

# CORRECCIÓN DE LA POSICIÓN MEDIANTE MARCAS PLANAS UTILIZANDO EL SENSOR IR DEL WIIMOTE

Salvador Domínguez  
Fundación CARTIF, saldom@cartif.es

Eduardo Zalama, Jaime Gómez García-Bermejo  
Universidad de Valladolid, ezalama@eis.uva.es, jaigom@eis.uva.es

## Resumen

*La localización mediante la utilización de marcas en el entorno ha sido ampliamente utilizada en la historia de la robótica. Muchas de las técnicas clásicas se basan en la triangulación de la posición del robot con varias marcas colocadas por el entorno de trabajo.*

*En este artículo se propone un método para la asistencia a la localización que permite la corrección de la posición del robot utilizando marcas especiales formadas por 4 puntos.*

**Palabras clave:** Localización, infrarrojos (IR), robótica

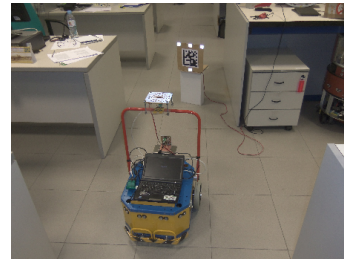


Figura 1: Robot corrigiendo la posición con la marca

mote” (Ver Figura 2).



Figura 2: Mando de consola wii o wiimote

Los motivos de esta elección son los siguientes:

- Es fácil de conseguir y barato
- Es capaz de distinguir hasta 4 puntos con emisión infrarroja del resto de la escena con una tasa de captura de hasta 30Hz.
- La información la proporciona en forma de vector de coordenadas de los puntos detectados con lo que el PC no tiene que procesar ninguna imagen.
- La resolución de los puntos detectados es de 1024x768 píxeles lo cual es bastante más que si utilizáramos cualquier webcam convencional.

Sin embargo desde un punto de vista práctico este mando presenta un par de problemas:

- Se trata de un dispositivo de 148 mm de largo, 36.2 mm de ancho y 30.8 mm de alto lo cual para algunas aplicaciones puede resultar

## 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas de la localización de los sistemas convencionales utilizados en robótica móvil es que ninguno es infalible, habiendo siempre situaciones en las que pueden fallar proporcionando una localización imprecisa o bien una falta de localización en ciertas zonas. Cuando las zonas problemáticas son conocidas la localización puede ser reforzada utilizando sistemas auxiliares como el que se expone en este artículo. La misión principal de estos sistemas es proporcionar una corrección fiable de la posición, de manera que el robot sepa exactamente dónde se encuentra y pueda continuar su tarea con normalidad. Como ventaja añadida de este sistema se encuentra el que puede ser utilizado como sistema de guiado en maniobras de precisión como por ejemplo: acceso a ascensores, conexión automática a puntos de carga de baterías, o acceso a bahías de carga y descarga de mercancías.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA FÍSICO

### 2.1. EL SENSOR

El dispositivo escogido para nuestro sistema de corrección por marcas es el sensor IR del mando de la consola Wii de Nintendo, también llamado "wii-

un poco voluminoso y difícil de integrar en algunos robots de pequeño tamaño.

- La comunicación con el PC o consola es a través de Bluetooth lo cual requiere de un emparejamiento antes de establecer el intercambio de datos. Este ha de iniciarse al pulsar simultáneamente un par de botones en el mando. Muchos robots han de trabajar de manera autónoma y por tanto los dispositivos han de funcionar de manera automática sin requerir intervención del usuario.

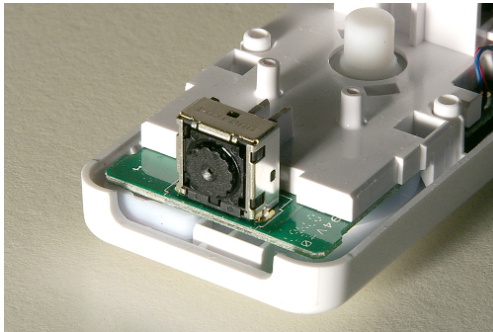


Figura 3: Sensor infrarrojo del wiimote

Para solucionar estos problemas se decidió extraer el sensor CCD IR del wiimote (ver Figura 3 estableciendo la comunicación directamente con el mismo. Dado que la comunicación con el sensor es por bus I2C se decidió utilizar un adaptador USB-I2C que permite comunicar el PC con el sensor. El resultado es el dispositivo que se muestra en la Figura 4 al que se dotó de un array de diodos LED de emisión IR a 950 nm que puede ser activado en caso de utilizar marcas pasivas catadriópticas.

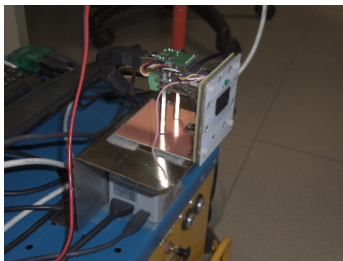


Figura 4: Sensor instalado en el robot

## 2.2. LAS MARCAS

Las marcas son elementos colocados en lugares estratégicos del entorno de manera que al ser detectadas proporcionan información detallada sobre la posición del observador, en este caso el sensor IR del wiimote. En la Figura 5 se muestra una de estas marcas. Como se puede observar dispone de

4 puntos brillantes colocados con una configuración en cruz y cuando la ocasión lo requiere pueden estar dotadas de un código bidimensional que identifica la marca de manera unívoca. La marca mostrada está dotada de emisión de luz IR en los 4 puntos de la marca así como la posibilidad de reflejar la luz IR emitida desde el observador en caso de que se requiera. Presenta por lo tanto dos modos de funcionamiento:

- Activo.- la marca emite la luz activando unos diodos en los 4 puntos de la marca.
- Pasivo.- el sensor está dotado de un foco luminoso de luz IR que se refleja en los adhesivos catadriópticos colocados en los 4 puntos de la marca y es detectada por el sensor.

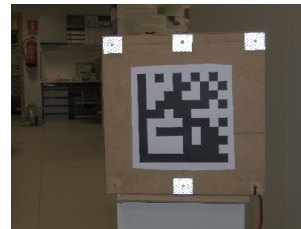


Figura 5: Marcas utilizadas

En la Figura 6 se muestra la disposición de los 4 puntos que componen una marca.

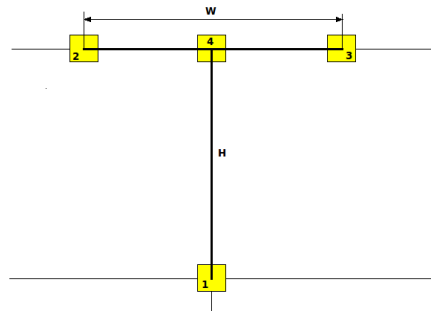


Figura 6: Disposición de los puntos en las marcas

Cuando el sensor IR detecta 4 puntos lo primero que se hace es un proceso de ordenación de los puntos dando a cada punto un identificador del 1 al 4 según su disposición relativa con el resto de puntos. Después se comprueba que se respeten ciertas relaciones de proporcionalidad de disposición de los puntos. Si se cumplen dichas relaciones entonces se condiserará un candidato válido de marca. Los puntos 1 y 4 han de estar prácticamente en una vertical dentro de una tolerancia establecida, además el punto 4 ha de estar en un punto intermedio del segmento entre el 2 y el 3 dentro también de una tolerancia establecida. Con

estas condiciones el número de detecciones debidas a puntos luminosos del entorno que no son marcas queda reducido drásticamente. Aún en el caso de que se detectase como marca algo que no lo es, podría aplicarse el sistema de identificación de códigos bidimensionales para analizar la imagen del área comprendida entre los 4 puntos. En caso de identificación negativa la marca es descartada como no válida.

Es conveniente aunque no necesario que el punto 1 esté a la misma altura del suelo que el sensor. De esta manera sirve de punto guía para maniobras de acercamiento o guiado de precisión (por ejemplo: para guiar al robot a al punto de recarga de baterías). Cuando el robot está suficientemente cerca de las marcas deja de ver los 4 puntos porque se salen del recuadro de imagen, con lo que a partir de ahí no será posible realizar los cálculos que se explican en el siguiente apartado. Sin embargo, con un adecuado control, prácticamente hasta la finalización de la maniobra verá el punto 1. Una maniobra de acercamiento o guiado comenzará típicamente con una detección de marca completa que conmutará a guiado hasta completar la maniobra.

### 3. CÁLCULO DE LA POSICIÓN

Podemos imaginar que la marca está formada por dos segmentos rectilíneos perpendiculares, el segmento 1-4 de tamaño  $H$  que servirá para determinar la distancia y profundidad a la que se encuentra la marca y el 2-3 de tamaño  $W$  que servirá para determinar el resto de parámetros.

Las marcas han de colocarse en posición vertical de manera que el segmento 2-3 sea siempre horizontal y el 1-4 sea siempre vertical con el punto 1 en la parte inferior tal como muestra la Figura 6.

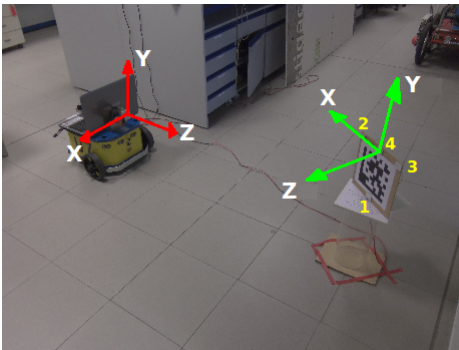


Figura 7: Disposición de los ejes del sensor y de la marca

Por otra parte el sensor se instala en el robot de manera que el plano imagen sea también vertical. Esto es, el eje vertical de la imagen será perpendi-

cular al suelo y el horizontal será paralelo al plano del suelo. Estableceremos como convenio para los ejes del sensor los mostrados en la Figura 7.

Como paso previo se normalizan las coordenadas proporcionadas por el sensor. Estas están en el rango  $[0, 1024]$  en el eje  $X$  y  $[0, 768]$  en el eje  $Y$ . El origen está en la esquina superior izquierda del cuadro imagen con el semieje positivo  $X$  hacia la derecha y el semieje positivo  $Y$  hacia abajo. Se transforman estos valores según las ecuaciones (1)

$$\begin{aligned} X' &= \frac{X - W/2}{W/2} \\ Y' &= \frac{Y - H/2}{H/2} \end{aligned} \quad (1)$$

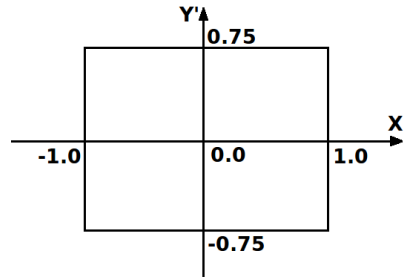


Figura 8: Sistema de coordenadas del plano imagen normalizado

de esta manera los ejes  $X$  e  $Y$  quedan centrados en el cuadro imagen del sensor, los rangos quedarán comprendidos en  $[-1.0, 1.0]$  en  $X$  y  $[-0.75, 0.75]$  en  $Y$ . La distancia focal del sensor IR utilizando esta conversión es de 2.4737. Ver Figura 8

En el esquema de la Figura 9 se muestra desde un punto de vista zenital una disposición genérica de la marca respecto de la posición del sensor.

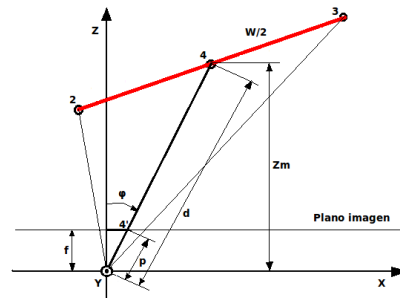


Figura 9: Esquema trigonométrico del plano horizontal  $XY$

Lo primero que podemos calcular es la distancia  $d$  entre el segmento 1-4 de la marca y el origen del sistema de coordenadas del sensor. De esta figura podemos deducir

$$p = \frac{f}{\cos(\phi)} \quad (2)$$

donde  $f$  es la distancia focal del sensor que es conocida y  $\phi$  se puede calcular con la siguiente expresión

$$\phi = \arctan\left(\frac{X'_4}{f}\right) \quad (3)$$

donde  $X'_4$  es la coordenada X del punto 4 en el plano imagen, la cual es obtenida directamente como lectura del sensor.

Si ahora observamos la escena perpendicular al plano que forman el origen de coordenadas y el segmento 1-4 obtenemos la Figura 10

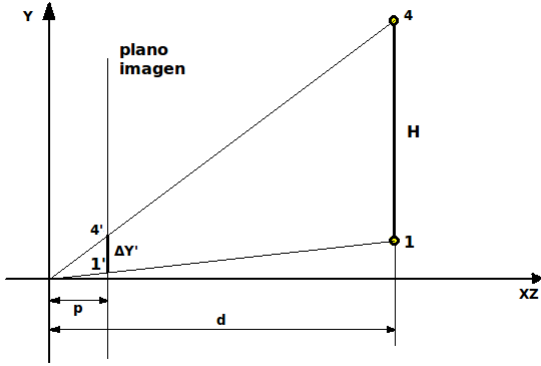


Figura 10: Esquema trigonométrico del plano vertical que forma la posición del sensor y el segmento vertical 1-4

$$d = \frac{H * p}{\Delta Y'} \quad (4)$$

donde  $p$ , como se ha visto en la ecuación (2), es conocido.  $H$  es la distancia entre los puntos 1 y 4 y  $\Delta Y'$  es la diferencia en  $Y$  entre las proyecciones de los puntos 1 y 4 en el plano imagen las cuales son lecturas directas del sensor.

Conocida la distancia  $d$  y el ángulo  $\phi$  es posible ahora calcular la coordenada de profundidad del segmento 1-4 denominada  $Z_m$  en la Figura 9. Ver eq. (5)

$$Z_m = d * \cos(\phi) \quad (5)$$

En la Figura 11 se muestra la misma perspectiva que en la Figura 9, aunque con la información necesaria para el cálculo de la pose del sensor respecto de la marca. Se observa que la marca formará en general un ángulo  $\alpha$  respecto del plano paralelo al

plano imagen. Si tomamos como punto de pivota-je de  $\alpha$  el segmento 1-4 se pueden distinguir dos triángulos  $a$  y  $b$

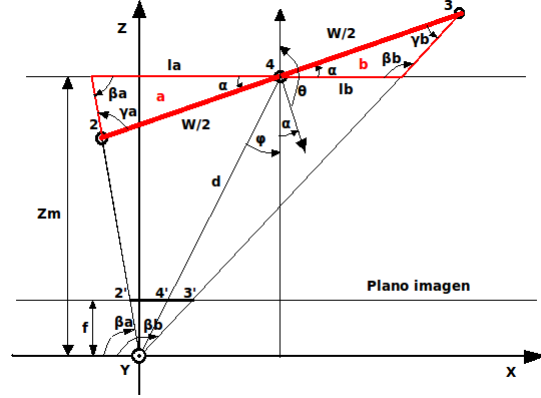


Figura 11: Esquema trigonométrico del plano horizontal XY

Observar en la figura que los ángulos  $\beta_a$  y  $\beta_b$  se pueden obtener fácilmente mediante las expresiones (6).

$$\begin{aligned} \beta_a &= \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{X'_2}{f}\right) \\ \beta_b &= \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{X'_3}{f}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $X'_2$  y  $X'_3$  son las coordenadas de las proyecciones de los puntos 2 y 3 en el plano imagen.

De esta figura también se puede deducir por semejanza que la distancia  $l_b$  es a  $Z_m$  lo que la distancia entre 3'y 4' ( $\Delta X'_{34}$ ) a la distancia focal  $f$ . Lo mismo se puede decir para  $l_a$  y la distancia entre 2'y 4' ( $\Delta X'_{24}$ ) como se muestra en las ecuaciones (7)

$$\begin{aligned} l_a &= \frac{\Delta X'_{24} * Z_m}{f} \\ l_b &= \frac{\Delta X'_{34} * Z_m}{f} \end{aligned} \quad (7)$$

y si se aplica el teorema de los senos en cada triángulo obtenemos las ecuaciones (8).

$$\begin{aligned} \frac{l_a}{\sin \gamma_a} &= \frac{W/2}{\sin \beta_a} \\ \frac{l_b}{\sin \gamma_b} &= \frac{W/2}{\sin \beta_b} \end{aligned} \quad (8)$$

donde todo es conocido excepto  $\gamma_a$  y  $\gamma_b$ . Si se despejan  $\gamma_a$  y  $\gamma_b$  se obtienen las ecuaciones (9).

$$\begin{aligned} \gamma_a &= \pm \arcsin\left(\frac{2 * l_a * \sin \beta_a}{W}\right) \\ \gamma_b &= \pm \arcsin\left(\frac{2 * l_b * \sin \beta_b}{W}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

Solo uno de los signos será válido. La condición para su determinación se obtiene más adelante.

Por otra parte en cada triángulo ha de cumplirse que la suma de sus tres ángulos sea  $\pi$  obteniendo las ecuaciones (10).

$$\begin{aligned}\gamma_a &= \pi - \alpha - \beta_a \\ \gamma_b &= \pi - \alpha - \beta_b\end{aligned}\quad (10)$$

de donde podemos despejar  $\alpha$  obteniendo (11)

$$\begin{aligned}\alpha &= \pi - \gamma_a - \beta_a \\ \alpha &= \pi - \gamma_b - \beta_b\end{aligned}\quad (11)$$

los signos escogidos para  $\gamma_a$  y  $\gamma_b$  serán aquella combinación que proporcione un valor similar para  $\alpha$  en ambas ecuaciones (11).

Con los datos trigonométricos obtenidos hasta ahora es inmediato calcular la pose de la marca respecto del sistema de coordenadas del sensor. Observando la Figura 11 se pueden deducir fácilmente las expresiones (12)

$$\begin{aligned}\theta_m &= -\theta = -(\pi - \alpha) \\ X_m &= d * \sin\phi \\ Z_m &= d * \cos\phi\end{aligned}\quad (12)$$

teniendo en cuenta que el origen del sistema de coordenadas de la marca esta centrado en el punto 4 (ver Figura 7) y observando la Figura 10 se puede deducir la coordenada  $Y_m$

$$Y_m = \frac{Y'_4 * d}{p} \quad (13)$$

Sin embargo, en muchas ocasiones lo que realmente nos puede interesar es la pose del sensor respecto de la marca. Para ver la situación con más claridad se ha representado en la Figura 12 una situación genérica de pose del sensor respecto del sistema de referencia de la marca. Las variables que nos interesan para determinar la pose del robot son  $X$ ,  $Z$  y  $\theta$ .

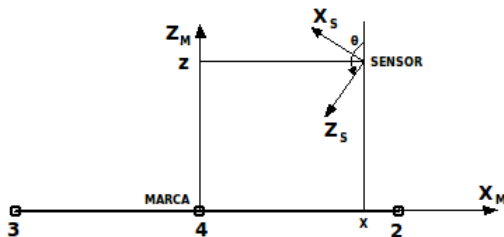


Figura 12: Pose del sensor respecto de la marca

Volviendo a la Figura 10 y comparándola con la Figura 11 se observa que

$$\begin{aligned}\theta &= \pi - \alpha \\ X &= d * \sin(\alpha + \phi) \\ Z &= d * \cos(\alpha + \phi) \\ Y &= -Y_m\end{aligned}\quad (14)$$

En general cada marca tendrá una pose diferente en el mapa global con lo que la posición absoluta del sensor será la composición de la transformación de la marca respecto del sistema de referencia global con la del sensor respecto del sistema de referencia de la marca.

#### 4. ANÁLISIS DEL ERROR

En esta sección se analiza el error de posicionamiento cometido en el plano XZ tanto de la marca respecto del sensor como del sensor respecto de la marca.

Partiendo de las ecuaciones (12) descomponemos las variables  $d$ ,  $\alpha$  y  $\phi$  en sus componentes estimadas ( $d^*$ ,  $\alpha^*$ ,  $\phi^*$ ) más los respectivos errores cometidos en la estimación ( $\epsilon_d$ ,  $\epsilon_\alpha$ ,  $\epsilon_\phi$ ).

$$\begin{aligned}d &= d^* + \epsilon_d \\ \alpha &= \alpha^* + \epsilon_\alpha \\ \phi &= \phi^* + \epsilon_\phi\end{aligned}\quad (15)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (12) obtendremos las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}\theta_m &= -(\pi - (\alpha^* + \epsilon_\alpha)) \\ &= (\pi - \alpha^*) - \epsilon_\alpha = \theta_m^* - \epsilon_\alpha \\ \theta_m - \theta_m^* &= \epsilon_\alpha\end{aligned}\quad (16)$$

haciendo lo mismo para  $X_m$

$$\begin{aligned}X_m &= (d^* + \epsilon_d) * \sin(\phi^* + \epsilon_\phi) \\ &= (d^* + \epsilon_d) * (\sin\phi^* * \cos\epsilon_\phi + \cos\phi^* * \sin\epsilon_\phi)\end{aligned}\quad (17)$$

Para estimar  $\epsilon_\phi$  nos fijaremos en la ecuación (3). Un error de un pixel cometido en  $Y'_4$  dará un incremento angular en  $\phi$  de aproximadamente  $(1,5/768px)/2,4737 \rightarrow \epsilon_\phi = 0,00079$  radianes. Este valor es suficientemente pequeño como para hacer la siguiente aproximación  $\epsilon_\phi \approx 0 \rightarrow \sin\epsilon_\phi \approx \epsilon_\phi$  y  $\cos\epsilon_\phi \approx 1$ .

$$\begin{aligned}X_m &\approx (d^* + \epsilon_d) * (\sin\phi^* + \cos\phi^* * \epsilon_\phi) \\ &= d^* * \sin\phi^* + d^* * \cos\phi^* * \epsilon_\phi + \epsilon_d * \sin\phi^* + \epsilon_d * \epsilon_\phi\end{aligned}\quad (18)$$

Para simplificar los cálculos suponemos que el sensor se encuentra directamente apuntando hacia la marca que es como se realizarán los experimentos. Esto es, la marca está centrada en el "punto de mira" del sensor ( $\phi^* \approx 0 \rightarrow \sin\phi^* \approx \phi^*$  y  $\cos\phi^* \approx 1$ ).

$$\begin{aligned} X_m &\approx d^* * \sin\phi^* + d^* * \epsilon_\phi + \epsilon_d * \phi^* + \epsilon_d * \epsilon_\phi \\ X_m - X_m^* &\approx d^* * \epsilon_\phi + \epsilon_d * \phi^* + \epsilon_d * \epsilon_\phi \\ &\approx d^* * \epsilon_\phi \end{aligned} \quad (19)$$

Los dos últimos términos en (19) se han despreciado por ser de un orden de magnitud menor que el primero.

Si consideramos que la distancia máxima que mediremos en los experimentos es de unos 3.6 metros nos da un error  $X_m - X_m^* \approx 3,6 * 0,00079 = 0,002844$ , o sea, unos 2.8 milímetros que es una cantidad bastante pequeña como error máximo de posicionamiento en X.

haciendo los cálculos para  $Z_m$  nos queda

$$\begin{aligned} Z_m &\approx d^* * \cos\phi^* + \epsilon_d \\ Z_m - Z_m^* &\approx \epsilon_d \end{aligned} \quad (20)$$

Como conclusiones obtenemos que el error de pose angular es la diferencia entre el ángulo real de la marca y el estimado mediante (12), en cuanto a la posición vemos que el error de posicionamiento de la marca estará acotado aproximadamente por el valor  $\epsilon_d$ .

A continuación se analiza el error de posicionamiento del sensor respecto de la marca.

Partimos de las ecuaciones (14). Sustituyendo (16) en las mismas obtenemos

Para  $\theta_s$

$$\begin{aligned} \theta_s &= (\pi - (\alpha^* + \epsilon_\alpha)) \\ &= (\pi - \alpha^*) - \epsilon_\alpha = \theta_s^* - \epsilon_\alpha \\ \theta_s - \theta_s^* &= -\epsilon_\alpha \end{aligned} \quad (21)$$

En cuanto a la componente  $X_s$

$$\begin{aligned} X_s &= (d^* + \epsilon_d) * \sin(\alpha^* + \epsilon_\alpha + \phi) \\ &= (d^* + \epsilon_d) * (\sin(\alpha^* + \phi) * \cos\epsilon_\alpha \\ &\quad + \cos(\alpha^* + \phi) * \sin\epsilon_\alpha) \\ &\approx (d^* + \epsilon_d)(\sin(\alpha^* + \phi) + \cos(\alpha^* + \phi) * \epsilon_\alpha) \\ X_s - X_s^* &\approx d^* \epsilon_\alpha * \cos\alpha^* + \epsilon_d * \sin\alpha^* + \epsilon_d * \epsilon_\alpha \end{aligned} \quad (22)$$

Análogamente para  $Z_s$

$$Z_s - Z_s^* \approx -d^* \epsilon_\alpha * \sin\alpha^* + \epsilon_d * \cos\alpha^* - \epsilon_d * \epsilon_\alpha \quad (23)$$

Ambas ecuaciones (22) y (23) permitirán determinar el error de posicionamiento conocido  $\epsilon_d$  y  $\epsilon_\alpha$ . En cuanto al error en orientación será  $\epsilon_\alpha$ .

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los experimentos realizados buscan medir la precisión del posicionamiento midiendo los errores  $\epsilon_d$  y  $\epsilon_\alpha$  y aplicándolos a las ecuaciones (16),(19),(20),(21),(22),(23) .

El experimento realizado consistió en obtener los valores estimados de distancia  $d$  y ángulo  $\alpha$  utilizando una marca de dimensiones  $H = 23cm$  y  $W = 23m$ .

En la Tabla 1 se muestran los valores obtenidos comparándolos con sus valores reales medidos in-situ. El rango de distancias abarcado va de 1.18 metros hasta 3.59 metros en incrementos de aproximadamente 40 centímetros. El rango angular abarca de  $0^\circ$  (correspondiente a sensor y marca completamente enfrentados) hasta  $60^\circ$  en incrementos de  $15^\circ$ . Por simetría se puede suponer que obtendríamos valores similares entre  $0^\circ$  y  $-60^\circ$ . Por lo tanto el área de posicionamiento abarcado asciende a unos  $12m^2$

$d$ metros \ $\alpha$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$(\bar{d}, \sigma_d)$
1.18	(1.22, $\pm 10.76^\circ$ )	(1.22, 16.42°)	(1.22, 31°)	X	X	(1.22, 0)
1.58	(1.60, $\pm 11^\circ$ )	(1.61, 16.6°)	(1.60, 31.4°)	(1.60, 46.56°)	(1.61, 61°)	(1.604, 0.002)
1.97	(1.99, $\pm 8^\circ$ )	(1.97, 17.83°)	(1.97, 32.0°)	(1.98, 46.84°)	(2.0, 61.76°)	(1.98, 0.005)
2.38	(2.34, $\pm 14.19^\circ$ )	(2.34, 19.64°)	(2.39, 30.85°)	(2.41, 45.69°)	X	(2.37, 0.015)
2.78	(2.79, $\pm 14^\circ$ )	(2.76, 17.55°)	(2.77, 32.52°)	(2.78, 45.25°)	X	(2.775, 0.005)
3.18	(3.18, $\pm 14^\circ$ )	(3.15, 20.26°)	(3.18, 29.2°)	(3.18, 45.38°)	X	(3.17, 0.006)
3.59	(3.54, $\pm 18^\circ$ )	(3.75, 8.21°)	(3.62, 30°)	X	X	(3.62, 0.05)
$(\bar{\pi}, \sigma_\alpha)$	(0°, 4.99)	(16.64°, 1.4)	(31°, 0.4)	(45.94°, 0.29)	(61.38°, 0.27)	

Cuadro 1: Medidas experimentales distancia-ángulo de la marca respecto del sensor. Las celdas marcadas con una X no pudieron determinarse por falta de detección de la marca

En este experimento, la marca deja de detectarse cuando está a más de 3.60 metros y/o el ángulo  $\alpha$  excede un valor límite dependiendo de la distancia. Para distancias intermedias entre 1.4 y 2.2 metros es posible detectar la marca a más de  $\pm 60^\circ$  .

De la tabla se puede deducir que para ángulos próximos a  $0^\circ$  la estimación angular es poco precisa. Esto tiene su razón de ser puesto que, al ver la marca de frente, no hay información de diferencia de profundidad entre los extremos laterales de la marca que es la que nos dice cuanto está esta girada. Sin embargo, a medida que se va aumentando el ángulo  $\alpha$  la estimación angular es mucho más precisa. La estimación de la distancia presenta un error máximo de unos 4cm en todo el área de cobertura.

Las figuras 13 a 16 resumen de forma gráfica los resultados estadísticos de los que se pueden



obtener diversas conclusiones.

En la Figura 13 se muestra la dependencia de  $\epsilon_\alpha$  en función de  $\alpha$  para valores de distancia menores de 3.59m puesto que para distancias mayores la estimación del ángulo se vuelve inestable. La gran dispersión del error para valores de  $\alpha$  pequeños  $[-15^\circ, 15^\circ]$  se debe principalmente a una pobre estimación de la diferencia de profundidad entre los puntos 2 y 3 de la marca. Para el resto de ángulos el error es considerablemente menor (ver Tabla 1).

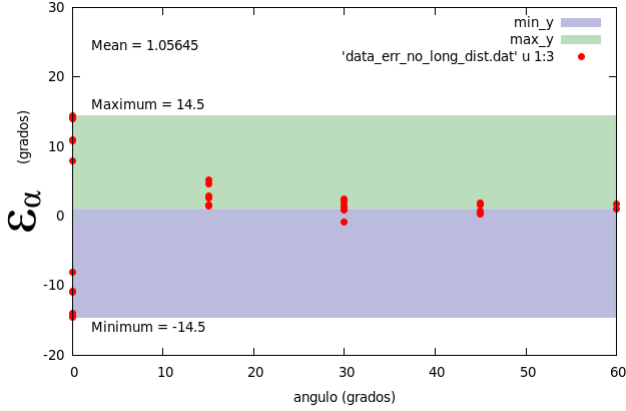


Figura 13: Error angular según el ángulo de incidencia con la marca

En la Figura 14 se muestra la dependencia de  $\epsilon_\alpha$  en función de la distancia sin considerar las medidas entre  $[-15^\circ, 15^\circ]$  por ser estas demasiado inestables. No se aprecia una fuerte dependencia con la distancia salvo para distancias de más de 3 metros. Para distancias grandes se vuelve inestable por verse la marca demasiado pequeña desde el punto de vista del sensor y no poderse apreciar diferencia de profundidad entre los puntos 2 y 3.

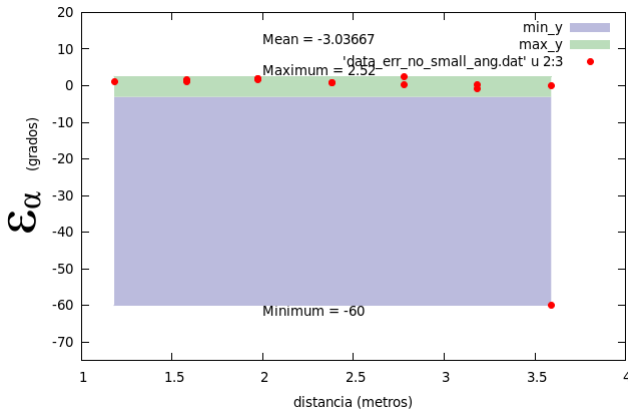


Figura 14: Error angular según la distancia a la marca  $\alpha$

En la Figura 15 se muestra la dependencia de  $\epsilon_d$  frente al valor del ángulo de incidencia. Se obser-

va que el error se mantiene entre  $\pm 4cm$  en todo el rango angular e independientemente de la distancia.

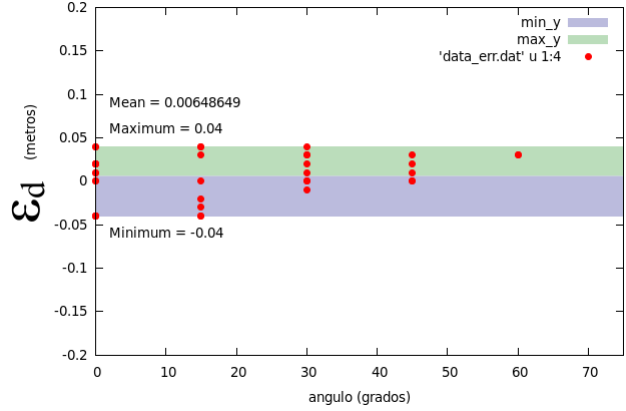


Figura 15: Error de distancia según el ángulo de incidencia con la marca

Finalmente en la Figura 16 se muestra la dependencia del error de distancia al aumentar la distancia a la marca. Se observa que, aunque en general el error es bastante pequeño en todo el rango, este va creciendo progresivamente al aumentar la distancia lo cual es lógico.

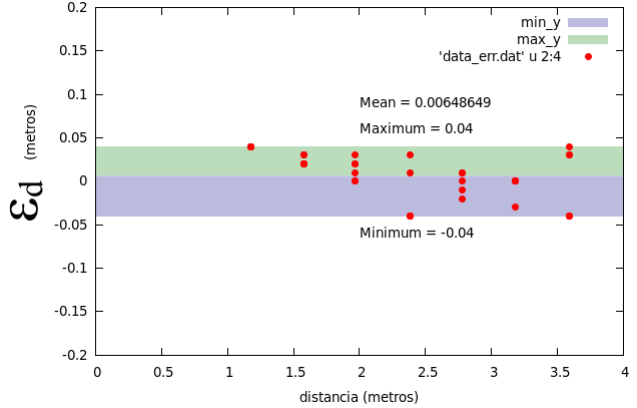


Figura 16: Error de distancia según la distancia a la marca

### 5.1. Error de posicionamiento de la marca respecto del sensor

Según se obtuvo en la sección anterior, el error de posicionamiento de la marca respecto del sensor depende directamente del error en la estimación de la distancia  $\epsilon_d$ . En cuanto al error en la estimación de la pose angular  $\theta_m$ , este depende directamente de  $\epsilon_\alpha$ . En la Tabla 2 se muestra los resultados en cuanto a error de posicionamiento de la marca respecto del sensor. En ella se observa que obtiene un error de posición de menos de 5cm en todo el área abarcada aunque el error angular se mantiene

por debajo de  $3^\circ$  s3lamente para 3ngulos mayores de  $10^\circ$  y distancias menores de 3.5 metros.

$d$ metros \ $\alpha$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
1.18	(4cm, $\pm 10.76^\circ$ )	*(4cm, 1.42 $^\circ$ )	*(4cm, 1.0 $^\circ$ )	X	X
1.58	(2cm, $\pm 11^\circ$ )	*(3cm, 1.6 $^\circ$ )	*(2cm, 1.4 $^\circ$ )	*(2cm, 1.56 $^\circ$ )	*(3cm, 1.0 $^\circ$ )
1.97	(2cm, $\pm 8^\circ$ )	*(0cm, 2.83 $^\circ$ )	*(0cm, 2.0 $^\circ$ )	*(1cm, 1.84 $^\circ$ )	*(3cm, 1.76 $^\circ$ )
2.38	(4cm, $\pm 14.29^\circ$ )	(4cm, 4.64 $^\circ$ )	*(1cm, 0.85 $^\circ$ )	*(1cm, 0.69 $^\circ$ )	X
2.78	(1cm, $\pm 14^\circ$ )	*(2cm, 2.55 $^\circ$ )	*(1cm, 2.52 $^\circ$ )	*(0cm, 0.25 $^\circ$ )	X
3.18	(0, $\pm 14.5^\circ$ )	(3cm, 5.26 $^\circ$ )	*(0, -0.8 $^\circ$ )	*(0, 0.38 $^\circ$ )	X
3.59	(4cm, $\pm 18^\circ$ )	(4cm, $\pm 23.21^\circ$ )	(4cm, $\pm 60^\circ$ )	X	X

Cuadro 2: Errores posicionamiento de la marca respecto del sensor. Se han marcado las celdas con  $\epsilon_d \leq 4cm$  y  $\epsilon_\alpha \leq 3^\circ$

## 5.2. Error de posicionamiento del sensor respecto de la marca

En este caso el error de posicionamiento sigue las ecuaciones (21),(22),(23)

En la En la Tabla 3 se muestran los resultados para  $\sqrt{(X_s - X_s^*)^2 + (Z_s - Z_s^*)^2}$ ,  $\theta_s - \theta_s^*$

$d$ metros \ $\alpha$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
1.18	(23cm, $\pm 10.76^\circ$ )	*(5cm, 1.42 $^\circ$ )	*(4cm, 1.0 $^\circ$ )	X	X
1.58	(31cm, $\pm 11^\circ$ )	*(5.5cm, 1.6 $^\circ$ )	*(4.4cm, 1.4 $^\circ$ )	*(4.5cm, 1.56 $^\circ$ )	*(4.2cm, 1.0 $^\circ$ )
1.97	(28cm, $\pm 8^\circ$ )	*(9.7cm, 2.83 $^\circ$ )	*(6.9cm, 2.0 $^\circ$ )	*(6.5cm, 1.84 $^\circ$ )	*(7cm, 1.76 $^\circ$ )
2.38	(59cm, $\pm 14.29^\circ$ )	(19.7cm, 4.64 $^\circ$ )	*(3.7cm, 0.85 $^\circ$ )	*(3.1cm, 0.69 $^\circ$ )	X
2.78	(68.4cm, $\pm 14^\circ$ )	(12.5cm, 2.55 $^\circ$ )	(12.3cm, 2.52 $^\circ$ )	*(1.2cm, 0.25 $^\circ$ )	X
3.18	(80, $\pm 14.5^\circ$ )	(29.4cm, 5.26 $^\circ$ )	*(4.6cm, -0.8 $^\circ$ )	*(2.1cm, 0.38 $^\circ$ )	X
3.59	(112cm, $\pm 18^\circ$ )	(149cm, $\pm 23.21^\circ$ )	(384cm, $\pm 60^\circ$ )	X	X

Cuadro 3: Errores posicionamiento de la marca respecto del sensor. Se han marcado las celdas con  $\epsilon_d \leq 10cm$  y  $\epsilon_\alpha \leq 3^\circ$

De esta tabla se muestran las medidas con errores angulares por debajo de los  $3^\circ$  y de posicionamiento menores de 10cm. Esta es por tanto una buena zona para la correcci3n de la posici3n del robot.

## 6. CONCLUSIONES

Se ha presentado un m3todo para la asistencia a la navegaci3n que permite dos cosas:

- determinar la pose de una marca respecto de su sistema de referencia local. Esto es de gran utilidad para el guiado de robots en maniobras de precisi3n.
- obtener la posici3n del robot respecto de la marca. Si la posici3n de esta es conocida dentro del mapa de navegaci3n entonces es posible corregir la posici3n del robot dentro del mapa de navegaci3n. Esto permite corregir posibles errores del sistema de localizaci3n utilizado cuando el robot pasa cerca de estas marcas.

En los resultados experimentales se ha mostrado que no siempre es posible obtener una buena pre-

cisi3n en la obtenci3n de la pose de la marca respecto del robot. A3n m3s cr3tica es una buena estimaci3n de la pose del robot respecto de la marca. No obstante, en las zonas pr3ximas al robot y retiradas del eje central Z se puede obtener una buena precisi3n de posicionamiento. Incluso en aquellas zonas en las que no es buena, si que lo es la estimaci3n en distancia  $d$  y en el 3ngulo  $\phi$ , es decir, las coordenadas polares de la marca respecto del sensor. Esto permite que en todo el 3rea de cobertura pueda utilizarse este m3todo como sistema de guiado para maniobras.

## Agradecimientos

Nuestro sincero agradecimientos a la Agencia de Inversiones y Servicios de Castilla y Le3n por soportar parcialmente este trabajo (Ref. CCT/10/VA/0001).

## Referencias