Universidad de Valladolid

Facultad de **Ciencias Económicas** y **Empresariales**

Grado en Economía

Teoría de Juegos: Juegos de Señalización

Presentado por:

Natalia Muñoz Herrero

Valladolid, 1 de Julio de 2016

ÍNDICE

RESUMEN

La teoría de juegos estudia cómo deben relacionarse los agentes cuando sus intereses se enfrentan a situaciones de conflicto.

En este trabajo se presentan distintos tipos de juegos y se analizan las soluciones adecuadas en cada caso. Se analizan los conceptos de equilibrio de Nash, equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, el equilibrio Bayesiano de Nash y el equilibrio Bayesiano perfecto en subjuegos. Este último se estudia con detalle en los juegos de señalización donde se analiza en profundidad el modelo de Spence sobre el mercado de trabajo, en el cual se observa la importancia de la educación como una buena señal para indicar la capacidad de los trabajadores.

Palabras clave: Teoría de juegos, mercado de trabajo, educación, señalización.

Clasificación JEL: C72, D82, E24.

ABSTRACT

Game theory studies how the agents should relate among then when their interests are facing conflict situations.

In this study, different types of games are presented and the suitable solutions are analyzed in each case. The concepts of Nash equilibrium, the Nash perfect equilibrium in their games, the Bayesian Nash equilibrium and the perfect Bayesian equilibrium in their games are analyzed. This latter one is studied in detail in the signaling games where the Spence model is thoroughly analyzed in the labour market in which it is noted the importance of education as a good sign to indicate the ability of workers.

Keywords: Games theory, equilibrium, education, labour market, signaling.

ClassificationJEL: C72, D82, E24.

1. INTRODUCCIÓN

La incertidumbre de las decisiones humanas sumada a la escasez de información en la sociedad, han puesto en relevancia la necesidad de resolver posibles situaciones de conflicto entre los individuos. Aunque estos problemas han existido siempre, fue a principios del siglo XIX cuando se planteó la Teoría de Juegos con el fin de poder modelizar estrategias que permitieran resolver mejor estos conflictos. Hoy en día, es fácil encontrar ejemplos de aplicación de esta teoría en muchas situaciones que impliquen la relación de unos individuos con otros y la toma de decisiones.

Esta teoría ha contribuido también al mercado laboral, modelizando estrategias basadas en la educación que impulsan a un mejor proceso de contratación, incentivando así una retribución adecuada de los individuos y una mejora del crecimiento económico. De ahí mi especial interés en el estudio de estos temas de especial importancia económica, dada la situación en la que nuestra sociedad se haya. Además de por, la gran relevancia que tiene la formación de los trabajadores y la adquisición de conocimientos para contribuir a la mejora de los niveles de bienestar de la sociedad, para la nivelación de las desigualdades económicas y sociales y para acceder a mejores niveles de empleo.

Este trabajo tiene por objeto estudiar los fundamentos de la Teoría de Juegos, centrándose en última instancia en ver como se aplica esta teoría al mercado de trabajo y más específicamente, en el proceso de contratación de los trabajadores.

Para ello, primeramente se explica qué es la Teoría de Juegos, sus antecedentes y sus aplicaciones. Seguidamente se exponen los elementos básicos de un juego así como los diferentes tipos que existen de acuerdo a distintos criterios. También se específica en ese mismo capítulo las posibles formas de representación de un juego y los diferentes conceptos de solución.

Una vez visto todo lo anterior, en el tercer capítulo, se explica en una primera parte los juegos de señalización, y por otra parte y dentro de estos, el modelo de la señalización en el mercado de trabajo de Spence. Dentro de este modelo se distingue cuando el mercado laboral tiene información completa e incompleta, y entre los equilibrios agrupadores y separadores. En el último apartado de este capítulo se estudia el modelo de Spence cuando la educación afecta a la productividad.

Por último se exponen una serie de conclusiones sobre el trabajo presentado.

2. BASES TEÓRICAS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

2.1. DEFINICIÓN DE TEORÍA DE JUEGOS

La teoría de juegos es una parte de las matemáticas encargada de modelizar y resolver posibles problemas o situaciones de conflicto. El supuesto principal de esta teoría es que todos los individuos han de ser racionales, es decir, juegan intentando maximizar su utilidad.

La teoría de juegos no es una teoría en si misma ya que no contiene hipótesis que sean directamente verificables, en este sentido se expresa Ignacio Sánchez-Cuenca (2009), sino que es considerada como una aproximación a la realidad social y a las relaciones humanas, tanto las decisiones como los resultados que se realizan y se obtengan van a depender de las acciones de los otros jugadores.

Actualmente, no existe una definición exacta de lo que es la teoría de juegos, aunque si se proporcionan varios conceptos planteados por los autores más importantes de esta.

Von Neumann y Morgenstern, ya en 1944, especificaron que la teoría de juegos es una rama de las matemáticas que tiene por objeto analizar el comportamiento racional, es decir, la base de comportamiento social, para lo cual se usa la teoría matemática de los juegos estratégicos. Posteriormente a estos autores, fue en 1989 cuando Aumann establece que la teoría de juegos analiza el comportamiento racional de personas con intereses diferentes. En 1991 Myerson la definió como el estudio de modelos matemáticos de conflicto y cooperación entre decisores racionales inteligentes. Binmore, por su parte, en 1992, considera la teoría de juegos, como la parte que analiza fundamentalmente situaciones en las cuales los individuos interactúan de forma racional o de acuerdo con la lógica de interacción estratégica. Todo ello de acuerdo con Baca Olamendi *et al*. (2000).

A partir de estas definiciones se puede construir una definición general y propia sobre teoría de juegos, entendida como la rama de las matemáticas que se encarga de resolver situaciones de conflicto, que surgen de los distintos intereses de los individuos racionales y que tienen como resultado una serie de ganancias o pérdidas.

2.2. HISTORIA DE LA TEORÍA DE JUEGOS

Los orígenes de la teoría de juegos datan del siglo XX, para ser más exactos fue en 1944 cuando John Von Neumann y Oskar Morgenstern publicaron su libro "Theory of Games and Economic Behavior." Aunque hay ideas anteriores como las explicadas por Cournot y Edgeworth en el siglo XIX, por Zermelo y Émile Borel a principios del siglo XX o incluso por el propio Von Neumann en 1928 donde se anticipan las bases de la teoría de juegos, no es hasta la publicación del libro donde se establece lo que ahora se denomina la Teoría de Juegos Clásica.

Von Neumann y Morgenstern en su libro realizaron dos enfoques, uno estratégico o no cooperativo y otro coalicional o cooperativo. En el primero de ellos los autores resolvieron el problema para el caso particular de los juegos de suma cero[1] con dos jugadores, donde se hace necesario detallar lo que los jugadores pueden o no hacer en el juego, además de elegir una estrategia óptima para cada jugador. En su segundo planteamiento, buscaron describir la conducta óptima en juegos con muchos jugadores, pero obtuvieron resultados fallidos.

Ante las restricciones establecidas por Von Neumann y Morgenstern de estudiar principalmente el juego no cooperativo mediante dos personas, y casi ni indagar en el juego cooperativo, fue John Forbes Nash en los años cincuenta quien planteó una solución para los juegos estratégicos no cooperativos que fue denominado "Equilibrio de Nash". Este equilibrio es "Una situación en la que ninguno de los jugadores siente la tentación de cambiar de estrategia, ya que cualquier cambio implicaría una disminución en sus pagos". (Bravo Raspeño, 2006, pp.3). John Forbes Nash (1928-2015) fue un

[1] Es una modalidad dentro de los juegos no cooperativos, expresado como situación donde cualquier ganancia para un jugador siempre se equilibra exactamente con una pérdida correspondiente para el otro jugador.

matemático estadounidense, doctorado en la Universidad de Princeton y especialista en la Teoría de Juegos. A pesar de que su vida no fue fácil, ya que a sus veintinueve años se le diagnosticó una esquizofrenia paranoica, en los años setenta volvió a la investigación consiguiendo en 1994 el Premio Nobel[2] de Economía compartido con John C. Harsanyi y Reinhart Selten por los análisis de los juegos no cooperativos. De ahí que Nash sea considerado uno de los grandes matemáticos del siglo XX.

Posteriormente al gran genio, fue entre los años 60 y 70 cuando aparecieron investigadores como Selten, quien se dedicó a estudiar los juegos dinámicos y a perfeccionar el equilibrio de Nash desarrollando el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, o como Harsanyi el cual estudió los juegos con información incompleta.

Otra de las aportaciones más importante es la dada por Robert J. Aumann y Thomas C. Schelling en los temas de juegos con sucesos repetidos por lo cual han obtenido el Premio Nobel de Economía en el año 2005.

La última aportación, que ha sido galardonada con el Premio Nobel de economía en el año 2012, es la expuesta por Alvin E. Roth y Lloyd S. Shapley por su trabajo en asignaciones estables y sus teorías en el diseño de mercado.

2.3. APLICACIONES

En sus comienzos, y a partir de las aportaciones de Von Neumann y Morgenstern, se realizaron juegos simples aplicados principalmente a la economía, como fue el análisis de la competencia perfecta y el monopolio. Posteriormente, se entró en juegos con información imperfecta. Hoy en día, la teoría de juegos es utilizada por multitud de personas y aplicada en múltiples ámbitos.

"La principal razón de su éxito fue la variedad de escenarios en los que la gente empezó a darse cuenta que tenían que pensar formal y sistemáticamente sobre las interacciones estratégicas", explica Rakesh Vohra (2015), profesor de

[2] Erróneamente denominado Premio Nobel de Economía, ya que es el único de los galardones que no estableció Alfred Nobel. Este premio que se entrega a partir de 1969 pretende, al igual que los demás, reconocer y premiar a las personas que han realizado grandes avances. En realidad su nombre es "Premio del Banco de Suecia en ciencias económicas en memoria de Alfred Nobel" ya que lo proporciona el Banco de Suecia.

Economía en la Universidad de Pensilvania y alto miembro de la Sociedad de la Teoría de los Juegos.

En la actualidad las principales aplicaciones se dan también en el campo de la economía, como por ejemplo, se destaca, a nivel microeconómico los modelos de negociación o las subastas, a nivel internacional las decisiones de países que compiten o coluden para tomar sus decisiones arancelarias o de política exterior y a nivel macroeconómico para decidir la política monetaria que van a llevar a cabo los distintos países. Aunque hay otros múltiples ámbitos donde es utilizada la teoría de juegos como pueden ser la sociología, la politología o incluso la biología y la psicología.

2.4. ELEMENTOS DE UN JUEGO

Un juego puede contar con los siguientes elementos, aunque estos no intervengan siempre.

- Jugadores

Son los participantes que toman las decisiones en los juegos intentando obtener el mejor resultado, es decir, maximizar su utilidad, respetando las reglas del juego y sabiendo que las decisiones de los demás jugadores influyen en sus resultados.

En los juegos, pueden participar dos o más jugadores. Normalmente a la hora de hablar de jugadores se da por hecho que estos son personas o empresas, y que además son racionales y están informados, posteriormente se muestra que esto no siempre es así.

Además en algunas ocasiones se contará con un jugador especial, que en algunos libros tiene el tratamiento de pseudo jugador, o lo que es denominado más comúnmente como “la naturaleza” o “el azar”.

- Acciones

Son las decisiones que puede tomar cada jugador en cada momento que le toque jugar.

- Información

Es el conocimiento de ciertas variables del juego, en un determinado momento, proporcionada por los demás jugadores o adquirida por el propio jugador. El tipo de información puede ser perfecta, imperfecta, completa o incompleta.

- Estrategias

Una estrategia para un jugador es una planificación del juego, antes de iniciarlo, con una determinada acción en cada uno de los momentos del juego en el que le toque jugar. Un perfil de estrategias está formado por una estrategia por cada uno de los jugadores del juego.

- Resultados

Son las distintas situaciones en las cuales puede acabar el juego, llevando aparejado una serie de consecuencias para cada jugador.

- Pagos

Dependen directamente de los resultados, y se pueden definir como la utilidad que recibe cada jugador al completar el juego.

- Equilibrio

Un equilibrio es un perfil de estrategias compuesto por las mejores opciones posibles para cada uno de los jugadores.

2.5. TIPOS DE JUEGOS E INFORMACIÓN

Existen numerosas clasificaciones de juegos, pero cabe destacar dos enfoques básicos, que ya fueron planteados por Von Neumann y Morgenstern en sus inicios, cooperativos y no cooperativos.

Los juegos cooperativos o coalicionales, son aquellos en los que los participantes llegan a un acuerdo previo sobre las decisiones que van a tomar a lo largo del juego, con el objeto de obtener los mejores resultados posibles. En los juegos no cooperativos, los participantes toman las decisiones de forma separada, es decir, sin un acuerdo establecido previamente.

Dentro de los juegos no cooperativos y atendiendo al criterio de cómo se realizan las jugadas, cabe hacer dos distinciones, los juegos estáticos y los juegos dinámicos. En los juegos estáticos, los jugadores juegan de manera simultánea, es decir, juegan a la vez sin saber qué es lo que han decidido los demás jugadores. En los juegos dinámicos, los jugadores juegan unos a continuación de otros, por lo que estos jugadores ya tienen cierta información sobre lo que ha jugado el resto de agentes para tomar sus propias decisiones.

Con lo que se refiere a la clasificación de la información se puede distinguir principalmente entre cuatro tipos: perfecta, imperfecta, completa e incompleta. Se dice que un juego tiene información completa, cuando todos los jugadores tienen conocimiento sobre todas las consecuencias de las decisiones tomadas tanto de sí mismos, como del resto de jugadores. Mientras que un juego con información incompleta sucede cuando alguno de los jugadores desconoce las consecuencias jugadas, por ejemplo, que un jugador no conozca la función de pagos del otro.

La otra distinción que se realiza es entre información perfecta e imperfecta. Un juego tiene información perfecta si en cada momento se conoce el desarrollo del juego, es decir, cada jugador conoce los movimientos previos antes de que le toque jugar. Un juego con información imperfecta se produce cuando algún jugador tiene que realizar un movimiento sin conocer lo que ha ocurrido anteriormente, es decir, se desconoce parte del juego. En información imperfecta, el jugador no sabe en qué nodo de información se encuentra, situación que viene provocado principalmente por jugadas en las que interviene el azar. Esto se representa mediante un conjunto de información que contiene más de un nodo.

Un instrumento que va a ser muy utilizado en algunos de estos juegos y que es necesario destacar es la llamada "Trasnformación de Harsanyi", mediante la cual se permite transformar los juegos con información incompleta en juegos con información imperfecta.

2.6. FORMALIZACIÓN DE UN JUEGO

La representación formal de todos los tipos de juegos que se han venido desarrollando hasta ahora, puede realizarse de dos maneras diferentes: forma estratégica o normal y forma extensiva. En ambas formas se especifican los jugadores, las acciones y los pagos.

2.6.1. Forma normal o estratégica

Esta representación es característica de los juegos estáticos con información completa. Para ello se debe especificar una serie de elementos, en primer lugar los jugadores, después las estrategias de las que dispone cada jugador y por último las posibles ganancias dependientes de la combinación de estrategias. En un juego en forma normal denotamos al conjunto de jugadores con "*J*", se denomina "S_i" al conjunto de estrategias con las que cuenta el "jugador *i*" siendo "s_i" un elemento arbitrario de ese conjunto. Por último se denomina "u_i" como la función de ganancias de cada jugador *i*. Por tanto se denota el juego como:

$$G= \{J;S_1,\ldots,S_n; u_1,\ldots,u_n\}$$

En el caso de dos jugadores y si los conjuntos de estrategias son finitos, se puede representar el juego en forma matricial.

Como ejemplo de representación de un juego en forma normal de dos jugadores se utilizará el ejemplo del "dilema del prisionero"[3], uno de los más típicos de la teoría de juegos[4], en el cual se establece que:

"Dos delincuentes habituales son apresados cuando acaban de cometer un delito grave. No hay prueba clara contra ellos, pero sí indicios fuertes de dicho delito y además hay pruebas de un delito menor. Son interrogados simultáneamente en habitaciones separadas. Ambos saben que si los dos se callan serán absueltos del delito principal por falta de pruebas, pero condenados por el delito menor (1 año de cárcel), que si ambos confiesan, serán condenados por el principal pero se les rebajará un poco la pena por confesar (4 años), y finalmente, que si solo uno confiesa, él se librará de penas y al otro se le condenará a 5 años."

Este juego en forma normal se representa en la figura 2.1 donde se utiliza una matriz binaria, es decir, que en cada casilla se representan los pagos de los dos jugadores, siendo el primer número el pago del jugador 1, y el segundo

[3] El dilema del prisionero es un juego no cooperativo, estático y con información completa que fue desarrollado por Merrill Flood y Melvin Dresher de la Rand y formalizado por Albert W. Tucker.

[4] Se empleará el enunciado establecido por el libro "Teoría de Juegos" (Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá,E., 2004, pp.64)

número el pago del jugador 2. En este juego existen dos jugadores el preso 1 y el preso 2, dos estrategias callar o confesar.

Figura 2.1. "El dilema del prisionero"

	Callar	Confesar
Callar	-1,-1	-5,0
Confesar	0,-5	-4,-4

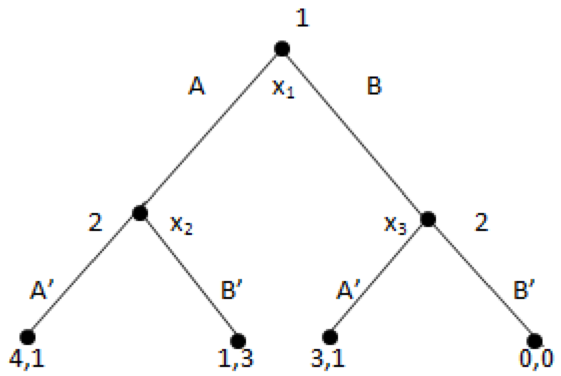
2.6.2. Forma extensiva

La representación en forma extensiva es característica de los juegos dinámicos. Como se observará a continuación su énfasis se centra en destacar la secuencia del juego.

La representación en forma extensiva de un juego debe contar con los siguientes elementos: los jugadores; lo que cada jugador puede hacer cada vez que tiene que jugar, que son las acciones posibles; lo que cada jugador sabe cada vez que tiene que jugar, que viene dado por el nodo en el que se encuentre; y las ganancias recibidas por cada jugador dada la posible combinación de estrategias. Un juego en forma extensiva se denota por G= {J ,X ,A ,X_i ,H ,u_i , p}, donde se denomina *"J"* a los jugadores, "*X*" es el conjunto de nodos, "*A*" todas las acciones posibles, "X_i" el conjunto de nodos de decisión en los que el jugador *i* tiene que elegir una acción, "*H*" los conjuntos de información, "u_i" la función de pagos de cada jugador y *"p"* como la distribución de probabilidad cuando interviene el azar.

En la figura 2.2, aparece representado en forma extensiva el siguiente juego dinámico con información completa para dos jugadores. En este ejemplo, primero el jugador 1 escoge una acción a_1 del conjunto factible A_1={A,B}, después el jugador 2 observa a_1 y decide escogiendo una acción a_2 del conjunto factible A_2={A',B'}. Se puede observar que hay 3 nodos de decisión {x_1,x_2,x_3} y 3 conjuntos de información h_1={x_1}, h_2={x_2} y h_3={x_3}. Los pagos para cada jugador son $u_1(a_1,a_2)$ y $u_2(a_1,a_2)$ indicados al final del árbol.

Figura 2.2. Ejemplo de Juego dinámico



Cualquier juego puede representarse de ambas formas, aunque la forma habitual de representar un juego estático es en forma normal y la de un juego dinámico la forma extensiva.

2.7. EQUILIBRIOS DE UN JUEGO

Se pueden encontrar distintos tipos de equilibrio, dependiendo del tipo del juego y de la información de la que se disponga. A continuación, se exponen los cuatro equilibrios más importantes de la teoría de juegos:

- Los equilibrios de Nash son la solución de los juegos estáticos con información completa.
- Los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos son la solución adecuada para los juegos dinámicos con información completa y perfecta.
- Los equilibrios Bayesianos de Nash son la solución de los juegos estáticos con información incompleta.
- Los equilibrios Bayesianos perfectos en subjuegos son la solución adecuada para los juegos dinámicos con información incompleta e imperfecta.

A lo largo de esta sección se va a analizar cada uno de estos equilibrios, para posteriormente desarrollar en profundidad los EBPS, y más específicamente los juegos de señalización.

2.7.1. Equilibrio de Nash

El equilibrio de Nash es una de las soluciones más importantes de la teoría de juegos.

Sea G= $\{J,S_1,\ldots,S_n; u_1,\ldots,u_n\}$ un juego en forma normal. Un perfil de estrategias $(s_1^*,\ldots,s_n^*)$ es un equilibrio de Nash si, para cada jugador i, s_i^* es la mejor respuesta del jugador i a las estrategias de los otros n-1 jugadores

$(s_1^*,\ldots,s^*_{i-1}, s^*_{i+1},\ldots,s_n^*)$, es decir:

$$u_i\,(s_1^*,\ldots,s^*_{i-1},s_i^*,s^*_{i+1},\ldots s_n^*) \geq u_i(s_1^*,\ldots,s^*_{i-1},s_i,s^*_{i+1},\ldots,s_n^*)$$

para cada posible estrategia s_i en S_i; s_i^* es una solución al problema

$$\max u_i\,(s_1^*,\ldots,s^*_{i-1},s_i,s^*_{i+1},\ldots s_n^*),\ s_i \in S_i$$

En otras palabras un equilibrio de Nash es especificado como:

“Un perfil de estrategias del que ningún jugador desearía desviarse unilateralmente, es decir, ninguno se arrepiente de la decisión tomada, dadas las estrategias decididas por el resto de los jugadores. Un EN está formado por estrategias que son óptimas para cada jugador dadas las estrategias del resto de jugadores. Esto no significa que en un EN cada jugador esté alcanzando el mejor resultado posible, sino el mejor resultado condicionado por el hecho de que los demás jugadores jueguen las estrategias indicadas para ellos en dicho perfil.” (Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá, E., 2004, pp.89)

Veamos un ejemplo de EN en el “dilema del prisionero”. Se utilizará la figura 2.1 para ver este ejemplo, aunque en este caso se suma 5 a los pagos de ambos jugadores para que queden cantidades positivas. Esto no afecta al resultado y es una práctica comúnmente realizada en la literatura sobre el tema. En la figura 2.3 se muestran los posibles equilibrios, donde se señala con un (*) la mejor respuesta para 1 ante la acción del jugador 2 y con ($^+$) la mejor respuesta para 2 dada la acción del jugador 1.

Figura 2.3."El dilema del prisionero"

	Callar	Confesar
Callar	4,4	0,5$^+$
Confesar	*5,0	*1,1$^+$

En este caso, se encuentran cuatro perfiles de estrategias como posibles EN. Si se analiza el juego se observa que si J1 supone que el J2 va a elegir la estrategia "Callar" su respuesta óptima sería "Confesar" ya que sus pagos u_1 (Confesar, Callar)=5 > 4= u_1 (Callar, Callar). Si J1 prevé que J2 jugará "Confesar" su respuesta óptima sería "Confesar" ya que sus pagos u_1 (Callar, Confesar)=0 < 1=(Confesar, Confesar). También aplicable este argumento al jugador 2 por simetría del juego. La conclusión final es que existe un único equilibrio de Nash, el perfil de estrategias (Confesar,Confesar), donde los jugadores no tienen intenciones para desviarse.

2.7.2. Equilibrio de Nash perfecto en subjuegos

Según la definición proporcionada por Selten (1965) "Un equilibrio de Nash es perfecto en subjuegos si las estrategias de los jugadores constituyen un equilibrio de Nash en cada subjuego". Entendiendo que un subjuego es una parte del juego completo, que de forma independiente puede actuar como un juego. Los juegos en forma normal no pueden tener subjuegos, mientras los juegos en forma extensiva sí. El ENPS es interpretado como un refinamiento del EN, ya que para que exista un ENPS, primero el juego tiene que tener un EN, así viene dado en la definición.

El método más comúnmente utilizado para obtener los ENPS es el proceso de inducción hacia atrás. Este procedimiento se inicia en los nodos terminales del árbol, donde se sustituye cada subjuego por las ganancias resultantes del EN. Así y de forma regresiva a lo largo del árbol se logra ver cuáles son las estrategias que sobreviven, considerándose estas como ENPS.

Lo que se pretende en los ENPS es eliminar los equilibrios que se basan en amenazas no creíbles, creando por tanto un equilibrio más poderoso que el anterior. Con este equilibrio más exigente se consigue avanzar en el principio de racionalidad secuencial, según el cual la estrategia de cualquier jugador ha de ser una respuesta óptima en cada punto del juego a las estrategias del resto de jugadores.

Veamos un ejemplo del equilibrio de Nash perfecto en subjuegos utilizando el ejemplo dinámico de la figura 2.2.

Figura 2.4. Ejemplo dinámico en forma normal

	A’,A’	A’,B’	B’,A’	B’,B’
A	^{*4,1}	^{*4,1}	$1,3^+$	$^*1,3^+$
B	$3,1^+$	0,0	$^*3,1^+$	0,0

Como se puede observar en este juego dinámico expresado en forma normal existen 8 posibles perfiles de estrategias, pero solamente dos son equilibrios de Nash: {A,(B’,B’)} y {B,(B’,A’)}. Y de estos dos EN, solo el equilibrio {B,(B’,A’)} es un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, ya que el otro posible equilibrio se basa en amenazas por parte de sus jugadores que no son creíbles.

2.7.3. Equilibrio Bayesiano de Nash

En los juegos con información completa todos los jugadores conocían la estructura del juego, es decir, los pagos de todos los jugadores, los conjuntos de acciones y la racionalidad de los jugadores eran de conocimiento público. Sin embargo, en muchos juegos del mundo real esto no siempre ocurre así. Por ello se plantean los juegos con información incompleta, o también denominada asimétrica o privada.

Dentro de estos juegos, se encuentran los juegos Bayesianos estáticos. Los juegos Bayesianos estáticos se proponen modelizar aquellas situaciones de naturaleza estática en que cada jugador *i* tiene un conjunto de acciones disponibles A_i, pero además algunos o todos los jugadores disponen de alguna información privada, y las preferencias de cada jugador dependen, no sólo de las acciones decididas por todos los jugadores, sino también de la información privada de los jugadores. (Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá, E.,2004, pp.289).

Este juego se caracteriza por que cada jugador conoce su función de pagos, pero es posible que no conozca las funciones de ganancias del resto de jugadores. Para analizar una situación como la anteriormente descrita, John Harsanyi propuso la denominada “Transformación de Harsanyi” desarrollada en 1967 para resolver este tipo de juegos. Para ello, lo que hizo fue introducir un movimiento previo realizado por el azar[5] que proporciona a cada jugador una información privada[6] . Esta información privada de un jugador se denomina tipo (t_i) y se encuentra dentro de un conjunto de tipos (T_i) de todos los jugadores. De este modo, la información que no saben los jugadores lo denotamos por $t_{-i}=(t_1,...,t_{i-1},t_{i+1},...,t_n)$ y se encuentra en un conjunto de tipos (T_{-i}).

A cada tipo se le asigna una distribución de probabilidad que es común para los jugadores y de conocimiento público para todos ellos. El jugador ficticio, es decir el azar, a partir de esta distribución de probabilidad elige los tipos y les comunica que tipo ha resultado ser. A partir de este conocimiento cada jugador se creará una creencia sobre la información que poseen otros jugadores, la denominada conjetura. La conjetura será denotada por $p_i(t_{-i}/t_i)$, y será calculada utilizando la regla de Bayes:

$$P_i(t_{-i}/t_i)=p(t_{-i},t_i)/p(t_i)$$

Con esta información se puede formalizar un juego Bayesiano estático con los siguientes elementos: *"J"* son los jugadores, "A_i" el conjunto de acciones para cada jugador, "T_i" el conjunto de tipos para cada jugador, "u_i" es la función de pagos y "pi" una suposición o conjetura sobre el tipo de otros jugadores. En general suponemos que cada tipo t_i es una variable aleatoria y que la distribución de probabilidad conjunta de los tipos viene dada por la función $p(t_1,\ldots,t_i,...,t_n)$. La función de pagos de cada jugador a diferencia de los juegos con información completa donde únicamente dependían de las acciones de los jugadores, depende de las acciones y de los tipos efectivos de todos los jugadores:

$$u_i\ (a_1,\ldots,a_i,\ldots,a_n;\ t_1,\ldots,t_i,\ldots,t_n)$$

Con ello se puede denotar un juego Bayesiano como:

$$G=\{\ J,\ (A_i)_{i\in N},\ (T_i)_{i\in N},\ u_i,\ p_i)$$

La estructura del juego es la siguiente:

1. El azar elige los tipos de jugadores.

---

[5] Se supone que esta jugada de azar sigue una distribución de probabilidad que es de dominio público.

[6] La información privada puede ser sobre los pagos, sobre los jugadores, elementos del juego o acciones factibles de i. Solo es necesario suponer que los demás jugadores saben de qué naturaleza es la información privada.

2. Cada jugador conoce su propio tipo (t_i) pero no el del resto. Por lo que se forma una conjetura $p_i(t_{-i}/t_i)$ sobre el resto de los tipos de los otros jugadores teniendo en cuenta su tipo y la distribución inicial de probabilidad.
3. Los jugadores toman sus decisiones simultáneamente (el jugador i elige a_i del conjunto factible A_i)
4. Reciben los pagos. Cada jugador i recibe $ui(a_1 \ldots a_i \ldots a_n;\ t_1 \ldots t_i \ldots t_n)$

El Equilibrio Bayesiano de Nash es la solución más apropiada para los juegos estáticos con información incompleta. Para que exista el EB es necesario que una estrategia[7] del jugador i establezca una acción posible para cada uno de los tipos posibles del jugador i. La razón de esto radica en que para decidir su acción óptima el jugador que conoce su tipo necesita tener en cuenta lo que planea hacer el otro jugador que no conoce su tipo y para ello este piensa cual es la acción que tomaría el primer jugador. Esta estrategia será una función denotada $s_i(t_i)$.

En el juego Bayesiano estático $G=\{J,\ A_1,\ldots,A_n;T_1,\ldots,T_n;p_1,\ldots,p_n;u_1,\ldots,u_n\}$, las estrategias $s^*=(s_1^*,\ldots,s_n^*)$ forman un equilibrio Bayesiano de Nash si para cada jugador i y para cada uno de los tipos t_i en T_i, $s_i^*(t_i)$ es una solución de :

$$\text{Max} \sum p_i(t_{-i}/t_i) u_i(s_1^*(t_1),\ldots,s_{i-1}^*(t_{i-1}),\ s_i, s_{i+1}^*(t_{i+1}),\ldots,s_n^*(t_n);t_1,\ldots,t_n)$$

, es decir, ningún jugador quiere cambiar su estrategia.

Desde esta perspectiva, un equilibrio Bayesiano puede ser considerado un equilibrio de Nash en un juego con información imperfecta que incluye al pseudo jugador denominado naturaleza.

Veamos a continuación un ejemplo donde se encontrarán equilibrios Bayesianos en la figura 2.5. Supongamos que hay dos empresas que quieren realizar una innovación, esta innovación conlleva unos costes pero también unos beneficios de 4 millones a repartir entre las dos empresas por igual. La empresa 1 tiene unos costes de innovación de 1 millón, pero la empresa 2 puede tener unos costes de 1 millón con probabilidad 0.4 y de 3 millones con

[7] En los juegos estáticos con información completa una estrategia era igual a una acción. En los juegos Bayesianos una estrategia es distinta de una acción ya que dependerá de los tipos de los jugadores.

probabilidad 0.6. Dado este ejemplo se representa en la forma multiagente con los siguientes pagos:

Figura 2.5. Equilibrios Bayesianos

Tipo I. Probabilidad 0.4			**Tipo II. Probabilidad 0.6**		
(c=1)	**Innovar**	**Imitar**	**(c=3)**	**Innovar**	**Imitar**
Innovar	1,1	1,2	**Innovar**	1,-1	1,2
Imitar	2,1	0,0	**Imitar**	2,-1	0,0

En este juego, existen dos jugadores 1 y 2, donde su conjunto de acciones son A_1={Innovar,Imitar} y A_2={Innovar,Imitar}. El jugador 2 es el único que tiene información privada y por tanto es el único que tiene tipos $T_2=\{c_2=1,c_2=3\}$. El jugador 1 no sabe cuál es el tipo del jugador 2 y por tanto no sabe que juego tendrá que jugar, aunque si conoce que los costes pueden ser altos (c=3) o bajos (c=1) y cuál es la distribución de probabilidad, ya que es información de dominio público. Las funciones de pagos dependen de las acciones pero también de los tipos.

En este juego existen cuatro estrategias para el jugador dos, ya que tiene dos tipos y dos acciones, que son {Imitar, Imitar}, {Innovar,Imitar}, {Innovar, Innovar} e {Imitar, Innovar}, mientras que para el jugador 1 solo tiene una estrategia que coincide con sus posibles acciones {Innovar, Imitar}.

El equilibrio Bayesiano de Nash es un par de estrategias que son mejor respuesta mutuamente. Analizando el juego, se observa que en el caso del tipo I, no existen acciones dominantes, mientras que en el caso del tipo II, Imitar domina estrictamente a Innovar para el caso de la empresa 2. Por tanto podemos eliminar las estrategias de 2 de (Innovar, Innovar) e (Imitar, Innovar) como parte posible del Equilibrio Bayesiano.

En la figura 2.6, se realizará la matriz de pagos para las estrategias que sí que pueden llegar a ser un equilibrio Bayesiano, mediante el cálculo de los pagos esperados. Aquí se muestra un ejemplo de cómo calcular los pagos:

Eu (Innovar, (Innovar, Imitar))=0’4*(1,1)+0’6*(1,2)=(1,1’6)

Figura 2.6. Equilibrio Bayesiano de Nash

J1/J2	Innovar, Imitar	Imitar, Imitar
Innovar	*1,1’6	*1,2+
Imitar	0’8,0’4+	0,0

Con esta matriz, buscamos los equilibrios Bayesianos de Nash[8]. Si el jugador 1 elige Innovar lo mejor para el jugador 2 es (Imitar,Imitar), mientras que si el jugador 1 elige Imitar lo mejora para 2 es (Innovar, Imitar). Si el jugador 2 elige (Innovar, Imitar) tanto como si elige (Imitar,Imitar) lo mejora para el jugador 1 es Innovar. Por tanto existe un único equilibrio Bayesiano de Nash, y está formado por las estrategias EB={Innovar, (Imitar, Imitar)}.

2.7.4. Equilibrio Bayesiano perfecto en subjuegos

En el ENPS la condición necesaria es que las estrategias de los jugadores sean respuestas óptimas en cada subjuego. Pero si la información es imperfecta, el ENPS puede admitir soluciones que no proponen jugadas óptimas en conjuntos de información no unitarios. Para eliminar soluciones no razonables refinamos el concepto pasando a EBPS. Por tanto, para que un perfil de estrategias sea EBPS es necesario que sea un EN en cada juego de continuación, siendo un juego de continuación aquel que empieza en cualquier conjunto de información sea de un único elemento o no. Este juego es representado normalmente en forma de árbol, y como es característico de los juegos dinámicos con información imperfecta, habrá ocasiones en los que el jugador no sepa con certeza en qué nodo de decisión se encuentra. Por tanto un elemento muy importante a destacar en estos juegos es el conjunto de información, entendido como un conjunto de nodos de decisión entre los cuales no puede distinguir el jugador.

Lo que realmente caracteriza estos juegos es que su equilibrio no solo está formado por estrategias, sino que el equilibrio es un conjunto de percepciones

[8] Se señala con un (*) la mejor respuesta para 1 ante la acción del jugador 2 y con un (+) la mejor respuesta para 2 dada la acción del jugador 1.

formadas por unas estrategias y unas conjeturas para cada jugador. En este equilibrio se debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

1. El jugador que decide, debe formarse una conjetura sobre el nodo del conjunto de información al que se ha llegado en el juego. Si es un conjunto de información que cuenta con más de un elemento una conjetura es una distribución de probabilidad sobre los nodos, mientras que si es un conjunto de información con un único elemento la probabilidad es de 1 al único nodo de decisión.
2. Dadas las conjeturas, se establece que una estrategia debe ser sucesivamente racionales, es decir, la acción realizada por un jugador en un momento determinado y sus estrategias siguientes deben ser óptimas, es decir conseguir un mayor pago esperado, de acuerdo con la conjetura para ese conjunto de información y las estrategias siguientes de los otros jugadores. Con ello se consigue eliminar las conjeturas disparatadas y conseguir el criterio de consistencia.
3. En conjuntos de información sobre la trayectoria de equilibrio[9], las conjeturas son consistentes con las estrategias, se determinan de acuerdo con la regla de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.
4. En conjuntos de información fuera de la trayectoria del equilibrio, las probabilidades de las conjeturas han de formarse mediante la actualización bayesiana siempre que sea posible.

Por tanto, un equilibrio Bayesiano perfecto en subjuegos consiste en una estrategia y una conjetura que satisfagan los requisitos anteriores. Con este nuevo concepto de equilibrio se consigue totalmente cumplir el principio de racionalidad secuencial, planteado en los ENPS, y por tanto eliminar las posibles amenazas no creíbles de los jugadores.

3. JUEGOS DE SEÑALIZACIÓN

Los juegos de señalización son los más simples con información incompleta, puesto que se realizan con dos individuos y sólo uno de ellos puede tomar tipos

[9] Un conjunto de información está en la trayectoria del equilibrio si se alcanza con probabilidad positiva cuando el juego se desarrolla según las estrategias de equilibrio.

diferentes. (Guerrien Bernard, J., 1988, pp.166). Un juego de señalización está formado por dos jugadores, un emisor que denotaremos como “E” y un receptor “R”. El emisor es un jugador informado tanto de la utilidad de otros jugadores como de la suya propia, mientras que el receptor es el jugador desinformado ya que no conoce la utilidad del otro jugador, aunque si la suya.

Estos juegos son característicos de situaciones en las cuales existe asimetría informativa, es decir, un jugador sabe algo que el otro no sabe. Además un juego de señalización es un juego dinámico, ya que primero decidirá el participante que tenga la información y posteriormente el jugador desinformado.

El aspecto novedoso con respecto a los juegos dinámicos analizados anteriormente es que en estos juegos existe la posibilidad de enviar señales. El jugador desinformado puede recibir mensajes o señales con información del jugador informado. A su vez, a éste último puede convenirle revelar u ocultar esa información. Por ejemplo, si se trata de la calidad de un producto existe un incentivo a revelar una información creíble sobre su verdadero tipo. Por el contrario, existen ocasiones en las que el jugador prefiere ocultar su verdadero tipo y adoptar conductas de imitación a otros tipos para intentar ganarse una determinada reputación.

Los modelos de señalización han sido continuamente aplicados en el análisis económico, así como en multitud de ámbitos de la vida diaria. El ejemplo más utilizado es el “mercado de las carracas”, donde existe un vendedor de coches usados que quiere vender su producto y un comprador que no percibe si este tiene buena o mala calidad.

3.1. DESARROLLO DE UN JUEGO DE SEÑALIZACIÓN

A la hora de establecer el desarrollo de un juego de señalización, hay que tener en cuenta que existen dos jugadores: emisor y receptor. El emisor cuenta con conjuntos de información de un único elemento a la hora de elegir los mensajes, ya que conoce la historia del juego. Por el contrario el receptor tiene conjuntos de información de más de un elemento a la hora de decidir las acciones, ya que no conoce el tipo del emisor. Partiendo de esta información el desarrollo del juego se puede estructurar en los siguientes pasos:

1. El azar elige un tipo t_i del conjunto de tipos factibles $T=\{t_1,\ldots,t_i\}$ de acuerdo con un conjunto de probabilidades positiva y de conocimiento público para ambos jugadores.
2. Esta información que es revelada al jugador informado, puede concebirse como el tipo de este jugador. Posteriormente el emisor observa su tipo y elige un mensaje m_j del conjunto de mensajes factibles $M=\{m_1,\ldots,m_j\}$ para enviar al receptor.
3. El receptor observa el mensaje m_j pero no el tipo t_i. A partir del mensaje recibido elige una acción a_h del conjunto de acciones factibles $A=\{a_1,\ldots,a_h\}$.
4. Las ganancias de cada jugador vienen dadas por $U_E(t_i,m_j,a_h)$ y $U_R(t_i,m_j,a_h)$.

Es inmediato por tanto la relación de dependencia que existe entre el tipo que determina el azar y los mensajes factibles; y entre los mensajes enviados y las acciones factibles.

Un juego de señalización tiene que cumplir los requisitos establecidos en los EBPS pero más específicos, por ello se describen a continuación. El primer requisito es que el receptor después de observar el mensaje m_j recibido debe crearse una conjetura sobre qué tipos pueden haber enviado el mensaje m_j. Esta conjetura es una distribución de probabilidad denotada como $p(t_i/m_j)$. El segundo requisito, es que para cada mensaje la acción elegida debe maximizar la utilidad esperada del receptor dadas las conjeturas sobre qué tipos podrían haber enviado el mensaje. Por tanto $a^*(m_j)$ es solución de:

$$\text{Max} \sum p(t_i/m_j) U_R(t_i,m_j,a_h)$$

Además la estrategia del emisor debe ser óptima dada la estrategia del receptor, es decir el mensaje del emisor $m^*(t_i)$ debe maximizar la utilidad de este dada la acción del receptor $a^*(m_j)$. Por tanto $m^*(t_i)$ es la solución de:

$$\text{Max } U_E(t_i,m_j,a_h^*(m_j))$$

El tercer requisito se centra para cada mj en M, si existe ti en T tal que m*(ti)=mj, la conjetura del receptor en el conjunto de información correspondiente a mj debe derivarse de la regla de Bayes y la estrategia del emisor. Siendo la regla de Bayes:

$$p(ti/mj) = \frac{p(ti)}{\sum p(ti)}$$

Un equilibrio Bayesiano perfecto con estrategia puras en un juego de señalización consiste en un par de estrategias m*(ti) y a*(mj) y en una conjetura p(ti/mj) que satisfacen los requisitos de señalización.

Sea G un juego de señalización, pueden existir múltiples tipos de equilibrios: mixtos, separadores y agrupadores. Para el caso concreto de juegos de señalización en el que el emisor pueden tener únicamente dos tipos, existen dos opciones sobre los equilibrios: de agrupación o de separación. Se dice que hay un equilibrio de agrupación si la estrategia para el emisor es una estrategia de agrupación, es decir, si todos los tipos deciden el mismo mensaje. Por el contrario habrá un equilibrio de separación si existe una estrategia de separación, es decir, si tipos distintos del emisor eligen mensajes distintos. Los equilibrios de separación son especiales e interesantes ya que son muy útiles para identificar el tipo del emisor y cumplir su función de señalización. Por el contrario, los equilibrios de agrupación no proporcionan ninguna información.

3.2. MODELO DE SPENCE

Michael Spence nació en 1943 en Nueva Yersey. Comenzó sus estudios en la Universidad de Princeton, más tarde se trasladó a la Universidad de Oxford para realizar un máster en Matemáticas y finalizó sus estudios como doctorado de la universidad de Harvard en 1972. Este economista y profesor canadiense, recibió el premio Nobel de Economía en 2001 por la Real Academia Sueca junto a George Akerlof y Joseph E. Stiglitz, por sus trabajos sobre la dinámica de la información y la formación de mercados. En concreto, Spence fue galardonado por sus análisis de los mercados con información asimétrica. La idea que estableció este autor, es que los agentes mejor informados tenían incentivos a realizar acciones observables y costosas ante los jugadores desinformados, siempre y cuando estos mejoraran su situación individual en el mercado. Estas acciones son denominadas “señales”, y por tanto estamos ante un juego de señalización.

El modelo más conocido de Spence fue el artículo que publicó en 1973 “Job Market Signaling” en la revista “Quarterly Journal Of Economics”. Su punto de partida es considerar que la educación es una señal para el mercado de trabajo. Es un modelo en el mercado del trabajo con información limitada, en el cual se estudia como los trabajadores pueden enviar señales de su capacidad por medio de la educación a los empresarios para convencerles de su valor. Esta estrategia puede contrarrestar el fenómeno negativo denominado como selección adversa planteado por Akerlof en el mercado de los cacharros. Entendiendo que la selección adversa es el fenómeno por el cual un empleador que no está en condiciones de conocer la capacidad relativa de la productividad personal que se desea contratar, ofrece salarios bajos a los trabajadores. Por lo que el mercado laboral podría colapsarse contratando únicamente aquellos que tengan baja productividad, lo que generaría a su vez insatisfacción en los trabajadores de mayor capacidad siendo estos desplazados del mercado.

Este modelo supone que enviar una señal genera un costo para el emisor, el cual ha de ser distinto dependiendo de su productividad. Obtener un cierto nivel educativo resultará más caro para personas con menos capacidades que para las que tengan una mayor capacidad. Con ello lo que se pretende es evitar que los agentes menos idóneos consigan enviar señales falsas, que sean creídas por el receptor. Por ello, los trabajadores con una mayor capacidad se esforzarán en obtener títulos educativos difícilmente obtenibles por los trabajadores de menor capacidad, para señalar su alta capacidad.[10] La ironía de este modelo se basa en que los salarios podrán aumentar con la educación, aunque la educación no tenga efecto en la productividad. Veamos a continuación la descripción del modelo y la distinción de equilibrios.

3.2.1. Descripción del juego.

El jugador 1, que es considerado como el emisor, es un trabajador que puede tener una productividad alta o baja, denotada respectivamente como p_a o p_b.

[10] Los trabajadores de mayor capacidad invertirán en educación aunque esta no mejore su productividad, simplemente para no ser desplazados por los trabajadores de baja calidad.

Este trabajador puede escoger entre un nivel de estudios $e \geq 0$, y demandar un salario determinado $w>0$. El jugador 2, que es interpretado como el receptor, es el empleador que necesita contratar a algún trabajador para desempeñar una serie de funciones. Además cuenta con dos acciones posibles: Aceptar (A) o Rechazar (RE) al trabajador. El trabajador sabe si su productividad es alta o baja, es decir, conoce su tipo, mientras que la empresa solo conoce la probabilidad a priori, "p" si la productividad es alta y "1-p" si se trata de la productividad baja. Por otra parte, la inversión en estudios tiene un coste que depende del nivel de estudios y del tipo del trabajador, y que por tanto será denotada como $c(e,p)$.

Para desarrollar este modelo simple, Spence establece una serie de hipótesis a tener en cuenta:

- ✓ Los costes $c(e,p)$ para ambos trabajadores son lineales. Para los trabajadores más productivos los costes serán $c(e,p_a)=ec_a$ y para los menos productivos $c(e,p_b)=ec_b$.
- ✓ Los costes del trabajador más productivo son menores que los del trabajador menos productivo, es decir, $0<c_a<c_b$. Esto es así porque los trabajadores con productividad alta pueden adquirir un título en un menor espacio temporal y por tanto con menos costes que los trabajadores del otro grupo.
- ✓ La productividad esperada a priori será $g(e,p)=pp_a+(1-p)p_b$, donde se establece que la productividad solo depende de su tipo y no del nivel de estudios adquirido. Este supuesto de que la educación no afecta al nivel de productividad, será modificado en el modelo más complejo.

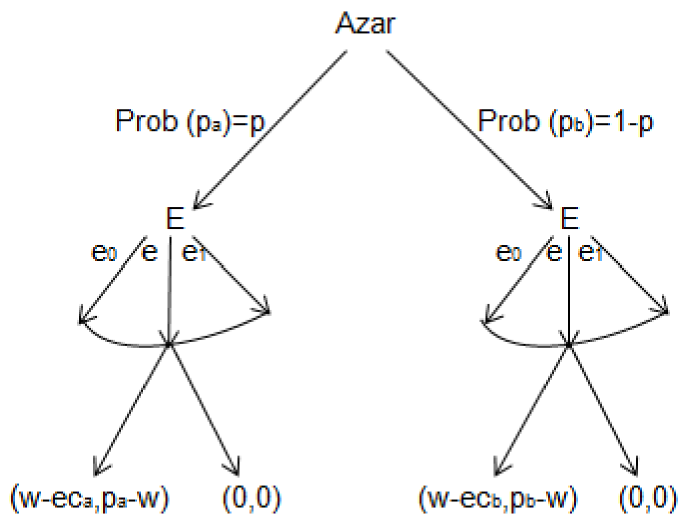
Partiendo de esta información y estos supuestos, el desarrollo del juego es el siguiente:

1. El azar determina la capacidad productiva del trabajador.
2. El trabajador averigua su capacidad y elige un nivel de estudios $e>0$.Posteriormente, envía un mensaje con su nivel de estudios y el salario esperado $m=(e,w) \in M$ al receptor.
3. La empresa recibe el mensaje y puede realizar dos acciones $A=\{A,RE\}$.

4. Se acaba el juego, y cada uno recibe sus pagos correspondientes. Si el receptor elige RE el vector de pagos será u=(0,0), mientras que si el receptor elige A el pago será de $u=(w-ec_a, p_a-w)$[11] si el trabajador tiene productividad alta, y $u=(w-ec_b, p_b-w)$ si el trabajador tiene productividad baja.

En la figura 3.1 se representa el modelo de Spence en forma extensiva.

Figura 3.1. Representación del modelo de Spence



En el modelo de Spence existen varios tipos de equilibrios agrupadores y separadores, pero para mejorar su comprensión, se ha considerado necesario realizar un análisis previo del caso más simple del juego dinámico con información perfecta.

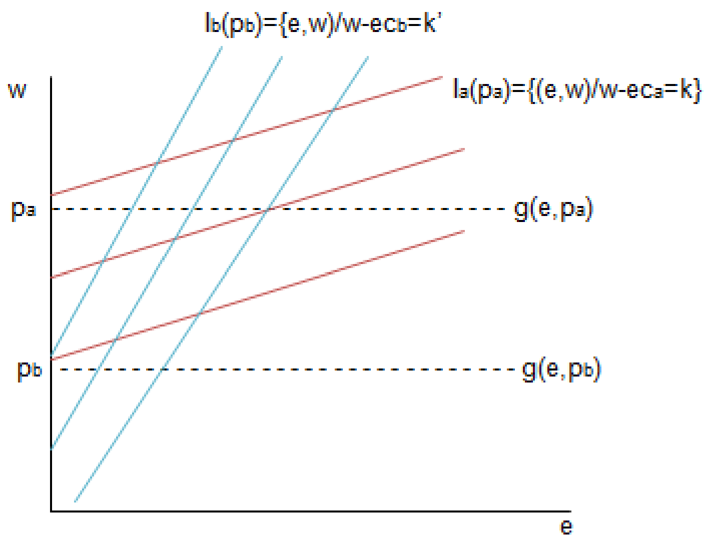
3.2.2. Modelo Spence con información completa y perfecta

En este caso, se supone que la productividad de los trabajadores es de dominio público. Si el receptor conoce que el emisor tiene una productividad alta, tomará la acción de "Aceptar" siempre que $w \leq p_a$, y si conoce que el emisor tiene una productividad baja, tomará la acción de "Aceptar" siempre que $w \leq p_b$. La respuesta por parte del emisor a esta estrategia, es maximizar el salario menos el coste de educación en ambos casos, por lo que la mejor solución para ambos tipos de trabajador es elegir un salario igual a su productividad y

[11] El primer pago es para el trabajador, que recibe su salario menos los costes de haber adquirido un cierto nivel de educación. El segundo pago es para la empresa que recibe lo que le aporte el trabajador con su productividad menos la remuneración al trabajador.

un nivel de educación nulo. En la figura 3.2 se puede observar la representación gráfica de estos equilibrios. En ella, las preferencias de los candidatos están representadas por dos curvas de indiferencia dibujadas así para representar que la educación es menos costosa para los individuos con mayor productividad.[12]

Figura 3.2. Representación del modelo de señalización con información de dominio público



Dado este modelo simple, se pasará a analizar el caso en el que existe información imperfecta para el caso de los equilibrios agrupadores y después para el caso de equilibrios separadores.

3.2.3. Modelo de información incompleta. Tipos de equilibrios.

- **Equilibrios Agrupadores**

Un equilibrio agrupador en estrategias puras sucede cuando ambos tipos de emisor eligen un mismo y único mensaje. La estrategia del equilibrito estará formada por una estrategia para el emisor si es de un tipo, otra si es del otro tipo y por una estrategia para el receptor. Por tanto se denotara como:

$$s^*=(s_E^*(p_a),s_E^*(p_b),s_R^*(m)_{m \in M})$$

Suponiendo que el mensaje será $m^*=(e_0,w_0)$, tras ser recibido por el receptor , este se formará unas conjeturas a priori, esta vez denotadas como µ para no equivocarlas con las probabilidades, que son $\mu_{m^*}=(p,1\text{-}p)$ donde p es la

[12] Los trabajadores con capacidad baja encuentran más difícil adquirir una educación adicional, por lo que exigirán un aumento salarial mayor para compensarles por ello.

probabilidad de que el trabajador sea de productividad alta. Por tanto la productividad esperada es la misma que en el modelo simple $g(e,p)=pp_a+(1-p)p_b$, y en consecuencia la acción del receptor será “Aceptar” cuando $w_0 \leq g$.

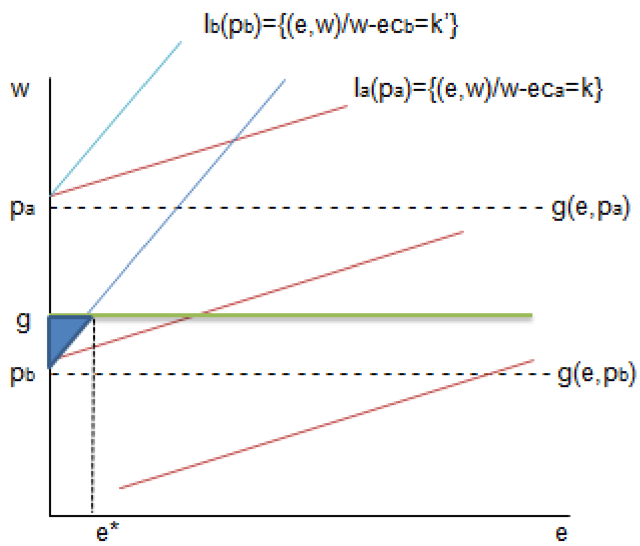
En el caso que el receptor reciba un mensaje fuera del equilibrio $m(e,w) \neq m^*$, suponemos una conjetura simple $\mu_m=(0,1)$, que refleja que el tipo de emisor será de baja productividad con toda seguridad. Y ante esto, la respuesta del Receptor será Aceptar si $w \leq p_b$.

Con esto, hemos identificado un equilibrio agrupador en el que la estrategia del emisor es $s_E^*(p_a)=s_E^*(p_b)=m^*=(0,g)$ y la estrategia del receptor es $s_R^*(m)_{M \in m}$ que consiste en “Aceptar” el mensaje de equilibrio cuando $w_0 \leq g$, y “Aceptar” fuera del equilibrio cuando $w \leq p_b$.

En resumen, en estos equilibrios ambos tipos de trabajadores realizan un esfuerzo nulo por adquirir sus estudios y reclaman un salario igual al de su productividad media. Mientras la empresa acepta pagar dicho salario pero castiga aquellas desviaciones del mensaje de equilibrio aunque estas consistan en adquirir un nivel mayor de educación, aceptando pagar salarios iguales o inferiores que los trabajadores que tienen una productividad baja. (Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá, 2004, pp.390).

Se representará ahora en la figura 3.3 el conjunto de equilibrios agrupadores:

Figura 3.3. Equilibrios Agrupadores



Como se puede observar hay una multiplicidad de equilibrios agrupadores señalados con el triángulo azul. Comparando este caso del equilibrio agrupador con el del modelo más simple, podemos observar que la ausencia de información beneficia al trabajador de productividad baja, perjudica al de productividad alta y perjudica o beneficia a la empresa dependiendo del trabajador.

En este modelo nos encontramos con un problema, las percepciones que se forman para mensajes fuera de la trayectoria del equilibrio no son razonables, ya que siempre suponen que los trabajadores tienen capacidad baja, por lo que es necesario aplicar un criterio intuitivo como puede ser la inducción hacia adelante para resolver esta clase de problemas.

- **Equilibrios Separadores.**

Un equilibrio separador en estrategias puras ocurre cuando cada tipo elige un mensaje diferente. La estrategia de este equilibrio estará formada por dos estrategias para el emisor y una para el receptor, y será denotada como $s^*=(s_E^*(p_a),s_E^*(p_b),s_R^*(m)_{m\in M})$. Los mensajes de cada tipo serán distintos y por tanto $m_a^*=s_E^*(p_a)\neq s_E^*(p_b)=m_b^*$. Los mensajes están formados por el nivel de estudios y por el salario exigido por el trabajador, que se denotarán $m_a=(e_a,w_a)$ y a $m_b(e_b,w_b)$.Las conjeturas se formarán una vez recibido el mensaje, y puesto que se supone que el que envía el mensaje m_a será el tipo de productividad alta la conjetura será $\mu_{ma}^*=(1,0)$ y viceversa para el mensaje m_b, donde su conjetura será $\mu_{mb}^*=(0,1)$. Dados estos mensajes y estas conjeturas, la respuesta óptima del receptor es “Aceptar” siempre que $w_a\leq p_a$ y $w_b\leq p_b$, ya que si no a la empresa no le interesaría contratar a estos trabajadores y tomaría la acción de “Rechazar”. Las conjeturas para mensajes fuera de la trayectoria del equilibrio son iguales al caso anterior, es decir, se asume que el trabajador es de productividad baja por lo que se aceptarán salarios inferiores a p_b.

Para que s* sea un EBPS es necesario establecer una serie de restricciones. Estas restricciones son las siguientes:

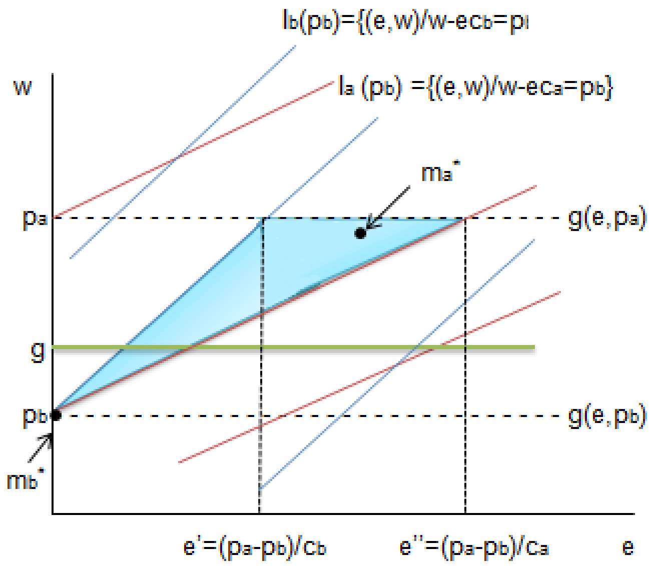
- $w_b=p_b$, ya que si $w_b<p_b$ el receptor aceptaría igualmente la propuesta pero el emisor estaría más descontento y por otro lado si $w_b>p_b$ sería el receptor quien rechazaría la propuesta.
- El tipo de productividad baja elegirá un nivel de estudios nulo, y enviará un mensaje tal que $m_b^*=(0,p_b)$. Esto es así debido a que si $e_b>0$ al

receptor le convendría aceptarlo, pero al emisor no, ya que la educación tiene un coste.

- Una vez fijadas las anteriores restricciones, el tipo p_a exigirá un salario mayor que el del tipo p_b y menor o igual que su productividad. Por tanto $p_b \leq w_a \leq p_a$.
- La última restricción es la denominada compatibilidad de incentivos, en la cual se exigen dos restricciones: $w_a - p_b \geq c_a e_a$ y que $w_a - p_b \leq c_b e_a$. Con esta restricción lo que se pretende es evitar que los tipos no quieran diferenciarse de su contrincante para aprovecharse de la situación.

La representación de los equilibrios separadores se puede observar en la figura 3.4.

Figura 3.4. Equilibrios Separadores



Si se compara el ejemplo del modelo sencillo donde la información es de dominio público con respecto a este modelo, se puede observar que ahora el trabajador de baja productividad no resulta beneficiado por esta ausencia de información y además que es necesario adquirir estudios por parte del trabajador con alta productividad.

Mientras que en el equilibrio agrupador no era posible diferenciar a los dos tipos de trabajadores, en este equilibrio si es posible distinguirlos. En un equilibrio separador el trabajador de alta productividad obtendrá un salario igual o cercano a su productividad, pero tras pagar el coste de adquisición de estudios que ha hecho posible esta separación.

3.2.4. Modelo de trabajo cuando la educación afecta a la productividad.

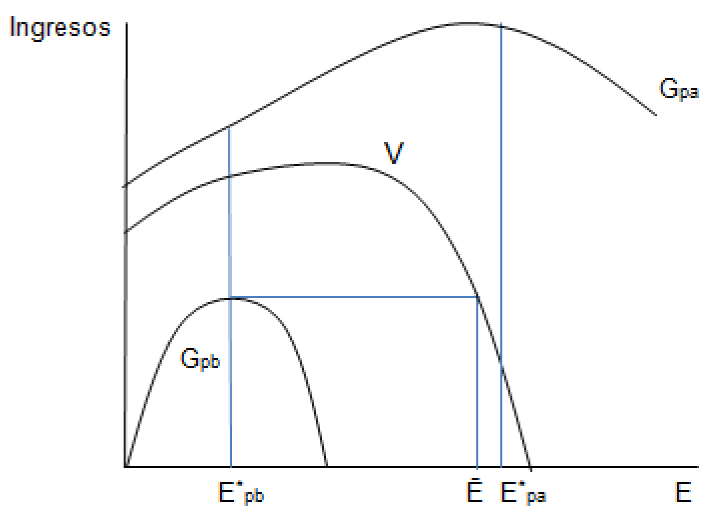
El modelo básico de Spence suponía que la educación no afecta a la productividad, sino que únicamente la revela. Pero la realidad del mercado de trabajo hace necesario incluir en este modelo, el efecto que se produce cuando la señal contribuye de forma directa a la productividad de cada trabajador. Esto implica que cuanta mayor educación adquiera el trabajador, más productivo será en su trabajo. Para que su modelo de señalización anterior continué teniendo validez, es necesario introducir el supuesto de que es el aumento de productividad que la educación genera no debe ser muy superior a los costes de educarse, ya que si esto fuera así todos los individuos tendrían incentivos a educarse y la educación dejaría de ejercer el papel señalizador.

Para especificar este modelo, se suponen que si(E) es el valor que tiene un trabajador con un nivel de educación E para un empleador, siendo i=pa,pb. También se supone ci(E) es el coste que debe asumir un trabajador como consecuencia de su deseo de invertir en "E" unidades de educación, y suponiendo además que el coste para los trabajadores que tienen mayor productividad es menor que los trabajadores que tienen menor productividad, por tanto $c_{pa}<c_{pb.}$ La funcione $s_i(E)$ se supone que será cóncava, la función $c_i(E)$ será convexa y por tanto, la función de ingresos netos denotada con $G_i(E)=s_i(E)-c_i(E)$ será cóncava.

Al igual que en el modelo anterior se podría encontrar dos tipos de equilibrios: agrupadores y separadores. En este modelo nos centraremos solo en ver si los equilibrios separadores son eficientes o no. Para ello lo haremos de forma gráfica, suponiendo además que existe una función denotada con $V_{pb}(E)=s_{pa}(E)-c_{pb}(E)$, que se relaciona con la cuestión correspondiente a si el grupo de menor productividad adoptará la señal del grupo de mayor productividad.

En la figura 3.5 se pueden observar las funciones $G_{pa,}$ G_{pb} y V. Los puntos de educación E^*_{pa} y E^*_{pb} son los que maximizan las funciones G_{pa} y G_{pb}, respectivamente. En el punto Ē se cumple que V> G^*_{pb} siendo G^*_{pb} el valor máximo de G_{pb}, lo que significa que cuando la oferta salarial pase a la derecha de Ē, los individuos de baja productividad no tendrán incentivos para imitar la conducta de señalización del grupo de mayor productividad, ya que los costes de señalización son superiores a los ingresos que obtendría por imitar que son de alta productividad.

Figura 3.5. Equilibrio separador eficiente



Este equilibrio separador es plenamente eficiente, ya que la señal trasmite información precisa y las inversiones en educación son eficientes, permitiendo que los trabajadores con menor productividad no puedan imitar a los trabajadores con mayor productividad, ya que no les sería rentable.

En el caso de que el punto E^*_{pa} se encontrase a la izquierda de Ē, el grupo de menor productividad tendría incentivos a imitar la conducta del grupo de mayor productividad. Lo que dará como consecuencia el fin del equilibrio separador, no pudiendo distinguir entre trabajadores de alta y baja productividad.

4. CONCLUSIONES

La teoría de juegos tiene hoy en día gran importancia por su gran aplicación en multitud de campos y, cada vez en mayor medida, sobre todo en la materia de temas económicos.

De este trabajo se puede extraer que el modelo de Spence pretende eliminar el problema de la selección adversa que había planteado Akerlof en el mercado de los cacharros, para ello propone que la educación tiene un coste mayor para los trabajadores menos productivos y menor para los trabajadores más productivos. Dentro de este modelo diferenciamos entre equilibrios agrupadores y separadores, y llegamos a la conclusión que los equilibrios separadores son más eficientes ya que permiten a los empleadores distinguir la capacidad de los trabajadores y a su vez a los trabajadores remunerarlos de acuerdo a su productividad. Esto perjudica a los trabajadores de menor capacidad y beneficia tanto a los de mayor productividad como al empleador.

Por último, se estudia el modelo de Spence cuando la educación afecta a la productividad de los trabajadores. Aquí se observa un modelo más real que el anterior donde podemos encontrar equilibrios separadores eficientes o ineficientes. Si se trata de un equilibrio separador eficiente, permite que los trabajadores de baja productividad no puedan imitar las conductas de los trabajadores con alta productividad ya que, los costes de imitar son superiores a las ganancias percibidas.

Por tanto, de todo el trabajo se concluye que los trabajadores con mayor capacidad tienen que dedicar mayor tiempo a la educación, un factor muy importante y determinante, para obtener mejores salarios. Mientras que los trabajadores con menor capacidad aunque intentarán imitar conductas de los trabajadores de mayor capacidad mediante la educación, la mejor solución para ellos es conformarse con los salarios que se perciben de acuerdo a su baja productividad y a su escasa formación.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Baca Otamendi, L., Bokser- Liwerant, J., Castañeda, F., Cisneros, I., Pérez, G. (2000): *Léxico de Política*. Editorial Conacyt, México.
- Bernard Guerrien, J. (1988): *La Microeconomía*. Editorial del departamento de Economía, Colombia.
- Bravo Raspeño, J. (2006): <<Teoría de Juegos>>, *Zona Económica.*
- Carnoy,M. (2006): *Economía de la educación*. Editorial UOC, Barcelona.
- Carra, A. (2015): <<La vida poco «maravillosa» de John Nash, esquizofrénico y Premio Nobel de Economía>>, *ABC.*
- Estrada Cañas, C. (2012):<< Michael Spence: señalización y estructura informativa del mercado>>, *Racionalidad Ltda.*
- Gavilán, T. (2015): <<Los problemas de información, la “señalización” de Spence y la desafección de la política>>, *Món Empresarial*.
- Gibbons, R. (1993): *Un Primer Curso de Teoría de Juegos*. Editorial Antoni Bosch, Barcelona.
- Martinez Aldana, C., Herazo Cueto, G. y Corredor Villalba, A. (2007): *Estado del arte de las finanzas*. Editorial Universidad de Santo Tomás, Bogotá.
- Olcina, G. y Calabuig, V. (2002): *Conducta estratégica y Economía. Una Introducción a la teoría de Juegos*. Editorial Tirant lo Blanch, Valencia.
- Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá, E. (2004): *Teoría de Juegos.* Editorial Pearson Educación, S.A, Madrid.
- Rodríguez Suanzes, P. (2012):<<Los matemáticos Lloyd Shapley y Alvin E. Roth, premios Nobel de Economía de 2012>>, *El mundo*.
- Sánchez Cuenca, I. (2009): *Teoría de Juegos: Cuaderno Metodológico.* Editorial Centro de Investigaciones Sociológicas, Madrid.
- Stokel-Walker, C. (2015): << ¿Qué es exactamente la teoría de juegos?>>, *BBC.* Dirección URL:
- Subgerencia Cultural del Banco de la República. (2015): << Premios Nobel de economía>>, *Banco de la República Actividad Cultural.*
- Vega Redondo, F. (1995): *Juegos para economistas y empresarios*. Editorial Antoni Bosch, Barcelona.

- Vega Redondo, F. (2000): *Economía y Juegos*. Editorial Antonio Bosh, Barcelona.
- Zapata Lillo, P. (2007): *Economía, Política y Otros Juegos.* Ed. Las prensas de ciencias, México.
- http://www.eseade.edu.ar/files/Libertas/13_6_Krause.pdf
- http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2001/spence-facts.html
- http://www.ppge.ufrgs.br/giacomo/arquivos/eco02036/spence-2002.pdf