

TRABAJO DE FIN DE GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

**LOS MATERIALES DIDÁCTICOS
MANIPULATIVOS EN LA
ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE
LA GEOMETRÍA.**

**ACTIVIDADES PARA REALIZAR
CON EL ALUMNADO DEL
SEGUNDO CICLO DE
EDUCACIÓN PRIMARIA.**

AUTORA: María Victoria Lobo Tapia

TUTOR ACADÉMICO: Eugenio Pardo Romero

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID
E.U.Educación. PALENCIA
Curso 2011 - 2012
Convocatoria Junio 2012

RESUMEN:

Este trabajo tiene una doble vertiente. Por un lado el alumnado elabora su propio material manipulativo y por otro se sirve de dicho material para fomentar situaciones de aprendizaje que desarrollen el lenguaje y el pensamiento geométrico, entre otros objetivos.

La clasificación de los materiales y la utilización de los mismos se complementa con gran variedad de actividades que desarrolladas de forma manipulativa facilitan el tratamiento que se quiera dar a las mismas.

Al estar el currículo organizado por competencias, nos vemos en la obligación de dotar a nuestros alumnos y alumnas de una serie de habilidades que sin duda se verán favorecidas con la utilización de estos materiales, especialmente pensados para estudiar la Geometría.

PALABRAS CLAVE:

Geometría – Materiales manipulativos – Competencias – Educación Primaria– Geoplano – Tangram – Mecano – Pentominó.

ABSTRACT:

This work has two different aspects: on one side, the students create their own manipulatives and on the other hand they use these manipulatives to encourage learning situations which will develop the language and the geometric thinking, among other goals.

The classification of the manipulatives and their use is complemented by a great variety of activities that, developed in a manipulative way, make their desired treatment easier.

Since the curriculum is organized by competences, we are obliged to provide our students with a series of skills that will definitely be favored with the use of these manipulatives specially designed to study Geometry.

KEYWORDS:

Geometry – Manipulatives – Competences – Primary Education – Geoboard – Tangram – Meccano – Pentomino.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	3
1. OBJETIVOS.....	8
1.1. Objetivo General.....	8
1.2. Objetivos específicos.....	8
2. JUSTIFICACIÓN.....	10
3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y ANTECEDENTES SOBRE EL USO DE MATERIAL DIDÁCTICO.....	14
4. EL MATERIAL DIDÁCTICO EN EL AULA.....	17
4.1. Concepto y clasificaciones.....	17
4.2. Utilización de los materiales didácticos.....	19
5. ACTIVIDADES CON MATERIAL DIDÁCTICO PARA SEGUNDO CICLO DE PRIMARIA.....	23
5.1. Actividades con materiales no estructurados.....	23
5.1.1. Actividades con papel.....	23
5.1.2. Actividades con palillos.....	25
5.1.3. Actividades con pajitas de refresco.....	28
5.2. Actividades con material estructurado.....	30
5.2.1. Geoplano.....	30
5.2.2. Tangram.....	43
5.2.3. Mecano.....	56
5.2.4. Poliminós.....	62
6. CONCLUSIONES.....	70
BIBLIOGRAFÍA.....	72

INTRODUCCIÓN

La enseñanza obligatoria ha sufrido una transformación sustituyendo un currículum organizado principalmente por contenidos por un currículum organizado por competencias. Este cambio lo ha provocado la necesidad de dotar al alumnado de una serie de habilidades, más que de unos conceptos aislados, que les permita sentirse competentes tanto en la escuela como en su vida.

En la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de Educación (BOE 106, 4 de mayo de 2006) quedan fijados los objetivos de la Educación Primaria. Posteriormente, en el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. (BOE 293, 8 de diciembre de 2006). En el Decreto 40/2007, de 3 de mayo, (BOCyL 89, de 9 de mayo de 2007) se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León.

En cada área, se describe el modo en que la misma contribuye al desarrollo de las competencias básicas, así como los objetivos, contenidos y criterios de evaluación.

Dentro del área de matemáticas es importante recordar que: “La mayor complejidad de las herramientas matemáticas que se sea capaz de utilizar permite, a su vez, el tratamiento de una gran variedad de situaciones y una información más rica. Por ello, a lo largo de la escolaridad básica, el aprendizaje de la disciplina ha de ir dirigido a enriquecer sus posibilidades de utilización”. (BOCyL 89, 9 de mayo de 2007, p.9889).

Los contenidos de matemáticas se organizan en cuatro bloques, correspondiendo el tercero, la geometría. En él se señala “...asignando un papel relevante a la parte manipulativa, a través del uso de materiales: geoplanos y mecanos, tramas de puntos...”

De todos los bloques temáticos que se estudian en Educación Primaria, la Geometría, es la que mayores posibilidades ofrece a la hora de experimentar con materiales manipulativos, permitiendo al alumnado familiarizarse con todo un mundo de formas, figuras y movimientos sobre los que asentar posteriormente los modelos abstractos.

Será necesario introducir en el aula situaciones de juego así como dotarla de recursos, sobre todo manipulativos, que permitan al alumnado construir los conceptos geométricos.

Miguel de Guzmán en la conferencia sobre “Juegos matemáticos en la enseñanza” recogida en los Informes de las IV Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las

Matemáticas, organizadas por la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas “Isaac Newton” (1984), cita en relación a la utilización de los juegos en la enseñanza:

El objetivo primordial de la enseñanza básica y media no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, pensamos que, le va a ser muy necesaria como ciudadano en nuestra sociedad. El objetivo fundamental consiste en ayudarlo a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas de modo armonioso. Y para ello nuestro instrumento principal debe consistir en estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que mejor pueden conducir a la adquisición de las actitudes básicas más características que se pretende transmitir con el cultivo de cada materia.

Por la semejanza de estructura entre el juego y la matemática, es claro que existen muchos tipos de actividad y muchas actitudes fundamentales comunes que pueden ejercitarse escogiendo juegos adecuados también o mejor que escogiendo contenidos matemáticos de apariencia más seria, en muchos casos con claras ventajas de tipo psicológico y motivacional para el juego sobre los contenidos propiamente matemáticos. (p.57, 58)

Los/las niños/as, en la etapa de Primaria, se encuentran en una fase eminentemente lúdica. Por esta razón, debemos considerar el juego como otro recurso de aprendizaje en el aula. Los/las niños/as juegan porque el juego es un placer en sí mismo, pero su importancia radica en el hecho de que gracias al juego, pueden resolver simbólicamente problemas y a la vez se ponen en práctica distintos procesos mentales.

Que el juego es un recurso de aprendizaje indispensable en clase de matemáticas queda patente en los diez puntos que desarrolla (Alsina, 2008):

Decálogo del juego en clase de Matemáticas

1. Es la parte de la vida más real de los niños. Utilizándolo como recurso metodológico, se traslada la realidad de los niños a la escuela y permite hacerles ver la necesidad y la utilidad de aprender matemáticas.
2. Las actividades lúdicas son enormemente motivadoras. Los alumnos se implican mucho y se las toman en serio.
3. Trata distintos tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas.

4. Los alumnos pueden afrontar contenidos matemáticos nuevos sin miedo al fracaso inicial.
5. Permite aprender a partir del propio error y del error de los demás.
6. Respeta la diversidad del alumnado. Todos quieren jugar, pero lo que resulta más significativo es que todos pueden jugar en función de sus propias capacidades.
7. Permite desarrollar procesos psicológicos básicos necesarios para el aprendizaje matemático, como son la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y búsqueda de estrategias, etc.
8. Facilita el proceso de socialización y, a la vez, la propia autonomía personal.
9. El curriculum actual recomienda de forma especial tener en cuenta el aspecto lúdico de las matemáticas y el necesario acercamiento a la realidad de los niños.
10. Persigue y consigue en muchas ocasiones el aprendizaje significativo.(p.14)

En nuestra clase de geometría el juego lo practicaremos proponiendo actividades para realizar utilizando materiales manipulativos con el fin de introducir y consolidar los conceptos geométricos. La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas utilizando materiales incentiva la creatividad, la participación activa, y la cooperación entre el alumnado. De igual forma, fomenta la observación, la atención, la imaginación y el espíritu crítico, pasando el alumnado a ser el centro de la enseñanza.

Según la conferencia pronunciada por Puig Adam (1955) sobre “La utilización didáctica de los materiales manipulativos en España en el siglo XX”, afirma:

Se ha tardado no poco en tener conciencia clara de que no hay aprendizaje donde no hay acción y que, en definitiva, enseñar bien ya no es transmitir bien, sino saber guiar al alumno en su acción de aprendizaje.

El interés del niño por el conocimiento que recibe está en razón directa de la parte activa que toma él mismo en su adquisición. La acción no es sólo una necesidad vital del niño, sino que desde el punto de vista epistemológico es esencial en la formación del pensamiento mismo. Pensamiento y acción aparecen de tal modo vinculados que si no es posible concebir acción sin

pensamiento que la conduzca, tampoco se concibe pensamiento sin acción que lo haya provocado.

Según la doctora Montessori (1914) "el niño tiene la inteligencia en la mano", haciendo alusión al hecho de que los niños y niñas aprenden nociones a partir de la manipulación y la experimentación. Todo lo que se palpa a nivel sensorial llega al cerebro. Por lo tanto, la experimentación es fundamental para el aprendizaje. En la enseñanza de las matemáticas será muy importante el uso de materiales manipulativos y más aún, en el estudio de la Geometría. Esta idea la desarrolla M^a. Antònia Canals en el siguiente decálogo. Biniés (2008):

Decálogo para trabajar con materiales manipulables

1. Presentar una propuesta de trabajo a poder ser en forma de una «pequeña investigación».
2. Invitar a la acción, dejando bien claro qué es lo que vamos a hacer.
3. Observar a los niños y niñas, sus reacciones, sus intereses, y acoger las posibles ideas o iniciativas.
4. Estar dispuesto a cambiar el camino previsto para seguirlas, aceptando lo imprevisto.
5. Pedir la estimación de resultados en las medidas y cálculos (base del cálculo mental) y la anticipación de fenómenos geométricos en el espacio.
6. Provocar y acompañar el descubrimiento de alguna cosa nueva. Cuando lo han hecho maravillarse y felicitarles calurosamente.
7. Potenciar el diálogo, invitando a los alumnos a que expresen aquello que han hecho y que han visto. Pedirles una explicación oral coherente.
8. Resumir aquello que se ha hecho, se ha dicho y, sobre todo, aquello que se ha aprendido. Ayudar a formular conclusiones.
9. Relacionarlo con conceptos que se han trabajado con anterioridad y, en ocasiones, con otras actividades (calculadora, estadística,...).
10. De manera opcional pasar alguna cosa a lenguaje escrito, primero coloquial y después matemático (con cifras y signos).(p.75)

Todas estas consideraciones previas han sido el punto de partida de este documento cuyas partes paso a detallar.

En primer lugar, presento los objetivos que me planteo para el desarrollo de este trabajo, seguidamente una justificación de la importancia del uso de los materiales manipulativos y su relación con las competencias del Título de Grado; posteriormente, una fundamentación teórica, enumerando a diversos autores relevantes por su dedicación para fomentar la utilización de dichos materiales en la escuela.

A continuación, me centro en el material didáctico como recurso en el aula aportando diferentes clasificaciones de estos materiales, y cómo utilizarlos en la práctica.

Por último, he seleccionado los materiales que considero más útiles para el estudio de la Geometría. Es fácil entender la importancia que doy a los mismos, dejando en segundo plano la gran variedad que hay en el mercado. La razón de ser viene determinada por ser los/las alumnos/as sus auténticos creadores. Se apoyarán en sus propias creaciones para subir un peldaño más en el aprendizaje de las matemáticas. He realizado una selección de las actividades que se pueden hacer con ellos haciendo principal hincapié en el segundo ciclo de Educación Primaria.

1. OBJETIVOS

1.1. OBJETIVO GENERAL:

Promover el uso de materiales didácticos manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en la Educación Primaria, con el fin de alcanzar los objetivos previstos mediante la observación, manipulación, experimentación y en su caso la elaboración de sus propios materiales, por considerar a los mismos como elemento motivador.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ◇ Aportar una serie de actividades que pueden hacerse con estos materiales.
- ◇ Elaborar con los/las alumnos/as algunos de estos materiales manipulativos y fomentar su uso en el estudio de la Geometría.
- ◇ Explorar materiales y conocer sus posibilidades de utilización con fines educativos.
- ◇ Manipular materiales que favorezcan la comprensión y solución de problemas.
- ◇ Identificar aplicaciones de las matemáticas en distintos ámbitos.
- ◇ Desarrollar el razonamiento matemático, usándolo en situaciones carentes, en apariencia, de relación con las matemáticas.
- ◇ Describir, modelar, dibujar y clasificar figuras.
- ◇ Investigar y predecir el resultado de combinar, y cambiar figuras.
- ◇ Desarrollar la percepción espacial.
- ◇ Analizar los resultados obtenidos aprendiendo de los posibles errores cometidos.
- ◇ Habilitar en el aula un espacio adecuado para estos materiales.
- ◇ Desarrollar de forma ordenada los procedimientos de recogida de materiales e inculcar el gusto por la limpieza y el trabajo bien hecho.
- ◇ Potenciar en la enseñanza de la Geometría, la imaginación y creatividad, valorando la importancia, no sólo de los resultados, sino del proceso que los produce.
- ◇ Apreciar el papel de la Geometría en la vida diaria y disfrutar con su uso.
- ◇ Promover una actitud positiva ante las actividades y situaciones planteadas.

- ◇ Valorar la precisión del lenguaje geométrico para expresar situaciones del entorno inmediato.
- ◇ Valorar el uso de estos materiales para desarrollar en los/las alumnos/as actitudes de: compañerismo, trabajo en equipo, responsabilidad....
- ◇ Facilitar la sociabilidad a través de la creación y manipulación de estos materiales.
- ◇ Respetar otras estrategias y soluciones a problemas planteados que no coincidan con la propuesta personal.

2. JUSTIFICACIÓN

Un deseo renovador en el estudio de la Geometría que permita a los/las alumnos/as ser los artífices de su propio aprendizaje a través de la manipulación de objetos, ha preocupado al MEC de forma continuada como queda reflejada en la redacción de las Orientaciones didácticas para Primaria:

Siempre que sea posible hay que asegurar la relación de los aprendizajes con la vida real de alumnos y alumnas, partiendo de las experiencias que poseen. El acercamiento a los contenidos matemáticos debe apoyarse en actividades prácticas y en la manipulación de objetos concretos y familiares, para después seguir avanzando hacia formas más figurativas y simbólicas que faciliten la abstracción.... Mediante la manipulación de objetos diversos se asegurarán los primeros pasos en el proceso de aprendizaje matemático...la experiencia práctica en el trabajo matemático sólo constituye un punto de partida, en el que será preciso detenerse en ocasiones durante un buen período de tiempo, y que la construcción del conocimiento matemático obliga a una abstracción y una formalización permanente. Quiere esto decir que la experiencia práctica y la comprensión intuitiva de nociones, relaciones y propiedades matemáticas ha de ir enriqueciéndose progresivamente con formas de representación (por ejemplo, dibujos, esquemas y otras formas gráficas) que permitan trascender la manipulación concreta de objetos y situaciones hasta llegar, en último término a una comprensión plena de las mismas mediante el manejo adecuado de las notaciones y operaciones simbólicas de tipo numérico o geométrico. (MEC, 1992, p.71)

La utilización de materiales manipulativos para el estudio de la Geometría servirá para ayudar a que los niños y niñas adquieran competencias como:

-Conocimiento e interacción con el mundo físico, reconociendo formas geométricas de dos o tres dimensiones en un entorno inmediato, interpretando modelos geométricos, mejorando su capacidad para hacer construcciones, que les será de gran utilidad en el empleo de mapas, planificación de rutas, diseño de planos, lectura de gráficos...

-*Aprender a aprender* utilizando materiales de forma autónoma de creciente complejidad, siendo capaz de verbalizar el proceso seguido en el aprendizaje o el resultado.

-*Competencia cultural y artística* desarrollando la imaginación, la creatividad y el gusto por la belleza de las formas, especialmente en la naturaleza y en el arte, adquiriendo una visión geométrica del entorno.

-*Competencia social y ciudadana* dando mucha importancia al trabajo en equipo a la hora de compartir materiales, aceptando los puntos de vista de los demás.

El auténtico protagonista, en lo que a la adquisición de estas competencias se refiere, será el alumnado quien, a través de su acción, construya su propio conocimiento, organice la realidad y reelabore de forma continua sus estructuras mentales. El papel del profesorado será preparar, impulsar situaciones educativas, creativas, estimulantes, que despierten en los/las niños/as la curiosidad por el mundo que le rodea, guiándoles en su paso por las tres fases del conocimiento matemático: la fase manipulativa, la fase gráfica-representativa y la fase simbólica. El uso de material diverso facilitará el paso de una fase a otra, seleccionando actividades acordes al pensamiento del/la niño/a.

Por lo tanto con las situaciones de movimiento, juego, manipulación y experimentación, asentaremos las bases que nos permitirán ir hacia la construcción y estructuración del pensamiento lógico, que es básico en matemáticas.

El uso de materiales manipulativos junto con la capacidad de observación del alumnado hará también que fomentemos su creatividad.

Con el uso continuado de estos materiales estamos primando una enseñanza más lógica y razonada frente a la mecánica y memorística. Pero no podemos caer en el error de que la libre manipulación de los objetos sea el medio principal para llegar al conocimiento matemático, como tampoco lo es, la sola explicación del profesorado.

Cascallana (1988) sostiene lo siguiente:

Cuando hablamos de manipulación en matemáticas se está haciendo referencia a una serie de actividades específicas con materiales concretos, que faciliten la adquisición de determinados conceptos matemáticos. La manipulación no es un fin en sí misma, ni tampoco provoca un paso automático al concepto matemático. Es precisa la propuesta de actividades dirigidas al fin que queremos

conseguir. Estas actividades tienen que estar auxiliadas de un material concreto, ya que los niños no tienen capacidad suficiente para hacerlas sobre un material abstracto, como es el discurso verbal. (p.29)

El presente trabajo está relacionado de forma global con las competencias generales del Título de Grado recogidas en la Memoria del Plan de Estudios del Título de grado Maestro/a en Educación Primaria por la Universidad de Valladolid.

Si bien no es suficiente la explicación del profesor/a, él/ella será el/la auténtico/a dinamizador/a de las clases y tendrá en cuenta una serie de aspectos que supondrán que domina las competencias generales y que se concretarán en:

- El dominio de la terminología educativa.
- Valoración de las características psicológicas, sociológicas y pedagógicas del alumnado en sus distintas etapas del sistema educativo.
- La adecuación de los objetivos, contenidos y criterios de evaluación que conforman el currículo de Primaria.
- La adaptación de los principios y procedimientos empleados en la práctica educativa.
- La utilización de las principales técnicas de enseñanza-aprendizaje.

Los conocimientos adquiridos tienen que ser aplicados de forma profesional y la elaboración y defensa de la resolución de los problemas propios de su área de estudio (en este caso Geometría) demostrarán que están en posesión de las competencias adecuadas. El desarrollo de habilidades formará a la persona titulada de forma que utilizando los materiales adecuados consiga:

- Llevar a buen término buenas prácticas de enseñanza-aprendizaje.
- Ser capaz de integrar la formación y los conocimientos necesarios para resolver problemas educativos, principalmente mediante procesos colaborativos.
- Crear una cultura de trabajo interdisciplinar, siempre a partir de un objetivo centrado en el aprendizaje, a través de la coordinación y la cooperación con otras personas de diferentes áreas.

Los temas sociales, científicos, entre los que incluimos las matemáticas, o éticos, necesitan que el docente sea capaz de reunir datos sobre los mismos, con el fin de poder emitir una valoración de forma reflexiva. La búsqueda de información variada sobre la

utilización de materiales así como la recopilación y uso de los mismos, facilitará que las habilidades en las que se concreta esta competencia se formen para:

- Ser capaz de utilizar procedimientos eficaces en la búsqueda de información tanto primaria como secundaria.

Si se han desarrollado las habilidades de aprendizaje adecuadas se podrá emprender estudios superiores con cierto grado de autonomía. Esta competencia además de otros aspectos, implica el desarrollo de:

- El fomento del espíritu de iniciativa y de una actitud de innovación y creatividad en el ejercicio de la profesión. Pongo especial énfasis en la innovación y la creatividad puesto que ambas me han servido de motivación y me han impulsado a tratar el tema que nos ocupa.

También está relacionado de forma especial con las competencias que se marcan dentro de la materia: "Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas". Es indiscutible el rol que juegan las matemáticas en el mundo. En mi papel de docente el principal objetivo consistirá en conseguir que los discentes adquieran competencias matemáticas básicas, entre las que se encuentra la Geometría, y que sean capaces de razonar y resolver sencillos problemas matemáticos vinculados a la vida ordinaria.

Este objetivo sólo podré conseguirlo desarrollando las indicaciones que hacen referencia al conocimiento del currículo de matemáticas que en este trabajo tendrá relación con el bloque de contenido número 3 relativo a la Geometría. Además, es imprescindible dejar patente la necesidad de contar con diversos materiales didácticos que nos sirvan de apoyo para desarrollar los contenidos de este bloque. De esta forma se conseguirá conocer tanto los materiales manipulativos, tan prácticos en el aula, como las actividades que se pueden hacer con ellos y a su vez nos ayudarán a plantear y a resolver problemas matemáticos vinculados con la vida cotidiana.

3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y ANTECEDENTES SOBRE EL USO DE MATERIAL DIDÁCTICO

Desde inicios del siglo XX, la manipulación de materiales didácticos como herramienta para adquirir y desarrollar conocimientos matemáticos ha sido un campo muy investigado por numerosos expertos: psicólogos/as, pedagogos/as, matemáticos/as, educadores/as...

Alsina y Planas (2008) nos dicen:

Para todos ellos, la manipulación es mucho más que una manera divertida de desarrollar aprendizajes. La manipulación de materiales es en ella misma una manera de aprender que ha de hacer más eficaz el proceso de aprendizaje sin hacerlo necesariamente más rápido. Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que se limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del momento de aprendizaje (p.50).

Entre todos destacamos:

- Como ya hemos dicho María Montessori (1914), pionera en el uso de materiales manipulativos, sostiene que “el niño tiene la inteligencia en la mano”, considera que los niños aprenden conceptos a partir de la manipulación y experimentación de los objetos. El material llama al niño, lo estimula y guía.

Para Piaget e Inhelder (1975) el niño aprende a partir de la acción sobre los objetos, dado que la manipulación permite hacer representaciones mentales que favorecen la construcción y la interiorización de conceptos.

- Estalella (1918) divulga el conocimiento matemático a partir de actividades basadas en materiales manipulativos, como objeto de uso corriente. Propone, partiendo de la experimentación, resolver problemas o enigmas y a partir de aquí construir modelos. Defiende un equilibrio integrado entre la manipulación y el trabajo de aspectos formales de las matemáticas.

- Decroly (1965) parte de la observación de la naturaleza y de la manipulación para despertar el interés y la intuición de los aprendices.

· Freinet (1968) considera que las personas aprendemos a partir de las propias experiencias. Además de apoyar el uso de materiales para aprender matemáticas, impulsa el movimiento Educación Matemática Realista, que defiende la conexión de los conocimientos matemáticos con el entorno.

· Dienes (1970) demostró que a través de materiales se pueden enseñar estructuras matemáticas desde las primeras edades. Este autor inventó diversos materiales, además de los famosos bloques lógicos.

· Mialaret (1984) opina que en primer lugar es necesario manipular, pero la acción por ella misma no es suficiente, se requieren otros procesos como el lenguaje, es decir, la verbalización de la acción.

· Spencer (1989) cree que lo que el aprendiz descubre por medio de la observación y la manipulación queda mejor aprendido que todo lo que se le pueda explicar.

· Puig Adam (1955) dejó muy claro sus planteamientos en su famoso decálogo de la didáctica de las matemáticas; concretamente en los puntos 4, 5, 7 y 9 nos dice:

- Graduar cuidadosamente los niveles de abstracción.
- Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.
- Promover en todo lo posible la autocorrección.
- Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.

· M. Antònia Canals, se centra en el aspecto manipulativo que concretó en su decálogo sobre trabajo con materiales manipulables del que ya hemos hablado. Alsina (2008) citando a esta autora, dice:

Si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada en cada edad, y a partir de aquí fomentar el diálogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitará en manera porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo. (p. 15).

No podemos olvidar a otros autores que han realizado aportaciones muy interesantes sobre el uso del material en la case de matemáticas y que me han sido de gran valor para la realización de este trabajo como M^a Teresa Cascallana, Carme Burgués, Claudi Alsina, Josep M^a Fortuny, Ángel Alsina y Núria Planas.

De las afirmaciones de todos ellos, podemos concluir que la manipulación con material didáctico es un paso necesario e indispensable para la adquisición de competencias matemáticas. Pero no es la manipulación en sí lo importante para el aprendizaje matemático, es la acción mental que se estimula cuando los/las niños/as tienen la posibilidad de tener en sus manos materializados los distintos entes matemáticos. Según Dienes (1970) “La acción con los materiales debe ir acompañada de la expresión oral con el fin de conseguir realizar juegos y deducciones sin el material, para lo cual también es fundamental tener en cuenta la representación gráfica e incluso simbólica.”.

4. EL MATERIAL DIDÁCTICO EN EL AULA

4.1. CONCEPTO Y CLASIFICACIONES

Son varias las definiciones que se han propuesto para este término. Entre alguna de ellas están:

“Bajo la palabra “material” se agrupan todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a descubrir, entender o consolidar conceptos fundamentales en las diversas fases de aprendizaje.” (Alsina, Burgués y Fortuny, 1988, p.13).

“Todo objeto, juego, medio técnico, etc. capaz de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas.” (Álvarez, 1996, p. 9).

Los materiales didácticos utilizados para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría pueden clasificarse de diferentes maneras según los criterios que se elijan para ello. Cascallana (1988) los clasifica en:

- Material no estructurado
- Material estructurado

El material no estructurado es cualquier objeto tomado del entorno del/la niño/a. Es muy rico en cuanto a las características y despierta gran interés en los discentes por estar más próximo a sus aficiones; si bien, a veces aparecen factores que pueden no ser fundamentales para la comprensión de un concepto.

El primer material utilizado para la enseñanza es el que procede de sus propios juegos; los juguetes representativos como animales, muñecos, coches,... a partir de ellos se puede establecer relaciones lógicas básicas, se pueden agrupar, clasificar, ordenar, seriar.

El material de desecho y de uso corriente es también de gran utilidad. No debemos olvidar que una misma actividad debe realizarse con materiales diversos para favorecer el proceso de generalización de los conceptos.

En resumen, cualquier material de fácil manipulación y que no sea tóxico ni peligroso, puede ser empleado como medio didáctico para el aprendizaje de conceptos matemáticos.

El material estructurado está diseñado especialmente para facilitar y desarrollar determinados conceptos matemáticos.

Aunque cada tipo de material ha sido diseñado para favorecer la adquisición de determinados conceptos, la mayor parte de ellos podríamos decir que son multiuso, en la medida de que pueden utilizarse para varios conceptos. También el mismo material puede utilizarse de forma más o menos compleja según las diferentes edades.

Alsina et al. (1988) hacen una clasificación interesante de las familias de materiales didácticos teniendo en cuenta las funciones que ejercen:

1. Materiales dedicados a la comunicación audiovisual: pizarra, diapositivas, cine, retroproyector y videos.
2. Materiales para dibujar. Aquí podemos considerar todos los instrumentos de dibujo: reglas, compases, escuadras, cartabones, etc.
3. Materiales para leer. Tradicionalmente los libros, cuentos o cómics..., se han presentado como elementos autosuficientes, alternativos y a veces complementarios, respecto a los materiales de otro tipo.
4. Materiales para hacer medidas directas o indirectas: reglas graduadas, metros... que tienen como finalidad hacer medidas de todo tipo.
5. Materiales que son modelos. La simple presentación de modelos como poliedros, polígonos, mosaicos,... constituyen una actividad interesante para concretar conceptos y estudiar propiedades.
6. Materiales para el descubrimiento de conceptos. Aquí podemos considerar todos los materiales estructurados que están elaborados para trabajar conceptos o relaciones matemáticas, por ejemplo: bloques lógicos, regletas, geoplanos...
7. Materiales para mostrar aplicaciones. Son aquellos instrumentos que permiten hacer evidentes nuevas aplicaciones de conceptos ya asumidos, consolidando con esto los propios conceptos previos, así como sus posibilidades. Sirvan como ejemplo los diversos juegos planos y espaciales, en donde las figuras y las transformaciones son protagonistas.
8. Materiales para resolver problemas: los clásicos rompecabezas, las piezas de mecano, el plegado de papel, etc., llevan a resolver problemas interesantes.
9. Materiales para demostraciones y comprobaciones. Usados principalmente en Geometría, ayudan a presentar teoremas relativos a áreas de polígonos, el teorema de Pitágoras...

4.2. UTILIZACIÓN DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS.

Cualquier tipo de material puede ayudar a provocar situaciones de tipo matemático. Tengamos en cuenta que las nociones matemáticas no se derivan del material, sino de la captación del significado de las acciones que el/la niño/a realiza sobre el material. Al operar sobre el material el/la niño/a añade propiedades que aquel no tiene en sí mismo. Los objetos pueden ser comparados, agrupados, ordenados, clasificados... el/ niño/a puede añadir quitar, reunir, separar.

El material es importante al ser considerado soporte de las acciones sobre las que reflexiona el/la niño/a; estas acciones generalmente están dirigidas por el maestro/a y van encaminadas a la adquisición y consolidación de un concepto, por lo que es muy conveniente tener en cuenta los cuatro principios de Dienes (1970):

1º Principio dinámico. Se propondrá a los niños juegos preliminares, juegos estructurados y juegos de práctica, que les sirvan de indispensables experiencias para que, finalmente, puedan formar conceptos matemáticos en la medida en que cada tipo de juego es introducido en el momento oportuno.

- *Juegos preliminares*. A los que corresponde una actividad más bien desordenada sin objetivo aparente; el niño se lanza a esta actividad y encuentra satisfacción en la actividad misma. Esta primera fase de juego libre sirve para que el niño se adapte y se familiarice con el material.
- *Juegos estructurados*. En los que es deseable una actividad ya estructurada, aunque tal estructuración no llegue demasiado lejos. En cuanto al modo de conseguirlo, dependerá tanto de la estructura del concepto como de los modos de pensamiento particulares de la persona; lo más seguro será acumular muchas experiencias con materiales distintos pero que conduzcan todas al mismo concepto.
- *Juegos de práctica*. Con el fin de proporcionar al niño la adecuada práctica para aplicar y fijar los conceptos que han sido formados.

2º Principio de constructividad. En la estructuración de los juegos la construcción precederá siempre al análisis, por cuanto este último se encuentra prácticamente ausente del aprendizaje mientras el niño no tenga doce años.

3º Principio de la variabilidad matemática. Los conceptos que encierran más de una variable deben ser estudiados mediante experiencias que supongan el manejo del

mayor número posible de aquellas variables. Si se quiere proporcionar el mayor número posible de experiencias, estructuradas de manera que faciliten el desarrollo del concepto, parece deseable, a priori, que varíen todos los parámetros posibles, siempre y cuando dejen intacto el concepto. Por ejemplo, con el concepto de paralelogramo se puede cambiar la forma haciendo variar los ángulos y la longitud de los lados opuestos, con tal de que estos permanezcan paralelos.

4º Principio de la variabilidad perceptiva. Tanto para que puedan manifestarse las diferencias individuales en la formación de los conceptos, como para que los niños vayan adquiriendo el sentido matemático de una abstracción, la misma estructura conceptual deberá ser presentada en tantas formas perceptivas equivalentes como podamos. Es decir, proponer trabajos que parezcan muy distintos, pero que esencialmente tengan la misma estructura conceptual. Por ejemplo, se pueden dibujar paralelogramos sobre el papel, se pueden construir con tiras de mecano, se pueden determinar con gomas en el geoplano, pueden servirse de su propio cuerpo para conseguir la figura adecuada o bien pueden descubrirlos en los objetos que nos rodean en el aula.

Los materiales didácticos se emplean en Matemáticas con tres objetivos diferentes:

1. *Para favorecer la adquisición de rutinas*. Existe un tipo de material didáctico que está diseñado para cumplir una función muy específica, principalmente de consolidación de conceptos o ejercitación de procedimientos.

2. *Para modelizar ideas y conceptos matemáticos*. Los materiales didácticos permiten una presentación sobre soporte físico de determinados conceptos. Es el caso del geoplano que ofrece un modelo para el estudio de algunas propiedades geométricas de las figuras planas.

3. *Para plantear y resolver problemas*. El tangram y el plegado de papel son ejemplos de materiales didácticos generadores de cuestiones, problemas abiertos y actividades de investigación. Alsina et al. (1988) señalan que en algunos casos el propio material puede ser el problema. Lo usual es que casi todos los materiales sean utilizados como “planteadores” de problemas.

Por lo tanto el material tendrá una doble función:

- Por una parte posibilitará el aprendizaje real de los conceptos, puesto que el alumnado puede elaborarlos por sí mismo o con la orientación o ayuda del profesorado.
- Por otra será motivadora, si se sabe crear situaciones interesantes para el/la niño/a, en las que sea un sujeto activo.

Aunque la utilización de los posibles materiales es un recurso didáctico útil, el empleo de uno u otro dependerá de la situación educativa, del proceso evolutivo del/la niño/a y del momento de la adquisición del concepto. No obstante hemos de ser cautelosos y no bajar la guardia en la aplicación de los mismos para conseguir del material justo aquello que queremos y no algo contraproducente.

En el momento de elegir el material es importante evitar una serie de errores:

-Sofisticación del material: Un material que en sí mismo contenga complejidades puede desvirtuar el objetivo para el que fue diseñado.

-Intocabilidad del material. La “no posesión del material” por parte de los alumnos y alumnas puede reducir el interés del mismo enormemente. Por ejemplo, mirar desde lejos cómo funciona un geoplano nunca puede sustituir a su uso individual o en grupo.

-Poca cantidad de material. Hay muchos materiales que han de ser de uso personal y no de un grupo o de una clase, por lo deberemos poseer suficiente cantidad para todo el alumnado.

-Crear que el material ya asegura un concepto: Es un error pensar que un concepto presentado a través de un material está asimilado. Un mismo concepto deberá tratarse en lo posible con diversidad de materiales y a la vez la mayoría de los materiales son utilizados para trabajar diferentes conceptos.

-La no adecuación de los conceptos presentados por el material: No tiene ningún sentido querer presentar un material, por muy motivador que sea, si el concepto a tratar no es adecuado al nivel del alumnado. Deberían utilizarse exclusivamente para cubrir aquellos objetivos docentes en los que la aportación sea claramente efectiva.

Igual de perjudicial es el caso opuesto. “Si los materiales se utilizan de forma esporádica, su influencia en el proceso de aprendizaje será nula, ya que el alumnado considerará que la “clase con materiales” es un divertimento, “hoy no damos matemáticas” (Álvarez, 1996, p. 15).

Nos ayudará mucho para elegir el material y preparar las correspondientes actividades:

- preguntarnos cuáles son nuestros objetivos respecto al tema o concepto a tratar.
- saber qué conocimientos previos tienen nuestros/as alumnos/as y qué necesitan para avanzar.

- prever la cantidad necesaria para que todos los/las niños/as puedan manipular. Si es de forma individual, tendremos que tener un material por niño/a y si no hay suficiente para todos, podemos trabajar en grupos variando los materiales.

- programar una serie de actividades a realizar con los materiales, pero estando abiertos a las propuestas o inquietudes del alumnado, cambiando si es necesario cualquier proyecto previo.

-organizar los espacios, bien sea dentro del aula como fuera de ella: en el gimnasio, patio...

Una puesta en común de la sesión, seguida de un análisis, nos ayudará para decidir sobre el contenido y material a utilizar en la próxima.

El material se utilizará tanto para el estudio de nuevos conceptos, como de refuerzo para los/las niños/as que lo necesiten y de ampliación para los que finalizan pronto su tarea.

5. ACTIVIDADES CON MATERIAL DIDÁCTICO

5.1. ACTIVIDADES CON MATERIALES NO ESTRUCTURADOS

Dentro de la amplia gama de este tipo de materiales, elegiremos para el estudio de la Geometría: palillos, pajitas, lanas,... además de todos los objetos que pueden traer los/las niños/as que nos servirán para hacer una exposición de formas geométricas en la clase: cajas de quesitos, de cerillas vacías, botes, rollos de papel, cucuruchos, pelotas de tenis, tarjetas postales...

Con todos estos objetos podemos hacer una actividad de primer contacto donde tengan que describir la forma de los mismos sin verlos, tan solo tocándolos. Para ello en una bolsa opaca meteremos objetos como por ejemplo, una caja de cerillas, una pelota de pinpon, un bote , una goma de borrar, un lápiz, una tarjeta de cartulina...el/la niño/a meterá la mano en la bolsa y tocará un objeto al azar y sin verlo nos dirá alguna de sus características: es plano, es redondo, cuántas caras tiene, cuántos vértices....No es tan importante, como primera actividad, que diferencie los cuerpos geométricos, como que discrimine líneas, superficies y volúmenes.

5.1.1 Actividades con papel.

La manipulación con papel es un buen ejercicio de razonamiento espacial y se trata de una forma de aprender en la que el logro del objetivo lo obtiene el alumnado por sí mismo, siendo nuestra función la de guía, es decir, aprendizaje autónomo. No menos importante es que podemos conseguir que el estudiante incorpore lenguaje matemático a sus conocimientos de manera natural realizando cierta abstracción de determinados elementos como paralelas, perpendiculares, ángulos, etc.

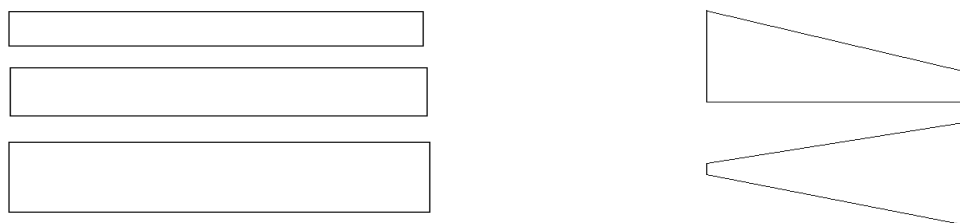
Por medio de dobleces pueden trazar:

- Recta que pasa por un punto. Coge una hoja, marca un punto en la hoja y dobla el papel por dicho punto. Al abrir el papel obtienes la recta que pasa por dicho punto.

- Recta que pasa por dos puntos. Marca dos puntos en la hoja (A y B) y dobla con mucho cuidado obteniendo al desplegar el papel la recta que pasa por esos dos puntos, con un lápiz marca la recta y la llamas r.
- Recta perpendicular a otra recta. Ahora vas a trazar una recta, s, que sea perpendicular a la recta r que hemos obtenido en la actividad anterior. Dobla el papel por la recta r y haz un doblez de forma que hagas coincidir dicha recta sobre sí misma, despliega el papel, marca el doblez con el lápiz y tendrás la recta s perpendicular a la recta r.
- Recta paralela a una dada. Es la perpendicular a una perpendicular.
- Con un trozo de papel cuadrado y unas tijeras, doblando el cuadrado y haciendo un único corte recto trata de obtener las siguientes figuras.

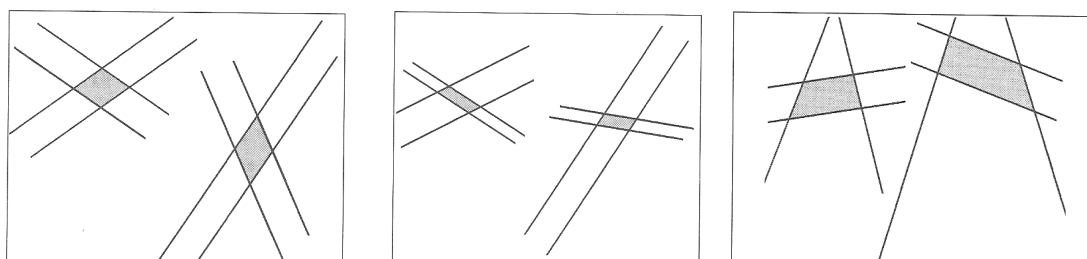


- Repartiendo tiras de papel de 20 cm de longitud y diferentes anchuras: 2, 3, 4, 5 cm, paralelas y no paralelas como las de la figura.



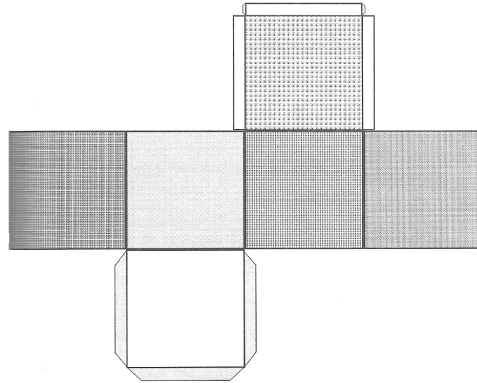
Propondremos a los/las niños/as que construyan cuadriláteros, utilizando dos tiras de papel:

- Las dos paralelas y de la misma anchura. ¿Cuántos cuadriláteros distintos puedes construir?
- Las dos paralelas de distinta anchura. ¿Qué tipo de figuras podemos obtener?
- ¿Qué ocurre si utilizamos una tira con los lados paralelos y la otra no?



Pueden doblar los bordes del papel y pegar los cuadriláteros resultantes en un pequeño mural.

- Construcción de cuerpos geométricos partiendo de sus desarrollos.

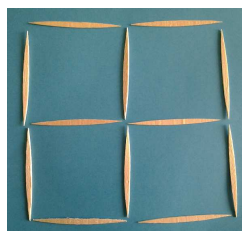


- Utilizaremos también el papel para la fabricación de tangrams y pentaminós, tal como veremos más adelante al tratar estos materiales.

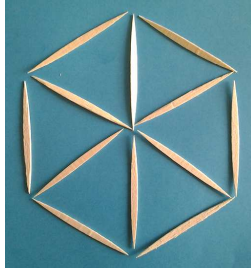
5.1.2. Actividades con palillos

Con palillos podemos trabajar figuras planas, representadas sobre la mesa, que nos ayudarán a reforzar conocimientos geométricos como: triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo.... Se realizarán actividades como las siguientes.

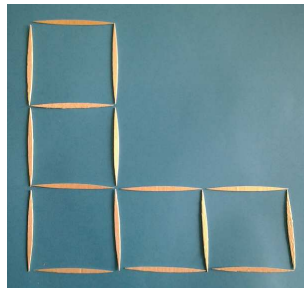
- Construye con 12 palillos:
 - ◇ Un cuadrado
 - ◇ Un rectángulo.
 - ◇ Un triángulo con tres lados iguales.
 - ◇ Un triángulo con solo dos lados iguales.
 - ◇ Un triángulo con tres lados desiguales.
 - ◇ Un rombo.
 - ◇ Una estrella de seis puntas.
- Sitúa sobre la mesa 12 palillos formando la figura del dibujo.



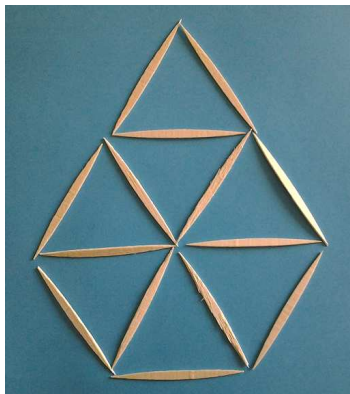
- Quita cuatro palillos y quedará un cuadrado sólo.
- Forma dos cuadrados iguales quitando cuatro palillos.
- Coloca sobre la mesa 12 palillos como muestra el dibujo.



- Quita 3 palillos y dejarás formados 3 rombos.
- Mueve 6 palillos y quedarán formados 3 rombos.
- Con 16 palillos forma la figura.



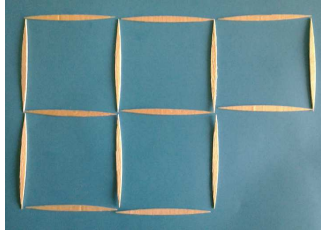
- Mueve 2 palillos y deja 2 rectángulos y 2 cuadrados.
- Mueve 3 palillos y forma 3 rectángulos.
- Mueve 4 palillos y deja formados 2 rectángulos y un cuadrado.
- Mueve 3 palillos y deja formados 2 rectángulos iguales y un cuadrado.
- Con 14 palillos forma la figura.



- Elimina 5 palillos y deja dos triángulos de distinto tamaño.
- Elimina 4 palillos y deja 3 triángulos (pueden ser de distinto tamaño).

-Elimina 3 palillos y deja 4 triángulos.

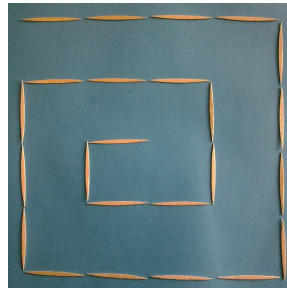
- Sitúa sobre la mesa 15 palillos tal como te muestra la figura.



-Elimina tres palillos y desaparecen 2 cuadrados.

-Mueve 3 palillos y haz desaparecer un cuadrado

- Sitúa sobre la mesa 24 palillos creando una espiral.

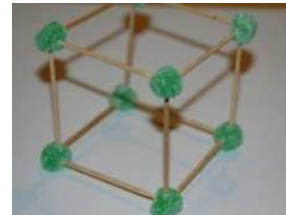
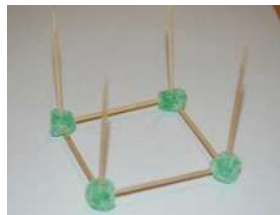


-Mueve 2 palillos y convierte la figura en 2 cuadrados.

-Mueve 4 y haces 3 cuadrados.

Los palillos, junto con otros materiales como la plastilina o las gominolas, nos ayudarán a construir cuerpos geométricos. Realizaremos actividades como las siguientes:

- Forma un triángulo con tres palillos y tres gominolas, después coloca otro palillo en vertical en cada gominola. Al final une los tres palillos con una sola gominola. ¿Cómo se llama este cuerpo geométrico?
- Construye un cuadrado con cuatro palillos y cuatro gominolas, a continuación coloca en vertical un palillo en cada gominola, coloca otro cuadrado encima, ¿qué poliedro has construido?

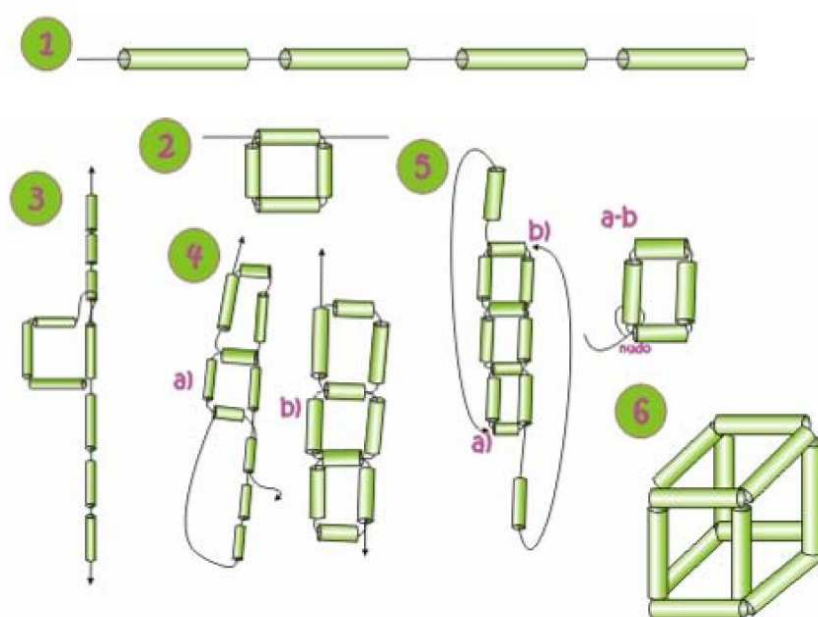


- Construye otros poliedros, siendo las bases otros polígonos: triángulo, pentágono....

5.1.3. Actividades con pajitas de refresco.

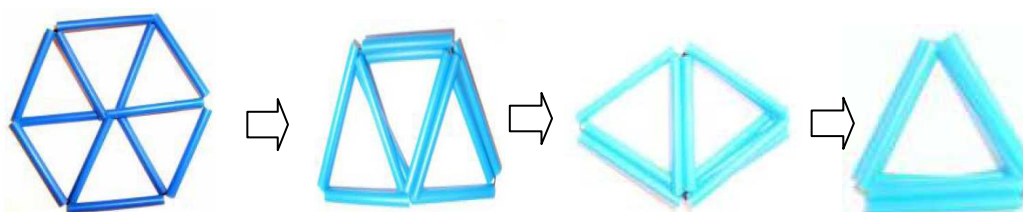
Con cañas o pajitas de refresco también podemos realizar polígonos y poliedros, al igual que con los palillos. Pero si se utiliza hilo elástico en la construcción hace que la estructura no permanezca rígida, siendo una gran ventaja para manipular el material. Una actividad muy interesante es:

- Construye un cubo con doce pajitas que midan la misma longitud (entre 6 y 10 cm) y con 1,20 m de hilo elástico.

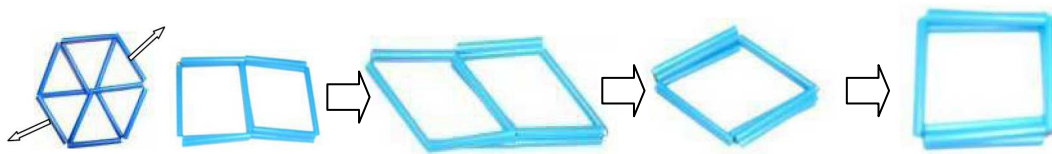


A partir del cubo, podemos hacer las siguientes actividades para descubrir siete polígonos y tres cuerpos geométricos. El alumnado podrá descubrir los siguientes polígonos:

- Une dos vértices opuestos del cubo y consigues la primera figura, el hexágono.
- Dobla por la mitad el hexágono y obtendrás el trapecio que, a su vez, son tres triángulos.
- Al doblar uno de los triángulos, obtienes un rombo.
- Doblando por la mitad el rombo tendrás un triángulo equilátero.



- Volviendo al hexágono y estirándolo por dos lados opuestos, conseguirás un rectángulo. Observa que sus cuatro ángulos son rectos.
- Si estiramos el rectángulo por dos de sus vértices opuestos, se forma un romboide, compuesto por dos rombos. ¿Cómo son los ángulos ahora?
- Dobla el romboide y aparece el rombo.
- Estira dos vértices opuestos del rombo y obtendrás un cuadrado.



Los cuerpos geométricos que podemos construir, además del cubo, son:

- Tetraedro. Para construirle, volvemos al trapecio y levantamos y unimos los extremos del lado mayor. ¿Cómo son sus caras? ¿Cuántos vértices tiene? ¿Cuántas aristas?
- Pirámide de base cuadrangular. Para construirla, partimos del hexágono y uno de los vértices, el A, lo elevamos y lo unimos al vértice B, eliminando dos lados para obtener así la pirámide. ¿Cómo son sus caras?, ¿Cuántos vértices tiene? ¿Cuántas aristas?



5.2. ACTIVIDADES CON MATERIAL ESTRUCTURADO

5.2.1. El geoplano

5.2.1.1. Descripción

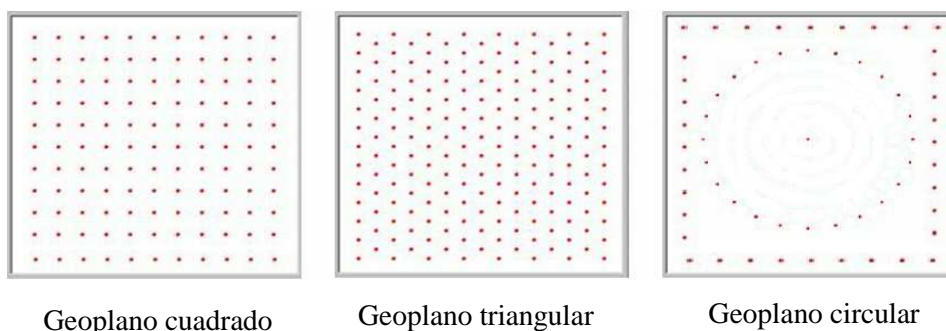
El geoplano original diseñado por Caleb Gattegno (1911-1988), consistía en una plancha de madera con pivotes o clavos formando una trama ortométrica en la que, con gomas elásticas, se representan diferentes figuras geométricas. Gattegno presentó el geoplano en la primera publicación conjunta de la Comisión Internacional para la mejora de la enseñanza de las matemáticas y fue introducido en España por el profesor Puig Adam (1900-1960). Se utilizaron preferentemente los de 5 x 5. Actualmente en el mercado están disponibles en material plástico, aunque es muy interesante la actividad de construcción del geoplano por el propio alumnado, utilizando tableros de madera y clavos.

El geoplano es un recurso manipulativo muy útil para la introducción de los conceptos geométricos. Permite a los/las niños/as una mejor comprensión de términos abstractos, que muchas veces o no entienden o se han formado ideas erróneas en torno a ellos.

5.2.1.2. Tipos de geoplano.

- Cuadrado u ortométrico: De trama cuadrada donde los pivotes o clavos van situados en los vértices de los cuadrados. El tamaño del tablero así como el número de cuadrículas es variable, desde 3 x 3 hasta n x n.
- El geoplano circular: Tiene el mismo sistema que el anterior pero los clavos tienen que estar situados de tal manera que, al pasar una goma elástica por todos los pivotes exteriores, se forme una “circunferencia”. La forma de construirlo es haciendo un polígono de 12 ó 24 lados con un pivote central. Nos permite trabajar elementos de la circunferencia (radios, cuerdas, diámetros, perímetro) ángulos y polígonos.
- Isométrico, de trama triangular, con los pivotes situados en vértices de triángulos equiláteros, la distancia entre cada punto y todos los puntos contiguos a él es la

misma. Nos permite lo que no podemos hacer con el ortogonal, trabajar con ángulos de 60° para la construcción de triángulos equiláteros y hexágonos regulares.



Actualmente se comercializan en plástico a doble cara (bigeoplanos), por una cara en trama cuadrada de 25 ó 36 pivotes y por la otra circular. Otros modelos presentan por una cara geoplano isométrico y por la otra ortométrico. Para trabajar con ellos se usan preferentemente gomas elásticas de diferentes colores, aunque también pueden utilizarse lanas, cordones e hilo de plástico.

5.2.1.3. Utilidad del geoplano

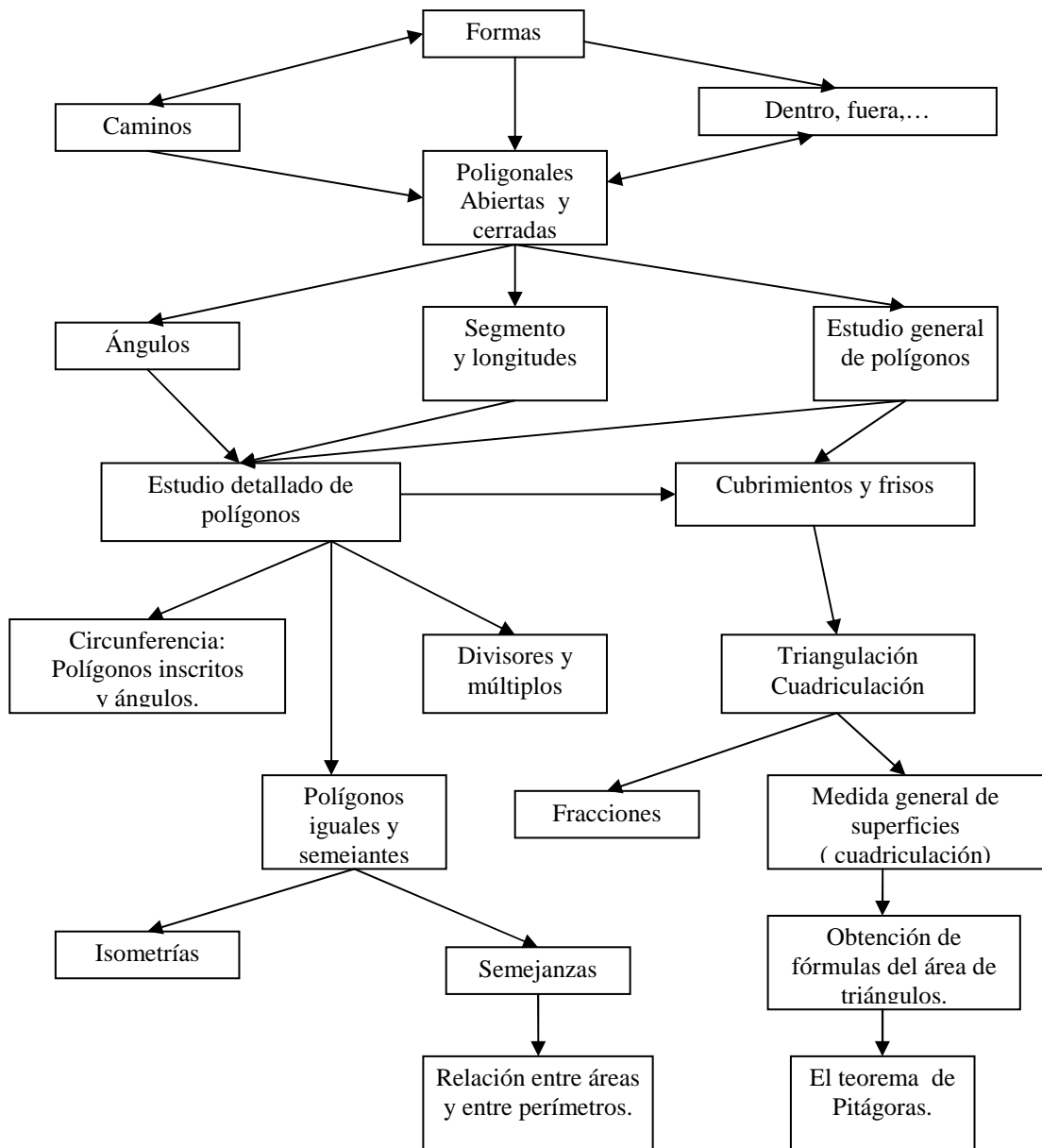
“Es de fácil manejo para cualquier niño y permite el paso rápido de una a otra actividad, lo que mantiene a los alumnos continuamente activos en la realización de ejercicios variados” (Cascallana, 1996, p. 144).

Los objetivos mas importantes que se consiguen con el uso del geoplano, son:

- Presentar la Geometría de una forma atractiva y lúdica.
- Representar elementos o figuras geométricas antes de que el/la niño/a adquiera destreza manual suficiente para dibujarlas.
- Conseguir mayor autonomía intelectual descubriendo por sí mismos los conceptos geométricos básicos mediante actividades libres o dirigidas.
- Fomentar la creatividad mediante composición y descomposición de figuras jugando libremente.
- Desarrollar la reversibilidad del pensamiento, haciendo transformaciones de figuras y volviendo a la original.
- Trabajar la orientación espacial, mediante laberintos y otros juegos.

- Introducir los movimientos en el plano; girando el geoplano se puede observar una figura desde muchas posiciones, evitando el error de asociar una figura a una posición determinada.

Los conceptos que se pueden trabajar con el geoplano se representan en el siguiente organigrama:



En el 2º ciclo de Educación Primaria, teniendo en cuenta los contenidos reflejados en el BOCyL nº 89, 9 de mayo2007, p.9893, trabajaremos con el geoplano cuadrado los siguientes conceptos:

- Nociones topológicas básicas: Líneas rectas, abiertas, cerradas, dentro, fuera, derecha, izquierda....
- Segmentos y ángulos.
- Clasificación de polígonos según: número de lados, igualdad de lados, tipos de ángulos, cóncavos y convexos....
- Perímetros y áreas. Polígonos semejantes.
- Descomposición de polígonos.
- Simetrías, traslaciones y giros.
- Fracciones.

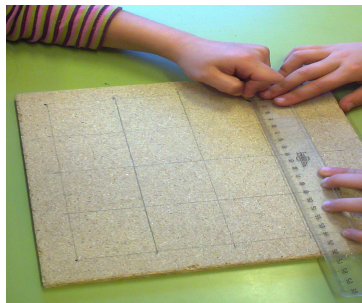
Y con el geoplano circular:

- Circunferencia, círculo, radio, diámetro, cuerda, arco.
- Ángulos en una circunferencia.
- Polígonos.

5.2.1.4. Actividades

ACTIVIDAD DE CONSTRUCCIÓN:

La construcción de un geoplano es sencilla; si bien requiere, en algún caso, la ayuda de un adulto para clavar. Para ello, cortamos una tabla de madera de la medida que queramos obtener, normalmente de 30 x 30 y de no menos de 2 cm de grosor. Cuadriculamos el tablero. Clavamos un clavo en los vértices de las cuadrículas, lo más rectos posible y que sobresalgan de la superficie de la madera 2 cm aproximadamente.



Construcción de un geoplano cuadrado 5 x 5

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN CON EL GEOPLANO CUADRADO:

Juego libre:

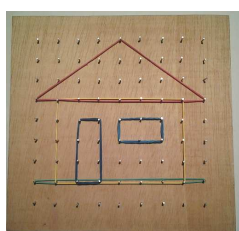
Como con cualquier otro material, se precisa que los niños y niñas manipulen libremente para familiarizarse con el geoplano y explorar sus posibilidades e incluso inventen nuevas aplicaciones. Se pretende que adquieran las habilidades motrices requeridas para colocar las gomas de manera adecuada en el geoplano.

- Repartimos los geoplanos y gomas elásticas de distintos colores a los alumnos y alumnas, y les dejamos que jueguen e inventen figuras.
- Una vez hayan realizado un número de figuras, les preguntamos qué han hecho, para que puedan dar significado a sus creaciones.

Reconocer formas:

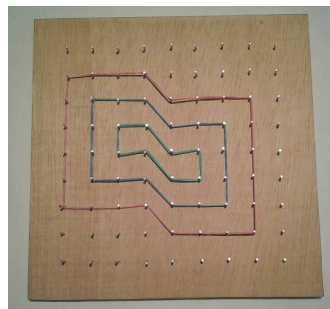
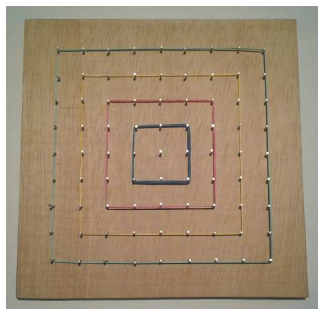
Con el geoplano y las gomas, podemos comenzar actividades de reconocimiento de formas geométricas.

- Copiar las formas geométricas más elementales (cuadrado, triángulo, rectángulo). Hacemos observar que los clavos son los vértices y que todas las figuras tendrán los lados rectos.
- Se les muestra una figura, o se dibuja en la pizarra, y se les pide que hagan una igual en su geoplano y digan cómo se llama.
- Representar en el geoplano diferentes formas que observen en elementos de su entorno (baldosas, puertas, tejados...). Cuando sean capaces de identificar las formas geométricas por sus nombres, se les pide que las reproduzcan mediante órdenes verbales. Preguntamos por el número de lados y vértices de cada forma.
- Reproducir modelos de objetos (casas, barcos, muebles, etc.), números (digitales, romanos) y letras.



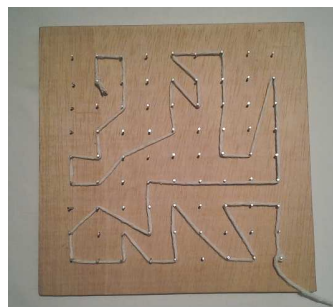
Dentro y fuera

- Se les pide que hagan un cuadrado lo más grande posible, después otro, también lo más grande que les sea posible y así sucesivamente, hasta que no puedan hacer más. Variarán el color de las gomas para cada figura. Una vez realizados, contestar a preguntas como: ¿De qué colores son los cuadrados que están dentro del cuadrado rojo?, ¿y los de fuera?
- Realizar la misma actividad anterior pero con distintas formas.

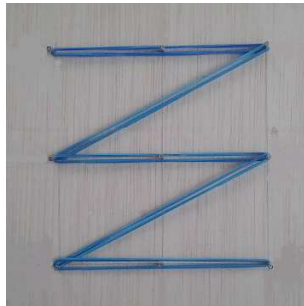


Caminos

- Usando lana o hilo de varios colores, trazar caminos indicándoles los puntos que serán el principio y el final del recorrido, por ejemplo, desde el borde superior izquierdo hasta el borde inferior derecho. Al principio realizarán caminos libremente y después se van poniendo restricciones al pedir que el camino pase por determinados clavos.
- Siguiendo las instrucciones del profesor/a o compañeros/as: arriba, abajo, izquierda, derecha, irán realizando el camino sin unir el final con el inicio, indicando que cuando representamos formas de esta manera, hacemos líneas poligonales abiertas.



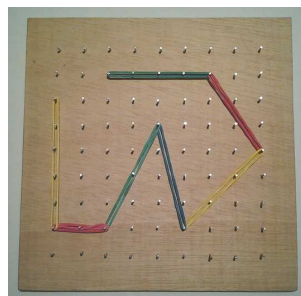
- En un geoplano de 5 x 5, trazar un camino que vaya de una esquina a su opuesta con la doble condición de que pasen una sola vez por todos los puntos del geoplano y no tener caminos en diagonal.
- En un geoplano de 3 x 3 trazar todos los caminos posibles desde una esquina a su opuesta pasando una única vez por cada clavo y permitiendo los caminos en diagonal. ¿Cuál es el camino más corto? ¿y el más largo?



- En un geoplano de 5 x 5 ¿Es posible, empezando por un clavo y moviéndose sólo en vertical y horizontal, pasar por cada clavo una única vez y acabar en el clavo inicial?

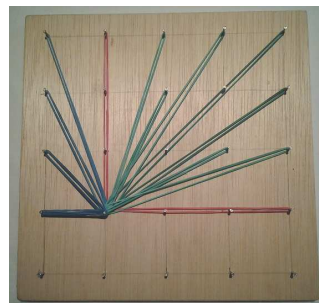
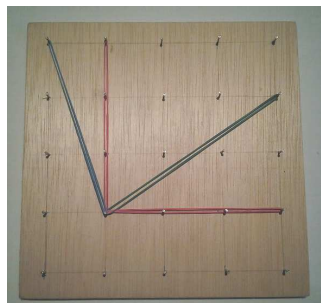
Segmentos y ángulos

- Partiendo de la explicación de que un segmento queda determinado por dos puntos de una recta, tomar gomas de varios colores para trazar segmentos.
- En un geoplano de 3 x 3 situar todos los segmentos posibles de diferente longitud. Ordenarlos de menor a mayor.
- Formar líneas poligonales abiertas uniendo varios segmentos.



- Trazar a partir de un segmento, otros que sean paralelos a éste.

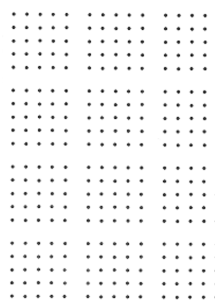
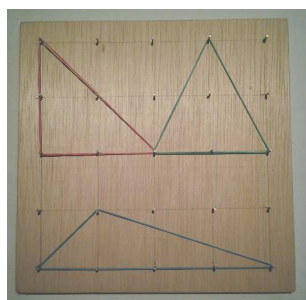
- Representar segmentos secantes y observar cómo sus ángulos son iguales dos a dos. Lo mismo con secantes perpendiculares. ¿Cómo son sus ángulos?
- A partir del ángulo recto hacer ángulos agudos y obtusos.



- Construir ángulos en distintas posiciones y comprobar que la amplitud de un ángulo, no depende de la longitud de sus lados y no varía al cambiar su posición.

Polígonos

- Unir el principio y final de una línea poligonal abierta para iniciar el concepto de polígono.
- Realizar varios polígonos de distintas formas y colores; se nombrarán verbalmente para que identifiquen la variedad y sus diferencias. Tendrán que observar el número de lados, los ángulos, los vértices: salientes (convexos) o entrantes (cóncavos).
- Hacer polígonos con el mismo número de lados para clasificarlos. Para estudiar los triángulos propondremos construir en un geoplano de 5 x 5:
 - triángulos con un ángulo recto,
 - triángulos con un ángulo mayor que el recto,
 - triángulos con ningún ángulo recto.



Una vez construidas las dibujarán en el papel pautado y les pediremos que pinten el interior según tengan:

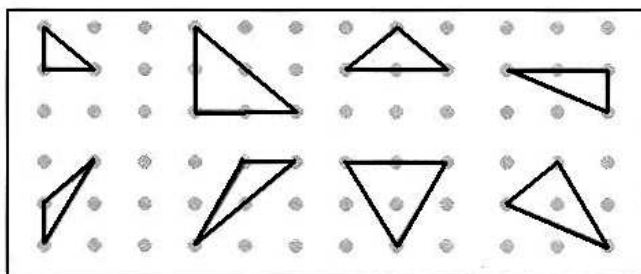
- dos lados iguales,
- todos los lados distintos.

Al final completarán esta tabla.

	2 lados iguales	Ningún lado igual
Ángulo recto	Isósceles, rectángulo	
Ángulo mayor que el recto		
Ángulos agudos		

¿Se puede construir un triángulo con los tres lados iguales?

- Construir todos los posibles triángulos en un geoplano de 3x3.



- De la misma forma que la actividad anterior, construir cuadriláteros de acuerdo a estas características:
 - cuadriláteros con cuatro ángulos rectos,
 - cuadriláteros con cuatro lados iguales,
 - cuadriláteros cóncavos,
 - cuadriláteros con dos lados iguales,
 - cuadriláteros con los lados iguales dos a dos,
 - cuadriláteros con un par de lados paralelos,
 - cuadriláteros con todos los lados desiguales.

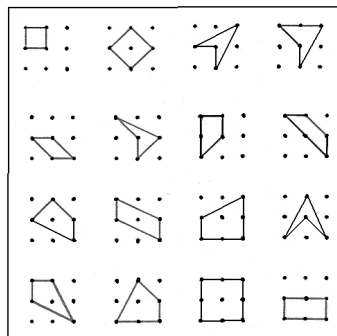
Con la ayuda del papel pautado y la regla, dibujarán las figuras que van obteniendo.

Una vez dibujados clasificarlos atendiendo a:

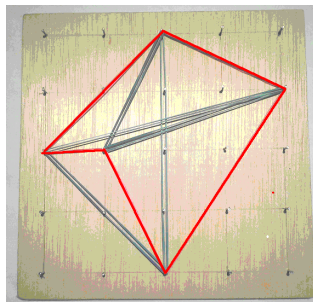
LOS LADOS	LOS ÁNGULOS	PARALELISMO DE LOS LADOS
-Todos iguales -Iguales dos a dos -Dos iguales -Todos distintos	-Todos rectos -Iguales dos a dos -Dos rectos -Dos iguales -Todos distintos	-Paralelos dos a dos -Dos paralelos -Ninguno

Propondremos que pinten cada cuadrilátero según el grupo al que pertenezcan.

- Trazar todos los posibles cuadriláteros en un geoplano de 3 x 3.



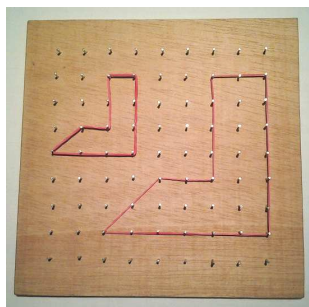
- En un geoplano de 5 x 5, partiendo de diferentes polígonos tanto convexos como cóncavos, trazar las diagonales uniendo cada vértice de la figura con los vértices no contiguos. ¿Qué sucede con las diagonales en las figuras cóncavas? ¿Todos los polígonos tienen diagonales?



- ¿Qué polígono con mayor número de lados, se puede construir en tu geoplano 4 x 4?

Figuras semejantes

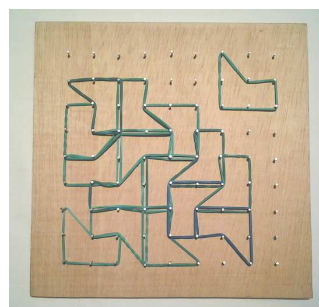
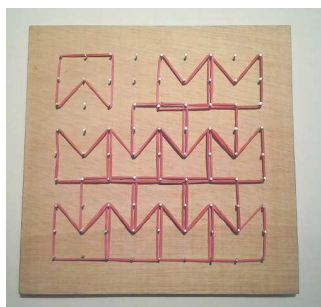
- Representar una figura y a continuación aumentar su tamaño sin variar la forma.



- Luego se les pide que hagan la operación inversa para llegar a la figura inicial introduciendo así el concepto de reversibilidad.
- ¿De cuántos tamaños diferentes puedes hacer un cuadrado en el geoplano 5 x 5?

Cubrimientos y mosaicos

- Formar embaldosados partiendo de un polígono, tal como se muestra en la figura.



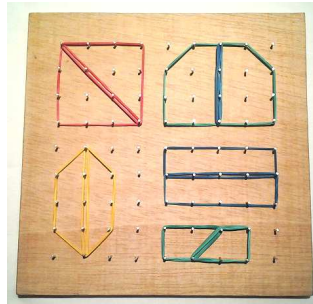
- Buscar otras formas que también permitan construir mosaicos.

Simetrías

- Dividir el geoplano por la mitad con una goma que será el eje de simetría. Realizar una figura pegada al eje y a continuación, la misma figura al otro lado

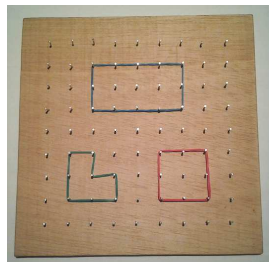
del eje, pero “mirando al otro lado”. Tendrán que comprobar si son iguales contando clavos y cuadrículas.

- Hacer ejercicios del mismo tipo variando las figuras, la distancia al eje y la posición de éste.
- Representar una figura geométrica (cuadrado, triángulo, trapecio...) en el geoplano de 5 x 5 y coloca a su lado la figura simétrica.

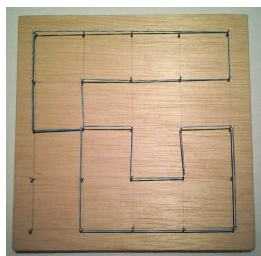


Áreas y perímetros

- Tomando la distancia entre dos pivotes consecutivos como unidad, calcular el perímetro de distintos polígonos.
- Construir figuras como la de la imagen siguiente. A simple vista, ¿qué figura crees que tiene un perímetro mayor?, ¿y menor? Calcular el perímetro de cada figura.

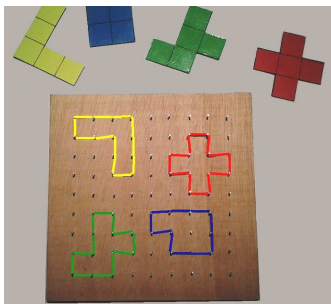


- Representar en tu geoplano de 5 x 5 dos figuras distintas cuyo perímetro sea 12.



- Tomando la superficie comprendida entre los cuatro pivotes más próximos como unidad (un cuadrado), calcular la superficie de las figuras de la actividad anterior. ¿Puede haber dos figuras distintas que tengan la misma superficie?

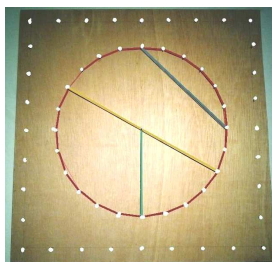
- Dibujar formas de pentaminós y calcular el área y perímetro de cada una. Observar que estas figuras tienen la misma área pero distintos perímetros.



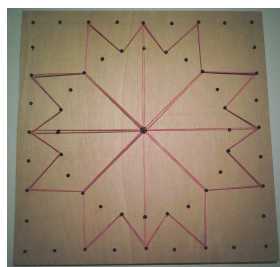
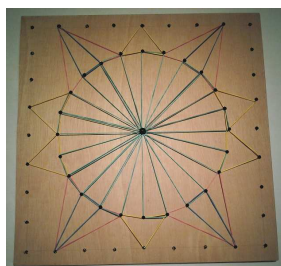
- Lo mismo con las piezas del tangram.

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN CON EL GEOPLANO CIRCULAR

- Rodear con hilo o lana las puntas del geoplano circular.
- Representar los diámetros posibles y observar que son ejes de simetría.
- Representar radios.



- Uniendo el centro con las puntas de la circunferencia, trazar diferentes ángulos: agudo, rectos y obtusos.
- Identificar el geoplano con un reloj, representar y verbalizar las horas.
- Trazar diferentes cuerdas y arcos de circunferencia.
- Inscribir polígonos: calcular para inscribir un triángulo equilátero. ¿cada cuántos pivotes hay que poner la goma?, ¿y para el cuadrado? Intentar representar todos los polígonos regulares que se puedan.
- Creaciones libres con figuras estrelladas.



5.2.2. Tangram

Es un juego de origen chino del cual se desconoce cuándo y quién lo inventó, llamado “Chi Chiao Pan” que significa juego de los siete elementos o tabla de la sabiduría o de la sagacidad, haciendo referencia a las muchas cualidades del juego. También existen varias versiones sobre el origen de la palabra Tangram, siendo la más aceptada la que inventó un inglés aficionado a los rompecabezas, uniendo el vocablo cantonés "tang" que significa chino, y el sufijo inglés "gram" cuyo significado es escrito o gráfico.

Este juego representa un excelente recurso para la enseñanza de la geometría, con posibilidades de programar actividades en tres niveles de dificultad:

- Composición de figuras libremente, empleando la imaginación y el humor.
- Composición de figuras dadas previamente.
- Resolución de una gran diversidad de problemas de geometría con las distintas combinaciones que se pueden hacer con las piezas.

5.2.2.1. Utilidad

El Tangram es un juego planimétrico, es decir, todas las figuras deben estar contenidas en un mismo plano. Tiene unas reglas básicas que son: utilizar en cada figura todas las piezas y no superponerlas; sin embargo, con los alumnos y alumnas no es preciso que utilicen todas a la vez, aumentando sus posibilidades y disminuyendo su dificultad.

Este juego favorece la creatividad de los niños y niñas por las múltiples posibilidades que ofrecen las combinaciones de las piezas. Es una gran herramienta para el aprendizaje de la Geometría, que utilizaremos para:

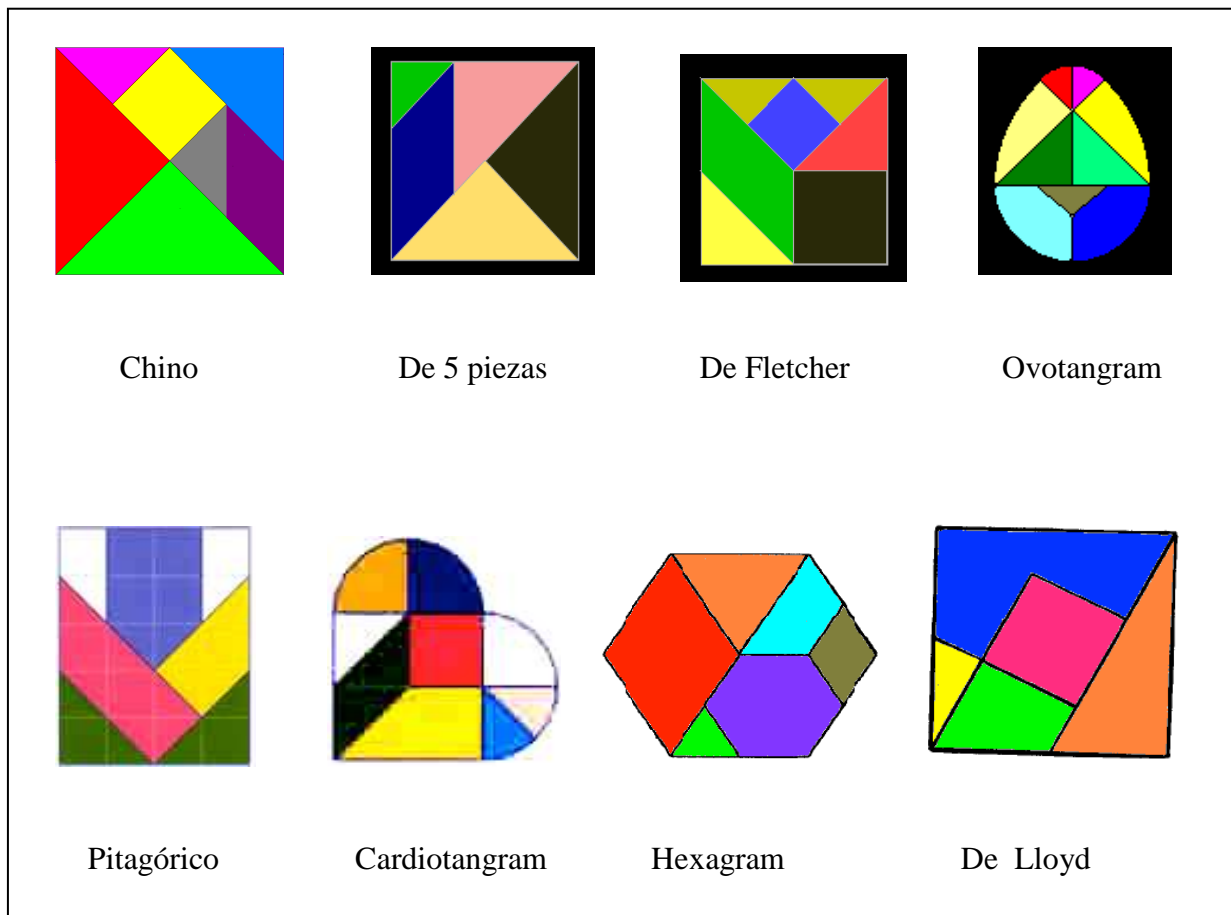
- Reconocimiento de formas geométricas.
- Medir, describir y clasificar ángulos.
- Composición y descomposición de figuras geométricas.
- Hacer giros y desplazamientos para observar los cambios de posición de las distintas figuras geométricas que componen el tangram.
- Descubrir la noción de perímetro y área de polígonos.
- Desarrollar la percepción mediante la copia de figuras.

- Asimilar el concepto de figuras equivalentes.
- Distinguir concavidad y convexidad de las figuras.
- Diferenciar paralelismo y perpendicularidad.

5.2.2.2 Tipos de tangram

Existen multitud de juegos basados en los mismos principios pero con distintas piezas. A casi todos estos rompecabezas se les conoce con el nombre de tangram, unos obtenidos a partir de cuadrados, otros de rectángulos, hexágonos, ovoides...

En las siguientes figuras muestro algunos ejemplos.



Tipos de tangram

El modelo más conocido es el Tangram chino que consta de siete elementos (tans): cinco triángulos de tres tamaños diferentes, un cuadrado y un paralelogramo.

Unidas estas formas geométricas, forman un cuadrado. Éste será el que utilizaré en este trabajo.

5.2.2.3. Actividades

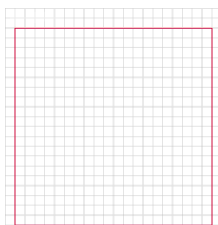
ACTIVIDADES DE CONSTRUCCIÓN

El objetivo es que los/las alumnos/as construyan su propio juego de tangram, comenzando por un método sencillo, para el tercer curso de primaria, consistente en darles un modelo del tangram, en un folio, donde tengan que recortar y colorear las 7 piezas del tangram, obteniendo así los patrones para traspasar a otras superficies de mayor consistencia o rigidez (cartón, madera, plástico...).

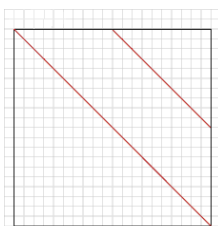
En cuarto curso se puede enseñar a realizar el tangram sin proporcionarles el modelo tal y como explico a continuación:

Para empezar sugerimos que los/las alumnos/as trabajen en una hoja de cuadrícula (cuadrículas de 0,5 cm por lado), pues eso facilitará los cálculos de las figuras. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces deberá utilizarse una regla, con la cual realizará las respectivas medidas. Luego continuamos con los siguientes pasos:

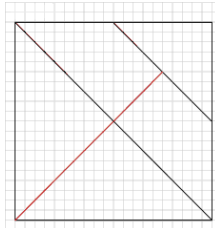
-Paso 1: Dibuja un cuadrado de 10 cm por lado (20 cuadritos de la hoja).



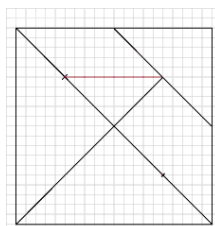
-Paso 2: Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.



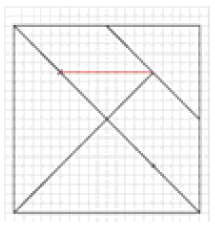
-Paso 3: Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.



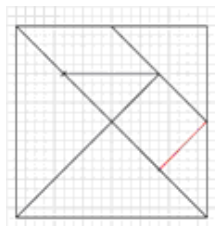
-Paso 4: La primera diagonal que trazaste deberás partirla en cuatro partes iguales. (Cada pedacito medirá 5 cuadritos).



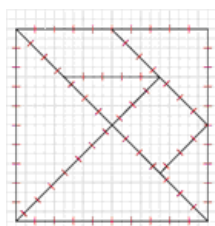
- Paso 5: Traza la recta que se muestra en el dibujo siguiente



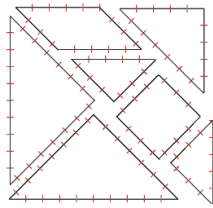
- Paso 6: Por último traza esta otra recta.



- Paso 7: Ahora deberás graduar el tangram haciendo marcas de 1cm (o de dos cuadritos) tal y como se muestra en el dibujo siguiente. Para marcar las diagonales necesariamente deberás usar una regla.

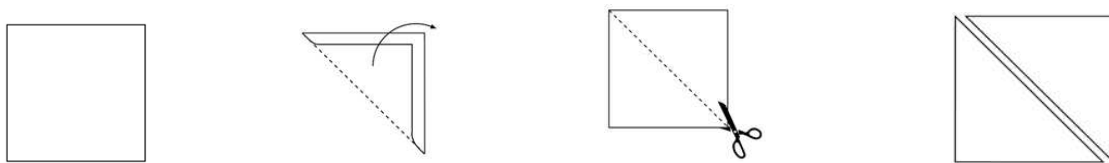


- Paso 8: Por último recortamos las piezas, de tal manera, que obtengamos lo que se presenta en la siguiente figura.

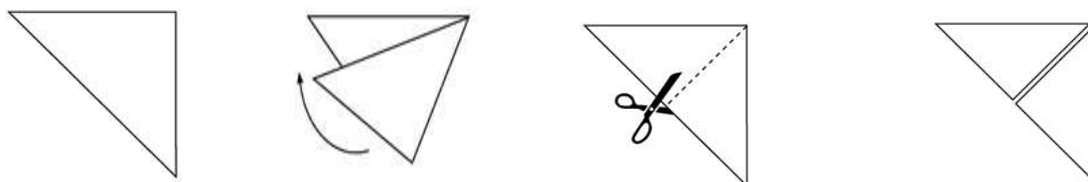


Otra forma de construir un tangram es con plegado de papel, para ello seguiremos el siguiente procedimiento:

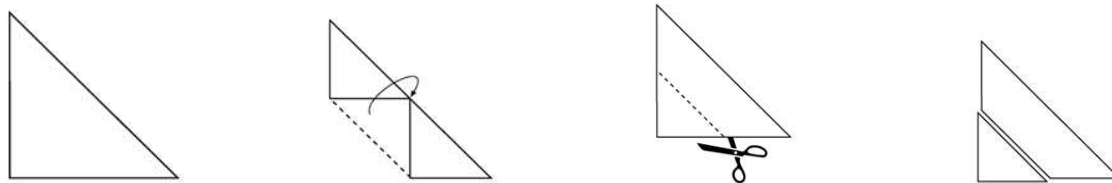
1. Hacemos un cuadrado de cartulina, lo doblamos por una de sus diagonales y recortamos por la línea del doblar para obtener dos triángulos.



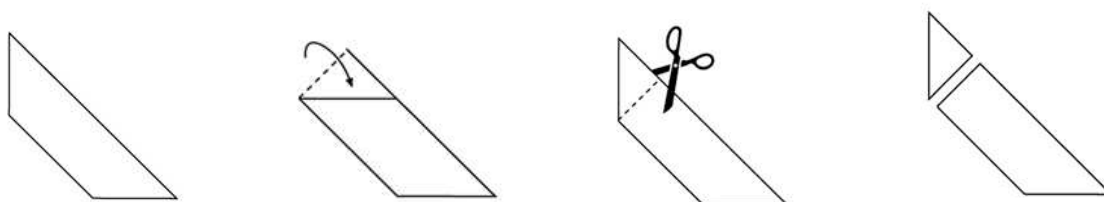
2. Tomamos uno de los dos triángulos obtenidos en el paso anterior y lo doblamos por el vértice del ángulo recto, de tal manera que éste quede dividido en dos ángulos iguales, y que los lados de igual tamaño del triángulo queden uno superpuesto al otro. Recortamos por el doblar y así obtenemos las primeras piezas de nuestro tangram: dos triángulos.



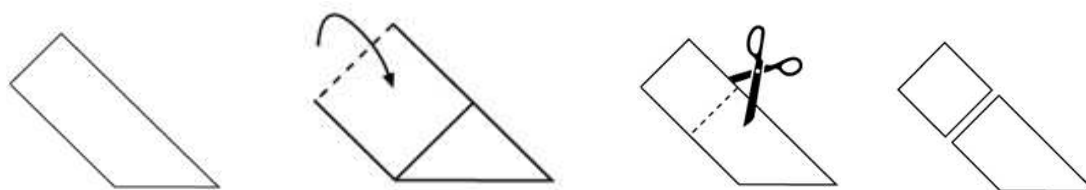
3. Con el otro triángulo que quedó del cuadrado de cartulina hacemos lo siguiente: doblamos el vértice del ángulo recto de tal manera que mire hacia el lado opuesto del triángulo, y que la línea que resulte del doblado sea paralela a ese lado. Recortamos por el doblar para obtener un triángulo -tercera pieza de nuestro tangram- y un trapecio.



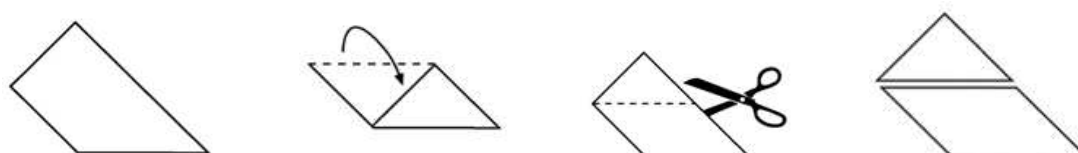
4. Tomamos el trapecio y lo doblamos por uno de los vértices del lado menor, de tal manera que el doblado sea perpendicular tanto al lado menor como al lado mayor. Recortamos por el doblado para obtener otro triángulo -cuarta pieza de nuestro tangram- y un trapecio rectangular.



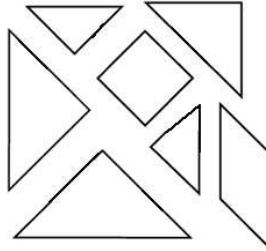
5. Doblamos el trapecio rectangular por el lado que tiene los ángulos rectos, de tal manera que el doblado sea perpendicular tanto al lado menor como al lado mayor, y dividimos en dos partes iguales el lado menor. Recortamos por el doblado y obtenemos un cuadrado -quinta pieza de nuestro tangram- y de nuevo un trapecio rectangular.



6. Tomamos el nuevo trapecio rectangular y doblamos de tal forma que el vértice del ángulo recto del lado mayor coincida con el vértice del ángulo obtuso del lado menor. Recortamos por el doblado y obtenemos un triángulo y un paralelogramo -sexta y séptima piezas de nuestro tangram-.



El resultado es:



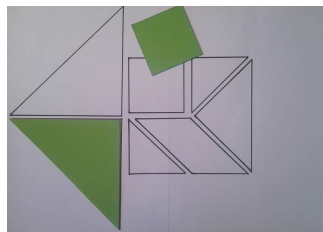
ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

Juego libre:

Una vez construido el tangram, la primera actividad será de juego libre, para conocer y explorar las posibilidades de este material didáctico. El juego puede ser individual o colectivo, sin reglas y utilizando las piezas que deseen. Se les puede invitar a verbalizar lo que están haciendo, preguntándoles ¿qué figura has puesto ahora?, ¿cuál es la más grande?, ¿qué figura hay abajo?

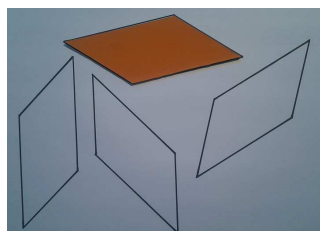
Sobre plantillas:

- Sobre diversas plantillas en las que se habrán marcado el contorno de cada uno de las piezas del tangram, colocar cada pieza en su lugar y en la posición correspondiente.



Contornos:

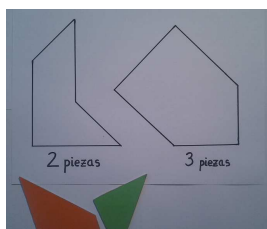
- Sobre una hoja de papel en blanco marcar el contorno de una pieza del tangram en distintas posiciones, hasta llenar la hoja. Esta actividad tiene como fin el descubrimiento de la permanencia de la forma a través de los movimientos y giros que se realicen con las figuras.



- Clasificar las figuras del tangram en función de:
 - sus ángulos, ¿cuántas tienen ángulos rectos?, ¿son todos los ángulos de los triángulos iguales?, ¿qué figura tiene ángulos obtusos?
 - sus lados, ¿qué pieza tiene todos sus lados iguales?, ¿qué piezas tienen sus lados paralelos?, ¿cuál no tiene lados perpendiculares?

Piezas ocultas:

- Se parte del dibujo del contorno de una composición de dos piezas; se trata de averiguar qué piezas son las que dan como resultado la figura representada. Posteriormente se irá aumentando el número de piezas de las composiciones.

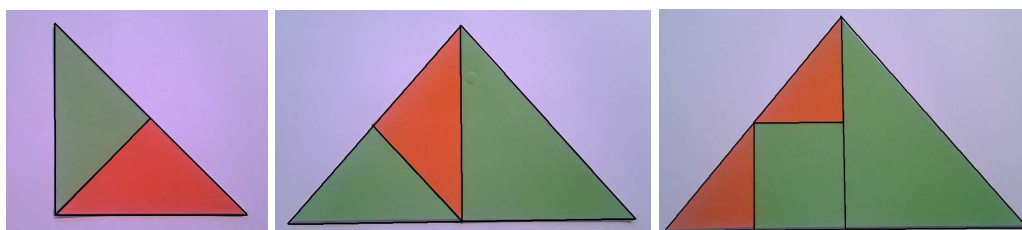


- Realizar distintas combinaciones; uniendo dos piezas por distintos lados inventar nuevas formas. Hacer lo mismo con otras dos piezas distintas y aumentar el número de elementos progresivamente.

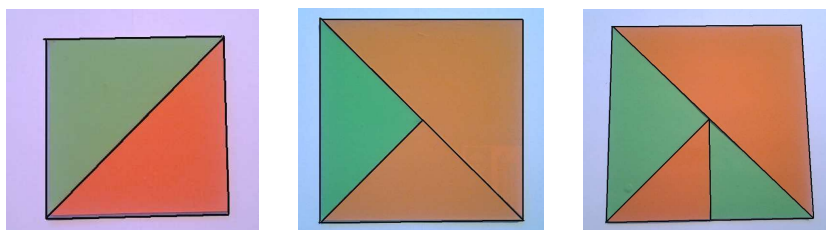
Construcción de polígonos:

Con algunas de las piezas del tangram, se pueden construir otros polígonos, realizando actividades semejantes a éstas:

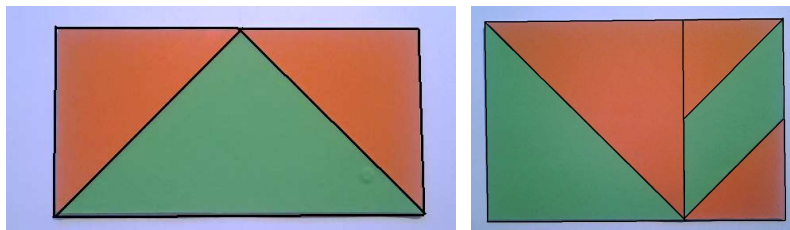
- Construir un triángulo usando dos piezas. Lo mismo con tres...



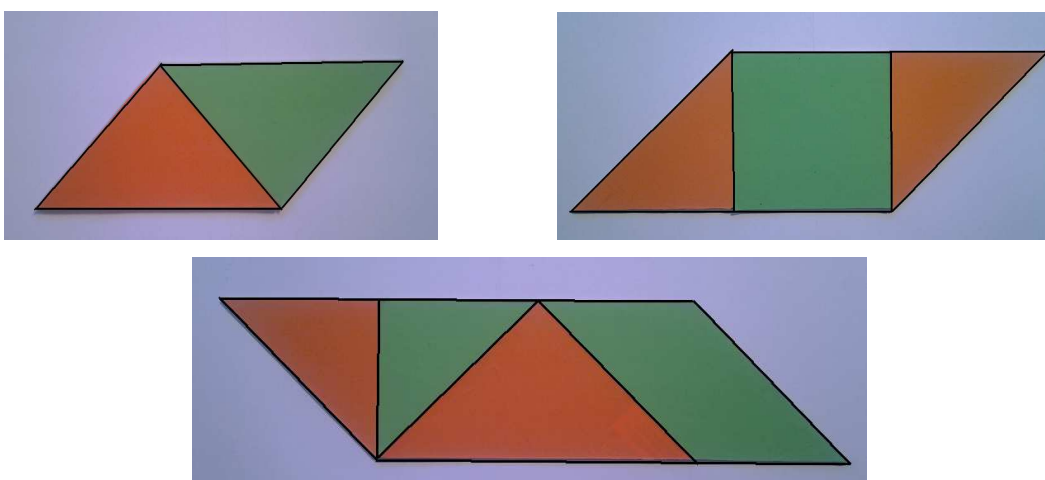
- Formar cuadrados utilizando distintas piezas del tangram. Usar primero dos piezas, luego tres...



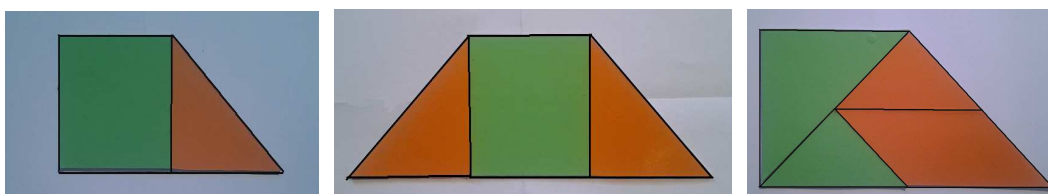
- Construir un rectángulo con tres triángulos, dos pequeños y el mediano. ¿Se puede hacer utilizando otras piezas?



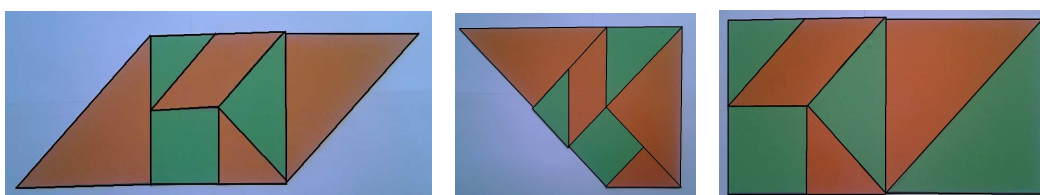
- Construye un romboide con dos piezas. ¿Puedes construir uno con tres piezas? ¿Y con cuatro?



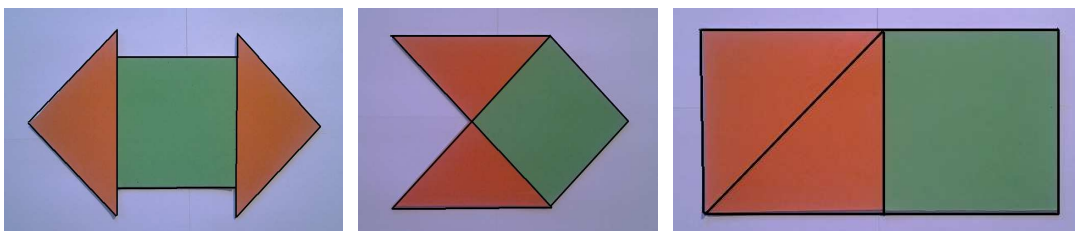
- Utiliza dos piezas para formar un trapecio. Añade otra pieza y forma otro trapecio. ¿Se puede con más piezas?



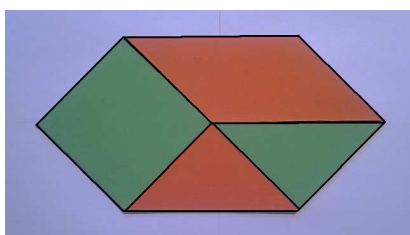
- Realizar con todas las piezas del tangram polígonos de cuatro lados.



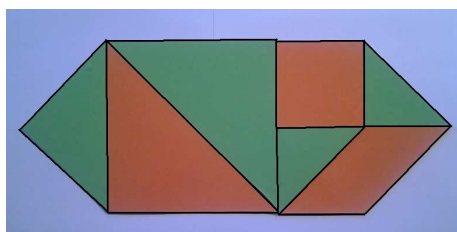
- Utilizando el cuadrado y los dos triángulos pequeños, construye las siguientes figuras. Señala qué polígonos son cóncavos y cuáles convexos.



- Construye la siguiente figura usando el romboide, el cuadrado, y los dos triángulos pequeños.

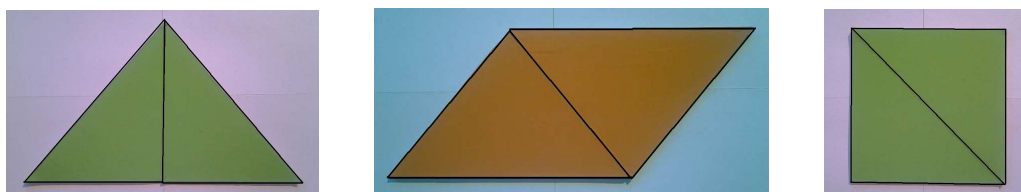


- Construye la figura anterior, usando todas las piezas del tangram.



Perímetros y áreas

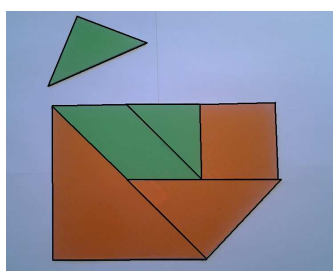
- Estimar qué figura tiene mayor perímetro.
- Para comprobarlo, bordear una pieza con un hilo de lana. Cuando se haya bordeado toda la figura, se corta el hilo. Se repite la operación con el resto de piezas y se compara la longitud de los hilos obtenidos.
- Con los dos triángulos pequeños hacer las figuras que aparecen en la imagen y comparar sus perímetros. Medir con el mismo método que la actividad anterior.



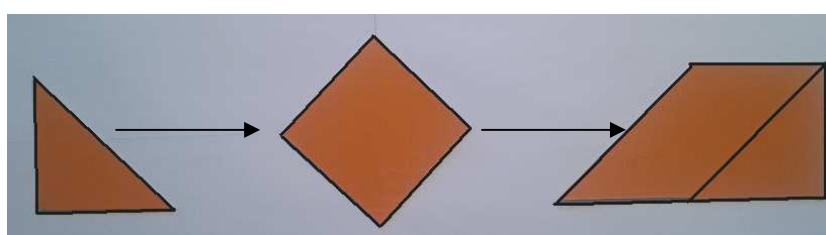
- Ordenar a simple vista las piezas del tangram por la superficie que ocupan.
- Para iniciar el concepto de área, explicaremos que es necesario partir de una unidad de medida, que en el caso del tangram chino, será el triángulo pequeño. Una vez establecida la unidad, completar la siguiente tabla observando cuántas veces está incluida en el resto de las piezas.

Pieza	Nº de triángulos pequeños
Cuadrado	
Triángulo mediano	
Romboide	
Triángulo grande	

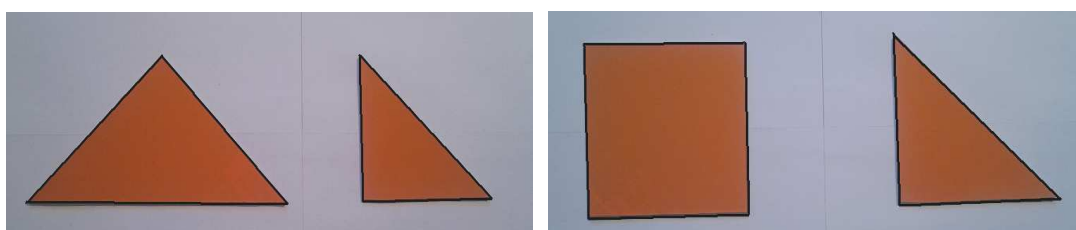
- Calcular el área de diferentes figuras, utilizando el triángulo pequeño como unidad de medida



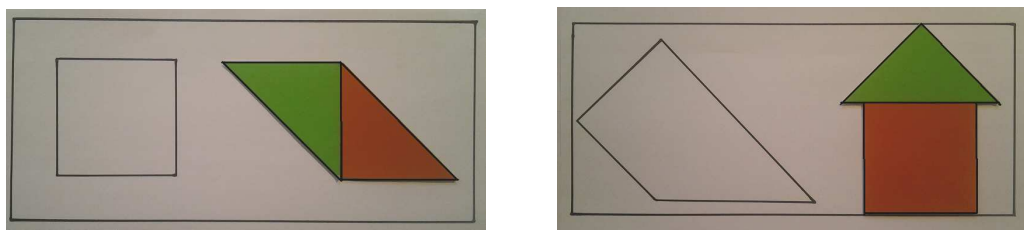
- Partiendo de las figuras que se representan en la imagen, descubrir qué relación existe entre ellas fijándose en su área.



- Dadas dos figuras del tangram, que ocupen una superficie distinta, deducir qué pieza le falta a una para ocupar la misma superficie que la otra.



- Partiendo de la actividad anterior explicamos qué figuras equivalentes son las que ocupan la misma superficie, cualquiera que sea su forma. Construir una figura equivalente para cada una de las figuras dadas.

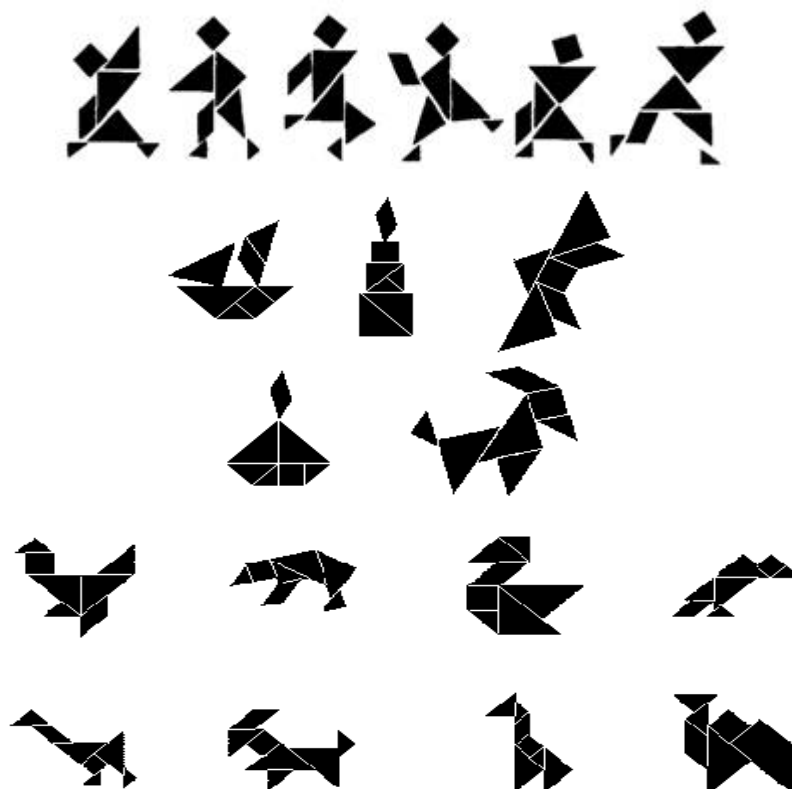


- ¿Qué piezas del tangram son equivalentes?

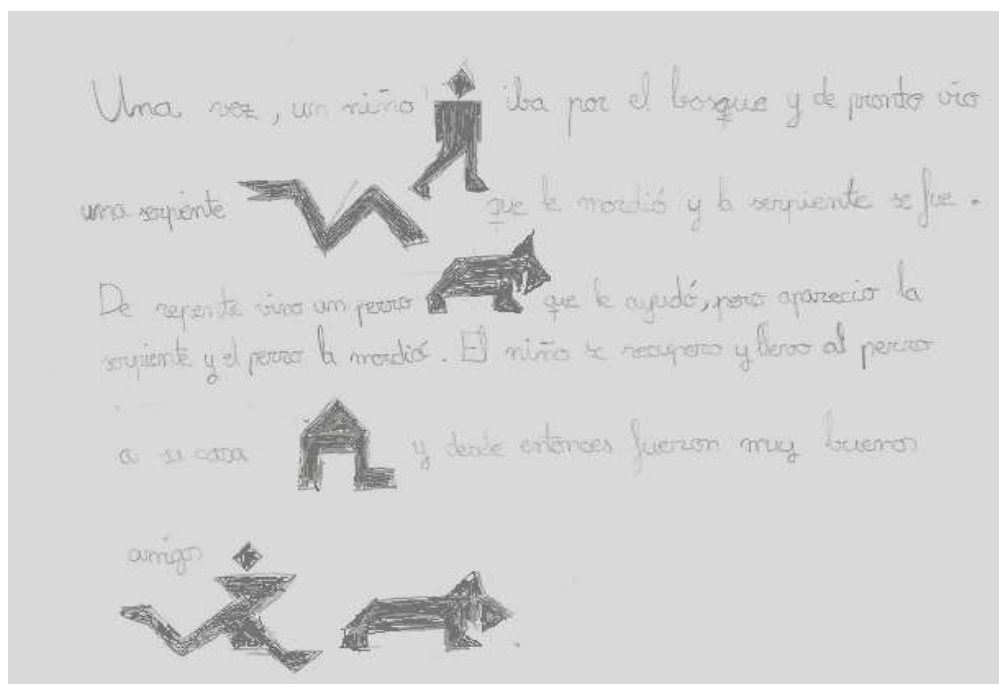
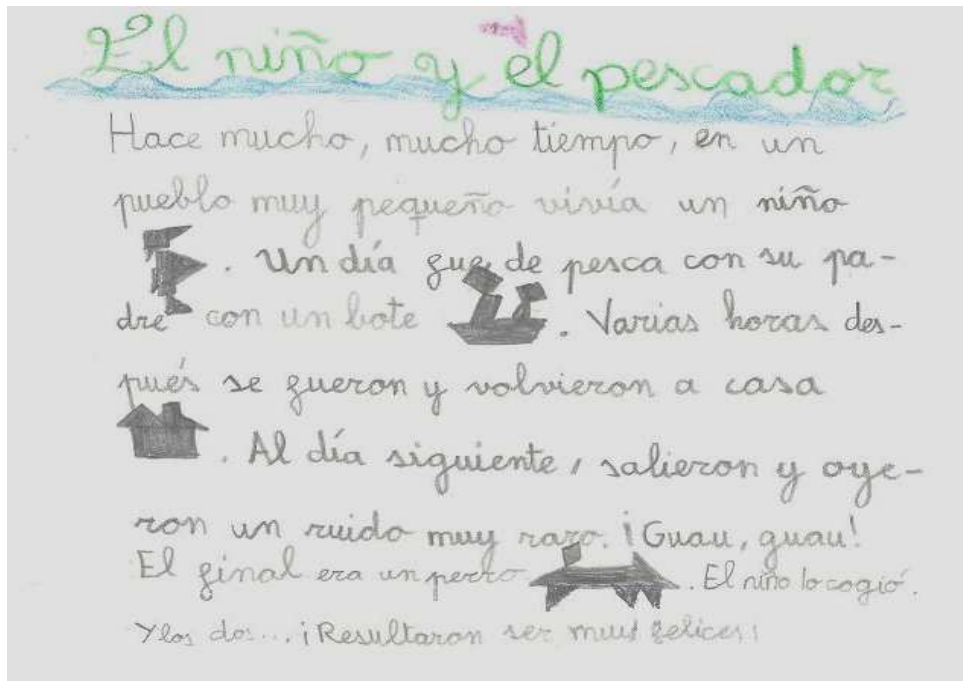
Construimos figuras

De igual forma que han trabajado con configuraciones geométricas en las actividades anteriores, ahora podrán hacer figuras humanas, de animales, objetos, números y letras.

- Se darán imágenes de figuras que pueden servir de guía. Primero se facilitarán las imágenes en que se muestra la silueta de cada una de las piezas. Progresivamente, se irá eliminando alguno de los contornos de las piezas hasta llegar a reproducir el modelo, mostrando sólo la silueta de la figura.



- Utilizaremos la construcción de figuras para contar historias. Elaboración de cuentos incluyendo en el texto imágenes hechas con el tangram.



5.2.3. Mecano

5.2.3.1 Descripción

El mecano consiste en unas tiras alargadas, metálicas o de plástico, de distintas longitudes, con una serie de agujeros equidistantes que pueden unirse con tornillos o encuadernadores, y permiten alargar su longitud lo que se desee y formar líneas abiertas, cerradas, rectas o quebradas.

5.2.3.2. Utilidad

El mecano, aunque es sencillo en su composición, es un material con muchas posibilidades para el estudio de la Geometría de manera manipulativa. Las varillas proporcionan una visión dinámica de las figuras geométricas, con las que no pueden competir las imágenes estáticas del libro o la pizarra.

Este material permite:

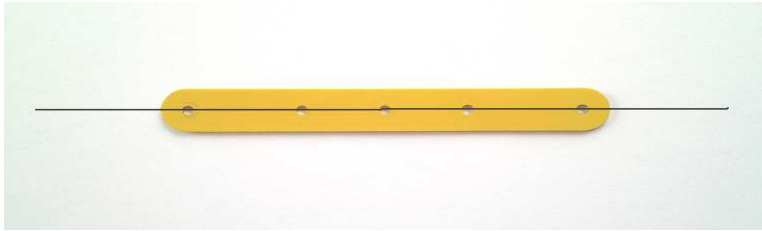
- Estudio de líneas poligonales abiertas o cerradas.
- Construcción de polígonos.
- Cálculo de perímetros.
- Reconocimiento de formas geométricas.
- Observar los elementos de los polígonos.
- Transformar polígonos.
- Estudio de los ángulos y diagonales.
- Composición y descomposición de figuras.
- Construcción de figuras semejantes.

5.2.3.3. Actividades

ACTIVIDADES DE CONSTRUCCIÓN

Vamos a construir un mecano de cartulina plastificada. Para ello cortaremos tiras de cartulina de 2 cm de ancho y diferentes longitudes. Se dibuja una línea en el centro de cada tira y sobre ella se marcan puntos con una separación de 2,5 cm

aproximadamente y en estos puntos perforaremos con ayuda de una taladradora de papel. Para unir las tiras utilizaremos encuadernadores.



ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

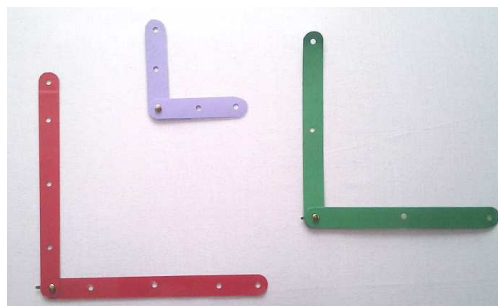
Juego libre

Como con cualquier material manipulativo es importante que el alumnado explore las posibilidades que ofrece el material jugando libremente, solo o en grupo.

Hacer caminos

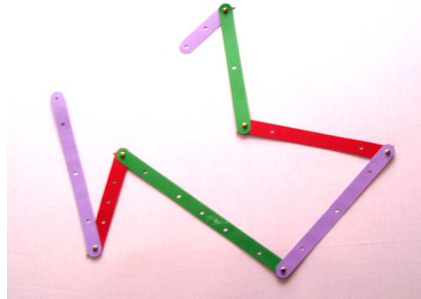
Damos tres varillas y dos encuadernadores a cada alumno/a y les pedimos:

- Unimos dos varillas por el extremo para formar rectas.
- Con dos varillas unidas por el centro, trazar rectas perpendiculares. ¿Cómo son los ángulos?
- Ir moviendo dos varillas unidas por un encuadernador y ver los distintos tipos de ángulos. En los ángulos las varillas son los lados y el encuadernador es el vértice.
- Les proponemos que realicen los ángulos de la imagen. ¿Son todos los ángulos iguales?



- Trazar otros tipos de ángulos con las varillas utilizadas en la actividad anterior.

-Realizar caminos sin que se unan el principio y el fin, para hacer líneas poligonales abiertas. Dirigir la actividad verbalizando las variaciones que harán en el recorrido, arriba, abajo, izquierda, derecha, para trabajar así la orientación espacial.



Construir polígonos

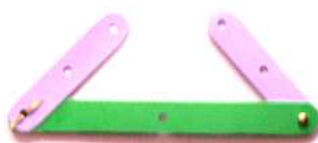
- Con tiras de diferentes tamaños construir una línea poligonal cerrada uniendo el principio y el fin del camino realizado anteriormente.

Triángulos

- Formar una figura poligonal cerrada con el menor número posible de tiras.
- Construir las diferentes clases de triángulos atendiendo a sus lados. Primero tomarán tres tiras de igual longitud, después les proponemos quitar una de las tiras y sustituirla por una mayor o menor y por último con tres tiras de diferentes longitudes.



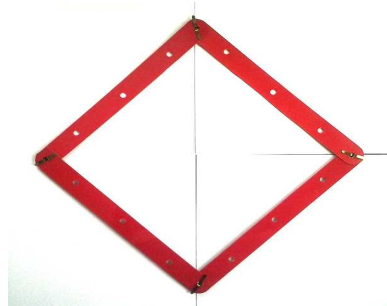
- ¿Se puede construir un triángulo con tres varillas cualesquiera?, compruébalo combinando varillas de distintas longitudes.



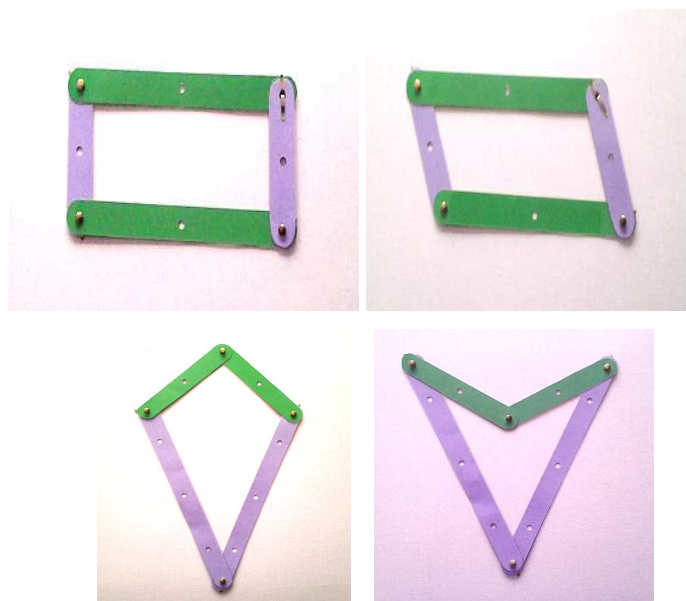
- Construir las diferentes clases de triángulos según sus ángulos. ¿Es posible deformar un triángulo? Con esta actividad se puede observar la rigidez del triángulo, de aquí su amplio uso en construcción.

Cuadriláteros.

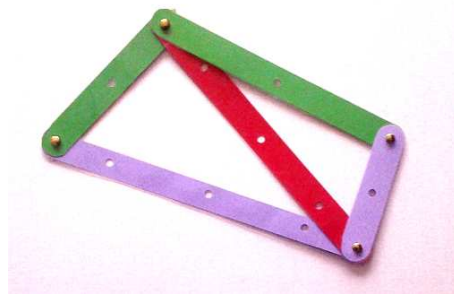
- Una vez que se hayan trabajado todas las posibilidades con el triángulo, les proponemos añadir una tira más para ver lo que resulta.
- Con cuatro varillas iguales y unidas en ángulo recto, construir el cuadrado.
- Inmediatamente y sin modificar la forma, les giramos el cuadrado como muestra la imagen y les preguntamos qué figura ven.



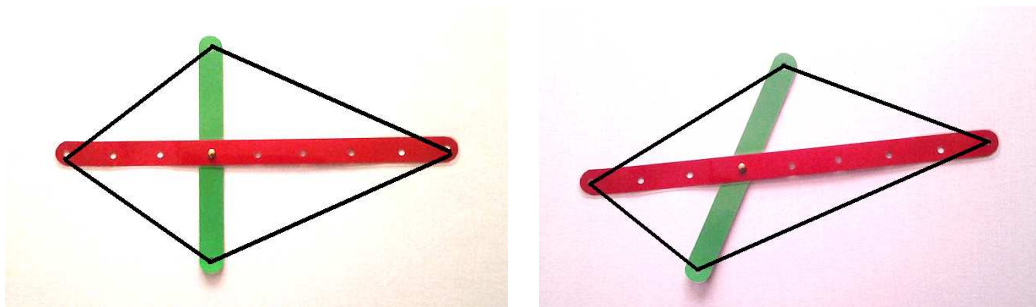
- Con el cuadrado construido, presionar los vértices opuestos para obtener el rombo. ¿Cómo son sus ángulos?
- Dadas 4 varillas iguales dos a dos, construir los paralelogramos y los no paralelogramos posibles.



- Hacer diferentes cuadriláteros con varillas de diferentes longitudes, pudiendo ser dos iguales, tres iguales o todas diferentes.
- Un cuadrilátero puede transformarse en una estructura rígida. ¿Cómo?

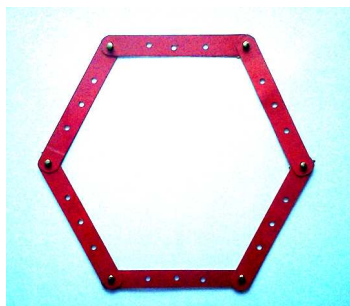


- Clasificar los cuadriláteros por las diagonales. Partiendo de dos varillas que serán las diagonales como muestra la figura, tratar de descubrir el cuadrilátero determinado por la línea poligonal que une los cuatro extremos.



Otros polígonos.

- De la misma manera que al añadir una varilla a un triángulo, obtenemos un cuadrilátero, propondremos añadir más varillas para obtener diferentes polígonos.
- Unir tiras de la misma longitud para conseguir polígonos regulares (lados y ángulos iguales).

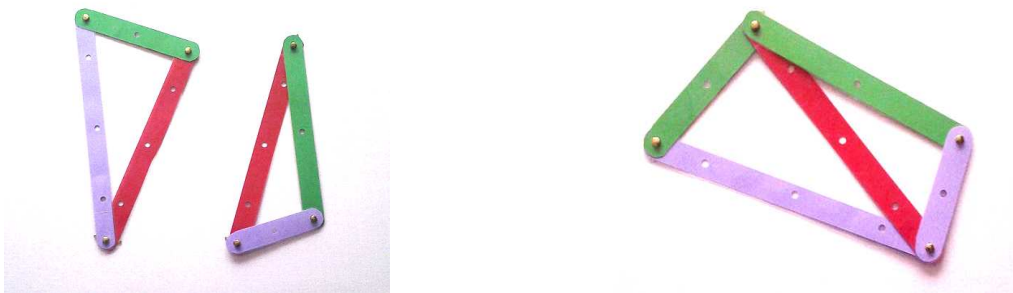


- Añadir diagonales a los polígonos contruidos. Observar cuántas tiene cada uno y comprobar si la longitud de las diagonales es igual, mayor o menor que los lados.
- Una vez contruidos varios polígonos, les pediremos que calculen el perímetro de los mismos.
- Con 6 varillas del mismo tamaño, construir una figura y sus semejantes.

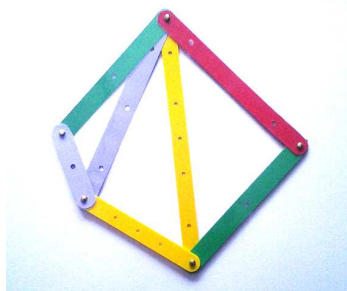


Composición y descomposición de figuras

- Construir varios triángulos, proponer que a partir de ellos formen un cuadrilátero. ¿Cuántos triángulos se necesitan?



- Formar otros polígonos de la misma manera.
- Realizar el ejercicio inverso; a partir de un polígono cualquiera, colocar tiras que vayan de uno a otro vértice. Ver cuántos triángulos resultan.



5.2.4. Poliminós

Las primeras referencias de este material vienen del artículo “Checker Board and Poyominoes” (Tablero de Damas y Poliminós) del matemático norteamericano Solomon W. Golomb, quien definió los poliminós como las configuraciones que recubren cuadros adyacentes de un tablero de ajedrez. Podemos definirlo también como un grupo de cuadros unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tiene al menos un lado común.

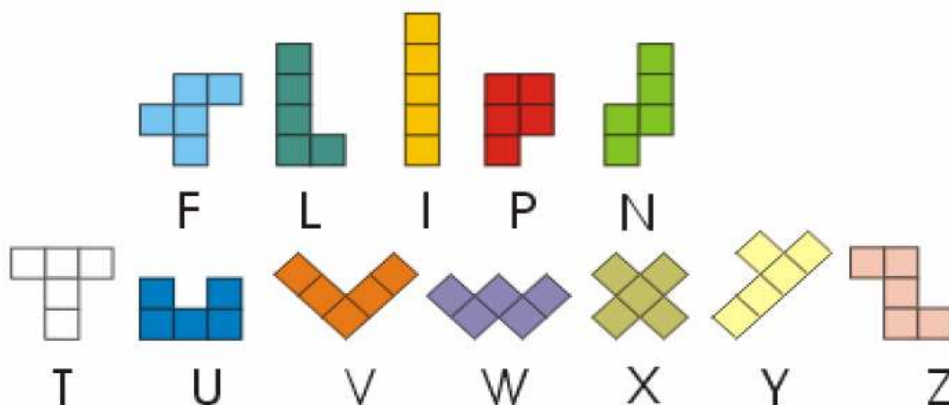
Se clasifican según el número de cuadros que lo componen:

- Monominó: formado por un solo cuadro. Evidentemente hay un solo monominó.
- Dominó: formado por dos cuadros. Solamente hay uno y es la ficha del dominó.
- Triminó: por tres cuadros. Hay dos.
- Tetraminó: por cuatro cuadros. Son cinco, son las piezas del juego del tetris.
- Pentaminó: por cinco cuadros. Son doce.
- Hexaminó: por seis cuadros. Son treinta y cinco.
- Etc.

Como curiosidad, poliminós de orden 18 hay 192.622.052.

Los poliminós superiores prácticamente no se utilizan, siendo los pentaminós, los más difundidos y usados para las clases de matemáticas.

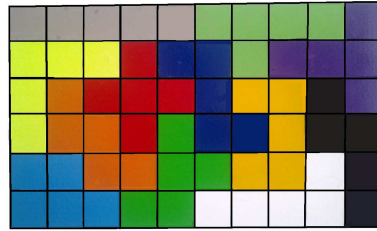
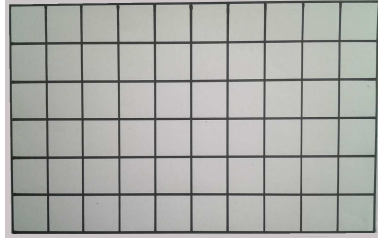
Los pentaminós son todas las figuras planas que se pueden formar, uniendo cinco cuadros iguales que tengan al menos un lado en común. Existen doce modos diferentes de unirlos, si consideramos idénticas las rotaciones y simetrías. Golomb buscó un nombre para identificar las piezas, nombrándolas por la letra a la que se parecen. Para recordarlas usaremos las consonantes y una I de la palabra FILiPiNo, junto con las últimas siete letras del abecedario (TUVWXYZ).



5.2.4.1 Actividades

ACTIVIDAD DE CONSTRUCCIÓN

Cada alumno/a construirá su propio juego de pentominós partiendo de una plantilla donde tendrán que colorear las diferentes piezas y recortarlas, obteniendo así los patrones que podrán realizar en otras superficies de mayor rigidez.



ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

Juego libre

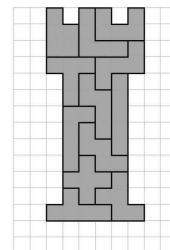
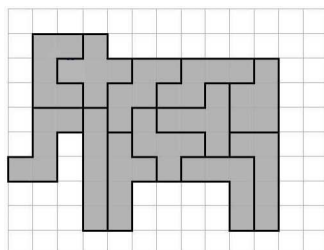
Una vez construido, la primera actividad será de juego libre, para que conozcan y exploren las posibilidades del material. El material puede ser individual o colectivo, sin reglas y utilizando las piezas que deseen.

Conocer las fichas

- Dibujar cada pieza en un folio en blanco en la posición que mejor identifiquen con la letra del abecedario que se asemejan.
- Contar el número de lados de cada pentominó y clasificarlos de acuerdo a este criterio.

Sobre plantillas

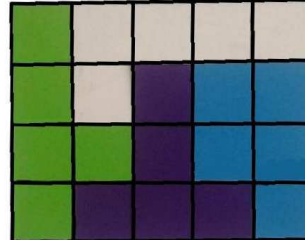
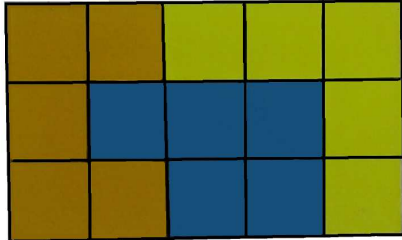
- Sobre plantillas, a la misma escala en las que estarán marcadas las divisiones de los pentominós, deberán colocar las piezas en su lugar y posición correspondiente.



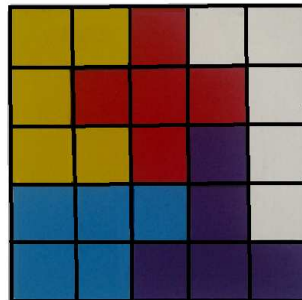
Construir rectángulos y cuadrados

Al principio será difícil formar rectángulos con todos los pentominós, por eso podemos empezar con actividades más sencillas como:

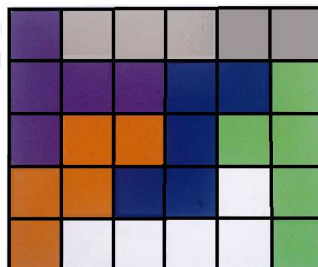
- Forma un rectángulo con las fichas P U V. Lo mismo con L P T Y.



- Forma un cuadrado con L P T U X.

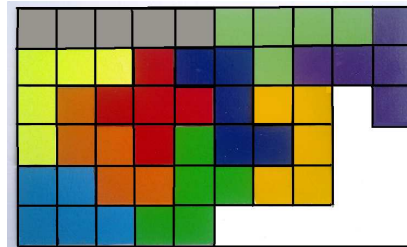


- Construir todos los rectángulos que se puedan con dos o tres pentominós. ¿Podemos llegar a usarlos todos?
- Haz el rectángulo de 6 x 5 de la figura. Después, utilizando los otros seis pentominós, construir otro rectángulo igual.

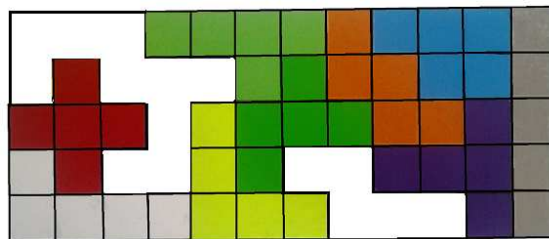


- Con I N T V W Y Z forma un rectángulo de 5 x 7. Usa los otros cinco pentominós para hacer un cuadrado de 5 x 5.

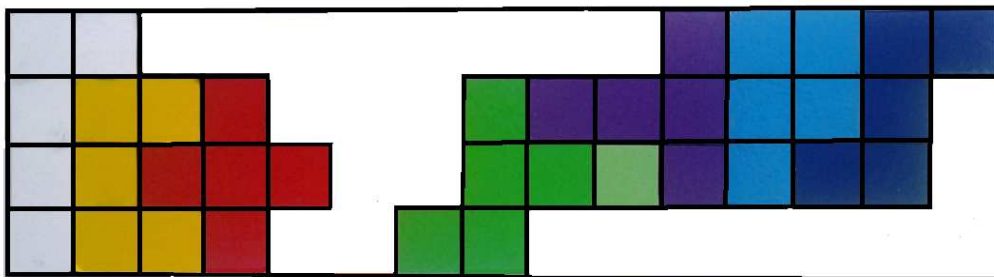
- Utilizando los doce pentominós se pueden formar rectángulos de 6 x 10, 12 x 5, 15 x 4 y 20 x 3. Debido a la dificultad de esta actividad se iniciará sobre plantillas donde ya estén colocados la mayoría de las piezas y sólo tendrán que completar.



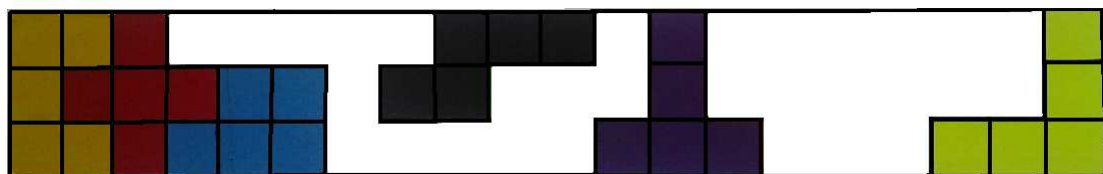
6 x 10



5 x 12



4 x 15



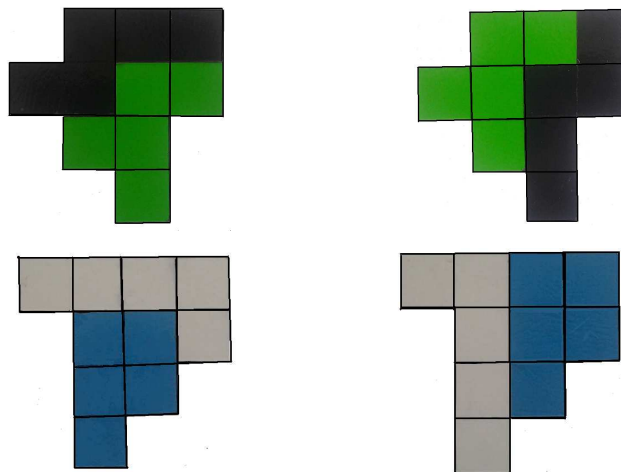
3 x 20

Áreas y perímetros

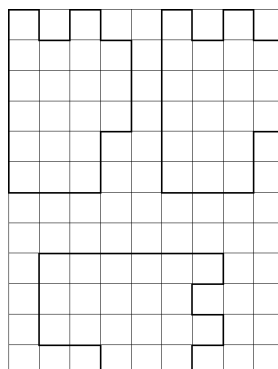
- Tomando como unidad de superficie un cuadrado del pentominó y como unidad de longitud para el perímetro la medida de un lado del cuadrado, completar la siguiente tabla:

PENTOMINÓ	PERÍMETRO	ÁREA
T		
U		
V		
W		
X		
Y		
Z		
F		
Y		
L		
P		
N		

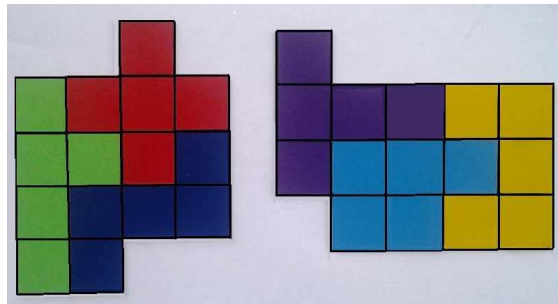
- Coloca las piezas F y N de dos maneras diferentes pero que la figura resultante sea igual. Lo mismo con L y P.



- Construir figuras con tres pentominós que tengan diferente perímetro.
- Con los doce pentaminós formar tres figuras, de cuatro piezas cada una, que tengan la misma forma. Coloca sobre la planilla.

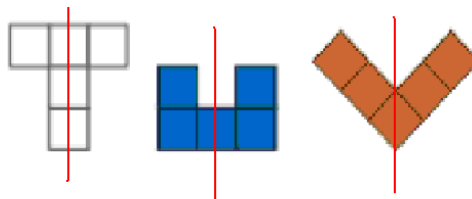


- Hacer figuras que tengan el mismo perímetro y área. Al principio les podemos ayudar diciéndoles las piezas utilizadas, por ejemplo: con X, Z, Y en una figura y con T, P, U, en la otra, ¿qué perímetro resulta?

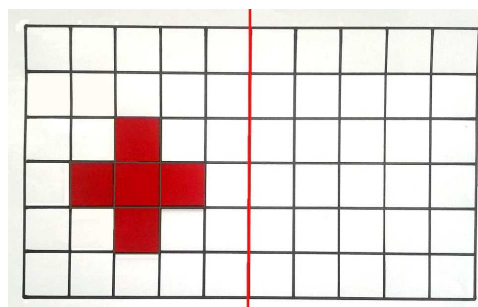


Movimientos y simetría

- Buscar los ejes de simetría de cada uno de los doce pentominós.



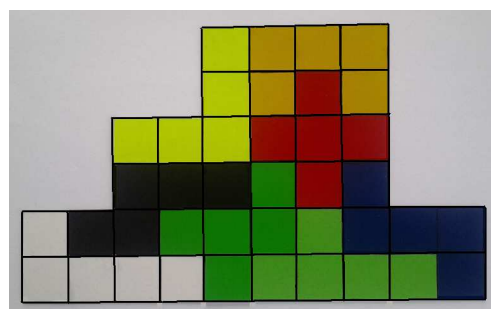
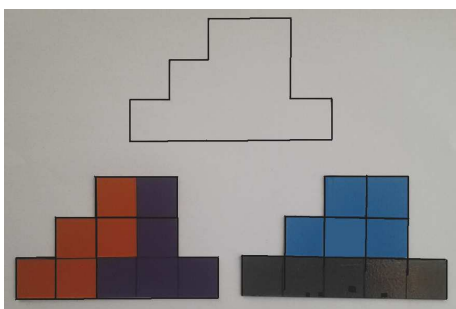
- Sobre una planilla como la de la actividad de construcción, colocar una pieza y buscar su simétrica respecto al eje de simetría que les indiquemos.



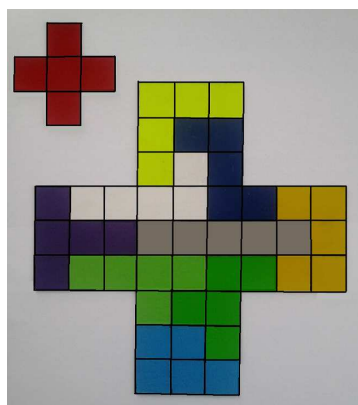
- Hacer traslaciones indicándoles el número de cuadros que tienen que desplazar la ficha.

Figuras semejantes

- Construye la siguiente figura con dos pentominós. Reprodúcela con otros dos y con los restantes construye una figura semejante. ¿Por cuánto se ha multiplicado la longitud cada lado? Debido a la dificultad de esta actividad para este ciclo, se darán plantillas en las que falte de colocar algún pentomino al igual que en la actividad de formar rectángulos con los doce pentominós. Posteriormente, las plantillas serán dadas con el contorno de la figura.



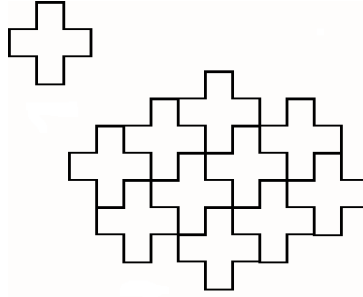
- Cualquier pieza del pentominó puede ser construida a escala usando nueve de los doce pentominós.



¿Por cuánto se ha multiplicado la longitud de cada lado? ¿Por cuánto se ha multiplicado su superficie?

Pavimentos

- Utilizando un solo tipo de pentominó, unirlos de tal forma que ni queden huecos ni se superpongan para construir diferentes mosaicos.



Puzzles

- Recubrir, el siguiente cuadrado con cinco pentominós diferentes de tal forma que cada uno de ellos recubra las vocales A, E, I, O, U

E	A	I	O	I
U	E	U	E	O
O	I	A	O	A
I	U	E	A	I
A	O	U	E	U

CONCLUSIONES

El profundo cambio en la enseñanza, primando una educación basada en competencias, es el punto de partida del desarrollo de este trabajo.

De todas las ramas de la Matemática, la Geometría, es una de las más intuitivas, concretas y ligadas a la realidad que conocemos. Por ello, como muestro en este trabajo ofrece numerosas posibilidades para experimentar, mediante materiales adecuados, sus conceptos, propiedades y problemas.

Al considerar al estudiante como sujeto central de su aprendizaje, que construye el conocimiento a partir de la reflexión derivada de su propio trabajo, el libro de texto se revela insuficiente dada su condición estática. Por otra parte el/la alumno/a es el auténtico protagonista junto con la creación de situaciones de juego y la manipulación. Estas reflexiones me han servido de incentivo para integrar en el aprendizaje los materiales manipulativos y a su vez han sido las coordenadas que han determinado este documento.

Si bien el material no estructurado no presentaba ninguna dificultad ya que los palillos, pajitas de refresco, etc., son de uso habitual, el material estructurado requirió por mi parte una programación precisa y acorde con las necesidades teniendo muy claro los pormenores antes de su inminente aplicación:

- 1) Ante el planteamiento de cómo estructurar el aula y el material para economizar tiempo en las sesiones, opté por agrupar a los/las alumnos/as en grupos de cinco estableciendo sencillas normas para llevar a cabo la entrega y recogida del material en el menor tiempo posible, y determinar la ubicación, de fácil acceso, del mismo.
- 2) Para encauzar este tema de forma interdisciplinar fijamos en conjunto las actuaciones de las profesoras de Plástica y Lengua. La primera colaboraría en sus sesiones a la construcción del geoplano. En Lengua se haría una recopilación de cuentos utilizando el tangram que serviría de colofón para el Día del Libro.
- 3) Las familias se mostraron receptivas a la hora de colaborar en la elaboración de los materiales. De esta forma cada niño/a dispone de un geoplano de 5 x 5. Para trabajar en pequeño grupo les he construido el circular y otros de 9 x 9.
- 4) El mecano lo planteé como trabajo en cadena. Hemos dibujado las varillas en cartulina, las hemos plastificado y a continuación mientras unos recortaban otros hacían los agujeros con las taladradoras.

- 5) El pentominó y tangram se hizo a partir de planillas. Primero pintaron las piezas, las recortaron y las familias ayudaron a pegarlas sobre cartón.
- 6) Sólo después del trabajo lúdico-manipulativo se puede pasar a usar progresivamente recursos más elaborados de representación matemática.

Esta realidad me permite asegurar que la evaluación de este proceso sea considerada altamente pedagógica por diferentes motivos:

- Los materiales didácticos permiten modelizar conceptos e ideas matemáticas facilitando el paso hacia la abstracción de los mismos.
- Proporcionan una fuente de actividades matemáticas estimulantes y altamente atractivas, desarrollando la creatividad y aumentando el interés por la Geometría.
- Se pueden adaptar las actividades a cualquier nivel y a cualquier grupo de alumnos/as respetando las diferencias individuales.
- Permiten que los/las alumnos/as realicen actividades de forma autónoma, proporcionando un buen entorno donde plantear situaciones –problemas.
- Estimulan la colaboración que supone el trabajo en grupo donde han de tenerse en cuenta las opiniones individuales para llegar a una conclusión colectiva.
- Es un sistema de trabajo complejo pero muy motivador al tener el/la alumno/a un tiempo de juego libre cuando se pone en contacto por primera vez con cada material.
- La organización, la puesta en práctica, y la actuación de los responsables se adaptó a las previsiones planificadas.
- Se ofrecen muchas posibilidades, en lo que a actividades se refiere, al poder enlazar unas con otras rentabilizando las sesiones.
- Sirve de acicate al alumnado al ir utilizando el material según van acabando la tarea anterior.
- Al quedar un curso para completar el ciclo, estas actividades continuarán aumentando su dificultad y ampliando conceptos.

El mensaje de M^a Antònia Canals: “Los maestros han de ser felices haciendo matemáticas, de este modo los alumnos también lo serán”, se ha cumplido en todas las actuaciones llevadas a cabo y reflejadas en este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, A. (2008). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos. Para niños y niñas de 6 a 12 años* (3ª ed.). Madrid: Narcea,
- Alsina, A. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.Mª. (1988) *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Álvarez, A. (1996) *Actividades matemáticas con Materiales Didácticos*. Madrid: MEC-Narcea.
- Biniés, P. (2008) *Conversaciones matemáticas con Maria Antònia Canals. O cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante*. Barcelona: Graó.
- Cascallana, Mª.T. (1988) *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Aula XXI/Santillana.
- Comisión Internacional para el estudio y mejora de la enseñanza de las matemáticas. (1967) *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.
- Decroly, O. (1965) *Iniciación general al método Decroly y ensayo de aplicación a la escuela primaria*. Buenos Aires: Losada.
- Dienes, Z.P. (1970) *La construcción de las matemáticas*. Barcelona: Vicens-Vives.
- Estalella, J. (1918) *Ciencia Recreativa*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Freinet, C. (1968) *Essai de psychologie sensible appliquée à l'éducation*. Neuchâtel: Delachaux et Niestle.
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988) *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Hernández, F y Soriano, E. (1999) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: La Muralla.
- Mialaret, G. (1984) *Las Matemáticas: cómo se aprenden cómo se enseñan. Un texto base para psicólogos, enseñantes y padres*. Madrid: Visor.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1992). *Área de Matemáticas. Primaria*. Madrid: M.E.C.
- Montessori, M. (1914) *El método de la pedagogía científica, aplicado a la educación de la infancia en las Case dei Bambini*. Traducción de J. Palau Vera. Barcelona: Araluce.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1975) *Psicología del niño*. Madrid: Ediciones Morata.

- Puig-Adam, P. (1956) *Didáctica matemática heurística: 30 lecciones activas sobre temas de enseñanza media*. Madrid: Instituto de Formación del Profesorado de Enseñanza Laboral.
- Sánchez, C. y Casas, L.M. (1998) *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en Matemáticas*. Madrid: Centro de Publicaciones del MEC.
- Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas “Isaac Newton” (1986) *Informes de las IV Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas*. Tenerife: Autor.
- Spencer, H. (1989) *L'educatió intel·lectual, moral i física*. Vic: Eumo editorial.
- Torra, M., Batlle, I. y Serra, T. (1994) *Proyecto curricular de Matemáticas. 2º Ciclo de Enseñanza Primaria*. Madrid: MEC- Mare Nostrum.

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación . BOE 106, 4 de mayo de 2006.
- Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. BOE 293,8 de diciembre de 2006.
- Decreto 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. BOCYL 89, 9 de mayo de 2007.
- Resolución de 3 de febrero de 2012, del Rector de la Universidad de Valladolid, por la que se acuerda la publicación del Reglamento sobre la elaboración y evaluación del Trabajo de Fin de Grado. BOCYL 32/2012, 15 de febrero de 2012.

PÁGINAS WEBS CONSULTADAS

- García, J. (2011). *Matemáticas interactivas y manipulativas*.
<http://i-matematicas.com/blog/2011/03/17/geometria-analitica-doblando-papel/>.
 (Consulta: 30 de Marzo de 2012)
- García, M. y Rupérez, J.A. *La Graduación de Dificultad en Puzzles y Rompecabezas*.
http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/matematicas_01.pdf. (Consulta:
 10 de Abril de 2012)
- González, J.L. (2010). *Matemáticas Infantil, Primaria y ESO 1.- Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos: Consideraciones generales*.

- http://www.gonzalezmari.es/materiales_infantil_primaria_y_ESO.Consideraciones_generales.pdf. (Consulta: 9 de Abril de 2012)
- Martínez, B. (2010). *Juegos de todo el mundo: tangram*.
[.http://www.museodeljuego.org/xmedia/contenidos/0000000587/docu1.pdf](http://www.museodeljuego.org/xmedia/contenidos/0000000587/docu1.pdf).
 (Consulta: 16 de Abril de 2012).
- Mimath, (2009). *Actividades geométricas con mecano*.
<http://mipombo1950.blogspot.com.es/2009/07/actividades-geometricas-con-mecano.html> (Consulta: 18 de Abril de 2012).
- Mora, J.A. (1995). *Los Recursos Didácticos en el aprendizaje de la Geometría*.
<http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/95recunog.pdf> . (Consulta: 9 de Abril de 2012).
- Perich, D. (2002). *Sector Matemática*.
<http://www.sectormatematica.cl/>. (Consulta: 26 de Marzo e 2012).
- Real Sociedad Matemática. Española. *Centro Virtual de divulgación de las matemáticas*.
<http://www.divulgamat.net/?id=25>. (Consulta: 27 de Marzo de 2012).
- Teixidor, E. (2010). *Pajifiguri: un material manipulativo y cuento interactivo*.
http://www.sinewton.org/numeros/numeros/74/Experaula_01.pdf . (Consulta: 16 de Abril de 2012).
- Torra, M. *Construir las Matemáticas en Educación Primaria*.
http://www.educa.madrid.org/cms_tools/files/9b537375-2214-4fce-bae6-d12373b213f0/Geometria.pdf . (Consulta: 12 de Abril de 2012).
- Torres, M.V. *Actividades en Primaria con pentominós*.
<http://www.rinconmaestro.es/matematicas/actividades/actividades383.pdf>
 (Consulta: 18 de Abril de 2012)
- Universitat de Girona (2001). *Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola*.
<http://www.udg.edu/tabid/17145/language/ca-ES/Default.aspx>. (Consulta: 11 de Abril de 2012).
- Universidad de Valladolid. *Estudios de Grado*.
<http://grado.uva.es/grado-en-educacion-primaria-palencia>. (Consulta: 2 de Abril de 2012).

- Universidad de Valladolid. *Memoria del plan de estudios del título de Grado Maestro –o maestra- en Educación Primaria.*
http://www.uva.es/uva/export/portal/com/bin/contenidos/gobiernoUVA/Vicerrectorados/VicerectoradoCalidadInnovacion/Planes_Estudios_Grados/EducacionPrimaria/EdPrimaria/1309953347264_uvagradoeducacionprimaria23032010v4.pdf
(Consulta: 11 de mayo de 2012).
- Vazquez.R. (2012). *Matemáticas.*
<http://www.ricardovazquez.es/>. (Consulta: 18 de Abril de 2012).
- Vázquez, J.M. (2008). *El Geoplano. Un magnífico recurso didáctico para el aula de Matemáticas.*
<http://www.slideshare.net/jmvazquez/geoplano>. (Consulta: 14 de Abril de 2012).