com

En dicha fachada, hay una jerarquía de hasta seis iteraciones del triángulo, expresadas en relieve, con paneles triangulares de diferentes tamaños en diferentes planos con respecto al plano de la superficie de la pared.

Los triángulos más pequeños son los paneles de piedra individuales. Las mega-marcos varían en tamaño y aspecto, pero son muy similares geoméricamente. Cada uno es una estructura de grandes piezas de acero, y cables pretensados en una malla triangular, que soportan los paneles de ónix.



Relieves de las diferentes iteraciones. Fuente: www.hparc.com



Relieves de las diferentes iteraciones
Fuente: Burry, J. Burry, M. (2010). *The New Mathematics of Architecture*. Londres. Thames & Hudson.

Tras esta gran fachada se genera una zona de sombra que hace las veces de gran vestíbulo del museo, como antesala de las galerías, situadas en la cota superior del edificio, en línea con la meseta. La organización espacial del museo se hace a través de unas bandas longitudinales que miran siempre a las pirámides, permitiendo al visitante tenerlas en el punto de mira en cualquier lugar del museo, en el horizonte del paisaje.



Vestíbulo del museo. Fuente: Burry, J. Burry, M. (2010). *The New Mathematics of Architecture*. Londres. Thames & Hudson. 93 – 97.



Vista de las pirámides. Fuente: www.hparc.com



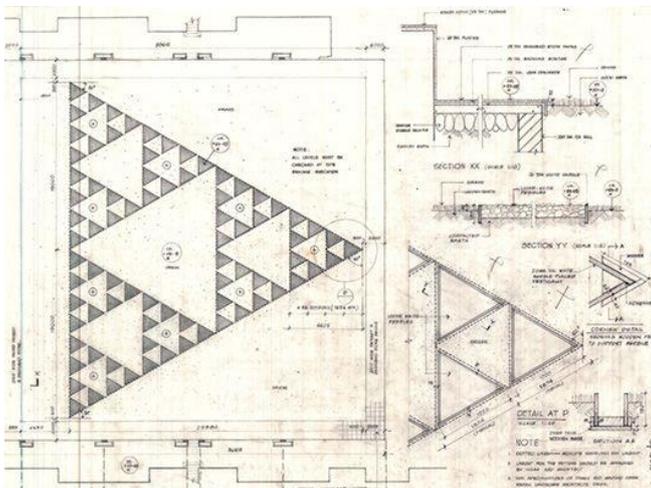
Maqueta de proyecto. Fuente: www.hparc.com

5.1.2. Centro para la Astronomía y la Astrofísica (IUCAA) - Patio

Arquitectos	Charles Correa
Localización	Pune, Maharashtra, India
Estado	Construido
Diseñado/Construido	1988 - 1992

Este centro, localizado en el campus de la Universidad de Pune, fue fundado con el objetivo de promover y crear grupos activos en astronomía y astrofísica en las universidades indias. Destaca en los campos de la enseñanza, la investigación y el desarrollo.

El punto de este proyecto que atrae nuestra atención es uno de sus patios, diseñado como un triángulo de Sierpinski.



Planta, secciones y construcción del patio.
Fuente: www.pinterest.com. Usuario: Ed Rawle

Patio con diseño fractal
Fuente: www.iucaa.ernet.in

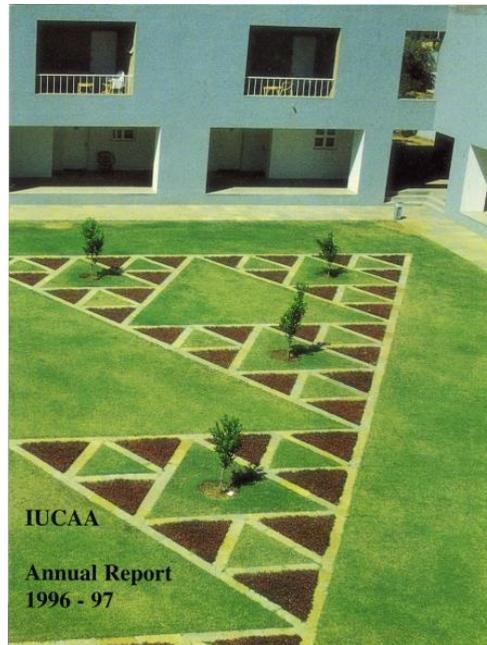
Charles Correa, a la hora de justificar los principios de su proyecto, asegura que la Arquitectura, desde sus comienzos, ha intentado representar siempre un modelo del Cosmos.¹

Uno de los patios del centro fue diseñado a partir del triángulo de Sierpinski. El motivo por el cual el arquitecto tomó esta decisión es desconocido. Sin embargo, atendiendo a su explicación anterior, podríamos ver en la infinitud propia de un fractal cierta semejanza con la infinitud del espacio.

Si bien es cierto que tal vez el objetivo de utilizar este fractal es meramente estético, es un ejemplo interesante de cómo la geometría, ya sea clásica o de mayor actualidad, puede estar presente en un edificio contemporáneo a cualquier escala, y que siempre, directa o indirectamente, su presencia guarda relación con algún aspecto relativo al proyecto, ya sea su localización, el programa que alberga, o el motivo de su construcción.

¹ Correa, C. (1988-92). *IUCAA, Pune*. www.charlescorrea.net

En la imagen anterior, además, podemos reconocer cómo los triángulos que se van generando en cada iteración tienen un tratamiento de jardinería distinto, lo cual hace más evidente que, quien eligió este diseño para el jardín, sabía lo que hacía, y que no fue por tanto una decisión al azar.



Portada del Informe Anual del IUCAA 1996 – 97

Aquí, la jardinería aún no refleja las diferentes iteraciones del triángulo

Fuente: www.iucaa.ernet.in

5.2. Federation Square

Arquitectos	Lab Architecture Studio
Localización	Melbourne, Australia
Estado	Construido
Diseñado/Construido	1998 - 2002

Se trata del proyecto ganador de un concurso celebrado en Melbourne, en 1997, a raíz del centenario de la creación de la Federación de los Estados Australianos, y que pedía el diseño de una nueva plaza pública capaz de acoger a 15000 personas en un anfiteatro al aire libre.



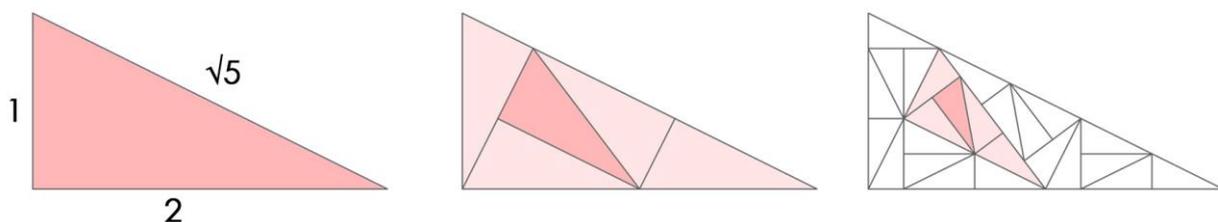
Vista aérea de la plaza
Fuente: WikiCommons



Planta de conjunto.
Fuente: Ryan L. Hong. (2011) Federation Square, Critical Study.
www.ryanlhong.com

De todo este proyecto, la parte objeto de estudio de este trabajo es el teselado elegido como diseño de las fachadas de los edificios que conforman la plaza.

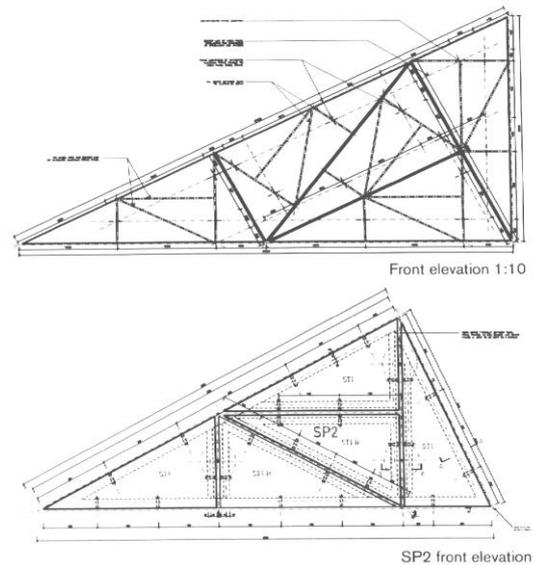
Se trata del “pinwheel tiling” o “teselado en molinillo”. Se genera a partir de un triángulo de dimensiones $1:2:\sqrt{5}$ que, combinado en grupos de cinco (tal y como se muestra en la imagen inferior), da lugar a otro triángulo de mayor tamaño, y semejante al anterior.



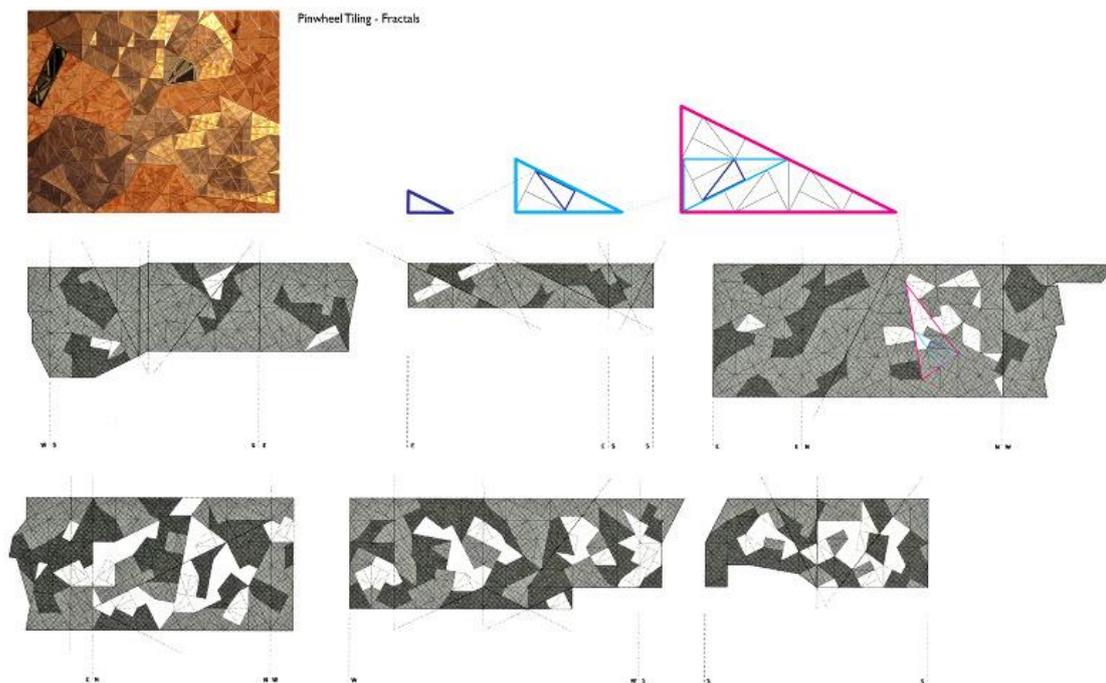
En la imagen podemos comprobar la idea de fractalidad que reside en esta construcción, pues la subdivisión del triángulo original en 5 triángulos semejantes a él se podría repetir de manera infinita, cumpliéndose así la autosemejanza a cualquier escala propia de los fractales.

En palabras de los propios arquitectos, estos son los motivos por los cuales escogieron este teselado:

“El sistema de fachada del edificio, utilizando una nueva comprensión de geometrías espaciales y de superficie, permite que los edificios individuales de Federation Square sean claramente diferenciados entre sí, manteniendo al mismo tiempo una coherencia total entre ellos. El enfoque crea distinciones a través de un alto grado de variación de la superficie y el material dentro de las técnicas de construcción necesariamente industriales, prefabricados necesarios para la realización de un complejo de edificios del tamaño de Federation Square. La industrialización ya no equivale a la normalización, sino que permite una diferenciación única a través de gran variedad de materiales y de figuras en la fachada.”¹



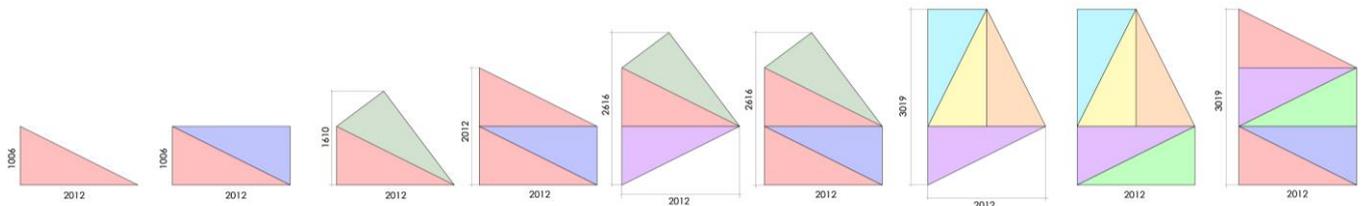
Composición de los paneles de fachada.
Fuente: Burry, J. Burry, M. (2010). *The New Mathematics of Architecture*. Londres. Thames & Hudson. 58 - 61



Levantamiento de fachadas
Fuente: Ryan L. Hong. (2011) Federation Square, Critical Study. www.ryanlhong.com

¹ Lab Architecture Studio. *Federation Square. Fractal Facade*. www.labarchitecture.com

Tres son los materiales empleados en los diferentes paneles que recubren la fachada: arenisca, zinc (perforado o sólido) y vidrio. Cada panel, sea del material que sea, es un triángulo subdividido en 5 triángulos semejantes a él, y se combinan a lo largo de las fachadas de las siguientes maneras.



La gran ventaja que los arquitectos vieron en este tipo de teselado fue la posibilidad de crear una fachada cuyo aspecto era independiente de las pequeñas piezas que la componen. Esto quiere decir que el hecho de existir una base formada por triángulos, por piezas individuales e iguales, no impide al conjunto final de la fachada tener un aspecto cambiante y dinámico a lo largo de su desarrollo. “Industrialización ya no equivale a estandarización” dice Lab studio.

Esta manera de diseñar fachadas rompe con el sistema tradicional de una superficie plana que se repite monótonamente. Ya no hay un sistema jerárquico de estructura de primer y segundo orden con un material que da el acabado final. Ahora, a través de las variables de los materiales y la combinación de paneles prefabricados, cada fachada tiene su entidad particular, que responde tanto al programa que recoge como a su orientación solar.

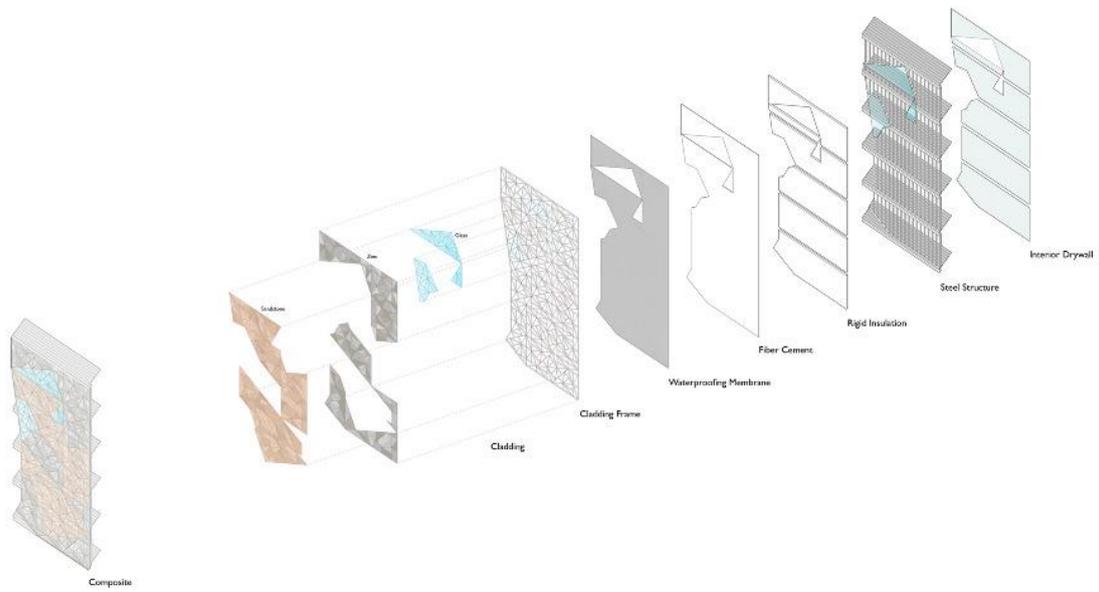
Como curiosidad, se cree que éste fue el proyecto ganador del concurso porque la idea que representan las fachadas de “diferentes partes que forman un todo de manera coherente” reflejaba muy bien los principios bajo los que se fundó la propia Federación de Estados Australianos.



Zoom de una fachada con paneles de zinc opaco y de arenisca
Fuente: WikiCommons. Autor: Seo75.



Zoom de una fachada con paneles de vidrio y de zinc perforado.
Fuente: WikiCommons



Capas de la fachada

Fuente: Ryan L. Hong. (2011) Federation Square, Critical Study. www.ryanlhong.com



Ejemplo de una de las fachadas.
Fuente: WikiCommons. Autor: Bidgee.

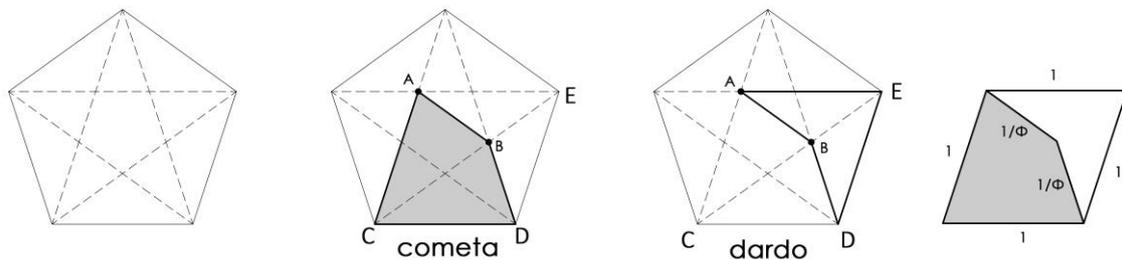
6. Mosaicos de Penrose

6.1. Dardo y cometa

A partir del pentágono regular, es posible conseguir un conjunto formado por dos polígonos que generan mosaicos irregulares.

La construcción de estos dos polígonos se puede realizar de la siguiente manera, partiendo siempre de un pentágono regular:

- En primer lugar, se dibujan las diagonales del pentágono regular.
- Se obtienen los puntos A y B como intersección de ciertas diagonales.
- El punto A, junto con los vértices C, D y E, originan un rombo, que a su vez se subdivide, teniendo en cuenta el punto B, en dos cuadriláteros, conocidos como dardo y cometa de Penrose.



Si el lado del pentágono tiene de longitud una unidad, los lados del dardo y la cometa miden: $1, 1, \frac{1}{\phi}, \frac{1}{\phi}$.

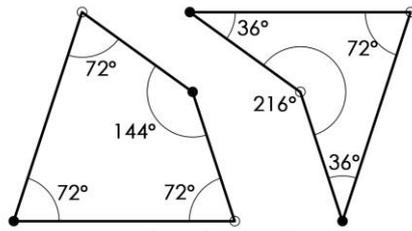
Es evidente que, combinando un dardo y una cometa dispuestos como en el rombo original, se puede generar un mosaico periódico trasladando dicho rombo en las dos direcciones no paralelas determinadas por sus lados.

Sin embargo la tendencia en la Arquitectura Contemporánea es la búsqueda de patrones no periódicos, persiguiendo la complejidad del diseño. Para este cometido, existen distintas reglas (llamadas “de emparejamiento”) para agrupar los cuadriláteros dardo y cometa de tal forma que generen un mosaico no periódico.

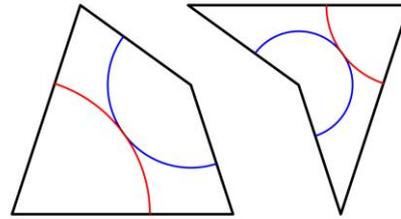
Una de ellas consiste en trazar, en los vértices de las piezas, círculos coloreados del mismo radio, de tal forma que las piezas se unen haciendo coincidir entre sí los círculos del mismo color (emparejamiento tipo 1).

Otro tipo de emparejamiento consiste en trazar arcos de circunferencia coloreados y centrados en vértices opuestos de los cuadriláteros, de modo que corten a los lados en proporción áurea. La regla para formar el mosaico no periódico consiste en unir las piezas buscando la continuidad de color en los arcos, es decir, en los lados adyacentes confluyen arcos del mismo color.¹

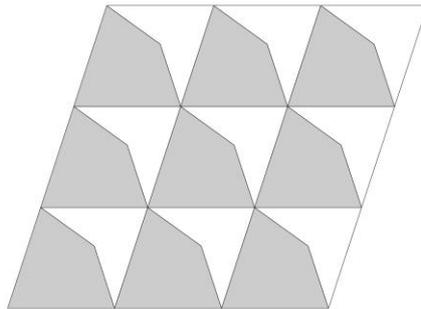
¹ Reyes Iglesias, E., Fernández Benito, I. (2015). *Pentágonos. Construcciones. Mosaicos. Geometría sagrada. Valladolid: Secretariado de publicaciones E I. Universidad de Valladolid.*



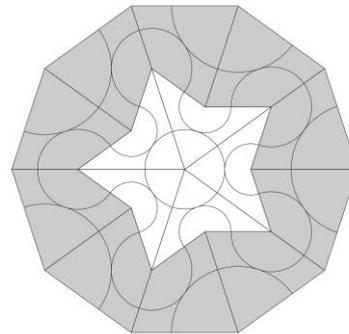
Emparejamiento tipo 1



Emparejamiento tipo 2



Mosaico periódico



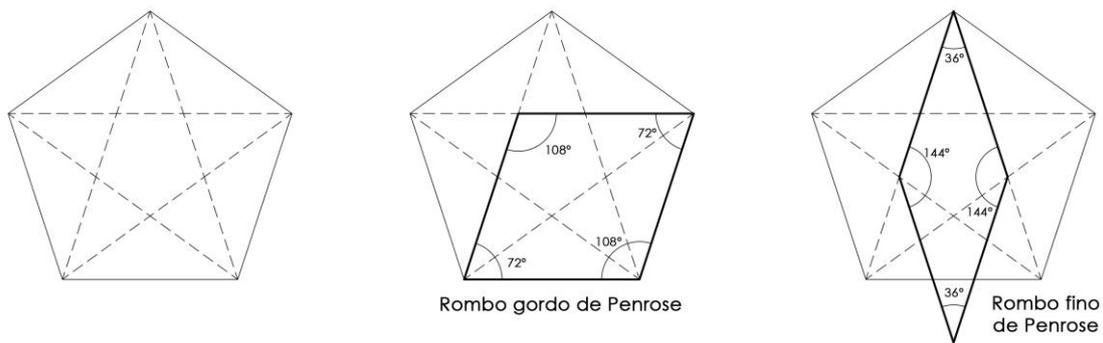
Mosaico no periódico

6.2. Rombos de Penrose

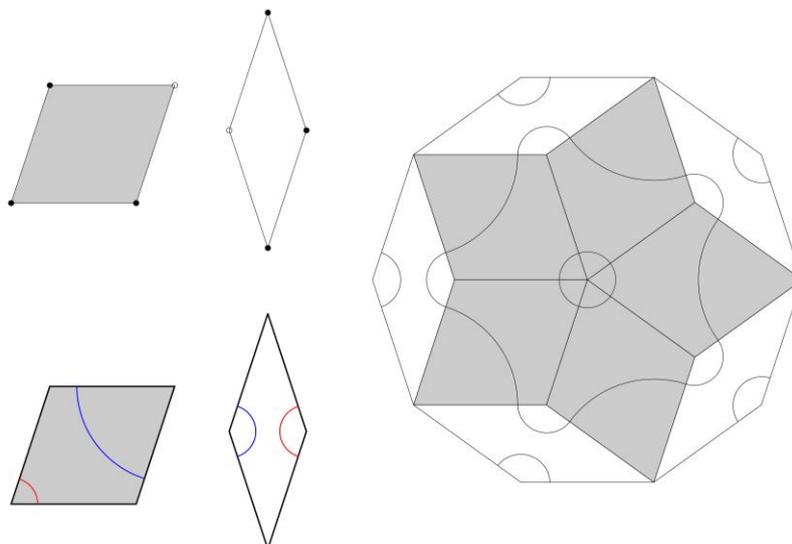
Se conocen con este nombre dos polígonos que recubren el plano, obtenidos también a partir del pentágono regular.

Tomando como base un pentágono regular, se considera el rombo cuyo lado tiene la misma longitud que el lado del pentágono, y uno de sus ángulos mide 108° (ángulo interior del pentágono). Por tanto, los ángulos agudos serán de 72° . Este rombo se denomina “rombo gordo de Penrose”.

El otro rombo, conocido como “rombo fino de Penrose”, tiene también por lado el del pentágono, dos de sus ángulos miden 144° y en consecuencia los dos ángulos restantes son de 36° .



Para que estos dos rombos, fino y gordo, originen un mosaico no periódico deben marcarse con criterios similares a los utilizados para el dardo y la cometa.



6.3. 148 Viviendas en el barrio de Carabanchel

Arquitectos	Arata Isozaki & Asociados España
Localización	Carabanchel, Madrid
Estado	Construido
Diseñado/Construido	Abril 2005 - ...

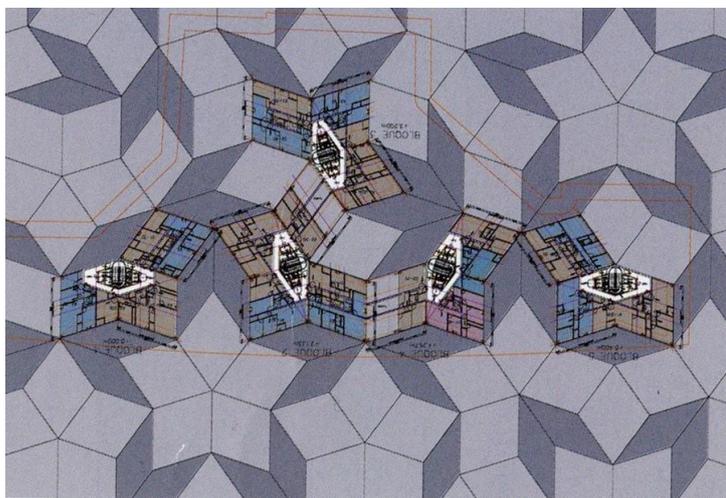
“¿Cuál es la alternativa al sistema que marcó la arquitectura del siglo XX?

¿Cuál es el sistema que puede provocar un cambio en la concepción de los espacios arquitectónicos dominados por la masificación y la abstracción que llevó a la creación de Espacio Universal dominado por las intersecciones de cuadrículas y mallas uniformes?”¹

Estas son las preguntas que Isozaki se hace al comienzo del proyecto, quien encontraría más adelante la respuesta en el mosaico de Penrose.

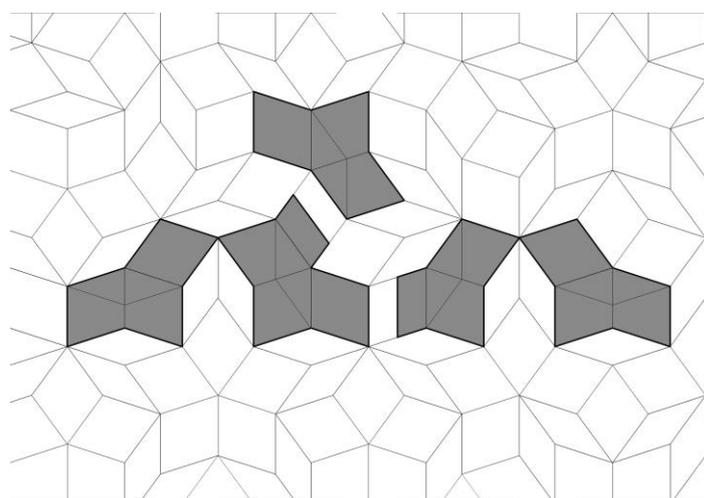
Junto con los arquitectos españoles Manuel Serrano y Concepción Rodríguez Caro, Isozaki proyecta cinco bloques de viviendas protegidas en la avenida de los Poblados del Ensanche de Carabanchel. El encargo fue realizado por la Empresa Municipal de Vivienda y Suelo, dentro de su política de introducir las grandes firmas de la arquitectura mundial en la vivienda social de la capital.

Sobre un teselado de rombos de Penrose, se seleccionan algunos rombos para construir los cinco bloques, que le dan un perfil romboidal al conjunto de viviendas, haciéndole parecer una cadena en forma de biombo.



Planta tipo del conjunto.

Fuente: Arquitectura Viva 107-108. Madrid Metrópolis.



Teselado de rombos de Penrose. Los bloques son las zonas coloreadas

El proyecto surge como un enfrentamiento a los edificios colindantes, dominados por mallas ortogonales. Cada rombo del mosaico tiene 12 metros de lado. En el interior de cada bloque, las viviendas, así como la distribución interior de las mismas, rompe de nuevo con el

¹ Isozaki, A. (2005) *EMV. Viviendas en Carabanchel*. www.arataisozaki.org

dominio ortogonal, y se organizan siguiendo la proporción áurea. De este mismo modo, secciones y alzados se diseñan aplicando de nuevo el mismo patrón: *la modulación del rombo de 12 metros de lado siguiendo la regla de Oro y la sucesión de Fibonacci*².

Se trata de un conjunto de edificaciones muy dinámico, característica muy presente en las arquitecturas de Isozaki. En este dinamismo intervienen la presencia del patrón de Penrose, así como el ritmo de los huecos de las fachadas, que rompen con la regularidad de las aperturas de las fachadas tradicionales. El conjunto de edificios tendrá una perspectiva diferente según desde dónde se mire, no hay dos fachadas iguales, ni se sabe cuál es la principal.

El hecho de disponer cada uno de los bloques con esa forma de hoja de arce permite que solo sea necesario un núcleo de comunicaciones por cada uno de ellos, y que todas las viviendas tengan ventilación cruzada, lo cual favorece el ahorro energético, ya que estas viviendas se han diseñado bajo criterios de eficiencia energética.



Maqueta e infografía del proyecto

Fuente: *Adjudicadas cuatro nuevas promociones VPO en Carabanchel, Villaverde, Barajas y Puente de Vallecas*
es.globopedia.com



Proyecto construido

Autor de las fotos: Carlos Copertone.

Fuente: Eguiluz, P. Copertone, C. (2015) *Japoneses en España*. Architectural Digest.
www.revistaad.es

² Isozaki, A. (2005) *EMV. Viviendas en Carabanchel*. www.arataisozaki.org



Proyecto construido

Autor de las fotos: Carlos Copertone.

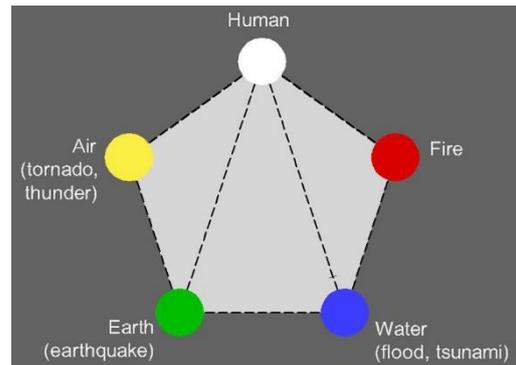
Fuente: Eguiluz, P. Copertone, C. (2015) *Japoneses en España*. Architectural Digest.

www.revistaad.es

6.4. Centro de Prevención y Educación sobre Desastres

Arquitectos	Dimcho Nedev, Binyo Yovchev
Colaboradores	Viktoria Rabcheva
Localización	Estambul, Turquía
Estado	Proyecto

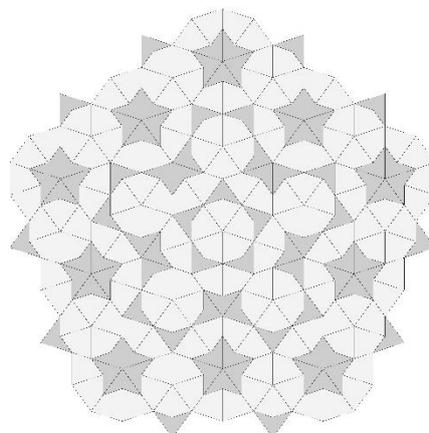
“Los desastres naturales son causados por los cuatro elementos: fuego, aire, tierra, agua. Los humanos pueden ser añadidos a esta lista porque, a menudo, las acciones del hombre pueden tener un efecto negativo en la naturaleza. Como resultado, estos elementos se convierten en cinco en total. El pentágono regular simboliza la armonía entre el hombre y los elementos. Por lo tanto, lo hemos escogido como un punto de partida para nuestra geometría.”¹



Los cinco elementos que causan desastres naturales. Fuente: www.portfolio.piformus.com

Lo que se pretendía desde un principio con la construcción de este edificio era concienciar a la sociedad acerca de los desastres naturales, así como enseñarle a lidiar con ellos. Sería el primero de este tipo en Estambul, por eso su concepción fue tan delicada, se quiso hacer desde el respeto a la cultura y al entorno, sin perder por ello el mensaje que se quería transmitir a quien lo visitara.

Partiendo del pentágono regular, obtenemos como ya se ha visto anteriormente dos losetas generadoras de mosaicos, el dardo y la cometa. Los mosaicos de dardos y cometas, están muy presentes en ornamentos islámicos, es por ello que su presencia en este proyecto es tan relevante.



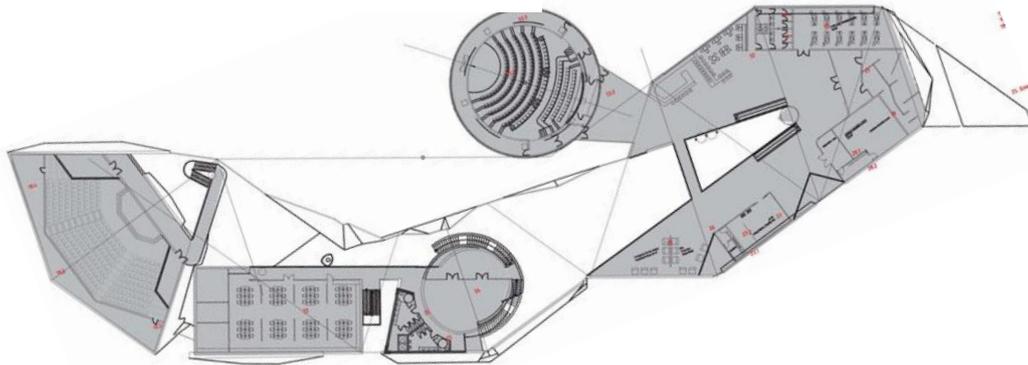
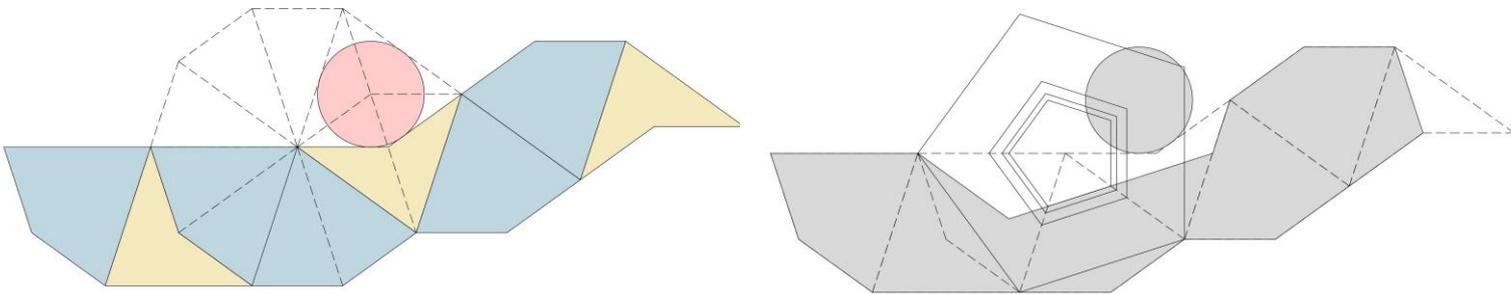
Mosaico no periódico de dardos y cometas

¹ Nedev, D., Yovchev, B. *Disaster Prevention and Education Centre of Istanbul. Basic Principles of Morphology.* <http://www.portfolio.piformus.com/>

El edificio se diseñó, por tanto, inspirado por el simbolismo de los cinco elementos y por las losetas de Penrose, el dardo y la cometa. Según los arquitectos, aportaba las siguientes ventajas.

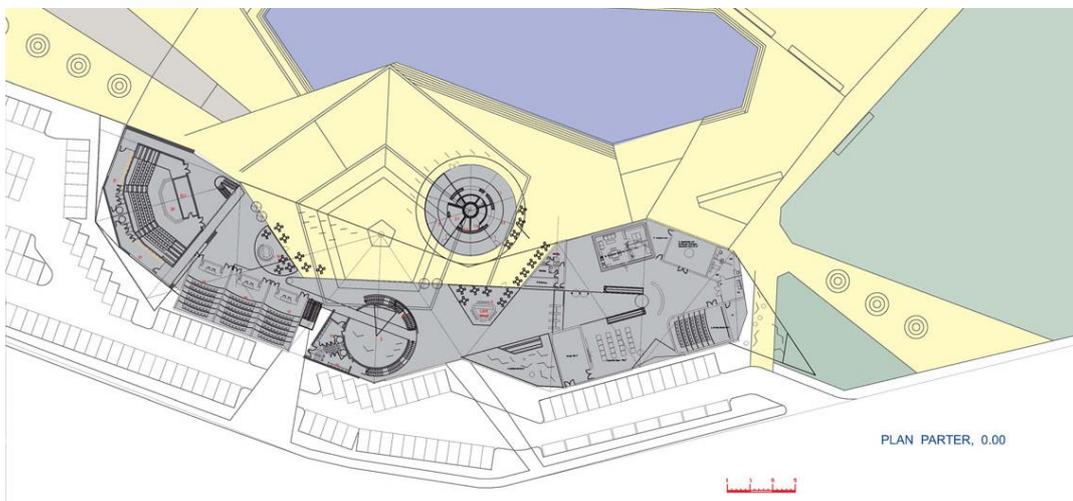
- Simboliza los elementos y su conexión con los humanos.
- Utilizando estas losetas se atiende a la identidad cultural del entorno.
- La rica variedad de formas que se puede lograr usando solo dos elementos.

La planta del edificio está compuesta, como se observa en la imagen inferior, por cinco cometas y tres dardos. El elemento del fuego está representado por un elemento circular inscrito en una cometa, y es tangente a dos lados de uno de los dardos.



Planta primera

Fuente: www.portfolio.piformus.com

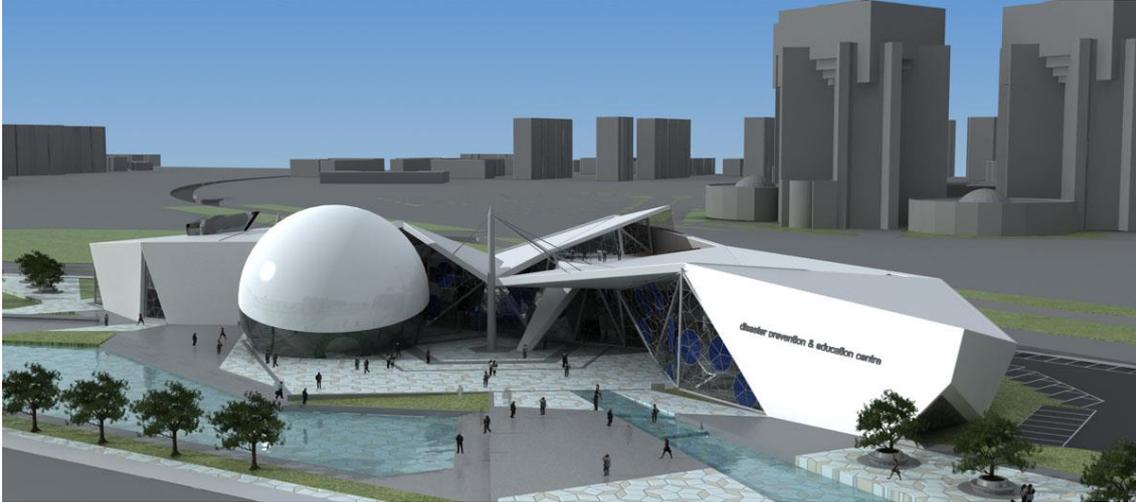


PLAN PARTER, 0.00

Planta de acceso

Fuente: www.portfolio.piformus.com

Como se puede observar en la planta de acceso, la presencia del pentágono regular no se limita solo a las losetas dardo y cometa, sino que también se encuentra en el suelo de la plaza de acceso, donde varios pentágonos regulares semejantes están marcados en el pavimento con un color diferente a los dardos y las cometas. En el centro del pentágono más pequeño se alza un pilar sobre el que apoya parte de la cubierta, enfatizando esa idea de centralidad, de punto de encuentro, de acceso.



Infografía de la plaza de acceso donde se puede ver el conjunto de pentágonos concéntricos

Fuente: www.portfolio.piformus.com

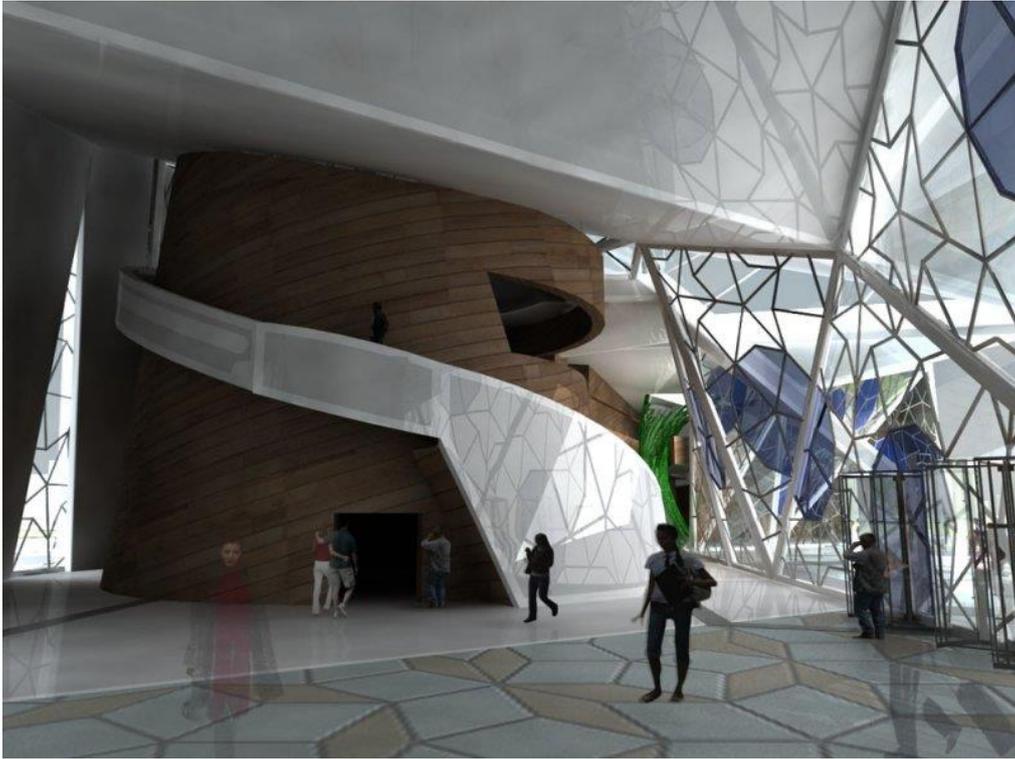
La presencia de las losetas dardo y cometa no se limita a la organización espacial del edificio, sino que aparece en otros puntos:

- Pavimento de la plaza que precede al edificio. Las cometas tienen un color blanquecino, mientras que los dardos presentan un color más amarronado.
- Fondo de las láminas de agua de la plaza, como continuación de dicho pavimento
- Vidrieras que componen las fachadas, con algunas de las losetas de vidrio coloreadas que hacen más atractivo el conjunto.



Infografía de la planta de cubiertas, donde se puede apreciar la presencia del dardo y la cometa tanto en el tejado como en el pavimento.

Fuente: www.portfolio.piformus.com



Infografía del interior. Vidrieras teseladas con dardos y cometas. Pavimento decorado con rombos de Penrose
Fuente: www.portfolio.piformus.com

6.5. Residencia “Citylife”

Arquitectos	Arata Isozaki + Andrea Maffei
Localización	Milán, Italia
Estado	Proyecto
Diseñado	2005 - 2010

Se trata de un proyecto incluido en una zona residencial de reciente creación en Milán, Citylife, donde arquitectos de la talla de Zaha Hadid o Daniel Libeskind también tienen presencia. Esta nueva área pretende ser un nuevo punto de referencia en Milán, destacando sus espacios públicos y la variedad de usos y programa de sus edificios, así como de los arquitectos que los han diseñado.

Al igual que está presente en la idea global de la zona residencial, Isozaki y Maffei quieren trasladar al diseño del proyecto la complejidad de ciudad de Milán. A diferencia de la mayoría de las ciudades italianas, Milán vivió su mayor desarrollo en los siglos XIX y XX, concretamente después de la revolución industrial. Es una ciudad contemporánea, con una arquitectura de hormigón y acero. En ella se desarrolló principalmente el movimiento Futurista, movimiento que se preocupaba, precisamente, por las cuestiones relativas a la ciudad contemporánea.

La idea de la colaboración entre Isozaki y Maffei parte también de un guiño a esa diversidad tan presente en Milán. Dos arquitectos, dos mundos, oriente y occidente, trabajando juntos en un proyecto común.



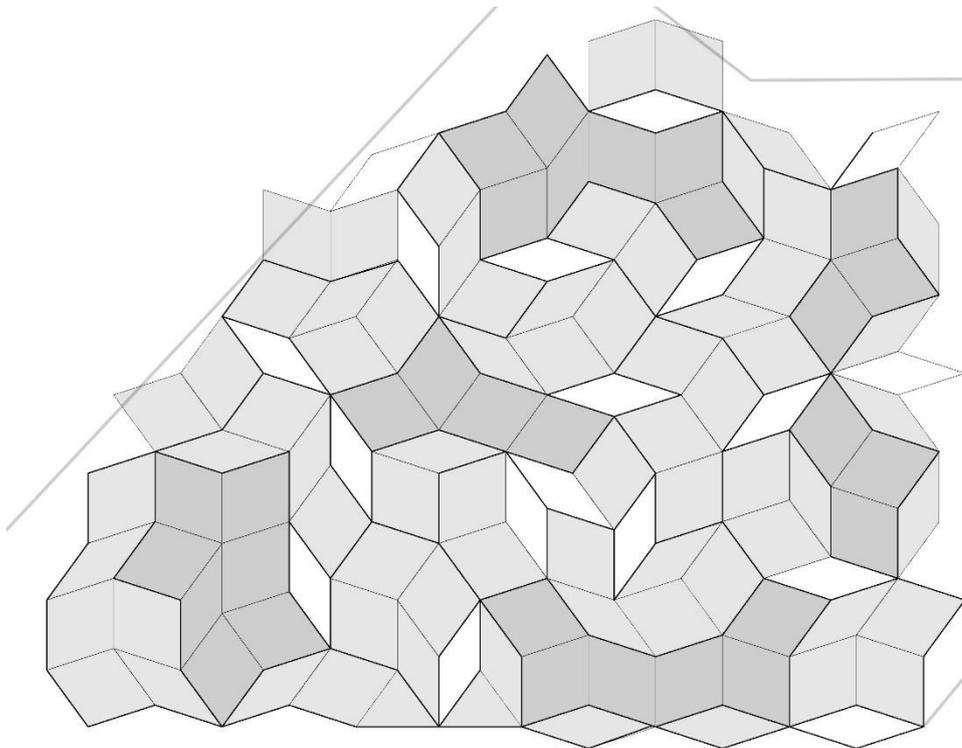
Masterplan / Fuente: Citylife, Turris Babel? www.ordinearchitetti.it

“En nuestra zona queríamos comprobar el diseño a través de un sistema matemático: el modelo de Penrose. Diseñado por un matemático británico, permite crear formas complejas de diamante siendo siempre el mismo, pero armarlos infinitamente de diferentes maneras gracias a variables matemáticas. El tamaño de las líneas es siempre el mismo, simplemente hay que decidir una medida conveniente para aplicar a los tipos en todas partes, y así poder después comprobar el tamaño y la distribución de los resultados. Sobre esta base, se aplicó el volumen y los tipos de alojamiento residencial para oficinas como patrón de extrusiones verticales. Las residencias están distribuidas alrededor de un jardín interior con árboles de cerezo, que continúa con el tema del parque en las residencias, y crecen en altura hacia el rascacielos. En el diseño de las fachadas se utilizaron las matemáticas de un patrón aleatorio, alternando rítmicamente terrazas, piedra, vidrio y persianas en largas franjas verticales”.¹

¹ Isozaki, A. Maffei, A. (2005). *Residence Citylife*. www.amarchitects.it



Planta del proyecto
Fuente: *Residence Citylife*
www.amarchitects.it



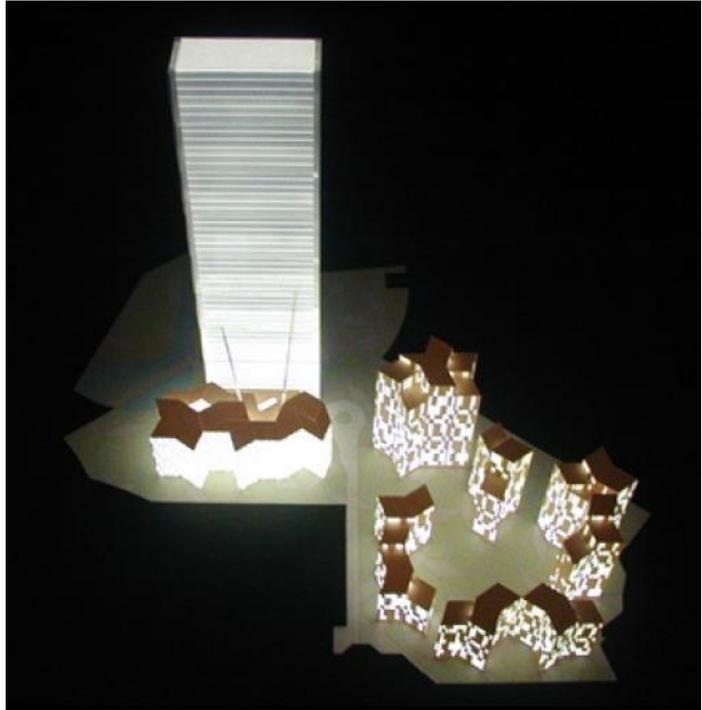
Como se puede observar en la planta, el patrón de Penrose no sólo se utiliza para organizar la forma de los bloques de viviendas, sino que también se utiliza para definir la circulación entre ellos, el espacio verde público, etc.

A través de dos losetas, rombos gordo y fino de Penrose, es posible diseñar toda una parcela, tanto lo construido como lo no construido, de manera dinámica, aparentemente irregular, y que rompe, al igual que ya lo hizo en Carabanchel, con la tradición de la malla ortogonal.



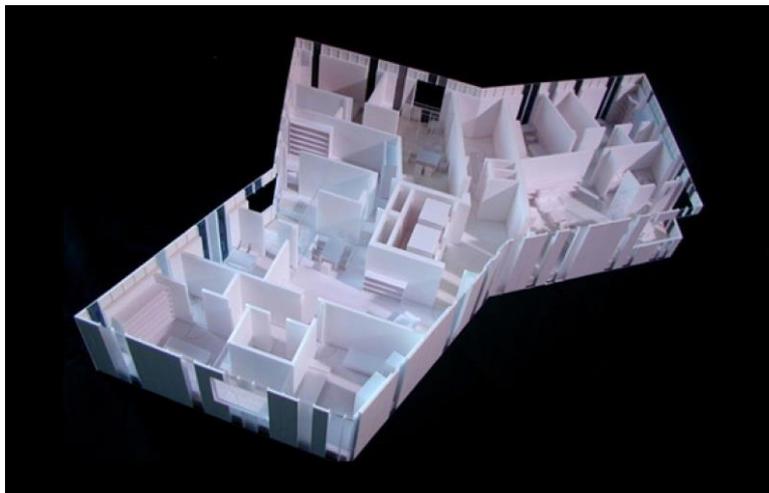
Maqueta de proyecto

Fuente: *Residenze. Arata Isozaki + Andrea Maffei*
www.ordinearchitetti.it



Maqueta de proyecto

Fuente: *Residence Citylife*
www.amarchtects.it



Maqueta de proyecto. Viviendas

Fuente: *Residence Citylife*
www.amarchtects.it

6.6. Storey Hall, Universidad RMIT

Arquitectos	Ashton Raggatt McDougall & Allom Lovell
Localización	Melbourne, Australia
Estado	Construido
Diseñado/Construido	1992 - 1995

Se trata de una ampliación del edificio original, construido en 1887. El complejo incluye dos salas de usos múltiples. Ambas salas están diseñadas para albergar funciones muy diferentes que van desde conferencias y lecturas de invitados hasta eventos tales como conciertos de bandas de rock, y cenas y baile, sin dejar de organizar conferencias generales para los cursos académicos.

Además, el edificio original tiene capacidad para un espacio de exposiciones, galería de arte, vestíbulos y salas de reuniones y cafetería. El nuevo edificio anexo, el proyectado por ARM y Lovell incluye vestíbulos y espacios de circulación, servicios, cocina y salas de conferencias en la planta superior.

En el año 2000, con la ampliación ya construida, Roger Penrose visita el edificio. Al observar con detenimiento los mosaicos que cubren la fachada y el auditorio principal, repara en una serie de “errores” en su patrón, debidos a una mala orientación de algunos de los rombos que teselaban el plano de manera no periódica, creando vacíos en el mismo.

La explicación que Raggatt da a estos “errores” es la siguiente. Quiere trasladar la condición humana al teselado, reflejar la idea de que el hombre es un ser imperfecto que se equivoca, y que por tanto, hace una interpretación errónea de algo tan perfecto como las matemáticas, rompiendo la continuidad infinita del teselado de Penrose.

El uso de este teselado no es simplemente una referencia al recubrimiento del plano. En la fachada principal se observa una ornamentación volumétrica formada por piezas que son rombos de Penrose.

Charles Jencks, arquitecto paisajista, teórico e historiador de la arquitectura estadounidense, fue entrevistado para un artículo acerca del Storey Hall en el que se le hicieron las siguientes preguntas.

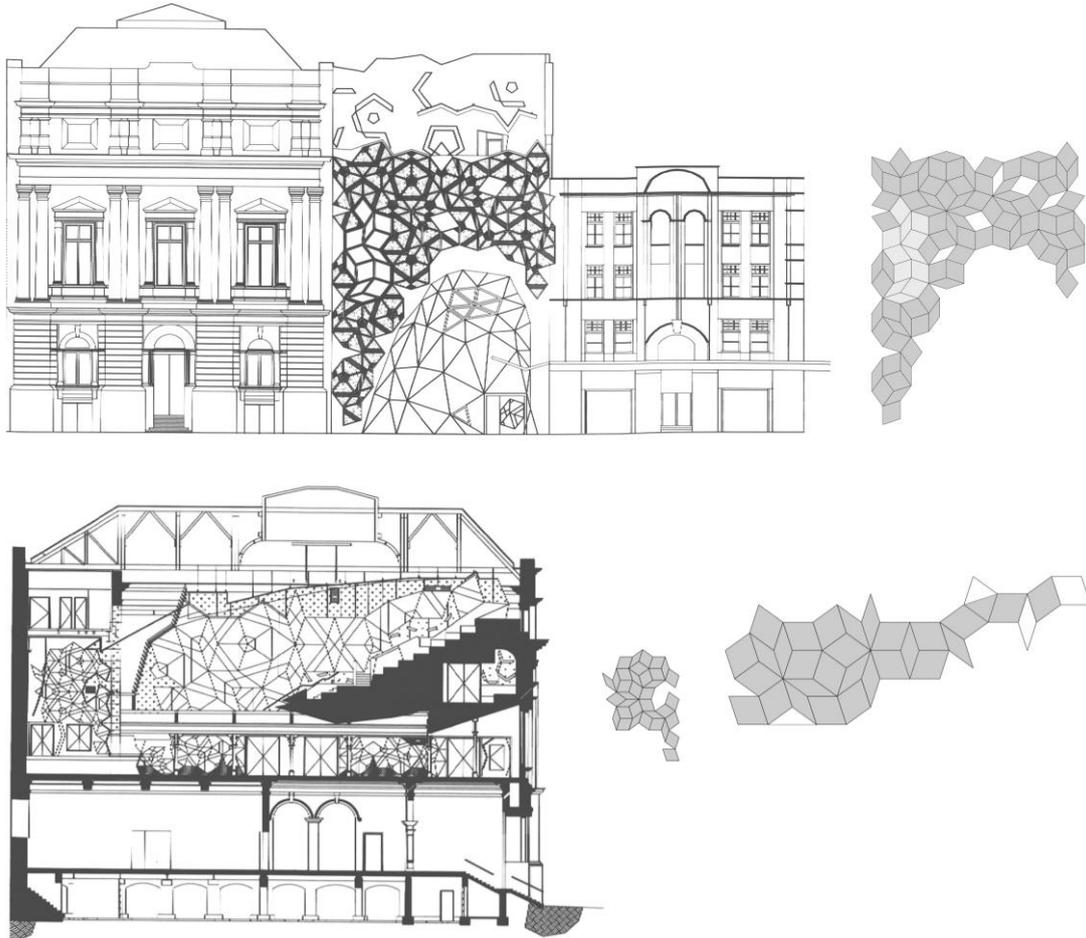


Fachada principal.

Fuente: WikiCommons. Autor: S3335142

- ¿Era apropiado utilizar un patrón geométrico tan moderno para cubrir la fachada de un edificio histórico?
- ¿Hasta qué punto en este proyecto el uso del patrón de Penrose es relevante, o apenas se trata de un elemento decorativo?

A la primera pregunta, Jencks responde que, cuanto más “transgresor” sea el uso de la iconografía, más interesante será el resultado. Para él, puede que el patrón no se esté utilizando en planta o en sección, pero sí de manera muy importante en la profundidad de la pared, en el ornamento de casi todas partes, y de manera iconográfica. Todos estos usos, asegura Jencks, son maneras correctas de crear formas arquitectónicas.

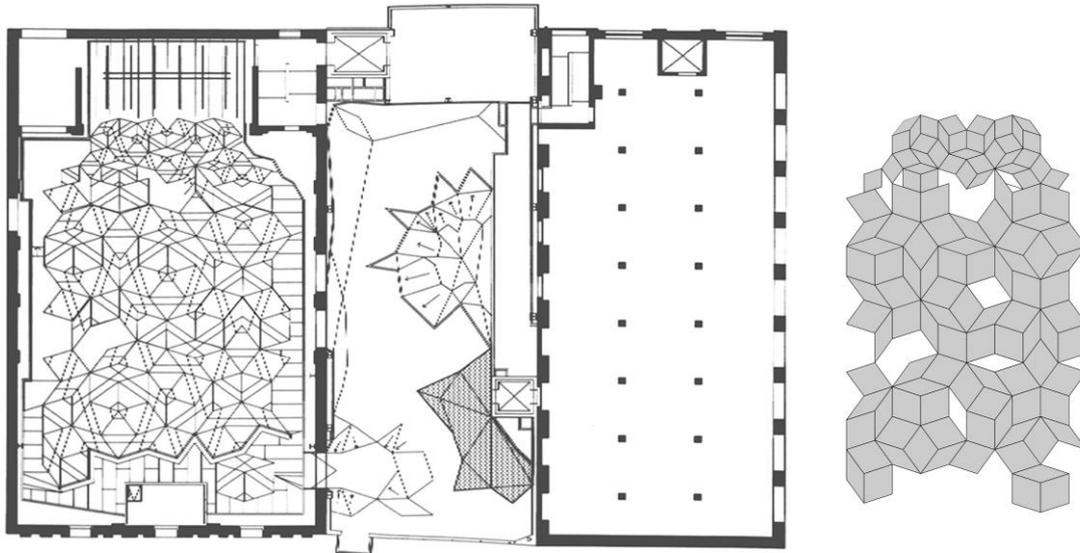


Planimetría. Fachada principal y sección del auditorio.

Fuente de los planos: Burry, J. Burry, M. (2010). *The New Mathematics of Architecture*. Londres. Thames & Hudson. 103 - 107
 Dibujo del mosaico de Penrose: creación propia

En cuanto a la segunda cuestión, que pone en duda el valor del uso del patrón de Penrose, de nuevo Charles Jencks es muy claro. La presencia de este mosaico va más allá de su mera conversión en ornamento arquitectónico. “Observa la iluminación” dice, “y la manera que tiene de relacionarse con el antiguo edificio victoriano. Su musculatura es similar a la del edificio victoriano y tiene la misma densidad de información. Si el patrón hubiese sido un mero ornamento, habría sido menos interesante que algo que tiene una gran profundidad de organización”.¹

¹ Ostwald, M. J. Zellner, P. Jencks, C (1996). *An Architecture of Complexity*. Revista Transition 52/53. 30



Planimetría. Planta.

Fuente de los planos: Burry, J. Burry, M. (2010). *The New Mathematics of Architecture*. Londres. Thames & Hudson. 103 - 107
 Dibujo del mosaico de Penrose: creación propia

Leon van Schaik, profesor del departamento de Arquitectura y Diseño en la propia RMIT University, describe el Storey Hall como “una arquitectura que funciona a través de las matemáticas contemporáneas de las superficies”. Para él, los teselados de Penrose son un “despliegue sinfónico de formas que nos envuelven en un encuentro con la espacialidad de la nueva matemática”.²



Auditorio.

Fuente: Mackenzie, A. (2014) *Local Heroes. Australian-ness made in Melbourne*.

www.uncubemagazine.com

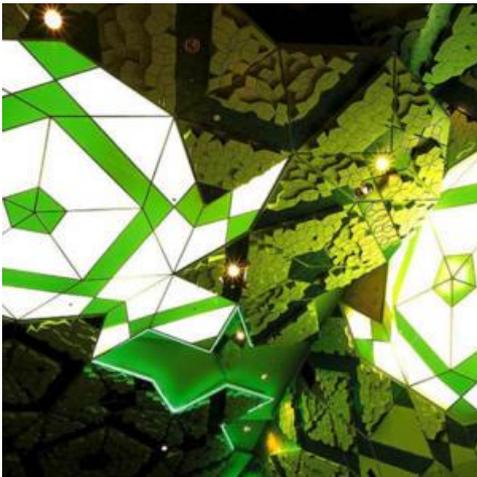
Créditos de imagen: John Gollings

² Vanschaik, L. (1996). *Preface*. In *Ashton Raggatt McDougall*, eds. RMIT Storey Hall. Melbourne: Faculty of Environmental Design and Construction, RMIT.

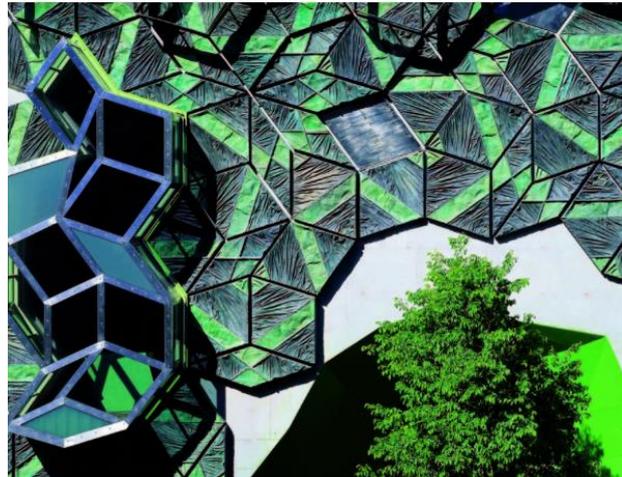
Un dato curioso acerca del diseño de los patrones, es la predominancia del color verde en el acabado de sus materiales. Esta elección surge como un gesto de recuerdo a la Hibernian Australasian Catholic Benefit Society que mandó construir el edificio original en 1887. El verde es representativo de esta comunidad porque refleja sus orígenes irlandeses.



Imagen: Banda de la HACBS.
Fuente: Cass, P. (2014) *Brisbane Catholics and Corpus Christi*.
cassmob.wordpress.com



Detalle del techo del auditorio.
Fuente: RMIT Storey Hall Lecture Theatre.
www.wheelercentre.com



Detalle de la fachada principal.
Fuente: Mackenzie, A. (2014) *Local Heroes. Australian-ness made in Melbourne*.
www.uncubemagazine.com
Créditos de imagen: John Gollings

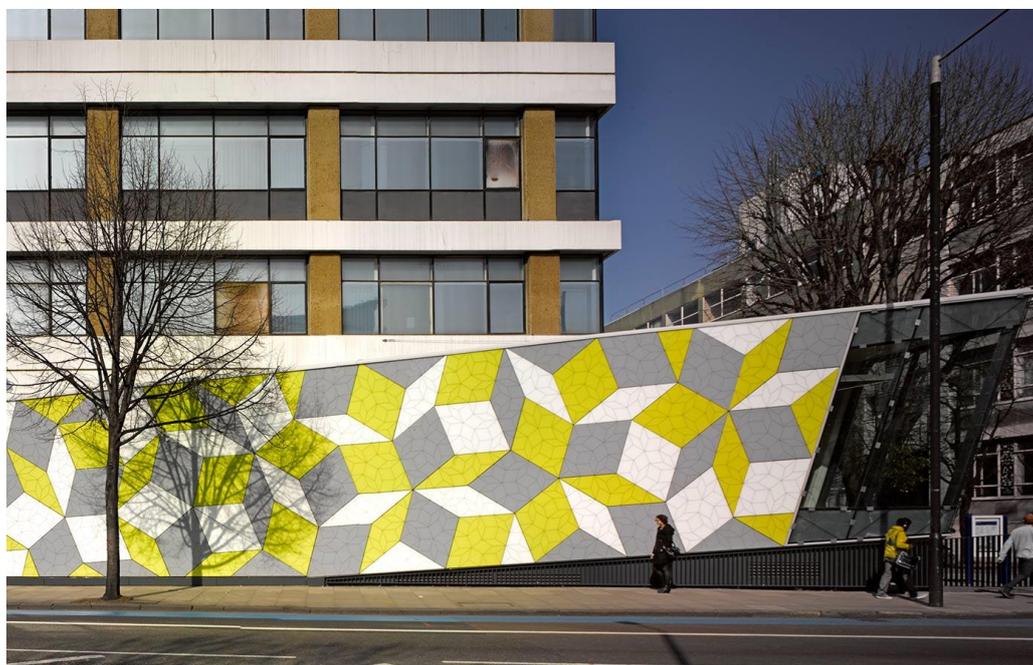
6.7. Universidad Queen Mary de Londres – Nuevos foyer y espacio de socialización y estudio para la Escuela de Ciencias Matemáticas

Arquitectos	WilkinsonEyre
Localización	Londres, Reino Unido
Estado	Construido
Construido	2011

Este proyecto continúa la relación de WilkinsonEyre con esta universidad de Londres, donde ya habían diseñado el edificio Arts Two. El programa de este nuevo proyecto abarca un nuevo vestíbulo, así como el espacio de socialización y estudio de la Facultad de Ciencias Matemáticas. La idea era crear una entrada al campus por Mile End Road que fuera fácilmente identificable dado su fuerte carácter.

El edificio de la escuela de Matemáticas fue construido en 1967, y siempre se ha considerado un importante hito del campus en Mile End Road, pues supone el extremo occidental del mismo.

“La extensión [del edificio original] es una estructura a ras del suelo revestida con paneles de vidrio, cuya forma ha sido generada por un patrón de mosaico de Penrose - una respuesta narrativa a la escuela académica, donde Sir Roger Penrose es profesor visitante. Para enfatizar aún más la geometría del mosaico, un subconjunto menor del teselado de Penrose se aplica a cada panel de vidrio como patrón gráfico.”¹



Fachada lateral de la ampliación.

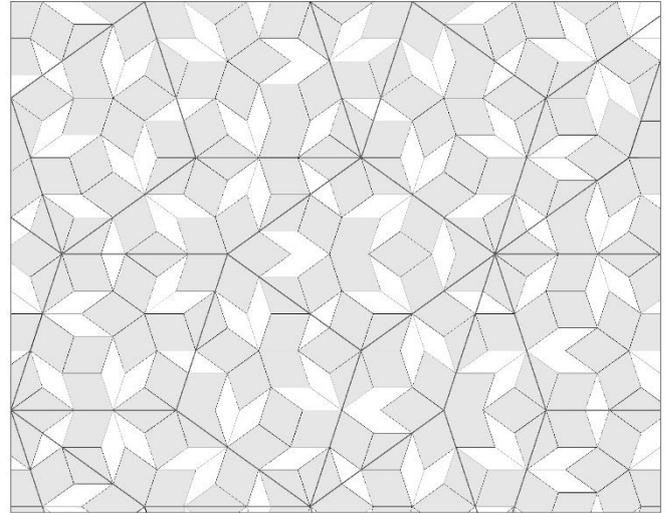
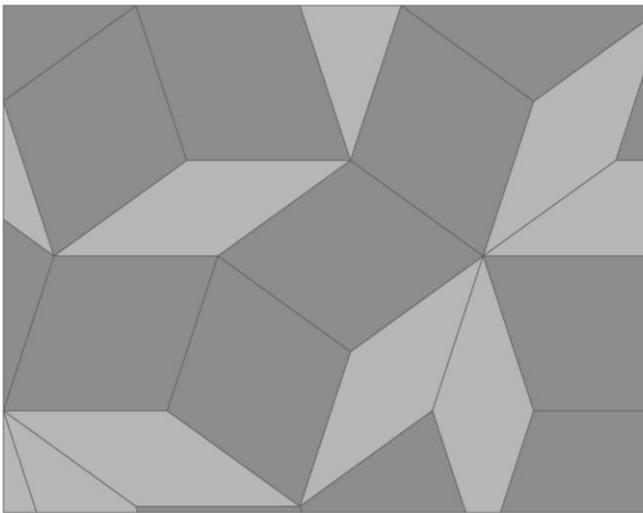
Fuente: WilkinsonEyre Architects. *Queen Mary, University of London. Mathematics Building.*
www.wilkinsoneyre.com

¹ WilkinsonEyre Architects (2011). *Queen Mary, University of London. Mathematics Building.*
www.wilkinsoneyre.com

Las fachadas que forman esta parte del campus son muy dispares por lo que era necesario crear un vestíbulo que, a pesar de su baja altura, tuviese una presencia que le hiciese destacar sobre esta diversidad de acabados para poder así identificarlo como acceso al edificio. Pero tampoco podía perder la coherencia del conjunto mediante un diseño demasiado discordante.

El teselado de Penrose permite, mediante ese guiño, tanto a las matemáticas como al propio Penrose, encajar perfectamente en la dinámica del campus, a la vez que otorga a la fachada una identidad única y que claramente llama la atención por su singularidad.

Además, tal y como explican los propios arquitectos, el duplicar el patrón a dos niveles en los paneles que conforman la fachada, enfatiza los principios en los que se basa el mosaico de Penrose.

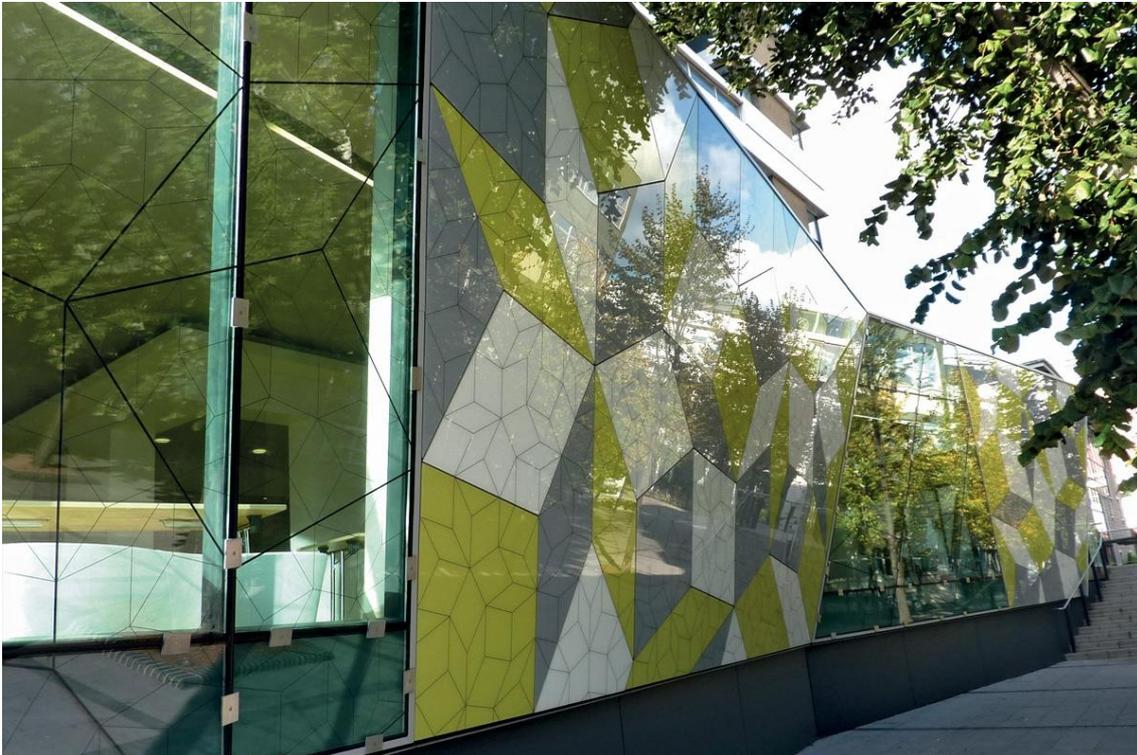


Zoom sobre el patrón.

Fuente: WilkinsonEyre Architects. *Queen Mary, University of London. Mathematics Building.*

www.wilkinsoneyre.com

El patrón de Penrose no se limita solo a la fachada ventilada opaca, sino que también está presente en el muro cortina de las zonas de entrada, impreso en los vidrios. Los rombos de mayor tamaño tienen un grosor de línea mayor, mientras que los de menor escala tienen un grosor más fino. Así, se continúa la imagen de la fachada opaca a lo largo de toda la envolvente de la ampliación.



Encuentro de los dos tipos de fachada, ambas con el patrón a dos escalas.

Fuente: The Plan. Queen Mary University.

www.theplan.it



Infografía del proyecto

Fuente: Queen Mary, University of London.

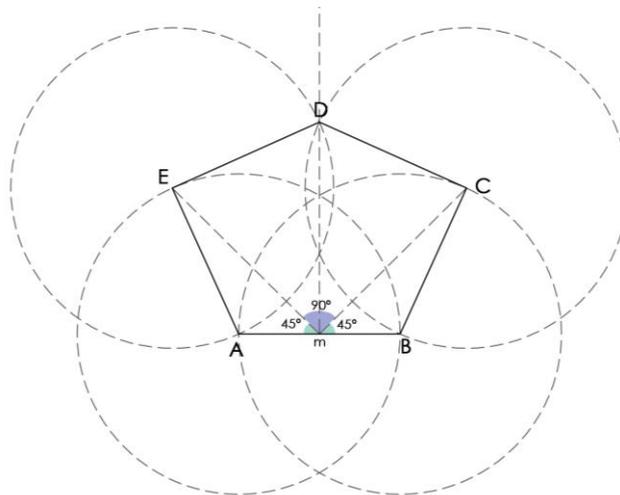
www.e-architect.co.uk

7. Teselados de pentágonos

7.1. Pentágono de El Cairo

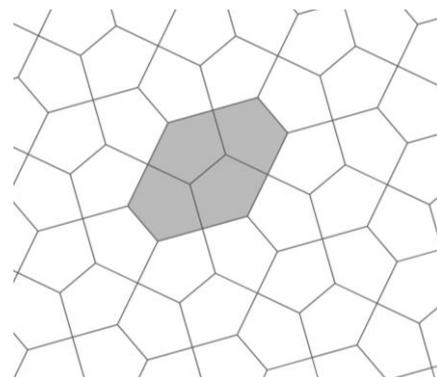
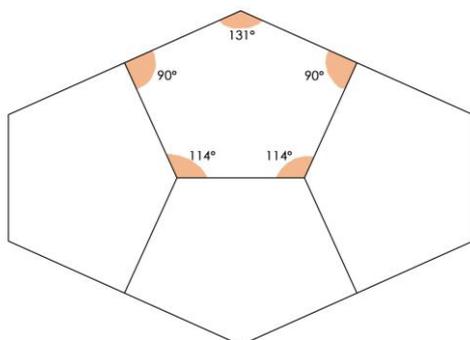
Este pentágono no regular tiene como principal característica que sus cinco lados presentan la misma longitud, es decir, es equilátero. Se construye de la siguiente forma:

- Dado un segmento \overline{AB} , se dibujan dos semirrectas que formen 45° con el segmento, y cuyo origen es el punto medio M de \overline{AB} .
- Trazando dos circunferencias de centros A y B y de radio la longitud del segmento \overline{AB} , marcamos los puntos de intersección entre las semirrectas y las circunferencias. Serán E y C respectivamente.
- Repetimos la operación, trazando dos circunferencias de igual radio que las anteriores, tomando como centros esta vez los puntos E y C . En la intersección de estas dos circunferencias encontramos el quinto vértice del pentágono, que llamaremos D .



Partiendo de este pentágono se genera un teselado irregular conocido como teselado o mosaico de El Cairo. Recibe este nombre por estar muy presente en los pavimentos de las calles de la capital egipcia, así como en otras decoraciones islámicas.

Es usual agrupar cuatro pentágonos de El Cairo para obtener el siguiente par-hexágono, que origina el mosaico de la figura. Un par-hexágono es un hexágono de lados iguales en longitud y paralelos dos a dos. No obstante, las características geométricas de este pentágono, permiten una gran versatilidad en las combinaciones para crear teselados.

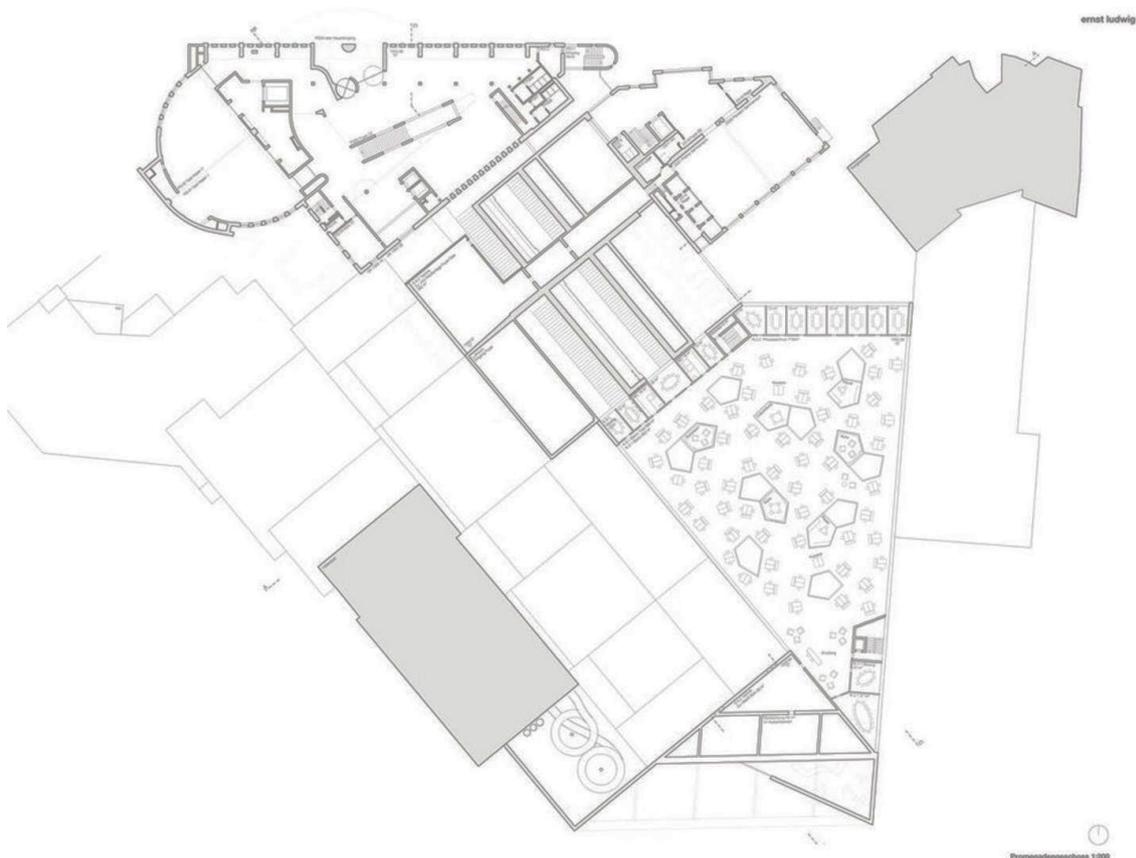


7.1.1. Ampliación del Centro de Congresos de Davos

Arquitectos	Degelo Architekten
Localización	Davos, Suiza
Estado	Construido
Diseñado/Construido	2008 - 2010

La ampliación del Centro de Congresos surge de la necesidad de revitalizar un edificio un tanto desgastado, otorgándole nuevos espacios de calidad y de mayor capacidad. Además, se modifica el acceso al edificio, colocándolo en un punto más estratégico y atractivo.

El punto de partida para el diseño de la ampliación fue el ya existente salón de plenos Ernst Gisel, que se verá transformado en el vestíbulo de la nueva sala de convenciones, pero sin perder por ello su carácter único.



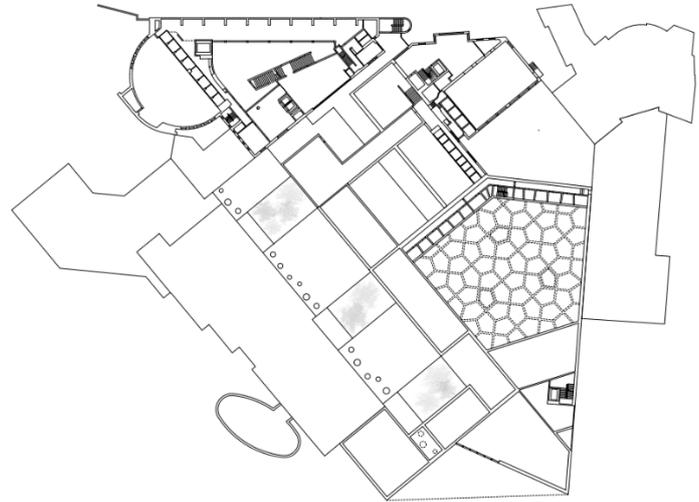
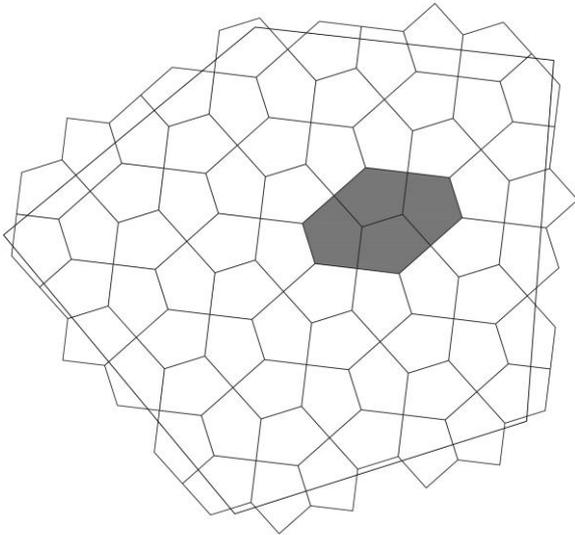
Planta del conjunto.

Fuente: www.divisare.com

Derechos de la imagen: Degelo Architekten

El nuevo salón de plenos se diseña con una forma pentagonal, lo cual ya es un punto interesante para este trabajo. Pero lo que realmente llama la atención de esta ampliación es la subdivisión del plano del techo de este salón en losetas o pentágonos de El Cairo.

Se trata de una construcción de costillas flotantes de hormigón revestidas con cemento blanco. El arquitecto se refiere a esta estructura como “panel de abejas”, y considera como piezas individuales a cada uno de los pentágonos de El Cairo que teselan el techo.



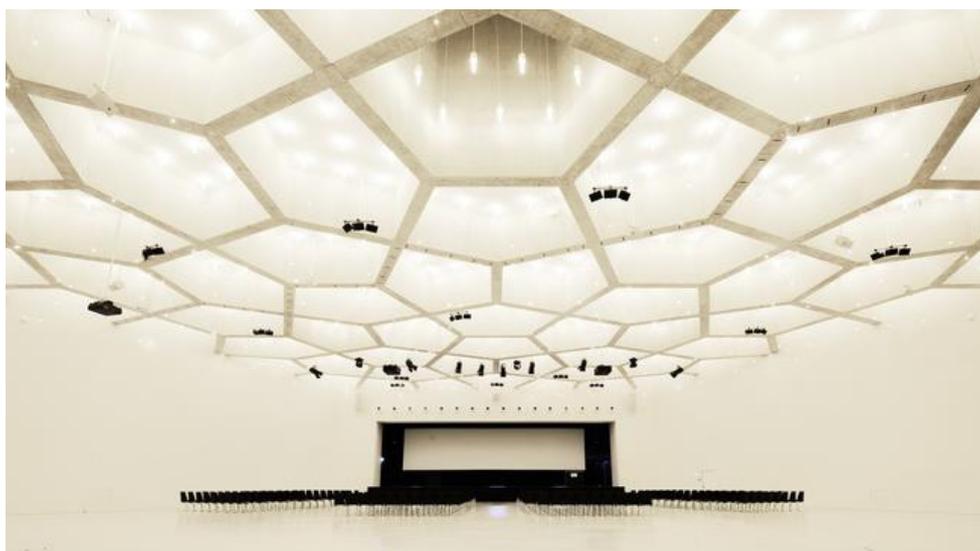
Planta del conjunto.

Fuente: www.degelo.net

Derechos de la imagen: Degelo Architekten

Tres de esos “paneles” perforan el suelo de las oficinas del piso superior para extracción de humos, y actúan al mismo tiempo como eslabones de la estructura de soporte tridimensional aprovechándose de su altura extra.

La iluminación del salón, procedente del interior de los paneles, hace que la estructura de hormigón tenga una apariencia muy ligera, como si las costillas estuvieran flotando, y haciéndolas parecer meros elementos decorativos.



Nuevo Salón de Plenos.

Fuente: www.degelo.net / Derechos de la imagen: Degelo Architekten

Con esta estructura de costillas creando una malla se consigue llevar los soportes verticales a los extremos de la sala (lados del pentágono), lo cual libera al interior de la misma de obstáculos como pilares, creando así un espacio diáfano perfecto para el uso que alberga.



Infografía del Nuevo Salón de Plenos.

Fuente: www.divisare.com / Derechos de la imagen: Degelo Architekten

Esta peculiar forma otorga a la principal estancia del Centro de Congresos la identidad particular que merece, rompiendo con la sobriedad que muchas veces va asociada a esta clase de espacios.

El color blanco, y la iluminación del salón son los elementos que aportan, por otro lado, esa elegancia necesaria también en ambientes de esta categoría.

7.1.2. Zamet Centre

Arquitectos	3LHD
Localización	Rijeka, Croacia
Estado	Construido
Diseñado/Construido	2004 - 2009

Este centro, construido en el barrio de Zamet, en Rijeka, alberga un salón de deportes con capacidad para 2380 asientos, oficinas para la comunidad local, una biblioteca, 13 espacios comerciales y un garaje con 250 plazas de aparcamiento.

EL principal elemento arquitectónico del edificio son las franjas lineales en forma de cinta que se extienden a lo largo del lugar con una orientación norte-sur. Funcionan al mismo tiempo como un elemento de diseño arquitectónico del propio edificio, y como un elemento de zonificación que genera una plaza pública y un enlace entre el aparcamiento al norte con la escuela y la calle B. Vidas, al sur.



Vista aérea del conjunto.

Fuente: www.archdaily.com

Derechos de imagen: Domagoj Blazevic + 3LHD

La “gromača”, un tipo de roca específico de Rijeka, inspiró la forma de estas cintas, así como los colores del acabado de sus fachadas opacas. Estas fachadas son el elemento de interés del proyecto para este trabajo, pues están formadas por teselados de El Cairo, concretamente, por 51.000 losetas cerámicas fabricadas específicamente para este proyecto.



Roca gromača.

Fuente: www.panoramio.com

Derechos de imagen: Marinko Debelic



Detalle de fachada.

Fuente: www.archdaily.com

Derechos de imagen: Domagoj Blazevic + 3LHD

El teselado, para ser más exactos, no se limita solo a las fachadas, sino que se extiende al pavimento de la plaza, a sus rampas y escaleras, generando una continuidad visual muy atractiva.

Además, gracias a la diferente coloración de las losetas, el carácter no periódico del teselado se ve enfatizado por la irregularidad en la colocación de las mismas. Este podría ser otro gesto hacia las formaciones de roca gromača como la que se muestra en la imagen superior, donde la posición de las piedras que la componen parece totalmente aleatoria.



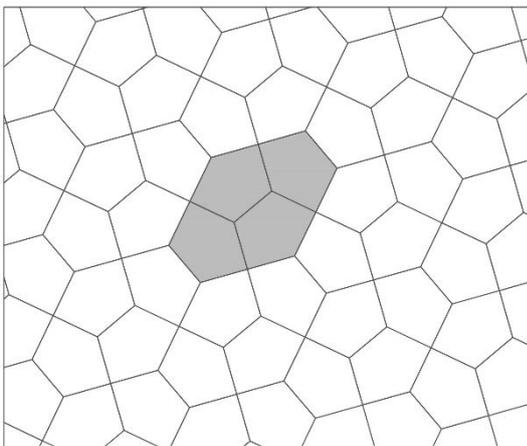
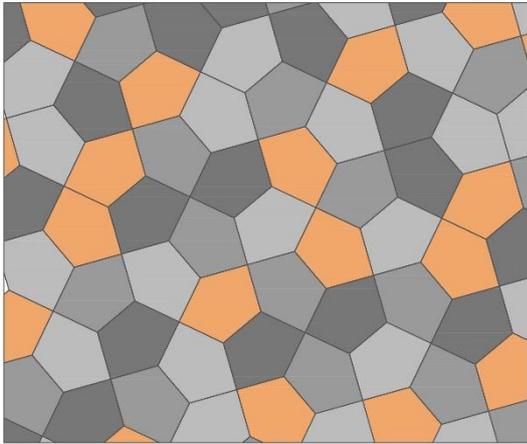
Vista general de la plaza.

Fuente: www.archdaily.com

Derechos de imagen: Domagoj Blazevic + 3LHD

Otra característica de estos teselados que favorece al conjunto del Centro es que, a pesar de ser un teselado irregular, su visión general da una imagen de conjunto coherente, pues las piezas que lo componen no varían a lo largo del mismo, es la misma loseta, que sufre transformaciones para recubrir distintos planos.

Este aspecto, trasladado al proyecto, permite que espacios tan diferentes como oficinas, centros comerciales, pabellones deportivos, la propia plaza pública, etc., tengan un elemento común que les hace parecer un todo: el mosaico de El Cairo.



Fachada + pavimento teselado.

Fuente: www.archdaily.com

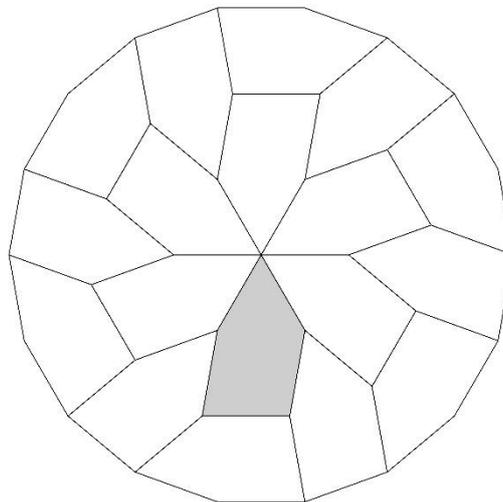
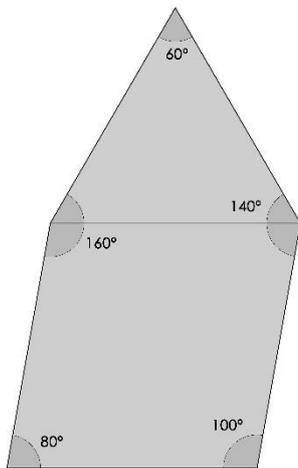
Derechos de imagen: Domagoj Blazevic + 3LHD

7.2. Pentágono del “medallón de Hirschhorn”

El teselado generado por el medallón de Hirschhorn es uno de los ejemplos de teselado irregular que se nombraron al comienzo de este trabajo. Se genera a partir de un pentágono irregular, obtenido por yuxtaposición de un triángulo equilátero y de un rombo de lado el mismo del triángulo, cuyos ángulos mayor y menor son, respectivamente, 100° y 80° .

Deducimos entonces que se trata de un pentágono equilátero, y cuyos ángulos son los siguientes: 60° , 160° , 80° , 100° , y 140° .

Gracias a la presencia de un ángulo interior de 60° , se pueden disponer seis pentágonos como el de la imagen formando una roseta, que a su vez puede ser coronada por otros doce pentágonos congruentes, generando así un polígono cuyo perímetro es dieciocho veces el lado del pentágono equilátero. Esta figura resultante es conocida como medallón de Hirschhorn, y sirve de base para crear un mosaico.



Medallón de Hirschhorn

7.2.1. Ravensbourne College

Arquitectos	AZPML
Localización	Londres, Reino Unido
Estado	Construido
Construido	2010 (finalizado)

“La arquitectura del edificio ha sido diseñada para expresar la cultura de la producción contemporánea, utilizando un sistema de teselado no periódico que simboliza un acercamiento más diverso y contemporáneo a la tecnología. Los rosetones góticos y patrones florales han sido también un rico campo de inspiración para el proyecto, pero en este edificio no serán producidos como una imitación de la naturaleza, sino como una construcción abstracta. Para lograr esto, hemos recurrido al uso de un patrón de teselado no periódico en la fachada, que nos permite construir siete tipos de ventana diferente partiendo solo de tres losetas.”¹

Se trata de un nuevo edificio para Ravensbourne, una universidad destinada a la innovación en los campos diseño y medios digitales. La nueva facultad está situada frente a la Millenium Dome en la península de Greenwich.

Tanto en su diseño como en la educación que ofrece, esta escuela pretende responder a las tendencias del siglo XXI, formando personas para el futuro, en un edificio proyectado con las tecnologías más actuales.



Imagen exterior del edificio, con la Millenium Dome en el margen izquierdo.
Fuente: www.openbuilfings.com / Derechos de la imagen: Ben Luxmoore

A través del diseño interior se busca el continuo intercambio de conocimiento entre las diferentes disciplinas, un guiño también a la globalización y al flujo constante de información que se produce en el mundo actual entre continentes, culturas, etc. Dos grandes atrios situados

¹ Zaera Polo, A. (2010). *Ravensbourne, London, UK*. www.azpml.com

tras la fachada conectan todas las áreas de trabajo visualmente, y sirven a la vez de espacio de ventilación, creando un interior muy diáfano e intercomunicado constantemente.

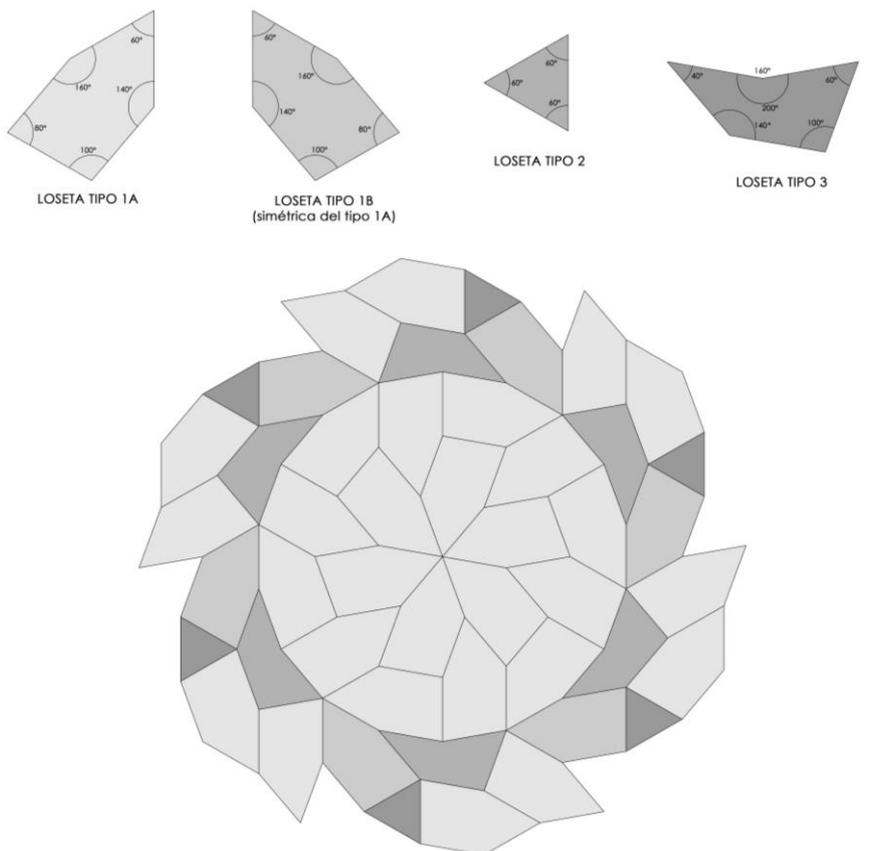
Pero el diálogo no se establece solo entre los espacios interiores. Gracias al alto número de ventanas asociadas a estos atrios, se establece una conexión directa entre el entorno urbano de la escuela y su interior.



Imagen interior.

Fuente: www.openbuilfings.com / Derechos de la imagen: Ben Luxmoore

El teselado no periódico o irregular en el que se inspira Zaera para este proyecto es el generado por los medallones de Hirschhorn. Lo que el arquitecto hace es añadir, al teselado original, dos nuevas losetas de creación propia que, unidas al pentágono irregular del medallón, cubren el plano de cada fachada. Las nuevas losetas son la tipo 2, un triángulo equilátero de lado el del pentágono original del medallón; y la tipo 3, un pentágono equilátero irregular y cóncavo, de lado también el del pentágono que genera el medallón.



Además, este nuevo teselado permite una interesante apertura de huecos de diferentes tamaños. Como se ha señalado anteriormente en palabras de Zaera, tanto los medallones opacos como las perforaciones en las ventanas, recuerdan a esas formas naturales de flores y rosetones, pero desde un punto de vista más abstracto, no tan literal.

Aquí, la alegoría a la flor no está en la imagen de la misma, sino en su crecimiento, en cómo se van generando sus pétalos del mismo modo que el teselado va creciendo de manera no periódica, aparentemente aleatoria pero que, sin embargo, esconde unas reglas geométricas muy claras.

Detalle de la fachada.

Fuente: www.openbuilfings.com

Derechos de la imagen: Ben Luxmoore



Diseñadores trabajando con las losetas en la mesa.

Fuente: www.bdonline.co.uk

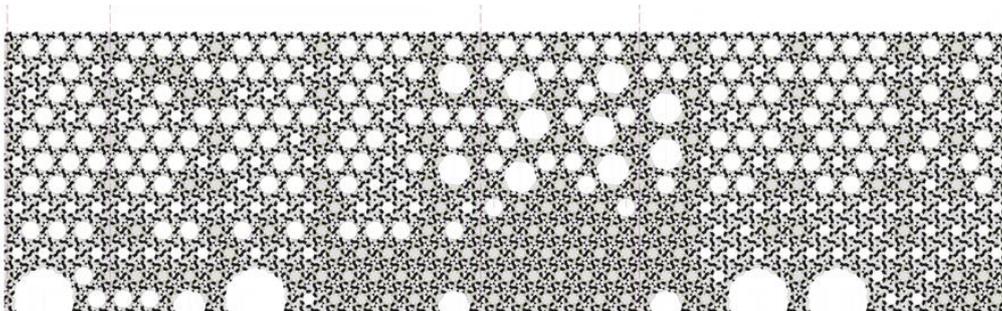
Derechos de la imagen: AZPML



Diseño inspirado en las losetas.

Fuente: *Ravensbourne's new identity.*

www.johnsonbanks.co.uk



Planimetría de la fachada sur.

Fuente: www.dezeen.com / Derechos de la imagen: AZPML

8. Teselados de hexágonos

A continuación se recogen una serie de edificios cuyo diseño ha sido, bien inspirado, bien basado, en teselados de hexágonos, regulares o irregulares.

No es necesaria una introducción teórica a esta clase de teselados, puesto que la relativa a los teselados de hexágonos regulares ya fue explicada en el apartado “¿Qué es un teselado?”, y los teselados de hexágonos irregulares que aparecen en este trabajo no responden a ninguna serie de normas de generación, y las teselas que los componen no son conocidas.

8.1. Centro de Creación Contemporánea de Andalucía

Arquitectos	Nieto y Sobejano
Localización	Córdoba, España
Estado	Construido
Diseñado/Construido	2006 - 2013

“Desconfiando de la supuesta eficacia y flexibilidad del contenedor neutro y universal adoptado tan comúnmente hoy en día, imaginamos un edificio estrechamente vinculado a un lugar y a una lejana memoria, en el que cada espacio se configura individualmente, a un tiempo que es susceptible de transformarse y expandirse en secuencias de diferentes dimensiones, usos y cualidades espaciales. Siempre nos ha admirado la sencillez de las ocultas leyes geométricas por medio de las que aquellos artistas, artesanos y alarifes de un remoto pasado cordobés eran capaces de generar el espacio múltiple e isótropo de la Mezquita, el complejo facetado de bóvedas y mocárabes, las permutaciones de los motivos ornamentales de celosías, pavimentos y atauriques, o bien las reglas y ritmos narrativos implícitos en los poemas y cuentos de la tradición islámica.

Al igual que aquellas estructuras literarias que incluían un relato dentro de otro, dentro de otro... -una historia sin fin- concebimos el proyecto a partir de un sistema, una ley generada por un patrón geométrico autosimilar, originado en una forma hexagonal, que contiene a su vez tres tipos diferentes de salas, de 150 m², 90 m², y 60 m². Como un juego combinatorio, las permutaciones de estos tres recintos generan secuencias de distintas salas que eventualmente pueden llegar a configurar un único espacio de exposición.”¹



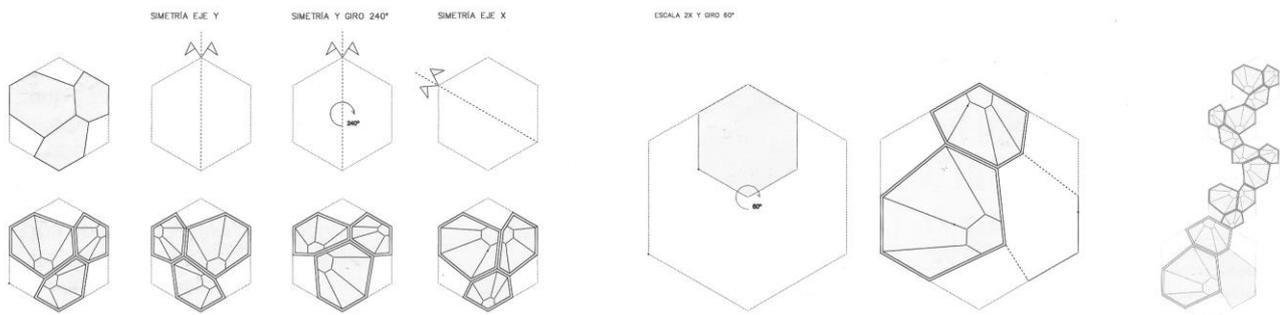
Vista aérea del edificio, finalizada su construcción.

Fuente: www.japlusu.com / Imagen propiedad de: Nieto y Sobejano Arquitectos.

¹ Nieto, F. Sobejano, E. (2010). *Memoria e invención*. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano. 1999 – 2011. Madrid. Arquitectura Viva SL. 110 – 121.

Es ese eco de la cultura hispano-musulmana, aún muy presente en Córdoba, el que inspira a Nieto y Sobejano en la concepción de este proyecto, que quiere romper con la homogeneidad asociada a la globalización. En el proceso de diseño ha prevalecido siempre el respeto a la localización del proyecto y a su historia, por encima del concepto muchas veces aplicado a la Arquitectura Contemporánea de que “un edificio vale para varias localizaciones totalmente diferentes”.

Este centro, que recibe en ocasiones el nombre de C4 (Centro, Creación, Contemporánea, Córdoba) se desliga también de la idea de que un edificio ha de tener un único centro. Gracias al teselado hexagonal que se va extendiendo a lo largo del terreno, ese concepto de centralidad se difumina, desplazando el “centro” de un espacio a otro a medida que la loseta generadora se transforma a lo largo del teselado.



Patrón geométrico y aplicación a las salas

Patrón geométrico y aplicación a las salas.

Fuente: Nieto, F. Sobejano, E. (2010). Memoria e invención. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano. 1999 – 2011. Madrid. Arquitectura Viva SL. 110 – 121.

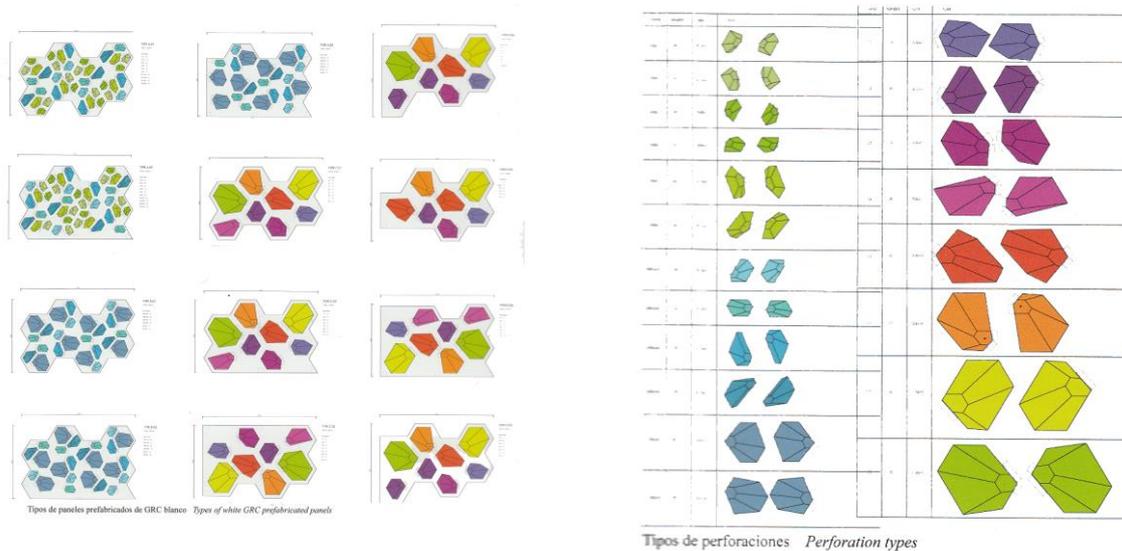
Todos los recintos del edificio están vinculados de una u otra manera a una calle pública, que hace las veces de frontera del teselado. La fachada asociada a este borde, que mira al río, tiene una identidad muy particular. Se concibe como una pantalla perforada por múltiples huecos poligonales, tras los cuales se han instalado lámparas monocromáticas tipo LED. Desde esta fachada, imágenes y textos se verán proyectados hacia el exterior y reflejados en el río.

Fachada desde la calle + Fachada reflejada en el río.

Fuente: www.dezeen.com / Imágenes propiedad de: Nieto y Sobejano Arquitectos.



Además, esta fachada tiene una doble función, más allá de la proyección. Sus perforaciones, durante el día, filtran la luz natural, arrojando una iluminación tamizada a la calle interior cubierta.

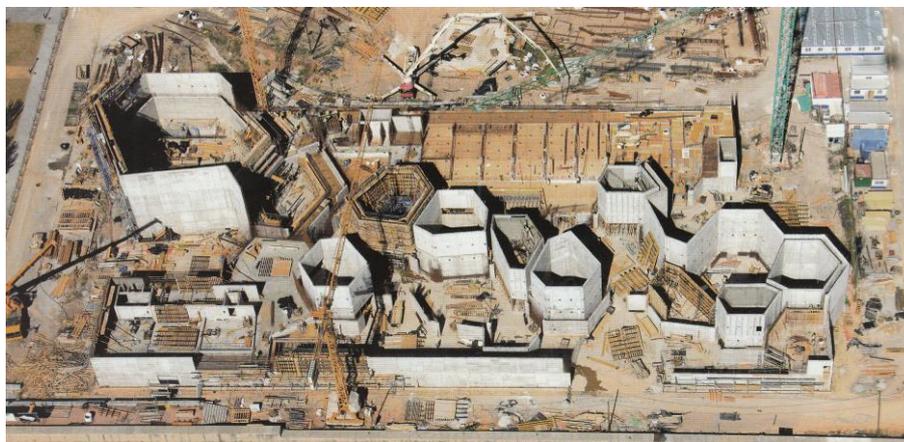


Tipos de patrones geométricos de la fachada + Tipos de perforaciones.

Fuente: Nieto, F. Sobejano, E. (2010). Memoria e invención. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano. 1999 – 2011. Madrid. Arquitectura Viva SL. 110 – 121.

El C4 fue concebido por sus arquitectos desde el principio no como un museo o una gran sala de exposiciones, sino como una factoría de arte, un centro donde no solo se observa, sino que también se crea. Por ello, los materiales y acabados son tan importantes, pues ayudan a transmitir esa idea al visitante. En el interior, muros y losas de hormigón visto, como referencia a un lienzo vacío susceptible de infinitas transformaciones según el uso que se necesite, lo que se quiera crear.

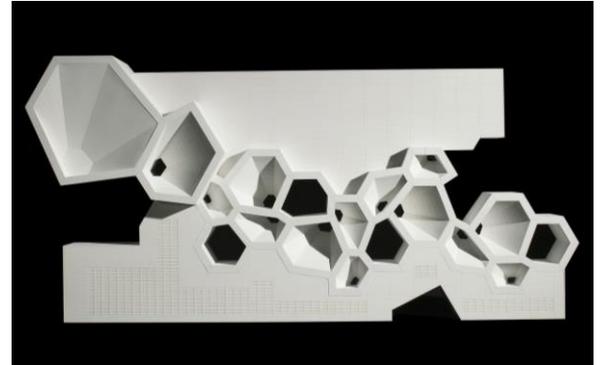
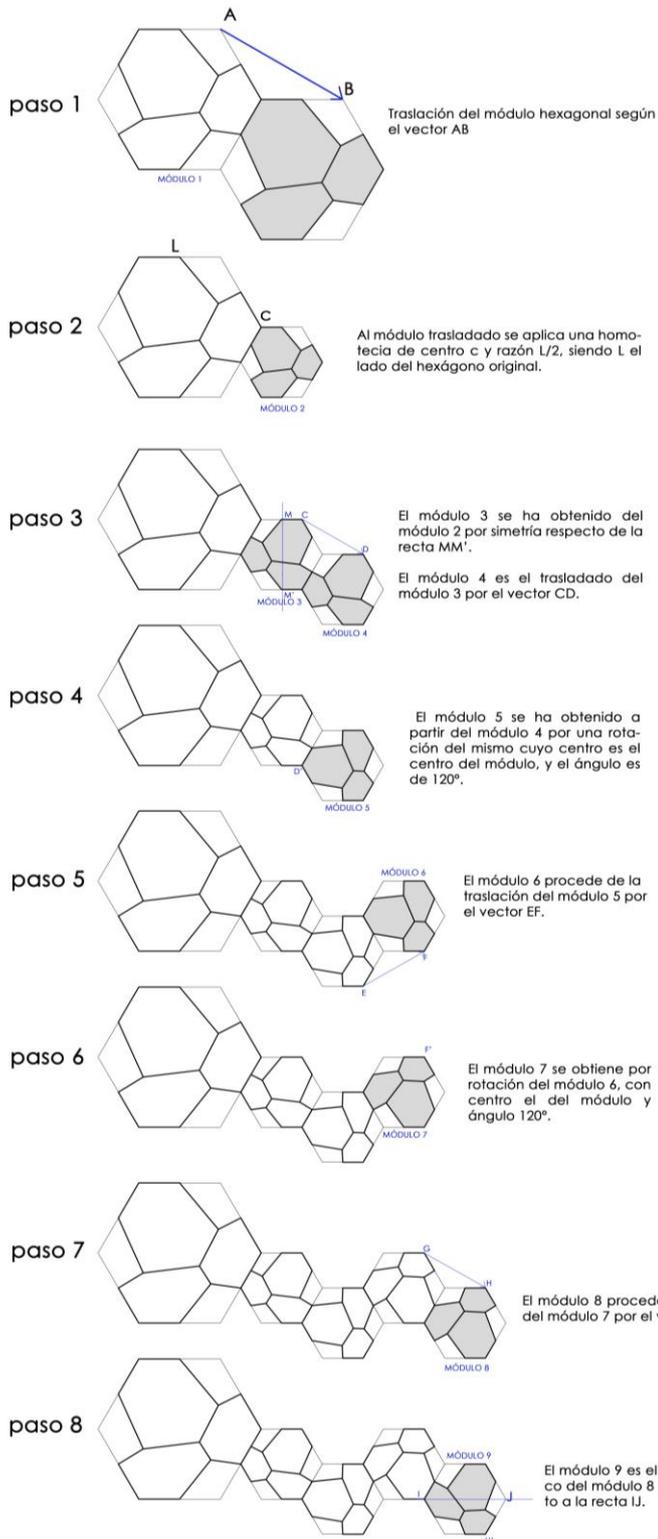
En el exterior, un único material: paneles prefabricados de GRC, que revisten fachadas opacas y perforadas, así como las cubiertas planas e inclinadas. Su color blanco también se podría interpretar como esa “tabula-rasa” lista para albergar un muy variado contenido de circunstancias. Además, la elección de un único material, enfatiza la idea del edificio como un todo, donde lo que define sus particularidades no es lo construido, sino las actividades que tienen lugar en su interior.



Proceso de construcción.

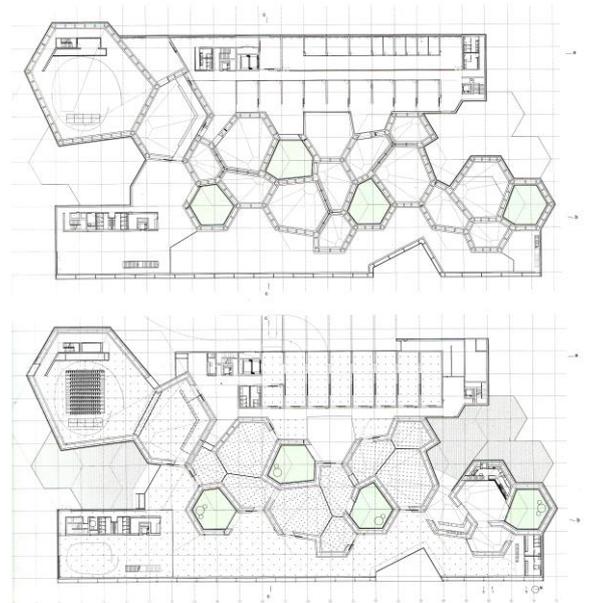
Fuente: Nieto, F. Sobejano, E. (2010). Memoria e invención. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano. 1999 – 2011. Madrid. Arquitectura Viva SL. 110 – 121.

“En el Espacio de Arte Contemporáneo confluirán artistas, visitantes, expertos, investigadores, curiosos, como en un contemporáneo zoco cultural, sin jerarquías espaciales evidentes.”²



Maqueta de proyecto.

Fuente: Fuente: www.dezeen.com / Imagen propiedad de: Nieto y Sobejano Arquitectos



Plantas.

Fuente: Nieto, F. Sobejano, E. (2010). *Memoria e invención*. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano. 1999 – 2011. Madrid. Arquitectura Viva SL. 110 – 121.

² Nieto, F. Sobejano, E. (2010). *Memoria e invención*. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano. 1999 – 2011. Madrid. Arquitectura Viva SL. 110 – 121.

8.2. Melbourne Recital Centre & MTC Theatre

Arquitectos	Ashton Raggatt McDougall (ARM)
Localización	Melbourne, Australia
Estado	Construido
Construido	2006 - 2010

“El diseño asegura que tanto el teatro como la sala de conciertos son parte de la calle - esto no es una fortaleza de artes, sino que está hecha de escaparates, en diálogo con los transeúntes.”¹

Situado en el barrio artístico de Southbank, el Melbourne Recital Centre (MRC) consolida la rica historia musical de esta ciudad. Inspirado en los grandes espacios escénicos europeos como el Grosser Musikvereinssaal de Viena o el Wigmore Hall de Londres, de gran calidad acústica, este centro va un paso más allá para convertirse en un espacio del siglo XXI.



Imagen exterior del MRC.

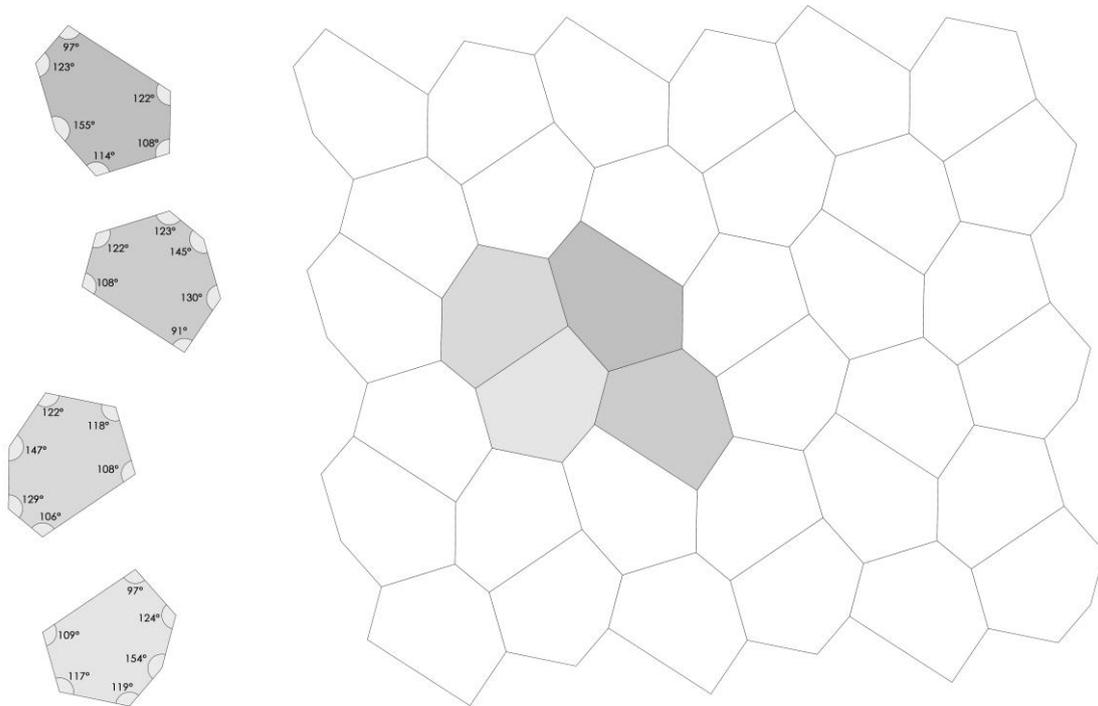
Fuente: ARM Architecture. Melbourne Recital Centre. / www.a-r-m.com.au

Ya no se trata de un mero auditorio, cuya vida se limita a los momentos de la actuación, y luego el edificio se apaga. Aquí, ARM quiso crear un centro cultural que tuviese vida día y noche. Y lo consigue a través de actividades educativas complementarias junto con la presencia de la cafetería y el restaurante.

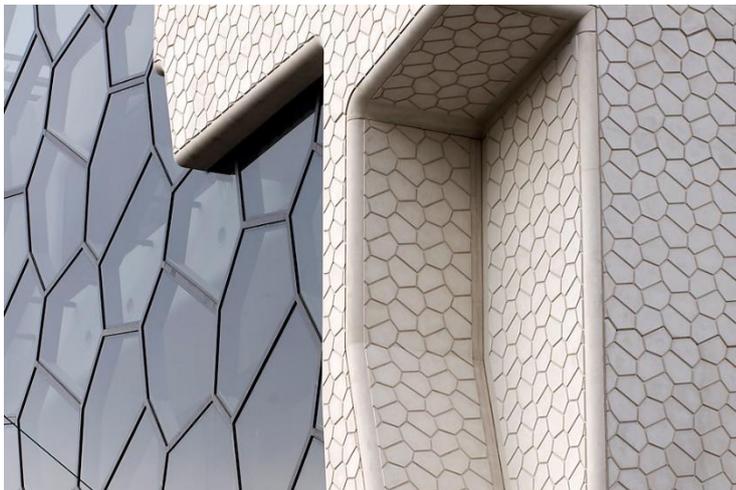
Esa idea de fachada-escaparate, que establece una relación del exterior con el interior, se materializa a través de una gran vidriera en la fachada principal, que muestra tras ella todo el sistema de circulaciones que dan paso a la gran caja de hormigón, el auditorio Elisabeth Murdoch.

¹ ARM Architecture. (2006) *Melbourne Recital Centre*. www.a-r-m.com.au

Esta vidriera, entendida como una piel transparente que define límites físicos pero no visuales, adopta la geometría de un teselado irregular generado a partir de cuatro losetas hexagonales, que van encajando creando una malla no regular.



Este teselado no sólo se encuentra en la vidriera, sino que se traslada, en una escala más pequeña, a la parte opaca de la fachada.



Detalle de la fachada.

Fuente: ARUP. Melbourne Recital Centre. / www.arup.com



Imagen interior del MRC.

Fuente: ARM Architecture. Melbourne Recital Centre.

www.a-r-m.com.au

El mosaico de losetas favorece la prefabricación de cada pieza de la vidriera, lo cual reduce el coste total de la construcción, porque únicamente hay cuatro tipos de piezas para todo el paño. Del mismo modo, esa repetición ha permitido que la estructura de hormigón se pueda revestir también con bloques prefabricados, que van encajando a la perfección como un puzle de losetas, sin necesidad de construir in-situ toda la fachada.



Imagen del proceso de construcción.
Fuente: www.designboom.com



Imagen del proceso de construcción.
Fuente: www.walkingmelbourne.com Melbourne Recital Centre and MTC Theatre Project.
Autor de las imágenes: usuario thetramwalker

Además del teselado irregular de la fachada, también es interesante, desde el punto de vista arquitectónico, conocer el gran atractivo y centro del diseño del MRC. Se trata del ya nombrado Elisabeth Murdoch Hall, bautizado en honor a una de las principales benefactoras de arte en Australia. De hecho, fue inaugurado con un concierto de gala el día de su 100 cumpleaños.

Arquitectura y diseño acústico se fusionaron en la concepción de esta sala, generando un espacio de alta calidad acústica y estética. Su diseño se basa en una mejora de la tradicional “caja de zapatos”, geometría con la que se han diseñado grandes auditorios a lo largo de la historia. Esta mejora ha supuesto una mayor intimidad acústica y ángulos de visión mejorados para todo el público.



Interior del auditorio.
Fuente: ARUP. Melbourne Recital Centre. / www.arup.com

Arup fue la empresa encargada del desarrollo constructivo y acústico de todo el Centro. El modelado por ordenador se utilizó para comprobar los parámetros acústicos de la sala a medida que el diseño avanzaba. Utilizando la Arup SoundLab, los diseñadores podían escuchar el espacio antes incluso de que fuera construido.

El auditorio Elisabeth Murdoch ha sido diseñado para que sea uno de los espacios escénicos más tranquilos de Australia. Con el fin de reducir el ruido transmitido por los tranvías, el auditorio fue diseñado con una disposición de "box-in-box", que comprende una caja de hormigón de 250 mm de espesor interior que flota sobre resortes de aislamiento que absorben el impacto acústico. Como resultado, los tranvías son inaudibles dentro de la sala.

En definitiva, se trata de un centro cultural que aspira a ser referente internacional por su reinterpretación de lo tradicional: mejora de la "caja de zapatos", fachada "escaparate", actividades más allá de las actuaciones, etc. Y para ello, se ha apoyado en las más modernas herramientas arquitectónicas y de diseño, entre ellas, el teselado irregular de su fachada a diferentes escalas, que responde a la tendencia cada vez más clara de la arquitectura contemporánea que, como ya se ha comentado, busca alejarse de lo regular, lo previsible, en favor de lo aleatorio, lo caótico, lo complejo.



Vista exterior del MRC.

Fuente: ARUP. Melbourne Recital Centre. / www.arup.com

8.3. Museo De las Culturas

Arquitectos	Herzog & De Meuron
Localización	Basilea, Suiza
Estado	Construido
Proyecto	2003 – 2008
Construido	2008 - 2010

“La nueva cubierta que corona el edificio es el elemento más llamativo del proyecto. Realizada con una estructura de cerchas metálicas, la construcción consiste en una serie de pliegues irregulares de fuerte pendiente que remiten a las cubiertas medievales que la rodean. Esta impresión está reforzada por su recubrimiento: un patrón de piezas cerámicas hexagonales, algunas de ellas tridimensionales, que reflejan el cielo y que evocan las tejas cerámicas de muchos de los edificios históricos del casco antiguo.”¹



Vista aérea de la ampliación.

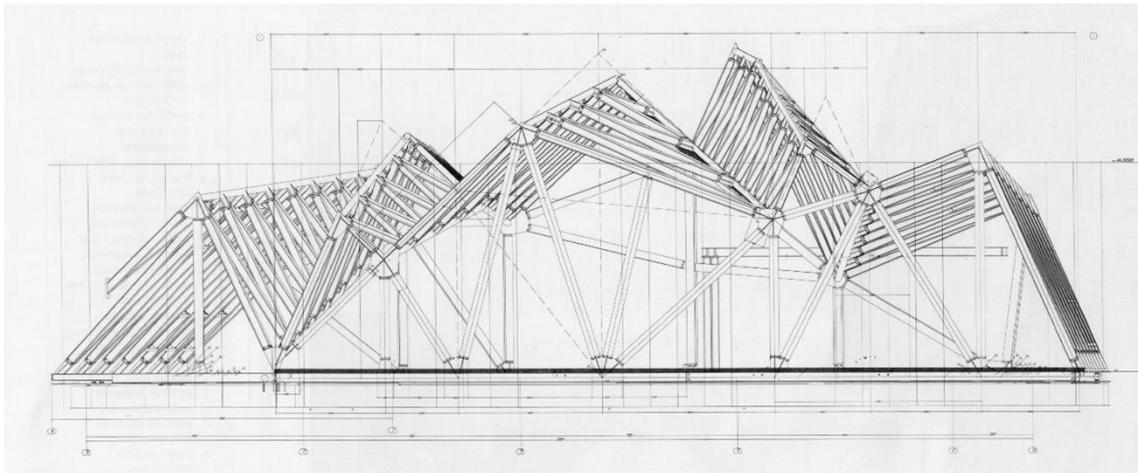
Fuente: AV Monografías 157 – 158. (2012) Herzog & De Meuron. 2005-2013. Madrid. Arquitectura Viva SL. 32-39

El Museo fue inaugurado en 1849, reemplazando el antiguo monasterio agustino de Münsterhügel por un edificio clasicista del arquitecto Melchior Berri. El museo sufrió una ampliación en 1917 a cargo de Vischer&Söhne, necesaria por el cada vez más alto número de piezas a mostrar.

Y fue de nuevo este último motivo el que llevó en 2001 a aprobar una segunda ampliación, pues ya se contaba con 300.000 piezas.

Herzog & De Meuron proponen una ampliación en vertical, pues en horizontal habría supuesto reducir la superficie del patio. El elemento más relevante de esta actuación es, como se ha señalado antes, la cubierta. Su estructura de cerchas permite la creación bajo ella de un espacio diáfano y de una forma muy expresiva, que contrasta con los espacios expositivos de las plantas inferiores, de organización y aspecto más clásicos y regulares.

¹ AV Monografías 157 – 158. (2012) Herzog & De Meuron. 2005-2013. Madrid. Arquitectura Viva SL. 32-39



Detalle constructivo de las cerchas de cubierta.

Fuente: AV Monografías 157 – 158. (2012) Herzog & De Meuron. 2005-2013. Madrid. Arquitectura Viva SL. 32-39

Como ya hemos visto, explicado por los propios arquitectos, el diseño de la nueva cubierta tiene su materialización en paneles compuestos por hexágonos regulares, que sirven de subestructura a las piezas de acabado final de la misma. Se aplican algunas variaciones de carácter estético que permitan reflejar ese guiño a las demás cubiertas de teja, tradicionales del casco histórico.

Herzog & De Meuron se refieren a estas piezas como “escamas cerámicas”. Gracias a que no todas ellas son planas, sino que se vuelven convexas o cóncavas de manera aleatoria, y a su superficie especular, el efecto de reflejo del cielo le aporta mayor belleza y presencia a la nueva cubierta.



Parte de la fachada/cubierta de la ampliación.

Fuente: www.agrob-buchtal.de



Fachada con reflejos.

Fuente: Dezeen magazine. *Museum der Kulturen* by Herzog & de Meuron.

www.dezeen.com



Detalle de fachada.

Fuente: Dezeen magazine. *Museum der Kulturen by Herzog & de Meuron.*
www.dezeen.com



Vista aérea de la ampliación.

Fuente: WikiCommons. Autor: Andreas Schwarzkopf

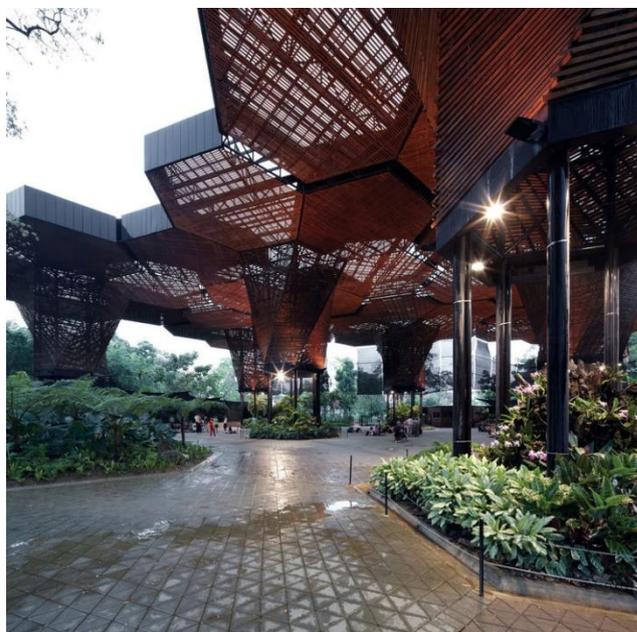
8.4. Orquideorama

Arquitectos	Plan B Arquitectos + JPRCR Arquitectos
Localización	Jardín botánico de Medellín, Colombia
Estado	Construido
Construido	2006

*“Proponemos que se construya el Orquideorama del mismo modo en que se siembra un jardín: una flor va creciendo al lado de otra, hasta que se define un conjunto abierto de flores-árbol modulares.”*¹

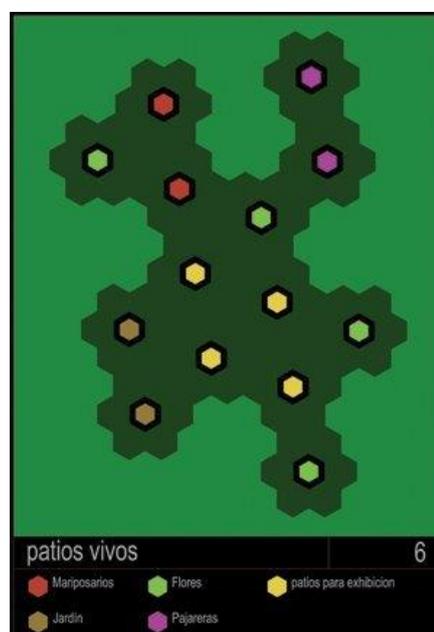
*Más que una forma acotada y cerrada, se ha definido un sistema modular de agrupación y crecimiento flexible: el proyecto construido agrupa 10 flores-árbol, pero se comporta como un sistema en espera, que puede crecer en cualquier momento o ser incluso replicado en otro lugar.”*¹

*“Cada módulo de siete hexágonos constituye el patrón espacial, estructural y bioclimático que permite la repetición, el crecimiento ordenado en el tiempo, la flexibilidad para evitar tocar árboles existentes y la adaptación a presupuestos. El módulo posee un hexágono central que actúa como un tronco hueco con seis columnas en el que se concentran las redes técnicas (estructura, iluminación, recolección de agua), los jardines y las salidas de aire caliente y acceso de lluvia. Estos patios se comprendieron como vórtices de convergencia o reunión del paisaje y la arquitectura, y por ello la geometría del revestimiento en madera evidencia la torsión que se concentra allí.”*²



Estado actual del Orquideorama

Fuente: Plan B Arquitectos. www.planbarq.com



Organización de los patios

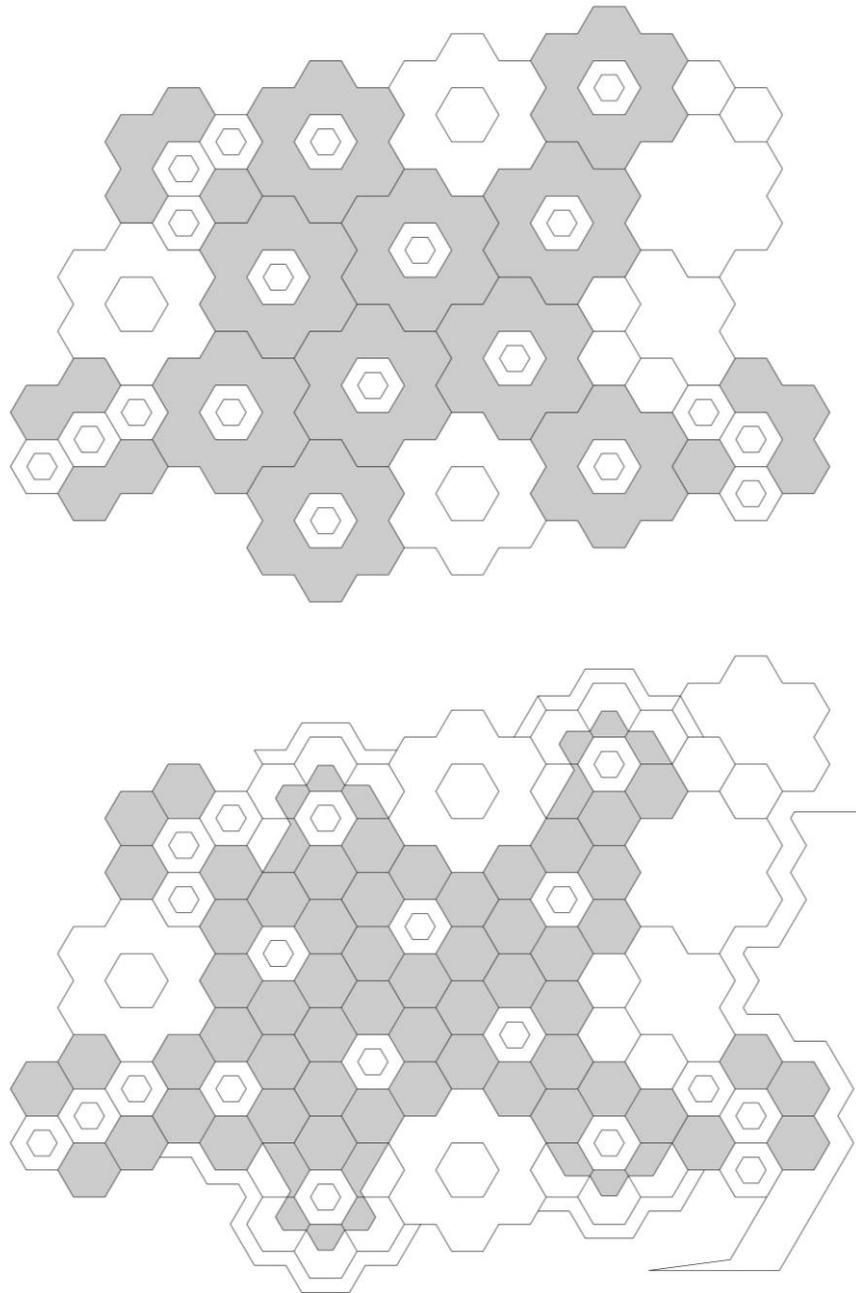
Fuente: www.plataformaarquitectura.cl

¹ Basulto, D. (2008). *Orquideorama / Plan B Arquitectos + JPRCR Arquitectos*. Plataforma Arquitectura. www.plataformaarquitectura.cl

² Plan B arquitectos. *Patrón espacial*. www.planbarq.com

En este proyecto, diseñado a partir de un mosaico de hexágonos regulares, se ha aprovechado la característica más básica de cualquier teselado: poder cubrir el plano. Los arquitectos, como arriba se especifica, no querían un proyecto cerrado, que tuviese unas fronteras marcadas. Lo que caracteriza a este proyecto es su capacidad de crecimiento a través de repeticiones de sí mismo, la posibilidad de extenderse a lo largo del plano de manera indefinida.

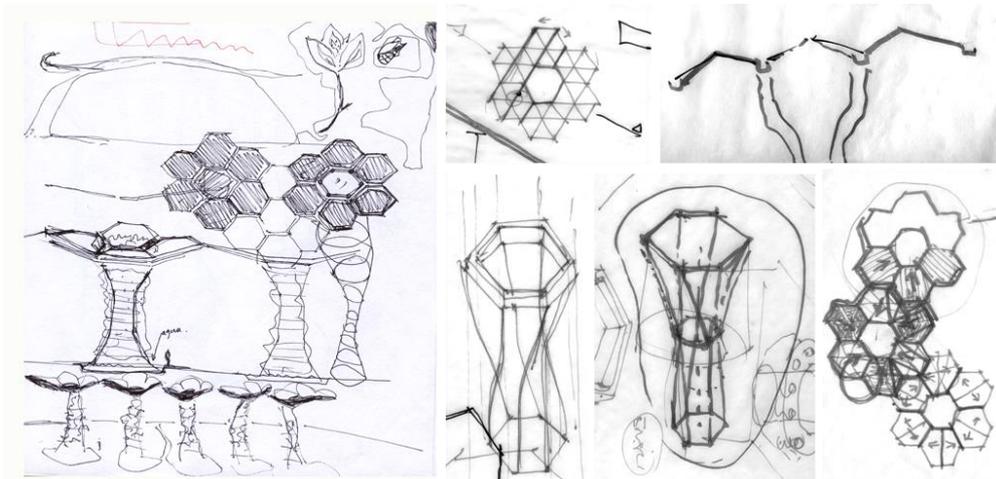
Siete hexágonos del teselado forman lo que los arquitectos llaman “flor-árbol”. La repetición de este elemento es la que genera el proyecto, define su contorno perimetral, la organización del programa y el diseño del suelo.



Esquema de la planta del edificio.
 Arriba: organización de las “flores-árbol”.
 Abajo: Teselado de hexágonos regulares

Individualmente, la composición de cada “flor-árbol” es un gesto que quiere representar la organización en leyes y patrones geométricos flexibles de elementos de la naturaleza en su escala más microscópica, como un panal de abejas o un tejido celular. Estas composiciones florales tienen un sistema estructural de troncos huecos o patios que permiten ejercer un control moderado de la temperatura, la humedad y la recolección de agua.

El conjunto de “flores-árbol” quiere asemejarse a la configuración de grupos de plantas o árboles, formando una especie de bosque o jardín en sombra.



Infografía de la construcción de una “flor-árbol” + Croquis del proyecto
 Fuente: Plan B Arquitectos. www.planbarq.com

La idea de la cubierta del Orquideorama como pétalos de una serie de flores pretende aportarle al bosque nativo la forma del follaje faltante. Más que una cubierta entendida desde el punto de vista tradicional, se trata de una superficie que imita las cualidades lumínicas y ambientales de un conjunto denso de vegetación.

El edificio no se ha de entender como una planta libre o una nave vacía, sino como un dosel, como un bosque donde los troncos de los árboles, los patios, concentran la naturaleza, los seres vivos. Esta disposición busca mezclar y difuminar las diversas actividades a que está sujeto el Orquideorama con la vegetación, la fauna y el clima del Jardín botánico.



Fuente: Plan B Arquitectos. www.planbarq.com

8.5. Renovación del Mercado de Santa Caterina

Arquitectos	Enric Miralles / Benedetta Tagliabue EMBT
Localización	Barcelona, España
Estado	Construido
Diseñado/Construido	1997 - 2005

“Exteriormente, el revestimiento de la cubierta se compone de 325.000 piezas hexagonales cerámicas de sesenta y siete colores diferentes, que reproducen un fragmento de un bodegón vegetal”.¹



Detalle de la cubierta.

Fuente: EMTB Arquitectos. (2005). AV Monografías 111–112. España 2005. Madrid. Arquitectura Viva SL. 64 - 75

Situado en el distrito de Ciutat Vella, el mercado de Santa Caterina fue el primer mercado cubierto de la ciudad de Barcelona. Inaugurado el año 1848, se construyó tras el derribo del convento de Santa Caterina, cuyos terrenos fueron concedidos al ayuntamiento para levantar el mercado.

Las obras de remodelación dejaron al descubierto importantes restos arquitectónicos del ábside del monasterio, que supusieron un parón en el trabajo. Finalmente, los restos se incorporaron al proyecto, y a día de hoy se pueden visitar. Del viejo mercado se conservan las puertas de entrada y las fachadas protegidas. El número de puestos de venta se redujo para ganar un espacio público que liberase la densidad edificatoria del barrio. La nueva y vistosa cubierta del mercado vuela más allá de la fachada para proteger este nuevo espacio.

¹ EMTB Arquitectos. (2005). AV Monografías 111–112. España 2005. Madrid. Arquitectura Viva SL. 64 - 75



Nuevo espacio público.

Fuente: www.cool-cities.com

Derechos de la imagen: Duccio Malagamba



Fachada principal.

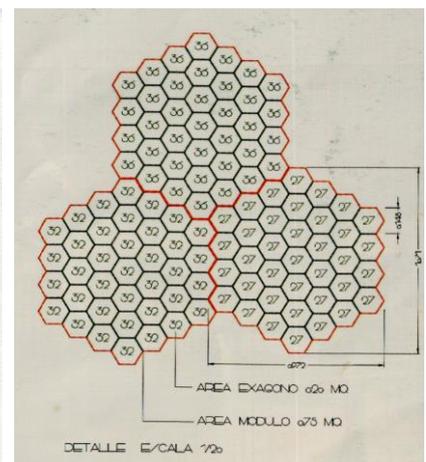
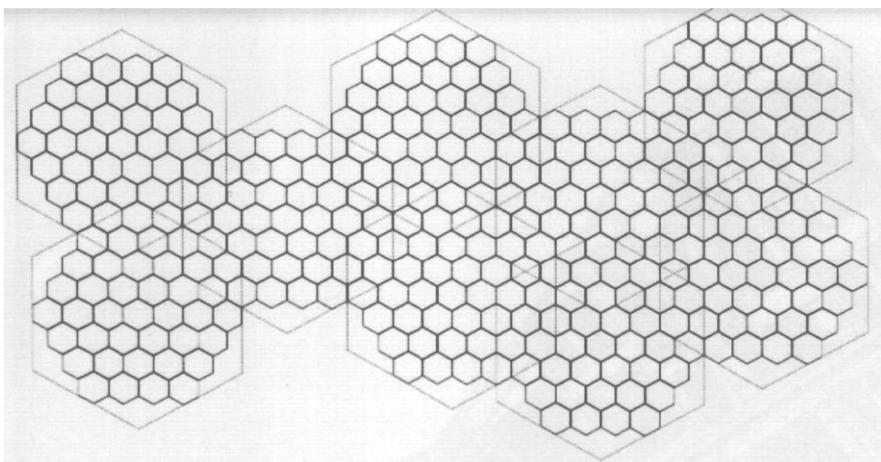
Fuente: www.mediateletipos.net

La nueva cubierta está compuesta por tres arcos metálicos, que la perforan en ciertos puntos. Los arcos están atirantados y apoyados sobre dos guías de hormigón, que recorren el edificio de lado a lado.

El estudio EMBT ha diseñado un teselado regular de losetas hexagonales que revisten los 4.500 metros cuadrados de la nueva cubierta. La inspiración, a la que ya se ha hecho referencia, es un gigantesco bodegón mediterráneo de frutas y verduras, que recuerda a un tapiz que se va adaptando a las formas de la cubierta.

La cubierta adquiere esa forma alabeada gracias a un entramado de vigas de madera y tubos metálicos, que a su vez descansan sobre vigas de sección triangular, y pilares-árbol de hormigón y acero.

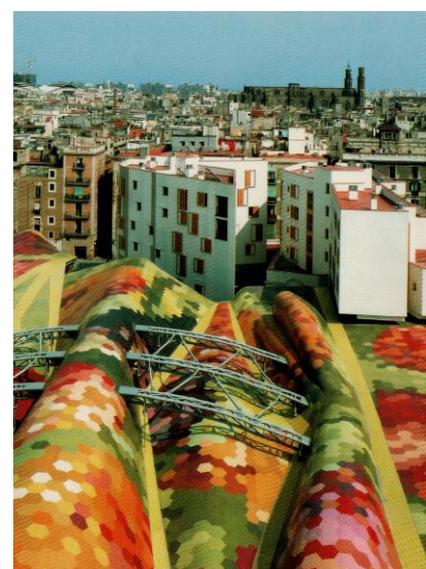
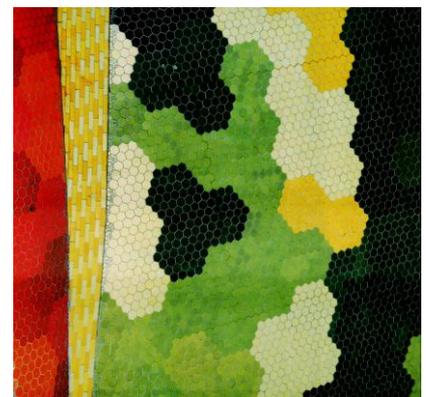
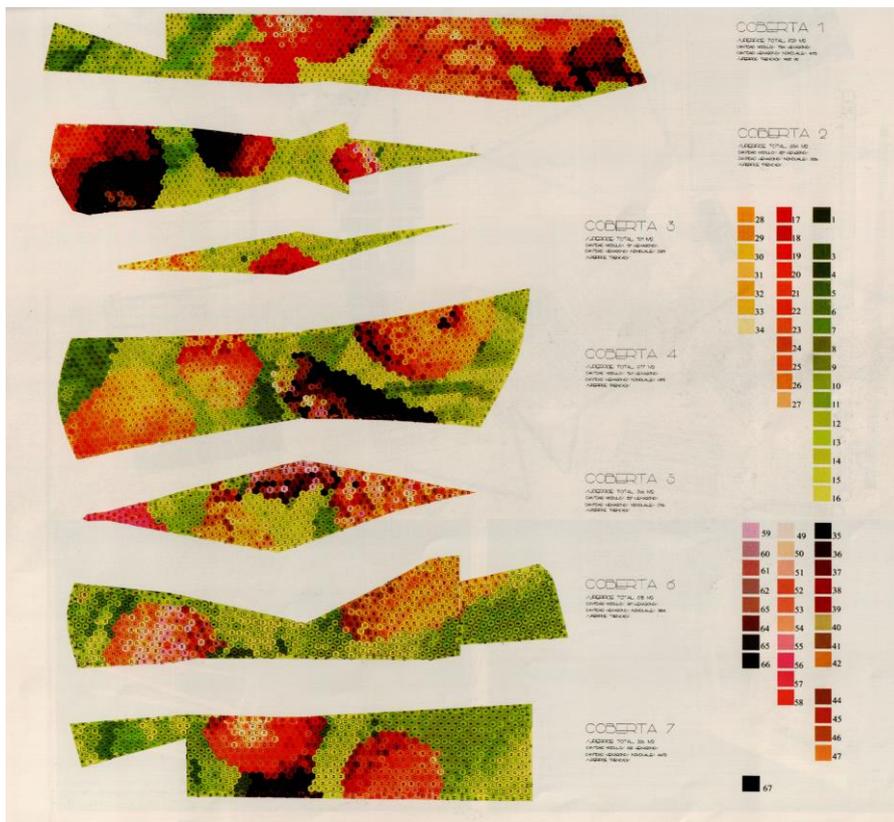
Los alabeos de la superficie se resuelven con unas grandes piezas hexagonales y monocromas, compuestas a su vez por teselas cerámicas.



Teselado regular de la cubierta. Pieza hexagonal que resuelve el alabeo y su subdivisión en losetas hexagonales.
 Fuente: EMTB Arquitectos. (2005). AV Monografías 111–112. España 2005. Madrid. Arquitectura Viva SL. 64 - 75



Infografía aérea del mercado.
Fuente: www.argred.mx



Desglose de los planos de la cubierta, donde se pueden apreciar esas formas frutales y vegetales del bodegón + detalle de la cubierta + vista aérea de la cubierta
Fuente: EMTB Arquitectos. (2005). AV Monografías 111–112. España 2005. Madrid. Arquitectura Viva SL. 64 - 75

8.6. Salón de conciertos y Centro de conferencias Harpa

Arquitectos	Henning Larsen Architects & Batteriid Architects
Localización	Reykjavik, Islandia
Estado	Construido
Construido	2007 – 2011

“Como el resto de la construcción, el diseño de las fachadas se inspira en la naturaleza. En particular, las características formaciones de basalto locales han servido de inspiración para la estructura de la fachada geométrica.

[...] Una de las ideas principales ha sido la de "desmaterializar" el edificio como una entidad estática, y dejar que responda a los colores que lo rodean - la luces de la ciudad, el mar y el resplandor del cielo. De esta manera, la expresión de la fachada cambia según el ángulo visual. Con el paisaje que cambia continuamente, el edificio se dejará ver como una variación infinita de colores.”¹

Ejemplo de formación basáltica.

Fuente: *Natural wonders in the UK: From Giant's Causeway to Durdle Door*Larsen Architects.
www.independent.co.uk

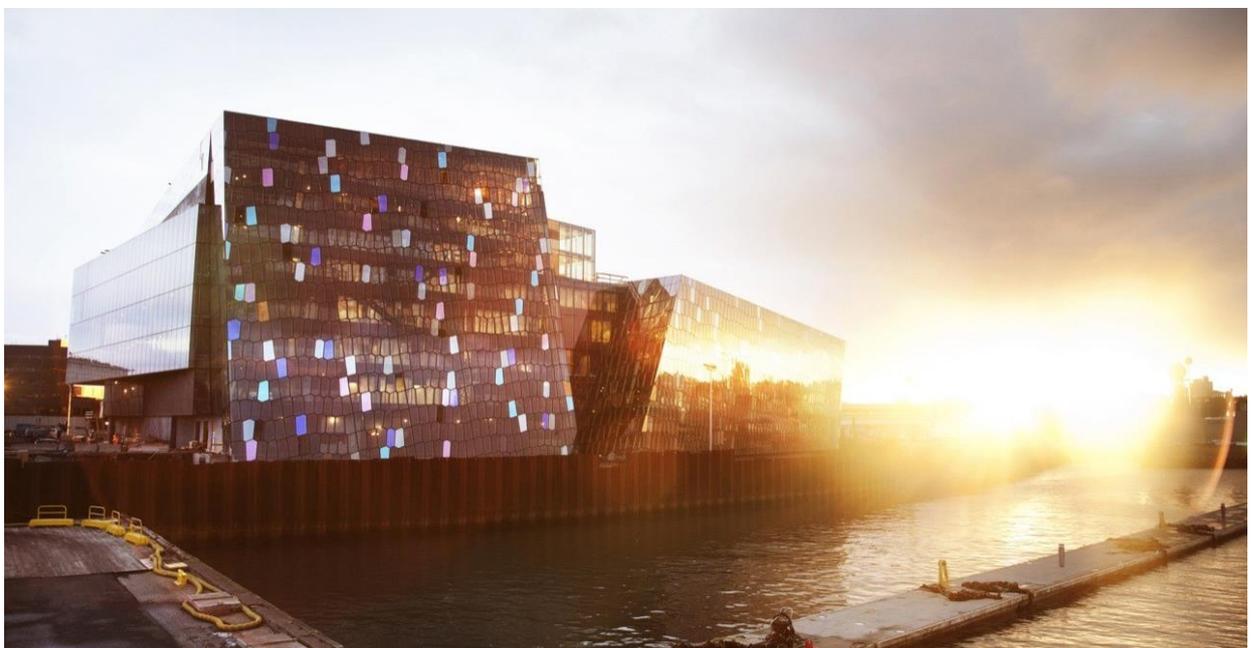
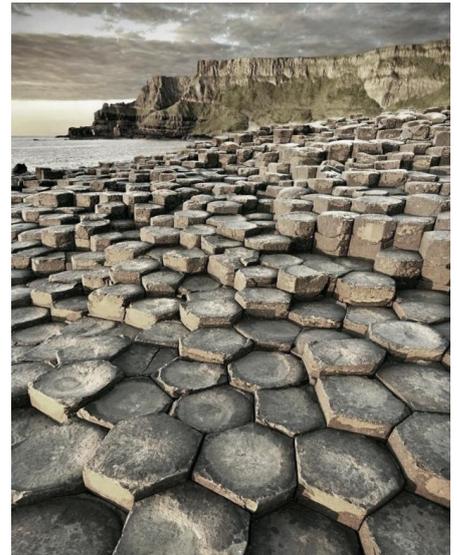
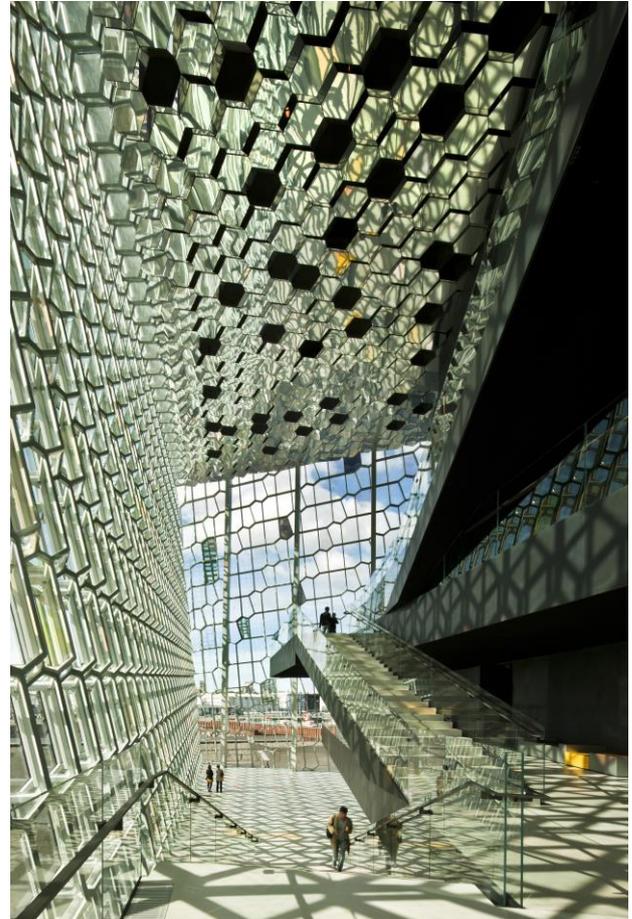
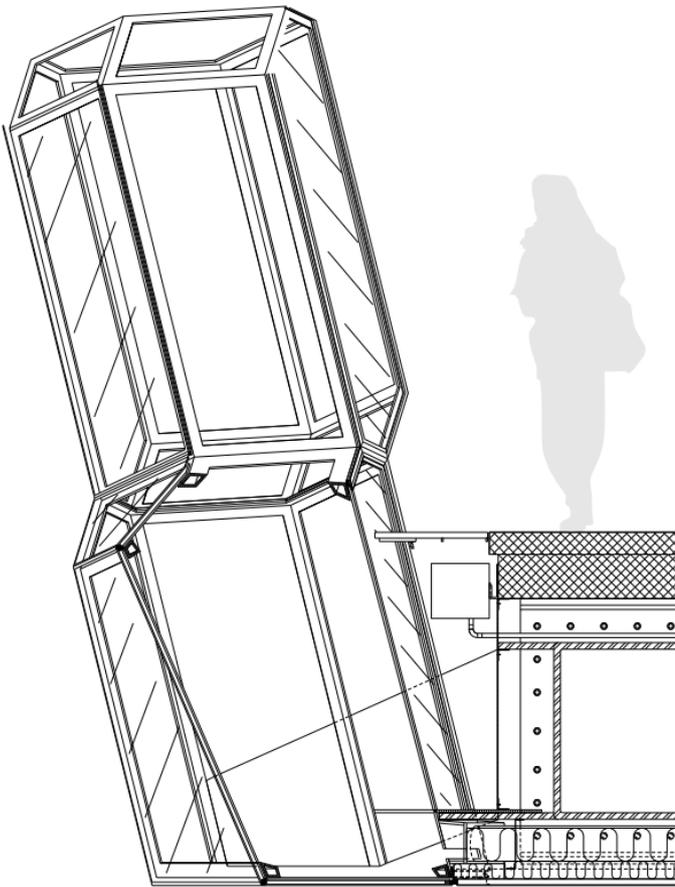


Imagen exterior.

Fuente: www.archdaily.com / Imágenes cortesía de Henning Larsen Architects

¹ Henning Larsen Architects. (2007). *Harpa - Reykjavik Concert Hall and Conference Centre*. www.henninglarsen.com

El edificio parece un juego caleidoscópico de colores, que se refleja en los más de 1000 “cuasi-ladrillos” que componen el sistema modular de la fachada sur. Cada “quasi-brick”, su nombre original, es un poliedro de doce caras hecho de vidrio y acero.



Detalle constructivo de un conjunto de “quasi-bricks”. Fachada caleidoscópica, interior.

Fuente: www.henninglarsen.com

El resto de fachadas y el techo están hechos de representaciones en sección de estos “quasi-ladrillos”, es decir, teselados irregulares que cubren un plano. Dos son los tipos de teselados resultantes.

- Uno de ellos está compuesto por 4 losetas, tres de ellas hexagonales y una pentagonal, que forman cintas de siete losetas a través de transformaciones geométricas de tres de ellas. (Figura 1). Las fachadas en las que se encuentra este esquema, algunas de las losetas son de vidrio coloreado, para continuar con el juego caleidoscópico de colores.
- El otro tipo de teselado irregular se genera a partir de dos losetas pentagonales que cubren el plano a las que se aplican transformaciones geométricas. (Figura 2). En la fachada que alberga este teselado de nuevo algunas de las losetas han sido fabricadas con vidrio coloreado.

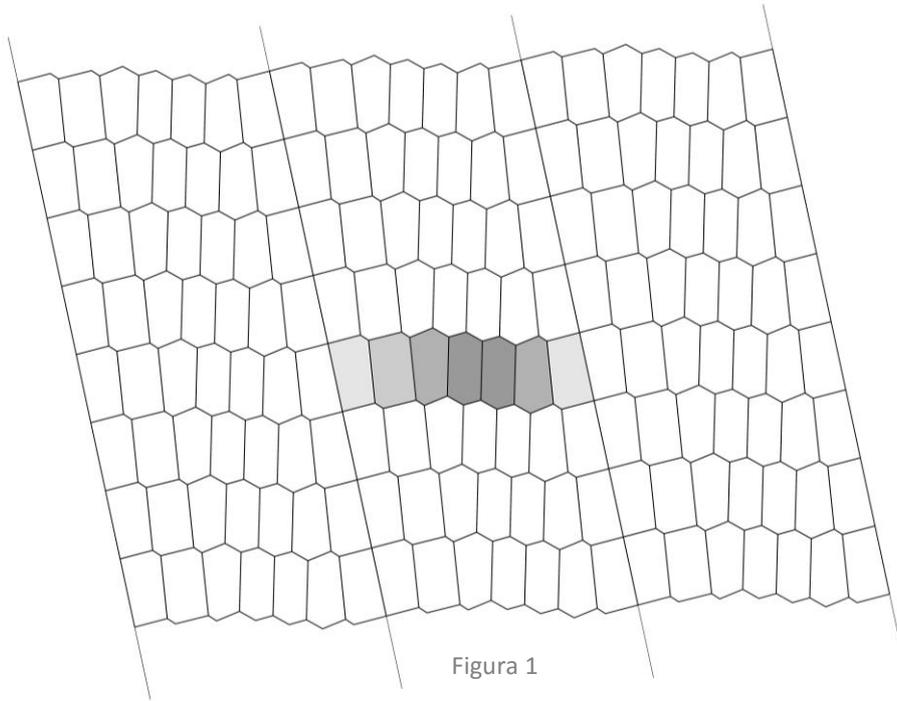
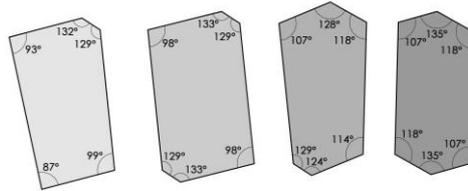


Figura 1

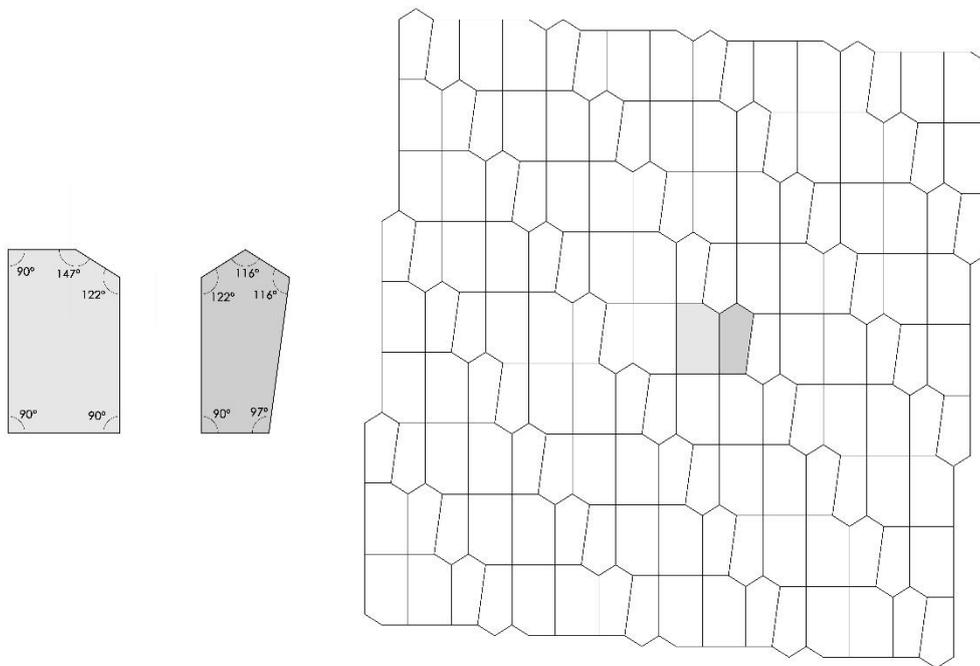


Figura 2



Fachada de la Figura 1, exterior e interior

Fuente: www.archdaily.com

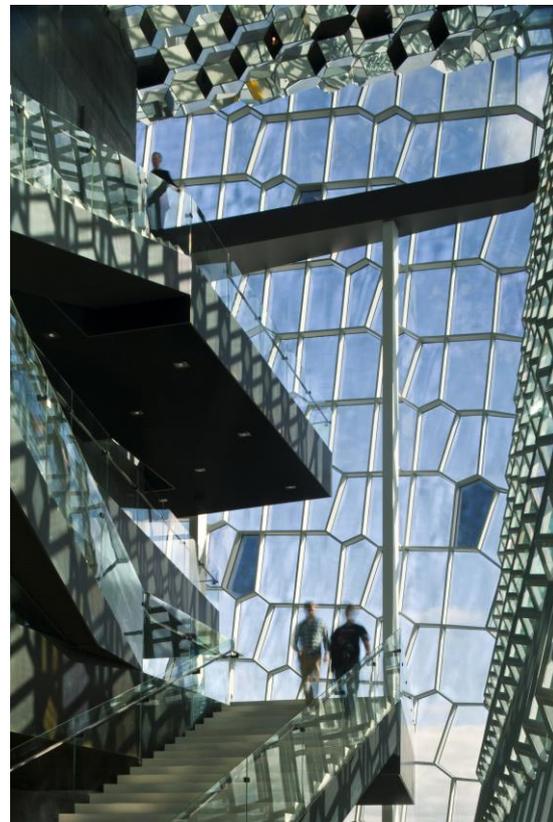
Imágene cortesía de Henning Larsen Architects



Fachada de la figura 2, exterior.

Fuente: www.archdaily.com

Imágene cortesía de Henning Larsen Architects



Fachada de la Figura 2, interior.

Fuente: www.henninglarsen.com

Vistos desde el vestíbulo, los pasillos (semejan un macizo montañoso similar al de la roca de basalto en la costa) tienen un marcado contraste con la fachada ligera, dinámica y traslúcida. En el centro de la “roca” se encuentra la mayor sala del Centro, la principal sala de conciertos, cuyas paredes son rojas, lo cual se interpreta como si fuese el centro al rojo vivo del edificio, su corazón.



Interior de Salón Principal + cruce de pasillos en el vestíbulo, con el reflejo de los perfiles de los “quasi-briks” de la fachada sur.

La luz y la transparencia son elementos clave en el edificio. La estructura cristalina, creado por las figuras geométricas de la fachada, capta y refleja la luz - la promoción del diálogo entre el edificio, la ciudad y el paisaje circundante.



Vista del edificio con su entorno.
Fuente: www.henninglarsen.com

9. Diagramas de Voronoi

Los diagramas de Voronoi constituyen una de las estructuras fundamentales de la Geometría Computacional. Estudian la matemática relativa a la proximidad entre puntos.

Definición

Sea $S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ un conjunto de n puntos distintos del plano, ($n > 2$), que se llamarán **sitios o lugares**.

Se define el **diagrama de Voronoi del conjunto S** como la subdivisión del plano en n celdas o regiones asociadas por proximidad, una para cada sitio de S , con la siguiente propiedad:

Un punto Q del plano pertenece a la celda correspondiente al sitio P_i si y sólo si: $d(Q, P_i) \leq d(Q, P_j)$, para cada $P_j \in S$ con $P_j \neq P_i$ y donde d denota la distancia euclídea entre dos puntos.

La celda correspondiente al sitio P_i se denota por $V(P_i)$ y se llama **celda de Voronoi del punto P_i** .

$$V(P_i) = \{Q \in R^2 \mid d(Q, P_i) \leq d(Q, P_j), \quad i \neq j\}$$

Se verifica que:

$$R^2 = V(P_1) \cup V(P_2) \cup \dots \cup V(P_n).$$

El diagrama de Voronoi del conjunto S o el diagrama de Voronoi asociado a P_1, P_2, \dots, P_n , es la unión de las fronteras comunes a las celdas $V(P_i)$. Se denota por $Vor(S)$. Los puntos P_j de S se llaman también **generadores** del diagrama de Voronoi.

El diagrama de Voronoi produce un teselado irregular del plano. Los bordes o fronteras de las celdas equidistan de dos puntos del conjunto S de puntos. Las celdas se denominan también **regiones de Voronoi o polígonos de Voronoi**. A veces se define la desigualdad estricta, $V(P_i) = \{Q \in R^2 \mid d(Q, P_i) < d(Q, P_j), \quad i \neq j\}$, con lo cual las celdas son abiertas. Sin embargo en lo relativo a este trabajo, no tendremos en cuenta dicho caso.

Las fronteras de las regiones de Voronoi se llaman **aristas o lados** y son segmentos de las mediatrices de los segmentos que unen los puntos.

Nota: No todas las mediatrices definen aristas de $Vor(S)$, ni todas las intersecciones de mediatrices definen vértices de $Vor(S)$.

Los puntos del diagrama que pertenecen a tres o más regiones, se llaman **vértices**. Un vértice es siempre intersección de mediatrices.

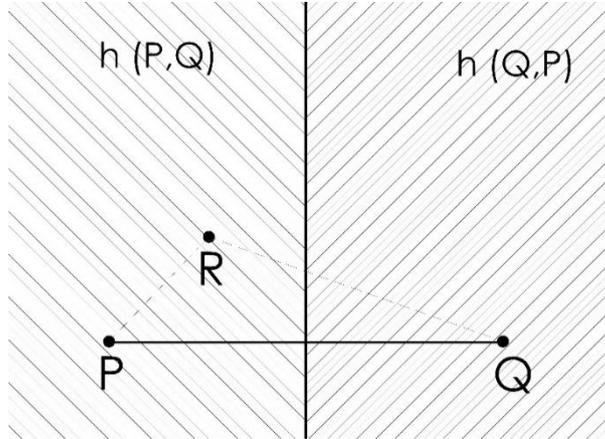
Estructura de una celda de Voronoi

Dados dos puntos P y Q del plano, $P \neq Q$, la mediatriz del segmento \overline{PQ} divide al plano en dos semiplanos. El semiplano que contiene al punto P se denota por $h(P, Q)$ y el semiplano que contiene a Q se denota por $h(Q, P)$.

Así si R es un punto del plano:

$R \in h(P, Q)$ Sí y sólo sí $d(R, P) \leq d(R, Q)$.

La división del plano en estos dos semiplanos es un ejemplo de diagrama de Voronoi de los dos puntos dados P y Q .



El semiplano $h(P_i, P_j)$ es: $h(P_i, P_j) = \{Q \in R^2 \mid d(Q, P_i) \leq d(Q, P_j), i \neq j\}$

Un semiplano se dice que es **cerrado** si contiene a la frontera que lo acota, en este caso la mediatriz, por tanto $h(P_i, P_j)$ es un semiplano cerrado. Además un semiplano es un conjunto convexo.

La celda de Voronoi del punto P_i es:

$V(P_i) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, i \neq j} h(P_i, P_j)$, es decir, la intersección de los $n - 1$ semiplanos cerrados $h(P_i, P_j)$ y convexos, por tanto la celda de Voronoi es una región poligonal cerrada, convexa y acotada a lo sumo por $n - 1$ vértices y por $n - 1$ lados.

Puesto que cada celda es intersección de semiplanos, el diagrama completo $Vor(S)$ es la subdivisión del plano en celdas cuyos lados son segmentos rectos o semirrectas.

Teorema 1

Si $S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ es un conjunto de n puntos colineales, entonces $Vor(S)$ consta de $n - 1$ rectas paralelas y n celdas. En otro caso, las fronteras de $Vor(S)$ son segmentos o semirrectas.

En definitiva, sólo pueden aparecer rectas en $Vor(S)$ si P_1, P_2, \dots, P_n están alineados, caso que se considera degenerado, es decir, a menos que todos los sitios sean colineales, no habrá lados de las celdas que sean líneas rectas.

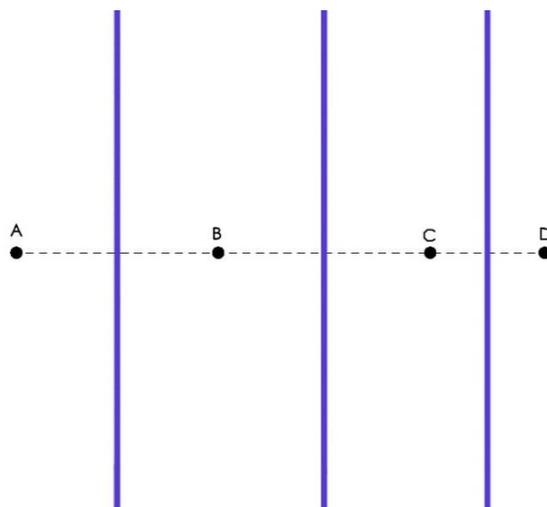


Diagrama de Voronoi de un conjunto S de puntos. Ejemplo.

Hallar el diagrama de Voronoi de un conjunto S formado por cuatro puntos. $S = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$

Por intersección de semiplanos asociados.

En primer lugar se trazan todos los segmentos que unen los puntos:

$\overline{P_i P_j}$, $i, j = 1, 2, 3, 4$. Total, seis: $\overline{P_1 P_2}, \overline{P_1 P_3}, \overline{P_1 P_4}, \overline{P_2 P_3}, \overline{P_2 P_4}, \overline{P_3 P_4}$.

A continuación, se trazan las mediatrices m_{ij} de los segmentos $\overline{P_i P_j}$. Cada mediatriz m_{ij} divide al plano en dos semiplanos $h(P_i, P_j)$ y $h(P_j, P_i)$. La celda de Voronoi del punto P_i es: $V(P_i) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, j \neq i} h(P_i, P_j)$.

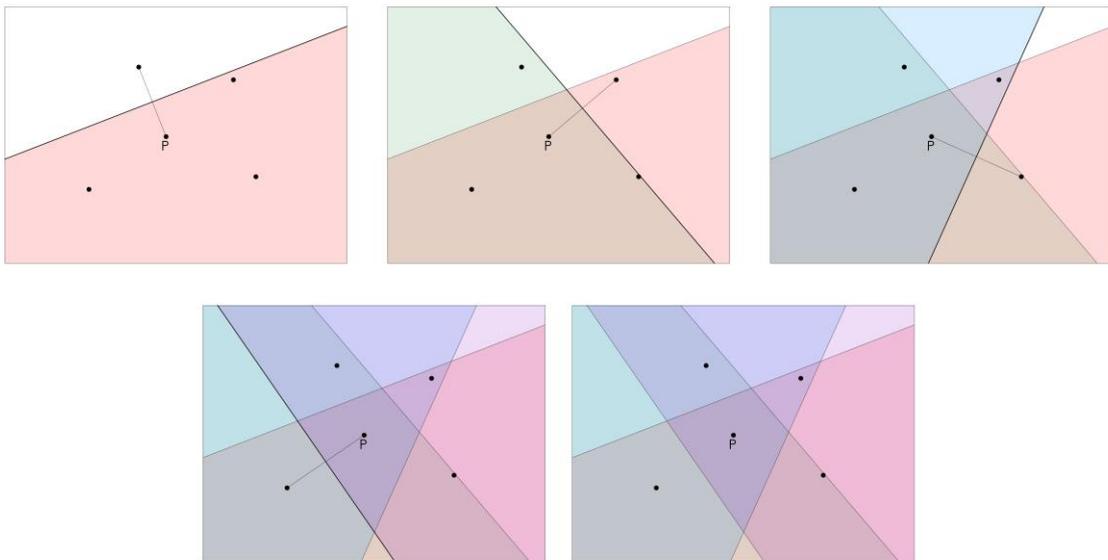
Así:

$$V(P_1) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, j \neq 1} h(P_1, P_j) = h(P_1, P_2) \cap h(P_1, P_3) \cap h(P_1, P_4).$$

$$V(P_2) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, j \neq 2} h(P_2, P_j) = h(P_2, P_1) \cap h(P_2, P_3) \cap h(P_2, P_4).$$

$$V(P_3) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, j \neq 3} h(P_3, P_j) = h(P_3, P_1) \cap h(P_3, P_2) \cap h(P_3, P_4).$$

$$V(P_4) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, j \neq 4} h(P_4, P_j) = h(P_4, P_1) \cap h(P_4, P_2) \cap h(P_4, P_3).$$



Para caracterizar los vértices y las aristas de un diagrama de Voronoi se utiliza la siguiente definición:

Dados $S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ y Q un punto del plano distinto de P_1, P_2, \dots, P_n , se define el **mayor o máximo círculo vacío** de Q con respecto a S y se denota por $C_S(Q)$, como círculo más grande centrado en Q que no contiene ningún P_i en su interior.

Teorema 2

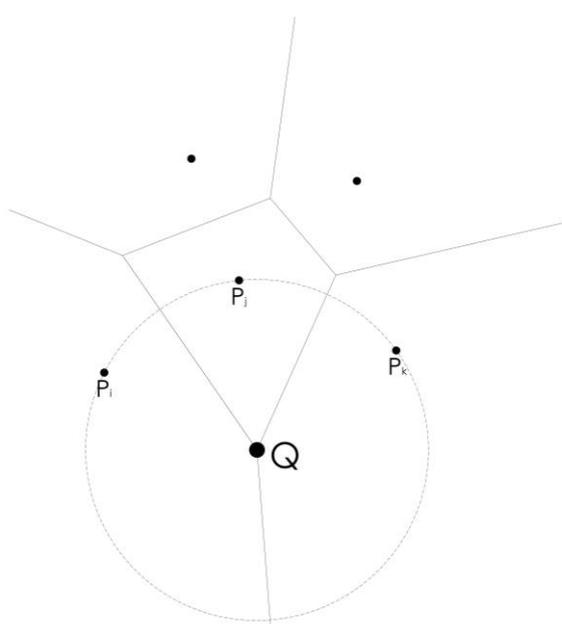
Para un diagrama de Voronoi $Vor(S)$ de un conjunto S de puntos dados, se verifica:

Un punto Q es un vértice de $Vor(S)$ si y sólo si el mayor círculo vacío $C_S(Q)$ contiene tres o más sitios en su frontera.

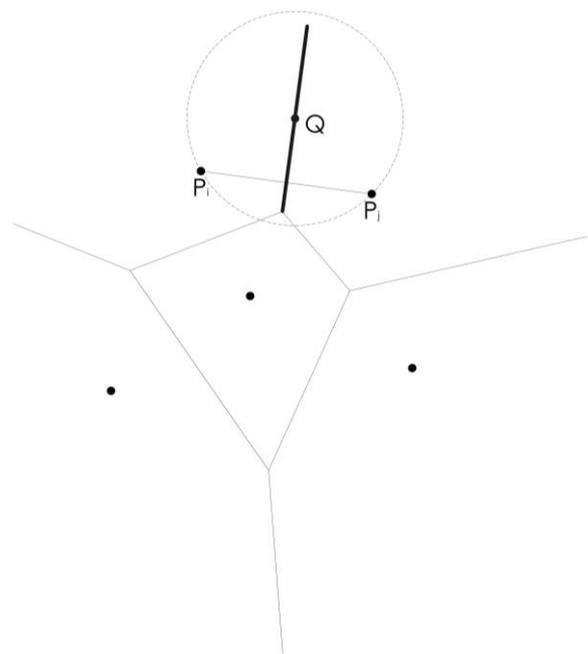
Teorema 3

Para un diagrama de Voronoi $Vor(S)$ de un conjunto S de puntos dados, se verifica:

La mediatriz del segmento $\overline{P_i P_j}$ define una arista de $Vor(S)$ si y sólo si existe un punto Q del plano tal que $C_S(Q)$ contiene a ambos P_i y P_j en su frontera, y no contiene a ningún otro sitio o punto de S .



Demostración Teorema 2



Demostración Teorema 3

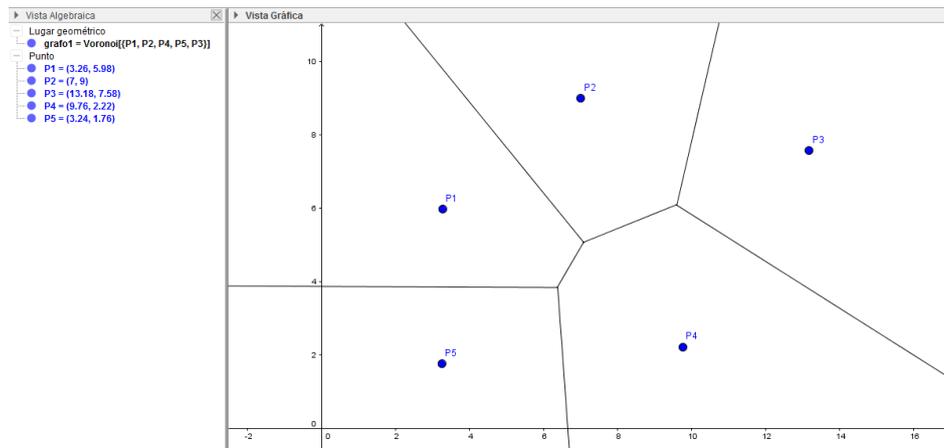
Obtención de un diagrama de Voronoi con la herramienta Geogebra

Los dibujos que aparecen a lo largo de este trabajo han sido realizados con el programa AutoCad de Autodesk, y posteriormente tratados con Adobe Photoshop (color, texto, transparencia, etc.).

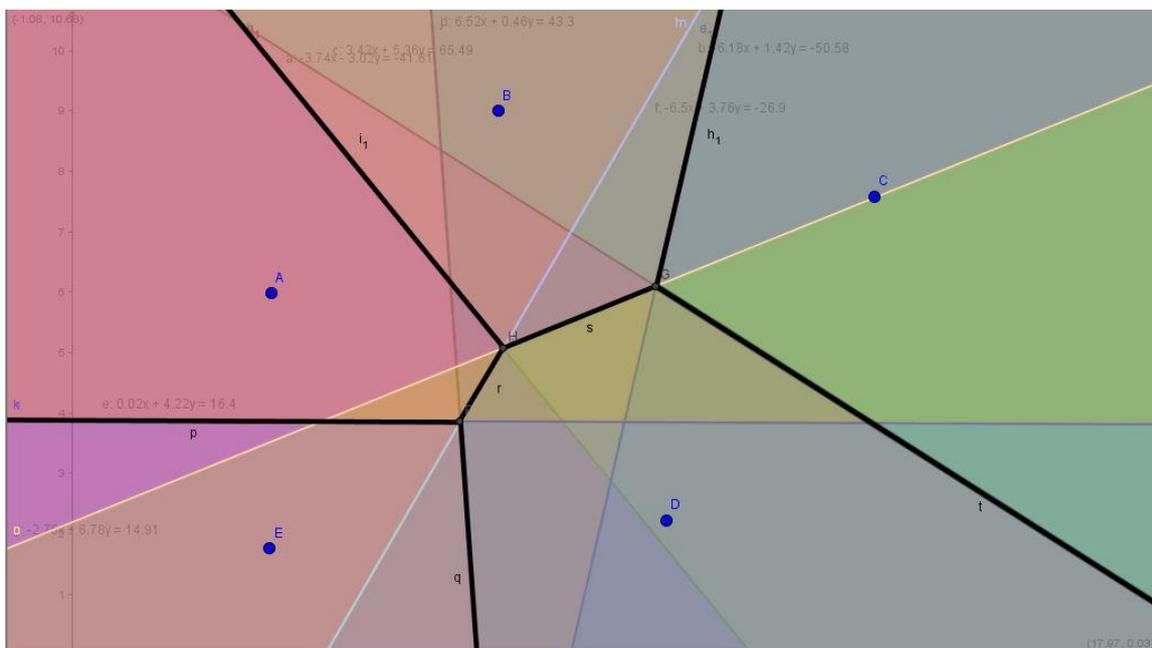
Sin embargo, es importante conocer otras herramientas digitales que nos permitan representar gráficamente conceptos matemáticos como, en este caso, los diagramas de Voronoi.

Como ejemplo, utilizaremos el programa Geogebra, cuya manera de funcionar es estrictamente matemática, a diferencia de AutoCad, al que podríamos clasificar como un programa de diseño y representación gráfica.

Dada una familia de puntos $S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ la orden "Voronoi $[P_1, P_2, \dots, P_n]$ " dibuja el diagrama de Voronoi de los puntos dados.



Como dato, señalar que también se puede obtener el diagrama de Voronoi, a través de comandos de Geogebra, mediante la intersección de semiplanos, como hemos visto anteriormente. Este sería el resultado gráfico:



9.1. Centro Nacional de Artes Escénicas

Arquitectos	Zaha Hadid Architects & Patrik Schumacher
Localización	Kaohsiung, Taiwan
Estado	Proyecto
Diseñado	2007 – 2008 (concurso)

“Para lograr una conexión verde y abierta, al mismo tiempo que el filtrado de la circulación del público a través del lugar, el diagrama de Voronoi se adoptó como un método de organización. El algoritmo de Voronoi produce un empaquetamiento compacto de dominio convexo basado en una distribución dada de puntos. El patrón es similar a muchos de los procesos de auto-organización en la naturaleza y le da un fuerte sentido de coherencia orgánica. Evaluando la asignación de los árboles de la zona, de los edificios históricos y de las fronteras del lugar a través de los cálculos de Voronoi, y utilizando el patrón resultante como un director de la organización, somos capaces de respetar la situación actual del sitio y cultivar una fuerte relación entre el edificio y el espacio natural circundante.”¹

El proyecto de Hadid y Schumacher quedó en segundo lugar en el concurso celebrado en 2008, donde resultó vencedora la propuesta presentada por el estudio europeo Mecanoo.

El lugar propuesto por los organizadores del concurso para el Centro de Artes Escénicas se situaba en los límites de la ciudad de Kaoshiung, a lo largo de la línea de transporte público en desarrollo, conocida como MRT. Este lugar reunía todos los requisitos para catalizar el desarrollo futuro de una ciudad más pública e internacional, cuya infraestructura ya llevaba mucho tiempo consolidada.

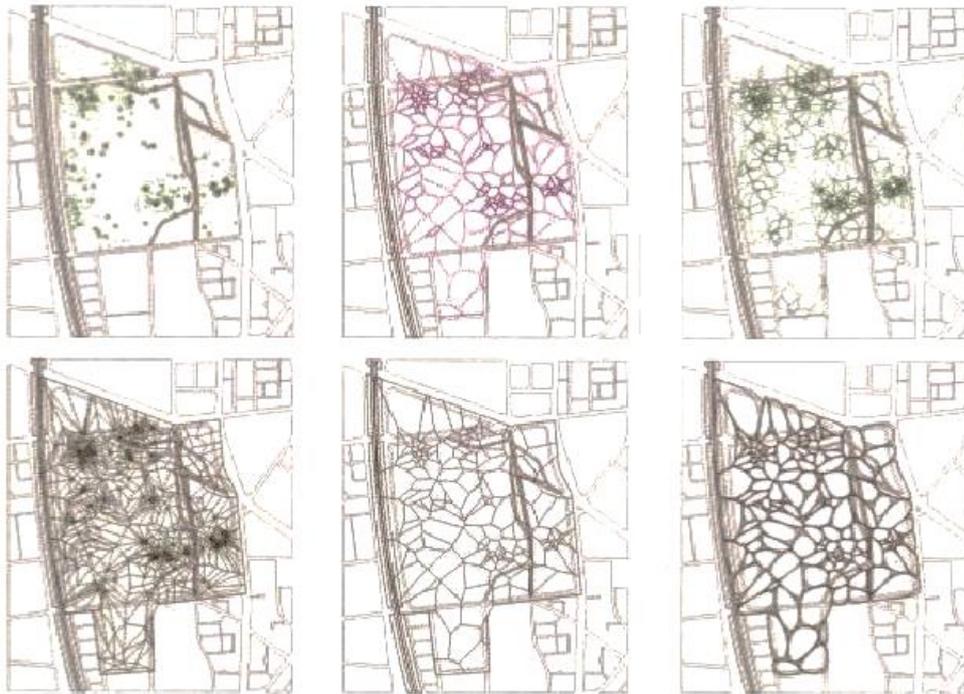


Planta de situación del proyecto.
Fuente: National Kaohsiung
Performing Arts Center.
www.architect-1.blogspot.com.es

¹ Hadid, Z. Schumacher, P. (2014). *National Kaohsiung Performing Arts Center*.
www.architect-1.blogspot.com.es

La fuerte relación que se establecía entre la MRT y el centro cultural quería resaltar la importancia que esta nueva línea tiene dentro del proyecto, como una línea de vida del mismo. Recorridos peatonales que parten del edificio conectan con la nueva estación de transportes. De hecho, muchos son las circulaciones dedicadas a peatones las que surgen de este edificio, que pretende establecer una red de conexiones con los puntos más importantes y estratégicos de la zona, como el Estadio Zhongzheng o la ciudad de deportes Fongshan. Se genera así una banda verde pública que filtra el tráfico de la zona.

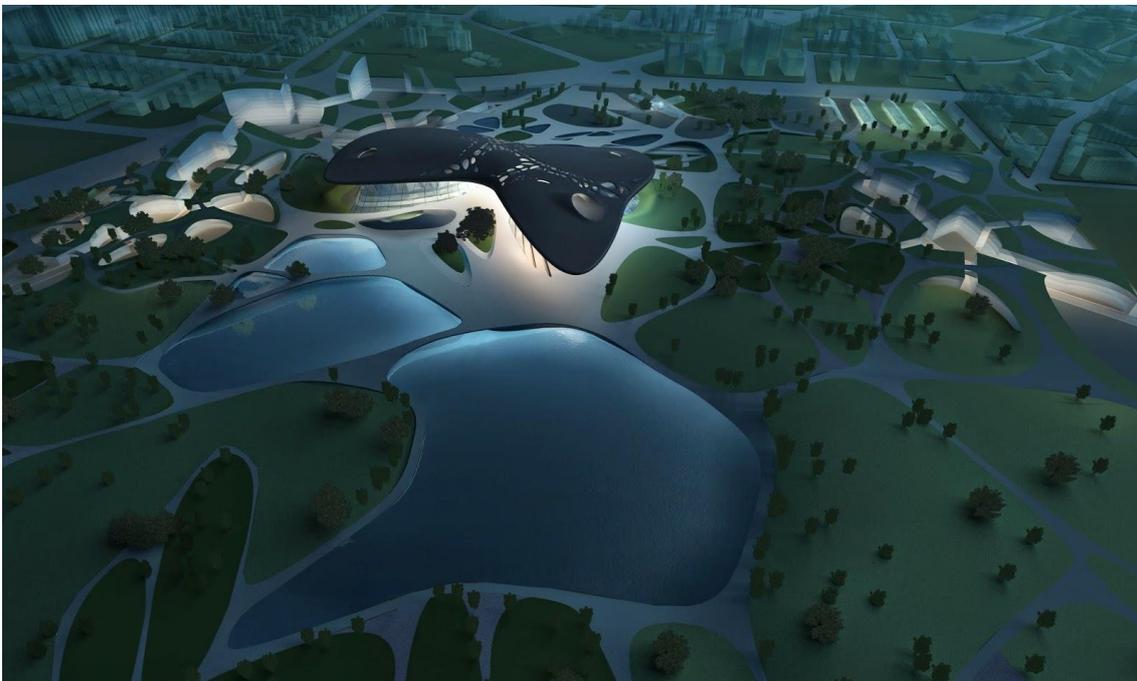
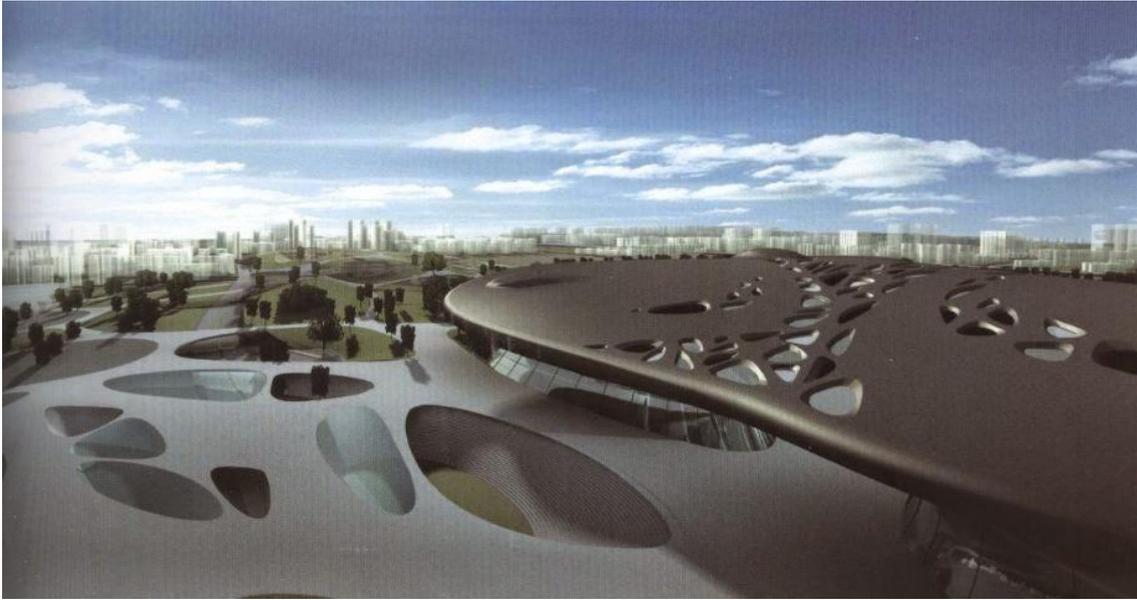
Bajo esa idea de puntos conectados a través de bandas “verdes”, que formen una malla coherente de circulaciones, surge la inspiración en los diagramas de Voronoi. Como ya hemos visto, los arquitectos se basan en los principios de estos diagramas para lograr una organización óptima del espacio y sus recorridos.



Proceso de diseño a través del diagrama de Voronoi.
Fuente: National Kaohsiung Performing Arts Center.
www.architect-1.blogspot.com.es

Además, los diagramas de Voronoi recuerdan la manera de crecimiento y generación de ciertos organismos en la naturaleza, lo cual se adopta también en este proyecto como un gesto de respeto a los espacios verdes en él inscritos, que son motor del diseño.

La forma global del edificio parece surgir del propio diagrama de Voronoi reflejado en el plano del suelo, la cota cero. Es como si el patrón se levantase, para luego volver al plano base, formando en su cota más alta un dosel, un gran toldo, que da sombra a la plaza pública que se encuentra debajo.



Infografías de la imagen exterior del proyecto.
Fuente: National Kaohsiung Performing Arts Center.
www.architect-1.blogspot.com.es

9.2. Museo de la Vega Baja de Toledo

Arquitectos	Alejandro Zaera Polo
Localización	Toledo, España
Estado	Proyecto
Diseñado	2010 (concurso)

“[...] se realizan una serie de aproximaciones a través del Diagrama de Voronoi, considerándolo como una potente herramienta de ordenación geográfica y del territorio, óptima para el objeto de concurso, al tratarse de un espacio más próximo al paisaje natural que al urbano, logrando además acercarse a patrones biológicos y orgánicos altamente funcionales a nivel ecológico y programático:

Es una herramienta que nos permite dividir regiones en función de la distancia a determinados nodos. Ello nos permitiría ordenar un espacio complejo por la suma de distintos usos de la Vega (museo, ruinas, campos de cultivo, universidad, barrios existentes, aparcamientos, tráfico rodado, peatones, etc.).

Además, los bordes de Voronoi optimizan los recorridos, siendo equidistantes a los puntos de máximo interés, así como también delimitan distancias de seguridad, requerimiento indispensable para proteger las ruinas y programar el plan de excavaciones a largo plazo.

Lo utilizamos como geometría base que nos ayuda a construir un ecotono - lugar donde los componentes ecológicos están en tensión- más complejo. En ecología, los bordes geoméricamente complejos son los más eficientes. Esto nos permite tener marcos de plantación muy diversificados de árboles y arbustos.

Las distintas regiones generadas mediante el diagrama de Voronoi dan como resultado áreas que pueden funcionar independientes o de manera conjunta.”¹



Infografía del exterior del Museo

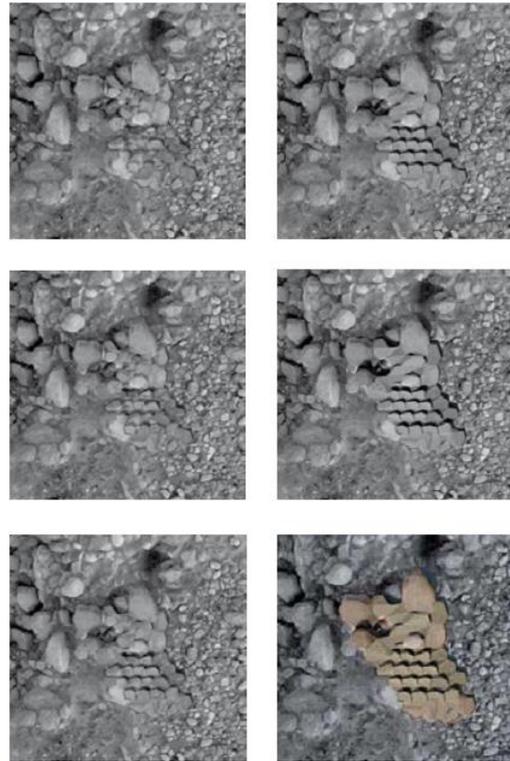
Fuente: Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo. www.issuu.com

¹ Zaera Polo, A. (2010). *Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo*. www.issuu.com

Este proyecto formó parte de los participantes en el concurso para la construcción de un museo arqueológico en la Vega Baja, Toledo. El terreno sobre el cual se implantaría el museo se encuentra en la vega del río Tajo.

La trama urbana histórica de Toledo (calles, murallas, edificios), las imágenes y texturas del paisaje de la zona, su geología y topografía, junto con los restos arqueológicos hallados tras varias excavaciones, inspiran la paleta de colores y materiales del proyecto: piedra arenisca y arcilla. Esta decisión, además, pone de manifiesto el compromiso ecológico del edificio. La permanencia de los materiales en su lugar de origen, el concepto de reciclaje, de respeto al discurso material de la zona, es punto clave en este proyecto.

La apariencia material junto con la organización espacial pretende dotar al proyecto de una apariencia topográfica acorde a la de la región, como si el museo fuese el resultado de una excavación más. Como si siempre hubiese estado allí.



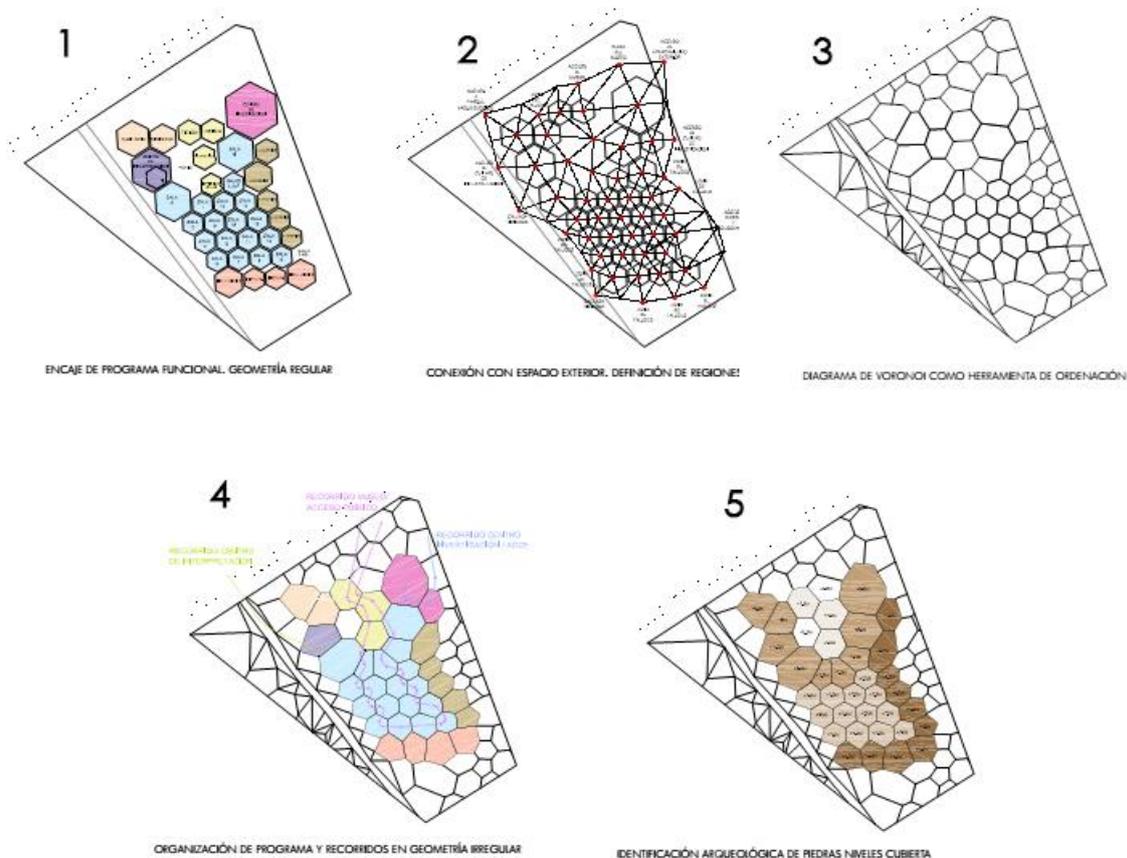
Secuencia de identificación de restos arqueológicos.
Fuente: Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo. www.issuu.com



Planta de cubiertas + Planta de organización de los espacios
Fuente: Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo. www.issuu.com

Una de las decisiones que Zaera tomó desde un primer momento fue la reducción de superficie del edificio dedicada a circulaciones. Había que optimizar los recorridos, convirtiendo las salas del museo en una cadena continua de espacios que comparten un solo recorrido principal. La reducción de elementos de comunicación horizontal permite un ahorro en cuestiones constructivas, a la vez que supone un menor impacto ambiental de la propuesta. Todo ello convierte al museo en un lugar espacialmente más atractivo y funcional.

Y es en este paso del diseño del proyecto donde se acude al diagrama de Voronoi y sus ventajas para la ordenación óptima de un espacio. Cada celda de Voronoi del diagrama correspondería a distintas partes del programa, pudiendo estas funcionar de manera individual o conjunta.



Secuencia de diseño del proyecto. De un teselado hexagonal al diagrama de Voronoi.

Fuente: Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo. www.issuu.com

Además, la imagen final que se le da al edificio, extruyendo en altura las celdas del diagrama, recuerda de nuevo a la topografía de la región, a una formación rocosa aparentemente irregular, que ha crecido sin atender a ninguna norma.

Como ya hemos visto en más ocasiones a lo largo de este trabajo, lo que parece resultar atractivo a los arquitectos contemporáneos de los teselados irregulares, como es el caso de los diagramas de Voronoi, son dos conceptos fundamentales: la imagen final totalmente aleatoria y compleja que ofrecen, y la posibilidad de su generación a través de unas reglas muy concisas de transformaciones geométricas que luego no son perceptibles a primera vista en el resultado global.

Zaera sabe aplicar al proyecto ambas características, diseñando una organización espacial optimizada y atractiva que, al verla desde fuera, en el conjunto del edificio, parece ser una formación de piezas aleatoria pero que, inconscientemente para el visitante, tiene sentido. Esto es así porque el cerebro intuye que hay un patrón geométrico subyacente que ordena todo el conjunto.

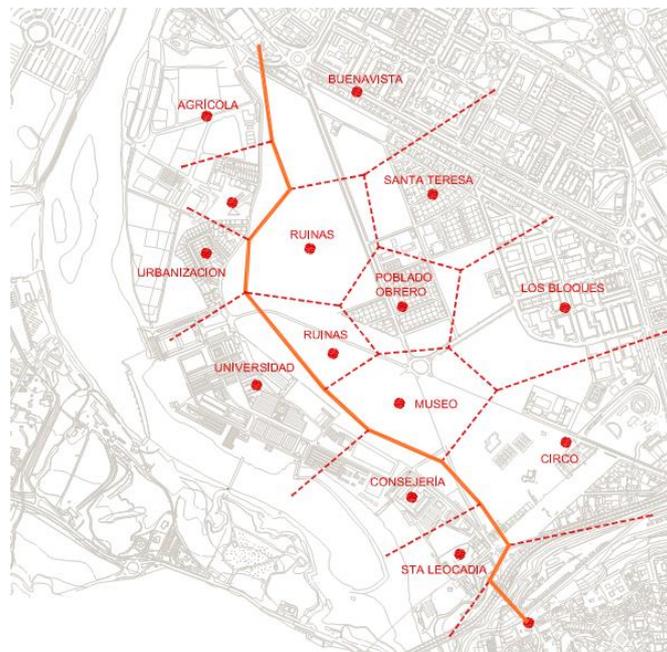


Infografía del proyecto desde su cubierta, con la ciudad de Toledo y el río Tajo al fondo.

Fuente: Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo. www.issuu.com

Además, como se ha querido mostrar al principio de la ficha, el diagrama de Voronoi en este proyecto no sólo organiza el edificio en sí, sino que también ordena el área circundante al mismo, detectando los puntos más interesantes de la región de cara al proyecto, como lo son el propio museo, aparcamientos, monumentos y zonas turísticas de Toledo, la universidad, etc., y convirtiéndolos en puntos generadores de un diagrama.

Con esta organización de la zona se pretendía mejorar las conexiones entre estos espacios, generando un mayor vínculo entre los distintos sectores y regiones de la Vega Baja.



Propuesta de ordenación de la Vega mediante diagramas de Voronoi.

Fuente: Petrus Petri. Museo de la Vega Baja de Toledo.

www.issuu.com

9.3. Parque Marronnier

Arquitectos	METAA
Localización	Seúl, Sur Korea
Estado	Construido
Diseñado/Construido	2013

“La “zona pública” es más relevante que la “zona privada” y es necesaria para hacer una “vida en comunidad”, a través de los habitantes de la ciudad y la sociedad civil. Por otra parte, el carácter y calidad de las zonas públicas, es lo que demuestra el nivel de una ciudad.

[...] se utilizó el diagrama de Voronoi. Este diagrama fue inventado por el matemático ruso Voronoi. Con este sistema se puede explicar el fenómeno de la naturaleza y la estructura del espacio. Utilizamos este diagrama en el espacio digital para generar un mecanismo que comienza desde los árboles a toda el área del parque.”¹



Vista del teatro al aire libre.

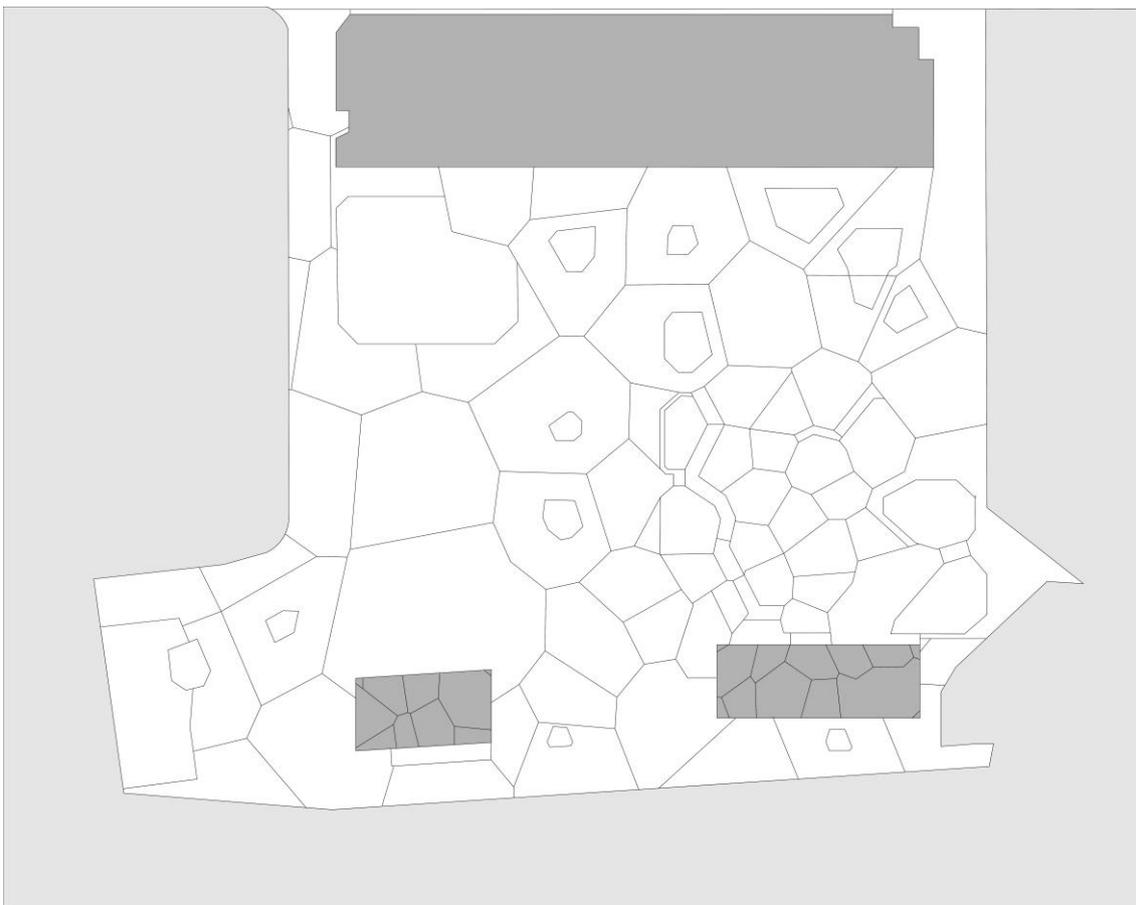
Fuente: Parque Marronnier. www.plataformaarquitectura.cl / Derechos de la imagen: MEETA

Con este diseño, los arquitectos pretendían hacer un parque a la altura de la calidad de la zona en la que se situaba, así como hacer del mismo un hito en la ciudad. Anteriormente a este proyecto, el terreno estaba lleno de elementos decorativos inconexos y pequeñas actuaciones a medio construir.

¹ METAA. (2014). *Parque Marronnier*. (Trad. De Vega, V.). www.plataformaarquitectura.cl

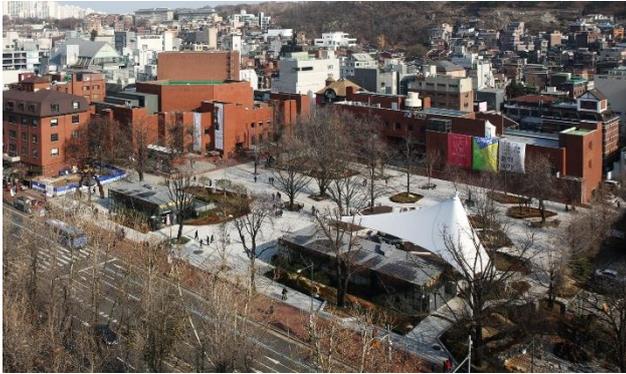
Para alcanzar estos objetivos, se llevó a cabo un plan de acción que constaba de los siguientes apartados:

- Reducir al mínimo las instalaciones. Dar a entender con la nueva imagen que “este es claramente un parque”. Se conservarán solamente un centro de información, aseos, y un teatro al aire libre.
- Devolver el parque a las personas. Reducir la vegetación a los árboles existentes, retirando arbustos y matorrales que colonizaban los espacios no permitiendo una libre circulación.
- Maximizar el área. Se retiran las barreras arquitectónicas de límite de la propiedad, ampliando el parque hasta las calles que conectan con los edificios que rodean al parque, haciéndolo más accesible.
- Utilizar una herramienta de diseño moderna. Como ya se señaló anteriormente, los arquitectos se apoyan en los diagramas de Voronoi, que tiene sus puntos generadores en el nacimiento de cada árbol del parque.



Esquema en planta del diagrama de Voronoi.

Los árboles constituyen la única vegetación de este espacio público. De hecho, gracias a su presencia, el nombre de “parque” es más apropiado para este lugar que el de “plaza”, por lo que parece interesante pensar que todo el diseño del proyecto nazca a partir de estos elementos naturales.

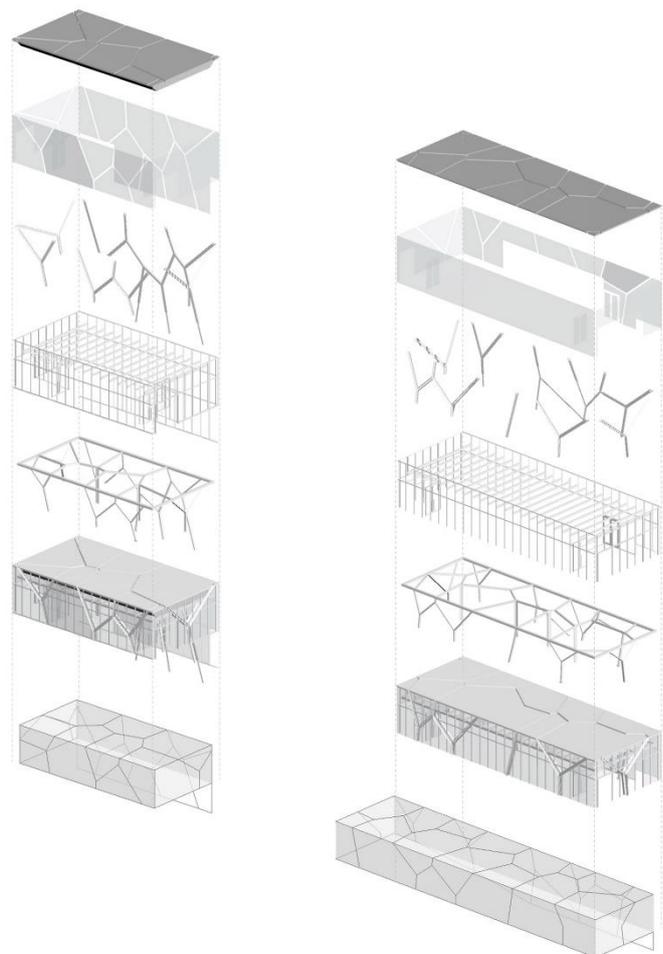


Vista aérea del parque + Fachada sobre la que se pliega el diagrama de Voronoi
 Fuente: Parque Marronnier. www.platafomaarquitectura.cl / Derechos de la imagen: MEETA

La importancia que los árboles tienen en este proyecto va más allá. En su encuentro con las dos edificaciones presentes en el parque, el diagrama de Voronoi dibujado en el pavimento se pliega y se refleja en las fachadas y cubiertas de estos dos volúmenes, haciéndoles parecer extrusiones del diagrama que nacen del suelo, igual que un árbol surge de la tierra.

Además, la apariencia que adoptan las líneas del diagrama en fachadas y cubiertas recuerda a formaciones arbóreas, a raíces o ramas que suben por las paredes, abrazando estas construcciones como parte del conjunto total del parque.

Esquema de los elementos constructivos de las edificaciones, donde se puede observar el diagrama continuo de Voronoi.
www.platafomaarquitectura.cl
 Derechos de la imagen: MEETA



10. Conclusiones

Tras la realización de este trabajo, la primera conclusión que se obtiene es clara y simple: la geometría está presente en la Arquitectura Contemporánea. Es un hecho. Edificios como los aquí recogidos así lo demuestran. Los patrones, los teselados presentes en sus fachadas, en sus plantas, en sus cubiertas, son fruto de un conocimiento previo de la matemática que los define, o bien de una inquietud por parte del arquitecto, que quiere otorgarle a su proyecto un plus de calidad. La geometría, correctamente concebida y aplicada, se puede considerar sin duda como un valor añadido en el diseño arquitectónico.

Los arquitectos que, en las fases más primigenias de sus proyectos, encontraron en patrones geométricos la solución a los problemas que les planteaba su concepción, reconocen la gran utilidad no solo de las formas en sí, sino del conocimiento de sus cualidades, y de la matemática que subyace en ellas.

Y resultados de ese proceso de diseño, como lo son los estudiados en este trabajo, son la prueba definitiva del éxito que supone esta decisión. Un éxito que va más allá de lo estético; un éxito en la optimización de los espacios, en el ahorro de material, en el compromiso sostenible de los edificios, etc.

En segundo lugar, los ejemplos aquí analizados ponen de manifiesto una clara tendencia de la Arquitectura Contemporánea hacia el uso de patrones irregulares, de apariencia aleatoria, orgánicos, e incluso caóticos. Hasta los teselados más regulares vistos en este trabajo disfrazan esa regularidad con elementos que pretenden romper con lo tradicional, con las eternas mallas ortogonales.

La homogeneidad en la arquitectura está llegando a su fin. El cubo de hormigón y acero que se podía colocar en cualquier lugar ya no convence. Ahora los arquitectos parecen buscar de nuevo la relación con el entorno, y no solo el entorno físico, sino el entorno cultural, histórico, social, etc.

En el diseño actual ya no se toma sólo como referencia la forma visible, sino que se estudia cómo se generó dicha forma, qué cualidad tiene y, en definitiva, que la llevó a ser lo que es. No se quieren hacer copias literales de cosas que ya existen, sino reinterpretarlas desde sus orígenes y adaptarlas al siglo XXI. Zaera en el Ravensbourne College no quiere diseñar una fachada de motivos florales, quiere generar una fachada tal y como crece una flor. El estudio de arquitectos PlanB, en su Orquideorama, no quiere que el edificio parezca un bosque, quieren que funcione como tal.

Ya no se trata de aparentar, el diseño ya no se queda en la capa superficial de la estética. La piel del edificio ya no es más importante que el resto. Hoy en día la tendencia es aplicar el principio generador de un proyecto a todas sus partes, a todos sus sistemas, sus espacios. El C4 de Córdoba, inspirado por las arquitecturas islámicas cordobesas y por sus formas geométricas, aplica esta idea a todo el proyecto: a su organización espacial, a su fachada, a su cubierta. Zaha Hadid y Patrick Schumacher, en su propuesta para el Centro de Artes Escénicas de Kaohsiung, no limitan el diagrama de Voronoi al diseño de su edificio, sino que lo extienden a lo largo del lugar, estableciendo conexiones coherentes con puntos estratégicos de la zona.

Todas estas tendencias de la arquitectura más actual ven en los teselados, regulares y sobre todo irregulares, una herramienta clave para su consecución. Cada vez son más los arquitectos que acuden a estas formaciones geométricas, interesándose personalmente por ellas. No se trata de un trabajo de ingenieros, no se trata solo de fórmulas matemáticas imposibles que escapan al entendimiento del arquitecto.

La ventaja de estos teselados es que su comprensión, al menos de sus principios más básicos, es muy intuitiva, y permite al arquitecto el estudiarlos, comprenderlos y aplicarlos sin necesidad de delegar esta tarea de diseño. En proyectos como Orquideorama, vemos ya en los croquis iniciales de los arquitectos esas flores formadas por siete hexágonos, que se van entrelazando para formar el edificio.

Además, el avance de las nuevas tecnologías y de los programas de dibujo asistido por ordenador está facilitando cada vez más el diseño a partir de patrones geométricos, independientemente de su complejidad. A través de estos programas, por ejemplo, podemos teselar virtualmente un plano con los rombos de Penrose, como Isozaki hizo en Milán y en Carabanchel, a partir de una serie de normas de transformación básicas, y comprobar rápidamente el resultado espacial de la composición, que podemos modificar en el momento cambiando las reglas aplicadas.

Ha sido una agradable sorpresa encontrar, a lo largo de la investigación, todos estos edificios basados en el teselado de superficies. Pero aún más satisfactorio ha sido ver como los arquitectos responsables de estos proyectos reconocen, no solo haber utilizado estos patrones, sino las ventajas de haberlo hecho. Podría decirse que hasta hablan de ello con “orgullo”, pues está claro que, como ya se ha comentado, el valor que le suman estos diseños al edificio es muy alto.

La nota agri dulce de todo esto es, tal vez, que la grata sorpresa antes mencionada se deba a la total desinformación por mi parte en lo referido a este tema. Es una pena que, algo tan obvio en la arquitectura clásica, como lo era la relación de las matemáticas y el diseño de los edificios, hoy en día sea todo un misterio salvo que se investigue sobre ello. Pocas son las publicaciones que recojan edificios como los presentados en este trabajo.

En la actualidad, al menos a nivel académico, se siguen viendo las matemáticas y la geometría como una herramienta muy pobre para el arquitecto, parecen carecer de interés desde el punto de vista del diseño, y quedan olvidadas tras los primeros años de carrera. Lo cual es chocante, o debería serlo, pues muchas de las arquitecturas que después se utilizan como referencia de la buena praxis basan sus principios en cuestiones geométricas.

También es cierto que, en concreto, la teoría de teselados es relativamente reciente, está aún en continuo desarrollo, y pocas cosas sobre ella pueden darse por consolidadas. Cada día, por decirlo de alguna manera, algo nuevo surge y la va completando. Sin embargo, si la teoría, la matemática pura, parece ser lo que “asusta” a la hora de incorporar estos temas al plan de estudios, no debería ser un problema limitarse al estudio de ejemplos prácticos, como es el caso de este trabajo que, en mi opinión, ha resultado ser una actividad de lo más enriquecedora.

En definitiva, las enseñanzas extraídas de la realización de este trabajo son de enorme valor, tanto para el presente académico como para el futuro profesional. Es de vital importancia para un arquitecto estar al corriente de las nuevas tendencias, y conocer todas las herramientas que están al alcance de su mano, para diseñar el mejor de los proyectos posibles. Es necesario

que Arquitectura y Geometría vuelvan a tener la estrecha relación de tiempo atrás, no solo en los estudios de arquitectura, sino empezando también en las escuelas, pues está comprobado que esa unión, como dice el dicho, hace la fuerza.

11. Bibliografía

1. Libros

- Aguirre Estíbalz, J., Artamendi Franco, E., García García, I., García López, A., Nevot Luna, A., Peralta Coronado, J., Rodríguez del Río, R., Santa Cruz Astorqui, J., Valero Burguete, F. (2007). ***Dibujo técnico y matemáticas: una consideración interdisciplinar***. Secretaría General Técnica. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Burry, J., Burry, M. (2010). ***The new Mathematics of Architecture***. Londres: Thames & Hudson Ltd.
- De Berg, M. Cheong, O., Van Kreveld, M., Overmars, M. (2008). ***Computational Geometry: Algorithms and Applications***. (3ª. Ed.). Berlín: Springer – Verlag Berlin Heidelberg.
- Fernández Benito, I., Reyes Iglesias, E. (2008). ***Geometría con el Hexágono y el Octógono***. (2ª. Ed.). Granada: Proyecto Sur de Ediciones, S. L.
- Preparata P. F., Shamos, M. I. (1985). ***Computational Geometry. An Introduction***. Nueva York: Springer – Verlag New York Inc.
- Reyes Iglesias, E., Fernández Benito, I. (2015). ***Pentágonos. Construcciones. Mosaicos. Geometría sagrada***. Valladolid: Secretariado de publicaciones E I. Universidad de Valladolid.
- Rivero Mendoza, F. ***Geometría Computacional***. Mérida: Facultad de Ciencias. Departamento de Matemáticas. Universidad de Los Andes.
- Tortosa Grau, L., Vicent Francés, J.F. (2012). ***Geometría moderna para Ingeniería***. Alicante: Editorial Club Universitario.
- Williams, K., Ostwald, M. J. (2015). ***Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future, Vol. II: The 1500s to the Future***. Suecia: Kim Williams & Michael J. Ostwald.

2. Revistas

- Heneghan y Peng (2004). ***El Gran Museo Egipcio***. AV Proyectos 01. *Seis Museos*. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 8 – 11.
- FOA (Zaera & Moussavi). (2010). ***Museo de la Vega Baja***. AV Proyectos 039. *Universidad*. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 34 – 55.
- Nieto y Sobejano, (2015). ***Arvo Pärt Center***. AV Proyectos 071. *Nieto Sobejano*. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 12 – 15.
- EMBT. (2005). ***Mercado de Santa Caterina***. AV Monografías 112 – 112. *España 2005*. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 64 – 75.
- Nieto y Sobejano. (2010). ***Centro de Creación Contemporánea***. AV Monografías 146. Nieto y Sobejano, 1999 - 2011. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 110 – 121.

- Herzog & De Meuron. (2012). **Museo de las Culturas**. AV Monografías 157 – 158. *Herzog & De Meruon, 2005 – 2013*. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 32 – 39.
- Nieto y Sobejano. (2013). **Centro de Creación Contemporánea**. AV Monografías 159 – 160. *España 2013*. Madrid: Arquitectura Viva S. L. 78 – 87.
- Isozaki, A. (2006). **Viviendas en Carabanchel**. *Arquitectura Viva* 107 – 108. Madrid, Metrópolis. Madrid: Arquitectura Viva S. L.

3. Artículos web

- Bahraminejad, F., Babaki, K. (2015). *Application of Voronoi diagram as an Architectural and Urban Planning design tool*. Indian Journal of Fundamental and Applied Life Sciences: Volume 5, No. S1. <http://www.cibtech.org/>
- Grima, C. (2011). *Cada uno en su región y Voronoi en la de todos*. <http://naukas.com/>
- Grima, C. (2012). *¿Está Voronoi? Que se ponga*. <http://naukas.com/>
- Autor desconocido (2006). *Adjudicadas cuatro nuevas promociones VPO en Carabanchel, Villaverde, Barajas y Puente de Vallecas*. <http://www.madrid.es/>
- MiguelS (2010). *El arquitecto japonés Arata Isozaki firma 148 viviendas protegidas municipales*. <http://www.espormadrid.es/>

Última consulta de estos artículos: 29 de junio, 2016

4. Páginas web

- What Is a Tessellation? <http://mathforum.org/sum95/suzanne/whattess.html>
- Triángulo de Sierpinski. <http://www.dmae.upm.es/>
- <http://www.archdaily.com/>
 - o Zamet Centre
 - o Salón de Conciertos y Centro de Conferencias Harpa
- <http://www.dezeen.com/>
 - o Centro de Creación Contemporánea de Andalucía
 - o Museo de las Culturas
 - o Ravensbourne College
- <http://www.plataformaarquitectura.cl/cl>
 - o Orquideorama
 - o Parque Marronnier
- Federation Square. LAB Architecture. <http://www.labarchitecture.com/>

- Grand Egyptian Museum. Haeneghan Peng Architects. <http://www.hparc.com/>
- Grand Egyptian Museum. ARUP. <http://www.arup.com/>

- IUCAA. Charles Correa. <http://www.charlescorrea.net/>

- Disaster Prevention and Education Centre of Istanbul.,Nedev & Yovchev <http://www.3on.eu/>
- Disaster Prevention and Education Centre of Istanbul. Nedev & Yovchev. <http://www.portfolio.piformus.com/>

- Viviendas en Carabanchel. Arata Isozaki. <http://www.arataisozaki.org/>

- Residenze Citylife. Arata Isozaki + Anfreia Maffei. <http://www.ordinearchitetti.mi.it/>
- Residence Citylife. Arata Isozaki + Anfreia Maffei. <http://www.amarchitects.it/>

- Queen Mary, University of London: Mathematics Building. WilkinsonEyre. <http://www.wilkinseyre.com/>

- Storey Hall. ARM Architecture. Australian Institute of Architects. <http://architecture.com.au/>

- Congress Centre Davos. Degelo Architekten. <http://www.degelo.net/>
- Congress Centre Davos. Degelo Architekten. <http://www.myswitzerland.com/>
- Extension of the Congress Centre Davos. Degelo Architekten. <http://divisare.com/>

- Zamet Centre. 3LHD Studio. <http://www.3lhd.com/>

- Ganadores de Arvo Pärt Centre. Nieto Sobejano Arquitectos. <http://www.metalocus.es/>
- Arvo Pärt Centre. Nieto y Sobejano. <http://www.nietosobejano.com/>

- Ravensbourne College. Alejandro Zaera. <http://azpml.com/>

- Centro de Creación Contemporánea de Andalucía. Nieto y Sobejano. <http://www.nietosobejano.com/>

- Harpa - Reykjavik Concert Hall and Conference Centre. Henning Larsen Architects. <http://www.henninglarsen.com/>

- Melbourne Recital Centre. ARM Architecture. <http://www.a-r-m.com.au/>
- Melbourne Recital Centre. ARUP. <http://www.arup.com/>

- Mercado de Santa Caterina. EMBT Arquitectos. <http://www.mirallestagliabue.com/>

- Orquideorama. Plan B Arquitectos: <http://www.planbarq.com/>

- Petrus Petri. Museo de la Veja Baja. Toledo. Alejandro Zaera.
<https://issuu.com/toletumvisigodo>
- National Performing Arts Center, Kaohsiung. Zaha Hadid + Patrick Schumacher.
<http://www.archilovers.com/>
- National Performing Arts Center, Kaohsiung. Zaha Hadid + Patrick Schumacher.
<http://architect-1.blogspot.com.es/>

5. Programas de diseño y dibujo asistido por ordenador

- **AutoCAD 2013.** Producto de Autodesk.
- **Adobe Photoshop CC 2015.**
- **Geogebra**

Nota

Salvo que se indique lo contrario, los esquemas y dibujos de teselados, incluidos en este trabajo, han sido realizados por la autora del mismo a través de las herramientas digitales de dibujo anteriormente mencionadas.