



Universidad de Valladolid
Facultad de Ciencias Económicas y
Empresariales
Grado en Administración y Dirección
de Empresas

Propiedades estadísticas de las
series de rentabilidades financieras:
Una aplicación a los principales
índices bursátiles de América

Presentado por:

Diego Pérez Pérez

Tutelado por:

Ana Pérez Espartero

Valladolid, 31 de Julio de 2015

ÍNDICE:

1. INTRODUCCIÓN.....	2
2. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS ANALIZADOS.....	4
3. REGULARIDADES EMPÍRICAS DE LOS ÍNDICES: PROPIEDADES DE LA DISTRIBUCIÓN.....	7
3.1 PROPIEDAD 1 DE GRANGER Y DING.....	7
3.2 AUSENCIA DE NORMALIDAD: ASIMETRÍA Y CURTOSIS.....	9
4. REGULARIDADES EMPÍRICAS DE LOS ÍNDICES: PROPIEDADES DINÁMICAS.....	14
4.1 AGRUPACIÓN DE LA VOLATILIDAD.....	14
4.2 AUSENCIA DE AUTOCORRELACIÓN EN NIVELES.....	15
4.3 AUTOCORRELACIÓN EN CUADRADOS Y ABSOLUTOS: MEMORIA LARGA.....	18
4.4 EFECTO TAYLOR.....	20
4.5 EFECTO APALANCAMIENTO (<i>LEVERAGE EFFECT</i>).....	21
5. SENSIBILIDAD DE LOS RESULTADOS AL PERIODO MUESTRAL ANALIZADO.....	23
5.1 PROPIEDADES DINÁMICAS EN EL PERIODO PRE-CRISIS LEHMAN BROTHERS.....	24
5.1.1 AUSENCIA DE AUTOCORRELACIÓN EN NIVELES.....	24
5.1.2 AUTOCORRELACIÓN EN CUADRADOS Y ABSOLUTOS. MEMORIA LARGA. Y EFECTO TAYLOR.....	27
5.1.3 EFECTO APALANCAMIENTO.....	29
5.2 PROPIEDADES DINÁMICAS EN EL PERIODO POST-CRISIS LEHMAN BROTHERS.....	31
5.2.1 AUSENCIA DE AUTOCORRELACION EN NIVELES.....	31
5.2.2 AUTOCORRELACION EN CUADRADOS Y ABSOLUTOS: MEMORIA LARGA. Y EFECTO TAYLOR.....	33
5.2.3 EFECTO APALANCAMIENTO.....	35
6. CONCLUSIONES.....	37
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

1. INTRODUCCIÓN

La elección del tema de este trabajo se justifica por la existencia de una serie de características que se señalan en todos los estudios que hay hasta el momento para los diferentes índices bursátiles en todo el mundo, obteniéndose en estos estudios las mismas propiedades estadísticas.

Existen ya diferentes trabajos que hablan de la existencia de una serie de propiedades, llamadas Hechos Estilizados (*“Stylized Facts”* en inglés), comunes a distintas series de rentabilidades de los índices bursátiles. Los trabajos más destacados sobre éste tema son los realizados por Granger y Ding (1994, 1995), y Granger, Spear y Ding (2000) de la Universidad de California, San Diego, donde, en este último, analizan entre otros índices el Dow Jones, que también analizamos en nuestro trabajo, aunque con una serie de datos más actualizada. Este trabajo será la primera referencia a tener en cuenta.

También cabe destacar los trabajos realizados sobre otros índices bursátiles y otras series financieras, como por ejemplo los trabajos de:

- Ruiz y Veiga (2008) que analiza el Ibex35 y el tipo de cambio Dólar/Libra.
- Ruiz (1994) que estudia el índice de Madrid y el cambio peseta/Dólar.
- Ruiz y Pérez (2012) donde analizan entre otros el Nikkei.
- Alonso y Torres (2014) en el que estudian el índice general de la Bolsa de Valores de Colombia.
- Cont (2001) que estudia índices relacionados con el mercado de futuros, el índice S&P500 entre otros.

Los hechos estilizados que se analizan, entre otros, en estos trabajos son el agrupamiento de la volatilidad, la ausencia de autocorrelación en niveles, autocorrelación en las rentabilidades cuadradas y absolutas, el efecto Taylor, el efecto apalancamiento (*“Leverage effect”* en inglés), el efecto Machina, etc.

A partir de estos antecedentes, el objetivo de este trabajo será analizar la existencia de estos hechos estilizados para seis mercados bursátiles de

distintos países de América, para el periodo que va desde el 01/01/1998 hasta el 30/04/2015, exceptuando el índice bursátil IPSA de Santiago de Chile que lo analizamos desde el 02/01/2002 hasta el 30/4/2015 y el índice S&P Toronto que se estudia para el periodo que va desde el 18/05/2010 hasta el 30/04/2015, por no disponer, para ambos índices, de datos anteriores a las fechas en las que iniciamos el estudio. Estos seis índices analizados y los países a los que pertenecen son los siguientes:

- Dow Jones y Nasdaq, ambos de EE.UU.
- S&P/TSX Toronto de Canadá.
- IBovespa Sao Paulo de Brasil.
- IPSA de Santiago de Chile.
- IPC de México.

Ya existen trabajos que analizan el índice Dow Jones como por ejemplo el mencionado anteriormente de Granger, Spear y Ding (2000), pero para periodos temporales muy anteriores, desde el 02/07/1962 hasta 31/12/1991. También podemos mencionar el trabajo de García, Mínguez y Calvo (2007) que estudia el índice Nasdaq para el periodo de tiempo que va desde el 01/01/1987 hasta el 19/07/2006. En este trabajo se van a actualizar los datos de estos trabajos, y se analizará si se siguen observando estos hechos estilizados para el nuevo periodo temporal establecido o por el contrario, se produce algún cambio.

El trabajo se va a estructurar en seis secciones. En la primera sección del trabajo se desarrolla la introducción. En la segunda se describirán brevemente los datos utilizados en este estudio además de las gráficas de rentabilidades para cada índice analizado.

En la sección tercera estudiamos dos propiedades de la distribución de los índices analizados. Por un lado la propiedad establecida por Granger y Ding (1994, 1995), según la cual la distribución de las rentabilidades absolutas en el momento t no depende del signo de la rentabilidad en ese mismo momento t . Por otro lado, estudiamos una característica propia de las distribuciones de series de rentabilidades financieras que es la ausencia de normalidad, a pesar de ser distribuciones simétricas y con forma acampanada como la distribución normal, debido a un exceso de curtosis.

En la sección cuarta se verán otros hechos estilizados relacionados con la evolución temporal de las rentabilidades para estos índices. Estos hechos son:

- I. Agrupación de la Volatilidad: se observa que la volatilidad de los activos no es constante y además se encuentra agrupada, alternándose periodos de gran volatilidad con periodos de “calma”.
- II. Ausencia de Autocorrelación en niveles: existe escasa o nula autocorrelación para valores de la serie de rentabilidades.
- III. Autocorrelación en las rentabilidades cuadradas y absolutas y memoria larga: existen correlaciones altas entre observaciones de estas series distantes en el tiempo con un descendimiento muy lento, pero que finalmente convergen en cero.
- IV. Efecto Taylor: la autocorrelación del valor absoluto de las rentabilidades tiende a ser mayor a la autocorrelación del cuadrado de las rentabilidades.
- V. Efecto apalancamiento: indica que las rentabilidades negativas generan mayor incertidumbre de cara a próximas sesiones, y por tanto una mayor volatilidad, que las rentabilidades positivas.

En la sección cinco veremos esos hechos estilizados separando el periodo temporal en dos sub-periodos diferentes, uno antes de la crisis de Lehman Brothers (hasta el 15/09/2007) y otro periodo que va desde esta crisis hasta el 30/04/2015. Estudiaremos si con esta modificación temporal se siguen produciendo los hechos estilizados para cada serie o hay alguna variación. Además debemos tener en cuenta que en este apartado no se estudiará el índice S&P Toronto, puesto que, como se ha indicado antes, para este índice, realizamos su estudio a partir del 18/05/2010, cuando ya ha pasado la crisis de Lehman Brothers. Y por último, en la sección seis se expondrán, a modo de resumen, las conclusiones.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS ANALIZADOS.

Para el estudio de los diferentes hechos estilizados mencionados anteriormente, tomaremos seis series de rentabilidades financieras diferentes, una para cada mercado bursátil que analizamos. Estas series se componen de observaciones de precios diarios a cierre para el periodo comprendido entre el

02/01/1998 y el 30/04/2015, a excepción de los ya mencionados IPSA de Chile y S&P Toronto que tienen un comienzo diferente. Los índices bursátiles son los siguientes:

- *“Dow Jones”*: Este índice bursátil se compone de las treinta mayores empresas que cotizan en la bolsa de EE.UU. Para este índice tenemos 4.362 observaciones para el periodo indicado.
- *“Nasdaq”*: El Nasdaq es otro índice bursátil de Estados Unidos, en el que cotizan empresas de alta tecnología en electrónica, informática, telecomunicaciones, biotecnología, y muchas otras más, tanto de EE.UU como del resto del mundo. Para este índice tenemos una serie de 4.359 observaciones para el periodo indicado.
- *“IPC de México”*: El índice de precios y cotizaciones (IPC) es el indicador de la evolución del mercado bursátil en su conjunto. Este índice refleja cuanto ganó o perdió la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) en una jornada. La muestra es de 4.360 observaciones para el periodo indicado.
- *“S&P/TSX Toronto”*: Es el equivalente canadiense del S&P500. Es un índice de los precios de las acciones de las mayores empresas en la Bolsa de Valores de Toronto (TSX), medida por capitalización de mercado. En este caso, tenemos 1.243 observaciones para el periodo que va desde el 18/05/2010 hasta el 30/04/2015 por no disponer de datos anteriores a dicha fecha.
- *“IPSA Santiago de Chile”*: El Índice IPSA, Índice de Precios Selectivo de Acciones, es un índice bursátil formado por las cuarenta empresas más negociadas de la Bolsa de Chile. En este caso tenemos 3.320 observaciones, para el periodo que va desde el 02/01/2002 hasta el 30/04/2015, por no disponer de datos anteriores.
- *“IBovespa”*: es el indicador más importante del mercado de acciones de Brasil. Refleja el comportamiento de los principales valores que cotizan en la Bolsa de Valores de Sao Paulo. En este caso tenemos 4.296 observaciones para el periodo establecido.

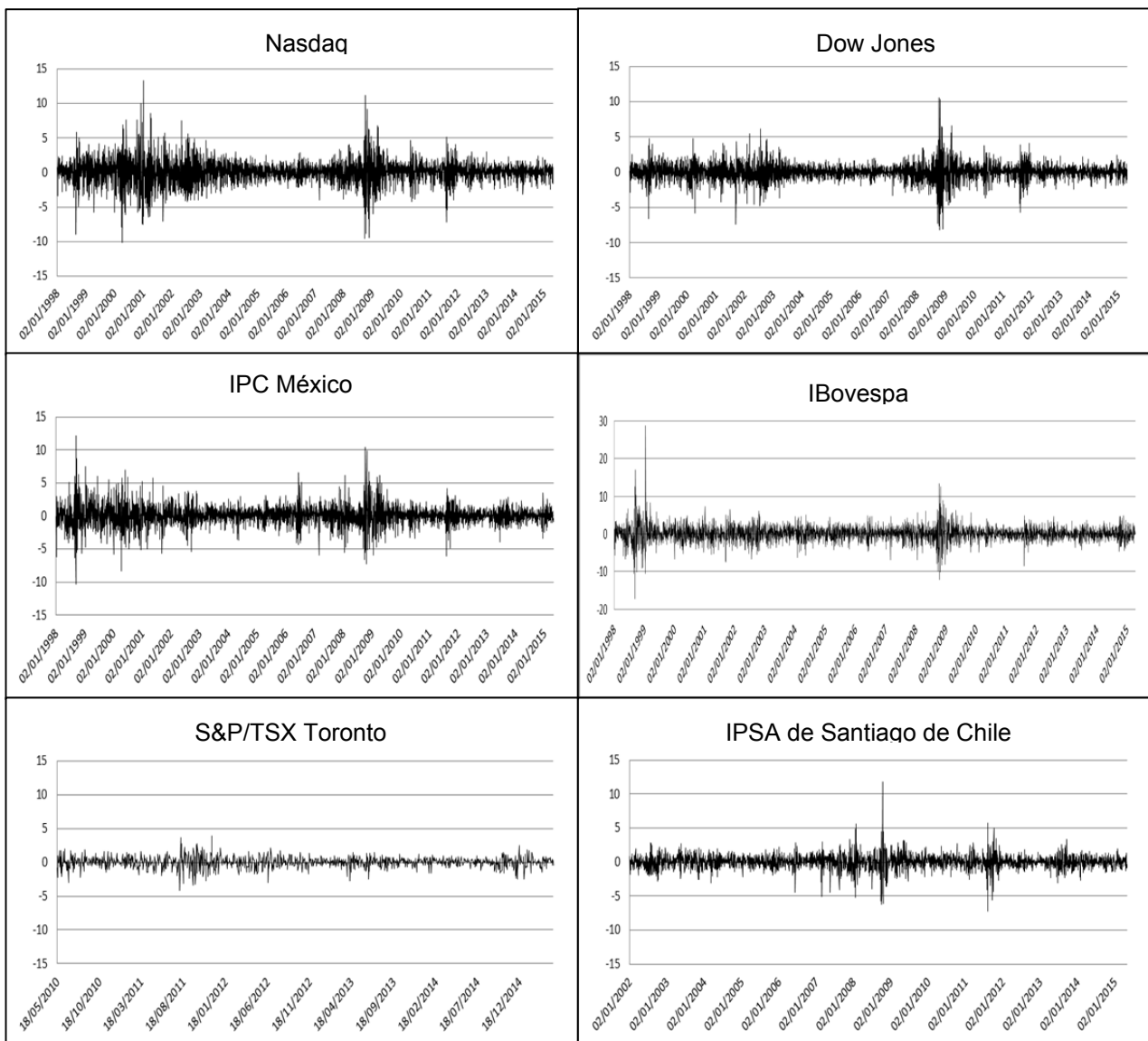
En todos los casos los datos se han obtenido de *Yahoo Finance*. En el gráfico 1 se muestran las diferentes gráficas de rentabilidades diarias para los seis índices bursátiles analizados en este trabajo. Esta rentabilidad se calcula, al

igual que en los trabajos anteriormente citados, a partir de los precios diarios de cierre con la siguiente formula:

$$Y_t = 100 \times [\log(P_t) - \log(P_{t-1})], \quad (2.1)$$

dónde P_t denota el precio de cierre del día t . A partir de ahora trabajaremos con datos centrados, restando a las rentabilidades diarias su media ($Y_t - \bar{Y}$) aunque seguiremos denotando estas rentabilidades por Y_t para facilitar la notación. Cabe mencionar que la escala del índice Ibovespa es diferente al resto, por tener algún dato demasiado elevado.

Gráfico 1. Rentabilidades de los seis Índices Bursátiles.



En el gráfico 1 podemos observar, para cada índice, épocas de mayor volatilidad que otras, sobre todo, coincidiendo la alta volatilidad con periodos de inestabilidad económica. Por ejemplo, vemos como en los años de la crisis (entre los años 2008 y 2011) la volatilidad es muy alta, mientras que en los años anteriores es pequeña. Podemos observar también que en los índices que coinciden en periodo analizado, (Nasdaq, Dow Jones, Ibovespa e IPC México) coinciden sus periodos de alta y baja volatilidad. Sin embargo, para el índice S&P Toronto, vemos que se mantiene para todo el periodo una volatilidad pequeña, solo un poco elevada en el año 2011 pero muy pequeña si se compara con otras series.

Por otro lado observamos algún dato atípico, como por ejemplo en el índice Ibovespa que alcanza un valor de 28,83 % el día 14/01/1999, o también en el índice IPSA de Chile con un valor de 11,8 % el día 10/10/2008. Granger y Ding (1994) también hacen referencia a la presencia de atípicos y su influencia en los resultados. Este tema no se tratará en este trabajo.

3. REGULARIDADES EMPÍRICAS DE LOS ÍNDICES: PROPIEDADES DE LA DISTRIBUCIÓN

3.1 PROPIEDAD 1 DE GRANGER Y DING

Granger y Ding (1994, 1995) analizan la distribución de las rentabilidades absolutas en función del signo de éstos, y concluyen que la distribución de $|Y_t|$ y el signo de Y_t son independientes para las distintas sub-muestras de las series, en cambio no puede admitirse esta relación para el total de la muestra.

Mediante un contraste de Kolmogorov-Smirnov para contrastar igualdad de distribuciones podemos analizar si esta propiedad se cumple para cada uno de los índices que estamos estudiando. Las hipótesis a contrastar son:

$$\left. \begin{array}{l} H_0: F_{|Y_t|/Y_t>0} = F_{|Y_t|/Y_t<0} \\ H_1: F_{|Y_t|/Y_t>0} \neq F_{|Y_t|/Y_t<0} \end{array} \right\}$$

dónde la hipótesis nula (H_0) establece que la distribución $|Y_t|$ condicionada a valores positivos y negativos de Y_t es la misma, es decir, que la distribución de $|Y_t|$ es independiente del signo de Y_t .

El estadístico de contraste se denota como D_{T_1, T_2} y se calcula de la siguiente forma:

$$D_{T_1, T_2} = \max |F_{T_1}(y) - F_{T_2}(y)|, \quad (3.1)$$

dónde $F_{T_1}(y)$ es la función de distribución empírica de $|Y_t|/Y_t > 0$ basada en una muestra de tamaño T_1 y $F_{T_2}(y)$ es la función de distribución empírica de $|Y_t|/Y_t < 0$ basada en una muestra de tamaño T_2 . Por tanto valores grandes de D_{T_1, T_2} indican discrepancias entre F_{T_1} y F_{T_2} y rechazan la hipótesis nula. En concreto, la región crítica es:

$$C = \left(\sqrt{\frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}} \cdot D_{T_1, T_2} \geq \lambda_\alpha \right), \quad (3.2)$$

dónde λ es el valor crítico correspondiente a un nivel de significación α .

En la tabla 1 se exponen los resultados de este contraste de Kolmogorov-Smirnov para cada una de las series de rentabilidades analizada.

Tabla 1. Resultados del contraste Kolmogorov-Smirnov para igualdad de distribuciones.

	Nasdaq	Dow Jones	S&P Toronto	IPC México	IPSA Chile	IBovespa
D_{T_1, T_2}	0,081	0,045	0,072	0,031	0,031	0,031
P-Valor	0	0,023	0,079	0,265	0,417	0,268

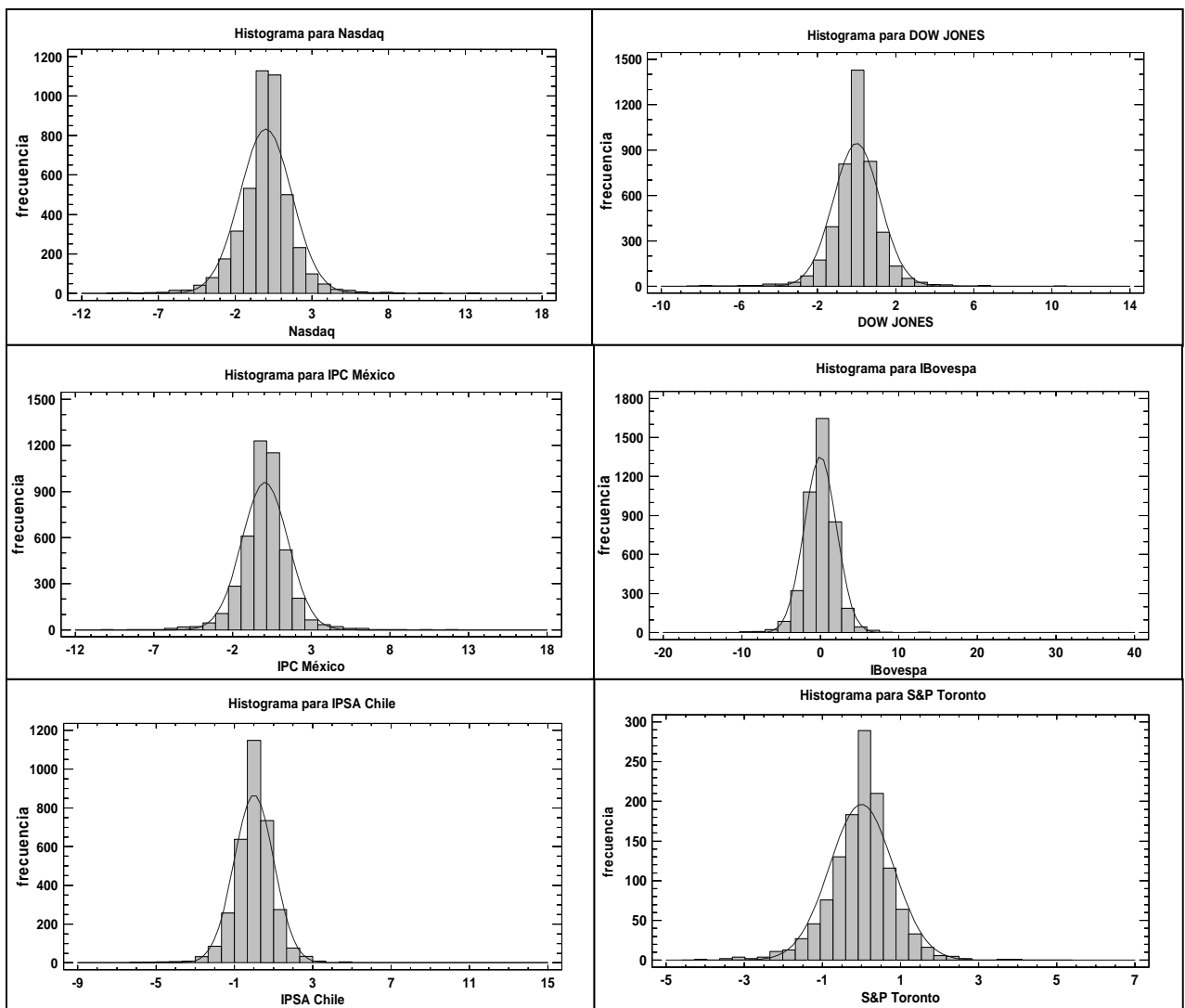
A partir de los resultados obtenidos mediante este contraste, podemos rechazar la hipótesis nula ($H_0: F_{|Y_t|/Y_t > 0} = F_{|Y_t|/Y_t < 0}$) para los índices Nasdaq y Dow Jones para un valor de significación $\alpha \leq 0,05$. En cambio, para el resto de índices que analizamos no rechazamos dicha hipótesis para el mismo valor de significación. De este modo, afirmamos que la distribución de $|Y_t|$ es independiente del signo de Y_t , y por tanto se cumple la propiedad de Granger y Ding, para los índices S&P Toronto, IPC México, IPSA Chile e IBovespa. Por el contrario, la distribución de $|Y_t|$ es dependiente del signo de Y_t para los índices Nasdaq y Dow Jones.

3.2 AUSENCIA DE NORMALIDAD: ASIMETRÍA Y CURTOSIS

Una característica propia de las series de rentabilidades financieras es que su distribución posee algunas características similares a la distribución normal, como son la simetría y la forma acampanada, pero se diferencian de la normal por tener una forma más “picuda” y poseer colas más pesadas, es decir, existe más probabilidad de obtener valores extremos que la que existiría en una distribución normal. Esta propiedad se conoce como exceso de curtosis.

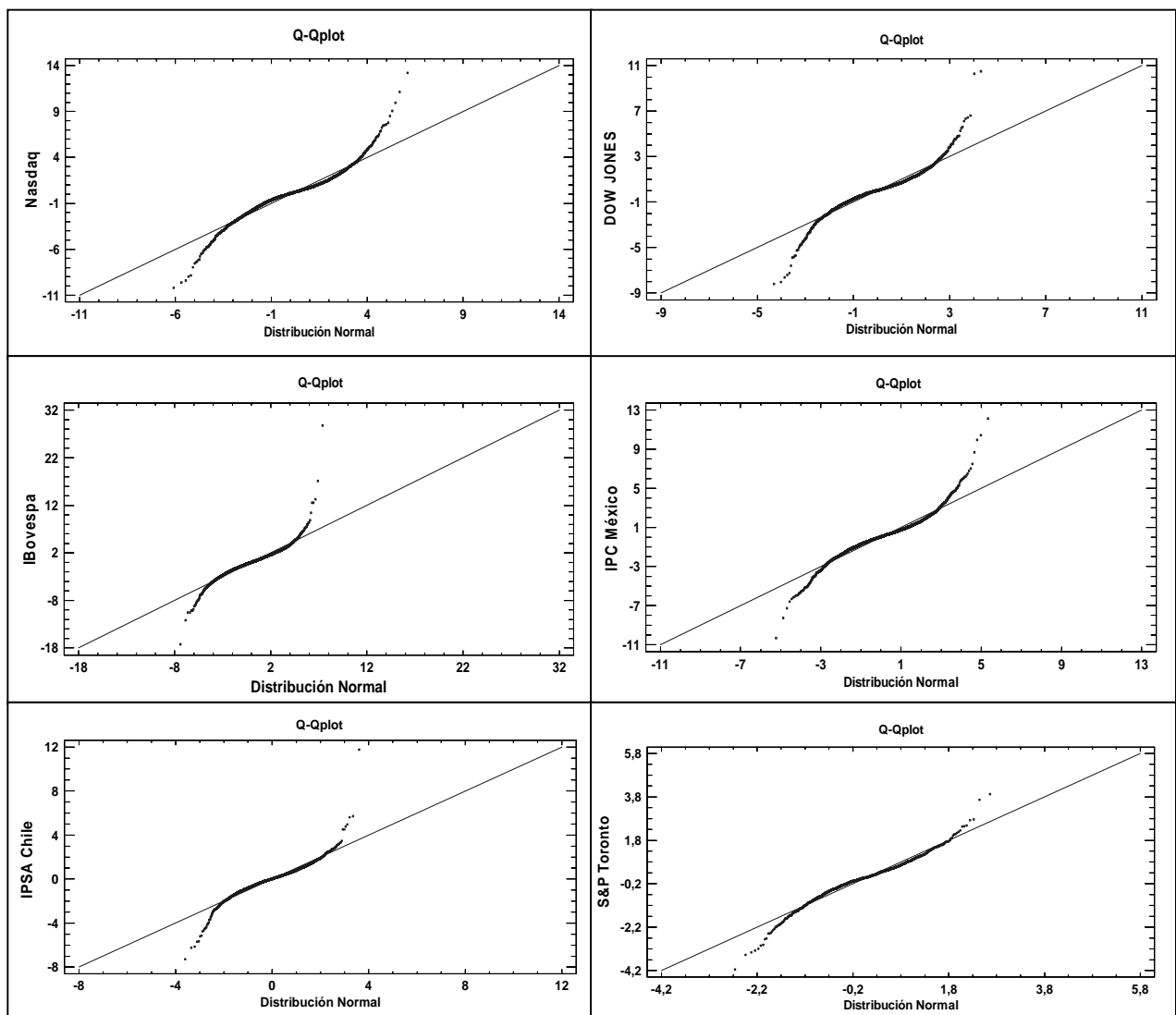
En el Gráfico 2 representamos los histogramas junto con la función de densidad de la distribución normal de cada una de las series, donde vemos como la distribución de estos índices es más “picuda” y tiene más observaciones en las colas que la distribución normal.

Gráfico 2. Histograma de las rentabilidades para los seis índices bursátiles.



En el Gráfico 3 se analizan los Q-Qplot, los cuales comparan los cuantiles muestrales con los cuantiles teóricos bajo el supuesto de normalidad, si éstos son iguales, al representar todos los pares de cuantiles en una nube de puntos aparecerían todos alineados sobre la bisectriz de un cuadrado, indicando que las distribuciones de los índices analizados siguen una distribución normal. A través de este gráfico observamos que las colas de las distribuciones de las series de rentabilidades financieras son más pesadas que las de la distribución normal.

Gráfico 3. Q-Qplot de las rentabilidades de los seis índices bursátiles.



A partir de los gráficos 2 y 3 podemos concluir que las distribuciones de los índices bursátiles analizados no siguen una distribución normal. Estas conclusiones que obtenemos de observar los gráficos se pueden ratificar mediante una serie de contrastes y así ver si cumplen o no las condiciones para ser una distribución normal.

Las pruebas de normalidad que vamos a usar son: el contraste de normalidad de Jarque-Bera y el contraste de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors.

- **Contraste de normalidad de Jarque-Bera:** a través de este contraste se analiza la normalidad de las distribuciones de las series de rentabilidades que estamos estudiando, examinando sus discrepancias respecto a la curva campaniforme característica del modelo normal.

Las hipótesis a contrastar son:

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \text{Normalidad} \\ H_1: \text{No Normalidad} \end{array} \right\}$$

El estadístico de contraste de Jarque-Bera y su distribución asintótica son:

$$d_{JB} = \frac{T-1}{6} \left(g_1^2 + \frac{1}{4}(g_2 - 3)^2 \right) \rightarrow \chi_2^2 \quad (3.3)$$

Este estadístico depende de los coeficientes de asimetría (g_1) y curtosis (g_2) definidos de la siguiente forma:

- g_1 = Coeficiente de Asimetría

$$g_1 = \frac{\sum_{i=1}^T Y_i^3 / T}{(\sum_{i=1}^T Y_i^2 / T)^{3/2}} \quad (3.4)$$

- ✓ Si $g_1 = 0 \rightarrow$ Distribución simétrica.
- ✓ Si $g_1 > 0 \rightarrow$ Distribución con asimetría positiva.
- ✓ Si $g_1 < 0 \rightarrow$ Distribución con asimetría negativa.

- g_2 = Coeficiente de Curtosis.

$$g_2 = \frac{\sum_{i=1}^T Y_i^4 / T}{(\sum_{i=1}^T Y_i^2 / T)^2} \quad (3.5)$$

- ✓ Si $g_2 = 3 \rightarrow$ Distribución Mesocúrtica.
- ✓ Si $g_2 > 3 \rightarrow$ Distribución Leptocúrtica (exceso de curtosis).

✓ Si $g_2 < 3 \rightarrow$ Distribución Platocúrtica.

El estadístico d_{JB} adoptará valores pequeños si la distribución observada es aproximadamente simétrica y mesocúrtica. Por el contrario, a medida que se detectan asimetrías, positivas o negativas, o desviaciones en la curtosis, aumenta su valor. Por lo tanto no se rechazará la hipótesis nula al nivel de significación α cuando $d_{JB} < \chi_2^2(\alpha)$, siendo $\chi_2^2(\alpha)$ el valor crítico de una chi cuadrado con dos grados de libertad que acumula $1 - \alpha$ de probabilidad, y rechazaremos en caso contrario.

- **Test de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors:** a través de este contraste queremos contrastar si la distribución de las series de rentabilidades financieras que estamos analizando siguen una distribución normal. Por tanto las hipótesis contrastadas son, como en el caso anterior:

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \text{Normalidad} \\ H_1: \text{No Normalidad} \end{array} \right\}$$

El estadístico de contraste se denota por D_n y es igual a:

$$D_t = \max \left| F_t(Y) - \Phi \left(\frac{Y - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right|, \quad (3.6)$$

dónde Φ es la función de distribución teórica correspondiente a la normal estándar, $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ son la media y la desviación típica muestral de los datos, y $F_t(y)$ es la función de distribución muestral.

La región crítica de este contraste es:

$$C = [D_t \geq d(\alpha)] \quad (3.7)$$

dónde $d(\alpha)$ es el valor crítico que se obtiene de las tablas de Kolmogorov-Smirnoc-Lilliefors.

En la tabla 2 podemos observar los resultados para los contrastes de Jarque-Bera y de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors con sus respectivos p-valores, los cuales deberán ser mayores que 0,05 para poder afirmar con un nivel de significación del 5 % que las distribuciones que estamos estudiando se asemejan a una distribución normal.

Además, en esta tabla aparecen los valores de los coeficientes de asimetría (g_1) y curtosis (g_2) para cada serie de rentabilidades, y como ya indicamos

antes, para una distribución normal estos valores serán próximos a 0 y 3 respectivamente.

Tabla 2. Test de Normalidad de Jarque-Bera y de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors.

	Nasdaq	Dow Jones	S&P Toronto	IPC México	IPSA Chile	IBovespa
Asimetría	-0,027	-0,082	-0,082	0,154	-0,013	0,522
Curtosis	7,844	10,478	5,602	8,503	12,685	17,153
d_{JB}	4.263,63	10.167,04	382,09	5.513,12	12.972,21	36.043,68
P-Valor	0	0	0	0	0	0
D_t	0,078	0,077	0,071	0,067	0,059	0,057
P-Valor	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01

El estadístico d_{JB} toma valores muy grandes para todos los índices que estudiamos en este trabajo, todo lo contrario a los valores que toma este estadístico cuando hablamos de distribuciones que siguen una distribución normal. De hecho, podemos rechazar la hipótesis nula ($H_0: Normalidad$) para cualquier nivel de significación, ya que el P-Valor de todos ellos es igual a cero. Además, el coeficiente de curtosis es mayor que tres para todos ellos, indicando una distribución leptocúrtica, aunque el coeficiente de asimetría sí que está próximo a cero y podrían considerarse distribuciones simétricas todas ellas.

A partir del test de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors, podemos rechazar la hipótesis nula ($H_0: Normalidad$) para un nivel de significación de $\alpha \geq 0,01$ para los seis índices que analizamos, ya que el p-valor para todos ellos es menor de 0,01.

Como vemos en los gráficos 2 y 3 y en las pruebas de normalidad empleadas en esta sección, podemos concluir que las series de índices de rentabilidades financieras que estamos estudiando no siguen una distribución normal debido fundamentalmente al exceso de curtosis. Un estudio similar lo vemos, por ejemplo, en Alonso y Torres (2014) que analizan esta ausencia de normalidad para la Bolsa de Valores de Colombia.

4. REGULARIDADES EMPÍRICAS DE LOS ÍNDICES: PROPIEDADES DINÁMICAS

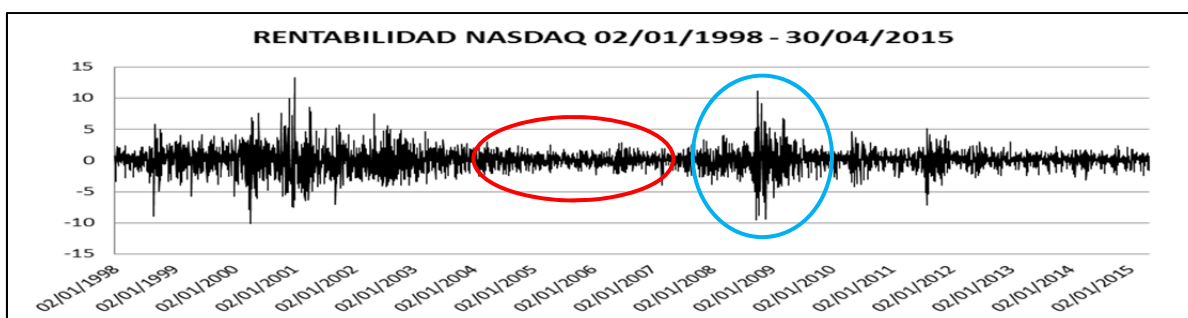
En esta sección estudiamos los hechos estilizados relacionados con la evolución temporal de las rentabilidades de las series financieras que estamos analizando.

4.1 AGRUPACIÓN DE LA VOLATILIDAD

La agrupación de la volatilidad consiste en que la volatilidad de los activos no es constante y se encuentra de forma agrupada, es decir, que episodios de alta volatilidad tienden a estar seguidos de periodos de alta volatilidad, y viceversa, a episodios de pequeña volatilidad le siguen episodios de pequeña volatilidad. Este hecho estilizado se conoce en la literatura econométrica como “volatility clusters”.

Esto es lo que puede observarse en el gráfico 1 de la sección 2, donde se representan todas las gráficas de rentabilidades analizadas para cada índice bursátil. A modo de ejemplo, en el gráfico 4 se vuelve a representar la rentabilidad del índice Nasdaq, dónde se puede observar un periodo de alta volatilidad seguido de otro de alta volatilidad entre los años 2008 y 2010, y un periodo de baja volatilidad seguido de otros de baja volatilidad entre el año 2003 y el 2008. Como ya comentamos en la sección 2, estos periodos de alternancia de volatilidades altas y bajas son comunes en las series de rentabilidades financieros.

Gráfico 4. Evolución de la rentabilidad del índice Nasdaq



4.2 AUSENCIA DE AUTOCORRELACIÓN EN NIVELES

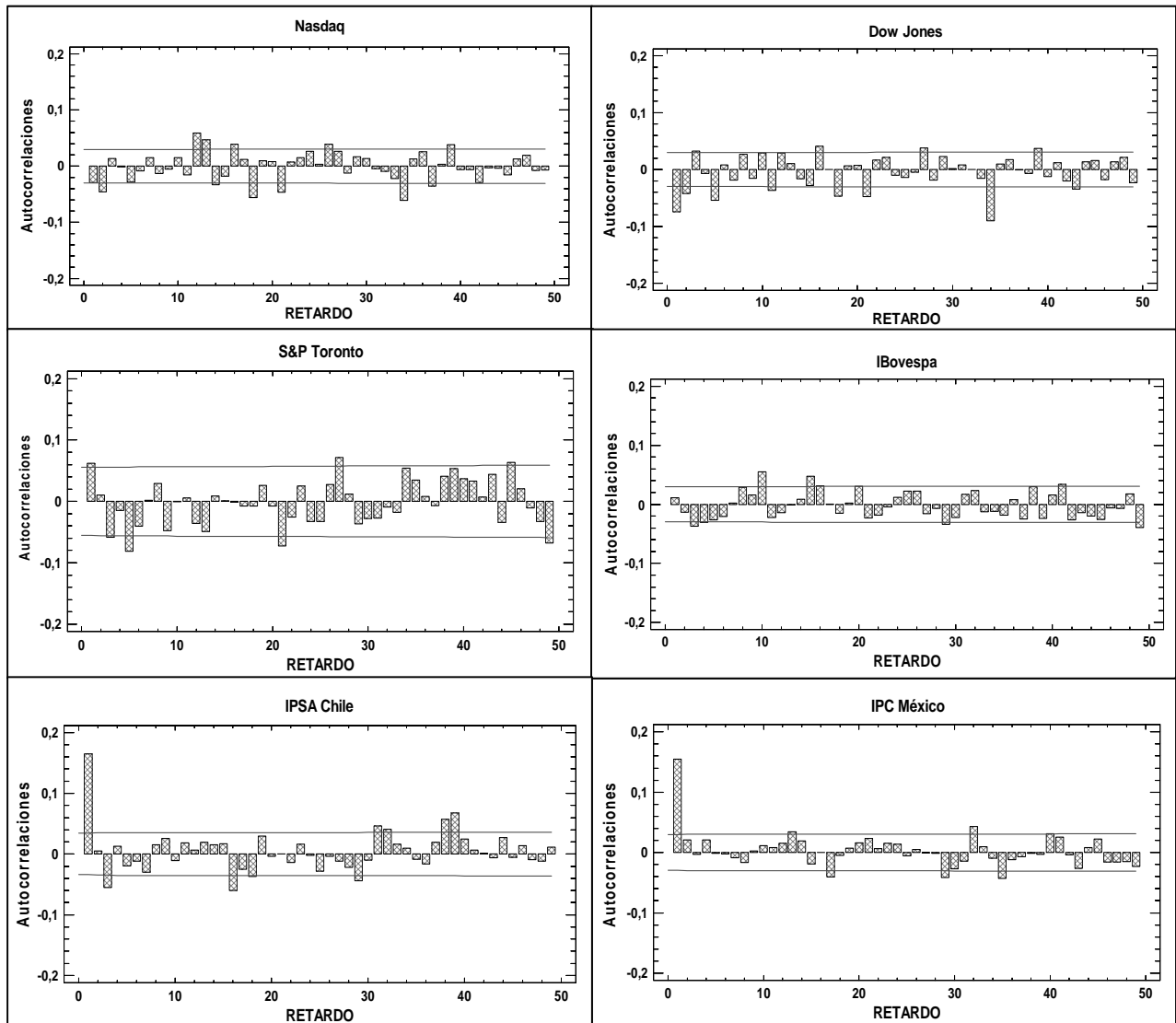
En el análisis de series temporales, como es en este trabajo, una de las propiedades más importantes a analizar es la existencia de autocorrelación, que indica si los efectos del pasado influyen en el momento actual. Contrastaremos la existencia de autocorrelación gráficamente a través de los correlogramas y también a través de los contrastes estadísticos de Breusch y Godfrey y de Box-Ljung.

En el gráfico 5, representamos los correlogramas de las rentabilidades de Y_t de cada una de las series estudiadas junto con las bandas de confianza de Barlett al 95 % definidas como $\pm 1,96/\sqrt{T}$. Estos gráficos recogen las autocorrelaciones de Y_t para distintos retardos ($h = 1, 2 \dots 50$), definidas como:

$$\hat{\rho}_h = \text{Corr}(Y_t, Y_{t-h}) = \frac{\sum_{t=h+1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-h} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (4.1)$$

En este gráfico podemos ver cómo determinadas correlaciones sobresalen de las bandas de Barlett, lo cual podría indicar ciertos $\rho_h \neq 0$, para algunos h , y podría existir autocorrelación. Pero es importante tener en cuenta, tal y como establecen Diebold (1988), Pérez (2000), y Ruiz y Pérez (2012), que las bandas de confianza para series condicionalmente heterocedásticas son más anchas de lo habitual en los primeros retardos, lo que podría provocar que algunas de las correlaciones que parecen significativas con las bandas de Barlett dejasen de serlo si utilizáramos las bandas más anchas. Sería por ejemplo el caso de las series Nasdaq, Dow Jones y S&P Toronto. En cambio, para las series IPSA de Chile e IPC México, a pesar de que las bandas de confianza fuesen más anchas para estas series heterocedásticas es posible que la primera autocorrelación siguiera siendo significativa, lo cual podría indicar la presencia de un modelo AR(1) o MA(1) para las rentabilidades, característica observada por algunos autores, como Ruiz (1994), que establece la posibilidad de que estas series, si tienen algún tipo de estructura dinámica en niveles, ésta pueda estar suficientemente representada por un AR(1) o MA(1).

Gráfico 5. Correlogramas de Y_t para los seis índices analizados



Después del gráfico de las autocorrelaciones, estudiaremos la existencia de la autocorrelación a través de los contrastes estadísticos mencionados anteriormente:

- **Breusch y Godfrey:** mediante este contraste analizamos si existe autocorrelación de orden mayor que 1 en las series de rentabilidades que estudiamos en este trabajo. Este contraste se define como una prueba de significación conjunta de las primeras m autocorrelaciones de la serie. Es un contraste de multiplicadores de Lagrange cuyas hipótesis son:

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \text{Ausencia de autocorrelación } (\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0) \\ H_1: \text{AR } (m) \text{ o MA } (m) \end{array} \right\}$$

En la tabla 5 se muestran los resultados del contraste de Breusch y Godfrey para los retardos 2, 10, 25 y 50 además del p-valor de cada uno de ellos para las seis series de rentabilidades que estudiamos.

Tabla 5. Valores del contraste de incorrelación de Breusch y Godfrey:

	Nasdaq	Dow Jones	S&P Toronto	IPC México	IPSA Chile	IBovespa
Breusch-Gosfrey <i>m</i> = 2	13,166	34,418	4,864	40,839	91,571	1,259
P-valor	0,001	0	0,087	0	0	0,532
Breusch-Gosfrey <i>m</i> = 10	19,562	59,009	23,222	47,664	113,296	32,064
P-valor	0,033	0	0,009	0	0	0
Breusch-Gosfrey <i>m</i> = 25	77,062	94,679	42,692	68,159	141,413	59,604
P-valor	0	0	0,015	0	0	0
Breusch-Gosfrey <i>m</i> = 50	126,542	161,036	80,619	109,842	187,036	105,108
P-valor	0	0	0,003	0	0	0

Podemos decir que existe autocorrelación hasta de orden 2 para un nivel de significación del 10% para todas las series de rentabilidades estudiados excepto para la serie IBovespa, para la cual no se rechaza la hipótesis nula (H_0 : Ausencia de autocorrelación).

- **Box-Ljung:** en este contraste medimos si las primeras m autocorrelaciones son cero a través del estadístico de contraste $Q_{LB}(m)$ que es el siguiente:

$$Q_{LB}(m) = T(T + 2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{T - k} \right) \rightarrow \chi_m^2 \quad (4.2)$$

Por tanto para valores grandes de este estadístico, mayores que el valor crítico $\chi_m^2(\alpha)$, rechazamos el supuesto de incorrelación conjunta con un nivel de significación de α .

En la tabla 6 podemos ver el resultado que obtenemos de este contraste y su p-valor para los retardos 5, 10, 25 y 50.

Tabla 6. Resultados del contraste de Box-Ljung.

	Nasdaq	Dow Jones	S&P Toronto	IPC México	IPSA Chile	IBovespa
$Q_{LB}(5)$	17,059	49,637	17,733	43,623	101,78	14,12
P-valor	0,004	0	0,003	0	0	0,015
$Q_{LB}(10)$	20,323	59,389	23,882	49,980	108,59	33,906
P-valor	0,023	0	0,008	0	0	0
$Q_{LB}(25)$	87,639	105,6	40,217	67,869	138,8	62,665
P-valor	0	0	0,028	0	0	0
$Q_{LB}(50)$	142,98	181,45	79,968	118	196,45	111,73
P-valor	0	0	0,005	0	0	0

Como observamos en los datos de la tabla, podemos rechazar la hipótesis de incorrelación para las seis series de rentabilidades estudiados mediante el estadístico Box-Ljung para un nivel de significación $\alpha \leq 0,05$ y por tanto, concluiríamos que existe correlación en niveles para ellos. Sin embargo, como señalan Pérez (2000) y Ruiz y Pérez (2012) habría que corregir este estadístico, al igual que se corrigen las bandas de Barlett, en cuyo caso los valores de $Q_{LB}(m)$ podrían dejar de ser significativos.

Una vez realizadas las pruebas oportunas para estudiar la autocorrelación, Granger y Ding (1994) establecen que no hay autocorrelación en niveles excepto para el primer retardo que si puede existir, sin embargo en nuestro caso, los índices analizados están correlacionados incluso en más retardos y no cumplen la propiedad, siendo el IPSA Chile y el IPC México los mismos que no cumplen el hecho estilizado mediante el correlograma. Aunque quizás como ya hemos comentado, esta conclusión podría cambiar si utilizáramos las correcciones propuestas por Pérez (2000) y Ruiz y Pérez (2012).

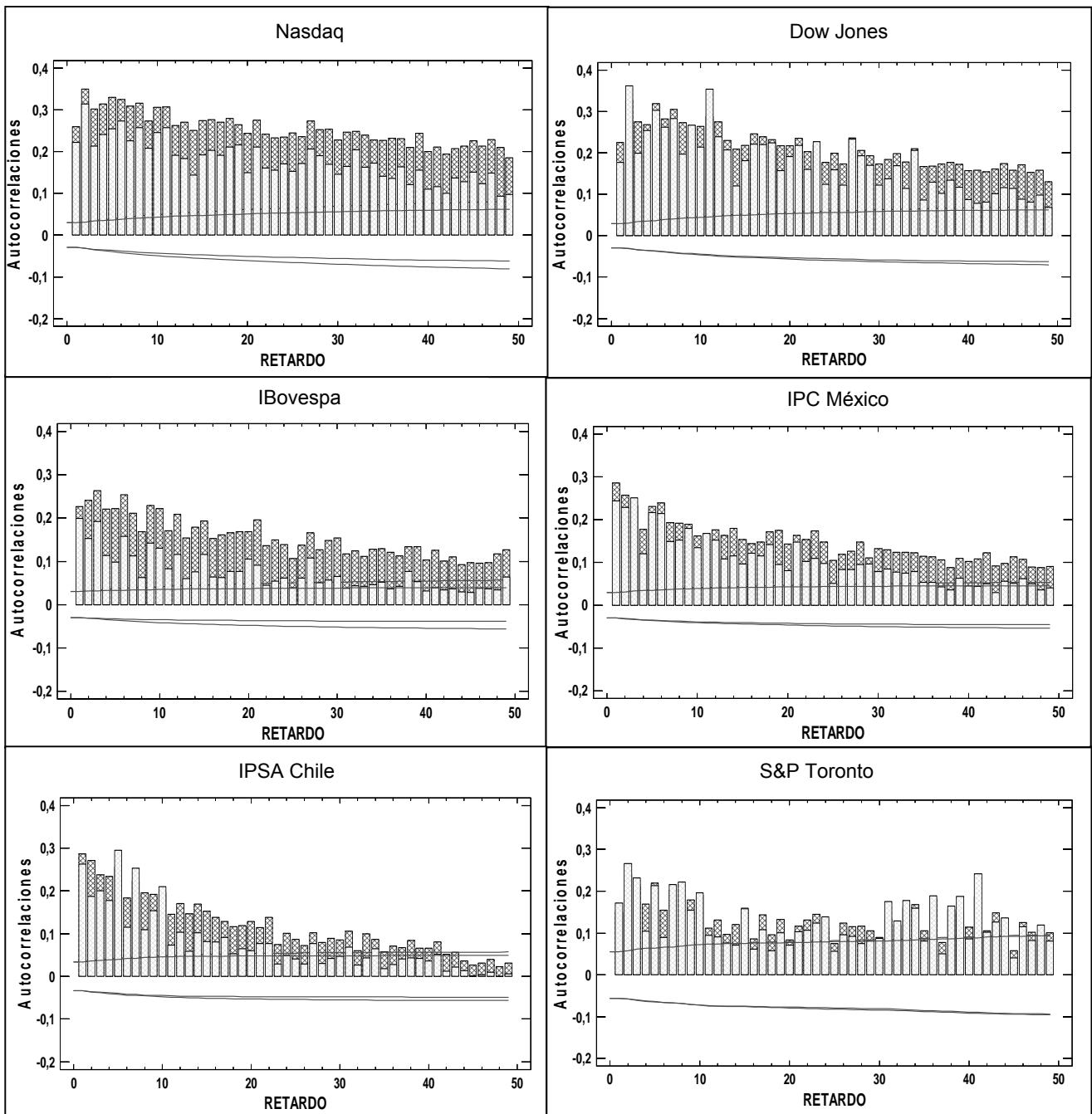
4.3 AUTOCORRELACIÓN EN CUADRADOS Y ABSOLUTOS: MEMORIA LARGA

En este apartado analizamos la autocorrelación para los cuadrados y los valores absolutos de las rentabilidades, y así poder analizar la existencia de la memoria larga en dichas series, entendiendo por memoria larga que existen correlaciones significativas entre observaciones muy distantes en el tiempo,

incluso en el retardo 50, con un descenso muy lento, pero que finalmente convergen a cero.

En el gráfico 6 analizamos los correlogramas de $|Y_t|$, representado por aspas negras, y de Y_t^2 representado por aspas grises. Aparece un correlograma sobre el otro para poder apreciar la diferencia existente entre ellos. Podemos observar cuál es mayor y cuál desciende de forma mucho más lenta.

Gráfico 4. Autocorrelaciones muestrales de $|Y_t|$ (color negro) e Y_t^2 (color gris).



Como vemos en los gráficos, se cumple la propiedad de memoria larga, las correlaciones son significativas incluso en retardos alejados existiendo correlación más alta en $|Y_t|$ que en Y_t^2 . Especialmente se aprecia para el índice Nasdaq, donde vemos cómo en el retardo 50 las autocorrelaciones siguen siendo muy grandes.

Si realizamos el contraste de Box-Ljung, visto en la sección anterior, pero en este caso para $|Y_t|$ e Y_t^2 , cuyos resultados se muestran en la tabla 7, veremos cómo esto que se aprecia en el gráfico se corrobora mediante el estadístico de contraste $Q_{LB}(m)$ para todas las series estudiadas y para los retardos $m = 5, 10, 25$ y 50 .

Tabla 7 resultados del estadístico Q_{LB} para los $|Y_t|$ e Y_t^2 y sus p-valores.

	Nasdaq		Dow Jones		S&P Toronto		IPC México		IPSA Chile		IBovespa	
	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2
$Q_{LB}(5)$	2.125,9	1.377,4	1.773,6	1.566,2	252,29	262,49	1.072,8	807,58	1.105	873,86	1.186,1	527,04
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(10)$	4.167,2	2.665,8	3.466,7	2.898,2	475,65	469,39	2.118,7	1.591,2	1.759	1.394,8	2.215,8	864,73
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(25)$	8.660,4	4.983,6	6.896,3	5.726,6	736,35	650,52	4.223,8	2.814,5	2.613,7	1.655,1	3.975,3	1.263,2
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(50)$	14.241	7.369	10.227	7.523,3	1.231,5	1.163,7	6.127,6	3.482,7	2.990,7	1.768,7	5.594,5	1.550,1
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Se puede rechazar la hipótesis nula de incorrelación conjunta hasta de orden m , para los retardos analizados ($m = 5, 10, 25$ y 50) para todos los índices estudiados, lo cual es un indicio de la posible existencia de memoria larga en estas dos transformaciones: las rentabilidades cuadradas y absolutas.

4.4 EFECTO TAYLOR

Taylor (1986) encuentra que las autocorrelaciones del valor absoluto de las rentabilidades son, en general, mayores que las autocorrelaciones del cuadrado de las rentabilidades, es decir, que se cumple que:

$$Corr (|Y_t|, |Y_{t-k}|) > Corr (Y_t^2, Y_{t-k}^2) \quad (4.3)$$

De esta propiedad hablan Granger y Ding (1994, 1995), quienes a partir del trabajo de Taylor, nombran “Efecto Taylor” a la siguiente propiedad:

$$\hat{\rho}_1(k) > \hat{\rho}_\theta(k). \text{ Para todo } \theta \neq 1, \quad (4.4)$$

dónde $\hat{\rho}_\theta(k)$ representa la autocorrelación muestral de orden k para $|Y_t|^\theta$, con $\theta > 0$. Estos autores encontraron que la máxima autocorrelación muestral no siempre ocurre cuando $\theta = 1$, sino cuando $0 < \theta < 1$. Además, observaron que las autocorrelaciones de los retornos absolutos son siempre mayores que las autocorrelaciones de los cuadrados, en consonancia con la propiedad (4.3), y que éstas descienden más lentamente que las de los valores cuadrados.

Es importante mencionar que las rentabilidades absolutas y cuadradas están relacionadas con la dispersión y, por lo tanto, una correlación positiva de dichas transformaciones significa que la volatilidad tiene dependencia temporal y, en consecuencia, aparecerá agrupada.

En nuestro caso, analizaremos las seis series de rentabilidades con la propiedad (4.3) establecida por Taylor. Así, cómo ya hemos mencionado antes, podemos observar en el gráfico 6 de la sección anterior cómo las correlaciones son claramente significativas y positivas, siendo los valores de correlación para los valores absolutos ($|Y_t|$) superiores a los valores al cuadrado (Y_t^2); Ruiz y Veiga (2008), y Ruiz y Pérez (2012) observan esta característica en los índices IBEX35 y Nikkei y FTSE respectivamente.

4.5 EFECTO APALANCAMIENTO (LEVERAGE EFFECT)

El efecto apalancamiento consiste en que la volatilidad, sobre todo en las series de rentabilidades financieras, se comporta de forma diferente en respuesta a valores previos de rentabilidades positivas ($Y_t > 0$) que a valores de rentabilidades negativas ($Y_t < 0$). Dado que la dispersión depende de las rentabilidades cuadradas y absolutas, la volatilidad se ve afectada por las variaciones de éstos. La volatilidad aumenta más cuando las rentabilidades previas son negativas que cuando son positivas: una rentabilidad negativa genera mayor incertidumbre que una rentabilidad positiva y por ello genera un periodo de mayor volatilidad. De este hecho habla Ruiz y Veiga (2008), quienes proponen utilizar las correlaciones cruzadas de Y_t con $|Y_t|$ y con Y_t^2 como

indicador de efecto apalancamiento. Si éste existiera dichas correlaciones serían negativas.

En el gráfico 7 se representan las correlaciones muestrales cruzadas entre las rentabilidades (Y_t) y los valores absolutos ($|Y_t|$), mientras que en el gráfico 8 se representan las correlaciones muestrales cruzadas entre las rentabilidades (Y_t) y los valores al cuadrado (Y_t^2) para las seis series de rentabilidades financieras estudiadas en este trabajo.

Como vemos en ambos gráficos, las correlaciones cruzadas son significativas y negativas. Por tanto se cumple el efecto apalancamiento.

Gráfico 7. Correlaciones cruzadas de Y_t e $|Y_t|$.

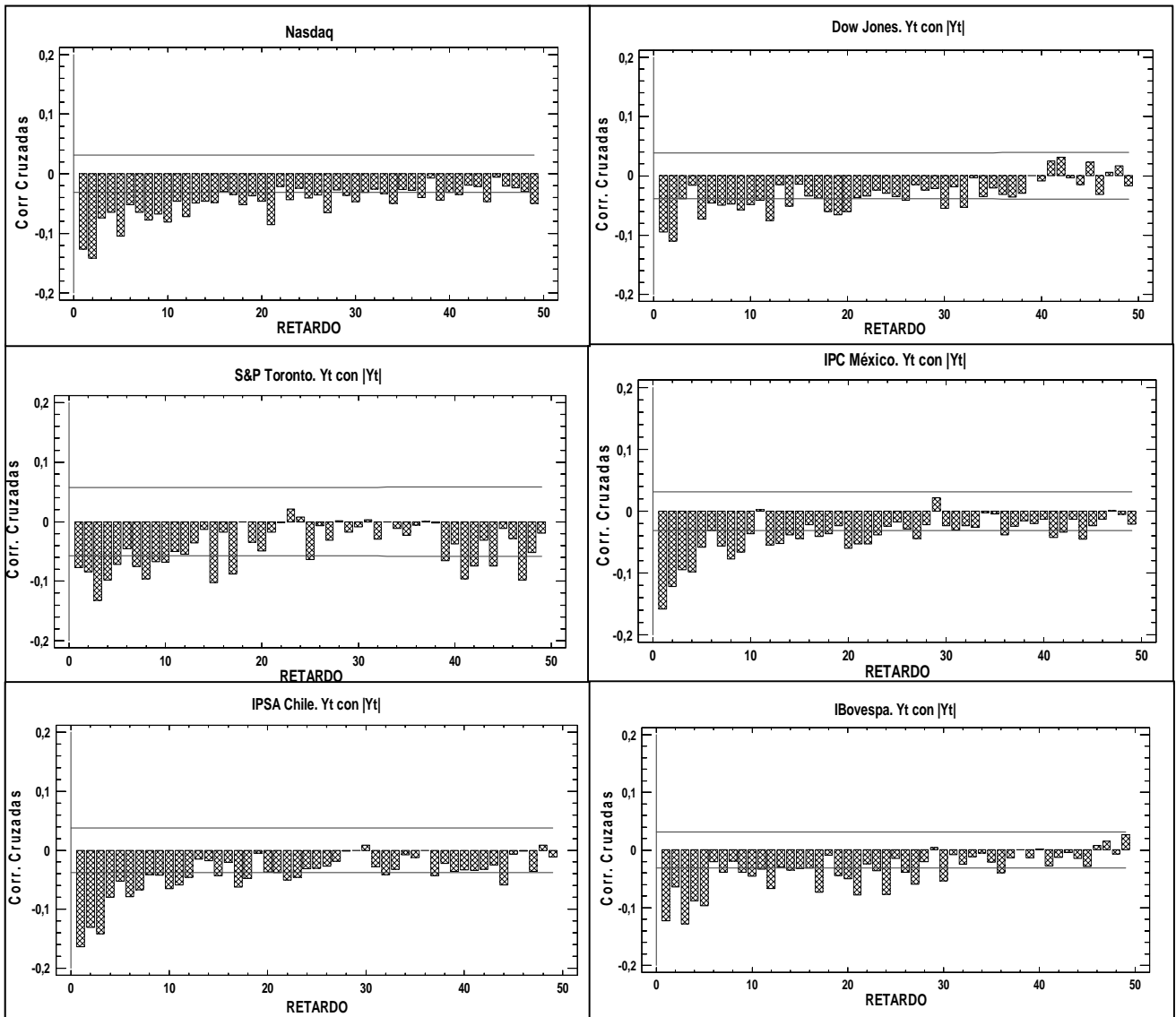
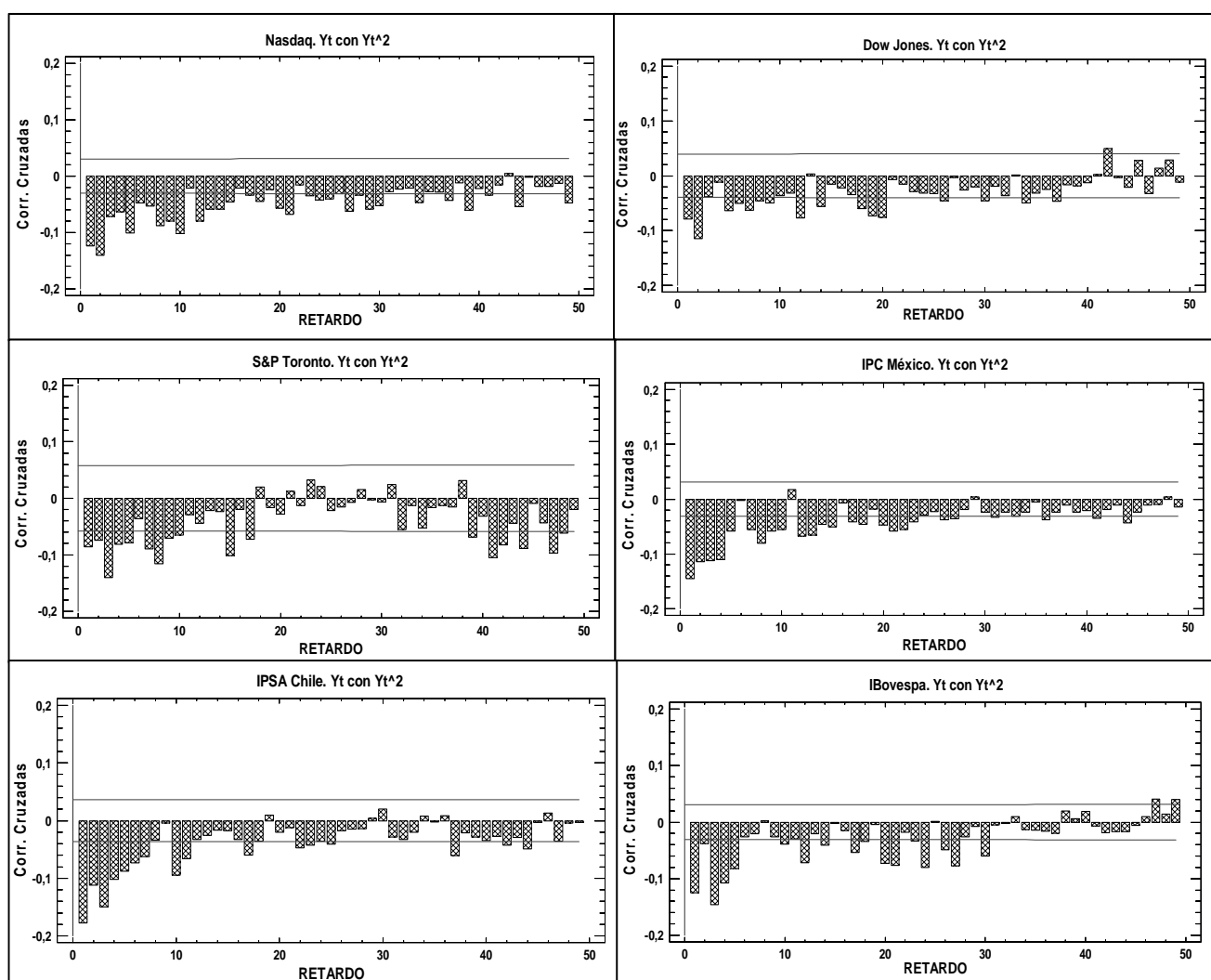


Gráfico 8. Correlaciones cruzadas de Y_t e Y_t^2 .

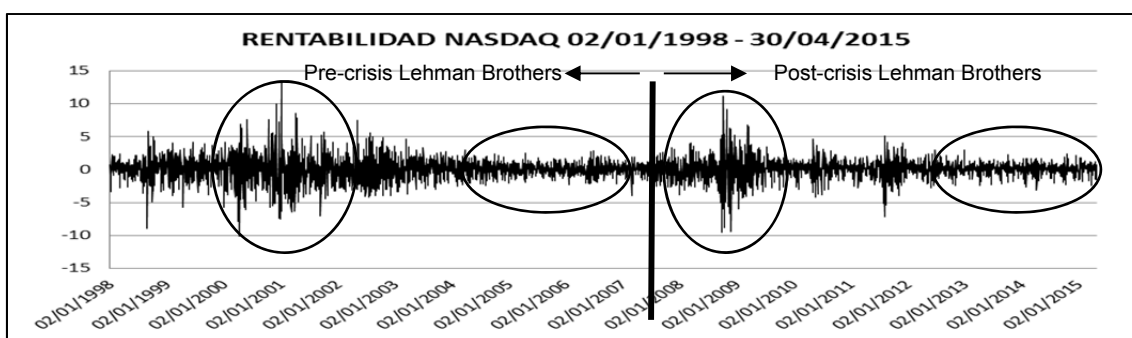


5. SENSIBILIDAD DE LOS RESULTADOS AL PERIODO MUESTRAL ANALIZADO

En esta sección analizaremos los hechos estilizados relacionados con series temporales estudiados hasta el momento dividiendo el periodo temporal en dos sub-periodos: un periodo hasta la crisis de Lehman Brothers el 15/09/2007 y otro periodo a partir de esta fecha y hasta el 30/04/2015. Para ambos periodos estudiaremos si se modifican las conclusiones del estudio que hemos realizado con anterioridad o se mantienen. Para el índice S&P Toronto no se realizará este análisis comparativo por no tener datos previos a la caída de Lehman Brothers.

En cuanto a la agrupación de la volatilidad no existen cambios respecto al análisis realizado en la sección 4.1 a pesar de la modificación del periodo temporal estudiado. A modo de ejemplo, para el índice Nasdaq, tomando su grafica de rentabilidades y delimitando los dos sub-periodos estudiados en esta sección por una recta vertical negra (véase el gráfico 9), vemos que tanto para el periodo de tiempo anterior como posterior a la crisis existe alternancia de periodos de alta volatilidad y periodos de baja volatilidad.

Gráfico 9. Evolución de la rentabilidad del índice Nasdaq.



5.1 PROPIEDADES DINÁMICAS EN EL PERIODO PRE-CRISIS LEHMAN BROTHERS.

5.1.1 AUSENCIA DE AUTOCORRELACIÓN EN NIVELES.

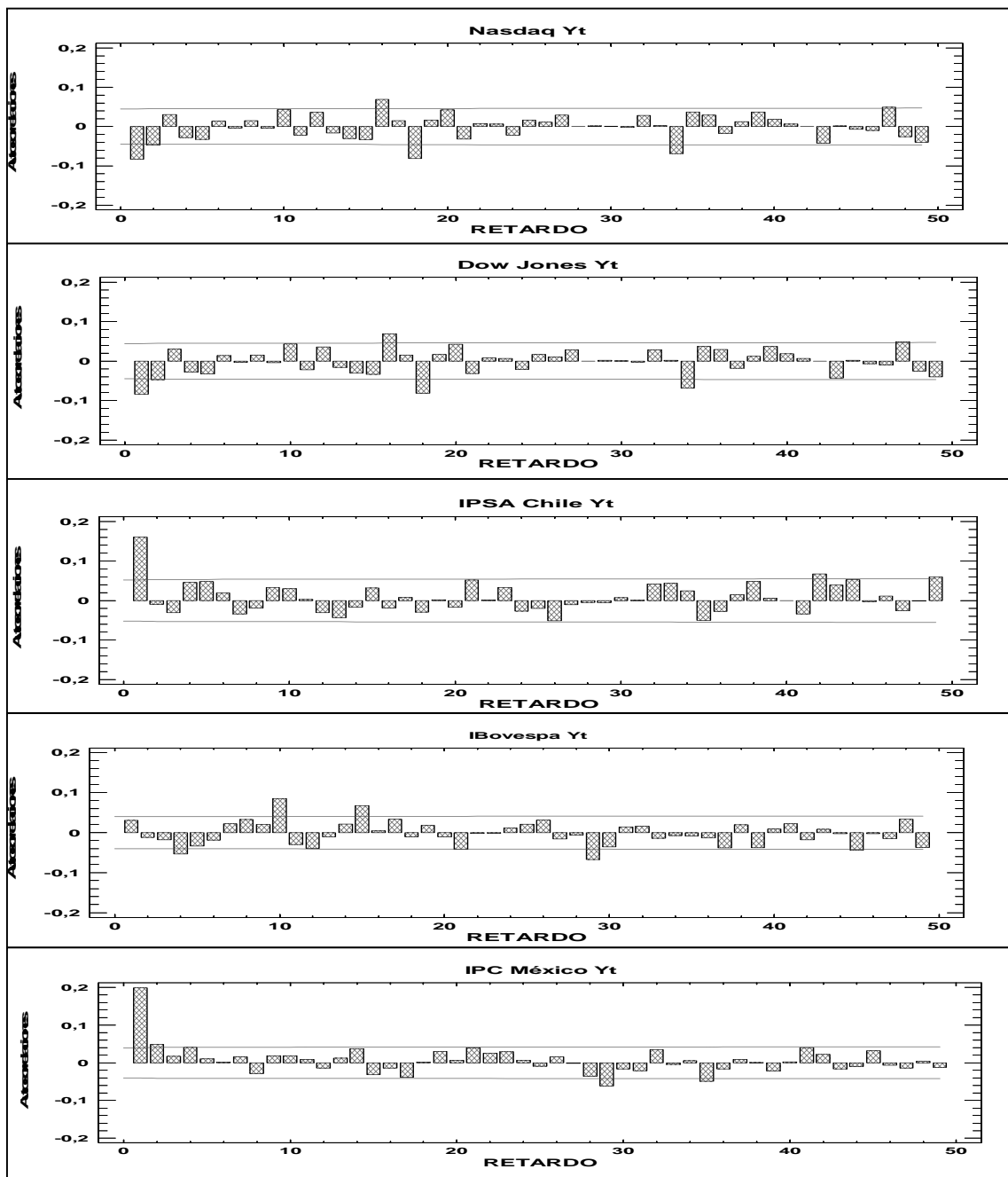
En esta sección estudiaremos la existencia de autocorrelación mediante los correlogramas y a través del estadístico de contraste de Box-Ljung, explicado en la sección 4.2, donde se realizó este contraste para el estudio de la existencia de autocorrelación para el periodo completo.

En el gráfico 10 se representan los correlogramas de las rentabilidades Y_t para las cinco series que estamos analizando en esta sección junto con las bandas de confianza de Barlett al 95 %. Es preciso recordar que las bandas de confianza para series condicionalmente heterocedásticas son más anchas de lo habitual en los primeros retardos. Esto provocaría que algunas series que, a priori, parecen correlacionadas, dejasen de estarlo.

En el gráfico 10 vemos como el índice IBovespa carece de autocorrelación en niveles en los primeros retardos. Además, teniendo en cuenta que las bandas

de confianza apropiadas serían más anchas al principio como ya hemos explicado, los índices Nasdaq y Dow Jones podrían dejar de presentar autocorrelación, pero esto no ocurriría con los índices IPC México e IPSA Chile, los cuales muestran una autocorrelación de orden 1 claramente significativa mayor que 0. Esto último podría indicar la presencia de un AR(1) o MA(1) para las rentabilidades.

Gráfico 10. Correlogramas de Y_t para los cinco índices bursátiles analizados hasta 15/09/2007.



Por tanto, podemos concluir que no existe variación en las conclusiones sobre el hecho estilizado ausencia de autocorrelación en niveles, ya que obtenemos aquí los mismos resultados que en el apartado 4.3 donde analizamos el periodo temporal completo. En los dos análisis, para los índices Nasdaq, Dow Jones e IBovespa no existiría, aparentemente, autocorrelación en niveles. En cambio en los índices IPC México e IPSA Chile podría existir un proceso AR(1) o MA(1).

Además del gráfico de los correlogramas, para estudiar la autocorrelación en niveles, en la tabla 8 realizaremos el contraste de Box-Ljung, que ya se explicó en la sección 4.3, dónde se muestran los resultados de este contraste para cada índice analizado en este sub-periodo, además de su p-valor. Realizaremos este contraste para los retardos 5, 10, 25 y 50

Tabla 8. Resultados estadístico de contraste $Q_{LB}(m)$ para cada serie.

	Nasdaq	Dow Jones	IPC México	IPSA Chile	IBovespa
$Q_{LB}(5)$	7,18	10,131	28,777	44,738	12,889
P-valor	0,208	0,072	0	0	0,064
$Q_{LB}(10)$	11,919	13,442	34,657	50,511	36,422
P-valor	0,291	0,2	0	0	0
$Q_{LB}(25)$	63,922	37,948	54,410	63,506	63,470
P-valor	0	0,047	0,001	0	0
$Q_{LB}(50)$	110,61	98,882	94,753	103,31	107,93
P-valor	0	0	0	0	0

A partir de esta tabla, podemos observar cómo para las series de rentabilidades financieras del Nasdaq, Dow Jones e Ibovespa no se rechaza la hipótesis nula para un nivel de significación $\alpha \leq 0,05$, lo cual hace que podamos admitir que no existe autocorrelación en niveles. Por el contrario, para IPSA Chile e IPC México, como era de esperar, se rechaza la hipótesis nula para el mismo nivel de significación, y por tanto, estas series están autocorrelacionadas y no cumplen este hecho estilizado.

Nuevamente, podemos decir que no varían los resultados obtenidos respecto al análisis de la sección 4.3, salvo para el índice Dow Jones, que en este caso no rechaza la hipótesis nula.

5.1.2 AUTOCORRELACIÓN EN CUADRADOS Y ABSOLUTOS. MEMORIA LARGA. Y EFECTO TAYLOR.

En esta sección se estudiará si existe autocorrelación en las series de $|Y_t|$ e Y_t^2 , y además se analizará si existe o no memoria larga y el efecto Taylor. Para ello usaremos los correlogramas y el contraste Box-Ljung correspondientes.

En el gráfico 11 se representan los correlogramas para todas las series (salvo S&P Toronto) para valores absolutos y cuadrados de Y_t . Para facilitar su comparación visual se representan uno sobre el otro, de modo que el correlograma de aspas negras representa las correlaciones de $|Y_t|$ y el correlograma de aspas grises las de Y_t^2 .

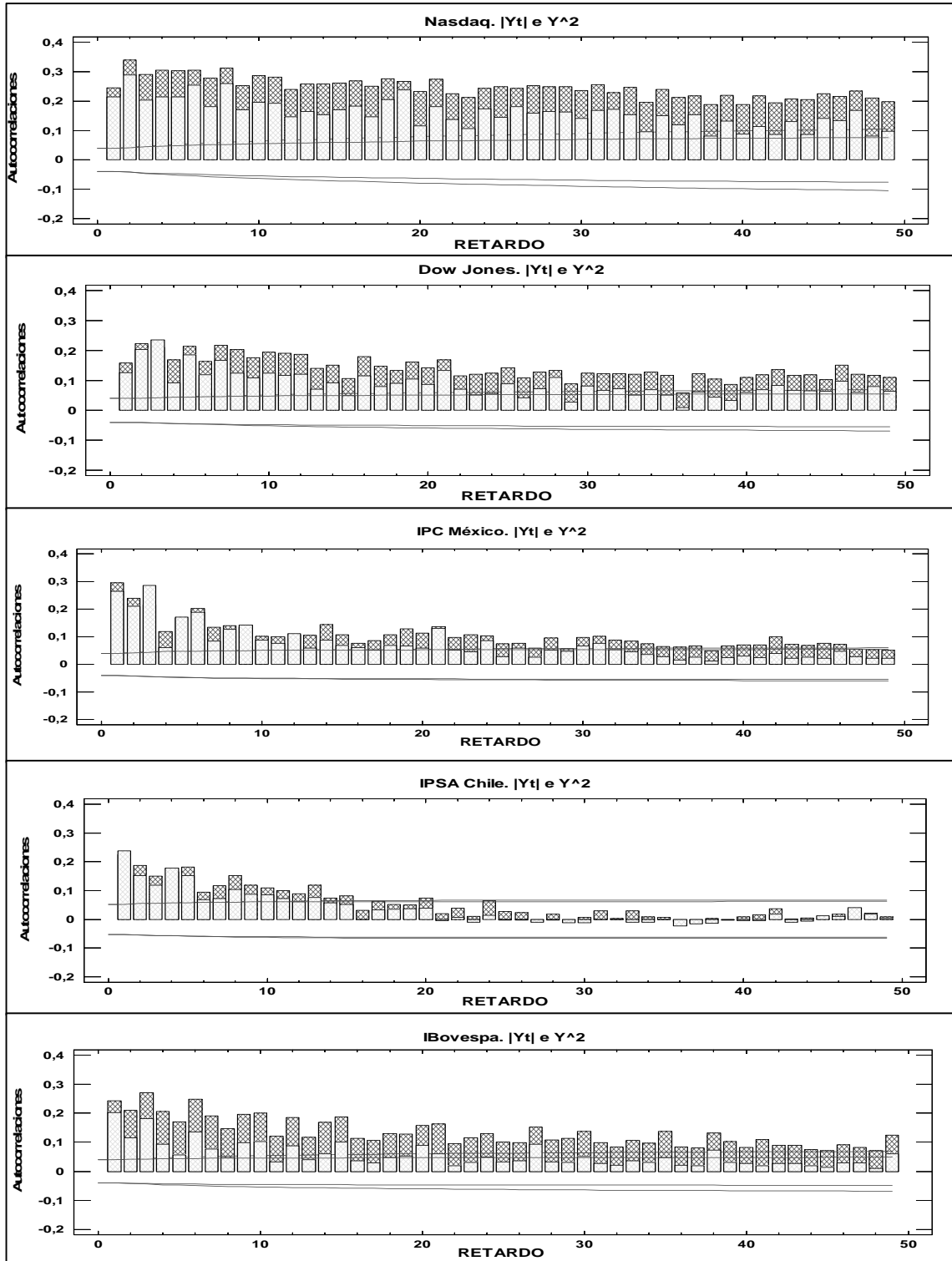
En este gráfico vemos que existe memoria larga, es decir, existen correlaciones positivas significativas incluso en retardos muy alejados, lo cual significa que hay una correlación entre los valores de las rentabilidades cuadráticas presentes, en un día t , y sus valores pasados, en días $t - h$, incluso cuando h es grande, o sea, cuando el pasado es lejano.

Además, en cuanto al efecto Taylor, podemos observar claramente, salvo en algún retardo, cómo para todas las series analizadas las correlaciones para los valores absolutos $|Y_t|$ (representados en color negro) son mayores que las correlaciones de los valores al cuadrado Y_t^2 (representados en color gris), es decir, se cumple la propiedad (4.3)

Por tanto, sigue existiendo el denominado efecto Taylor para todas las series de rentabilidades estudiadas a pesar de la reducción del periodo temporal. Sin embargo, existen diferencias entre las distintas series analizadas: existe más memoria larga en unas que en otras y lo mismo pasa para el efecto Taylor. Lo que se observa es que las series de rentabilidades con mayor volatilidad (Nasdaq y Dow Jones) tienen una memoria larga y un efecto Taylor mayor que las series en las que la volatilidad es más pequeña (IPC México, IBovespa e IPSA Chile). Esto se debe a que los valores al cuadrado y los valores absolutos son representativos de la volatilidad, por lo tanto, cuanto mayor es la volatilidad

en la serie mayor dispersión tiene esta, y en consecuencia, los valores de autocorrelación de los valores absolutos y cuadrados son mayores.

Gráfico 11. Correlogramas para $|Y_t|$ (aspas negras) e Y_t^2 (aspas grises).



Por otro lado, realizamos el contraste Box-Ljung para poder contrastar si existe correlación en retardos alejados y si las correlaciones de los valores absolutos son mayores que las correlaciones de los cuadrados.

En la tabla 9 aparecen los valores del estadístico $Q_{LB}(m)$ para $|Y_t|$ e Y_t^2 de las series analizadas, junto con su p-valor para los retardos 5, 10, 25 y 50.

Tabla 9. Resultados del estadístico de contraste $Q_{LB}(m)$ para $|Y_t|$ e Y_t^2 .

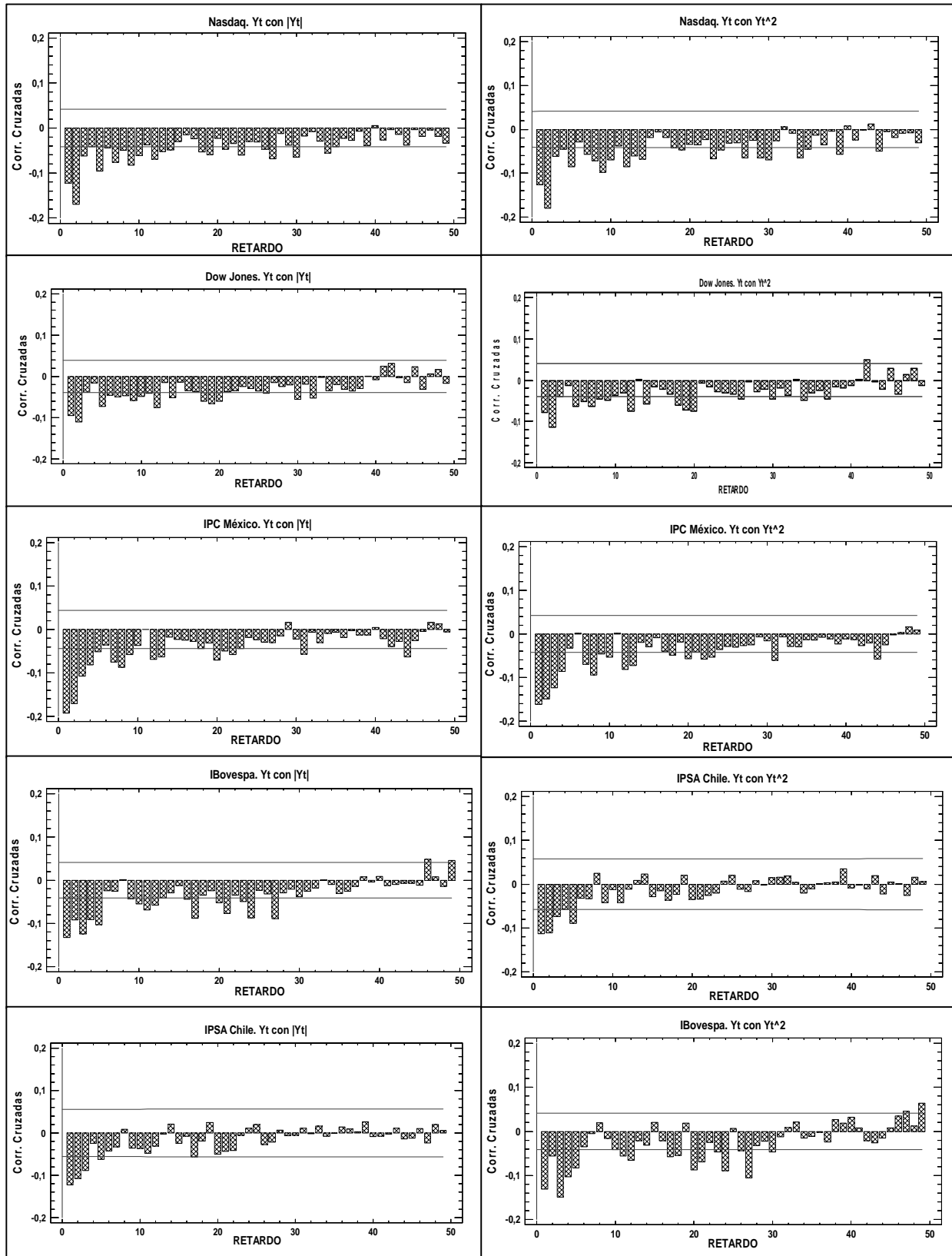
	Nasdaq		Dow Jones		IPC México		IPSA Chile		IBovespa	
	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2
$Q_{LB}(5)$	1086,2	638,14	476,23	382,96	393,78	394,79	239,94	212,64	597,29	237,98
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(10)$	2.098,9	1.205,1	928,47	591,36	767,66	707,04	338,35	261,64	1.076,9	351,84
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(25)$	4.464,5	2.234	1.752,8	903,21	1.428,1	1.050,6	421,07	293,36	1.769,2	467,36
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(50)$	7.517,4	3.347,1	2.607,8	1.168,8	2.061,9	1.250,4	431,49	296,55	2.433,8	564,17
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Como vemos en la tabla 9, se rechaza la hipótesis nula para todos los retardos y todas las series analizadas para cualquier valor de significación. A partir de esto afirmamos que existe correlación en cuadrados y valores absolutos incluso en retardos muy alejados, lo cual es indicador de memoria larga.

5.1.3 EFECTO APALANCAMIENTO.

En este apartado estudiamos si las rentabilidades negativas siguen generando incrementos de volatilidad superiores a los provocados por rentabilidades positivas. Para ello representamos en el gráfico 12 las correlaciones cruzadas de Y_t con $|Y_t|$, en la columna izquierda, y de Y_t con Y_t^2 , en la columna derecha, para este nuevo periodo de tiempo que estamos analizando.

Gráfico 12. Correlaciones cruzadas de Y_t con $|Y_t|$ (columna izquierda) y de Y_t con Y_t^2 (columna derecha).



En este gráfico se aprecia con claridad que las correlaciones son significativas y negativas. Por tanto, podemos afirmar que sigue habiendo efecto apalancamiento para este periodo de tiempo, al igual que lo había para todo el periodo más amplio. Las rentabilidades negativas generan incrementos de volatilidad superiores a los que provocan las rentabilidades positivas, esto se debe a que rentabilidades negativas generan una mayor incertidumbre que las rentabilidades positivas.

5.2 PROPIEDADES DINÁMICAS EN EL PERIODO POST-CRISIS LEHMAN BROTHERS

5.2.1 AUSENCIA DE AUTOCORRELACION EN NIVELES.

En esta sección estudiaremos la existencia de autocorrelación en Y_t con correlogramas y el contraste de Box-Ljung, cómo que en secciones anteriores, pero para un nuevo horizonte temporal.

En el gráfico 13 se muestran los correlogramas para los valores Y_t de todos los índices analizados, salvo el índice S&P Toronto, junto con las bandas de confianza de Barlett, definidas como $\pm 1.96/\sqrt{T}$. Como en casos anteriores, en algunas series (Nasdaq, Dow Jones e IPC México) aparece correlación de orden 1 que parecen significativas, pero podrían dejar de serlo si tenemos en cuenta que las bandas de confianza para series condicionalmente heterocedásticas serían más anchas al principio. Pero previsiblemente esto no sucedería para el índice IPSA Chile, que como en los análisis anteriores, parece indicar la presencia de un proceso AR(1) o MA(1) para las rentabilidades.

Como en casos anteriores, realizaremos el contraste de Box-Ljung $Q_{LM}(m)$ de Y_t para retardos 5, 10, 25 y 50. Los resultados para este contraste se muestran en la tabla 10.

Gráfico 13. Correlogramas de Y_t para las cinco series analizadas.

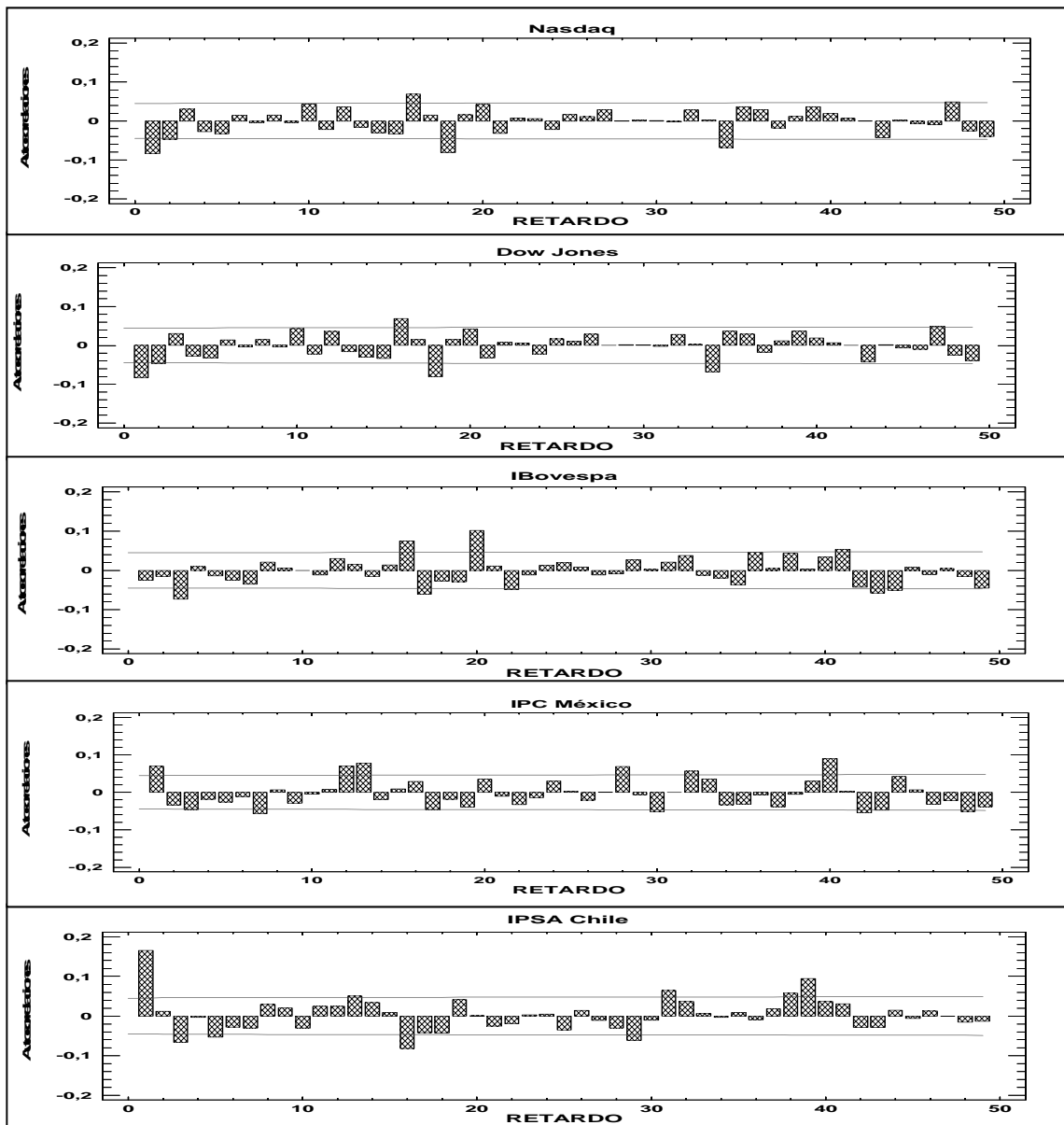


Tabla 10. Resultados del estadístico $Q_{LB}(m)$ para Y_t .

	Nasdaq	Dow Jones	IPC México	IPSA Chile	Ibovespa
$Q_{LB}(5)$	23,004	45,205	17,371	65,563	12,323
P-valor	0	0	0,004	0	0,031
$Q_{LB}(10)$	27,487	52,285	25,578	73,02	16,672
P-valor	0	0	0,004	0	0,082
$Q_{LB}(25)$	65,534	112,31	64,171	110,21	66,04
P-valor	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(50)$	105,13	164,33	143,84	163,92	110,43
P-valor	0	0	0	0	0

Con los resultados de la tabla y para un nivel de significación $\alpha \leq 0,05$, rechazamos la hipótesis nula para todos los índices analizados, lo cual no es lo habitual, y que en casi todos los estudios previos se acepta la hipótesis nula de incorrelación. Aquí si encontramos un cambio en las series Nasdaq, Dow Jones e Ibovespa con respecto al periodo temporal, que pasan de no estar autocorrelacionadas en niveles a estar autocorrelacionadas, en cambio para los índices IPC México e IPSA Chile no existe cambio alguno. Éstas series podrían estar representadas por un proceso AR(1) o MA(1) para las rentabilidades.

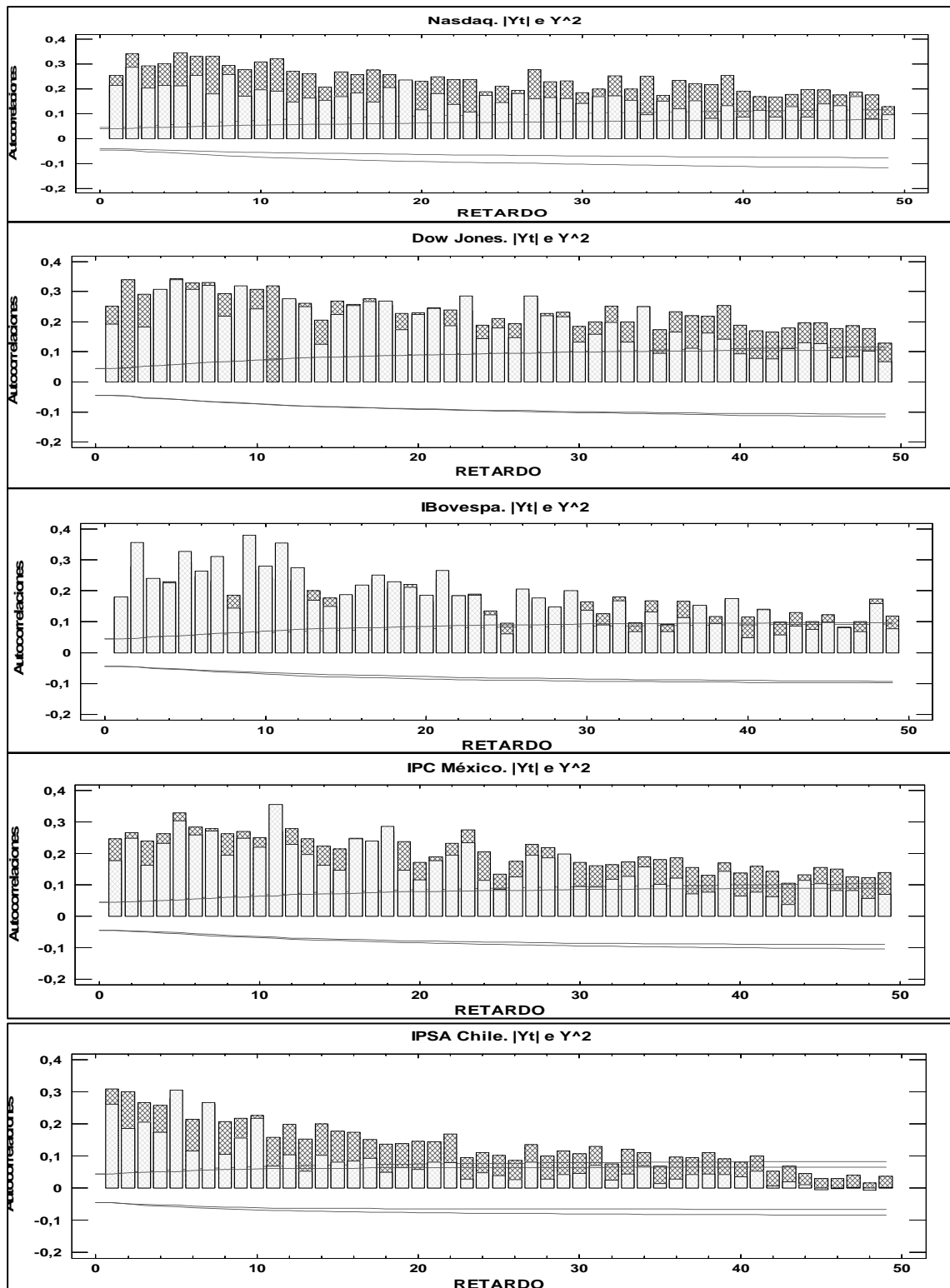
5.2.2 AUTOCORRELACION EN CUADRADOS Y ABSOLUTOS: MEMORIA LARGA. Y EFECTO TAYLOR.

En esta sección volveremos a estudiar si existe o no autocorrelación para $|Y_t|$ e Y_t^2 de las cinco series analizadas. Lo analizaremos a través de los correlogramas en el gráfico 14, y como en las otras ocasiones, se mostrará uno sobre otro para poder observar con facilidad las diferencias existentes entre valores absolutos y cuadrados, lo cual nos ayudará a estudiar la existencia o no del efecto Taylor para este periodo de tiempo.

En el gráfico 15 podemos ver que todas las series están autocorrelacionadas incluso en retardos tan alejados como es el retardo 25, llegando algunas incluso hasta el retardo 50. Esto indica la posible existencia de memoria larga en este periodo al igual que en los análisis anteriores para el periodo de tiempo completo y el sub-periodo anterior a la crisis de Lehman Brothers.

En cuanto al efecto Taylor, vemos que las correlaciones de los $|Y_t|$ son, en general, mayores que las de los Y_t^2 , salvo para el índice Ibovespa, en el cual pasan a ser más grandes los valores cuadrados, cambiando por completo su correlograma en comparación con los análisis de secciones anteriores para otros periodos temporales. También vemos que en el índice IPSA Chile e Ibovespa la memoria larga es menor al resto, esto podría estar relacionado con la volatilidad de cada serie para este periodo temporal, ya que la volatilidad de estos dos índices es muy baja, lo cual hace que la incertidumbre en el mercado sea menor y, por lo tanto, el riesgo también sea menor, por ello las correlaciones de $|Y_t|$ e Y_t^2 son menores al resto y dejan de ser significativas antes que para otras series.

Gráfico 14. Correlogramas para $|Y_t|$ (en negro) e Y_t^2 (en gris) de las series.



Finalmente los resultados del contraste de Box Ljung para los valores absolutos y cuadrados se muestran en la tabla 11.

Tabla 11. Resultados de $Q_{LB}(m)$ para los valores $|Y_t|$ e Y_t^2 de cada serie

	Nasdaq		Dow Jones		IPC México		IPSA Chile		IBovespa	
	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2	$ Y_t $	Y^2
$Q_{LB}(5)$	916,59	776,35	1195,2	873,69	696,47	508,38	763,08	511,61	567,52	710,75
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(10)$	1.837,4	1.576,3	2.340,3	1.658,6	1.387,3	1.060,1	1.248,4	831,1	1.097,7	1.487,1
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(25)$	3.626,4	3.003,2	4.768,9	3.421,2	2.933,3	2.294,1	1.917,7	979,93	2.216,8	2.795,5
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{LB}(50)$	5.637,3	4.350,8	7.139,4	4.506,1	4.213	2.922,5	2.263,3	1.047,6	3.155,3	3.540
P-valor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A partir de estos resultados no rechazamos la hipótesis nula para ningún valor de significación. Por tanto, podemos afirmar que todas las series están autocorrelacionadas, incluso en retardos tan alejados como es el retardo 50. Por ello, y por lo que se ha analizado en los gráficos de autocorrelaciones para valores cuadrados y absolutos, afirmamos la existencia de memoria larga en estas dos series y la existencia del efecto Taylor, a excepción del índice IBovespa, el cual sufre un cambio respecto a los resultados obtenidos para otros periodos temporales.

5.2.3 EFECTO APALANCAMIENTO.

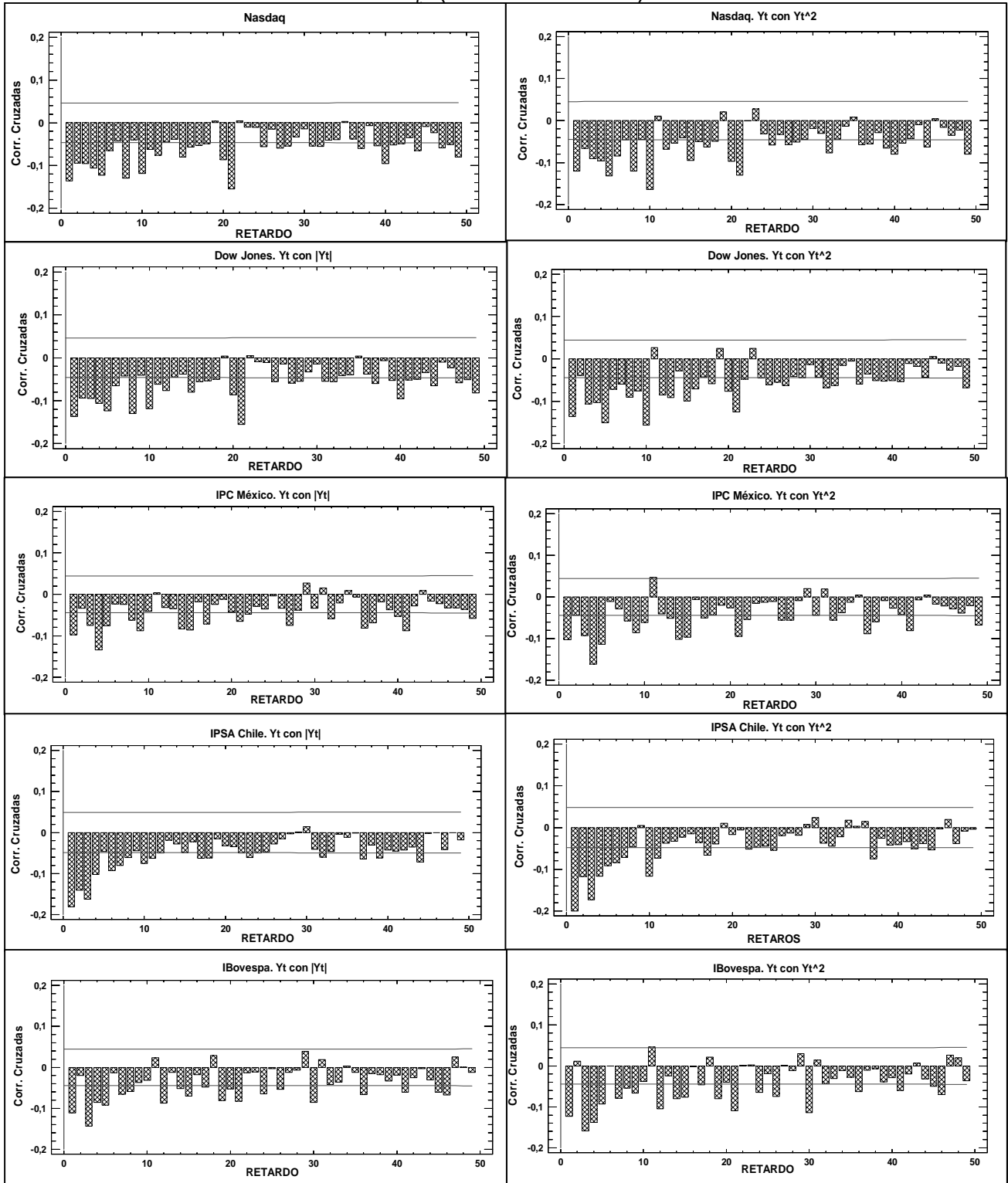
Este hecho estilizado, ha sido explicado con anterioridad en la sección 4.5 y en la sección 5.1.3. En esta sección trataremos su estudio para un nuevo periodo de tiempo más reducido y trataremos de analizar si la crisis de Lehman Brothers provoca algún cambio sobre este hecho o no.

El gráfico 15 representa las correlaciones cruzadas de los Y_t con $|Y_t|$, columna izquierda, y las correlaciones cruzadas de los Y_t con Y_t^2 , columna derecha.

A partir de este gráfico, vemos que se sigue cumpliendo el efecto apalancamiento para todos los índices incluso después de la crisis de Lehman Brothers puesto que las correlaciones siguen siendo significativas y negativas en ambos casos y para todas las series. Por tanto, las rentabilidades negativas continúan generando incrementos de volatilidad mayores que los provocados

por rentabilidades positivas, también en el periodo posterior a la caída de Lehman Brothers

Gráfico 15. Correlaciones cruzadas de Y_t con $|Y_t|$, columna izquierda y de Y_t con Y_t^2 (columna derecha).



6. CONCLUSIONES

La literatura existente determina que existen características comunes en todos los mercados de rentabilidades de activos financieros del mundo. A pesar de esta afirmación, para los índices latinoamericanos se han desarrollado pocos estudios en este contexto, por lo que es importante mencionar que en este trabajo se estudian estas características para tres mercados latinoamericanos que son: IPC México, IPSA de Chile e IBovespa; además de otros tres mercados americanos que son: Nasdaq, Dow Jones y S&P Toronto.

Los diferentes hechos estilizados que se estudian en este trabajo son: La propiedad 1 de Granger y Ding; la ausencia de normalidad; la agrupación de la volatilidad; la ausencia de autocorrelación en niveles; la autocorrelación en cuadrados y absolutos: la memoria larga; el efecto Taylor; y el efecto apalancamiento.

Una vez realizadas las pruebas estadísticas oportunas en el desarrollo del trabajo, podemos afirmar que la mayoría de estas características se cumplen en todos los mercados mencionados para el periodo de tiempo estudiado (02/01/1998 – 30/04/2015). Sin embargo, la propiedad 1 de Granger y Ding no se cumple para los índices Nasdaq y Dow Jones, por lo tanto, la distribución de los valores absolutos de $|Y_t|$ depende del signo de Y_t para estas dos series de rentabilidades, pero no para el resto de series que si cumplen la propiedad. También cabe señalar que en el estudio de la autocorrelación en niveles, las rentabilidades de los índices IPC México e IPSA Chile están autocorrelacionados y podrían seguir un modelo AR(1) o MA (1).

En este trabajo también se estudia si la reciente crisis de Lehman Brothers ha podido afectar a las propiedades estadísticas de las series de rentabilidades. De este modo, para el periodo anterior a dicha crisis, corroboramos que estos hechos estilizados se cumplen al igual que se cumplían para el periodo total analizado, solo existiendo alguna modificación en lo referente a la memoria larga, que para algunos índices es más pequeña, y para el efecto Taylor, ya que las diferencias entre cuadrados y absolutos son menores. Por otro lado, para el periodo posterior a la crisis, vemos como se mantiene el efecto apalancamiento sin sufrir cambios destacables. En cuanto a la memoria larga y el efecto Taylor en este caso se mantienen como en el estudio realizado para el

periodo pre crisis. En cambio, en el análisis de las autocorrelaciones en niveles, todos los índices pasan a estar autocorrelacionados, aunque estas correlaciones son muy pequeñas y podrían indicar la presencia de un proceso AR(1) o MA(1).

Este trabajo abre las puertas a profundizar en el estudio de los hechos estilizados sobre todo en los índices latinoamericanos, y determinar el por qué de la existencia de una autocorrelación en niveles que no es característica de los mercados de rentabilidades financieras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, J.C. y Arcos M.A. (2006): “Cuatro hechos estilizados de las series de rendimientos: una ilustración para Colombia”. *Estudios Gerenciales*. 22.
- Alonso, J.C. y Torres, G. (2014): “Características estadísticas del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) en sus primeros 10 años”. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*. 19, pp. 45-54.
- Cont, R. (2001): “Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues”. *Quantitative Finance*. 1, pp. 223-236.
- Diebold, F.X (1988): *Modelling of Exchange Rate Dynamics*. Springer Verlag, Nueva York.
- García, M.C. Mínguez, R. y Calvo, M.E. (2007): “Estimación de los modelos de volatilidad estocástica asimétrica. Aplicación en series de rendimientos de índices bursátiles”. *XV Jornadas de Asepuma y III Ecuentro Internacional*.
- Granger, C.W.J. y Ding, Z. (1994): “Stylized facts on the temporal and distributional properties of daily data from speculative markets”. Working paper preliminary version. University of California, San Diego.
- Granger, C.W.J. y Ding, Z. (1995): “Some properties of absolute return an alternative measure of risk”. *Annales d'économie et de statistique*. 40, pp. 67-91.
- Granger, C.W.J. Spear, S y Ding, Z. (2000): “Proceedings of the Hong Kong International Workshop on Statistics and Finance: an interface”. In

W.Chan, W.K. Li and H. Tong (ed.), Imperial College press, Londres, pp. 97-120.

Ruíz, E. (1994): "Modelos para series temporales heterocedásticas". *Cuadernos económicos del I.C.E.* 56, pp. 73-108.

Ruíz, E y Pérez, A. (2012): "Maximally Autocorrelated power transformations: A closer look at the properties of stochastic volatility models". *Studies in Non linear Dynamics & Econometrics.* 16 (3).

Ruíz, E. y Veiga, H. (2008): "Modelos de volatilidad estocástica: Una alternativa atractiva y factible para modelizar la evolución de la volatilidad". *Anales de estudios económicos y empresariales.* 18, pp. 9-68.

Taylor, S (1986), *Modelling financial time series.* Wiley, Nueva York.