



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería mecánica

**Diseño, prototipado y verificación
experimental de levas para simular la
locomoción humana mediante
dispositivos robóticos a escala reducida**

Autor:

Campillo de Blas, Gonzalo

Tutor:

**Lorenzana Ibán, Antolín
Dpto. C.A.I.T. Mecánica de los
Medios Continuos y Teoría de
Estructuras**

Valladolid, Junio, 2017.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

RESUMEN

El presente trabajo de fin de grado tiene el objetivo de diseñar un mecanismo, cuyo movimiento sea similar al que una persona ejerce en el tránsito por una pasarela ligera, por medio de diversos métodos, la teoría de levas, la simulación o la experimentación en el laboratorio. Además, será clave la comparación de lo obtenido por los distintos métodos, tanto entre sí, como con la premisa de partida.

PALABRAS CLAVE

Mecanismo leva-seguidor, excéntrica, diseño leva, análisis dinámico de una leva.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

ÍNDICE

1	Introducción y objetivos.....	7
1.1	Ámbito del trabajo. Pasarelas ligeras.....	7
1.2	Objetivos.....	7
1.3	Estructura del documento.....	9
2	Teoría general de los mecanismos leva-seguidor	11
2.1	Introducción a las levas	11
2.1.1	Terminología mecanismo leva-seguidor.....	11
2.1.2	Clasificación de los mecanismos leva-seguidor	14
2.1.3	Secuencia de diseño de un mecanismo leva-seguidor.....	17
2.2	Cálculo de la función desplazamiento	18
2.2.1	Aspectos generales.....	18
2.2.2	Ley fundamental de continuidad	20
2.2.3	Relación cinemática leva-seguidor.....	21
2.3	Análisis cinemático del mecanismo leva-seguidor.....	22
2.3.1	Ecuación cinemática de enlace	22
2.3.2	Velocidad de deslizamiento	23
2.3.3	Velocidad de rodadura	25
2.4	Análisis dinámico del mecanismo leva-seguidor.....	25
3	Diseño leva de excéntrica	27
3.1	Diseño analítico leva de excéntrica.....	27
3.1.1	Ley de desplazamiento y diagramas S,V,A,J	27
3.1.2	Análisis cinemático. Velocidad de deslizamiento.....	30
3.1.3	Análisis dinámico	31
3.2	Diseño leva de excéntrica con Dynacam10	36
3.3	Simulación leva de excéntrica con Working Model.....	41
4	Diseño mecanismo leva-seguidor.....	47
4.1	Cálculo de la función matemática que define la ley de desplazamiento	47
4.1.1	Calculo de la función desplazamiento con Dynacam10.....	48
4.2	Análisis cinemático. Velocidad de deslizamiento.....	60
4.3	Análisis dinámico	61
4.4	Obtención del perfil de la leva	66

Diseño de levas para simular la locomoción humana

4.5 Verificación del perfil obtenido.....	69
4.5.1 Radio de curvatura.....	69
4.5.2 Longitud mínima del seguidor de cara plana.....	75
4.5.3 Ángulo de presión.....	77
4.5.4 Momento de volteo	78
4.6 Simulación leva con Working Model.....	80
5 Experimentación.....	87
5.1 Instrumentos y equipos empleados.....	87
5.2 Toma de datos e interpretación	92
6 Conclusiones	95
7 Líneas de futuro	99

1 Introducción y objetivos

1.1 Ámbito del trabajo. Pasarelas ligeras.

Con el paso del tiempo y los avances de la tecnología, en concreto de la metalotecnia y de algunos campos como la ingeniería civil, sumado a la creciente demanda de nuevas vías de paso para peatones sobretodo en núcleos urbanos, ha hecho que los diseños de estas pasarelas se vuelvan más arriesgados y se empleen nuevos y sofisticados materiales de construcción.

Las estructuras robustas han ido dando paso a otras cuyo diseño es más ligero y esbelto, lo cual permite formas y geometrías más imaginativas con el correspondiente ahorro económico, y empleo de menos cantidad de material y recursos.

Estos nuevos diseños poseen unas características que hay que tener muy en cuenta a la hora de realizar su estudio, simplemente la circulación de peatones o las acciones del viento sobre la estructura hacen que se puedan producir problemas de vibraciones. En determinadas circunstancias, estas acciones se pueden traducir en movimientos armónicos que coinciden con algunas frecuencias propias de la estructura, dando lugar a fenómenos de resonancia y altas vibraciones que podrían tener consecuencias catastróficas.

Debido a esta problemática surgida, las normativas de puentes y pasarelas comienzan a tratar en detalle el aspecto dinámico, que asegure el estado de servicio de la estructura a lo largo del tiempo. Además, se están llevando a cabo gran cantidad de estudios tanto a escala real, como a escala reducida o por simulación para conocer de primera mano el comportamiento de este tipo de estructuras.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es diseñar un mecanismo que induzca unas fuerzas, sobre una superficie con la que está en permanente contacto, que tengan una forma similar a las que realiza un peatón en el tránsito por una pasarela ligera. En la Figura 1 se representan estas fuerzas, cuyo sentido es el vertical.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

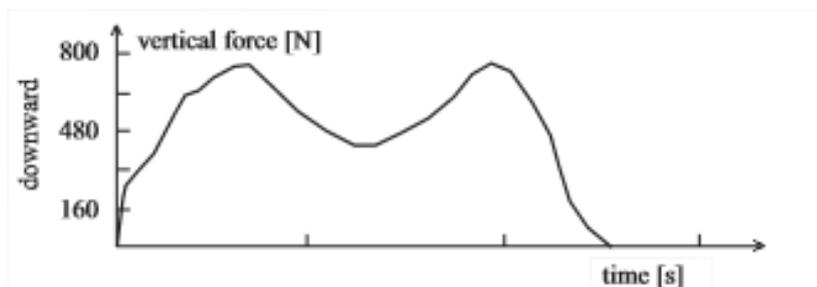


Figura 1. Diagrama de fuerzas que un persona ejerce al andar sobre una pasarela [1].

Consiguiendo este mecanismo, sería posible extrapolarlo a un modelo real para realizar el estudio dinámico de fuerzas y vibraciones sobre la estructura deseada.

Más detalladamente, los objetivos que se pretenden conseguir con este trabajo son:

- Realizar todas las fases de un pequeño proyecto, que incluya, el diseño de un mecanismo, la realización de simulaciones por ordenador, la fabricación del mismo, la experimentación en el laboratorio y finalmente la interpretación de los resultados obtenidos.
- Realizar un modelo ideal y un modelo real a implantar en el laboratorio del mecanismo, junto con el resto de elementos que formen parte del mismo, con el objetivo de reproducir, de la manera más precisa posible, el caso real. Comparar en ambos modelos los aspectos comunes y los aspectos que difieren.
- Conocer las características y limitaciones del mecanismo leva de excéntrica-seguidor. Abordar su diseño a partir de dos métodos: la teoría de levas, y el software *Dynacam10* de diseño de levas.
- Realizar la simulación por ordenador mediante el software *Working Model* del mecanismo leva de excéntrica-seguidor.
- Realizar la simulación experimental en el laboratorio. Interpretar resultados y conocer las limitaciones del mecanismo leva de excéntrica-seguidor.
- Profundizar en el diseño de levas de contorno no circular. Conocer las características y limitaciones del mecanismo leva-seguidor. Abordar su diseño a partir de dos métodos: la teoría de levas, y el software *Dynacam10* de diseño de levas.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

- Realizar la simulación por ordenador mediante el software *Working Model* del mecanismo leva-seguidor.
- Realizar la simulación experimental en el laboratorio. Interpretar resultados y conocer las limitaciones del mecanismo leva-seguidor.

1.3 Estructura del documento

- Capítulo 1: Introducción y objetivos.
Se explica el ámbito del trabajo y los objetivos que se persiguen alcanzar con la realización del mismo.
- Capítulo 2: Teoría general de los mecanismos leva-seguidor.
Introducción al mundo de las levas para conocer y familiarizarse con la nomenclatura y terminología empleada. Además se desarrollan algunos conceptos teórico-aplicados que serán empleados para el cálculo cinemático y dinámico de los mecanismos.
- Capítulo 3: Diseño leva de excéntrica.
En este capítulo se realiza el diseño analítico de la leva de excéntrica, por medio de la teoría de levas, del software *Dynacam10* y por último se simula con *Working Model*.
- Capítulo 4: Diseño mecanismo leva-seguidor.
Se lleva a cabo el diseño del mecanismo leva-seguidor por medio de la teoría de levas apoyado en *Dynacam10*. Se obtiene el contorno de la leva y se analizan los diversos parámetros a tener cuenta para comprobar que el perfil obtenido es correcto, por último se realiza una simulación con *Working Model* del mecanismo.
- Capítulo 5: Experimentación.
Este capítulo se centra en la parte experimental realizada en el laboratorio. Se presentan tanto los equipos como el software utilizado, así como los resultados obtenidos.
- Capítulo 6: Conclusiones.
Se realiza un chequeo general de los objetivos marcados en el capítulo primero, comentando tanto los resultados obtenidos como las limitaciones encontradas.
- Capítulo 7: Líneas de futuro

Diseño de levas para simular la locomoción humana

En este capítulo se plantean posibles investigaciones futuras que siguen la línea del trabajo realizado.

2 Teoría general de los mecanismos leva-seguidor

2.1 Introducción a las levas

En este apartado se pretende dar una introducción a la nomenclatura, terminología y tipología de los diferentes mecanismos leva-seguidor, así como la secuencia de operaciones necesarias para su diseño.

El mecanismo leva-seguidor está formado por dos miembros móviles, donde la leva es el elemento mecánico cuyo movimiento imparte un desplazamiento concreto al seguidor, el cual que se mantiene en todo momento en contacto con ella, ya sea puntual o linealmente. La forma de la leva, la del seguidor así como la relación física existente entre ambos definen la correspondiente posición que adoptará uno frente al otro.

Cada uno de los dos sólidos posee un grado de libertad y una coordenada generalizada independiente, al ponerse en contacto ambos, se obtiene un mecanismo de un solo grado de libertad que establece una ley de dependencia entre las coordenadas generalizadas del movimiento. Es la ley de desplazamiento del seguidor.

Generalmente el movimiento de la leva es de rotación, y se transforma en movimiento, o bien de rotación, o bien de traslación del seguidor. Este tipo de mecanismo es sencillo, poco costoso y ocupa un espacio reducido, además de no poseer gran cantidad de piezas móviles, por todo ello es bastante empleado en maquinaria moderna ya que se consiguen desplazamientos muy controlados y precisos.

Existe una gran variedad de tipos de levas y de seguidores, y por lo tanto de mecanismos leva-seguidor.

2.1.1 Terminología mecanismo leva-seguidor

Los parámetros que definen un mecanismo leva-seguidor se pueden dividir en dos, los parámetros propios de la geometría y los parámetros cinemáticos.

Parámetros geométricos. (Figura 2)

- Circunferencia base. Es la más pequeña que puede trazarse tangente a la superficie de la leva, su radio es R_b . Su centro se encuentra en el centro de rotación de la leva.
- Circunferencia primaria. Es la más pequeña que puede trazarse tangente a la curva de paso, su radio es R_p . Al igual que la circunferencia base, su centro se encuentra en el centro de rotación de la leva.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

- Radio del seguidor (R_f). Es el radio del seguidor, para los casos concretos de seguidor de rodillo.
- Superficie de la leva. Contorno del perfil de la leva.
- Punto de trazo. En caso de seguidores de rodillo viene dado por el centro del mismo, en caso de seguidores de cara plana viene dado por el punto de contacto leva-seguidor.
- Curva de paso. Curva que describe el punto de trazo del seguidor al realizar un ciclo completo.

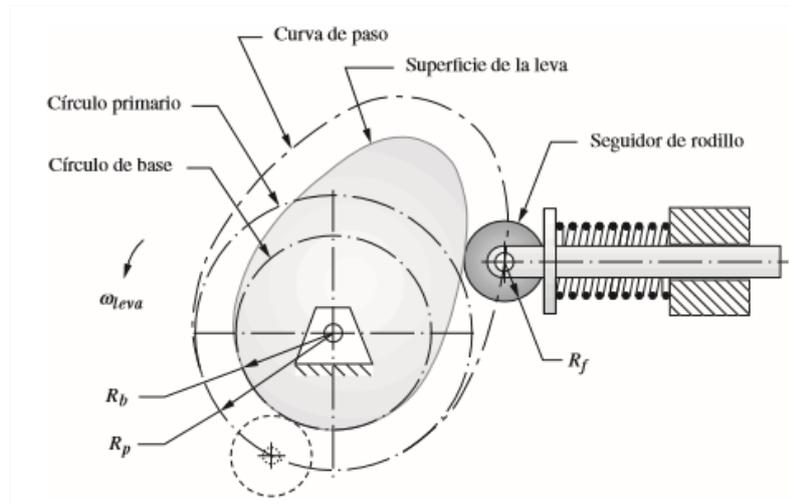


Figura 2. Parámetros geométricos de un mecanismo de leva radial y de seguidor de rodillo.

Todas las levas tienen una circunferencia base, sin importar el tipo de seguidor utilizado, pero no todas las levas tienen circunferencia primaria. Solamente los mecanismos con seguidor de rodillo o de hongo poseen circunferencia primaria. En los mecanismos con seguidor de cara plana, coincide la circunferencia base con la circunferencia primaria al tener el punto de trazo en el punto de contacto entre la leva y el seguidor, además, en este tipo de mecanismos, coincide la curva de paso con la superficie de la leva como se puede apreciar en la Figura 3.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

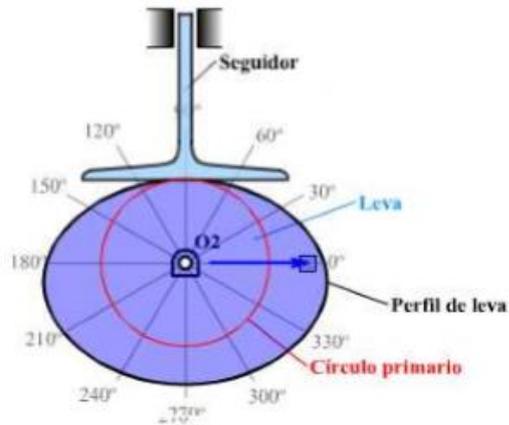


Figura 3. Parámetros geométrico en un mecanismo de leva radial y seguidor trasladante [5].

Parámetros cinemáticos. (Figura 4)

- Ángulo de rotación de la leva (φ).
- Centro de rotación de la leva (O_1).
- Centro de rotación del seguidor (O_2).
- Centro instantáneo de rotación (I_{12}).
- Velocidad angular de la leva ($\dot{\varphi}_1$ o ω).
- Aceleración angular de la leva (α).
- Sobreaceleración angular de la leva (δ).
- Velocidad angular del seguidor ($\dot{\varphi}_2$).
- Punto de contacto leva-seguidor (J).
- Velocidad de deslizamiento (v_{desl}).
- Ángulo de presión (β).
- Velocidad del seguidor ($v_{seg.}$).
- Excentricidad (ε).

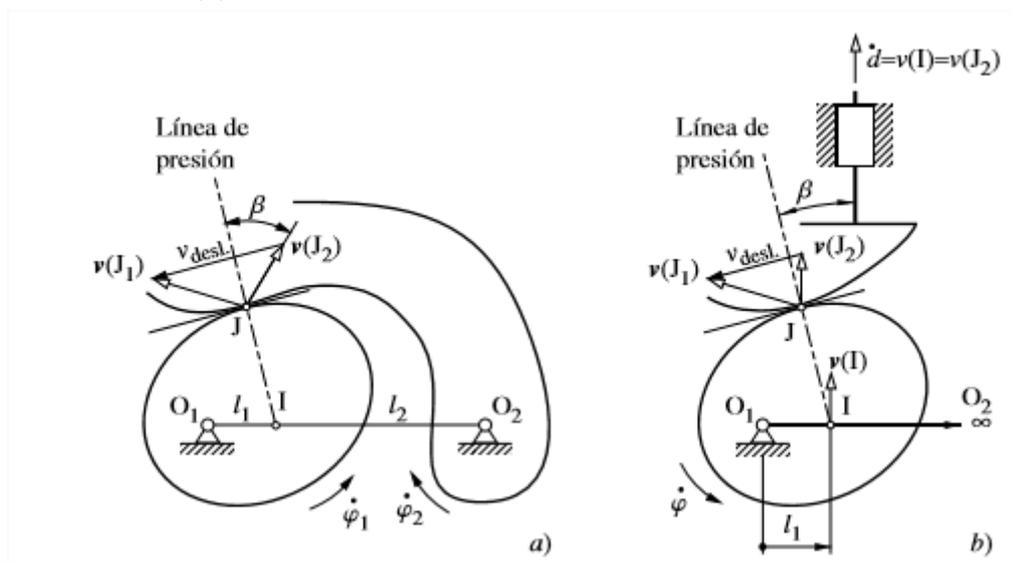


Figura 4. Parámetros cinemáticos [4].

Diseño de levas para simular la locomoción humana

En apartados posteriores se analizarán más detalladamente estos parámetros, dependiendo del tipo de seguidor elegido o del propio movimiento del seguidor, ya sea trasladante u oscilante, además, veremos cómo estos parámetros varían y toman mayor o menor importancia.

2.1.2 Clasificación de los mecanismos leva-seguidor

Los mecanismos leva-seguidor se clasifican atendiendo a diversos criterios. En este apartado se expondrán los más comunes:

- Movimiento del seguidor
- Tipo de leva
- Tipo de seguidor
- Tipo de cierre de junta
- Elemento que impulsa

1. Según el movimiento del seguidor. El movimiento deseado es el que determina la elección entre estas dos formas del mecanismo. Para una traslación rectilínea se elige el seguidor trasladante o con movimiento de traslación. Si lo que se requiere es una rotación pura entonces se escogerá el seguidor de rotación.

- Seguidor con movimiento de traslación. (Figura 5.a)
- Seguidor con movimiento de rotación. (Figura 5.b)

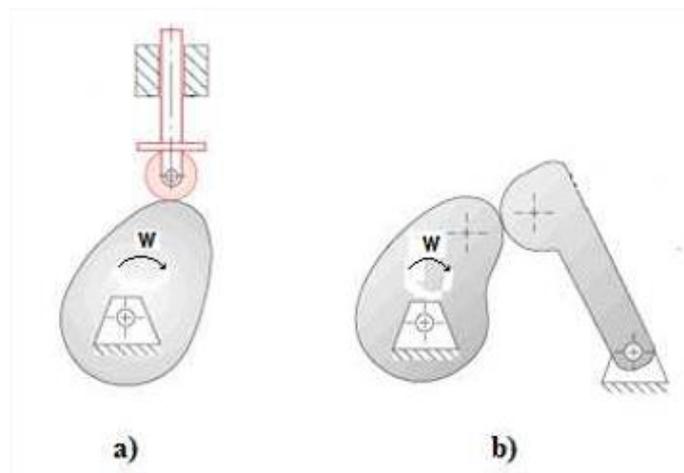


Figura 5. a) Mecanismo con movimiento de traslación. b) Mecanismo con movimiento de rotación [5].

2. Según el tipo de leva. Se habla de leva radial o leva axial en función del movimiento del seguidor respecto a la leva.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

- Leva radial, también conocidas como levas planas de rotación, el movimiento del seguidor es en la dirección radial de la leva. (Figura 6.a)
- Leva axial, el movimiento del seguidor es paralelo al eje de rotación de la leva. (Figura 6.b)
- Leva tridimensional o levoide, es una combinación de las levas radial y axial. Este caso es un mecanismo de dos grados de libertad, posee dos entradas, una de rotación de la leva respecto de su eje y otra de translación de la leva a lo largo de su eje, el movimiento del seguidor depende de ambas entradas.

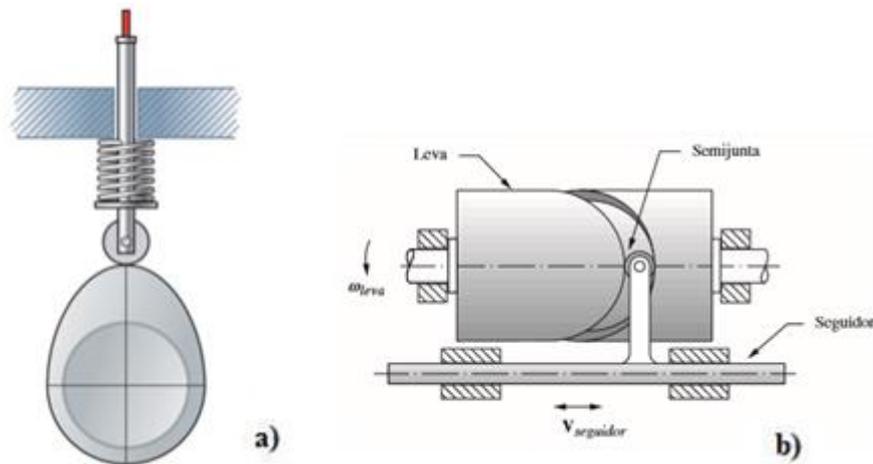


Figura 6. a) Leva radial. b) Leva axial [5].

3. Según el tipo de seguidor. Dependiendo de la geometría de éste.

- Seguidor circular o de rodillo. (Figura 7.a)
- Seguidor puntual. (Figura 7.b)
- Seguidor plano o de cara plana.
 - Recto. (Figura 7.c)
 - Inclinado. (Figura 7.d)
- Seguidor curvo o de hongo
 - Simétrico o de casquete esférico. (Figura 7.e)
 - Asimétrico. (Figura 7.f)

Diseño de levas para simular la locomoción humana

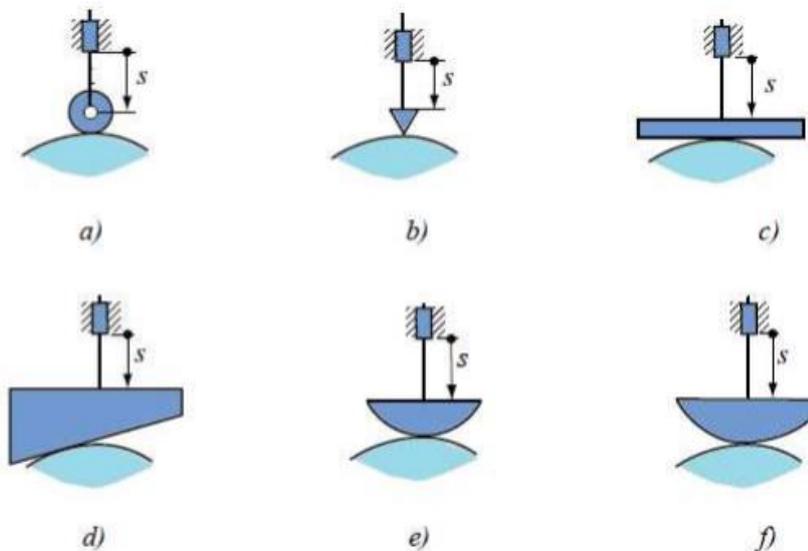


Figura 7. a) Seguidor de rodillo. b) Seguidor puntual. c) Seguidor de cara plana recta. d) Seguidor de cara plana recta. e) Seguidor de hongo simétrico. f) Seguidor de hongo asimétrico [5].

4. Según el tipo de cierre del par superior. Es necesario asegurar en todo momento el contacto entre leva y seguidor, al ser dos elementos móviles, se podría perder el control sobre el mecanismo si no se asegura dicho contacto a lo largo de todo el movimiento. Para evitar que esto ocurra se dispone de dos métodos:

- Cierre de fuerza. Se requiere la aplicación de una fuerza externa sobre el seguidor, habitualmente se suele colocar un muelle, aunque en algunos casos con el propio peso del seguidor es suficiente. (Figura 8.a)
- Cierre de forma. Asegura el contacto por la propia geometría del mecanismo. El seguidor está en contacto con más de una superficie a la vez ya que se encuentra inmerso en una ranura. (Figura 8.b). El mecanismo de levas conjugadas es una variante de los mecanismos con cierre de forma, está formado por dos levas sobre un eje común y dos seguidores (normalmente de rodillo) conectados a un brazo común. Los seguidores son impulsados en direcciones opuestas por las levas conjugadas. (Figura 8.c).

Diseño de levas para simular la locomoción humana

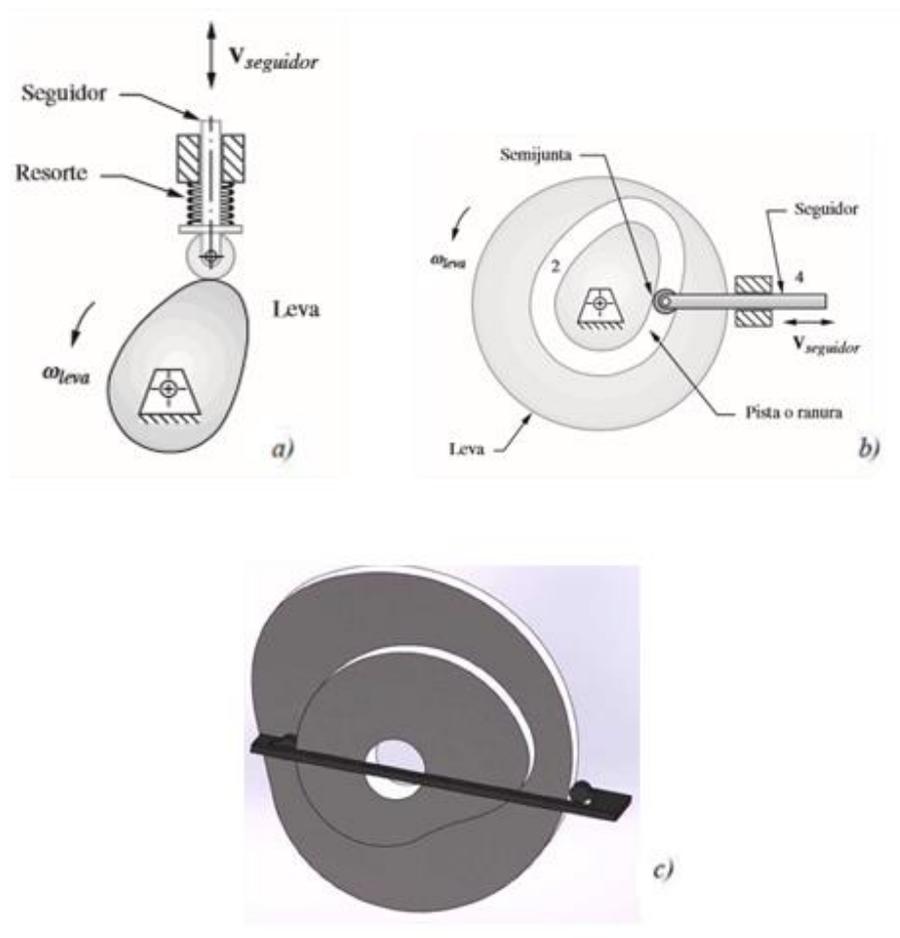


Figura 8. a) Cierre de fuerza. b) Cierre de forma. c) Levas conjugadas [5].

5. Según el elemento que imprime el movimiento. Se distinguirán entre levas directas y levas inversas. En el primero de los casos, la leva es la encargada de ejercer el movimiento sobre el seguidor, los casos en los que sea el seguidor el que imprima movimiento a la leva serán denominadas levas inversas.

2.1.3 Secuencia de diseño de un mecanismo leva-seguidor

La función de este mecanismo consiste en impulsar el seguidor según la ley de desplazamiento $d(\varphi)$ deseada, en función del ángulo girado por la leva φ .

Generalmente, la secuencia de diseño de un mecanismo leva-seguidor sigue unas pautas bien definidas que se presentan a continuación (Figura 9) y que serán desarrolladas con detalle en los próximos capítulos.

1. Seleccionar tipo de mecanismo leva-seguidor.
2. Cálculo de la ley de desplazamiento $d(\varphi)$.
3. Análisis cinemático. Velocidad de deslizamiento.
4. Análisis dinámico.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

5. Obtención del perfil de la leva, según la ley de desplazamientos anteriormente calculada.
6. Comprobación y verificación del perfil de la leva.

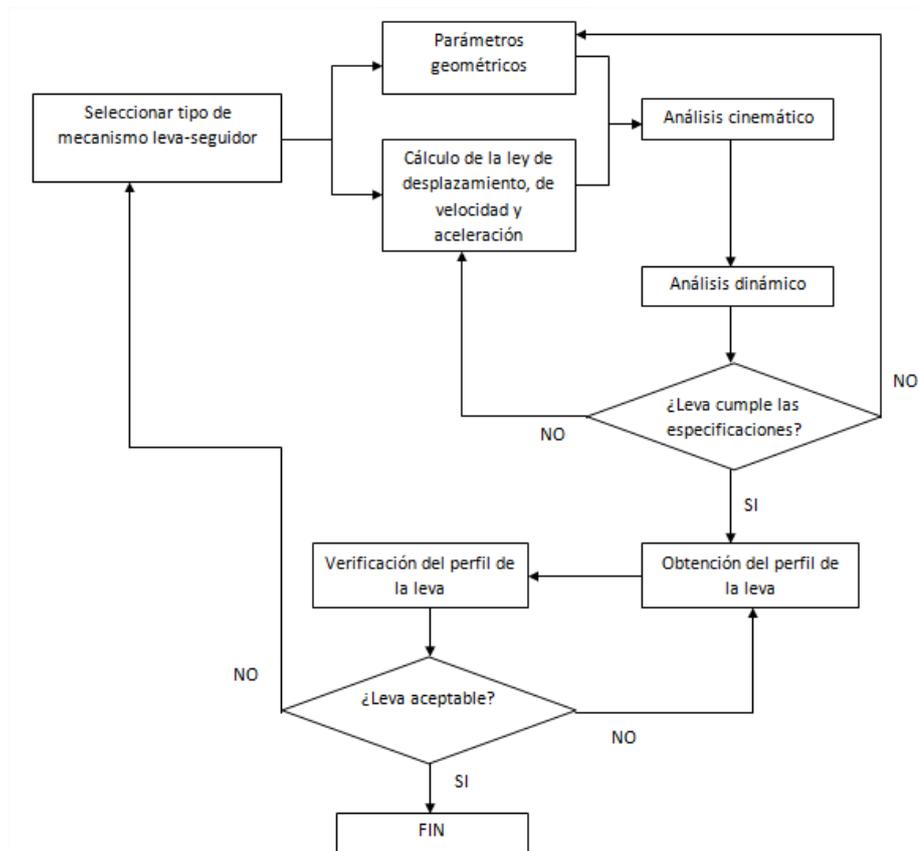


Figura 9. Diagrama de flujo de la secuencia de diseño del mecanismo leva-seguidor.

El proceso de diseño está cargado de cálculos y habitualmente requiere iteraciones hasta llegar a una solución aceptable, es por ello que hoy en día el uso de herramientas informáticas se ha vuelto indispensable para realizar estos diseños.

2.2 Cálculo de la función desplazamiento

2.2.1 Aspectos generales.

El primer paso a la hora de diseñar un mecanismo leva-seguidor es especificar el movimiento del seguidor, a este movimiento se le conoce como ley de desplazamiento.

Para calcular la ley de desplazamiento, hay que atenerse a ciertas especificaciones y prestarles toda nuestra atención ya que estas determinarán tanto el contorno de la leva como la cinemática o la dinámica del mecanismo. Cualquier error en este punto, supondrá un mal diseño del

Diseño de levas para simular la locomoción humana

mecanismo y por consiguiente se deberá rediseñar con todas las consecuencias en cuanto a coste y tiempo perdido.

La ley de desplazamiento se define como la distancia medida en la dirección del brazo del seguidor entre el centro de rotación de la leva y la cara del seguidor, como se puede ver en la Figura 10. Función desplazamiento, esta ley de desplazamiento es la suma de dos magnitudes, la primera de ellas es el radio del círculo base Rb , constante en cada punto, mientras que la segunda magnitud es S , variable en cada punto y la que realmente debemos calcular.

$$d(\varphi) = Rb + S(\varphi) \quad (1)$$

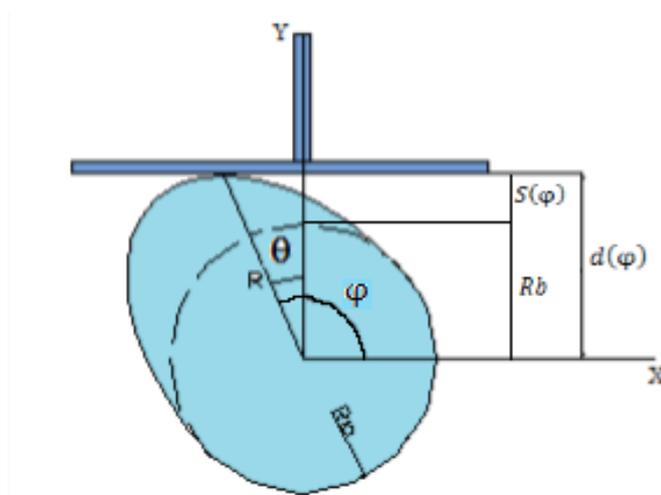


Figura 10. Función desplazamiento.

La construcción del movimiento de salida del seguidor se realizará por tramos, para la definición de estos tramos será necesario conocer:

- Valores representativos (normalmente en los extremos) en desplazamientos.
- Longitud del tramo.
- Tipo de movimiento que gobierna el tramo.

Para la longitud de cada tramo, se definirá un nuevo parámetro, denominado β_i o ángulo parcial de rotación (no confundir con β , ángulo de presión). Este parámetro se empleará para adimensionalizar la variable φ en nuestras funciones, de este modo el cociente de estos dos parámetros valdrá entre 0 y 1. Evidentemente la suma de las longitudes de los tramos debe componer un giro completo igual a 360° .

Diseño de levas para simular la locomoción humana

La representación gráfica se llevará a cabo en un sistema de ejes cartesianos, situando en el eje de abscisas la variable independiente φ y en el eje de ordenadas la variable dependiente d .

2.2.2 Ley fundamental de continuidad

En la gran mayoría de las levas, el movimiento no se puede definir solamente con una función, sino que debe definirse con varias expresiones, cada una de las cuales marcará el comportamiento del seguidor en un tramo concreto.

Una de las especificaciones más importantes a la hora de calcular la ley de desplazamientos es asegurar el cumplimiento de la ley fundamental de continuidad. Con esta ley, hay que verificar la continuidad en desplazamientos del seguidor para que no se produzcan saltos en su trayectoria debido a un perfil abrupto.

No obstante, no va a ser suficiente con asegurar la continuidad en desplazamientos, además debe de cumplir ciertas condiciones de continuidad en el tiempo, en particular entre las uniones de los tramos [4]:

- Es imprescindible que la velocidad del seguidor sea una función continua, y por tanto $d(t)$ ha de ser al menos C^1 . Discontinuidades en la velocidad originarían aceleraciones teóricamente infinitas y por tanto, fuerzas muy elevadas que conducirían a la destrucción del mecanismo o a la pérdida del contacto leva-seguidor.
- Es muy conveniente que la aceleración del seguidor sea continua, y por tanto, $d(t)$ debería ser al menos C^2 . Si la aceleración presenta saltos bruscos –sobrealceleraciones teóricas infinitas o variaciones muy grandes-, se producirían variaciones importantes en las fuerzas que actúan en el mecanismo y a causa de la elasticidad y los juegos, se originarían vibraciones que darían lugar a ruido, fatiga etc.

Estas condiciones de continuidad en el tiempo se traducen de la misma manera respecto de φ , ya que $\varphi(t)$ es continua en el tiempo.

En la mayoría de los casos no es necesario la continuidad en la tercera derivada, solamente para los diseños en los que el mecanismo vaya a trabajar a altas velocidades de giro, ya que podría provocar vibraciones.

Es importante tener en cuenta que el movimiento del mecanismo leva-seguidor es cíclico, por lo tanto, además de prestar atención a las uniones entre los tramos, debemos asegurar la continuidad entre en el punto de inicio y de final del ciclo (realmente es el mismo punto).

Una vez quede verificada la ley de continuidad, si hay varias opciones aparentemente válidas a la hora de elegir la función propia de cada tramo, se

descartarán las que tengan mayores picos en velocidades y aceleraciones. Altas velocidades implican más energía cinética y por tanto más consumo de potencia, mientras que aceleraciones mayores inducen fuerzas y vibraciones que acortarán el ciclo de vida del mecanismo.

2.2.3 Relación cinemática leva-seguidor

Una vez calculada la ley de desplazamientos del seguidor, el siguiente paso será calcular la velocidad, la aceleración y el jerk o sobreaceleración del mismo. Existe una relación directa entre todas ellas por derivación en el tiempo.

$$S = d(\varphi) \quad (2.a)$$

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{dd}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dd}{d\varphi} \omega \quad (2.b)$$

$$A = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2d}{d\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \frac{dd}{d\varphi} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2d}{d\varphi^2} \omega^2 + \frac{dd}{d\varphi} \alpha \quad (2.c)$$

$$J = \frac{dA}{dt} = \frac{d^3d}{d\varphi^3} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^3 + 2 \frac{d^2d}{d\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right) \left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right) + \frac{dd}{d\varphi} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right) \left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right) + \frac{dd}{d\varphi} \left(\frac{d^3\varphi}{dt^3}\right) = \frac{d^3d}{d\varphi^3} \omega^3 + 3 \frac{d^2d}{d\varphi^2} \omega \alpha + \frac{dd}{d\varphi} \delta \quad (2.d)$$

S, V, A, J : desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk del seguidor.
 ω, α, δ : velocidad, aceleración y sobreaceleración angular.

En teoría, sería necesario conocer tanto la velocidad angular como la aceleración y la sobreaceleración angular, no obstante, se considerará que la velocidad angular es constante (para nuestro caso concreto y para la gran mayoría de las aplicaciones esto es lo más habitual), por lo que la aceleración y la sobreaceleración angular serán nulas, quedando las funciones reducidas de esta manera:

$$S = d(\varphi) \quad (3.a)$$

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{dd}{d\varphi} \omega \quad (3.b)$$

$$A = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2d}{d\varphi^2} \omega^2 \quad (3.c)$$

$$J = \frac{dA}{dt} = \frac{d^3d}{d\varphi^3} \omega^3 \quad (3.d)$$

2.3 Análisis cinemático del mecanismo leva-seguidor

Una vez ha sido determinada la ley de desplazamiento del seguidor, el siguiente paso en el diseño es realizar el análisis de velocidades del mecanismo.

2.3.1 Ecuación cinemática de enlace

Para abordar este análisis, es necesaria una ecuación que relacione la posición del centro instantáneo de rotación I_{12} , respecto del centro de rotación de la leva O_1 con algunos parámetros ya conocidos.

Por un lado [4]:

$$\dot{d}(\varphi) = \frac{d}{dt}[d(\varphi)] = \frac{d[d(\varphi)]}{d\varphi} \frac{d(\varphi)}{dt} = d'(\varphi) * \dot{\varphi}_1 \quad (4)$$

Por otro lado hay que estudiar el par superior. Para ello, debemos calcular el centro instantáneo de rotación I_{12} .

La primera característica conocida del centro instantáneo de rotación es que debe encontrarse en la línea de centros que une O_1 y O_2 . Para el caso de un seguidor de traslación su centro de rotación O_2 se encuentra en el infinito en la dirección perpendicular a la guía.

La segunda característica es que al rotar la leva (1) de manera instantánea sobre el seguidor (2) con centro en I_{12} , el vector \vec{IJ} deberá ser perpendicular a la velocidad tangencial J_1 de la leva, respecto del seguidor. O lo que es lo mismo, deberá ser perpendicular a la recta tangente a la superficie de la leva y del seguidor que pasa por el punto de contacto J . Esta recta \vec{IJ} también es conocida como línea de presión.

Combinando ambas condiciones, se puede concluir que el centro instantáneo de rotación se encontrará en la intersección de la línea de centros con la línea de presión, como se puede ver en la Figura 11.

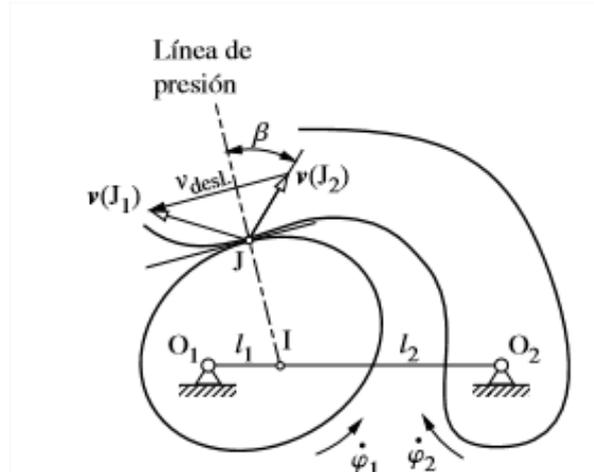


Figura 11. Análisis cinemático [4]

Por definición de centro instantáneo de rotación, se cumple:

$$v_0^{I1} = v_0^{I2} \quad (5)$$

Extrapolándolo al modelo de seguidor trasladante, se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{\varphi}_1 * l_1 = \dot{d}(\varphi) \quad (6)$$

Haciendo una combinación de la ecuación 4 con la ecuación 6 obtenidas anteriormente, se llega a una interesante relación de la posición del centro instantáneo de rotación.

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 * l_1 &= d'(\varphi) * \dot{\varphi}_1 \\ l_1 &= d'(\varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

La relación obtenida en la ecuación 7 va a ser realmente útil en apartados posteriores a la hora de calcular el perfil de la leva, o a la hora de verificarlo con el radio de curvatura y el tamaño mínimo del seguidor.

2.3.2 Velocidad de deslizamiento

Para que exista velocidad de deslizamiento entre dos cuerpos de un mecanismo interactuando por medio de un par superior, debe de existir movimiento según la tangente a ambos cuerpos por el punto de contacto J . Esto es lo que se conoce como movimiento de deslizamiento.

Según la Figura 11, del punto de contacto J salen dos velocidades, $v(J_1)$ es la velocidad absoluta de la leva y $v(J_2)$ es la velocidad absoluta del seguidor. Como no puede existir penetración de un cuerpo en otro, las componentes de la velocidad normal a la tangente común han de ser iguales en módulo, dirección y sentido.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Siguiendo con la descomposición del vector velocidad, aparece la componente tangencial en la dirección de la tangente común a ambas superficies. Estas proyecciones indican que un cuerpo desliza sobre el otro de tal manera que su diferencia corresponde con la velocidad de deslizamiento y coincide con la velocidad relativa de la leva respecto del seguidor cuyo valor es:

$$v_{absoluta} = v_{relativa} + v_{arrastre} \quad (8)$$

$$v_0^{J1} = v_2^{J1} + v_0^{J2} \rightarrow v_2^{J1} = v_0^{J1} - v_0^{J2} \quad (9)$$

Como I_{12} es centro instantáneo de rotación:

$$v_2^{J1} = \overline{I_{12}J_1} * \omega_2^1 \quad (10)$$

$$\omega_0^1 = \omega_2^1 + \omega_0^2 \rightarrow \omega_2^1 = \omega_0^1 - \omega_0^2 = \phi_1 - \phi_2 \quad (11)$$

No obstante, la leva y el seguidor rotan en sentidos contrarios:

$$\omega_2^1 = \phi_1 + \phi_2 \quad (12)$$

Combinando la ecuación 10 y la ecuación 12 resulta:

- Seguidor de rotación

$$v_2^{J1} = \overline{IJ} * (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) \quad (13)$$

- Seguidor de traslación

$$v_2^{J1} = \overline{IJ} * \dot{\phi} \quad (14)$$

Analizando las expresiones resultantes (ecuación 13 y ecuación 14) que permiten calcular la velocidad de deslizamiento, se concluye que la única manera de que no exista deslizamiento es que sea cero el vector \overline{IJ} o lo que es lo mismo que J coincida con I en la línea de centros. Para minimizar esta velocidad bastaría con disminuir la velocidad de rotación de la leva o tratar de que \overline{IJ} sea lo menor posible, algo que se conseguiría disminuyendo el tamaño de la leva.

Otra de las deducciones que se sacan del análisis de las expresiones, es que la velocidad de deslizamiento para seguidores de traslación siempre va a ser menor que para seguidores de rotación, debido a que la velocidad de la leva y del seguidor van en sentido contrario. Comparando los tipos de seguidores, el seguidor de cara plana va a tener mayor velocidad de deslizamiento, siendo una de las desventajas que tienen los mecanismos con este tipo de seguidor respecto de los mecanismos con seguidor de rodillo.

2.3.3 Velocidad de rodadura

La condición para que exista velocidad de rodadura es que no exista deslizamiento, y para ello, las componentes de las velocidades tangenciales deben de ser idénticas, es decir, mismo modulo, dirección y sentido en todos y cada uno de los puntos.

La única opción para que se cumpla lo anterior es que las componentes normales de la velocidad sean idénticas, lo que implica que la velocidad absoluta de la leva y la del seguidor también han de serlo. Estas velocidades solo pueden tener la misma dirección en el caso de que el punto de contacto J se encuentre sobre la línea de centros en cada instante.

Como conclusión se puede asegurar que a lo largo de todo el ciclo existirá velocidad de deslizamiento, y que este es un parámetro a tener en cuenta por lo tanto se deberá realizar el análisis del mismo.

2.4 Análisis dinámico del mecanismo leva-seguidor

Para hacer el análisis dinámico del mecanismo leva-seguidor, donde la leva rota, y el seguidor, apoyado en ella, se mueve según el contorno de la leva, bastaría con aplicar la segunda ley de Newton para hallar las fuerzas que la leva realiza sobre el seguidor.

$$\sum F = M * a \quad (15)$$

En la ecuación 15 todas las variables son conocidas, siendo M , la masa efectiva del mecanismo y a , la aceleración del seguidor, que se calcula tras hallar la ley de desplazamientos, y por derivación directa de esta.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

3 Diseño leva de excéntrica

El primer mecanismo que parece reunir los requisitos a la hora de intentar conseguir un diagrama de fuerzas similar al que genera una persona al caminar sobre una pasarela es una leva de excéntrica. Este mecanismo consta de un disco de radio r girando respecto de un punto O , situado a una distancia e del centro C de la leva. El seguidor empleado, será de cara plana y movimiento trasladante como se aprecia en la Figura 12. Con la rotación de la leva se consigue un desplazamiento rectilíneo y controlado del seguidor.

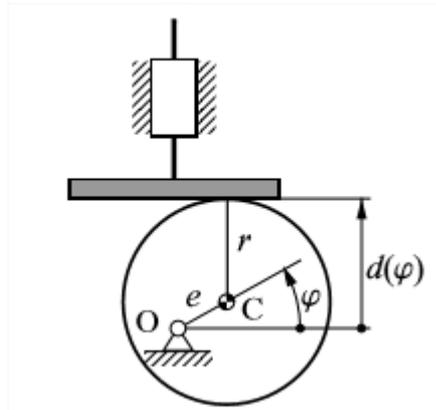


Figura 12. Leva de excéntrica [4].

Aunque no sea un mecanismo convencional, la viga sobre la que apoyará la leva es la que hará las veces de seguidor. El hecho de estar fuera del diseño habitual no va a suponer mayor problema a la hora de realizar los cálculos y análisis pertinentes que se veían en el capítulo anterior teóricamente. Todo los apartados siguientes se pueden tratar como si el mecanismo leva seguidor que va a ser diseñado fuese el convencional, salvo el dinámico, más adelante se verán las modificaciones necesarias.

3.1 Diseño analítico leva de excéntrica

3.1.1 Ley de desplazamiento y diagramas S,V,A,J

La ley de desplazamiento definida anteriormente, se puede deducir por geometría para este tipo de mecanismos con seguidor plano de traslación, como se puede apreciar en la Figura 12. Leva de excéntrica

$$d(\varphi) = r + e * \sin(\varphi) \quad 0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ \quad (16)$$

Fueron escogidos un radio del disco de 3 cm y una excentricidad de 1 cm, estos valores se ajustan a los requeridos por la aplicación donde el mecanismo irá acoplado en el laboratorio.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

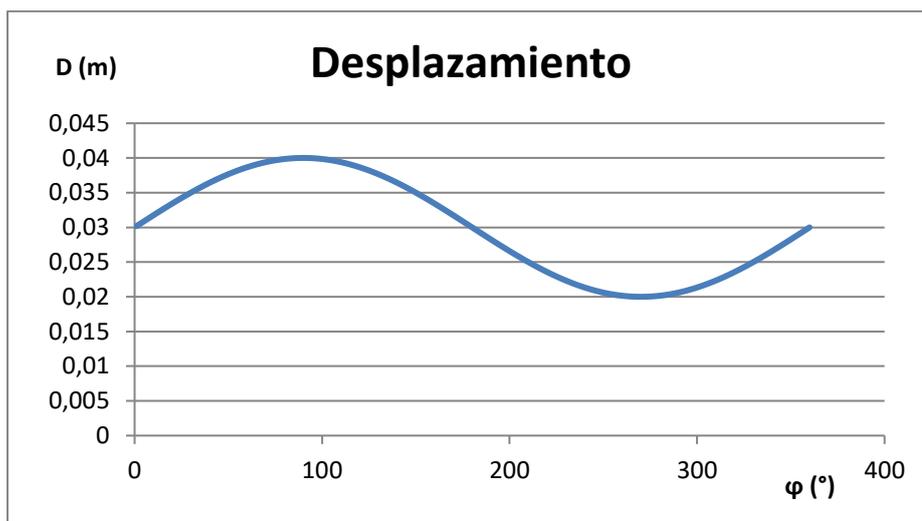


Figura 13. Ley de desplazamiento de una leva de excéntrica.

De la Figura 13. Ley de desplazamiento de una leva de excéntrica se pueden sacar algunas conclusiones, el desplazamiento del seguidor corresponde con un movimiento armónico simple, con un máximo en 90 grados, donde la función seno toma el valor de 1 y el desplazamiento del seguidor es igual al radio del disco más la excentricidad. Un mínimo en 270 grados, donde la función seno toma el valor de -1 y el desplazamiento del seguidor es igual al radio del disco menos la excentricidad. Para 0 o 360 grados (mismo punto) y 180 grados, la función seno toma el valor de 0 y el desplazamiento del seguidor corresponde al radio del disco.

Una vez que ha sido calculada la expresión explícita de la ley de desplazamientos, se puede calcular y representar la velocidad, aceleración y jerk con las relaciones cinemáticas deducidas anteriormente (ecuación 3.b, ecuación 3.c y ecuación 3.d respectivamente)

$$v = \omega * e * \cos(\varphi) \quad 0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ \quad (17.a)$$

$$a = -\omega^2 * e * \sin(\varphi) \quad 0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ \quad (17.b)$$

$$j = -\omega^3 * e * \cos(\varphi) \quad 0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ \quad (17.c)$$

En estas expresiones aparece la velocidad angular de la leva. Para estimar su valor se ha tenido en cuenta que la función principal de las levas para este trabajo es simular el paso de una persona, en concreto, harían las veces de los pies de la persona, siendo la pisada como tal, el contacto existente entre leva y seguidor. Por ello, la velocidad angular de la leva se ha tomado en función de la frecuencia de paso habitual de una persona. Esta frecuencia se encuentra entre 1,5 y 2,2 Hz, para nuestro caso concreto se ha escogido 1,85

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Hz, que corresponde con un ritmo medio de paso. Además se ha considerado que la velocidad angular de la leva va a ser constante a lo largo de todo el movimiento. De esta manera, se calcula la velocidad angular de la leva:

$$1,85\text{Hz} = 1,85 \frac{\text{pasos}}{\text{segundo}} = 1,85 \frac{\text{revoluciones}}{\text{segundo}} * 60 \frac{\text{segundo}}{\text{minuto}} = 111 \text{rpm}$$

En unidades del sistema internacional con el que se trabaja:

$$111 \frac{\text{revoluciones}}{\text{minuto}} * \frac{\text{minuto}}{60 \text{segundo}} * \frac{2\pi \text{radianes}}{\text{revoluciones}} = 11,624 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

A continuación se presentan los diagramas de velocidad, aceleración y jerk del seguidor, obtenidos al representarlos en función de φ según la relación de ecuaciones 17.

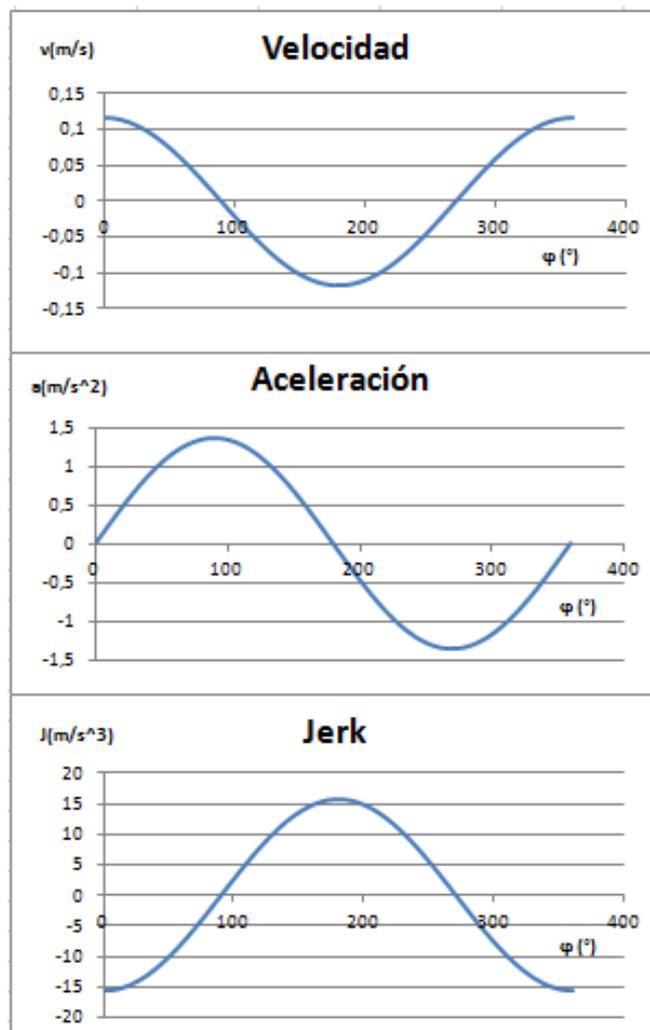


Figura 14. Diagramas de velocidad, desplazamiento y Jerk para la leva de excéntrica.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Como se puede ver en los diagramas, las curvas de la velocidad, aceleración y jerk son continuas y suaves, por lo tanto cumplen la ley fundamental de continuidad presentada anteriormente. Esto es algo evidente y una de las características principales del movimiento armónico simple, donde todas sus derivadas son funciones continuas.

3.1.2 Análisis cinemático. Velocidad de deslizamiento

Para el caso de seguidor de cara plana trasladante es posible dar un paso más a lo visto en el capítulo 2.3 de teoría general, según la Figura 15, se concluye que el vector \bar{IJ} y la ley de desplazamientos $d(\varphi)$ coinciden gracias a que el punto J siempre estará en la vertical de I y el ángulo de presión es nulo como se verá más adelante.

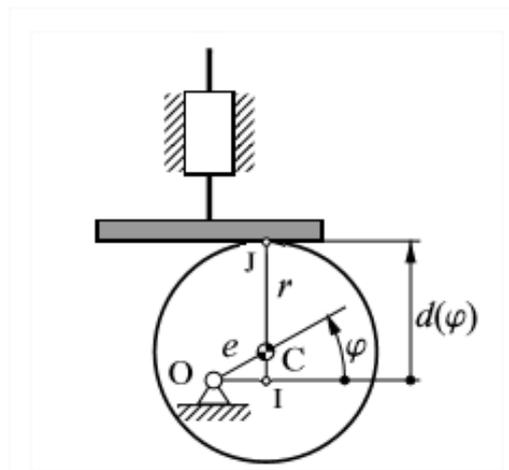


Figura 15. Análisis cinemático leva de excéntrica.

Resultando la nueva expresión de la velocidad de deslizamiento:

$$v_{\text{deslizamiento}} = \bar{IJ} * \dot{\varphi} = d(\varphi) * \dot{\varphi} \quad (18)$$

Este parámetro interesa que sea lo menor posible y su representación a lo largo de un ciclo puede verse en la Figura 16.

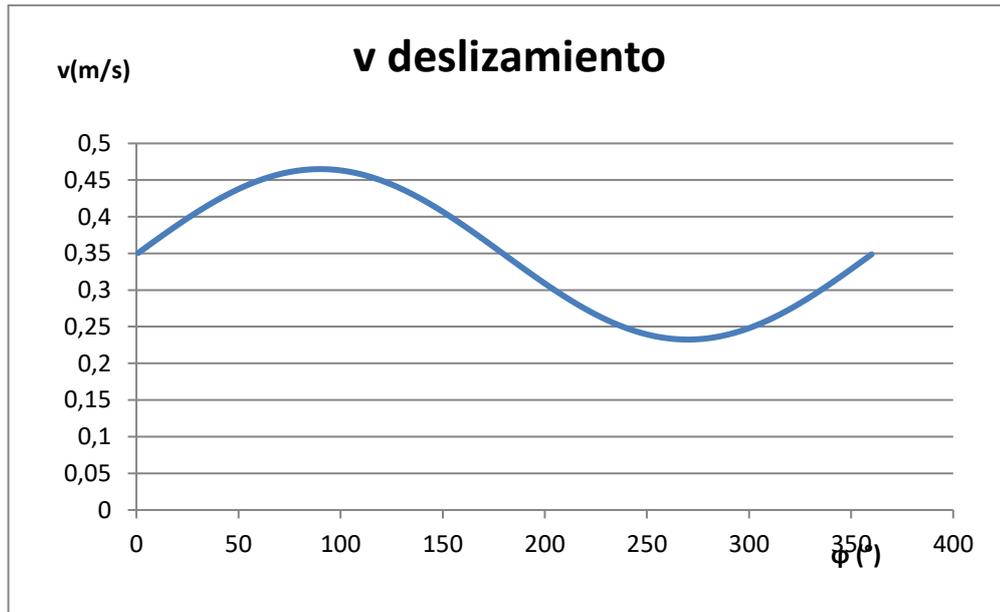


Figura 16. Velocidad de deslizamiento de la leva de excéntrica.

Evidentemente, la función no se hace cero en ningún punto ya que no hay momento en el que coincidan el punto de contacto J con el centro instantáneo de rotación I , ni donde la leva tenga velocidad angular nula, siempre es constante. El punto más preocupante es en el que la leva ha rotado 90 grados respecto su posición inicial, teniendo la velocidad de deslizamiento un valor igual a 0,465 m/s.

3.1.3 Análisis dinámico

Como se comentaba anteriormente, la realización de este estudio tiene como fin su aplicación experimental en el laboratorio, donde el mecanismo leva-seguidor no va a ser el convencional, este hecho, solo va a suponer cambios en el análisis dinámico. Los mecanismos serán divididos en dos, ideal (Figura 12), y real (Figura 18).

Mecanismo ideal:

Para la realización del análisis dinámico del mecanismo ideal, donde la leva rota, y el seguidor, apoyado sobre ella, se mueve según el movimiento armónico simple, bastaría con aplicar la segunda ley de Newton (ecuación 15) y de esta forma, se hallarían las fuerzas que la leva de excéntrica realiza sobre el seguidor.

En esa expresión, todos los parámetros son conocidos, siendo M , la masa efectiva del mecanismo y a , la aceleración del seguidor, cuya expresión ha sido deducida anteriormente (ecuación 17.b), de esta manera, es posible representar la fuerza que la leva hace sobre el seguidor en un ciclo.



Figura 17. Diagrama de fuerzas ejercidas por la leva de excéntrica en el seguidor, mecanismo ideal.

Por inspección directa de la Figura 17, es fácil apreciar que el diagrama de fuerzas coincide con el de aceleraciones, esto es debido a que la masa efectiva del mecanismo supuesta es igual a 1 kilogramo.

Mecanismo real:

El modelo con el que se tratará de reproducir en el laboratorio todo el estudio realizado, se sale de lo habitual ya que la leva gira, apoyada en una superficie prácticamente rígida, por lo que el punto de rotación va a tener un movimiento vertical, hacia arriba y hacia abajo, como se puede apreciar en la Figura 18.

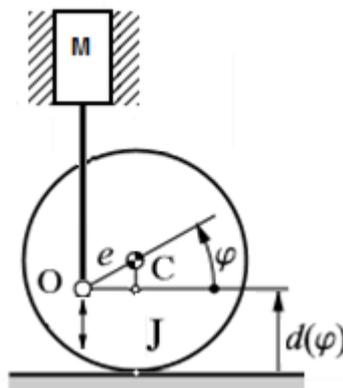


Figura 18. Modelo experimental leva de excéntrica.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Por lo tanto el modelo real estará formado por la leva y el seguidor, ambos contactan por el punto J . Una varilla será la encargada de transmitir el movimiento desde el motor al eje de rotación de la leva y un bloque de masa M donde estaría incluido el motor.

Para realizar el análisis, se recurre al estudio individualizado de los diagramas de sólido libre del mecanismo.

Bloque motor: (Figura 19)

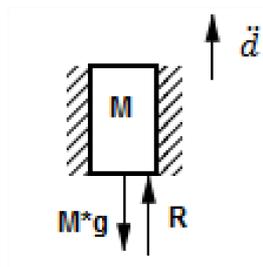


Figura 19. Diagrama de sólido libre del bloque motor.

Aparece la reacción R que la varilla hace sobre el bloque. Tras el equilibrio de fuerzas verticales:

$$R - Mg = M\ddot{a} \quad (19)$$

Varilla: (Figura 20)



Figura 20. Diagrama de sólido libre de la varilla.

Se ha considerado despreciable la masa de la varilla respecto del bloque motor. Por lo tanto las únicas fuerzas que intervienen son por acción-reacción de R . Equilibrio de fuerzas verticales:

$$R = R \quad (20)$$

Leva: (Figura 21)

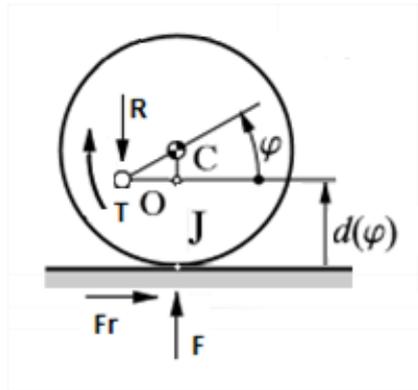


Figura 21. Diagrama de sólido libre de la leva.

Del mismo modo que la varilla, se ha considerado despreciable el peso de la leva con respecto al del bloque motor. F es la fuerza que genera la leva al seguidor (magnitud buscada en este apartado), haciendo un equilibrio de fuerzas verticales:

$$F = R \quad (21)$$

Combinando las ecuaciones de cada diagrama de sólido libre (ecuación 19, ecuación 20, ecuación 21), se llega a expresión de la fuerza F en función de parámetros conocidos:

$$F = Mg + M\ddot{d} = M(g + \ddot{d}) \quad (22)$$

Siendo g la gravedad igual a $9.81 \frac{m}{s^2}$, la aceleración del seguidor es \ddot{d} , calculada anteriormente y M la masa efectiva del mecanismo estimada de $1 Kg$.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

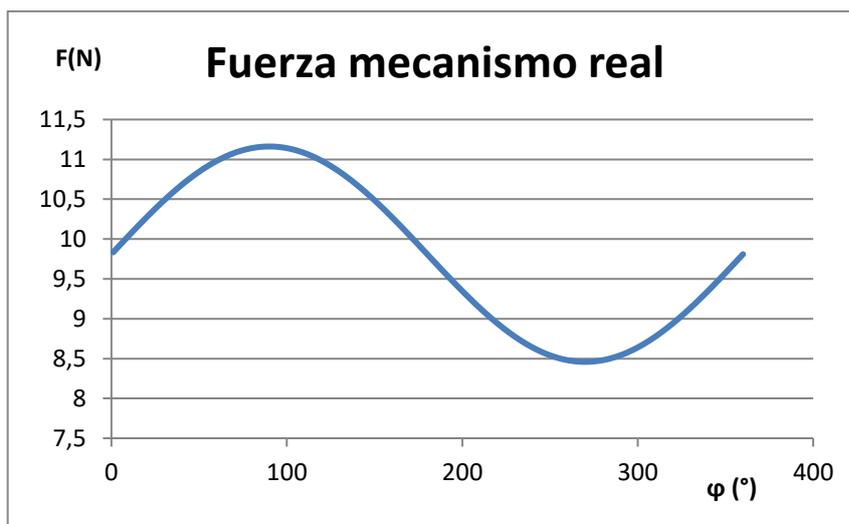


Figura 22. Diagrama de fuerzas ejercidas por la leva de excéntrica en el seguidor, mecanismo real.

Las fuerzas que ejerce la leva de excéntrica sobre la viga tienen una forma similar a la gráfica de aceleraciones anteriormente calculada, siendo también una función suave y continua, pero que no permite variar parámetros para obtener un gráfico de fuerzas de manera más o menos controlada.

Los parámetros que forman parte de este estudio son el radio de la leva de excéntrica, el valor de la excentricidad, la velocidad angular de la leva y la masa efectiva de mecanismo. El primero de ellos, el radio de la leva de excéntrica, solo aparece en la función desplazamiento por lo tanto su variación no implicaría ningún cambio en el aspecto dinámico. Los dos siguientes, el valor de la excentricidad y la velocidad angular de la leva sí que aparecen en la función aceleración (ecuación 17.b), no obstante, ambos son constantes, por lo tanto, su variación lo que va a conseguir es aumentar o disminuir punto a punto las aceleraciones, e indirectamente las fuerzas, pero su forma va a continuar siendo la misma. Por último, la masa efectiva del mecanismo aparece en el cálculo directo de la fuerza (ecuación 22), también va a ser constante y su variación va a implicar lo mismo que los dos parámetros anteriores, aumentar o disminuir punto a punto, en este caso, las fuerzas.

A la vista de este análisis, se puede deducir que la forma del gráfico de fuerzas es la que es, y apenas es posible adecuarla a nuestras pretensiones (Figura 1). Si se comparan ambas gráficas, la de las fuerzas a las que se pretende llegar y la de las fuerzas a la que se llega con la leva de excéntrica (Figura 22), la conclusión es clara, no ha habido la suficiente suerte como para que las fuerzas que genera una persona al andar coincidan con lo que genera una leva de excéntrica sobre una viga.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Como primera aproximación es válida, ya que permite conocer y analizar el campo de las levas desde su mecanismo más sencillo, no obstante, para poder tener unas fuerzas más o menos controladas, hay que dar un paso más, dejar de lado la leva de excéntrica y diseñar un mecanismo leva-seguidor cuyo contorno de leva no sea totalmente circular.

3.2 Diseño leva de excéntrica con Dynacam10

Una alternativa y herramienta de apoyo a la hora de realizar un diseño de levas es el uso del software de diseño de levas *Dynacam10* en su versión demo. Es un programa totalmente interactivo y que ofrece unas gráficas muy visuales, posee unos menús bien diferenciados y de una manera bastante sencilla y rápida se puede llegar a soluciones totalmente válidas que si fuesen realizadas manualmente serían complejas y llevarían demasiado tiempo. Este programa permite introducir diferentes funciones y valores en los extremos de los intervalos en desplazamientos hasta dar con la solución más aproximada a nuestra premisa.

Además habrá que tener en cuenta ciertos parámetros que se justificarán en las siguientes líneas, como son: velocidad angular de la leva, tamaño de los intervalos, masa efectiva, geometría o coeficiente de fricción. Se ha realizado una clasificación de dichos parámetros en fijos o variables, en función de si vienen “impuestos” por los requerimientos de la aplicación concreta a la que se pretende llegar en el laboratorio o si forman parte de la iteración y es posible variarlos.

Parámetros del software fijos:

En este grupo de parámetros serán englobados los solicitados por el software que sean fijos en nuestro modelo, es decir, impuestos por la aplicación concreta del laboratorio.

- Velocidad angular de la leva

Ya se estimó un valor para la velocidad angular de la leva en el apartado 3.1.1, teniendo en cuenta las frecuencias habituales de paso de una persona. El valor es 11.62 rad/s o 111 rpm, y es posible conseguirlo en el laboratorio con los medios de los que se dispone.

- Tipo de movimiento de seguidor

El seguidor tendrá movimiento trasladante.

- Geometría de la leva

Al ser una leva rotacional, *dynacam10* solicita el valor del radio de la circunferencia base. El radio elegido es R_b igual a 0.03 metros, un valor

Diseño de levas para simular la locomoción humana

que se ajusta a los requerimientos de la aplicación donde van a ir acopladas ambas levas de excéntrica.

- Masa efectiva
Se estimó que la masa efectiva de todo el mecanismo es de 1 Kg.
- Coeficiente de fricción
Será considerado despreciable en este estudio.
- Precarga
No le será introducida ninguna precarga al mecanismo.
- Constante del muelle
En el apartado 2.1.2, se comentaron los dos tipos de cierre de leva que existen, por forma o por fuerza. En el cierre por fuerza, se precisa de un muelle (su constante es lo que solicita el software), en nuestro caso no será necesario colocar ningún muelle y el cierre será por forma, asegurando así el contacto leva-seguidor gracias a la geometría del mecanismo.

Parámetros del software variables:

En este grupo de parámetros irán englobados los solicitados por *Dynacam10* correspondiendo con los variables, es decir, los que formarán parte de las iteraciones propiamente dichas.

- Número de intervalos
Es el número de intervalos en los que dividir el movimiento.
- Longitud de los intervalos
Es la longitud, en grados, de cada uno de los intervalos en los que dividimos el movimiento.
- Desplazamientos dentro del intervalo
Corresponde con la forma que va a tener la función en el intervalo, es decir, de subida, de bajada o de detenimiento.
- Valores en desplazamientos en los extremos de los intervalos
Se han escogido unos valores que se puedan asemejar a la realidad, siendo los máximos 0,01 metros. En función del número de tramos será necesario, o no, añadir algunos valores intermedios.
- Función que rige el intervalo

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Es la función que rige el movimiento del seguidor.

Una vez quedan definidos los parámetros a introducir en el software, el siguiente paso es justificar los parámetros variables e introducirlos junto con los parámetros fijos.

Como se ya comentó, el seguidor acoplado a una leva de excéntrica lleva un movimiento armónico simple, esta será la función que rige el intervalo. Se puede apreciar en la ley de desplazamiento (Figura 13. Ley de desplazamiento de una leva de excéntrica), que bastaría con que el número de intervalos sean dos, cada uno de longitud 180 grados, el primero de subida y el segundo de bajada. Por último hay que introducir los valores en los extremos de los intervalos, en este caso se ha escogido que inicie en 0.02 metros, al final del primer intervalo alcance su máximo en 0.04 metros (al igual que al inicio del intervalo segundo, es necesario asegurar la continuidad) y finalmente termine el intervalo segundo en 0.02 metros.

Seg	Angles			Motion	Cam Contour Program	Position (m)		Examples
	Beta	Start	End			Start	End	
1	180	0	180	Rise	SF - SHM Full	0.02	0.04	Calculate Plot Print
2	180	180	360	Fall	SF - SHM Full	0.04	0.02	Calculate Plot Print
3								
4								
5								
6								

Figura 23. Parámetros introducidos para el diseño de una leva de excéntrica.

En la Figura 23 se puede ver el menú de introducción de los parámetros, tras ejecutarlo, el software ofrece los diagramas de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk del seguidor (Figura 24).

Diseño de levas para simular la locomoción humana

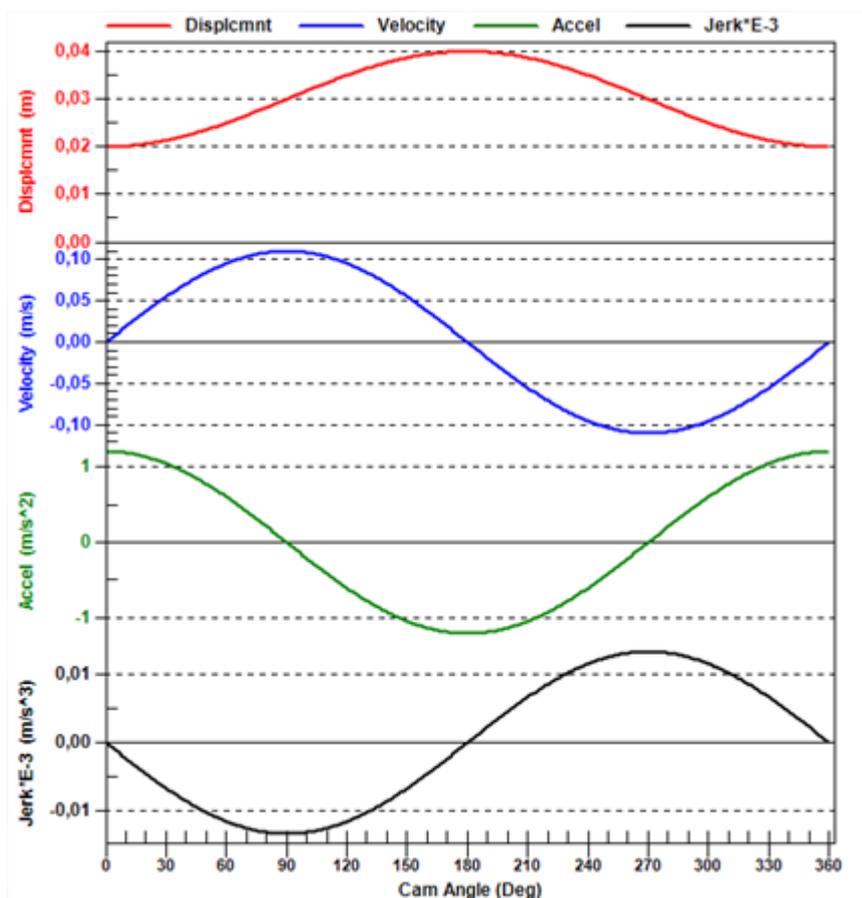


Figura 24. Diagramas de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk en leva de excéntrica.

Por comparación directa de la Figura 24 con las obtenidas en el apartado del cálculo analítico de la excéntrica (Figura 13 y Figura 14), se deduce que son idénticas, salvo porque los diagramas ofrecidos por el software están desfasados 90 grados respecto de los que se obtuvieron analíticamente.

En el siguiente menú y tras la introducción de los parámetros geométricos, se obtiene la forma que tendrá la leva de excéntrica, evidentemente, su contorno es circular (en color azul), mientras que su centro de rotación, marcado con un punto negro, no coincide con su centro geométrico, estando a una distancia igual a la excentricidad (un centímetro).

Diseño de levas para simular la locomoción humana

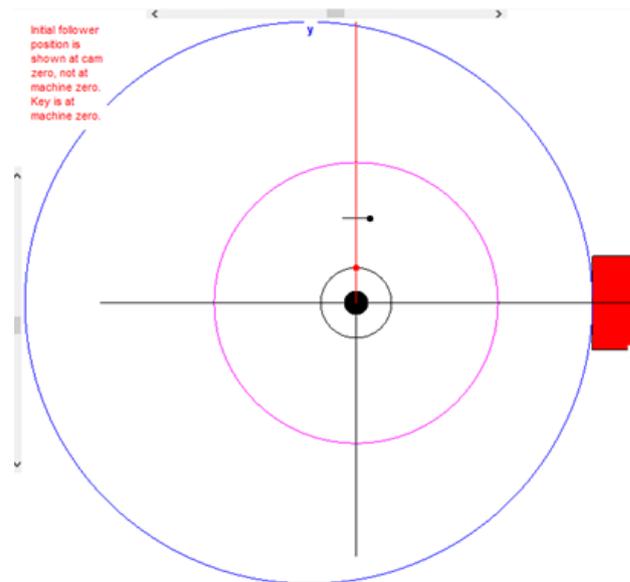


Figura 25. Representación leva de excéntrica.

Por último, después de introducir los parámetros dinámicos (masa efectiva, precarga, constante del muelle o coeficiente de fricción), se obtiene la relación de fuerzas y el par que realiza la leva de excéntrica sobre el seguidor en un ciclo.

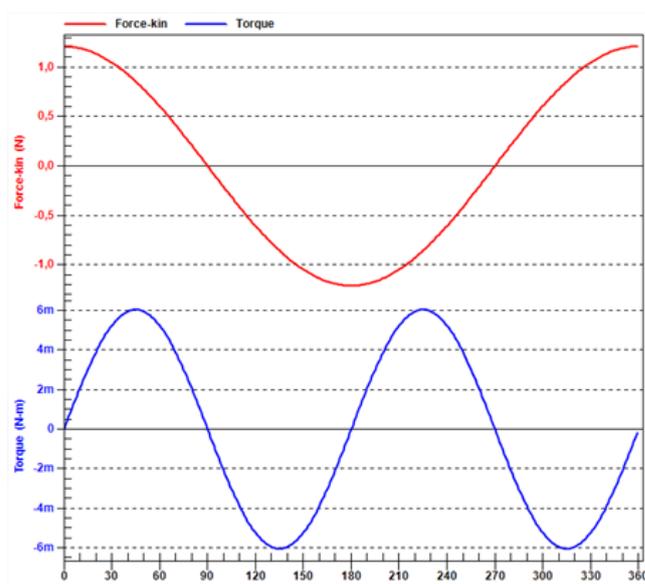


Figura 26. Diagrama de fuerzas y par de la leva de excéntrica al seguidor.

Al comparar el diagrama de fuerzas se aprecia como es exactamente el mismo que el hallado en el diseño analítico dinámico "ideal" (Figura 17), solo que, al igual que ocurría para las funciones de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk, está desfasado 90 grados.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Tras la realización del diseño a través del software *Dynacam10*, se comprueba que el método analítico planteado es correcto mientras que el software está limitado a “modelos ideales” de mecanismos leva-seguidor, y no es posible reproducir a lo que se pretende llegar experimentalmente en el laboratorio.

3.3 Simulación leva de excéntrica con Working Model

Una de las herramientas más comúnmente empleadas a la hora de realizar simulaciones de movimiento de mecanismos en 2 dimensiones es el software *Working Model*. Este software permite introducir los diversos cuerpos planos, gracias a un menú con algunas formas geométricas (Figura 27):



Figura 27. Formas geométricas para definir los cuerpos planos en Working Model.

Estos cuerpos, se unirán entre ellos y formarán un mecanismo por medio de los pares cinemáticos (Figura 28):

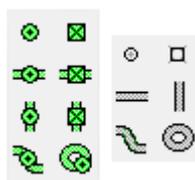


Figura 28. Pares cinemáticos en Working Model.

Una vez queda definido el mecanismo a estudiar, Working Model permite visualizar simulaciones con diversas representaciones como centro de masas, vectores animados, etc. Aunque lo realmente útil es la visualización de gráficas, donde se representa a tiempo real (una vez ejecutado el programa) los parámetros que sean necesarios medir como pueden ser la posición, la velocidad, la aceleración, la fuerza, el par, etc. Además, es posible exportar los datos discretizados a una hoja Excel donde manipularlos o trabajar con ellos.

Después de realizar una pequeña introducción del software, el siguiente paso será introducir el mecanismo para realizar su estudio. Como la parte dinámica va a ser analizada, se introducirán los dos modelos que se definían anteriormente, es decir, el llamado ideal o convencional y el llamado real o experimental, que es el que reproducirá el mecanismo que se estudiará en el laboratorio.

Primeramente se tratará de verificar el **mecanismo ideal o convencional**, para ello, una forma circular de las vistas en la Figura 27 hará las veces de leva de

Diseño de levas para simular la locomoción humana

excéntrica (de radio 3 centímetros), mientras que con la forma polígono plano recto, se incluirá el seguidor, al cual solo se le permitirá el movimiento en la dirección del eje Y, impidiéndole también el giro gracias a una guía de punto cuadrado (Figura 28). El contacto entre ambos cuerpos será puntual, formando ambos el mecanismo leva de excéntrica. El siguiente paso es dar al mecanismo la masa efectiva que fue estimada anteriormente en 1 Kg. Por último será introducido un motor que aporte la rotación necesaria a la leva de excéntrica, con una velocidad de rotación ya calculada e igual a 11.624 rad/s.

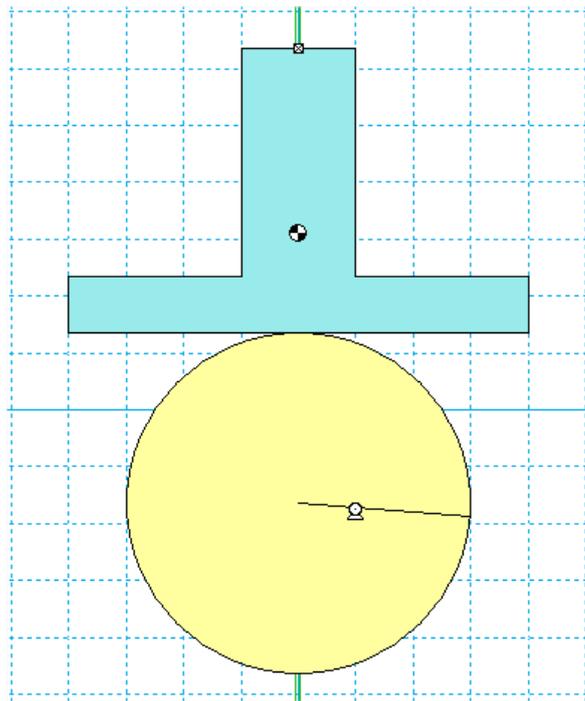


Figura 29. Mecanismo leva de excéntrica – seguidor. Modelo Ideal o convencional.

A continuación de introducir el mecanismo a estudiar (Figura 29), el siguiente paso será la ejecución del software, y si todo ha ido correctamente, es posible comenzar la toma de datos y la exportación a Excel.

Ejecutando y representando los datos obtenidos, según se ve en la Figura 30, *Working Model* ofrece la solución en función del tiempo (hasta que la ejecución sea detenida por nosotros mismos), en este caso, entre 5 y 6 segundos de ejecución es tiempo más que suficiente para conseguir varios ciclos de movimiento de la leva de excéntrica.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

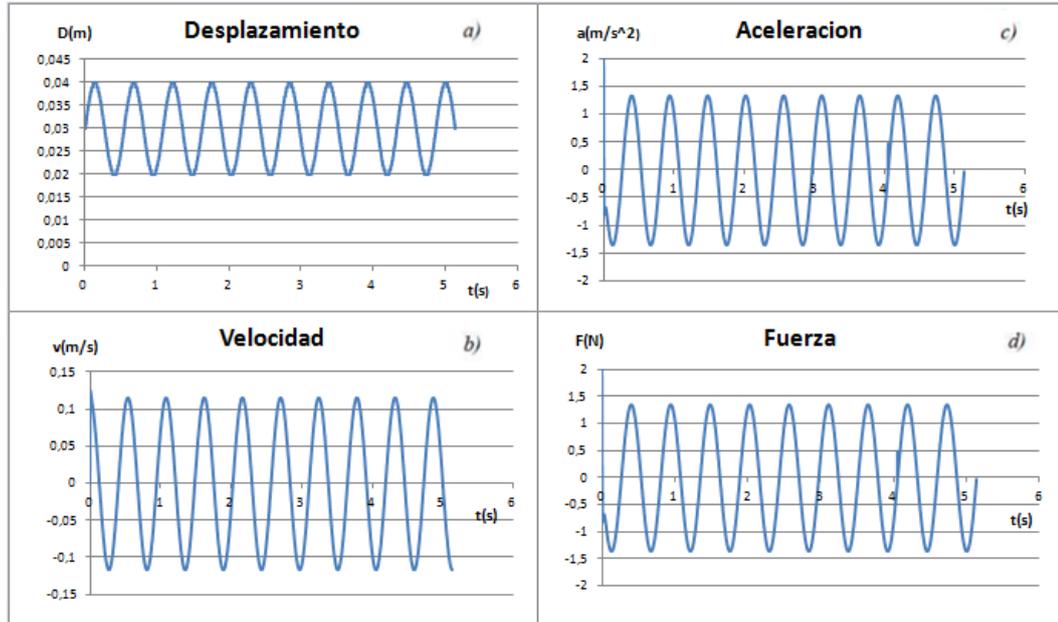


Figura 30. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza con Working Model.

No obstante, para realizar una comparación precisa con lo hallado anteriormente, es preferible filtrar la señal en un solo ciclo como se puede ver en la Figura 31, y además hacerlo en función del ángulo girado por la leva en vez de en función del tiempo. Se escogerá un ciclo de mitad de señal, evitando el último, que no es un ciclo completo y el primero, donde existe un problema en el inicio del contacto leva-seguidor, ya que no se tiene la suficiente precisión de colocar los dos cuerpos de tal manera que contacten perfectamente a la hora de iniciar el ciclo. Esto es algo que el propio software se encarga de solventar en los instantes siguientes.

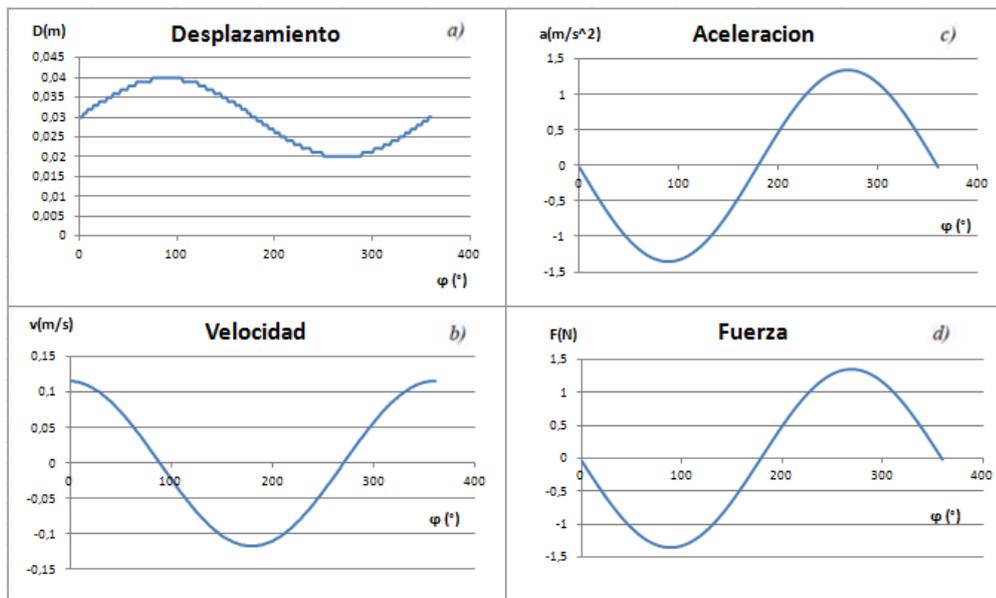


Figura 31. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza en un ciclo con WM.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

A la vista de la Figura 31, y en comparación con lo obtenido por medio del cálculo analítico y con el software *Dynacam10*, se puede apreciar que tanto el desplazamiento como la velocidad, aceleración y fuerzas hallados por los tres métodos coinciden para el denominado mecanismo “ideal”.

A continuación se presenta el **mecanismo real** o a implantar en el laboratorio de la leva de excéntrica (Figura 32.b). Para confeccionarlo se ha vuelto a introducir la misma excéntrica que en el mecanismo ideal, de radio 3 centímetros y con 1 centímetro de excentricidad. En este caso, un sólido fijo (rectángulo) es el que hace las veces de viga. Para conseguir el movimiento vertical del motor (que gira a 11.624 rad/s), se ha colocado un cuadrado, ligado a una guía de punto cuadrado que solo permite el desplazamiento en el eje Y e impide el giro. Gracias a ello, el motor queda sujeto al cuadrado y permite su movimiento vertical (Figura 32.a), obviamente por acción de la gravedad la leva de excéntrica permanecerá en todo momento en contacto con la viga. De nuevo la masa efectiva del mecanismo es 1 Kilogramo.

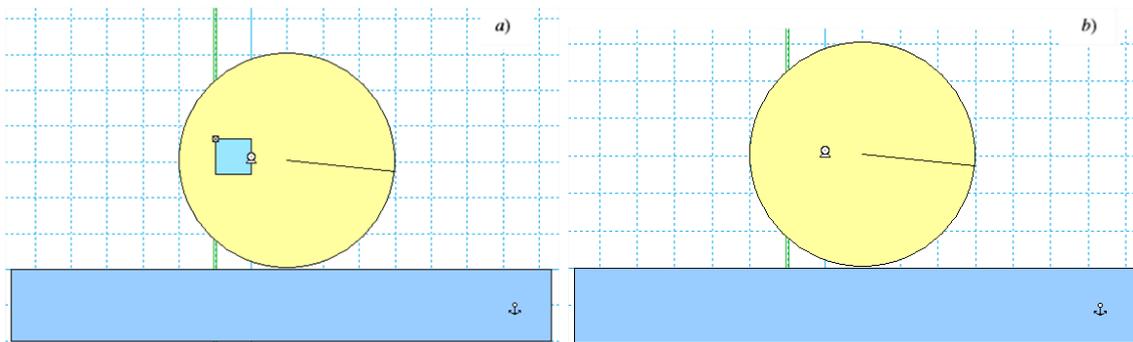


Figura 32. Mecanismo leva de excéntrica real. a) Guía del motor vista. b) Guía del motor oculta.

Una vez ha sido implantado el mecanismo y tras ejecutarlo durante 3 segundos aproximadamente, se representan los datos obtenidos en desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas. (Figura 33)

Diseño de levas para simular la locomoción humana

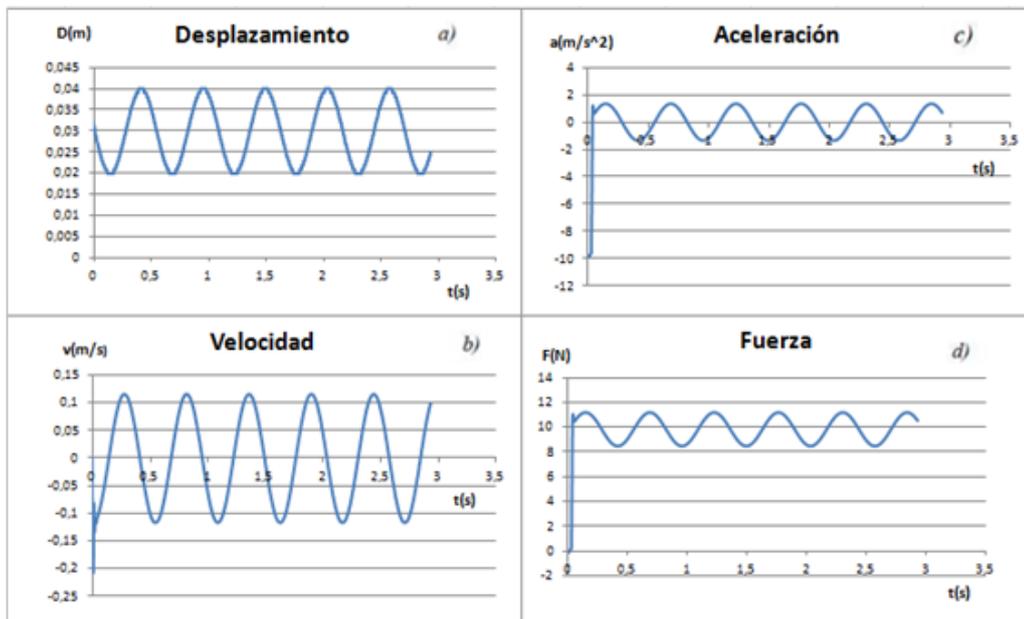


Figura 33. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza leva excéntrica real con WM.

De nuevo, y como se explicaba para el caso anterior, con la vista puesta en la comparación de lo obtenido analíticamente, se filtra la señal en un solo ciclo (Figura 34). Este ciclo vuelve a ser uno de los centrales, ya que el inicial está afectado por la falta de precisión a la hora de colocar ambos cuerpos y el ciclo final no es un ciclo completo. También se pasa de una señal en función del tiempo, a una señal en función del ángulo girado por la leva.

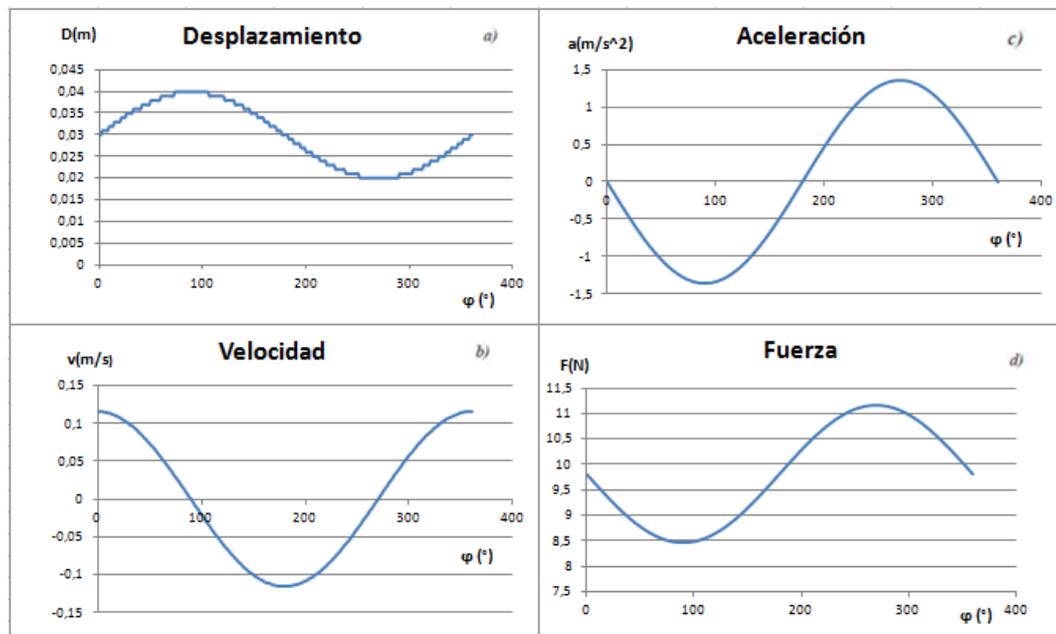


Figura 34. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza excéntrica en un ciclo con WM.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

La única diferencia con el mecanismo ideal se encuentra en el aspecto dinámico, algo que se comentó al inicio del capítulo 3 y que ahora ha quedado demostrado. Mientras que los diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración son idénticos a los calculados para el mecanismo ideal, la diferencia se encuentra en las fuerzas. Éstas son exactamente las mismas que las que se dedujeron tras realizar los diagramas de sólido libre para este mecanismo. (Figura 22).

4 Diseño mecanismo leva-seguidor

La primera etapa en el diseño del mecanismo leva-seguidor consiste en escoger, entre todas las opciones presentadas en el capítulo 2.1, el tipo de leva y el tipo de seguidor. El mecanismo leva-seguidor estará formado por una leva rotacional radial y un seguidor de cara plana y movimiento trasladante. De esta manera la coordenada generalizada de la leva puede llamarse φ y la coordenada generalizada del seguidor será d , siendo la ley de desplazamiento $d(\varphi)$.

Nuevamente, se realizará el estudio de los dos modelos presentados para el caso de la leva de excéntrica, teniendo en cuenta que el modelo a implantar en el laboratorio no es un mecanismo convencional y la viga sobre la que apoyará la leva es la que hará las veces de seguidor. A la hora de realizar los cálculos y análisis, esto va a suponer los mismos cambios para la leva que para la leva de excéntrica, habiendo que realizar algunas modificaciones en los esquemas para realizar el análisis dinámico.

4.1 Cálculo de la función matemática que define la ley de desplazamiento

En este apartado se va a realizar el cálculo de la función de desplazamiento, así como de la velocidad, la aceleración y la sobreaceleración del seguidor, que, como se vio en la teoría, una vez calculada la función de desplazamiento, el resto se calculan de manera directa por derivación.

Habitualmente, la manera de realizar estos cálculos es elegir las expresiones más adecuadas (para la función desplazamiento) tramo a tramo, que cumplan las condiciones de contorno impuestas por la aplicación concreta, normalmente en desplazamientos. Si las opciones aparentemente válidas fuesen varias, se escogería la más conveniente, asegurando la continuidad a lo largo de cada intervalo y en sus extremos y evitando las funciones que produzcan grandes picos, sobretodo en velocidades y aceleraciones.

Realmente, cualquier conjunto de funciones, (necesariamente habrá una por cada tramo), podría valer siempre y cuando cumpla la ley fundamental de continuidad y tras realizar el análisis dinámico, se obtenga un gráfico de fuerzas por ciclo con la forma similar a la premisa de partida (Figura 1).

Nuestro caso concreto se sale fuera de este ciclo de cálculo, ya que la premisa con la que partimos es un gráfico de fuerzas en el tiempo, por lo tanto no se conocen los desplazamientos para introducir condiciones de contorno.

Para resolver el problema, se puede abordar de atrás a delante, como se demostró en el análisis dinámico de la leva de excéntrica, apartado 3.1.3, las

Diseño de levas para simular la locomoción humana

fuerzas que genera la leva sobre el seguidor, están relacionadas de manera clara con las aceleraciones del seguidor (el mismo razonamiento empleado para llegar a la expresión que relaciona las fuerzas y aceleraciones para la leva de excéntrica será empleado para el caso de la leva, se verá más adelante). Por lo tanto, llevando a cabo un ensayo iterativo en el que probando diferentes funciones para los desplazamientos, se debería llegar a unas aceleraciones del seguidor cuya grafica tenga una forma similar a las fuerzas de nuestro punto de partida.

El motivo por el cual bastaría con conseguir una gráfica de las aceleraciones del seguidor similar a la de la fuerza de nuestra premisa, como se calculó para la leva de excéntrica, según la ecuación 22, las fuerzas en un mecanismo leva-seguidor son igual a la aceleración del seguidor, a la cual sumamos una constante (gravedad) y a esta suma le multiplicamos por otra constante (masa efectiva), ambas operaciones se realizan punto a punto, por lo tanto la forma de ambos diagramas evidentemente es similar. Esta manera, como se vio en la teoría de levas del capítulo 2, es mucho más directa y se ahorra tiempo a la hora de realizar las iteraciones ya que la aceleración del seguidor se puede sacar directamente derivando dos veces la función desplazamiento.

La resolución de un problema de este estilo sería verdaderamente compleja sin emplear ninguna herramienta de cálculo, ya que la cantidad de variables a tener en cuenta es muy alta, por lo tanto para llegar a una solución de compromiso sería necesario demasiado tiempo, aparte de la dificultad.

4.1.1 Calculo de la función desplazamiento con Dynacam10

Para la realización de dicho proceso iterativo y facilitar los cálculos, se ha empleado el software de diseño de levas *Dynacam10* en su versión demo, programa ya presentado en el apartado de la leva de excéntrica, donde quedaron definidos todos los parámetros que requiere el software para su ejecución.

Por el método ensayo y error de lo citado se conseguirá llegar a una ley de desplazamiento que teóricamente, debería de conducir a una dinámica del mecanismo similar a la premisa de entrada (Figura 1. Diagrama de fuerzas que un persona ejerce al andar sobre una pasarela).

Los **parámetros fijos** que se definían en el capítulo 3.2 serán exactamente los mismos (mismos valores) tanto para la leva de excéntrica como para la leva, como se comentaba anteriormente, debido a que todo el estudio está orientado a ser reproducido en el laboratorio.

Dos apuntes a tener en cuenta en el proceso de iteración:

Diseño de levas para simular la locomoción humana

1. Para hacer una estimación razonable de la longitud de cada intervalo (se verá más adelante) se ha tenido en cuenta que las dos levas serán iguales, cada una simula un pie e irán desfasadas 180° en un ciclo de pisada. Al caminar, los momentos en los que el pie está apoyado en el suelo serán en los que se ejerza la fuerza, y al levantar el pie, hasta que se vuelva a apoyar, la fuerza ejercida será cero. Se ha considerado, que aproximadamente tres cuartas partes del tiempo de un ciclo de pisada, el pie está apoyado, mientras que una cuarta parte del tiempo, está en el aire, por lo tanto, de los 360° que tiene un ciclo, se considera que la leva ejerce fuerza al seguidor durante 270° . Durante la acción de caminar, siempre se tiene, al menos uno de los dos pies en el suelo, y hay momentos, en los que ambos pies lo van a estar, analizando estos datos y teniendo en cuenta el desfase de las levas, el resultado es:

Leva 1, entre 0 y 270° , la leva 1 estará ejerciendo una fuerza al seguidor
Leva 2, entre 180 y 90° (o entre 180 y 450°) la leva 2 estará ejerciendo una fuerza al seguidor

Ambas levas estarán ejerciendo fuerza al seguidor simultáneamente:
[180° ; 270°] y [0° ; 90°]

Una de las dos levas estará ejerciendo fuerza al seguidor: [90° ; 180°] y [270° ; 360°]

2. Es importante a la hora de elegir las funciones que regirán los desplazamientos, tener en cuenta el número de detenimientos que va a tener el movimiento (aunque *Dynacam10* no lo pide directamente). Esto es así porque no todas las funciones aseguran la continuidad C^2 si el número de detenimientos es uno u otro.

A la vista de lo comentado, el número de detenimientos va a ser uno y coincidirá con los instantes en los que el pie se encuentre en el aire.

En cuanto a los **parámetros variables**, también definidos en el capítulo 3.2, algunas consideraciones de interés de aplicación en alguno de ellos:

- Número de intervalos

Parece evidente que para conseguir un gráfico de fuerzas como el de nuestro punto de partida, que tiene subidas, bajadas y detenimientos, el número mínimo de intervalos será 3, siendo uno de ellos el de detenimiento como se comentaba anteriormente.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

- Longitud de los intervalos

La longitud de la pisada se estimó en 270° (aplicación de la fuerza), por lo que la longitud del detenimiento será fija e igual a 90° . La longitud del resto de los intervalos es lo que habrá que adaptar a los requerimientos.

- Función que rige el intervalo

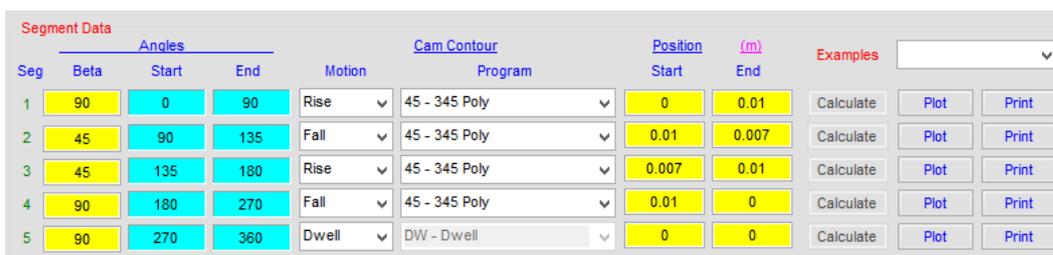
Solamente se puede asegurar que la función desplazamiento será cero en el tramo de detenimiento. En el resto de tramos habrá que iterar con diversas funciones hasta dar con las que satisfagan las necesidades requeridas por la aplicación. Esta es la parte clave y más compleja de la iteración.

Una vez quedan definidos y explicados los parámetros a introducir en el software, el siguiente paso es iniciar la iteración hasta dar con una solución aceptable. A continuación se presentan los pasos que tienen cambios más significativos respecto a su inmediato anterior.

Iteración 1

La primera idea que se nos pasa por la cabeza a la hora de conseguir el propósito, es diseñar una función de desplazamientos que tenga una forma similar a la del gráfico de fuerzas buscado.

Para ello, se definen 5 intervalos, cuya secuencia de movimiento es: subida; bajada; subida; bajada; detenimiento. La longitud, en grados, de cada tramo es: 90 ; 45 ; 45 ; 90 ; 90 , buscando una función simétrica (sin tener en cuenta el tramo de detenimiento). Una función que se puede adaptar a los requerimientos iniciales es la polinómica, y al profundizar en ella se aprecia que por cada tramo, y para asegurar la continuidad, mínimo hasta las aceleraciones, son necesarias 6 condiciones de contorno. Estas condiciones de contorno son 2 en desplazamientos, 2 en velocidades y dos en aceleraciones. De cada pareja de condiciones, una será del inicio y otra del final del tramo. Para conseguir estas 6 condiciones frontera, se necesita que el polinomio sea, al menos, de grado 5.



Seg	Beta	Angles		Motion	Cam Contour Program	Position (m)		Examples
		Start	End			Start	End	
1	90	0	90	Rise	45 - 345 Poly	0	0.01	Calculate Plot Print
2	45	90	135	Fall	45 - 345 Poly	0.01	0.007	Calculate Plot Print
3	45	135	180	Rise	45 - 345 Poly	0.007	0.01	Calculate Plot Print
4	90	180	270	Fall	45 - 345 Poly	0.01	0	Calculate Plot Print
5	90	270	360	Dwell	DW - Dwell	0	0	Calculate Plot Print

Figura 35. Parámetros introducidos para la iteración 1.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

En la Figura 35 se recoge lo comentado anteriormente junto con los valores de los desplazamientos en los extremos de cada tramo. La función empleada es 345 Poly (polinomio 3-4-5) y asegura un polinomio de grado 5, cuyas tres primeras constantes son cero.

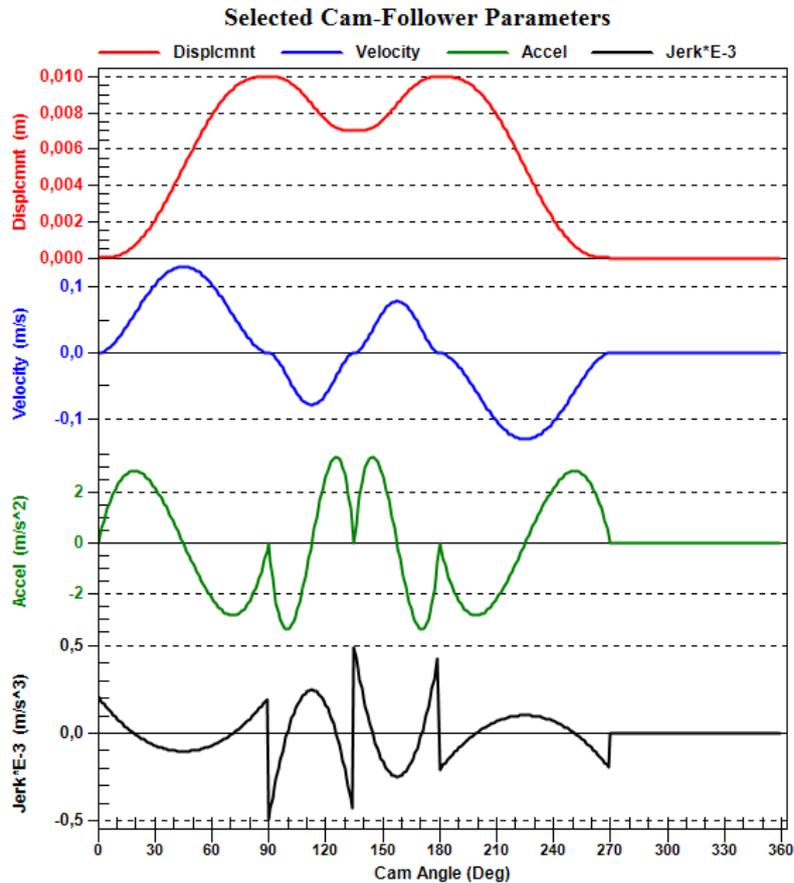


Figura 36. Diagramas de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk del seguidor para la iteración 1.

En la Figura 36 se obtienen los resultado de la primera iteración, es fácil darse cuenta que la función desplazamiento tiene una forma muy similar al gráfico de fuerzas buscado (Figura 1), pero lo realmente necesario es que la gráfica de aceleraciones sea similar a la de fuerzas.

Además, tanto la gráfica de aceleraciones como la del jerk, ofrecen picos en varios puntos, lo cual induciría variaciones en fuerzas y por lo tanto vibraciones que podrían acabar con el mecanismo.

Iteración 2

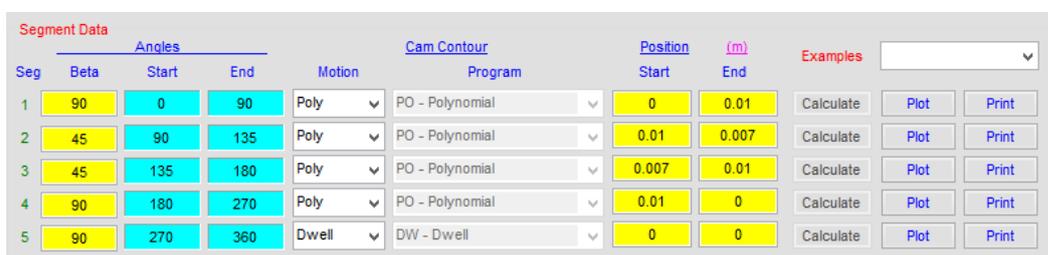
Dynacam10 no permite la introducción de condiciones frontera para el tipo de función de la iteración anterior (polinomio 3-4-5), solamente en desplazamientos, es el propio software el que calcula el resto de condiciones frontera para asegurar la continuidad. Por lo tanto, el siguiente paso será

Diseño de levas para simular la locomoción humana

buscar una función donde sí sea posible forzar a la función a pasar por ciertos puntos deseados.

Como no solo interesa introducir condicionantes a los desplazamientos, sino también a las aceleraciones, la nueva función también será polinómica, pero esta vez será el propio software el que se encargue de deducir el grado necesario tras la introducción de las condiciones frontera adecuadas.

Con lo comentado anteriormente, manteniéndose el número, la longitud y la secuencia de movimientos de los tramos, solamente falta introducir las nuevas condiciones frontera en aceleraciones, ya que en desplazamientos también serán las mismas.



Seg	Angles			Motion	Cam Contour Program	Position (m)		Examples
	Beta	Start	End			Start	End	
1	90	0	90	Poly	PO - Polynomial	0	0.01	Calculate Plot Print
2	45	90	135	Poly	PO - Polynomial	0.01	0.007	Calculate Plot Print
3	45	135	180	Poly	PO - Polynomial	0.007	0.01	Calculate Plot Print
4	90	180	270	Poly	PO - Polynomial	0.01	0	Calculate Plot Print
5	90	270	360	Dwell	DW - Dwell	0	0	Calculate Plot Print

Figura 37. Parámetros introducidos para la iteración 2.

Para los valores de las aceleraciones (que no aparecen en la Figura 37) se ha observado que su orden de magnitud, respecto de los desplazamientos, es aproximadamente 3 veces mayor, manteniendo el resto de parámetros iguales. Esto se puede apreciar comparando los diagramas de desplazamientos y aceleraciones de la Figura 36.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

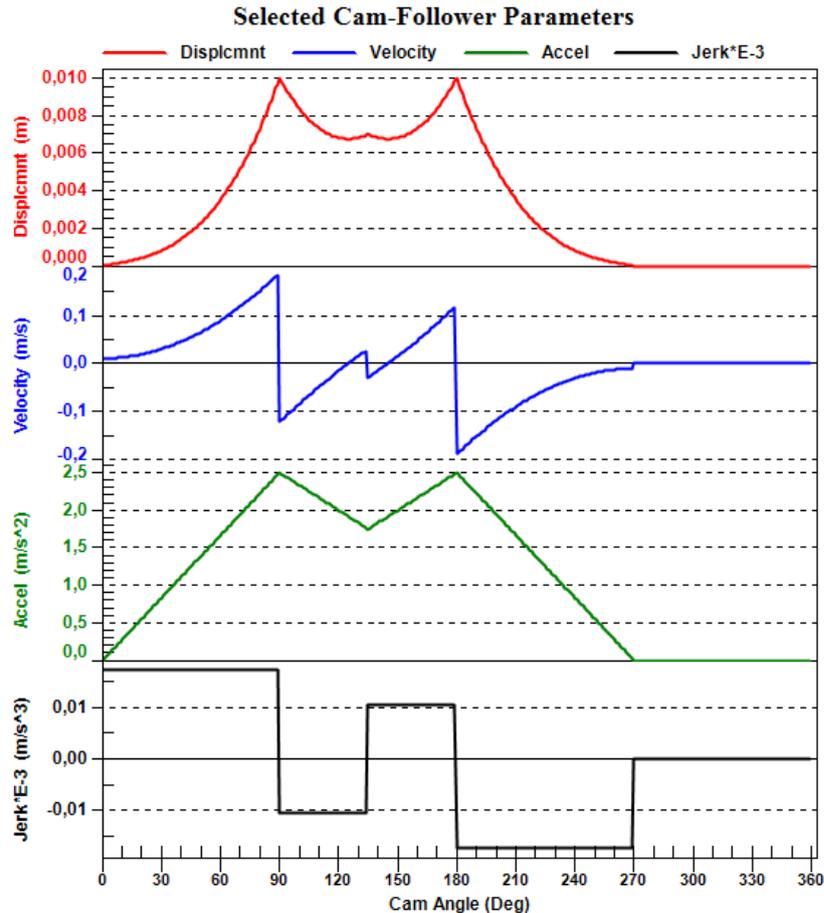


Figura 38. Diagramas de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk del seguidor en la iteración 2.

Una vez más, se puede apreciar que el diseño es defectuoso simplemente con un rápido vistazo de la Figura 38. La función desplazamiento presenta picos pronunciados, y esto implica que van a dar problemas en el resto de funciones tras ser derivadas.

Evidentemente, la función de la velocidad presenta 3 saltos, uno por cada pico de la función desplazamiento, siendo esto inaceptable. La función de la aceleración al menos tiene una forma similar a la grafica de fuerzas buscada (gracias a la introducción de las condiciones frontera), pero igualmente contiene algunos picos indeseables. Por último, la función del jerk, como pasaba anteriormente con la de la velocidad, presenta saltos, uno por cada pico de la función anterior, la de la aceleración.

Nuevamente, y pese a que la función aceleración podría ser más o menos aceptable, se rechaza la prueba debido a las discontinuidades surgidas, como se comentaba en el capítulo 2, el cumplimiento de la continuidad es condición necesaria aunque no suficiente.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

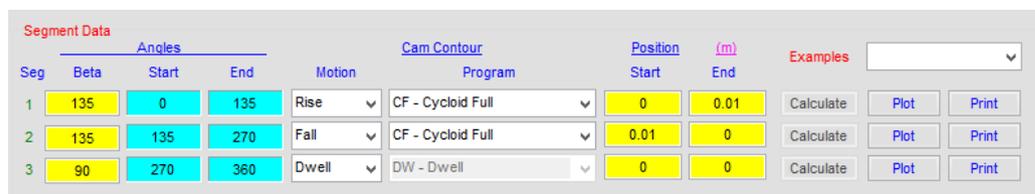
Iteración 3

A la vista de lo anterior, el hecho de introducir tantos tramos lo que conlleva es tener que mantener un número alto de condiciones frontera, y hace que las funciones al ser forzadas a pasar por tantos puntos, den como resultado, puntos de inflexión, picos o discontinuidades, algo indeseable. Por mucho que la función sea forzada a pasar por ciertos puntos, algo que la derivación asegurará, será imposible conocer su comportamiento a lo largo del intervalo.

Por lo tanto el primer paso en la tercera iteración es reducir el número de intervalos a 3, siendo estos: subida (135 grados); bajada (135 grados); detenimiento (90 grados), al igual que en el caso de 5 tramos, se pretende conseguir una función simétrica (si la parte del detenimiento es obviada).

Otro de los cambios incluidos en esta nueva iteración es la introducción de una nueva función, vistos los problemas de las funciones polinómicas a la hora de asegurar la continuidad. A la hora de buscar una función que asegure continuidad lo primero en que pensamos son las funciones cíclicas de senos y cosenos, ya que sus derivadas seguirán siendo senos y cosenos alternativamente, siempre continuas.

Posiblemente la función más conocida de este grupo sea la que induce el movimiento armónico simple, pero ya se vio en el caso de la leva de excéntrica que no produce la solución esperada, por lo tanto en la tercera iteración se elige la función cicloidal.



Seg	Beta	Angles		Motion	Cam Contour Program	Position (m)		Examples
		Start	End			Start	End	
1	135	0	135	Rise	CF - Cycloid Full	0	0.01	Calculate Plot Print
2	135	135	270	Fall	CF - Cycloid Full	0.01	0	Calculate Plot Print
3	90	270	360	Dwell	DW - Dwell	0	0	Calculate Plot Print

Figura 39. Parámetros introducidos para la iteración 3.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos por el software y presentados en la Figura 40, el diagrama de desplazamiento es aparentemente aceptable. El de velocidad también es aceptable, de hecho, llega de manera “suave” a la zona de detenimiento, algo realmente deseable.

Los problemas aparecen en el diagrama de aceleraciones, en concreto en el pico en la posición de 135 grados. Si no apareciese este pico, provocado por el retorno a cero de la aceleración, la gráfica tendría una forma similar a la buscada, de hecho, es un retorno totalmente innecesario ya que en el final del tramo de subida la aceleración es negativa, mientras que en el inicio del tramo de bajada la aceleración también es negativa, por lo que parece

Diseño de levas para simular la locomoción humana

evidente que es preferible que la función permanezca en la zona negativa durante la transición entre estos dos tramos.

Este defecto, hace que el jerk o rapidez de aceleración, presente un salto en esta zona, y otro en la zona de entrada del detenimiento, lo que inducirá variaciones en fuerzas y vibraciones.

Se puede deducir que, el hecho de reducir el número de tramos y por lo tanto de condiciones frontera, hace que estemos más cerca de la solución, faltaría afinar en la búsqueda de la función idónea que haga que la forma del diagrama de aceleraciones sea similar al de fuerzas y haya continuidad C^2 .

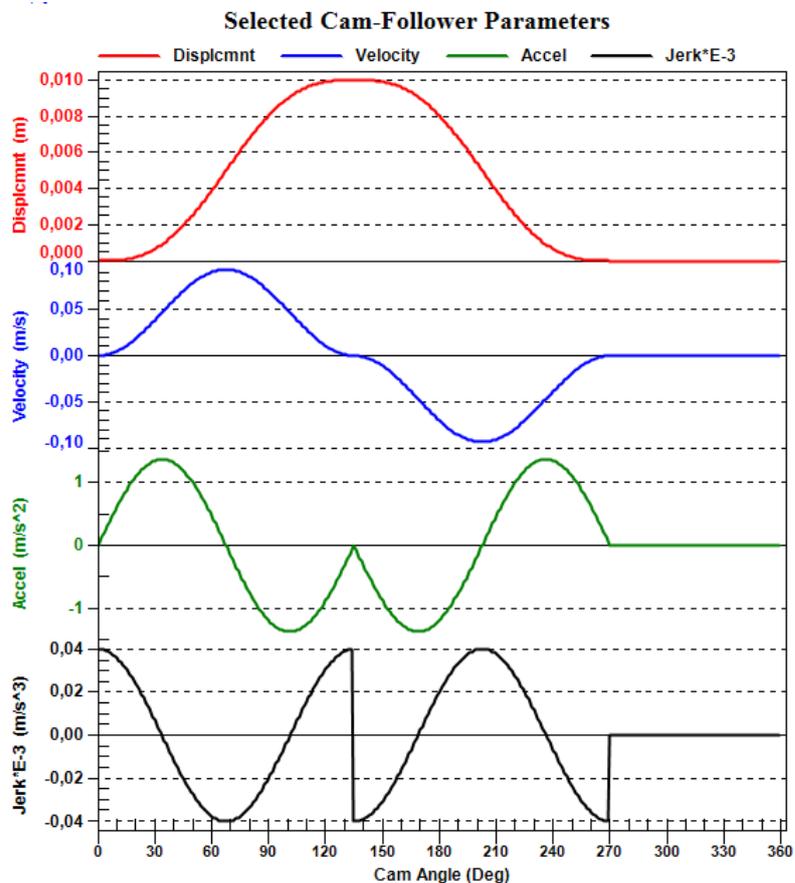


Figura 40. Diagramas de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk del seguidor para la iteración 3.

Iteración 4

Tras lo visto en anteriores pasos y con la experiencia que se va teniendo, en la siguiente prueba del proceso iterativo se mantendrá tanto el número de intervalos (3), como la longitud de los mismos (135; 135; 90) y la forma de los desplazamientos de cada tramo (subida, bajada, detenimiento). Las condiciones frontera en desplazamientos también se mantienen respecto al paso anterior, por lo que el único cambio es la función.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Como el caso que está siendo tratado es un caso de un solo detenimiento, o detenimiento simple, se debe asegurar que la función para la subida no regrese a aceleración cero en el extremo de dicho intervalo, de esta forma se evitarían discontinuidades en el jerk. La función para la bajada debe comenzar con el mismo valor de aceleración distinta de cero en el inicio del intervalo, e igual al valor con la que terminó la subida, y además al final del intervalo llegar con aceleración cero para acoplarse al detenimiento y evitar saltos. Una función que cumple con estos requisitos es la función doble armónica, (más adelante se verá con mayor detalle). El resumen de los parámetros de entrada se encuentra en la Figura 41.

Seg	Angles			Motion	Cam Contour		Position (m)		Examples
	Beta	Start	End		Program	Start	End		
1	135	0	135	Rise	DH - Double Harmonic	0	0.01	Calculate Plot Print	
2	135	135	270	Fall	DH - Double Harmonic	0.01	0	Calculate Plot Print	
3	90	270	360	Dwell	DW - Dwell	0	0	Calculate Plot Print	

Figura 41. Parámetros introducidos para la iteración 4.

En desplazamientos, la Figura 42 muestra una subida armónica doble y una bajada armónica doble, a continuación, la zona de detenimiento. El valor pico en desplazamientos, para un ángulo de 135° , es de 0.01 metros, valor implantado como condición de contorno.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

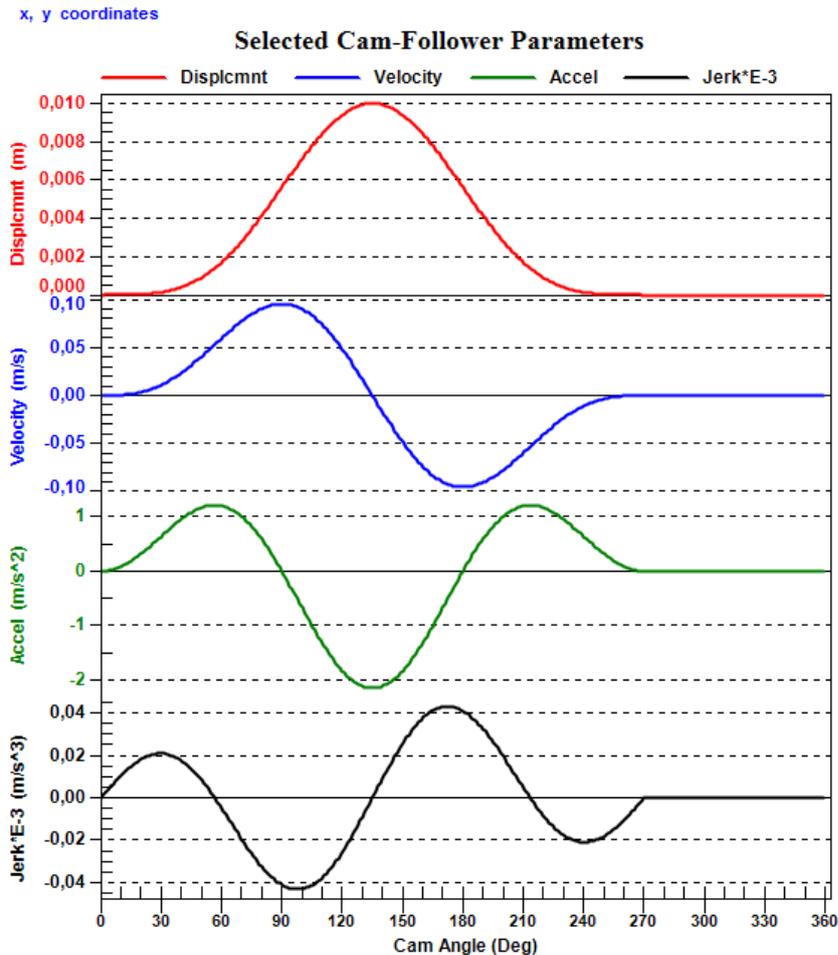


Figura 42. Diagrama desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk del seguidor para la iteración 3.

Uno de los requisitos impuestos era que $d(t)$ fuese al menos de tipo C^2 , es decir, que su segunda derivada fuese continua, como se puede ver tanto la velocidad como la aceleración son continuas en el tiempo.

Las cambios de las funciones de la velocidad, aceleración y sobreaceleración son bastante suaves en el tiempo, algo totalmente favorable y sus valores pico no son demasiado elevados por lo tanto, en el aspecto cinemático parece que estamos ante un buen diseño teórico.

El segundo requisito impuesto era que la forma del diagrama de aceleraciones fuese similar a la de las fuerzas de nuestra premisa de partida, simplemente por comparación de la Figura 1 y la Figura 42, se puede ver que esto es así, primero una zona de subida hasta un máximo, después un bajada a un mínimo local, para volver a subir de nuevo hasta el mismo valor que el máximo y finalmente descender para acoplarse a la zona de detenimiento. La mayor diferencia se encuentra en el mínimo entre los dos máximos, mientras

Diseño de levas para simular la locomoción humana

que para el diagrama de fuerzas es un mínimo local, para el diagrama de aceleraciones es un mínimo absoluto, no obstante, como se verá más adelante, esto no es preocupante debido a la ecuación de obtención de las fuerzas del modelo real (ecuación 22, que es la misma, tanto para la leva como para la leva de excéntrica), donde la fuerza aumenta respecto a la aceleración gracias a dos parámetros, la gravedad y la masa efectiva del mecanismo.

Además, se puede comprobar con el diagrama de desplazamientos que el software nos muestra $S(\varphi)$, esto es deducido ya que los instantes para los que los desplazamientos son cero, corresponden con los momentos en los que la leva y el seguidor contactan a una distancia igual al radio del círculo base, Rb , del centro de rotación (Figura 10). Según la ecuación 1, si a este parámetro le sumamos el radio del círculo base obtenemos la función de desplazamientos, siendo éste el propósito del apartado.

El diseño es aceptable teóricamente, por lo tanto, el siguiente paso es escribir las ecuaciones que gobiernan el movimiento del seguidor. Conociendo la ley de desplazamientos, se obtendrán el resto por medio de las relaciones matemáticas que se vieron en el capítulo 2.2 (ecuación 3.b, ecuación 3.c, ecuación 3.d). La ley de desplazamientos será dividida en tres tramos, el de subida, el de bajada, y el tercer tramo, el de detenimiento, donde los valores de los desplazamientos, velocidades, aceleraciones y jerk serán cero [3]:

Tramo 1, subida: $0 \leq \frac{\varphi}{\beta_i} \leq 1$

$$s = d(\varphi) = Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (23.a)$$

$$v = \omega \frac{h * \pi}{2\beta_i} \left[\left(\sin \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\sin \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (23.b)$$

$$a = \omega^2 \frac{h * \pi^2}{2\beta_i^2} \left[\left(\cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - \left(\cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (23.c)$$

$$j = -\omega^3 \frac{h * \pi^3}{2\beta_i^3} \left[\left(\sin \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - 2 \left(\sin \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (23.d)$$

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Tramo 2, bajada: $0 \leq \frac{\varphi}{\beta_i} \leq 1$

$$s = d(\varphi) = Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 + \cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (24.a)$$

$$v = -\omega \frac{h * \pi}{2\beta_i} \left[\left(\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) + \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (24.b)$$

$$a = -\omega^2 \frac{h * \pi^2}{2\beta_i^2} \left[\left(\cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) + \left(\cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (24.c)$$

$$j = \omega^3 \frac{h * \pi^3}{2\beta_i^3} \left[\left(\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) + 2 \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad (24.d)$$

Tramo 3, detenimiento: $0 \leq \frac{\varphi}{\beta_i} \leq 1$

$$s = d(\varphi) = Rb \quad (25.a)$$

$$v = 0 \quad (25.b)$$

$$a = 0 \quad (25.c)$$

$$j = 0 \quad (25.d)$$

Siendo h la elevación total, φ el ángulo girado por la leva y β_i la longitud total del intervalo.

Este último parámetro será una *variable local* del tramo. Aunque el tramo de bajada vaya desde los 135 hasta los 270 grados, y realmente esos sean los ángulos girados por la leva, a la hora de introducir los valores en las ecuaciones debemos contabilizar el inicio del tramo en 0 grados en vez de en 135 y el final del tramo en 135 grados en vez de en 270 grados. De este modo, al dividir por β_i (cuyo valor es 135 grados para este tramo) el cociente siempre estará entre 0 y 1.

A continuación se extrae la ley de desplazamientos de las ecuaciones anteriores y su representación gráfica (Figura 43):

$$d(\varphi) = Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad 0^\circ \leq \varphi \leq 135^\circ \quad (26.a)$$

$$d(\varphi) = Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 + \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta_i} \right) \right) \right] \quad 135^\circ \leq \varphi \leq 270^\circ \quad (26.b)$$

$$d(\varphi) = Rb \quad 270^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ \quad (26.c)$$

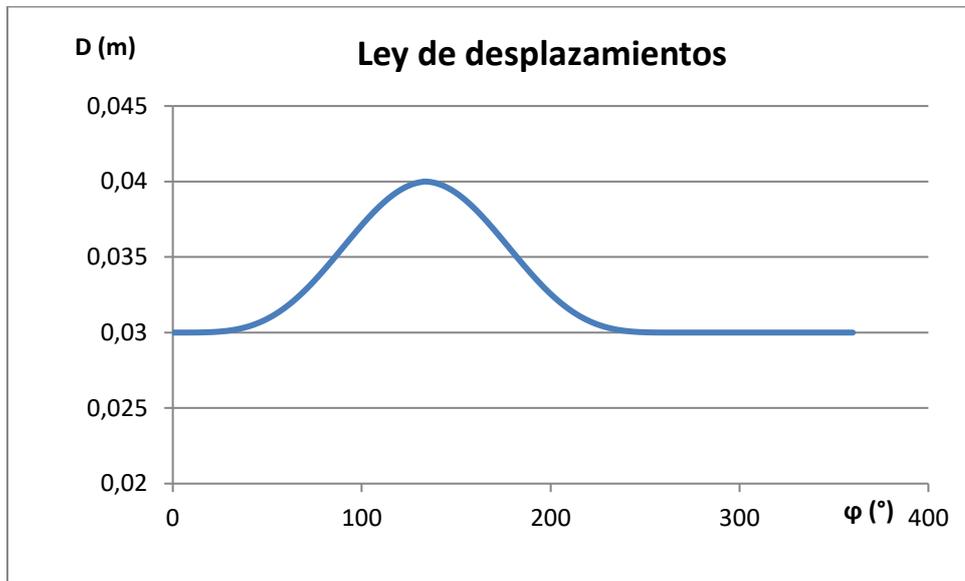


Figura 43. Ley de desplazamientos del mecanismo leva-seguidor.

La ley de desplazamiento del seguidor será la base para todos los cálculos posteriores, por este motivo es la parte más delicada en el diseño de una leva y debemos asegurarnos de que es adecuada para nuestra aplicación. Todo lo que sea errar en esta parte, implicará un rediseño con los correspondientes costes de tiempo y dinero.

4.2 Análisis cinemático. Velocidad de deslizamiento

Al igual que para el caso de la leva de excéntrica, para la leva de contorno no circular, el vector \vec{IJ} y la ley de desplazamientos $d(\varphi)$ coinciden, esto es así gracias a que el punto J siempre estará en la vertical de I y el ángulo de presión es nulo (se demostrará más adelante), como se aprecia en la Figura 44.

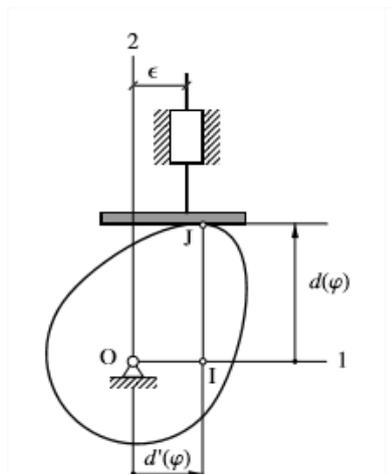


Figura 44. Análisis cinemático leva de no circular [4].

Diseño de levas para simular la locomoción humana

La ecuación 18, obviamente, también es válida para ambos casos, en la Figura 45 se representa la velocidad de deslizamiento para un ciclo.

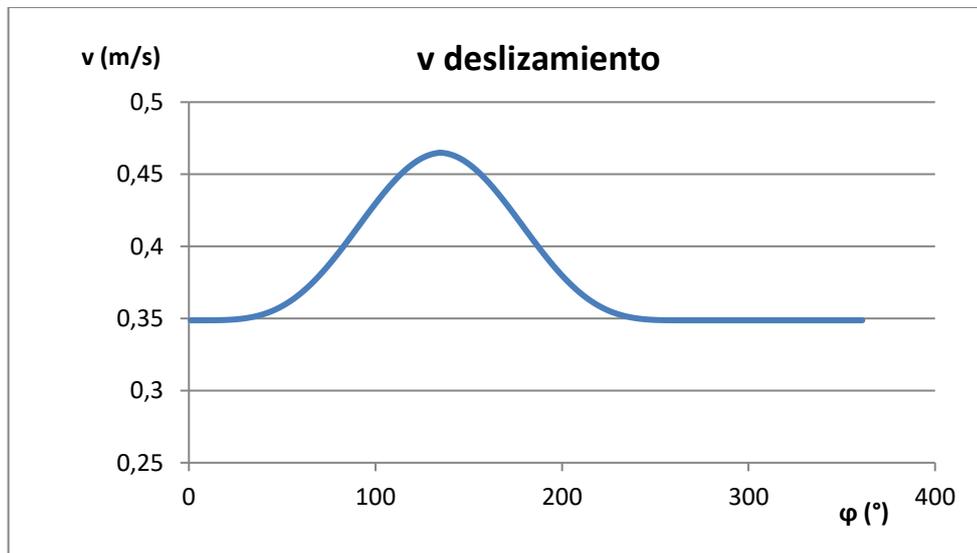


Figura 45. Velocidad de deslizamiento de la leva de excéntrica.

En la figura se aprecia que la velocidad de deslizamiento es casi uniforme a lo largo de todo el ciclo, teniendo su pico máximo (punto que más nos preocupa) en 135° , algo fácil de deducir ya que esta gráfica tiene una forma similar a la gráfica de desplazamientos (Figura 43) multiplicada por una constante.

4.3 Análisis dinámico

Para hacer el análisis dinámico del **mecanismo ideal**, al igual que se hizo para la leva de excéntrica, donde la leva rota, y el seguidor, apoyado encima de ella, se mueve según las funciones doble armónicas que se veían en el apartado 4.1, bastaría con aplicar la segunda ley de Newton (ecuación 15) para hallar las fuerzas que la leva realiza sobre el seguidor.

En esa expresión, de nuevo todas las variables son conocidas, siendo M , la masa efectiva del mecanismo y a , la aceleración del seguidor, de esta manera, es posible representar la fuerza que la leva hace sobre el seguidor en un ciclo.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

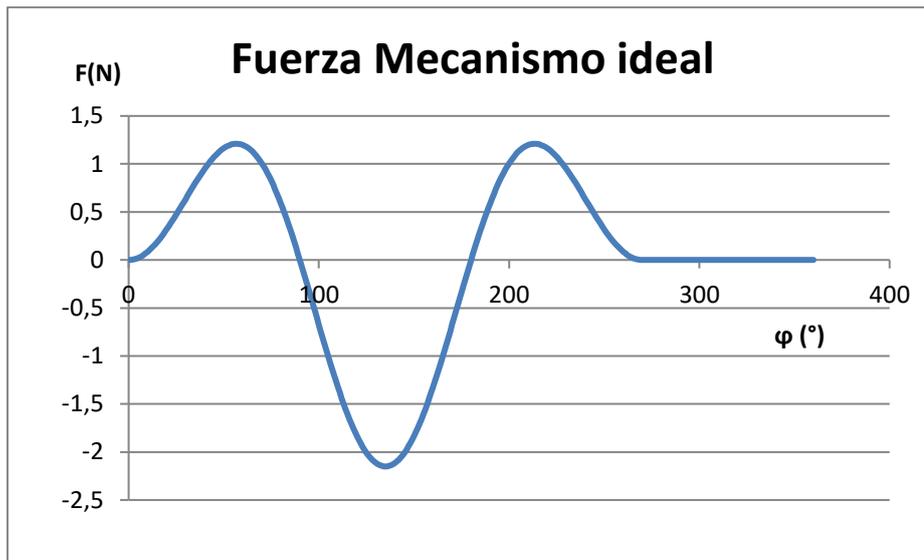


Figura 46. Diagrama de fuerzas ejercidas por la leva en el seguidor, mecanismo ideal.

Nuevamente, ya que la masa efectiva del mecanismo ha sido estimada en 1 kilogramo, las fuerzas para el mecanismo “ideal” coinciden con la aceleración del seguidor calculada anteriormente. Es posible verificar esto comparando la Figura 42 con la Figura 46.

Del mismo modo que para el análisis cinemático, coincide el planteamiento dinámico realizado para la leva de excéntrica que para la leva no circular, se puede ver en la Figura 47 que el caso es el mismo a excepción del perfil de la leva. De esta manera el **mecanismo real** sería algo similar a:

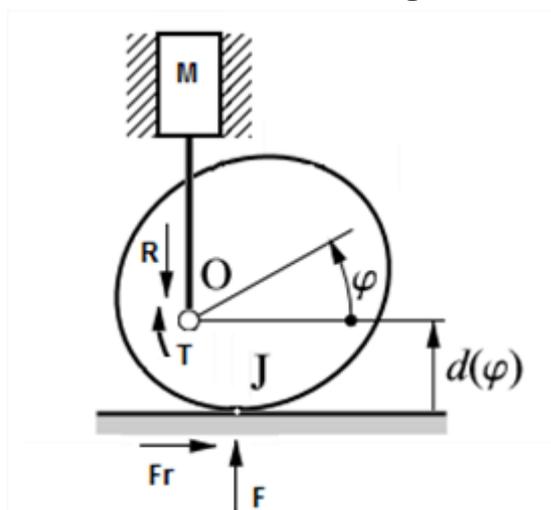


Figura 47. Modelo experimental o real de la leva.

Este es el modelo a implantar en el laboratorio y, obviamente el desarrollo matemático aplicado para la leva de excéntrica va a ser válido para la leva de contorno no circular, por lo que la expresión final, que nos relaciona las

Diseño de levas para simular la locomoción humana

fuerzas con la aceleración del seguidor coincidirá (ecuación 22), al ser iguales las descomposiciones de los sólidos libres.

En la Figura 48 aparece la representación de la fuerza de la leva inducida al seguidor, en función del ángulo girado por la leva ϕ , se puede ver que la forma del gráfico es similar a la de la aceleración del seguidor que ya calculamos anteriormente (Figura 42), algo evidente si analizamos su expresión ya que para cada ángulo ϕ , a la aceleración le sumamos una constante (gravedad) y a ese resultado le multiplicamos por otra constante (masa efectiva).

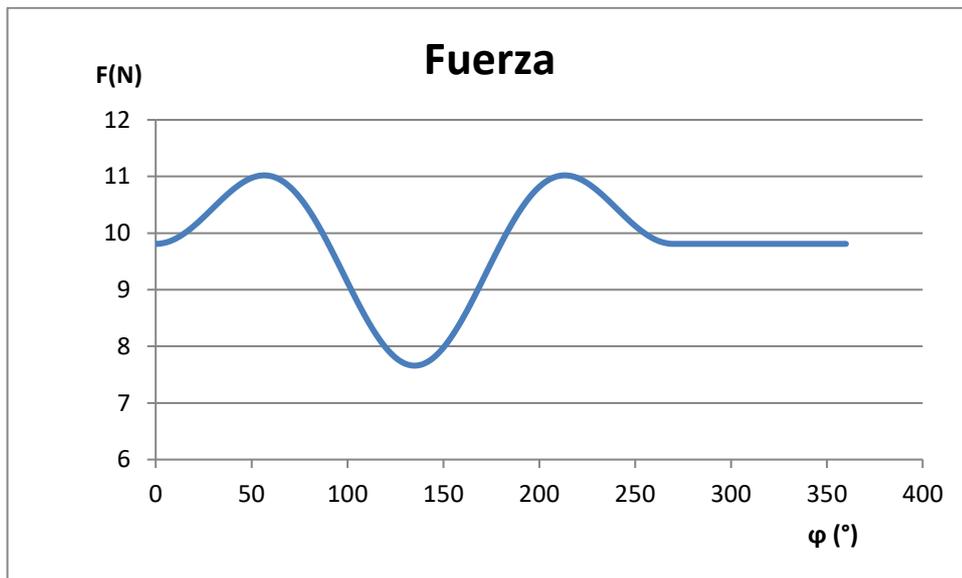


Figura 48. Diagrama de fuerzas ejercidas por la leva en el seguidor.

Se han obtenido los diagramas de fuerzas tanto del mecanismo “ideal” como del mecanismo real o experimental, y ambos se pueden comparar con el obtenido en el software Dynacam10 (Figura 49), también ofrece el gráfico del par aunque este no va a ser objeto de estudio en este trabajo.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

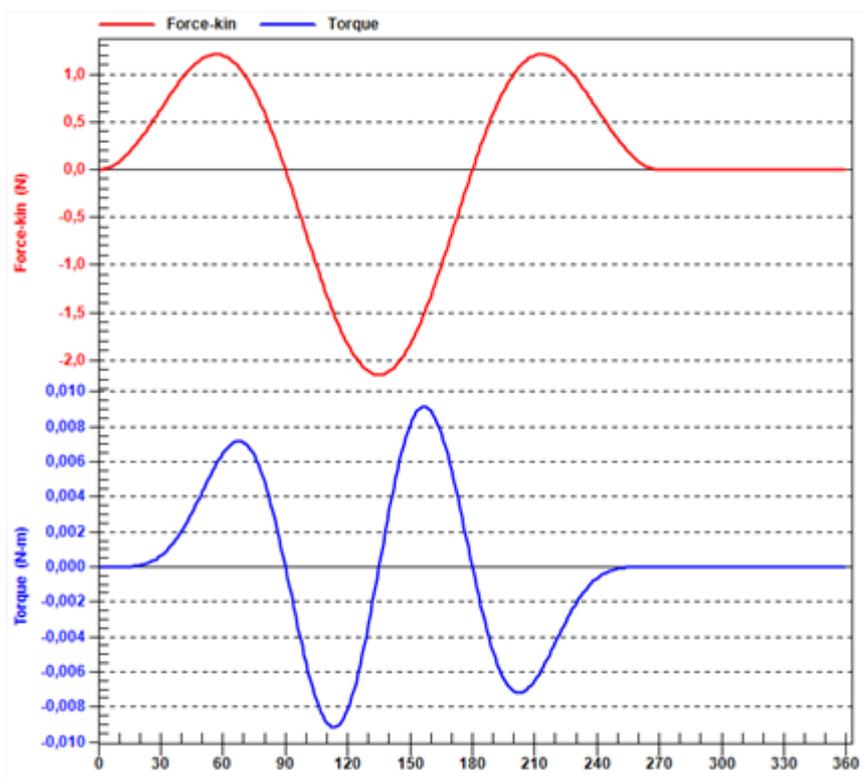


Figura 49. Diagrama de fuerzas y par de la leva al seguidor ofrecido por Dynacam10.

De nuevo, y simplemente por comparación directa de la Figura 46 con la Figura 49, se aprecia como ambos diagramas son idénticos, por lo tanto, el diseño analítico realizado parece coincidir perfectamente con el código interno del software de levas utilizado.

Al igual que ocurría para la leva de excéntrica, el diseño analítico planteado es correcto mientras que el software está limitado a “modelos ideales” de mecanismos leva-seguidor, y no es posible reproducir a lo que se pretende llegar experimentalmente en el laboratorio.

No obstante, si se compara la Figura 48 (mecanismo experimental), la Figura 49 (mecanismo ideal) y la Figura 1 (premisa de partida y donde se quiere llegar), la forma de los tres gráficos es bastante parecida, con una subida donde se alcanza un máximo (momento en el que apoyaría la parte posterior del pie en el suelo), a continuación una bajada hasta llegar a un mínimo (esta zona correspondería con el puente del pie), después vuelve a ascender hasta exactamente el mismo valor que el máximo anterior (momento en el que apoyaría la parte anterior del pie) para finalmente descender hasta un valor constante (en estos instantes el pie está en el aire).

Una de las diferencias es que mientras en el mecanismo ideal, el mínimo absoluto desciende hasta valores negativos, tanto en el mecanismo real como

Diseño de levas para simular la locomoción humana

en el que hace una persona al andar por una pasarela, todos los valores de la fuerza permanecen en la parte positiva del eje Y. Esto es fácil de entender desde el punto de vista físico, ya que mientras que en el mecanismo ideal, el seguidor tiene un movimiento de subida y bajada continuamente, donde se invierte el signo de la fuerza, tanto en el experimental como real (persona andando por pasarela), no, y la fuerza es siempre en el mismo sentido. Esto no va a suponer ningún problema ya que lo que se está buscando es una forma similar, la cual hemos conseguido, para poder extrapolar un hecho de la vida real al laboratorio.

Otra de las diferencias que llama la atención es el orden de magnitud de las fuerzas. Siendo en el desarrollo analítico dinámico del mecanismo real un orden superior que en el obtenido con el software. Parece evidente que en los puntos en los cuales la aceleración del seguidor se hace cero, deberá existir al menos una fuerza debido al peso de todo el mecanismo (9.81 N) como se puede ver en la Figura 48. Realmente, es imposible que sobre el seguidor la fuerza sea cero ya que la leva permanece en contacto continuo a lo largo de todo el ciclo.

La explicación a esto es que mientras que en el modelo desarrollado expresamente para el laboratorio, la leva permanece en todo momento encima del seguidor (Figura 47), y su punto de rotación se mueve verticalmente, en el modelo calculado por el software la leva permanece debajo del seguidor (Figura 44), y gira respecto de un punto fijo de rotación (sin movimiento vertical) lo que hace que el peso de la masa efectiva no se tenga en cuenta. No obstante, el único inconveniente que va a tener este hecho, es que en 270 grados, el diagrama de fuerzas no retorna a cero (que coincidiría con los instantes donde el pie está en el aire y evidentemente, la fuerza debería ser cero), pero la forma del diagrama va a ser la misma.

A pesar de no haber encontrado una leva que reproduzca exactamente una fuerza similar a la que una persona realiza al caminar, el procedimiento seguido parece el correcto y se puede dar por válido este modelo y sus resultados, ya que lo que se buscaba, una forma similar del diagrama de fuerzas, ha sido hallado.

Par motor:

Es posible ir un paso más allá y llegar a una expresión que permita dimensionar el motor empleado para hacer girar la leva. Con un sumatorio de momentos en el punto O (Figura 47), se llega a la siguiente expresión:

$$T - F_R * d(\varphi) - F * d'(\varphi) = 0 \quad (27)$$

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Siendo T el par proporcionado a la leva en su punto de rotación y la única incógnita de la expresión, donde F_R es la fuerza de rozamiento entre la leva y el seguidor que podría ser hallado ya que son conocidos los materiales de ambos elementos, $d(\varphi)$ es la ley de desplazamientos (ecuación 26), F es la fuerza que la leva hace sobre el seguidor calculada en anteriormente y $d'(\varphi)$ es la distancia horizontal entre J y O como se demostró en el capítulo 2.3.1 (ecuación 7).

Una vez calculado ese par, teniendo en cuenta las pérdidas en todas las piezas existentes desde el motor hasta la leva, se llegaría a calcular el par ejercido por el motor aunque no será objeto de estudio en este trabajo.

4.4 Obtención del perfil de la leva

En este apartado se van a determinar las expresiones del contorno de la leva a partir de la ley de desplazamientos que seguirá nuestro seguidor de cara plana trasladante.

Para su cálculo, se va a realizar una inversión cinemática, como se ve en la Figura 50, en la referencia solidaria a la guía (1,2), ésta gira un ángulo φ y el seguidor se desplaza según $d(\varphi)$, mientras que en la referencia solidaria a la leva, la guía gira en sentido contrario un ángulo $-\varphi$ y el seguidor continua desplazándose según $d(\varphi)$.

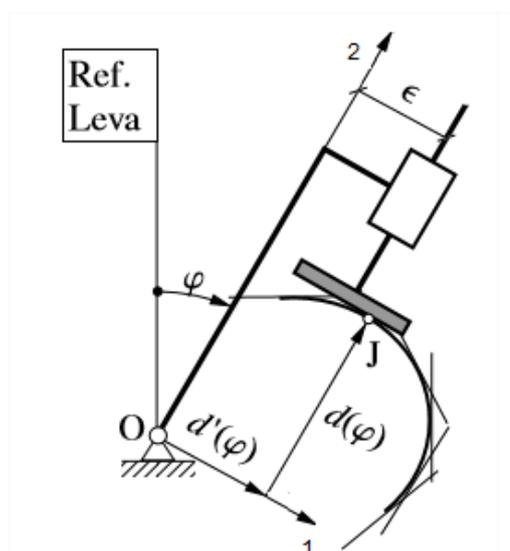


Figura 50. Inversión cinemática [4].

Para un seguidor de cara plana de traslación como es nuestro caso, al ir girando la leva, la intersección de dos perfiles consecutivos y muy próximos del seguidor determinará un punto de la leva, relacionando con ecuaciones paramétricas todos estos puntos que va generando el seguidor, se obtendría

Diseño de levas para simular la locomoción humana

el perfil de la leva. Este procedimiento resultaría bastante complejo y laborioso de seguir, no obstante, basta con aplicar los análisis de velocidades obtenidos anteriormente para llegar con éxito al resultado final.

Como el seguidor es plano y perpendicular a la guía, el ángulo de la presión β será cero como se demostrará más adelante. De esta manera, se pueden descomponer las componentes del vector OJ en los ejes 1 y 2 ya que sus expresiones son conocidas [4]:

$$\overline{OJ}(\varphi) = \begin{Bmatrix} d'(\varphi) \\ d(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} \quad (28)$$

Para hallar el perfil de la leva bastaría con pasar este vector de la base solidaria a la guía, a la base solidaria a la leva por medio de la matriz de cambio de base:

$$[S_\varphi] = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \text{sen}\varphi \\ -\text{sen}\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (29)$$

La ecuación paramétrica del perfil de la leva vendrá dada por el producto matricial de la ecuación 28 y la ecuación 29:

$$\{\overline{OJ}\}_{x,y} = [S_\varphi]\{\overline{OJ}\}_{1,2} \quad (30)$$

Evidentemente, al tener la ley de desplazamientos dividida en 3 tramos, a la hora de calcular el contorno de la leva se efectuará tramo a tramo.

Tramo 1:

$$\{\overline{OJ}\}_{1,2} = \begin{Bmatrix} \frac{h * \pi}{2\beta i} \left[\left(\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \\ Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \end{Bmatrix}$$

$$\{\overline{OJ}\}_{x,y} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \text{sen}\varphi \\ -\text{sen}\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \frac{h * \pi}{2\beta i} \left[\left(\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \\ Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \end{Bmatrix}$$

Efectuando el cambio de base y aplicando la ecuación 30 para el tramo 1:

$$\{\overline{OJ}\}_{x,y} = \begin{Bmatrix} \frac{h\pi}{2\beta i} \left[\left(\text{sen} \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \cos\varphi + \\ -\frac{h\pi}{2\beta i} \left[\left(\text{sen} \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \text{sen}\varphi + \\ Rb \cos\varphi + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \cos\varphi + \\ Rb \text{sen}\varphi + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \text{sen}\varphi \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \right] \text{sen}\varphi \left. \vphantom{\frac{h}{2}} \right\} \\
 & + \left[Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 - \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \right] \text{cos}\varphi \left. \vphantom{\frac{h}{2}} \right\}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Tramo 2:

$$\begin{aligned}
 \{\overline{OJ}\}_{1,2} &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{h * \pi}{2\beta i} \left[\left(-\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \\ Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 + \cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \end{array} \right\} \\
 \{\overline{OJ}\}_{x,y} &= \begin{bmatrix} \text{cos}\varphi & \text{sen}\varphi \\ -\text{sen}\varphi & \text{cos}\varphi \end{bmatrix} * \left\{ \begin{array}{l} \frac{h * \pi}{2\beta i} \left[\left(-\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \\ Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 + \cos \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

Efectuando el cambio de base y aplicando la ecuación 30 para el tramo 2:

$$\begin{aligned}
 \{\overline{OJ}\}_{x,y} &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{h\pi}{2\beta i} \left[\left(-\text{sen} \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \text{cos}\varphi + \\ -\frac{h\pi}{2\beta i} \left[\left(-\text{sen} \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \text{sen}\varphi + \\ + \left[Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 + \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \right] \text{sen}\varphi \left. \vphantom{\frac{h\pi}{2\beta i}} \right\} \\ + \left[Rb + \frac{h}{2} \left[\left(1 + \cos \left(\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{4} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \right] \text{cos}\varphi \left. \vphantom{\frac{h\pi}{2\beta i}} \right\}
 \end{array} \right\} \tag{32}
 \end{aligned}$$

Tramo 3:

$$\begin{aligned}
 \{\overline{OJ}\}_{1,2} &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ Rb \end{array} \right\} \\
 \{\overline{OJ}\}_{x,y} &= \begin{bmatrix} \text{cos}\varphi & \text{sen}\varphi \\ -\text{sen}\varphi & \text{cos}\varphi \end{bmatrix} * \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ Rb \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

Efectuando el cambio de base y aplicando la ecuación 30 para el tramo 3:

$$\{\overline{OJ}\}_{x,y} = \left\{ \begin{array}{l} Rb * \text{sen}\varphi \\ Rb * \text{cos}\varphi \end{array} \right\} \tag{33}$$

Analizando las expresiones se puede apreciar que en ningún momento se ha introducido el valor de la excentricidad, por lo que es posible concluir que no afecta al contorno de la leva, no obstante, sí que va tener efectos dinámicos sobre los momentos respecto del eje del seguidor.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

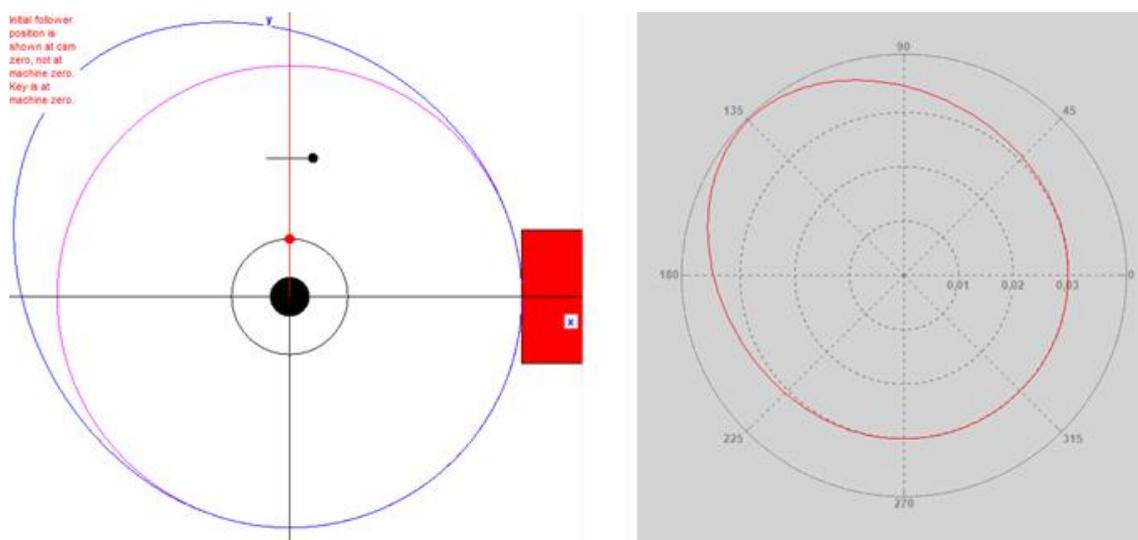


Figura 51. Representación contorno leva con Dynacam10.

En la Figura 51 se puede ver la representación del contorno de la leva ofrecido por *Dynacam10*, en la imagen de la derecha, junto con el seguidor trasladante y en la de la izquierda en sus coordenadas polares.

4.5 Verificación del perfil obtenido

Con la obtención de las expresiones analíticas del perfil de la leva, el siguiente y último paso es verificar que el diseño es aceptable.

Lo que se hará en este apartado será comprobar que la leva no tenga tramos problemáticos, asegurando el contacto leva-seguidor en todo el ciclo. Este tipo de problemas se suele presentar de dos maneras:

- Imposibilidad de acceso del seguidor al punto de contacto debido a la existencia de zonas cóncavas, chocando el seguidor con otros puntos del perfil de la leva.
- Existencia de vértices, aunque la ley de desplazamiento sea continua, es posible que el contorno de la leva presente algunas degeneraciones.

Para ello, se analizarán las magnitudes del radio de curvatura, longitud del seguidor, ángulo de presión y momento de volteo.

4.5.1 Radio de curvatura

El radio de curvatura es una propiedad matemática de una función. Esa función tendrá un radio de curvatura instantáneo en cada punto de la curva,

Diseño de levas para simular la locomoción humana

independientemente de su complejidad. Además el radio de curvatura es en sí mismo una función, que puede hallarse y graficarse.

Cada radio de curvatura lleva asociado un centro de curvatura, que puede llegar a estar en el infinito, como en el caso de una recta. En una circunferencia, el radio de curvatura será constante e igual a su radio, mientras que en el de una parábola cambia en cada punto. No se debe confundir esta propiedad con la curvatura, que sería cero en una recta.

Físicamente, lo que indica el radio de curvatura es la concavidad o convexidad de una curva y hay que tenerlo siempre en cuenta a la hora de verificar el diseño, aunque la manera de calcularlo variará en función del seguidor escogido.

Para su cálculo se han empleado los desarrollos matemáticos de la teoría de levas, de esta forma, se hallará el radio de curvatura en función del ángulo de rotación de la leva [4]:

$$r_c = \frac{|\overline{OJ}'|^2}{|\overline{OJ}''|_n} \quad (34)$$

Convenio de signos, como se puede ver en la Figura 52, $r_c > 0$ para tramos convexos, $r_c < 0$ para tramos cóncavos. En los puntos de inflexión pasamos de $r_c = \infty$ a $r_c = -\infty$. Siguiendo esto, vemos que el subíndice en el denominador indicaría la componente normal de \overline{OJ}'' hacia el interior de la curva.

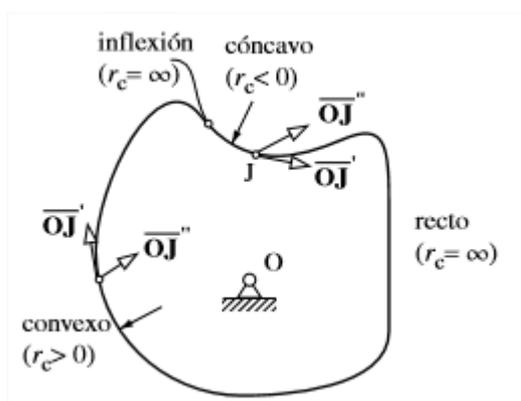


Figura 52. Convenio de signos para concavidad y convexidad [4].

Las dos derivadas que aparecen en el cociente, son respecto a la referencia fija leva, pero como se vio en el apartado anterior, parece más fácil abordar este problema trabajando en la base fija al seguidor, donde se conocen las componentes del vector \overline{OJ} , después utilizando la matriz de cambio de base se llega a la solución.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Cálculo de las expresiones del numerador y del denominador de r_c según la ecuación 34:

$$\{\overline{OJ'}\}_{x,y} = [S_{\varphi}']\{\overline{OJ}\}_{1,2} + [S_{\varphi}]\{\overline{OJ'}\}_{1,2} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \{\overline{OJ''}\}_{x,y} &= [S_{\varphi}''']\{\overline{OJ}\}_{1,2} + [S_{\varphi}']\{\overline{OJ'}\}_{1,2} + [S_{\varphi}']\{\overline{OJ'}\}_{1,2} + [S_{\varphi}]\{\overline{OJ''}\}_{1,2} \\ \{\overline{OJ''}\}_{x,y} &= [S_{\varphi}''']\{\overline{OJ}\}_{1,2} + 2 * [S_{\varphi}']\{\overline{OJ'}\}_{1,2} + [S_{\varphi}]\{\overline{OJ''}\}_{1,2} \end{aligned} \quad (36)$$

Se multiplican tanto la ecuación 35 como la ecuación 36 por $[S_{\varphi}]^{-1}$ para simplificarlas, resultando:

1) Numerador de r_c

$$\begin{aligned} \{\overline{OJ'}\}_{x,y} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \{\overline{OJ}\}_{1,2} + \{\overline{OJ'}\}_{1,2} \\ \{\overline{OJ'}\}_{x,y} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d'(\varphi) \\ d(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} + \begin{Bmatrix} d''(\varphi) \\ d'(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} \\ \{\overline{OJ'}\}_{x,y} &= \begin{Bmatrix} d(\varphi) \\ -d'(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} + \begin{Bmatrix} d''(\varphi) \\ d'(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} \\ \{\overline{OJ'}\}_{x,y} &= \begin{Bmatrix} d(\varphi) + d''(\varphi) \\ 0 \end{Bmatrix}_{1,2} \end{aligned} \quad (37)$$

2) Denominador de r_c

$$\begin{aligned} \{\overline{OJ''}\}_{x,y} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \{\overline{OJ}\}_{1,2} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \{\overline{OJ'}\}_{1,2} + \{\overline{OJ''}\}_{1,2} \\ \{\overline{OJ''}\}_{x,y} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d'(\varphi) \\ d(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d''(\varphi) \\ d'(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} + \begin{Bmatrix} d'''(\varphi) \\ d''(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} \\ \{\overline{OJ''}\}_{x,y} &= \begin{Bmatrix} -d'(\varphi) \\ -d(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} + \begin{Bmatrix} 2d'(\varphi) \\ -2d''(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} + \begin{Bmatrix} d'''(\varphi) \\ d''(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} \\ \{\overline{OJ''}\}_{x,y} &= \begin{Bmatrix} d'(\varphi) + d'''(\varphi) \\ -d(\varphi) - d''(\varphi) \end{Bmatrix}_{1,2} \end{aligned} \quad (38)$$

La dirección perpendicular a la curva es la del eje 2 (solidario al seguidor) en sentido negativo. Por lo tanto, el radio de curvatura es:

$$r_c = d(\varphi) + d''(\varphi) \quad (39)$$

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Sustituyendo por la ecuación 1:

$$r_c = Rb + s(\varphi) + d''(\varphi) \quad (40)$$

En el convenio de signos definimos r_c positivo para tramos convexos y r_c negativo para tramos cóncavos, para el caso de seguidor plano trasladante, no podemos tener tramos cóncavos ya que el seguidor no podría acceder a ellos, por lo tanto hay que asegurarse de que el radio de curvatura va a ser positivo en cada instante.

- Si $r_c(\varphi) > 0$ en todo el ciclo, la leva es convexa y el seguidor accederá al punto de contacto teórico sin problemas.
- Si $r_c(\varphi) = 0$ en algún punto concreto, aparecerá un vértice en el contorno de la leva, lo que conlleva fuerzas muy elevadas en el contacto entre la leva y el seguidor. (Figura 53.a)
- Si $r_c(\varphi) < 0$ en un tramo, necesariamente en los límites de este tramo tendremos dos puntos con $r_c(\varphi) = 0$, por lo que aparte de aparecernos un pico tendremos un rebaje que hará imposible el acceso del seguidor al punto de contacto y por lo tanto imposibilitará el seguimiento de la ley de desplazamientos. (Figura 53.b)

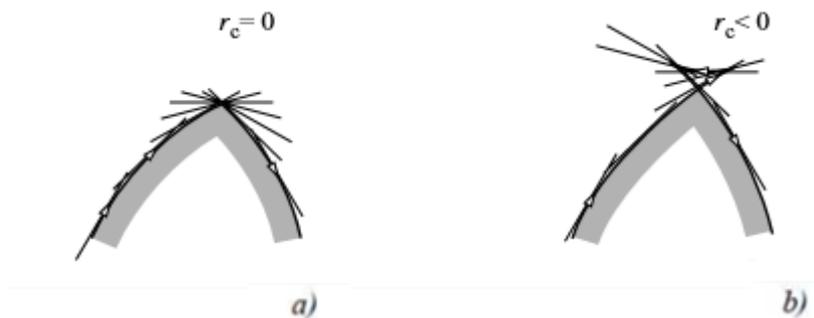


Figura 53. a) Vértice. b) Tramo cóncavo [4].

Es posible calcular el radio de curvatura mínimo:

$$r_{c \min} = Rb + [s(\varphi) + d''(\varphi)]_{\min} \quad (41)$$

Analizando esta última expresión, el radio de círculo base siempre va a tener un valor constante y positivo, y $s(\varphi)$ también está definido siempre como positivo, por lo que el radio de curvatura mínimo se encontrará en los puntos donde $d''(\varphi)$ sea mínimo. Este valor, está relacionado con la aceleración del seguidor que fue calculada en el capítulo 4.1, ecuaciones 23.c, 24.c y 25.c para cada tramo respectivamente.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

$$d''(\varphi) = \frac{d^2 d}{d\varphi^2}$$
$$d''(\varphi) = \frac{h * \pi^2}{2\beta_i^2} \left[\left(\cos\left(\pi * \frac{\varphi}{\beta_i}\right) \right) - \left(\cos\left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta_i}\right) \right) \right] \quad (42)$$

Comparando por ejemplo la ecuación 42 con la expresión de la aceleración en el tramo 1 (23.c), vemos que difieren en la constante ω^2 , por lo que simplemente observando el diagrama de aceleraciones calculado anteriormente, podemos saber para qué ángulo tendremos el valor mínimo del radio de curvatura. Además, es posible hallar su valor y representarlo gráficamente (Figura 54), ya que en la expresión del radio de curvatura (ecuación 40) son conocidas todas las variables, entonces simplemente habrá que dar valores al ángulo de rotación de la leva φ , para hallarlo.

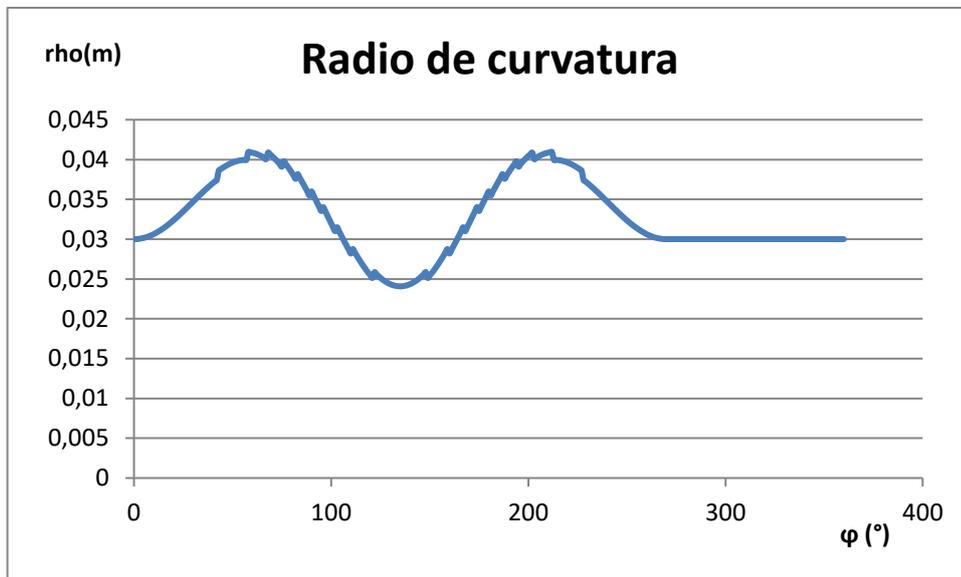


Figura 54. Diagrama del radio de curvatura calculado analíticamente.

El gráfico muestra el valor del radio de curvatura en función del ángulo de rotación de la leva, como se puede apreciar todos sus puntos son positivos por lo que no habrá problema de acceso de nuestro seguidor a la leva. Si se observa más detenidamente y se compara este gráfico con el de las aceleraciones del seguidor (Figura 42), se puede ver que tienen una forma similar, y por suerte, el tramo negativo de las aceleraciones es aumentado tanto por el radio del círculo base como por la función de desplazamientos hasta convertirlo en positivo.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

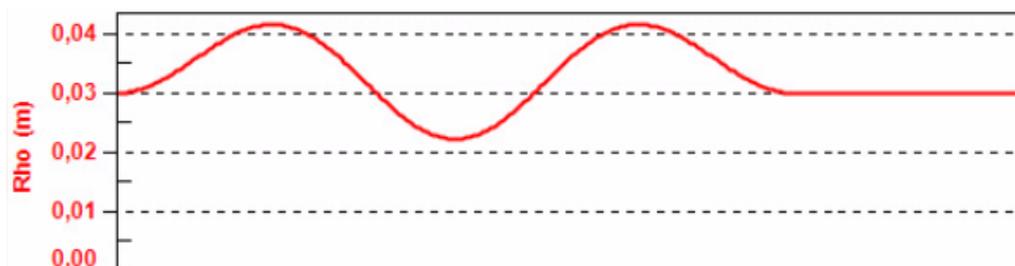


Figura 55. Diagrama del radio de curvatura proporcionado por Dynacam10.

Comparando el gráfico del radio de curvatura obtenido con *Dynacam10* (Figura 55) y el calculado analíticamente (Figura 54), se observa que es idéntico.

El radio de curvatura mínimo se encuentra para un ángulo de rotación de la leva de $\varphi = 135^\circ$ y su valor es $r_c = 0,02408 \text{ m}$.

En caso de haber tenido tramos problemáticos, la manera de evitarlos sin modificar demasiado el diseño de la leva es aumentar el radio del círculo base R_b (Figura 56). Como se vio, r_c es una función creciente con R_b por lo que simplemente con aumentar el radio para contrarrestar el efecto de $d''(\varphi)$ sería suficiente para evitar tramos negativos. No obstante hay que evitar llegar a estos extremos ya que de esta forma aumentará el tamaño de la leva, con ello el coste y posiblemente su aplicabilidad, además de la velocidad de deslizamiento.

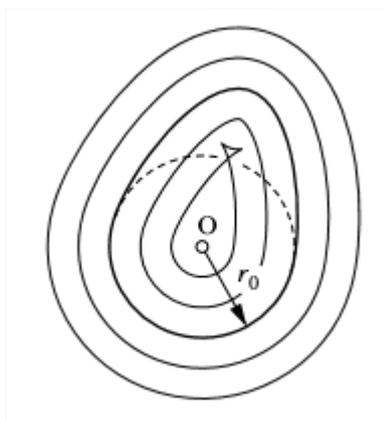


Figura 56. Efecto de varias r_b y radio base en el perfil de la leva [4].

El nuevo punto de contacto leva-seguidor, al aumentar el radio del círculo base, se encontrará en la prolongación de la recta que une el centro instantáneo de rotación I , con el anterior punto de contacto J , a una distancia ΔR_b para el caso de seguidor plano de traslación.

4.5.2 Longitud mínima del seguidor de cara plana

La longitud del seguidor es un factor a tener en cuenta en el diseño a la hora de asegurar el contacto entre la leva y el seguidor de manera permanente, pese a que este parámetro no influya ni en la ley de desplazamientos ni en el contorno de la leva.

El punto de contacto se va desplazando por la cara plana del seguidor, siendo las posiciones extremas de éste las que nos delimitarán el tamaño mínimo que ha de tener el seguidor. En este apartado se calculará su valor pero en la realidad se debería aumentar con un factor de seguridad.

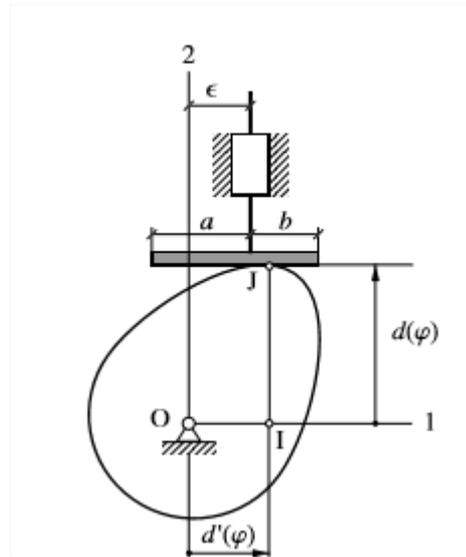


Figura 57. Dimensiones del seguidor de cara plana [4].

En la Figura 57, y como se demostró anteriormente, podemos ver que la distancia desde el centro de rotación de la leva hasta el punto de contacto, en el eje horizontal es $d'(\varphi)$. Al igual que en el capítulo del radio de curvatura veíamos como $d''(\varphi)$ estaba relacionado con la aceleración del seguidor ya calculada, en este caso si analizando $d'(\varphi)$ y lo comparándolo con la expresión de la velocidad del tramo 1 (capítulo 4.1), se ve como simplemente difieren en la constante ω .

$$d'(\varphi) = \frac{h * \pi}{2\beta i} \left[\left(\text{sen} \left(\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen} \left(2\pi * \frac{\varphi}{\beta i} \right) \right) \right] \quad (42)$$

Por geometría:

$$a > \varepsilon - d'(\varphi)_{\min} \quad (43)$$

$$b > d'(\varphi)_{\max} - \varepsilon \quad (44)$$

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Siendo el ancho total de la cara plana del seguidor:

$$\text{ancho total} = d'(\varphi)_{\text{máx}} - d'(\varphi)_{\text{mín}} \quad (45)$$

Cabe destacar que si la función de la velocidad del seguidor es antisimétrica, también lo va a ser $d'(\varphi)$, o dicho de otra forma, si el valor del pico máximo de $d'(\varphi)$ y el valor del pico mínimo de $d'(\varphi)$ coinciden en valor absoluto y además la excentricidad es cero, tanto a como b tendrán el mismo valor resultando un seguidor simétrico cuyo ancho total de cara será la distancia del pico máximo al pico mínimo.

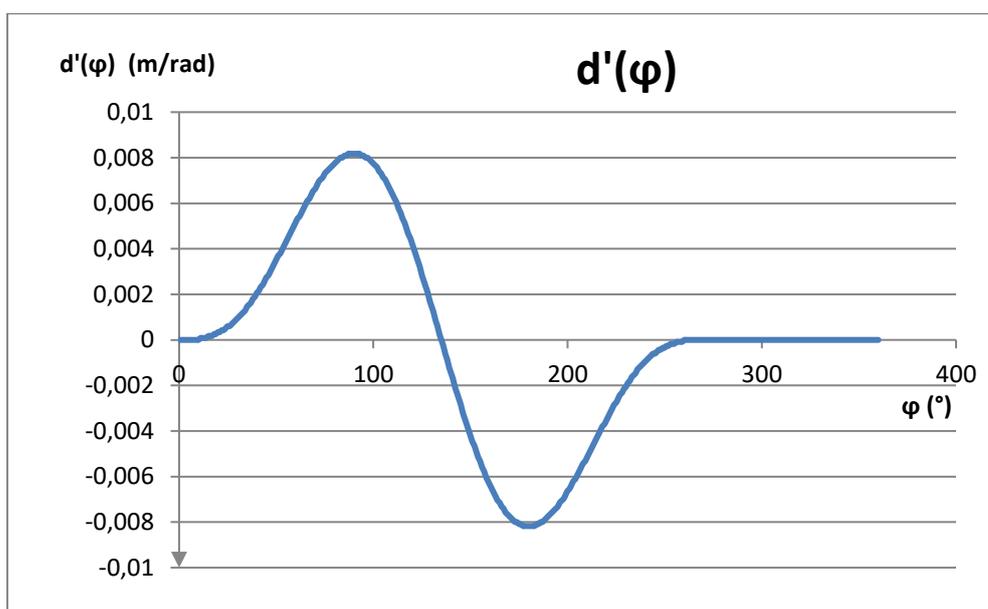


Figura 58. Representación de $d'(\varphi)$.

Una vez planteado el método de cálculo, se puede proceder a hallar el valor de a , de b y del *ancho de cara*, en nuestro caso hay que tener en cuenta lo comentado en el párrafo anterior, ya que la expresión de las velocidades es antisimétrica, y por tanto la de $d'(\varphi)$ (si no tenemos en cuenta el tramo 3 que no afectará en nuestros cálculos) como se puede ver en la Figura 58. La excentricidad es nula, por lo que los cálculos se simplifican aun más resultando:

$$d'(\varphi)_{\text{mín}} = -0,0081728 \text{ m}$$

$$d'(\varphi)_{\text{máx}} = 0,0081728 \text{ m}$$

Ahora que ya han sido calculados los valores máximo y mínimo de la expresión de $d'(\varphi)$ es posible calcular el resto parámetros, siendo estos los mínimos aceptables.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

$$a = -d'(\varphi)_{min} = 0,0081728 \text{ m}$$

$$b = d'(\varphi)_{m\acute{a}x} = 0,0081728 \text{ m}$$

$$\text{ancho total} = d'(\varphi)_{m\acute{a}x} - d'(\varphi)_{min} = 0,0163456 \text{ m} = 1,63456 \text{ cm}$$

Ese ancho de cara del seguidor es lo que se debe asegurar en la estructura donde realizar la caracterización de la leva. Evidentemente, a la hora de hacer circular el robot con las levas acopladas por la pasarela no va a haber ningún problema.

4.5.3 Ángulo de presión

El ángulo de presión β , es el ángulo formado por la dirección del movimiento o dirección de la velocidad del seguidor con la dirección de transmisión de la fuerza o normal común a la recta tangente a leva y seguidor que pasa por el punto de contacto J (Figura 59).

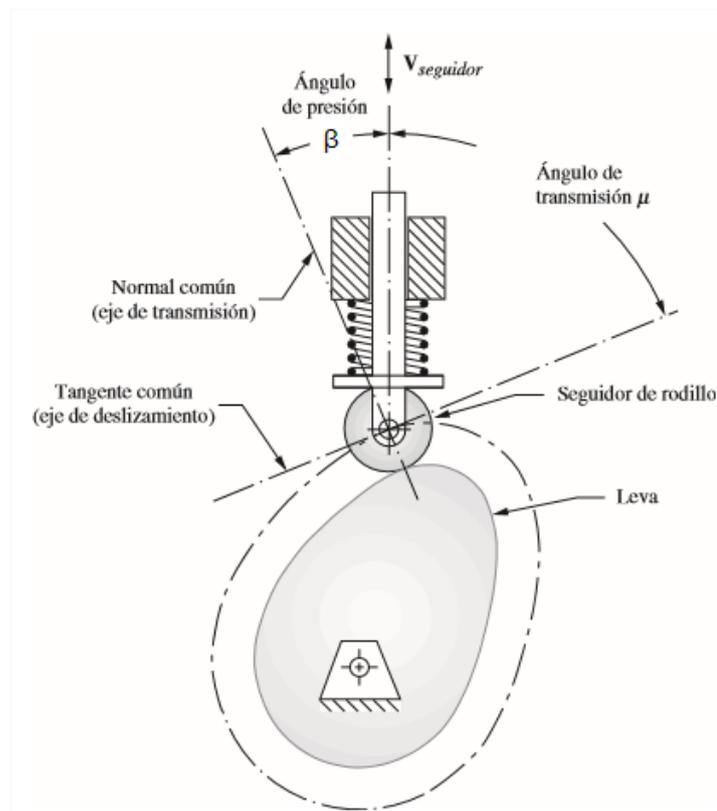


Figura 59. Ángulo de presión [3].

El ángulo de presión da una idea de la facilidad con la que el movimiento es transferido de la leva al seguidor. Si el ángulo de presión es 90° no existirá movimiento, y lo recomendable es que su valor de encuentre entre 0 y 30° para evitar cargas laterales sobre el seguidor que favorezcan el acuñaamiento y que el seguidor quede trabado en sus guías.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

No obstante, analizando el caso de seguidor de cara plana de traslación, resulta que el ángulo de presión es cero ya que la dirección de aplicación de la fuerza va a ser perpendicular a la superficie de contacto por lo tanto será perpendicular a la cara plana del seguidor (la tangente de una línea recta es esa misma línea recta) y evidentemente coincide con la dirección del movimiento (Figura 60).

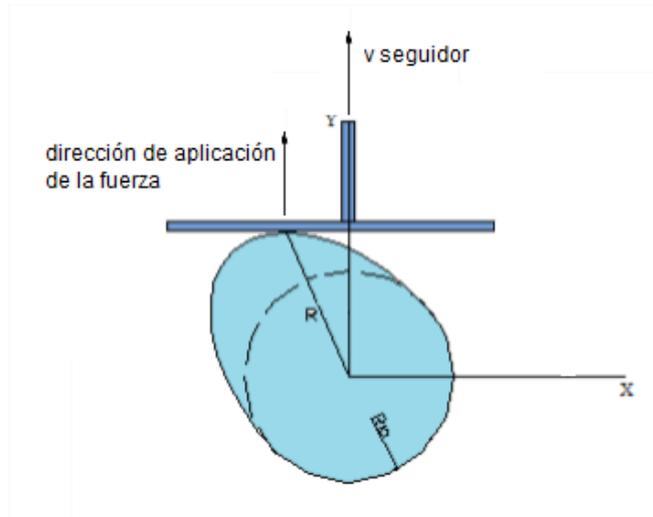


Figura 60. Ángulo de presión para leva con seguidor de cara plana.

El ángulo de presión es otro de los parámetros que ofrece *Dynacam10*, y gracias a ello se puede verificar que la deducción hecha es correcta, donde se demostró que el ángulo de presión es cero para seguidor de cara plana trasladante. En la Figura 61 se aprecia como el ángulo de presión es nulo a lo largo de todo el ciclo.



Figura 61. Ángulo de presión proporcionado por *Dynacam10*.

4.5.4 Momento de volteo

Para mecanismos formados por una leva radial de rotación y un seguidor de cara plana trasladante, como es este caso, hay que tener en cuenta el momento de volteo.

En el apartado anterior se demostró que el ángulo de presión es cero para este tipo de mecanismos.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Observando la Figura 62, al ir rotando la leva en sentido horario, el punto de contacto leva-seguidor, se va desplazando hacia la derecha, lo cual hace que la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y la parte del seguidor que va entre sus guías vaya cambiando. Por lo tanto, el momento que crea esta fuerza sobre el seguidor varía, tanto por la variación del brazo, como por la de la fuerza de la leva hacia el seguidor en cada instante. Este momento de volteo, tiende a trabar al seguidor en sus guías.

Hay dos maneras de reducir el momento de volteo,

1. Reduciendo el tamaño del radio de la circunferencia base. De esta manera se asegura que el brazo de la fuerza va a quedar reducido.
2. Optimizando la excentricidad. Como se puede ver en la Figura 62 para este caso concreto, el momento será máximo cuando el punto de contacto esté a la izquierda del centro de rotación, mientras que disminuirá considerablemente cuando se encuentre a la derecha del centro de rotación, por el efecto que tiene la excentricidad. Jugando con el valor y posición de la excentricidad, podríamos llegar a conseguir una excentricidad óptima que asegure el mínimo momento de volteo posible.

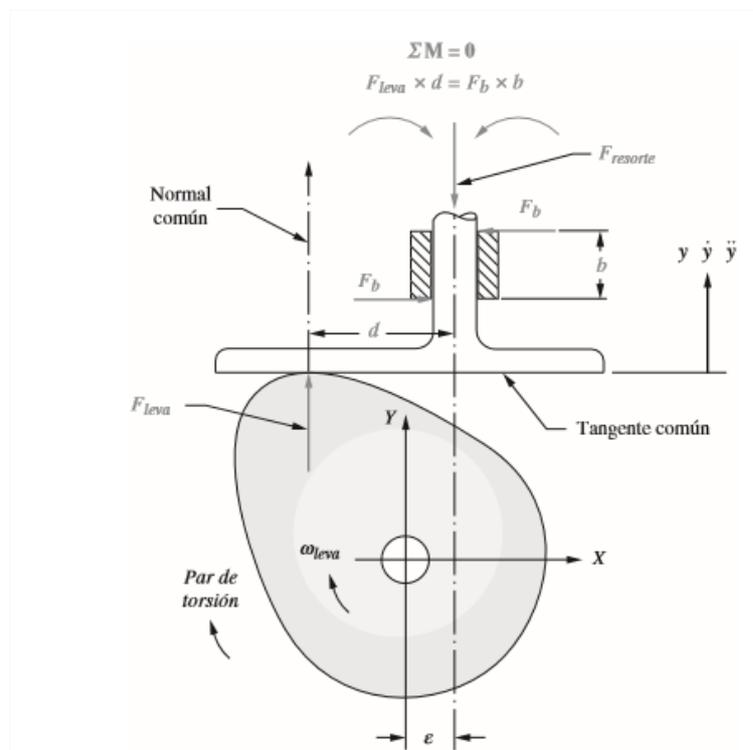


Figura 62. Momento de volteo [3].

4.6 Simulación leva con Working Model

Como el fin de este trabajo es conseguir unas fuerzas similares a las que una persona hace al caminar por una pasarela, la parte dinámica es una de las claves, por lo tanto a la hora de reproducir y analizar en *Working Model*, se introducirán los dos mecanismos mencionados a lo largo del trabajo, el ideal o convencional y el real o experimental.

El problema que se plantea es la introducción de cuerpos con formas no convencionales, como una leva, cuya expresión del contorno es compleja, y solo se puede hacer por medio de aproximaciones y toma de referencias como las que se pueden ver en la Figura 63. Estas referencias tomadas son: una circunferencia de radio 3 centímetros (igual al círculo base la leva), una circunferencia de 4 centímetros (ya que es la distancia a la que se encuentra el punto más alejado del contorno de la leva respecto del centro), y por último varios puntos por donde pasa el contorno de la leva, tomados de la Figura 51.

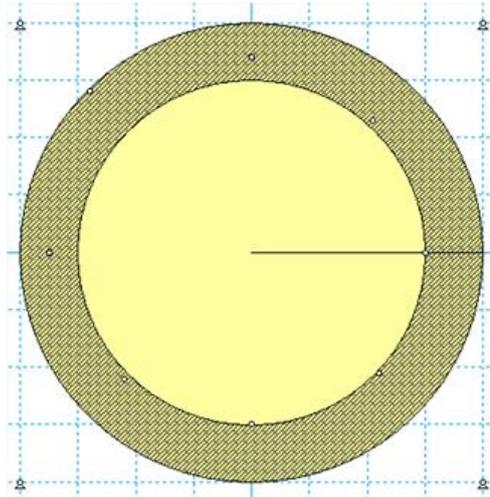


Figura 63. Referencias tomadas para la introducción de la leva en *Working Model*.

Uniendo los puntos tomados como referencia, por medio del polígono curvo de varios puntos (Figura 27), se obtiene un perfil que se asemeja a la leva diseñada anteriormente y se puede ver en la Figura 64.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

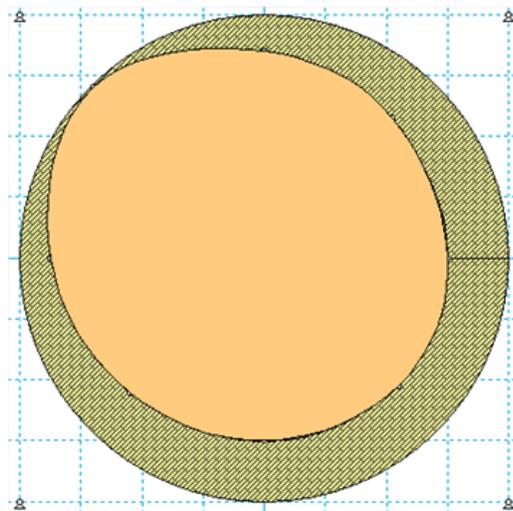


Figura 64. Leva dibujada en Working Model.

El siguiente paso es eliminar todos los elementos introducidos menos la leva y añadir el resto de componentes del **mecanismo ideal**. El seguidor, igual que se hizo para la leva de excéntrica, se le limita al movimiento al vertical y se evita que gire gracias a la ranura de punto cuadrado. La masa efectiva introducida al mecanismo es de 1 Kg y el motor, colocado en el centro de la circunferencia base, tendrá una velocidad de rotación de a 11.624 rad/s como se calculó anteriormente. El mecanismo completo se puede observar en la Figura 65.

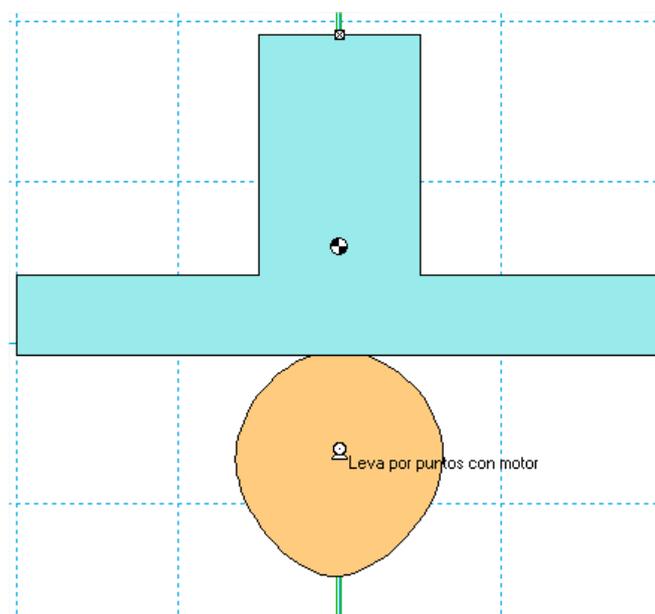


Figura 65. Mecanismo leva-seguidor en Working Model. Modelo ideal.

Ejecutando el software y representando los datos obtenidos (Figura 66), *Working Model* ofrece la solución en función del tiempo, en este caso, entre 4

Diseño de levas para simular la locomoción humana

y 5 segundos de ejecución es tiempo más que suficiente para conseguir varios ciclos de movimiento de la leva.

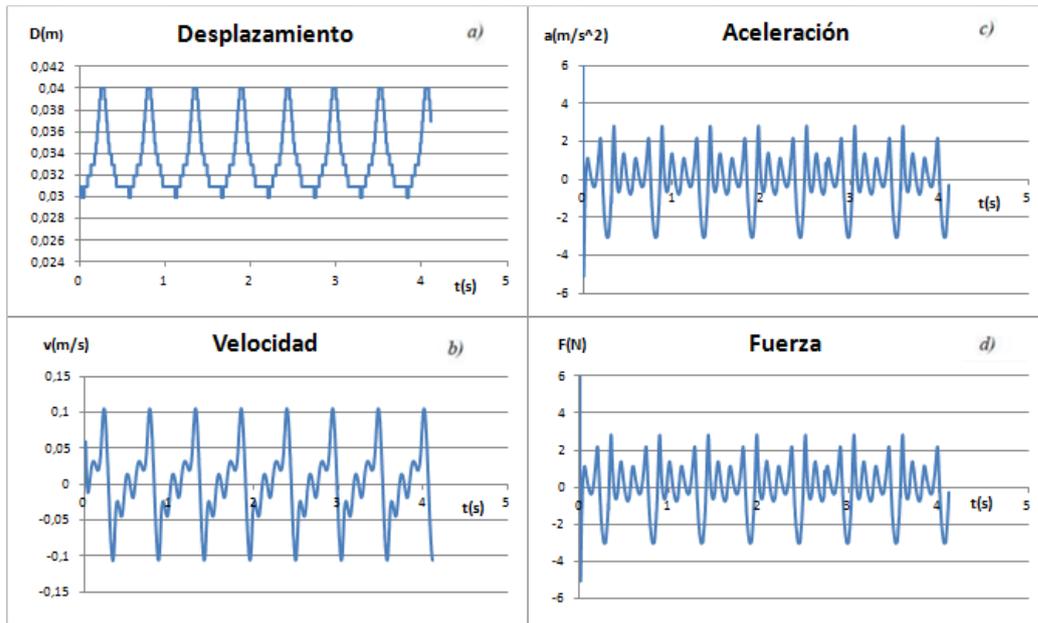


Figura 66. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza de la leva en el seguidor con WM.

Para realizar una comparación precisa con lo hallado por medio del cálculo analítico y con *Dynacam10*, es preferible filtrar la señal en un solo ciclo (Figura 67), y además hacerlo en función del ángulo girado por la leva en vez de en función del tiempo. Por último, y al igual que se hizo para la leva de excéntrica, se escogerá un ciclo de mitad de señal, evitando el último, que no es un ciclo completo y el primero, donde existe un problema en el inicio del contacto leva-seguidor, ya que no se tiene la suficiente precisión de colocar los dos cuerpos de tal manera que contacten perfectamente a la hora de iniciar el ciclo. Esto es algo que el propio software se encarga de solventar en los instantes siguientes.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

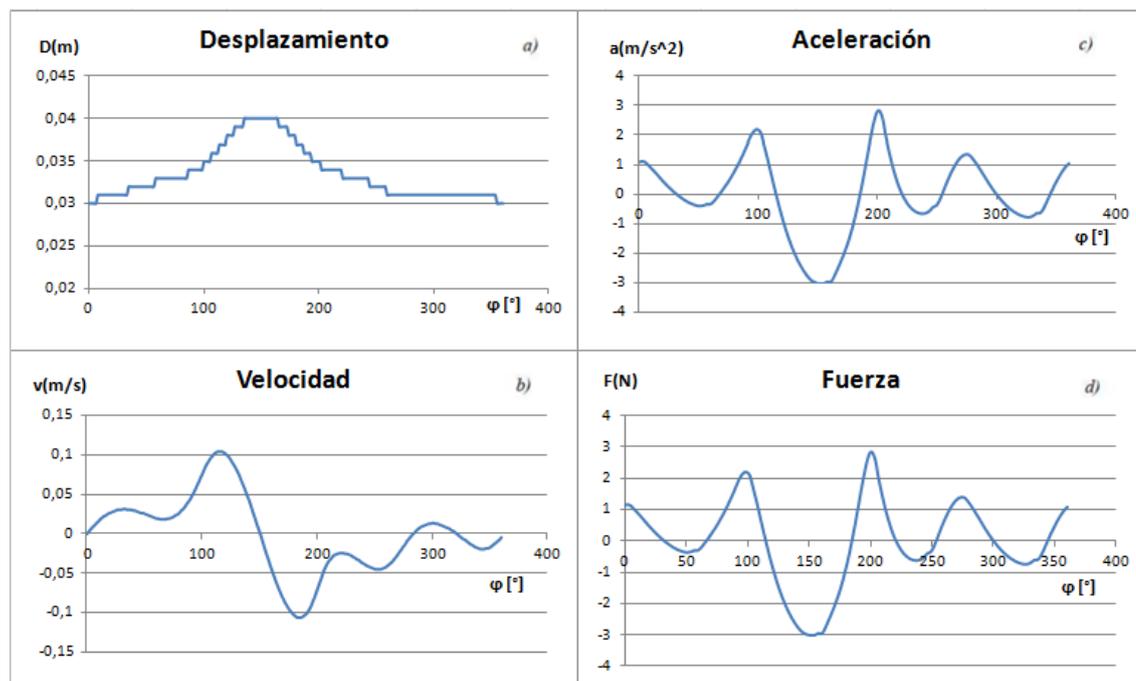


Figura 67. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza de la leva en el seguidor con WM (1 ciclo).

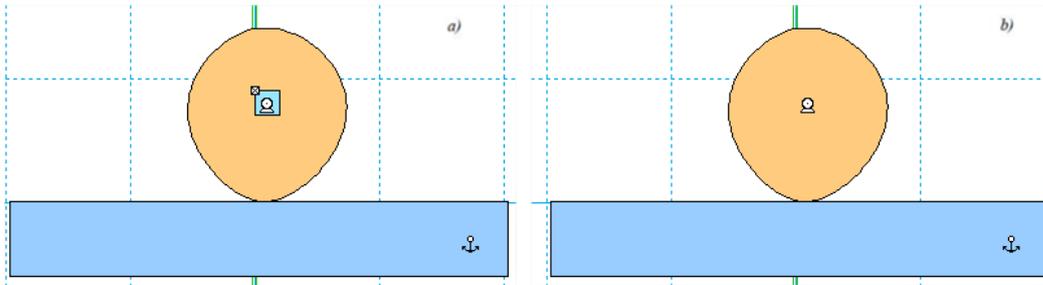
Lo primero que salta a la vista tras un vistazo rápido del diagrama de desplazamientos es la aparente poca precisión en él, el problema es que al manejar cuerpos pequeños (leva de radio 3 centímetros), el software ofrece precisión hasta las milésimas, es por ello que el diagrama tiene forma escalonada. También es posible apreciar que tanto el diagrama de aceleraciones como el de fuerza coinciden, debido a que la masa efectiva del mecanismo es 1 Kg.

Otra de las cuestiones a destacar es la cantidad de saltos en los diagramas de velocidad, aceleración y fuerzas, evidentemente esto es debido a la inexactitud a la hora de dibujar el contorno de la leva, como se comentaba antes, se realiza por aproximación y guiándose por referencias, por eso, Working Model no es un programa ideal para el cálculo cinemático y dinámico de levas cuyo contorno no sea circular. No obstante, bastaría con observar los diagramas anteriormente hallados tanto analíticamente (Figura 46) como por medio de Dynacam10 (Figura 49) para darse cuenta que salvo por los picos ya mencionados, las formas de los diagramas obtenidos por los tres métodos, coinciden.

A continuación se realiza el estudio del **mecanismo real** de la leva. Para confeccionarlo se ha introducido la misma leva que en el mecanismo ideal. Básicamente la diferencia con el mecanismo de leva de excéntrica real es la leva propiamente dicha, manteniéndose el resto de cuerpos y condiciones idénticas. Un rectángulo fijo es el que reproduce la viga, la masa efectiva de la

Diseño de levas para simular la locomoción humana

viga es 1 Kg, el motor rota a 11.624 rad/s y se ha colocado un cuadrado, ligado a una guía de punto cuadrado que solo permite el desplazamiento en el eje Y e impide el giro. Gracias a ello, el motor queda sujeto al cuadrado y permite su movimiento vertical (Figura 68.a), obviamente por acción de la gravedad la leva permanecerá en todo momento en contacto con la viga



Una vez ha sido introducido el mecanismo y tras ejecutarlo, se representan los datos obtenidos en desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas (Figura 69).

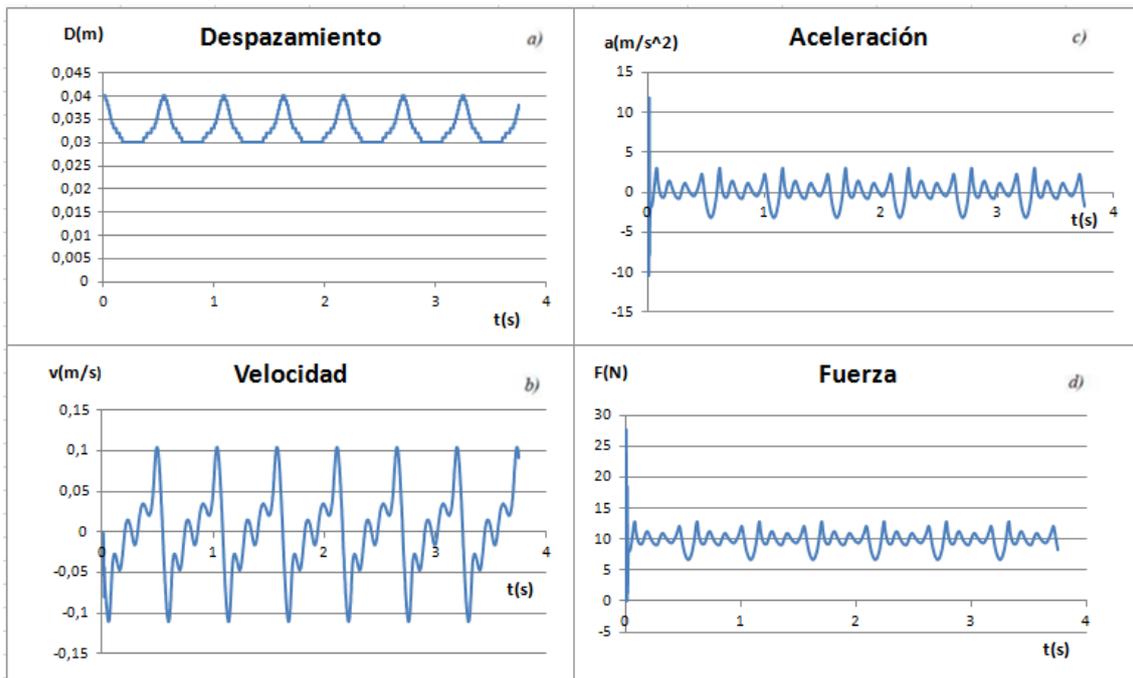


Figura 69. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza de la leva en el seguidor WM.

Una vez más, y como se ha ido explicando a lo largo de todo el documento, se filtra la señal en un solo ciclo (Figura 70). Este ciclo vuelve a ser uno de los centrales, ya que el inicial está afectado por la falta de precisión a la hora de colocar ambos cuerpos y el final está incompleto. Nuevamente, se pasa de

Diseño de levas para simular la locomoción humana

una señal en función del tiempo, a una señal en función del ángulo girado por la leva.

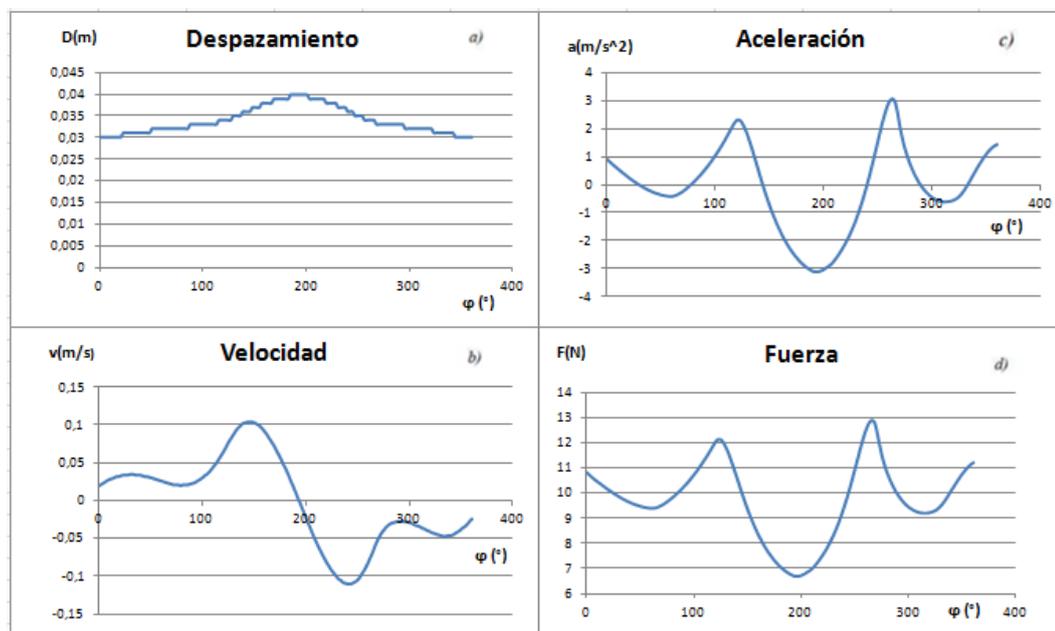


Figura 70. a) Desplazamiento. b) Velocidad. c) Aceleración. d) Fuerza de la leva-seguidor WM (1 ciclo).

Observando la Figura 70, se comprueba que la única diferencia entre el mecanismo ideal y el real está en el aspecto dinámico (fuerzas), mientras que el desplazamiento, velocidad y aceleración son exactamente los mismos. En cuanto a la fuerza, vuelven a aparecer los problemas antes comentados, debido a la poca precisión a la hora de representar una leva cuyo contorno no es circular. No obstante, en comparación con lo obtenido por medio del cálculo analítico (Figura 48), el diagrama de fuerzas sale en un rango de valores similares y la forma es bastante parecida salvo por los picos.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

5 Experimentación

A lo largo de todo el trabajo, se ha venido comentando que el mecanismo leva seguidor que se está buscando, no es el mecanismo convencional por todos conocido. Para realizar la caracterización del mecanismo, se ideó un modelo llamado **modelo real**, en el cual la leva rotará sobre una placa en contacto con una célula de carga. Gracias a esta célula se consigue medir las fuerzas que el mecanismo realiza. La peculiaridad de este mecanismo es que el eje de rotación de la leva no permanece fijo si no que se desplaza verticalmente, siendo ésta la única y principal diferencia entre los mecanismos leva-seguidor convencionales y el que será reproducido en el laboratorio.

5.1 Instrumentos y equipos empleados

Los equipos utilizados para poder llevar a cabo estas mediciones de fuerzas fueron:

- Robot Lego
- Célula de carga
- 4 placas de apoyo de la célula de carga y robot
- 2 pinzas para sujeción del robot
- 1 servomotor
- 2 Levas de excéntrica
- 2 Levas

Con el diseño realizado a lo largo de todo el documento, el primer paso para la toma de datos en el laboratorio es la fabricación de las 4 levas en una impresora 3D, para ello, se dibujan en *Catia* y se imprimen en PLA (ácido Poliláctico).

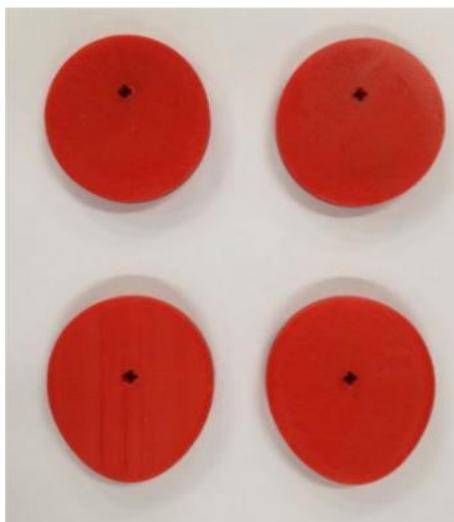


Figura 71. Dos levas de excéntrica (parte superior) y dos levas (parte inferior).

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Una vez impresas las levas y a nuestra disposición se monta la estructura para la toma de datos, primeramente, se atornilla la célula de carga a dos placas, una de ellas encima que hará de base entre la célula y el robot y otra debajo donde apoyará la célula de carga. Esta segunda placa a su vez va apoyada en otras dos placas más pequeñas, que contactarán con una superficie suficientemente rígida y estable, el suelo o una mesa, de esta manera evitamos el vaivén de la estructura producido por los tornillos de las placas.



Figura 72. Estructura célula de carga y 4 placas.

Lo siguiente es acoplar las levas al robot de lego, que lleva incorporado 3 servomotores, pero para el experimento solo será necesario activar el que mueve el eje de rotación de las levas. Se coloca el robot encima de la placa superior, y concretamente sobre la célula de carga para medir con la mayor precisión posible. Además por medio de dos pinzas, se ancla el robot a la placa superior de manera que se limita su movimiento.

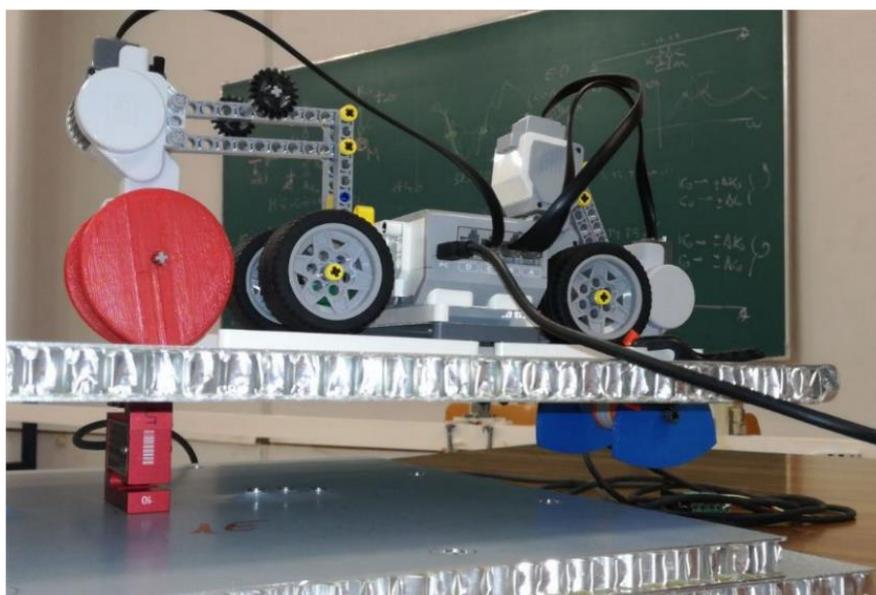


Figura 73. Robot Lego montado sobre estructura.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Como se puede apreciar en la Figura 73, ambas levas están perfectamente alineadas con la célula de carga.

Por último, y para conseguir que el mecanismo reproduzca lo estudiado a lo largo de todo el trabajo, se le debe dar una masa efectiva de 1 Kg, ya que todos los cálculos anteriores están hechos con este valor. Para ello, se le colocan al robot unos pesos (Figura 74) lo más cerca posible del eje de la célula de carga, si éstos estuviesen alejados, la masa no tendría el mismo efecto. No obstante, y antes de incluirle estas masas, por medio del *DEWESoftX2* (software que interpreta los datos que recoge el sistema de adquisición de datos *Sirius*) se resetea el peso medido por el software de la placa superior más el robot sin masas, de esta manera, la peso añadido será la masa efectiva del mecanismo. El peso de las masas incluidas es de 994,2 gramos.



Figura 74. Masas añadidas al mecanismo.

En la Figura 75, se puede apreciar la estructura conjunta montada, con el robot y su servomotor conectado (los otros dos, los traseros, quedan desconectados), los pesos y las pinzas de agarre a la placa superior.

Diseño de levas para simular la locomoción humana



Figura 75. Robot de lego acoplado con las levas y los pesos.

Una vez montada toda la estructura, y conectados los equipos se puede iniciar la toma de datos. Por medio del software *LEGO MINDSTORMS EV3*, se programa la potencia del motor (porcentaje de la potencia máxima) y el número de vueltas.



Figura 76. Programación del Robot con *LEGO MINDSTORMS EV3*.

En este caso se ha realizado un cálculo experimental para conseguir el porcentaje de la potencia del motor que aporte una velocidad de rotación de 111 revoluciones por minuto. Precisamente, esta velocidad de giro es la introducida para los cálculos realizados por los otros 3 métodos (cálculo analítico, *Dynacam10* y *Working Model*).

Se tomaron tres valores del tiempo que tarda el mecanismo en dar 11,1 vueltas (a diferentes potencias), que es la décima parte de las que debería dar en un minuto. Por lo tanto, para que el motor rote a la velocidad impuesta, debería tardar 6 segundos (décima parte de un minuto) en dar esas 11,1 vueltas. Estos valores se recogen en la tabla 1.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Tabla 1. Tiempos recogidos a diferentes potencias.

Porcentaje P	Tiempo 1 (s)	Tiempo 2 (s)	Tiempo 3 (s)	\bar{X}
10	37,85	38,09	37,97	37,97
20	19,93	19,81	19,87	19,87
30	13,15	13,07	13,23	13,15
40	10,38	10,4	10,47	10,42
50	8,27	8,1	8,14	8,17
60	6,88	6,98	6,95	6,94
70	5,7	5,75	5,73	5,73
80	5,11	5,12	5,00	5,08

Los tiempos se calcularon con un cronómetro de ahí su desviación, por eso se han tomado tres valores para cada potencia y se trabaja con la media (última columna). A partir del 80% no se han tomado valores ya que el motor va demasiado revolucionado y se complica la medición.

La representación de la media en el tiempo y su posterior ajuste por una función potencial, se recoge en la Figura 77. El ajuste no es perfecto, aunque a la vista de los datos anteriores, es evidente que el porcentaje de la potencia que dará las revoluciones del motor deseado estará entre el 60% y el 70%.

$$y = 347,9 * x^{-0,967} \quad (46)$$

Despejando la x de la ecuación anterior e introduciéndole a la y el valor de 6 segundos, se obtiene que el porcentaje de la potencia del motor, que aportará 111 revoluciones por minuto a las levas sea del 66,6%.

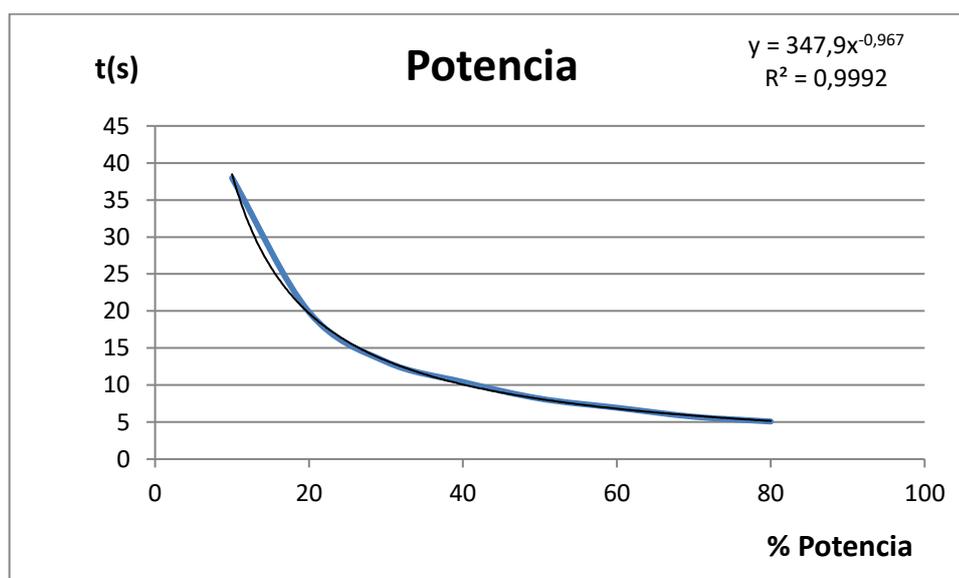


Figura 77. Representación de la potencia en función del tiempo y ajuste por potencia.

5.2 Toma de datos e interpretación

Una vez todo montado y preparado se procede a la toma de datos, para ello se ejecuta el software *LEGO MINDSTORMS EV3*, donde es introducido el número de vueltas y la potencia del servomotor. Por medio de *DEWESoftX2* se registra la señal y se exportan los valores a una hoja de cálculo de Excel.

Primeramente se realiza el experimento para la **leva de excéntrica** y a continuación para la leva de contorno no circular.

La Figura 78. Fuerza producida por la leva de excéntrica medida con la célula de carga muestra la señal registrada en función del tiempo. La primera zona, prácticamente constante, corresponde con el peso propio de la estructura montada (es decir, de los pesos colocados, se recuerda que se reseteó el peso de la estructura sin masas adicionales). En la segunda zona el motor está girando y las levas hacen variar la fuerza sobre la célula de carga. Por último, en la tercera zona y tras el amortiguamiento, se vuelve al peso inicial, de aproximadamente 9,8N.

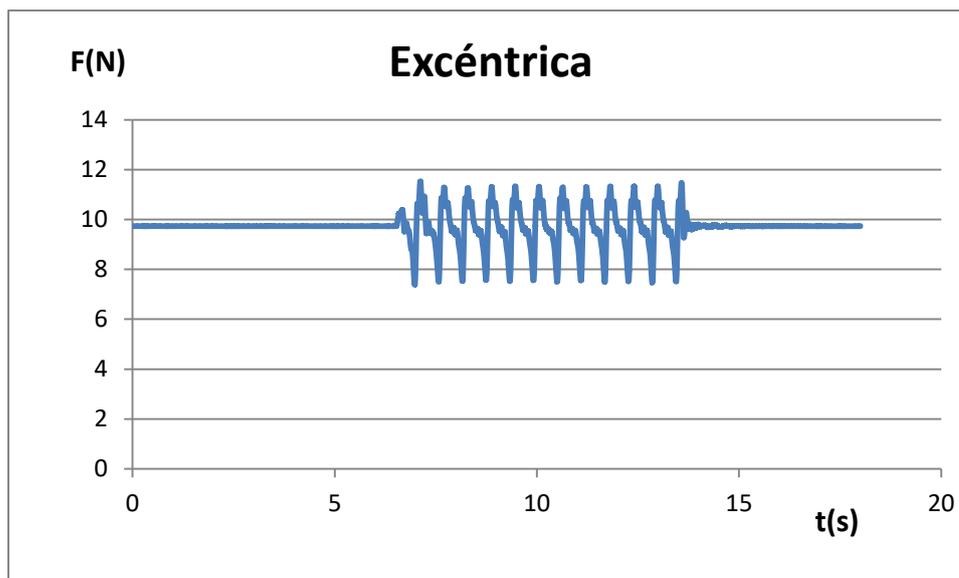


Figura 78. Fuerza producida por la leva de excéntrica medida con la célula de carga.

Al igual que para la simulación con *Working Model*, el hecho de tener varias zonas residuales y bastantes ciclos, dificulta a la hora de realizar la comparación con otros métodos. Es por ello que se filtra la señal en un solo ciclo como se observa en la Figura 79.

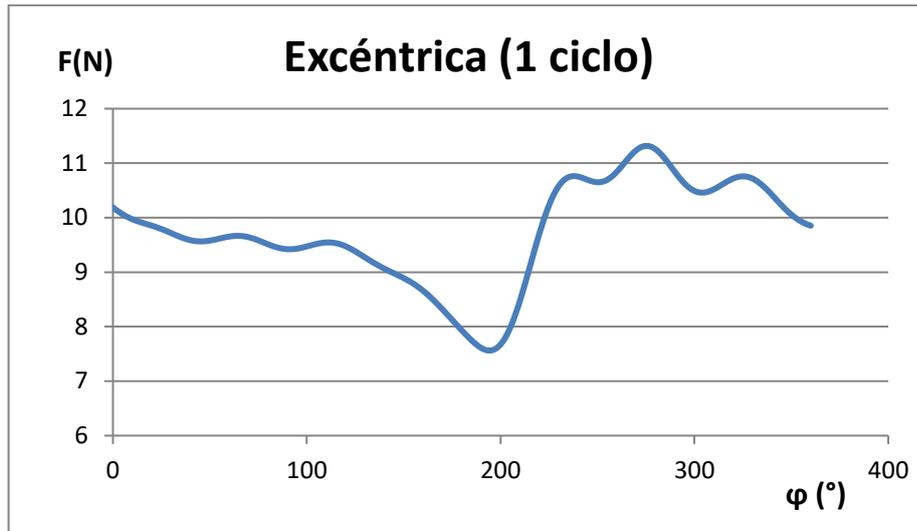


Figura 79. Fuerza producida por la leva de excéntrica en un ciclo, medida con la célula de carga.

Comparando el ciclo de fuerzas medido por la célula de carga con el calculado por el método analítico teórico (Figura 22), se observa que la forma del diagrama y los valores son bastante similares, un primer tramo de bajada, un segundo tramo de subida y un tercer tramo de nuevo de bajada con valores entorno a los 10 N.

Se repiten exactamente los mismos pasos para la **leva de contorno no circular** e igualmente se vuelve a obtener un diagrama de fuerzas en torno a 9.8 N (la masa se ha estimado en 994,2 gramos y tras multiplicarlo por la gravedad, se comprueba que ese valor es correcto), con un primer tramo constante, un segundo tramo donde las levas están girando y un tercer tramo de nuevo constante.

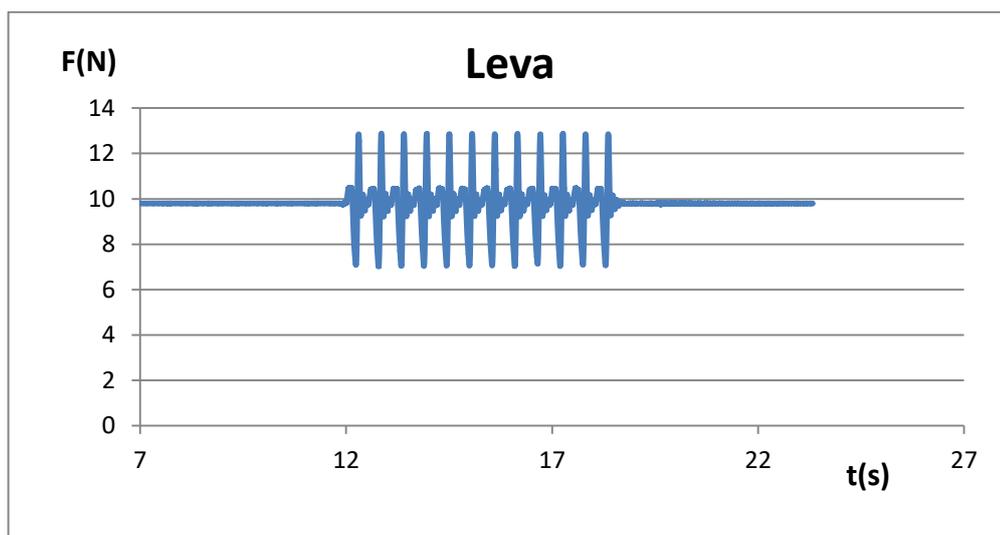


Figura 80. Fuerza producida por la leva de excéntrica medida con la célula de carga.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

De nuevo se vuelve a filtrar la señal para un solo ciclo, y comprándolo con lo obtenido por el método analítico teórico (Figura 48), se aprecia que la forma se parece, con un primer tramo (hasta 100 grados) por encima de los 9,8 N, en el segundo tramo se llega a una pronunciada bajada donde se alcanza el mínimo absoluto, para después volver a subir hasta el máximo absoluto en lo que sería el tercer tramo, finalmente, la rotación de la leva por su parte circular de radio 3 centímetros lleva al cuarto tramo o de detenimiento, donde la señal se estabiliza alrededor de los 9.8 N.

Tanto en el tramo 1 (de 0 a 100 grados) como en el tramo 3 (de 175 a 225 grados) ambas subidas deberían ser similares y llegar al mismo punto (máximo) ya que la leva tiene un eje de simetría.

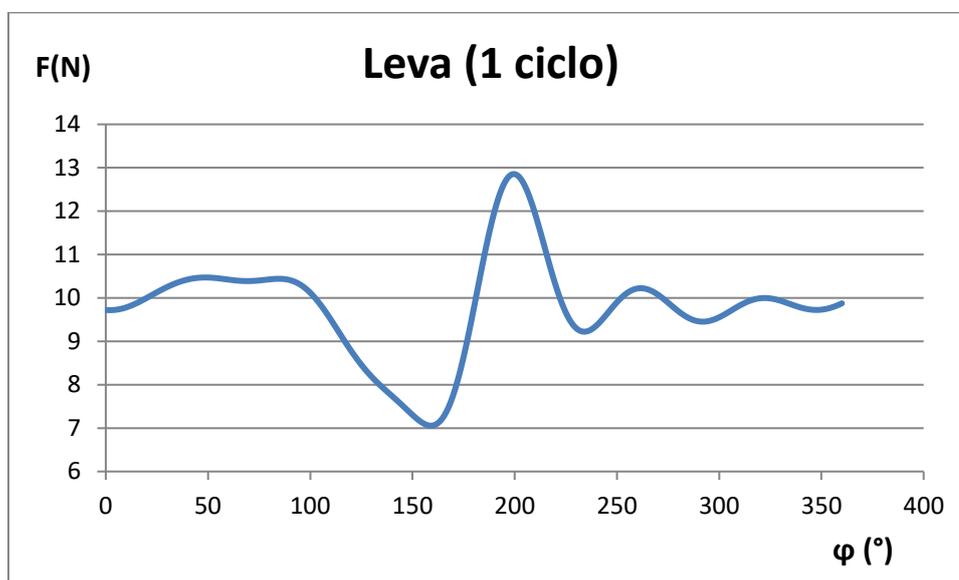


Figura 81. Fuerza producida por la leva de excéntrica en un ciclo, medida con la célula de carga.

Evidentemente, es complicado conseguir la reproducción exacta en el laboratorio de lo calculado teóricamente, primero porque toda fabricación va a tener pequeños defectos prácticamente inapreciables. Además la estructura montada está hecha con piezas de Lego, con lo que esto conlleva a juegos, holguras, movimientos no deseados etc. El servomotor empleado no está del todo preparado para trabajar con tanto peso y a la hora de hacerlo girar hace que las levas acopladas no giren con velocidad de rotación constante (aunque esta variación no es demasiado grande), no obstante, gracias a las altas revoluciones de giro este efecto se minimiza.

Por todo ello, en los diagramas de fuerzas tanto de la leva como de la leva de excéntrica, pese a que las formas se parezcan a lo calculado teóricamente, no lo reproduzcan exactamente, produciéndose algunos picos indeseados.

6 Conclusiones

Tras la finalización del trabajo, puede concluirse que los objetivos planteados al inicio del mismo se han cumplido.

Resumidamente, se puede concluir que:

- En los dos modelos empleados para el estudio (real e ideal), tanto para la leva de excéntrica como para la leva de contorno no circular, coincide totalmente la parte cinemática, encontrándose las diferencias en la parte dinámica debido a la posición del seguidor respecto de la leva. Es por ello que es necesario realizar este modelo real, ya que con el ideal no se reproduce lo exactamente las fuerzas verticales que un peatón realizar al caminar por una pasarela.
- Leva de excéntrica, su diseño es muy sencillo, ya que la función que marca el desplazamiento del seguidor es el movimiento armónico simple. Y los dos únicos parámetros a tener en cuenta son el radio y el valor de la excentricidad.
- Leva de contorno no circular, su diseño es complejo, aunque teniendo claro el mecanismo a estudiar (tipo de leva, tipo de seguidor, tipo de movimiento..., etc.), es posible encontrar algunas simplificaciones que lo faciliten. También se debe hacer una verificación del perfil de la leva obtenido, para comprobar que no va a haber ningún tramo problemático. Además son muchos los parámetros a tener en cuenta a la hora del diseño, algo que dificulta el hecho de llegar a una solución de compromiso. En este caso, para realizar el diseño y dado que el punto de partida es un gráfico de fuerzas (Figura 1), se han empleado simultáneamente tanto la teoría de levas como el software *Dynacam10*, gracias a esta sinergia se ha conseguido llegar a la solución buscada.
- En cuanto a los métodos utilizados tanto para el diseño como para las simulaciones se extraen algunas conclusiones:
 - I. Método de diseño analítico, teoría de levas.

Por medio de la aplicación de la teoría de levas se puede conseguir prácticamente lo que se quiera, el problema es la cantidad de tiempo necesaria debido a la complejidad de los cálculos (en comparación con el software *Dynacam10* que en apenas unos segundos lo calcula). Cuando el modelo se sale fuera de lo convencional, como es el caso, éste es el método a emplear ya que es totalmente flexible y es posible adecuarlo a prácticamente todas las pretensiones.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

- II. Método de diseño por medio del software Dynacam10.

Dynacam10 solo está preparado para el diseño de levas convencionales, es decir, que giren respecto de un eje cuyo desplazamiento quede limitado. En este caso, no es posible reproducir el modelo real con este software, ya que el eje de la leva tiene movimiento vertical. Este software es excelente para el diseño de cualquier tipo de leva, teniendo claros los parámetros de diseño, ya que ofrece todos resultados gráficos y es fácil apreciar si estamos en lo correcto o no, además que en unos segundos y tras introducirle los cambios pertinentes se puede obtener una nueva solución, ideal para realizar iteraciones.
- III. Método de simulación por medio del software Working Model.

Este método de simulación es ideal para realizar las pertinentes comprobaciones y verificaciones tras el diseño. Permite gran flexibilidad en cuanto a los elementos incluidos, con la capacidad de introducirle todos los parámetros deseados. La limitación de este software se encuentra a la hora de introducir formas geométricas enrevesadas, como puede ser una leva cuyo contorno está gobernando por una compleja ecuación. Precisamente por esto, no es un programa preparado para trabajar con levas de contorno no circular, pero si para trabajar con levas de excéntrica.
- IV. Método experimental en el laboratorio.

Es lo más parecido a la realidad, trabajando a una escala determinada. Requiere el diseño, la fabricación y el montaje de la estructura para la toma de datos. En cuanto a las limitaciones encontradas, son las mismas tanto para la leva como para la leva de excéntrica, defectos en la fabricación, la estructura con piezas de lego aporta flexibilidad a la hora de conseguir prácticamente cualquier forma, aunque al poner en marcha el mecanismo los movimientos no son los deseados. El motor de lego no tiene la suficiente fuerza ni es del todo preciso para trabajar con algunos pesos. Además la superficie de contacto leva-placa no es la ideal y no se consigue rodadura perfecta, patinando en algunos tramos del ciclo. La transmisión de la fuerza de la leva a la placa superior, y de la placa superior a la célula de carga introduce algunos valores residuales en fuerzas. Pese a todo ello, se consiguen unos valores bastante similares a los calculados en los apartados teóricos, con algunos picos indeseables.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

- Por último, se realiza una comparación de los diagramas de fuerzas obtenidos por tres de los cuatro métodos descritos anteriormente, exceptuando el *Dynacam10*, donde se vio que no estaba preparado para reproducir el modelo real.

Leva de excéntrica

Partiendo de la base de que el diseño analítico tiene detrás la teoría de levas, es el método respecto del cual se harán las comparaciones. De un simple vistazo de los diagramas de fuerzas, se observa que el *Working Model*(Figura 34) reproduce exactamente los resultados obtenidos teóricamente (Figura 22), mientras que el modelo propuesto en el laboratorio no lo hace (Figura 79), aunque sí la forma y el rango de valores de actuación. Los motivos de estos problemas son las limitaciones expuestas tras la descripción del método, no obstante, estas desviaciones no son del todo preocupantes ya que el fin se consigue.

El resumen de lo anterior se puede observar claramente en la Figura 82, donde la curva de fuerzas teóricas se superpone con la hallada por medio del *Working Model* debido a la exactitud.

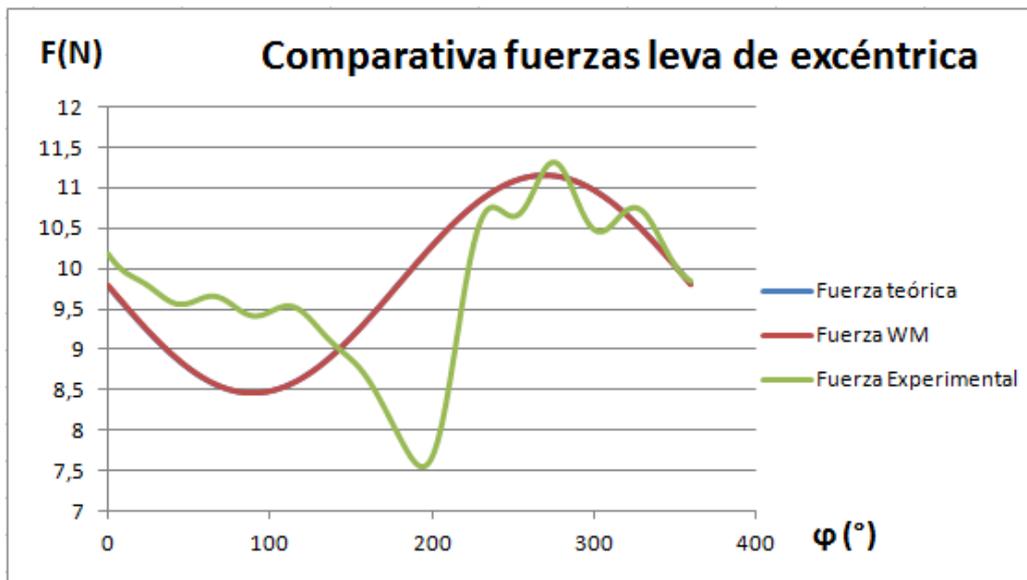


Figura 82. Diagrama comparativo de fuerzas producidas por la leva de excéntrica.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Leva de contorno no circular

Del mismo modo, se puede realizar una comparación de los diagramas de fuerzas obtenidos para el mecanismo de la leva de contorno no circular, respecto de los logrados a partir de la teoría de levas (Figura 48). Por medio del *Working Model* (Figura 70), se consigue un gráfico de fuerzas con forma similar, aunque con los picos más pronunciados, el rango de valores vuelve a coincidir. El hecho de que este software no reproduzca exactamente las fuerzas es debido a la falta de precisión a la hora de dibujar un cuerpo cuyo contorno tiene una forma compleja, como una leva. Por otro lado, en cuanto al modelo implantado en el laboratorio (Figura 81) aparecen los mismos problemas que para la leva de excéntrica, forma y valores similares, pero algunos picos a mayores. No obstante, el fin último del trabajo se consigue ya que lo que se está buscando es que las fuerzas obtenidas experimentalmente sean similares en forma a las que una persona ejecuta en el tránsito por una pasarela (Figura 1).

En la Figura 83 se superponen los diagramas de fuerzas obtenidos tanto por el método teórico, como por medio de *Working Model* o el diagrama logrado en el laboratorio.

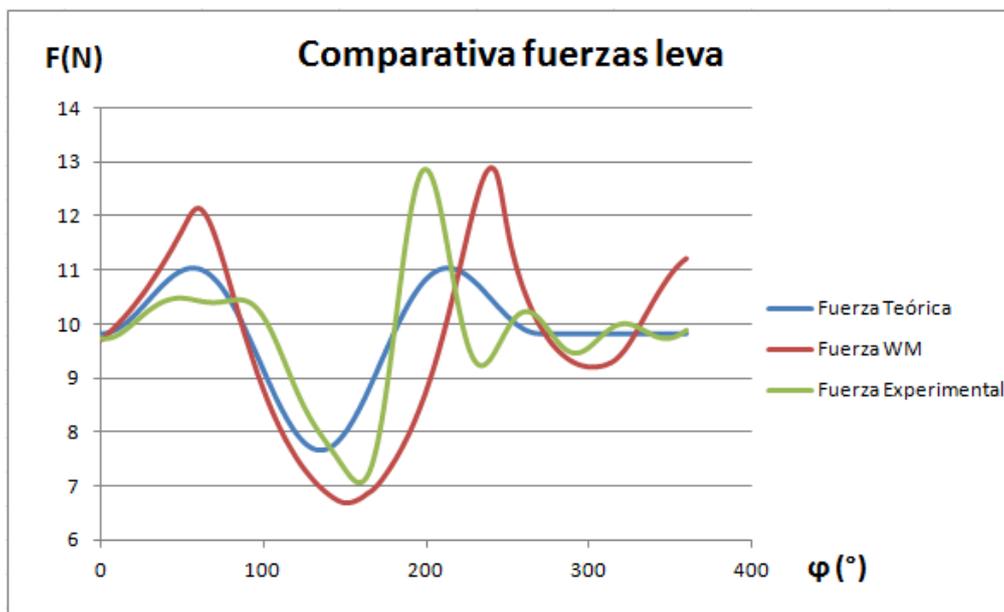


Figura 83. Diagrama comparativo de fuerzas producidas por la leva.

7 Líneas de futuro

Las líneas de investigación en el futuro podrían ir enfocadas a conseguir otro mecanismo, diferente a las levas y a las levas de excéntrica, de manera que se puedan controlar más o menos, y tras un diseño minucioso, las fuerzas que generan, para equipararlas a las condiciones de las que se parte. De tal manera que sea apropiado y a ser posible que evite expresiones complejas en su contorno para el momento de la simulación con *Working Model* o la fabricación con la impresora 3D.

A continuación de lo realizado en este trabajo, y aprovechando los diseños, resultaría interesante colocar el robot sobre una viga que simule una pasarela y ponerlo a andar, con las levas ejerciendo de elementos motrices y produciendo una fuerza en la viga en cuestión. De esta manera se podría conseguir a una escala determinada y siempre teniendo en cuenta las limitaciones del laboratorio, simular el tránsito de una persona por una pasarela, realizando un modelo que permita ser extrapolado al caso real. Aparte de la fuerzas también sería interesante medir vibraciones, frecuencias y modos, de tal manera que se pueda realizar un estudio de los problemas de la resonancia.

Otra línea de investigación que podría ser interesante sería mejorar el robot de lego, quizás con algunas articulaciones para asemejarlo a un peatón, o introduciendo motores más precisos y controlables. También será posible conectar más servomotores y más levas, de tal manera que se consiga reproducir el tránsito de varias personas por una pasarela.

Diseño de levas para simular la locomoción humana

Bibliografía

- [1] Zivanovic, P. Pavic, A. Reynolds, P. (2004) *Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation*. Sheffield: University of Sheffield.
- [2] Martínez Arias, Andrés. (2015) *Simulación del tránsito peatonal en pasarelas esbeltas*. Valladolid: Universidad de Valladolid. Trabajo Fin de Grado.
- [3] Norton, Robert L. (2007[1992]) *Diseño de maquinaria. Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*. 4^o edición. Worcester: McGraw-Hill Book Company
- [4] Cardona, Salvador. Clos, Daniel (2001) *Teoría de máquina*. Barcelona: Universidad politécnica de Cataluña, pp. 89-114.
- [5] Serrano Muñoz, Alejandro M. (2010). *Diseño, análisis, y simulación de levas planas. Aplicación informática CAM-DAS*. Leganés: Universidad Carlos III de Madrid. Trabajo Fin de Carrera.