



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Estudio de nuevos indicadores en el dominio
de la frecuencia y del tiempo para la
sintonización óptima de TMDs múltiples en
estructuras esbeltas**

Autor: D. Álvaro Magdaleno González
Tutor: D. Antolín Lorenzana Ibán

Valladolid, abril de 2017



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Estudio de nuevos indicadores en el dominio
de la frecuencia y del tiempo para la
sintonización óptima de TMDs múltiples en
estructuras esbeltas**

Autor: D. Álvaro Magdaleno González
Tutor: D. Antolín Lorenzana Ibán

Valladolid, abril de 2017

Resumen

El presente Trabajo Fin de Máster se enmarca dentro de la línea de investigación sobre mitigación de vibraciones en estructuras esbeltas dirigida por el doctor Antolín Lorenzana. El trabajo se centra en desarrollar técnicas de identificación modal, de simulación y de optimización y sintonizado de TMDs, a través de la formulación del problema en el espacio de estados, y ponerlas a punto sobre estructuras a escala en laboratorio. Aunque la línea de investigación está enfocada hacia pasarelas peatonales, en este trabajo se experimenta sobre maquetas de edificios sometidas a una excitación en su base, simulando un sismo, cuidando siempre la posibilidad de extrapolar la metodología al caso de pasarelas reales.

Más concretamente, durante el desarrollo del trabajo se exploran diversas formas de obtener las propiedades óptimas de TMDs diseñando y probando las diferentes funciones objetivo y haciendo uso de las capacidades en materia de optimización de Matlab. Además de los criterios tradicionales basados en los máximos de las funciones de respuesta en frecuencia, algunos criterios en el dominio del tiempo también serán analizados. Para la comparación de la bondad de las optimizaciones realizadas se emplearán dos indicadores, uno energético y otro normativo, en base a los cuales se determinará, en última instancia, qué formas son más adecuadas para lograr el mejor sintonizado de los TMDs.

Abstract

This Master Thesis is framed in the line of research conducted by Dr. Antolín Lorenzana about vibration reduction and control in slender structures. The work presented here is focused on the development of techniques concerning structural identification, simulation and TMD tuning, the whole based on a state-space formulation. An experimental part is also included which relates to scaled laboratory models of certain slender structures. Despite the main subject of the research project is oriented to footbridges and pedestrian loading, in this Thesis a shear building subjected to seismic loading is considered with the possibility to extend some conclusions to the former structures.

The main objective of this work is to design and test a set of cost functions which implement different criteria for optimizing the properties of some TMDs. Apart from the traditional point of view, in which the peaks of frequency response functions are reduce, some time domain criteria are sought as well. For the sake of making objective comparisons, two different indicators will be used: one based on the energy dissipated by the TMDs and another taken from the standards as a way to represent the level of response of the structure. These two indicators will help to come to a decision on which criterion is better for calculating the optimum TMD parameters.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Motivación del trabajo	3
1.3. Objetivos y alcance	3
1.4. Definiciones, notación y terminología	4
2. MARCO TEÓRICO	7
2.1. Modelo de un TMD	7
2.2. Modelo mecánico simplificado de un edificio de n plantas	8
2.3. Modelo del conjunto estructura + TMD en el espacio de estados	11
2.4. Simulador en entorno Matlab	14
2.5. Reducción del modelo de edificio a un sistema de un grado de libertad equivalente	17
2.6. Análisis modal experimental	20
2.7. Tipos de indicadores e indicadores de referencia	22
2.8. Acerca de la optimización numérica	27
3. SET-UP EXPERIMENTAL	29
3.1. Maqueta de un edificio	29
3.2. Modelo experimental de un TMD	29
3.3. Instrumentación	32
3.4. Metodología experimental	33
3.5. Identificación del edificio	35
4. INDICADORES EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA	41
4.1. Máximo local de una FRF	42
4.2. Máximo global de una FRF	53
4.3. Máximo local de todas las FRF	59
4.4. Máximo global de todas las FRF	63
5. INDICADORES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO	67
5.1. Máximo de una o varias respuestas temporales	68
5.2. Área bajo la curva de una respuesta temporal	85

6. DISCUSIÓN Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	93
6.1. Discusión sobre parámetros modales de sintonización	94
6.2. Discusión sobre los indicadores temporales	100
6.3. Últimas optimizaciones	108
6.3.1. <i>Maximum Transient Vibration Value</i>	108
6.3.2. Energía disipada.	109
7. CONCLUSIONES	115
8. LÍNEAS FUTURAS	119
Referencias	121

1. INTRODUCCIÓN

Desde hace unas décadas, el rápido avance en materia de simulación por elementos finitos, mejora de las propiedades de los materiales y ejecución de las obras ha permitido la progresiva evolución de las estructuras hacia crecientes niveles de esbeltez, reduciéndose los costes y ganando en estética. Claros ejemplos de ello son los grandes puentes y rascacielos característicos de muchas ciudades en el mundo. Sin embargo, desde su aparición, debido a la inherente flexibilidad de estas construcciones, la problemática del cumplimiento del estado límite de servicio en vibraciones, que hasta entonces no era objeto de discusión por el sobredimensionamiento tradicional de las estructuras, ha empezado a preocupar a ingenieros y arquitectos. Acciones dinámicas como el viento, los sismos o incluso los vehículos o los propios seres humanos son ahora capaces de inducir en estas estructuras movimientos (desplazamientos y aceleraciones) indeseables tanto en términos de resistencia de los materiales como de confort de los potenciales transeúntes o usuarios.

En el campo de la edificación sometida a acciones sísmicas diversos medios han sido propuestos para paliar esta reciente fuente de problemas, desde la instalación de amortiguadores entre varios puntos de la estructura [1][2], considerando incluso su control activo [3], hasta sistemas de aislamiento de las mismas de sus cimientos a través de elementos flexibles [4][5]. Entre las múltiples posibilidades, este trabajo se centra en el dispositivo inercial pasivo denominado TMD (de sus siglas en inglés, *Tuned Mass Damper*) consistente, como se verá, en una masa ligada a una estructura mediante un elemento elástico y otro disipador de energía [2]. Instalando uno o varios de estos dispositivos en determinadas posiciones de la estructura se consigue reducir su nivel de vibración. La “cantidad de vibración” se puede evaluar de diferentes formas, como se detallará en la Sección 2.7, atendiendo tanto al confort de las personas como al nivel tensional de la estructura (proporcional a su deformación). La efectividad de los TMDs instalados depende enormemente de sus propiedades y su estimación se realiza mediante técnicas de optimización. Al proceso de búsqueda de estos parámetros se le denomina *sintonización*.

A lo largo de este texto se presentarán diferentes indicadores o criterios que serán optimizados (minimizados o maximizados) con el fin de obtener un conjunto idóneo de propiedades óptimas para cada uno de los TMDs instalados, a saber masas, frecuencias, amortiguamientos y posiciones. Se ampliará este aspecto en la Sección 1.4.

1.1. Antecedentes

El concepto de TMD fue introducido por el ingeniero naval Hermann Frahm en el año 1908, quien ideó un dispositivo capaz de reducir la oscilación lateral de los barcos, patente que publicaría tres años después [2][6]. Desde entonces, y a lo largo de todo el siglo XX, han ido evolucionando y adaptándose a los ámbitos de la ingeniería aeronáutica y de la ingeniería estructural con el fin de mitigar las vibraciones debidas al viento o a la maquinaria. A pesar de ello, aun tuvieron que transcurrir algunos años para que la teoría sobre los TMDs y su sintonizado comenzara a ver la luz. No fue hasta la publicación de un estudio de los mismos por J. Ormondroyd y J.P. Den Hartog en 1928 [7] y la posterior obra de este último, *Mechanical Vibrations* de 1934 [8], que se comenzara a realizar un análisis sistemático de los TMDs y su influencia sobre las estructuras. A partir de entonces, numerosos esfuerzos han sido realizados en aras de una mejor comprensión de la interacción entre TMD y diversos tipos estructurales

sometidos a un amplio abanico de excitaciones.

Uno de los trabajos más importantes en este campo, vigente a día hoy y presente en numerosos proyectos de diseño de TMDs, es el desarrollado por G.B. Warburton a principios de los años 80 y basado en los trabajos de Den Hartog y Ormondroyd [9][10]. En estos trabajos se presentaron soluciones analíticas de sintonizados óptimos de TMDs para varios tipos de excitaciones y con diferentes objetivos de minimización, entre los cuales se encuentra la excitación sísmica como va a ser considerada en este trabajo. Estos primeros resultados fueron obtenidos, sin embargo, para sistemas realmente sencillos compuestos únicamente de un grado de libertad y carentes de amortiguamiento, el único escenario que posee solución analítica. Por esta razón, múltiples estudios en las últimas décadas se han destinado a completar dicho trabajo incluyendo aproximaciones y correlaciones empíricas para estructuras más complejas y con diferentes modelos de amortiguamiento.

De forma paralela, otros autores empezaron a trabajar en la aplicación de estos dispositivos a estructuras complejas de gran envergadura sometidas a una excitación en su base apoyándose incluso en resultados experimentales [11] y en TMDs implantados en estructuras reales [12]. Además, se empieza a trabajar más intensivamente en los métodos de sintonización de los mismos evitando centrarse exclusivamente en sencillos modelos de 1 grado de libertad [13][14]. Gracias a estos trabajos, y otros muchos de la misma época, empiezan a ver la luz algunas conclusiones importantes sobre el posicionamiento de los TMDs (preferentemente en las partes altas de las estructuras o igualmente distribuidos por la misma), consideraciones sobre las frecuencias de sintonización (siempre próximas a alguna de las primeras frecuencias propias de la estructura) y sobre el factor de amortiguamiento crítico del TMD (que varía apreciablemente entre los diferentes trabajos realizados).

De forma más reciente, y gracias a la rápida evolución de los equipos informáticos, los modelos estructurales siguieron complicándose mejorando las formas de simular los sismos y sofisticándose las metodologías de diseño y optimización de los TMDs. Así, se encuentran trabajos como los de Miranda [15], que presenta un abordaje energético del problema, Krenk y Høgsberg [16], que aplican aceleraciones sísmicas como ruido blanco para obtener las propiedades de los TMDs a partir de la minimización de parámetros estadísticos de las respuestas y Hoang et al. [17] y Adam [18] que realizan dos de los numerosos estudios paramétricos comparativos con cierta completitud que ven la luz durante la primera década del siglo XXI.

Por su parte, el mundo de los algoritmos de optimización también ha tenido cabida en el proceso de diseño de los TMDs. Así, algunos de los algoritmos que empezaban a ver la luz pronto fueron aplicados a los modelos desarrollados y múltiples formas de obtener las propiedades óptimas de los TMDs. Como ejemplos, se tiene el trabajo de Bekdas y Nigdeli [19], que aplican el algoritmo metaheurístico de optimización *Harmony Search* para obtener los parámetros óptimos, y el trabajo de Grego *et al.* en el que se emplean algoritmos de optimización multiobjetivo para obtener las propiedades de TMDs incluyendo consideraciones acerca de su coste [20]. El propio autor del presente Trabajo Fin de Máster (TFM) ha colaborado en la elaboración de un artículo (adjuntado en el Apéndice A) en la misma dirección, en que se aplicaba un algoritmo genético de optimización inspirado en los arrecifes de coral.

Finalmente, se aprecia rápidamente que la inmensa mayoría de las publicaciones y trabajos realizados en este campo se centran en excitaciones armónicas y funciones de respuesta en frecuencia, siendo menos los que abordan el problema desde un punto de vista puramente temporal o, incluso, energético. En este TFM, como se verá, se corroborarán algunas de las conclusiones

presentadas por los autores de la bibliografía partir de indicadores en el dominio del tiempo. Además, siguiendo la reciente tendencia, se realizarán optimizaciones mediante el algoritmo genético implementado en Matlab.

1.2. Motivación del trabajo

Como se ha expuesto anteriormente, el presente trabajo se encuadra dentro de la corriente de métodos de optimización de las propiedades de los TMDs. Muchos han sido los esfuerzos encaminados a lograr soluciones similares a las proporcionados por los autores clásicos (Den Hartog, Warburton, etc.) mediante técnicas novedosas, sin entrar realmente en la simulación de la estructura ante excitaciones reales. Además, muchísimos trabajos están enfocados desde la perspectiva de las funciones de respuesta en frecuencia y muy pocos consideran en su estudio la respuesta temporal como tal.

En este trabajo se pretende mostrar que un enfoque igual de directo que el frecuencial pero en el dominio del tiempo es igualmente válido. El estudio se pretende comprobar sobre un indicador normativo y otro en base a la energía disipada por los TMDs, haciendo así uso tanto de la normativa vigente como de una de las características del TMD. Se emplearán asimismo algunas técnicas relativamente novedosas de optimización, como es el algoritmo genético, para obtener las soluciones numéricamente escapando así de las habituales fórmulas o correlaciones empíricas.

1.3. Objetivos y alcance

Por todo lo anterior, se determinan los siguientes objetivos que definen, en su conjunto, el alcance del presente Trabajo Fin de Máster:

- Proponer varias funciones objetivo tanto en el dominio de la frecuencia como del tiempo cuya minimización permita obtener las propiedades óptimas de un conjunto de TMDs que se situarán sobre una estructura susceptible de sufrir un sismo.
- Establecer varios criterios que sirvan para comparar la bondad de cada indicador y emitir, en base a ellos, algún veredicto acerca de las funciones objetivo.
- Analizar las soluciones obtenidas por la aplicación de cada función objetivo con el fin de comprender en mayor profundidad el fenómeno de interacción entre los propios TMDs y de estos con la estructura.

De forma paralela, y para lograr la consecución de los objetivos mencionados, se establecen algunos objetivos secundarios como:

- Elaboración de un aparato matemático suficientemente preciso y ligero para llevar a cabo las optimizaciones necesarias.
- Incorporación de las ecuaciones obtenidas a un entorno gráfico de usuario (GUI) que permita visualizar las soluciones de forma rápida y sencilla.

- Puesta a punto de una maqueta a escala de laboratorio modular y configurable para análisis modal así como rodaje de la metodología experimental asociada que sirva, para este estudio, como modelo de trabajo.

Prácticamente la totalidad del trabajo se realizará a nivel de simulación y cálculo numérico y se llevará a cabo mediante el software Matlab, en su versión R2016a, debido principalmente a la experiencia previa con él y a las herramientas matemáticas que incorpora. Es preciso además destacar la facilidad de visualización gráfica de los resultados obtenidos y la creación de interfaces gráficas usuario (*GUI*) para implementar los algoritmos generados con él.

Finalmente, es necesario recalcar que el trabajo trata sobre la inclusión de TMDs múltiples en una tipología muy concreta de estructura esbelta. No hay que confundir este concepto con el de multi-TMD (MTMD) que aparece con frecuencia en la literatura para referir a un conjunto de TMDs diseñados en conjunto con un propósito modal concreto, ubicados en la misma planta y sintonizados de forma parecida. Aquí se considerará un conjunto de TMDs que, aunque optimizados según un mismo indicador, cada uno podrá poseer su propia sintonización y estar ubicado en la planta que dictamine el algoritmo de optimización.

1.4. Definiciones, notación y terminología

Para finalizar este capítulo introductorio se presentan algunas definiciones para facilitar la comprensión del texto a los lectores menos familiarizados con el mundo de la dinámica estructural en general y de los TMDs en particular. Se aprovecha además para establecer una nomenclatura clara y coherente, que se mantendrá a lo largo de todo el trabajo. La notación matemática, sin embargo, se irá introduciendo paulatinamente a lo largo del trabajo, contextualizada y convenientemente explicada, para una mejor comprensión. La mayoría de las definiciones y conceptos desarrollados en este apartado han sido extraídos total o parcialmente de las obras de Connor [2], Ewins [21] y Maia y Silva [22].

TMD. De las siglas en inglés para amortiguador de masa (*Tuned Mass Damper*), se trata de un dispositivo consistente en una masa que se desplaza por transmisión de movimiento desde la estructura a la que está ligada. La unión se realiza mediante un elemento elástico (o pendular) que permite la oscilación del TMD respecto de la estructura. Un elemento de disipación de energía (o amortiguador) impide que el intercambio de energía entre estructura y TMD se prolongue en el tiempo, deteniéndose la oscilación libre del sistema en un periodo relativamente corto. Asimismo, la presencia del TMD reduce la amplitud de las oscilaciones forzadas.

Propiedades espaciales. Nombre que reciben las propiedades físicas o tangibles de la estructura, masa (m), rigidez (k) y amortiguamiento (c), y que definen completamente su comportamiento ante una excitación dada. En el contexto del análisis matricial o por elementos finitos estas propiedades se suelen reunir en sendas matrices denominadas matriz de masa (\mathbb{M}), matriz de rigidez (\mathbb{K}) y matriz de amortiguamiento (\mathbb{C}) que definen el sistema lineal de ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de la estructura.

Propiedades modales. Conjunto de propiedades estrechamente ligadas a las propiedades espaciales que, como aquellas, definen el comportamiento de la estructura ante una excitación

dada. Son un total de tres: frecuencias propias $(f, \omega)^1$, modos propios (ϕ) y factores de amortiguamiento modal (ξ) . Se definen clásicamente las frecuencias propias como las frecuencias de una excitación armónica ante la cual la estructura responde con amplitud máxima. Los modos propios son cada una de las formas de oscilar que tiene la estructura cuando es excitada armónicamente a cada una de las frecuencias propias. La respuesta de la estructura ante cualquier excitación puede calcularse como la combinación de todos los modos (*superposición modal*), cuyo factor de combinación cambia a lo largo del tiempo. Estos factores de participación (o *coordenadas generalizadas*) suelen atenuarse con el tiempo (estructuras amortiguadas). La tasa con que lo hacen se denomina factor de amortiguamiento modal y está relacionado con el amortiguamiento espacial.

Espacio de estados. Formalismo matemático que proporciona un medio coherente y compacto de representación de un modelo matemático mediante el uso del denominado *vector de estado* (x) y un vector de entradas (u) . El vector de estado incluye diferentes variables del sistema que se pretende representar, todas ellas relacionadas con el almacenamiento de energía dentro del mismo. Así, en los sistemas mecánicos es habitual encontrarse en este vector coordenadas de desplazamientos (asociadas a la energía potencial) y velocidades (asociadas a la energía cinética). De esta forma, las ecuaciones diferenciales de movimiento pueden reescribirse en términos de este vector de estado conformando las denominadas *ecuaciones de estado*, lineales, mediante las matrices A y B denominadas *matriz de estado* y *matriz de entrada*. Asimismo, el modelo se completa con unas ecuaciones de salida que proporcionan un medio para obtener salidas y diferentes de las variables de estado como combinación lineal de éstas y las entradas al sistema empleando las matrices C y D denominadas *matriz de salida* y *matriz de transmisión directa*. Se muestran el sistema de ecuaciones en la Ecuación 1.1.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{1.1}$$

FRF. De las siglas en inglés para función de respuesta en frecuencia (*Frequency Response Function*) es una curva característica de la estructura asociada con sus propiedades modales. Relaciona la frecuencia de excitación armónica de la misma en un determinado punto con la relación de amplitudes respuesta/excitación en régimen estacionario en el mismo u otro punto de la estructura. Los máximos relativos presentes en dicha curva se ubican, naturalmente, en las frecuencias propias amortiguadas de las mismas, situaciones en las que la amplitud de salida es máxima (fenómeno de *resonancia*).

EMA. De las siglas en inglés para análisis modal experimental (*Experimental Modal Analysis*) se trata de un conjunto de técnicas que permiten obtener las propiedades modales de una estructura a partir de su respuesta ante una excitación conocida. Este conjunto de técnicas operan una correlación entre entrada y salidas para obtener las curvas FRF entre diversos puntos a partir de las cuales pueden inferirse todas las propiedades de la estructura y, con ello, realizar una *identificación* completa de la misma.

¹Se empleará f para la frecuencia en Hz y ω para rad/s .

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se van a presentar los modelos matemáticos que se emplearán para el cálculo de las diferentes respuestas en base a las cuales se definirán los indicadores en los Capítulos 4 y 5. Se comenzará por el modelo más sencillo, el modelo del TMD, para luego definir el modelo de una estructura bastante propensa a daños al sufrir un sismo: un edificio de cierta altura. Se realizará un abordaje matricial de las ecuaciones de movimiento con el objetivo de reunir todo el comportamiento, en última instancia, en un modelo en el espacio de estados. Se recuerda que, aunque la realidad es un poco más compleja, se va a limitar el estudio a estructuras planas, cargadas en su plano y que se desplazan dentro de ese mismo plano (problema bidimensional). Esta hipótesis no resta generalidad al problema pues todo lo que se discuta será fácilmente extensible sin más que adecuar las ecuaciones de movimiento a un posible problema tridimensional.

Se aprovecha además el capítulo para introducir la herramienta gráfica (GUI) creada con Matlab que incorpora todas las ecuaciones de movimiento. Se realizará asimismo una breve reseña a la metodología de reducción de un modelo a un grado de libertad para poder aplicar las fórmulas de diseño de Den Hartog, se explicarán someramente los fundamentos del análisis modal experimental y se presentarán los indicadores que se emplearán a lo largo del trabajo. Finalmente, se apuntarán brevemente los parámetros comunes de los problemas de optimización que se llevarán a cabo en los Capítulos 4, 5 y 6.

2.1. Modelo de un TMD

Como se vio en el capítulo de introducción los TMDs que se diseñan a día de hoy para los grandes edificios son de tipo péndulo o masa móvil. Gracias a la simplicidad de su movimiento, el TMD se puede modelar como un sistema mecánico de un grado de libertad. Se escogerá en este trabajo una representación consistente en una masa móvil (m_j) solidaria a la estructura (S) mediante un medio elástico (k_j) y un elemento disipador de energía (c_j).

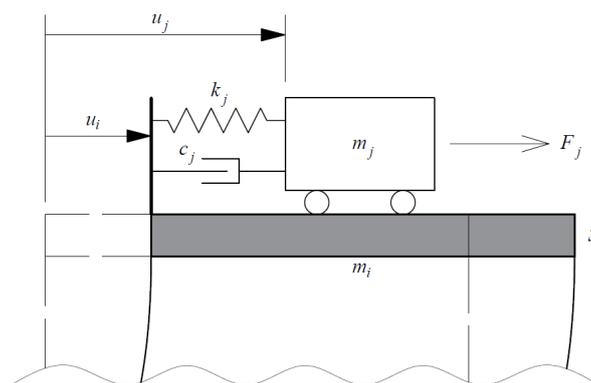


Figura 2.1: Definición del modelo de TMD

Se ilustra en la Figura 2.1 un modelo sencillo del TMD (j), que se encuentra ligado a la estructura en el i -ésimo grado de libertad, de masa m_i . El TMD concentra toda su masa en un solo punto que se desplaza horizontalmente sobre la estructura y se simboliza mediante el "carrito" de la figura. Ambos puntos sufren sendos desplazamientos u_i y u_j con sus correspondientes

derivadas temporales. Entre ellos se disponen un resorte (k_j) y un elemento amortiguador (c_j). En base a esta nomenclatura y aplicando la Segunda Ley de Newton a la masa aislada se puede establecer la Ecuación 2.1, ecuación de movimiento que gobierna el TMD.

$$m_j \ddot{u}_j + c_j(\dot{u}_j - \dot{u}_i) + k_j(u_j - u_i) = F_j \quad (2.1)$$

Donde F_j es una fuerza que puede aparecer aplicada sobre el TMD. Asimismo, y aplicando la misma Ley al resorte y amortiguador, que son elementos sin masa, se puede expresar la reacción del TMD R_i tal y como se muestra en la Ecuación 2.2. Esta reacción corresponde a la fuerza de enlace entre la estructura y el TMD.

$$c_j(\dot{u}_i - \dot{u}_j) + k_j(u_i - u_j) = R_i \quad (2.2)$$

Ambas ecuaciones se pueden expresar matricialmente como se muestra en la (Ecuación 2.3), expresión que permitirá ensamblar de forma sencilla e intuitiva las matrices de masa de una estructura cualquiera y un número arbitrario de TMDs.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_j & -c_j \\ -c_j & c_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_j & -k_j \\ -k_j & k_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i \\ F_j \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Ahondando un poco más en las propiedades del TMD, es habitual hablar de frecuencia propia y factor de amortiguamiento crítico en lugar de rigidez y constante de amortiguamiento. Ambas propiedades modales se refieren por supuesto a la consideración del TMD como sistema aislado, de forma que la relación entre las propiedades físicas y modales está directamente determinada por las expresiones de la Ecuación 2.4.

$$\omega_j^2 = \frac{k_j}{m_j} \quad 2\xi_j\omega_j = \frac{c_j}{m_j} \quad (2.4)$$

De esta forma, a partir de la definición de sus propiedades modales, además de su masa, se pueden calcular de forma sencilla las propiedades físicas (rigidez y constante de amortiguamiento).

2.2. Modelo mecánico simplificado de un edificio de n plantas

Para el desarrollo de este trabajo se ha escogido trabajar con un edificio al que se aplica una excitación en su base. Aunque posteriormente se particularizará para un número determinado de pisos aquí se van a presentar las ecuaciones que gobiernan una edificación de n plantas. Se recuerda nuevamente que tanto la excitación como el movimiento del edificio se producen en un mismo plano. Además, los forjados que constituyen los pisos se consideran indeformables, por lo que sufren únicamente un movimiento traslacional, y no rotacional, hipótesis habitual en el análisis de este tipo de estructuras.

En base a la Figura 2.2 se establece que cada piso (i) se desplaza u_i horizontalmente, estando el nivel inferior perfectamente empotrado en el suelo, y su masa es de valor m_i concentrada

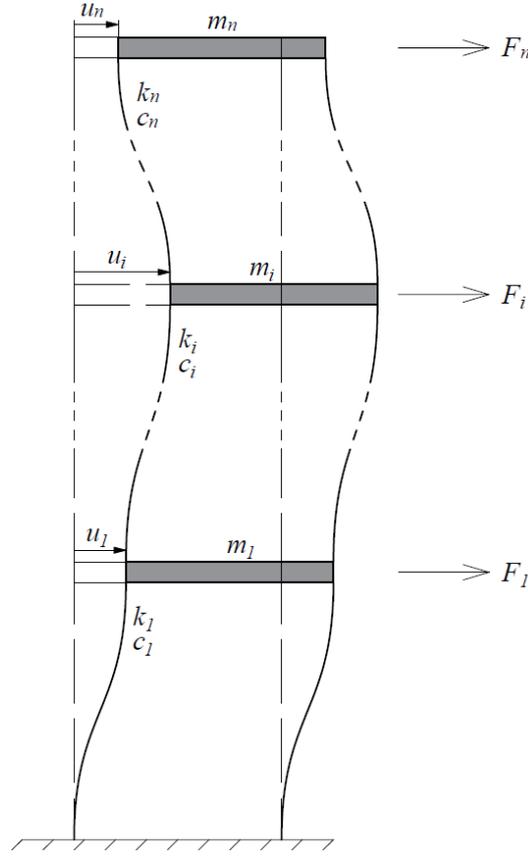


Figura 2.2: Definición del modelo del edificio

en cada uno de ellos. La rigidez entre los pisos adopta el valor de k_i y el amortiguamiento estructural se representará mediante una serie de elementos amortiguadores ubicados entre planta y planta, de valor c_i . Cada uno puede sufrir, eventualmente, una fuerza de valor F_i .

$$\begin{cases} F_1 = m_1 \ddot{u}_1 + (c_1 + c_2) \dot{u}_1 - c_2 \dot{u}_2 + (k_1 + k_2) u_1 - k_2 u_2 \\ F_2 = m_2 \ddot{u}_2 - c_2 \dot{u}_1 + (c_2 + c_3) \dot{u}_2 - c_3 \dot{u}_3 - k_2 u_1 + (k_2 + k_3) u_2 - k_3 u_3 \\ \vdots \\ F_i = m_i \ddot{u}_i - c_i \dot{u}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{u}_i - c_{i+1} \dot{u}_{i+1} - k_i u_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) u_i - k_{i+1} u_{i+1} \\ \vdots \\ F_n = m_n \ddot{u}_n + c_n (\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + k_n (u_n - u_{n-1}) \end{cases} \quad (2.5)$$

En base a esta nomenclatura, y aplicando la Segunda Ley de Newton piso por piso, se puede obtener la ecuación de movimiento de cada uno de ellos (Ecuación 2.5), formando un sistema de tantas ecuaciones como plantas tiene el modelo. Rápidamente se aprecia un patrón en las ecuaciones que permite escribirlas de forma matricial como en la Ecuación 2.6, en cuya parte inferior se indica la forma que tendrían las correspondientes matrices de masa (\mathbb{M}), rigidez (\mathbb{K}) y amortiguamiento (\mathbb{C}).

$$\mathbb{M}_e \ddot{q}_e + \mathbb{C}_e \dot{q}_e + \mathbb{K}_e q_e = \mathbb{F}_e \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_e &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} & q_e &= \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \\
\mathbb{C}_e &= \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix} & \mathbb{F}_e &= \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \\
\mathbb{K}_e &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_n \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

De esta forma, la construcción de las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de un modelo como el presentado es bastante sistemática. Cabe destacar de estas matrices que ya tienen las condiciones de contorno aplicadas, esto es, poseían de partida una fila y columna adicionales correspondientes al extremo inferior del edificio que han sido eliminadas debido a que éste se encuentra empotrado (su grado de libertad asociado está completamente restringido).

Es habitual definir el amortiguamiento de la estructura en términos de uno o varios factores de amortiguamiento modal. El análisis modal de una estructura como la descrita lleva a calcular sus frecuencias propias (ω_i) y modos propios (ϕ_i) a partir de un problema de valores propios como el de la Figura 2.7. Se confecciona una matriz de modos Φ que contiene los n modos por columnas ($\Phi = [\phi_1 \ \cdots \ \phi_n]$) y que satisface, junto a las matrices de masa y rigidez, las expresiones de la Ecuación 2.8. $\tilde{\mathbb{M}}$ y $\tilde{\mathbb{K}}$ son las matrices de masa y rigidez modales. Es habitual, y así se hará en este trabajo, escalar los modos propios de forma que la matriz de masa modal será la identidad. En esta situación, la matriz de rigidez es una matriz diagonal compuesta por las frecuencias propias al cuadrado y se puede además confeccionar una matriz de amortiguamiento modal con los factores de amortiguamiento crítico ξ_i en su diagonal (ver Ecuación 2.9).

$$(-\omega_i^2 \mathbb{M} + \mathbb{K})\phi_i = 0 \quad (2.7)$$

$$\Phi^T \mathbb{M} \Phi = \tilde{\mathbb{M}} \quad \Phi^T \mathbb{K} \Phi = \tilde{\mathbb{K}} \quad (2.8)$$

$$\tilde{\mathbb{K}} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbb{C}} = \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2\xi_n\omega_n \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

A partir de la matriz de amortiguamiento modal se puede definir la matriz de amortiguamiento física o espacial: partiendo de una definición de la matriz modal análoga a las presentadas en la Ecuación 2.8, se puede despejar la matriz física a partir de la modal como se ilustra en la Ecuación 2.10.

$$\mathbb{C} = \Phi^{-T} \tilde{\mathbb{C}} \Phi^{-1} \quad (2.10)$$

Así, a partir del modelo físico (masas y rigideces) y la estimación de unos factores de amortiguamiento para cada modo propio se puede obtener el conjunto de las tres matrices que conforman el modelo matemático del edificio a estudiar.

2.3. Modelo del conjunto estructura + TMD en el espacio de estados

Para evaluar la influencia de los TMDs sobre la respuesta de la estructura es necesario juntar ambos modelos en un único modelo matemático. Este modelo se presentará inicialmente en forma matricial como hasta ahora, haciendo uso de las matrices \mathbb{M} , \mathbb{C} y \mathbb{K} , para luego presentar cómo se traduce al formalismo del espacio de estados. Hay que aclarar que, como se van a realizar las operaciones matemáticas con Matlab, es enormemente conveniente emplear el modelo en espacio de estados ya que dicho programa posee funciones bien optimizadas que los simulan tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

Sea, de forma general, una de planta del edificio que lleva instalado un TMD y sufre además una cierta fuerza exterior. Aplicando la segunda ley de Newton, como es ya habitual, se obtiene la Ecuación 2.11 que es muy similar a la ecuación general obtenida para una planta en el apartado anterior y con la reacción del TMD, en sentido contrario a como le afecta a este.

$$F_i - R_i = m_i \ddot{u}_i - c_i \dot{u}_{i-1} + (c_i + c_{i+1}) \dot{u}_i - c_{i+1} \dot{u}_{i+1} - k_i u_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) u_i - k_{i+1} u_{i+1} \quad (2.11)$$

Sustituyendo la expresión de la reacción del TMD sobre la estructura se obtiene la Ecuación 2.12 que representa la misma Ecuación 2.11 pero en términos de las propiedades físicas de ambos modelos.

$$F_i = m_i \ddot{u}_i - c_i \dot{u}_{i-1} + (c_i + c_{i+1} + c_j) \dot{u}_i - c_{i+1} \dot{u}_{i+1} - c_j \dot{u}_j - k_i u_{i-1} + (k_i + k_{i+1} + k_j) u_i - k_{i+1} u_{i+1} - k_j u_j \quad (2.12)$$

Como se ve, esta nueva ecuación no implica más que la adición de la rigidez y el amortiguamiento del TMD en la fila correspondiente del piso sobre el que se encuentre: sumado en la diagonal (u_i) y restado en la posición en que se sitúe el grado de libertad correspondiente al TMD (u_j). Adicionalmente, y para gobernar el grado de libertad del TMD (u_j) será necesario incluir su fila correspondiente a su ecuación de movimiento (Ecuación 2.1) que contendrá exclusivamente las propiedades del TMD en la posición adecuada: masa m_j , rigidez k_j y amortiguamiento c_j sumados en la diagonal y rigidez y amortiguamiento restados en la posición del grado de libertad de la planta sobre la que se sitúan. Para mayor claridad, se ilustra en la Figura 2.3 el proceso de ensamblaje descrito.

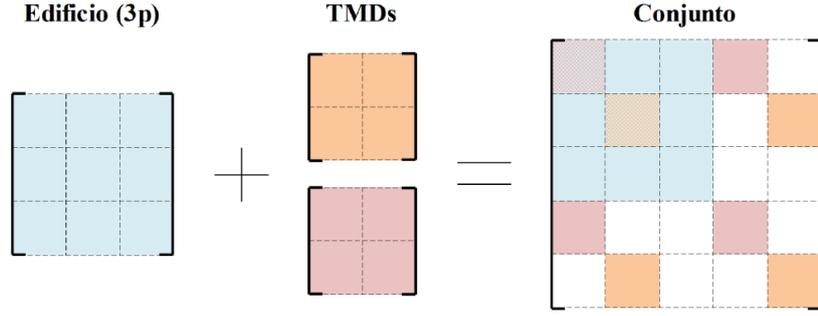


Figura 2.3: Proceso de ensamblaje de una matriz del edificio con las matrices de dos TMDs

En azul, una matriz cualquiera (masa, rigidez o amortiguamiento) de un edificio de 3 plantas. En naranja y rojo, las matrices de dos TMDs según la Ecuación 2.3. El proceso de ensamblaje resulta en una matriz que incluye las tres matrices: la correspondiente al edificio tal cual y las de los TMDs repartidas en 4 partes. Una parte se añade a algún término de la diagonal de la matriz del edificio, los correspondientes a los pisos en que se ubican los TMDs (en este caso, pisos 1 y 2). Otra parte se añade a la diagonal directamente, aumentando la dimensión de la matriz resultante (términos (4, 4) y (5, 5) de este ejemplo). El resto, en las posiciones en las que confluyen las filas y columnas de las dos partes anteriores. Allí donde se solapan términos de matrices diferentes, se han de sumar. Es el caso de los elementos (1, 1) y (2, 2) de este ejemplo. Los términos en blanco son nulos.

Como resultado de todos los ensamblajes se obtiene un conjunto de tres matrices ampliadas que gobiernan el comportamiento del sistema a través de las ecuaciones de movimiento de la Ecuación 2.13. En q ahora están incluidos, además de los grados de libertad de la estructura, los grados de libertad de cada uno de los TMDs incluidos en el sistema.

$$\mathbb{M}\ddot{q} + \mathbb{C}\dot{q} + \mathbb{K}q = \mathbb{F} \quad (2.13)$$

El paso al espacio de estados se ha de iniciar definiendo el vector de estado x . Este vector de estado será de dimensión $2(N + M)$, donde N es el número de pisos y M el número de TMDs, que contiene tanto desplazamientos como velocidades de todos los grados de libertad del problema (edificio y TMDs), como se muestra en la Ecuación 2.14.

$$x = \left[u_1 \quad \cdots \quad u_N \quad u_{t1} \quad \cdots \quad u_{tM} \quad \dot{u}_1 \quad \cdots \quad \dot{u}_N \quad \dot{u}_{t1} \quad \cdots \quad \dot{u}_{tM} \right]^T \quad (2.14)$$

En base al vector así construido es posible reescribir las ecuaciones de movimiento sin más que expresarlas como en la Ecuación 2.15, que se puede completar para conseguir un número igual de ecuaciones que de incógnitas como se aprecia en la Ecuación 2.16. Finalmente, despejando la derivada del vector de estado se consigue la representación clásica de las ecuaciones de estado (Ecuación 2.17), donde el vector de fuerzas externas es el vector de entrada del sistema. Puesto que en los casos presentados a lo largo de este trabajo la matriz de masa (\mathbb{M}) es diagonal, el cálculo de su inversa es trivial.

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbb{M} \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{C} \end{bmatrix} x = \mathbb{F} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbb{I} & \emptyset \\ \emptyset & \mathbb{M} \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} \emptyset & \mathbb{I} \\ \mathbb{K} & \mathbb{C} \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} \emptyset \\ \mathbb{F} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \emptyset & \mathbb{I} \\ -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \emptyset \\ \mathbb{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbb{F} \quad (2.17)$$

Estas ecuaciones de estado se emplearán constantemente para obtener tanto la respuesta en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo mediante las funciones adecuadas de Matlab. Para completar el modelo en el espacio de estados es necesario definir unas ecuaciones de salida. De forma típica estas ecuaciones de salida pueden proporcionar tanto desplazamientos como velocidades y aceleraciones. Desplazamientos y velocidades se encuentran ya en el vector de estado, luego su extracción mediante las ecuaciones de salida es inmediata a través de una mera asignación, como se muestra en las Ecuaciones 2.18 y 2.19. La matriz D de transmisión directa en estos casos es nula.

$$y = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \\ u_{t1} \\ \vdots \\ u_{tM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} x \quad (2.18)$$

$$y = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \\ \dot{u}_{t1} \\ \vdots \\ \dot{u}_{tM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} x \quad (2.19)$$

Así, ubicando unos en la posición adecuada se pueden extraer los desplazamientos y velocidades que se deseen. Además, añadiendo -1 en otras posiciones es posible operar diferencias entre ellos para conseguir, por ejemplo, carreras y velocidades relativas de TMDs respecto del grado de libertad sobre los que se encuentran. La obtención de las aceleraciones como salida requiere reutilizar una parte de las matrices A y B de las ecuaciones de estado. Más concretamente, las correspondientes a la mitad inferior, como se ilustra en la Ecuación 2.20. De esta forma, si se requiere únicamente un subconjunto de aceleraciones no hay más que seleccionar las filas correspondientes. En esta ocasión la matriz D no es nula.

$$y = \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \vdots \\ \ddot{u}_N \\ \ddot{u}_{t1} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{tM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C} \end{bmatrix} x + \mathbb{M}^{-1}\mathbb{F} \quad (2.20)$$

Finalmente, para finalizar este apartado, se va a hacer una breve referencia a la excitación sísmica extraída en su mayor parte de la obra de Chopra [23]. Se trata de una excitación gobernada por una única función de entrada (una aceleración, a_b) que afecta a todos los grados de libertad. Para cuantificar lo que afecta a cada uno, de forma general, basta con aplicar un desplazamiento unidad al grado de libertad que sufre la aceleración impuesta y observar (resolver estáticamente) cuánto responden el resto de los grados de libertad. Para el caso tratado aquí esto sería equivalente a desplazar una unidad la base del edificio y comprobar que junto a él todos los grados de libertad se desplazan exactamente la misma unidad debido a que no existen más ligaduras externas. Se define así el vector de influencia sísmica como un vector unitario r_s que reparte la excitación sísmica por toda la estructura (Ecuación 2.21). Más concretamente, la cantidad de excitación que recibe cada grado de libertad es proporcional a la masa concentrada del mismo, tal y como se muestra en la Ecuación 2.22.

$$r_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.21)$$

$$F_s = -\mathbb{M} r_s a_b \quad (2.22)$$

Introduciendo este resultado en la Ecuación 2.17 se obtiene el modelo en el espacio de estados para excitación sísmica del edificio (Ecuación 2.23)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \emptyset & \mathbb{I} \\ -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \emptyset \\ -r_s \end{bmatrix} a_b \quad (2.23)$$

Aunque no se demostrará aquí, hay que tener muy en cuenta un detalle importante acerca de este modelo de excitación sísmica: puesto que el terreno *se desplaza* los grados de libertad son ahora relativos al mismo y no coordenadas absolutas como sí lo eran antes. Esto no resta utilidad al modelo, pues las carreras y velocidades relativas entre TMDs y grados de libertad pueden seguirse calculando como diferencias entre ellos. Las ecuaciones de salida para las aceleraciones sí que se ven modificadas sutilmente ahora, ya que hay que añadir a las aceleraciones relativas la aceleración del propio terreno, resultando las ecuaciones de salida mostradas en la Ecuación 2.24 donde, ahora sí, la matriz de transmisión directa D es nula.

$$y = \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \vdots \\ \ddot{u}_N \\ \ddot{u}_{t1} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{tM} \end{bmatrix} + a_b = \begin{bmatrix} -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{K} & -\mathbb{M}^{-1}\mathbb{C} \end{bmatrix} x \quad (2.24)$$

2.4. Simulador en entorno Matlab

Para mayor comodidad, los modelos matemáticos descritos con anterioridad han sido programados con total generalidad en un pequeño software en entorno Matlab el cual, además de facilitar las cuentas para obtener los correspondientes resultados tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo, ofrece además un entorno gráfico para la modificación

de los parámetros del problema a gusto del usuario. Así, y como se muestra en la Figura 2.4, dentro de la interfaz gráfica se tiene un apartado que permite seleccionar el número de plantas así como las propiedades de cada una de ellas por separado. Justo debajo, y con la misma filosofía, se pueden añadir tantos TMDs como se desee, cada uno asimismo con sus propiedades. El amortiguamiento estructural puede ser incluido como constante de amortiguamiento de cada una de las plantas o como factor de amortiguamiento modal de cada uno de los modos. Asimismo, se pueden introducir tanto las propiedades físicas de los TMDs (masa, rigidez, amortiguamiento) como las modales (masa, frecuencia y factor de amortiguamiento crítico).

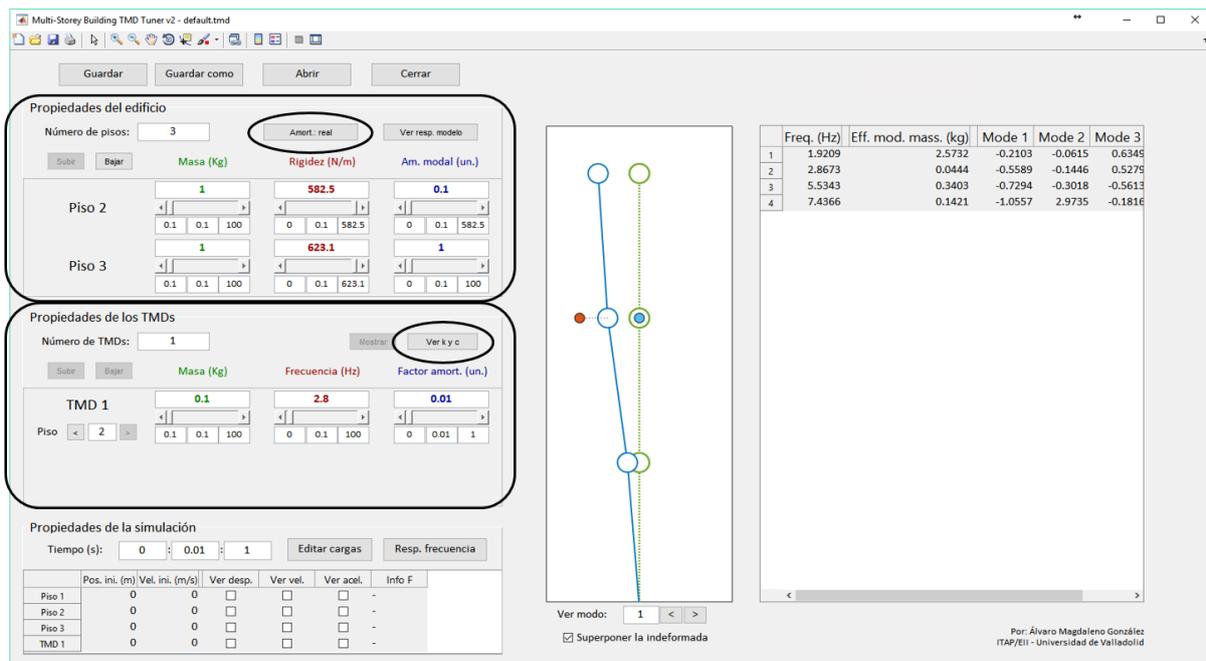


Figura 2.4: Ventana principal de la aplicación Matlab. Recuadradas, las zonas de introducción de propiedades; rodeados, los botones para conmutar tipos de propiedades (modal a física y viceversa)

Además de introducir las propiedades, en la ventana principal se pueden ver además los modos propios, las frecuencias propias y masas modales efectivas. En cuanto a la capacidad de simulación, la aplicación diseñada tiene capacidad para ofrecer respuestas temporales (Figura 2.5) y funciones de respuesta en frecuencia (Figura 2.6). En cuanto a las primeras, se puede escoger, además de las condiciones iniciales para cada grado de libertad, a qué grado de libertad se aplica una carga dinámica. Por supuesto, también está como opción excitar la base, pero en este caso la función tiene dimensiones de aceleración. Sea como fuere, la excitación puede ser senoidal pura, proceder de un fichero de texto ASCII o expresarse mediante una función más compleja (Figura 2.5). La respuesta temporal se ofrece tanto a nivel de desplazamientos como de velocidades y aceleraciones de cada uno de los grados de libertad.

Por su parte, la ventana de respuesta en frecuencia ofrece la posibilidad de indicar más de un grado de libertad en que se suponga que existe una entrada. Muestra el factor de amplificación de la respuesta entre ese subconjunto de grados de libertad y cualquier otro seleccionado. Tanto en esta ventana como en la de respuesta temporal se pueden seleccionar varias salidas y se superponen en todas ellas en los ejes de visualización. Disponen además de un localizador de crestas en la parte superior y la opción de retocar los ejes y bloquear su ajuste automático.

Todos los modelos aquí creados se pueden guardar en un formato propio (*.tmd) y las cur-

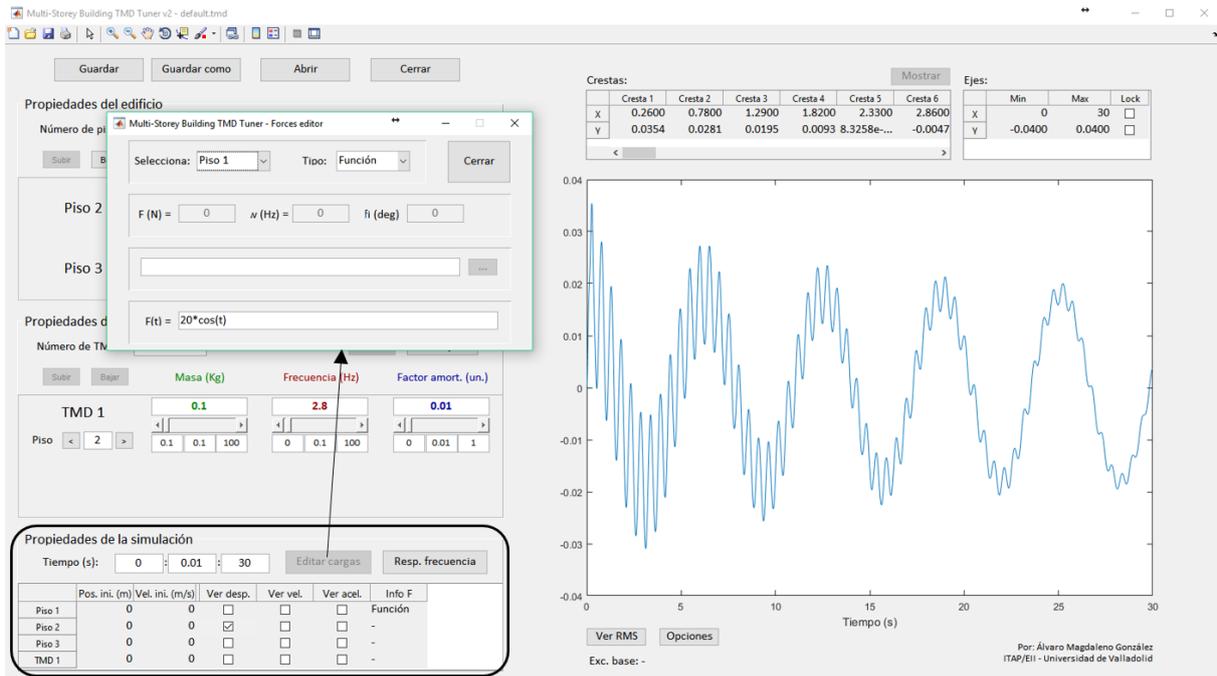


Figura 2.5: Ventana de respuesta temporal, con el menú de edición de cargas.

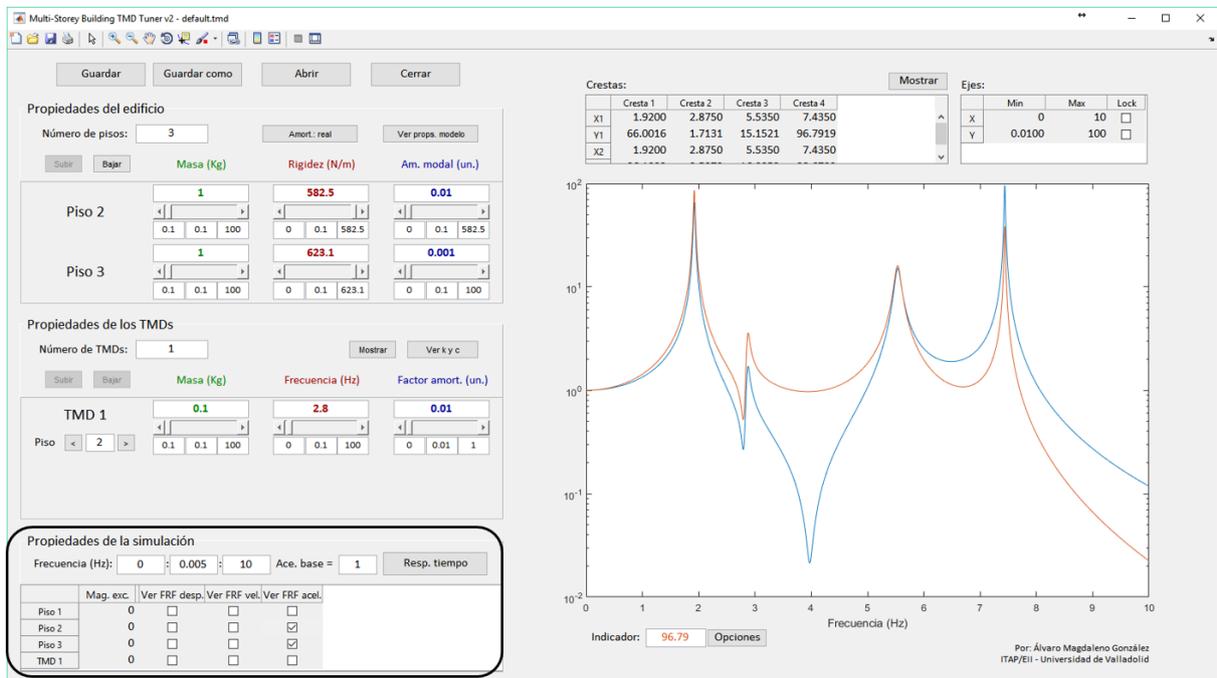


Figura 2.6: Ventana de respuesta en frecuencia, donde se pueden elegir uno o más grados de libertad donde sucede la excitación de entrada.

vas se pueden exportar a otras figuras para proporcionarles un formato adecuado. Asimismo, los datos que se han empleado para hacer los gráficos se pueden guardar como fichero de texto ASCII como en el formato de ficheros propio de Matlab *.mat. Con esta herramienta, convenientemente testada con anterioridad para garantizar la bondad de las respuestas, se realizarán las pruebas de todas las soluciones que se vayan obteniendo a lo largo del presente trabajo.

2.5. Reducción del modelo de edificio a un sistema de un grado de libertad equivalente

La problemática de optimizar TMDs no es nueva, como se desarrolló en la Introducción a este trabajo. Muchos autores han venido tratando de obtener expresiones tanto analíticas como experimentales para facilitar la labor de los diseñadores y calculistas. Uno de los primeros trabajos, y quizá el más popular, fue el realizado por J.P. Den Hartog [8], ampliado posteriormente por G.B. Warburton [10], en el que se proporcionaban expresiones muy sencillas para optimizar en frecuencia y amortiguamiento un TMD para un sistema de un grado de libertad no amortiguado a partir únicamente del tipo de excitación y de la relación de masas μ entre ambos ($\mu = m_{TMD}/m_{ijk}$, donde m_{ijk} es la masa de un sistema equivalente de un grado de libertad que responde como lo hace el j-ésimo grado de libertad de la estructura resonando a su i-ésima frecuencia propia cuando se excita en el k-ésimo grado de libertad). Por este motivo, y en un intento de comparar los dimensionamientos obtenidos a lo largo del trabajo con los que habría proporcionado la aplicación de la teoría de Den Hartog, se presentará a continuación la metodología a seguir para reducir el modelo de un edificio al de un grado de libertad.

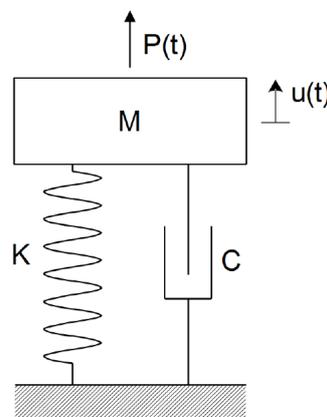


Figura 2.7: Modelo de 1 grado de libertad

Como se ha mencionado, el modelo de un grado de libertad equivalente ha de ser tal que responda igual a como lo hace la estructura original en alguno de sus grados de libertad frente a una excitación armónica resonante². Un sistema de un solo grado de libertad cualquiera, representado en la Figura 2.7, de masa M , rigidez K y constante de amortiguamiento viscoso C tiene una frecuencia propia ω_0 y un factor de amortiguamiento crítico ξ_0 . Su respuesta frente a una excitación armónica $P(t) = P_0 \sin(\omega t)$, viene dada por la Ecuación 2.25.

²En realidad se podría haber escogido alguna otra frecuencia para igualar las respuestas, pero puesto que el trabajo de Den Hartog iba orientado a reducir los niveles de resonancia de la estructura se escoge dicha frecuencia para igualar las respuestas.

$$u(t) = \left(A \cos \left(\omega_0 t \sqrt{1 - \xi_0^2} \right) + B \sin \left(\omega_0 t \sqrt{1 - \xi_0^2} \right) \right) e^{-\xi_0 \omega_0 t} + \frac{P_0}{M [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_0^2 \omega_0^2 \omega^2]} [(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t) - 2\xi_0 \omega_0 \omega \cos(\omega t)] \quad (2.25)$$

Como es lógico, una parte de la respuesta es de carácter transitorio que se disipa con el paso del tiempo y se anula cuando $t \rightarrow \infty$ y otra parte es estacionaria. En esta situación, y puesto que la teoría de Den Hartog está basada en la respuesta estacionaria (concretamente en funciones de respuesta en frecuencia, o FRF), se limitará el estudio a la parte estacionaria. Además, puesto que los TMDs cumplen su función primordialmente entorno a una frecuencia propia del sistema, y como así está establecido en las premisas anteriormente presentadas, se establecerá que la frecuencia de excitación es precisamente esa: $\omega = \omega_0$. De esta forma se obtiene la Ecuación 2.26 como respuesta estacionaria de un sistema de un grado de libertad ante una excitación resonante.

$$u(t) = -\frac{P_0}{2M\xi_0\omega_0^2} \cos(\omega_0 t) \quad (2.26)$$

Por otro lado, la respuesta de un sistema de n grados de libertad puede descomponerse como la suma ponderada de cada uno de sus modos propios, según la Ecuación 2.27. Las funciones de ponderación $r_i(t)$ son variables con el tiempo conformando todas ellas lo que se conoce como *coordenadas generalizadas* o *coordenadas modales* del sistema. Puesto que el paso de coordenadas físicas a modales implica la diagonalización de las matrices del problema, cada una de esas coordenadas generalizadas responde a la ecuación de movimiento de un modelo de un grado de libertad (Ecuación 2.28, donde se muestra la ecuación general para una coordenada i -ésima y se supone una excitación armónica a una frecuencia ω cualquiera).

$$q(t) = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ \vdots \\ r_n(t) \end{bmatrix} = \phi_1 r_1(t) + \phi_2 r_2(t) + \dots + \phi_n r_n(t) \quad (2.27)$$

$$\ddot{r}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{r}_i + \omega_i^2 r_i = \phi_i^T F(t) = \phi_i^T F_0 \sin(\omega t) \quad (2.28)$$

Hay que notar que el vector de fuerzas modal es el producto de la matriz de modos transpuesta por el vector de fuerzas reales sobre cada grado de libertad, de forma que una sola fuerza modal es el producto de un modo transpuesto (vector fila) por el vector de fuerzas reales. Tal y como se expuso para el caso de un solo grado de libertad, la respuesta estacionaria de cualquiera de estas coordenadas generalizadas frente a una excitación resonante viene dada por la Ecuación 2.29. Puesto que se supone que los modos están escalados de forma que la matriz de masa modal es la identidad, las masas modales son unitarias y no figuran en dicha ecuación.

$$r_i(t) = -\frac{\phi_i^T F_0}{2\xi_i \omega_i^2} \cos(\omega_i t) \quad (2.29)$$

Finalmente, como es bien sabido, en resonancia se puede suponer que se manifiesta únicamente un modo de vibración de forma que la respuesta estacionaria de la estructura de n grados de libertad se puede expresar a partir de la contribución de un solo modo, como ilustra la Ecuación 2.30.

$$q(t) = \phi_i r_i(t) = -\frac{\phi_i^T F_0}{2\xi_i \omega_i^2} \phi_i \cos(\omega_i t) \quad (2.30)$$

Tal y como se mencionó al inicio, interesa hacer corresponder la respuesta de un sistema equivalente de un grado de libertad con el de uno de los múltiples grados de libertad del otro sistema. Se denominará j al grado de libertad observado y replicado por el modelo equivalente. La equiparación se muestra en la Ecuación 2.31.

$$u(t) = -\frac{P_0}{2M\xi_i\omega_i^2} \cos(\omega_i t) = q_j(t) = -\frac{\phi_i^T F_0}{2\xi_i\omega_i^2} \phi_{ij} \cos(\omega_i t) \quad (2.31)$$

Se han realizado dos cambios razonables e importantes. Por un lado, tanto la frecuencia propia del modelo de un grado de libertad como su factor de amortiguamiento crítico se hacen coincidir con la del modo al que resuena el sistema de n grados de libertad ($\omega_0 = \omega_i$ y $\xi_0 = \xi_i$). Por otro, la frecuencia de excitación de ese sistema equivalente se ha hecho coincidir con la del modelo de n grados de libertad (una condición del sistema considerado como equivalente es que responda igual que el original frente a la misma excitación armónica). De esta forma, despejando el valor de la masa se obtienen los parámetros del sistema equivalente (Ecuación 2.32).

$$\begin{aligned} M &= \frac{P_0}{\phi_{ij} \phi_i^T F_0} \\ K &= M\omega_i^2 = \frac{P_0}{\phi_{ij} \phi_i^T F_0} \omega_i^2 \\ C &= 2\xi_i\omega_i M = \frac{P_0}{\phi_{ij} \phi_i^T F_0} 2\xi_i\omega_i \end{aligned} \quad (2.32)$$

De esta forma, conocidas las amplitudes de excitación F_0 , el modo propio excitado (a replicar) ϕ_i y estableciendo un valor de amplitud de excitación del modelo de un grado de libertad P_0 es posible calcular las propiedades físicas del modelo de un grado de libertad equivalente. En base a la relación entre la masa de un TMD y la masa de este modelo equivalente será posible sintonizar dicho TMD a la frecuencia propia establecida mediante la aplicación de los resultados de Den Hartog que, para un sistema excitado en su base y minimizando su respuesta en aceleración, se reducen a las Ecuaciones 2.33 y 2.34.

$$f_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \left(\sqrt{\frac{2 - \mu}{2}} \right) \quad (2.33)$$

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \left(\sqrt{\frac{2}{2 - \mu}} \right) \quad (2.34)$$

Hay que notar que el resultado de f_{opt} es la relación entre la frecuencia propia del TMD y del sistema original (en tanto por 1), mientras que ξ_{opt} se obtiene directamente en tanto por 1.

2.6. Análisis modal experimental

En esta sección se comentará brevemente la metodología del análisis modal experimental que se aplicará para la obtención de los parámetros modales y físicos de la estructura durante la etapa experimental. El objetivo es calcular dichos parámetros a partir de un conjunto de registros temporales: al menos una entrada y múltiples salidas. Puesto que se trabajará con edificios y se limitará el estudio a la excitación sísmica se supondrá una única entrada en forma de aceleración en la base (a_b) y como salida las aceleraciones de cada uno de los pisos (\ddot{x}_j).

Como paso previo a la estimación de los parámetros será necesario post-procesar los registros temporales con el fin de estimar, a partir de los mismos, las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) entre la base y cada uno de los pisos. De forma teórica, se define la FRF como la relación entre la salida y la entrada en el dominio de la frecuencia, según la Ecuación 2.35.

$$H^{ib}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{A_b(\omega)} \quad (2.35)$$

En un entorno ideal, en el que las señales tanto de entrada como de salida estuvieran exentas de perturbaciones de ningún tipo sería posible calcular la FRF a partir de las señales involucradas transformadas al dominio de la frecuencia (mediante una transformada de Fourier en el tiempo continuo o una DFT en el tiempo discreto). Puesto que la realidad no es así y existe ruido de diversa naturaleza, las señales dejan de cumplir la condición de Dirichlet y no pueden ser transformadas de esta forma. Es necesario emplear estimadores basados en conceptos estadísticos. Se define la auto-correlación de una señal aleatoria $f(t)$ como el valor esperado o medio del producto $f(t) \cdot f(t + \tau)$ (Ecuación 2.36).

$$R_{ff}(\tau) = E[f(t) \cdot f(t + \tau)] \quad (2.36)$$

Esta función cumple la condición de Dirichlet y sí que puede ser transformada. A dicha transformada se le denomina auto densidad espectral de potencia (*auto-PSD*, $S_{ff}(\omega)$), definida en la Ecuación 2.37. Se trata de una función real y par en el dominio de la frecuencia y proporciona una descripción del contenido espectral (o en frecuencia) de la señal aleatoria $f(t)$.

$$S_{ff}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.37)$$

Un concepto similar puede aplicarse al tratar de correlacionar dos señales diferentes $x(t)$ y $f(t)$. Se definen así la correlación cruzada y la *densidad espectral de potencia cruzada*, o *CPSD*, según las Ecuaciones 2.38 y 2.39.

$$R_{xf}(\tau) = E[x(t) \cdot f(t + \tau)] \quad (2.38)$$

$$S_{xf}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xf}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.39)$$

Las funciones de densidad espectral cruzada están definidas en el dominio de la frecuencia y en variable compleja. Poseen además la propiedad del conjugado (Ecuación 2.40).

$$S_{xf}(\omega) = S_{fx}^*(\omega) \quad (2.40)$$

En base a estas magnitudes, como se comentaba anteriormente, se definen tres de los estimadores más habituales de FRF. Todos ellos tratan de correlacionar las señales de una forma u otra, mitigando los efectos del ruido y la aleatoriedad. Dichos estimadores se resumen a continuación, expresados para una entrada y salida genéricas x e y .

1. Ruido únicamente en la señal de entrada (x). Se estima la FRF mediante la relación del espectro cruzado entre la entrada y la salida S_{xy} y el *auto-espectro* de la entrada S_{xx} , según la Ecuación 2.41. El estimador recibe el nombre de H_1 .

$$H_1^{yx} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (2.41)$$

2. Ruido únicamente en la señal de salida (y). En este caso se estima la FRF mediante la relación del *auto-espectro* de la salida S_{yy} y el espectro cruzado de la salida y la entrada S_{yx} , según la Ecuación 2.42. El estimador recibe el nombre de H_2 .

$$H_2^{yx} = \frac{S_{yy}}{S_{yx}} \quad (2.42)$$

3. Ruido en las señales de entrada y salida simultáneamente. Es el estimador más ampliamente utilizado debido a los buenos resultados que arroja. Aunque en la literatura puede aparecer como H_3 es más frecuente hablar de H_v (Ecuación 2.43).

$$H_v^{yx} = \frac{S_{yy} - S_{xx} + \sqrt{(S_{xx} - S_{yy})^2 + 4|S_{xy}|^2}}{2S_{yx}} \quad (2.43)$$

Aunque las operaciones podrían realizarse con algún software de propósito general como Matlab, el cálculo de las FRFs se realizará íntegramente con un módulo del software que gobierna la tarjeta de adquisición de datos. Este software incorpora el estimador H_v con un procesamiento adecuado de las señales temporales para evitar problemas como el *leakage*. Entre este procesado de señales se incluye filtrado y la aplicación de ventanas exponenciales para que todas ellas comiencen y terminen en 0. Así, se puede suponer que las señales son periódicas de periodo igual al tiempo de muestreo, satisfaciéndose así las condiciones de cálculo de los espectros de potencia.

Una vez que las FRFs han sido calculadas no resta más que explotarla para obtener los parámetros de interés. Hay dos conjuntos de parámetros que interesa encontrar: los modales (frecuencias, modos y factores de amortiguamiento crítico) y los físicos (masas, rigideces y constantes de amortiguamiento). La obtención de ambos pasa por realizar un ajuste de la curva a un determinado modelo matemático. El ajuste al modelo en el espacio de estados presentado con anterioridad proporciona los parámetros físicos: iterando de forma adecuada modificando los valores de las masas, rigideces y amortiguamientos que conforman las matrices se puede minimizar la discrepancia entre ellas y obtener la información deseada. Los parámetros modales pueden obtenerse a partir de este modelo sin más que operar el correspondiente problema de valores propios.

De esta forma, con rutinas programadas en el entorno de programación Matlab y haciendo uso de las funciones de optimización *built-in*, es posible minimizar las diferencias entre las curvas estimadas experimentalmente y las calculadas analíticamente y establecer un valor para todos los parámetros del sistema que se está caracterizando. Se mostrará un ejemplo de todo ello en el Capítulo 3.

2.7. Tipos de indicadores e indicadores de referencia

Una vez establecidas las bases matemáticas que rigen el modelo que se va a emplear y las herramientas numéricas con que se hará frente, se presenta a continuación la definición de cada uno de los indicadores que se van a estudiar para sintonizar los TMDs así como aquellos que se emplearán como referencia de la bondad de cada una de las diferentes optimizaciones que se lleven a cabo.

En primer lugar, se entiende por indicador en este trabajo a un escalar (un solo número) que representa de alguna forma la respuesta del modelo. Lógicamente, el emplear un elemento tan sencillo como un número para algo tan complejo como la *respuesta de un modelo* implica que para la definición de dicho indicador hay que tomar alguna decisión: ¿la respuesta del modelo frente a qué excitación? ¿La respuesta del modelo en qué grado de libertad? ¿Qué magnitud: desplazamientos, velocidades o aceleraciones? ¿Respuesta transitoria, estacionaria o ambas? ¿En el tiempo o en frecuencia? Cada combinación de respuestas a estas preguntas conduce a un ámbito concreto sobre el que definir el indicador, una tarea casi artesanal que ha de llevar a cabo el diseñador del TMD.

La artesanía no termina aquí pues, una vez definido el contexto en que se concebirá el indicador, es necesario explicitar las operaciones que conducen al mismo: valores máximos o mínimos, valores medios, integraciones, diferentes operaciones entre respuestas, la consideración de otro tipo de excitaciones, promediando entre diferentes escenarios, o un interesante conjunto de todas las anteriores. En conclusión, la cantidad de indicadores que se puede definir para el diseño de uno o varios TMDs es prácticamente infinita (o, al menos, muy grande). No hay que perder de vista, sin embargo, que cuestiones como los recursos informáticos disponibles o el tiempo de ejecución de según qué cálculos pueden hacer decantarse al ingeniero en una dirección u otra. Además, como es natural, muchas opciones de indicador pueden conducir a resultados de diseño suficientemente parecidos para ser considerados como iguales, reduciéndose así el número de posibles indicadores, como se verá en el presente trabajo.

De forma general, se podrían reunir todos los indicadores bajo una clasificación en tres tipos diferentes, diferenciados a su vez en dos grandes clases. Entre los tipos se encontrarían:

- Orientados al confort de las personas. Son indicadores para TMDs encaminados a reducir el nivel de aceleración de algunos grados de libertad de la estructura, sobre todo aquellos potencialmente ocupados por personas con el fin de mitigar posibles malas sensaciones, mareos o vértigos que puedan sufrir éstas.
- Orientados a la seguridad estructura al tratar de reducir el nivel de desplazamientos de los grados de libertad de la estructura y, con ello, el nivel tensional global de la misma. La fatiga no es un problema como tal en este contexto, pues implica grandes números de repeticiones que, dadas las frecuencias comunes de excitación y oscilación de las estructuras, no se suelen llegar a alcanzar.

- Orientados al TMD. Su misión es limitar la carrera del TMD o su desplazamiento relativo al punto de conexión del mismo con la estructura. Como es lógico, este tipo de indicadores encuentra su mayor aplicación en conjunción con otros ya que, como se verá a lo largo del Capítulo 5, algunas optimizaciones pueden desembocar en amortiguamientos de TMDs muy bajos que produzcan, en servicio, desplazamientos relativos desmesurados y por lo tanto inmaterializables desde el punto de vista mecánico o con elevadas necesidades de mantenimiento.

Las dos grandes clases de indicadores hacen referencia al dominio en que son calculados: frecuencia y tiempo. Los primeros son fruto de extraer información de, o realizar operaciones con, las funciones de respuesta en frecuencia de la estructura. Los segundos son análogos pero fundamentados en la propia respuesta temporal de la estructura. Evidentemente, indicadores del mismo o diferente tipo y clase pueden aparecer combinados entre sí o bien en el seno de un algoritmo de *optimización multiobjetivo*, como en [20].

En el contexto de este trabajo, se estudiarán con detalle algunos indicadores concernientes a las aceleraciones de la estructura. Concretamente, en el Capítulo 4 se estudiarán con cierta profundidad los indicadores en frecuencia que son fruto de extraer máximos de las FRFs de la estructura. De esta forma, se pretenderá en todo momento reducir al máximo dichas crestas con el fin de mitigar las componentes de respuesta asociadas a los modos propios de la estructura. Este es el abordaje tradicional de la sintonización de TMDs y, como tal, será comparada casi en todo momento con uno de los trabajos más notables en este campo: el realizado por J.P. Den Hartog.

En el Capítulo 5 serán estudiados dos tipos de indicadores temporales: los que minimizan el máximo de la respuesta en aceleraciones y los que minimizan el área bajo la curva de la propia respuesta temporal. Los primeros están encaminados a reducir todo lo posible picos de aceleración, posibles *golpes* que pueda sufrir la estructura. Los segundos pretenden reducir la propia respuesta de forma global. Todas las optimizaciones realizadas en este capítulo se realizarán considerando como entrada al sistema el sismo de El Centro³ en la base de los modelos.

Debido a lo diferente de la naturaleza de las optimizaciones que se van a realizar es necesario, para poder compararlas, establecer uno o varios indicadores adicionales. En este trabajo se van a diseñar dos a tal efecto, a saber: MTVV y energía disipada por los TMDs. A continuación se detalla la naturaleza de cada uno de ellos.

MTVV. De las siglas en inglés para Maximum Transient Vibration Value, se trata de un indicador temporal definido en la norma ISO 2631 en el marco de la percepción de las vibraciones por los seres humanos. Se define como el máximo de la curva RMS móvil, obtenida ésta como una sucesión de valores medios cuadráticos calculados en una serie de ventanas temporales de 1 segundo de duración. En este trabajo, además, se decide aplicar un solape entre ventanas del 50 %. Esto es debido a la rápida variación de algunas respuestas. De no considerar dicho solape algunas curvas RMS móvil no representan la tendencia de la curva original con mucha precisión y el indicador MTVV puede salir sesgado. Se muestra un ejemplo de RMS móvil y MTVV en la Figura 2.8.

³Sismo registrado en el Imperial Valley, en la localidad de El Centro, California, en el año 1940. Fue de intensidad 6.9 en la escala Richter con una intensidad máxima percibida de X (extrema) en la escala de intensidad de Mercalli.

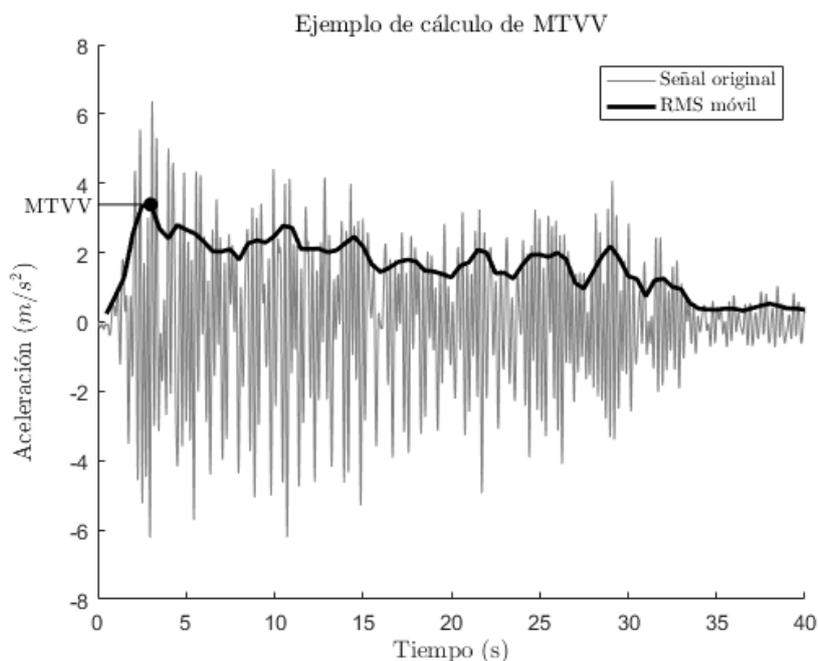


Figura 2.8: Ejemplo de cálculo de RMS móvil y MTVV

Lógicamente, una solución se considera mejor que otra cuando el valor del MTVV de las respuestas del modelo es más pequeño. Se desprenderán, por lo tanto, de las optimizaciones del modelo de dos plantas, dos valores de MTVV: uno por la aceleración de cada planta. Para el modelo de tres plantas se desprenderán, de la misma forma, tres valores de MTVV. Para todos los casos, se denotará con la letra mayúscula I al indicador MTVV seguido de un subíndice que corresponde a la planta al que hace referencia. Así, por ejemplo, I_2 sería el MTVV de la segunda planta del modelo que se esté discutiendo.

Energía disipada por los TMDs. Es necesario recordar que la finalidad de un TMD es reducir el nivel de la respuesta de una estructura absorbiendo (o disipando) la mayor cantidad de energía que le llega a través de su unión con la misma. El elemento encargado de transmitir la energía entre uno y otro es el elemento elástico del TMD. Esta energía transmitida se almacena temporalmente en la masa del TMD en forma de energía cinética y es posteriormente devuelta a la estructura. En este proceso de intercambio energético, en el que TMD y estructura oscilan por lo general en fases diferentes, se encuentra el elemento amortiguador realizando un trabajo que se opone al movimiento y disipando una parte de la energía intercambiada.

Es fácil de probar que un TMD cuyo factor de amortiguamiento es nulo no realiza función absorbente alguna sino que se limita a redistribuir la energía a lo largo del tiempo. La respuesta forzada puede verse efectivamente reducida como resultado de esta redistribución de energía, pero solo para un rango relativamente estrecho de frecuencias de excitación. Sea como fuere, la respuesta de la estructura se modula debido al incesante intercambio de energía entre ambos, pero en ese ir y venir de energía nada se pierde a mayores de la que disipa internamente la propia estructura. Como ejemplo sencillo se muestra en la Figura 2.9 la respuesta en aceleraciones de un sistema de un grado de libertad ($M = 1\text{ kg}, K = 1000\text{ kg}$) pero cuyo amortiguamiento ha sido establecido a cero, por llevar la situación a un extremo. La entrada es una condición inicial en desplazamiento

$x(0) = 0,01 \text{ m}$, partiendo del reposo. Como se aprecia, el movimiento es permanente. La adición de un TMD de 10 g de masa, sintonizado a la primera frecuencia propia pero sin amortiguamiento alguno, como se muestra en la Figura 2.10, modula la respuesta, lo que implica una redistribución temporal de las energías. Como se aprecia, la respuesta es igualmente permanente, aunque se alternan los máximos de energías cinética en masa y TMD.

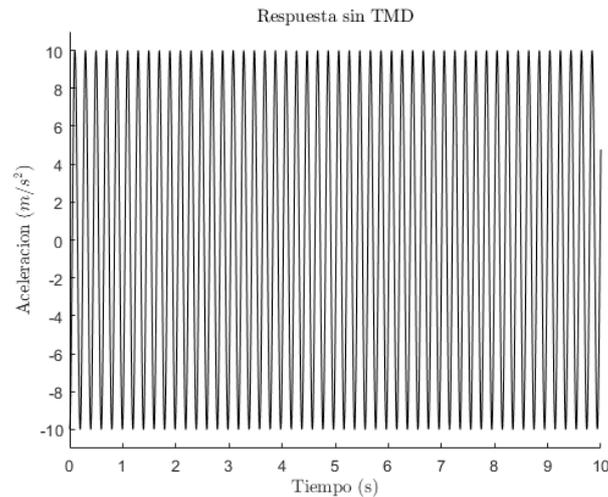
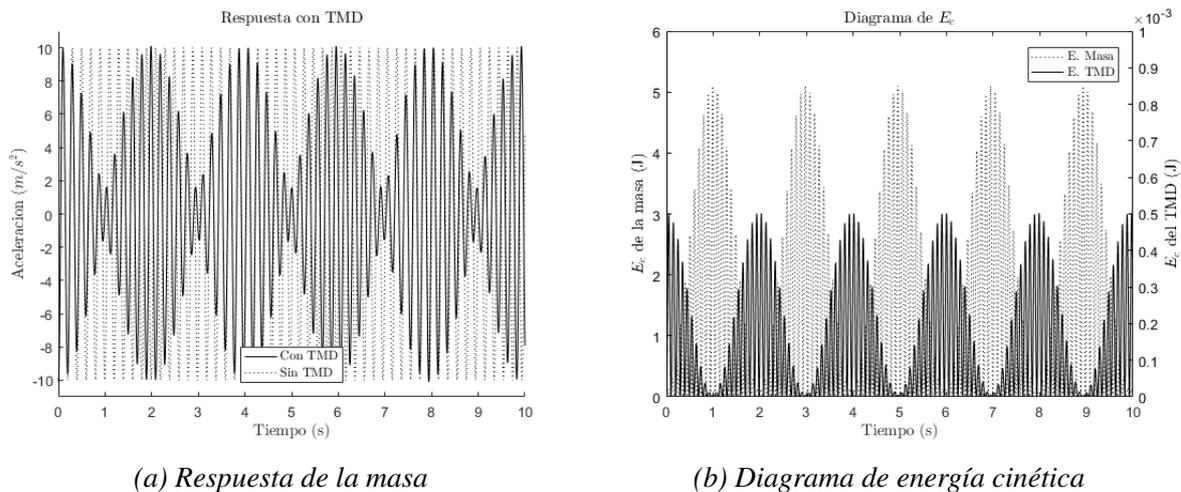


Figura 2.9: Respuesta de un sistema de un grado de libertad ante condiciones iniciales

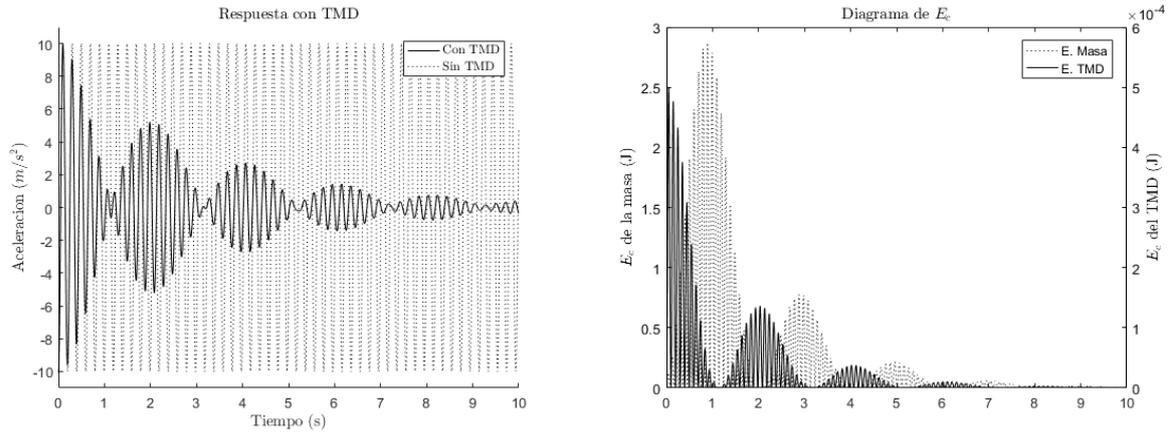


(a) Respuesta de la masa

(b) Diagrama de energía cinética

Figura 2.10: Respuesta de un sistema de un grado de libertad con TMD ($\xi_t = 0$)

No es hasta que se aplica cierto amortiguamiento al TMD que la respuesta empieza a decrecer. Se muestra en la Figura 2.11 el caso del mismo TMD que antes pero con un factor de amortiguamiento crítico del 2% . Evidentemente, la respuesta de la estructura se encuentra igualmente modulada pero se atenúa rápidamente en el tiempo. Más drástica es la atenuación en el caso de las energías. Lógicamente, este efecto se completa con el amortiguamiento estructural que se ha obviado para este ejemplo. Sin embargo, la conclusión es clara: además de redistribuir la energía por el sistema, la misión del TMD es, precisamente, disipar la mayor cantidad de la que le llega.



(a) Respuesta de la masa

(b) Diagrama de energía cinética

Figura 2.11: Respuesta de un sistema de un grado de libertad con TMD ($\xi_t = 2\%$)

A raíz de lo anterior, parece evidente que un diseño adecuado de un TMD podría ser aquel para el cual la energía disipada por su elemento amortiguador sea lo mayor posible. En este sentido, puesto que la potencia desarrollada puede expresarse mediante la Ecuación 2.44, la energía total disipada por el mismo desde el inicio del movimiento hasta un cierto instante t se expresa como su integral temporal (Ecuación 2.45). En estas ecuaciones, c_t es la constante de amortiguamiento del TMD, \dot{x}_j es su velocidad absoluta y \dot{x}_i es la velocidad absoluta del grado de libertad al que está unido. Es recomendable darse cuenta de que, aunque la formulación del problema ante una excitación en la base solo permite obtener desplazamientos y velocidades relativos a la base, la diferencia entre dichas coordenadas relativas permanece invariante e igual a la diferencia entre las coordenadas absolutas.

$$\dot{W}_C = c_t(\dot{x}_i - \dot{x}_j)^2 \quad (2.44)$$

$$W_C = \int_0^t c_t(\dot{x}_i - \dot{x}_j)^2 dt \quad (2.45)$$

Se muestra en la Figura 2.12 la energía total disipada a lo largo del tiempo por el TMD del ejemplo anterior. De esta forma, cada punto de esa curva representa el trabajo total disipado hasta ese momento por el amortiguador del TMD. Se evaluará, pues, para cada solución de optimización obtenida a lo largo del trabajo el trabajo total disipado por cada uno de los TMDs instalados, midiendo de alguna forma la efectividad de cada uno de ellos a la hora de enfrentarse a una excitación determinada (acelerograma de El Centro). Se denotará con W_{Ci} al valor del indicador asociado al TMD i de la optimización que se esté discutiendo.

De esta forma, cada optimización realizada durante los capítulos 4 y 5 arrojará un puñado de indicadores, todos ellos temporales, que permitirán comparar en igualdad de condiciones lo adecuado de cada una de las soluciones para afrontar, en este caso concreto, una excitación sísmica como la de El Centro. Por desgracia, las conclusiones que se extraigan en base a estos indicadores en los capítulos 6 y 7 no son del todo generalizables pues, además de estar enormemente influenciadas por las propiedades de los modelos, están condicionadas a la propia

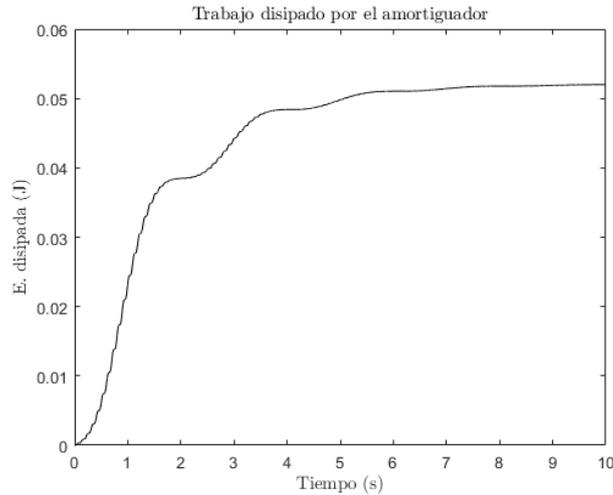


Figura 2.12: Respuesta de un sistema de un grado de libertad ante condiciones iniciales

excitación sísmica. De esta forma, un TMD (o conjunto de ellos) puede no ser válido para el escenario planteado aquí, pero ser quizá óptimo para otro con una excitación diferente.

2.8. Acerca de la optimización numérica

Como se ha comentado, todos los dimensionamientos que se realizarán en este trabajo serán fruto de la resolución de un problema de optimización. En los capítulos 4 y 5 se definirán, precisamente, cada uno de los indicadores que servirán como función objetivo, la mayoría para ser minimizados. Estas optimizaciones se llevarán a cabo todas ellas en Matlab, haciendo uso del algoritmo genético que tiene implementado en la *Global Optimization Toolbox*.

De forma resumida, un algoritmo genético parte de un conjunto de individuos (*población inicial*) y, mediante algoritmo de cruce y mutación de los más fuertes (los más adecuados en virtud de la función objetivo), van evolucionando hacia las soluciones globales mínimas. La población inicial se puede generar de forma aleatoria o introducir una determinada. En el ámbito de este trabajo, y dado que no es un trabajo dedicado específicamente a estudiar el propio algoritmo de optimización, se permitirá que sea Matlab quien genere la población inicial de forma aleatoria. Por supuesto, dentro de unos rangos. Se puede encontrar más información sobre los algoritmos de cruce y mutación en [24] y [25].

Para que el algoritmo genético pueda evaluar la fortaleza de cada individuo es necesario proporcionarle una *función de coste* o *función objetivo*. Una función como ésta ha de aceptar como parámetro de entrada un vector con las variables de un individuo del problema y retornar el valor del indicador que se pretenda minimizar. Alternativamente, y para agilizar la evaluación de las poblaciones, se puede diseñar de forma que se introduzca como argumento de entrada la población completa y se retorne un vector con todas las evaluaciones de todos los individuos. En este trabajo se opta por esta segunda opción para agilizar la resolución de los problemas, que ya de por sí serán lentos.

Por supuesto, como cualquier otra función, la que gobierna el algoritmo genético de Matlab acepta un buen número de opciones con las que controlar de alguna forma su comportamiento. Entre ellas se incluyen el tamaño de las poblaciones, el número máximo de evaluaciones de la

función objetivo, el número máximo de generaciones admitidas o una tolerancia de parada tanto de la función de coste como de variación de los parámetros. En este trabajo se opta por dejar todas ellas en sus valores por defecto, al comprobarse que su funcionamiento es adecuado para lo que aquí se persigue. El número de individuos es variable con el número de parámetros de la optimización: 50 si se tienen menos de 5 parámetros y 200 si se tienen más. A efectos prácticos, se tendrán poblaciones de 50 individuos si se diseña un solo TMD con sus 4 parámetros y se tendrán 200 si se diseñan más de forma simultánea. La parada se realizará siempre por tolerancia de la función objetivo, que se establece en 10^{-8} .

Finalmente, todas las optimizaciones se llevarán a cabo aplicando una serie de restricciones a las variables. Entre las más sencillas se encuentran que todas han de ser positivas y que los amortiguamientos no pueden superar el 100 % o de lo contrario se diseñarían TMDs sobreamortiguados. Algo más interesante es limitar la masa de los TMDs de forma que la suma total no supere cierto valor. Como se justificará al inicio del Capítulo 4, este máximo será del 3 % aunque se llevará a cabo alguna optimización puntual con más para comprobar que, efectivamente, a mayor masa mejores resultados. El límite de masa responde a dos hechos: por un lado, la estructura se dimensiona para soportar unas cargas determinadas y, a mayores masas de TMDs, mayores son las cargas estáticas e inerciales a las que se somete a la estructura en ese punto; por otro, se trata de una cuestión económica ya que, a mayor masa, más caro es el TMD no solo por la cantidad de material sino además por los elementos elásticos y amortiguadores, que habrán de adaptarse a los tamaños y envergaduras de los TMDs aumentando asimismo las necesidades de mantenimiento. Una última restricción es la que atañe a la posición de los TMDs. Puesto que no se concibe, por el tipo de modelo presentado, que los TMDs puedan situarse entre plantas, las posiciones de TMDs han de ser forzosamente números enteros limitados entre 1 y el número de grados de libertad de la estructura.

3. SET-UP EXPERIMENTAL

3.1. Maqueta de un edificio

La maqueta que se empleará representa a un edificio y es fruto de trabajos previos. El diseño es modular, de forma que es posible añadir o quitar plantas a voluntad. Cada módulo cuenta con elementos que aportan flexibilidad lateral unidireccional (a modo de pilares) y rigidez vertical (a modo de forjados). A continuación se detalla cada uno de ellos.

Pilares. Están formados por placas de aluminio situadas de forma vertical. Dichas placas poseen una dirección principal de flexión, siendo la inercia en la dirección perpendicular suficientemente grande para impedir el desplazamiento en cualquier otra dirección. Además, al poseer dos, uno a cada lado del forjado, se reduce enormemente la posibilidad de torsión del mismo. De esta forma, se logra confinar el movimiento a un solo plano sin necesidad de incorporar otros elementos guía o rodamientos, que introducirían contactos y rozamientos adicionales en la maqueta.

Forjados. Están formados por placas de metacrilato perforadas. Cuentan con un espesor suficiente para que, junto con las propiedades del propio plástico, cualquier desplazamiento vertical que pueda suceder sea varios órdenes de magnitud inferior a los desplazamientos horizontales. De esta forma se puede considerar al forjado como rígido e indeformable. Cuenta con una serie de orificios laterales concebidos para atornillar los flejes (pilares) a estos forjados y otros orificios pasantes a lo largo del espesor para unir unos módulos con otros y para instalar los futuros TMDs. Todas las uniones son atornilladas con un apriete suficiente para suponerlas rígidas.

Se han ejecutado dos tipos de módulos, que se diferencian por su altura (distancia entre forjados). Uno tiene una altura de 0,75 metros y otro de 0,5. El empleo de unos módulos u otros en diferentes combinaciones y posiciones da lugar a la realización de conjuntos con diferentes propiedades modales. En la Figura 3.1 se muestran las dos configuraciones empleadas para representar los edificios de dos y tres plantas. Concretamente, la maqueta de dos plantas está formada por un módulo de 0,5 m en la parte inferior y sobre él un módulo de 0,75 m. La maqueta de tres plantas es igual pero con un módulo de 0,75 m añadido encima del conjunto anterior.

El conjunto de módulos se emplaza sobre una base de aluminio, la cual está soportada por unas guías que permiten su desplazamiento horizontal. Un motor paso a paso adecuadamente ubicado permite controlar dicho movimiento aunque existe la posibilidad de liberarla y realizar dicho movimiento de forma manual. Esta especie de mesa sísmica será la que permita excitar la base de una forma conocida o, en su caso, medible y, a partir de ella, obtener las FRFs que permitan identificar las propiedades físicas y modales del edificio mediante las técnicas descritas en el Capítulo 2.

3.2. Modelo experimental de un TMD

Como se presentó en la Introducción al trabajo, un TMD consiste en una masa ligada elásticamente a un punto de la estructura. Cuenta, además, con uno o varios mecanismos de disi-



(a) Dos plantas



(b) Tres plantas

Figura 3.1: Maquetas de edificio

pación de energía, actuando a modo de amortiguadores de la vibración. Aunque en este trabajo no se vaya a hacer uso directo de él, a continuación se describirá el tipo de TMD ejecutado en el laboratorio y con el que, en el futuro, se realizarán las experiencias oportunas basadas en los resultados aquí expuestos.

Elemento elástico. Aunque el modelo sobre papel más característico representa el elemento elástico como un resorte, la realidad es que la ejecución de un TMD mediante un resorte helicoidal convencional presenta enormes problemas de control del movimiento y suele necesitar elementos auxiliares como guías o rodamientos para garantizar la unidireccionalidad del mismo. Es por esta razón que se ha optado por ejecutar el elemento elástico mediante una pletina de acero relativamente fina con dos direcciones principales de inercia con valores varios órdenes de magnitud diferentes (misma filosofía que para la ejecución de los módulos de la maqueta del edificio). De esta forma se garantiza que la pletina flexione en la dirección de interés y no en otra. Sí que existe sin embargo el problema de la torsión (o vuelco) pero, como se verá durante la etapa de experimentación, será de magnitud muy inferior a la flexión principal y no afectará a la utilidad del TMD.

Elemento disipador. Para garantizar el buen funcionamiento del TMD es necesario que este disipe parte de la energía que le llega. Para ello, por su propia construcción, cuenta con varias fuentes de amortiguamiento: el estructural del fleje y el de rozamiento con el aire. Estos mecanismos de mitigación del movimiento son, sin embargo, insuficientes para la mayoría de aplicaciones. Por esta razón se incorpora un amortiguador magnético basado en corrientes de Eddy. El principio de funcionamiento es muy sencillo: el desplazamiento de un metal no ferromagnético (pero sí conductor de la corriente eléctrica) en el seno de un campo magnético produce sobre él una fuerza que se opone a dicho movimiento. En este prototipo de TMD será el campo magnético generado por un imán permanente de neodimio quien se desplace y una pequeña placa de aluminio la que permanezca solidaria al bastidor. Se puede demostrar, además, que la fuerza generada es aproximadamente proporcional a la magnitud de la velocidad relativa en el rango de la misma que se tratará en este contexto y, por ello, puede modelarse como un amortiguador viscoso con una constante de amortiguamiento c equivalente.

Masa. La masa móvil del TMD está compuesta por un total de tres contribuciones, a saber: la parte proporcional de la pletina que entra en movimiento al oscilar, el imán de neodimio que genera el campo magnético para el sistema de amortiguamiento y un conjunto de masas adicionales conocidas con su soporte. Salvo la parte proporcional de la pletina, el resto de elementos se encuentran lo más cerca posible del extremo del fleje de forma que se aprovecha al máximo su longitud a flexión.

A partir de los elementos descritos no es complicado averiguar cómo se pueden modificar los parámetros físicos del TMD. La variación de la rigidez se consigue modificando la longitud de la pletina, sacándola más o menos de su bastidor. La variación del amortiguamiento se consigue acercando o alejando la placa de aluminio de la trayectoria del imán. La variación de la masa se logra añadiendo o quitando masas. Hay que notar que todas las propiedades tienen un límite inferior determinado, respectivamente, por la longitud máxima de la pletina (e inestabilidad), amortiguamiento propio en ausencia de campos magnéticos y masa de la pletina en movimiento. Por su parte, la única que estaría teóricamente limitada superiormente sería el amortiguamiento, para el cual se produciría el máximo cuando no fuera posible acercar más la plaquita a la trayectoria del imán.

En la Figura 3.2 se muestra un croquis del TMD mencionado con todas sus partes: en negro las tuercas que representan la masa modificable, en rojo la pletina que hace de elemento flexible y en azul el sistema de amortiguamiento magnético formado por un imán cilíndrico de neodimio y una plaquita de aluminio. Esos elementos llevan en la imagen, entre paéntesis, la propiedad física del TMD al que están relacionados. En la Figura 3.3 se muestra una fotografía de dicho TMD junto a un detalle de la masa y el sistema de amortiguamiento magnético. En dicha foto se pueden apreciar claramente los elementos representados en el croquis.

Finalmente, no hay que perder de vista que todos los elementos están soportados por un bastidor que se une rígidamente a algún forjado de la maqueta de edificio. Este bastidor, así como una fracción de la pletina y la placa de aluminio cuentan como masa que no se desplaza (inerte), y por tanto modifican el modelo original del edificio. Es, por tanto, necesario tener en cuenta esta masa a la hora de realizar una identificación de los parámetros del edificio pues, a la hora de instalar los TMDs, será necesario incluir la masa de su soporte.

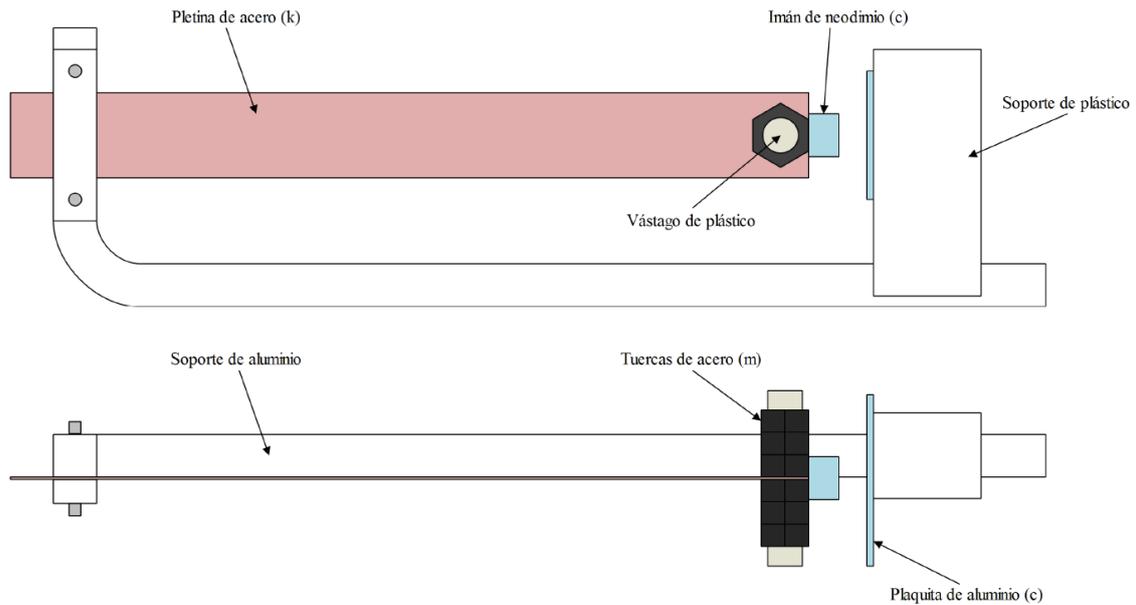


Figura 3.2: Croquis del TMD ejecutado



(a) General

(b) Detalle

Figura 3.3: Fotografías del prototipo de TMD

3.3. Instrumentación

En cuanto a la instrumentación necesaria para la realización de las tareas de identificación son necesarios un total de 3 elementos básicos: un juego de acelerómetros con sus correspondientes cables y adaptadores, una tarjeta de adquisición de datos y un ordenador con el software de adquisición adecuado. A continuación se describen cada uno de ellos y el papel que juegan en el proceso de toma de datos.

Acelerómetros. Sensores de aceleración de tipo piezoeléctrico (IEPE). Construidos por la casa MMF (Metra Mess und Frequenztechnik) poseen una sensibilidad nominal de entorno a 100 mV/g (varía sensiblemente de un acelerómetro a otro) con un rango de medida de $\pm 60 \text{ g}$. Una pequeña masa alojada en su interior se desplaza sutilmente cuando el acelerómetro se empieza a mover ejerciendo una pequenísima fuerza sobre un material piezoeléctrico. Éste, al recibir la fuerza proporcional al valor de la masa, emite una pe-

queña carga que es transmitida hasta la tarjeta de adquisición de datos. Un adaptador se encarga de traducir la micro-corriente generada en el acelerómetro en tensión dentro de un rango medible. Se muestra una imagen del mismo en la Figura 3.4a.

Tarjeta de adquisición de datos. Fabricada por la empresa DEWESoft, se trata de una tarjeta de propósito general de 16 canales, 24 bits de convertidor analógico-digital y hasta 20 000 Hz de frecuencia de muestreo. Recibe las señales después de ser amplificadas en el adaptador y, tras muestrearlas y aplicarles la sensibilidad definida por el usuario, las registra para su posterior procesamiento. Este modelo en concreto incorpora una licencia de un software específico que permite, además de obtener y visualizar registros, realizar algunas operaciones sencillas con las señales. Un módulo adicional de dicho software permite, adicionalmente, realizar parte del análisis modal experimental. Se muestra una imagen del mismo en la Figura 3.4b.

Ordenador. Se trata de una máquina portátil de la marca Acer, i7-4720 con 16Gb de memoria RAM y Windows 10. En él se encuentran instalados, entre otros, los dos programas necesarios para la adquisición y post-procesado de las señales: DEWESoft X2 SP8 y Matlab 2016a. La conexión entre el ordenador y la tarjeta se realiza mediante un cable USB.



(a) Acelerómetro

(b) Tarjeta de adquisición de datos

Figura 3.4: Elementos básicos del sistema de adquisición de datos

La conexión entre todos los elementos es muy sencilla, siguiendo un poco la filosofía *plug-and-play*. Con todos ellos dispuestos adecuadamente, como se ilustra en la Figura 3.5, se procede a la toma de datos como se describe en el apartado siguiente.

3.4. Metodología experimental

Tras la conexión de todos los elementos ya descritos y habiendo comprobado que funcionan, solo queda disponer adecuadamente los acelerómetros, configurar el software de adquisición de datos con las sensibilidades y parámetros del análisis modal y proceder a la recogida de las señales.

La ubicación de los acelerómetros no presenta mayor complicación, pues se ubicará uno en cada forjado de la maqueta y uno adicional en la base. La finalidad de este último es poder medir la aceleración *real* introducida en el sistema que puede diferir de la que se esperaría introducir con la mesa vibrante. Esto además permite no emplear el motor como accionamiento y desplazar la base con la mano o con un golpe aprovechando igualmente la señal de entrada.

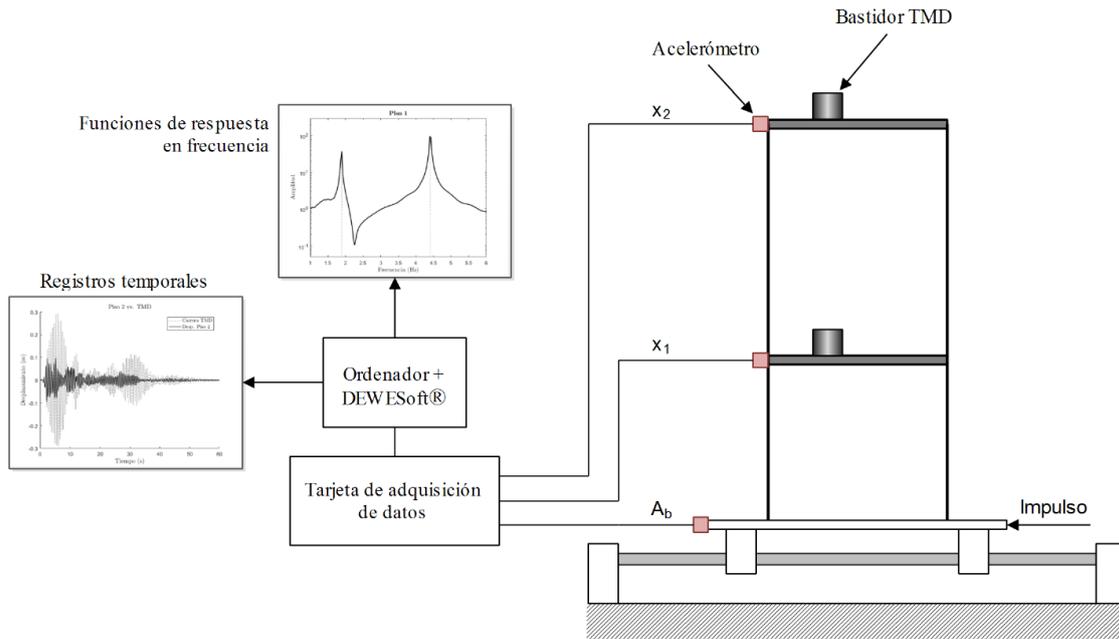


Figura 3.5: Set-up experimental realizada para la identificación de las maquetas

No hay que perder de vista lo adecuado que resulta medir la entrada con un acelerómetro ya que se pretende correlacionar cada una de las salidas con una entrada sísmica, que se expresa habitualmente en términos de una aceleración de la base como se apuntó en el Capítulo 2.

La configuración del software para la adquisición de datos es también sencilla. Basta con indicar qué canales se van a emplear, de qué naturaleza son, introducir el valor de la sensibilidad del sensor (dado por el fabricante) y establecer, si se desean, filtros digitales pasa-bajos para mitigar ruido a alta frecuencia. Sobre este último aspecto, y dado que la mayor frecuencia que se pretende medir se ubica por debajo de 10 Hz , será suficiente aplicar a todos los canales un filtro digital FIR tipo Butterworth, de orden 4, con una frecuencia de corte de 30 Hz . La configuración del módulo de análisis modal pasa por indicar qué tipo de análisis se va a realizar (impacto o excitación continua), qué puntos contiene el modelo y qué canal de adquisición se asocia a cada uno. Se pueden establecer asimismo ventanas temporales.

La adquisición de datos se realizará a una frecuencia de muestreo de $f_s = 512 \text{ Hz}$, esto es, 512 muestras por segundo. Las FRFs serán calculadas con el máximo número de puntos que permite el software: $N = 16384$. Por este motivo, y debido a los algoritmos de estimación de las FRFs, el software requiere de un total de $2 \cdot 16384 = 32768$ puntos, tardando aproximadamente $T_a = 32768/512 = 64$ segundos en recogerlos. Puesto que la estimación de las FRFs no se realizará a partir de una sola, sino promediando un total de 5 de ellas, el tiempo total de adquisición será de por lo menos $64 \cdot 5 = 320$ segundos (5 minutos y 20 segundos). Además, las FRFs así estimadas tendrán una resolución en el eje de la frecuencia determinada por la inversa del tiempo de adquisición T_a según la Ecuación 3.1.

$$df = \frac{1}{T_a} = \frac{f_s}{2 \cdot N} = 0,0156 \quad (3.1)$$

De esta manera, con todas las características señaladas, se puede comenzar el registro de las entradas y salidas del sistema para obtener sus propiedades.

3.5. Identificación del edificio

Para finalizar el capítulo se procederá a la aplicación de la teoría expuesta en el Capítulo 2 sobre análisis modal experimental para obtener las propiedades tanto físicas como modales de la maqueta del edificio presentada anteriormente. Dichas propiedades serán las que se utilicen en el capítulo posterior para exponer las soluciones (sintonizaciones de TMDs) proporcionadas por los diferentes indicadores.

Se identificará en primer lugar el edificio de dos plantas y posteriormente uno de tres. En cuanto al edificio de dos, se dispone un módulo de 0,5 metros en la parte inferior y otro de 0,75 en la superior. Para esta identificación se opta por aplicar un impulso en la base del edificio, impulso que se registra y procesa junto con las salidas de los acelerómetros haciendo un total de 3 señales. Una característica del impulso es que si resulta ser suficientemente breve la banda de frecuencias excitadas puede ser potencialmente grande en un tiempo relativamente pequeño (mismo efecto que el conseguido con un martillo o maza de impacto).

Tras la campaña experimental, que incluye un total de 5 ensayos para promediar los espectros y reducir así el nivel de ruido, se obtienen las FRFs de la Figura 3.6 mediante el módulo incorporado en el software de la tarjeta de adquisición de datos. Se aprecia que las frecuencias propias amortiguadas (que se aproximarán mucho a las no amortiguadas) se encuentran entorno a $f_1 = 1,9Hz$ y en $f_2 = 4,40Hz$, valores que contribuirán a acelerar la identificación modal.

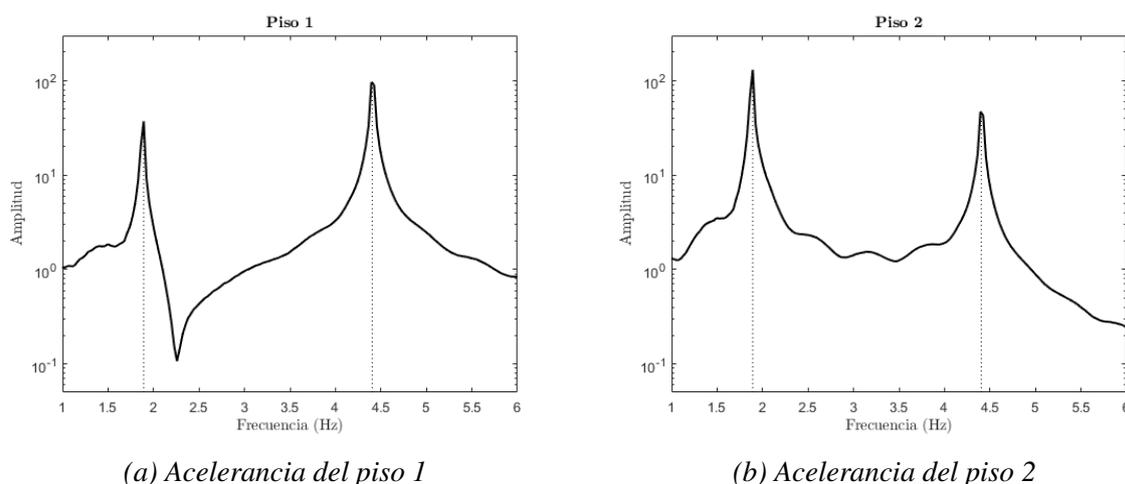


Figura 3.6: Funciones de respuesta en frecuencia del modelo real de 2 plantas

La identificación del modelo físico es relativamente sencilla pues, asumiendo que el modelo se comporta como se describió en el Capítulo 2, no resta más que realizar una optimización que minimice el error entre las FRFs analíticas (a través de la formulación en el espacio de estados expuesta entonces) y las experimentales. Además, a pesar de que el modelo físico estrictamente hablando se expresa en términos de constantes de amortiguamiento (c_i), se han obtenido mejores resultados si el amortiguamiento se expresa de partida mediante los factores de amortiguamiento crítico modal (ξ_i). A partir de estos últimos la matriz de amortiguamiento se obtiene según la Ecuación 2.10.

La minimización se llevará a cabo mediante el algoritmo genético incorporado en Matlab con un número suficiente de generaciones para que la variación del error entre varias generaciones consecutivas sea inferior a una tolerancia (10^{-8}). Se estiman así los 6 parámetros del modelo

solo con una precaución más: que las resonancias y anti-resonancias queden lo mejor ajustadas posible. Para ello se ponderará la diferencia de las curvas teórica y experimental atribuyendo un mayor peso a las zonas de interés. El resultado de la identificación se muestra en la Figura 3.7 y las propiedades resultantes en la Tabla 3.1, donde se expresan los factores de amortiguamiento modal en tanto por ciento y cuyos subíndices hacen referencia a *modos* y no a plantas, como el resto de propiedades.

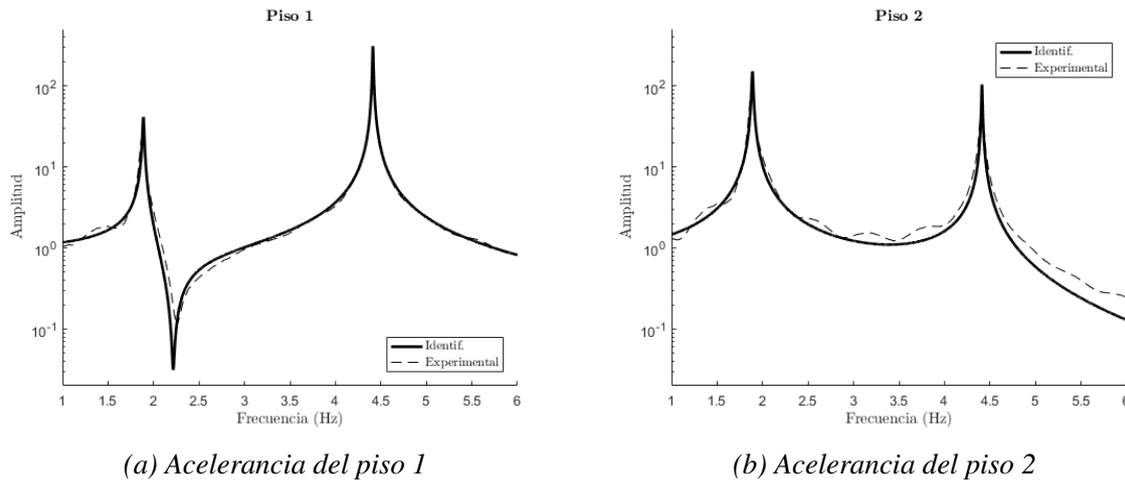


Figura 3.7: Funciones de respuesta en frecuencia del modelo de 2 plantas identificado

$$\left| \begin{array}{l} M_1 = 2,17 \text{ kg} \\ M_2 = 1,76 \text{ kg} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} K_1 = 1210 \text{ N/m} \\ K_2 = 341,4 \text{ N/m} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \xi_1 = 0,407 \% \\ \xi_2 = 0,108 \% \end{array} \right|$$

Tabla 3.1: Propiedades del modelo de 2 plantas tras identificación

Las propiedades modales del modelo identificado se pueden obtener mediante la resolución del correspondiente problema de valores propios (Ecuación 2.7). Así se encuentra que las frecuencias propias son $f_1 = 1,89 \text{ Hz}$ y $f_s = 4,41 \text{ Hz}$, muy próximas a las estimadas directamente a partir de las curvas experimentales. Los factores de amortiguamiento crítico se muestran junto a las propiedades físicas en la Tabla 3.1. En la Ecuación 3.2 se muestra la matriz de modos y estos se representan en la Figura 3.8.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1975 & -0,6495 \\ 0,7212 & 0,2193 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Por su parte, el modelo de tres plantas consta de un módulo de 0,5 metros en la parte inferior y dos de 0,75 encima del primero. Nuevamente, un impulso en la base hará las veces de excitación. Se registrarán un total de 4 canales: uno correspondiente a la aceleración de la base y otros 3 correspondientes a las aceleraciones de cada una de las plantas. Las FRFs obtenidas mediante el software de adquisición se muestran en la Figura 3.9. La identificación se realizará de forma idéntica al caso de 2 plantas, obteniéndose los resultados de la Figura 3.10 y Tabla 3.2.

Como se aprecia, la identificación del modelo de 3 plantas presenta mayores problemas para ser procesado pues acumula mayores errores numéricos, sobre todo en la tercera planta. A raíz

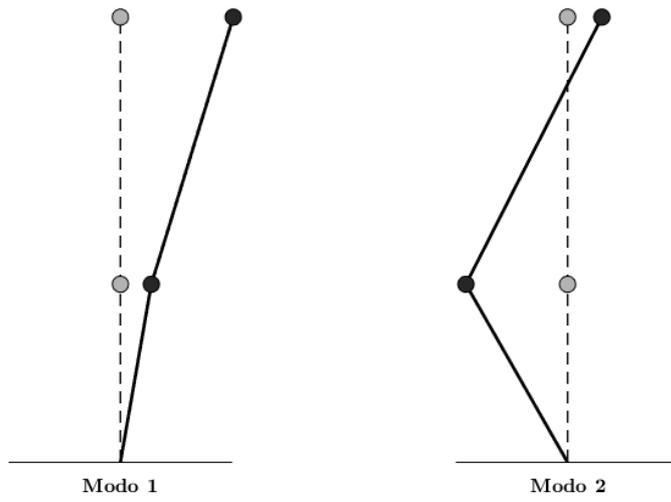


Figura 3.8: Modos propios del modelo de 2 plantas

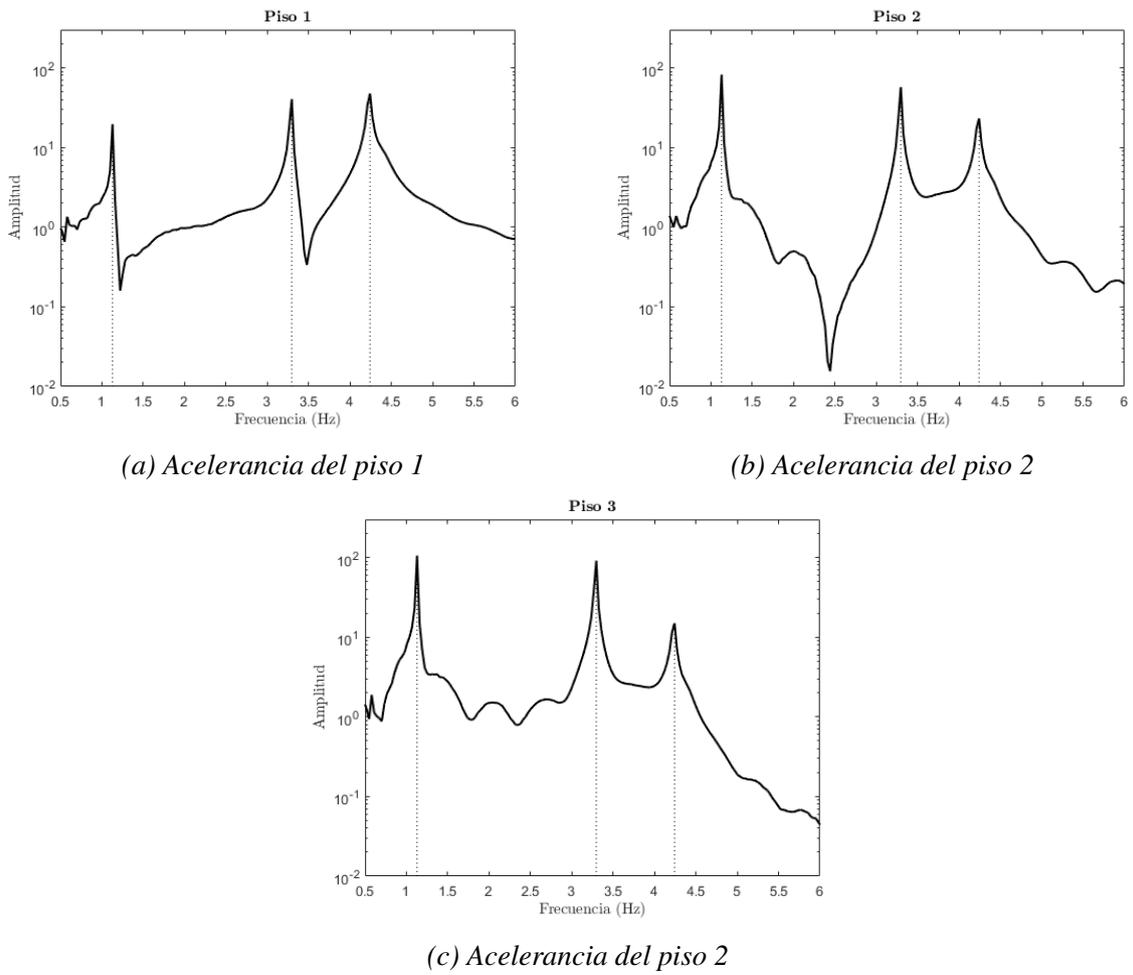


Figura 3.9: Funciones de respuesta en frecuencia del modelo real de 3 plantas

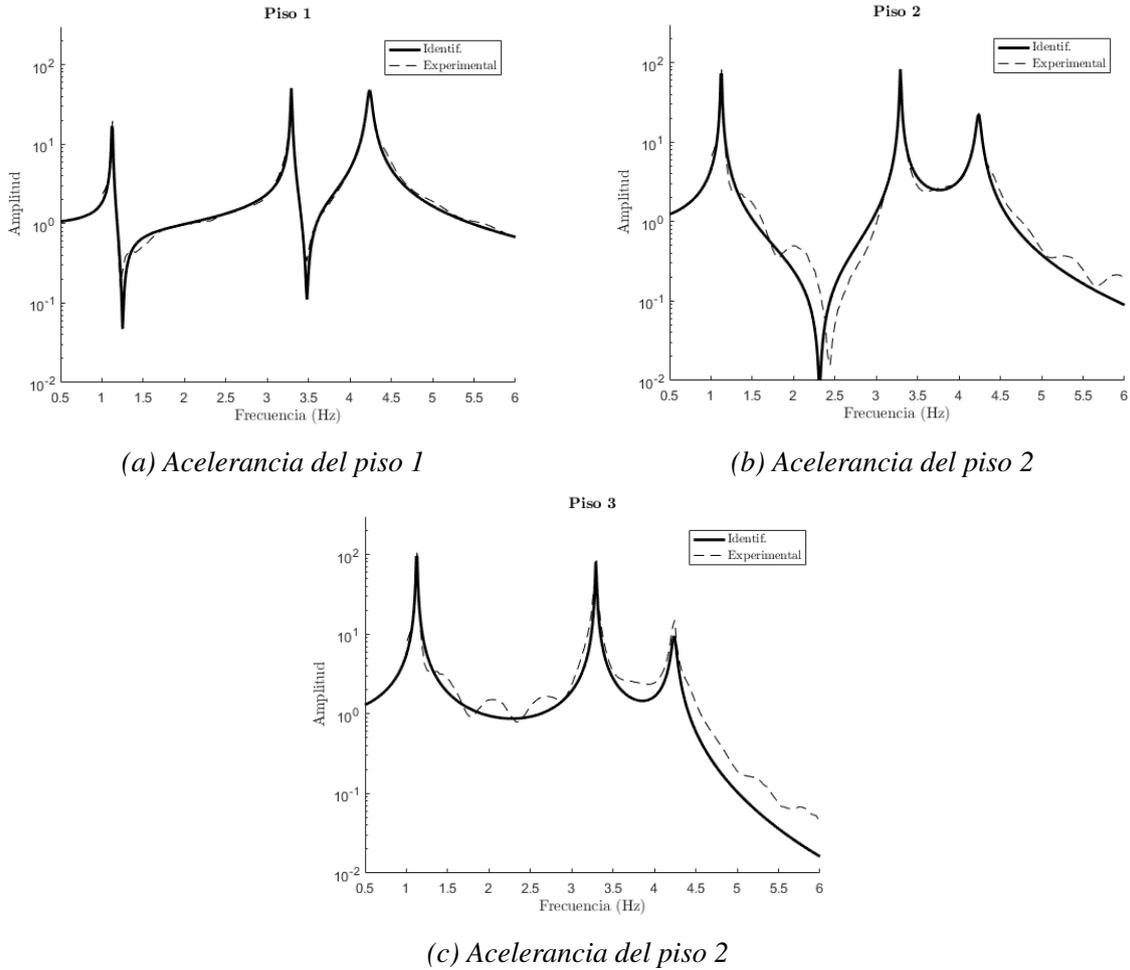


Figura 3.10: Funciones de respuesta en frecuencia del modelo de 2 plantas identificado

$M_1 = 2,90 \text{ kg}$	$K_1 = 1488,4 \text{ N/m}$	$\xi_1 = 0,455 \%$
$M_2 = 2,77 \text{ kg}$	$K_2 = 386,1 \text{ N/m}$	$\xi_2 = 0,203 \%$
$M_3 = 2,47 \text{ kg}$	$K_3 = 522 \text{ N/m}$	$\xi_3 = 0,604 \%$

Tabla 3.2: Propiedades del modelo de 3 plantas tras identificación

de esto es notable cómo a medida que se ascende, dichos errores se van acumulando siendo los ajustes de las primeras plantas en ambos casos razonablemente buenos.

De igual forma que en el caso del modelo de 2 plantas las propiedades modales se obtienen por resolución del problema de valores propios asociado al modelo identificado. Las frecuencias propias son $f_1 = 1,12 \text{ Hz}$, $f_2 = 3,29 \text{ Hz}$ y $f_3 = 4,24 \text{ Hz}$. Por su parte, los modos propios se muestran en la Ecuación 3.3 y en la Figura 3.11.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0835 & -0,2441 & -0,5275 \\ 0,3740 & -0,4014 & 0,2449 \\ 0,4897 & 0,3927 & -0,1042 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Con los resultados numéricos aquí expuestos se procederá en los próximos capítulos a discutir sobre los indicadores para el diseño de uno o varios TMDs.

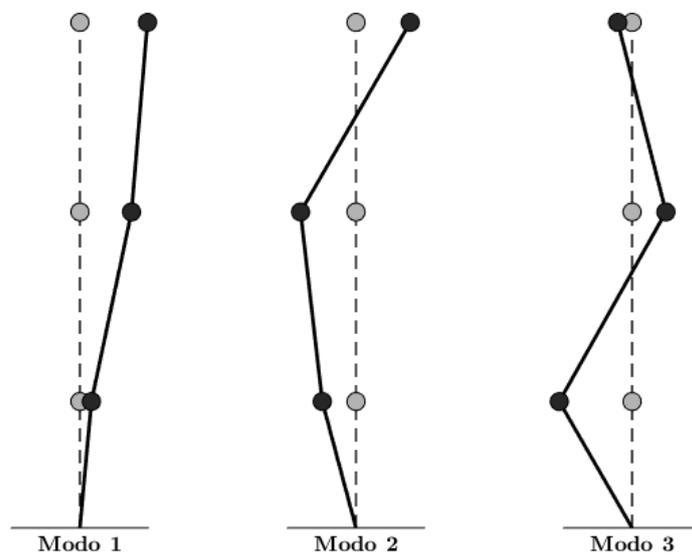


Figura 3.11: Modos propios del modelo de 2 plantas

4. INDICADORES EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Los indicadores en el dominio de la frecuencia han sido protagonistas de los métodos de optimización de las propiedades de TMDs casi desde su aparición. Su fundamento es claro: realizar una minimización en base a una curva de respuesta en frecuencia (sus crestas, área, etc.) ya sea en desplazamientos (orientado a estructura) o en aceleraciones (orientado a personas). En este apartado se va a centrar el esfuerzo en mostrar qué tipo de soluciones arroja una optimización basada en los máximos de las FRFs en aceleraciones de cada uno de los pisos de los modelos de 2 y 3 plantas.

El indicador que relaciona el máximo de una FRF en un entorno próximo a una frecuencia propia con el máximo de la misma FRF en el mismo entorno pero de la estructura con el TMD incorporado es, con diferencia, el más ampliamente empleado dado que el efecto de incluir un TMD sobre una FRF es evidente. Tal y como se aprecia en la Figura 4.1 (el modelo de dos plantas con un TMD más o menos cercano a la optimización), la presencia de un TMD razonablemente bien sintonizado en el entorno⁴ de la frecuencia propia a la que afecta produce un desdoble de las crestas en esa zona. Un buen ajuste de la frecuencia del TMD es aquel en que ambas crestas tienen el mismo valor y un ajuste óptimo de frecuencia y amortiguamiento hace que además el valor de esas crestas sea mínimo.

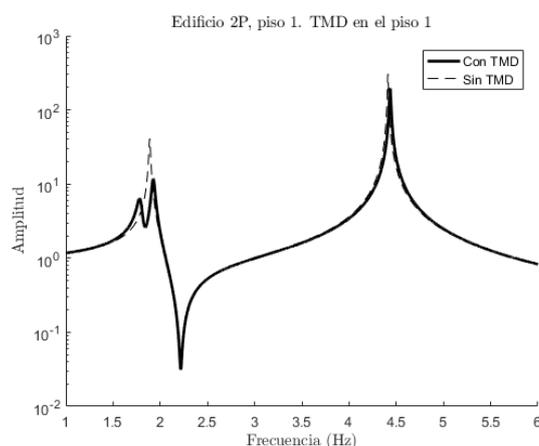


Figura 4.1: Ejemplo de efecto de un TMD sobre una FRF

Como se ha indicado varias veces ya en este trabajo, este problema ha sido ya estudiado intensivamente a lo largo del siglo XX por J. P. Den Hartog y otros autores después de él, llegando incluso a proponer expresiones cerradas para la sintonización óptima de un TMD para estructuras modeladas mediante un solo grado de libertad y sin amortiguar (las ecuaciones ya fueron, de hecho, presentadas en el Capítulo 2, ecuaciones 2.33 y 2.34). Con el paso del tiempo otros autores han propuesto correcciones al modelo de Den Hartog para estructuras amortiguadas, todo ello aproximaciones y/o correlaciones empíricas basadas en optimizaciones como las que se van a llevar a cabo en este trabajo.

En este Capítulo se propone la realización y aplicación de dos funciones de coste: una que

⁴Se entiende por *entorno* un rango de frecuencias relativamente reducido que incluya, por lo menos, el desdoble producido por el TMD en las inmediaciones de una frecuencia propia.

calcule el máximo de la FRF en un entorno de una frecuencia de interés (típicamente una frecuencia propia de la estructura original) y otra que calcule el máximo absoluto de la FRF en un rango completo de frecuencia. Cada una de ellas podría tener, a su vez, dos versiones diferentes, una asociada a las FRFs en desplazamientos y otra asociada a las FRFs en aceleraciones. Sin embargo, debido al enorme número de combinaciones posible se restringirá el estudio a aceleraciones de la estructura siendo conscientes de que un estudio más detallado requeriría analizar también sus desplazamientos. Sí que se hará diferencia, sin embargo, entre el caso en que se minimice el máximo de una sola FRF (a elegir por el diseñador) o el máximo absoluto de todas las FRFs del sistema. Todas las optimizaciones se llevarán a cabo sobre los modelos identificados en el Capítulo 3 y se obtendrán de forma sistemática tanto las propiedades óptimas de los TMDs como los indicadores I_i y W_{Ci} que servirán de comparación más adelante.

No hay que perder en ningún momento de vista la posibilidad de definir otro tipo de indicadores basados en la respuesta en frecuencia, como podrían ser áreas bajo las mencionadas curvas o algún indicador basando en un enfoque energético a partir de las mismas. No han sido considerados en el presente trabajo por la limitación de tiempo y la necesidad de establecer un alcance razonable y enfocado a un objetivo concreto: el estudio de las optimizaciones en el dominio del tiempo.

4.1. Máximo local de una FRF

Como ya se ha explicado, la minimización de un máximo local de una sola FRF es el problema abordado por Den Hartog. En la Figura 4.1 se muestra la adición de un TMD no óptimo. Se aprecia el desdoble en el entorno de la primera frecuencia propia (1,89 Hz), siendo una de las crestas mayor que la otra. El objetivo de este primer indicador es precisamente minimizar el máximo de estas, sea cual sea, lo que conducirá a igualarlas. Si se engloban en un vector x las propiedades del TMD (bien sea su masa, rigidez, amortiguamiento y posición, o bien su masa, frecuencia propia, factor de amortiguamiento crítico y posición), el problema de minimización se plantea según la Ecuación 4.1 donde ω_1 y ω_2 determinan el rango de de frecuencias en el que se optimiza.

$$\min_x(\max(H(\omega))) / \omega \in [\omega_1, \omega_2] \quad (4.1)$$

Todas las operaciones se llevan a cabo en un entorno de programación (concretamente Matlab, que facilita la tarea gracias a su función de algoritmo genético $ga()$) de forma que se programa el modelo tal y como se expuso en el Capítulo 2 en forma de función, cuyo argumento de entrada son las propiedades del TMD. Puesto que es la forma más habitual de trabajar con TMDs, estos parámetros de entrada son los modales: masa del TMD, frecuencia propia, factor de amortiguamiento crítico y posición. La salida de la función es, en este caso, el máximo de la FRF en el entorno establecido, que se desea minimizar. La función de coste así diseñada se ejecuta con un algoritmo de optimización genético con restricciones para evitar frecuencias negativas y amortiguamientos por encima del 100 %. Además, la posición de los TMDs es un número entero. Para los ejemplos ilustrados en este trabajo, como se comentó en el Capítulo 2, se fija la masa⁵ móvil de los TMDs en un 3 % de la masa total, de forma que si se ubica un solo

⁵Es bien conocido el hecho de que cuanto mayor masa tiene el TMD, mayor efecto produce, pero mayor coste económico entraña. Se suelen trabajar con relaciones de masa de entre 1 y 5 % de la masa total del sistema

TMD en el modelo de dos plantas este será de masa $m_t = 0,1189 \text{ kg}$ y, si se ubica en el de tres plantas, de $m_t = 0,2452 \text{ kg}$. Si se ubican varios su *suma* no superará esos valores.

Atendiendo al modelo de dos plantas, para el cual se desea minimizar la cresta correspondiente al modo 1 de la FRF de la segunda planta (ya que ahí se encuentra la mayor coordenada modal del modo), y aplicando el proceso descrito con anterioridad, se obtienen las propiedades de la Tabla 4.1 y el resultado se muestra en la Figura 4.2. Junto a la solución de sintonizado del TMD se muestran los valores de los indicadores de comparación descritos en el Capítulo 2, sobre los que se discutirá en el Capítulo 6. Como ejemplo de su obtención, se ilustran en la Figura 4.3 la RMS móvil de la planta segunda (donde se observa que su máximo corresponde al indicador I_2) y el trabajo total realizado por el amortiguador del TMD a lo largo del tiempo, cuyo máximo y punto final corresponde con el indicador W_{C1} .

En lo que a la solución respecta, cabe destacar que, por supuesto, se manifiesta un hecho claro de este tipo de optimizaciones de TMDs: la frecuencia de sintonización está siempre próxima y un poco por debajo de la frecuencia propia de la estructura, que es de $1,89 \text{ Hz}$. Asimismo, el amortiguamiento tiene un valor óptimo: no vale poner todo el que se desee. A partir de el valor óptimo las crestas comienzan a acercarse y a subir, llegando a converger en una sola.

$m_t = 0,119 \text{ kg}$ $f_t = 1,789 \text{ Hz}$ $\xi_t = 14,63 \%$ $p_t = 2$	$W_{C1} = 2,5094 \text{ J}$ $I_1 = 8,081 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 6,067 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) Indicadores

Tabla 4.1: Propiedades de TMD óptimo para el modo 1 en el piso 2

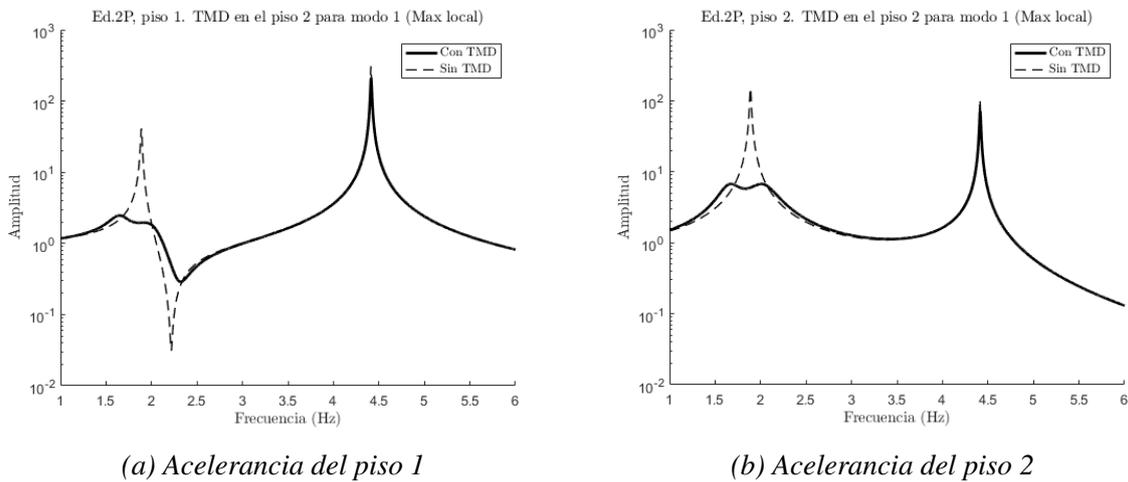
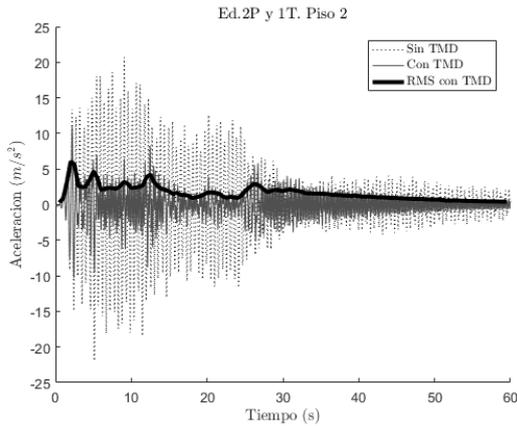
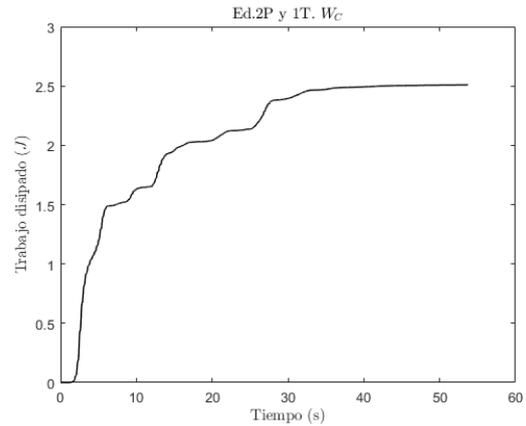


Figura 4.2: FRF del modelo de 2 plantas con un TMD optimizado para el modo 1

Como se aprecia, el hecho de haber minimizado el modo 1 atendiendo a la FRF de la segunda planta y no a la de la primera produce que solo una de ellas posea las crestas igualadas. Como referencia, el valor de estas crestas (y el de la función objetivo) es de $6,75$, que en relación al valor de la cresta original ($150,4$), supone una reducción del $95,5 \%$. Se podría haber operado la misma optimización pero centrando los esfuerzos en minimizar las crestas del piso 1: en esta



(a) RMS móvil de la aceleración del piso 2



(b) Energía disipada por el TMD

Figura 4.3: Ejemplo de obtención de los indicadores I_2 y W_{C1}

situación estas habrían estado igualadas y las del piso 2 no. Cabría la posibilidad de establecer como objetivo minimizar todas las crestas a la vez en el entorno de la primera frecuencia propia: las del piso 1 y las del piso 2. Para la situación que se plantea en este caso dicha optimización tiene poco sentido, pues todo el entorno del modo 1 en la FRF del piso 1 se encuentra muy por debajo del entorno correspondiente del piso 2, por lo que no se conseguiría reducir más el nivel de esta última y, en todo caso, solo se conseguiría empeorar la del primer piso.

Una discusión similar cabe realizarse para la minimización del segundo modo. En este caso se elegirá reducir la cresta asociada al segundo modo en la FRF de la primera planta (nuevamente, es en esta planta donde se registra una mayor coordenada modal para este modo). De esta forma, se logra una solución como la mostrada en la Tabla 4.2, como será costumbre, junto al valor de los indicadores, y en la Figura 4.4.

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,119 \text{ kg} \\ f_t = 4,209 \text{ Hz} \\ \xi_t = 13,04 \% \\ p_t = 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 0,3135 \text{ J} \\ I_1 = 3,9655 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 12,639 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

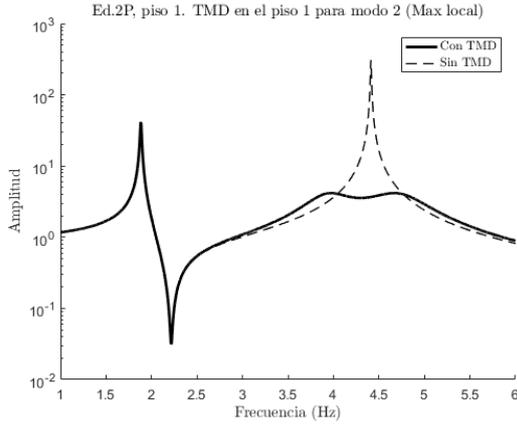
(a) TMD 1

(b) Indicadores

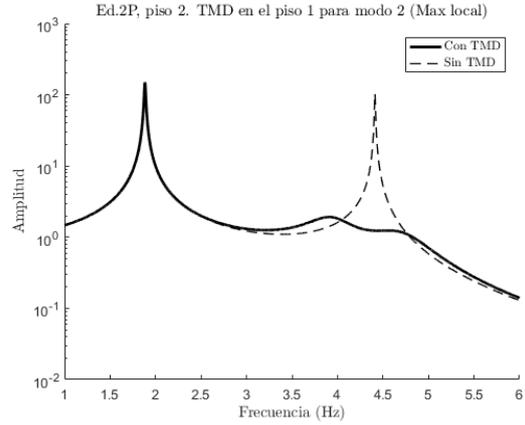
Tabla 4.2: Propiedades de TMD óptimo para el modo 2 en el piso del modelo de 2 plantas

Como ya es casi habitual, la FRF correspondiente al piso objeto de optimización muestra el desdoble característico bien enrasado mientras que en la otra, aunque también significativamente reducidas, no se encuentran sus crestas al mismo nivel. La frecuencia de sintonización está un poco por debajo de la segunda frecuencia propia de la estructura (4,41 Hz) y el amortiguamiento no es, ni mucho menos, *muy elevado*. Se podría realizar en este caso la misma reflexión acerca de tratar de igualar las crestas de las dos FRFs o haber optimizado las crestas del piso 2 en lugar de las del 1: las conclusiones son iguales que en la situación anterior.

Aunque se realizará una discusión pormenorizada en el Capítulo 6, se puede ir adelantando que el TMD que se acaba de dimensionar absorbe una cantidad bastante más pequeña de energía que el anterior debido, casi con seguridad, a que está sintonizado a una frecuencia poco excitada por el sismo de El Centro. Sin embargo, gracias a las propiedades de redistribución energéticas



(a) Acelerancia del piso 1



(b) Acelerancia del piso 2

Figura 4.4: FRF del modelo de 2 plantas con un TMD optimizado para el modo 2

del TMD, la respuesta de la planta 1 (representada por I_1) es inferior a la del caso anterior ya que es donde se ubica el TMD, mientras que la respuesta de la planta 2 (I_2) es mayor.

Como se ha mencionado varias veces en este trabajo, la problemática de optimizar un TMD para un modo de una estructura concreta ya fue estudiado por el ingeniero mecánico J. P. Den Hartog. Su trabajo partía de reducir la estructura a un solo grado de libertad (de la forma ilustrada en el Capítulo 2) y aplicar unas fórmulas para obtener los parámetros de sintonización del TMD. Así pues, con el fin de establecer una comparación y mostrar que sus resultados son suficientemente buenos, se aplicará el método para reducir el nivel de las crestas en el entorno de la primera frecuencia propia con un TMD en el segundo piso.

El sistema de un grado de libertad equivalente que responde como lo hace el segundo piso al resonar a la primera frecuencia propia cuenta con las propiedades físicas ilustradas en la Tabla 4.3, valores que se han obtenido haciendo $P_0 = 1 \text{ N}$ y $F_0 = [0 \ 1]^t \text{ N}$. Se están instalando TMDs de $m_t = 0,1189 \text{ kg}$, que se corresponden con una relación de masas de $\mu = 6,19\%$, proporcionando, mediante la aplicación de las Ecuaciones 2.33 y 2.34, los resultados de la Tabla 4.4. La frecuencia de sintonización ha sido obtenida multiplicando el valor de f_{opt} por el valor de la primera frecuencia propia de la estructura.

$$\left| \begin{array}{l} M_e = 1,92 \text{ kg} \\ K_e = 271,1 \text{ N/m} \\ \xi_t = 0,407\% \end{array} \right|$$

Tabla 4.3: Sistema equivalente de 1 grado de libertad para el piso 2 y modo 1

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,1189 \text{ kg} \\ f_{opt} = 0,927 \\ f_t = 1,752 \text{ Hz} \\ \xi_{opt} = \xi_t = 15,02\% \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 2,5037 \text{ J} \\ I_1 = 8,098 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,104 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

(b) Indicadores

Tabla 4.4: Propiedades del TMD de Den Hartog para el piso 2 y modo 1

La solución es muy similar a la obtenida por optimización: la frecuencia solo es un 2 % más pequeña mientras que el amortiguamiento es un 2,7 % más grande. Se muestra en la Figura 4.5 una comparación de las FRFs con ambos TMDs instalados. Hay que destacar que resulta muy buena aproximación a pesar de que esas ecuaciones se diseñaron para un sistema de un grado de libertad sin amortiguar, ya que, de evaluar el máximo en el entorno de la primera frecuencia propia, se encontraría un valor de la función objetivo de 7,53 (reducción del 95 % respecto de la cresta inicial), bastante próximo a la solución del problema optimizado. Energéticamente, y a nivel de respuesta temporal, la solución de Den Hartog se aproxima también mucho a la optimización rigurosa que se realizó con anterioridad.

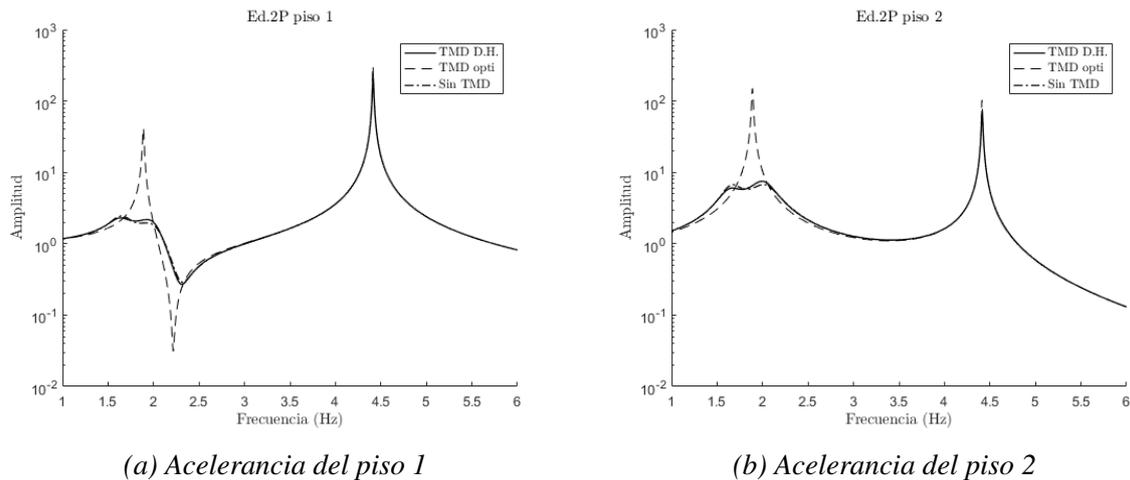


Figura 4.5: FRF del modelo de 2 plantas con un TMD optimizado para el modo 1

Continuando con el hilo previo a la comprobación del sintonizado de Den Hartog, discusiones similares se pueden llevar a cabo cuando el sistema es más complejo. Ese es el caso del edificio de 3 plantas identificado en el tercer capítulo. Para esta estructura, con más grados de libertad, las posibilidades de optimización se multiplican enormemente. Por mostrar que el indicador propuesto funciona igual de bien en este sistema se muestran a continuación algunas optimizaciones realizadas situando un TMD para diferentes modos y diferentes FRFs: modo 1 atendiendo a la FRF del piso 3, modo 2 a partir de la FRF del piso 2 y modo 3 en la FRF del piso 1. En todos los casos se ha escogido minimizar la FRF del piso que mayor coordenada modal presenta para cada modo.

Las soluciones de las optimizaciones se muestran en la Tabla 4.5, con sus correspondientes curvas en las Figuras 4.6, 4.7 y 4.8. Todos ellos conducen, como ya es habitual, al nivelado de las crestas del desdoble del modo en la FRF correspondiente. Además, y coincidiendo con la conclusión preliminar establecida previamente, el TMD sintonizado cerca de la primera frecuencia propia absorbe mucha más energía que los demás. Esta energía es, además, mayor que en el caso del modelo de dos plantas sencillamente porque el modelo de 3 plantas posee más masa excitable por el sismo y, como se vio en el capítulo 2, la fuerza inercial que se ejerce sobre la estructura es precisamente proporcional a dicha masa.

En otro orden de cosas, el número de TMDs que se pueden diseñar con esta metodología no está, ni mucho menos, limitado. Supongamos por un momento que, además del TMD ya ubicado en la segunda planta para el primer modo se plantea incorporar otro de la misma masa en el primer piso de forma que se minimice el segundo modo. En otras palabras, se van a incluir los dos TMDs diseñados con anterioridad para el modelo de 2 plantas con el fin de reducir sus

$m_t = 0,2452 \text{ kg}$ $f_t = 1,068 \text{ Hz}$ $\xi_t = 14,94 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,2452 \text{ kg}$ $f_t = 3,309 \text{ Hz}$ $\xi_t = 13,85 \%$ $p_t = 2$	$m_t = 0,2452 \text{ kg}$ $f_t = 4,045 \text{ Hz}$ $\xi_t = 14,25 \%$ $p_t = 1$
--	--	--

(a) Modo 1

(b) Modo 2

(c) Modo 3

$W_{C1} = 5,8037 \text{ J}$ $I_1 = 4,4908 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 3,9906 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,3783 \text{ m/s}^2$	$W_{C1} = 0,6331 \text{ J}$ $I_1 = 3,3237 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 6,3238 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 8,2793 \text{ m/s}^2$	$W_{C1} = 0,5665 \text{ J}$ $I_1 = 3,1242 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 6,9620 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 9,4949 \text{ m/s}^2$
---	---	---

(d) Indicadores modo 1

(e) Indicadores modo 2

(f) Indicadores modo 3

Tabla 4.5: Soluciones de optimización para modos 1, 2 y 3 del modelo de 3 plantas

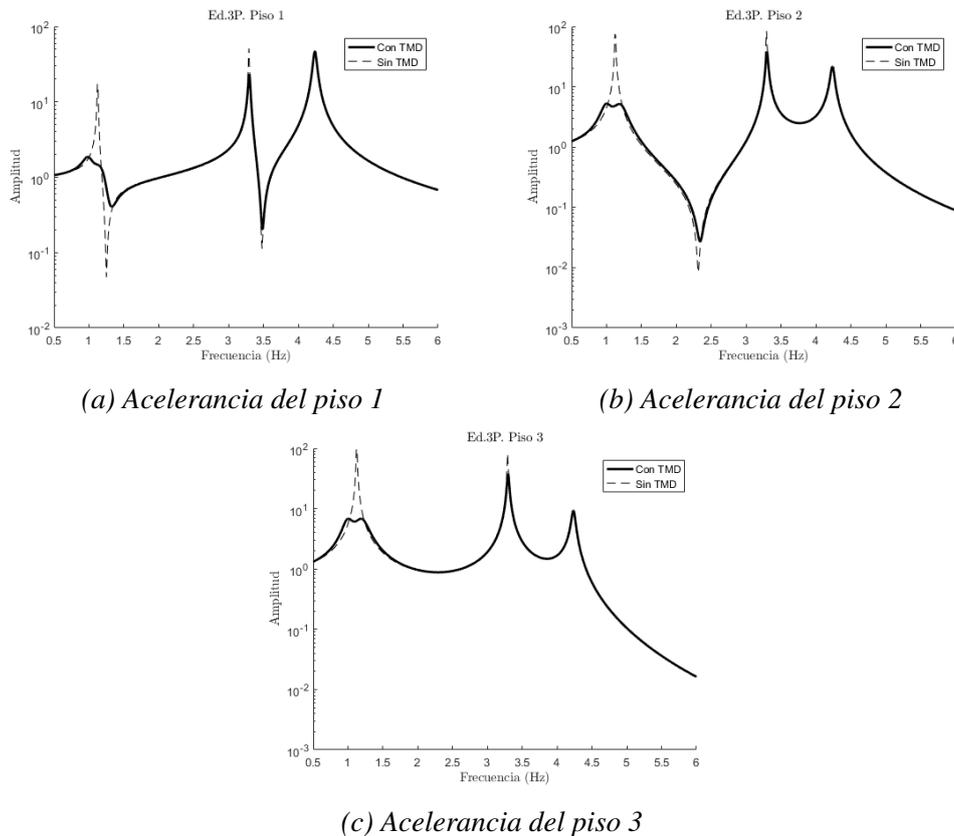


Figura 4.6: Optimización de un TMD para el modelo de tres plantas (modo 1, piso 3)

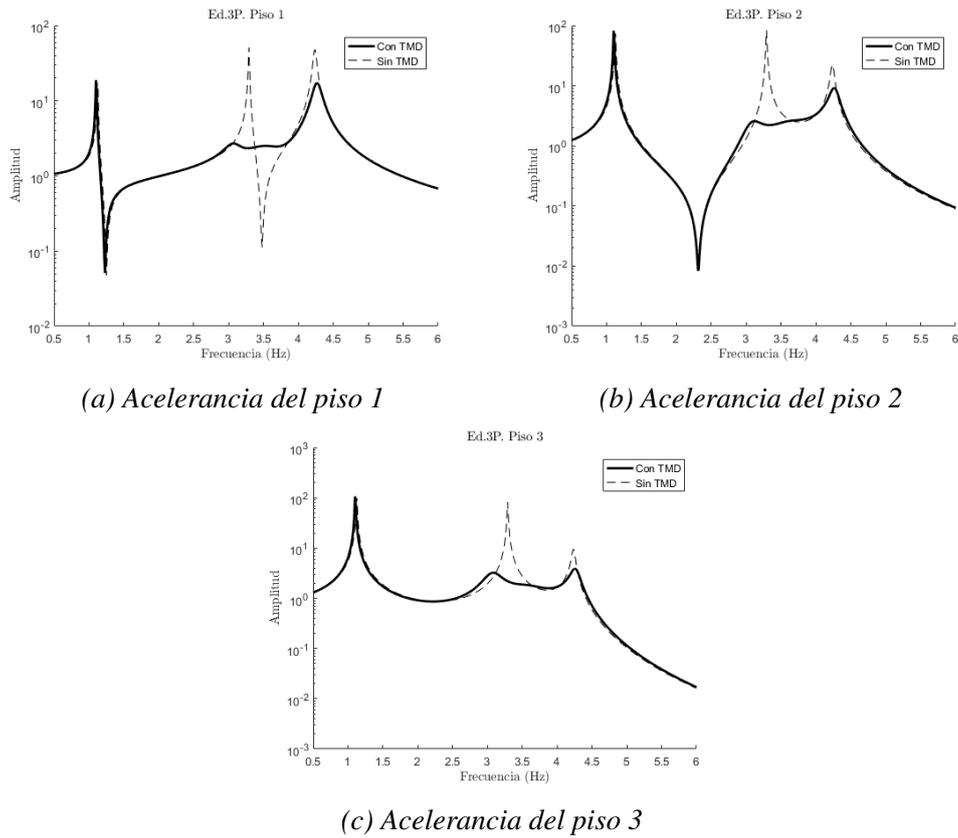


Figura 4.7: Optimización de un TMD para el modelo de tres plantas (modo 2, piso 2)

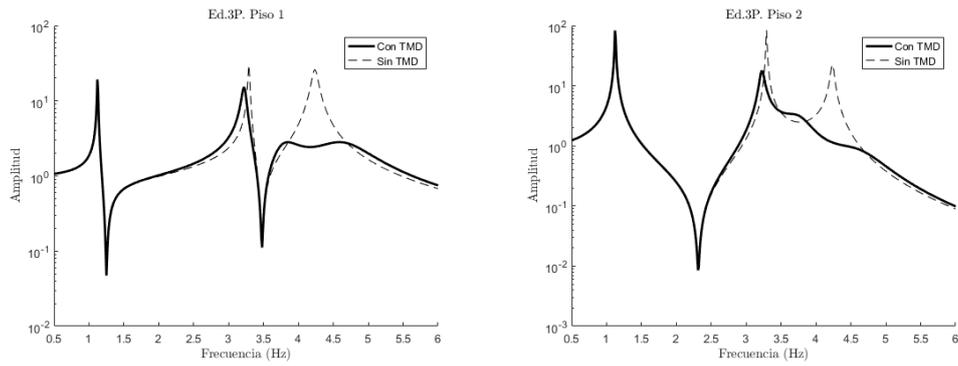
crestas a la vez. El resultado de realizar esta operación se muestra en la Figura 4.9 y Tabla 4.6. Aunque debido a la escala logarítmica no se aprecie en exceso, ya no hay ningún desdoble de crestas exactamente nivelado⁶: los TMDs no están perfectamente sintonizados. Esto es debido a que, al añadir el primer TMD el sistema mecánico en sí ha cambiado y la sintonización del segundo TMD no se realiza en base a la estructura sola, sino a la estructura con TMD. Y no solo eso: al añadir el segundo, la sintonización del primero cambia por exactamente la misma razón. Algo similar, aunque un poco más acusado por la cercanía de las frecuencias propias, sucede si se incorporan los tres TMDs en el modelo de 3 plantas (Figura 4.10 y Tabla 4.7).

$$\left| \begin{array}{l} W_{C1} = 2,508 J \\ W_{C2} = 0,258 J \\ I_1 = 3,133 m/s^2 \\ I_2 = 6,189 m/s^2 \end{array} \right|$$

Tabla 4.6: Indicadores del modelo de 2 plantas con 2 TMDs optimizados por separado

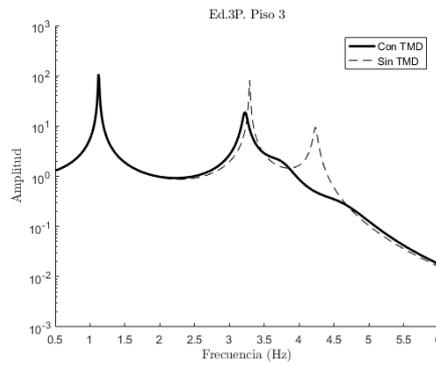
Como se aprecia, tanto los niveles de respuesta como energía disipada son realmente buenos, mejorando a casi cualquier optimización realizada hasta ahora. Sin embargo, aunque la sintonización parece ser suficientemente buena a pesar de todo, quizá se pueda mejorar abordando el problema con otro enfoque. El más inmediato, a nivel conceptual, es operar una optimización multiobjetivo: buscar las propiedades de una serie de TMDs que reduzcan a la vez el nivel de

⁶Para un trabajo de poca precisión y con las frecuencias suficientemente separadas el nivel de optimización alcanzado de esta forma puede ser suficiente.



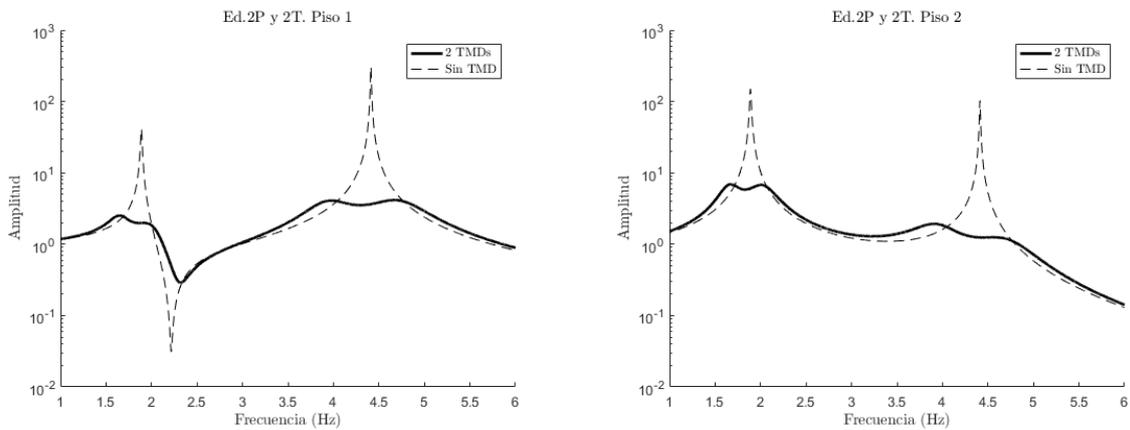
(a) Acelerancia del piso 1

(b) Acelerancia del piso 2



(c) Acelerancia del piso 3

Figura 4.8: Optimización de un TMD para el modelo de tres plantas (modo 3, piso 1)



(a) Acelerancia del piso 1

(b) Acelerancia del piso 2

Figura 4.9: FRFs del modelo de 2 plantas con los 2 TMDs sintonizados por separado

$$\left| \begin{array}{l} W_{C1} = 5,726 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,2839 \text{ J} \\ W_{C3} = 0,260 \text{ J} \\ I_1 = 2,455 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 3,407 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 4,132 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

Tabla 4.7: Indicadores del modelo de 3 plantas con 3 TMDs optimizados por separado

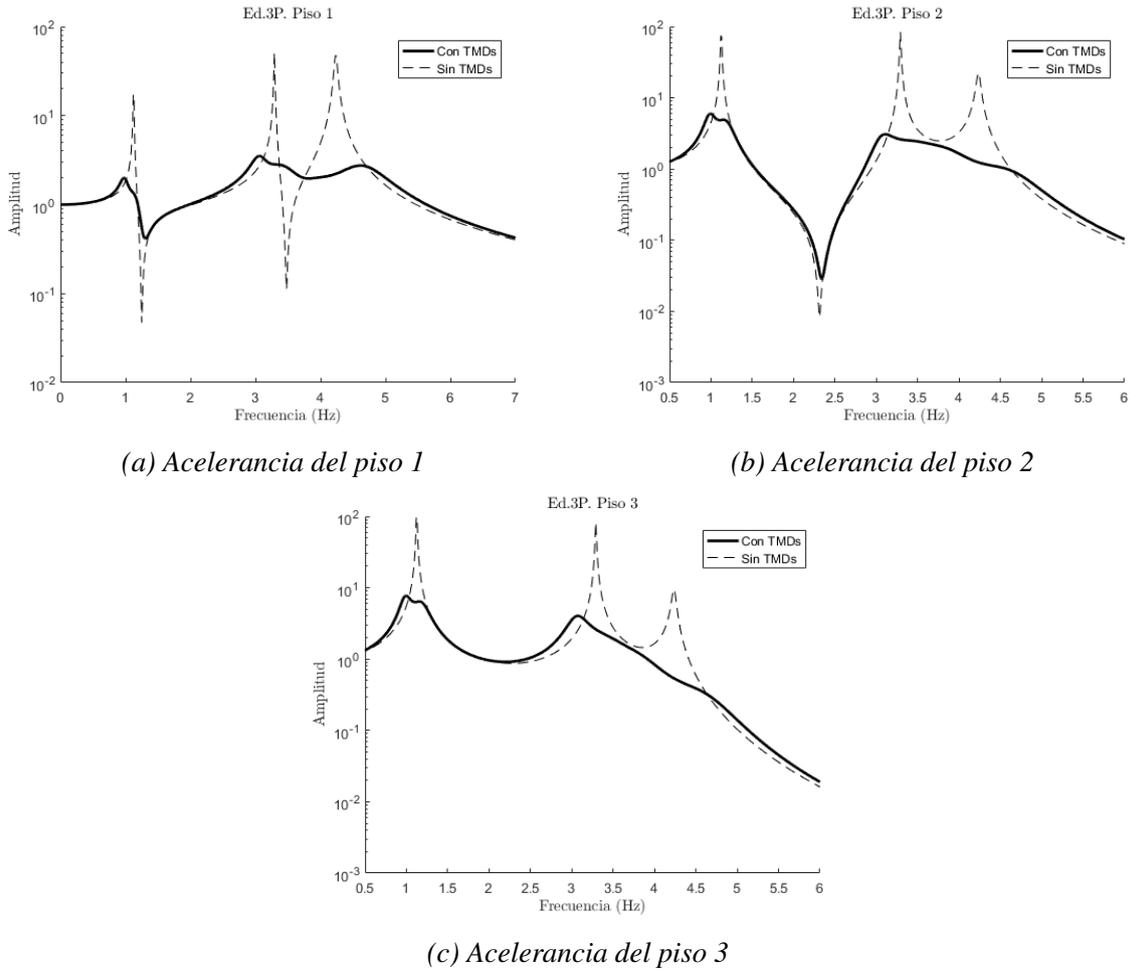


Figura 4.10: FRFs del modelo de 3 plantas con los 3 TMDs sintonizados por separado

la respuesta en frecuencia en una serie de entornos diferentes de la FRF. Si no se dispone de algoritmos de optimización multiobjetivo, como es el caso de este trabajo en el que no se entrará en ese campo, se podrían combinar todas las funciones de coste en una sola, por ejemplo, sumándolas. De esta forma se tiene una sola función de coste que da cuenta del nivel de todos los máximos locales de la FRF y tenderá a sintonizar los TMDs para minimizar todos esos máximos en la medida de sus posibilidades. La solución empleando una función de coste como la mencionada se muestra en la Figura 4.11 y Tabla 4.8. Se trata de un ejemplo de optimización del edificio de dos plantas al que se le ubican dos TMDs para paliar la suma de los máximos en los entornos de sus dos frecuencias propias: como siempre, la primera en la FRF del segundo piso y la segunda en la del primero.

$\begin{cases} m_t = 0,1391 \text{ kg} \\ f_t = 1,771 \text{ Hz} \\ \xi_t = 15,78 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0977 \text{ kg} \\ f_t = 4,247 \text{ Hz} \\ \xi_t = 11,99 \% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,5155 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,245 \text{ J} \\ I_1 = 3,1988 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 5,9845 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) <i>TMD 1</i>	(b) <i>TMD 2</i>	(c) <i>Indicadores</i>

Tabla 4.8: Optimización de 2 TMDs para modos 1 y 2 del modelo de 2 plantas (doble masa)

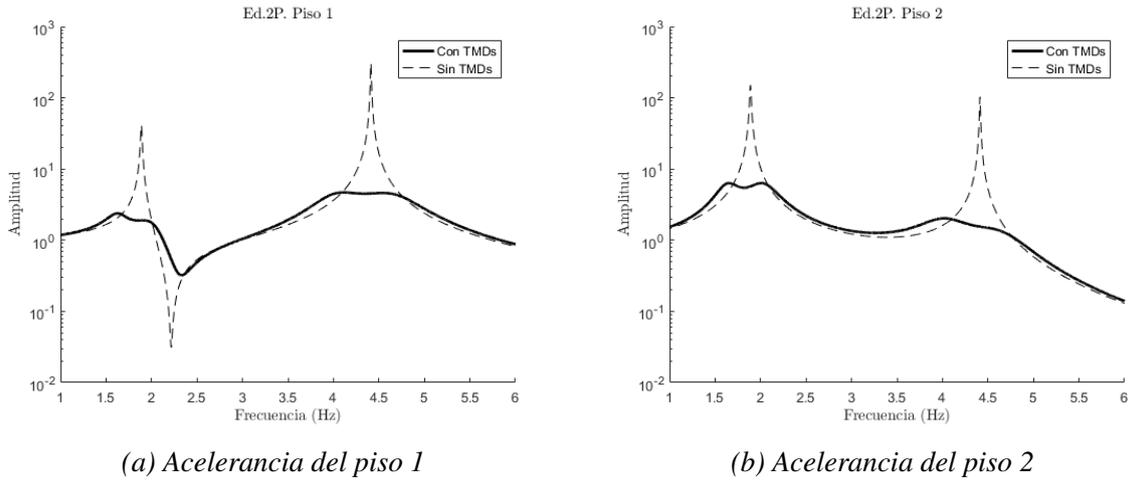


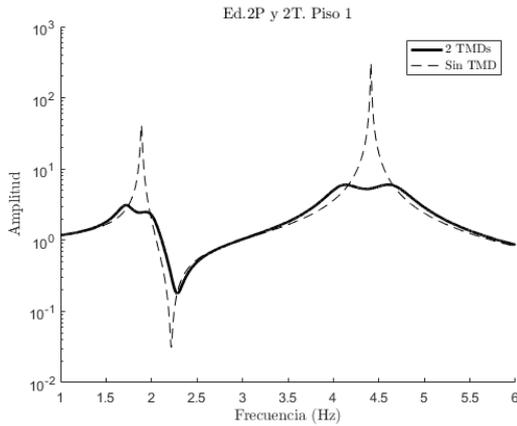
Figura 4.11: FRFs del modelo de 2 plantas con los 2 TMDs sintonizados a la vez (doble masa)

Lo primero que llama la atención es la nueva distribución de masa. Efectivamente, cuando se piensa en disponer $2 \cdot 0,1189 \text{ kg} = 0,2378 \text{ kg}$ en dos TMDs es mucho suponer que *lo óptimo* sea distribuir la masa por igual. Es notable que, de forma natural, la masa destinada a paliar el modo 1 en el piso 2 es mayor que la destinada a mitigar el modo 2 en el piso 1. Los niveles de acelerancia, pues, entre ambos casos no son realmente comparables pues la masa dedicada a cada uno de ellos es diferente. Tan solo se puede corroborar que, al incluir más masa al modo 1 en el piso 2, este desdoble es inferior al caso sin optimizar y que para el modo 2 en el piso 1 la situación es la contraria. Es predecible que, de forzar las masas a ser iguales los niveles de acelerancia alcanzados en uno y otro caso sean similares y la estrategia de optimizar los TMDs por separado sea suficientemente buena. Además se comprueba que tanto las energía disipada por cada TMD como los niveles de respuesta son similares.

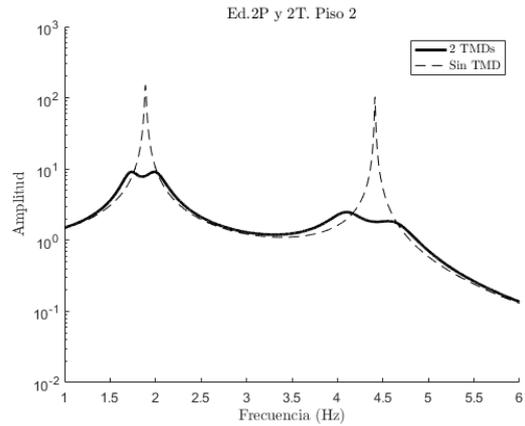
Como puntualización a la discusión, al incluir dos TMDs como los propuestos se incurre en una pequeña irregularidad: se están considerando 2 TMDs con, cada uno, el 3 % de la masa total de la estructura, es decir, se está incluyendo un total de 6 % de masa móvil. Para respetar las condiciones de diseño impuestas al inicio del capítulo se debe restringir la masa móvil total al 3 %, por lo que los máximos ascenderán levemente y la sintonización puede cambiar. Esto se ilustra en la Figura 4.12 y Tabla 4.9. Como se aprecia, la masa dedicada al modo 1 en el piso 2 respecto de la dedicada al modo 2 en el piso 1 es un 14,4 % mayor, mientras que en el caso anterior era de un 42,4 %. Esto puede conducir a pensar que, de disponer de más masa para repartir el algoritmo tiende a dedicarle más al modo 1 que al modo 2. Sea como fuere, el nivel de energía absorbido por los dos pares de TMDs es asombrosamente similar, a pesar de poseer masas completamente diferentes. No así la respuesta, que aumenta en el caso de la segunda planta posiblemente debido a la enorme reducción de las masas.

$m_t = 0,0635 \text{ kg}$	$m_t = 0,0554 \text{ kg}$	$W_{C1} = 2,50 \text{ J}$
$f_t = 1,83 \text{ Hz}$	$f_t = 4,31 \text{ Hz}$	$W_{C2} = 0,224 \text{ J}$
$\xi_t = 10,79 \%$	$\xi_t = 9,26 \%$	$I_1 = 3,658 \text{ m/s}^2$
$p_t = 2$	$p_t = 1$	$I_2 = 6,796 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.9: Optimización de 2 TMDs para los dos modos del modelo de 2 plantas



(a) Acelerancia del piso 1



(b) Acelerancia del piso 2

Figura 4.12: FRFs del modelo de 2 plantas con los 2 TMDs sintonizados a la vez

Si las frecuencias no están suficientemente lejos unas de otras las cosas no son tan evidentes. Cuando se realizan las mismas operaciones con el modelo de 3 plantas se encuentran los resultados de la Figura 4.13 y Tabla 4.10 (superpuestas, puesto que hay más diferencia y se aprecia mejor) para el caso de una masa total de $3 \cdot 0,2452 = 0,7356 \text{ kg}$ y en la Figura 4.14 y Tabla 4.11 el caso en que se limita la suma de la masa móvil de los 3 TMDs al 3% de la masa total de la estructura.

$m_t = 0,3315 \text{ kg}$ $f_t = 1,039 \text{ Hz}$ $\xi_t = 16,66 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,1462 \text{ kg}$ $f_t = 3,255 \text{ Hz}$ $\xi_t = 8,09 \%$ $p_t = 2$	$m_t = 0,2558 \text{ kg}$ $f_t = 4,133 \text{ Hz}$ $\xi_t = 15,15 \%$ $p_t = 1$	$W_{C1} = 5,7523 \text{ J}$ $W_{C2} = 0,2608 \text{ J}$ $W_{C3} = 0,2546 \text{ J}$ $I_1 = 2,4705 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 3,331 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 3,9424 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3	(d) Indicadores

Tabla 4.10: Optimización de 3 TMDs para los tres modos del modelo de 3 plantas (masa x3)

$m_t = 0,1134 \text{ kg}$ $f_t = 1,092 \text{ Hz}$ $\xi_t = 9,91 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,0743 \text{ kg}$ $f_t = 3,29 \text{ Hz}$ $\xi_t = 7,13 \%$ $p_t = 2$	$m_t = 0,0575 \text{ kg}$ $f_t = 4,21 \text{ Hz}$ $\xi_t = 7,50 \%$ $p_t = 1$	$W_{C1} = 6,501 \text{ J}$ $W_{C2} = 0,245 \text{ J}$ $W_{C3} = 0,208 \text{ J}$ $I_1 = 2,945 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 4,023 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,934 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3	(d) Indicadores

Tabla 4.11: Optimización de 3 TMDs para los tres modos del modelo de 3 plantas

En líneas generales, las FRFs *optimizadas* empeoran ligeramente respecto de las de los 3 TMDs optimizados por separado, sobre todo en los entornos de la segunda y tercera frecuencias propias. Esto es debido sencillamente a que la masa dedicada al modo 2 en el primer caso es aproximadamente un 60% de la del segundo. Lógicamente, y puesto que a mayor masa menores niveles de FRF, no se pueden alcanzar mejores resultados en ese entorno. Sí que son

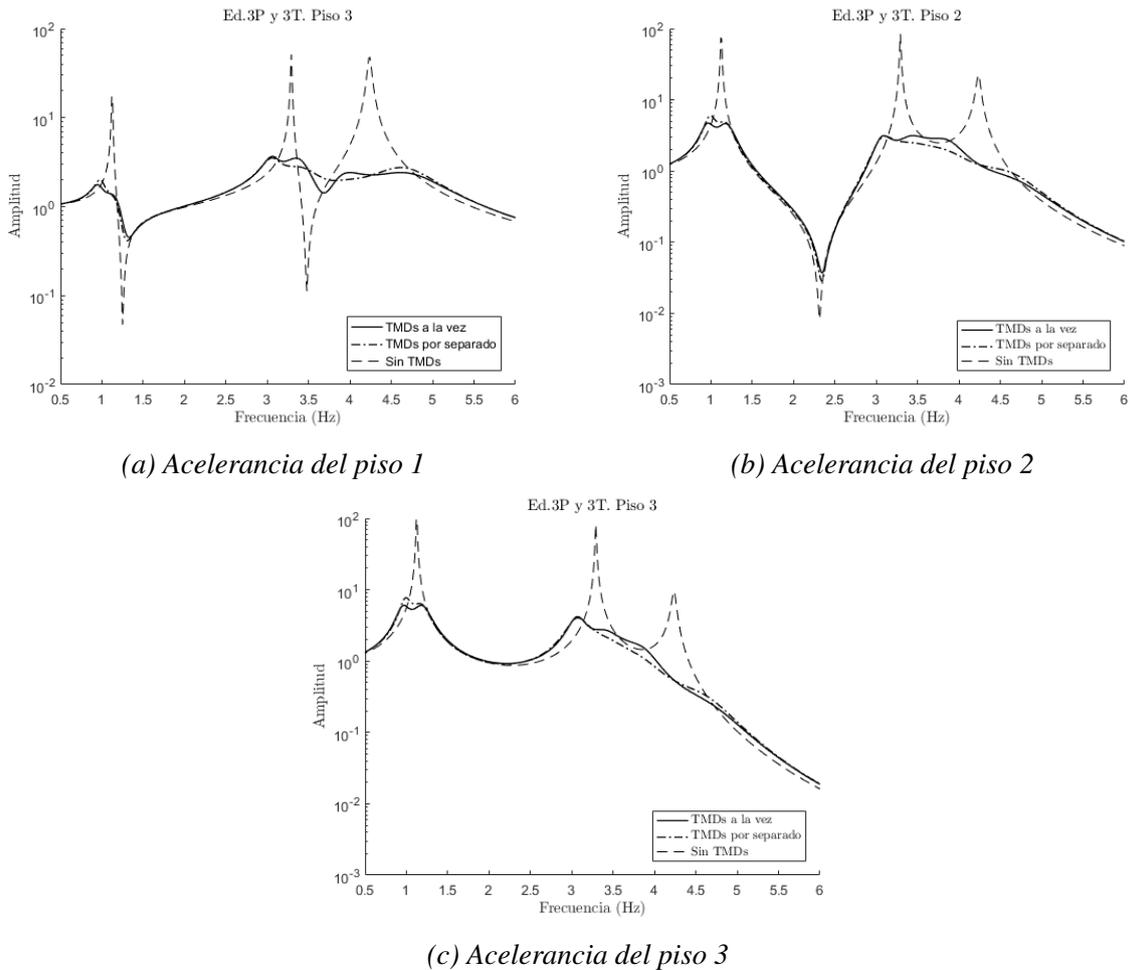


Figura 4.13: FRFs del modelo de 3 plantas con los 3 TMDs sintonizados a la vez (masa $\times 3$)

sensiblemente mejores en el entorno del primer modo: aquí es donde el algoritmo, una vez más, decide introducir la mayor parte de la masa (más de un tercio más respecto del caso sin optimizar).

Asimismo, y aunque pueda no ser evidente a primera vista, las energías absorbidas por los TMDs de doble o triple de masa y en los que esta masa ha sido ajustada al 3% son bastante similares. No así las respuestas, o el indicador $MTVV$ asociado. Lógicamente, al poseer menos masa, los TMDs pueden almacenar una cantidad menor de energía cinética, repercutiendo esto directamente en su capacidad de redistribuirla por el sistema para reducir los niveles de respuesta.

4.2. Máximo global de una FRF

Si las frecuencias de interés se encuentran relativamente cerca unas de otras y se pretende diseñar un TMD, o conjunto de ellos, que reduzca al máximo la respuesta global de la estructura puede ser preferible optar por una función de coste tal que retorne el máximo absoluto de una FRF. El problema de optimización planteado se puede formular de manera análoga al anterior (ver Ecuación 4.2), pero con otros límites para la búsqueda del máximo. Estos límites, Ω_1 y Ω_2 responden a los límites en los que se calcula toda la FRF.

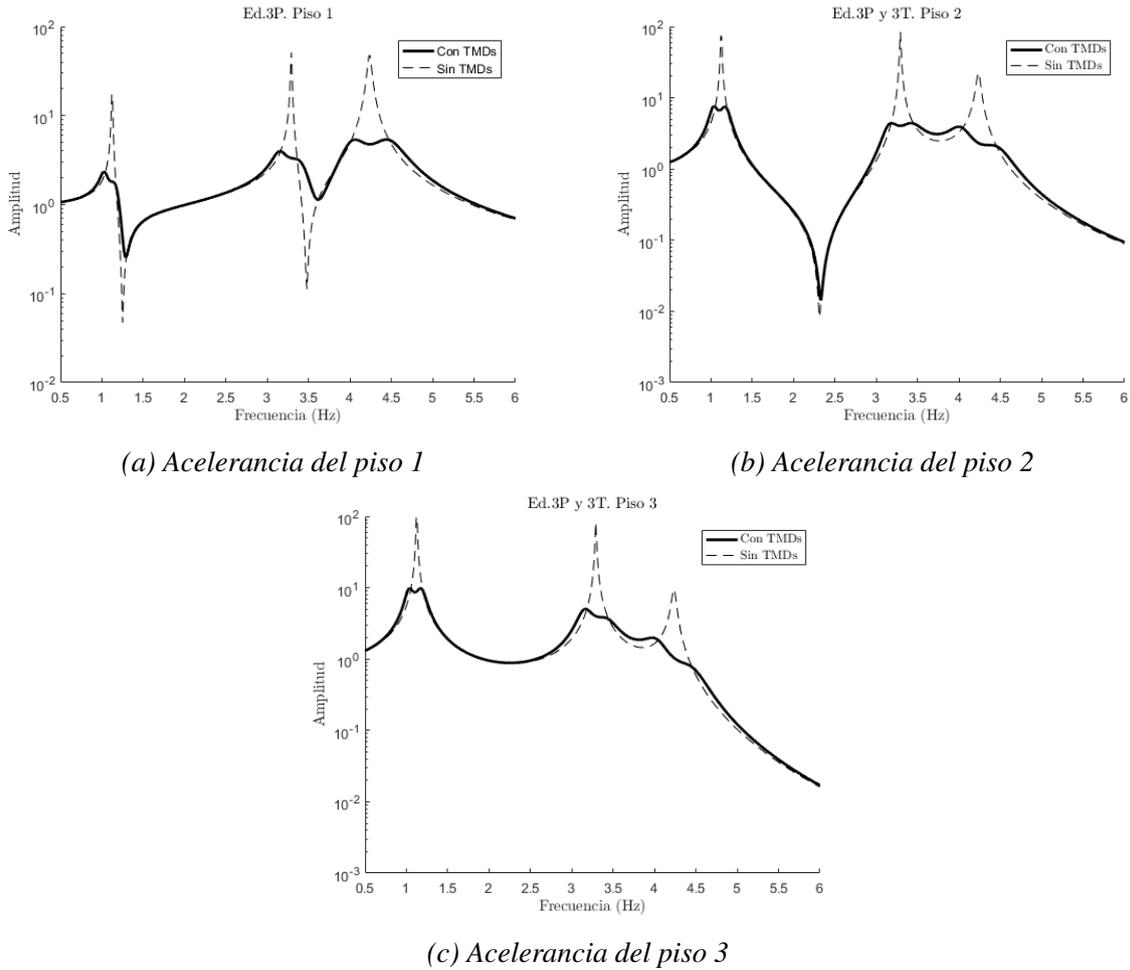


Figura 4.14: FRFs del modelo de 3 plantas con los 3 TMDs sintonizados a la vez

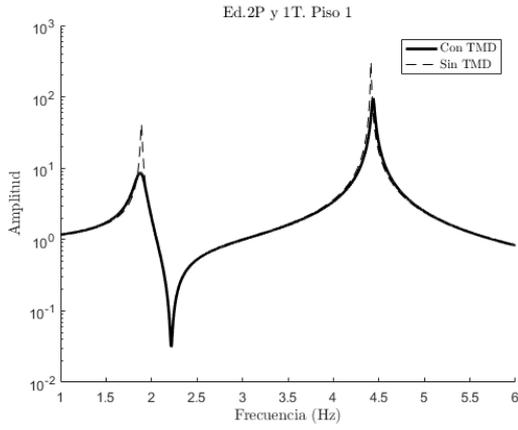
$$\min_x(\max(H(\omega))) / \omega \in [\Omega_1, \Omega_2] \quad (4.2)$$

No hay que perder de vista que una función de coste diseñada de esta forma retornará el máximo de la FRF allá donde esté de forma que, en el óptimo, es posible encontrarse varias crestas (originales o desdobladas) al mismo nivel. Se muestran en la Figuras 4.15 y Tabla 4.12 la optimización llevada a cabo de esta forma para un TMD para el modelo de dos plantas atendiendo a la FRF del segundo piso, y en la Figura 4.16 y Tabla 4.13 para dos TMDs simultáneamente, atendiendo igualmente al piso 2.

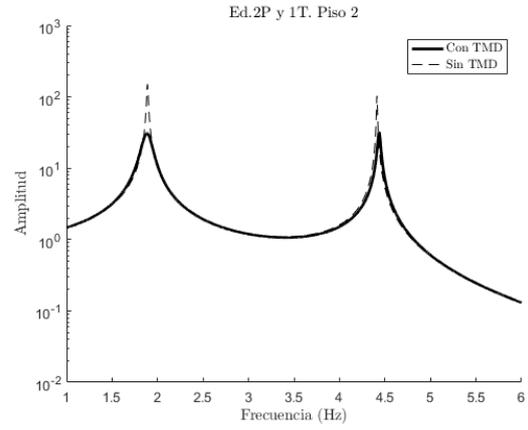
$\begin{aligned} m_t &= 0,1189 \text{ kg} \\ f_t &= 1,8868 \text{ Hz} \\ \xi_t &= 7,38 \% \\ p_t &= 1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} W_{C1} &= 2,511 \text{ J} \\ I_1 &= 5,966 \text{ m/s}^2 \\ I_2 &= 10,18 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$
(a) TMD 1	(b) Indicadores

Tabla 4.12: Propiedades de un TMD para todo el piso 2 del modelo de 2 plantas

Como se puede comprobar, en ambos casos la optimización finaliza cuando se nivelan todas las crestas de la FRF objetivo (en estos casos, la del piso 2). Cuando se incluye un solo TMD, este

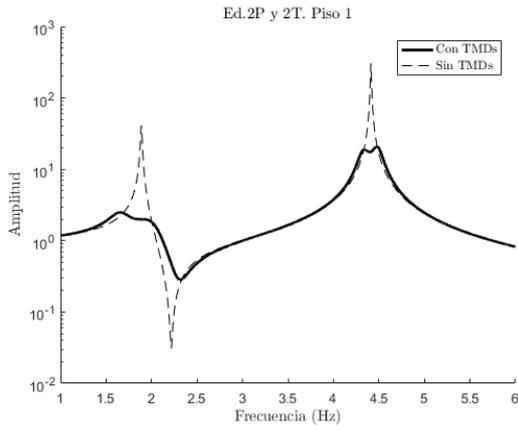


(a) Acelerancia del piso 1

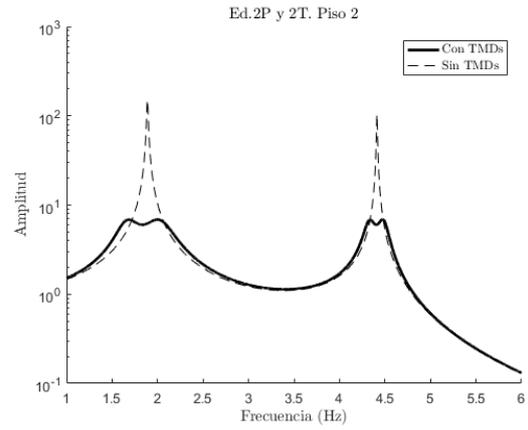


(b) Acelerancia del piso 2

Figura 4.15: FRFs del modelo de 2 plantas con 1 TMD para todo el piso 2



(a) Acelerancia del piso 1



(b) Acelerancia del piso 2

Figura 4.16: FRFs del modelo de 2 plantas con 2 TMDs para todo el piso 2

$\begin{cases} m_t = 0,1145 \text{ kg} \\ f_t = 1,7921 \text{ Hz} \\ \xi_t = 14,7\% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0044 \text{ kg} \\ f_t = 4,3987 \text{ Hz} \\ \xi_t = 2,66\% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,451 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,224 \text{ J} \\ I_1 = 4,103 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,134 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.13: Propiedades de dos TMDs para todo el piso 2 del modelo de 2 plantas

hace lo que puede: como no puede reducir el nivel de las dos crestas hasta el punto de desdoblarlas e igualarlas busca reducir la más alta (la primera) lo justo para igualarla a lo poco que puede afectar a la segunda. Además es notable que, aunque sintonizado próximo a la primera frecuencia propia, se sitúa en el primer piso, donde es mayor la coordenada modal del segundo modo. De esta forma se asegura, aunque no sintonizado para ninguno en concreto, afectar a los dos. En el caso de incluir dos TMDs hay más libertad para repartirlos en uno y otro modo y obtener los desdobles característicos. Es llamativo cómo, con la masa tan reducida que se ha dedicado al segundo modo, se obtiene una reducción tan significativa. La reducción es visible, pero por establecer una comparación con un TMD se logra un valor de función objetivo de 32 y al incluir los dos TMDs se reduce a 6,8, todo ello partiendo de 150,4, valor de la cresta del primer modo en ese mismo piso.

A nivel de energías disipadas, los valores siguen siendo buenos y similares a los de los casos anteriores. Siempre absorben menos los TMDs orientados a los modos que no son el primero. A nivel de respuesta, lógicamente un solo TMD no puede paliar las respuestas todo lo deseable, pero dos sí. Aun con todo lo anterior, es mejor sintonización la que se realizó en el apartado anterior (Figura 4.12 y Tabla 4.9), en la que se logró un valor máximo de FRF en el segundo piso de aproximadamente 6,2.

Se ha operado la misma optimización para el caso del modelo de 3 plantas que sí dispone de frecuencias relativamente próximas (segunda y tercera). Se tiene en la Figura 4.17 y Tabla 4.14 el caso de un solo TMD para la planta tercera y en la Figura 4.18 y Tabla 4.15 el caso de 3 TMDs para paliar la FRF de la misma planta.

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,2452 \text{ kg} \\ f_t = 1,1959 \text{ Hz} \\ \xi_t = 42,62 \% \\ p_t = 3 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 5,251 \text{ J} \\ I_1 = 4,435 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 4,690 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 5,742 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1 (b) Indicadores

Tabla 4.14: Propiedades de un TMD para todo el piso 3 del modelo de 3 plantas

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,1650 \text{ kg} \\ f_t = 1,0993 \text{ Hz} \\ \xi_t = 12,35 \% \\ p_t = 3 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} m_t = 0,0192 \text{ kg} \\ f_t = 1,0053 \text{ Hz} \\ \xi_t = 5,41 \% \\ p_t = 3 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} m_t = 0,0610 \text{ kg} \\ f_t = 3,2681 \text{ Hz} \\ \xi_t = 12,67 \% \\ p_t = 2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1 (b) TMD 2 (c) TMD 3

$$\left| \begin{array}{l} W_{C1} = 5,303 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,535 \text{ J} \\ W_{C3} = 0,238 \text{ J} \\ I_1 = 4,044 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 3,989 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 4,388 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(d) Indicadores

Tabla 4.15: Propiedades de tres TMDs para todo el piso 3 del modelo de 3 plantas

Se aprecia claramente en la Figura 4.17c que no es posible alcanzar una solución como la que se encontraba en el caso de dos plantas: los niveles de las crestas asociadas a los modos 1 y

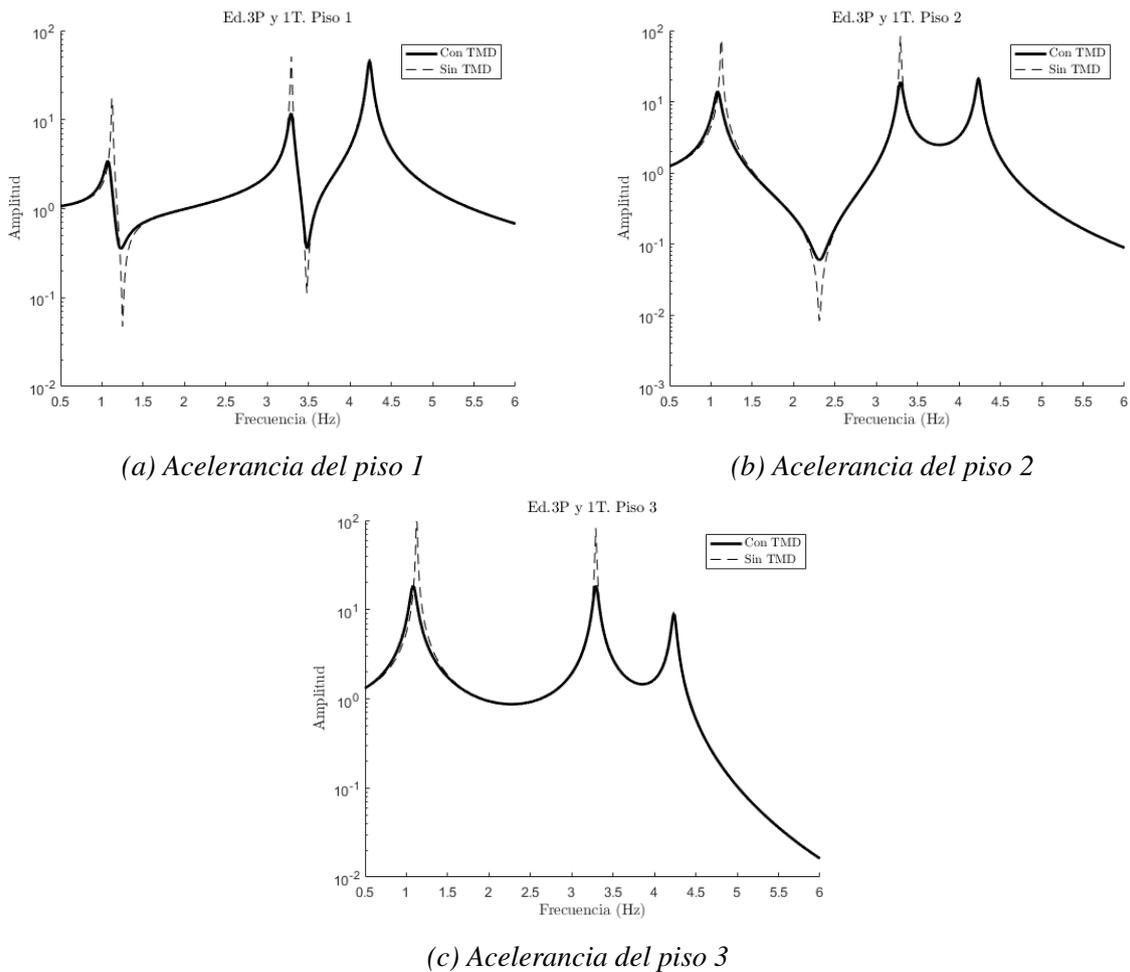


Figura 4.17: FRFs del modelo de 3 plantas con un TMD para todo el piso 3

2 son tan elevados que en ningún momento llega a participar la cresta asociada al modo 3. Tanto es así, que el nivel de acelerancia de esa cresta no se ve a penas modificado. Es notorio de esta optimización la enorme cantidad de amortiguamiento que necesita desapareciendo claramente cualquier desdoble como los comentados durante el resto del trabajo.

En lo que a la optimización de los tres TMDs para el modelo de tres plantas lo primero que llama la atención es lo parecidas que son las frecuencias de los TMDs 1 y 2. Claramente ambos están diseñados para mitigar el modo 1 mientras que el TMD 3 está en exclusiva situado para reducir e igualar las crestas de los modos 2 y 3. Habiendo visto (Figura 4.6) que un solo TMD era capaz de mitigar con bastante contundencia la cresta del modo 1 tal vez se pueda plantear que uno de los dos TMDs destinados ahora a esa tarea esté de más. Esto es precisamente lo que se ha hecho en la Figura 4.19 y Tabla 4.16. La solución es prácticamente idéntica, cambiando levemente la sintonización de los dos TMDs, pero mucho más sencilla que instalar tres.

Los niveles de absorción energética de los TMDs y de respuesta en el tiempo de las plantas de los modelos son, en general, muy buenos y similares a los de los apartados anteriores. Se discutirá en el Capítulo 6 la idoneidad de cada uno de ellos.

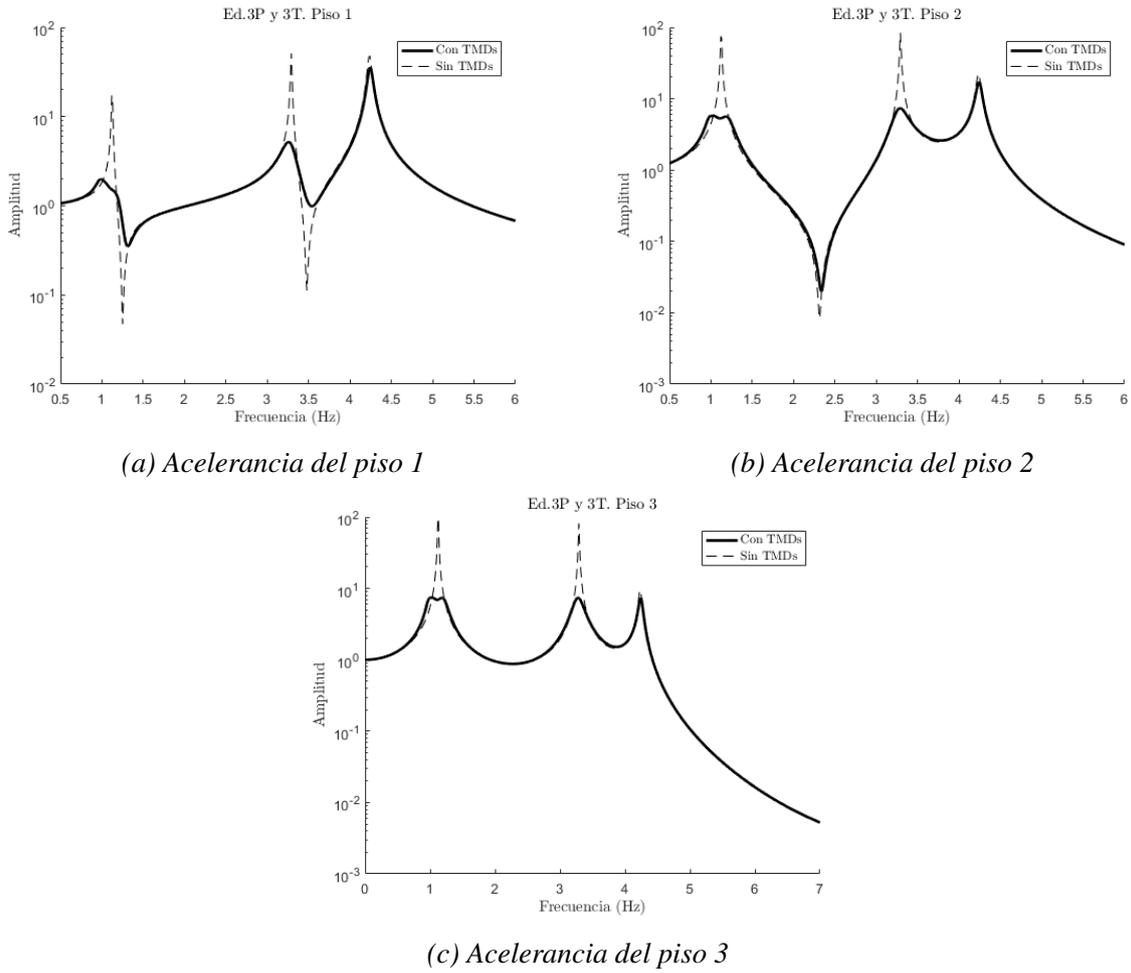


Figura 4.18: FRFs del modelo de 3 plantas con tres TMD para todo el piso 3

$\begin{cases} m_t = 0,1934 \text{ kg} \\ f_t = 1,0758 \text{ Hz} \\ \xi_t = 12,56 \% \\ p_t = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0518 \text{ kg} \\ f_t = 3,3578 \text{ Hz} \\ \xi_t = 9,95 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 5,932 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,229 \text{ J} \\ I_1 = 4,041 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 3,994 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 4,387 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.16: Propiedades de dos TMDs para todo el piso 3 del modelo de 3 plantas

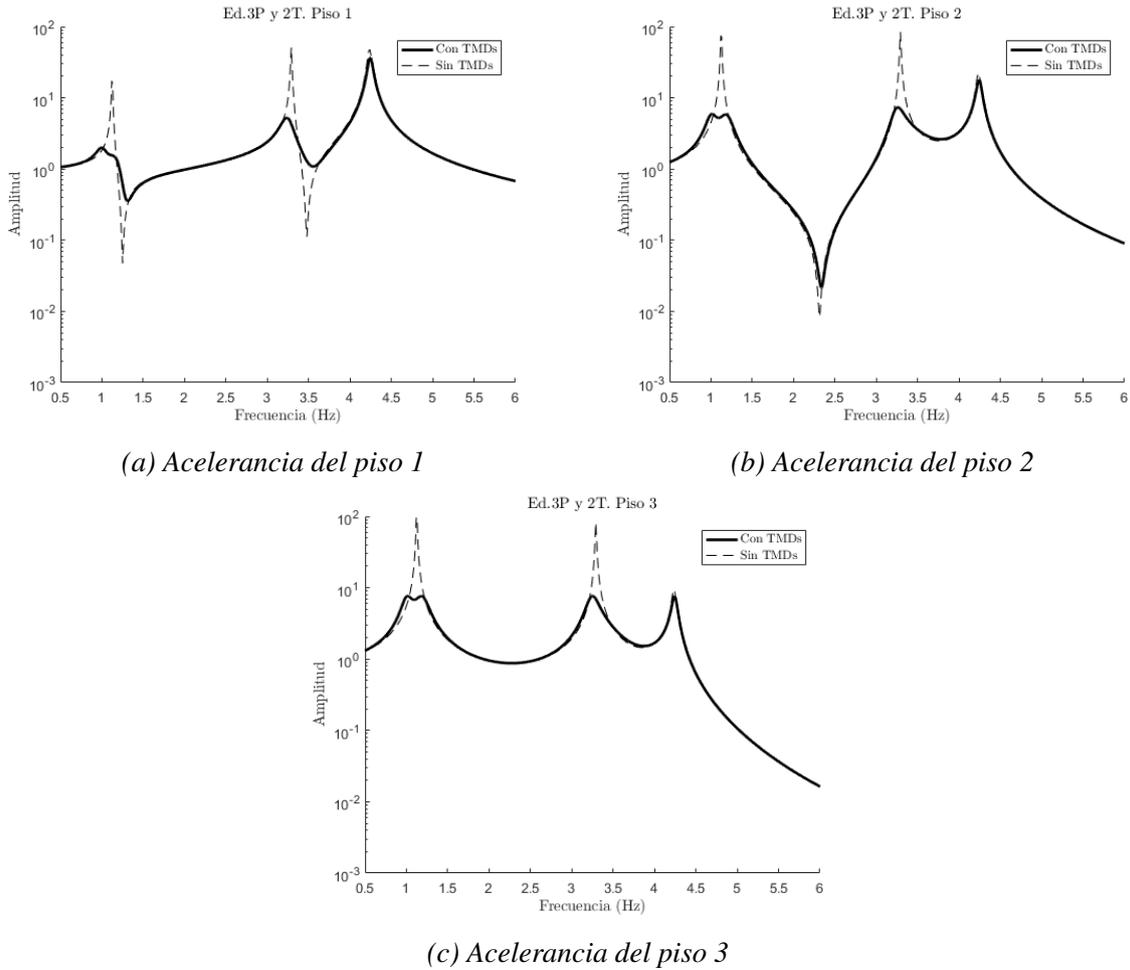


Figura 4.19: FRFs del modelo de 3 plantas con dos TMD para todo el piso 3

4.3. Máximo local de todas las FRF

Como se mencionó anteriormente, un enfoque complementario a la optimización basada en un máximo local es extrapolar la búsqueda de dicho máximo en el entorno de una frecuencia propia al conjunto de las FRFs, de forma que la función de coste retorne el máximo de todas ellas simultáneamente. Ya se dedujo entonces que la optimización de un solo TMD de esta forma poco puede aportar en relación a las optimizaciones que se hicieron en ese apartado. La cuestión puede emerger cuando se pretende optimizar varios. En la Figura 4.20 y Tabla 4.17 se ilustra la optimización de dos TMDs para paliar el primer modo de las dos FRFs (como máximo entre ambas).

$m_t = 0,0383 \text{ kg}$ $f_t = 1,9809 \text{ Hz}$ $\xi_t = 8,93 \%$ $p_t = 2$	$m_t = 0,0806 \text{ kg}$ $f_t = 1,7050 \text{ Hz}$ $\xi_t = 10,93 \%$ $p_t = 2$	$W_{C1} = 0,8233 \text{ J}$ $W_{C2} = 1,697 \text{ J}$ $I_1 = 8,252 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 5,941 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.17: Dos TMDs para el modo 1 de todas las FRFs del modelo de 2 plantas

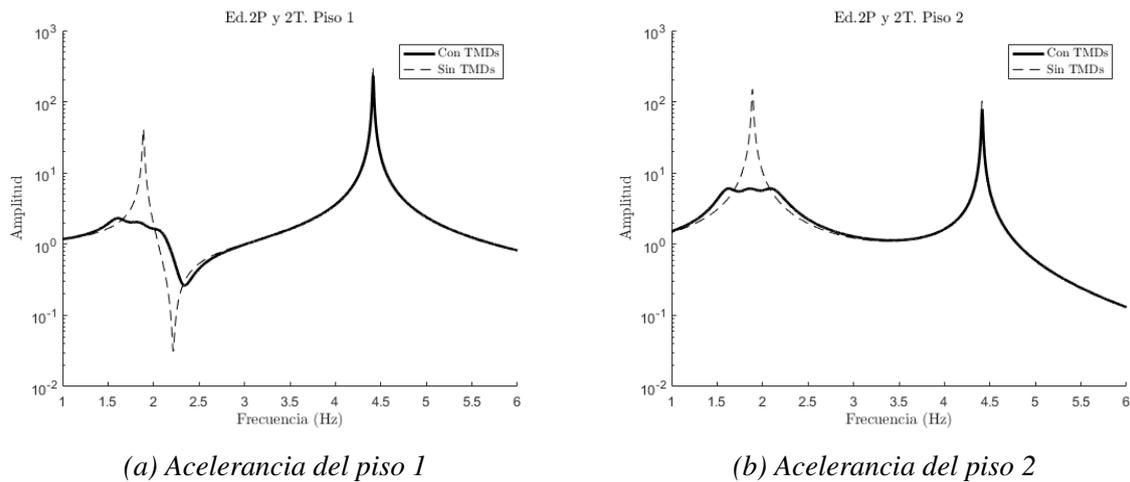


Figura 4.20: FRFs del modelo de 2 plantas con dos TMD para el máximo total del modo 1

Es notable notar que, puesto que los niveles de acelerancia del primer piso son bastante inferiores a los del segundo, todos los esfuerzos de optimización se concentran en este segundo piso. En esta tesitura parece evidente que, por más indicadores que se quieran diseñar para mejorar la respuesta del modo 1 en el piso 1 no se va a conseguir nada concluyente en relación al piso 1 sin deteriorar la respuesta del piso 2. Un comentario interesante sobre la solución obtenida es la forma del desdoble logrado con estos dos TMDs: han aparecido tres crestas en lugar de dos de forma que el segundo es como si hubiera desdoblado una de las otras ya desdobladas. Ese *rizado* de crestas es tanto mayor cuantos más TMDs se dispongan de esta manera. Sin embargo, el nivel de las mismas no se reduce sustancialmente a menos que la masa total de todos los TMDs aumente, cosa que no se contempla en este trabajo. A los TMDs así dispuestos se los conoce en la literatura como MTMDs, o Multi TMDs. Además, y puesto que se destinan los dos TMDs al modo 1, la energía absorbida por ambos está bastante repartida, cosa que no ha sucedido hasta ahora. Esto demuestra que la frecuencia de sintonización en relación con el espectro de frecuencia de la excitación determinan en gran medida las capacidad absorbentes del TMD.

Un poco más complejo es el problema cuando se pretende trabajar con el modelo de 3 plantas. Siguiendo un poco con la filosofía del trabajo en lo que a este modelo respecta, se van a optimizar 3 TMDs para paliar el primer modo en el tercer piso. La solución se muestra en la Figura 4.21 y Tabla 4.18. Debido a la envergadura del modelo no se logran conseguir todos desdobles que cabría esperar al introducir 3 TMDs. Sin embargo, la zona correspondiente al primer modo está efectivamente reducida. El nivel de acelerancia máximo en ese entorno es ahora de 6,03.

Visto el efecto que producen tres TMDs cabrá la posibilidad de probar qué sucede si se introducen solo dos. La solución a este planteamiento se muestra en la Figura 4.22 y Tabla 4.19. Como se puede apreciar, la diferencia es realmente pequeña, hasta el punto de poderse confundir ambos conjuntos de imágenes. En efecto, el máximo alcanzado ahora en el entorno del modo 1 es de 6,12. La diferencia es suficientemente pequeña tal vez para plantear seriamente el diseño de dos TMDs en lugar de tres.

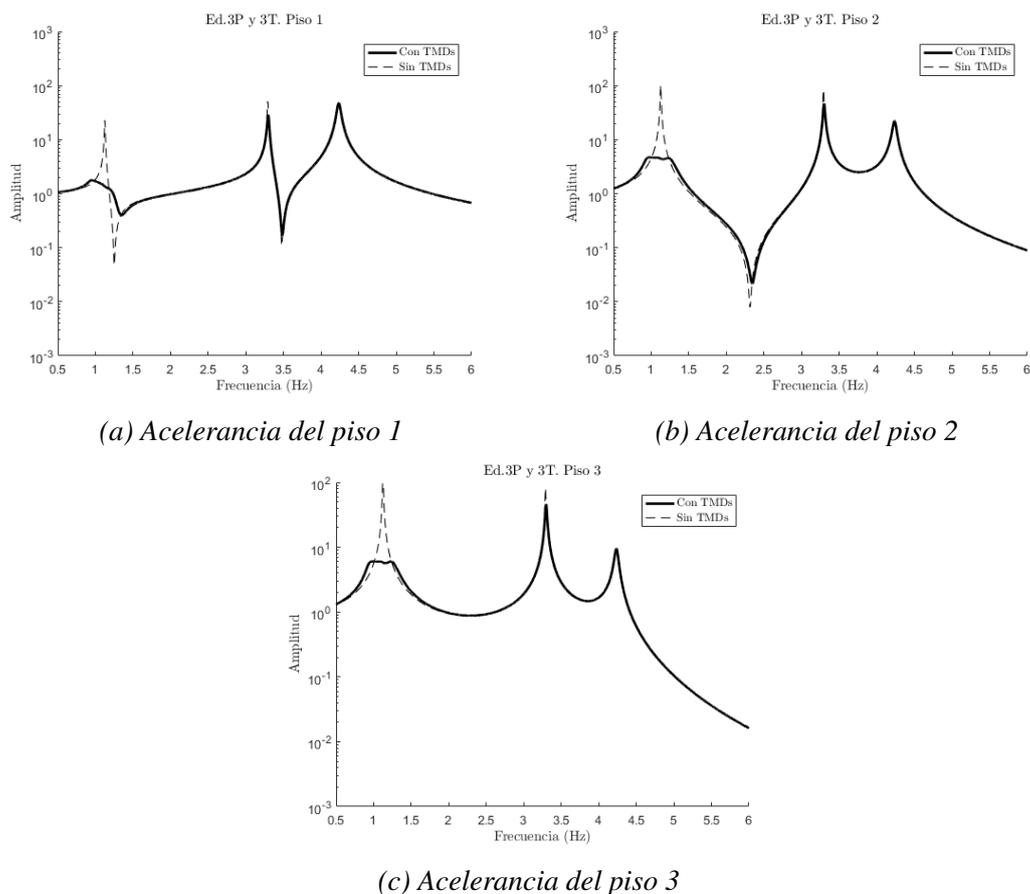


Figura 4.21: FRFs del modelo de 3 plantas con dos TMD para todo el modo 1

$m_t = 0,0571 \text{ kg}$ $f_t = 0,9737 \text{ Hz}$ $\xi_t = 7,66 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,0434 \text{ kg}$ $f_t = 1,0389 \text{ Hz}$ $\xi_t = 7,53 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,1447 \text{ kg}$ $f_t = 1,1509 \text{ Hz}$ $\xi_t = 11,39 \%$ $p_t = 3$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3
$W_{C1} = 1,036 \text{ J}$ $W_{C2} = 1,00 \text{ J}$ $W_{C3} = 3,486 \text{ J}$ $I_1 = 4,497 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 3,950 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,255 \text{ m/s}^2$		
(d) Indicadores		

Tabla 4.18: Propiedades de tres TMDs para todo el modo 1 del modelo de 3 plantas

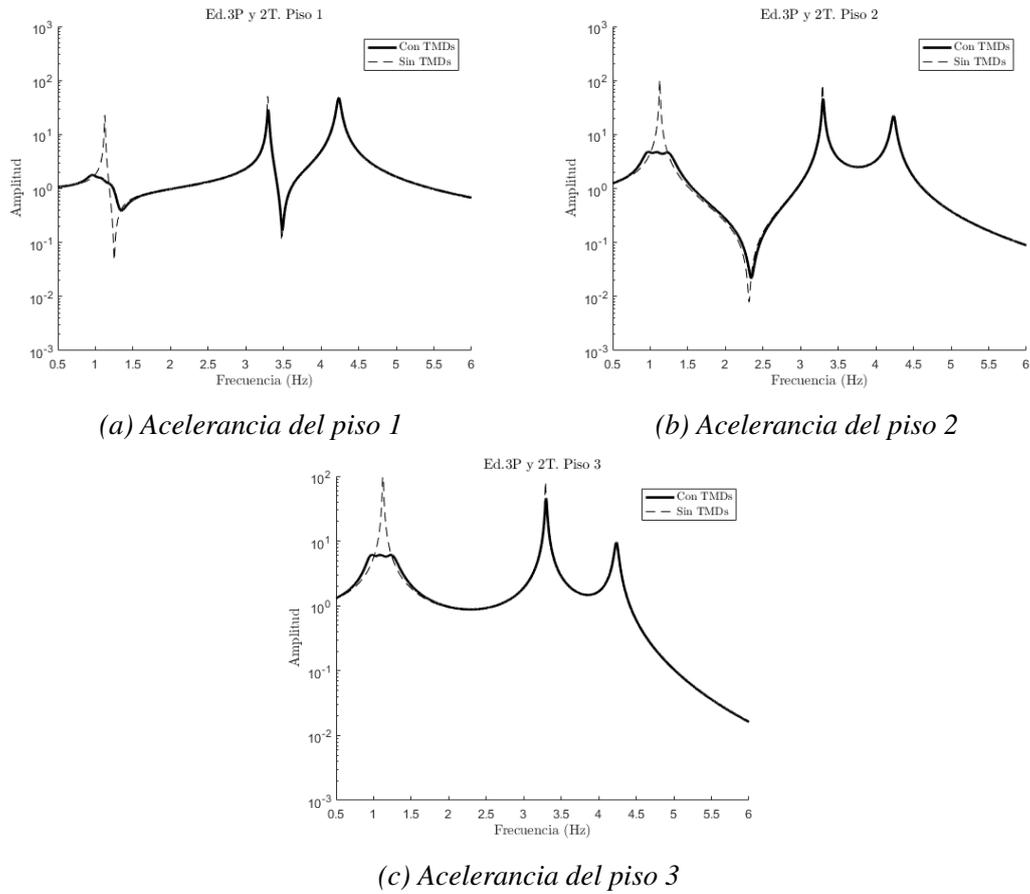


Figura 4.22: FRFs del modelo de 3 plantas con dos TMD para todo el modo 1

$m_t = 0,1096 \text{ kg}$ $f_t = 1,161 \text{ Hz}$ $\xi_t = 10,23 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,1356 \text{ kg}$ $f_t = 1,009 \text{ Hz}$ $\xi_t = 10,36 \%$ $p_t = 3$	$W_{C1} = 2,828 \text{ J}$ $W_{C2} = 2,699 \text{ J}$ $I_1 = 4,498 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 3,957 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,265 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.19: Propiedades de dos TMDs para todo el modo 1 del modelo de 3 plantas

4.4. Máximo global de todas las FRF

Para finalizar esta sección, y por cerrar el lazo en lo que a minimización de crestas se refiere, se muestra a continuación la solución de incluir todas las crestas de todas las FRFs en el indicador a minimizar, representando este a la máxima de entre todas ellas. En primer lugar (Figura 4.23 y Tabla 4.20) se ilustra el caso en el que con dos TMDs se intenta reducir el máximo absoluto del modelo de dos plantas, allá donde esté (FRF de la primera planta o de la segunda). Por otro lado, en la Figura 4.24 y Tabla 4.21 se muestra la solución de minimizar la suma de todas las crestas que puedan aparecer en el sistema.

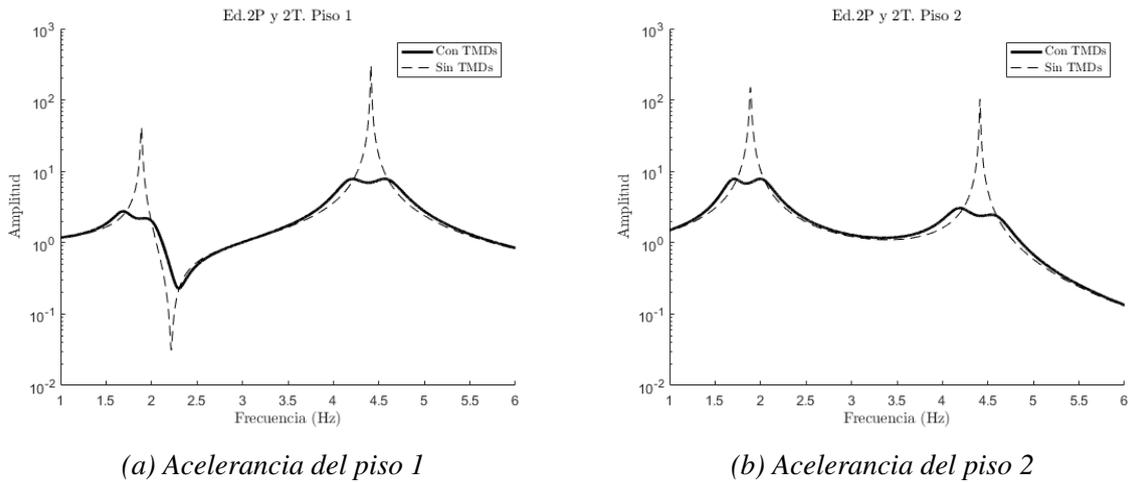


Figura 4.23: FRFs del modelo de 2 plantas con dos TMD para el máximo total

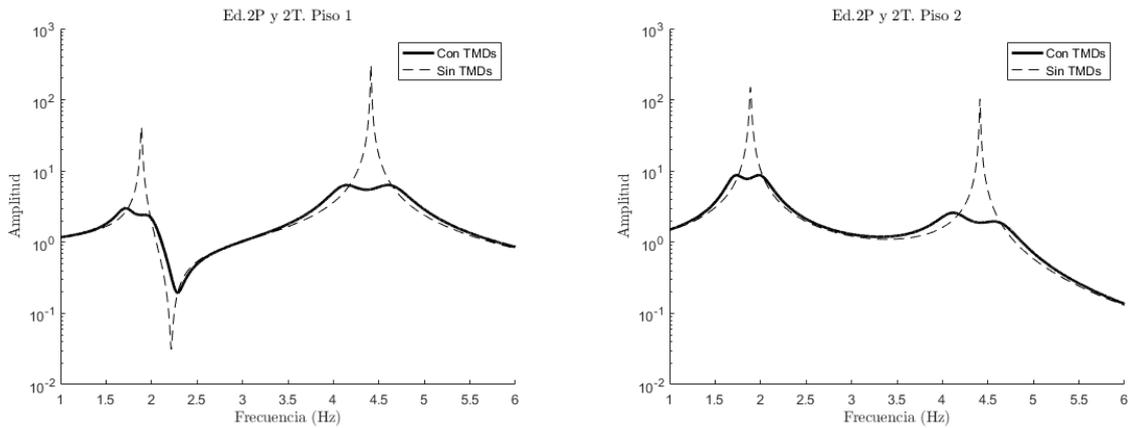
$\begin{cases} m_t = 0,0869 \text{ kg} \\ f_t = 1,8137 \text{ Hz} \\ \xi_t = 12,66 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0320 \text{ kg} \\ f_t = 4,3555 \text{ Hz} \\ \xi_t = 7,18 \% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,459 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,213 \text{ J} \\ I_1 = 3,718 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,469 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.20: Dos TMDs para el máximo de todas las FRFs del modelo de 2 plantas

$\begin{cases} m_t = 0,00692 \text{ kg} \\ f_t = 1,8272 \text{ Hz} \\ \xi_t = 11,66 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0497 \text{ kg} \\ f_t = 4,3249 \text{ Hz} \\ \xi_t = 8,67 \% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,497 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,221 \text{ J} \\ I_1 = 3,676 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,727 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 4.21: Dos TMDs para la suma de máximos de todas las FRFs del modelo de 2 plantas

En el primer caso, la solución conduce a igualar y reducir las crestas de mayor amplitud: en el piso 1 las del modo 2 y en el piso 2 las del modo 1. La reducción de estas crestas pasa, como ya se vio, por desdoblarlas. Es notorio cómo la solución se parece formalmente a la que se obtuvo en las primeras optimizaciones pero esta vez, al minimizar únicamente el máximo absoluto, no se reducen los niveles de cada entorno en la medida de sus posibilidades. En cuanto al segundo,



(a) Acelerancia del piso 1

(b) Acelerancia del piso 2

Figura 4.24: FRFs del modelo de 2 plantas con dos TMD para la suma de máximos

la solución es prácticamente igual a la anterior: donde antes estaban los máximos enrasados en 7,8 ahora se encuentra que las crestas del modo 2 en el piso 1 se encuentran a 6,3 y las del modo 1 en el piso 2 a 8,8. Estos niveles cobran mucho sentido cuando se observa la distribución de masas ya que el algoritmo ha terminado bajando la masa del piso 1 (modo 2) a cambio de subir la del piso 2 (modo 1).

Del caso de minimización de la suma de las crestas llama la atención lo similar que es la solución a la obtenida cuando se optimizaron de forma local los dos modos por separado (también a través de su suma). Y es que ambos problemas son realmente similares: entonces se pidió que se sumara el máximo de las FRFs en dos entornos concretos y ahora que sume los máximos absolutos, pero sucede que esos máximos absolutos aparecen siempre dentro de los entornos del primer y segundo modo, por lo que es lógico que las soluciones sean similares.

Finalmente, se han operado las mismas optimizaciones para el modelo de 3 plantas. Se muestran en la Figura 4.25 y Tabla 4.22 (minimización del máximo absoluto) y en la Figura 4.26 y Tabla 4.23 (minimización de la suma de máximos). El caso de la optimización del máximo absoluto de este modelo presenta las mismas características que la del modelo de 2 plantas: las crestas máximas desdobladas y enrasadas al valor de 7,65. Minimizar la suma, por otro lado, desprende una solución muy similar a la obtenida en (REF). Los máximos ya no están enrasados y son más bajos que antes (el modo 1 en el piso 3 baja de 8,7 a 7,6, el segundo modo en el piso 2, de 7,6 a 6,7 y el tercero en el piso 1, de 7,6 a 5,3).

En todos los casos expuestos en este apartado no existe nada extraño en lo que a la disipación energética se refiere: los TMDs con una frecuencia próxima a la del modo 1 disipan mucho más que los orientados a otros modos diferentes. En cuando a los niveles de respuesta, se mantienen unos valores razonables en todos los casos. Un análisis pormenorizado se realizará en el Capítulo 6.

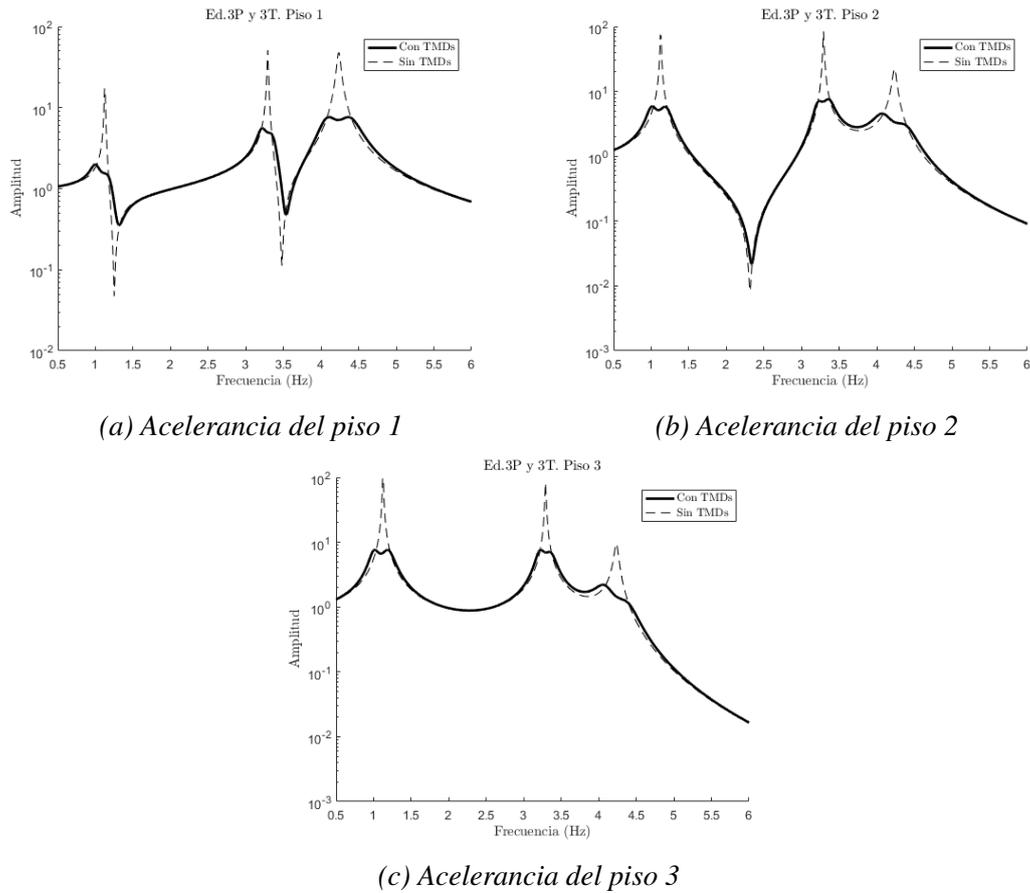


Figura 4.25: FRFs del modelo de 3 plantas con tres TMD para el máximo absoluto

$m_t = 0,0209 \text{ kg}$ $f_t = 3,2860 \text{ Hz}$ $\xi_t = 3,89 \%$ $p_t = 2$	$m_t = 0,1947 \text{ kg}$ $f_t = 1,0778 \text{ Hz}$ $\xi_t = 13,00 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,0296 \text{ kg}$ $f_t = 4,2123 \text{ Hz}$ $\xi_t = 5,84 \%$ $p_t = 1$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3
$W_{C1} = 0,1786 \text{ J}$ $W_{C2} = 5,909 \text{ J}$ $W_{C3} = 0,2162 \text{ J}$ $I_1 = 3,243 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 3,954 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,441 \text{ m/s}^2$		
(d) Indicadores		

Tabla 4.22: Propiedades de tres TMDs para el máximo absoluto del modelo de 3 plantas

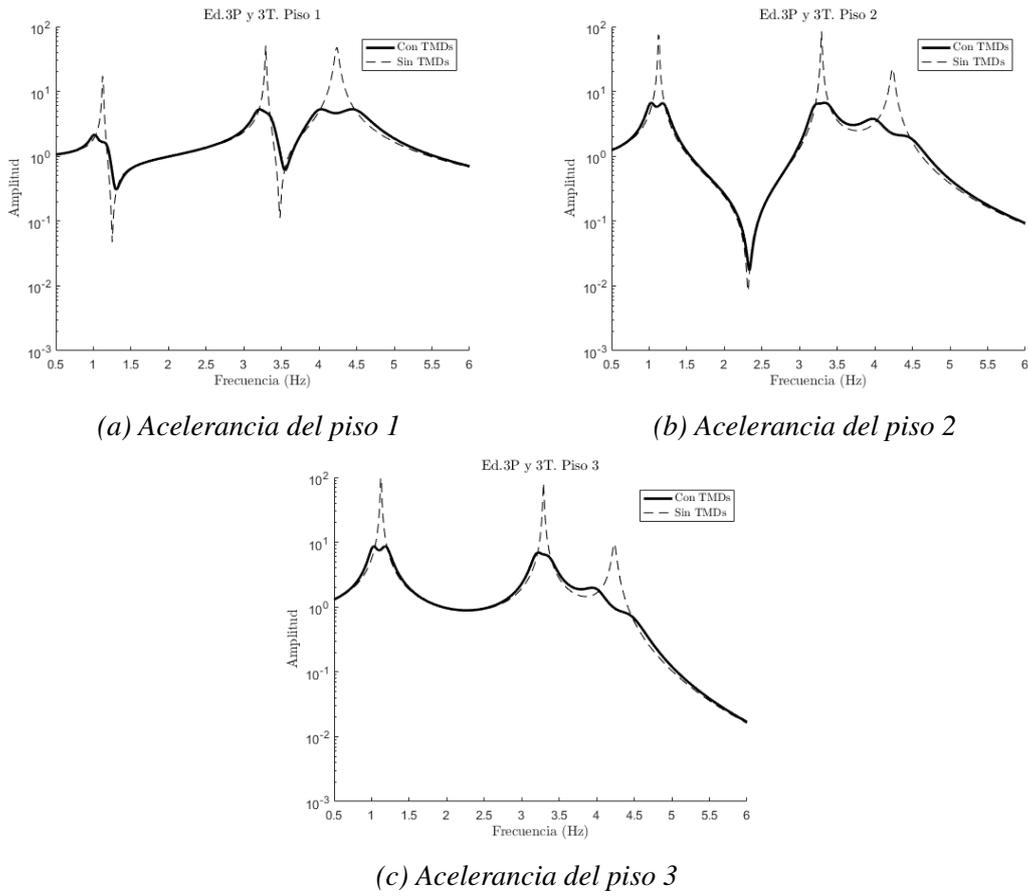


Figura 4.26: FRFs del modelo de 3 plantas con dos TMD para la suma de máximos

$m_t = 0,0312 \text{ kg}$ $f_t = 3,2751 \text{ Hz}$ $\xi_t = 5,11 \%$ $p_t = 2$	$m_t = 0,0648 \text{ kg}$ $f_t = 4,1882 \text{ Hz}$ $\xi_t = 7,90 \%$ $p_t = 1$	$m_t = 0,1493 \text{ kg}$ $f_t = 1,0870 \text{ Hz}$ $\xi_t = 11,33 \%$ $p_t = 3$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3
$W_{C1} = 0,206 \text{ J}$ $W_{C2} = 0,236 \text{ J}$ $W_{C3} = 6,191 \text{ J}$ $I_1 = 2,990 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 4,035 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,610 \text{ m/s}^2$		
(d) Indicadores		

Tabla 4.23: Propiedades de tres TMDs para la suma de máximos del modelo de 3 plantas

5. INDICADORES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Como se ha podido comprobar, casi todas las optimizaciones llevadas a cabo con los indicadores basados en frecuencia son suficientemente buenas para la mayoría de los casos. Siendo realistas, el hecho de reducir en gran medida la respuesta de una estructura en el entorno de una frecuencia propia implica que ninguna excitación, resonante o no, va a resultar en exceso incómoda o peligrosa. Sin embargo, en este trabajo se pretende ir un paso más allá. Para empezar, no hay que perder de vista el contexto en que se obtienen las funciones de respuesta en frecuencia: se trata de una relación entre la amplitud de la respuesta estacionaria de un sistema ante una excitación puramente armónica (en uno o varios nodos, incluso desfasadas entre sí) y la amplitud de la propia entrada. ¿Qué pasa si la excitación es puramente transitoria? ¿Hasta qué punto es efectivo un TMD ante una entrada que no llega a establecerse en el tiempo como puede ser el tránsito de un peatón sobre una pasarela o un sismo en un edificio?

Evidentemente, una vez que cualquier tipo de carga dinámica cesa, la estructura pasa a responder de forma *libre*. En esta situación, los modos a altas frecuencias se amortiguan rápidamente mientras perduran más tiempo los que se encuentran frecuencias más bajas. Si los TMDs están bien dimensionados para paliar estos primeros modos, el problema de oscilación libre está prácticamente resuelto. Queda, pues, la incógnita sobre qué sucede con el tramo de excitación transitoria propiamente dicha.

Existe la creencia, más o menos arraigada, de que el TMD solo es realmente útil cuando la respuesta de la estructura ha evolucionado lo suficiente como para ser considerada estacionaria, o bien cuando ha cesado la excitación y el sistema evoluciona libremente. Y es en parte verdad, ya que las máximas efectividades del mismo en términos de energía total absorbida se manifiestan cuando el movimiento relativo del TMD respecto de la estructura es relativamente grande en términos de desplazamientos (energía potencial elástica) y velocidades (energía cinética y trabajo disipado por el amortiguador). El establecimiento de un movimiento de estas características lleva tiempo. Sin embargo, como se verá durante este capítulo, aunque la excitación no sea lo suficientemente estable o dure el tiempo necesario para que la estructura alcance un *estado estacionario*, la presencia de un conjunto de TMDs adecuadamente bien dispuesto ayudan enormemente a la estructura durante el transitorio sacrificando, quizás, una parte de la efectividad en otras circunstancias.

Es necesario señalar además que, un poco como sucedía con las optimizaciones en base a FRFs, en las que el efecto del TMD era óptimo principalmente en un entorno frecuencial determinado del mismo, aquí se trabajará con respuestas temporales obtenidas a partir de una determinada excitación, por lo que los TMDs diseñados serán óptimos solamente para esta excitación. Esto no quiere decir que no puedan ser parcialmente efectivos frente a otras, pero ya no serán óptimos. La excitación que se empleará como referencia será, al igual que en los capítulos anteriores, la del sismo de El Centro (ver apartado 2.7)

Entre los indicadores que se estudiarán se encuentra uno análogo al estudiado en el capítulo anterior, máximos de curva de respuesta, y otro calculado como el área bajo dicha curva. Ambos son indicadores explícitos que buscan reducir directamente la respuesta sin mayores complicaciones conceptuales. Un derivado de los anteriores es el indicador basado en el *Maximum Transient Vibration Value* (MTVV), un indicador normativo que atiende a criterios de confort de las estructuras y que se está empleando junto al indicador energético para evaluar la bondad de las diferentes optimizaciones.

5.1. Máximo de una o varias respuestas temporales

El indicador más evidente que se puede idear en base a una respuesta en el tiempo es el máximo de dicha respuesta. Se pueden concebir indicadores que minimicen tanto desplazamientos como aceleraciones de cada uno de los n grados de libertad de la estructura. De esta forma se podría decir que, de entrada, existen un total de $2n$ indicadores individuales para cada excitación. Si se pretende realizar además optimizaciones multiobjetivo o combinaciones entre esos indicadores las posibilidades entonces se multiplican de forma casi incontrolable. Es, pues, necesario decidir con cierto criterio qué indicador se va a emplear para la optimización de los TMDs.

En primer lugar, una excitación cualquiera, por su contenido frecuencial y distribución a lo largo de los grados de libertad de la estructura, tenderá a excitar más unos modos que otros. Estos modos tendrán una serie de nodos y vientres de vibración. Pues bien, un primer paso puede ser el tratar de predecir qué modos pueden ser los más excitados e incluir los grados de libertad de sus vientres o antinodos de vibración en la optimización. Se escogerá entre desplazamientos o aceleraciones según si se pretende enfocar el diseño a la estructura o al confort. Hay dos formas muy sencillas de incluir varios indicadores en uno solo: o bien se suman o bien se extrae el máximo de entre ellos. El primero conduce a una minimización global de toda la respuesta, de forma que los máximos finales pueden ser potencialmente los mínimos alcanzables. La segunda forma tiende a igualar todos los valores más altos a uno solo, que no tiene por qué ser el mínimo alcanzable de forma individual para cada uno de ellos.

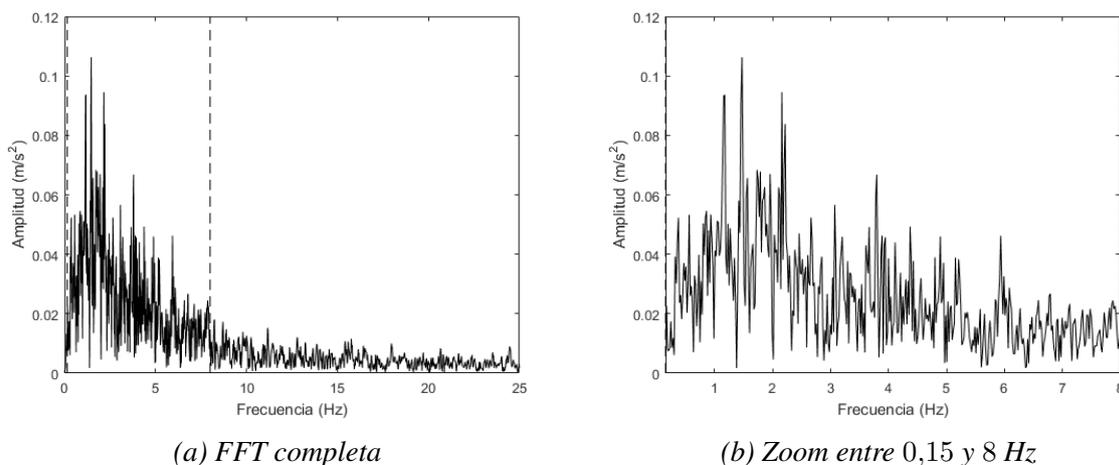


Figura 5.1: FFT del acelerograma correspondiente al sismo de referencia

Para los casos estudiados en este trabajo, dos modelos de dos y tres grados de libertad sometidos a una excitación sísmica homogéneamente distribuida a lo largo de sus grados de libertad, es posible que todos los modos puedan ser excitados de igual manera. Que se exciten unos u otros solo depende del contenido frecuencial de la entrada. Atendiendo al contenido frecuencial de la excitación de referencia ilustrada en la Figura 5.1 se aprecia que las mayores posibilidades de excitación se encuentran entre 1 y 2,2 Hz, en el entorno de 4 Hz y a 6 Hz. Como se vio durante la identificación, ambos modelos contienen frecuencias propias dentro del primer rango problemático, a 1,89 Hz el modelo de dos plantas y a 1,12 Hz el de tres. Por su parte, ambas poseen frecuencias propias un poco por encima de 4 Hz que, a la vista de la Figura 5.1, no preocupan demasiado. Está, por lo tanto, claro que el modo quizá más problemático

sea el primero sin olvidar, claro está, la respuesta de la estructura ante el resto del espectro de excitación. Por esta razón gran parte de los esfuerzos se dirigirán a reducir los niveles de respuesta de los pisos superiores (vientre del primer modo en ambos casos). Además, y por simplificar la discusión, las optimizaciones se centrarán en las aceleraciones de dichos pisos y no en sus desplazamientos, por lo que se puede expresar el indicador como en la Ecuación 5.1 cuando atañe a un determinado piso y a la Ecuación 5.2 cuando lo hace a todos a la vez, tanto como máximo de máximos como suma de los mismos. A continuación se van a mostrar los resultados de optimizar varios conjuntos de TMDs en base a los casos arriba expuestos.

$$T_j = \max(\ddot{x}_j(t)) \quad (5.1)$$

$$T = \max_j(\max(\ddot{x}_j(t))) \quad ; \quad Ts = \sum_j \max(\ddot{x}_j(t)) \quad (5.2)$$

Un TMD para la aceleración de un determinado piso. En este apartado se mostrarán las optimizaciones obtenidas al reducir al mínimo el máximo de la respuesta en aceleración de una planta. Concretamente, y por las razones anteriormente expuestas, se escoge reducir la segunda para el modelo de dos plantas y la tercera para el modelo de tres. En la Figura 5.2 y Tabla 5.1 se muestra la optimización del modelo de dos plantas.

$\begin{aligned} m_t &= 0,114 \text{ kg} \\ f_t &= 1,847 \text{ Hz} \\ \xi_t &= 2,87 \% \\ p_t &= 2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} W_{C1} &= 1,939 \text{ J} \\ I_1 &= 8,589 \text{ m/s}^2 \\ I_2 &= 5,425 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$
(a) TMD 1	(b) Indicadores

Tabla 5.1: TMD para minimizar el máximo de una respuesta temporal del modelo de dos plantas

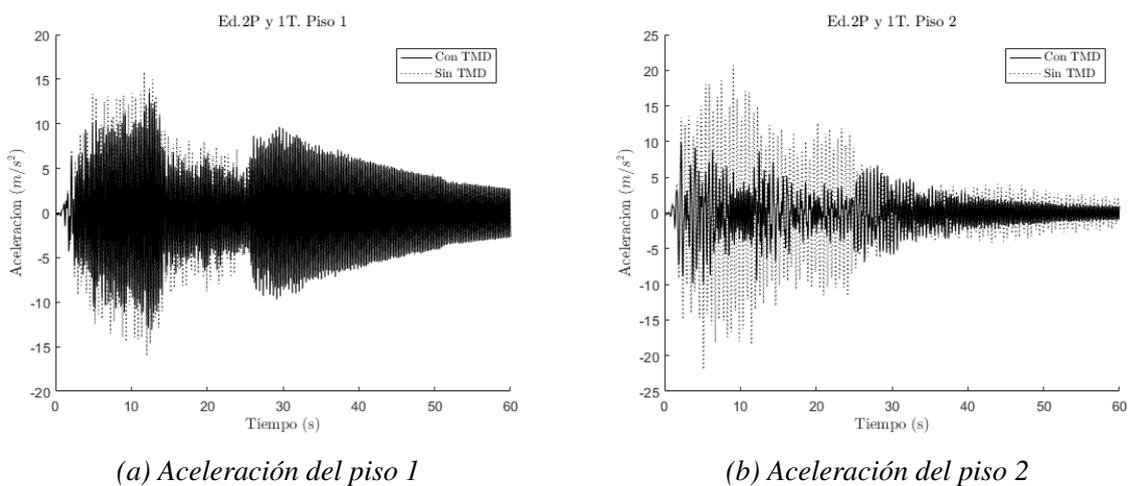


Figura 5.2: Respuestas temporales con un TMD que minimiza el máximo de la segunda planta

Como queda patente, el hecho de minimizar la respuesta de la segunda planta produce un TMD con una frecuencia próxima a la del modo 1, quedando el modo 2 (y con él, el piso

1) prácticamente intacto. Sin embargo, dicha frecuencia es un poco más elevada de lo que cabría esperar si se operara la optimización en base a la función de respuesta en frecuencia, como se hizo en el capítulo anterior. Esto es debido a que la excitación aplicada contiene un amplio rango de frecuencias y entre las más excitadas no se encuentra exactamente la correspondiente al modo 1. En cuanto al amortiguamiento, se ha obtenido un valor bastante reducido en comparación a las soluciones del capítulo anterior. Una característica interesante de los TMDs diseñados para paliar respuestas transitorias es, precisamente, el relativamente bajo nivel de amortiguamiento que poseen. Esto se debe a la rápida respuesta que se les solicita: cuanto mayor es el amortiguamiento, más tardan los TMDs en *empezar a hacer efecto*. Si el amortiguamiento es elevado, para cuando la excitación transitoria termina el TMD está empezando a responder. Y no es eso lo que interesa en el enfoque temporal.

Por otro lado, cuando se encuentran amortiguamientos de TMDs bajos se corre un riesgo que es necesario evaluar: cabe la posibilidad de encontrarse con carreras de TMD excesivamente grandes. En un contexto como el presentado en este trabajo se considerará excesiva una carrera 4 veces mayor al desplazamiento del punto de la estructura en que se une, o más. Para el caso del modelo de dos plantas que se acaba de analizar, la carrera del TMD (diferencia entre su desplazamiento y el del punto de la estructura al que se une) se muestra en la Figura 5.3.

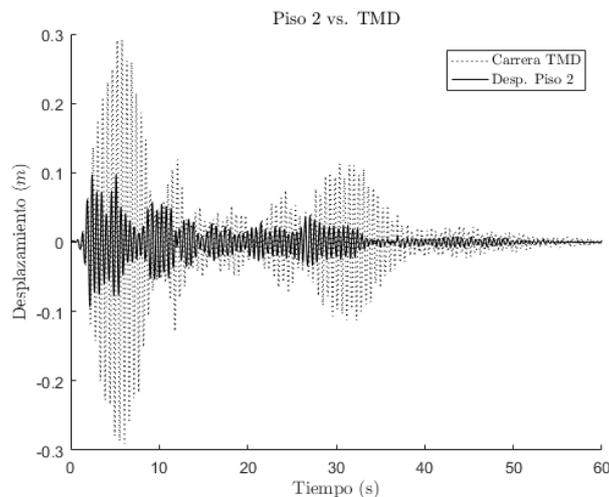


Figura 5.3: Carrera del TMD situado en la planta 2 del modelo de 2 plantas

Como se aprecia, el desplazamiento relativo entre TMD y estructura es mucho mayor que el de la propia estructura en el piso 2. El segundo no llega a ser más de 3.5 veces el primero en casi ningún momento, salvo en el entorno de los 30 segundos, donde el sismo golpea por segunda vez. En ese entorno, la relación entre ambas se encuentra rondando el 4, al límite de la restricción impuesta con anterioridad. De llegar a ser incluso mayor, convendría haber reformulado el indicador. Esta reformulación podría incluir un problema multiobjetivo reduciendo simultáneamente el máximo de la respuesta temporal junto con la carrera máxima, o haber directamente sumado ambos indicadores resultando todo en un solo indicador global.

Por su parte, la solución para el modelo de 3 plantas se muestra en la Figura 5.4 y Tabla 5.2. En ella se aprecia igualmente que el piso tercero es el mejor optimizado y que, según

$m_t = 0,245 \text{ kg}$	$W_{C1} = 4,614 \text{ J}$
$f_t = 1,331 \text{ Hz}$	$I_1 = 4,510 \text{ m/s}^2$
$\xi_t = 6,32 \%$	$I_2 = 4,817 \text{ m/s}^2$
$p_t = 3$	$I_3 = 6,007 \text{ m/s}^2$

(a) TMD 1

(b) Indicadores

Tabla 5.2: TMD para minimizar el máximo de una respuesta temporal del modelo de tres plantas

se baja, menos efecto hace el TMD. Esto es fácil de explicar porque, al igual que con el modelo de 2 plantas, el la frecuencia del TMD se encuentra próxima a la primera frecuencia propia de la estructura aunque, esta vez, por encima. La razón es la misma de antes: ya no se tiene una excitación a una frecuencia determinada, sino una con un amplio abanico de ellas. En este caso, el algoritmo genético ha obtenido un amortiguamiento un poco más elevado que en el caso del 2 plantas. La carrera del TMD, como es de esperar, será un poco menor y, por tanto, de menor preocupación (ver Figura 5.5).

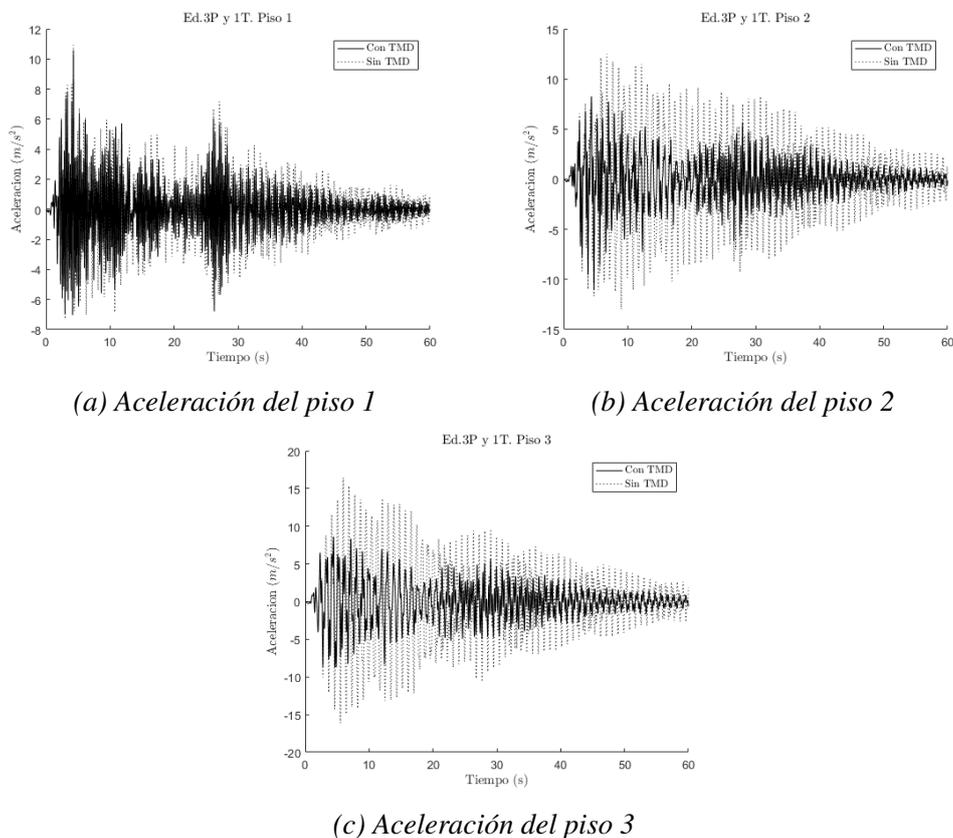


Figura 5.4: Respuestas temporales con un TMD que minimiza el máximo de la tercera planta

En lo que a los indicadores temporales se refiere, en este capítulo se encontrarán indicadores $MTVV$ mejores que en el anterior. Como es lógico, diseñar TMDs en base a funciones que minimicen explícitamente la respuesta temporal conduce a que los indicadores asociados a ella bajen significativamente. En este apartado concretamente en que se busca reducir los máximos de las respuestas temporales se obtendrán, en general, indicadores I_i realmente buenos. Por su parte, los valores de los indicadores energéticos son similares y, en muchos casos, más bajos.

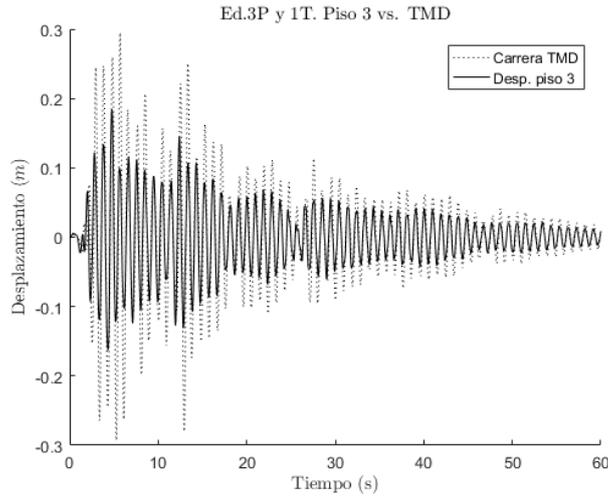


Figura 5.5: Carrera del TMD situado en la planta 3 del modelo de 3 plantas

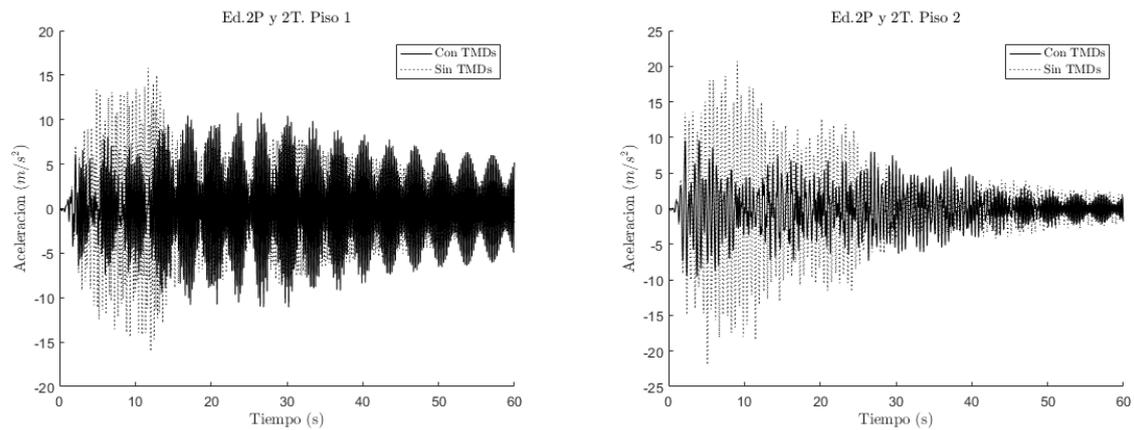
Dos y tres TMDs para la aceleración de un determinado piso. Como se ha visto en el apartado anterior, al minimizar el máximo de la respuesta de una planta con un TMD se ha logrado una notable reducción del nivel de respuesta en esa planta con el TMD asociado al modo más significativo (en ambos casos, el primero). Sin embargo, el resto de plantas se han visto menos o poco afectadas por la inclusión del TMD. En este apartado se considera la posibilidad de incluir varios TMDs con la esperanza de cubrir con ellos un mayor rango de frecuencias y tratar de reducir algo más los niveles de respuesta del resto de plantas.

La solución del problema de optimización así planteado para el modelo de dos plantas se muestra en la Figura 5.6 y Tabla 5.3, con el que se ha logrado una aceleración máxima de la planta 2 de $9,61 \text{ m/s}^2$. Aparte del hecho de que cada TMD sí que se ha ido a paliar efectivamente cada uno de los dos modos y el primer piso parece haberse visto sutilmente modificado, preocupa el valor del amortiguamiento del TMD 1, un valor exactamente nulo. Por supuesto, esta solución es inviable desde un punto de vista ingenieril (es imposible lograr un movimiento sin un mínimo de disipación energética). Además, siguiendo la lógica expuesta en el apartado anterior, un amortiguamiento nulo puede conducir a carreras de TMDs muy grandes. En la Figura 5.7 se ilustran las carreras de ambos TMDs, cada una comparada con el desplazamiento relativo a la base de la planta sobre la que se encuentra. La carrera del TMD 1 es más de 20 veces superior al desplazamiento relativo de la planta 1. El TMD 2 está dentro de los rangos normales, pero también tiene un amortiguamiento más razonable.

$\begin{cases} m_t = 0,0107 \text{ kg} \\ f_t = 4,3853 \text{ Hz} \\ \xi_t = 0,0\% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,1082 \text{ kg} \\ f_t = 1,8132 \text{ Hz} \\ \xi_t = 11,99\% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 0,0 \text{ J} \\ W_{C2} = 1,535 \text{ J} \\ I_1 = 7,035 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 5,911 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 5.3: TMDs para minimizar el máximo de una respuesta temporal del modelo de dos plantas

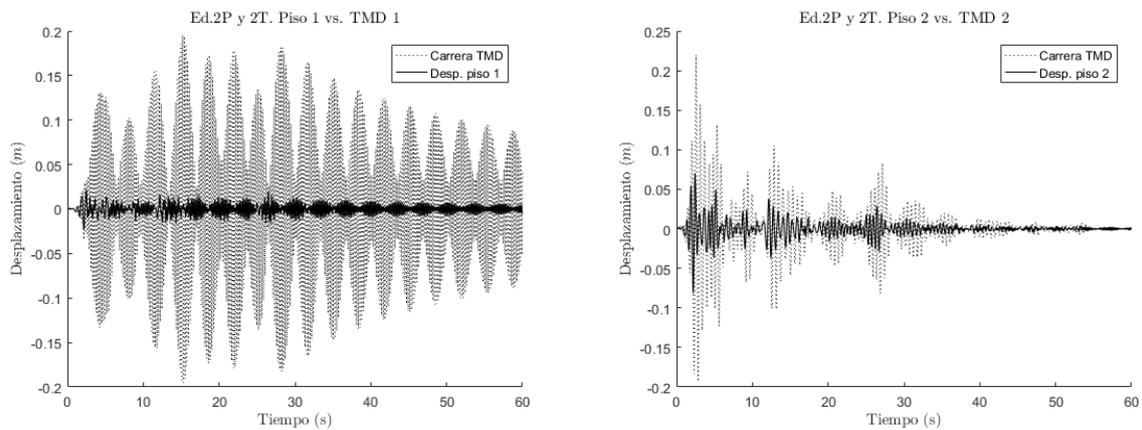
En este escenario está completamente justificada otra optimización en la que se incluya



(a) Aceleración del piso 1

(b) Aceleración del piso 2

Figura 5.6: Respuestas temporales con dos TMDs que minimizan el máximo de la segunda planta



(a) Carrera del TMD 1

(b) Carrera del TMD 2

Figura 5.7: Carreras de los dos TMDs que minimizan el máximo de la segunda planta

el máximo de la carrera de los TMDs. Concretamente, se minimizará la suma de ambos máximos (aceleración del piso 2 y carrera del TMD 1, que es el problemático). Además, la suma se ponderará ya que los valores numéricos de las carreras son un orden de magnitud inferiores a los de las aceleraciones. De esta forma, se sumará el máximo de la aceleración de la segunda planta a 2 veces el máximo de la carrera relativa de los TMDs. El resultado se muestra en la Figura 5.8 y Tabla 5.4. La carrera de los TMDs se ilustra en la Figura 5.9. Es bien cierto que al operarse la optimización como se ha hecho se ha empeorado sutilmente el máximo de la respuesta del segundo piso, que ahora ha pasado a ser de $10,49 \text{ m/s}^2$. Pero en contrapartida se han logrado varias cosas: en primer lugar, ha mejorado notablemente y de forma indirecta, la respuesta de la primera planta; en segundo lugar, ninguno de los TMDs tiene un amortiguamiento imposiblemente bajo; y en tercer lugar, y como consecuencia de lo anterior, las carreras de los TMDs alcanzan niveles dentro del rango establecido.

Por su parte, la optimización llevada a cabo para el modelo de 3 plantas se ilustra en la Figura 5.10 y Tabla 5.5. Nuevamente, los TMDs están orientados a diferentes modos (aunque el del modo 3 no ha sido ubicado en la planta primera, como podría haberse su-

$m_t = 0,0084 \text{ kg}$	$m_t = 0,1105 \text{ kg}$	$W_{C1} = 0,197 \text{ J}$
$f_t = 4,2057 \text{ Hz}$	$f_t = 1,8322 \text{ Hz}$	$W_{C2} = 1,766 \text{ J}$
$\xi_t = 4,84 \%$	$\xi_t = 2,08 \%$	$I_1 = 4,016 \text{ m/s}^2$
$p_t = 1$	$p_t = 2$	$I_2 = 5,654 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 5.4: TMDs para minimizar el máximo de una respuesta temporal y la carrera de los TMDs del modelo de dos plantas

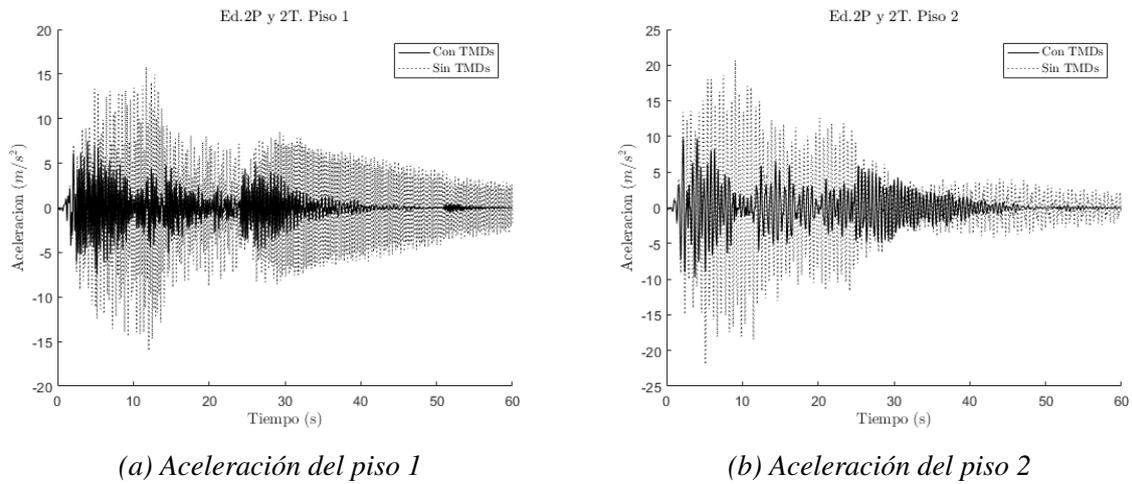


Figura 5.8: Respuestas temporales con dos TMDs que minimizan el máximo de la segunda planta y la carrera de los TMDs

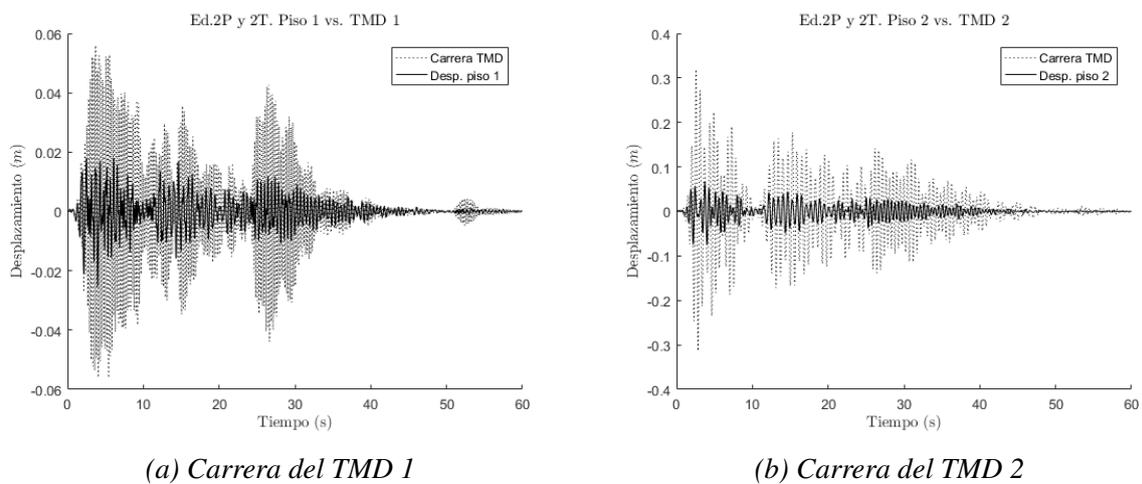


Figura 5.9: Carreras de los dos TMDs que minimizan el máximo de la segunda planta y la carrera de los TMDs

puesto). Las respuestas temporales de los diferentes pisos se han visto afectadas en mayor o menor medida y, en todo caso, las respuestas son mejores en general que cuando se trató de efectuar la misma optimización con un solo TMD. Además, vuelve a suceder lo mismo que en el caso del modelo de dos plantas: aparecen dos TMDs con amortiguamiento nulo, materialmente imposible.

$\begin{cases} m_t = 0,0628 \text{ kg} \\ f_t = 3,9638 \text{ Hz} \\ \xi_t = 0,0 \% \\ p_t = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0938 \text{ kg} \\ f_t = 3,1186 \text{ Hz} \\ \xi_t = 0,0 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0886 \text{ kg} \\ f_t = 1,1243 \text{ Hz} \\ \xi_t = 6,86 \% \\ p_t = 3 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3
$\begin{cases} W_{C1} = 0,0 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,0 \text{ J} \\ W_{C3} = 6,157 \text{ J} \\ I_1 = 3,793 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 4,307 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 5,356 \text{ m/s}^2 \end{cases}$		
(d) Indicadores		

Tabla 5.5: TMDs para minimizar el máximo de una respuesta temporal del modelo de tres plantas

Sin embargo, y contra todo pronóstico, las carreras esta vez no son tan elevadas como antes (Figura 5.11). Tanto es así, que no es realmente necesario llevar a cabo optimización alguna adicional. Es cierto que, de ser esta solución reproducida no se podrá alcanzar un amortiguamiento exactamente nulo, y por lo tanto la solución cambiará ligeramente. Sin embargo, los amortiguamientos naturales de los TMDs pueden ser realmente bajos si se ejecutan bien, lo que podría suponerse como una aproximación *suficientemente buena* (costes de mantenimiento y ejecución aparte).

Antes de finalizar el apartado es conveniente llamar la atención sobre un aspecto. Como se analizará en el Capítulo 6, el hecho de obtener en estos casos amortiguamientos reducidos conduce inevitablemente a menores niveles de energía disipada por los TMDs. Esto es debido a que el factor de amortiguamiento crítico que se optimiza es directamente proporcional a la constante de amortiguamiento del TMD que aparece en la expresión de la energía disipada. El extremo se encuentra cuando los TMDs resultan tener un valor de amortiguamiento virtualmente nulo: en estos casos, como se ha podido comprobar, la cantidad de energía que disipan es, lógicamente, nula.

Un TMD para la aceleración global. El siguiente problema de optimización que se afronta es aquel en el que se diseña un TMD para cada modelo con el fin de minimizar el máximo de la respuesta temporal independiente del piso en el que se encuentre (máximo de máximos). Con este planteamiento se obtiene la solución de la Figura 5.12 y Tabla 5.6 para el modelo de dos plantas y la solución de la Figura 5.13 y Tabla 5.7 para el modelo de 3.

En lo que al modelo de 2 plantas se refiere, la frecuencia vuelve a aproximarse al modo 1 y se logra una reducción significativa (aunque menor) de la respuesta del segundo piso, y algo también en la del primero. Esto es debido a que, en esta ocasión, en que se ha buscado minimizar el máximo global, se encuentra un amortiguamiento mucho mayor al de antes respondiendo al hecho de que, al reducir progresivamente la respuesta del piso 2,

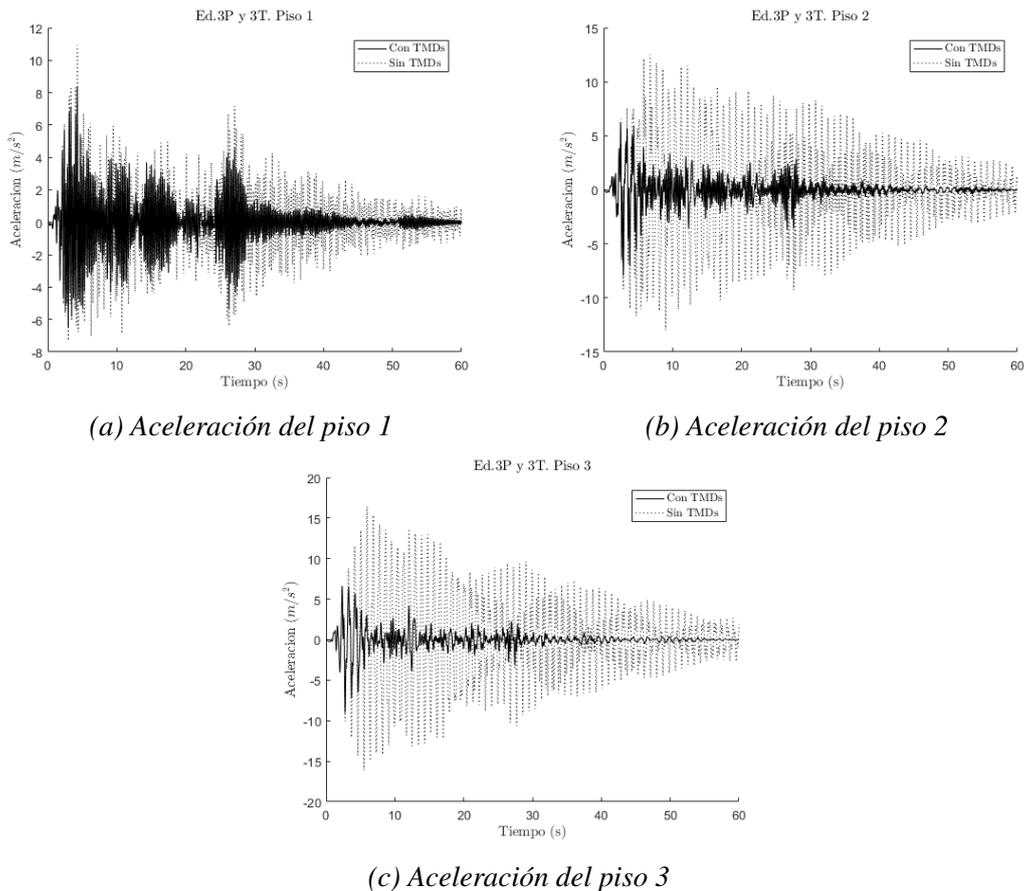


Figura 5.10: Respuestas temporales con tres TMDs que minimizan el máximo de la tercera planta

en un momento dado es el máximo del piso 1 el que sale a relucir. Es por este motivo que el amortiguamiento crece, en un intento de reducir al máximo la respuesta del primer piso, pues la del segundo se reduce fácilmente con TMDs como los de los apartados anteriores. Con el nivel de amortiguamiento obtenido no preocupa en absoluto la carrera del TMD.

El mismo razonamiento aplica al caso del modelo de 3 plantas. Se encuentran máximos similares en las respuestas de las tres plantas con un TMD próximo al primer modo (y esta vez sí, por debajo). Nuevamente, un amortiguamiento ligeramente más elevado al que se encontró anteriormente limita la reducción de la planta superior, igualándola al máximo de las otras plantas.

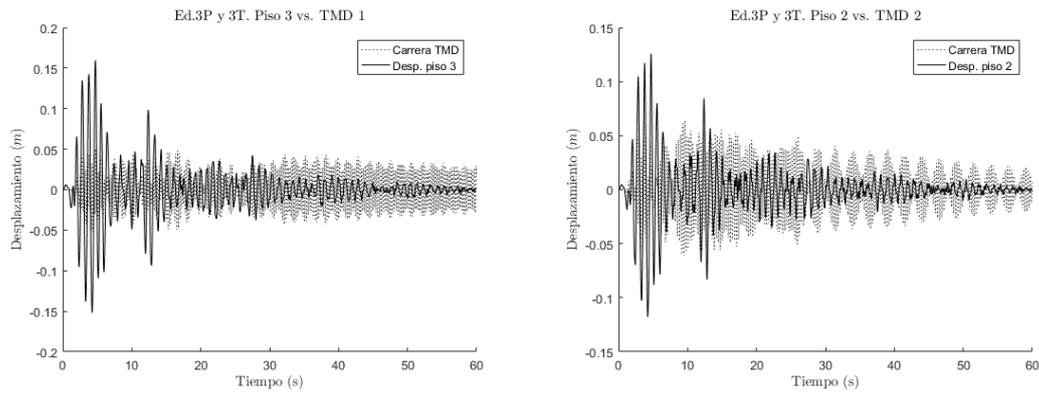
A pesar de los elevados valores de amortiguamiento alcanzados, o precisamente a causa de ellos, los TMDs parecen no adquirir la velocidad relativa a su piso suficiente para disipar una cantidad de energía suficientemente grande. Sin embargo, los niveles de respuesta

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,1189 \text{ kg} \\ f_t = 1,8595 \text{ Hz} \\ \xi_t = 29,45 \% \\ p_t = 2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 2,754 \text{ J} \\ I_1 = 7,543 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,528 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

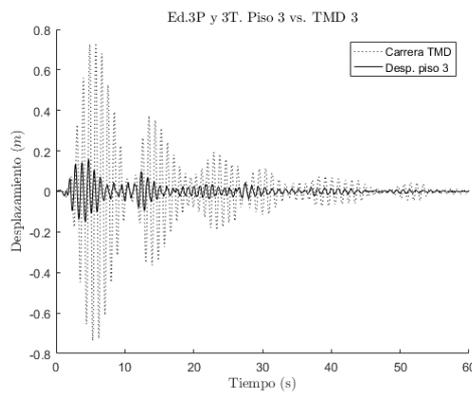
(b) Indicadores

Tabla 5.6: TMD para minimizar el máximo de las aceleraciones del modelo de dos plantas



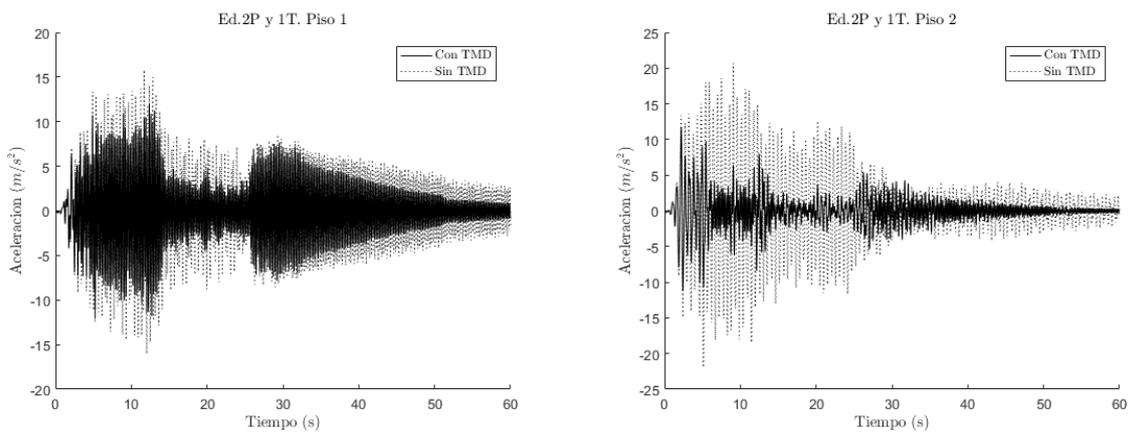
(a) Carrera del TMD 1

(b) Carrera del TMD 2



(c) Carrera del TMD 3

Figura 5.11: Respuestas temporales con tres TMDs que minimizan el máximo de la tercera planta



(a) Aceleración del piso 1

(b) Aceleración del piso 2

Figura 5.12: Respuestas temporales con un TMD que minimizan el máximo de la segunda planta

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,2452 \text{ kg} \\ f_t = 1,0897 \text{ Hz} \\ \xi_t = 11,5 \% \\ p_t = 3 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 1,946 \text{ J} \\ I_1 = 4,495 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 4,877 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 5,608 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

(b) Indicadores

Tabla 5.7: TMD para minimizar el máximo de las aceleraciones del modelo de tres plantas

sí que han sido efectivamente minimizados y los indicadores I_i tienen un valor dentro de lo normal para este Capítulo.

Dos y tres TMDs para la aceleración global. Finalmente, y por cerrar la sección, se operarán exactamente las mismas optimizaciones que en el apartado anterior pero para 2 y 3 TMDs (para los modelos de 2 y 3 plantas respectivamente). Se ofrecen además dos juegos de soluciones: las obtenidas minimizando el máximo de máximos de las respuestas y las que se obtienen diseñando el indicador como suma de todos los máximos. El primero conducirá a una minimización y un enrase las crestas más elevadas, mientras que el segundo tratará de reducir todo lo posible cada uno de los máximos por separado.

La solución para el modelo de dos plantas y dos TMDs, atendiendo al indicador de máximo de máximos, se ilustra en la Figura 5.14 y Tabla 5.8. A la vista de los resultados es necesario llamar la atención sobre varios aspectos. En primer lugar, y como se ha podido constatar a lo largo del trabajo, los TMDs tienen una tendencia natural hacia las frecuencias propias de la estructura ya que cada uno está sintonizado a una de ellas y además está ubicado en el piso que le corresponde. En segundo lugar, los amortiguamientos son realmente pequeños. Se ilustra en la Figura 5.15 la carrera de los TMDs, carrera que vuelve a ser excesiva en el caso del TMD 2 debido al reducido valor de amortiguamiento que posee. Finalmente, el objetivo de la optimización es claro: reducir el máximo absoluto de la respuesta. De esta forma, en ambas curvas se ha igualado dicho máximo y se pierde la oportunidad de reducir alguna de ellas un poco más de la cuenta. Por eso se opera a continuación la optimización en base a la suma de los máximos antes de tratar de reducir el nivel de la carrera de los TMDs.

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,1074 \text{ kg} \\ f_t = 1,8142 \text{ Hz} \\ \xi_t = 1,34 \% \\ p_t = 2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} m_t = 0,0115 \text{ kg} \\ f_t = 4,3970 \text{ Hz} \\ \xi_t = 0,07 \% \\ p_t = 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 1,511 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,071 \text{ J} \\ I_1 = 5,924 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 5,973 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

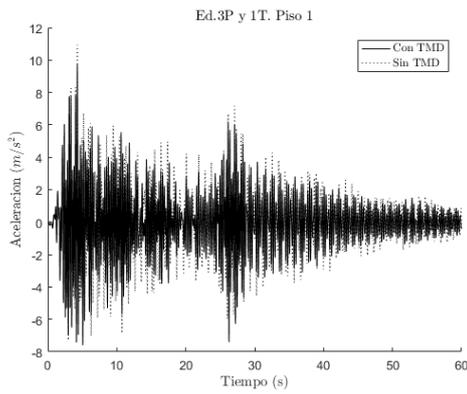
(a) TMD 1

(b) TMD 2

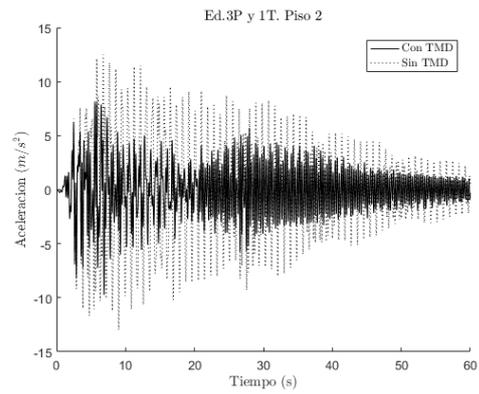
(c) Indicadores

Tabla 5.8: TMDs para minimizar el máximo de una respuesta temporal del modelo de dos plantas

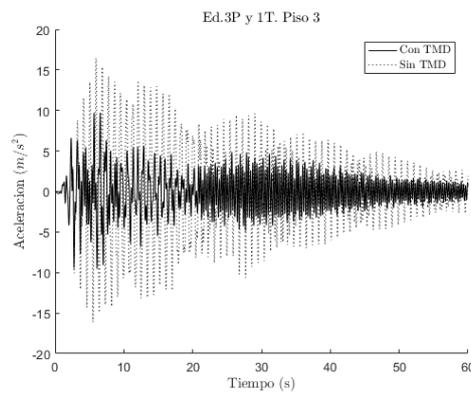
La suma de los máximos arroja la solución de la Figura 5.16 y Tabla 5.9. La gran diferencia se encuentra ahora en la respuesta de la primera planta. Puesto que ahora es posible reducir cada máximo por separado se aprecia que esta primera planta es capaz de ser reducida hasta los 5 m/s^2 , cosa que era impensable hasta ahora con un TMD que paliaba solamente la segunda planta o la optimización del máximo de máximos que terminaba enrasando todos ellos en el entorno de los 10 m/s^2 . Los amortiguamientos no han subido en exceso esta vez, y la carrera del TMD 2 ha dejado de preocupar (Figura



(a) Carrera del TMD 1

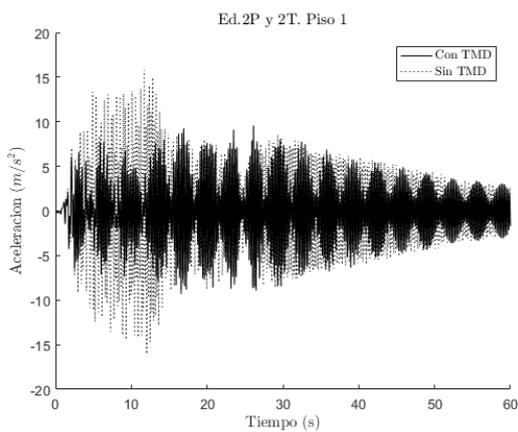


(b) Carrera del TMD 2

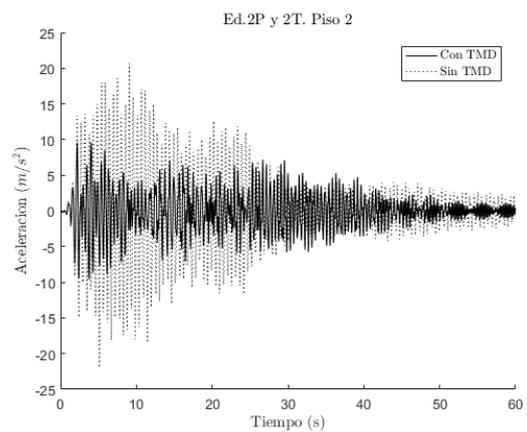


(c) Carrera del TMD 3

Figura 5.13: Respuestas temporales con tres TMDs que minimizan el máximo de la tercera planta

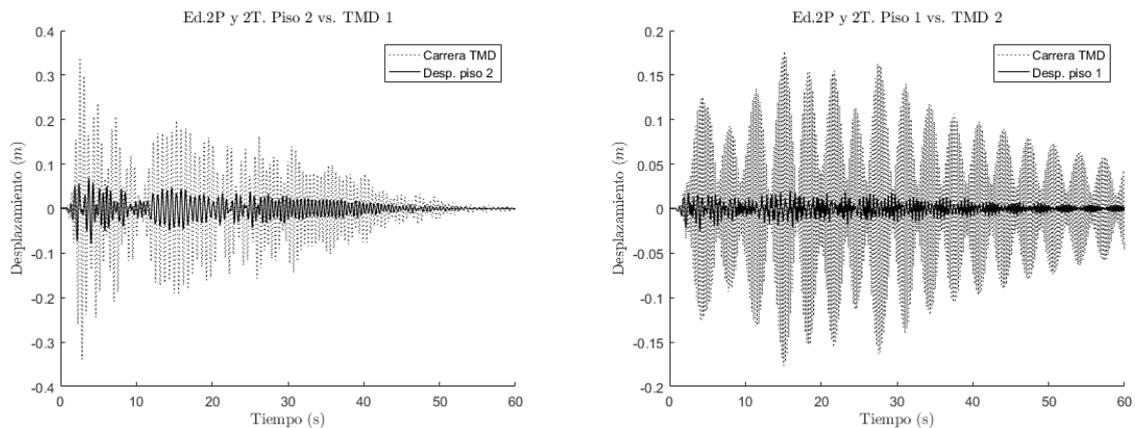


(a) Aceleración del piso 1



(b) Aceleración del piso 2

Figura 5.14: Respuestas temporales con dos TMDs que minimizan el máximo global del modelo de 2 plantas



(a) Carrera del TMD 1

(b) Carrera del TMD 2

Figura 5.15: Carreras de los TMDs que minimizan el máximo global del modelo de 2 plantas

5.17). Sin embargo, la del TMD 1 sí que ha crecido considerablemente, más allá de los límites admisibles.

$\begin{cases} m_t = 0,0657 \text{ kg} \\ f_t = 1,8271 \text{ Hz} \\ \xi_t = 1,02 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0532 \text{ kg} \\ f_t = 4,1962 \text{ Hz} \\ \xi_t = 1,27 \% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 1,249 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,187 \text{ J} \\ I_1 = 3,337 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,316 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 5.9: TMDs para minimizar la suma de máximos de las respuestas temporales del modelo de dos plantas

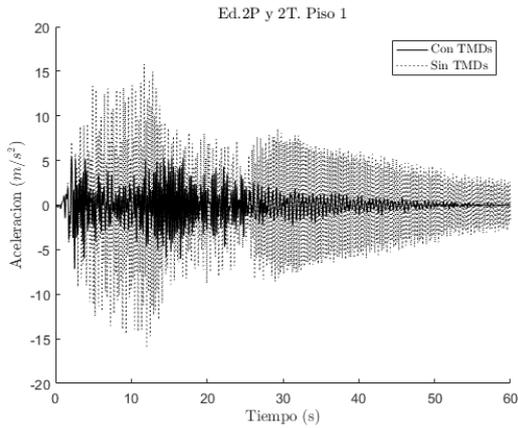
En la Figura 5.18 y Tabla 5.10 se muestra la solución para el caso expuesto anteriormente con la consideración añadida de la carrera de los TMDs, habiendo además multiplicado por dos el máximo de la carrera para aproximarla un poco al orden de magnitud de las aceleraciones. Nuevamente, y como ya es casi habitual en este trabajo, la solución obtenida sacrifica parte del rendimiento sacado a los TMDs en lo que a respuesta de la estructura se refiere a favor de limitar la carrera de los mismos y proporcionarles un nivel de amortiguamiento más realista.

$\begin{cases} m_t = 0,1053 \text{ kg} \\ f_t = 1,7952 \text{ Hz} \\ \xi_t = 2,02 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0136 \text{ kg} \\ f_t = 4,2382 \text{ Hz} \\ \xi_t = 4,82 \% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 0,190 \text{ J} \\ W_{C2} = 1,646 \text{ J} \\ I_1 = 3,462 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 5,545 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

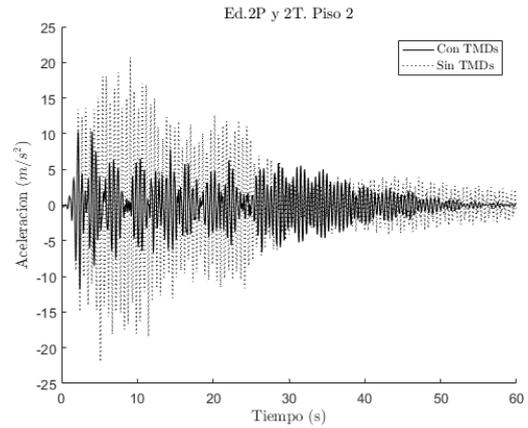
Tabla 5.10: TMDs para minimizar la suma de máximos de las respuestas temporales y la carrera de los TMDs del modelo de dos plantas

En todos los casos se repite la misma tónica: cantidad de energía disipada por los TMDs más bien discreta e indicadores de la respuesta temporal realmente buenos.

El edificio de 3 plantas se ha tratado exactamente de la misma forma. En la Figura 5.20 y Tabla 5.11 se muestra la solución para el caso de minimizar el máximo absoluto de las

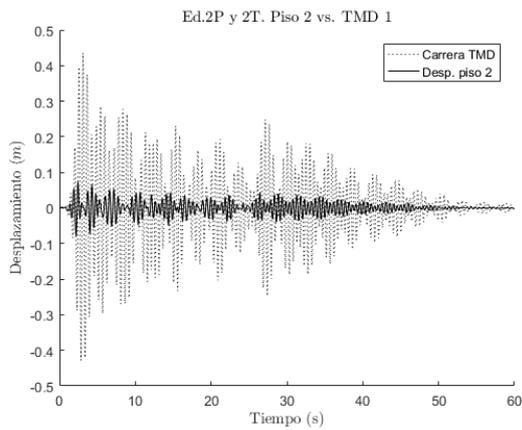


(a) Aceleración del piso 1

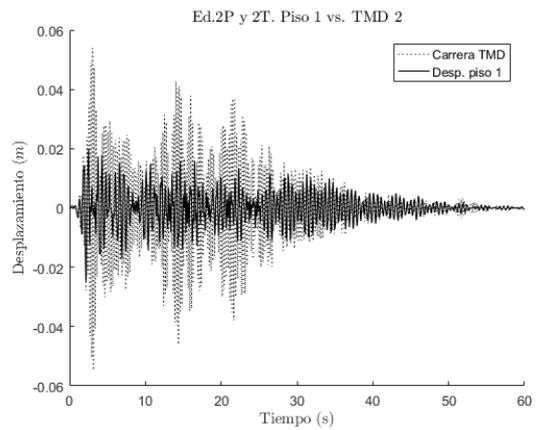


(b) Aceleración del piso 2

Figura 5.16: Respuestas temporales con dos TMDs que minimizan la suma de máximos global

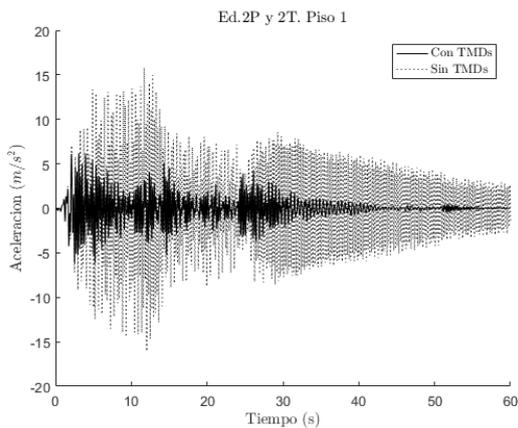


(a) Carrera del TMD 1

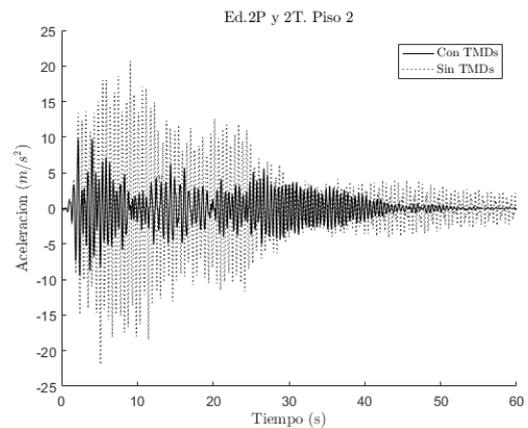


(b) Carrera del TMD 2

Figura 5.17: Carreras de los TMDs que minimizan el máximo global del modelo de 2 plantas



(a) Aceleración del piso 1



(b) Aceleración del piso 2

Figura 5.18: Respuestas temporales con dos TMDs que minimizan la suma de máximos global y la carrera de los TMDs

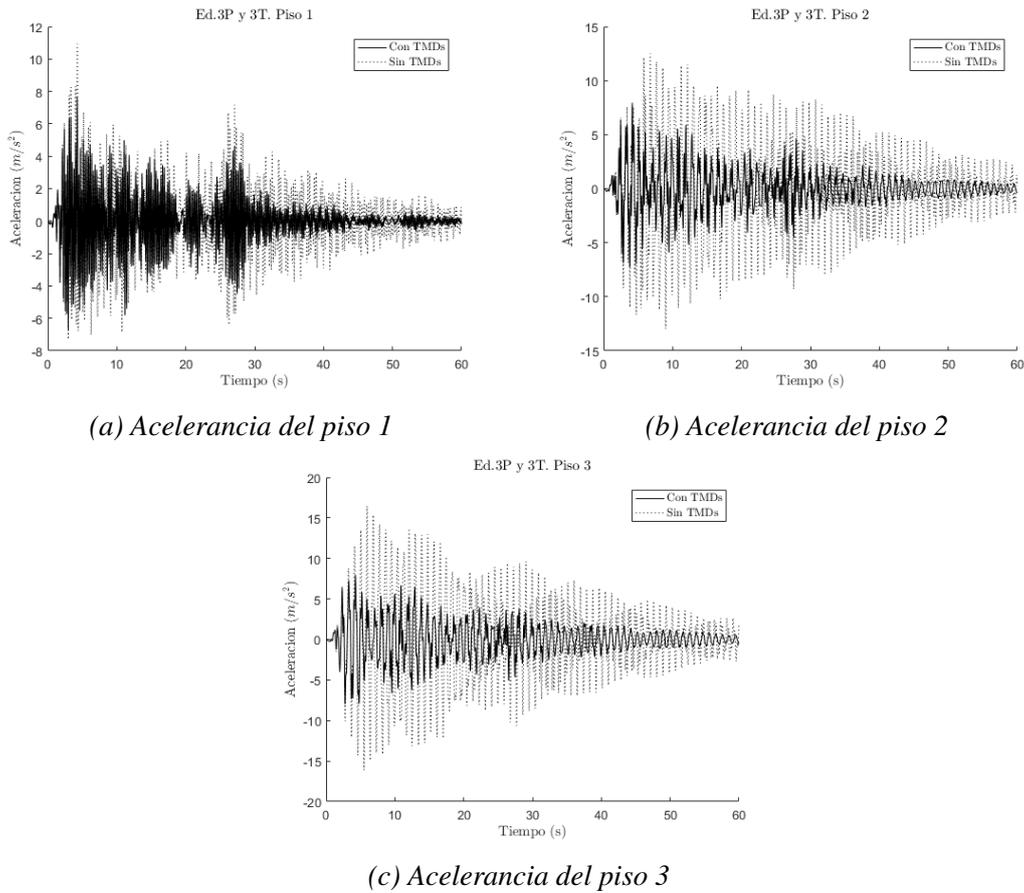


Figura 5.20: Respuestas temporales con tres TMDs que minimizan el máximo de la tercera planta

$m_t = 0,1188 \text{ kg}$ $f_t = 1,1499 \text{ Hz}$ $\xi_t = 4,85 \%$ $p_t = 3$	$m_t = 0,0452 \text{ kg}$ $f_t = 4,1156 \text{ Hz}$ $\xi_t = 4,11 \%$ $p_t = 1$	$m_t = 0,0812 \text{ kg}$ $f_t = 3,1484 \text{ Hz}$ $\xi_t = 0,45 \%$ $p_t = 2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3
$W_{C1} = 5,213 \text{ J}$ $W_{C2} = 0,249 \text{ J}$ $W_{C3} = 0,105 \text{ J}$ $I_1 = 2,848 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 3,842 \text{ m/s}^2$ $I_3 = 4,460 \text{ m/s}^2$		
(d) Indicadores		

Tabla 5.12: TMDs para minimizar la suma de máximos de la respuesta del modelo de tres plantas

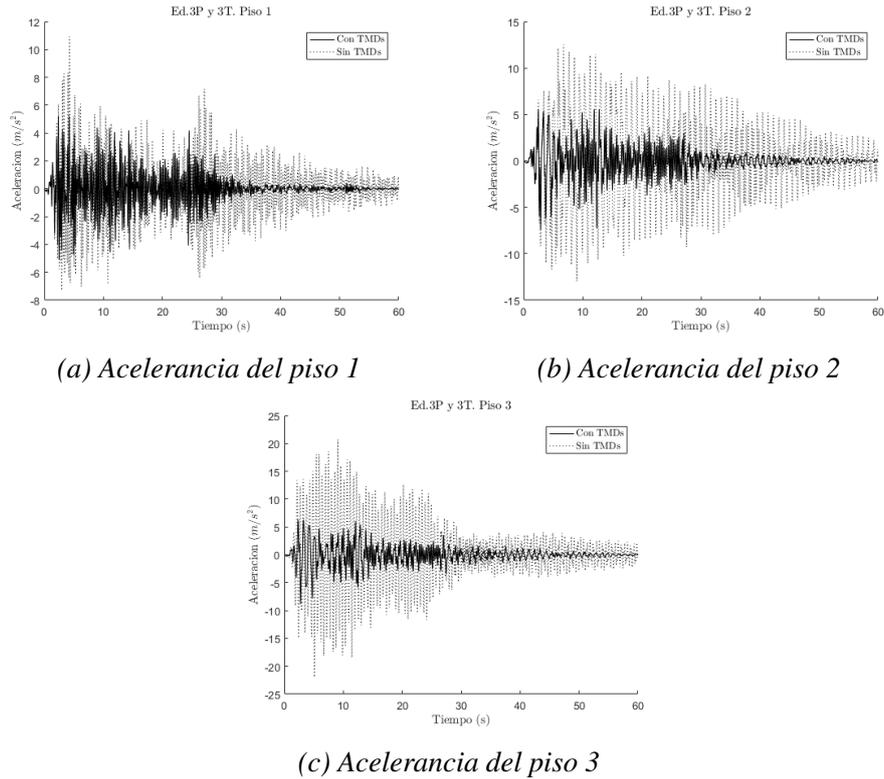


Figura 5.21: Respuestas temporales con tres TMDs que minimizan la suma de máximos del modelo de tres plantas

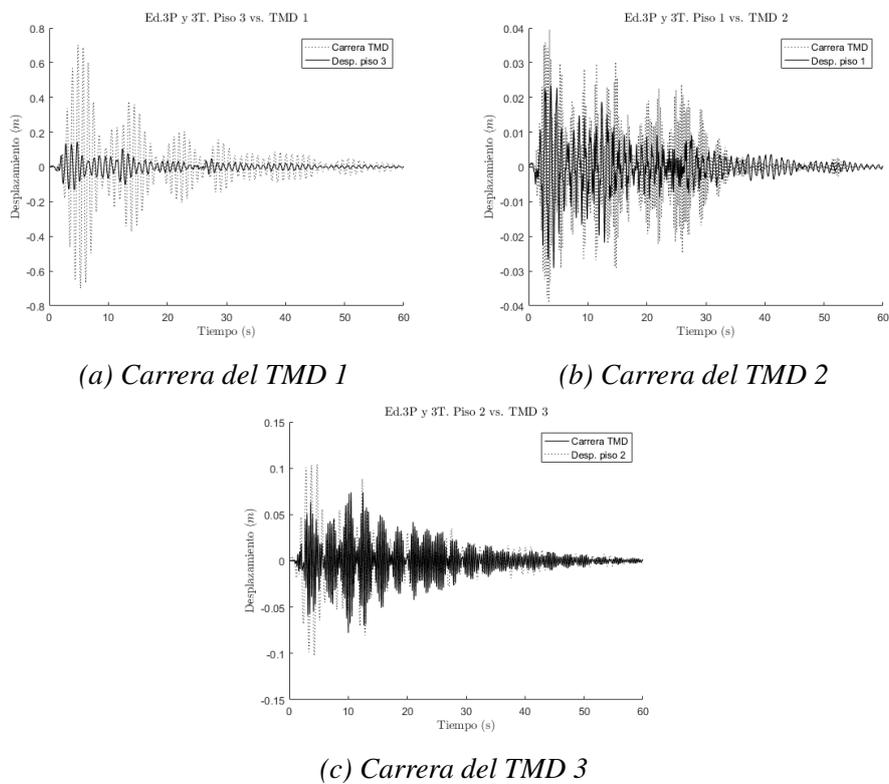


Figura 5.22: Carreras de los tres TMDs que minimizan la suma de máximos del modelo de tres plantas

5.2. Área bajo la curva de una respuesta temporal

Como se ha visto, la minimización del máximo de la señal temporal puede llegar a ofrecer muy buenos resultados. Tanto es así, que se logra en la mayoría de las situaciones reducir enormemente el nivel global de la respuesta. Sin embargo, centrando los esfuerzos únicamente en la zona del máximo, que casi siempre sucede en los primeros segundos de la excitación, no se asegura que el resto de la respuesta haya alcanzado realmente su nivel más bajo. Probablemente no. En este apartado se va a tomar como indicador para minimizar el área bajo la curva de una o varias respuestas temporales tal y como se muestra en la Ecuación 5.3, garantizando así que los TMDs dimensionados en cada momento aplaquen al máximo la respuesta de forma global siendo conscientes, eso sí, de que posiblemente se pierda efectividad en el entorno más próximo de los máximos.

$$Ta_j = \int_0^{T_f} \ddot{x}_j(t) dt \quad ; \quad Ta = \sum_j \left(\int_0^{T_f} \ddot{x}_j(t) dt \right) \quad (5.3)$$

Una precaución importante a la hora de operar esta área es que puede ser positiva o negativa, según si se encuentra por encima o por debajo del eje temporal. Existen, al menos, dos soluciones posibles al problema: o bien se eleva al cuadrado la señal o bien se opera el valor absoluto. En este caso, por rapidez en el cálculo, se opta por extraer el valor absoluto, obteniéndose una definición del indicador como se muestra en la Ecuación 5.4 para una respuesta $y(t)$ cualquiera. En el caso de no tomar el mencionado valor absoluto, el algoritmo genético tenderá a emplazar los TMDs de forma que se logre la mayor cantidad de área negativa, porque para él eso es lo que significa *minimizar* el indicador, y no es ese el objetivo.

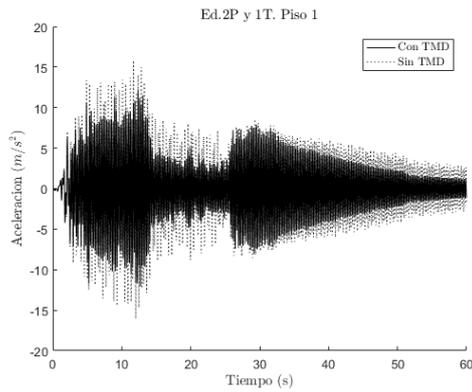
$$T_2 = \int_0^T |y(t)| dt \quad (5.4)$$

Para este indicador así definido se van a operar las mismas optimizaciones que en el apartado anterior: un solo TMD para la planta superior de cada modelo, varios TMDs (dos o tres, según el modelo) para la planta superior de ambos modelos, un TMD para el área total de todas las respuestas temporales y dos o tres TMDs para el área total de todas las respuestas temporales.

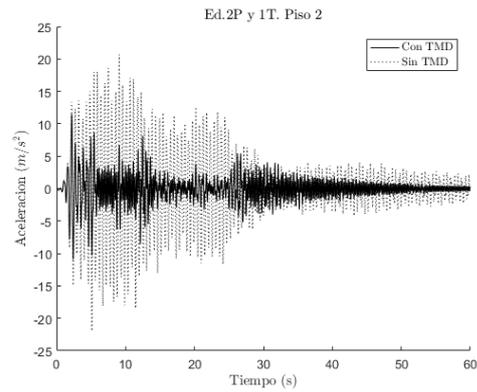
Un TMD para aceleración del piso superior. La optimización se llevará a cabo tanto para el modelo de dos plantas como para el de tres. En la Figura 5.23 y Tabla 5.13 se muestra la solución para el modelo de dos plantas. Como se aprecia, la solución es cualitativamente igual a la que se podría haber obtenido por minimización del máximo de la respuesta de la segunda planta, pero en esta ocasión es seguro que la respuesta, de forma general, es mínimia en esa planta. El amortiguamiento en esta circunstancia es relativamente grande, por lo que la carrera del TMD no preocupa en absoluto.

Para el caso del modelo de tres plantas, para el que se minimiza la respuesta de la tercera planta, se muestra la solución en la Figura 5.24 y Tabla 5.14. Nuevamente, la solución es cualitativamente igual a la que se podría haber obtenido minimizando el máximo en esa planta. El amortiguamiento es relativamente elevado: no preocupa la carrera del TMD.

Dos y tres TMDs para aceleración del piso superior. En este apartado se van a mostrar las soluciones para el modelo de dos plantas con dos TMDs y para el de tres plantas con tres

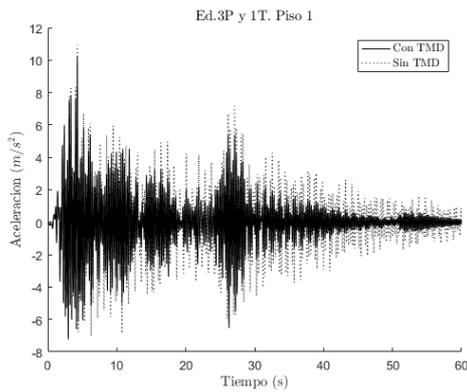


(a) Aceleración de la planta 1

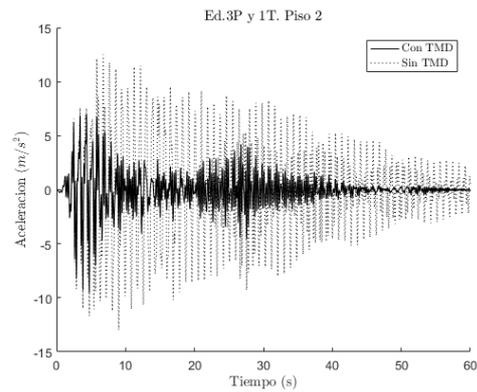


(b) Aceleración de la planta 2

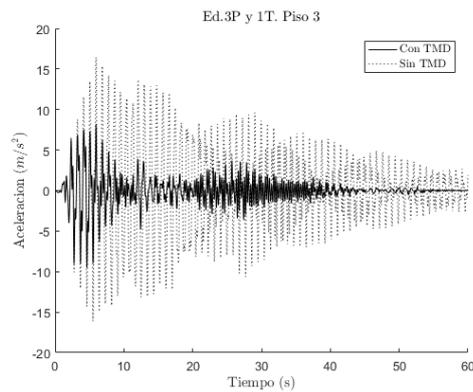
Figura 5.23: Respuestas del modelo de dos plantas con un TMD que minimiza el área de la segunda



(a) Aceleración de la planta 1



(b) Aceleración de la planta 2



(c) Aceleración de la planta 3

Figura 5.24: Respuestas del modelo de tres plantas con un TMD que minimiza el área de la tercera

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,1189 \text{ kg} \\ f_t = 1,8122 \text{ Hz} \\ \xi_t = 23,87 \% \\ p_t = 2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 2,690 \text{ J} \\ I_1 = 7,745 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,378 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

(b) Indicadores

Tabla 5.13: TMD para minimizar el área de la segunda planta del modelo de dos plantas

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,2452 \text{ kg} \\ f_t = 1,1266 \text{ Hz} \\ \xi_t = 30,26 \% \\ p_t = 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 5,690 \text{ J} \\ I_1 = 4,460 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 4,387 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 5,235 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

(b) Indicadores

Tabla 5.14: TMD para minimizar el área de la tercera planta del modelo de tres plantas

TMDs. En lo que al modelo de dos plantas respecta (Figura 5.25 y Tabla 5.15), se aprecia cómo, una vez más, cada TMD es destinado a paliar el efecto de una frecuencia propia diferente. Los amortiguamientos, además, no son tan grandes como el de un TMD solo. Finalmente, es notable la poca masa destinada al segundo modo, en la planta primera, y lo reducida que es la respuesta a pesar de ello.

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,1121 \text{ kg} \\ f_t = 1,8253 \text{ Hz} \\ \xi_t = 12,22 \% \\ p_t = 2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} m_t = 0,0068 \text{ kg} \\ f_t = 4,3638 \text{ Hz} \\ \xi_t = 2,56 \% \\ p_t = 1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 2,407 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,197 \text{ J} \\ I_1 = 3,767 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,050 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

(b) TMD 2

(c) Indicadores

Tabla 5.15: TMDs para minimizar el área de la segunda planta del modelo de dos plantas

La solución de este apartado para el modelo de tres plantas se ilustra en la Figura 5.26 y Tabla 5.16. Puesto que solo se reduce el nivel de la tercera planta, todos los esfuerzos de optimización se destinan a ello y, como se aprecia, el efecto de los TMDs ubicados tiene poca repercusión sobre la primera planta. De esta forma, se consiguen dos TMDs diferentes orientados al primer modo y otro al segundo, los modos con mayores coordenadas modales en la tercera planta.

Un TMD para la aceleración global. A continuación se mostrarán los resultados de dimensionar un TMD con el fin de reducir al máximo las áreas de todas las plantas simultáneamente. En la Figura 5.27 y Tabla 5.17 se muestra el resultado de operar dicha optimización para el modelo de dos plantas. Como se aprecia, y debido a que se fuerza a afectar lo más posible a las dos plantas, la sintonización del TMD arroja algún valor extraño al igual que sucedió cuando se trató de minimizar el máximo global de la respuesta en frecuencia. Entre estos valores extraños cabe destacar que la frecuencia de sintonización ahora se encuentra un poco por encima de la primera frecuencia propia en lugar de por debajo (lo habitual) y que el amortiguamiento ha crecido enormemente. Aun con todo, el TMD se sigue ubicando en el piso 2, lugar desde el que afecta en mayor medida a los dos modos propios de la estructura.

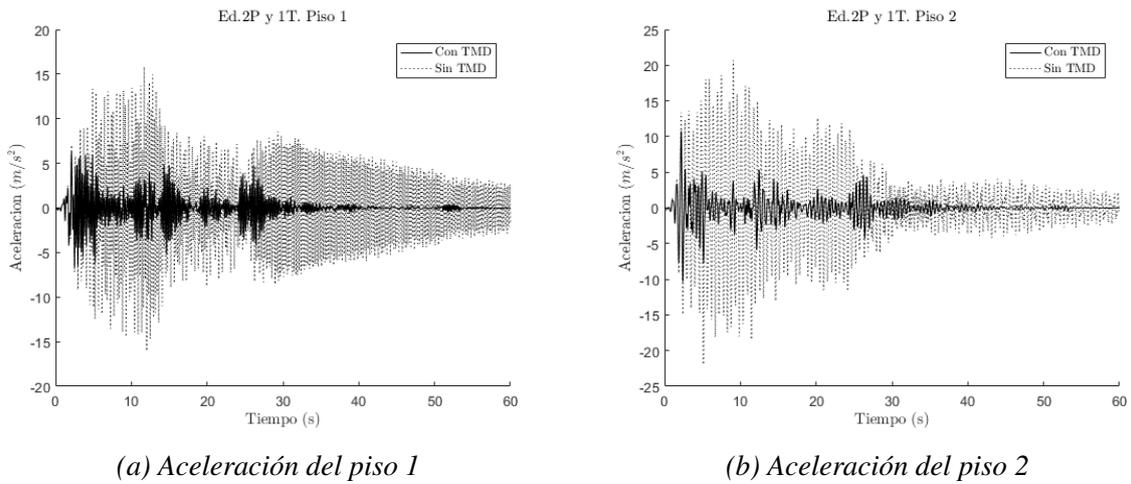


Figura 5.25: Respuestas del modelo de dos plantas con dos TMDs que minimizan el área de la segunda

$\begin{cases} m_t = 0,0656 \text{ kg} \\ f_t = 3,2804 \text{ Hz} \\ \xi_t = 5,64 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0564 \text{ kg} \\ f_t = 1,0267 \text{ Hz} \\ \xi_t = 4,13 \% \\ p_t = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,1232 \text{ kg} \\ f_t = 1,1694 \text{ Hz} \\ \xi_t = 5,48 \% \\ p_t = 3 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3
$\begin{cases} W_{C1} = 0,231 \text{ J} \\ W_{C2} = 1,582 \text{ J} \\ W_{C3} = 3,096 \text{ J} \\ I_1 = 4,002 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 3,903 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 4,270 \text{ m/s}^2 \end{cases}$		
(d) Indicadores		

Tabla 5.16: TMDs para minimizar el área de la tercera planta del modelo de tres plantas

$\begin{cases} m_t = 0,1189 \text{ kg} \\ f_t = 2,0772 \text{ Hz} \\ \xi_t = 47,42 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,778 \text{ J} \\ I_1 = 7,009 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 8,607 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) Indicadores

Tabla 5.17: TMD para minimizar el área total de las respuestas del modelo de dos plantas

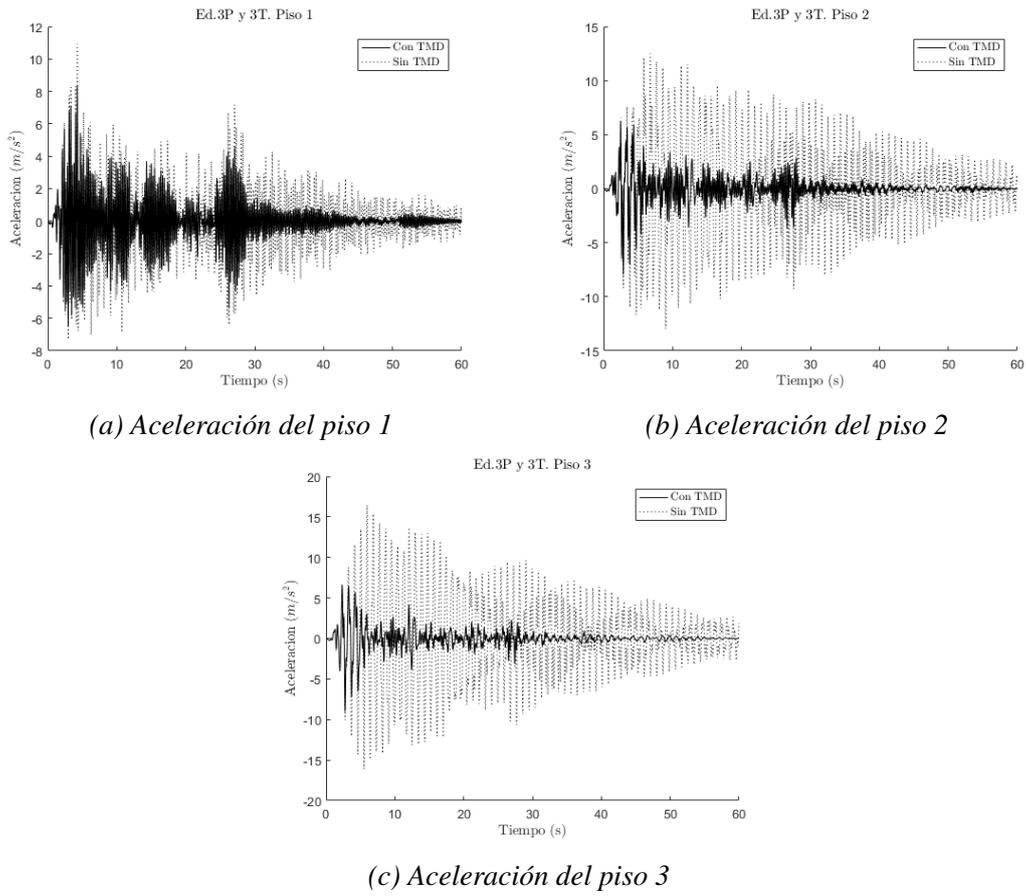


Figura 5.26: Respuestas del modelo de tres plantas con tres TMDs que minimizan el área de la tercera

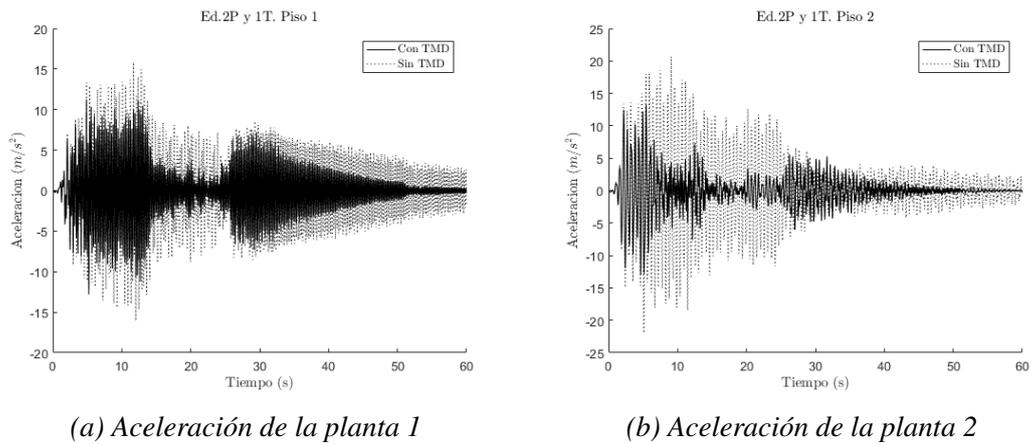


Figura 5.27: Respuestas del modelo de dos plantas con un TMD que minimiza el área total de todas las respuestas

Por supuesto, el modelo de tres plantas no escapa del razonamiento expuesto para el modelo de dos plantas. Como se aprecia en la Figura 5.28 y Tabla 5.18, es cierto que la primera planta ha sido más afectada que en el caso anterior, en detrimento de las otras dos, pero a costa de aumentar el amortiguamiento del TMD y sintonizarlo a una frecuencia un poco por encima de la primera frecuencia propia. Aun así, el TMD se sigue ubicando en la última planta, como antes.

$$\left| \begin{array}{l} m_t = 0,2452 \text{ kg} \\ f_t = 1,1622 \text{ Hz} \\ \xi_t = 36,77 \% \\ p_t = 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} W_{C1} = 5,469 \text{ J} \\ I_1 = 4,447 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 4,542 \text{ m/s}^2 \\ I_3 = 5,530 \text{ m/s}^2 \end{array} \right|$$

(a) TMD 1

(b) Indicadores

Tabla 5.18: TMD para minimizar el área de todas las respuestas del modelo de tres plantas

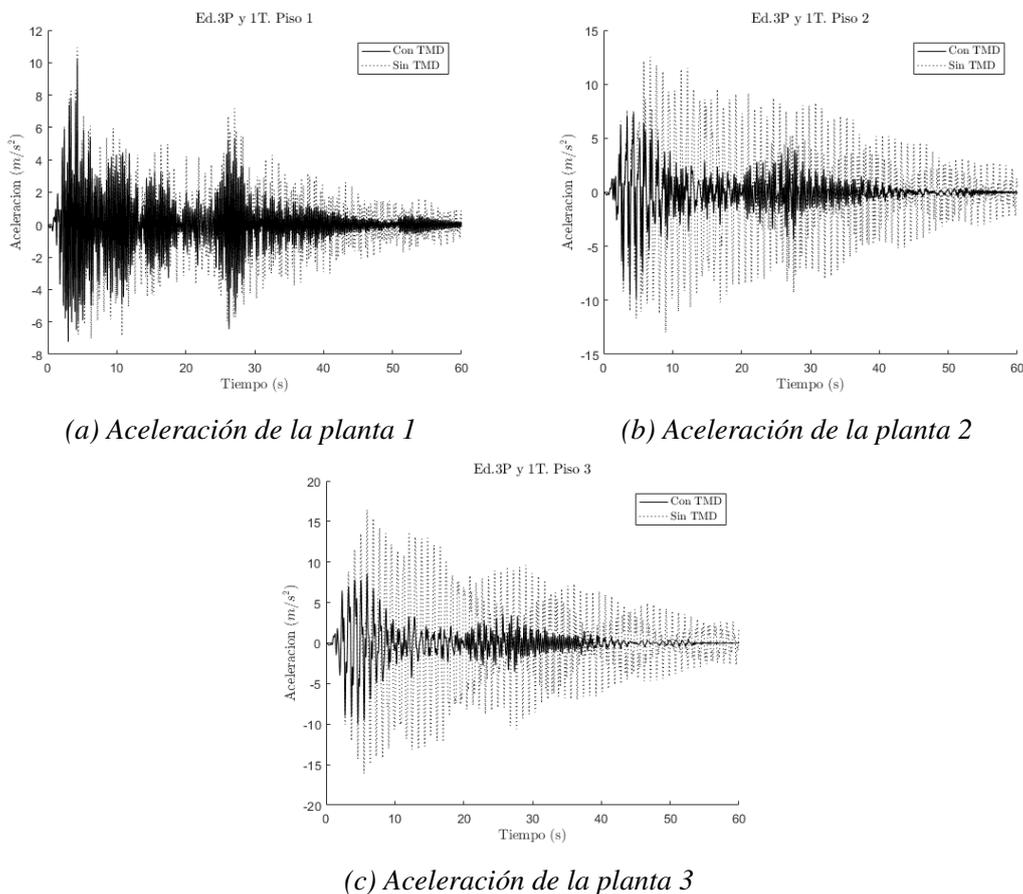


Figura 5.28: Respuestas del modelo de tres plantas con un TMD que minimiza el área de todas las respuestas del modelo

Dos y tres TMDs para aceleración global. Finalmente, para terminar con esta sección, se van a sintonizar varios TMDs para paliar el área bajo la curva total de cada uno de los dos modelos. Para el modelo de dos plantas se tiene una solución como la de la Figura 5.29 y la Tabla 5.19. Como se puede comprobar, en estas circunstancias es cuando mejores resultados se obtienen: las dos respuestas han sido drásticamente reducidas con una distribución

normal de masa, frecuencias ligeramente por debajo de las frecuencias propias de la estructura y factores de amortiguamiento crítico en rangos más que admisibles. Además, cada TMD ha sido ubicado en una planta diferente.

$\begin{cases} m_t = 0,0910 \text{ kg} \\ f_t = 1,8289 \text{ Hz} \\ \xi_t = 11,04\% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0279 \text{ kg} \\ f_t = 4,3571 \text{ Hz} \\ \xi_t = 5,37\% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,421 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,206 \text{ J} \\ I_1 = 3,711 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 6,335 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 5.19: TMDs para minimizar el área total de las respuestas del modelo de dos plantas

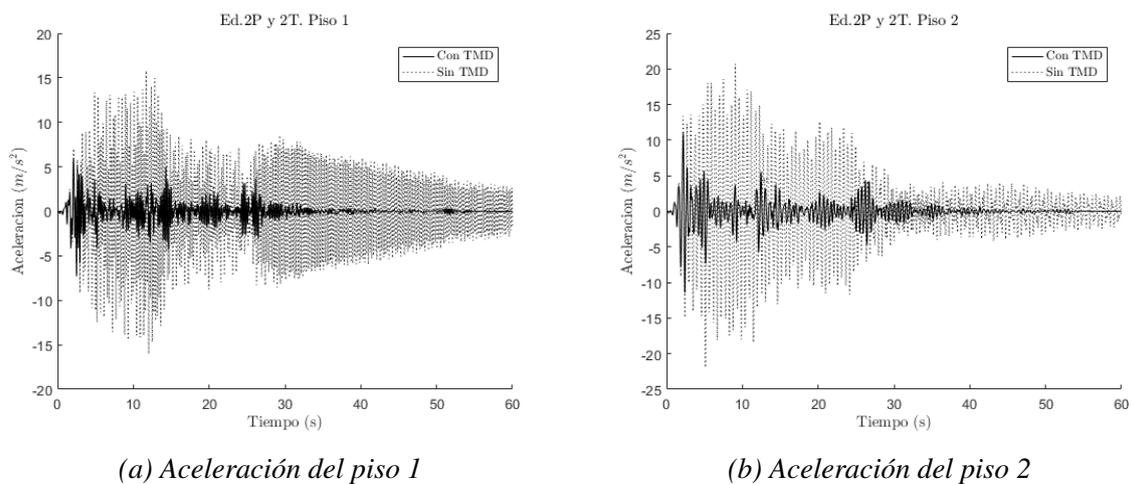


Figura 5.29: Respuestas del modelo de dos plantas con dos TMDs que minimizan el área total de las respuestas de la estructura

Finalmente, en lo que al modelo de tres plantas respecta (Figura 5.30 y Tabla 5.20), todo es igual de normal. Cada TMD se encuentra sintonizado a una frecuencia ligeramente inferior a la de una frecuencia propia de la estructura y con niveles de amortiguamiento dentro de un orden.

$m_t = 0,0399 \text{ kg}$	$m_t = 0,1596 \text{ kg}$	$m_t = 0,0456 \text{ kg}$
$f_t = 4,2469 \text{ Hz}$	$f_t = 1,1242 \text{ Hz}$	$f_t = 3,2853 \text{ Hz}$
$\xi_t = 5,50 \%$	$\xi_t = 8,63 \%$	$\xi_t = 4,67 \%$
$p_t = 1$	$p_t = 3$	$p_t = 2$

(a) TMD 1

(b) TMD 2

(c) TMD 3

$W_{C1} = 0,208 \text{ J}$
$W_{C2} = 5,453 \text{ J}$
$W_{C3} = 0,216 \text{ J}$
$I_1 = 3,090 \text{ m/s}^2$
$I_2 = 3,928 \text{ m/s}^2$
$I_3 = 4,459 \text{ m/s}^2$

(d) Indicadores

Tabla 5.20: TMDs para minimizar el área total de las respuestas del modelo de tres plantas

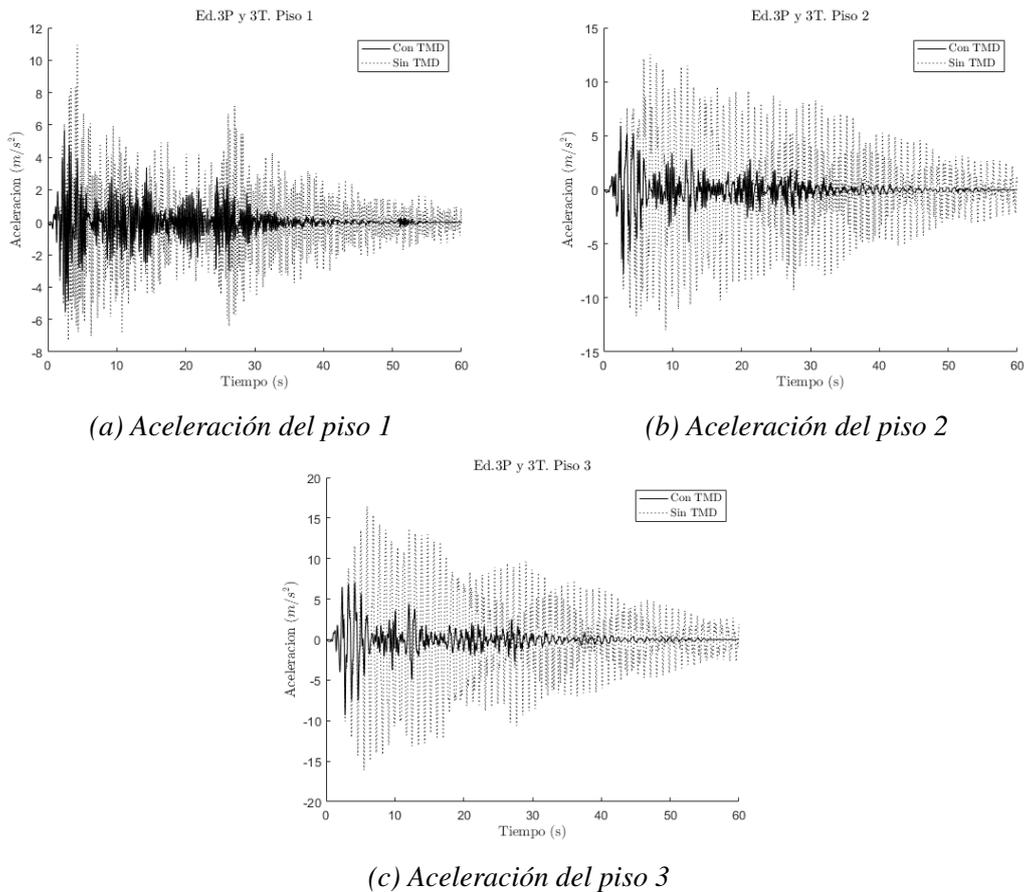


Figura 5.30: Respuestas del modelo de tres plantas con tres TMDs que minimizan el área total de las respuestas de la estructura

6. DISCUSIÓN Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se realizará un resumen de los resultados y conclusiones obtenidos a lo largo de los dos capítulos anteriores, discutiéndose la validez de cada uno de los indicadores propuestos para la obtención del conjunto de TMDs sintonizados. Por centrar las ideas, se recopilan en la Tabla 6.1 todas las optimizaciones realizadas en el dominio de la frecuencia y en la Tabla 6.2 las realizadas en el dominio del tiempo. En ambos casos se les proporciona una identificación para poder hacer referencia a ellas en los gráficos siguientes. Por supuesto, únicamente solo se contemplan soluciones *viabiles*, obviándose, por ejemplo, las que proporcionaron carreras de TMDs excesivamente grandes sustituidas, naturalmente, por los casos en que se cuidó en limitar dichas carreras. Se incluyen, además, algunas optimizaciones más en base a las ecuaciones de Den Hartog y Warburton que no han sido discutidas explícitamente en el texto pero que son fácilmente calculables a partir de la metodología ilustrada en el Capítulo 2 y el ejemplo del Capítulo 4.

Modelo	Optimización				Figura	Tabla	ID	
	TMDs	Tipo	Piso	Modo				
2 Pisos	1 TMD	Máximo	2	1	4.2	4.1	F.2P1T.p2m1	
		Máximo	1	2	4.4	4.2	F.2P1T.p1m2	
		Den Hartog	2	1	4.5	4.4	DH.2P1T.p2m1	
		Den Hartog	1	2	-	-	DH.2P1T.p1m2	
		Máximo	2	Todo	4.15	4.12	F.2P1T.p2mt	
	2 TMDs	Máx. <i>bruto</i>	2/1	1/2	4.9	4.6	Fb.2P2T.p21m12	
		Máximo	2/1	1/2	4.12	4.9	F.2P2T.p21m12	
		Máximo	2	Todo	4.16	4.13	F.2P2T.p2mt	
		Máximo	Todo	1	4.20	4.17	F.2P2T.ptm1	
		Máximo	Todo	Todo	4.23	4.20	F.2P2T.ptmt	
		Suma máx.	Todo	Todo	4.24	4.21	Fs.2P2T.ptmt	
	3 Pisos	1 TMD	Máximo	3	1	4.6	4.5	F.3P1T.p3m1
			Máximo	2	2	4.7	4.5	F.3P1T.p2m2
			Máximo	1	3	4.8	4.5	F.3P1T.p1m3
Den Hartog			3	1	-	-	DH.3P1T.p3m1	
Den Hartog			2	2	-	-	DH.3P1T.p2m2	
Den Hartog			1	3	-	-	DH.3P1T.p1m3	
Máximo			3	Todo	4.17	4.14	F.3P1T.p3mt	
2 TMDs		Máximo	3	Todo	4.19	4.16	F.3P2T.p3mt	
		Máximo	Todo	1	4.22	4.19	F.3P2T.ptm1	
3 TMDs		Máx. <i>bruto</i>	3/2/1	1/2/3	4.10	4.7	Fb.3P3T.p321m123	
		Máximo	3/2/1	1/2/3	4.14	4.11	F.3P3T.p321m123	
		Máximo	3	Todo	4.18	4.15	F.3P3T.p3mt	
		Máximo	Todo	1	4.21	4.18	F.3P3T.ptm1	
		Máximo	Todo	Todo	4.25	4.22	F.3P3T.ptmt	
		Suma máx.	Todo	Todo	4.26	4.23	Fs.3P3T.ptmt	

Tabla 6.1: Tabla resumen de las optimizaciones realizadas en el dominio de la frecuencia

El análisis de los resultados se realizará siguiendo el siguiente patrón lógico: en primer

Modelo	Optimización			Figura	Tabla	ID
	TMDs	Tipo	Piso			
2 Pisos	1 TMD	Máximo	2	5.2	5.1	T.2P1T.p2
		Máximo	Todo	5.12	5.6	T.2P1T.pt
		Área	2	5.23	5.13	Ta.2P1T.p2
		Área	Todo	5.27	5.17	Ta.2P1T.pt
	2 TMDs	Máximo	2	5.8	5.4	T.2P2T.p2
		Máximo	Todo	5.14	5.8	T.2P2T.pt
		Suma máx.	Todo	5.18	5.10	Ts.2P2T.pt
		Área	2	5.25	5.15	Ta.2P2T.p2
		Área	Todo	5.29	5.19	Ta.2P2T.pt
3 Pisos	1 TMD	Máximo	3	5.4	5.2	T.3P1T.p3
		Máximo	Todo	5.13	5.7	T.3P1T.pt
		Área	3	5.24	5.14	Ta.3P1T.p3
		Área	Todo	5.28	5.18	Ta.3P1T.pt
	3 TMDs	Máximo	3	5.10	5.5	T.3P3T.p3
		Máximo	Todo	5.20	5.11	T.3P3T.pt
		Suma máx.	Todo	5.21	5.12	Ts.3P3T.pt
		Área	3	5.26	5.16	Ta.3P3T.p3
		Área	Todo	5.30	5.20	Ta.3P3T.pt

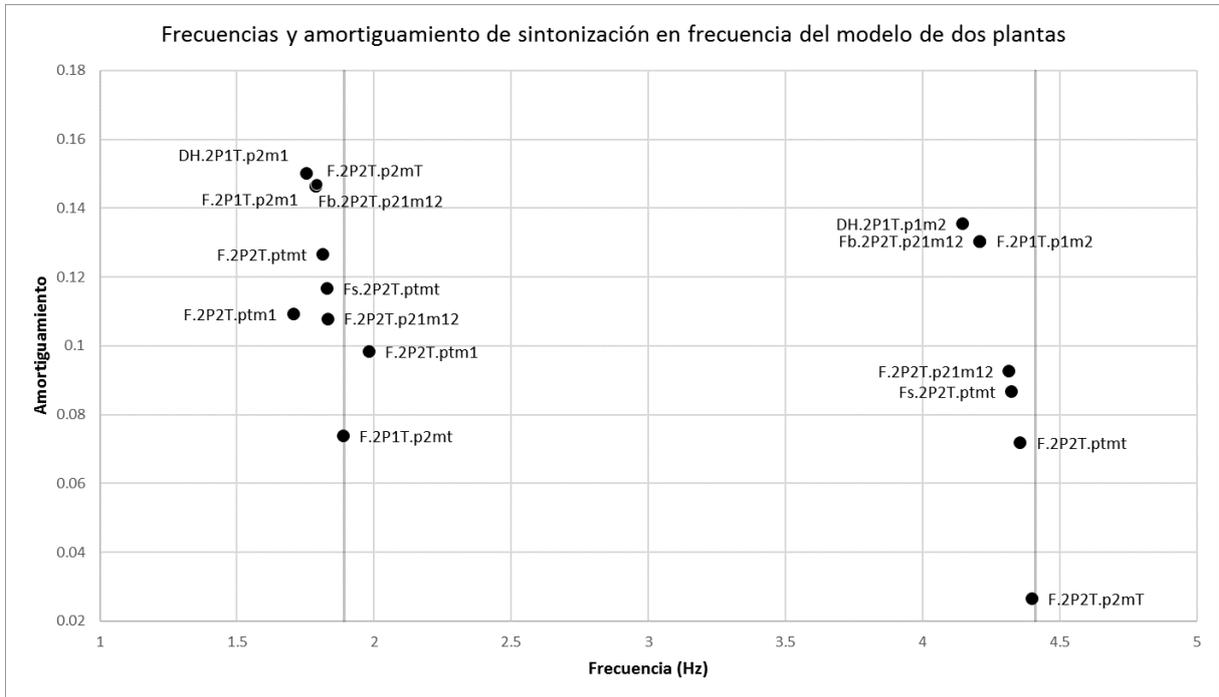
Tabla 6.2: Tabla resumen de las optimizaciones realizadas en el dominio del tiempo

lugar, se estudiarán los resultados en lo que a magnitudes modales se refiere (frecuencias de sintonizado, amortiguamientos y distribuciones de masa) para continuar con la evolución de los indicadores propuestos a lo largo de cada una de las diferentes optimizaciones. Finalmente, se ilustrarán las soluciones que habría arrojado el realizar las optimizaciones en base a los indicadores W_C e I para poner estos resultados de relieve con los anteriores y extraer, en base a todo ello, una serie de conclusiones. Dichas conclusiones se resumen en el Capítulo 7.

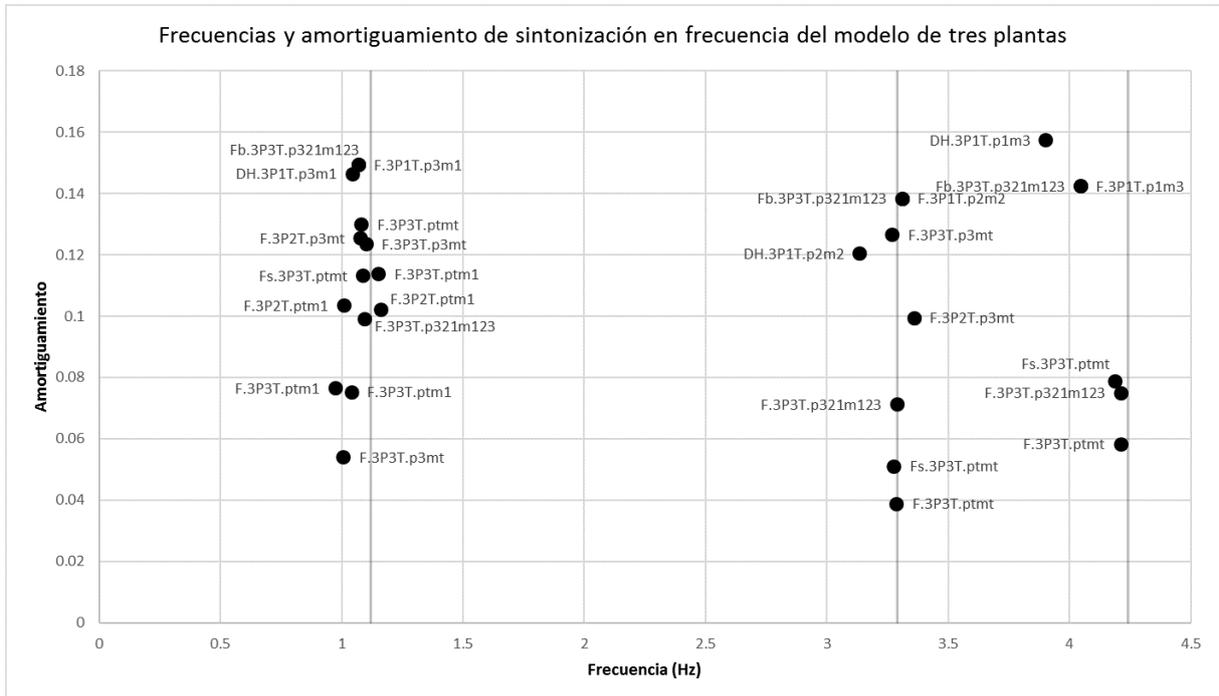
6.1. Discusión sobre parámetros modales de sintonización

En primer lugar, se va a analizar el aspecto que tienen las diferentes soluciones de los TMDs obtenidos tanto en frecuencia como en amortiguamiento. Para ello se van a construir un total de cuatro gráficos planos f vs. ξ , dos para el modelo de dos plantas y otros dos para el modelo de tres, agrupando a su vez las soluciones de las optimizaciones en el dominio de la frecuencia por un lado y las soluciones en el dominio del tiempo por otro. Dichos gráficos se muestran en las Figuras 6.1 y 6.2. En ellos se han incluido, además, con líneas grises tenues la posición de las frecuencias propias de cada uno de los modelos. Por otro lado, hay que destacar que algunas soluciones se salen del rango de amortiguamiento mostrado en los gráficos. Al ser solo unas pocas, y en favor de la claridad del gráfico, se ha decidido prescindir de ellas a nivel visual aunque se comentarán junto con las demás.

Lo primero que llama la atención del conjunto de las soluciones es lo próximas, en frecuencia, que se encuentran unas soluciones de otras. Y no solo eso, sino que además se concentran en el entorno de las frecuencias propias de cada uno de los modelos. Eso es comprensible, y además era esperable, en un contexto en el que se minimizan los máximos de las curvas FRF:

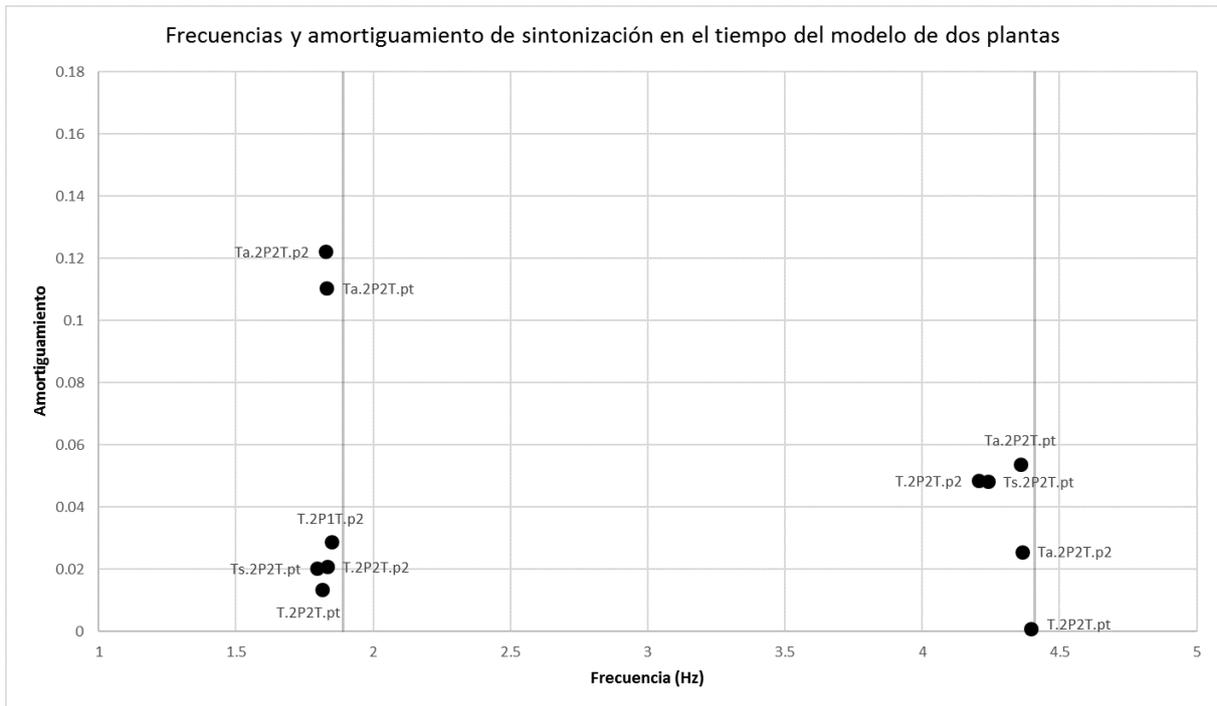


(a) Comparación de soluciones para el modelo de dos plantas

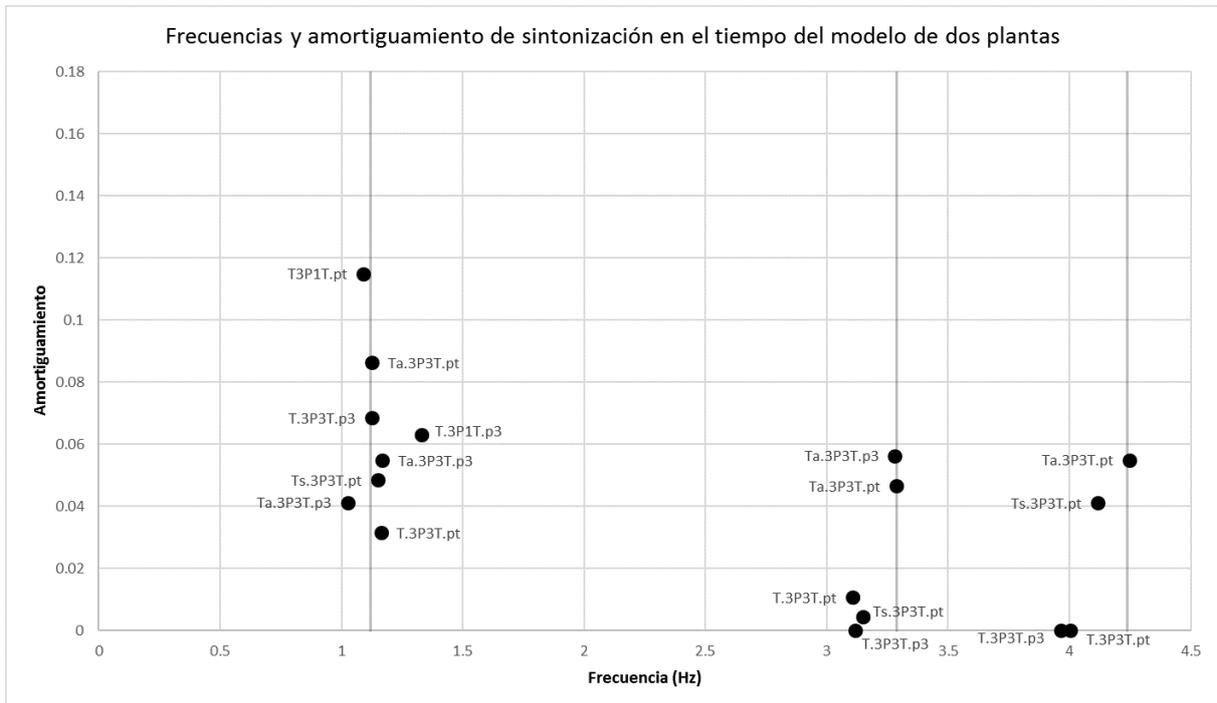


(b) Comparación de soluciones para el modelo de tres plantas

Figura 6.1: Comparación de soluciones obtenidas por optimización en base a FRFs



(a) Comparación de soluciones para el modelo de dos plantas



(b) Comparación de soluciones para el modelo de tres plantas

Figura 6.2: Comparación de soluciones obtenidas por optimización en base al tiempo

puesto que estos máximos se ubican inicialmente en las frecuencias propias de los modelos y siempre permanecen cerca, los TMDs se sintonizan de forma natural en las proximidades de unas frecuencias como esas. Sin embargo, menos evidente parece esta conclusión cuando se trata de optimizar los TMDs en base a respuestas temporales teniendo en cuenta, además, que la excitación aplicada no es, ni mucho menos, armónica. Aun con todo, parece evidente que los TMDs han de encontrarse siempre a frecuencias próximas a las propias del modelo, independientemente del objetivo que tengan.

Lo más habitual, además, es encontrarse con que las frecuencias de sintonización se encuentren por debajo de la frecuencia propia de interés. Los casos que destacan y que se escapan de esta regla son aquellos en los que se pretende minimizar demasiado con un solo TMD como, por ejemplo, cuando se pretende minimizar el máximo global de una FRF con un solo TMD (F.2P1T.p2mt y F.3P1T.p3mt, ambos fuera del gráfico por su elevado nivel de amortiguamiento). Otro caso interesante ocurre cuando se destinan varios TMDs a paliar la respuesta de un mismo modo propio en todas las FRFs del modelo (los terminados en ptm1). Lógicamente, todos ellos están sintonizados en el entorno del modo propio a paliar y algunos, incluso, por encima de la frecuencia propia original. Esto es debido, sin duda, a que se ubican otros por debajo que producen sus propios desdoblados y, con el fin de reducir el nivel de alguno de ellos que potencialmente puede quedar por encima de la frecuencia propia original, el segundo o tercer TMD queda igualmente sintonizado por encima.

El dominio del tiempo no queda exento de casos en que los TMDs quedan sintonizados a frecuencias superiores a las propias. Todos ellos, algunos no mostrados en los gráficos por sus elevados amortiguamientos, son TMDs individuales con los que se ha intentado minimizar más de lo que podían ellos solos asumir. Se incluyen así casos de minimización de áreas globales (del modelo de 2 plantas, Ta.2P1T.pt, y del de 3, Ta.3P1T.p3 y T1.3P1T.pt) así como el caso aislado de la minimización del máximo de la tercera planta del modelo de tres plantas (T.3P1T.p3). El resto de TMDs sintonizados por encima de las frecuencias propias se encuentran en casos de optimización de varios TMDs y se encuentran muy próximos a ellas de forma que se puede considerar una perturbación por la presencia del resto de TMDs.

Sea como fuere, por encima o por debajo, todos los TMDs sintonizados se encuentran dentro de un rango de $\pm 10\%$ de la frecuencia propia más cercana, disminuyendo este rango según aumenta el valor de la propia frecuencia. Esto hace pensar, como se resaltarán en las conclusiones, que la idea de *sintonizado tradicional* no está ni mucho menos lejos de ser una buena forma de sintonización, comprobada mediante criterios de optimización en frecuencia y avalada esta vez por un buen número de optimizaciones en base a criterios temporales.

En cuanto al amortiguamiento, como se puede comprobar, hay una dispersión muy grande y es complicado encontrar patrones. Lo primero que puede saltar a la vista, quizás, es que los que son fruto de una optimización en base a una respuesta temporal son, en general, más reducidos que los obtenidos por minimización de un máximo de una FRF. Como se comentó en el Capítulo 5, esto puede responder al hecho de que estas optimizaciones con excitación transitoria pueden requerir de una mayor movilidad de los TMDs. Para que estos reaccionen más rápido al entrar en movimiento la estructura su amortiguamiento no puede ser muy grande. Tanto es así que es posible, como se vio, encontrar soluciones con amortiguamiento exactamente nulo que, aunque aproximables por dispositivos de muy baja disipación energética (costosos de ejecutar y mantener), son estrictamente irrealizables en la práctica.

Otra curiosidad que atañe al amortiguamiento son aquellos *outlayers* con amortiguamientos

realmente grandes y que no han podido ser enmarcados en los gráficos de las Figuras 6.1 y 6.2. No es casualidad que estos TMDs sean además algunos de los que se sintonizan por encima de la frecuencia propia más cercana: puesto que se les exige minimizar más de lo que pueden por sí mismos abarcar la tendencia es a sintonizarlos a frecuencias extrañas y con unos niveles de amortiguamiento tan grandes que poco efecto surten, en general, sobre el sistema. Tanto es así, que para esos niveles de amortiguamiento no existe ningún tipo de desdoble en las FRFs de los modelos, situación que se escapa completamente de la intuición de un diseñador de TMDs tradicional.

Finalmente, atendiendo a la masa, poco hay que comentar cuando se optimiza únicamente un TMD cada vez. Puesto que su masa está limitada a un porcentaje de la masa total de la estructura, y esta no cambia de una optimización a otra, la masa de un solo TMD es siempre la misma. Eso sí, es una realidad que cuanto mayor es la masa de un TMD mayor es su efecto sobre una estructura por lo que el algoritmo de optimización siempre tenderá a hacerse con el máximo de masa posible. Cuando se optimizan dos o tres TMDs, es el algoritmo quien escoge cómo se reparten dichas masas hasta agotar toda la disponible. Nuevamente, éste siempre ubica toda la masa en alguno de los TMDs que se están diseñando. Para mostrar la filosofía de reparto, se muestran en las Figuras 6.3 y 6.4 la distribución de la masa de los TMDs por plantas de cada uno de los modelos (2 y 3 plantas respectivamente) con barras a escala para facilitar la comparación. Si en una optimización hay más de un TMD en una planta, su masa se suma y se atribuye íntegramente a dicha planta. Además, en cada figura se muestran por separado las optimizaciones hechas en base a la frecuencia y las hechas en base al tiempo.

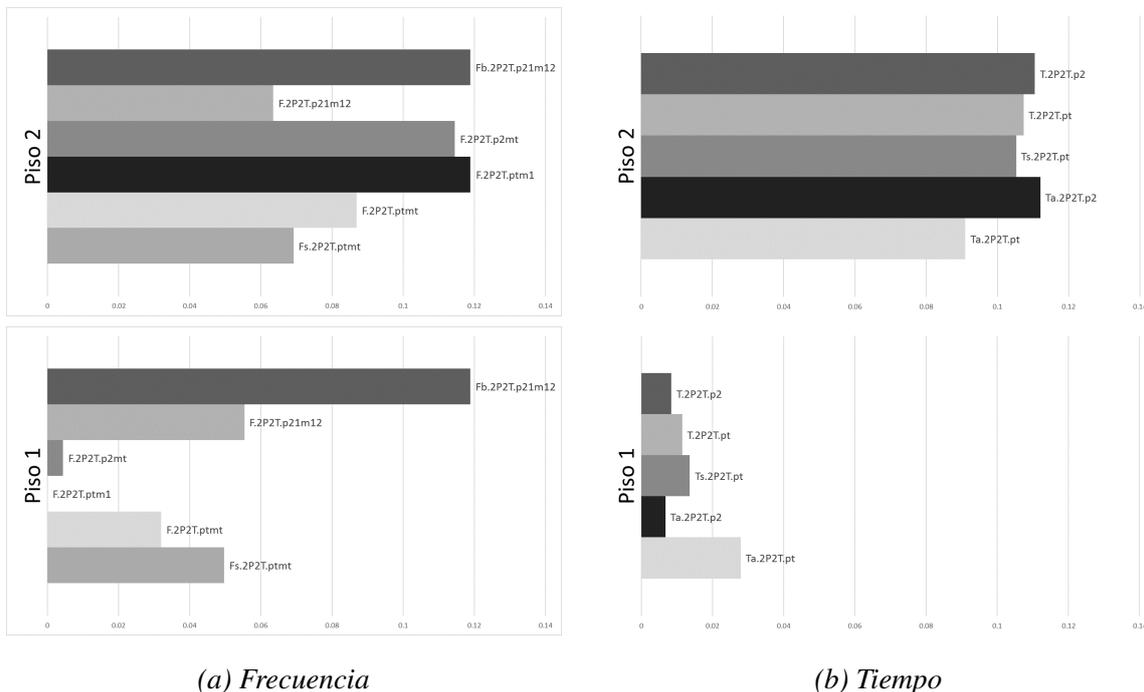


Figura 6.3: Reparto de masas móviles de los TMDs en el modelo de dos plantas en función de la optimización realizada

Como se puede apreciar claramente, de forma general las masas tienden a ubicarse en la última planta, la que posee mayor coordenada modal para el modo 1 y no es un nodo de vibración para ninguno de los demás. Por razones obvias, las optimizaciones en frecuencia orientadas a mitigar el modo 1 poseen toda la masa de los TMDs en esa planta pero lo interesante aparece

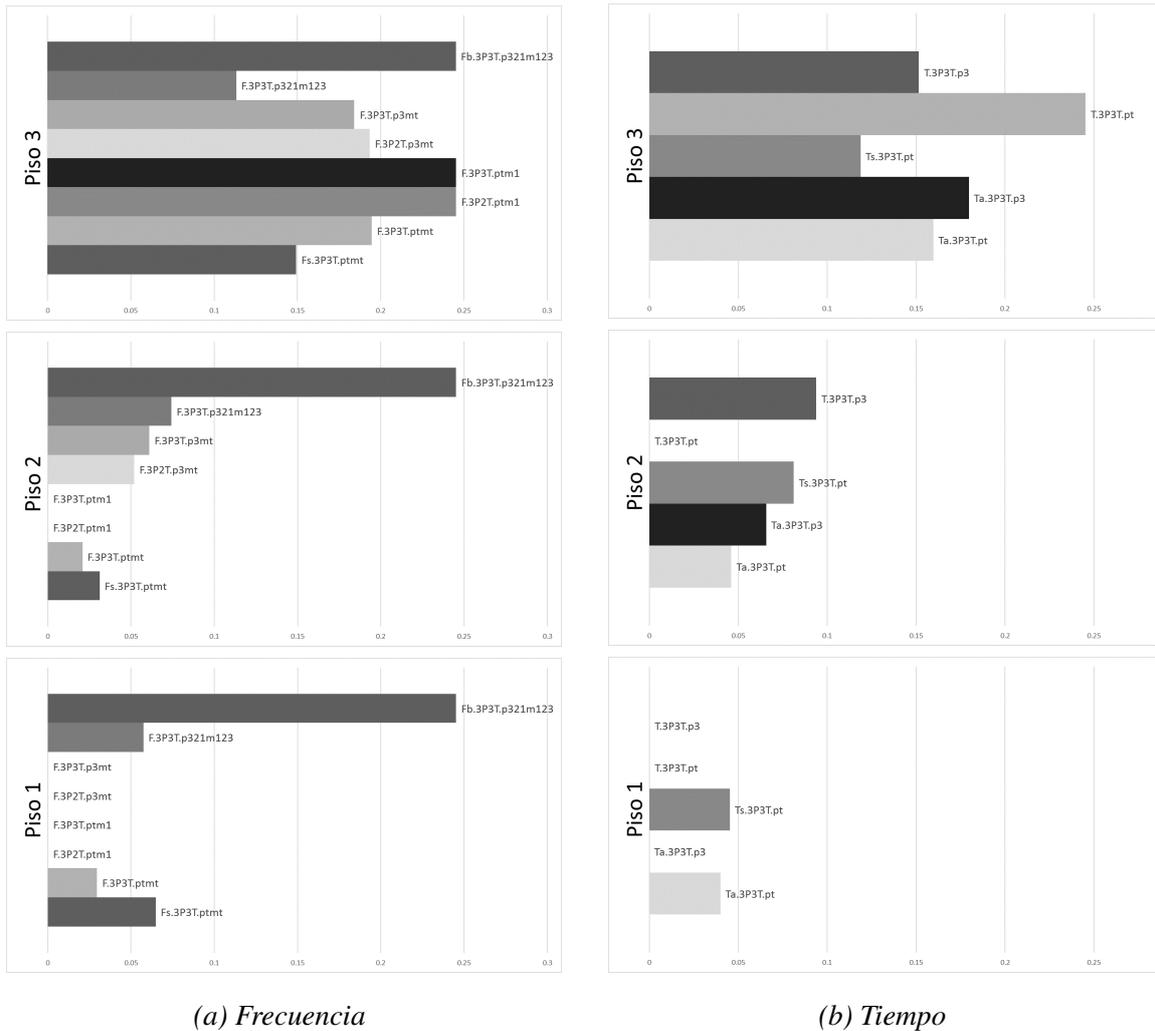


Figura 6.4: Reparto de masas móviles de los TMDs en el modelo de tres plantas en función de la optimización realizada

cuando muchas de las demás optimizaciones, incluidas las llevadas a cabo en el dominio del tiempo, lo requieren también. Tanto es así, que en el modelo de 3 plantas muy poca masa de TMDs se ubica en la planta primera. Esto apoya las conclusiones extraídas anteriormente y se enlaza con las siguientes ya que es precisamente el modo 1 el que mayor número de TMDs atrae. Como se detallará luego, es este modo el que más se manifiesta con la aplicación de una excitación como el sismo de El Centro, luego es lógico que tanto frecuencias como masas estén orientadas en dirección a reducir su nivel de respuesta. Se ilustra, a modo de comparación, la distribución trivial de masa de la situación en que se incluyeron todos los TMDs sintonizados por separado en la estructura. Como se mencionó, la suma de las masas de los TMDs duplica o triplica el máximo establecido en este trabajo, pero supone un buen punto de comparación para el resto de casos.

Existe una cierta igualdad de reparto de las masas en los casos en que se minimiza una cresta de cada FRF: una de cada modo en la planta con mayor coordenada modal (F.2P2T.p21m12 y F.3P3T.p321m123). En este caso, el único de todas las optimizaciones realizadas, el algoritmo considera adecuado ubicar masas similares a los TMDs de cada planta con el fin de paliar, con cada uno, el modo que le corresponde. En cualquier otro caso, y ante la duda, lo mejor suele ser

ubicarlos en la posición más elevada posible.

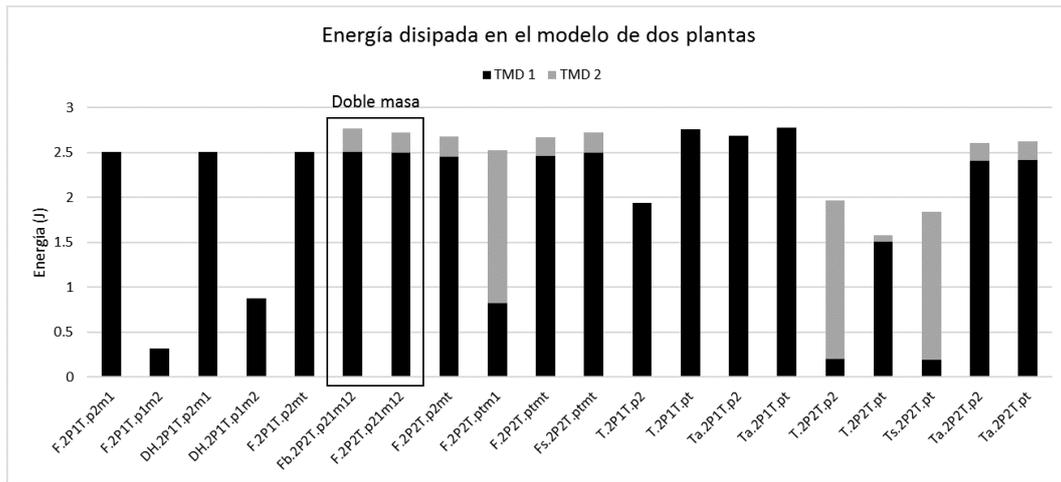
6.2. Discusión sobre los indicadores temporales

En este apartado se comentarán los resultados obtenidos a partir de los indicadores temporales calculados para cada una de las optimizaciones. En las Tablas 6.3 y 6.4 se muestra un resumen con los valores obtenidos para cada modelo. En las Figuras 6.5 y 6.6 se muestran estos mismos valores de forma visual.

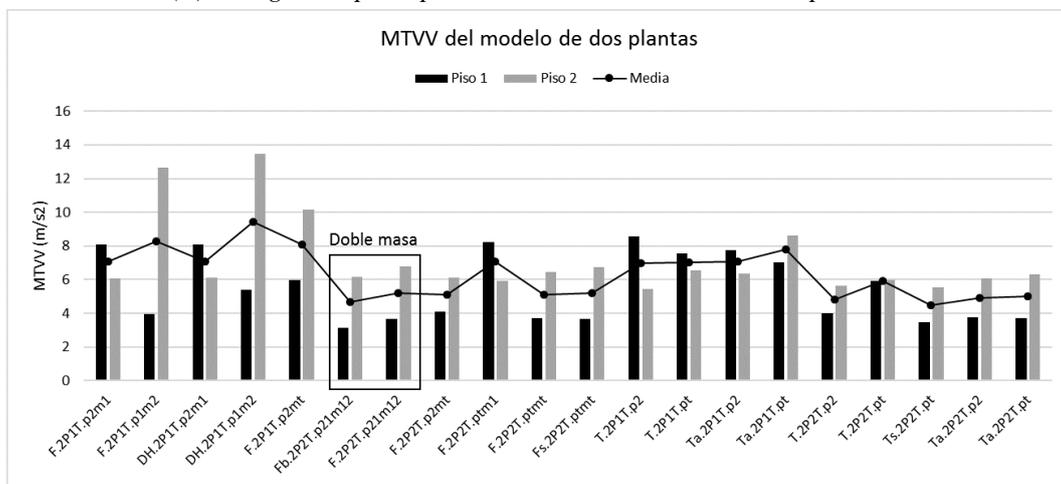
Escenario	W_{C1}	W_{C2}	I_1	I_2
F.2P1T.p2m1	2.509	-	8.08	6.07
F.2P1T.p1m2	0.3135	-	3.97	12.6
DH.2P1T.p2m1	2.504	-	8.10	6.10
DH.2P1T.p1m2	0.8719	-	5.39	13.4
F.2P1T.p2mt	2.511	-	5.97	10.2
Fb.2P2T.p21m12	2.508	0.2579	3.13	6.19
F.2P2T.p21m12	2.500	0.2242	3.66	6.80
F.2P2T.p2mt	2.451	0.2237	4.10	6.13
F.2P2T.ptm1	0.8233	1.697	8.25	5.94
F.2P2T.ptmt	2.459	0.2132	3.72	6.47
Fs.2P2T.ptmt	2.497	0.2207	3.68	6.73
T.2P1T.p2	1.939	-	8.59	5.43
T.2P1T.pt	2.754	-	7.54	6.53
Ta.2P1T.p2	2.690	-	7.75	6.38
Ta.2P1T.pt	2.778	-	7.01	8.61
T.2P2T.p2	0.1966	1.766	4.02	5.65
T.2P2T.pt	1.511	0.0709	5.92	5.97
Ts.2P2T.pt	0.1901	1.646	3.46	5.54
Ta.2P2T.p2	2.407	0.1968	3.77	6.05
Ta.2P2T.pt	2.421	0.2055	3.71	6.33

Tabla 6.3: Resumen de indicadores temporales para el modelo de dos plantas

En lo que a la energía disipada por los TMDs respecta, se aprecia claramente un patrón en cada uno de los modelos. En ambos, la mayoría de los conjuntos de TMDs consigue disipar como mínimo una cantidad de energía igual a $2,5 J$ en el caso de dos plantas y a $5,5 J$ en el caso de tres. Otros pocos, en cambio, no lo hacen. Es más, muchos de los que no lo consiguen se quedan muy lejos de su objetivo. Todos estos casos proceden de situaciones en las que se ha sintonizado únicamente un TMD. Concretamente, destacan casos de sintonización en base a una FRF para paliar algún modo diferente del primero (por aplicación de la metodología de Den Hartog o no). Otro caso que no funciona a este respecto es aquel en que se trata de reducir el máximo de todas las respuestas temporales de todas las plantas con un TMD solo. A pesar de tener un amortiguamiento aceptable, ese TMD no disipa lo que debería debido a su mala sintonización, que le conduce a integrarse mal en el movimiento de la estructura.



(a) Energía disipada por los TMDs del modelo de dos plantas



(b) Indicadores MTVV del modelo de dos plantas

Figura 6.5: Comparación de soluciones obtenidas por optimización en base a FRFs

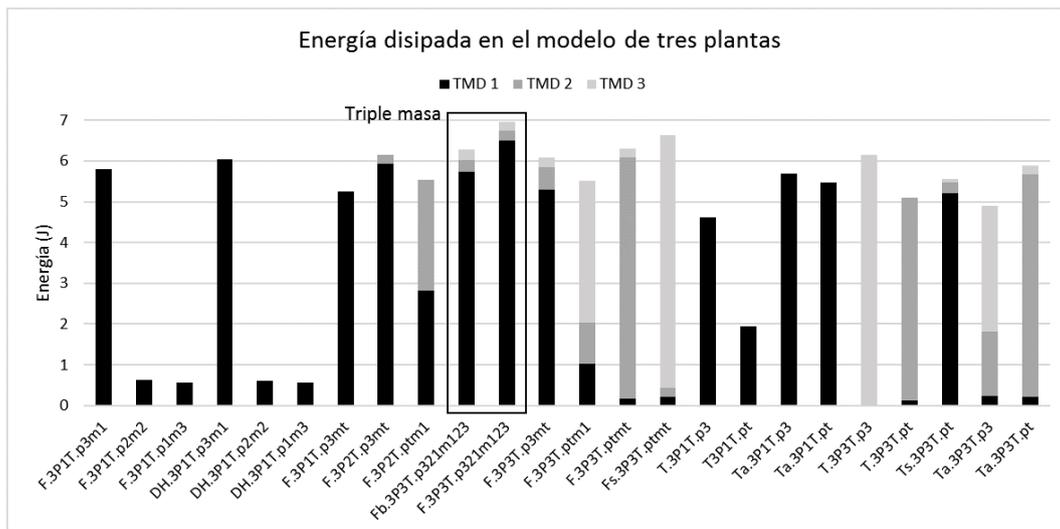
Como es normal, y por diversas razones, unos TMDs disipan más que otros. Hay que recordar que la energía disipada depende tanto del factor de amortiguamiento crítico como de la velocidad relativa entre el TMD y el piso en que se encuentra. Así, parece lógico pensar que a mayor amortiguamiento mayor disipación, pero se ha visto que puede darse el caso en que el amortiguamiento sea razonable pero, al no alcanzarse una velocidad relativa suficientemente grande, no se termine disipando todo lo que cabría esperar. Por supuesto, las propiedades del TMD así como la excitación aplicada a la estructura también influyen en cómo responde este y, en definitiva, en la cantidad de energía que evacua. Así, por ejemplo, un TMD con mayor masa recibirá una mayor contribución de la excitación terrenal que uno de menor masa (por definición de la propia excitación). También, al tener mayor inercia contribuirá a desfazar las respuestas del propio TMD y del piso en que se encuentre. La rigidez de la unión TMD-estructura es igualmente importante: una rigidez demasiado elevada (frecuencia de sintonización muy elevada) puede hacer las veces de una unión suficientemente rígida para poderse desprestigiar la velocidad relativa entre TMD y estructura, cayendo drásticamente el efecto disipador.

Por su parte, la excitación en la base aplicada juega también un rol determinante de cara a establecerse el movimiento del TMD y, con él, sus propiedades disipativas. Una excitación

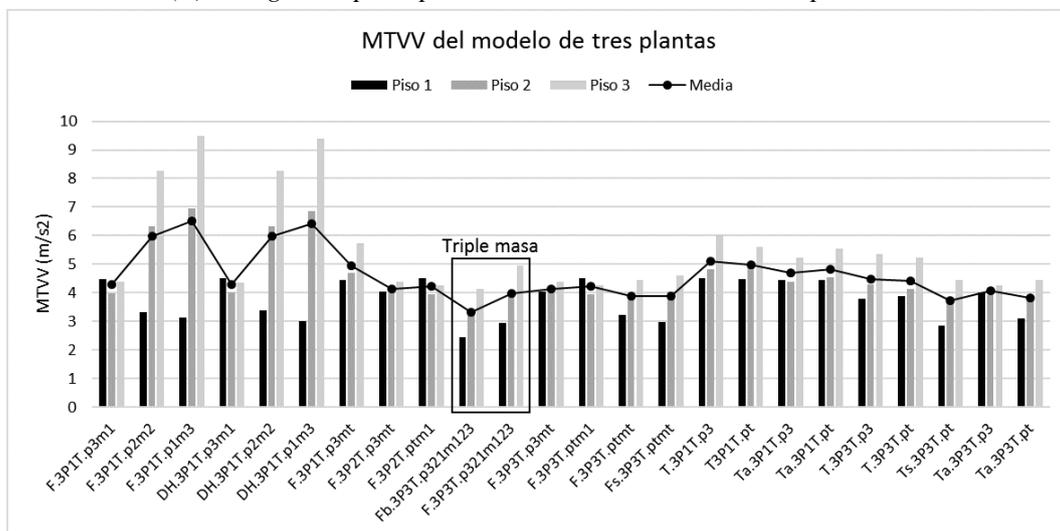
Escenario	W_{C1}	W_{C2}	W_{C3}	I_1	I_2	I_3
F.3P1T.p3m1	5.804	-	-	4.49	3.99	4.38
F.3P1T.p2m2	0.6331	-	-	3.32	6.32	8.28
F.3P1T.p1m3	0.5665	-	-	3.12	6.96	9.49
DH.3P1T.p3m1	6.340	-	-	4.50	4.00	4.36
DH.3P1T.p2m2	0.6039	-	-	3.38	6.34	8.27
DH.3P1T.p1m3	0.5753	-	-	3.01	6.86	9.40
F.3P1T.p3mt	5.251	-	-	4.43	4.69	5.74
F.3P2T.p3mt	5.932	0.2286	-	4.04	3.99	4.39
F.3P2T.ptm1	2.828	2.699	-	4.50	3.96	4.27
Fb.3P3T.p321m123	5.726	0.2849	0.2603	2.45	3.41	4.13
F.3P3T.p321m123	6.501	0.2454	0.2083	2.95	4.02	4.93
F.3P3T.p3mt	5.303	0.5347	0.2381	4.04	3.99	4.39
F.3P3T.ptm1	1.036	0.9998	3.486	4.50	3.95	4.26
F.3P3T.ptmt	0.1786	5.909	0.2162	3.24	3.95	4.44
Fs.3P3T.ptmt	0.2059	0.2358	6.191	2.99	4.03	4.61
T.3P1T.p3	4.614	-	-	4.51	4.82	6.01
T.3P1T.pt	1.946	-	-	4.49	4.88	5.61
Ta.3P1T.p3	5.690	-	-	4.46	4.39	5.23
Ta.3P1T.pt	5.469	-	-	3.09	3.93	4.46
T.3P3T.p3	0.0	0.0	6.157	3.79	4.31	5.36
T.3P3T.pt	0.1323	4.964	0.0	3.89	4.14	5.22
Ts.3P3T.pt	5.213	0.2489	0.1046	2.85	3.84	4.46
Ta.3P3T.p3	0.2313	1.582	3.096	4.00	3.90	4.27
Ta.3P3T.pt	0.2082	5.453	0.2157	3.09	3.93	4.46

Tabla 6.4: Resumen de indicadores temporales para el modelo de tres plantas

armónica pura a una determinada frecuencia excitará la estructura a esa misma frecuencia de entrada. Si el TMD se encuentra sintonizado a una frecuencia próxima es de esperar que responda rápidamente y con gran amplitud, disipando una buena cantidad de energía. Si, por el contrario, su frecuencia se encuentra lejos, es posible que no reciba toda la cantidad de movimiento que cabría esperar y su respuesta, en relación con la del piso en que se encuentra, sea más bien reducida, cayendo con ella la energía absorbida. De esta forma, cuando la excitación no es perfectamente armónica, si el TMD se ubica dentro de alguna zona del espectro con mayor amplitud de excitación responderá con mayor contundencia que si estuviera fuera del mismo. Existe otro fenómeno asociado a lo anterior: no todos los modos de la estructura se excitan con la misma facilidad. En otras palabras: si la aceleración en la base es tal que su espectro posee la misma amplitud en diferentes regiones donde se ubican frecuencias propias de la estructura se puede comprobar que la amplitud de la respuesta está gobernada más por unos modos (los más excitables) que por otros. En estructuras sencillas y con modos claramente diferenciados unos de otros, suelen ser aquellos a baja frecuencia los más susceptibles de emerger ya que, además, suelen ser los menos amortiguados. De esta forma, una excitación en un rango de frecuencias que involucre a alguno de estos modos más *susceptibles* será más determinante en el diseño de un TMD que otra zona con otros modos menos excitables. Por ello se tenderá a sintonizar



(a) Energía disipada por los TMDs del modelo de tres plantas



(b) Indicadores MTVV del modelo de tres plantas

Figura 6.6: Comparación de soluciones obtenidas por optimización en base a FRFs

los TMDs a las frecuencias de aquellos modos más problemáticos que serán los que mayores velocidades relativas registren y los que involucren una mayor cantidad de energía absorbida.

En virtud de la reflexión anterior, en los resultados presentados convergen algunas de las circunstancias descritas que ayudan a dar cuenta de los mismos. Como se vio cuando se describió el sismo de El Centro, la estructura recibe una aceleración en su base con un contenido espectral mayoritario en la zona de bajas frecuencias. Por esta razón, muchos de los esfuerzos de optimización se han centrado en reducir principalmente el primer modo de los modelos, que además es, a la vista de su forma modal, el modo más excitable. De esta manera, como se vio en el apartado anterior, la mayor parte de la masa se dedica a la planta superior, el vientre del primer modo en ambos casos. Estos TMDs, además, están sintonizados a la primera frecuencia propia. Son estos TMDs quienes, además, absorben la mayor parte de la energía puesta en juego. Tanto es así que, como se mencionó anteriormente, y salvo excepciones, los TMDs ubicados en otras plantas y sintonizados a otras frecuencias propias, disipan solamente una fracción de aquella.

Esto se cumple, además, tanto para las optimizaciones realizadas en base a las FRF como para las llevadas a cabo en el dominio del tiempo. Ahondando en la idea, se pueden apreciar casos en que varios TMDs absorben cantidades similares de energía (F.2P2T.ptm1, F.3P2T.ptm1, etc.). En estos casos, todos esos TMDs con una cantidad de energía disipada se ubican en la planta superior y están sintonizados a una frecuencia próxima a la del modo 1. Aunque hay otros casos en que existen varios TMDs en la planta superior, los valores de energía disipada no son similares por otros motivos, como un bajo nivel de amortiguamiento.

A pesar de todo lo anterior y de que queda claro que, a nivel energético es idóneo ubicar TMDs en los vientres de los modos más excitables, cuando al algoritmo se le permite introducir más de un TMD, tiende a reservar algo de masa para TMDs a otras frecuencias y otras plantas. Esto es debido a que la excitación no contiene exclusivamente componentes a bajas frecuencias. De hecho, las mayores cantidades de energía disipada cuando se optimizaban varios TMDs para los dos modelos suceden precisamente cuando existe una *variedad* en las frecuencias de sintonización. Por supuesto, la primera frecuencia propia se lleva más masa y mucha más energía disipada que los demás, pero el resto también tiene su papel de cara a redistribuir la energía del sistema.

Los indicadores I_i , calculados como los MTVV de las respuestas en aceleraciones de la estructura, son un reflejo claro de la forma de la propia respuesta. Así, se alcanzan niveles muy buenos (bajos) cuando se realizan optimizaciones en base al tiempo, más que en base a la frecuencia. Evidentemente, si el objetivo es reducir todo lo posible el máximo de la respuesta, esta tenderá a bajar y, con ella, su curva RMS móvil asociada. Puesto que el indicador MTVV es el máximo de esta última curva, éste también se verá reducido. Sea como sea, existen también algunos patrones interesantes, que enlazan un poco con las reflexiones realizadas en el contexto del indicador energético. Por ejemplo, sin profundizar mucho, una bondad del indicador es que representa con bastante acierto la realidad: de forma general, y en virtud de que es el modo 1 de cada modelo el más excitado por el sismo de El Centro, se presentan mayores niveles de respuesta en los pisos superiores que en los inferiores indicio de que las optimizaciones que pretenden reducir el máximo global de las respuestas enfocarán sus esfuerzos en el máximo de las plantas superiores que en el resto.

Prestando atención a los niveles de los indicadores I_i fruto de las optimizaciones en frecuencia llama la atención (aunque ya no sorprende tanto) que los peores valores, es decir, los más elevados, correspondan a la optimización de un solo TMD en una planta que no es la última para un modo que no es el primero. Con esto se puede empezar a concluir que esas optimizaciones son las peores desde los dos puntos de vista: el energético y el de nivel de respuesta. En contrapartida, y coincidiendo con otro resultado del análisis de W_C , se obtienen los mejores resultados cuando se emplean dos y tres TMDs. Aunque su efecto a nivel energético pueda ser relativamente pequeño, los TMDs adicionales ofrecen una sinergia interesante a la hora de redistribuir la energía por el sistema y, como consecuencia, los niveles de respuesta bajan. De esta forma, los casos en que se alcanzan las respuestas medias más pequeñas son precisamente, aquellos en que se sintonizan varios TMDs (2 ó 3) para reducir la respuesta temporal global. Concretamente, los que mejores resultados proporcionan son los indicadores *suma de máximos* (Ts.2P2T.pt y Ts.3P3T.pt).

Un caso concreto se escapa a la conclusión anterior: la optimización en frecuencia fruto de incluir todos los TMDs sintonizados por separado (son los casos que comienzan por Fb). Como se mencionó anteriormente, la sintonización de estos TMDs individuales solo ofrece buenos resultados cuando se conciben para el modo 1 y posicionado en su vientre de vibración (el piso

superior). Sin embargo, y como se puede constatar por los resultados presentados, la inclusión de los 2 ó 3 juntos en su modelo respectivo ofrece unos niveles de respuesta global realmente bueno; es más, son los óptimos en cada caso. Tanto es así que, aunque de cara al indicador energético W_C no son los mejores, están muy cerca de serlo. Pero una solución como ésta entraña una cantidad de masa móvil de TMDs bastante mayor (el doble o el triple) que en el resto de casos, suponiendo esto un coste extra tanto de instalación como de mantenimiento. Por esta razón no se consideran como soluciones *adecuadas*.

Aun con todo lo anterior, a la vista de la Tabla 6.3, el caso que más energía disipa en el modelo de 2 plantas es uno que incluye un único TMD (Ta.2P1T.pt). Él solo, además, está destinado a mitigar el área bajo la curva de la respuesta de todas las plantas de la estructura. Forma parte del conjunto de TMDs que se han descrito como *atípicos* por poseer una frecuencia de sintonización por encima de una frecuencia propia (2,08 Hz) y tener un factor de amortiguamiento realmente elevado (47,4 %). Por supuesto, su elevado amortiguamiento contribuye a aumentar la cantidad de energía disipada pero, a cambio, se podría esperar una menor movilidad y, por ello, menor energía disipada. Sin embargo, ésta última posee un valor superior al de todas los demás casos. A pesar de ello el nivel de respuesta se encuentra entre los peores para este modelo. Con todo lo anterior se pueden realizar las siguientes reflexiones:

- Los indicadores energético y normativo definidos no están en modo alguno relacionados (al menos, de forma directa) y el hecho de optimizar uno no implica, ni mucho menos, obtener mejores valores del otro. Un caso claro son los óptimos del modelo de 2 plantas: el mejor energéticamente hablando (Ta.2P1T.pt) se encuentra entre los peores del indicador normativo y el mejor en base a este segundo indicador (Ts.2P2T.pt) no llega siquiera al umbral de 2,5 J establecido con anterioridad. Se plantea, pues, la discusión alternativa de qué indicador de calidad prevalece para poder determinar qué optimización es mejor que otra. A la vista de cómo están ambos indicadores definidos, el indicador normativo prima sobre el energético por dos razones. La primera concierne al hecho de que es un indicador incluido en una norma y que, por tanto, representa el nivel de vibración de una estructura de forma objetiva y común para todos los diseñadores. La segunda enlaza con la anterior ya que por ser un valor representativo del nivel de aceleración de la estructura da una idea directa de si ésta resulta confortable o no para los posibles inquilinos o transeúntes de la misma. Por estos motivos, se establece en este trabajo que, tanto para el modelo de dos plantas como para el de tres, la sintonización ideal es aquella en que se minimiza la suma de los máximos de los MTVV de las respuestas de ambas plantas.

Siguiendo el hilo de la discusión anterior, el mejor resultado en base al MTVV que ofrece el modelo de tres plantas es el caso Ts.3P3T.pt, aunque le siguen de cerca otros entre los que se encuentran, esta vez sí, el que maximiza el indicador energético⁷. Se trata del caso Fs.3P3T.ptmt obtenido de minimizar la suma de los máximos de todas las FRFs. Este resultado es bastante más lógico que el obtenido para el modelo de dos plantas aunque, buceando un poco más en su tabla, se puede observar que el equivalente a este último en aquel modelo (Fs.2P2T.ptmt) es el tercero que mayor energía disipa con sus TMDs tras los dos casos mencionados en el párrafo anterior. En este sentido, puede pensarse que el indicador energético finalmente sí que podría llegar a ofrecer buena información si se escoge adecuadamente qué minimizar. Sin embargo, se ha visto que en algunas

⁷En esta discusión se han obviado los resultados ofrecidos por las sintonizaciones con masa móvil doble y triple.

circunstancias se pueden desprender conclusiones erróneas en función de qué excitación se considere y de qué modelo se utilice, por lo que se le puede considerar un indicador *de poca confianza*.

- En otro orden de cosas, se han obtenido energías máximas en casos extraños solo del modelo de dos plantas, y no en el de tres. Cabe pensar que esto haya sido únicamente obra del azar, lo cual añade peso a la última reflexión del punto anterior sobre la *estabilidad* del indicador W_C . Aunque esta afirmación requiere de un análisis concienzudo que no se va a llevar a cabo aquí por razones de espacio, sí se ilustrará brevemente la evolución energética del modelo de dos plantas frente a un sismo diferente, el de Kobe (1995) que se ilustra en la Figura 6.7 junto a su espectro en frecuencia. La comparación se establecerá solo para el modelo de dos plantas (el problemático) en base a las dos de sintonizaciones óptimas obtenidas en el trabajo: la mejor desde el punto de vista energético (Ta.2P1T.pt) y la mejor desde el punto de vista del MTVV (Ts.2P2T.pt). Esta evolución se muestra en la Figura 6.8 junto a la evolución al aplicar el sismo de El Centro (se incluye además la evolución en el caso de máxima energía disipada que se presentará en el apartado siguiente). Aunque se trata de un sismo más violento y la energía disipada es globalmente mayor se puede apreciar que las tornas han cambiado completamente, disipando el TMD del caso Ta.2P1T.pt aproximadamente la mitad que los dos TMDs del otro caso y demostrando que, al cambiar de excitación, las conclusiones son completamente diferentes.

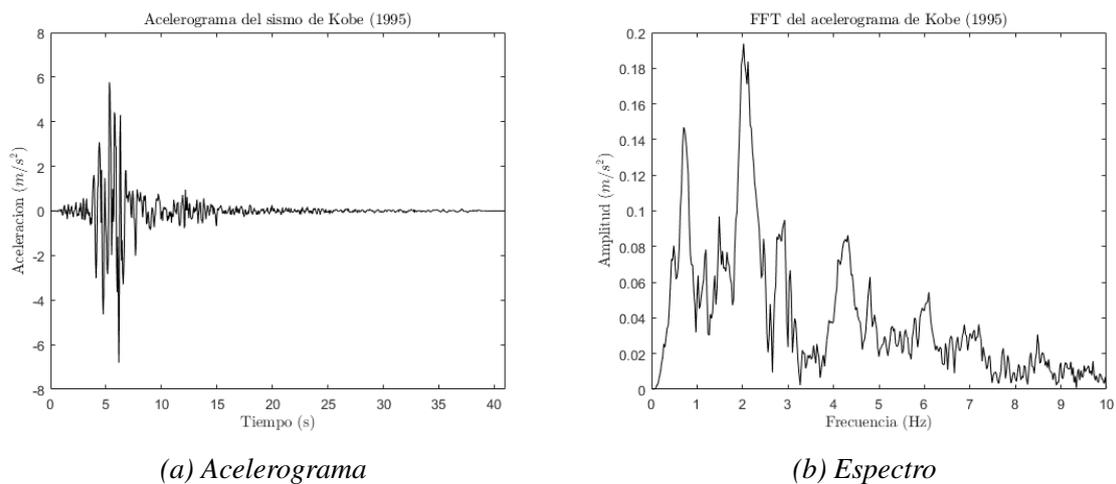
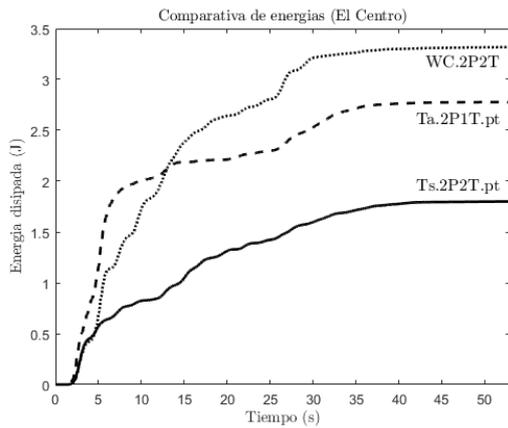
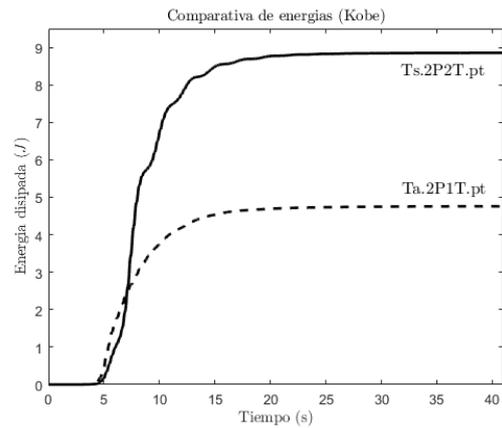


Figura 6.7: Registro temporal y espectro en frecuencia del sismo de Kobe (1995)

No solo la energía disipada sufre cambios. Como conclusión adicional, y es algo que ya se adelantó en los capítulos introductorios, los indicadores temporales en general, sean de optimización o de comparación, dependen completamente de qué excitación se emplee para calcularlos. Tanto es así que incluso el comparador MTVV ofrece resultados interesantes cuando se cambia un sismo por otro (ver Figura 6.9). En este sentido, y sin ánimo de entrar en mayor profundidad, la comparación ha de realizarse con prudencia ya que la naturaleza de ambos sismos es completamente diferente: a diferencia del sismo de El Centro el de Kobe no posee grandes amplitudes de excitación entre 1 y 2 Hz de frecuencia, entorno en el que se ubica la primera frecuencia de los dos modelos. En este sentido, un rediseño adecuado de los indicadores podría pasar, además, por decidir qué excitación aplicar que represente de la mejor forma una excitación realista generalizable.

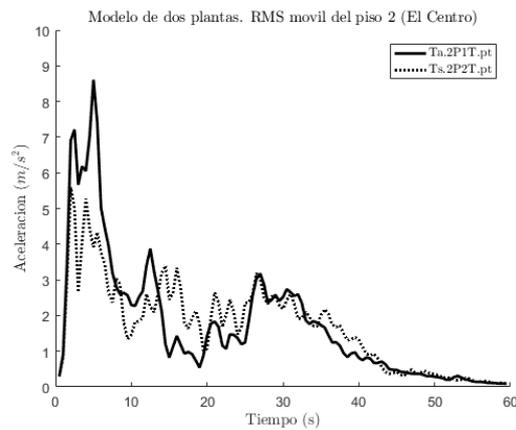


(a) Sismo de El Centro

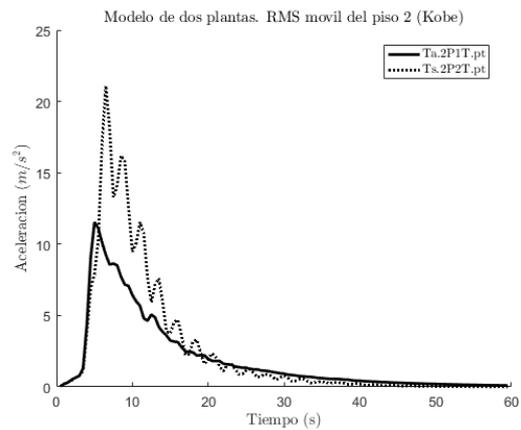


(b) Sismo de Kobe

Figura 6.8: Comparación de soluciones obtenidas por optimización en base a FRFs



(a) Sismo de El Centro



(b) Sismo de Kobe

Figura 6.9: Comparación de RMS móvil de la segunda planta para los dos sismos

Finalmente, y en relación con el indicador energético y su aparente poca utilidad, es necesario percibir que se trata de un indicador acotado superiormente y este máximo se alcanza siempre por muy poco, sobre todo en estructuras que poseen muy poco amortiguamiento. Esto significa que, sin modificar la estructura, esta recibe siempre la misma energía por parte del terreno (si se aplica siempre el mismo sismo, claro está) y son los TMDs los que han de disipar toda esa energía salvo la que disipe la propia estructura. El caso es que esta energía máxima se disipa siempre que el movimiento termina y, sin embargo, el movimiento ha podido ser muy abrupto y poco confortable para los inquilinos o transeúntes. Este hecho es cierto, además, casi independientemente de las masas de los TMDs ya que, al ser tan pequeñas en proporción a la de la estructura, la cantidad de energía total inyectada crece muy poco. Tanto es así que, ante un mismo incremento en la masa de los TMDs, la cantidad de energía extra que pueden estos llegar a disipar crece muy poco en relación a lo que se puede llegar a reducir el nivel de la respuesta. De esta forma, se termina concluyendo que podría ser muy interesante rediseñar el indicador energético haciendo quizás hincapié en la velocidad de disipación (potencia disipada) o, de alguna forma, representando, no la energía total disipada, sino el tiempo que tardan los TMDs en hacer esta función.

6.3. Últimas optimizaciones

Los indicadores empleados para comparar unas optimizaciones con otras pueden servir también para optimizar. No se ha contemplado este hecho en el resto del trabajo porque, de utilizar estos indicadores para evaluar la calidad de la optimización, lógicamente las soluciones que se desprendan de optimizar con ellos serán, con seguridad, las mejores. Por esta razón, y como apunte más curioso que útil a estas alturas, se indica a continuación la solución de ambos modelos al aplicar una minimización en base a estos indicadores.

6.3.1. Maximum Transient Vibration Value.

La solución para el modelo de dos plantas y dos TMDs al optimizar la suma de los MTVV de ambas plantas se muestra en la Figura 6.10 y Tabla 6.5. Como se aprecia, la solución obtenida se parece enormemente a las obtenidas a lo largo del resto del trabajo: dos TMDs, cada uno sintonizado a una frecuencia propia diferente y en una planta diferente. Además, se lleva más masa el destinado al modo 1 en la segunda planta. El valor del indicador minimizado (la suma de I_1 e I_2) sí que es, sin embargo, más pequeño que cualquier otro. Como óptimo se tenía antes al caso Ts.2P2T.pt y, en relación a este, ha aumentado ligeramente la respuesta del piso 2 pero, a cambio, ha descendido más la del primero por lo que la suma es más pequeña (9.0 antes contra 8.91 ahora).

$m_t = 0,0966 \text{ kg}$	$m_t = 0,0223 \text{ kg}$	$W_{C1} = 1,638 \text{ J}$
$f_t = 1,842 \text{ Hz}$	$f_t = 4,064 \text{ Hz}$	$W_{C2} = 0,156 \text{ J}$
$\xi_t = 2,22 \%$	$\xi_t = 2,58 \%$	$I_1 = 3,204 \text{ m/s}^2$
$p_t = 2$	$p_t = 1$	$I_2 = 5,701 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 6.5: TMDs para minimizar la suma de los MTVV del modelo de dos plantas

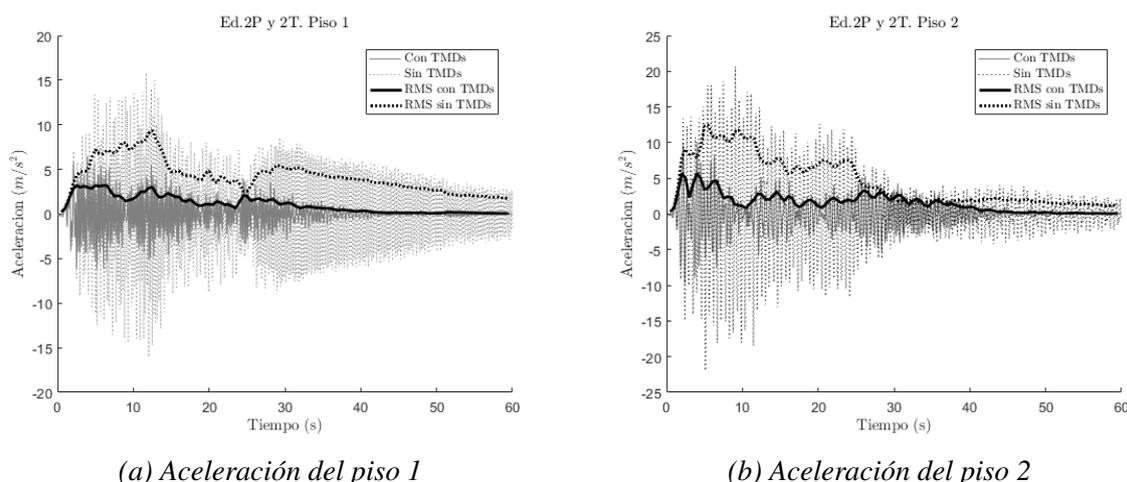


Figura 6.10: Respuestas temporales con dos TMD que minimiza la suma de los MTVV

Por su parte, la solución de la misma optimización llevada a cabo para el modelo de tres plantas con tres TMDs se muestra en la Figura 6.11 y Tabla 6.6. Nuevamente, esta solución

respetar los cánones ya presentados existiendo un TMD en cada planta, cada uno sintonizado a una frecuencia propia de la estructura. Además, nuevamente, el TMD orientado al modo 1 se lleva la mayor parte de la masa. La solución obtenida, sin embargo, no mejora a la mejor de antes, que era el caso Fb.3P3T.p321m123. Esto es debido a que aquel caso involucraba una masa móvil de los TMDs tres veces mayor de lo permitido, y la respuesta en ese caso es, lógicamente, más reducida que ahora. La comparación habría que establecerla con el siguiente mejor caso, Ts.3P3T.pt, con un valor de la suma de los indicadores de $11,15 \text{ m/s}^2$ siendo con esta nueva solución de $10,97 \text{ m/s}^2$. La diferencia entre ambos no es muy grande y, dada la semejanza de la solución, cualquiera de las dos podría darse por buena en una circunstancia de diseño real.

$\begin{array}{l} m_t = 0,1532 \text{ kg} \\ f_t = 1,1688 \text{ Hz} \\ \xi_t = 3,59\% \\ p_t = 3 \end{array}$	$\begin{array}{l} m_t = 0,0581 \text{ kg} \\ f_t = 3,9653 \text{ Hz} \\ \xi_t = 2,90\% \\ p_t = 1 \end{array}$	$\begin{array}{l} m_t = 0,0339 \text{ kg} \\ f_t = 3,1906 \text{ Hz} \\ \xi_t = 0,18\% \\ p_t = 2 \end{array}$	$\begin{array}{l} W_{C1} = 4,322 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,304 \text{ J} \\ W_{C3} = 0,063 \text{ J} \\ I_1 = 2,777 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 3,821 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 4,372 \text{ m/s}^2 \end{array}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3	(d) Indicadores

Tabla 6.6: TMDs para minimizar la suma de los MTVV del modelo de tres plantas

En definitiva, las soluciones se parecen con las óptimas de los casos anteriores y sus valores de suma de MTVV son también muy similares. Por esta razón, se vuelve a validar el indicador temporal de suma de máximos como un indicador útil de optimización. Tiene, por otro lado, mucho sentido ya que la suma de máximos de la respuesta y la suma de MTVV están estrechamente relacionados, disminuyendo uno cuando disminuye el otro.

6.3.2. Energía disipada.

Finalmente, y a pesar de que como indicador de bondad no haya ofrecido muy buenos resultados, a modo de comparación y por cerrar el ciclo se maximiza la suma de todas las energías disipadas por los TMDs y se obtienen las soluciones de la Figura 6.12 y Tabla 6.7 para el modelo de dos plantas y dos TMDs y las de la Figura 6.13 y Tabla 6.8 para el modelo de tres plantas y tres TMDs. En ambos casos se ha conseguido incrementar enormemente la cantidad de energía disipada por los TMDs, siendo este valor el máximo alcanzable por los TMDs (una gran fracción de toda la energía inyectada en el sistema, como se vio anteriormente). Los TMDs ubicados en el modelo de dos plantas disipan ahora un total de $3,32 \text{ J}$ cuando anteriormente no se superaban los $2,8 \text{ J}$. En este caso hay que apreciar, nuevamente, el enorme valor de amortiguamiento que posee el TMD 2. Igual que amortiguamientos nulos son prácticamente irrealizables en la práctica, un nivel de amortiguamiento del 80 % es también difícil de conseguir y de mantener. Sea como fuere, las frecuencias de sintonización están totalmente fuera de todo razonamiento aunque el TMD ubicado en la planta 2 sí que parece aproximarse a la primera frecuencia propia, aunque por encima. Se trata, pues, de una solución extraña que requería, junto al rediseño del TMD ya comentado, un trabajo de análisis posterior en profundidad.

En lo que al modelo de tres plantas respecta, la solución obtenida respeta mucho mejor las conclusiones obtenidas en este trabajo. Cada TMD está bien sintonizado a una frecuencia propia diferente, un poco por debajo de cada una de ellas, y con amortiguamientos moderados tirando a bajos. El TMD orientado al modo 1 se ubica en la planta superior, es el que más masa se lleva

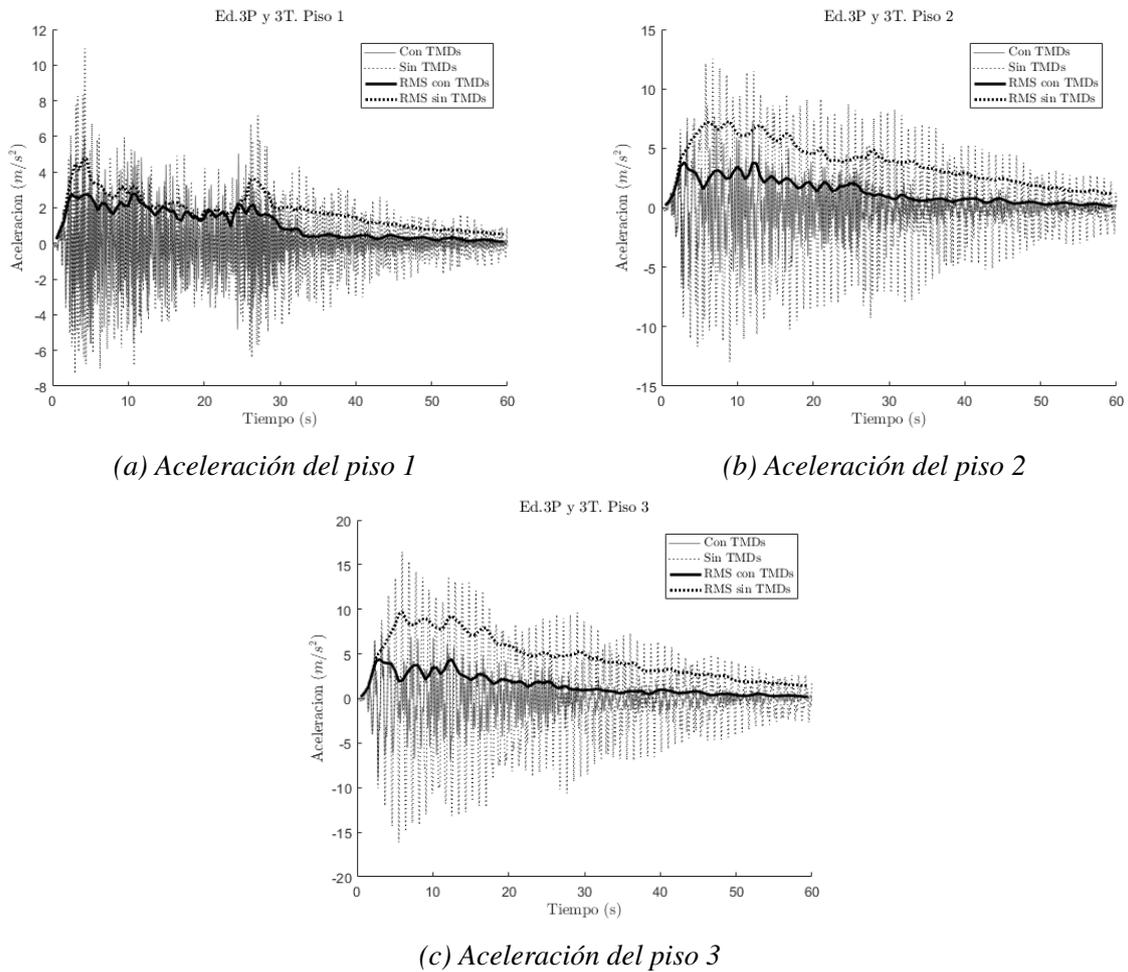
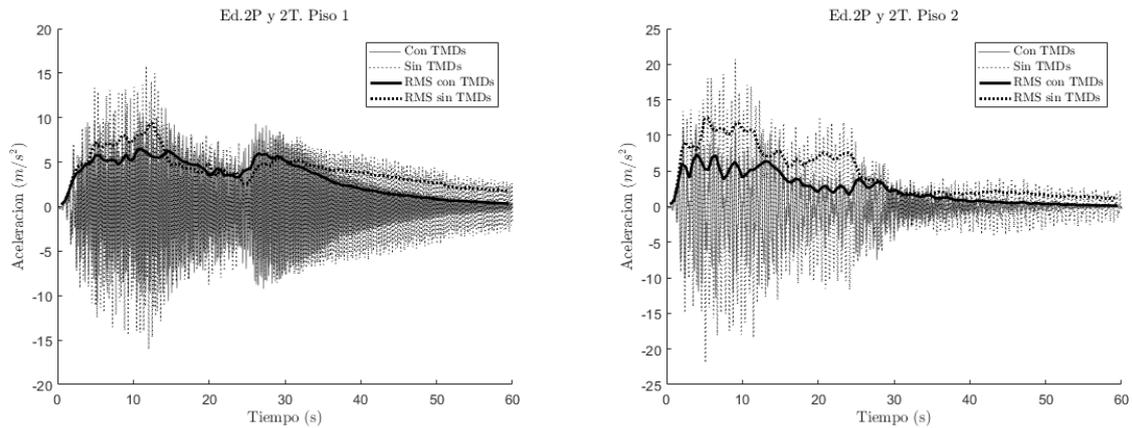


Figura 6.11: Respuestas temporales con tres TMD que minimiza la suma de los MTVV

$\begin{cases} m_t = 0,0847 \text{ kg} \\ f_t = 2,00 \text{ Hz} \\ \xi_t = 2,88 \% \\ p_t = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} m_t = 0,0342 \text{ kg} \\ f_t = 6,450 \text{ Hz} \\ \xi_t = 79,98 \% \\ p_t = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} W_{C1} = 2,966 \text{ J} \\ W_{C2} = 0,353 \text{ J} \\ I_1 = 6,484 \text{ m/s}^2 \\ I_2 = 7,355 \text{ m/s}^2 \end{cases}$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) Indicadores

Tabla 6.7: TMDs para minimizar la energía disipada por los TMDs del modelo de dos plantas



(a) Aceleración del piso 1

(b) Aceleración del piso 2

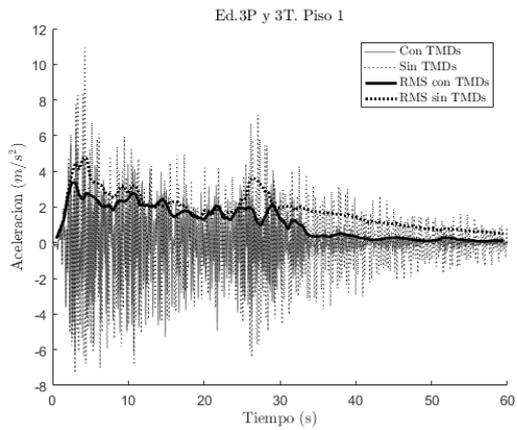
Figura 6.12: Respuestas temporales con dos TMD que minimiza su energía disipada

y el que más energía disipa. En total, 9,41 J son evacuados por los tres TMDs, un valor más grande que en cualquier circunstancia anterior en las que no se superaban los 6,2 J , esto es, un 50 % más. A pesar de ello, como se puede apreciar en la Figura 6.13, las respuestas y sus RMS móviles con TMDs no se ven tan reducidas como en otros casos. Queda patente, pues, como ya se percibió con anterioridad, que el hecho de reducir una respuesta no implica disipar más energía con los TMDs y viceversa.

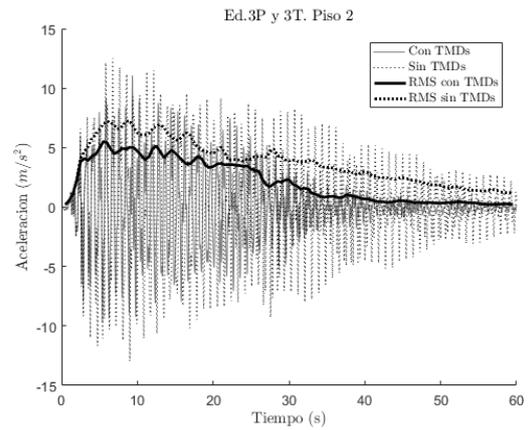
$m_t = 0,0262 \text{ kg}$ $f_t = 3,2549 \text{ Hz}$ $\xi_t = 0,52 \%$ $p_t = 1$	$m_t = 0,0148 \text{ kg}$ $f_t = 4,2251 \text{ Hz}$ $\xi_t = 1,46 \%$ $p_t = 1$	$m_t = 0,2041 \text{ kg}$ $f_t = 0,8772 \text{ Hz}$ $\xi_t = 5,79 \%$ $p_t = 3$	$W_{C1} = 0,240 \text{ J}$ $W_{C2} = 0,222 \text{ J}$ $W_{C3} = 8,950 \text{ J}$ $I_1 = 3,388 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 5,510 \text{ m/s}^2$ $I_2 = 7,255 \text{ m/s}^2$
(a) TMD 1	(b) TMD 2	(c) TMD 3	(d) Indicadores

Tabla 6.8: TMDs para minimizar la energía disipada por los TMDs del modelo de tres plantas

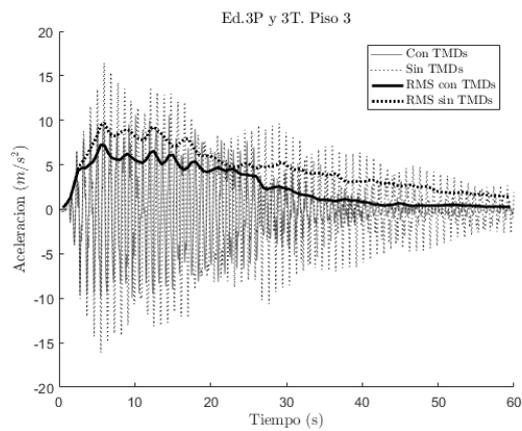
En la Figura 6.14 se muestran los gráficos de dispersión actualizados con las nuevas soluciones y únicamente del dominio temporal. Se han denotado como WC.XXXX a las optimizaciones en base a la suma de los indicadores energéticos y como MTVV.XXXX a las correspondientes a la minimización de la suma de los dos indicadores normativos. Nuevamente, uno de los TMDs de la optimización energética para el modelo de dos plantas no se muestra debido al enorme valor de amortiguamiento que posee. Las soluciones anteriores se muestran de color gris y algunas han sido eliminadas debido a que su proximidad a las nuevas impedía su buena visibilidad. Como se aprecia, se siguen ubicando los TMDs en las proximidades de las frecuencias propias de los modelos sin TMDs.



(a) Aceleración del piso 1

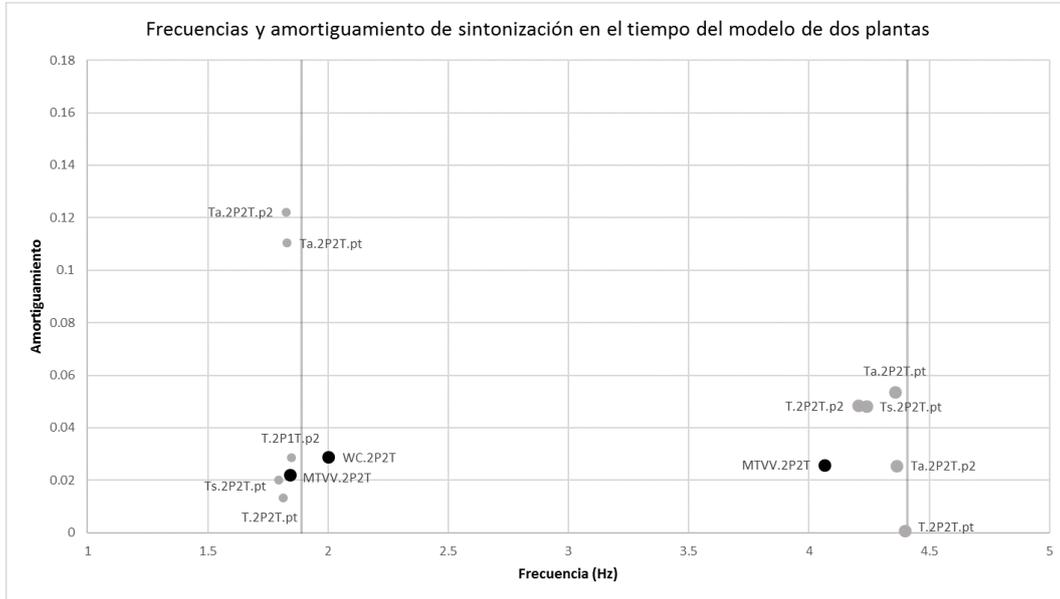


(b) Aceleración del piso 2

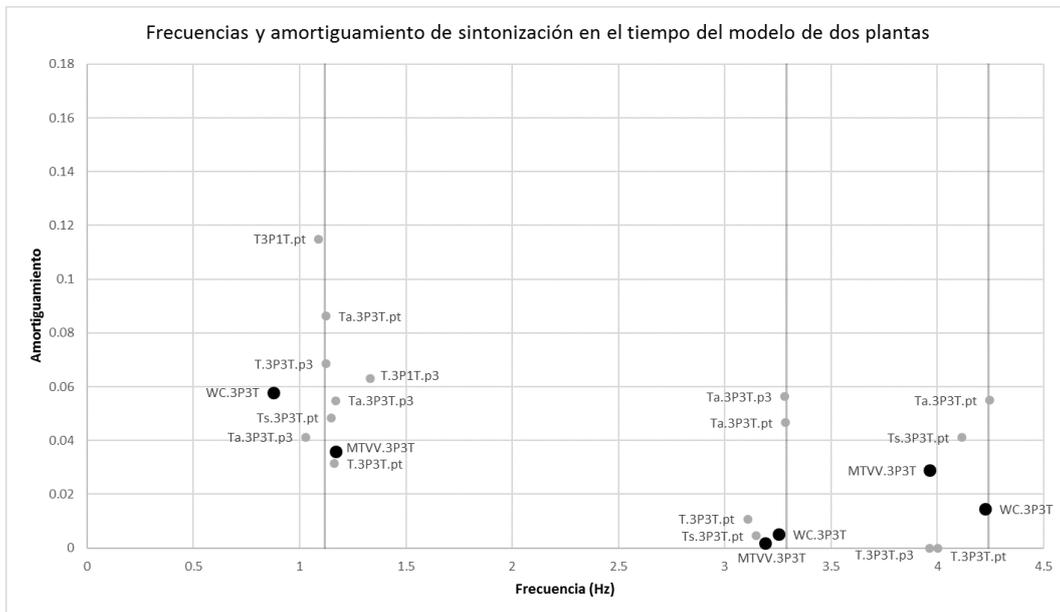


(c) Aceleración del piso 3

Figura 6.13: Respuestas temporales con tres TMD que minimiza su energía disipada



(a) Comparación de soluciones para el modelo de dos plantas



(b) Comparación de soluciones para el modelo de tres plantas

Figura 6.14: Comparación de las nuevas soluciones obtenidas por optimización en base al tiempo

7. CONCLUSIONES

En base al Capítulo 6 y lo comentado a lo largo de los capítulos 4 y 5, no es complicado extraer una serie de conclusiones interesantes. Sin embargo, hay que tener siempre presentes las hipótesis de validez de las mismas: los resultados han sido obtenidos para un modelo sencillo de masas puntuales que representan una edificación de cierta altura y sometida a la acción sísmica modelada como una aceleración en la base. Para cualquier otra estructura (pasarelas, chimeneas, etc.) y otras excitaciones de naturaleza diferente (otros sismos, tránsitos peatonales, desprendimiento de torbellinos, etc.) sería necesario realizar las comprobaciones oportunas para confirmar o no la extrapolación de estas conclusiones.

En primer lugar, se han obtenido los modelos matemáticos aproximados de los dos modelos de edificio. Haciendo uso de instrumental especializado se han logrado obtener las funciones de respuesta en frecuencia experimentales a partir de las cuales, mediante la técnica del *model updating*, se ha calculado el conjunto de masas, rigideces y amortiguamientos equivalentes de un modelo de masas puntuales. La verosimilitud entre maquetas y modelos es bastante grande. Este éxito ha permitido continuar con las optimizaciones de los TMDs de forma computacional, reduciendo al mínimo las necesidades experimentales y, con ello, el tiempo de realización del presente trabajo. De paso, y como se estableció en los objetivos secundarios, se ha conseguido desarrollar un modelo matemático bastante preciso y ligero de la maqueta identificada. Tanto es así, que se trata de un modelo fácilmente ampliable hasta lograr el número de grados de libertad que corresponda para cada situación además de poderse incluir en él tantos TMDs como sea necesario. El conjunto ha sido programado en Matlab y se ha construido a su alrededor un entorno visual que permite, de forma rápida y eficaz, realizar las simulaciones que se necesitaban.

En términos de las soluciones, y como se comprobó en el Capítulo 6 y se verifica en la literatura, los TMDs han de sintonizarse a frecuencias próximas a las frecuencias propias de la estructura. O, al menos, cuando éstas se encuentran suficientemente separadas unas de otras como es el caso de los modelos de este trabajo. Por supuesto, se han encontrado excepciones a esta regla, pero la mayoría son fruto de intentos de optimización muy forzados. Además, lejos de estas excepciones, la mayoría de los resultados en lo que al nivel de respuesta se refiere, y casi todos ellos de una calidad más que aceptable, se han logrado precisamente así, dimensionando tantos TMDs como modos de interés tiene la estructura y sintonizándolos cada uno un poco por debajo de una frecuencia propia diferente. Además, la ubicación de cada uno es clave ya que han de encontrarse en su correspondiente vientre modal más pronunciado.

Este es, precisamente, el enfoque tradicional iniciado por Den Hartog y el que proporciona las fórmulas de Wartburton y, como se ha podido comprobar, ofrece resultados realmente buenos tanto a nivel de reducción de respuesta como de cantidad de energía absorbida por los TMDs. Es bueno, incluso, el enfoque de la optimización de varios TMDs por separado para, posteriormente, ser incluidos simultáneamente en la estructura con el fin de paliar la respuesta en frecuencia en su totalidad. A pesar de no resolverse como un problema de optimización como tal los niveles de respuesta y energía disipada son muy buenos. Este método tiene además la ventaja de que la optimización de los TMDs se obtiene mediante la aplicación de unas ecuaciones que dependen casi exclusivamente de las propiedades modales de la estructura. Es importante, finalmente, recalcar que los modelos empleados no poseen un amortiguamiento muy grande y es posible que, ante estructuras más amortiguadas, las soluciones de este método no resulten tan fiables ya que, a fin de cuentas, las fórmulas fueron deducidas a partir de modelos sin amortiguar.

Por su parte, las masas de los TMDs, fijada una cantidad máxima total a instalar, se reparten casi siempre de forma que la mayor cantidad se dedica al TMD sintonizado al modo 1. De haber varios con una sintonización similar, la masa se reparte de forma aproximadamente equitativa como se vio en el caso de minimizar el modo 1 de todas las FRFs de ambos modelos. En estas circunstancias, además, se vio cómo para el modelo de 3 plantas el poner dos TMDs o tres arrojaba soluciones realmente similares. En circunstancias como estas, y por razones económicas, siempre será preferible reducir al mínimo el número de TMDs. Como se ha podido comprobar, ya que se han realizado pruebas con valores de masa superiores, a mayor masa mejores resultados en cuanto a reducción de máximos en FRFs como de niveles de respuesta en aceleraciones.

El amortiguamiento es, quizá, la magnitud que menos predictibilidad posee ya que, como se ha comprobado, los niveles obtenidos para cada sintonización son realmente diferentes habiéndose encontrado factores de amortiguamiento modal desde 0 % hasta más del 30 %. Si hubiera que establecer una regla general, para sintonizaciones en frecuencia podrían ser válidos factores de amortiguamiento de entre un 5 y un 15 % mientras que si interesa reducir la respuesta en aceleraciones explícitamente estos factores se reducen hasta un rango de entre 1 y 10 % de forma aproximada. Por supuesto, se han encontrado optimizaciones con valores muy superiores o muy inferiores: los primeros pertenecen a ese conjunto de optimizaciones forzadas en los que se solicita demasiado a un solo TMD; los segundos son físicamente irrealizables y conllevan, a menudo, grandes carreras de TMDs.

Pero la conclusión mas interesante en relación al amortiguamiento surge en el contexto de la energía disipada por los TMDs. Como se ha podido comprobar, esta energía aumenta con el nivel de amortiguamiento de los mismos, pero limitado a su vez por su velocidad relativa a los pisos en que se encuentran. Como se discutió en su momento, ésta depende del amortiguamiento (cuanto más pequeño este, más elevada aquella) y de las propiedades del TMD. Concretamente, de su frecuencia de sintonización que, si se encuentra dentro de un rango excitado por el sismo, responderá con mayor contundencia que si se encuentra fuera. De esta forma, y sabiendo que la entrada es el acelerograma del sismo de El Centro, se ha visto que todos los TMDs orientados al modo 1, y solo ellos, disipan cantidades razonables de energía, mientras que los demás no superan el 20 % de esa energía. A pesar de todo, los TMDs orientados a los modos 2 y 3 son necesarios debido a su segunda utilidad: redistribuir la energía por el sistema, transfiriéndosela constantemente a la masa del TMD. Ambos efectos, redistribución y absorción suponen una enorme reducción de la respuesta del modelo, tanto estacionaria como transitoria.

En relación con lo anterior es preciso recalcar el hecho de que el indicador energético se encuentra, por la definición realizada del mismo en este trabajo, limitado superiormente por la energía total inyectada en la estructura a través del terreno. Y este máximo se alcanza siempre que se termina el movimiento, sabiendo que la estructura posee bajo amortiguamiento y la energía que disipa se puede suponer prácticamente despreciable. En este sentido, el indicador denominado W_C parece no tener mucho sentido a nivel comparativo y es necesario, en trabajos futuros, un reenfoque del mismo en términos de velocidad de disipación en lugar de la cantidad total de energía disipada (que siempre será, al final, la máxima). Ahondando en esta idea, el indicador normativo (directamente relacionado con las amplitudes de respuesta) no está en modo alguno relacionado con la energía disipada. Tanto es así, que en ningún momento han coincidido los casos óptimos para uno y otro indicador, ni cuando se optimizó en frecuencia ni cuando se optimizó en el tiempo. El extremo de esto se ha visto al encontrar las sintonizaciones óptimas en base al indicador W_C : las energías disipadas eran notablemente buenas y, sin embargo, la

reducción del nivel de aceleración no fueron para nada comparables con otros casos.

Por último, a nivel global, se destaca el hecho de que todos los indicadores concebibles a partir de respuestas temporales solo pueden ser calculados a partir de una excitación concreta. De esta forma, cualquier dimensionamiento o razonamiento que se desee extraer en base a ellos está enormemente condicionado por ella. En cambio, las optimizaciones en base a frecuencia, aunque sí que es necesario especificar dónde se ubican las fuerzas, no dependen de una magnitud o evolución concreta de las mismas y proporcionan, más bien, una vía de modificación de las propiedades modales del sistema conjunto lo que les hace bastante más generalistas y adecuadas para la mayoría de las situaciones. En cualquier caso, sea en el tiempo o sea en frecuencia, lo que está claro es que se logran resultados óptimos al incluir en el sistema tantos TMDs como modos problemáticos hay y se minimiza, con ellos, la suma de los máximos bien sea de las respuestas en frecuencia o de las temporales.

En definitiva, se puede concluir este trabajo con la verificación de que, en líneas generales, las soluciones obtenidas mediante la optimización de parámetros en frecuencia y en el tiempo son bastante similares. En el conjunto de estas soluciones se encuentran además las proporcionadas por la aplicación de las fórmulas de Warburton. Funciona realmente bien un TMD sintonizado en las proximidades de la primera frecuencia propia y la adición simultánea de todos los TMDs sintonizados por separado. Vistos los resultados poco fiables que desprende el indicador energético se decide no considerarlo apto para la optimización de TMDs a expensas de un rediseño del mismo. Por su parte, el indicador normativo arroja mejores resultados y en la misma dirección de lo que se puede obtener por minimización de las crestas de las FRFs. De esta forma se ha comprobado que las diferencias entre un conjunto de optimizaciones y otro son muy pequeñas y que, en la práctica, la optimización en base al dominio de la frecuencia ofrece unos resultados excelentes. Por esta razón, y otras ya mencionadas, es que se han venido utilizando en las últimas décadas para diseñar TMDs para estructuras reales.

8. LÍNEAS FUTURAS

Tal y como se ha ido indicando a lo largo del trabajo, la validez de los resultados aquí obtenidos está limitada a las hipótesis establecidas. Así, cabría en primer lugar abandonar algunas y modificar otras con el fin de comprobar hasta qué punto las conclusiones expuestas se pueden extrapolar. Así, se contemplan las siguientes posibilidades más inmediatas:

- Modificación de la excitación, sustituyéndola por un modelo de excitación debida al viento por desprendimiento de torbellinos, por ejemplo. Bien es sabido que los rangos de frecuencia de este tipo de excitación son diferentes de los aquí trabajados y es posible encontrarse con que cobran mayor importancia modos diferentes. Por otro lado, ante excitaciones no tan aleatorias como puede ser un terremoto sino más deterministas como la locomoción humana, que se distribuyen en una banda frecuencial relativamente estrecha, cabe esperar que las optimizaciones en base a la respuesta temporal transitoria no sufran tanta variabilidad como la detectada en el caso sísmico. Por supuesto, un análisis como este último tendría mejor cabida en el contexto de las pasarelas peatonales que en el de edificaciones de gran altura.
- Sofisticación del modelo estructural, al añadir otro tipo de elementos más allá de las simples masas puntuales y elementos elásticos entre ellas. Una concepción más realista del modelo de edificación puede llevar a la situación de aproximar las frecuencias propias entre sí y resultar en modos tan similares que algunas de las conclusiones extraídas en base a la ubicación de TMDs por modos pueden dejar de ser válidas.
- Cambio de la estructura por otra de diferente naturaleza. Por ejemplo, una estructura que simule una pasarela o puente esbelto. El primer modelo sencillo de este camino podría ser el de una viga convenientemente apoyada para reproducir el comportamiento modal de una estructura real. A partir de aquí, nuevamente, la sofisticación de dicho modelo conducirá a resultados de aplicación más directa situaciones reales.
- De forma complementaria a todo lo anterior existe la posibilidad de incorporar otros modelos para el amortiguamiento estructural. Existen en la literatura diversas opciones, como el amortiguamiento estructural o hiserético. Además, tanto el amortiguamiento viscoso como el estructural admiten un abordaje tanto modal, como físico o proporcional a partir de los coeficientes de Rayleigh. Se puede encontrar más información al respecto en [21] y [22].
- En relación con los problemas detectados en el indicador energético de este trabajo se plantea la necesidad de reenfocar el mismo orientando el estudio hacia la velocidad de disipación de la energía del sistema.

En este sentido, parece natural el tratar de aplicar las sintonizaciones obtenidas por los medios expuestos en este trabajo a estructuras reales. Primero a las maquetas a escala en laboratorio, para lo cual se utilizarán los TMDs diseñados como se expuso en el Capítulo 3, con el guiado sin contacto gracias a la pletina metálica y el amortiguamiento magnético. Con esta etapa concluida, sencilla una vez se disponga de una mesa sísmica completamente funcional, se procedería a la aplicación de la metodología a estructuras reales, previa caracterización de las mismas mediante técnicas de *model updating*.

Puesto que la materialización de los TMDs no es, ni mucho menos, ideal y siempre existen discrepancias entre los parámetros obtenidos en la etapa de simulación y los ejecutados realmente sería necesario realizar un estudio de la sensibilidad de cada uno de ellos, analizando los efectos que podrían tener los potenciales errores de realización. Así, los parámetros más sensibles requerirán un ajuste más fino (un diseño de sus elementos asociados más concienzudo y cuidado) y los parámetros menos críticos podrán ser ajustados más groseramente. Además, no solo los parámetros de los TMDs han de ser analizados. En el proceso de identificación de las propiedades estructurales (modales o espaciales) también se cometen errores. Puesto que los parámetros de los TMDs se diseñan en base a la identificación realizada, las discrepancias en esta fase pueden producir asimismo alteraciones en el resultado final. El conocimiento de la sensibilidad de los parámetros del modelo en el resultado final junto con un control de los errores potenciales cometidos es clave para una sintonización correcta.

Referencias

- [1] Ri-Hui Zhang and T.T. Soong. Seismic design of viscoelastic dampers for structural applications. *Journal of Structural Engineering*, 118(5):1375–1392, 1992.
- [2] J.J. Connor. *Introduction to structural motion control*. Prentice Hall Pearson Education, Upper Saddle River, N.J., 2003.
- [3] S.J. Dyke, B.F.S. Jr, M.K. Sain, and J.D. Carlson. Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures*, 5(5):565, 1996.
- [4] James M. Kelly. Aseismic base isolation: review and bibliography. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 5(4):202–216, 1986.
- [5] F. G. Fan, G. Ahmadi, N. Mostaghel, and I. G. Tadjbakhsh. Performance analysis of aseismic base isolation systems for a multi-story building. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 10(3):152–171, 1991.
- [6] H. Frahm. Device for damping vibrations of bodies., 1911.
- [7] J. Ormondroyd and J.P. Den Hartog. The theory of the dynamic vibration absorber. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineering*, 50:9–22, 1928.
- [8] J.P. Den Hartog. *Mechanical vibrations*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1934.
- [9] G. B. Warburton and E. O. Ayorinde. Optimum absorber parameters for simple systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 8(3):197–217, 1980.
- [10] G. B. Warburton. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 10(3):381–401, 1982.
- [11] R.J. McNamara. Tuned mass dampers for buildings. *Journal of the Structural Division*, 103(9):1785–1798, 1977.
- [12] R.W. Luft. Optimal tuned mass dampers for buildings. *Journal of the Structural Division*, 105(12):2766–2772, 1979.
- [13] R. Villaverde. Reduction in seismic response with heavily-damped vibration absorbers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 13:33–42, 1985.
- [14] F. Sadek, B. Mohraz, A.W. Taylor, and R.M. Chung. A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 26(6):617–635, 1997.
- [15] J.C. Miranda. On tuned mass dampers for reducing the seismic response of structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 34(7):847–865, 2005.
- [16] Steen Krenk and Jan Høgsberg. Tuned mass absorbers on damped structures under random load. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23(4):408–415, 2008.

- [17] N. Hoang, Y. Fujino, and P. Warnitchai. Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. *Engineering Structures*, 30(3):707–715, 2008.
- [18] C. Adam and T. Furtmüller. Seismic Performance of Tuned Mass Dampers. *Mechanics and Model-Based Control of Smart Materials and Structures*, Springer Vienna, pages 11–18, 2010.
- [19] G. Bekdas and S.M. Nigdeli. Mass ratio factor for optimum tuned mass damper strategies. *International Journal of Mechanical Sciences*, 71:68–84, 2013.
- [20] R. Greco, G.C. Marano, and A. Fiore. Performance-cost optimization of tuned mass damper under low-moderate seismic actions. *Structural Design of Tall and Special Buildings*, 25:1103–1122, 2016.
- [21] D. J. Ewins. *Modal testing : theory, practice, and application*. Research Studies Press, 2000.
- [22] N.M.M. Maia and J.M.M. Silva. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Engineering dynamics series. Research Studies Press, 1997.
- [23] A.K. Chopra. *Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering*. Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- [24] A.R. Conn, N.I.M. Gould, and P. Toint. A globally convergent augmented lagrangian algorithm for optimization with general constraints and simple bounds. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 28(2):545–572, 1989.
- [25] D.E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1st edition, 1989.