



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**  
**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Modelado y actualizado computacional, en  
régimen estático, modal y dinámico, de una  
maqueta de edificio de dos plantas**

**Autor: ESCUDERO BELLO, Sergio**

**Tutor: LORENZANA IBÁN, Antolín**

**Departamento: Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno y  
Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras**

**Valladolid, Junio de 2016.**



# Resumen

Los programas de cálculo basados en elementos finitos son una solución eficaz para calcular cualquier tipo de estructura. Este trabajo se aplica a una estructura de laboratorio consistente en una maqueta de edificio de dos plantas. Primero se modela en ANSYS dicha maqueta con los elementos adecuados para, posteriormente, llevar a cabo computacionalmente los análisis estático, modal y dinámico. A partir de estos datos, se realiza una comparación con los obtenidos de forma experimental en el laboratorio y se procede a la calibración del modelo, con objeto de que los resultados computacionales se aproximen en la medida de lo posible a los experimentales. Por último, se analiza la respuesta de la maqueta al añadirle un dispositivo de mitigación de vibraciones.

**Palabras clave:** estático, modal, dinámico, vibraciones, TMD

# Abstract

Calculation programmes based on finite elements are a clear solution for calculating any kind of structure. This project is applicable to a laboratory structure consisting of a modal of two-storey building. First of all a modal is made using ANSYS and suitable materials and afterwards a static, modal and dynamic study is made in a computational manner. Using this information as a basis a comparison is made with the results obtained in laboratory experiments and the modal is assessed with so that the computational results are as close as possible to the experimental ones. The last thing to be analyzed is the response of the modal to the addition of a vibration mitigation device.

**Keywords:** static, modal, dynamic, vibration, TMD



# Índice

Lista de figuras.....	9
Lista de tablas.....	17
Nomenclatura.....	19
Capítulo 1. Introducción .....	21
1.1. Justificación.....	21
1.2. Objetivos.....	21
1.3. Organización del documento.....	22
Capítulo 2. Introducción sobre dinámica de estructuras y edificios .....	23
2.1. Introducción a la teoría de vibraciones .....	23
2.2. Control y aislamiento de vibraciones.....	24
2.2.1. Introducción de amortiguamiento .....	25
2.3. Sistemas de 1 grado de libertad.....	26
2.3.1. Vibraciones libres no amortiguadas .....	27
2.3.2. Vibraciones libres amortiguadas .....	30
2.4. Excitaciones tipo .....	34
Capítulo 3. Descripción física de la maqueta bajo estudio.....	37
3.1. Descripción de la maqueta de laboratorio.....	37
3.2. Modelo en CATIA .....	39
3.3. Montaje de los módulos .....	45

Capítulo 4. Resultados experimentales.....	49
4.1. Caso estático.....	49
4.1.1. Método de cálculo .....	49
4.1.2. Sistema empleado en la medición de datos.....	49
4.1.3. Resultados.....	51
4.2. Caso modal.....	59
4.2.1. Método de cálculo .....	59
4.2.2. Sistema empleado en la medición de datos.....	59
4.2.3. Resultados.....	61
 Capítulo 5. Modelado en ANSYS mediante elementos SHELL .....	67
5.1. Introducción.....	67
5.2. Descripción del modelo .....	67
5.3. Mallado de la estructura .....	68
5.4. Condiciones de contorno.....	78
 Capítulo 6. Calibrado del modelo y resultados computacionales .....	81
6.1. Objetivos.....	81
6.2. Resultados con el modelo sin calibrar .....	81
6.3. Primera calibración .....	85
6.3.1. Nuevas propiedades físicas a asignar a los materiales.....	85
6.3.2. Resultados.....	87
6.4. Segunda calibración .....	89
6.4.1. Nuevas propiedades físicas a asignar a los materiales.....	89
6.4.2. Resultados.....	93

Capítulo 7. Caracterización dinámica de la estructura .....	97
7.1. Determinación de la respuesta espectral .....	97
7.1.1. Análisis mediante la FRF .....	97
7.2. Determinación del factor de amortiguamiento.....	100
7.2.1. Determinación del factor de amortiguamiento mediante ajuste de la exponencial .....	100
7.2.2. Determinación del factor de amortiguamiento mediante el método del ancho de banda de mitad de potencia .....	106
 Capítulo 8. Uso del modelo calibrado para estimar respuestas ante excitaciones no medidas .....	 111
8.1. Introducción.....	111
8.2. Amortiguador de masa sintonizado (TMD).....	111
8.2.1. Descripción física .....	111
8.2.2. Modelado en ANSYS .....	116
8.3. Modelo sísmico .....	126
8.3.1. Sistema empleado en la medición de datos.....	127
8.3.2. Preparación del modelo en ANSYS.....	129
8.3.3. Experimentación .....	143
8.3.4. Aceleraciones con el TMD bloqueado .....	147
8.3.5. Aceleraciones con el TMD sin bloquear .....	153
 Conclusiones .....	 159
Bibliografía.....	161





# Lista de figuras

Figura 2.1 Modelo de 1 grado de libertad.....	26
Figura 3.1 Medida de la rigidez combinada.....	37
Figura 3.2 Edificio .....	39
Figura 3.3 Forjado.....	40
Figura 3.4 Columna de 750 mm de longitud.....	41
Figura 3.5 Columna de 500 mm de longitud.....	41
Figura 3.6 Pletina.....	42
Figura 3.7 Tornillo .....	42
Figura 3.8 Base .....	43
Figura 3.9 Piso inferior .....	43
Figura 3.10 Piso superior .....	44
Figura 3.11 Módulos individuales.....	45
Figura 3.12 Unión de la pletina a la columna y forjado .....	46
Figura 3.13 Unión entre pisos.....	46
Figura 3.14 Unión del piso inferior a la base .....	46
Figura 3.15 Apoyo de la base.....	47
Figura 3.16 Edificio completo con los cuatro módulos construidos .....	47
Figura 4.1 Calibre y dinamómetro .....	49
Figura 4.2 Unión del calibre a la pletina.....	50
Figura 4.3 Sistema de medición empleado .....	51
Figura 4.4 Sensores empleados para medir las aceleraciones .....	60
Figura 4.5 Móvil empleado para medir vibración.....	61
Figura 5.1 Modelo importado del edificio en ANSYS.....	67

Figura 5.2 Modelo simplificado con superficies medias.....	68
Figura 5.3 Anomalías presentadas. A la izquierda se muestra la holgura existente entre los forjados y las columnas (vista superior) y a la derecha la existente entre la columna y la base (vista lateral derecha) .....	69
Figura 5.4 Vistas del edificio una vez solucionadas las anomalías. Arriba la lateral derecha (nótese que la vista se encuentra rotada 90° en sentido antihorario) y abajo la frontal .....	70
Figura 5.5 Vistas del edificio una vez realizados los cortes. Arriba la lateral derecha (nótese que la vista se encuentra rotada 90 ° en sentido antihorario) y abajo la frontal.....	71
Figura 5.6 Sketch empleado en la unión entre pisos.....	72
Figura 5.7 Aristas extruidas para la creación de los tornillos.....	72
Figura 5.8 Unión entre pisos. Arriba antes de modelar los tornillos y abajo después de modelar los mismos .....	73
Figura 5.9 Sketch empleado en la creación del móvil .....	73
Figura 5.10 Aristas extruidas para la creación del móvil.....	74
Figura 5.11 Aristas seleccionadas para la creación de la superficie.....	74
Figura 5.12 Forjado con móvil .....	74
Figura 5.13 Vistas del edificio una vez realizados los cortes correspondientes al móvil. Arriba la lateral derecha (nótese que la vista se encuentra rotada 90° en sentido antihorario) y abajo la frontal .....	75
Figura 5.14 Edificio modelado .....	77
Figura 5.15 Edificio mallado .....	77
Figura 5.16 Base empotrada en las esquinas (los puntos remotos quedan representados mediante letras).....	78
Figura 5.17 Fuerza aplicada en el modelo (nótese que la misma queda representada por una flecha roja) .....	79
Figura 6.1 Deformación total con el modelo sin calibrar.....	84
Figura 6.2 Deformación total tras la primera calibración .....	89
Figura 6.3 Deformación total tras la segunda calibración.....	94

Figura 7.1 Fuerza aplicada para medir las FRF (nótese que la misma queda representada por una flecha roja) .....	98
Figura 7.2 FRF piso superior (la amplitud se corresponde con la deformación horizontal del edificio).....	98
Figura 7.3 FRF piso inferior (la amplitud se corresponde con la deformación horizontal del edificio).....	99
Figura 7.4 Comparación de las FRF de los pisos superior e inferior (la amplitud se corresponde con la deformación horizontal del edificio) .....	99
Figura 7.5 Deformadas de los modos de vibración de la estructura .....	100
Figura 7.6 Efectos del amortiguamiento en oscilación libre.....	102
Figura 7.7 Desplazamiento horizontal del edificio en el primer modo de vibración .....	104
Figura 7.8 Ajuste de la curva exponencial en el primer modo.....	104
Figura 7.9 Desplazamiento horizontal del edificio en el segundo modo de vibración .....	105
Figura 7.10 Ajuste de la curva exponencial en el segundo modo.....	106
Figura 7.11 Método del ancho de banda de mitad de potencia .....	107
Figura 8.1 Bastidor .....	112
Figura 8.2 Regla .....	112
Figura 8.3 Soporte empleado para fijar la regla al bastidor .....	113
Figura 8.4 Tuerca, elemento donde se alojan las tuercas e imán .....	114
Figura 8.5 Soporte placa .....	115
Figura 8.6 TMD empleado en el análisis dinámico .....	116
Figura 8.7 Sketch empleado en la creación del bastidor .....	117
Figura 8.8 Bastidor modelado en ANSYS .....	117
Figura 8.9 Sketch empleado en la creación de la regla.....	117
Figura 8.10 Regla modelada en ANSYS (nótese que también se muestra el bastidor modelado con anterioridad) .....	118

Figura 8.11 Sketch empleado en la creación del soporte empleado para fijar la regla al bastidor .....	118
Figura 8.12 Soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor y la regla modeladas con anterioridad).....	118
Figura 8.13 Sketch empleado en la creación del primer elemento perteneciente al soporte imán .....	119
Figura 8.14 Primer elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad).....	119
Figura 8.15 Segundo elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad).....	120
Figura 8.16 Sketch empleado en la creación del tercer elemento perteneciente al soporte imán .....	120
Figura 8.17 Tercer elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestra el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad).....	121
Figura 8.18 Cuarto elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad).....	121
Figura 8.19 Quinto y sexto elemento pertenecientes al soporte imán modelados en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad).....	121
Figura 8.20 Sketch empleado en la creación del soporte placa .....	122
Figura 8.21 Soporte placa modelado en ANSYS .....	122
Figura 8.22 Sketch empleado en la creación del elemento auxiliar.....	123
Figura 8.23 Elemento auxiliar modelado en ANSYS.....	123
Figura 8.24 Muelle empleado para simular el amortiguamiento del TMD....	124
Figura 8.25 Edificio con TMD modelado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle el TMD modelado) .....	125

Figura 8.26 Edificio con TMD mallado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle el TMD mallado) .....	126
Figura 8.27 Equipo empleado para obtener las aceleraciones de forma experimental.....	127
Figura 8.28 Célula de carga .....	128
Figura 8.29 Excéntrica (nótese que se encuentra alojada en la célula de carga).....	128
Figura 8.30 Sketch empleado en la creación del primer elemento perteneciente a la célula de carga .....	129
Figura 8.31 Primer elemento perteneciente a la célula de carga modelado en ANSYS .....	130
Figura 8.32 Segundo elemento perteneciente a la célula de carga modelado en ANSYS (nótese que se muestra también el primer elemento).....	130
Figura 8.33 Sketch empleado en la creación del tercer elemento perteneciente a la célula de carga .....	131
Figura 8.34 Tercer elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran los anteriores elementos).....	131
Figura 8.35 Cuarto elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	132
Figura 8.36 Sketch empleado en la creación del quinto elemento perteneciente a la célula de carga .....	132
Figura 8.37 Quinto elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	133
Figura 8.38 Sexto elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	133
Figura 8.39 Séptimo, octavo y noveno elemento pertenecientes a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos) .....	134
Figura 8.40 Sketch empleado en la creación del décimo elemento perteneciente a la célula de carga .....	134
Figura 8.41 Décimo elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	135

Figura 8.42 Sketch empleado en la creación del undécimo elemento perteneciente a la célula de carga .....	135
Figura 8.43 Undécimo elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	136
Figura 8.44 Decimosegundo elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	136
Figura 8.45 Sketch empleado en la creación del decimotercer elemento perteneciente a la célula de carga .....	137
Figura 8.46 Decimotercer elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos).....	137
Figura 8.47 Sketch empleado en la creación del primer elemento perteneciente a la excéntrica.....	138
Figura 8.48 Primer elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestra la célula de carga).....	138
Figura 8.49 Segundo elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestran el primer elemento y la célula de carga) .....	139
Figura 8.50 Sketch empleado en la creación del tercer elemento perteneciente a la excéntrica.....	139
Figura 8.51 Tercer elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestran el resto de elementos y la célula de carga).....	140
Figura 8.52 Cuarto elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestran el resto de elementos y la célula de carga).....	140
Figura 8.53 Quinto, sexto y séptimo elemento pertenecientes a la excéntrica (nótese que también se muestran el resto de elementos y la célula de carga)...	141
.....	141
Figura 8.54 Edificio con célula de carga y excéntrica modelado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle la célula de carga y excéntrica modeladas) .....	142
Figura 8.55 Edificio con célula de carga y excéntrica mallado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle la célula de carga y excéntrica malladas).....	143
Figura 8.56 Modelo sísmico .....	145

Figura 8.57 Equilibrio de fuerzas para 1 grado de libertad .....	145
Figura 8.58 A la izquierda punto de aplicación de la fuerza y a la derecha punto de medición de la aceleración .....	146
Figura 8.59 Sketch empleado en la creación del primer elemento de bloqueo .. .....	148
Figura 8.60 Primer elemento de bloqueo modelado en ANSYS (nótese que también se muestra el TMD).....	148
Figura 8.61 Sketch empleado en la creación del segundo elemento de bloqueo .....	149
Figura 8.62 Segundo elemento de bloqueo modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el TMD y el primer elemento de bloqueo) .....	149
Figura 8.63 Sketch empleado en la creación del tercer elemento de bloqueo ... .....	150
Figura 8.64 Tercer elemento de bloqueo modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el TMD y los dos elementos de bloqueo restantes)....	150
Figura 8.65 FRF del piso superior con el TMD bloqueado.....	151
Figura 8.66 Aceleración experimental con el TMD bloqueado.....	151
Figura 8.67 Aceleración computacional con el TMD bloqueado.....	152
Figura 8.68 Comparación aceleraciones con el TMD bloqueado.....	152
Figura 8.69 FFT generada por DEWESoft con el TMD sin bloquear (nótese que los picos 3 y 5 son diferentes armónicos generados y, por tanto, no frecuencias del edificio).....	153
Figura 8.70 FRF del piso superior con el TMD sin bloquear.....	154
Figura 8.71 Comparación de respuestas espectrales con TMD .....	155
Figura 8.72 Aceleración experimental con el TMD sin bloquear.....	156
Figura 8.73 Aceleración computacional con el TMD sin bloquear .....	156
Figura 8.74 Comparación aceleraciones con el TMD sin bloquear.....	157





## Lista de tablas

Tabla 4.1 Resultados experimentales situación 1 .....	52
Tabla 4.2 Resultados experimentales situación 2 .....	53
Tabla 4.3 Resultados experimentales situación 3 .....	53
Tabla 4.4 Resultados experimentales situación 4 .....	53
Tabla 4.5 Resultados experimentales situación 5 .....	54
Tabla 4.6 Resultados experimentales situación 6 .....	54
Tabla 4.7 Resultados experimentales situación 7 .....	54
Tabla 4.8 Resultados experimentales situación 8 .....	55
Tabla 4.9 Resultados experimentales situación 9 .....	55
Tabla 4.10 Resultados experimentales situación 10.....	55
Tabla 4.11 Resultados experimentales situación 11.....	56
Tabla 4.12 Resultados experimentales situación 12.....	56
Tabla 4.13 Rigideces medias de las combinaciones de módulos .....	57
Tabla 4.14 Desplazamientos de todas las situaciones.....	58
Tabla 4.15 Desplazamientos de las combinaciones de módulos.....	59
Tabla 4.16 Frecuencias experimentales situación 1 .....	62
Tabla 4.17 Frecuencias experimentales situación 2 .....	62
Tabla 4.18 Frecuencias experimentales situación 3 .....	63
Tabla 4.19 Frecuencias experimentales situación 4 .....	63
Tabla 4.20 Frecuencias experimentales situación 5 .....	63
Tabla 4.21 Frecuencias experimentales situación 6 .....	63
Tabla 4.22 Frecuencias experimentales situación 7 .....	64
Tabla 4.23 Frecuencias experimentales situación 8 .....	64

Tabla 4.24 Frecuencias experimentales situación 9 .....	64
Tabla 4.25 Frecuencias experimentales situación 10 .....	64
Tabla 4.26 Frecuencias de las combinaciones de módulos.....	65
Tabla 6.1 Resultados con el modelo sin calibrar (nótese en rojo los resultados obtenidos con ANSYS) .....	82
Tabla 6.2 Resultados tras la primera calibración (nótese en rojo los resultados obtenidos con ANSYS) .....	88
Tabla 6.3 Errores cometidos en las masas tras la segunda calibración .....	92
Tabla 6.4 Resultados tras la segunda calibración (nótese en rojo los resultados obtenidos con ANSYS).....	93
Tabla 8.1 Comparación de las nuevas frecuencias del edificio .....	151
Tabla 8.2 Comparación de las frecuencias obtenidas con Sigview y ANSYS .....	154

# Nomenclatura

## Símbolos romanos

$A_i$	Amplitud de un punto de la FRF [mm]
$b$	Anchura [mm]
$c$	Coefficiente de amortiguamiento [Ns/m]
$c_c$	Amortiguamiento crítico [Ns/m]
$e$	Espesor [mm]
$E$	Módulo de Young o elástico [Pa]
$f$	Frecuencia [Hz]
$f_{1 \text{ desdoblada } 1}$	Primera frecuencia desdoblada del modo 1 de vibración [Hz]
$f_{1 \text{ desdoblada } 2}$	Segunda frecuencia desdoblada del modo 1 de vibración [Hz]
$f_n$	Frecuencia natural de vibración del n-ésimo modo [Hz]
$f_0$	Amplitud de la fuerza [N]
$F$	Fuerza aplicada al sistema [N]
FRF	Función de respuesta en frecuencia
FFT	Transformada rápida de Fourier
$K$	Rigidez del sistema [N/m]
$K_{\text{combinada}}$	Rigidez combinada [N/m]
$K_{\text{módulo}}$	Rigidez de un módulo [N/m]
$L$	Longitud [mm]
$m$	Masa del sistema [Kg]
$t$	Tiempo [s]
$T$	Período [s]
$u$	Desplazamiento [mm]

V Volumen [m<sup>3</sup>]

### Símbolos griegos

$\nu$  Coeficiente de Poisson [-]

$\xi$  Factor de amortiguamiento [-]

$\rho$  Densidad [Kg/m<sup>3</sup>]

$\rho_{\text{calibrada}}$  Densidad calibrada [Kg/m<sup>3</sup>]

$\omega$  Frecuencia angular [rad/s]

$\omega_n$  Frecuencia angular natural [rad/s]

$\omega_d$  Frecuencia angular amortiguada [rad/s]

$\omega_1$  Frecuencia angular de resonancia del primer modo [rad/s]

$\omega_2$  Frecuencia angular de resonancia del segundo modo [rad/s]

# Capítulo 1. Introducción

## 1.1. Justificación

La tendencia actual hacia la construcción de estructuras cada vez más complejas, como por ejemplo un edificio, ha demandado la aparición de nuevos programas informáticos. Dichos programas están basados en software de elementos finitos (ANSYS, COSMOS, etc.), los cuales nos permiten modelar nuestra estructura, así como calcularla en su totalidad.

El objetivo de este cálculo es conocer de forma precisa todo el análisis que antaño a nuestra estructura (estático, modal, transitorio, armónico, etc.), para así poder determinar si va a cumplir con éxito su función resistente, es decir, si va a soportar las cargas a las que va a estar sometido y asegurar que ninguna fibra de material plastifique o, lo que es lo mismo, si va a prestar servicio dentro de su régimen elástico, ya que si no es de esta forma se da lugar a la aparición de fluencia en los materiales, siendo éste un fenómeno muy perjudicial.

Además, también se busca verificar si la citada construcción cumple desde el punto de vista de la estabilidad, debido a que si se manifiestan fenómenos de inestabilidad, se da lugar a la aparición de pandeo en algunos de los componentes de la estructura, fenómeno también muy perjudicial.

Por otro lado, como las estructuras actuales son más flexibles y ligeras, dan lugar a que sean más sensibles a excitaciones del entorno como el viento, las olas o los terremotos, causantes de vibraciones no deseadas que pueden originar posibles fallos estructurales. Por este motivo, estos programas de elementos finitos nos permiten conocer este efecto negativo, con el objetivo de poder seleccionar con éxito los materiales que se van a emplear para poder eliminar o minimizar en lo posible dicho efecto.

## 1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo resulta ser el modelado en un software de elementos finitos, en nuestro caso ANSYS, de una maqueta de edificio de dos plantas construida previamente en el laboratorio, para posteriormente obtener de forma completa sus análisis estático, modal y dinámico. Además, se hace especial hincapié en el tema de las vibraciones experimentadas por el prototipo de edificio.

Cabe destacar que hacer simulaciones dinámicas con estructuras tiene costes computacionales muy elevados, debido al elevado tiempo demandado por el software para hacer presentes los resultados. Una vez obtenidos estos resultados, se comparan con los obtenidos anteriormente de forma experimental, con el fin de comprobar la coincidencia de los mismos y, en el caso de no producirse la misma, determinar los procedimientos a seguir para conseguir tal efecto.

Como objetivo secundario reseñar que también se diseña el edificio en CATIA, así como el establecimiento de un método adecuado para poder medir la maqueta en el laboratorio y poder obtener con éxito los resultados de forma experimental.

### 1.3. Organización del documento

El trabajo está compuesto por ocho capítulos y se divide en dos partes. La primera es teórica y trata de explicar las herramientas que se utilizan posteriormente en la parte computacional, así como todo el trabajo realizado en el laboratorio. En el segundo capítulo se hace una introducción a la dinámica de estructuras y edificios, explicando los conceptos fundamentales de la teoría de vibraciones, así como los fundamentos del modelo de 1 grado de libertad.

Cabe destacar que nuestra estructura está discretizada como un sistema de 2 grados de libertad, pero se enuncia el modelo de 1 grado de libertad ya que muchos de las propiedades que aparecen en él se presentan también en el modelo más complejo que nos ocupa y, por tanto, sirve como base para poder entenderle. En el tercer capítulo se hace una descripción de la maqueta inicial de laboratorio, así como del modelo realizado en CATIA y del proceso de montaje de los módulos, los cuales conforman nuestra estructura. El cuarto trata sobre los resultados obtenidos de forma experimental, tanto para el caso estático como para el modal.

Los siguientes capítulos se centran en la parte computacional del trabajo. El quinto trata de la creación y validación del modelo con ANSYS. En el sexto se muestra el calibrado realizado al modelo para que los resultados estáticos y modales proporcionados por el programa se aproximen lo máximo posible a los obtenidos con anterioridad de forma experimental en el laboratorio. En el séptimo capítulo, se hacen presentes los resultados dinámicos obtenidos por simulación mediante elementos finitos. Por último, en el octavo capítulo se profundiza en el caso dinámico y se analiza la conveniencia del empleo de un dispositivo de disipación de vibraciones.

# Capítulo 2. Introducción sobre dinámica de estructuras y edificios

## 2.1. Introducción a la teoría de vibraciones

En muchas ocasiones, cuando se analiza dinámicamente un sistema mecánico, el problema se simplifica al asumir para sus componentes la hipótesis de sólido rígido. Este tipo de problemas es habitual tratarlos dentro de la Dinámica del Sólido Rígido en Teoría de Mecanismos y Máquinas. Sin embargo, en otros problemas, como el presente en este trabajo, debe realizarse una aproximación más realista, considerando como deformables aquellos sólidos que componen el sistema mecánico. Este tipo de problemas son los estudiados por la Teoría de Vibraciones, también conocida como Dinámica del Sólido Deformable o Dinámica Estructural.

Ya bajo la hipótesis de sólido deformable, los problemas de Dinámica Estructural presentan frente a los problemas estáticos una mayor complejidad tanto en su planteamiento como, sobre todo, a la hora de resolverlos. Estos difieren de los primeros en los dos factores siguientes:

1. La naturaleza variable de la excitación. Una carga dinámica se caracteriza porque, bien su magnitud, dirección y/o punto de aplicación varían con el tiempo.
2. Las velocidades y aceleraciones de los puntos que constituyen el sólido deformable intervienen en el equilibrio de fuerzas. Además, sus valores también dependen del tiempo, por lo que la solución no es única.

Además, la Dinámica Estructural considera el hecho de que los sistemas de ingeniería que poseen masa y elasticidad están capacitados para tener movimiento relativo, de tal forma que si dicho movimiento se repite después de un determinado intervalo de tiempo, se conoce como vibración. La vibración es, en general, una forma de energía disipada y en muchos casos inconveniente.

A continuación se explican con detalle los conceptos básicos de la teoría de vibraciones:

### Frecuencia y periodo

En los tipos de análisis de vibraciones rectilíneo y torsional, el período ( $T$ ) es el tiempo necesario para que un movimiento periódico se repita; la frecuencia ( $f$ )

es el número de ciclos por unidad de tiempo. Debido a las similitudes entre los tipos de vibración rectilíneo y torsional, la discusión y el análisis de un tipo se aplican por igual al otro.

Frecuencia natural es la frecuencia de un sistema que tiene vibración libre sin fricción, mientras que frecuencia natural amortiguada es la frecuencia de un sistema que tiene vibración libre con fricción.

### Vibración libre

Vibración libre es el movimiento periódico que se observa cuando el sistema se desplaza de su posición de equilibrio estático, es decir, se trata de vibración en ausencia de fuerzas externas.

### Vibración forzada

Cuando están actuando fuerzas externas sobre el sistema durante su movimiento vibratorio, la vibración se denomina vibración forzada. En una vibración forzada el sistema tiende a vibrar en su propia frecuencia natural, así como también a seguir la frecuencia de la fuerza de excitación. En presencia de la fricción, aquella parte del movimiento que no se mantiene por la fuerza de excitación sinusoidal desaparecerá gradualmente.

Como resultado, el sistema vibrará en la frecuencia de la fuerza de excitación, sin importar las condiciones iniciales ni la frecuencia natural del sistema. La parte de vibración que se mantiene se llama vibración del estado estacionario o respuesta del sistema. A menudo se requiere la respuesta del estado estacionario en el análisis de vibraciones debido a sus efectos continuos.

### Resonancia

La resonancia ocurre cuando la frecuencia de la excitación es igual a la frecuencia natural del sistema. Cuando esto ocurre, la amplitud de la vibración aumenta indefinidamente y está gobernada únicamente por la cantidad de amortiguamiento presente en el sistema. Por tanto, la frecuencia natural del sistema debe conocerse y escogerse con cuidado, con el fin de evitar los efectos desastrosos producidos por una amplitud muy grande de vibración en resonancia.

## 2.2. Control y aislamiento de vibraciones

En numerosas aplicaciones prácticas, los sistemas presentan niveles de vibración excesivos, debido a la aparición de fuerzas dinámicas. El problema de reducción de estas vibraciones a niveles aceptables se denomina control



de vibraciones. Otras veces la estrategia consiste en evitar que esta vibración se transmita del sistema al entorno (o del entorno al sistema). En este caso se trata de un problema de aislamiento de vibraciones. En ocasiones se emplea una combinación de ambas estrategias. A continuación se va a presentar el método empleado en este trabajo para el control y aislamiento de vibraciones, la introducción de amortiguamiento.

## 2.2.1. Introducción de amortiguamiento

En sistemas que trabajan con un amplio rango de velocidades, no es posible evitar la resonancia en todas las condiciones de trabajo. En estos casos se debe introducir amortiguamiento en el sistema para evitar una excesiva amplificación dinámica.

El objetivo de dicho amortiguamiento es, por tanto, retardar siempre el movimiento y causar la desaparición eventual de la oscilación. Si el amortiguamiento es fuerte, el movimiento oscilatorio no ocurre; se dice entonces que el sistema es sobreamortiguado. Si el amortiguamiento es poco, la oscilación es posible; se dice entonces que el movimiento es subamortiguado. Un sistema críticamente amortiguado es aquel en el cual la cantidad de amortiguamiento es tal que el movimiento resultante está sobre la línea de límite de los dos casos anteriormente mencionados; es decir, que al poner en libertad la masa, ésta simplemente retornará a su posición de equilibrio estático.

En la mayor parte de los problemas de vibraciones el amortiguamiento producido por el aire es tan pequeño que se desprecia, salvo para casos especiales.

Para aumentar el amortiguamiento de un sistema una posibilidad es la utilización de materiales con alto amortiguamiento estructural como los materiales laminados, la fundición o los materiales tipo sándwich. Otra alternativa es la introducción de materiales viscoelásticos, como el caucho o el poliestireno, alternándolos en capas con materiales elásticos. En algunas aplicaciones se introduce el amortiguamiento entre las juntas. A este respecto, cabe indicar que las uniones basadas en pernos o remaches introducen en el sistema un amortiguamiento mucho mayor que si se utilizan uniones soldadas.

## 2.3. Sistemas de 1 grado de libertad

Se definen tales sistemas como aquellos que están restringidos de modo que sólo pueden vibrar de una manera, o si se necesita únicamente una coordenada independiente para determinar por completo la localización geométrica de las masas del sistema en el espacio.

Los modelos de 1 grado de libertad tienen una importancia excepcional en Teoría de Vibraciones. Las razones fundamentales en las que se basa esta afirmación son las siguientes:

1. Siendo el modelo de 1 grado de libertad el sistema más simple, muchas de las propiedades que aparecen en él (frecuencia natural, resonancia, desfase, etc.), se presentan también en modelos complejos con más grados de libertad. Por esto, un buen conocimiento de las propiedades del modelo de 1 grado de libertad es el paso previo para entender el comportamiento de sistemas más complejos.
2. Muchos sistemas físicos reales pueden ser aproximados razonablemente mediante un modelo de 1 grado de libertad, o al menos en primera instancia y con objeto de conocer un orden de magnitud de la respuesta.
3. Mediante la técnica del Análisis Modal, técnica empleada en la mecánica estructural para determinar las frecuencias naturales y modos de vibrar de un objeto o estructura durante vibración libre, el sistema de  $n$  ecuaciones que gobiernan la respuesta de un modelo lineal de  $n$  grados de libertad puede transformarse para su estudio en  $n$  ecuaciones, cada una de ellas con la forma típica de la ecuación del modelo de 1 grado de libertad.

Cabe destacar el hecho de que un modo de vibración es un patrón o forma característica en el que vibrará un sistema mecánico. La mayoría de los sistemas tienen muchos modos de vibración y es la tarea del análisis modal determinar la forma de esos modos. Por tanto, la vibración de una estructura es siempre una combinación o una mezcla de todos los modos de vibración, no estando todos excitados al mismo grado.

A continuación se va a someter a estudio al modelo de 1 grado de libertad (Figura 2.1). En principio, se considera lineal, es decir, sus parámetros  $k$ ,  $c$  y  $m$  son constantes.

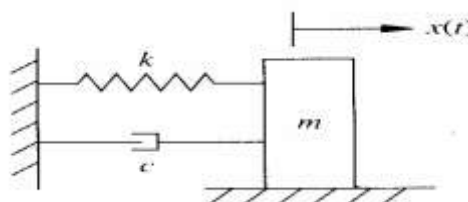


Figura 2.1 Modelo de 1 grado de libertad

La posición del sistema queda totalmente definida mediante la coordenada  $x(t)$ .

Pasamos ahora a exponer la ecuación del movimiento, la cual expresa el desplazamiento como una función del tiempo o también, la distancia entre cualquier posición instantánea de la masa durante su movimiento y la posición de equilibrio. Dicha ecuación es la mostrada a continuación:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.1)$$

Donde  $f(t)$  es la fuerza aplicada sobre la masa concentrada. Como en este capítulo se va a analizar el caso de las vibraciones libres, tenemos que:

$$f(t) = 0 \quad (2.2)$$

### 2.3.1. Vibraciones libres no amortiguadas

Como en este caso no hay amortiguamiento, se nos anula el segundo sumando del primer miembro de la ecuación (2.1), ya que:

$$c = 0 \quad (2.3)$$

Por tanto, la ecuación a resolver es:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.4)$$

Esta conocida ecuación diferencial ordinaria de 2º orden se verifica para soluciones de la forma:

$$x(t) = Ce^{st} \quad (2.5)$$

Donde  $C$  y  $s$  son constantes a determinar. Para ello, se sustituye la ecuación (2.5) en la ecuación (2.4) obteniendo:

$$C(ms^2 + k)e^{st} = 0 \quad (2.6)$$

La única posibilidad de que la solución  $x(t) = Ce^{st}$  no sea la trivial es que se verifique:

$$ms^2 + k = 0 \quad (2.7)$$

Ésta es la denominada ecuación característica de la ecuación diferencial, y sus raíces los valores característicos de la misma:

$$s = \pm \left(-\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm i\omega \quad (2.8)$$

Donde  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  es una constante positiva ya que  $k$  y  $m$  también lo son. De acuerdo con la Teoría de Ecuaciones Diferenciales, la expresión general de la solución puede ser expresada como:

$$x(t) = C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t} \quad (2.9)$$

Donde  $C_1$  y  $C_2$  son dos constantes complejas conjugadas. Teniendo en cuenta la relación de Euler:

$$e^{\pm i\omega t} = \cos(\omega t) \pm i \text{sen}(\omega t) \quad (2.10)$$

La solución general puede ponerse de la forma:

$$x(t) = (C_1 + C_2) \cos(\omega t) + i(C_1 - C_2) \text{sen}(\omega t) \quad (2.11)$$

E introduciendo unas nuevas constantes  $A$  y  $B$  tal que:

$$A = C_1 + C_2 \quad (2.12)$$

$$B = i(C_1 - C_2) \quad (2.13)$$

Resulta otra expresión para la solución:

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \text{sen}(\omega t) \quad (2.14)$$

Una tercera forma de expresar la solución se obtiene haciendo:

$$A = X \cos \theta \quad (2.15)$$

$$B = X \sin \theta \quad (2.16)$$

Llevando estas expresiones a la ecuación (2.14) queda:

$$x(t) = X \cos(\omega t - \theta) \quad (2.17)$$

A diferencia de  $C_1$  y  $C_2$ , las constantes  $A$ ,  $B$ ,  $X$  y  $\theta$  deben ser siempre reales; téngase en cuenta que  $x(t)$  es real.

Puesto que el sistema está libre de fuerzas aplicadas, el movimiento se produce en virtud de las condiciones iniciales impuestas y a través de éstas se determinan los valores de las mencionadas constantes. Nótese que el número de condiciones iniciales es el mismo que el orden de la ecuación diferencial. En el presente caso, son dos condiciones: un desplazamiento  $x_0$  y una velocidad  $\dot{x}_0$  al inicio ( $t = 0$ ) del movimiento.

Para la determinación de las constantes la segunda forma de la solución es la más adecuada. En efecto,

$$x(0) = x_0 = A * 1 + B * 0 \quad (2.18)$$

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0 = -A * \omega * 0 + B * \omega * 1 \quad (2.19)$$

De donde se obtiene:

$$A = x_0 \quad (2.20)$$

$$B = \frac{\dot{x}_0}{\omega} \quad (2.21)$$

Luego la solución del problema es:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (2.22)$$

Para obtener la expresión de la solución en la tercera forma se expresa X y  $\theta$  en función de A y B:

$$X^2 = A^2 + B^2 \quad (2.23)$$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{B}{A} \quad (2.24)$$

Por tanto,

$$x(t) = \left[ x_0^2 + \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cos \left( \omega t - \operatorname{arctg} \frac{\dot{x}_0}{\omega x_0} \right) \quad (2.25)$$

Tanto esta ecuación como la ecuación (2.22) indican que la solución de las ecuaciones libres no amortiguadas es una función armónica de frecuencia  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , la cual depende de los parámetros mecánicos del sistema k (rigidez del sistema) y m (masa del sistema) pero no del tiempo ni de las condiciones iniciales. Independientemente de cuáles sean estas, el sistema siempre vibrará a la misma frecuencia, que por esta razón se denomina frecuencia natural.

### 2.3.2. Vibraciones libres amortiguadas

A diferencia del caso anterior, ahora el amortiguamiento c ya no es nulo. Por tanto, la ecuación del movimiento será:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.26)$$

Utilizando de nuevo la solución de prueba dada por la ecuación (2.5), la ecuación característica que ahora se obtiene, da lugar a las siguientes raíces:

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.27)$$

La solución de la ecuación diferencial depende del valor de las raíces de la ecuación característica. Considérese la situación particular en que el radicando se anula:

$$\frac{c}{2m} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_n \quad (2.28)$$

Al valor del amortiguamiento que verifica esta condición se le denomina amortiguamiento crítico y se la representa por  $c_c$ :

$$c_c = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} \quad (2.29)$$

Dependiendo del valor del amortiguamiento en relación con su valor crítico pueden darse las siguientes situaciones:

1. Sistema sobreamortiguado ( $c > c_c$ ): el radicando es positivo y las raíces son reales y distintas.
2. Sistema crítico ( $c = c_c$ ): el radicando es nulo y las raíces son reales e iguales.
3. Sistema subamortiguado ( $c < c_c$ ): el radicando es negativo y las raíces son complejas conjugadas.

Antes de acometer cada uno de estos casos se va a introducir un nuevo concepto: el amortiguamiento relativo. Se llama amortiguamiento relativo o factor de amortiguamiento de un sistema y se representa por  $\xi$  a la relación entre el amortiguamiento del sistema  $c$ , y su correspondiente amortiguamiento crítico  $c_c$ . Es decir,

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{c\omega_n}{2k} \quad (2.30)$$

Introduciendo  $\omega_n$  y  $\xi$  en las ecuaciones (2.26) y (2.27) queda:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (2.31)$$

y

$$s = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2\omega_n^2 - \omega_n^2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2.32)$$

Caso 1: Sistema sobreamortiguado ( $\xi > 1$ ):

Como ya dijimos anteriormente, el radicando es positivo ( $\xi^2 - 1 > 0$ ) y las raíces de la ecuación característica son reales y negativas, siendo éstas las dos siguientes:

$$s_1 = -\xi\omega_n - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2.33)$$

$$s_2 = -\xi\omega_n + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2.34)$$

La solución general es:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \quad (2.35)$$

Donde  $C_1$  y  $C_2$  son constantes a determinar a través de las condiciones iniciales. Entonces, la solución es de la forma:

$$x(t) = C_1 * e^{(-\xi\omega_n - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}) * t} + C_2 * e^{(-\xi\omega_n + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}) * t} \quad (2.36)$$

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [C_1 * e^{-\omega_n t \sqrt{\xi^2 - 1}} + C_2 * e^{\omega_n t \sqrt{\xi^2 - 1}}] \quad (2.37)$$

Puesto que  $s_1 < 0$  y  $s_2 < 0$ , el movimiento decrece exponencialmente con el tiempo. Es decir, la respuesta decrece monótonamente hasta volver a la posición de equilibrio y el sistema no oscila, por lo que no se puede considerar la existencia de vibración.

Caso 2. Sistema crítico ( $\xi = 1$ ):

Como ya dijimos anteriormente, el radicando es nulo ( $\xi^2 - 1 = 0$ ). Además, en este caso  $c = c_c$  y las dos raíces son reales e iguales, por lo que tenemos raíz doble:

$$s_1 = s_2 = -\frac{c_c}{2m} = -\frac{2m\omega_n}{2m} = -\omega_n \quad (2.38)$$



Debido a que las raíces son repetidas, la solución de la ecuación (2.26) tiene la expresión:

$$x(t) = (C_1 + C_2 * t)e^{-\omega_n t} \quad (2.39)$$

El movimiento representado por esta ecuación tampoco es periódico, sino que decrece con el tiempo, por lo que el sistema no oscila ( $\omega_d = 0$ ). Por tanto, la masa recupera la posición de equilibrio en el menor tiempo posible y estamos en el caso límite entre oscilación y no oscilación. Tampoco podemos considerar la existencia de vibración.

Caso 3. Sistema subamortiguado ( $0 \leq \xi \leq 1$ ):

En este caso, el radicando es negativo ( $\xi^2 - 1 < 0$ ) y las raíces de la ecuación característica pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$s_1 = -\xi\omega_n + i\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.40)$$

$$s_2 = -\xi\omega_n - i\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.41)$$

Haciendo

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.42)$$

La solución general adopta la siguiente expresión:

$$x(t) = C_1 e^{(-\xi\omega_n + i\omega_d)t} + C_2 e^{(-\xi\omega_n - i\omega_d)t} \quad (2.43)$$

o lo que es lo mismo,

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 e^{i\omega_d t} + C_2 e^{-i\omega_d t}) \quad (2.44)$$

Haciendo uso de relaciones matemáticas, la ecuación (2.44) puede adoptar las siguientes formas alternativas:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A_1 \cos(\omega_d t) + A_2 \text{sen}(\omega_d t)] \quad (2.45)$$

$$x(t) = A e^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \Phi) \quad (2.46)$$

Estas dos expresiones indican que la respuesta es una función armónica de frecuencia  $\omega_d$  y con una amplitud que tiende exponencialmente a cero con el tiempo.

A  $\omega_d$  se le denomina frecuencia de vibración amortiguada y de acuerdo con la ecuación (2.42) es menor que la frecuencia natural.

Las constantes  $A_1$  y  $A_2$  se determinan sustituyendo las condiciones iniciales:

$$x|_{t=0} = x_0 \quad (2.47)$$

$$\dot{x}|_{t=0} = \dot{x}_0 \quad (2.48)$$

en la expresión (2.45). Haciendo esto se obtiene:

$$A_1 = x_0 \quad (2.49)$$

$$A_2 = \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \quad (2.50)$$

y la solución será,

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[ x_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \text{sen}(\omega_d t) \right] \quad (2.51)$$

Para la mayoría de los sistemas mecánicos el amortiguamiento es muy pequeño con lo que  $\xi \ll 1$ . Para estos sistemas, la frecuencia de vibración amortiguada se aproxima notablemente a su correspondiente frecuencia natural.

## 2.4. Excitaciones tipo

En este apartado se trata el caso de las vibraciones forzadas. Es decir, de aquellas que se producen como consecuencia de la introducción de energía externa al sistema durante la vibración. Esto puede realizarse físicamente mediante fuerzas aplicadas, o matemáticamente mediante la imposición de una ley de desplazamientos.

Para comprobar el comportamiento dinámico de un prototipo o bien de un modelo matemático, hay que aplicarle el sistema real de cargas al que va a estar sometido. Sin embargo, no es fácil determinar completamente los distintos tipos de fuerza que se le aplicarán durante su vida útil. Por ello, se buscan determinadas excitaciones tipo, de forma que la respuesta del sistema frente a dichas acciones caracterice de la manera más completa posible su comportamiento dinámico. Además, es conveniente que estas excitaciones tipo sean de fácil reproducción en taller o laboratorio y sencillas desde un punto de vista matemático.

Todo esto conduce a la siguiente clasificación de las excitaciones tipo:

- Excitaciones armónicas: son fáciles de reproducir físicamente, por ejemplo mediante una masa excéntrica rotatoria. Para caracterizar completamente un modelo, basta estudiar su respuesta para un rango suficientemente amplio de frecuencias de la excitación.
- Función impulso: es la más simple matemáticamente hablando. Desde un punto de vista físico es una percusión y en un laboratorio se reproduce mediante un simple martillazo.
- Excitaciones aleatorias: se ajustan a una determinada distribución estadística. Son, por ejemplo, las acciones del viento, o del mar en una tormenta, el movimiento del suelo en un terremoto o el perfil rugoso de una carretera.

Cada una de las respuestas a estas excitaciones tipo constituye la base de un procedimiento para obtener la respuesta del sistema frente a una excitación de tipo cualquiera.

En este documento, se va a analizar en posteriores páginas la respuesta producida por una excitación armónica. Dicha excitación se trata de una fuerza dinámica, la cual toma la siguiente forma:

$$f(t) = f_0 * \text{sen}(\omega t) \quad (2. 52)$$

En ella  $f_0$  es la amplitud de la fuerza y  $\omega$  su frecuencia. Por lo tanto, como estamos en un caso de vibraciones forzadas, la ecuación que rige el movimiento de nuestro modelo es la siguiente:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (2. 53)$$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f_0 * \text{sen}(\omega t) \quad (2. 54)$$



# Capítulo 3. Descripción física de la maqueta bajo estudio

## 3.1. Descripción de la maqueta de laboratorio

La maqueta existente en el laboratorio está compuesta por dos módulos, cada uno de los cuales está formado por dos placas de metal (columnas) y dos de plástico (forjados). Dichos módulos están situados uno encima del otro, dando lugar en su conjunto a la estructura de origen.

Para determinar la rigidez combinada de los mismos, la cual resulta ser de 250 N/m, se desplaza el piso superior 3 cm aplicando una fuerza de 7,5 N medida con un dinamómetro.



Figura 3.1 Medida de la rigidez combinada

Como ambos módulos poseen la misma rigidez, podemos obtener la rigidez de cada uno de ellos de la siguiente forma:

$$\frac{1}{K_{\text{combinada}}} = \frac{1}{K_{\text{módulo}}} + \frac{1}{K_{\text{módulo}}} \quad (3.1)$$

Despejando  $K_{\text{módulo}}$  de la expresión anterior tenemos lo que buscamos:

$$K_{\text{módulo}} = 2 * K_{\text{combinada}} = 2 * 250 = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (3.2)$$

A continuación se realiza una descripción de los elementos que conforman la estructura:

### Columnas

En el manual se reflejan como placas fabricadas de acero, pero si se calcula la densidad teniendo en cuenta sus dimensiones y su masa, la cual es de 0,24 kg, se obtiene una densidad de 2537,3 Kg/m<sup>3</sup>, correspondiente con el aluminio.

- L: 500 mm.
- b: 108,1 mm.
- e: 1,75 mm.

### Pisos

Cabe destacar que ambos se consideran rígidos y dichas masas incluyen la de los acelerómetros.

Primer piso:

- L: 320 mm.
- b: 108 mm.
- e: 24 mm.
- m: 1,16 Kg.

Segundo piso:

- L: 320 mm.
- b: 108 mm.
- e: 12 mm.
- m: 0,68 Kg.

Con el objetivo de disponer de dos edificios de dos plantas independientes y de contar con un mayor número de combinaciones entre módulos, se fabrican dos módulos de 750 mm y otros dos de 500 mm. Para ello, se diseña la nueva estructura haciendo uso del software de diseño CATIA, para posteriormente fabricar los cuatro módulos en el taller.

## 3.2. Modelo en CATIA

El modelo de edificio realizado en CATIA está conformado por los siguientes elementos:

- Cuatro forjados.
- Dos columnas de 750 mm de longitud.
- Dos columnas de 500 mm de longitud.
- Ocho pletinas.
- Veinticuatro tornillos.
- Una base.

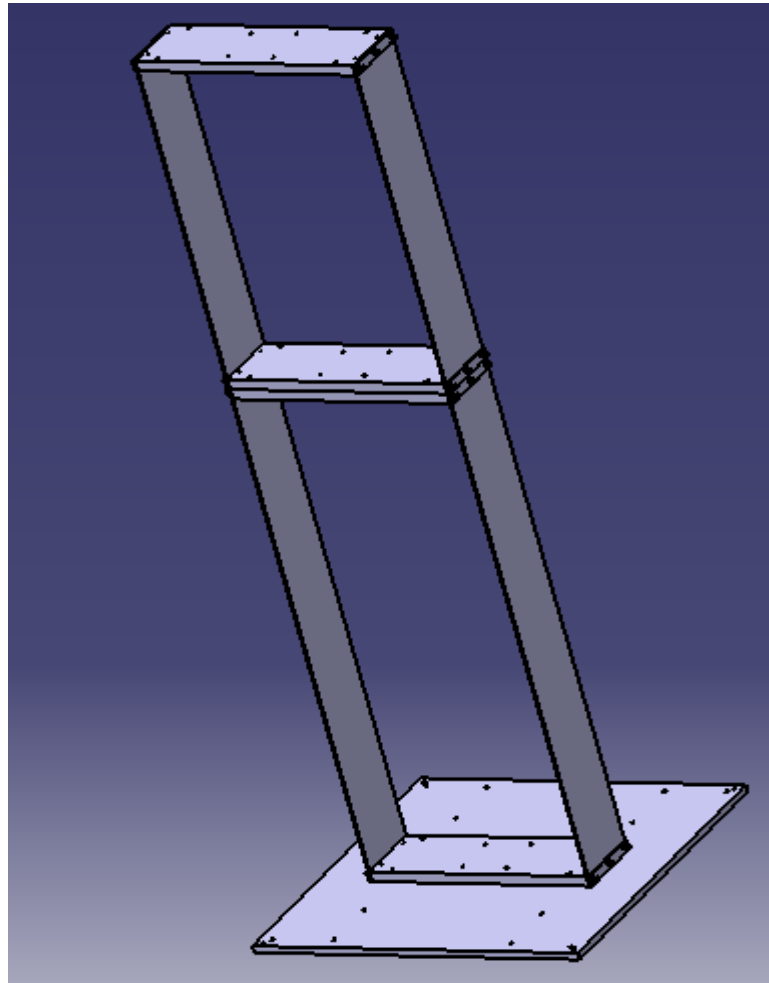


Figura 3.2 Edificio

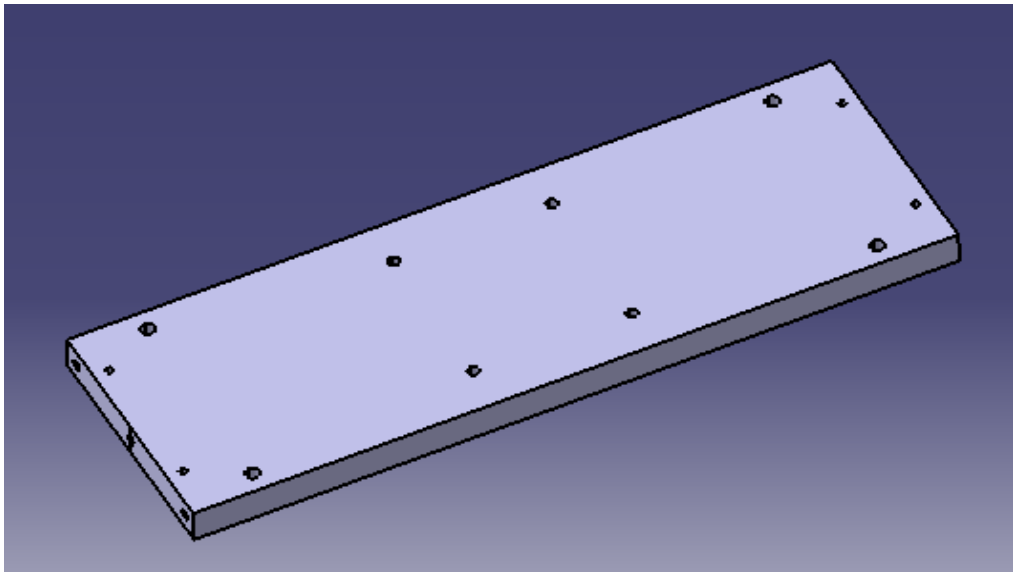
A continuación se analizan con detalle cada uno de los elementos:

### Forjado

Se trata de una placa de 305 mm de longitud, 100 mm de anchura y 15 mm de espesor. Lleva perforados doce taladros pasantes en la cara superior:

- Cuatro centrales de 4,5 mm de diámetro.
- Cuatro de 5,5 mm de diámetro.
- Cuatro de 3mm de diámetro.

En cada lateral lleva realizados 3 taladros ciegos, de 20 mm de profundidad roscados con métrica 5 y con una profundidad roscada de 15 mm.

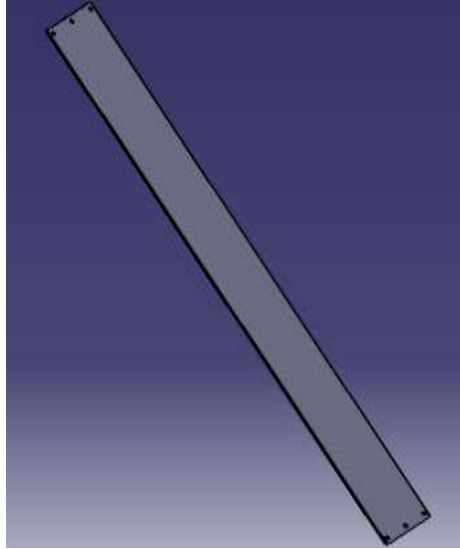


**Figura 3.3** Forjado

### Columna de 750 mm de longitud

Se trata de una placa lateral de 750 mm de longitud, 100 mm de anchura y 2 mm de espesor. Lleva practicados en la cara superior seis taladros pasantes de 5,5 mm de diámetro.

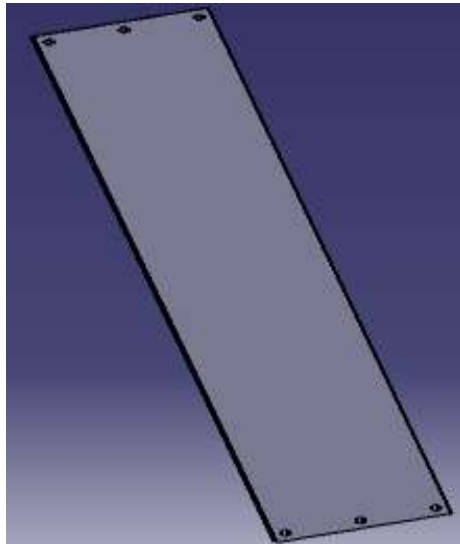




**Figura 3.4** Columna de 750 mm de longitud

Columna de 500 mm de longitud

Se trata de una placa lateral de 500 mm de longitud, 100 mm de anchura y 2 mm de espesor. Lleva practicados en la cara superior seis taladros pasantes de 5,5 mm de diámetro.



**Figura 3.5** Columna de 500 mm de longitud

### Pletina

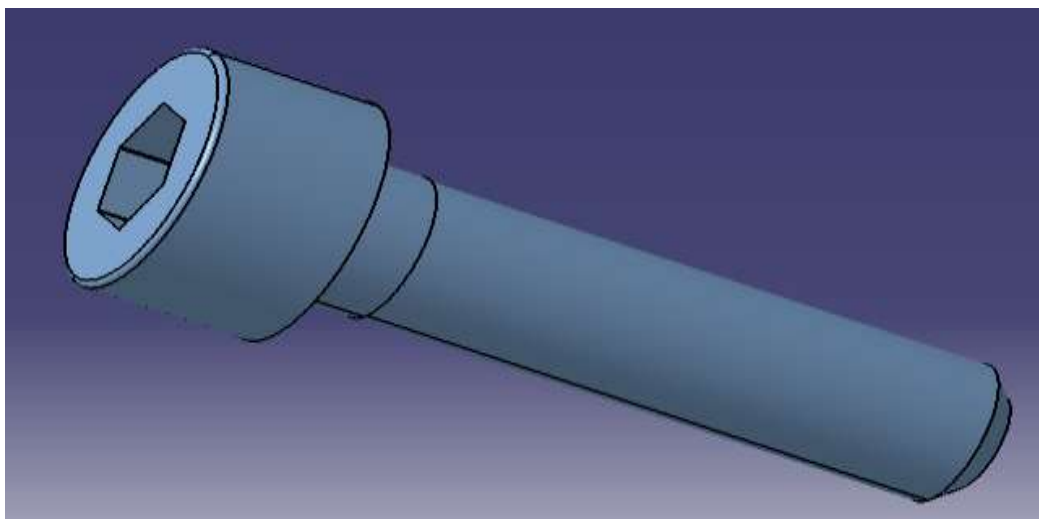
Se trata de una placa de 100 mm de longitud, 15 mm de anchura y 2 mm de espesor. Lleva practicados en la cara superior tres taladros pasantes de 5,5 mm de diámetro.



**Figura 3.6** Pletina

### Tornillo

Se trata de un tornillo normalizado ISO 4762 de 20 mm de longitud y métrica 5 con cabeza hexagonal.

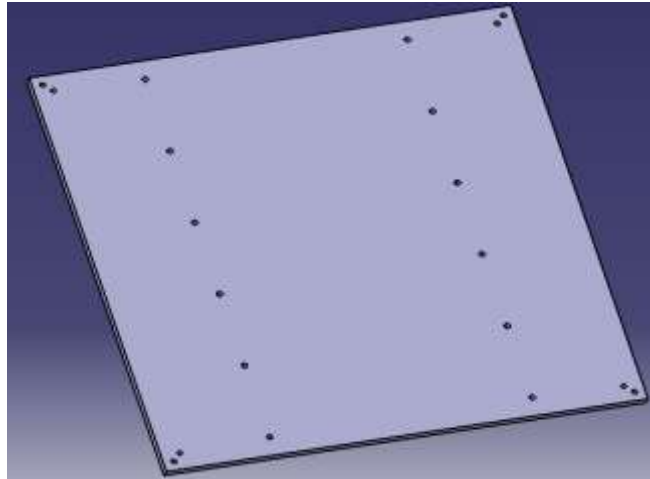


**Figura 3.7** Tornillo

### Base

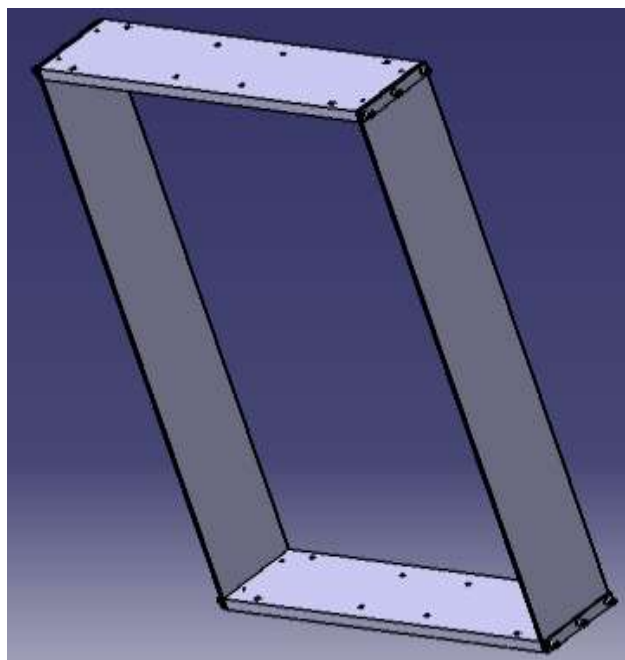
Se trata de una placa cuadrada de 457 mm de lado y 10 mm de espesor. Tiene practicados 20 taladros pasantes en la cara superior:

- Doce de 5,5 mm de diámetro.
- Ocho en las esquinas de 5 mm de diámetro.



**Figura 3.8** Base

La combinación de dos columnas de 750 mm, dos forjados, cuatro pletinas y doce tornillos, dan lugar al piso inferior del edificio.



**Figura 3.9** Piso inferior

Por otro lado, la combinación de dos columnas de 500 mm, dos forjados, cuatro pletinas y doce tornillos, dan lugar al piso superior.

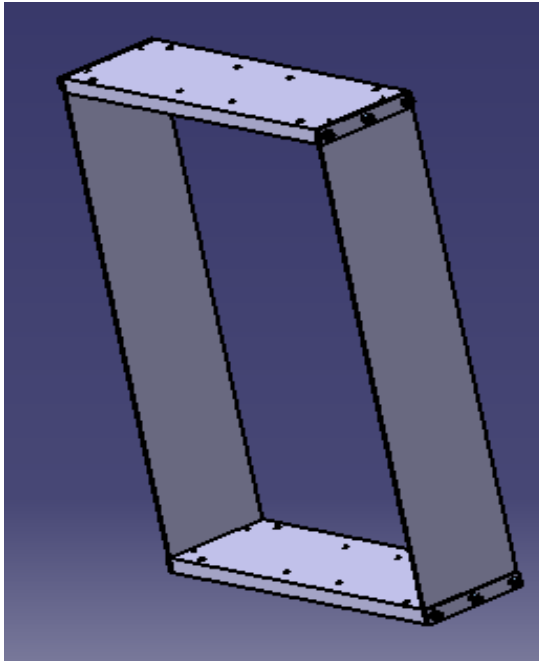


Figura 3.10 Piso superior

Ambos pisos unidos, cuyo método de unión se explica en el posterior apartado, junto con la base dan lugar al edificio mostrado en la Figura 3.2.

Además, cabe citar que todas las columnas, pletinas y base están fabricadas con aluminio. También destacar que los forjados son de metacrilato y los tornillos de acero.

A continuación se detallan las propiedades físicas de estos materiales:

#### Aluminio

- $\rho$ : 2698,4 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 \cdot 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

#### Metacrilato

- $\rho$ : 1.190 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $3,3 \cdot 10^9$  Pa.
- $\nu$ : 0,45.

## Acero

- $\rho$ : 7850 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $2,1 \cdot 10^{11}$  Pa.
- $\nu$ : 0,3.

### 3.3. Montaje de los módulos

Se monta cada módulo por separado con el propósito de poder intercambiarles y conformar, junto con la base, la estructura completa.

Como ya se dijo con anterioridad, cada módulo está conformado por dos placas laterales de aluminio (columnas) y dos de metacrilato (forjados). Además, dispone también de 4 pletinas que aumentan la rigidez de la unión.



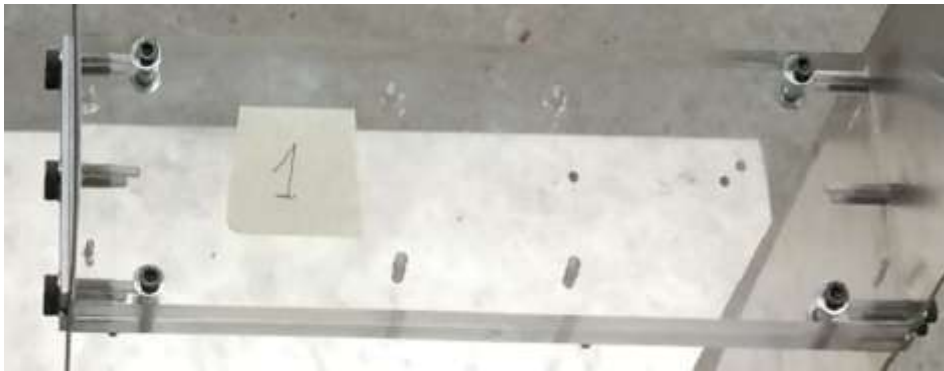
**Figura 3.11** Módulos individuales

Cada módulo dispone de 4 uniones, de tal forma que cada una de ellas quede constituida por 3 tornillos de métrica 4, 3 arandelas, 1 pletina, 1 columna y 1 forjado. Así, conseguimos unir las pletinas a las columnas y forjados.



**Figura 3.12** Unión de la pletina a la columna y forjado

Para unir el forjado superior del piso inferior y el forjado inferior del piso superior, se utilizan 4 tornillos de métrica 5 junto con 8 arandelas y 4 tuercas.



**Figura 3.13** Unión entre pisos

La unión del piso inferior a la base se realiza de la misma forma que la unión entre pisos.



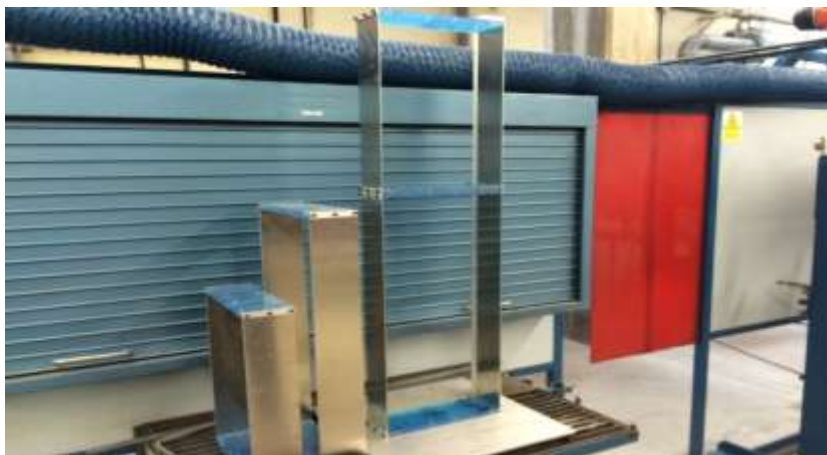
**Figura 3.14** Unión del piso inferior a la base

Para finalizar el montaje de la estructura, se roscan 4 apoyos en las esquinas de la base. Estos pueden ser elásticos (patas de goma con terminación en un vástago roscado) o rígidos (tornillos de métrica 6).



**Figura 3.15** Apoyo de la base

Por lo tanto, como resultado se obtienen 4 módulos individuales e intercambiables, los cuales nos permiten obtener diferentes combinaciones de edificios de dos plantas, además de dos edificios por separado.



**Figura 3.16** Edificio completo con los cuatro módulos construidos





## Capítulo 4. Resultados experimentales

### 4.1. Caso estático

#### 4.1.1. Método de cálculo

Gracias a él se puede obtener la rigidez de los cuatro módulos individuales fabricados, además de la rigidez combinada al juntar dos de los mismos. Todo esto permite conocer la rigidez de la estructura completa objeto de estudio y el desplazamiento del forjado superior del piso superior.

Para ello, se hace uso del Método Directo de Rigidez (MDR), el cual establece que la fuerza es igual al producto de la rigidez por el desplazamiento:

$$F = K * u \quad (4.1)$$

Despejando k de la anterior expresión, se tiene la rigidez:

$$K = \frac{F}{u} \quad (4.2)$$

#### 4.1.2. Sistema empleado en la medición de datos

El sistema utilizado para la obtención de datos consta de un dinamómetro para medir la fuerza que se aplica al edificio y de un calibre digital, gracias al cual se registra el desplazamiento producido.



Figura 4.1 Calibre y dinamómetro

El procedimiento se comienza fijando un sistema de referencia, por lo que es preciso situar la estructura cerca de un soporte fijo. Además, también es necesario realizar ciertas modificaciones sobre el calibre, con el objetivo de que éste pudiera desplazarse libremente. Para conseguirlo, se elimina un sistema de retención por fricción alojado en el interior del mismo.

A continuación, se une el citado calibre a una pletina de acero doblada 90° en su punto medio. Para ello, se realiza un taladro en una de las mordazas y se fija un imán al calibre, quedando éste sujeto gracias a un vástago roscado, el cual atraviesa el taladro, y una tuerca. De esta forma, se consigue que el calibre se pueda desplazar longitudinalmente por la pletina.



**Figura 4.2** Unión del calibre a la pletina

Por último, se fija la pletina a un soporte fijo mediante una mordaza de presión, la cual nos permite regular la altura a la que queremos medir el desplazamiento.

Para poder aplicar y medir la fuerza a la que va a ser sometida el edificio, se emplea un sistema de polea de modo que uno de los extremos se encuentre cargado con masas fijas y en el otro se encuentre un dinamómetro, el cual va unido a la estructura gracias a la acción de un imán.

Para lograr la altura a la que se quiere situar la polea, se emplea un cilindro de plástico por el que pasa el cable de acero. Dicho cilindro se encuentra unido al soporte fijo gracias a la acción ejercida por un sargento.



**Figura 4.3** Sistema de medición empleado

Posteriormente, se coloca el sistema de medición a la altura a la que se desee medir el desplazamiento, posicionándose de tal forma que el calibre y la polea sean paralelos al movimiento de vibración del edificio y se encuentren orientados horizontalmente respecto al suelo.

Las mediciones se comienzan colocando una cierta carga en uno de los extremos de la polea y poniendo a cero las escalas de ambos instrumentos de medida, dándose lugar de esta forma a la deformación que queremos medir.

Se anotan los valores registrados por el calibre y el dinamómetro y se descarga por completo el sistema, con el fundamento de poder realizar otra medida con una carga distinta, procediendo de la misma forma. Por tanto, se realizan cinco medidas de fuerza y desplazamiento para cada situación (módulos individuales o edificio).

### 4.1.3. Resultados

Se analizan 12 situaciones diferentes:

- Situación 1. Sólo primer módulo de 750 mm cargado en el forjado superior.
- Situación 2. Sólo primer módulo de 500 mm cargado en el forjado superior.

- Situación 3. Sólo segundo módulo de 750 mm cargado en el forjado superior.
- Situación 4. Sólo segundo módulo de 500 mm cargado en el forjado superior.
- Situación 5. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y segundo módulo de 500 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso superior.
- Situación 6. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y segundo módulo de 500 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso inferior.
- Situación 7. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y primer módulo de 750 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso superior.
- Situación 8. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y primer módulo de 750 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso inferior.
- Situación 9. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y primer módulo de 500 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso superior.
- Situación 10. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y primer módulo de 500 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso inferior.
- Situación 11. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y segundo módulo de 750 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso superior.
- Situación 12. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y segundo módulo de 750 mm en el piso superior cargado en el forjado superior del piso inferior.

A continuación se reflejan los resultados obtenidos para cada una de las situaciones anteriores:

Situación 1		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
320	10,4	301,85
345	11,6	291,76
355	11,9	292,65
365	11,8	303,44
440	14,6	295,64

**Tabla 4.1** Resultados experimentales situación 1

Situación 2		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
365	3,1	1155,05
370	3,3	1099,91
390	3,5	1093,11
510	4,6	1087,63
570	5,1	1096,41

**Tabla 4.2** Resultados experimentales situación 2

Situación 3		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
295	9,9	292,32
335	10,5	312,99
355	12	290,21
390	12,9	296,58
405	13,9	285,83

**Tabla 4.3** Resultados experimentales situación 3

Situación 4		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
295	2,6	1113,06
305	2,9	1031,74
415	3,7	1100,31
425	3,9	1069,04
440	4,1	1052,78

**Tabla 4.4** Resultados experimentales situación 4

Situación 5		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
260	5,4	472,33
295	5,6	516,78
360	6,9	511,83
370	7,1	511,26
440	8,3	520,05

**Tabla 4.5** Resultados experimentales situación 5

Situación 6		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
295	2,6	1113,06
310	2,9	1048,66
330	3	1079,10
375	3,5	1051,07
515	5	1010,43

**Tabla 4.6** Resultados experimentales situación 6

Situación 7		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
270	12	220,73
315	13,9	222,31
320	14,2	221,07
365	16,1	222,40
440	19,2	224,81

**Tabla 4.7** Resultados experimentales situación 7

Situación 8		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
280	2,6	1056,46
300	2,9	1014,83
385	3,6	1049,13
430	4	1054,58
455	4,4	1014,44

**Tabla 4.8** Resultados experimentales situación 8

Situación 9		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
285	12,5	223,67
300	13,9	211,73
315	14,9	207,40
340	15,6	213,81
365	16,8	213,13

**Tabla 4.9** Resultados experimentales situación 9

Situación 10		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
260	9,1	280,29
300	10,7	275,05
315	11,1	278,39
350	12,5	274,68
380	13,8	270,13

**Tabla 4.10** Resultados experimentales situación 10

Situación 11		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
280	20,3	135,31
300	21,1	139,48
320	23,2	135,31
325	23,7	134,53
350	25,2	136,25

**Tabla 4.11** Resultados experimentales situación 11

Situación 12		
Fuerza (g)	Desplazamiento (mm)	Rigidez (N/m)
280	10,3	266,68
285	10,4	268,83
300	10,8	272,5
350	12,9	266,16
465	17,3	263,68

**Tabla 4.12** Resultados experimentales situación 12

Todos estos datos permiten calcular la rigideces medias y el desplazamiento de los módulos de 500 mm y 750 mm por separado, así como de las cuatro combinaciones de módulos con las que se experimenta.

Para el caso del módulo individual de 500 mm, se sigue el siguiente procedimiento para la obtención de la rigidez media:

Se calcula la media de las cinco rigideces obtenidas en la situación 2 (1106,42 N/m) y de las cinco obtenidas en la situación 4 (1073,39 N/m). Por otro lado, se calcula la media de las cinco rigideces obtenidas en las situaciones en las que el primer módulo de 500 mm se encuentra situado en el piso inferior y la carga en el forjado superior del piso inferior, es decir, en las situaciones 6 (1060,46 N/m) y 8 (1037,89 N/m). Por tanto, la rigidez demandada resulta ser la media aritmética de las 4 anteriores (1069,54 N/m).

Para el caso del módulo individual de 750 mm, se opera de forma similar:

Se calcula la media de las cinco rigideces obtenidas en la situación 1 (297,07 N/m) y de las cinco obtenidas en la situación 3 (295,59 N/m). Por otro lado,



se calcula la media de las cinco rigideces obtenidas en las situaciones en las que el primer módulo de 750 mm se encuentra situado en el piso inferior y la carga en el forjado superior del piso inferior, es decir, en las situaciones 10 (275,71 N/m) y 12 (267,57 N/m). Por tanto, la rigidez demandada resulta ser la media aritmética de las 4 anteriores (283,98 N/m).

Las rigideces medias de las cuatro combinaciones de módulos se determinan realizando la media aritmética de las 5 rigideces obtenidas en las restantes situaciones, siendo éstas las siguientes:

Situación	Rigidez media (N/m)
5	506,44
7	222,26
9	213,95
11	136,17

**Tabla 4.13** Rigideces medias de las combinaciones de módulos

Una vez determinadas todas las rigideces medias, se procede a calcular el desplazamiento en el forjado superior para cada una de las 12 situaciones. Para ello, se vuelve a hacer uso del Método Directo de Rigidez, enunciado anteriormente en la ecuación (4.1).

Como en el modelo de edificio diseñado en ANSYS se aplica una carga arbitraria horizontal de 1 N, la cual se muestra en imagen en el siguiente capítulo, el desplazamiento para cada una de las distintas situaciones se obtiene haciendo uso de la siguiente expresión:

$$u = \frac{F}{K} = \frac{1}{K} \quad (4.3)$$

Dichos desplazamientos se muestran en la siguiente tabla:

Situación	Desplazamiento (mm)
1	3,37
2	0,90
3	3,38
4	0,93
5	1,97
6	0,94
7	4,50
8	0,96
9	4,67
10	3,63
11	7,34
12	3,73

**Tabla 4.14** Desplazamientos de todas las situaciones

Como ya se comento anteriormente, la rigidez media del módulo individual de 500 mm es de 1069,54 N/m, por lo que aplicando la ecuación (4.3):

$$u = \frac{F}{K} = \frac{1}{K} = \frac{1}{1069,54} = 0,93 \text{ mm} \quad (4.4)$$

Procediendo de forma semejante para el módulo de 750 mm tenemos:

$$u = \frac{F}{K} = \frac{1}{K} = \frac{1}{283,98} = 3,52 \text{ mm} \quad (4.5)$$

Los desplazamientos de las cuatro combinaciones de módulos se determinan de forma similar, siendo éstos los registrados en las situaciones 5, 7, 9 y 11 de la tabla anterior:

Situación	Desplazamiento (mm)
5	1,97
7	4,50
9	4,67
11	7,34

**Tabla 4.15** Desplazamientos de las combinaciones de módulos

## 4.2. Caso modal

### 4.2.1. Método de cálculo

Para poder llevar a cabo el cálculo modal con éxito, es preciso obtener las aceleraciones que se producen en el edificio. Además, también se hace uso de un programa de procesamiento de señales para leer dichas aceleraciones.

### 4.2.2. Sistema empleado en la medición de datos

El equipo utilizado está formado por dos acelerómetros y un software propio, el cual permite visualizar directamente, a través de la interface del ordenador, las aceleraciones y guardar los datos de las mismas en archivos de texto.

Resulta preciso colocar los acelerómetros en los forjados superiores de cada módulo, ya que en éstos es donde se desea conocer las aceleraciones. Con el propósito de evitar la generación de datos erróneos, el cable de señal se coloca de tal forma que no interfiera en la vibración de la estructura. Dichos sensores se fijan a la misma por medio de pinzas.



**Figura 4.4** Sensores empleados para medir las aceleraciones

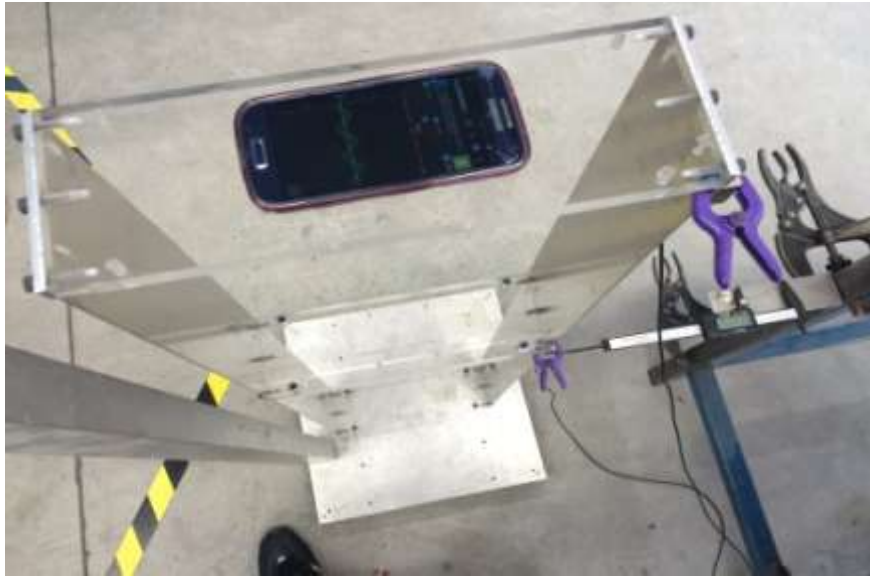
Existen dos procedimientos para la generación de datos:

- Soltar el edificio desde una posición fija y dejarle vibrar libremente.
- Excitar manualmente el edificio mediante pequeños impulsos separados temporalmente.

Las aceleraciones registradas son procesadas con Sigview. Éste software permite obtener las frecuencias correspondientes a los dos primeros modos de vibración, ya que permite visualizar la FFT de las ondas a partir de las aceleraciones registradas. Las frecuencias buscadas resultan ser, por tanto, las correspondientes a los dos primeros picos más altos.

Cabe destacar que las señales que se obtienen con este equipo son demasiado precisas y presentan demasiado ruido, por lo que se procede a disminuir la frecuencia de muestreo con el objetivo de solventar estos inconvenientes. Sin embargo, esto da lugar a la aparición de un problema, ya que se llega a un punto en el que ya no es posible disminuir más dicha frecuencia, debido a que la precisión del hardware lo impide. Para solucionar este problema, se opta por utilizar otro sistema de medición.

El nuevo sistema requiere el uso de un teléfono móvil junto con un programa instalado en el mismo, actuando de esta forma como acelerómetro. Dicho móvil registra el intervalo de vibración deseado y se apoya en el forjado superior del piso de arriba.



**Figura 4.5** Móvil empleado para medir vibración

Comparando los resultados obtenidos con ambos sistemas de medida, se comprueba que las FFT obtenidas en ambos casos son semejantes. Sin embargo, con el móvil la obtención de datos resulta mucho más sencilla y rápida, puesto que las señales obtenidas son más limpias, debido a su menor frecuencia de muestreo. Todo esto nos permite dilucidar que la mejor opción es utilizar el móvil como sistema de medida y no el equipo profesional.

Las aceleraciones medidas con el móvil se guardan en archivos de texto, para posteriormente ser importadas con Sigview, obteniéndose las frecuencias de los modos de la forma anteriormente explicada. Este proceso se realiza con todos los archivos de texto registrados para cada una de las diferentes situaciones.

Para cada situación, se realizan tres mediciones, las cuales una vez procesadas nos dan el valor de las frecuencias de los dos modos. Dichos ensayos se llevan a cabo con apoyos elásticos (patas de goma) y apoyos rígidos (patas de acero).

### 4.2.3. Resultados

Se analizan diez situaciones diferentes:

- Situación 1. Sólo primer módulo de 750 mm con apoyos elásticos.
- Situación 2. Sólo primer módulo de 500 mm con apoyos elásticos.
- Situación 3. Sólo segundo módulo de 750 mm con apoyos elásticos.

- Situación 4. Sólo segundo módulo de 500 mm con apoyos elásticos.
- Situación 5. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y segundo módulo de 500 mm en el piso superior con apoyos elásticos.
- Situación 6. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y primer módulo de 750 mm en el piso superior con apoyos elásticos.
- Situación 7. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y primer módulo de 500 mm en el piso superior con apoyos elásticos.
- Situación 8. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y segundo módulo de 750 mm en el piso superior con apoyos elásticos.
- Situación 9. Edificio con primer módulo de 500 mm en el piso inferior y segundo módulo de 500 mm en el piso superior con apoyos rígidos.
- Situación 10. Edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y primer módulo de 500 mm en el piso superior con apoyos rígidos.

A continuación se muestran las frecuencias obtenidos para cada una de las situaciones anteriores:

Situación 1	
Modo 1	Modo 2
2,78	22,50
2,73	22,53
2,76	22,54

**Tabla 4.16** Frecuencias experimentales situación 1

Situación 2	
Modo 1	Modo 2
5,47	32,02
5,55	31,96

**Tabla 4.17** Frecuencias experimentales situación 2

Situación 3	
Modo 1	Modo 2
2,73	22,46
2,75	22,42
2,74	22,42

**Tabla 4.18** Frecuencias experimentales situación 3

Situación 4	
Modo 1	Modo 2
5,47	32,54
5,51	32,01

**Tabla 4.19** Frecuencias experimentales situación 4

Situación 5	
Modo 1	Modo 2
2,96	7,81
2,91	7,82
2,97	7,76

**Tabla 4.20** Frecuencias experimentales situación 5

Situación 6	
Modo 1	Modo 2
2,21	4,97
2,21	4,96
2,22	4,96

**Tabla 4.21** Frecuencias experimentales situación 6

Situación 7	
Modo 1	Modo 2
1,54	7,16
1,57	7,24
1,57	7,10

**Tabla 4.22** Frecuencias experimentales situación 7

Situación 8	
Modo 1	Modo 2
1,41	3,78
1,38	3,80
1,42	3,82

**Tabla 4.23** Frecuencias experimentales situación 8

Situación 9	
Modo 1	Modo 2
3,04	7,89
3,03	7,89

**Tabla 4.24** Frecuencias experimentales situación 9

Situación 10	
Modo 1	Modo 2
1,61	7,25
1,62	7,29

**Tabla 4.25** Frecuencias experimentales situación 10

Todos estos datos permiten calcular las frecuencias de los dos primeros modos para el caso de los módulos de 500 mm y 750 mm por separado. Por otra parte, también nos permite determinar las mismas para las cuatro combinaciones de módulos con las que se experimenta.



Para el módulo individual de 500 mm, se sigue el siguiente procedimiento para la obtención de las dos frecuencias:

Para el modo 1, se calcula la media de las dos frecuencias obtenidas en la situación 2 (5,51 Hz) y de las dos obtenidas en la situación 4 (5,49 Hz). Por tanto, la frecuencia demandada resulta ser la media aritmética de las dos anteriores (5,50 Hz).

Para el modo 2 se opera de forma semejante, obteniéndose una frecuencia de 32,13 Hz.

Para el caso del módulo individual de 750 mm, se hace lo mismo:

Para el modo 1, se calcula la media de las tres frecuencias obtenidas en la situación 1 (2,75 Hz) y de las tres obtenidas en la situación 3 (2,74 Hz). Por tanto, la frecuencia demandada resulta ser la media aritmética de las dos anteriores (2,745 Hz).

Para el modo 2, se opera de forma semejante, obteniendo una frecuencia de 22,48 Hz.

Las frecuencias medias de las seis combinaciones de módulos se determinan realizando la media aritmética de las frecuencias obtenidas, siendo éstas las siguientes:

Situación	Modo 1	Modo 2
5	2,95	7,80
6	2,22	4,96
7	1,56	7,20
8	1,40	3,80
9	3,04	7,89
10	1,61	7,27

**Tabla 4.26** Frecuencias de las combinaciones de módulos

Cabe destacar que en este capítulo únicamente se han mostrado los resultados experimentales para el caso estático y modal, estando presentes los correspondientes al caso dinámico en el último capítulo.



# Capítulo 5. Modelado en ANSYS mediante elementos SHELL

## 5.1. Introducción

En este capítulo se va a simular la estructura objeto de estudio, es decir, edificio con primer módulo de 750 mm en el piso inferior y primer módulo de 500 mm en el superior. Para ello, se emplea el software de elementos finitos ANSYS Workbench 16.2, el cual nos permite calcular el edificio en su totalidad y comparar los resultados obtenidos con los experimentales expuestos con anterioridad.

## 5.2. Descripción del modelo

Para comenzar, es necesario importar el modelo del edificio realizado en CATIA (Figura 3.2) en ANSYS. Para que la importación de la geometría tenga éxito, se tiene que generar un archivo con un formato distinto, en concreto “.stp”, ya que ANSYS no es capaz de leer el formato por defecto de CATIA “.CATProduct”.

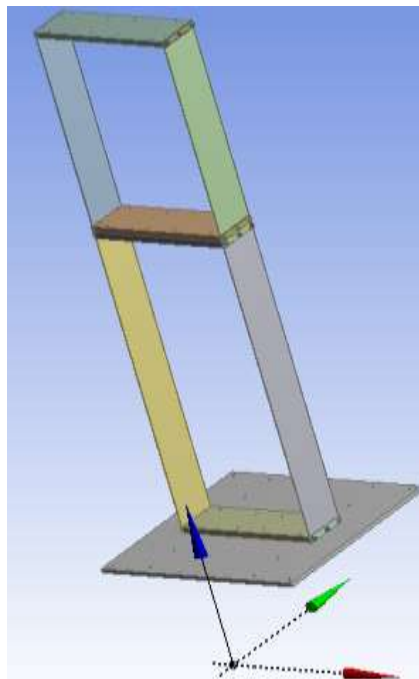
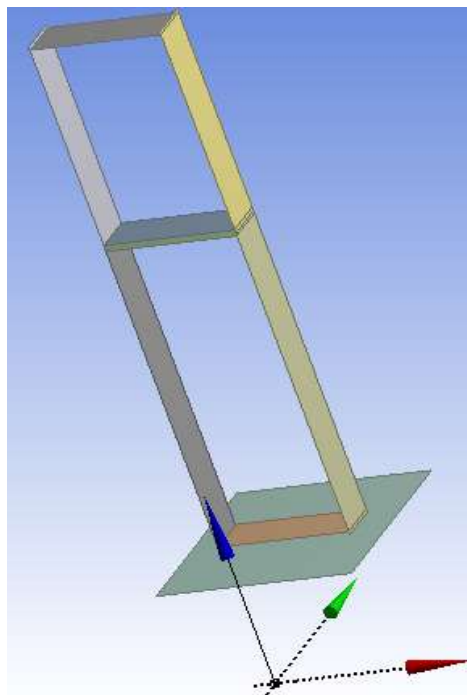


Figura 5.1 Modelo importado del edificio en ANSYS

### 5.3. Mallado de la estructura

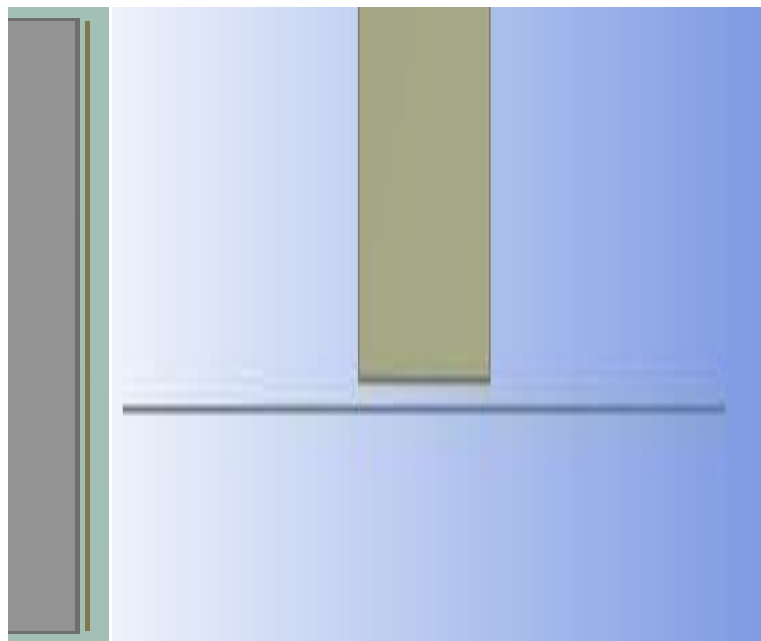
Una vez importada la geometría, se simplifica el modelo eliminando todos los taladros existentes, así como las pletinas y tornillos y se procede a mallar el mismo. Para que el mallado sea adecuado se utilizan elementos SHELL, es decir, elementos 2-D o elementos superficie empleados para mallar estructuras cuyos componentes presentan un espesor pequeño en comparación con sus otras dos dimensiones.

Para lograr este tipo de elementos, se realiza la conversión de 3-D a 2-D del modelo de edificio importado de CATIA, por lo que se obtienen las superficies medias de las cuatro columnas, de los cuatro forjados y de la base.



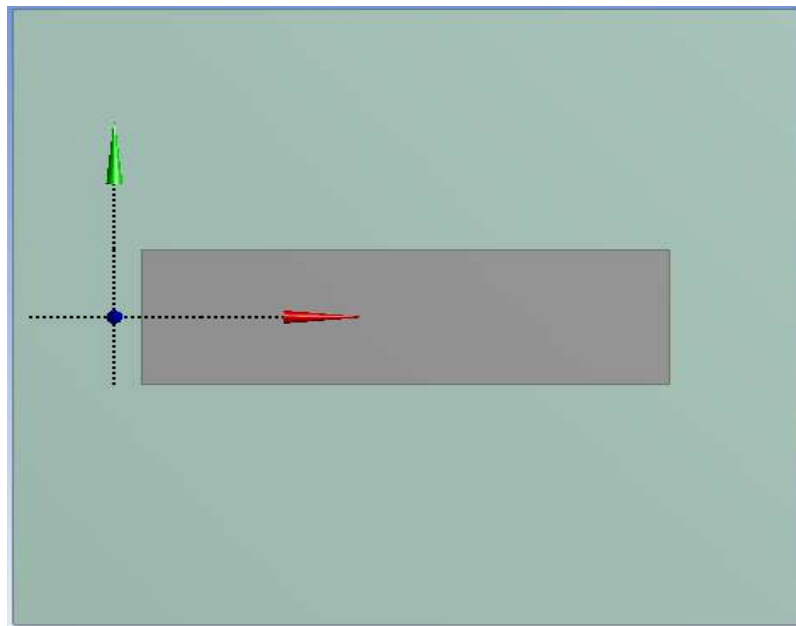
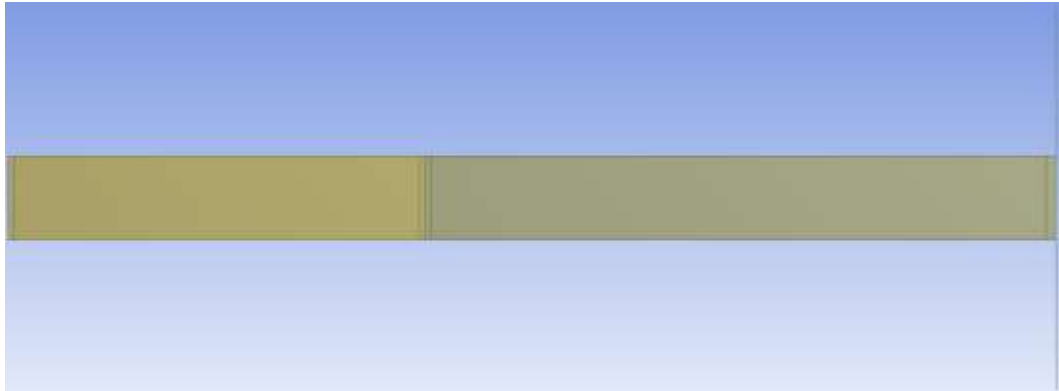
**Figura 5.2** Modelo simplificado con superficies medias

Tras la ejecución de las correspondientes superficies medias, se encuentran anomalías en el modelo. Dichas anomalías se deben a que los cuatro forjados existentes no contactan con las columnas y las dos columnas del piso inferior no lo hacen con la base. Todo esto sucede porque al obtenerse este tipo de superficies, se elimina la tercera dimensión de los componentes del edificio, es decir, todos los espesores pasan a ser de 1 mm.



**Figura 5.3** Anomalías presentadas. A la izquierda se muestra la holgura existente entre los forjados y las columnas (vista superior) y a la derecha la existente entre la columna y la base (vista lateral derecha)

Por tanto, para solventar estas inconsistencias, se tienen que alargar los cuatro forjados por ambos laterales, hasta llegar a contactar con las columnas. Además, también es necesario extender las dos columnas inferiores hasta que éstas se unan a la base. Como podemos ver en las siguientes imágenes, cada lateral del edificio está conformado dos cuerpos distintos y la base por un único cuerpo. Destacar que cada cuerpo aparece reflejado en un color distinto.



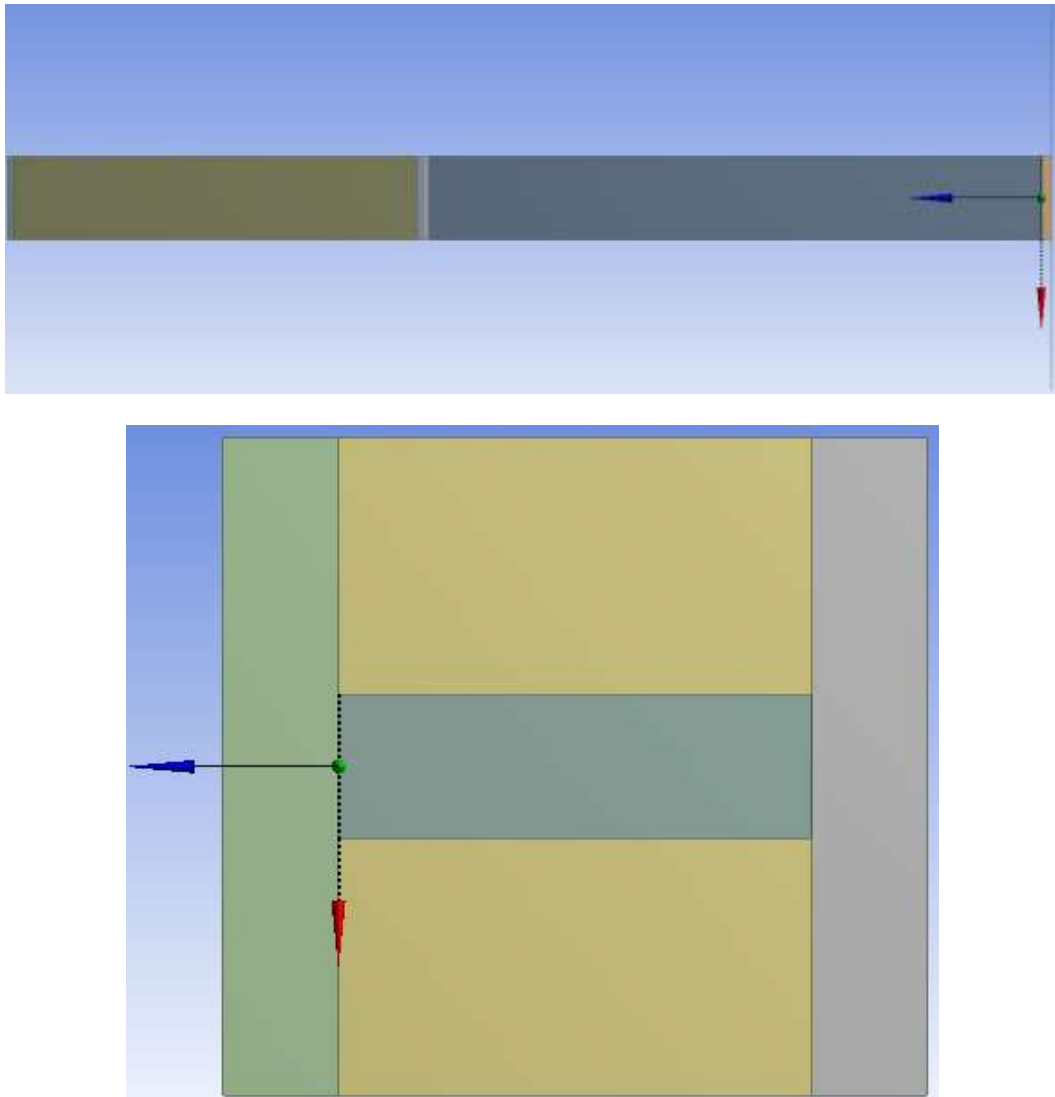
**Figura 5.4** Vistas del edificio una vez solucionadas las anomalías. Arriba la lateral derecha (nótese que la vista se encuentra rotada 90° en sentido antihorario) y abajo la frontal

Para que el mallado resulte correcto, se necesita que en las uniones entre forjados y columnas y entre columnas y base, la malla comparta nodos comunes. Para lograrlo, se tienen que proyectar las ocho aristas laterales de los forjados sobre las columnas y las dos aristas inferiores de las columnas del piso inferior sobre la base.

También es preciso, una vez realizadas las proyecciones, cerciorarse de que todas las aristas de todos los elementos del edificio pertenecen a todos los cuerpos, por lo que se crean planos en un lateral del edificio, en concreto cuatro, situados en las proyecciones de los forjados sobre las columnas. Posteriormente, se procede a cortar todos los cuerpos del edificio por sendos planos, con lo que se logra obtener seis cuerpos distintos en cada lateral del mismo.

Además, también se crean dos planos en las aristas inferiores de las columnas del piso inferior, para después cortar por los mismos todos los cuerpos que conforman el edificio, dando lugar a una base compuesta por tres cuerpos diferentes.

Todo esto se demuestra gráficamente a posteriori:

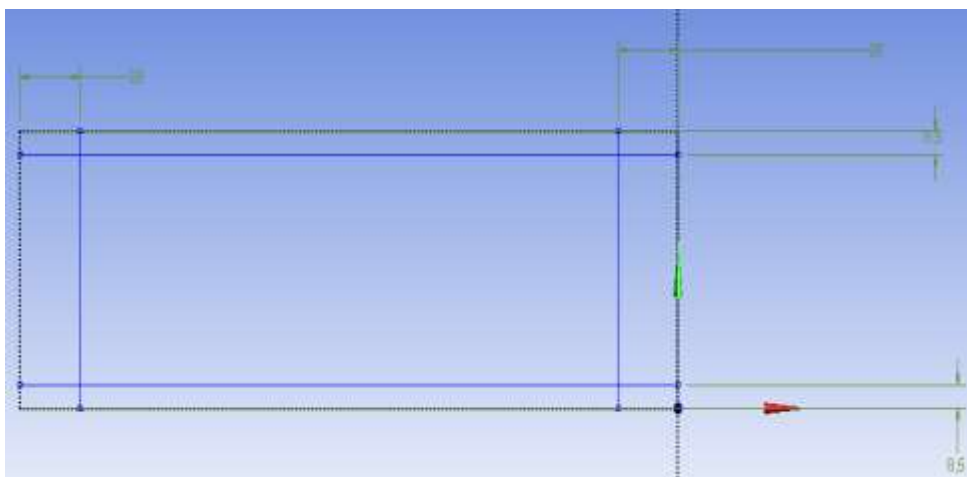


**Figura 5.5** Vistas del edificio una vez realizados los cortes. Arriba la lateral derecha (nótese que la vista se encuentra rotada 90° en sentido antihorario) y abajo la frontal

En estas dos últimas figuras queda patente el hecho de que la realización de los citados cortes conlleva la aparición de cuatro nuevos cuerpos en cada lateral del edificio (se pasa de tener dos en uno de ellos a tener seis). Además, se generan dos nuevos cuerpos en la base (se pasa de tener uno a tener tres).

Una vez modelado todo lo comentado en los párrafos anteriores, se procede a analizar la unión entre pisos. Para ello, se eliminan los cuatros cuerpos contenidos entre el forjado inferior del piso superior y el forjado superior del piso inferior. Una vez hecho esto, se procede a modelar los cuatro tornillos que unen ambos forjados, por lo que se siguen los siguientes pasos:

- Primero. Se crea un plano en el forjado inferior del piso superior.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 5.6** Sketch empleado en la unión entre pisos

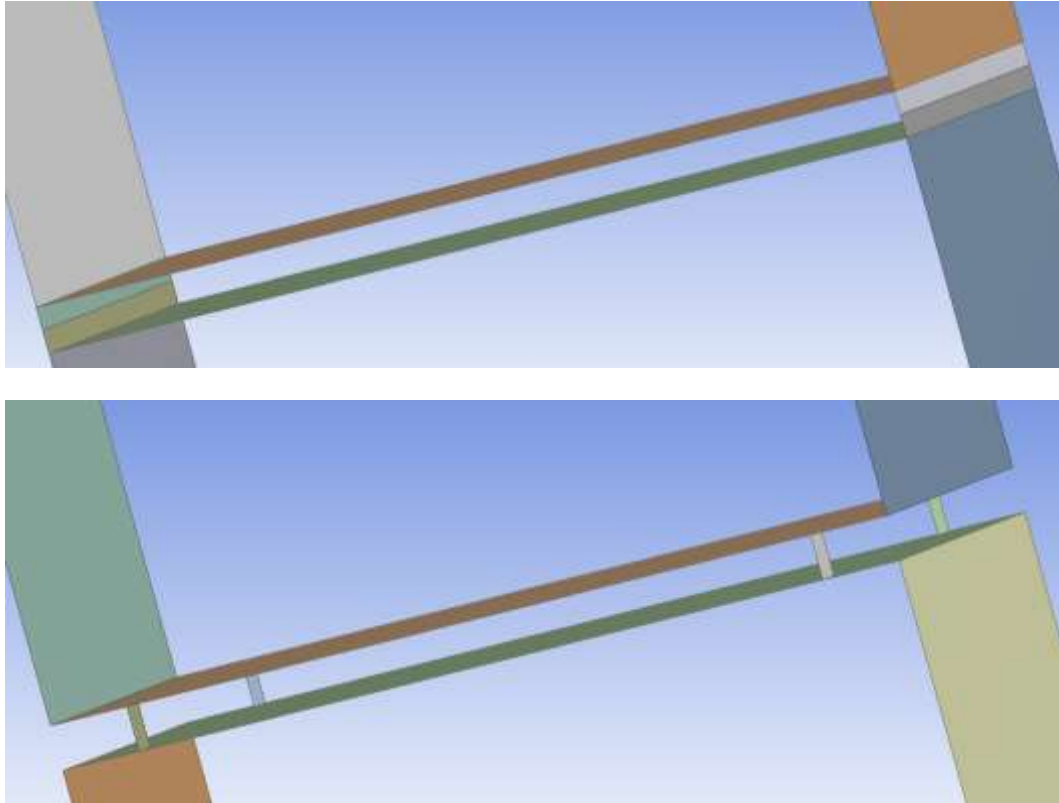
- Tercero. Se genera un cuerpo línea a partir del citado sketch.
- Cuarto. Se traslada este cuerpo línea 15 mm hacia abajo en dirección vertical, con el fin de proyectar el mismo en el forjado superior del piso inferior.
- Quinto. Se lleva a cabo la extrusión, en concreto 15 mm, de las cuatro aristas redondeadas en rojo en la siguiente imagen.



**Figura 5.7** Aristas extruidas para la creación de los tornillos



La realización de estos 5 pasos permite simular de forma eficiente una unión rígida entre pisos. A continuación se muestra una comparación de la mencionada unión, antes y después de modelar los tornillos.



**Figura 5.8** Unión entre pisos. Arriba antes de modelar los tornillos y abajo después de modelar los mismos

Se pasa ahora a explicar cómo se modeló el móvil que se utiliza como acelerómetro para calcular las frecuencias de los dos modos de vibración. Se opera de la siguiente forma:

- Primero. Se crea un plano en el forjado superior del piso superior.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



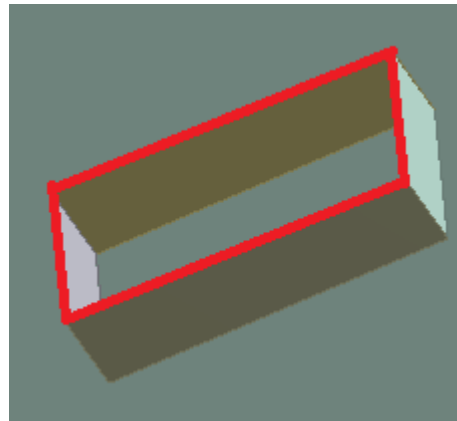
**Figura 5.9** Sketch empleado en la creación del móvil

- Tercero. Se genera un cuerpo línea a partir del citado sketch.
- Cuarto. Se lleva a cabo la extrusión, en concreto 5 mm, de las cuatro aristas contenidas en rojo en la siguiente imagen.



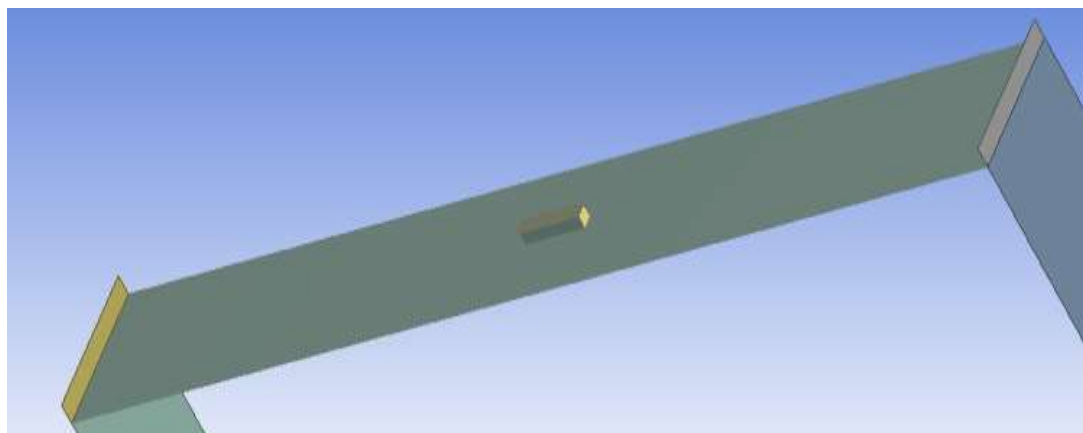
**Figura 5.10** Aristas extruidas para la creación del móvil

- Quinto. Se genera una superficie seleccionando las cuatro aristas marcadas en rojo en la siguiente imagen.



**Figura 5.11** Aristas seleccionadas para la creación de la superficie

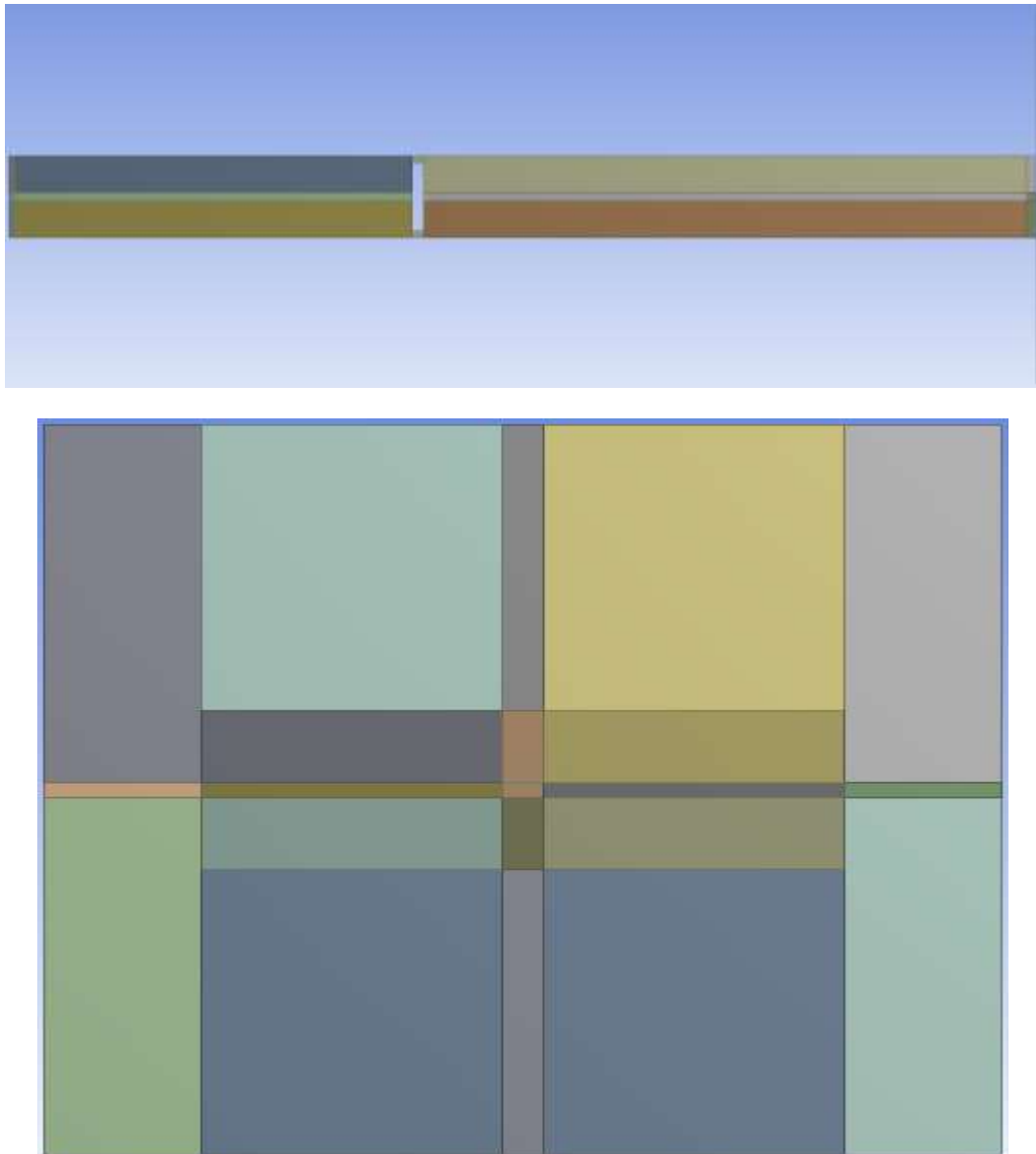
La realización de estos 5 pasos nos permite simular con éxito el móvil, el cual se muestra gráficamente en la posterior imagen:



**Figura 5.12** Forjado con móvil

Al igual que antes, para que el mallado resulte correcto, se demanda que en las uniones entre móvil y forjado la malla comparta nodos comunes. Por lo tanto, se proyectan las cuatro aristas inferiores del móvil sobre el forjado.

Tras realizar las proyecciones, se tiene que asegurar que las cuatro aristas inferiores del móvil pertenecen a todos los cuerpos, por lo que se crean planos en sendas aristas, para posteriormente cortar todos los cuerpos del edificio por los mismos, obteniéndose un modelo con un total de 84 cuerpos distintos, los cuales se introdujeron en un mismo conjunto.



**Figura 5.13** Vistas del edificio una vez realizados los cortes correspondientes al móvil. Arriba la lateral derecha (nótese que la vista se encuentra rotada 90° en sentido antihorario) y abajo la frontal

Pasamos ahora a la asignación de materiales a los diferentes cuerpos. Como ya se comentó en el punto 3.2, tanto las columnas como la base están fabricadas con aluminio, por lo que se asigna dicho material para todos los cuerpos que pertenecen a ellas. Además, también se citó que los forjados son de metacrilato, por lo que se asigna este material a todos los cuerpos que los componen. Las propiedades físicas de ambos aparecen reflejadas en la página 44.

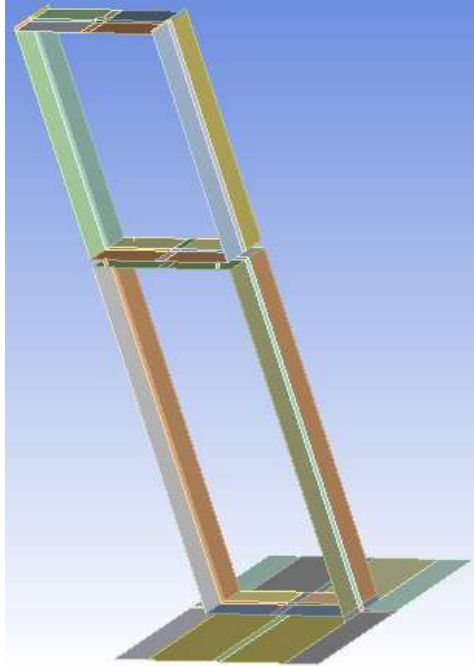
Nos queda por asignar, por tanto, los materiales de las uniones entre pisos y móvil. En lo referente a las uniones, se decide asignarles metacrilato, mientras que al móvil se le asigna un material ficticio. El objetivo de éste es lograr que tenga la misma masa que la medida experimentalmente por medio de una báscula en el laboratorio, es decir, 133,2 g.

Haciendo uso de ANSYS, se comprueba que el móvil modelado posee un volumen de 500 mm<sup>3</sup>. Por lo tanto, haciendo uso de la expresión de la densidad y utilizando unidades del sistema internacional, se puede obtener la densidad demandada de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,1332}{5 * 10^{-7}} = 266.400 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (5.1)$$

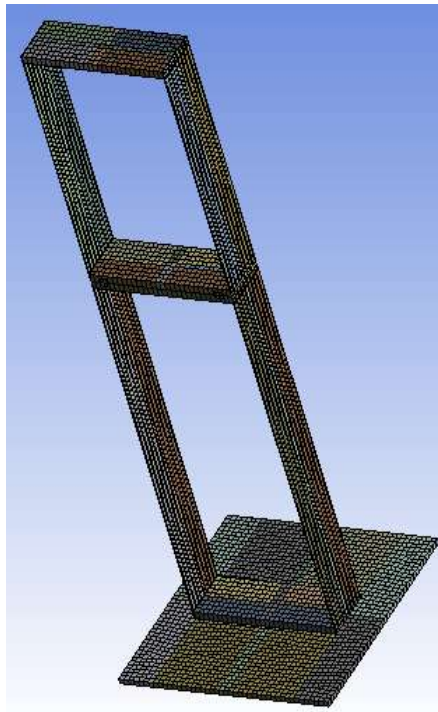
Dicho material ficticio tiene asignado el mismo módulo de Young y coeficiente de Poisson que el metacrilato, diferenciándose únicamente en el valor asignado a la densidad.

En la siguiente imagen se muestra una perspectiva del edificio completamente modelado y, por tanto, preparado para generar la malla:



**Figura 5.14** Edificio modelado

Una vez realizado todo lo explicado anteriormente, se procede a generar la malla del modelo, obteniéndose el siguiente resultado:



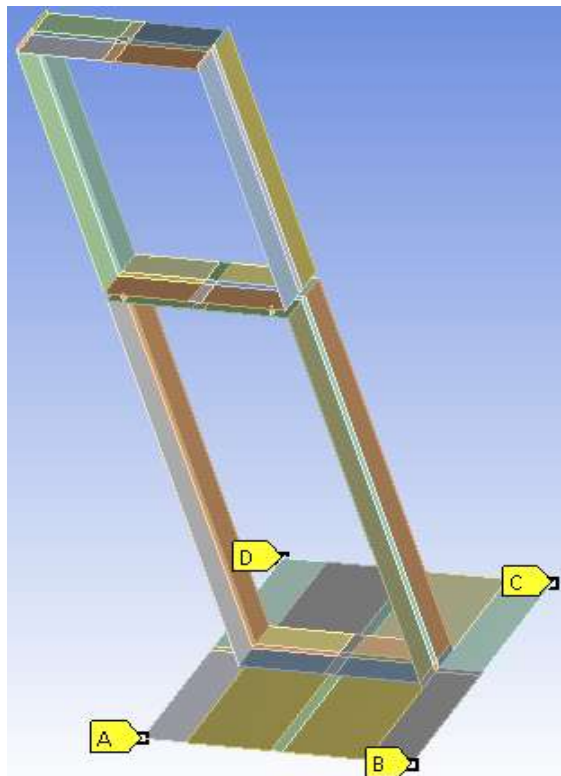
**Figura 5.15** Edificio mallado

## 5.4. Condiciones de contorno

Tras el modelado y mallado de nuestra estructura, se procede a asignar las condiciones de contorno necesarias. En primer lugar, se decide empotrar la base, puesto que en el laboratorio el edificio se encuentra apoyado en el suelo y la base no presenta ningún tipo de movimiento.

Para conseguir esto, se crean cuatro puntos remotos, es decir, uno en cada una de las esquinas de la base, para posteriormente imponer en cada uno de ellos condiciones de empotramiento, siendo éstas para un modelo 3-D las siguientes:

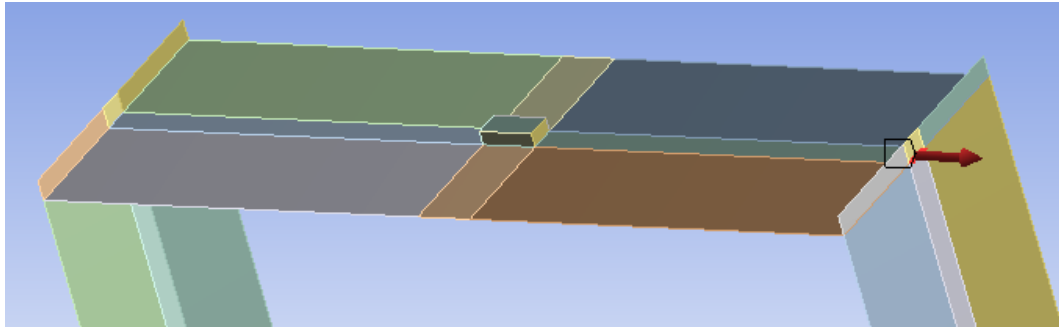
- Desplazamiento en  $X = 0$  mm.
- Desplazamiento en  $Y = 0$  mm.
- Desplazamiento en  $Z = 0$  mm.
- Giro alrededor de  $X = 0$  rad.
- Giro alrededor de  $Y = 0$  rad.
- Giro alrededor de  $Z = 0$  rad.



**Figura 5.16** Base empotrada en las esquinas (los puntos remotos quedan representados mediante letras)

Por último, se procede a la creación de un quinto punto remoto, situándose éste en el lado derecho del edificio, en concreto en el punto medio de la arista lateral del forjado superior del piso superior.

Gracias a este último punto, se puede colocar la fuerza para que ANSYS detecte que las condiciones de contorno en el caso estático estén completas y, de este modo, poder comparar los resultados del programa con los experimentales. Dicha fuerza se aplica por componentes y únicamente presenta componente horizontal (en el eje X), con una magnitud de 1N.



**Figura 5.17** Fuerza aplicada en el modelo (nótese que la misma queda representada por una flecha roja)





# Capítulo 6. Calibrado del modelo y resultados computacionales

## 6.1. Objetivos

Tras haber modelado y mallado de una forma adecuada la maqueta de edificio, se procede a resolver el modelo con el objetivo de obtener las soluciones proporcionadas por ANSYS y, de esta forma, poder cerciorarse del hecho de que coinciden con las experimentales.

Sin embargo, al analizar las soluciones proporcionadas por el software, se comprueba que existen ciertas divergencias con respecto a las experimentales. Por tanto, es preciso realizar ciertas modificaciones en el modelo, con el propósito de disminuir dichas desviaciones.

Dichas modificaciones consisten en asignar nuevas densidades a los materiales. Se realizan dos calibraciones, cuyos fundamentos se explican en el presente capítulo.

## 6.2. Resultados con el modelo sin calibrar

En este punto se muestran los resultados computacionales obtenidos con los materiales de propiedades físicas iniciales, así como los resultados obtenidos experimentalmente. También se muestran los errores cometidos.

En primer lugar, se reflejan las propiedades de los materiales iniciales:

### Aluminio de propiedades físicas iniciales

- $\rho$ : 2.698,4 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 \cdot 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

### Metacrilato de propiedades físicas iniciales

- $\rho$ : 1.190 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $3,3 \cdot 10^9$  Pa.
- $\nu$ : 0,45.

### Metacrilato móvil de propiedades físicas iniciales

- $\rho$ : 266.400 Kg/m<sup>3</sup>.
- E: 3,3\*10<sup>9</sup> Pa.
- $\nu$ : 0,45.

Ahora, mostramos la asignación de los materiales a los diferentes elementos:

- Base. Aluminio de propiedades físicas iniciales.
- Placas. Aluminio de propiedades físicas iniciales.
- Forjado. Metacrilato de propiedades físicas iniciales.
- Móvil. Metacrilato móvil de propiedades físicas iniciales.
- Unión. Metacrilato de propiedades físicas iniciales.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos tras esta asignación de materiales:

Desplazamiento máximo ANSYS (mm)	4,499
Desplazamiento máximo experimental (mm)	4,67408
Frecuencia modo 1 ANSYS (Hz)	1,6342
Frecuencia modo 1 experimental con apoyos elásticos (Hz)	1,5586
Frecuencia modo 1 experimental con apoyos rígidos (Hz)	1,6142
Frecuencia modo 2 ANSYS (Hz)	6,9527
Frecuencia modo 2 experimental con apoyos elásticos (Hz)	7,1666
Frecuencia modo 2 experimental con apoyos rígidos (Hz)	7,27135
Error desplazamiento máximo (%)	3,75
Error frecuencia modo 1 con apoyos elásticos (%)	4,85
Error frecuencia modo 1 con apoyos rígidos (%)	1,24
Error frecuencia modo 2 con apoyos elásticos (%)	2,98
Error frecuencia modo 2 con apoyos rígidos (%)	4,38

**Tabla 6.1** Resultados con el modelo sin calibrar (nótese en rojo los resultados obtenidos con ANSYS)

Los errores se corresponden con los relativos, obteniéndose estos a partir de las siguientes expresiones:

Error desplazamiento máximo

$$\frac{|\text{Desplazamiento máximo experimental} - \text{Desplazamiento máximo Ansys}|}{\text{Desplazamiento máximo experimental}} * 100 \quad \text{(6.1)}$$

Error frecuencia modo 1 con apoyos elásticos

$$\frac{|\text{Frecuencia modo 1 experimental con apoyos elásticos} - \text{Frecuencia modo 1 ANSYS}|}{\text{Frecuencia modo 1 experimental con apoyos elásticos}} * 100 \quad \text{(6.2)}$$

Error frecuencia modo 1 con apoyos rígidos

$$\frac{|\text{Frecuencia modo 1 experimental con apoyos rígidos} - \text{Frecuencia modo 1 ANSYS}|}{\text{Frecuencia modo 1 experimental con apoyos rígidos}} * 100 \quad \text{(6.3)}$$

Error frecuencia modo 2 con apoyos elásticos

$$\frac{|\text{Frecuencia modo 2 experimental con apoyos elásticos} - \text{Frecuencia modo 2 ANSYS}|}{\text{Frecuencia modo 2 experimental con apoyos elásticos}} * 100 \quad \text{(6.4)}$$

Error frecuencia modo 2 con apoyos rígidos

$$\frac{|\text{Frecuencia modo 2 experimental con apoyos rígidos} - \text{Frecuencia modo 2 ANSYS}|}{\text{Frecuencia modo 2 experimental con apoyos rígidos}} * 100 \quad \text{(6.5)}$$

Por último, se muestran las deformadas obtenidas, tanto para el caso estático como para el modal:

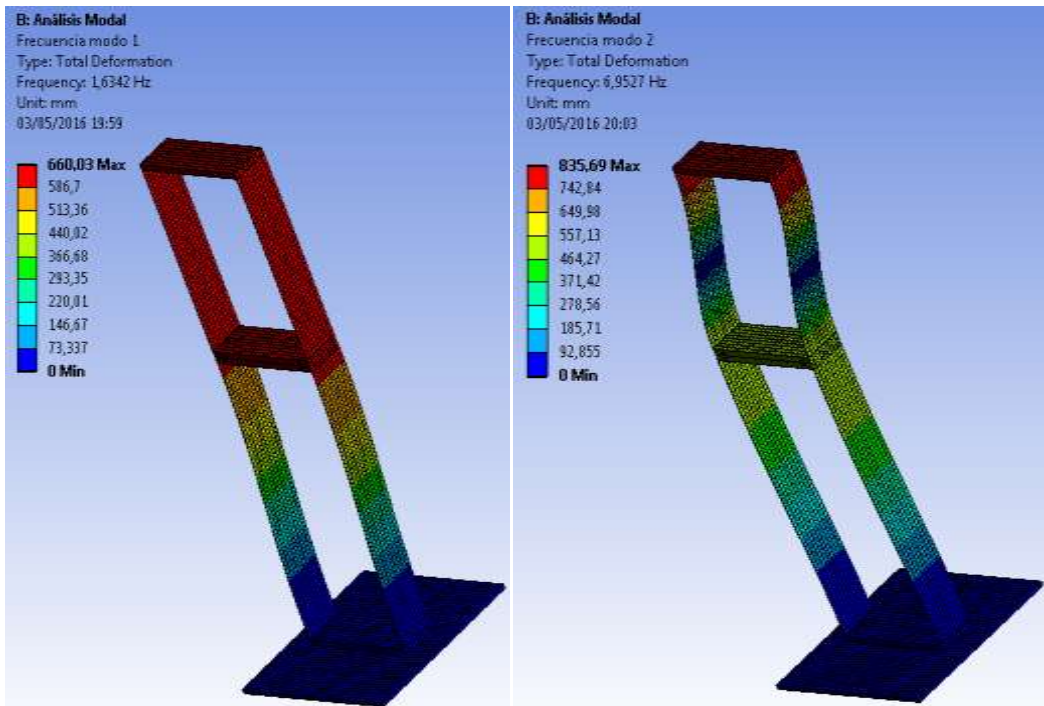
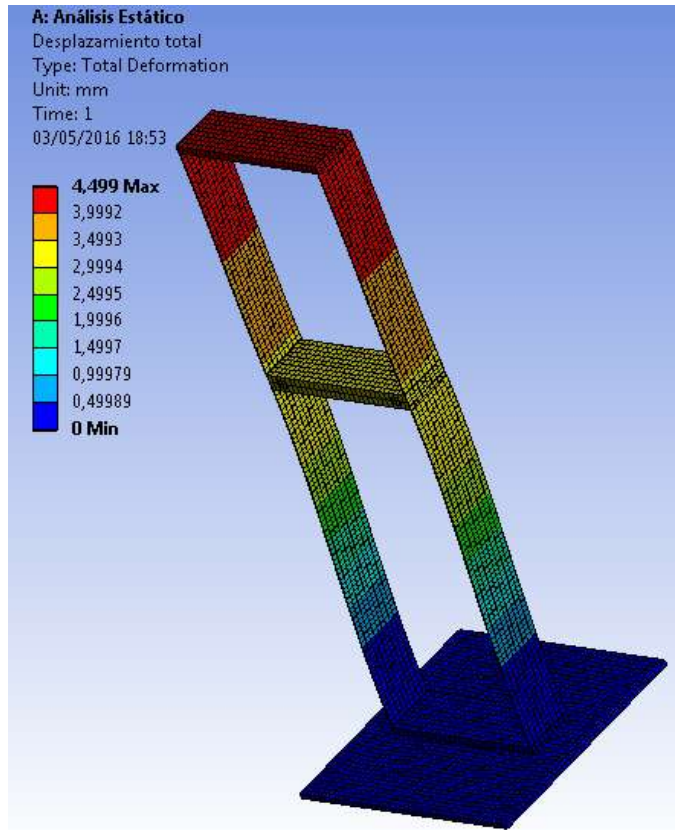


Figura 6.1 Deformación total con el modelo sin calibrar

## 6.3. Primera calibración

### 6.3.1. Nuevas propiedades físicas a asignar a los materiales

En un primer intento, se comprueba que las dimensiones de las columnas y de los forjados que conforman el modelo de ANSYS no coinciden con las correspondientes al modelo realizado en CATIA.

Esto es debido a que al realizar el modelo, se tienen que extender las aristas laterales de los forjados y las inferiores de las columnas del piso inferior, así como eliminar los fragmentos de columnas contenidos entre forjados, como ya se comentó en el capítulo anterior. Todo esto da lugar a volúmenes diferentes, puesto que las dimensiones son distintas.

Como en el laboratorio se utiliza una báscula para determinar las masas de los diferentes elementos, éstas son conocidas y se busca, para cada uno de ellos, la densidad que se corresponda con esta masa y el nuevo volumen obtenido en ANSYS, puesto que la densidad inicialmente asignada conduce a la obtención de una masa diferente.

A continuación se muestra como se obtienen las densidades de los nuevos materiales a asignar:

#### Forjado

En el modelo de CATIA, consiste en una placa de 305 mm de longitud, 100 mm de anchura y 15 mm de espesor, con un volumen de 457.500 mm<sup>3</sup>. Sin embargo, en el modelo de ANSYS se tiene una placa de 307 mm de longitud, 100 mm de anchura y 15 mm de espesor, con un volumen de 460.500 mm<sup>3</sup>.

Como la masa del forjado es de 515,5 g, la nueva densidad a asignar al metacrilato se obtiene de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,5155}{460.500 * 10^{-9}} = 1.119,44 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (6.6)$$

#### Columna de 750 mm de longitud

En el modelo de CATIA, consiste en una placa lateral de 750 mm de longitud, 100 mm de anchura y 2 mm de espesor, con un volumen de 150.000 mm<sup>3</sup>. Sin embargo, en el modelo de ANSYS se tiene una placa lateral de 747,5 mm de longitud, 100 mm de anchura y 2 mm de espesor, con un volumen de 149.500 mm<sup>3</sup>.

Como la masa de dicha columna es de 397,2 g, la nueva densidad a asignar a este elemento se obtiene de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,3972}{149.500 * 10^{-9}} = 2.656,86 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (6.7)$$

#### Columna de 500 mm de longitud

En el modelo de CATIA, consiste en una placa lateral de 500 mm de longitud, 100 mm de anchura y 2 mm de espesor, con un volumen de 100.000 mm<sup>3</sup>. Sin embargo, en el modelo de ANSYS se tiene una placa lateral de 492,5 mm de longitud, 100 mm de anchura y 2 mm de espesor, con un volumen de 98.500 mm<sup>3</sup>.

Como la masa de dicha columna es de 264,8 g, la nueva densidad a asignar a este elemento se obtiene de la siguiente forma:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,2648}{98.500 * 10^{-9}} = 2.688,32 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (6.8)$$

A continuación, se detallan las nuevas propiedades físicas de los materiales, dónde se puede comprobar que tanto el módulo de Young como el coeficiente de Poisson permanecen invariables:

#### Aluminio columna de 750 mm de longitud tras la primera calibración

- $\rho$ : 2656,86 Kg/m<sup>3</sup>.
- E: 7\*10<sup>10</sup> Pa.
- $\nu$ : 0,35.

#### Aluminio columna de 500 mm de longitud tras la primera calibración

- $\rho$ : 2.688,32 Kg/m<sup>3</sup>.
- E: 7\*10<sup>10</sup> Pa.
- $\nu$ : 0,35.

#### Metacrilato tras la primera calibración

- $\rho$ : 1119,44 Kg/m<sup>3</sup>.
- E: 3,3\*10<sup>9</sup> Pa.
- $\nu$ : 0,45.

Como la base, móvil y uniones no experimentan cambios en su geometría, no resulta preciso asignarles nuevos materiales, quedando éstos asignados con los materiales de propiedades físicas iniciales.

Por lo tanto, la asignación de materiales a los diferentes elementos queda de la siguiente forma:

- Base. Aluminio de propiedades físicas iniciales.
- Placa piso inferior. Aluminio columna de 750 mm de longitud tras la primera calibración.
- Placa piso superior. Aluminio columna de 500 mm de longitud tras la primera calibración.
- Forjado. Metacrilato tras la primera calibración.
- Móvil. Metacrilato móvil de propiedades físicas iniciales.
- Unión. Metacrilato de propiedades físicas iniciales.

### 6.3.2. Resultados

En este punto se muestran los resultados obtenidos con los materiales de propiedades físicas ajustadas tras la primera calibración, así como los resultados obtenidos experimentalmente. También se muestran los errores cometidos:

Desplazamiento máximo ANSYS (mm)	4,499
Desplazamiento máximo experimental (mm)	4,67408
Frecuencia modo 1 ANSYS (Hz)	1,6674
Frecuencia modo 1 experimental con apoyos elásticos (Hz)	1,5586
Frecuencia modo 1 experimental con apoyos rígidos (Hz)	1,6142
Frecuencia modo 2 ANSYS (Hz)	7,1039
Frecuencia modo 2 experimental con apoyos elásticos (Hz)	7,1666
Frecuencia modo 2 experimental con apoyos rígidos (Hz)	7,27135
Error desplazamiento máximo (%)	3,75
Error frecuencia modo 1 con apoyos elásticos (%)	6,98
Error frecuencia modo 1 con apoyos rígidos (%)	3,30
Error frecuencia modo 2 con apoyos elásticos (%)	0,87
Error frecuencia modo 2 con apoyos rígidos (%)	2,30

**Tabla 6.2** Resultados tras la primera calibración (nótese en rojo los resultados obtenidos con ANSYS)

A continuación, se muestran las deformadas obtenidas, tanto para el caso estático como para el modal:



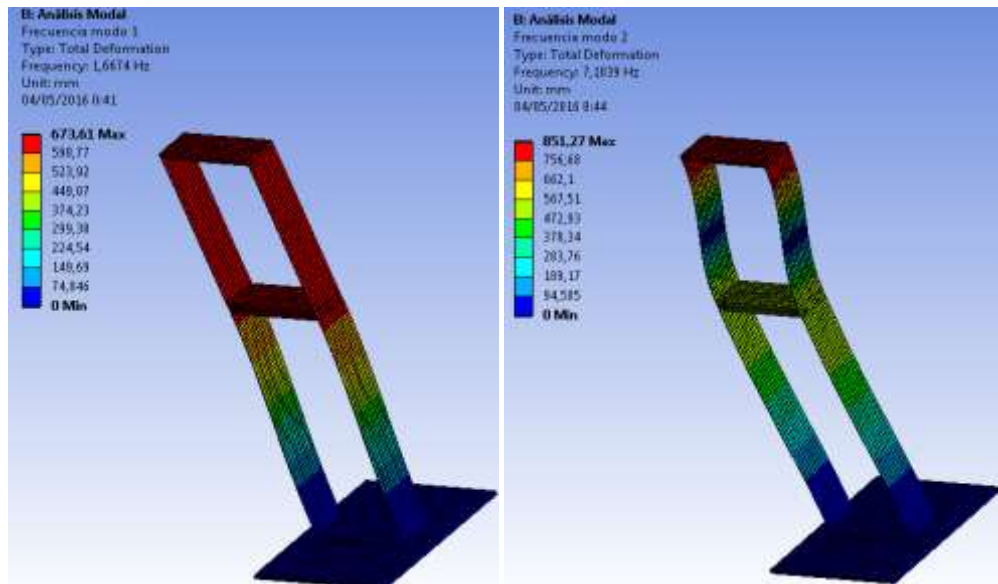
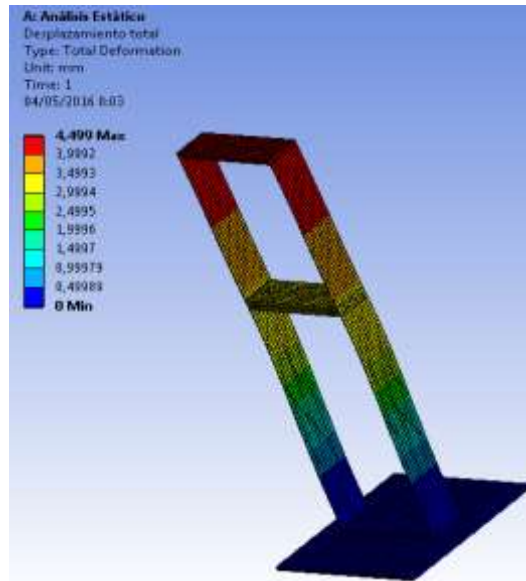


Figura 6.2 Deformación total tras la primera calibración

## 6.4. Segunda calibración

### 6.4.1. Nuevas propiedades físicas a asignar a los materiales

Tras la primera calibración, se puede comprobar que las masas en ANSYS de un forjado, de una columna del piso inferior, de una columna del piso superior

y del móvil, coinciden con las medidas en la báscula. Sin embargo, las masas totales de los pisos (1,950 Kg para el piso inferior y 1,665 Kg para el superior) no coinciden con las reales, ya que arrojan resultados menores (1,8254 Kg para el piso inferior y 1,5606 Kg para el superior). Esto es debido a que en nuestro modelo en ANSYS se eliminan las pletinas y tornillos, mientras que en la medición en el laboratorio estos elementos se tienen en cuenta a la hora de pesar los pisos.

Nuestro objetivo ahora consiste en reducir los errores mostrados en la tabla 6.2, fijando para ello un umbral de error máximo del 5 %. Para lograrlo, se procedió a la determinación de nuevas densidades para:

- El metacrilato de los forjados.
- El aluminio de las columnas de 750 mm de longitud.
- El aluminio de las columnas de 500 mm de longitud.

Estas nuevas densidades tienen como objetivo la obtención de errores del 5 % en las masas del forjado, columna del piso inferior y columna del superior. Dichas densidades se calculan haciendo uso del siguiente procedimiento:

- Primero. Se aplica la expresión del error relativo igualada a nuestro máximo error permitido, en este caso del 5 %.

$$\frac{|Masa\ real - Masa\ calibrada|}{Masa\ real} = 0,05 \quad (6.9)$$

- Segundo. Se despeja la masa calibrada de la expresión anterior, de la siguiente forma:

$$|Masa\ real - Masa\ calibrada| = 0,05 * Masa\ real \quad (6.10)$$

$$Masa\ real - Masa\ calibrada = -0,05 * Masa\ real \quad (6.11)$$

$$Masa\ calibrada = 1,05 * Masa\ real \quad (6.12)$$

En la expresión (6.11) se multiplica el segundo miembro por -1 porque, al tener valor absoluto, podemos tener dos resultados. Por tanto, nos quedamos con el mayor de ellos ya que nos proporcionará una mayor masa y, por tanto, una menor frecuencia.

- Tercero. Con la masa calibrada, acudimos a la expresión de la densidad, la cual nos proporciona lo que se busca:

$$\rho_{\text{calibrada}} = \frac{\text{Masa calibrada}}{\text{Volumen ANSYS}} \quad (6.13)$$

A continuación se muestra este procedimiento aplicado a los tres elementos a calibrar, dónde x se corresponde con la masa calibrada del forjado, y con la masa calibrada de la columna de 750 mm de longitud y z con la masa calibrada de la columna de 500 mm de longitud:

#### Forjado

$$\frac{|515,5 - x|}{515,5} = 0,05 \quad (6.14)$$

$$x = 541,275 \text{ g} \quad (6.15)$$

$$\rho_{\text{calibrada}} = \frac{x}{\text{Volumen ANSYS}} = \frac{0,541275}{460.500 * 10^{-9}} = 1.175,41 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (6.16)$$

#### Columna de 750 mm de longitud

$$\frac{|397,2 - y|}{397,2} = 0,05 \quad (6.17)$$

$$y = 417,06 \text{ g} \quad (6.18)$$

$$\rho_{\text{calibrada}} = \frac{y}{\text{Volumen ANSYS}} = \frac{0,41706}{149.500 * 10^{-9}} = 2789,70 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (6.19)$$

#### Columna de 500 mm de longitud

$$\frac{|264,8 - z|}{264,8} = 0,05 \quad (6.20)$$

$$z = 278,04 \text{ g} \quad (6.21)$$

$$\rho_{\text{calibrada}} = \frac{z}{\text{Volumen ANSYS}} = \frac{0,27804}{98.500 * 10^{-9}} = 2.822,74 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (6.22)$$

Por tanto, los errores cometidos en las masas son los siguientes:

Elementos	Experimental (g)	Ansys (g)	Error (%)
Piso de abajo	1.950	1.916,67	1,71
Piso de arriba	1.665	1.638,63	1,58
Móvil	133,2	133,2	0
Forjado	515,5	541,275	5
Lateral piso bajo	397,2	417,06	5
Lateral piso alto	264,8	278,04	5

**Tabla 6.3** Errores cometidos en las masas tras la segunda calibración

Dónde los errores se han calculado haciendo uso de la siguiente expresión:

$$\text{Error} = \frac{|\text{Masa experimental} - \text{Masa Ansys}|}{\text{Masa experimental}} * 100 \quad (6. 23)$$

A continuación, se detallan las nuevas propiedades físicas de los materiales, dónde se puede comprobar que tanto el módulo de Young como el coeficiente de Poisson permanecen invariables:

Aluminio columna de 750 mm de longitud tras la segunda calibración

- $\rho$ : 2.789,70 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 * 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

Aluminio columna de 500 mm de longitud tras la segunda calibración

- $\rho$ : 2.822,74 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 * 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

Metacrilato tras la segunda calibración

- $\rho$ : 1.175,41 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $3,3 * 10^9$  Pa.
- $\nu$ : 0,45.

Tanto la base, como el móvil y las uniones, siguen teniendo asignados los materiales de propiedades físicas iniciales.

Por lo tanto, la asignación de materiales a los diferentes elementos queda de la siguiente forma:

- Base. Aluminio de propiedades físicas iniciales.
- Placa piso inferior. Aluminio columna de 750 mm de longitud tras la segunda calibración.
- Placa piso superior. Aluminio columna de 500 mm de longitud tras la segunda calibración.
- Forjado. Metacrilato tras la segunda calibración.
- Móvil. Metacrilato móvil de propiedades físicas iniciales.
- Unión. Metacrilato de propiedades físicas iniciales.

## 6.4.2. Resultados

En este punto se muestran los resultados obtenidos con los materiales de propiedades físicas ajustadas tras la segunda calibración, así como los resultados obtenidos experimentalmente. También se muestran los errores cometidos:

Desplazamiento máximo ANSYS (mm)	4,499
Desplazamiento máximo experimental (mm)	4,67408
Frecuencia modo 1 ANSYS (Hz)	1,6297
Frecuencia modo 1 experimental con apoyos elásticos (Hz)	1,5586
Frecuencia modo 1 experimental con apoyos rígidos (Hz)	1,6142
Frecuencia modo 2 ANSYS (Hz)	6,9493
Frecuencia modo 2 experimental con apoyos elásticos (Hz)	7,1666
Frecuencia modo 2 experimental con apoyos rígidos (Hz)	7,27135
Error desplazamiento máximo (%)	3,75
Error frecuencia modo 1 con apoyos elásticos (%)	4,56
Error frecuencia modo 1 con apoyos rígidos (%)	0,96
Error frecuencia modo 2 con apoyos elásticos (%)	3,03
Error frecuencia modo 2 con apoyos rígidos (%)	4,43

**Tabla 6.4** Resultados tras la segunda calibración (nótese en rojo los resultados obtenidos con ANSYS)

Queda patente el hecho de que todos los errores son inferiores al 5 %, ya que se consigue disminuir el error de la frecuencia modo 1 con apoyos elásticos del 6,98 % al 4,56 %, por lo que se logra nuestro objetivo, siendo esta segunda calibración eficiente y, por tanto, la definitiva.

A continuación, se muestran las deformadas obtenidas, tanto para el caso estático como para el modal:

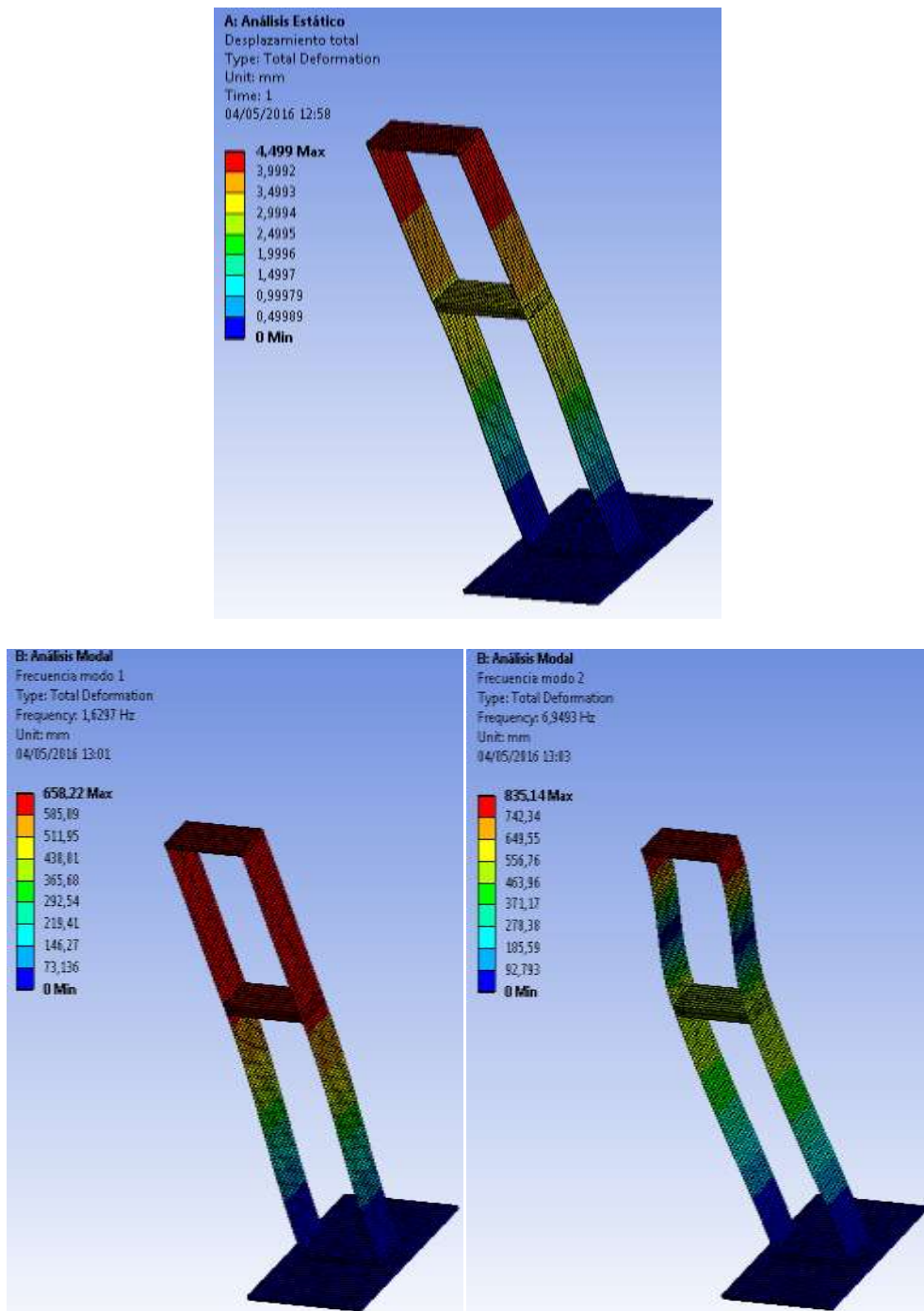


Figura 6.3 Deformación total tras la segunda calibración

Cabe destacar que en este capítulo únicamente se muestran las calibraciones y resultados para el caso estático y modal, estando presente el caso dinámico en el último capítulo.





# Capítulo 7. Caracterización dinámica de la estructura

## 7.1. Determinación de la respuesta espectral

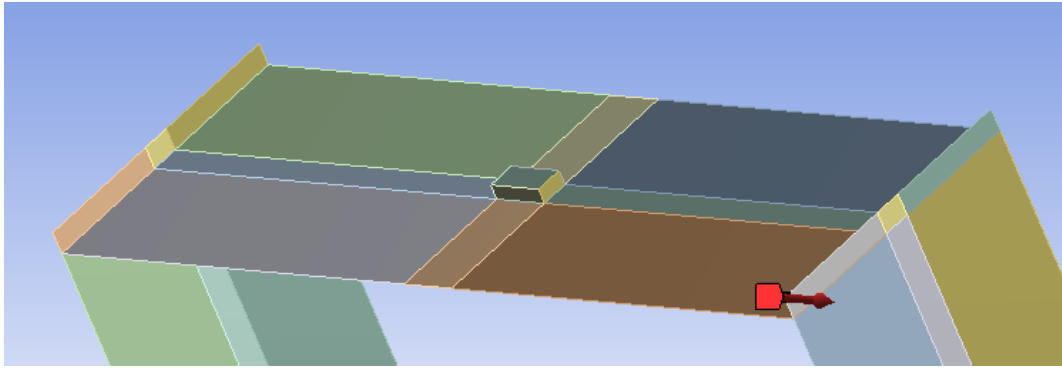
Al analizar con detenimiento la estructura, se espera que esta se comporte de manera parecida a un sistema de dos grados de libertad, debido a la forma en la que están distribuidas las masas en la estructura. Por tanto, existen dos frecuencias de resonancia o, lo que es lo mismo, dos frecuencias características que destacan sobre el resto.

Cabe recordar que se denomina frecuencia de resonancia a aquella frecuencia característica de un cuerpo o un sistema que alcanza el grado máximo de oscilación. De esta forma, cuando un sistema es excitado a una de sus frecuencias características, su vibración es la máxima posible, siendo responsable de este aumento de vibración el hecho de que el sistema entra en resonancia.

Dichas frecuencias se han determinado estudiando la respuesta espectral de la estructura. En concreto, se efectúa un análisis armónico, es decir, un tipo de análisis dinámico que nos proporciona desplazamientos, velocidades o aceleraciones en función de la frecuencia, permitiendo la obtención de la FRF. En este caso se elige obtener desplazamientos en función de la frecuencia.

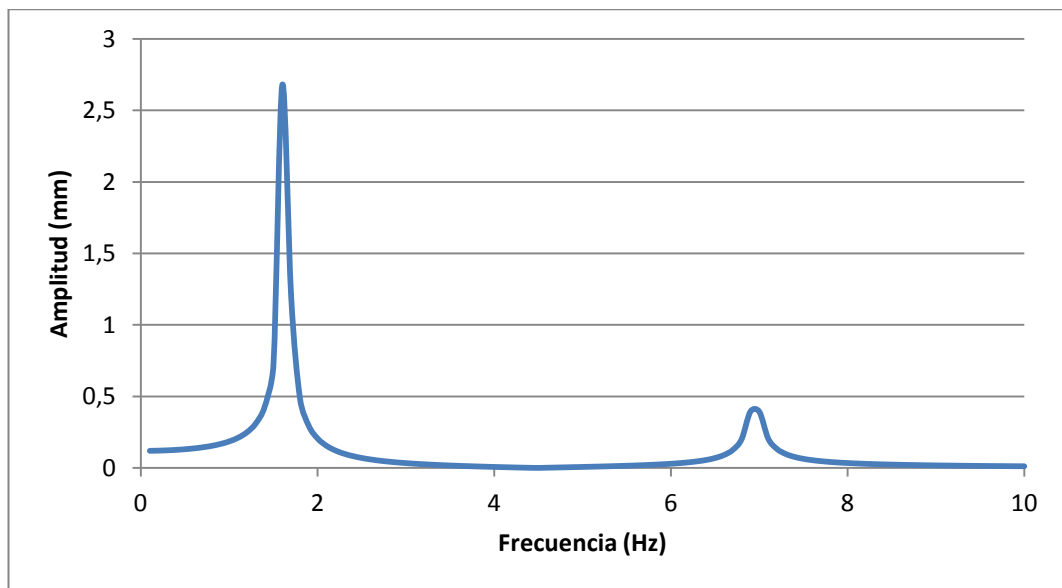
### 7.1.1. Análisis mediante la FRF

En este apartado, se muestran las FRF del piso superior e inferior. Para calcularlas, se fija un rango de frecuencias de 0 a 10 Hz y se crea un punto remoto en uno de los vértices superiores de la columna de 500 mm. En él se aplica la fuerza necesaria para que ANSYS detecte que las condiciones de contorno del análisis armónico estén completas. Dicha fuerza presenta una magnitud de 0,0265 N con componente únicamente horizontal (en el eje X).

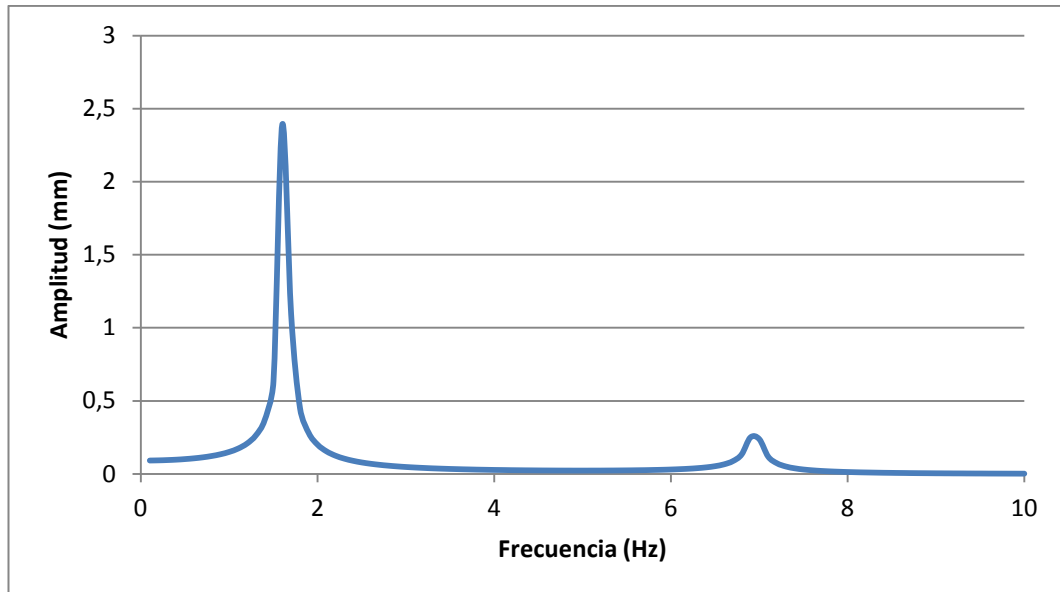


**Figura 7.1** Fuerza aplicada para medir las FRF (nótese que la misma queda representada por una flecha roja)

Cabe destacar que para posteriores FRF se emplea la misma fuerza y punto de aplicación que el mostrado en la figura anterior. Gracias a esta fuerza es posible simular la oscilación de la maqueta de edificio, la cual es consecuencia de empujar con la mano un lateral del mismo. Una vez hecho esto, ANSYS nos proporciona las correspondientes FRF.

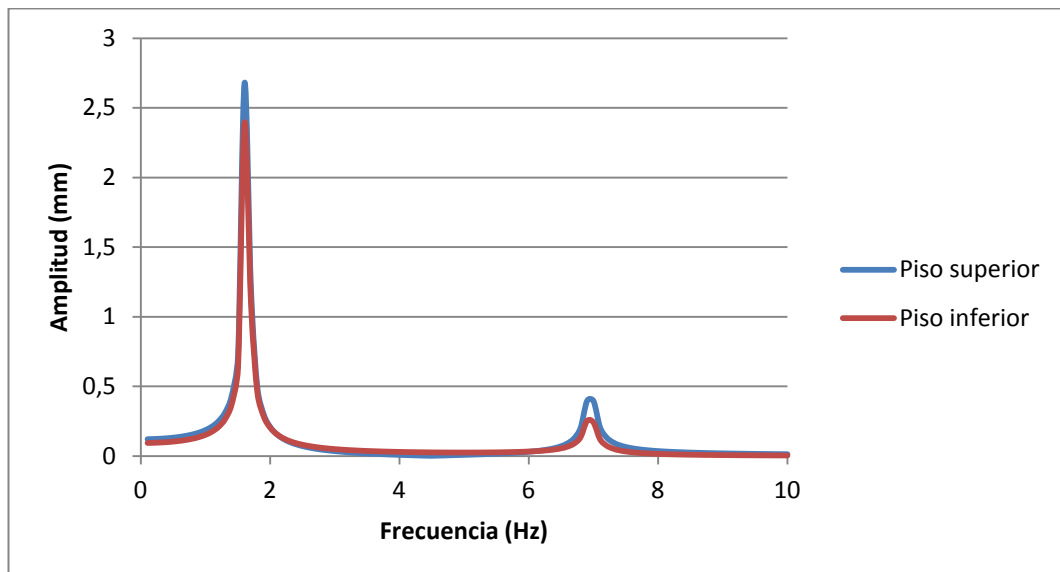


**Figura 7.2** FRF piso superior (la amplitud se corresponde con la deformación horizontal del edificio)



**Figura 7.3** FRF piso inferior (la amplitud se corresponde con la deformación horizontal del edificio)

A continuación se muestra una comparación de ambas:



**Figura 7.4** Comparación de las FRF de los pisos superior e inferior (la amplitud se corresponde con la deformación horizontal del edificio)

Como se puede comprobar en la gráfica, aparecen dos modos de resonancia, en los cuales el movimiento de los dos pisos es el máximo posible. Estos picos aparecen en 1,6 Hz y 6,9 Hz con valores de amplitud superiores a los 2 mm y 0,2 mm, respectivamente.

A continuación se muestran las deformadas de los dos modos de vibración:

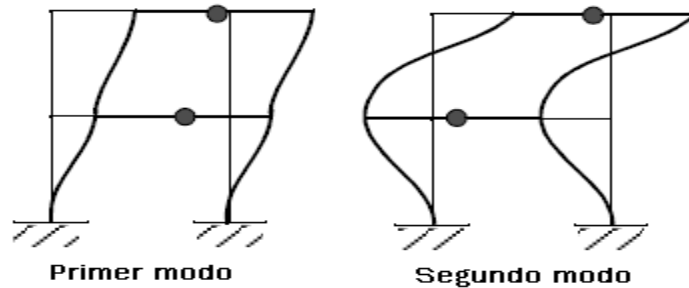


Figura 7.5 Deformadas de los modos de vibración de la estructura

## 7.2. Determinación del factor de amortiguamiento

En este apartado se trata el amortiguamiento estructural de los dos modos de vibración de la estructura. Dicho amortiguamiento es debido a las propiedades de los materiales de la estructura y, en menor medida, al viento.

Para ello, se tiene que introducir de forma manual en ANSYS el factor de amortiguamiento ( $\xi$ ), en nuestro caso del 1%, para posteriormente calcular dicho factor mediante dos métodos y comprobar, por tanto, que el coeficiente calculado se corresponde con el introducido manualmente en el software.

Estos dos métodos son los siguientes:

- Método basado en el ajuste de la exponencial.
- Método del ancho de banda de mitad de potencia.

Además, se hace también uso de un script de Matlab para comprobar que el factor de amortiguamiento calculado se corresponde con el introducido manualmente en ANSYS.

### 7.2.1. Determinación del factor de amortiguamiento mediante ajuste de la exponencial

En este primer método, se hace uso del mismo punto remoto mencionado en el apartado 7.1.1, en el que se aplica una fuerza dinámica de tipo armónico:

$$f(t) = f_0 * \text{sen}(\omega_n * t) \quad (7.1)$$

A  $f_0$  le asignamos un valor arbitrario de 300N, por lo que nos queda lo mostrado a continuación:

$$f(t) = 300 * \text{sen}(\omega_n * t) \quad (7.2)$$

Cabe destacar que dicha fuerza presenta únicamente componente horizontal (en el eje X), al igual que la mostrada en la Figura 7.1.

Como ya se sabe, la frecuencia de resonancia  $\omega_n$  cumple la siguiente expresión:

$$\omega_n = 2 * \pi * f_n \quad (7.3)$$

Siendo  $f_n$  la frecuencia correspondiente a cada uno de los dos modos de vibración que, como ya se dijo anteriormente, tiene los siguientes valores:

$$f_1 = 1,6297 \text{ Hz} \quad (7.4)$$

$$f_2 = 6,9493 \text{ Hz} \quad (7.5)$$

Por lo tanto, se tienen dos frecuencias de resonancia, una para cada modo:

$$\omega_1 = 2 * \pi * f_1 \quad (7.6)$$

$$\omega_2 = 2 * \pi * f_2 \quad (7.7)$$

Una vez caracterizada la fuerza armónica, se procede a la obtención del desplazamiento horizontal del edificio en función del tiempo. Para ello, se realiza un análisis transitorio en ANSYS con una duración de 60 segundos, en el que la fuerza actúa únicamente los 30 primeros segundos. Cabe destacar que con este tipo de análisis se obtienen desplazamientos, velocidades y aceleraciones en función del tiempo. En este caso se elige obtener desplazamientos en función del tiempo.

El fundamento de esto reside en conseguir que la estructura no esté excitada los últimos 30 segundos, con lo que oscila libremente hasta detenerse y, de esta forma, poder obtener la envolvente que nos permita calcular el factor de amortiguamiento.

Como ya se dijo en el capítulo 2, existen tres casos de amortiguamiento:

- Subamortiguado:  $0 \leq \xi \leq 1$
- Sobreamortiguado:  $\xi > 1$
- Crítico:  $\xi = 1$

En nuestro caso,  $\xi=1$ , por lo que estamos en un caso subamortiguado, siendo la ecuación que describe su movimiento, para un grado de libertad, la siguiente, enunciada con anterioridad en el capítulo 2:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[ x_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \text{sen}(\omega_d t) \right] \quad (7.8)$$

Dónde recordemos que  $\omega_d$  representa la frecuencia amortiguada, cumpliendo esta la siguiente expresión:

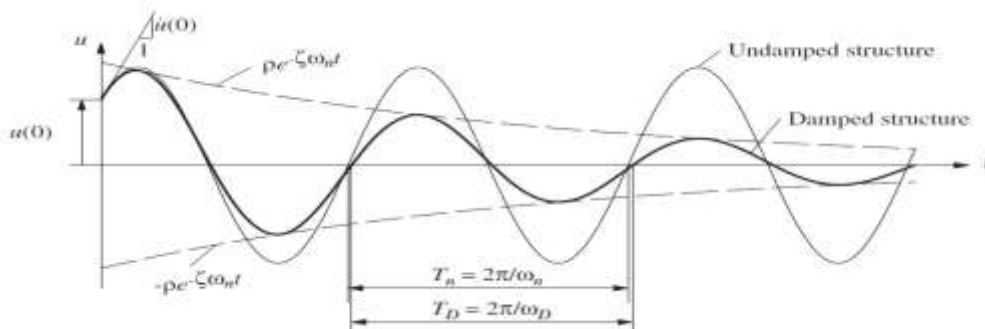
$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (7.9)$$

En la anterior expresión, lo contenido entre corchetes toma un valor constante, por lo que tenemos:

$$A = \left[ x_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \text{sen}(\omega_d t) \right] \quad (7.10)$$

Quedando la expresión (7.8) de la siguiente forma:

$$x(t) = A e^{-\xi\omega_n t} \quad (7.11)$$



**Figura 7.6** Efectos del amortiguamiento en oscilación libre (Capítulo 2, Anil K.Chopra: "Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering")

Haciendo uso de la ecuación (7.11), se obtienen ecuaciones de las curvas envolventes de la Figura 7.6. Como se puede observar, esta ecuación es análoga a la ecuación de regresión exponencial de Excel, la cual sigue la siguiente expresión:

$$y = Ae^{Bx} \quad (7.12)$$

donde B representa el exponente de la curva envolvente exponencial.

De esta forma, si se determinan las ecuaciones de regresión para ambos modos, se puede calcular el factor de amortiguamiento de la siguiente forma:

$$B = -\xi\omega_n \quad (7.13)$$

$$\xi = \frac{-B}{\omega_n} \quad (7.14)$$

Cabe destacar el hecho de que a la hora de obtener las ecuaciones de regresión exponencial para ambos modos, únicamente se representan los seis picos mayores, comprendidos entre 35 y 40 segundos, de la curva envolvente de máximos.

Siguiendo lo citado con anterioridad, se muestra el proceso de obtención del factor de amortiguamiento para ambos modos:

#### Modo 1

La frecuencia de este modo es la mostrada en la expresión (7.4), por lo que la frecuencia de resonancia es:

$$\omega_1 = 2 * \pi * 1,6297 \quad (7.15)$$

Siendo la fuerza de excitación a aplicar, en este caso, la siguiente:

$$f(t) = 300 * \text{sen}(2 * \pi * 1,6297 * t) \quad (7.16)$$

Con todo esto, se obtiene la siguiente solución en desplazamientos horizontales:

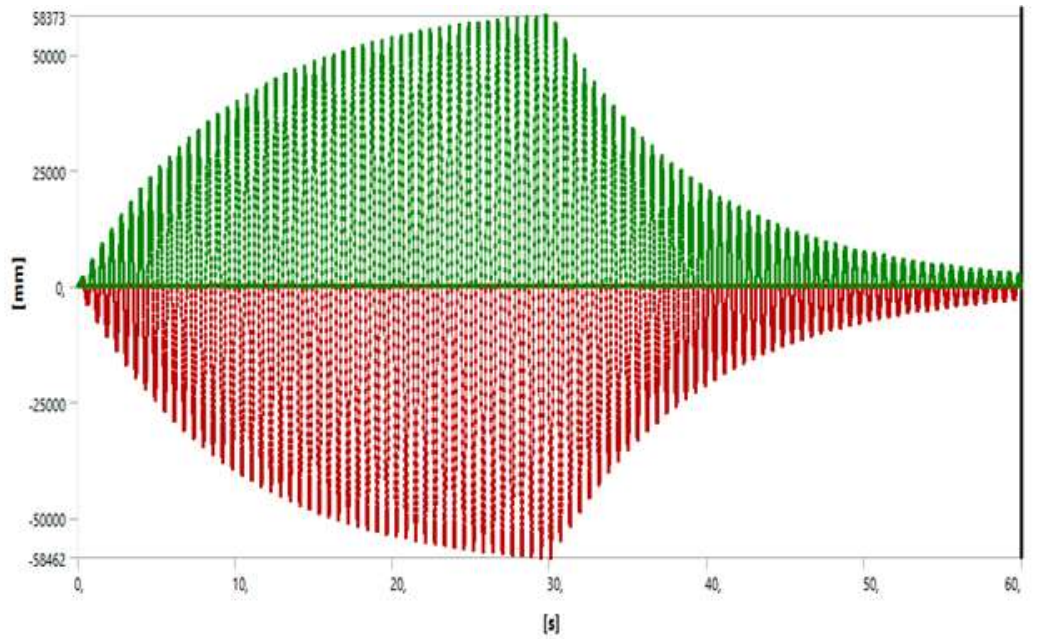


Figura 7.7 Desplazamiento horizontal del edificio en el primer modo de vibración

Los picos necesarios de la curva envolvente, junto con la ecuación de regresión exponencial, son los mostrados a continuación:

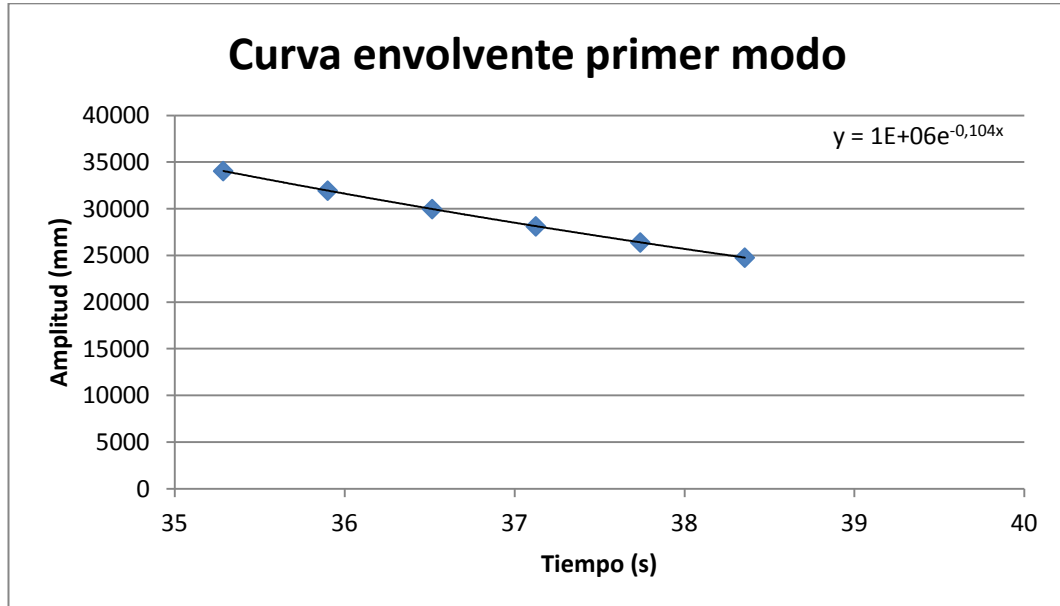


Figura 7.8 Ajuste de la curva exponencial en el primer modo



Por lo tanto, aplicando la ecuación (7.14), se tiene:

$$\xi = \frac{-B}{\omega_1} = \frac{-(-0,104)}{2 * \pi * 1,6297} = \frac{0,104}{2 * \pi * 1,6297} = 0,01 = 1\% \quad (7.17)$$

Como se puede ver, el factor de amortiguamiento calculado mediante ajuste de la exponencial coincide con el introducido manualmente en ANSYS.

### Modo 2

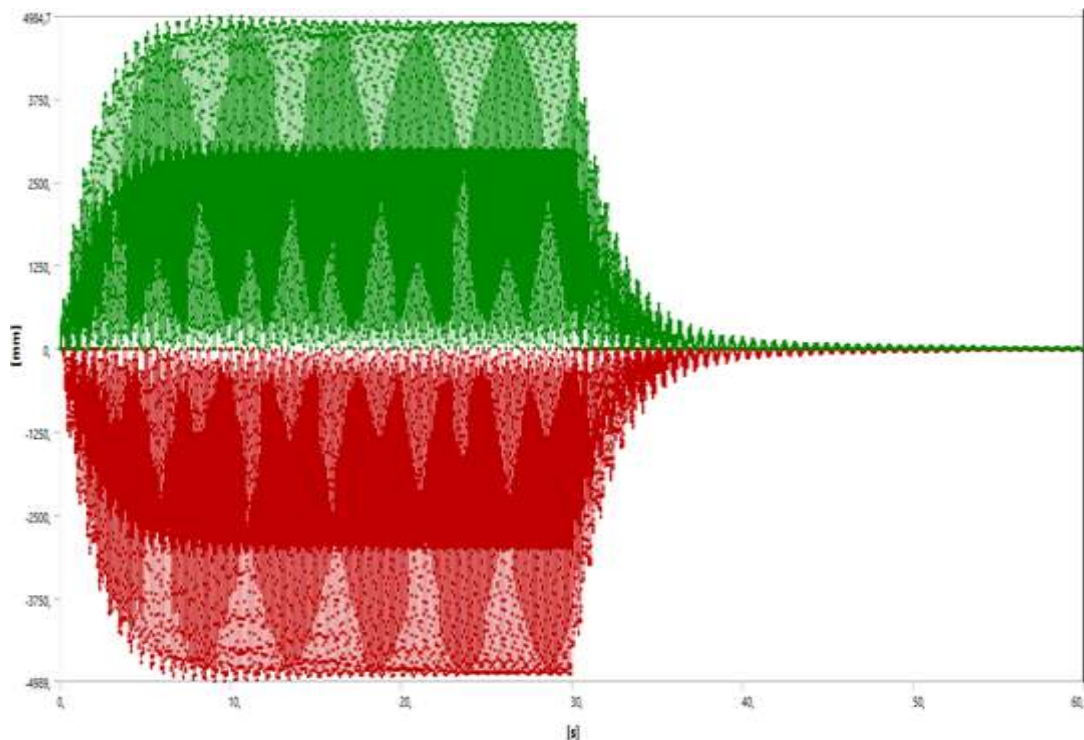
La frecuencia de este modo es la mostrada en la expresión (7.5), por lo que la frecuencia de resonancia es:

$$\omega_2 = 2 * \pi * 6,9493 \quad (7.18)$$

Siendo la fuerza de excitación a aplicar, en este caso, la siguiente:

$$f(t) = 300 * \text{sen}(2 * \pi * 6,9493 * t) \quad (7.19)$$

Con todo esto, se obtiene la siguiente solución en desplazamientos horizontales:



**Figura 7.9** Desplazamiento horizontal del edificio en el segundo modo de vibración

Los picos necesarios de la curva envolvente, junto con la ecuación de regresión exponencial, son los mostrados a continuación:

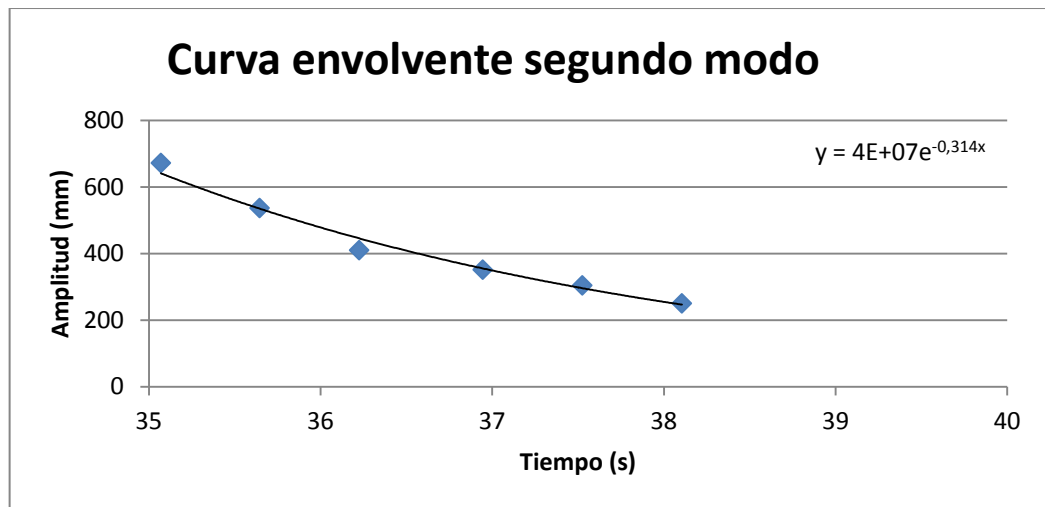


Figura 7.10 Ajuste de la curva exponencial en el segundo modo

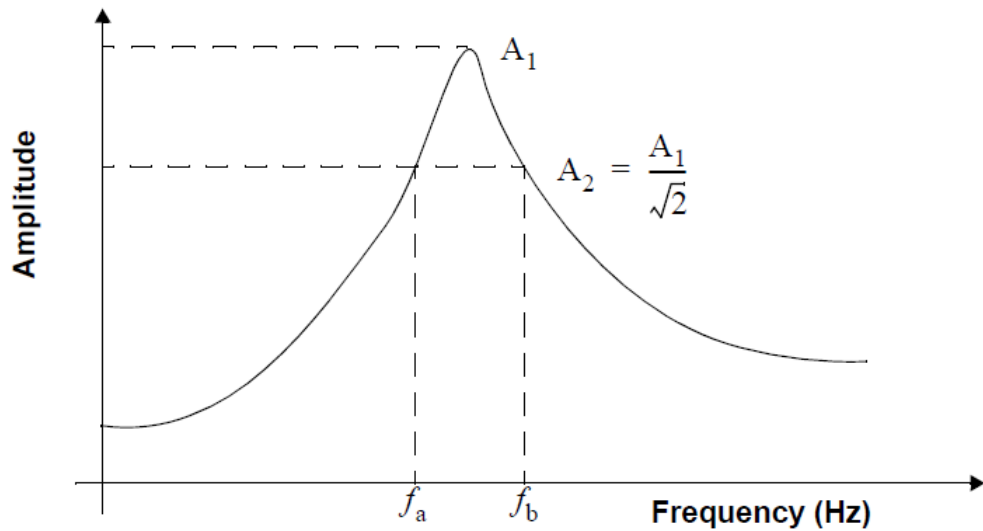
Por lo tanto, aplicando la ecuación (7.14), se tiene:

$$\xi = \frac{-B}{\omega_2} = \frac{-(-0,314)}{2 * \pi * 6,9493} = \frac{0,314}{2 * \pi * 6,9493} = 0,01 = 1\% \quad (7.20)$$

Como podemos ver, el factor de amortiguamiento calculado mediante ajuste de la exponencial coincide con el introducido manualmente en ANSYS.

### 7.2.2. Determinación del factor de amortiguamiento mediante el método del ancho de banda de mitad de potencia

En este método resulta fundamental el uso de la función de respuesta en frecuencia (FRF).



**Figura 7.11** Método del ancho de banda de mitad de potencia (Capítulo 3, Anil K.Chopra: "Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering")

Consiste, por tanto, en calcular las frecuencias en las que la amplitud de la función de transferencia  $A_2$  cumple:

$$A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad (7.21)$$

siendo  $A_1$  la amplitud del pico y  $f_a$ ,  $f_b$  las frecuencias asociadas con los puntos de mitad de potencia a ambos lados del pico. La obtención de las citadas frecuencias nos permite calcular el factor de amortiguamiento haciendo uso de la siguiente expresión:

$$\xi = \frac{f_b - f_a}{f_b + f_a} \quad (7.22)$$

En nuestro caso, hacemos uso de la FRF del piso superior, graficada en la Figura 7.2. A continuación se muestra el procedimiento aplicado para los dos modos de vibración:

#### Modo 1

En primer lugar, se ve que el primer pico aparece a la frecuencia de resonancia de 1,6 Hz, con una amplitud de:

$$A_1 = 2,6772 \text{ mm} \quad (7.23)$$

Por lo tanto, la amplitud  $A_2$  es:

$$A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = \frac{2,6772}{\sqrt{2}} = 1,893 \text{ mm} \quad (7.24)$$

Ahora, con la amplitud  $A_2$  se entra en la FRF y se comprueba que frecuencias poseen dicha amplitud, es decir, las frecuencias  $f_a$  y  $f_b$ :

$$f_a = 1,55 \text{ Hz} \quad (7.25)$$

$$f_b = 1,65 \text{ Hz} \quad (7.26)$$

Con todo esto, se tiene el siguiente factor de amortiguamiento:

$$\xi = \frac{f_b - f_a}{f_b + f_a} = \frac{1,65 - 1,55}{1,65 + 1,55} = 0,03125 = 3,125\% \quad (7.27)$$

## Modo 2

En primer lugar, se ve que el segundo pico aparece a la frecuencia de resonancia de 6,9 Hz, con una amplitud de:

$$A_1 = 0,39463 \text{ mm} \quad (7.28)$$

Por lo tanto, la amplitud  $A_2$  es:

$$A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{2}} = \frac{0,39463}{\sqrt{2}} = 0,279 \text{ mm} \quad (7.29)$$

Ahora, con la amplitud  $A_2$  se entra en la FRF y se comprueba que frecuencias poseen dicha amplitud, es decir, las frecuencias  $f_a$  y  $f_b$ :

$$f_a = 6,8 \text{ Hz} \quad (7.30)$$

$$f_b = 7 \text{ Hz} \quad (7.31)$$

Con todo esto, se tiene el siguiente factor de amortiguamiento:

$$\xi = \frac{f_b - f_a}{f_b + f_a} = \frac{7 - 6,8}{7 + 6,8} = 0,014 = 1,4\% \quad (7.32)$$

Como se puede ver, los valores obtenidos mediante este método no se corresponden con el amortiguamiento del 1% introducido manualmente en ANSYS. Además, difieren notablemente de los calculados mediante ajuste de la exponencial. Esto se debe a que estamos en un caso subamortiguado y, por tanto, el amortiguamiento del sistema es pequeño, siendo problemático este hecho ya que el método de ancho de banda de mitad de potencia proporciona errores significativos en estos casos.

La falta de precisión de este último método se debe al hecho de que cuanto menor es el factor de amortiguamiento, los picos de la FRF son más estrechos, siendo mayor la probabilidad de errar al coger las frecuencias con amplitud  $A_2$ . Por este motivo, las frecuencias utilizadas para calcular el amortiguamiento son aproximadas.

Para finalizar este capítulo, destacar que para amortiguamientos pequeños resulta más fiable el método de ajuste de la exponencial.



# Capítulo 8. Uso del modelo calibrado para estimar respuestas ante excitaciones no medidas

## 8.1. Introducción

En este último capítulo se va a avanzar en el análisis dinámico, el cual ya se inició en el capítulo anterior cuando calculamos la FRF y detallamos los dos métodos empleados para comprobar la veracidad del amortiguamiento estructural introducido. Para ello, se va a estudiar ahora las aceleraciones que aparecen en el forjado superior del piso de arriba de la maqueta consecuencia de la actuación de una determinada fuerza dinámica. Además, cabe destacar que se hace uso de un amortiguador de masa sintonizado, conocido con las siglas de TMD.

## 8.2. Amortiguador de masa sintonizado (TMD)

Un TMD es un dispositivo pasivo empleado para mitigar vibraciones. Se dice que es pasivo debido a que no requiere de un suministro de energía, ya que las fuerzas que ejerce sobre la estructura son consecuencia del movimiento de la misma. Estamos hablando, por tanto, de un sistema formado por una serie de elementos, donde las características de los mismos tienen que tener unos valores óptimos para que mitiguen las vibraciones de una determinada frecuencia. Una vez encontrados dichos valores, se puede afirmar que el dispositivo está sintonizado.

### 8.2.1. Descripción física

El TMD utilizado en nuestro estudio está compuesto por cinco elementos:

- Bastidor.
- Regla.
- Soporte empleado para fijar la regla al bastidor.
- Soporte imán.
- Soporte placa.

A continuación se describen detalladamente cada uno de estos elementos:

### Bastidor

Se trata de una barra de aluminio doblada 90° con forma de L. Tiene una longitud de 420 mm, una altura de 100 mm y un espesor de 10 mm, tanto en la dirección del papel como en la dirección normal a él. Presenta dos orificios, en los cuales se alojan los tornillos que permiten la unión con el soporte que fija la regla y posee una masa de 133,9 g y un volumen de 46000 mm<sup>3</sup>.



**Figura 8.1** Bastidor

### Regla

Se trata de una pequeña placa de acero rectangular de 392 mm de longitud, 26 mm de anchura y 0,6 mm de espesor. Presenta un orificio en cada extremo y tiene una masa de 52,4 g y un volumen de 6115,2 mm<sup>3</sup>.



**Figura 8.2** Regla



### Soporte empleado para fijar la regla al bastidor

Se trata de una pequeña barra de aluminio de 50 mm de longitud, 10 mm de anchura y 10 mm de espesor. Presenta dos orificios, en los cuales se alojan los tornillos que permiten la unión con el bastidor y posee una masa de 13,8 g y un volumen de 5000 mm<sup>3</sup>.



**Figura 8.3** Soporte empleado para fijar la regla al bastidor

### Soporte imán

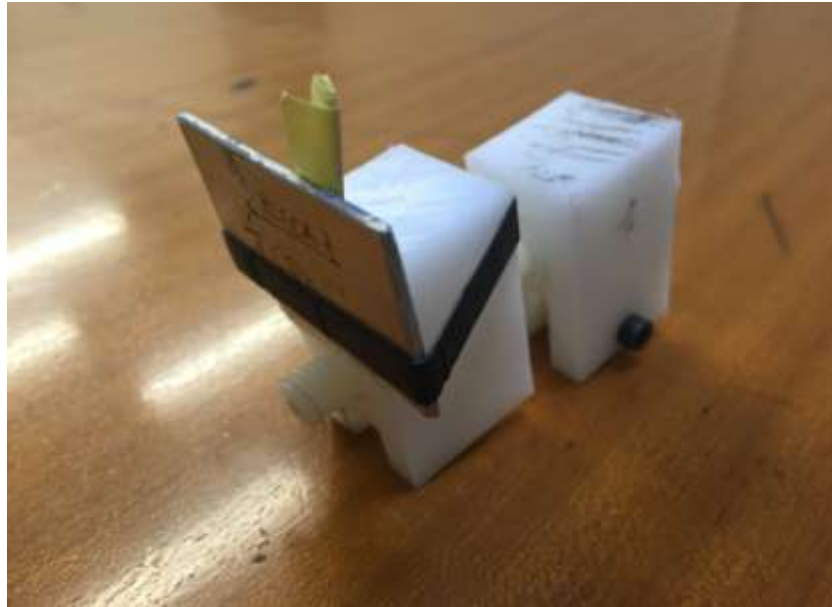
Está compuesto por 13 tuercas de acero, 2 elementos donde se encuentran alojadas las tuercas y un imán. Cada tuerca tiene una masa de 10 g, los elementos donde se alojan las mismas una masa de 8,5 g cada uno y el imán una masa de 26 g. En conjunto, se tiene una masa de 173 g. Debido a su complicada geometría, en ANSYS se modela mediante un elemento simplificado de 4472 mm<sup>3</sup>.



**Figura 8.4** Tuerca, elemento donde se alojan las tuercas e imán

#### Soporte placa

Está compuesto por un elemento de plástico al cual va unido, mediante una goma, una placa de aluminio. Dicho soporte se encuentra unido al bastidor y posee una masa de 72,3 g. Debido a su complicada geometría, en ANSYS se modela mediante un elemento simplificado de  $1739 \text{ mm}^3$ .



**Figura 8.5** Soporte placa

Para poder lograr las citadas masas en ANSYS, se asignan a cada uno de los elementos un material cuya densidad se corresponda con su masa y volumen, siendo las siguientes sus propiedades físicas:

#### Bastidor

- $\rho$ : 2910,9 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 \cdot 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

#### Regla

- $\rho$ : 8568,8 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $2,1 \cdot 10^{11}$  Pa.
- $\nu$ : 0,3.

#### Soporte empleado para fijar la regla al bastidor

- $\rho$ : 2760 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 \cdot 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

#### Soporte imán

- $\rho$ : 38193,2 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $2,1 \cdot 10^{11}$  Pa.
- $\nu$ : 0,3.

### Soporte placa

- $\rho$ : 41575,6 Kg/m<sup>3</sup>.
- E:  $7 \cdot 10^{10}$  Pa.
- $\nu$ : 0,35.

Para terminar este apartado, se muestra el TMD montado en su conjunto, destacando el hecho de que la amortiguación se consigue gracias al campo magnético opuesto que se genera entre la placa y el imán, responsable de que tras un determinado tiempo cese el movimiento de la regla, ya que el imán y la placa se atraen.



**Figura 8.6** TMD empleado en el análisis dinámico

## 8.2.2. Modelado en ANSYS

Para modelar el TMD en el software, se vuelve a hacer uso de elementos SHELL. A continuación se muestran los pasos que se siguen para obtener dicho dispositivo de forma computacional.

### Bastidor

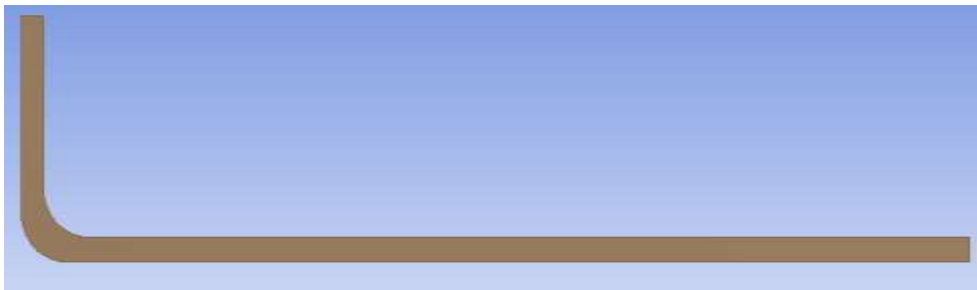
Se tiene que medir la distancia existente entre el mismo y el lateral del edificio, siendo ésta de 120 mm, y la existente con la parte de atrás del forjado, siendo ésta de 125 mm. Posteriormente, se siguen los siguientes pasos:

- Primero. Se crea un plano normal al forjado superior del piso superior, a 120 mm de distancia del lateral.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.7** Sketch empleado en la creación del bastidor

- Tercero. Se extruye 10 mm el mencionado sketch y se obtiene su superficie media, lográndose el siguiente resultado:

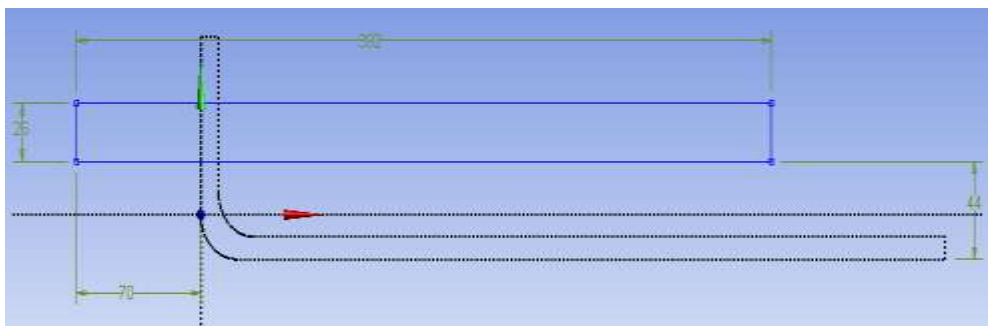


**Figura 8.8** Bastidor modelado en ANSYS

### Regla

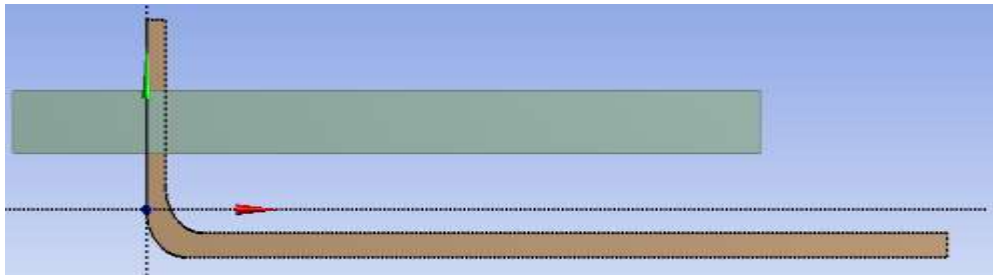
Se tiene que medir la distancia entre la misma y el forjado superior del piso superior, siendo ésta de 44 mm, y la existente entre el extremo de la misma y el bastidor, siendo ésta de 70 mm. Posteriormente, se siguen los siguientes pasos:

- Primero. Se crea un plano en la superficie media del bastidor.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.9** Sketch empleado en la creación de la regla

- Tercero. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, obteniéndose el siguiente resultado:

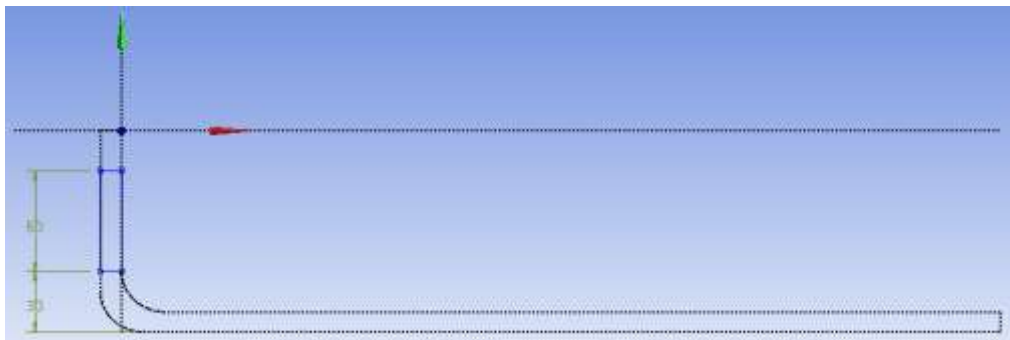


**Figura 8.10** Regla modelada en ANSYS (nótese que también se muestra el bastidor modelado con anterioridad)

### Soporte empleado para fijar la regla al bastidor

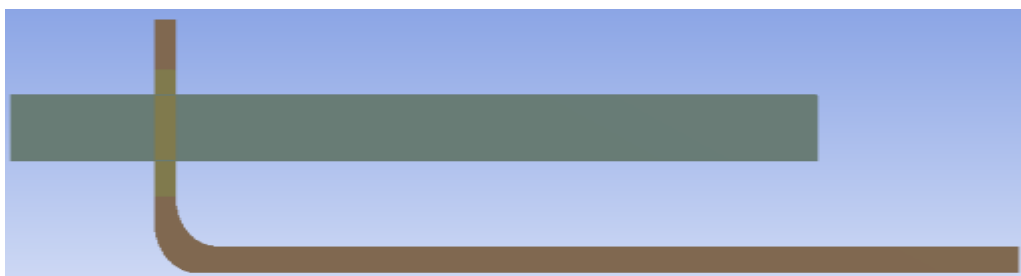
Se tiene que medir la distancia entre el mismo y el forjado superior del piso superior, siendo ésta de 30 mm. Posteriormente, se siguen los siguientes pasos:

- Primero. Se crea un plano en la esquina superior derecha de la superficie media del bastidor.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.11** Sketch empleado en la creación del soporte empleado para fijar la regla al bastidor

- Tercero. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, obteniéndose el siguiente resultado:

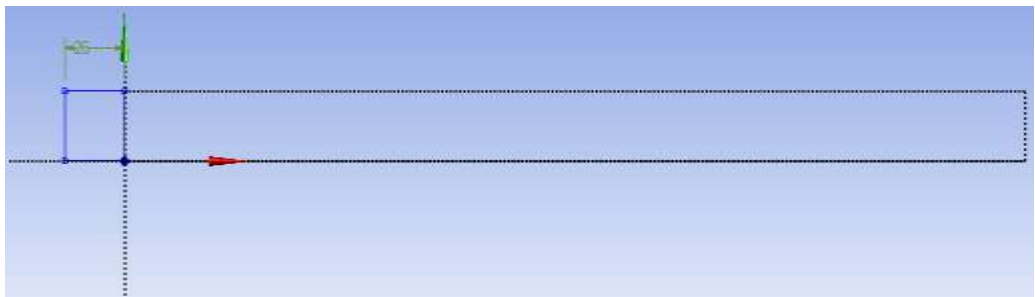


**Figura 8.12** Soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor y la regla modeladas con anterioridad)

## Soporte imán

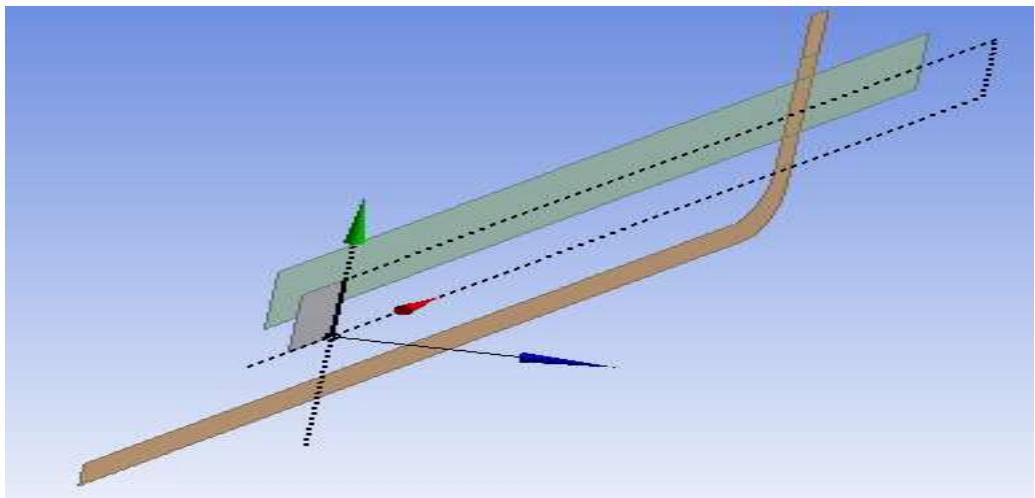
Como ya se dijo con anterioridad, este soporte se modela mediante una serie de elementos simples, debido a su complicada geometría. Es preciso seguir los siguientes pasos:

- Primero. Se crea un plano con origen en la esquina inferior izquierda de la regla, pero a una distancia de 15 mm de ésta.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



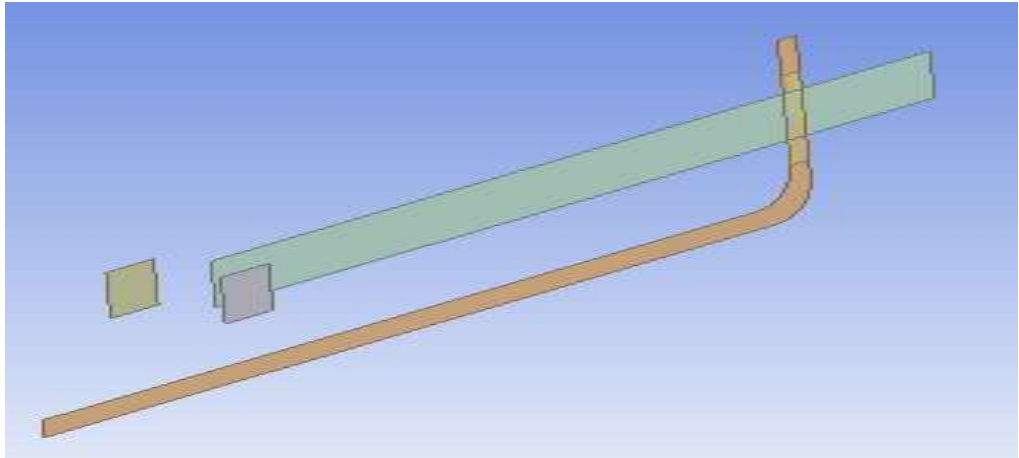
**Figura 8.13** Sketch empleado en la creación del primer elemento perteneciente al soporte imán

- Tercero. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



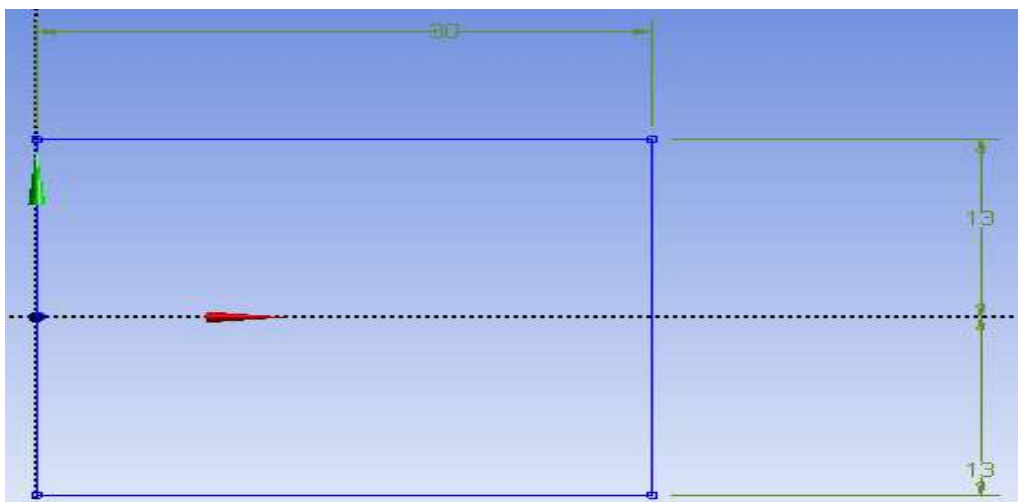
**Figura 8.14** Primer elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad)

- Cuarto. Se traslada 30 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



**Figura 8.15** Segundo elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad)

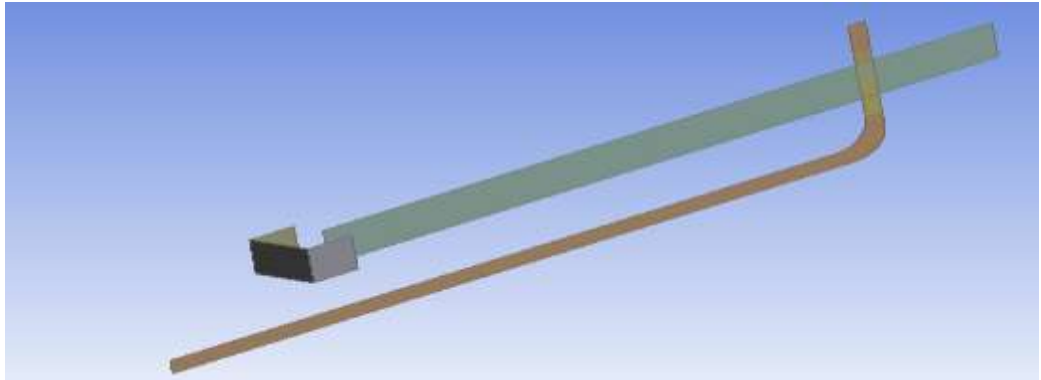
- Quinto. Se crea un plano con origen en el centroide de la arista del elemento anteriormente creado.
- Sexto. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.16** Sketch empleado en la creación del tercer elemento perteneciente al soporte imán

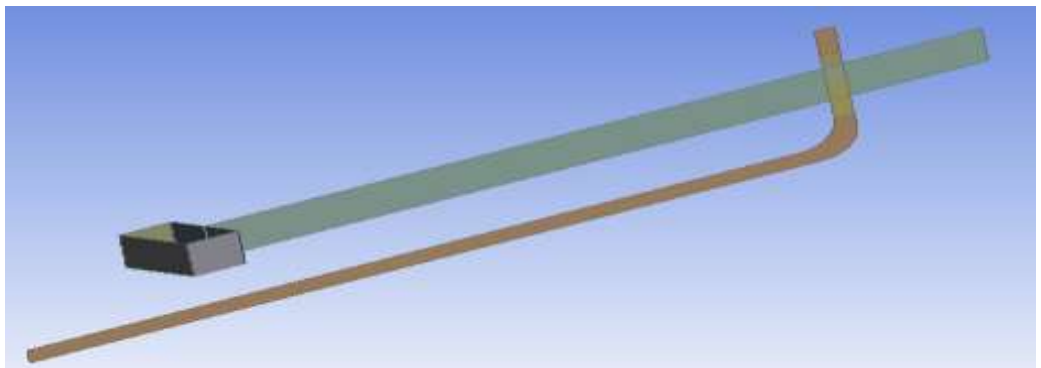
- Séptimo. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:





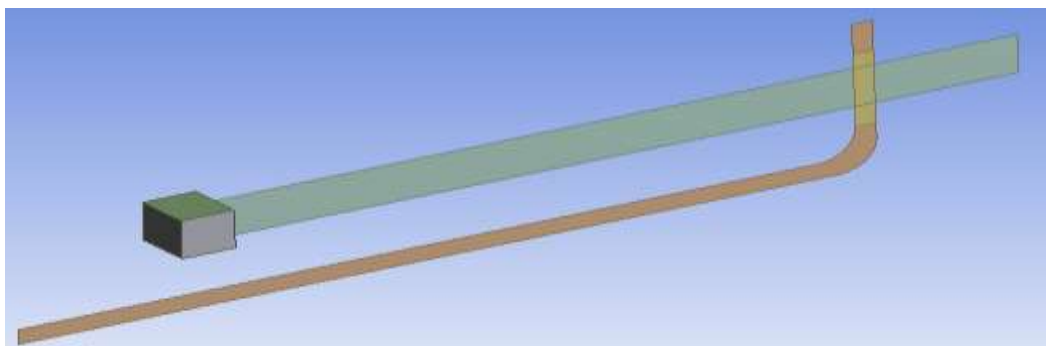
**Figura 8.17** Tercer elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad)

- Octavo. Se traslada 26 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



**Figura 8.18** Cuarto elemento perteneciente al soporte imán modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad)

- Noveno. Se generan dos superficies, una seleccionando las cuatro aristas superiores y otra seleccionando las cuatro inferiores, obteniéndose lo mostrado a continuación:

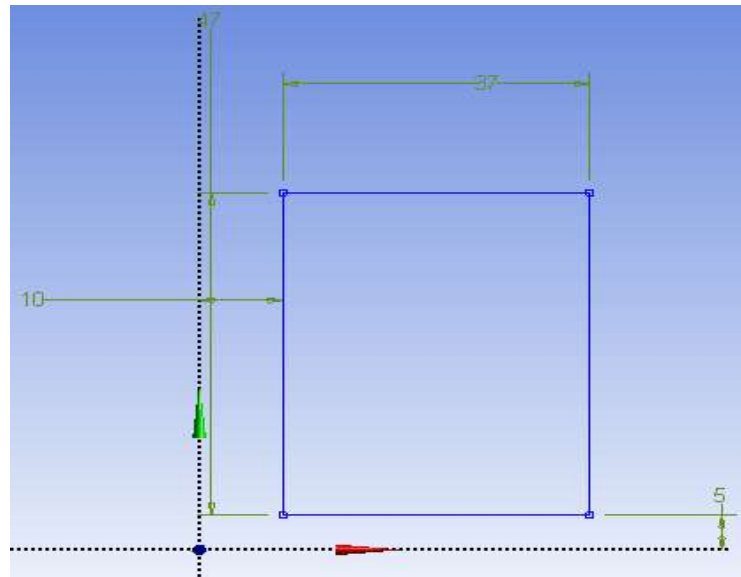


**Figura 8.19** Quinto y sexto elemento pertenecientes al soporte imán modelados en ANSYS (nótese que también se muestran el bastidor, la regla y el soporte empleado para fijar la regla al bastidor modelados con anterioridad)

### Soporte placa

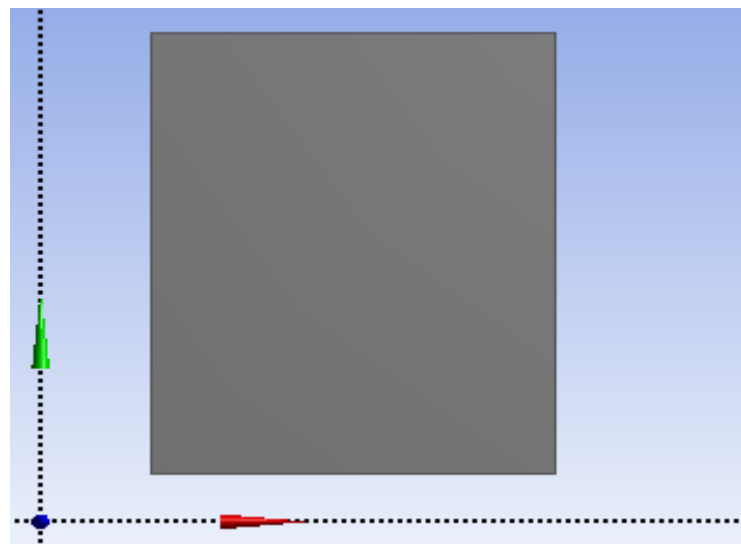
Al igual que en el caso anterior, se trabaja con un elemento simplificado en vez de con la geometría real. Se sigue el siguiente procedimiento:

- Primero. Se crea un plano en el centroide de una de las aristas verticales del bastidor.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.20** Sketch empleado en la creación del soporte placa

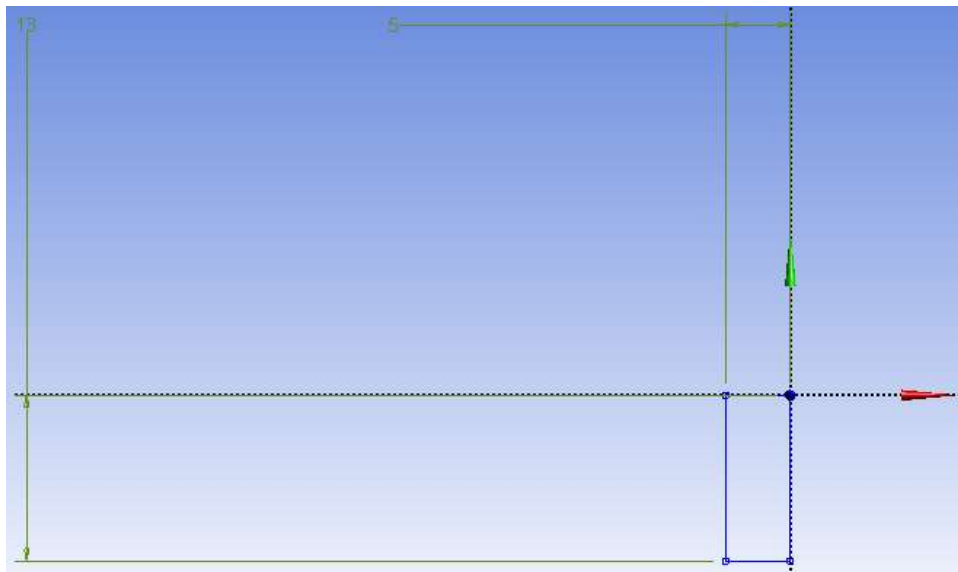
- Tercero. Se genera una superficie a partir del sketch anterior, obteniéndose lo siguiente:



**Figura 8.21** Soporte placa modelado en ANSYS

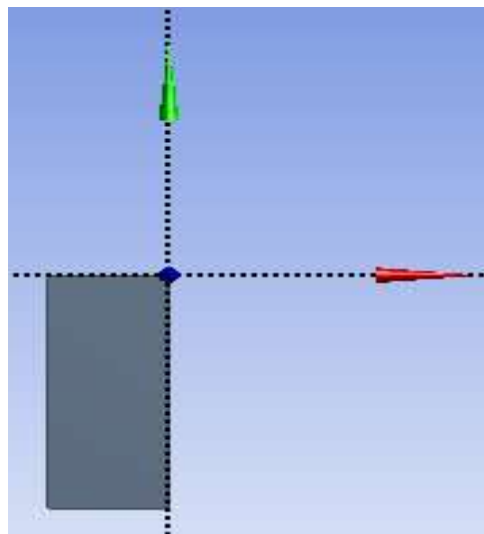
Para simular en ANSYS el amortiguamiento producido por el campo magnético existente entre el imán y la placa, se hace uso de un elemento muelle. Para lograrlo, resulta necesario añadir un pequeño elemento auxiliar al soporte imán para poder colocar el mismo, modelándose de la siguiente forma:

- Primero. Se crea un plano en el centroide de la arista vertical izquierda del soporte imán.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



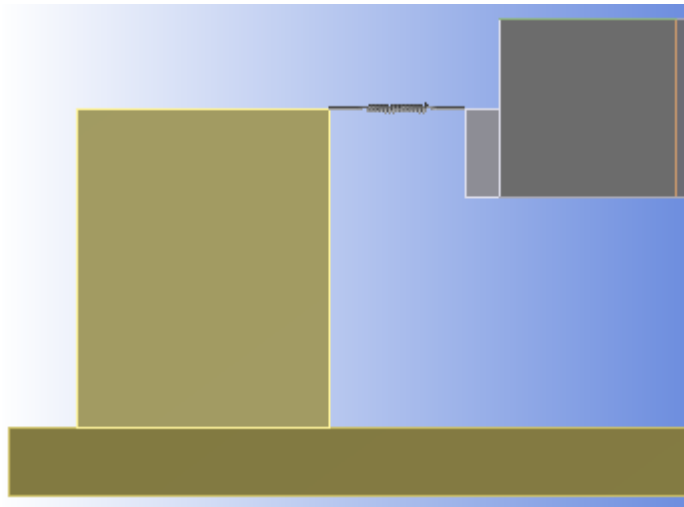
**Figura 8.22** Sketch empleado en la creación del elemento auxiliar

- Tercero. Se genera una superficie a partir del sketch anterior, dándose lugar a lo siguiente:



**Figura 8.23** Elemento auxiliar modelado en ANSYS

Una vez generado el elemento auxiliar, se coloca el muelle mostrado a continuación:



**Figura 8.24** Muelle empleado para simular el amortiguamiento del TMD

Como se conocen los parámetros del TMD, es decir, la masa del soporte imán (173g) y la frecuencia del primer modo con el edificio bloqueado y TMD desbloqueado (1,373 Hz), se puede calcular el coeficiente de amortiguamiento que se tiene que asignar al muelle haciendo uso de la ecuación (2.30):

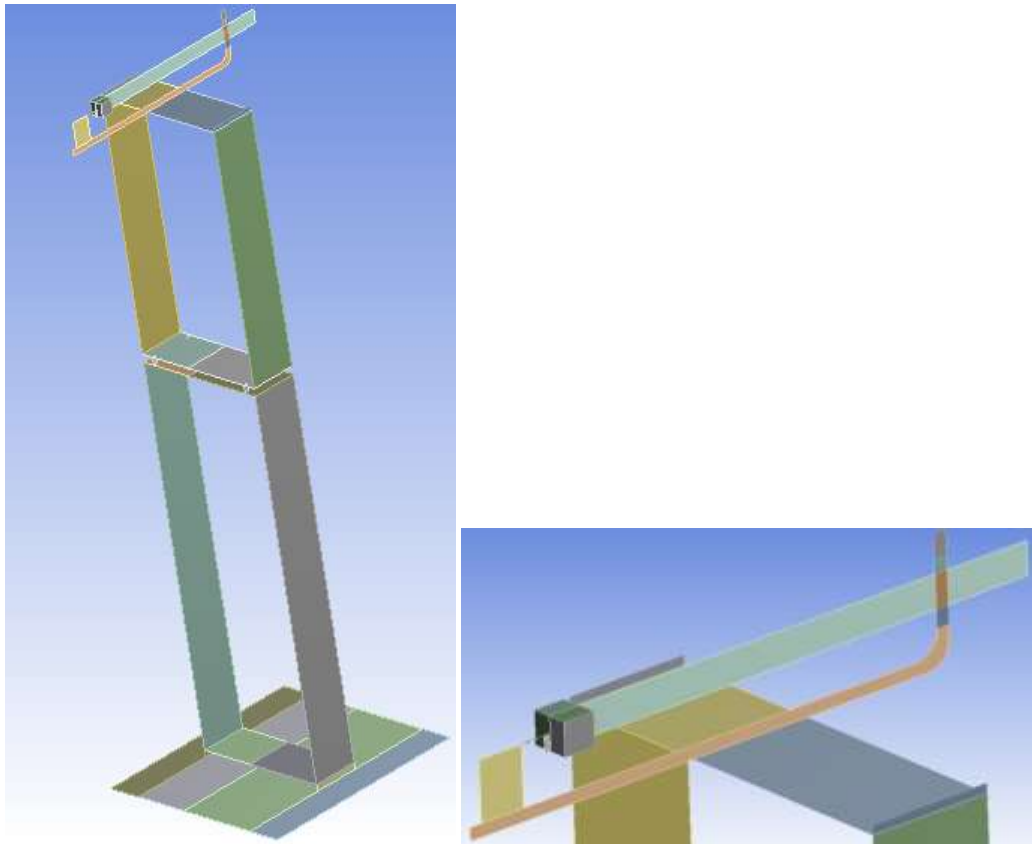
$$c = \xi * 2 * m * 2 * \pi * f_1 = 1 * 2 * 0,173 * 2 * \pi * 1,373 = 2,985 \frac{Ns}{m} \quad (8.1)$$

Además, se le asigna al mismo una rigidez de 0 N/m.

Una vez modelado el TMD en su totalidad, se pasa a obtener un mallado adecuado. Para lograrlo, como ya se dijo en el capítulo 5, es necesario que en las uniones entre los diversos elementos la malla comparta nodos comunes. Por este motivo, se proyectan las dos aristas horizontales del soporte empleado para fijar la regla al bastidor sobre el bastidor, las dos aristas horizontales de la regla sobre el bastidor y el soporte de fijación y la arista inferior del bastidor sobre el forjado superior del piso de arriba del edificio.

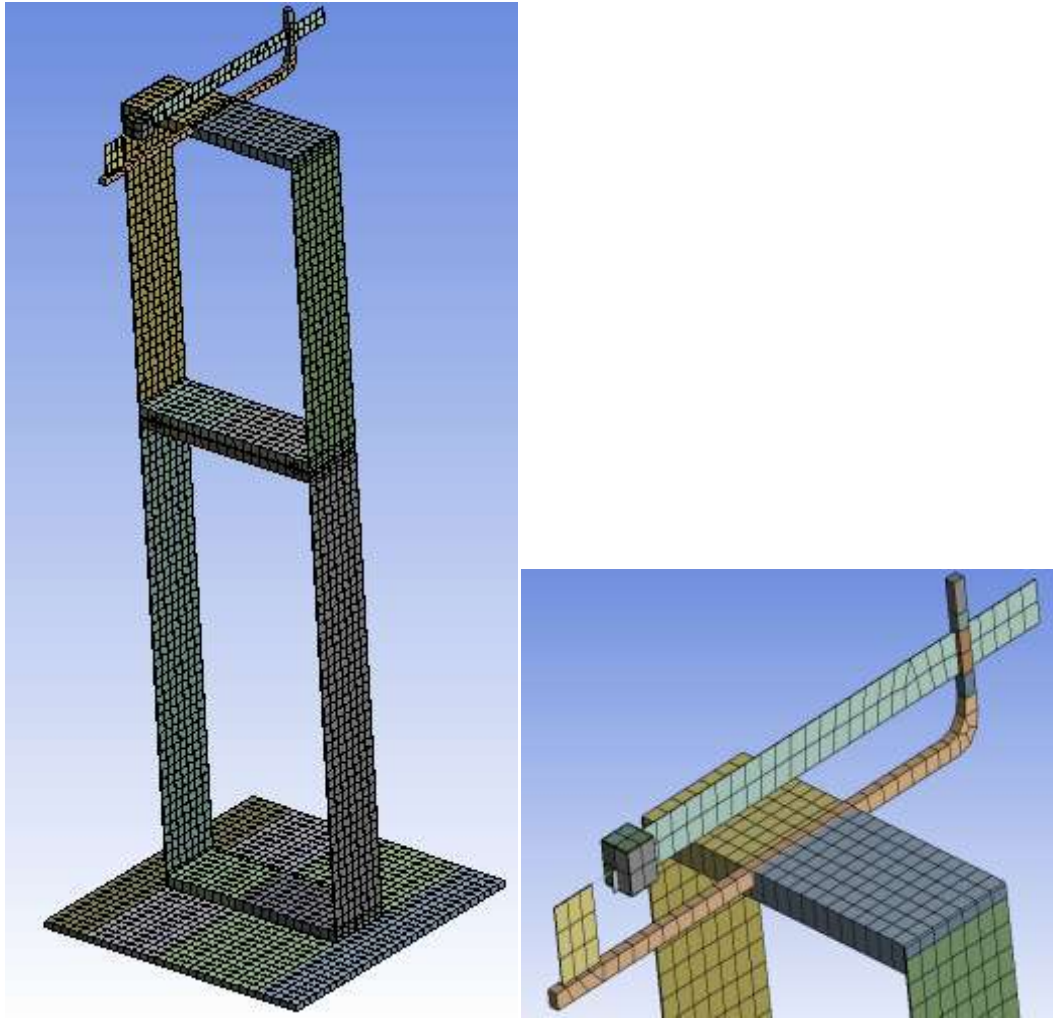
Una vez realizado esto, se tiene que comprobar que todas las aristas de todos los elementos del TMD pertenecen a todos los cuerpos, por lo que se crean planos situados en las proyecciones anteriormente mencionadas para posteriormente cortar todos los cuerpos del edificio por sendos planos. Además, también es necesario proyectar la arista vertical de la regla en contacto con el soporte imán sobre el mencionado soporte.

En la siguiente imagen se muestra una perspectiva del edificio con el TMD completamente modelado y, por tanto, preparado para generar la malla:



**Figura 8.25** Edificio con TMD modelado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle el TMD modelado)

Una vez realizado todo lo explicado anteriormente, se procede a generar la malla del modelo, obteniéndose el siguiente resultado:



**Figura 8.26** Edificio con TMD mallado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle el TMD mallado)

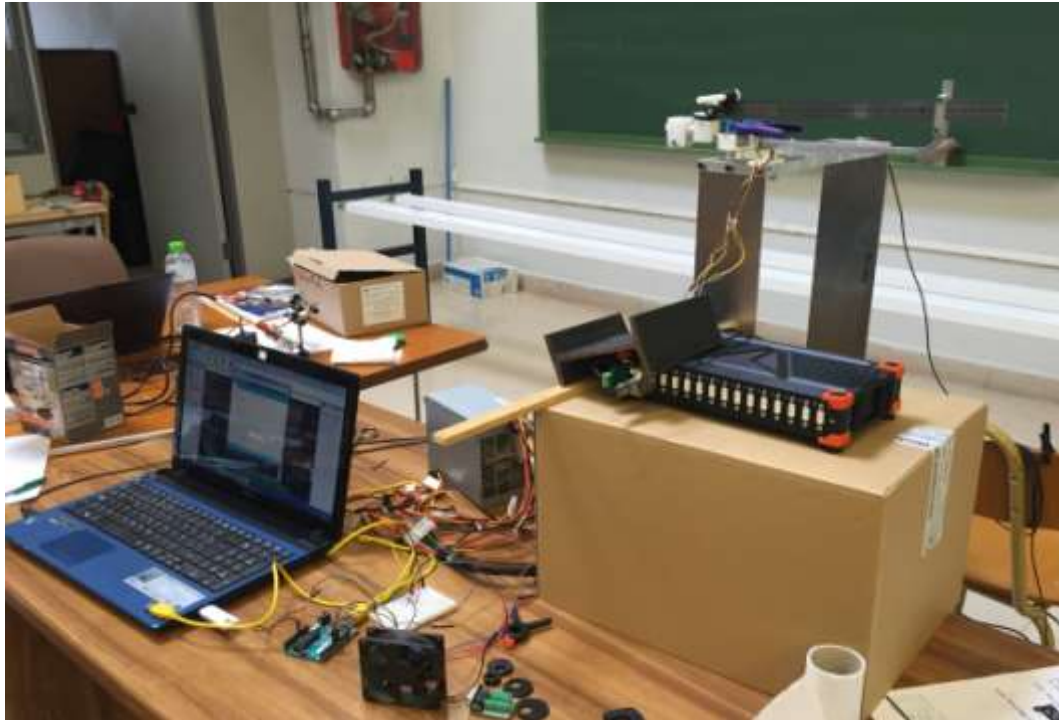
### 8.3. Modelo sísmico

Se va a abordar con profundidad en las siguientes líneas todo lo que antañe al modelo sísmico o, llamado de otra forma, movimiento de la base. Para ello, se va a simular un pequeño sismo en el edificio, consiguiendo esto excitando el forjado superior del piso superior. En primer lugar, se miden de forma experimental en el laboratorio las aceleraciones generadas, para posteriormente obtener las mismas de forma computacional efectuando un análisis transitorio, siendo preciso para ello preparar el modelo adecuadamente en el software.

El objetivo que se persigue es que ambas aceleraciones, obtenidas de forma experimental y computacional, resulten prácticamente idénticas, por lo que serán sometidas a comparación.

### 8.3.1. Sistema empleado en la medición de datos

El equipo utilizado en el laboratorio está compuesto por una célula de carga, una excéntrica, una fuente de alimentación, un ventilador, un acelerómetro y un ordenador. Dicho equipo se muestra completamente montado en la siguiente imagen:

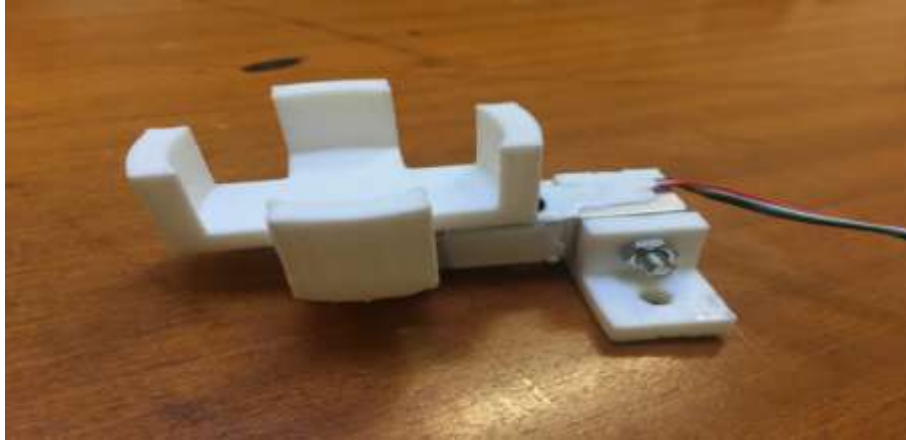


**Figura 8.27** Equipo empleado para obtener las aceleraciones de forma experimental

A continuación se analiza con detenimiento cada elemento:

#### Célula de carga

Se trata de un soporte en el cual va alojado la excéntrica. Se emplea para la lectura de la fuerza con la que se va a excitar el edificio y en la experimentación se encuentra unida al forjado.



**Figura 8.28** Célula de carga

### Excéntrica

Se trata de un pequeño motor, el cual genera la fuerza dinámica que nos permite simular el sismo mediante el movimiento del forjado superior del piso de arriba del edificio.



**Figura 8.29** Excéntrica (nótese que se encuentra alojada en la célula de carga)

### Fuente de alimentación

Se emplea para poner en movimiento la excéntrica y el ventilador, suministrándoles el voltaje necesario a ambos.

### Ventilador

Su función consiste en disipar el calor que se genera en la excéntrica al estar accionada un cierto periodo de tiempo.



### Acelerómetro

Se trata de un acelerómetro uniaxial empleado para medir las aceleraciones absolutas consecuencia del sismo. Se encuentra conectado en dirección horizontal en el punto medio de uno de los laterales del forjado superior del edificio, por lo que únicamente registra las aceleraciones horizontales.

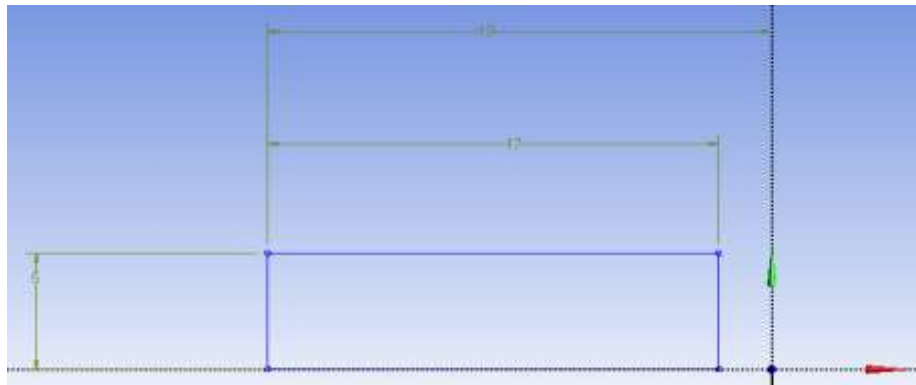
### Ordenador

En él se encuentra instalado el software DEWESoft, programa empleado para los registros de fuerza y aceleración. Dicho programa registra lo que percibe el acelerómetro uniaxial y la célula de carga al que están conectados. Es decir, genera un registro reproduciendo las fuerzas provocadas por la excéntrica y las aceleraciones generadas en el forjado, con mediciones cada 0,005 segundos.

## 8.3.2. Preparación del modelo en ANSYS

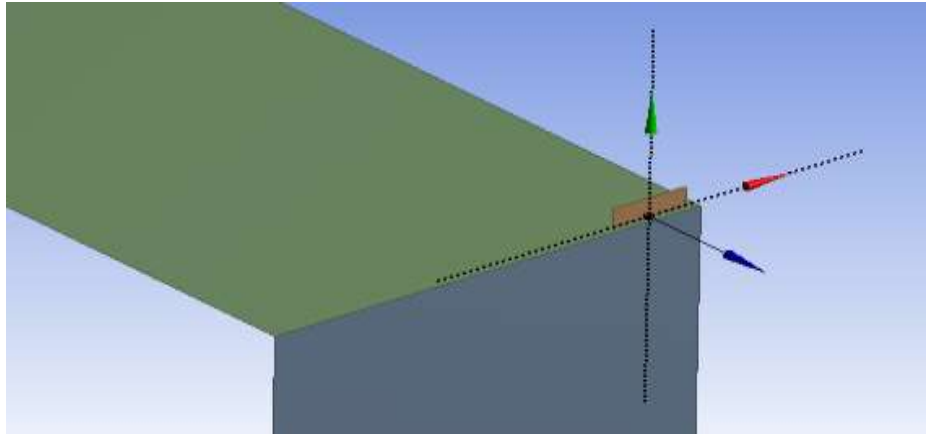
Para poder obtener las aceleraciones en ANSYS, se tienen que modelar previamente en el software tanto la célula de carga como la excéntrica. El objetivo de este apartado es mostrar los pasos a seguir para conseguir su modelado, siendo estos los siguientes:

- Primero. Se crea un plano en el forjado superior del edificio a 2 mm del lateral del mismo.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



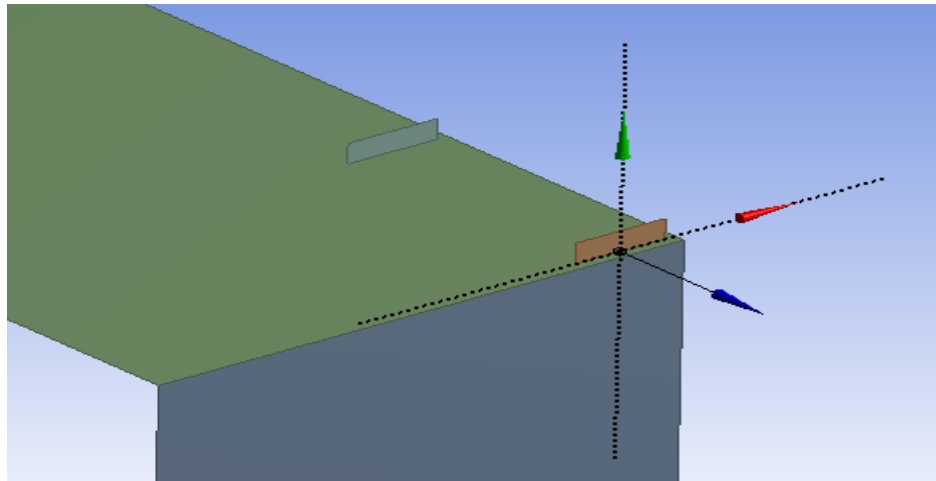
**Figura 8.30** Sketch empleado en la creación del primer elemento perteneciente a la célula de carga

- Tercero. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



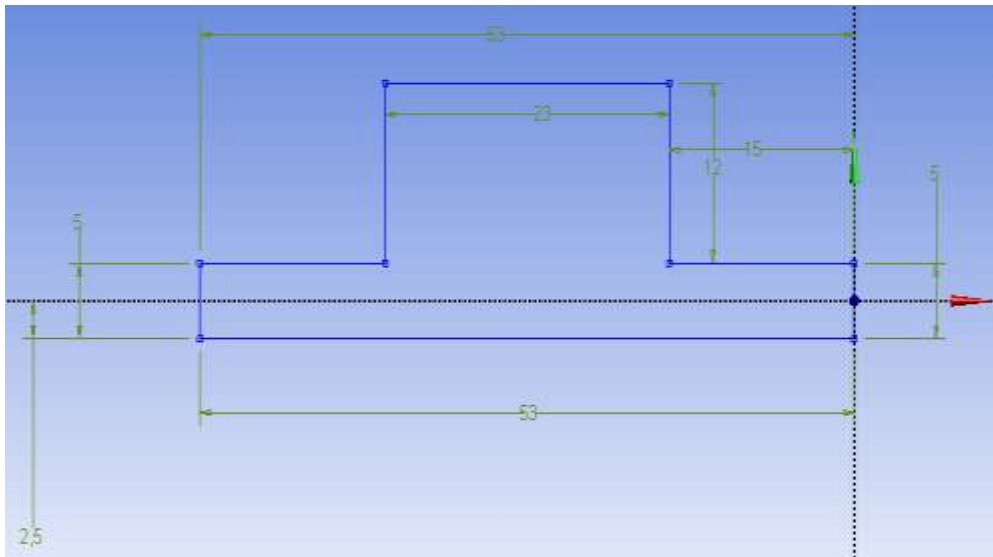
**Figura 8.31** Primer elemento perteneciente a la célula de carga modelado en ANSYS

- Cuarto. Se traslada 53 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



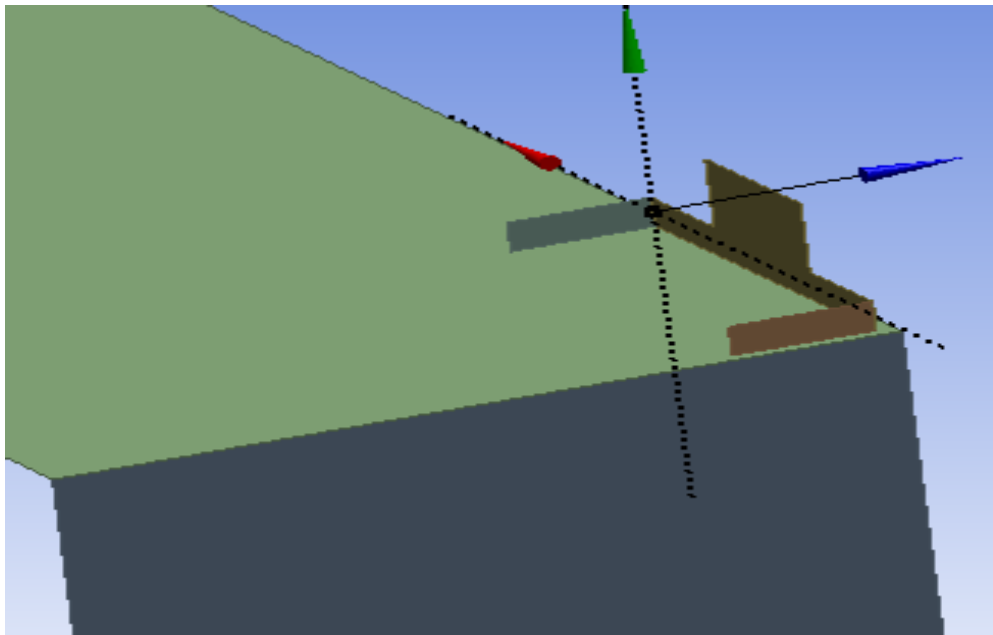
**Figura 8.32** Segundo elemento perteneciente a la célula de carga modelado en ANSYS (nótese que se muestra también el primer elemento)

- Quinto. Se crea un plano en el centroide de la arista vertical derecha del segundo elemento.
- Sexto. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



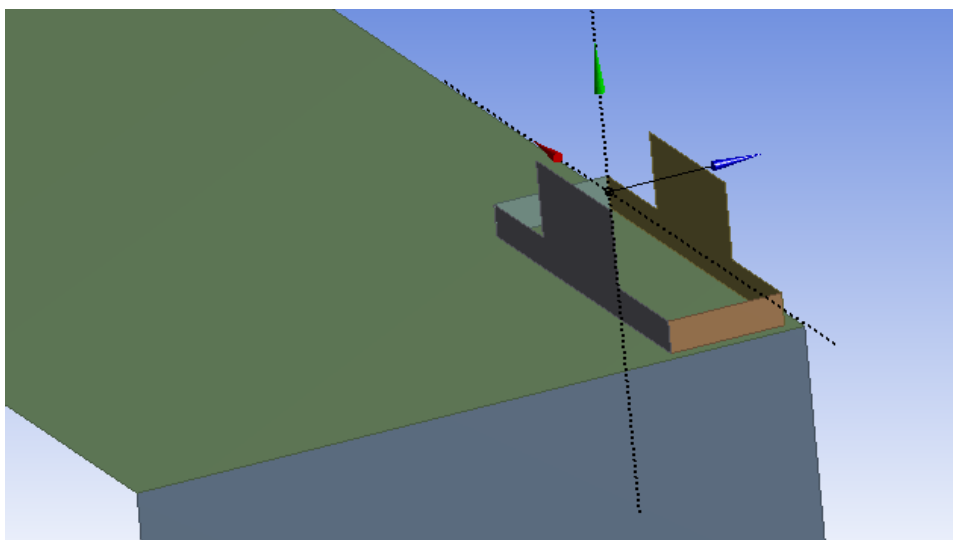
**Figura 8.33** Sketch empleado en la creación del tercer elemento perteneciente a la célula de carga

- Séptimo. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



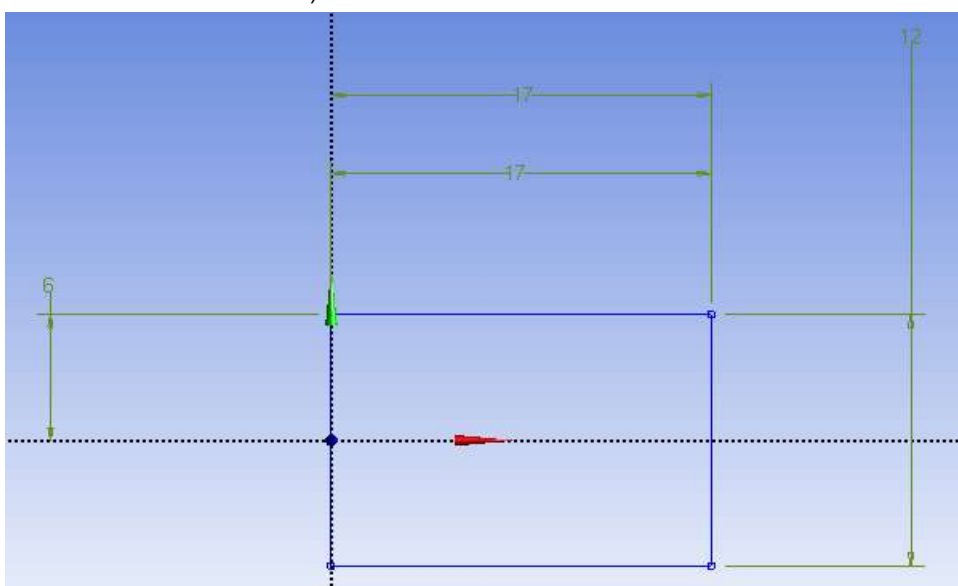
**Figura 8.34** Tercer elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran los anteriores elementos)

- Octavo. Se traslada 17 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



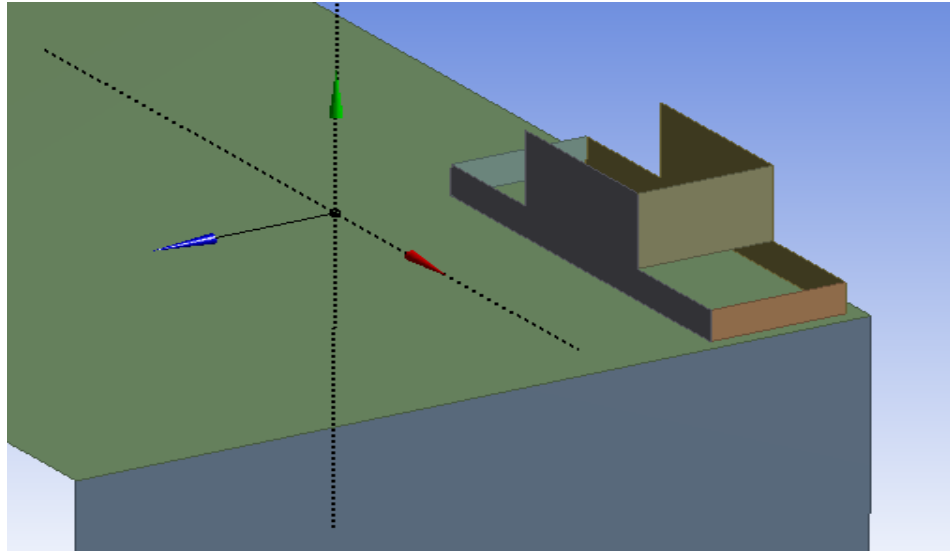
**Figura 8.35** Cuarto elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Noveno. Se crea un plano en el centroide de la arista vertical superior derecha del cuarto elemento.
- Décimo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



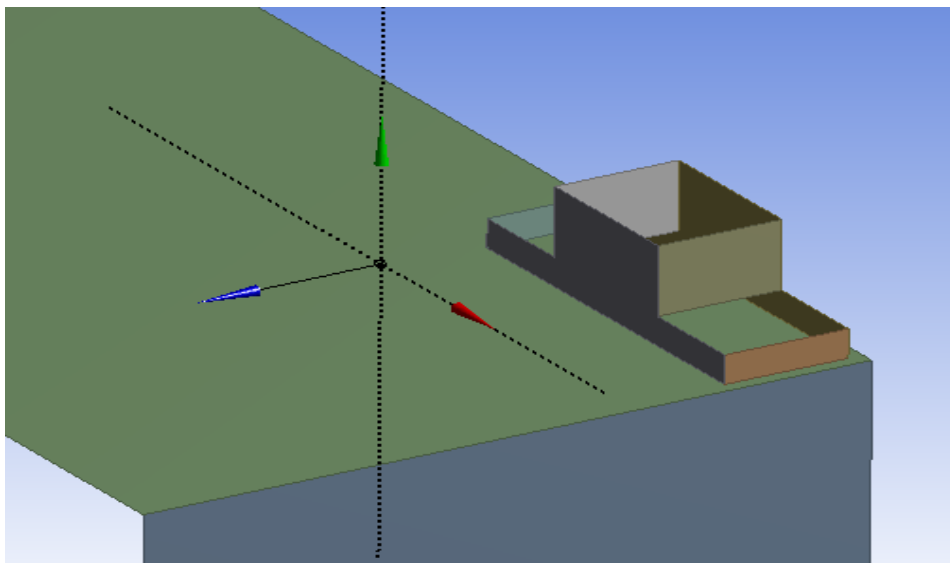
**Figura 8.36** Sketch empleado en la creación del quinto elemento perteneciente a la célula de carga

- Undécimo. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



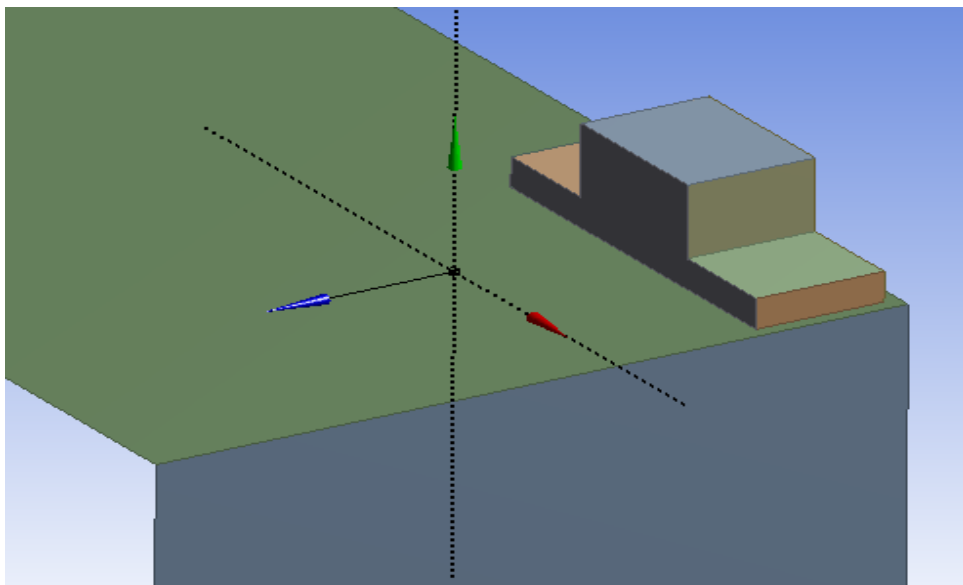
**Figura 8.37** Quinto elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Decimosegundo. Se traslada 23 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



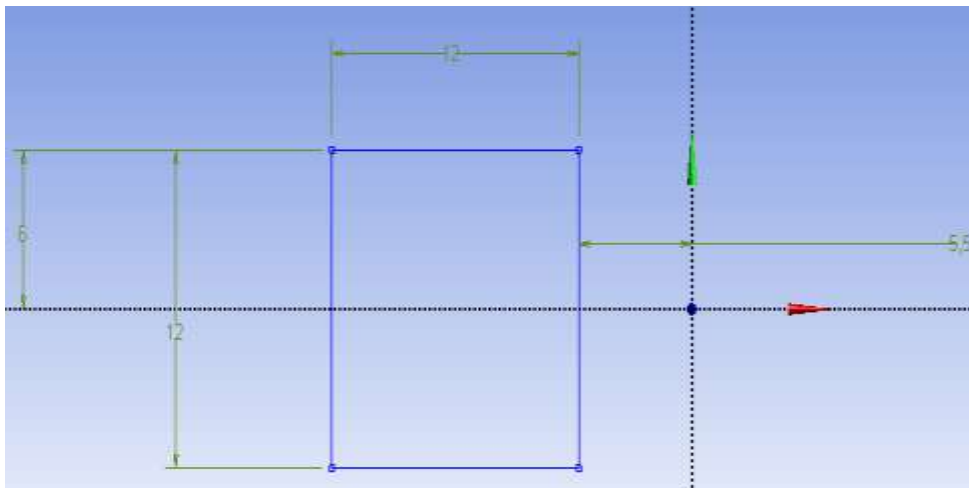
**Figura 8.38** Sexto elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Decimotercero. Se crean tres superficies a partir de las 12 aristas superiores del cuerpo, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



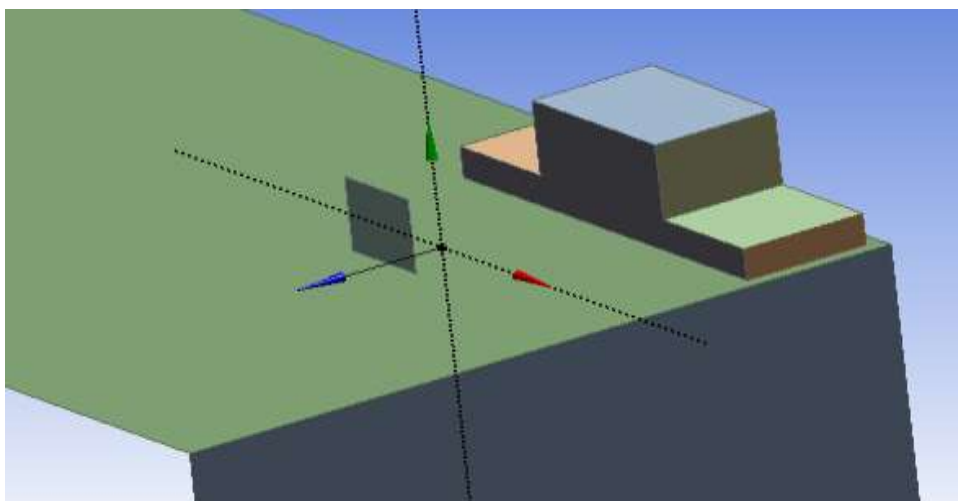
**Figura 8.39** Séptimo, octavo y noveno elemento pertenecientes a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Decimocuarto. Se crea un plano en el centroide de la arista vertical superior derecha del cuarto elemento, pero a una distancia de 31 mm de la misma.
- Decimoquinto. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



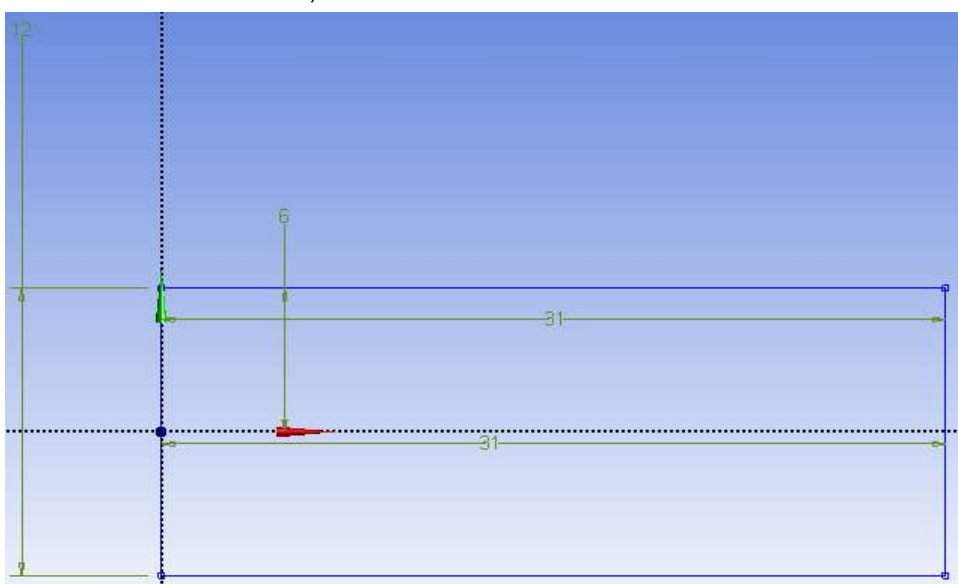
**Figura 8.40** Sketch empleado en la creación del décimo elemento perteneciente a la célula de carga

- Decimosexto. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



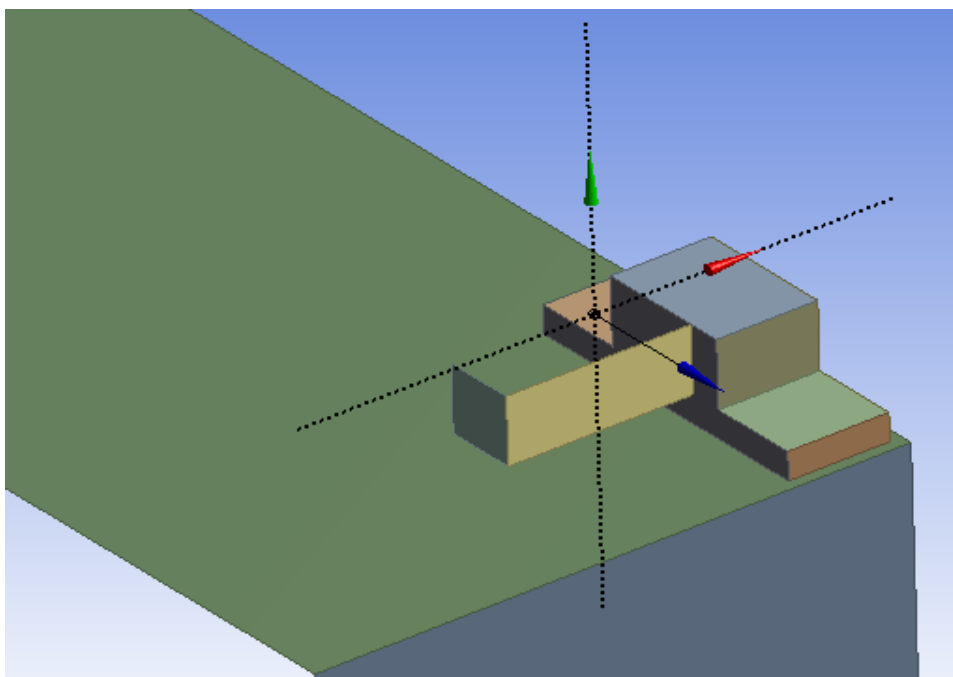
**Figura 8.41** Décimo elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Decimoséptimo. Se crea un plano en el centroide de la arista vertical derecha del décimo elemento.
- Decimoctavo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



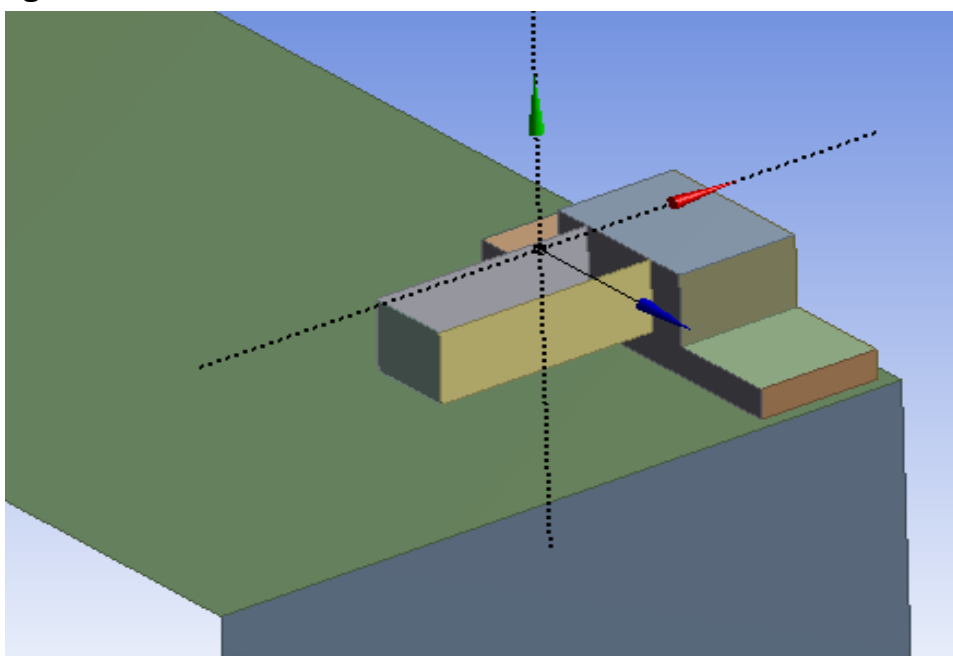
**Figura 8.42** Sketch empleado en la creación del undécimo elemento perteneciente a la célula de carga

- Decimonoveno. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



**Figura 8.43** Undécimo elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Vigésimo. Se traslada 12 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:

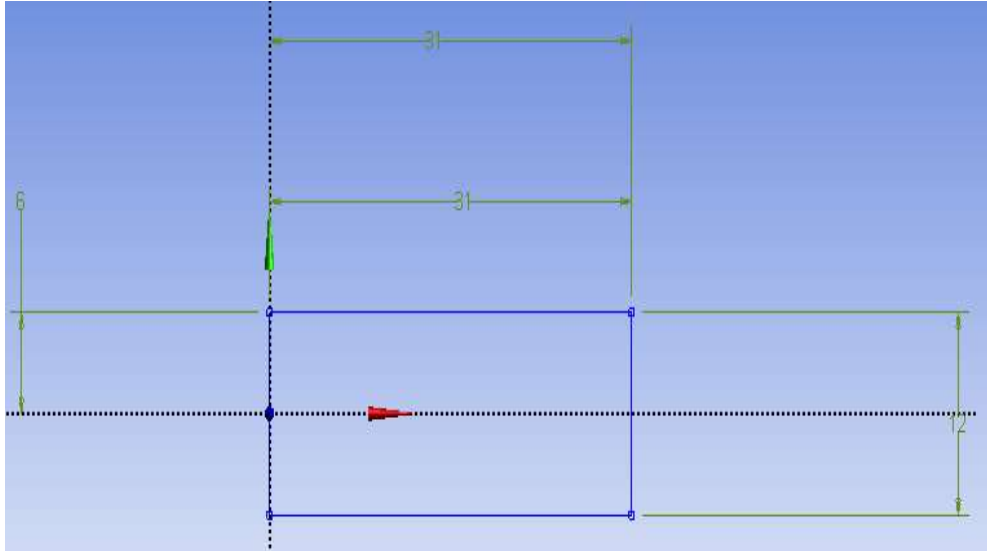


**Figura 8.44** Decimosegundo elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Vigésimoprimer. Se crea un plano en el centroide de la arista horizontal superior del décimo elemento.

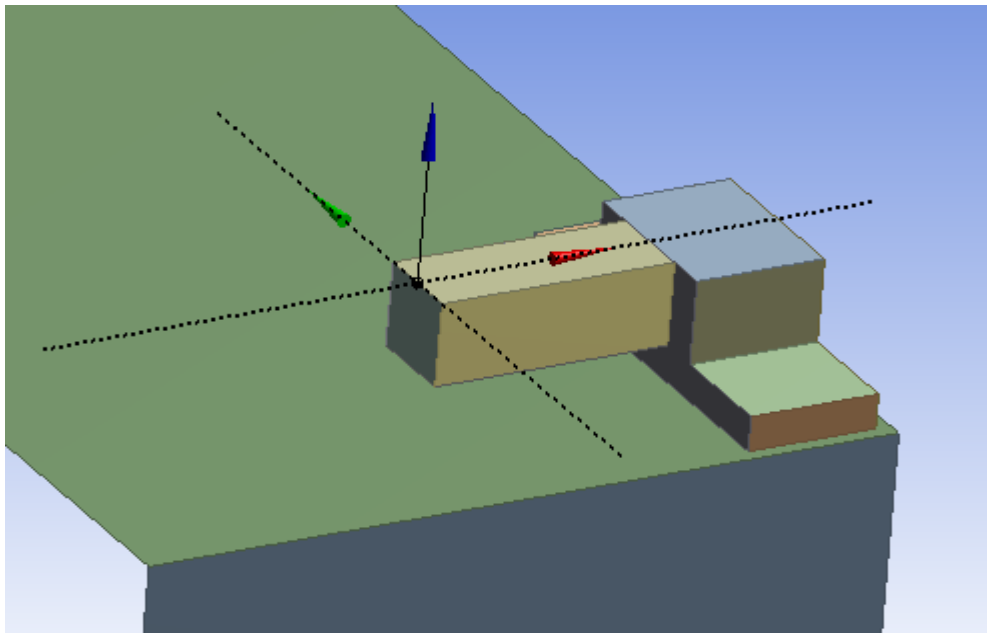


- Vigésimosegundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



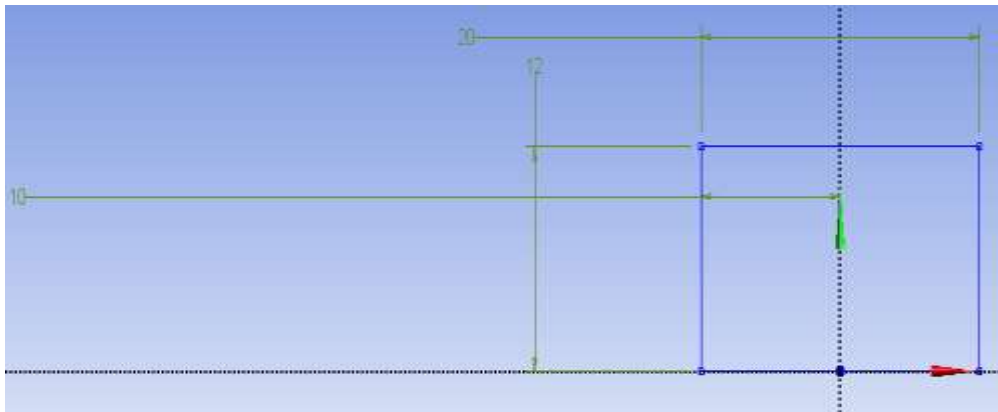
**Figura 8.45** Sketch empleado en la creación del decimotercer elemento perteneciente a la célula de carga

- Vigésimotercero. Se genera una superficie a partir del anterior sketch y se traslada 12 mm conservándose el elemento, dándose lugar a lo siguiente:



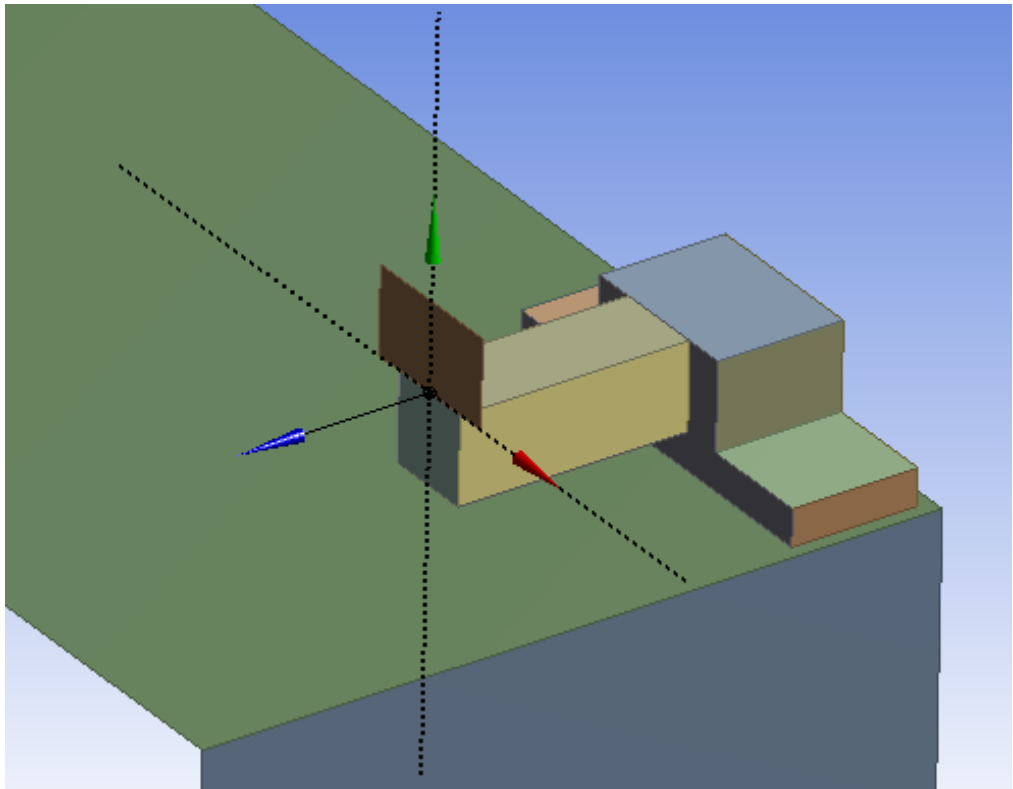
**Figura 8.46** Decimotercer elemento perteneciente a la célula de carga (nótese que también se muestran el resto de elementos)

- Vigésimocuarto. Se crea un plano en el centroide de la arista horizontal superior del décimo elemento de la célula de carga.
- Vigésimoquinto. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



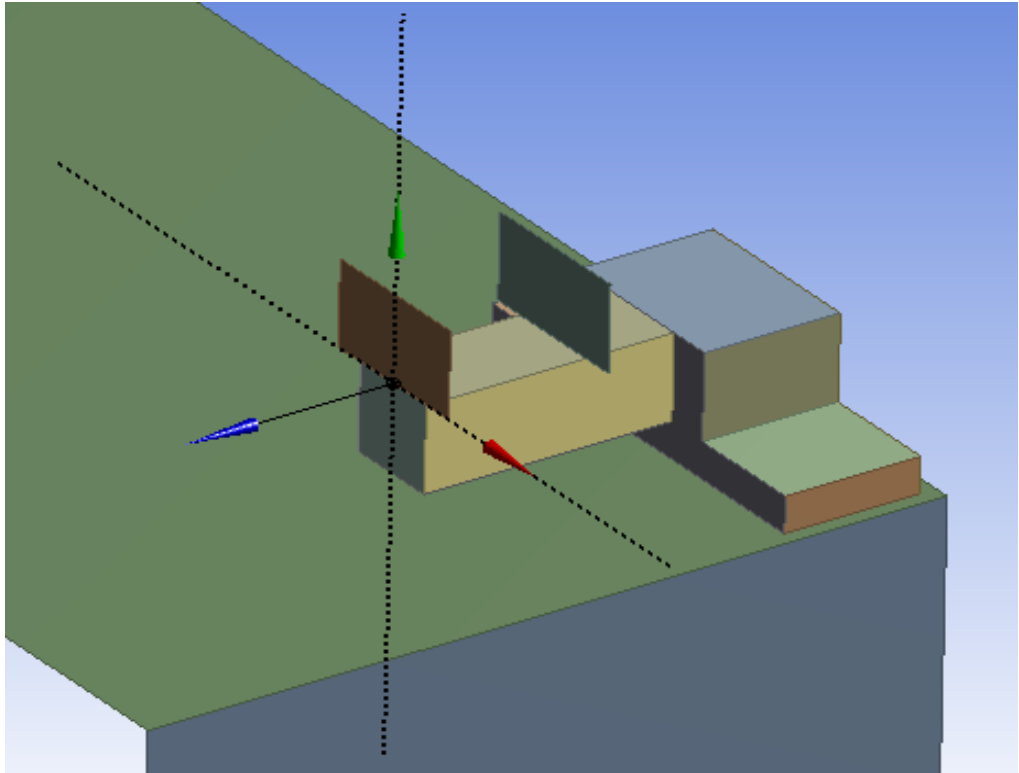
**Figura 8.47** Sketch empleado en la creación del primer elemento perteneciente a la excéntrica

- Vigésimosexto. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



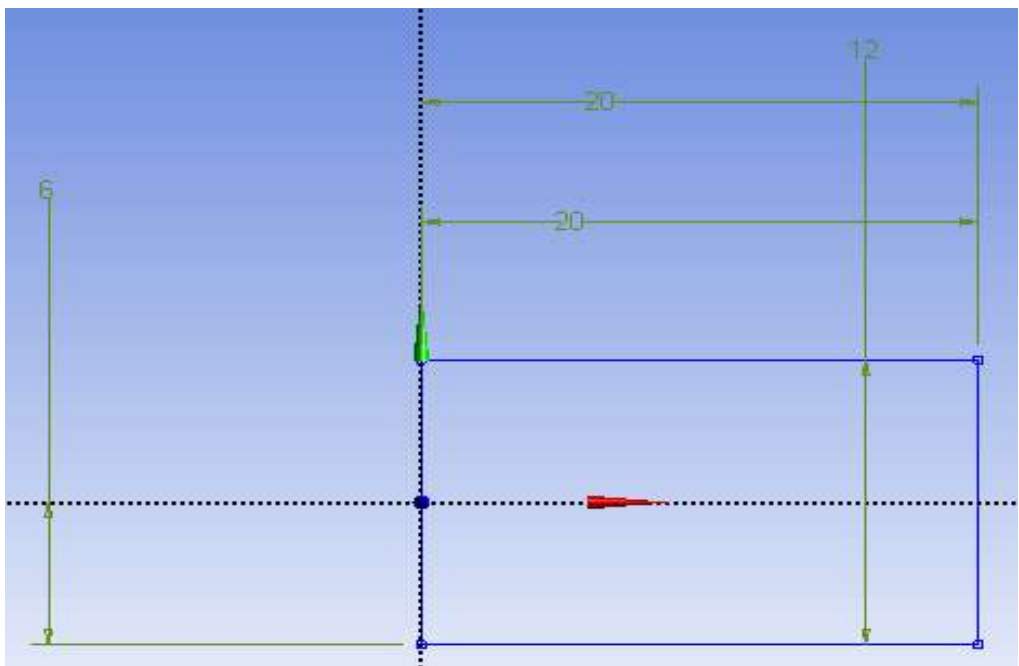
**Figura 8.48** Primer elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestra la célula de carga)

- Vigésimoséptimo. Se traslada 20 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



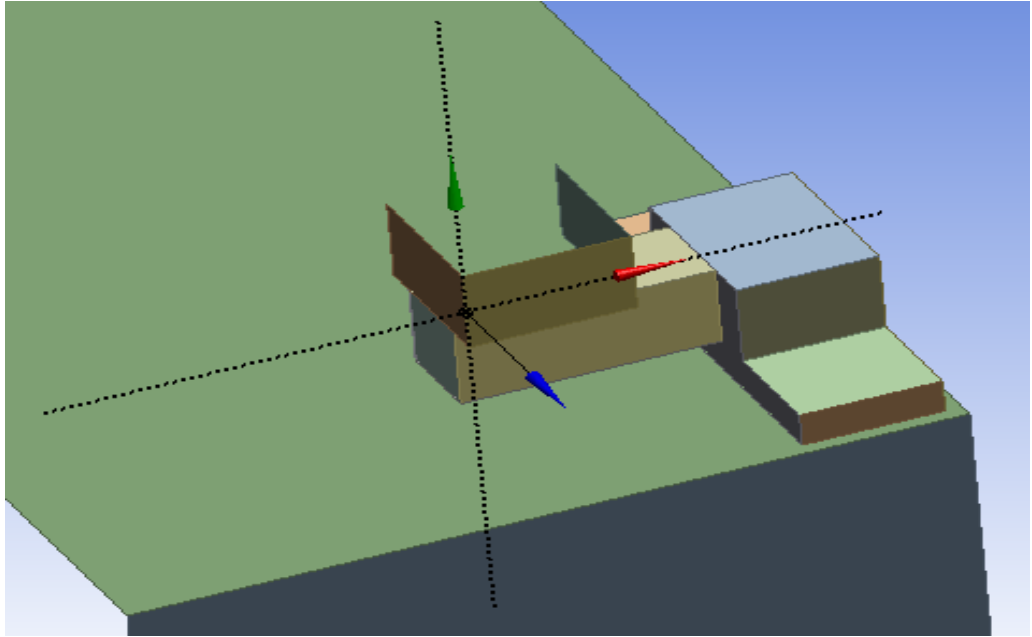
**Figura 8.49** Segundo elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestran el primer elemento y la célula de carga)

- Vigésimooctavo. Se crea un plano en el centroide de la arista vertical derecha del primer elemento perteneciente a la excéntrica.
- Vigésimonoveno. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



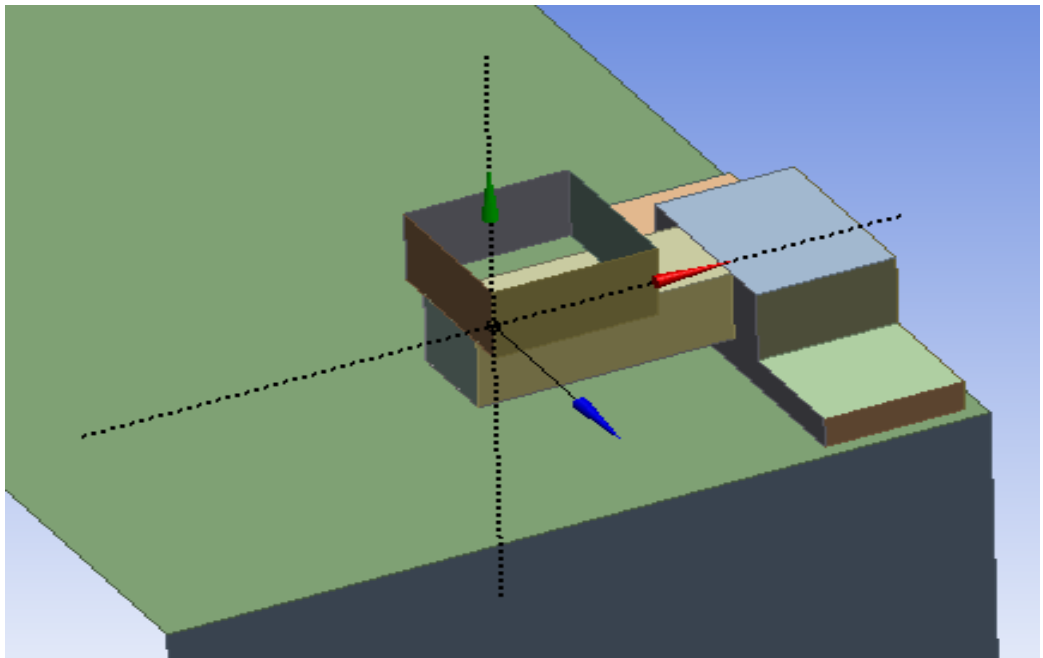
**Figura 8.50** Sketch empleado en la creación del tercer elemento perteneciente a la excéntrica

- Trigésimo. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, dándose lugar a lo mostrado a continuación:



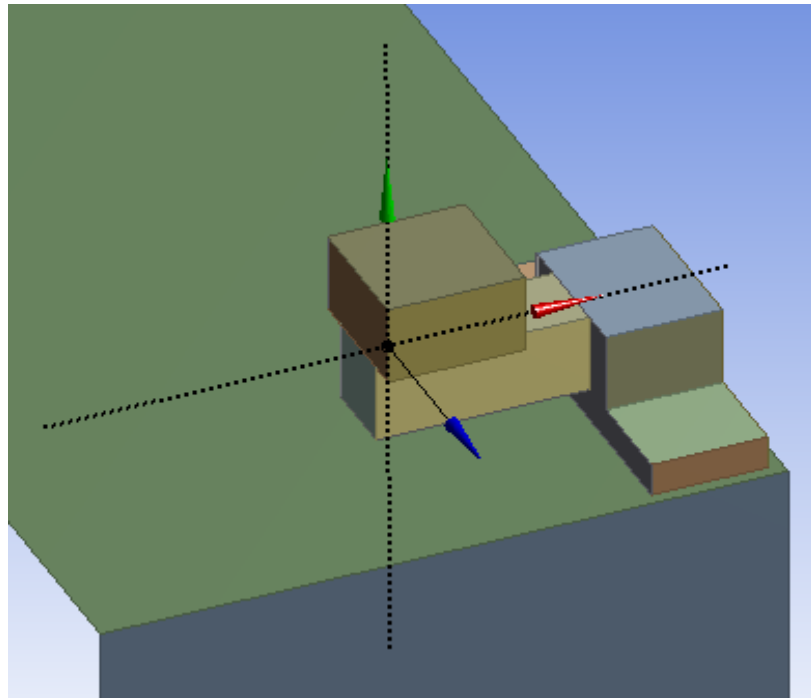
**Figura 8.51** Tercer elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestran el resto de elementos y la célula de carga)

- Trigésimoprimer. Se traslada 20 mm el elemento anteriormente creado, conservando el elemento inicial, consiguiéndose de esta forma lo siguiente:



**Figura 8.52** Cuarto elemento perteneciente a la excéntrica (nótese que también se muestran el resto de elementos y la célula de carga)

- Trigesimosegundo. Se generan tres superficies con la finalidad de cerrar el cuerpo correspondiente a la excéntrica.

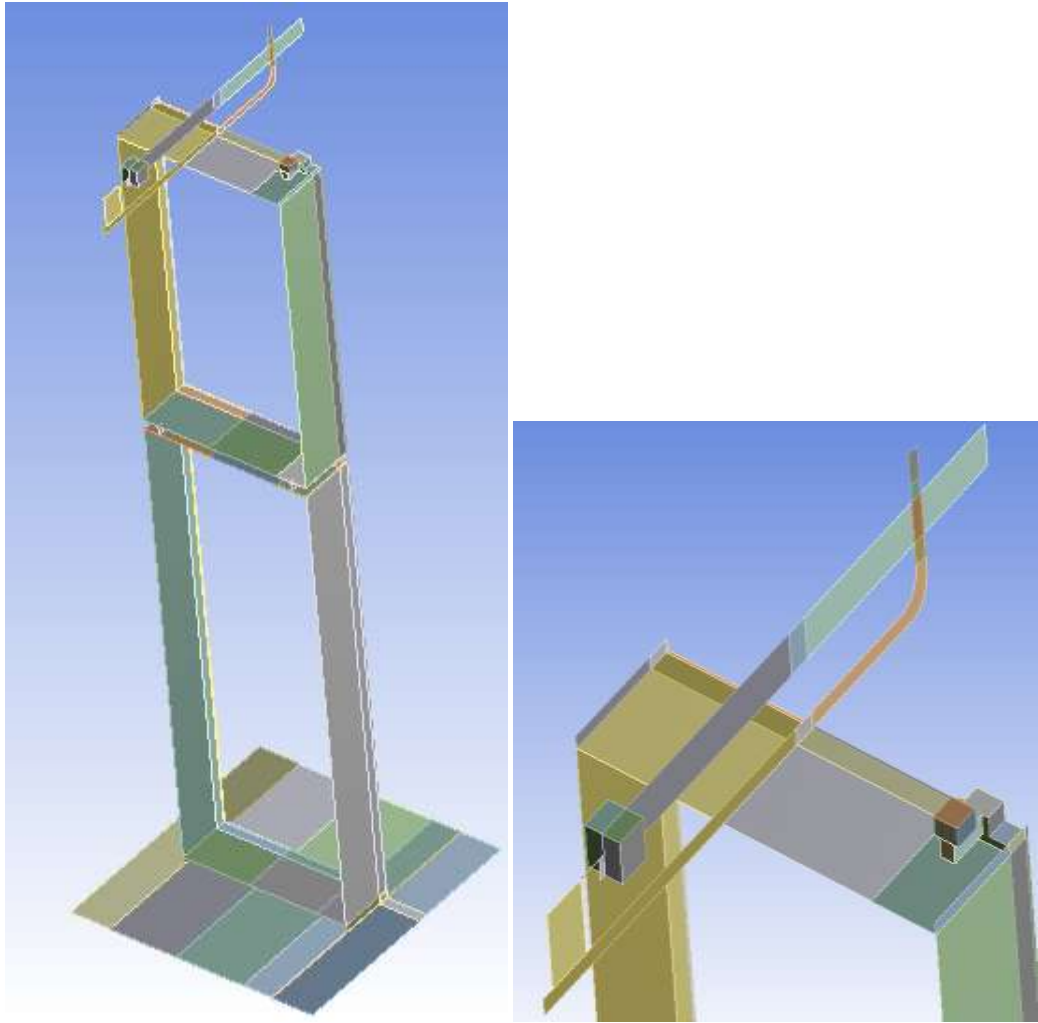


**Figura 8.53** Quinto, sexto y séptimo elemento pertenecientes a la excéntrica (nótese que también se muestran el resto de elementos y la célula de carga)

Una vez concluidos estos 32 pasos, se pasa a lograr un mallado correcto. Para ello, se proyectan las cuatro aristas inferiores de la célula de carga sobre el forjado.

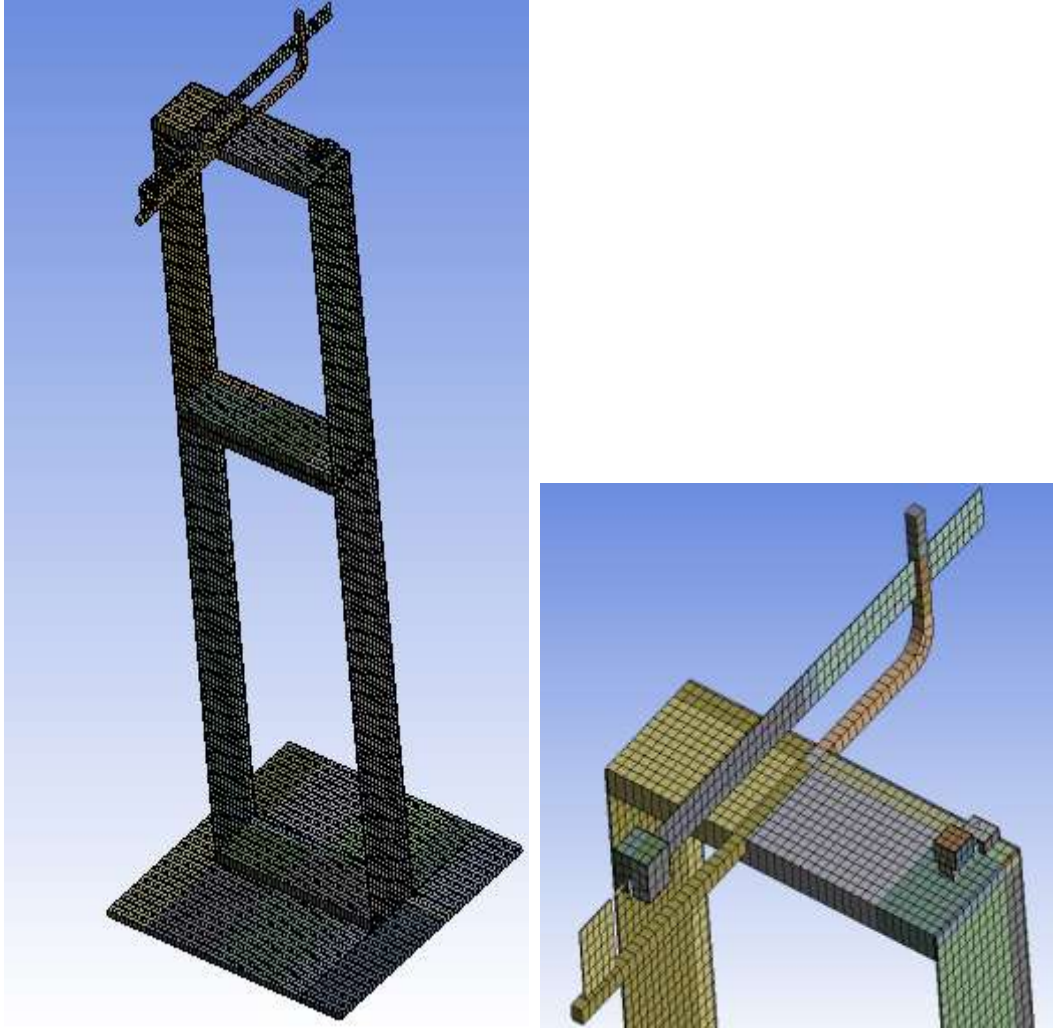
Posteriormente, se tiene que asegurar que las cuatro aristas proyectadas pertenecen a todos los cuerpos, por lo que se crean planos situados en las proyecciones anteriormente mencionadas para posteriormente cortar todos los cuerpos del edificio por sendos planos.

En la siguiente imagen se muestra una perspectiva del edificio con la célula de carga y excéntrica completamente modeladas y, por tanto, preparadas para generar la malla:



**Figura 8.54** Edificio con célula de carga y excéntrica modelado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle la célula de carga y excéntrica modeladas)

Una vez realizado todo lo explicado anteriormente, se procede a generar la malla del modelo, obteniéndose el siguiente resultado:



**Figura 8.55** Edificio con célula de carga y excéntrica mallado (nótese que en la imagen de la derecha se muestra con mayor detalle la célula de carga y excéntrica malladas)

### 8.3.3. Experimentación

Una vez montado el equipo, se procede a realizar la experimentación. Para ello, se enciende la fuente de alimentación, accionándose tanto la excéntrica como el ventilador. En un primer momento, se razona el hecho de que las frecuencias de los dos modos de vibración del edificio han cambiado, puesto que al añadir el TMD y la célula de carga con la excéntrica se ha aumentado la masa de nuestra estructura. Como la frecuencia es inversamente proporcional a la masa, hecho que se puede corroborar analizando la siguiente expresión:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8.2)$$

se ve que si aumentamos la masa, las frecuencias del edificio disminuyen, por lo que con DEWESoft leemos las nuevas frecuencias del mismo, siendo éstas las siguientes:

$$f_1 = 1,385 \text{ Hz} \quad (8.3)$$

$$f_2 = 6,23 \text{ Hz} \quad (8.4)$$

Como se puede comprobar, es obvio que han disminuido las citadas frecuencias, puesto que la correspondiente al primer modo se reduce de 1,6297 Hz a 1,385 Hz y la correspondiente al segundo de 6,9493 Hz a 6,23 Hz.

Se deja a la excéntrica excitar el forjado durante un cierto período de tiempo, tras el cual se apaga la fuente de alimentación, provocando la parada de la misma. Una vez finalizado el experimento, DEWESoft genera el registro con las fuerzas y aceleraciones.

Ahora bien, hay que tener presente que las fuerzas manifestadas en el registro generado no pueden ser consideradas en su totalidad como entrada en ANSYS, ya que presentan una parte inercial debido a que el forjado se mueve. Esto es, como la base de la célula de carga se mueve, debido a que el forjado al que va unida se mueve, se da lugar a que dicha célula proporcione una lectura de fuerza aunque la excéntrica esté parada, siendo ésta considerada como fuerza de inercia y, por tanto, no responsable del movimiento de la base. Por lo tanto, hay que calcular dicha fuerza para posteriormente restarla de la fuerza obtenida en el registro. Tras esta operación, se obtiene la fuerza que se debe introducir en ANSYS, es decir, la responsable del movimiento de la base.

Para calcular la mencionada fuerza de inercia, se hace uso del principio de D´Alembert, el cual se enuncia a continuación:

“Un sistema dinámico esta en equilibrio cuando todas las fuerzas que actúan en el mismo, incluidas las de inercia y disipativas, cumplen las ecuaciones de equilibrio estático en cada instante de tiempo”.

Para ver esto, se formula la ecuación de movimiento para el siguiente sistema de 1 grado de libertad:



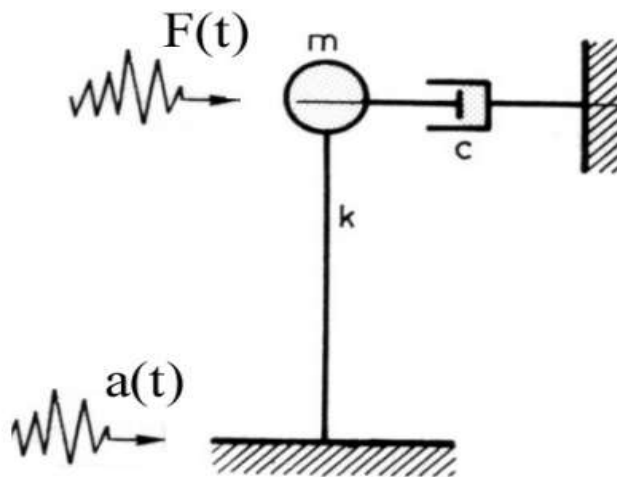


Figura 8.56 Modelo sísmico

Como se puede observar, se corresponde con el caso que se está experimentando, ya que  $m$  representa la masa de la célula carga y excéntrica,  $k$  su rigidez y  $c$  su amortiguamiento, pudiendo considerarse este último despreciable. Además,  $F(t)$  representa la fuerza dinámica generada por la excéntrica, y  $a(t)$  las aceleraciones consecuencia del sismo.

Para el modelo representado, aplicando el principio de D'Alembert, tenemos:

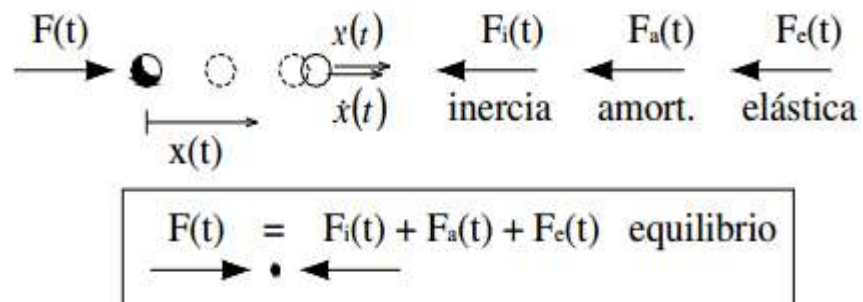


Figura 8.57 Equilibrio de fuerzas para 1 grado de libertad

Al aplicar una fuerza exterior  $F(t)$ , se genera aceleración, velocidad y desplazamiento para un cierto instante "t"; a causa de esto se producen fuerzas:

- de inercia

$$F_i(t) = m\ddot{x}(t) \quad (8.5)$$

- de amortiguamiento (se puede despreciar en nuestro caso)

$$F_a(t) = c\dot{x}(t) \quad (8.6)$$

- elásticas

$$F_e(t) = kx(t) \quad (8.7)$$

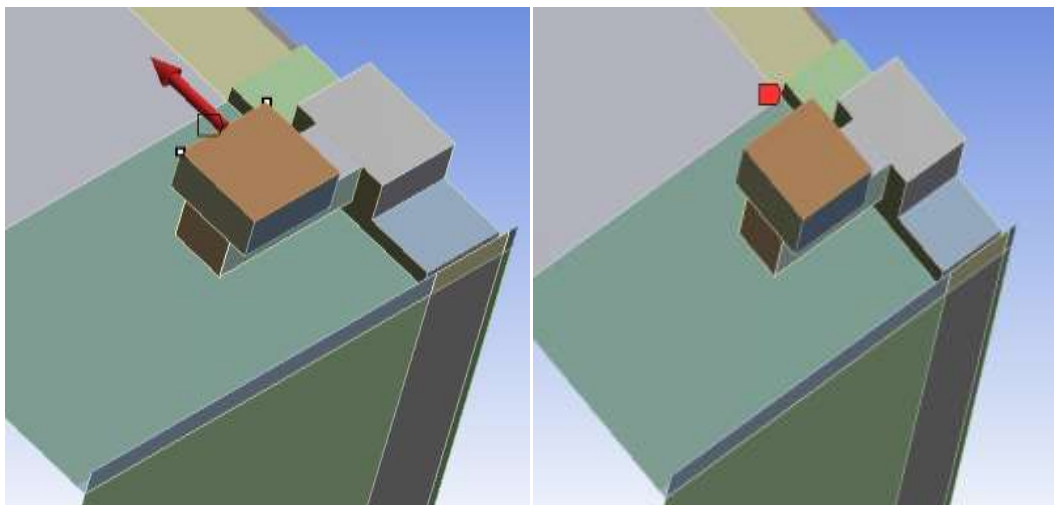
Se realiza el equilibrio en el instante “t”, llegándose a lo siguiente:

$$F(t) - F_i(t) - F_a(t) - F_e(t) = 0 \quad (8.8)$$

$$F_i(t) + F_a(t) + F_e(t) = F(t) \quad (8.9)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (8.10)$$

Como se puede observar, esta última expresión es análoga a la ecuación (2.1). Por tanto, haciendo uso de la expresión (8.5), se puede calcular la fuerza de inercia, multiplicando la masa conjunta de célula de carga y excéntrica por la aceleración de la base de la misma. La masa es conocida, siendo ésta de 130,8 g, por lo que únicamente queda por conocer la aceleración. Dicha aceleración se obtiene con ANSYS, siendo necesario para ello aplicar una fuerza armónica pura a la frecuencia del primer modo de vibración.



**Figura 8.58** A la izquierda punto de aplicación de la fuerza y a la derecha punto de medición de la aceleración

Como ya se dijo en anteriores páginas, una fuerza armónica pura sigue la siguiente expresión:

$$f(t) = f_0 * \text{sen}(\omega t) \quad (8.11)$$

Se toma como amplitud de la fuerza un valor de 0,0265N, por lo que se tiene:

$$f(t) = 0,0265 * \text{sen}(2 * \pi * f_1 * t) \quad (8.12)$$

Como se tienen dos situaciones, TMD bloqueado y sin bloquear, es necesario aplicar una fuerza armónica para cada caso, con su correspondiente frecuencia, cuyo proceso de obtención se muestra en los próximos apartados:

$$f(t) = 0,0265 * \text{sen}(2 * \pi * 1,3842 * t) \quad (8.13)$$

$$f(t) = 0,0265 * \text{sen}(2 * \pi * 1,204 * t) \quad (8.14)$$

La primera fuerza corresponde al caso en el que el TMD está bloqueado y la segunda al caso sin bloquear.

Una vez procesado esto, ANSYS genera un registro con las aceleraciones de la base de la célula, las cuales son multiplicadas por la masa conjunta de la misma y excéntrica para obtener la fuerza de inercia. Finalmente, esta fuerza se resta a la registrada por DEWESoft, obteniéndose de esta forma la verdadera entrada de fuerza que se debe introducir en ANSYS, es decir, la fuerza responsable del movimiento del forjado.

Se calculan las aceleraciones, las cuales se comparan con las registradas por DEWESoft, siguiendo el procedimiento anteriormente explicado en dos situaciones diferentes, una con el TMD bloqueado y otra con el mismo sin bloquear, situaciones ya comentadas anteriormente.

En los siguientes dos apartados se reflejan los aspectos relevantes a considerar para cada uno de los dos casos diferenciados.

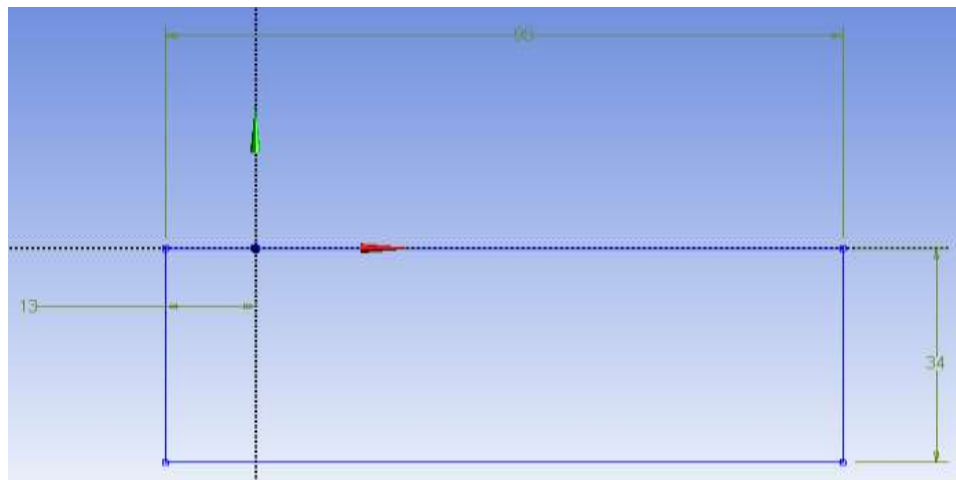
### 8.3.4. Aceleraciones con el TMD bloqueado

En primer lugar, se trabaja con el TMD bloqueado. Para ello, se inmoviliza el movimiento de la regla y no se genera campo magnético entre el imán y la

placa, por lo que no existe amortiguamiento y, por tanto, estamos en el mismo caso que sin colocar el TMD, pero trabajando con diferentes frecuencias ya que tenemos más masa, como se explicó anteriormente.

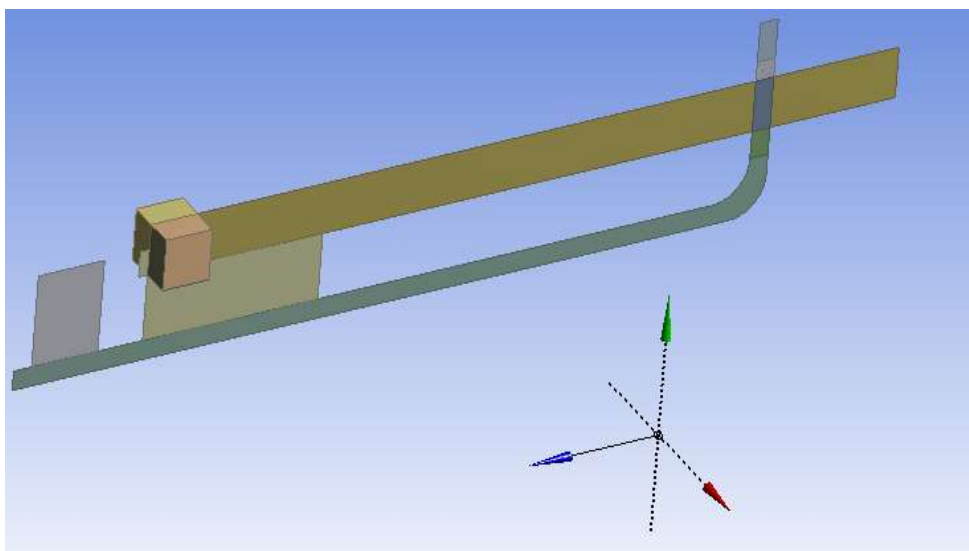
Para lograr esto en ANSYS, se añaden tres elementos, cuyo proceso de obtención es detallado a continuación:

- Primero. Se crea un plano en el centroide de la arista horizontal inferior del soporte imán.
- Segundo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.59** Sketch empleado en la creación del primer elemento de bloqueo

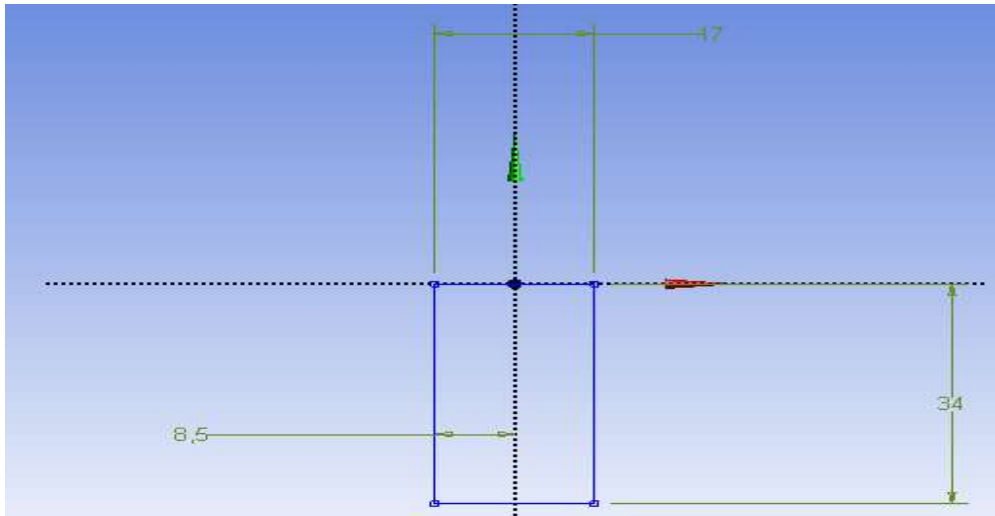
- Tercero. Se genera una superficie a partir del anterior sketch y se traslada 15 mm la misma, obteniéndose el siguiente resultado:



**Figura 8.60** Primer elemento de bloqueo modelado en ANSYS (nótese que también se muestra el TMD)

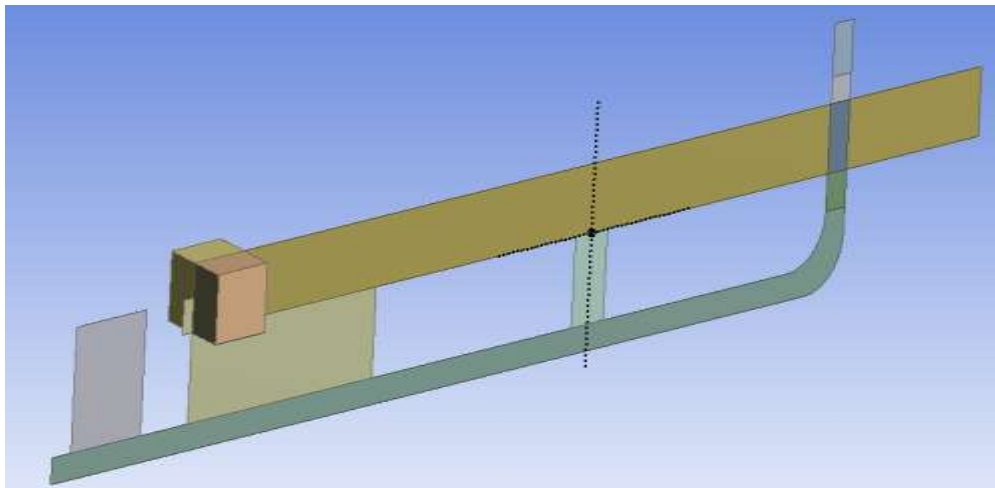
- Cuarto. Se crea un plano en la arista horizontal inferior de la regla.

- Quinto. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):



**Figura 8.61** Sketch empleado en la creación del segundo elemento de bloqueo

- Sexto. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, obteniéndose el siguiente resultado:



**Figura 8.62** Segundo elemento de bloqueo modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el TMD y el primer elemento de bloqueo)

- Séptimo. Se crea un plano en la arista horizontal superior del bastidor.
- Octavo. Se dibuja en el anterior plano el siguiente sketch (con medidas en milímetros):

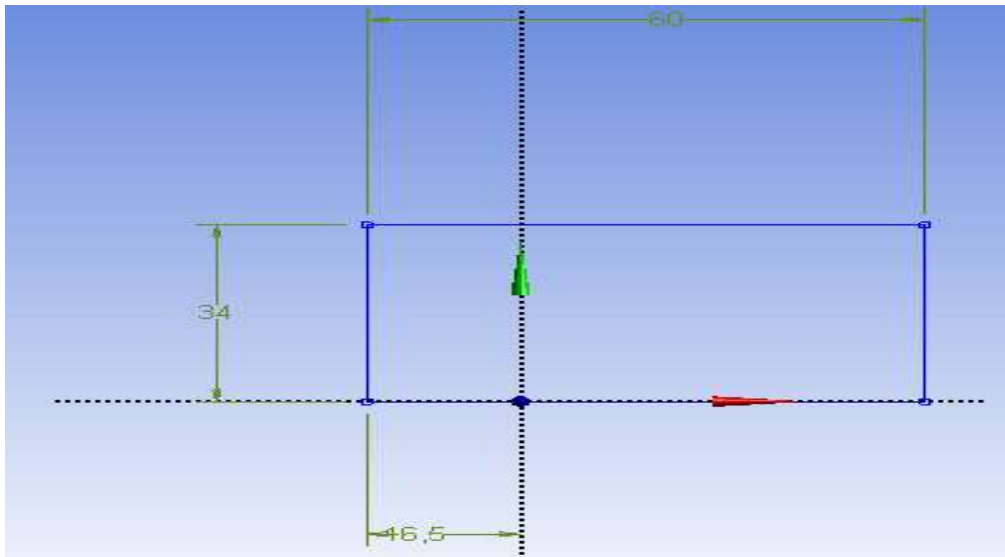


Figura 8.63 Sketch empleado en la creación del tercer elemento de bloqueo

- Noveno. Se genera una superficie a partir del anterior sketch, obteniéndose el siguiente resultado:

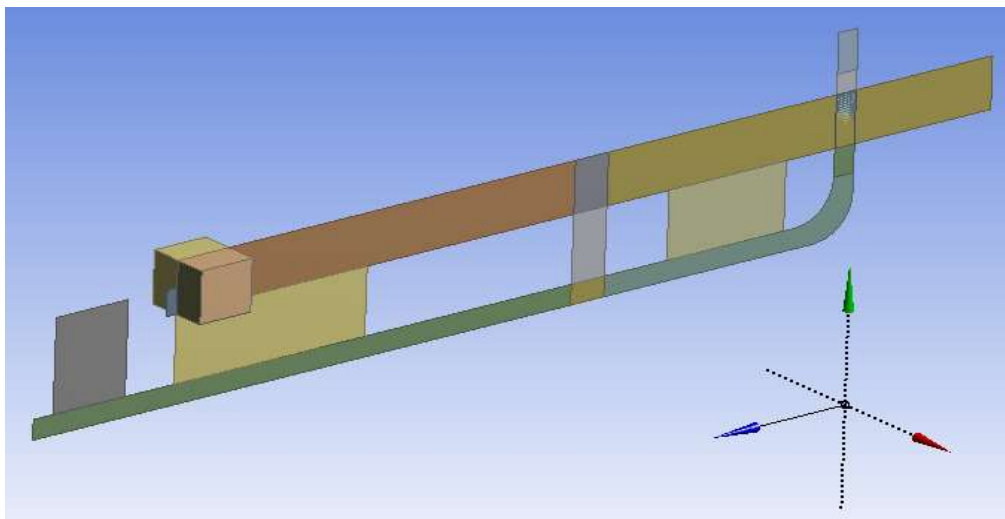


Figura 8.64 Tercer elemento de bloqueo modelado en ANSYS (nótese que también se muestran el TMD y los dos elementos de bloqueo restantes)

Una vez bloqueado el TMD de forma computacional, se procede al calibrado del modelo para lograr las nuevas frecuencias del edificio. Para ello, se aumenta el espesor de todos los forjados de 15 mm a 17,5 mm y el de las placas laterales de 500 mm de longitud de 2 mm a 2,127 mm, logrando de esta forma las siguientes frecuencias:

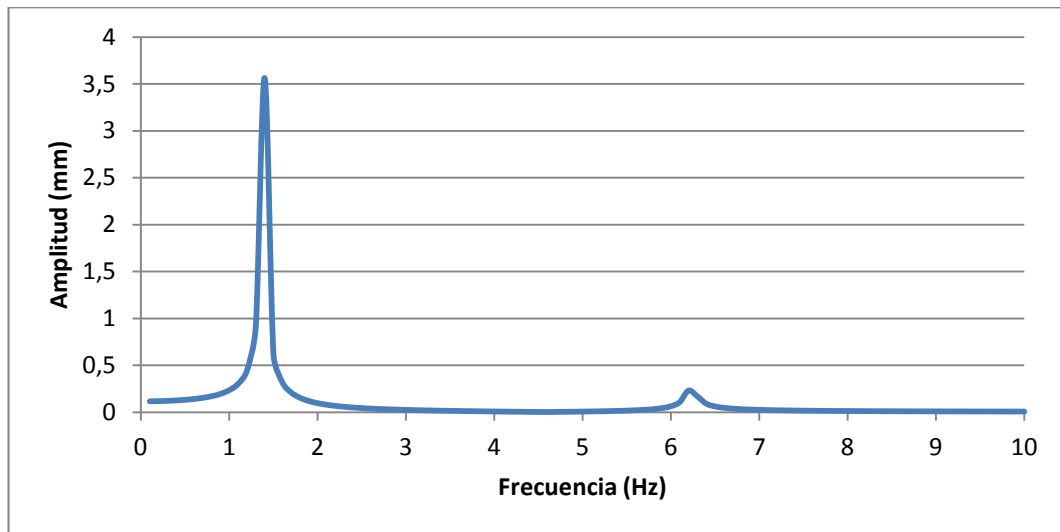
$$f_1 = 1,3842 \text{ Hz} \quad (8.15)$$

$$f_2 = 6,2271 \text{ Hz} \quad (8.16)$$

Frecuencia	Experimental (Hz)	Computacional (Hz)	Error (%)
Modo 1	1,385	1,3842	0,058
Modo 2	6,23	6,2271	0,047

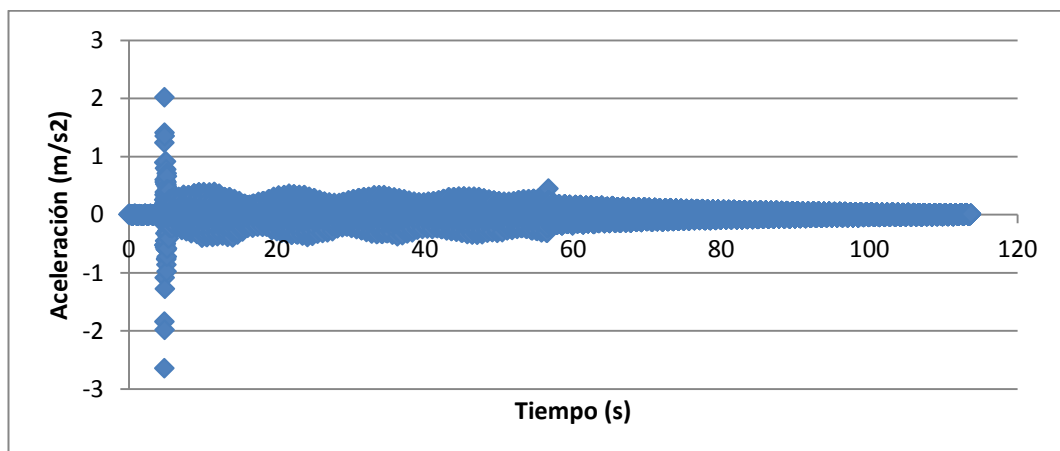
**Tabla 8.1** Comparación de las nuevas frecuencias del edificio

En la siguiente imagen se muestra la FRF con el TMD bloqueado, pudiéndose observar que los picos de la misma se desplazan hacia la izquierda, puesto que al añadir el TMD tenemos una masa mayor:



**Figura 8.65** FRF del piso superior con el TMD bloqueado

La aceleración obtenida experimentalmente con DEWESoft es la mostrada a continuación:



**Figura 8.66** Aceleración experimental con el TMD bloqueado

mientras que la obtenida computacionalmente con ANSYS es la siguiente:

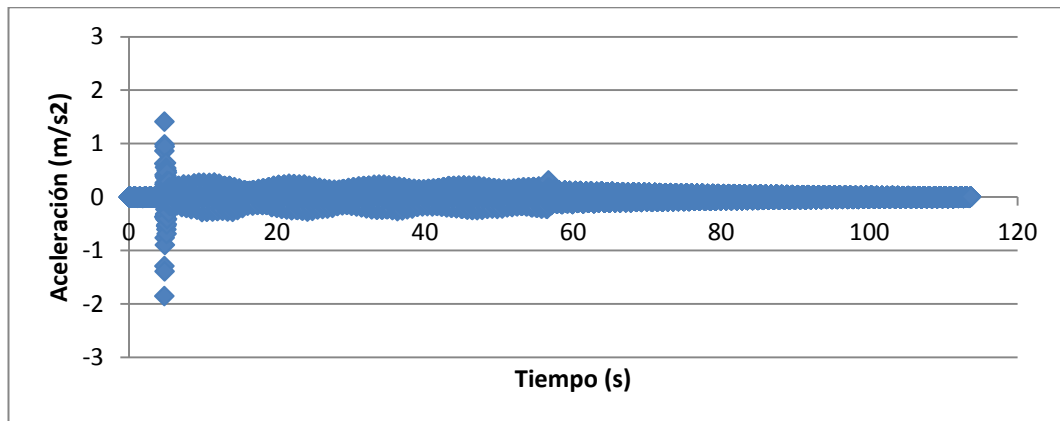


Figura 8.67 Aceleración computacional con el TMD bloqueado

Ahora se muestra la comparación de ambas:

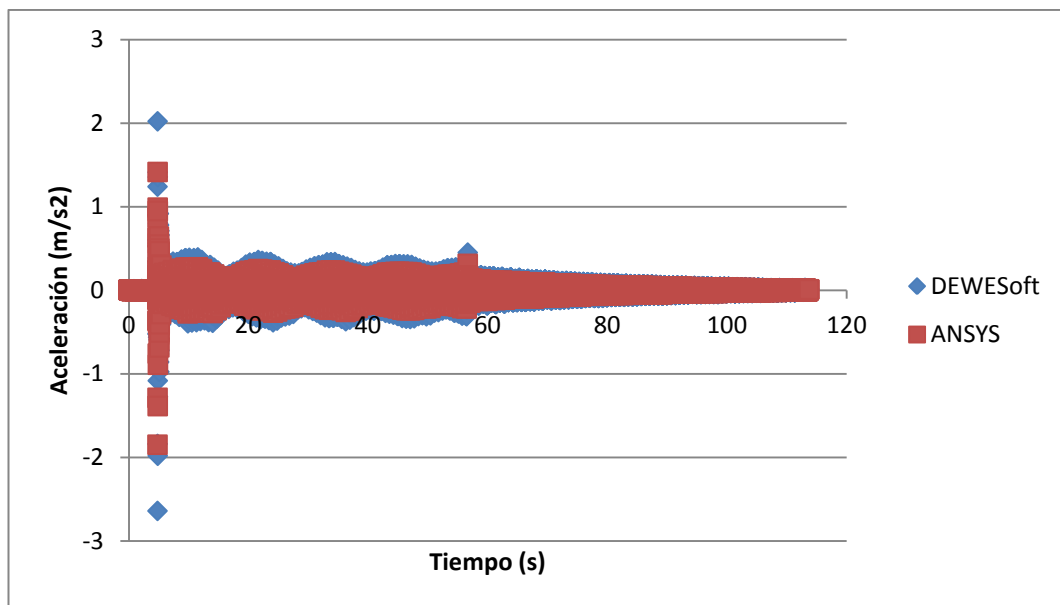


Figura 8.68 Comparación aceleraciones con el TMD bloqueado

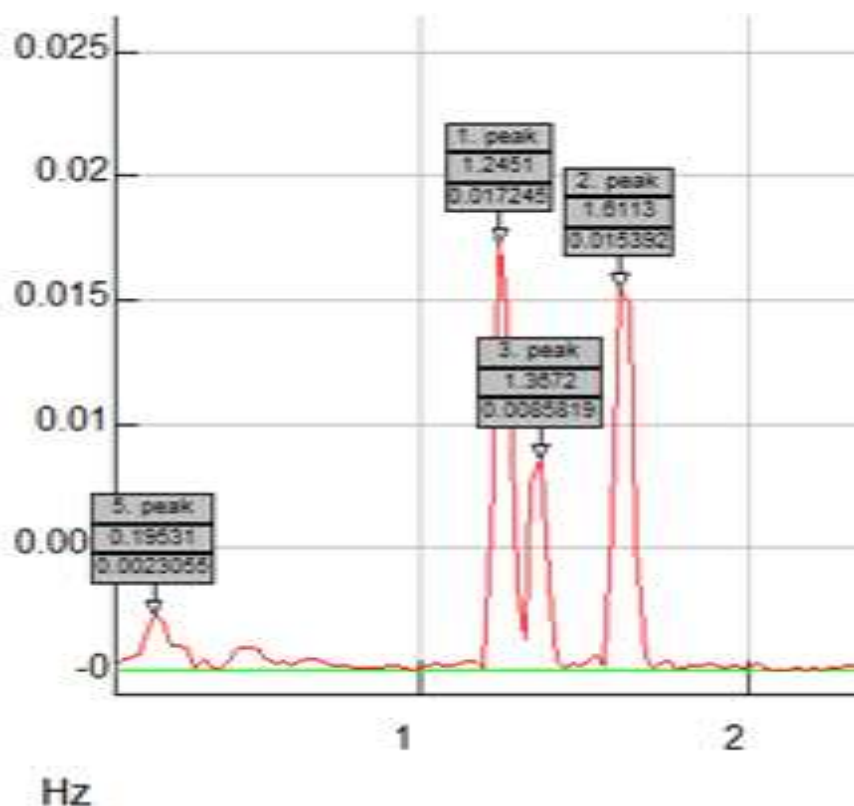
Como se puede comprobar, las aceleraciones obtenidas de forma experimental y computacional son prácticamente idénticas, por lo que se ha cumplido el objetivo.



### 8.3.5. Aceleraciones con el TMD sin bloquear

Para finalizar, se analiza el caso correspondiente al desbloqueo del TMD, hecho fundamental para la puesta en funcionamiento del mismo. En este caso, si se genera campo magnético entre la placa y el imán y, por tanto, se añade amortiguamiento, con lo que se van a disipar las vibraciones del edificio disminuyéndose, de este modo, las amplitudes. Para ello, en ANSYS se eliminan los tres elementos de bloqueo comentados en el apartado anterior.

Hay que tener en cuenta que el desbloqueo del mismo conlleva el desdoblamiento del pico correspondiente al primer modo de vibración, puesto que al eliminarse la restricción del movimiento de la regla, se añade un grado de libertad más. Además, también conlleva una disminución en la frecuencia del segundo modo de vibración. Por tanto, hay que proceder a sintonizar de forma correcta el TMD en ANSYS, lográndose esto cuando los picos desdoblados presenten la misma amplitud. Para lograrlo, se vuelve a hacer uso de Sigview, programa gracias al cual se permite la lectura del registro de aceleración generado por DEWESoft cuando el TMD se encuentra desbloqueado. Una vez leído, se obtiene la FFT, resultando ser ésta la mostrada a continuación:



**Figura 8.69** FFT generada por DEWESoft con el TMD sin bloquear (nótese que los picos 3 y 5 son diferentes armónicos generados y, por tanto, no frecuencias del edificio)

Como se puede observar en ella, el TMD se encuentra sintonizado, puesto que los picos desdoblados (picos 1 y 2) presentan amplitudes prácticamente iguales. Por lo tanto, ya sólo falta realizar la sintonización de forma computacional. Para ello, se realizan ciertas modificaciones en los espesores de los elementos que conforman el edificio hasta lograr las frecuencias de sintonizado mostradas en la FFT anterior, esto es 1,2451 Hz y 1,6113 Hz para los picos desdoblados del modo 1. Dichas modificaciones consisten en aumentar el espesor de todos los forjados de 15 mm a 17,5 mm, el de las placas laterales de 500 mm de longitud de 2 mm a 2,07 mm y el de las placas laterales de 750 mm de longitud de 2 mm a 2,1 mm, obteniéndose de esta forma las siguientes frecuencias:

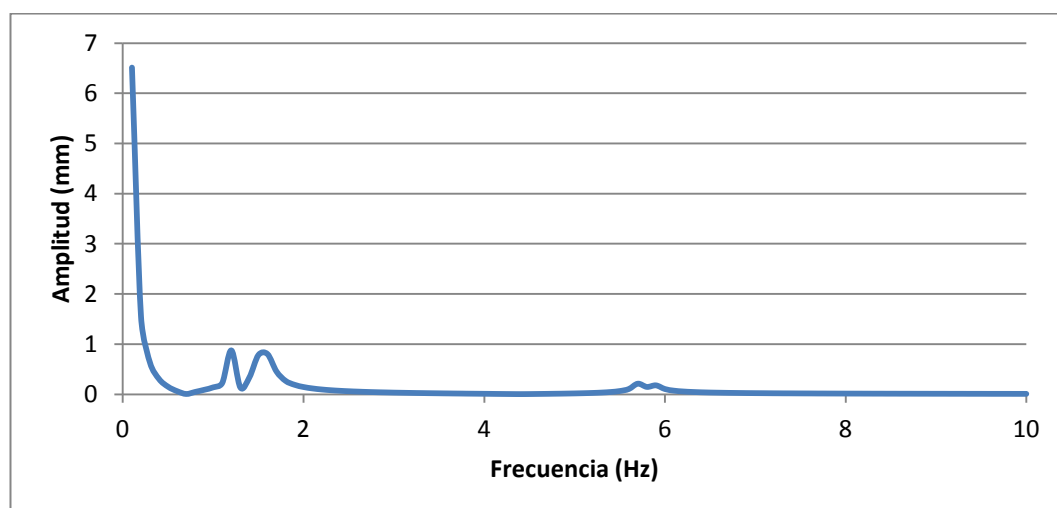
$$f_{1 \text{ desdoblada } 1} = 1,204 \text{ Hz} \quad (8.17)$$

$$f_{1 \text{ desdoblada } 2} = 1,6479 \text{ Hz} \quad (8.18)$$

Frecuencia		Sigview (Hz)	ANSYS (Hz)	Error (%)
Modo 1	Desdoblada 1	1,2451	1,204	3,3
	Desdoblada 2	1,6113	1,6479	2,27

**Tabla 8.2** Comparación de las frecuencias obtenidas con Sigview y ANSYS

Una vez conseguido esto, se obtiene la FRF con ANSYS, siendo esta la mostrada a continuación:



**Figura 8.70** FRF del piso superior con el TMD sin bloquear

Como se puede comprobar en ella, se ha logrado la sintonización en el software, puesto que los picos desdoblados del modo 1 presentan

aproximadamente la misma amplitud. Además, también queda ilustrado el hecho de la reducción de la frecuencia correspondiente al segundo modo de vibración.

A continuación se muestra una comparación de ambas respuestas espectrales:

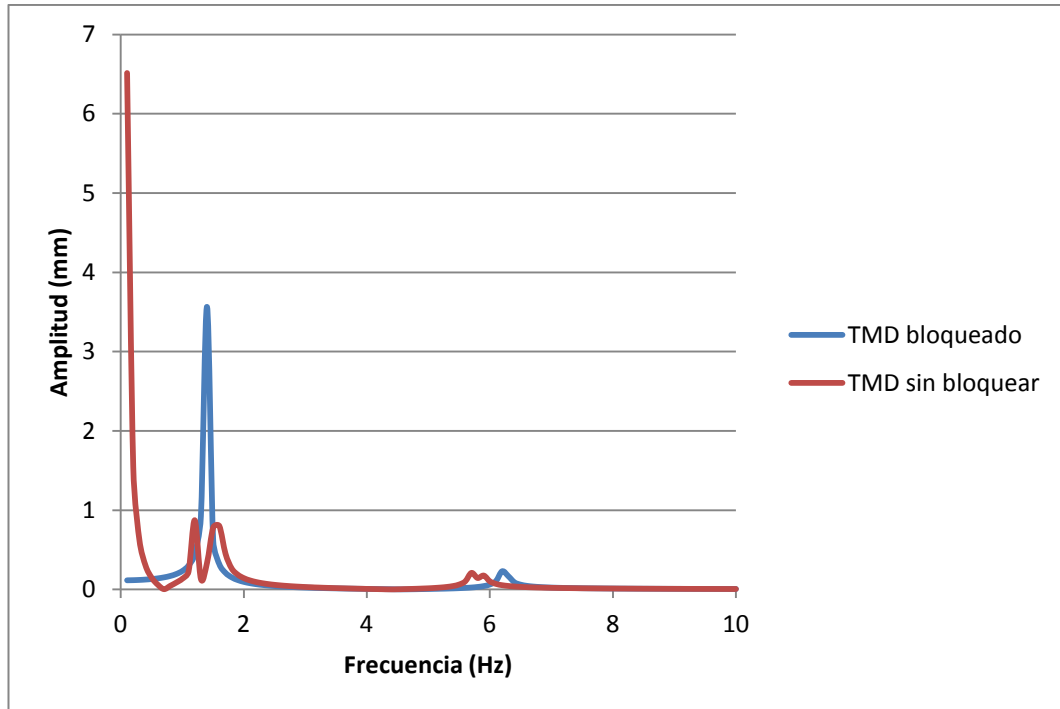
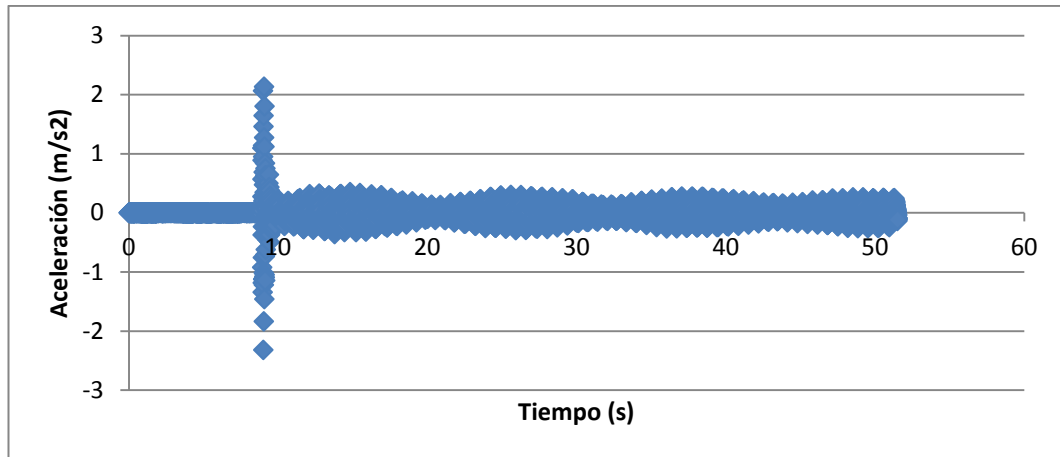


Figura 8.71 Comparación de respuestas espectrales con TMD

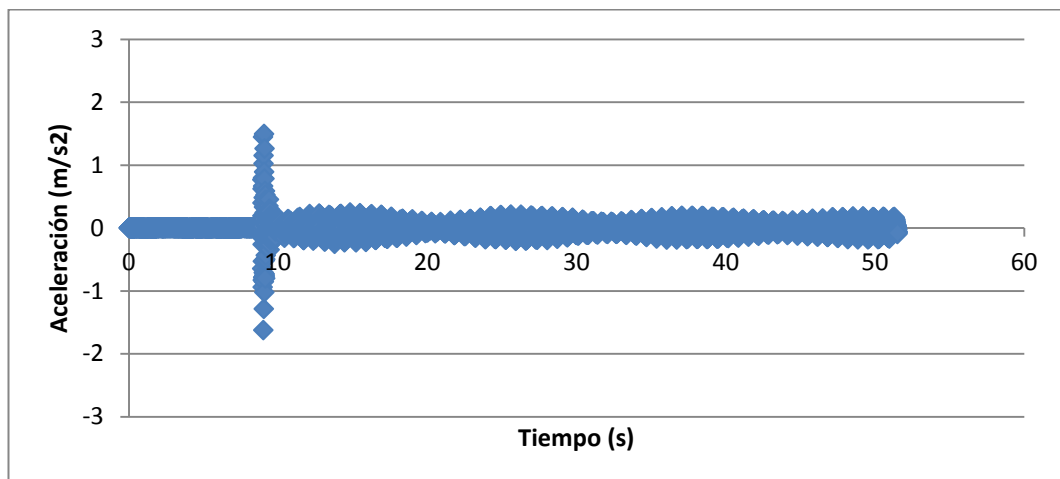
Gracias a ella, queda patente el hecho del desdoblamiento del pico del primer modo de vibración y el desplazamiento a la izquierda del pico del segundo modo. Además, se aprecia el efecto de la puesta en marcha del TMD, puesto que puede comprobarse que el mismo ha conseguido amortiguar notablemente el primer modo de vibración, ya que se ha reducido la amplitud del mismo de 3,5626 mm a 0,87323 mm.

La aceleración obtenida experimentalmente con DEWESoft es la mostrada a continuación:



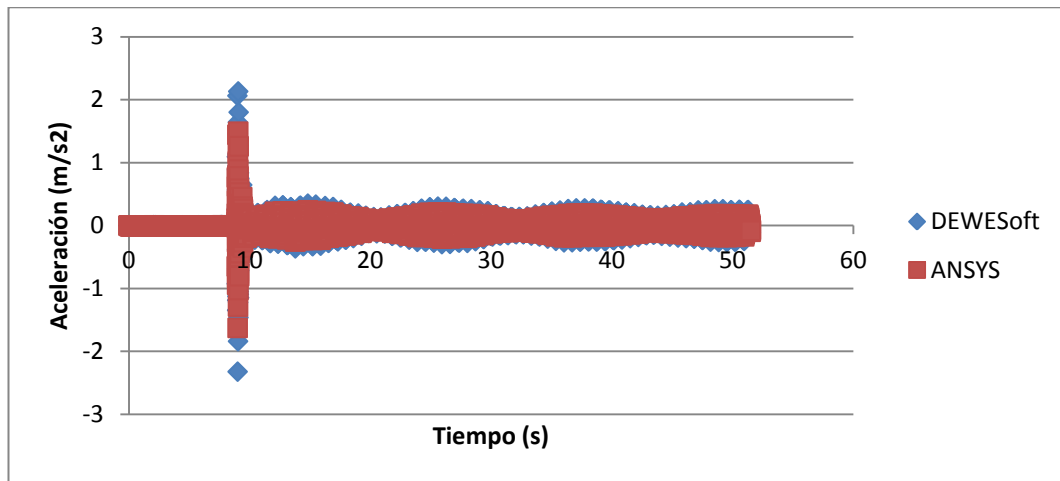
**Figura 8.72** Aceleración experimental con el TMD sin bloquear

mientras que la obtenida computacionalmente con ANSYS es la siguiente:



**Figura 8.73** Aceleración computacional con el TMD sin bloquear

Ahora se muestra la comparación de ambas:



**Figura 8.74** Comparación aceleraciones con el TMD sin bloquear

Como se puede comprobar, las aceleraciones obtenidas de forma experimental y computacional son prácticamente idénticas, por lo que se ha cumplido el objetivo.



## Conclusiones

De la realización de este trabajo se concluye que es razonable calcular una estructura haciendo uso de un programa de elementos finitos. Esto es así debido a que los resultados arrojados por el programa se corresponden de una forma bastante aceptable con los medidos de forma experimental. No obstante, existen pequeñas divergencias en los mismos, debido al hecho de que al preparar la estructura en cuestión para su mallado, es preciso modificar la geometría de los diferentes elementos de la misma, dando lugar a una masa y volumen diferentes a los medidos de forma experimental.

Sin embargo, este hecho no es motivo de preocupación, puesto que posteriormente se realiza un calibrado del modelo para que los resultados computacionales se aproximen de una mejor forma a los experimentales dando lugar, por tanto, a la aparición de errores aceptables.

Además, otra conclusión que se puede extraer es que estos programas son aceptables para realizar análisis dinámicos, puesto que nos permiten obtener estudios transitorios y la FRF de cualquier punto del modelo que estemos analizando de una forma precisa. Gracias a esto, se pueden obtener las respuestas en función del tiempo y las frecuencias de resonancia de nuestro edificio. Por último, se concluye afirmando, por un lado, que la forma de introducir el amortiguamiento estructural en ANSYS resulta ser también precisa, puesto que posteriormente se calcula el factor de amortiguamiento por medio de dos métodos y éste se corresponde de forma exacta con el introducido manualmente en el programa y, por otro, que el empleo de un TMD resulta bastante beneficioso, puesto que mitiga las vibraciones presentes de una forma notable al amortiguar los modos de vibración.





## Bibliografía

- Balachandran, B. Vibraciones. Thomson (2006). ISBN 970-686-495-4. I/Bc 534.-BALvib
- Inman, D.J. Engineering vibration. Pearson Prentice-Hall, 3ª ed. (2009). ISBN 0131919415. I/Bc 534.-INMeng
- Thompson, W.T. Theory of Vibration with applications. 4ª ed. Chapman & Hall (1993). ISBN 0139153233. I/Bc 531.1-THOthe.
- Kelly, S.G. Schaum´s outline of theory and problems of mechanical vibrations. MacGraw-Hill, (1996). ISBN 0-07-034041-2. I/Bc 534.-KELsch.
- Anil K.Chopra: “Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering”, Prentice Hall, 2012.
- Hernández, Alfonso; Pinto, Charles; Petuya, Víctor; Agirrebeitia, Josu. Introducción a la teoría de vibraciones. Bilbao: Escuela Superior de Ingenieros de Bilbao, Publicaciones, 2005. ISBN 84-95809-16-8. I/Bc 534.-HERint
- Seto, William W. Teoría y problemas de vibraciones mecánicas: [teoría y 225 problemas resueltos]. Panamá: MacGraw-Hill, 1970. I/Bc 534.-SETteo
- M. Cassano, Arturo. Análisis de estructuras bajo acciones dinámicas. Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional – edUTecNe. ISBN 978-987-25360-9-1