

En el principio era Yahvé: la única ecuación disponible

José Antonio Menéndez

Departamento de Estadística. Universidad de Valladolid

En el principio era Yahvé: la única ecuación disponible. Aún hoy, muchos así lo creen. Panteístas, politeístas, monoteístas,... Toda cosmología busca una explicación, pero la explicación del universo es complicada porque, entre otras cosas, nuestra capacidad de percepción de la realidad es muy limitada.

Realidad y Representación

Algunas de nuestras limitaciones personales son bien conocidas (las hay que nos negamos a reconocer), aunque muchas de ellas están aún mal explicadas; así la existencia del punto ciego y algunas otras “anomalías” de nuestro sistema visual y otras más complejas de nuestro sistema neurológico, como, por ejemplo, nos describe el premio nobel Francis Crick en su libro de sugerente título “La búsqueda científica del alma” (1994), que dedica principalmente a la consciencia y a la necesidad de internarse en su estudio desde una perspectiva científica, asunto en el que parece ser que se están produciendo avances notables. Nuestro sistema neurológico responde al punto ciego con una especie de interpolación visual maravillosa, casi cosa de magia, pero que puede ser sorteada con experimentos al alcance de cualquiera, de modo que la “anomalía” queda de manifiesto.

Los neurocientíficos disponen de buenos ejemplos de situaciones en las que se presentan “anomalías” muy diversas, no solo visuales, cuya explicación sostenida por diferentes teorías aún no está fuera de duda (ver el simpático test de atención de Chabris y Simons y las explicaciones al respecto).

Un ejemplo de “anomalía” interesante viene de la observación del elegante dibujo del profesor de ciencias de la visión del MIT, Edward Adelson, en el cual representa un suelo de losetas en damero sobre el que una columna circular proyecta su sombra. La

“anomalía” consiste en que nuestra percepción dista mucho de lo que la realidad nos presenta: las losetas etiquetadas A y B tienen idéntica luminancia! correspondiendo en la escala RGB al mismo gris (120, 120, 120), cosa que es fácil comprobar con un fotómetro o con un editor de imagen superponiendo una barra gris sobre ambas losetas.

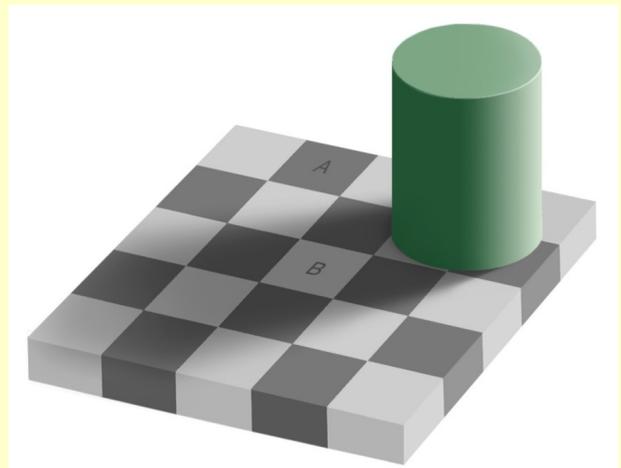


Fig.1. Las losetas A y B tienen idéntica luminancia (Créditos: Edward Adelson)

Quizá lo más indicado sería preguntarse ¿por qué mi cerebro hace esto?, ¿está mi cerebro haciendo lo correcto?, ¿todos respondemos de igual modo? Algunas teorías evolucionistas tratan de responder a preguntas como estas, pero se desconoce cuál es la verdadera respuesta. Aparcadas esas preguntas, lo que todos constatamos como cierto (si bien el que lo seamos todos no lo convierte en verdadero) es

nuestra limitada capacidad de percepción de la realidad, de una realidad que se nos muestra casi siempre como algo extraordinariamente complejo.

Del conocimiento de la realidad dependía, depende, la supervivencia y la mejora de las condiciones de vida de los hombres. Quizá ya en los albores de Atapuerca nuestros antepasados más remotos eran conscientes de tal necesidad, y fueron descubriendo ciertas regularidades en la naturaleza que explotaron en su beneficio, manejando ya en ese afán, aún sin saberlo, elementos básicos para el conocimiento científico como la descripción, la explicación o la predicción, llegando al punto de inventar el lenguaje común que todos manejamos, abstracto, incompleto, simplificador, pero que permitió comunicar ideas, y crear y compartir modelos para explicar y predecir fenómenos naturales, convirtiendo así desde el primer momento al lenguaje en una herramienta de la máxima utilidad para el desarrollo, aunque en tantas ocasiones ha sido y es utilizado en beneficio de unos y perjuicio de otros.

Algunos fueron un poco más allá y descubrieron que la construcción de ciertos objetos abstractos permitía establecer leyes irrefutables y explicar fenómenos de la naturaleza que antes sólo estaba reservado a los misterios de algún ser supremo sobrenatural. Aparecen los filósofos, los sabios, los primeros científicos con etiqueta. A la vez, cobran auge los poetas convertidos en priores de las artes y, a su lado, lenta pero inexorablemente, un nuevo lenguaje pasa a ser considerado universal de la Ciencia: es el lenguaje de las matemáticas. La potencia del nuevo lenguaje era tal que sus administradores, erigidos en nuevos pontífices, creyeron tener al alcance de su mano la creación del mapa definitivo del universo. La naturaleza se dejaba entender a los ojos de los hombres en facetas antes impensables, gracias al lenguaje de las matemáticas que habían creado (descubierto, dirían algunos).

Pero un tal Gödel, con sus *teoremas de incompletitud*, frustró en 1931 la aparición de una nueva deidad, la gran ecuación. La posibilidad de un modelo universal, la gran ecuación, quizá es solo una debilidad del ser humano. Tantas y tantas veces tendemos a confundir la representación con lo representado, como hacía ver René Magritte en *La trahison des images*, 1928-29.

Y confundimos así el mapa con el territorio, pretendiendo que la sencillez de nuestros modelos sea capaz de explicar en su totalidad la enorme complejidad de la naturaleza. Pero necesitamos mapas, esto es, modelos, soluciones sencillas, inteligibles, para problemas complejos; no parece que exista esa gran ecuación, y los problemas de los

hombres son demasiado complicados e importantes para dejarlos en manos de seguidores y profetas de una u otra cosmogonía. A propósito de lo anterior puede ser de interés el breve texto, no por conocido menos bello, que Borges publicó en *El Hacedor* (1960) con el título "Del rigor en la ciencia":

...En aquel Imperio, el Arte de la Cartografía logró tal Perfección que el mapa de una sola Provincia ocupaba toda una Ciudad, y el mapa del Imperio, toda una Provincia. Con el tiempo, esos Mapas Desmesurados no satisficieron y los Colegios de Cartógrafos levantaron un Mapa del Imperio, que tenía el tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él. Menos Adictas al Estudio de la Cartografía, las Generaciones Sigüientes entendieron que ese dilatado Mapa era Inútil y no sin Impiedad lo entregaron a las Inclemencias del Sol y de los Inviernos. En los desiertos del Oeste perduran despedazadas Ruinas del Mapa, habitadas por Animales y por Mendigos; en todo el País no hay otra reliquia de las Disciplinas Geográficas.

Suárez Miranda: Viajes de Varones prudentes, libro cuarto, cap. XIV, Lérida, 1658.



Fig.2. René Magritte. *La trahison des images* (1928-29)

Los fenómenos naturales por describir eran, y siguen siendo, numerosos y complejos, de modo que se empieza a compartimentar la ciencia, aparecen las ciencias formales y las no formales, y más tarde surgen las blandas (que aún de ciencia tienen poco), motivado solo por la dedicación de unos y otros a la resolución de problemas en ámbitos bien diversos, aunque interconectados. Y se desgajan así la Biología, y la Física, y la Química, y la Geología, y a su vez estas en otras más nuevas áreas de conocimiento, que junto al desarrollo de la tecnología no hacen sino incrementar las posibilidades de progreso. Las matemáticas siguen

en el centro de los aspectos formales, pero las soluciones a nuestros problemas en y con la naturaleza vienen de la mano de los estudiosos de uno y otro campo.

Estadística y azar

De pequeños solíamos jugar con la cinta métrica de hule y con aquel metro de madera plegable, los que ya somos mayores, o más tarde con el flexómetro metálico los jóvenes, y medíamos cuanto se ponía a nuestro alcance.



Fig.3. La medida de los fenómenos y el manejo de los datos no sólo es una necesidad sino una actividad lúdica.

El avance científico y tecnológico ha dado lugar al desarrollo de una capacidad inusitada para medir todo tipo de fenómenos. Y a base de medir y medir de todo, en un afán, como de pequeños, de aprehender lo que nos rodea a partir de su medida, asistimos a la generación de datos en un volumen que no alcanzamos a comprender, caracterizando quizá de esta forma la tercera gran revolución de la humanidad, la “globalización” o “mundialización”, en la que andamos. Pero los datos (“medidas” de toda índole) no son la realidad, no son tan siquiera una burda y simple representación de la misma, aunque constituyan per se otra realidad también compleja. En su desorden y complejidad, los datos no aportan nada. Es preciso extraer de ellos la información que implícitamente contienen y convertirla en el conocimiento que necesitamos.

La Estadística nace con la recogida sistemática de datos para la explicación y predicción de muy diversos fenómenos, para entender la incertidumbre, a partir de un hecho tan básico como es que cualquier conjunto de “medidas” observadas presenta variabilidad. Y es de la explicación de esta variabilidad de donde surge buena parte del conocimiento, al poder establecer tendencias, hacer comparaciones, predicciones,...

La necesidad de separar los efectos de distintos factores sobre la variabilidad observada en los datos lleva a la construcción de modelos estadísticos que tienen en cuenta el azar en sus múltiples manifestaciones. ¿Qué es el azar? Podemos decir que el azar es un ente abstracto, un modelo, que nos permite explicar la variabilidad.

El estudio del azar tiene su origen en algo tan fútil como los juegos de dados y cartas, allá por el siglo XVII, en la Francia de Pascal y Fermat. De aquellos tiempos es el problema del caballero de Meré, jugador y quizá aficionado a las matemáticas. Se sorprendía el avezado jugador de que ganando (en media) en sus apuestas cuando apostaba que al tirar cuatro veces un dado saldría al menos una vez el 6, no ganara también cuando apostaba a que en 24 tiradas de dos dados saliera al menos una vez un seis doble. Y parece ser que su argumento era que si él ganaba, habiendo 6 resultados posibles en el lanzamiento de un dado, cuando este se lanza 4 veces, entonces, puesto que hay $6 \cdot 6 = 36$ resultados posibles cada vez que se tiran dos dados, debería ganar también cuando los dos dados sean lanzados un número proporcional de veces, esto es $6 \cdot 4 = 24$ tiradas de ambos dados. Aunque posiblemente la realidad de sus pérdidas le hizo ver la falsedad de su argumento, no acertaba el caballero a demostrar que en el segundo caso para ganar debería tirar los dos dados al menos 25 veces $\{1 - (35/36)^{24} = 0.4914$, pero $1 - (35/36)^{25} = 0.5055\}$.

A partir del estudio de los juegos de azar distintos autores introducen las probabilidades para la explicación del azar asociado a numerosos fenómenos, hasta llegar a una formulación axiomática, establecida por Kolmogorov en 1933, en la que se basa la teoría de la probabilidad moderna.

Algunas de las reglas del azar pueden observarse, y quizá algunas resulten chocantes, en algo tan sencillo como la partida que nuestra amiga Ana juega con su amigo Manuel, en la que tiran 100 veces consecutivas una moneda correcta, ganando Ana un euro cada vez que sale cara y perdiendo un euro, que gana Manuel, cuando sale cruz. A medida que transcurre la partida Ana va marcando en un gráfico sus ganancias acumuladas, las cuales van describiendo la trayectoria quebrada de la Figura 4, siendo su ganancia final de 15 euros.

El juego es equilibrado, Ana tiene las mismas posibilidades que Manuel de ganar o perder, y esto puede llevarnos a pensar que las ganancias acumuladas de Ana se mantendrían en 0, cuando vemos que lo que ha ocurrido en esta partida, ¡aleatoria!, es que Ana ha ido ganando siempre. Por otro lado, la trayectoria de las ganancias acumuladas de Ana en la partida jugada tiene la misma

probabilidad de ocurrir que la trayectoria señalada de ganancia máxima, o que cualquier otra trayectoria posible ($1/2^{100}$). Pero esto está muy lejos de indicarnos que Ana tenga fácil ganar los 100 euros, porque una gran parte de las trayectorias (aproximadamente el 95%) acaban entre -20 y 20, y solo una de las 2^{100} posibles termina en 100. Podemos decir que la probabilidad de que Ana tenga una “ganancia” de entre -20 y 20 euros es aproximadamente de 0.95, mientras que la probabilidad de que en una partida gane más de 50 euros es de tan solo 0.000000287.

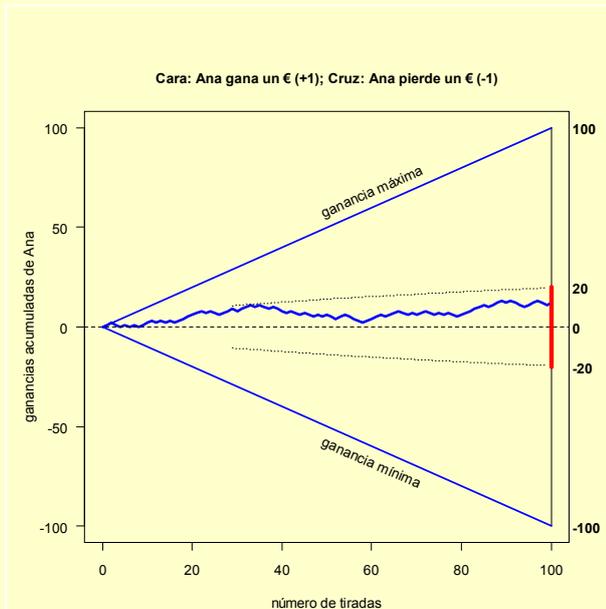


Fig.4. Resultados en una partida de cien tiradas al azar de una moneda. Ver explicación en el texto

Y si continuaran jugando ¿seguiría ganando Ana? A más de uno le resultará quizá sorprendente, pero si Ana y Manuel pudieran jugar indefinidamente (aunque no creo que estuvieran dispuestos a perder su tiempo en ello) acabarían encontrando que en algún momento de esa partida infinita saldría cara un millón, qué digo un millón, cien mil millones o el número que se os ocurra, de veces seguidas, y en las que por tanto Ana ganaría 1000000 €, sin que esto signifique que Ana fuera ganando la partida, claro.

Diferentes generalizaciones de la partida anterior de Ana con Manuel, pueden dar pie al estudio de la teoría de la probabilidad, la base en la que se ha podido cimentar el desarrollo de la estadística, materia esta con la que es posible hacer inferencias que permiten explicar y/o predecir numerosos fenómenos naturales de toda índole, basándonos en la observación de datos, siempre sometidos a variabilidad, al “azar”.

Ciencias, Letras e Imposturas

Es ya un tópico decir que el impulso de la ciencia y la tecnología es lo que ha permitido el progreso de la humanidad, pero sin las humanidades, las letras y las artes, la vida de los hombres estaría radicalmente menguada. La belleza que encierra la descripción de patrones de comportamiento de fenómenos naturales cuando puede realizarse mediante modelos “elegantes”, sencillos y fácilmente comprensibles, tiene elementos comunes con el asombro, la inquietud o la emoción que llegan a producirnos algunas obras de arte, aún sin entender el significado de tal cosa.

Así que parece ridículo plantear una dicotomía tan estricta como suele hacerse entre ciencias y humanidades. Pero aún podemos ir más allá en la apreciación. Una parte no desdeñable del quehacer científico tiene que ser su divulgación, y no solo entre los instruidos o iniciados en la materia de que se trate. Y para ello nada mejor que la utilización de herramientas comprensibles por todos, de modo que todos podamos llegar a comprender con mayor facilidad, e incluso llegar a emocionarnos como podemos hacerlo con un texto literario o ante una obra de arte. En este sentido, hay que destacar las herramientas de visualización de datos, más útiles que nunca por necesidades derivadas del análisis de datos masivos, pero que tienen una larga historia tras de sí, como se puede ver, por ejemplo, en el bello Coxcomb o diagrama en rosa (Fig. 5) realizado por Florence Nightingale a mediados del siglo XIX, para explicar las causas de mortalidad en la guerra de Crimea, y que constituye un antecedente de los modernos histogramas circulares. Por otro lado, algunos científicos, como el biólogo Edward Wilson, plantean la necesidad de una comunión entre ciencia y humanidades, señalando que el desarrollo humanístico quizá caracteriza más a nuestra especie que nuestro desarrollo tecnológico o científico.

En nuestro anhelo de explicar hemos de tener cuidado con las imposturas. Son bien conocidas las “imposturas intelectuales” denunciadas por el físico Alan Sokal en su artículo de 1996, y expuestas de forma mucho más popular por él mismo y Jean Bricmont en 1999, ridiculizando la forma de expresarse de algunos de los pensadores más afamados del postmodernismo de entonces, que manejaban a su manera conceptos científicos perfectamente establecidos, para, pretendidamente, rodear algunos de sus textos del aura del rigor científico.

Las imposturas y supercherías, no son solo aquello denunciado por Sokal y acechan en todos los rincones a los que uno se acerque, también en los de la ciencia, incluidos los de las aplicaciones

estadísticas. Desarrollamos tecnologías que nos permiten medir de todo, como decíamos, y dedicamos un enorme esfuerzo para el desarrollo de métodos de análisis, de modelos para la descripción, la explicación y/o la predicción de numerosísimos fenómenos de interés; y es necesaria más investigación y más formación, yendo siempre más allá de lo que conocemos. Pero los recursos son limitados y la sociedad que los proporciona debe exigir un buen uso de ellos, y por esto es obligado

convertir a los problemas en lo más importante, y entonces hay que preguntarse ¿qué datos recogemos?, ¿qué métodos de análisis empleamos? En ocasiones, el problema puede consistir en formular las preguntas acertadas, sin que debamos olvidar nunca otras igualmente importantes que no solemos asociar al ámbito científico como son ¿para qué?, ¿para quién?

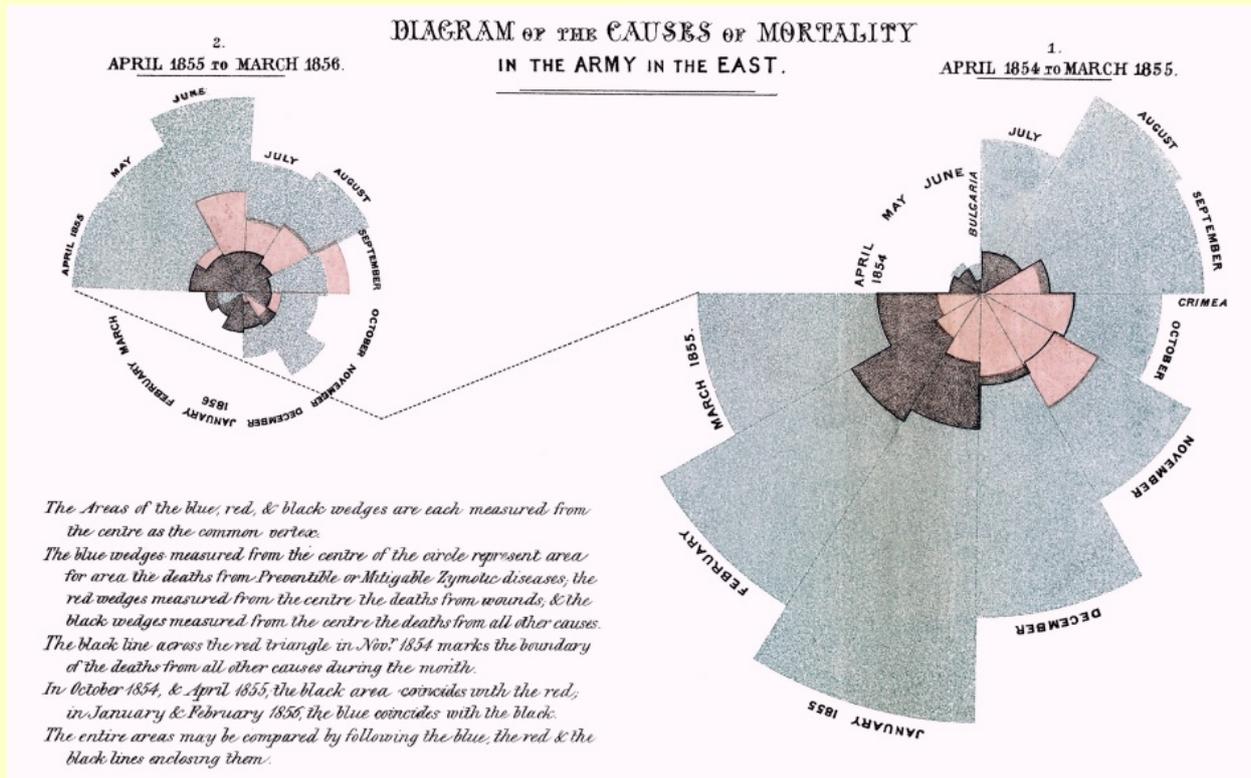


Fig.5. "Coxcomb" o diagrama en rosa de Florence Nightingale sobre la mortalidad en la guerra de Crimea.

A pesar del desarrollo conseguido en las aplicaciones estadísticas, gracias al conocimiento de una gran cantidad de fenómenos aleatorios y al descubrimiento de su regularidad, aún estamos muy lejos de que ese conocimiento sea siquiera mediano, y lleva camino de no completarse nunca. Por otro lado, tantas y tantas veces se cae en análisis rutinarios sin tener en cuenta que los patrones que explican la regularidad del azar no son los adecuados, como puede ocurrir, por ejemplo, con el uso indiscriminado de la distribución normal, un comodín para casi todo, o por una simplificación excesiva, sin tener en cuenta la frase atribuida a Einstein: "a model should be as simple as possible but not simpler". Esto conduce, incluso sin suponer mala fe en los investigadores, principalmente en el ámbito de las ciencias blandas, a la utilización de modelos inadecuados en ocasiones, en el mejor de

los casos sin sentido y en muchos otros con consecuencias que pueden ser desastrosas para muchas personas. La impostura y la superficialidad deben ser evitados siempre, al contrario de lo que es frecuente ver en la presentación de resultados obtenidos de súper modelos con predicciones muy llamativas que en ocasiones no son sino palabrería hueca, lo cual solo conduce al desprestigio o, cuando menos, a un escepticismo creciente de todo aquello que la ciencia de verdad puede ayudarnos a entender.

Algunas valoraciones, con buenos ejemplos de lo expuesto pueden verse en el exitoso libro de Nassim Taleb "El Cisne Negro", o en el artículo de Andrea Saltelli y Silvio Funtowicz, con el sugerente título "When All Models Are Wrong".

Modelos Estadísticos Útiles

El accidente de la nave espacial Challenger ocurrió el 28 de Enero de 1986, cuando la nave explotó dos minutos después del lanzamiento muriendo los siete tripulantes. La nave había realizado 23 vuelos, en 7 de los cuales fallaron 1 o 2 de los 6 anillos de goma que impedían el derrame de combustible. Se suponía que los anillos podían fallar al estar sometidos a condiciones extremas de temperatura, como probó el nobel Richard Feynman, miembro de la comisión de investigación para estudiar las causas del accidente, la cual no pudo sino aceptar que el accidente fue en parte debido a fallos de los anillos de goma. La previsión de temperatura para el día del lanzamiento era muy baja: 31°F (0°C).



Fig.6. Accidente del transbordador espacial Challenger, en 1986, a los 73 segundos de su lanzamiento

Los ingenieros analizaron el día antes las previsiones y las circunstancias que rodeaban al lanzamiento, además de la información disponible de los vuelos anteriores. Observaron que en los 7 vuelos en los que había habido algún fallo, representados en el gráfico mediante la proporción de anillos que fallaron frente a la temperatura del día del lanzamiento, los puntos señalados con una cruz roja, no había ninguna relación entre la proporción de fallos y la temperatura. Por esto decidieron efectuar el lanzamiento y... ocurrió la catástrofe.

Los ingenieros obviaron varias cosas. Primera, que los fallos ocurridos en el vuelo 21 se debieron a causas mecánicas que nada tenían que ver en el asunto. Segunda, y más grave, se olvidaron de qué había ocurrido cuando no había habido fallos, lo que está representado en la Figura 7 mediante las cruces azules. Tercera, que la previsión de temperatura para el día del lanzamiento era de 31°F, notablemente inferior a la de los lanzamientos anteriores.

Quizá con la sola observación de los puntos (las cruces) se hubiera visto una tendencia que habría evitado la tragedia. Si con dichos datos hubieran ajustado un simple modelo logístico como el representado en la Figura 7, habrían obtenido una predicción que anularía toda posibilidad de efectuar el lanzamiento, aunque el error en dicha extrapolación fuera muy grande como lo indica el IC sobre el gráfico.

A pesar del ejemplo anterior sobre la catástrofe del Challenger, ilustrativo de la utilidad de ajustar modelos, no todo es tan sencillo. Hay que pensar que los modelos son solo verdaderos en su planteamiento formal, y sobre ellos descansan todas las inferencias a las que en la práctica nos vemos obligados y sin las cuales los modelos no tendrían sentido alguno. En palabras del estadístico George Box, "essentially all models are wrong, but some are useful". El modelo logístico anterior seguro que no es verdadero, pero hubiera sido muy útil si se hubiera empleado a tiempo.

Por otro lado, el análisis estadístico de datos tal y como lo hemos venido conociendo y aplicando mayoritariamente, lo que se puede denominar "la cultura del modelado de datos", precisa de una reformulación añadiendo "la cultura del modelado algorítmico", por utilizar la terminología introducida por el estadístico Leo Breiman (2001). Breiman nos muestra ambos paradigmas como antagónicos, rechazando por obsoletas las formulaciones del modelado de datos clásico, porque, en su opinión, ha dado lugar a teorías irrelevantes y conclusiones científicas equivocadas, así como a que los estadísticos mantengan posiciones acomodaticias que los alejan del modelado algorítmico, de las nuevas formas de hacer estadística en el campo predictivo, lo que se manifiesta de forma intensa en las aplicaciones al *big data*. La nueva cultura "algorítmica" presenta su mayor interés en el contexto predictivo, y en ella pueden no tener sentido algunos dogmas anteriores, como puede ser el principio de parsimonia, o el que haya que pasar de la "maldición" de la dimensionalidad a una "bendición" de la misma en numerosas aplicaciones. En realidad, la opinión de Breiman contraria al modelado de datos tiene más que ver con una práctica deficiente que ha dado lugar a la toma de decisiones incorrectas en numerosas ocasiones. Los antagonismos entre ambos paradigmas no son tales, siendo precisa su complementariedad, teniendo en cuenta que el papel de la estadística consiste esencialmente en usar datos para conseguir información sobre el mecanismo que los produce, poniendo el énfasis, como el propio Breiman dice, en el problema y en los datos.

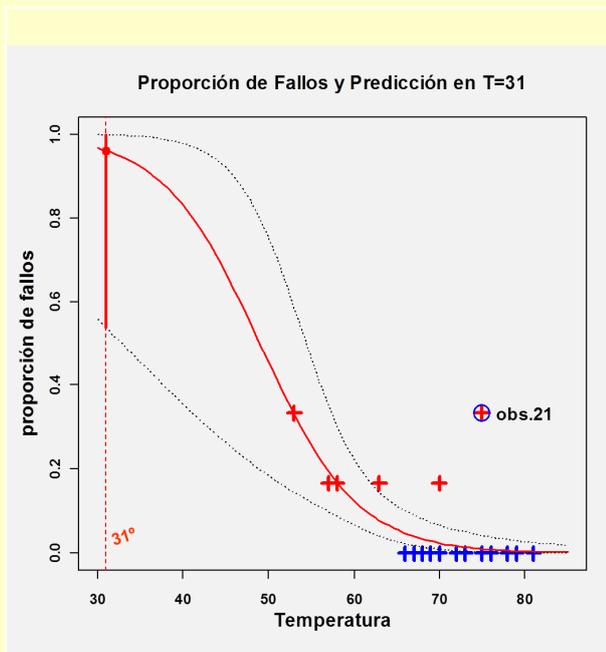


Fig.7. Accidente del Challenger (1986). Proporción de fallos en los seis anillos de goma vs temperatura en los lanzamientos previos, y predicción con un modelo logístico para el día del lanzamiento (31° F)

La estadística es una herramienta básica para el desarrollo que, bien empleada, debe ayudarnos a descubrir y evitar errores e imposturas, y para los estadísticos es una obligación, a la vez que debe ser un aliciente, la conjunción de las dos culturas referidas, impulsando nuevas metodologías y aplicando todas aquellas que sean necesarias, ya sean viejas, nuevas o novísimas, para desentrañar y explicar los misterios que la ciencia pone a nuestro alcance día tras día, revelándonos pequeñas parcelas de este universo que nuestra limitada capacidad de percepción es incapaz de comprender.

Para terminar este breve artículo, podemos disfrutar de la viñeta de El Roto, publicada en El País, el 3 de diciembre de 2013: “Los próximos diluvios será de datos”

Agradecimientos

Al profesor Abel Calle Montes por su lectura entusiasta y por la referencia de Richard Feynman.

Referencias

Edward Adelson. Dept. of Brain and Cognitive Sciences. Massachusetts Institute of Technology. (<http://persci.mit.edu/people/adelson>)

Alan Sokal (1996). Transgressing the boundaries: towards a transformative hermeneutics of quantum gravity. *Social Text*. Pag. 217-252.

Alan Sokal, Jean Bricmont (1999). *Imposturas Intelectuales*. Paidós.

Andrea Saltelli, Silvio Funtowicz (2014). When All Models Are Wrong. *Issues in Science and Technology*. (<http://issues.org/30-2/andrea/>)

Chabris, C. F., & Simons, D. J. (2010). *The Invisible Gorilla*. New York, NY: Crown. (www.theinvisiblegorilla.com)

Edward Wilson (2014). *The Meaning of the Human Existence*. Norton and Company.

Francis Crick (1994). *La búsqueda científica del alma*. Destino.

Jorge Luis Borges. *El Hacedor*. Alianza Editorial. Edición 2003.

Julian Champkin (2013). George Box, (1919-2013): a wit, a kind man and a statistician. *Significance*. (<http://www.significancemagazine.org/details/webexclusive/4566511/George-Box-1919-2013-a-wit-a-kind-man-and-a-statistician.html>)

Leo Breiman (2001). Statistical Modelling: The Two Cultures. *Statistical Science*, Vol 16, No. 3, 199-231.

Richard P. Feynman (1986). Report of the Presidential Commission on the Space Shuttle Challenger Accident. Vol II. Appendix F – Personal Observations on Reliability of Shuttle. (<http://history.nasa.gov/rogersrep/v2appf.htm>)