



Universidad de Valladolid

TRABAJO DE FIN DE GRADO

GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA MENCIÓN GENERALISTA

**EL MÉTODO SINGAPUR APLICADO A LA ENSEÑANZA
DE FRACCIONES**

AUTOR: David Fernández Debrán
TUTORA: María del Carmen Martín Yagüez

ÍNDICE

ÍNDICE.....	1
INTRODUCCIÓN.....	4
CAPÍTULO 1. JUSTIFICACIÓN.....	6
1. RELEVANCIA DEL TEMA ELEGIDO.....	6
2. VINCULACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL CURRÍCULO OFICIAL GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA.....	7
CAPÍTULO 2. OBJETIVOS.....	8
CAPÍTULO 3. CONTEXTO HISTORICO.....	10
1. HISTORIA DE LAS FRACCIONES.....	10
I. ORIGEN.....	10
II. ¿CÓMO SURGEN LAS FRACCIONES?.....	13
III. TIPOS DE FRACCIONES.....	14
CAPÍTULO 4: MARCO TEORICO DEL MÉTODO SINGAPUR.....	16
1. ¿CÓMO SURGIÓ EL MÉTODO SINGAPUR?.....	16
2. EDITORIAL MASHALL CAVENDISH EDUCATION.....	18
3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	18
I. JEROME BRUNER.....	18
II. ZOLTAN PAUL DIENES.....	21
III. RICHARD SKEMP.....	22
4. ELEMENTOS DEL MÉTODO SINGAPUR.....	24
5. MÉTODO SINGAPUR PARA TRABAJAR LAS FRACCIONES.....	28
CAPÍTULO 5: PROPUESTA EDUCATIVA.....	36
CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES.....	52
REFERENCIAS.....	60
ANEXOS.....	64
1. ANEXO I.....	64
2. ANEXO 2.....	65
3. ANEXO 3.....	78

RESUMEN

La evolución del aprendizaje matemático conlleva cierto rechazo por el alumnado conforme al aumento de su dificultad. La motivación del aula se ve mermada al utilizar algunas metodologías tradicionales. En este trabajo, se plantea y lleva a cabo una propuesta alternativa basada en el Método Singapur. Esta metodología está basada en un trabajo manipulativo por parte del alumnado, que evoluciona a trabajo pictórico y por último al razonamiento abstracto de los conceptos matemáticos. En esta propuesta trabajaremos la subárea de las fracciones, observando una mejoría en la comprensión y solución de problemas matemáticos.

PALABRAS CLAVE

Método Singapur, motivación, propuesta alternativa, fracciones, matemáticas.

ABSTRACT

The mathematic learning evolution imply a sort of rejection by the student body as it rises its level of difficulty. The class motivation is decreased when the traditional methodologies are used. This work sets out and it carries out an alternative proposal based on the Singapur Method. This methodology is based on a manipulative work from the student body, which developes to a pictorial work and finally to an abstract reasoning of the mathematics concepts. Whit this proposal we will work the subarea of fractions, with an observable improvement in the understanding and solutiono of the matemathics problems.

KEY WORDS

Singapur Method, motivation, alternative proposal, fractions, mathematics.

INTRODUCCIÓN

Con este Trabajo de Fin de Grado en Educación Primaria, pretendo exponer otra metodología aplicable al aula de matemáticas. Para ello, he puesto en práctica el Método Singapur aplicado al sub-área matemática de las fracciones. Gracias a ello, puedo comparar los resultados obtenidos en los diferentes cursos. Este TFG consta de 7 capítulos que se muestran de la siguiente forma:

CAPÍTULO 1. Exposición de la importancia hacia las competencias del título de Grado en Educación Primaria de aplicar una nueva metodología en el área matemática. De esta manera, se puede cambiar la percepción negativa del alumnado hacia esta área de conocimiento.

CAPÍTULO 2. Planeamiento de los distintos objetivos o propósitos a conseguir con la realización de este trabajo. Este capítulo contiene un objetivo global y cinco objetivos más específicos que derivan del anterior.

CAPÍTULO 3. En este capítulo se realiza un recorrido histórico desde la aparición de las fracciones, como surgen y su aplicación en la actualidad.

CAPÍTULO 4. En este capítulo se plantean el marco teórico del método Singapur. Introducción de su origen, impulsada por la Editorial *Mashall Cavendish Education*. Fundamentación teórica del método, sus elementos y el trabajo metodológico con las fracciones.

CAPÍTULO 5. Propuesta educativa en la que se procederá a aplicar el Método Singapur con el alumnado de los cursos superiores de Educación Primaria.

CAPÍTULO 6. Conclusiones en referencia a los resultados obtenidos en el aula de la propuesta llevada a cabo. Además, se procederá a comparar los análisis del marco teórico con los resultados obtenidos, valorando de forma global la aplicación del método.

CAPÍTULO 1. JUSTIFICACIÓN

Este capítulo aborda la importancia del Trabajo de Fin de Grado en Educación Primaria, así como su vinculación con el currículo oficial y la relación de las competencias del título en Grado de Educación Primaria.

1. RELEVANCIA DEL TEMA ELEGIDO

Las matemáticas, como área de estudio, son habitualmente rechazadas por el alumnado desde los primeros años de su enseñanza. Desde la infancia, la propuesta matemática en las aulas genera confusión y desconcierto pese a todo el tiempo dedicado a la misma, lo que deriva en un futuro rechazo según aumenta la dificultad. Este es el principal motivo de mi elección de Trabajo de Final de Grado en el marco de Educación Primaria de la Universidad de Valladolid.

Mi idea consiste en aplicar el método Singapur, planteando una posible alternativa para esta situación generada durante décadas. Para ello, tenemos que desarrollar una propuesta metodológica que consista en motivar a las nuevas generaciones. Las Matemáticas no tienen por qué enseñarse de forma sistemática o cual dogma. Hay que despertar en el alumnado el gusto y la curiosidad matemática para evitar el rechazo existente en las generaciones futuras.

El área de estudio matemático se divide en múltiples ramas. Bajo mi criterio, una de las más difíciles es el tema que estudia las fracciones. Esta enseñanza comienza en 3º de Educación Primaria, según el *Boletín Oficial del Estado de Castilla y León (BOECyL)*, y se desarrolla hasta la Educación Secundaria Obligatoria, donde se concluye su enseñanza.

El *Método Singapur* trata las matemáticas con una metodología muy distinta a la que se utiliza actualmente en los Centros Educativos. Este sistema desarrolla un aprendizaje tanto dinámico como manipulativo y constructivo. El alumnado es el impulsor de su conocimiento mediante materiales y pictogramas, utilizando situaciones reales que dan un enfoque más útil.

Al utilizar esta metodología matemática podemos comprobar que se cambia la visión global de las matemáticas por parte del alumnado. El Método Singapur utiliza un nuevo enfoque menos conceptual y memorístico, lo que genera una mayor comprensión de los mecanismos matemáticos.

Para lograr un completo desarrollo del aprendizaje matemático, resulta básica la verbalización por parte de la clase acerca de los mecanismos utilizados. El trabajo en grupo aumenta la motivación personal del alumnado para adquirir los conocimientos necesarios. Esto resulta clave a la hora de propiciar un cambio de mentalidad en el aula a todos los niveles.

2. VINCULACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL CURRÍCULO OFICIAL GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA.

Según la ORDEN ECI/3857/2007, del 27 de diciembre, se establecen las premisas por las cuales se verifica el título Universitario Oficial que habilita para ejercer como Maestro en Educación Primaria. Al finalizar el Grado en Educación Primaria en la Universidad de Valladolid. Tras la finalización del TFG, me gustaría destacar algunas de ellas:

Diseñar y regular espacios de aprendizaje en contextos de diversidad y que atiendan a la igualdad de género, a la equidad y al respeto a los derechos humanos que conformen los valores de la formación ciudadana.

Mantener una relación crítica y autónoma respecto de los saberes, los valores y las instituciones sociales públicas y privadas.

Colaborar con los distintos sectores de la comunidad educativa y del entorno social. Asumir la dimensión educadora de la función docente y fomentar la educación democrática para una ciudadanía activa.

Valorar la responsabilidad individual y colectiva en la consecución de un futuro sostenible.

Reflexionar sobre las prácticas de aula para innovar y mejorar la labor docente. Adquirir hábitos y destrezas para el aprendizaje autónomo y cooperativo y promoverlo entre los estudiantes

Por medio de este TFG, pretendemos dar a conocer metodologías alternativas a las utilizadas tradicionalmente. Asimismo, fomentamos el aprendizaje mediante el trabajo en grupos, dentro de un área en la que apenas se desarrolla.

CAPÍTULO 2. OBJETIVOS

El propósito de la realización de este Trabajo de fin de Grado radica en crear un interés general del alumnado con las matemáticas. Para ello, es básica la introducción de una nueva metodología de trabajo diferente a las utilizadas tradicionalmente.

En este sentido, nos proponemos el siguiente objetivo general:

- Desarrollar, llevar a cabo y evaluar una nueva metodología alternativa a las aplicadas en los Centros Educativos. Esta propuesta se desarrolla de forma tal que la forma de ver las matemáticas por el alumnado pasa a ser positiva.

Este objetivo general se concreta gracias a los siguientes sub-objetivos que especifican lo siguiente:

1. Analizar la forma de trabajo del alumnado en el tema de las fracciones dentro de las matemáticas.
2. Fomentar el trabajo en grupo por parte del alumnado. Crear un ambiente de positivo a la hora de resolver actividades.
3. Impulsar la verbalización de los distintos procesos matemáticos por parte del alumnado, tanto entre compañeros y compañeras como hacia el profesorado.
4. Facilitar la forma de resolver problemas matemáticos por medio de la aplicación de un método.
5. Analizar las conductas del alumnado durante y después de cada sesión impartida debido a la intervención educativa.

A continuación, procedo a exponer la investigación y desarrollo del Método Singapur, centrándome en el tema de las fracciones. Desde el estudio de este método hasta la puesta en práctica en el aula de una propuesta basada en esta metodología, han demostrado en otros países que este método es interesante para solucionar los problemas existentes con respecto a las matemáticas.

CAPÍTULO 3. CONTEXTO HISTORICO.

1. HISTORIA DE LAS FRACCIONES

I. Origen

Los “quebrados” o fracciones existen desde las primeras civilizaciones, entre ellas los babilonios, egipcios y griegos por orden cronológico. Podemos encontrar varias causas que implicaron el origen de las fracciones:

- i. Existían divisiones con muy poca exactitud que complicaban la fiabilidad de los resultados.
- ii. Las unidades de medida de longitud

Desde el libro de aritmética de Al-Juarizmi, Juan de Luna tradujo la palabra “*al-Kasr*” al latín “*fractio*” en el siglo XII. El significado más básico de la palabra “*fractio*” o fracción es el de quebrar, romper.

Los escribas egipcios operaban con un método fraccionario más complejo que el que utilizamos en la actualidad. Se basa en utilizar una fracción cuyo numerador es siempre la unidad. Utilizaban un símbolo que representaba la “parte” seguido por el valor del denominador en forma de raya para representar la fracción.

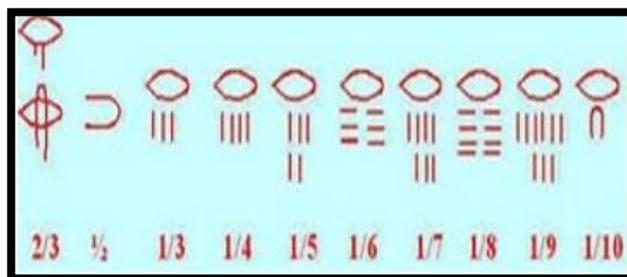


Imagen I. Escritura fraccionaria hierática.

(Estrategia Didáctica para la Enseñanza Aprendizaje de las Fracciones Implementando Herramientas Virtuales, por Lorena Amador Parra)

La representación jeroglífica de estas fracciones tenía algunas excepciones, cuya representación adjunto al lado de cada fracción:

$$\frac{1}{2} \text{ } \text{[símbolo jeroglífico de 1/2]}$$

$$\frac{2}{3} \text{ } \text{[símbolo jeroglífico de 2/3]}$$

$$1/4 \times$$

$$3/4 \text{ III}$$

Con la tabla anterior y las fracciones señaladas como excepcionales, conseguían realizar un mayor rango de operaciones.

El *Papiro de Ahmes* o *Papiro Rhind* es un documento matemático de unas dimensiones de 6 metros de longitud por 33 centímetros de anchura. Se encuentra en un alto estado de conservación y está escrito en hierática (escritura egipcia que simplificaba los jeroglíficos, donde se representaban signos arbitrarios en vez de los objetos, lo que se asemeja más a las letras de un alfabeto). Está escrito aproximadamente en 1650 a.C. por el escriba Ahmes, quien da nombre al papiro.

Al principio del texto se puede leer el título de “*cálculo exacto para entrar en conocimiento de todas las cosas existentes y de todos los oscuros secretos y misterios*”.

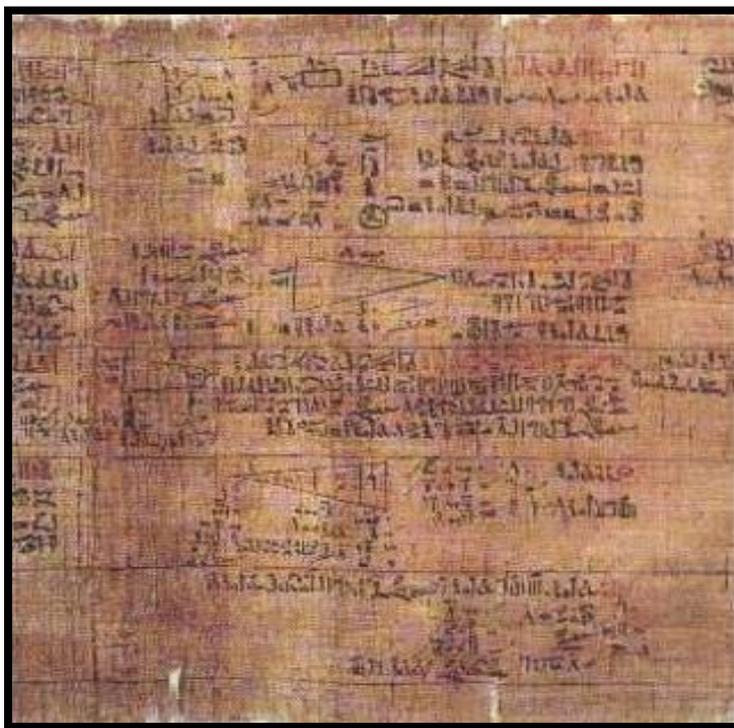


Imagen II. Detalle Papiro Rhind

(Egiptología.org)

Consta de 87 problemas de carácter matemático y la solución de cada uno de ellos. Dentro de ellos se pueden ver distintas áreas de estudio, entre ellas la aritmética, fracciones, cálculo de áreas y volúmenes, progresiones aritméticas y repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica. A lo largo de la resolución de los distintos problemas podemos

observar algunos fallos. Esto se debe a que este papiro es una recopilación de textos más antiguos, de aproximadamente 1850 a.C.

El matemático Richard J. Gillins recopila todos estos datos y problemas en un libro publicado con el título de *“Mathematic in the Time of Pharaohs”*. Como conclusión, podemos afirmar que los conocimientos aportados por Ahmes en el papiro de Rhind nos sugieren que los egipcios ya conocían algunas relaciones fraccionarias matemáticamente hablando. Es decir, utilizaban un sistema de reducción que les permitía agrupar las fracciones, simplificando las operaciones entre ellas.

Las fracciones surgen como resultado de un contexto de medida y reparto, aunque no fue hasta el siglo VI d.C. cuando se llegaron a establecer unas reglas básicas sobre las operaciones de fracciones.

Los sumerios utilizaban el sistema sexagesimal para resolver problemas matemáticos, así como posteriormente se desarrolló en Babilonia, donde se usaba un denominador único: $\frac{1}{60}$.



Imagen III. Sistema Sexagesimal en fracciones.

(Blogspot Matemáticas maravillosas)

Desarrollaron un sistema de notación tal que aproximaba decimalmente de forma muy exacta.

Los hindúes fueron los responsables de establecer unas reglas básicas que permitiesen la operación entre fracciones de forma aproximada. Las reglas básicas del sistema fraccionario se centran en resolver el problema de notación de las mismas. Fueron los hindúes los que contribuyeron al desarrollo posterior de las mismas mediante la notación numerador / denominador, aunque no utilizaban la raya para separar dichos términos.

En China se desarrolló un estudio matemático que buscaba simplificar las operaciones fraccionarias. Este estudio proporcionó los conocimientos que utilizamos en la actualidad respecto al “*Mínimo común denominador*”, es decir, buscaban reducir el denominador de las fracciones para realizar operaciones con las mismas. En el libro anónimo “*Chóu-pei*”, escrito alrededor del 1105 a.C., podemos encontrar algunas de las simplificaciones de denominador que se utilizaban en la época:

- Incluye el número $247\,993 / 1460$
- Incluye divisiones de 119 por $182\frac{5}{8}$, por lo que se multiplicaba previamente por 8.

Otras de las más conocidas hazañas de la cultura China es la alteración de los decimales para simplificar algunas fracciones. Tras la manipulación de las mismas, es más fácil realizar operaciones.

En la civilización griega se trabajaba con sistemas de numeración alfabética. Es bien conocida la sabiduría de los matemáticos griegos respecto a la geometría. En el Siglo IV a.C., Euclides define en sus *Libros VII y VIII* “*Elementos de geometría*”, la fracción, así como realiza un estudio muy profundo de las propiedades de la misma. La representación de las fracciones surgió de forma geométrica. Es decir, utilizaban las fracciones, numeradas con letras, para definir longitudes de forma racional.

Por último y no menos importante, la cultura árabe también destacó en el estudio fraccionario de las matemáticas. La mejora más notable es la introducción de un *Sistema de Numeración Indoarábigo* a partir del sistema existente aportado por la cultura hindú. Durante el siglo XI y XII, matemáticos árabes como Omar Khayyam y Nasir-Eddin presentan la idea actual de *número*, más aproximada a como se trabaja en la actualidad. Al igual que los hindúes, no utilizaban la raya que separa el numerador y denominador.

En la obra de Abul Hassan Al-Uqlidisi en el siglo X, *Libro de los capítulos de la Aritmética India*, aparecen por primera vez las fracciones con gran exactitud decimal. Hay que remarcar, que no es hasta el siglo XV cuando se trabajó con las fracciones decimales en operaciones.

II. ¿Cómo surgen las fracciones?

Las fracciones surgen como respuesta a situaciones cotidianas que requieren dividir un todo en partes. Esta situación se da cuando queremos repartir algo a partes iguales o medir una magnitud que es diferente al múltiplo de la medida unitaria.

Mediante las fracciones utilizamos el cociente de dos números naturales expresado en forma de fracción, que mediante la abstracción podemos introducir a los números racionales.

III. Tipos de fracciones

El siguiente esquema muestra una clasificación de los diferentes tipos de fracciones. Hay que aclarar que se puede aproximar el concepto de fracción de formas muy complejas y diferentes.

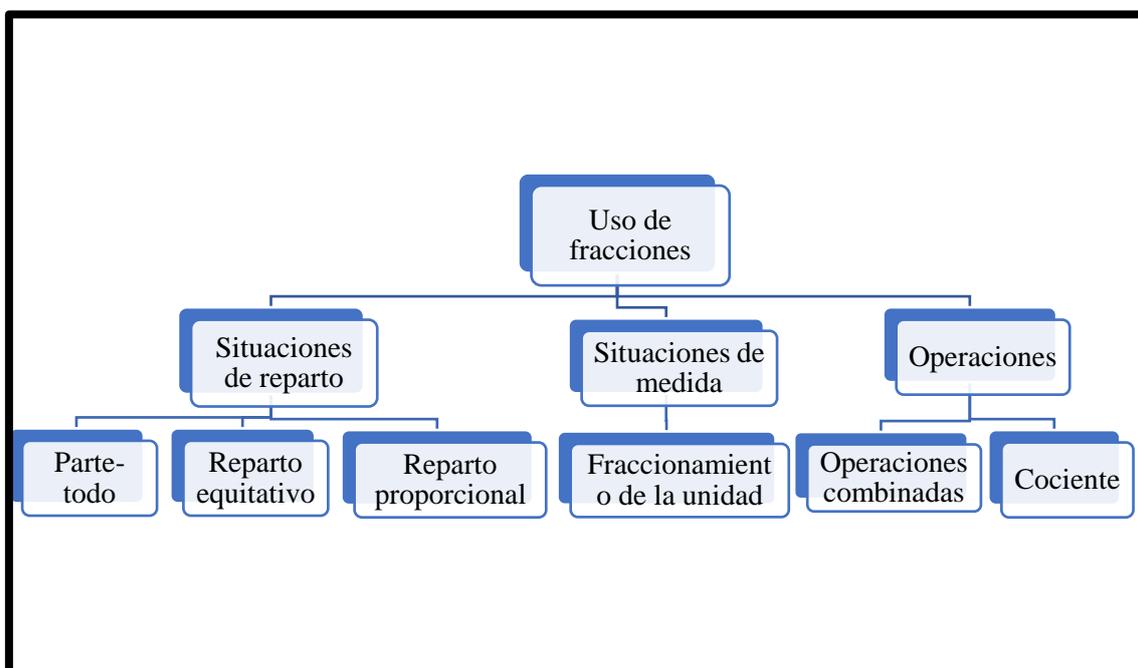


Imagen IV. Esquema orientativo del uso de fracciones

i. Situaciones de reparto

En las situaciones de reparto nos podemos encontrar:

Parte todo: en este caso se divide en partes iguales la unidad y se toman algunas de esas partes. Puede estar formado por uno o más objetos. Estas situaciones de reparto son las que se van a utilizar en la Educación Primaria. La razón principal de su uso es que se puede encontrar fácilmente en la mayoría de las actividades relacionadas con las fracciones.

Reparto equitativo: el número de objetos que queremos repartir no es múltiplo del número de personas entre las que se efectuara el reparto. El objeto a repartir puede ser dividido en partes sin que pierda sus propiedades. Cuando nos encontramos con resto estamos obligados a dividir la unidad en tantas partes iguales para poder repartirlo de forma equitativa.

Reparto proporcional: de una cantidad en partes que guarden una cierta relación: en este caso no se realiza un reparto equitativo entre los individuos. Sino que cada individuo contribuye o recibe en función de una jerarquía establecida. La relación entre las cantidades repartidas puede ser de tipo aditivo o de tipo multiplicativo según se mantenga constante el cociente o la diferencia entre las cantidades a repartir.

ii. Situaciones de medida.

Por fraccionamiento de la unidad. En esta situación existe una magnitud de medida de cierta cantidad que no equivale a la unidad o alguno de sus múltiplos. Con el fin de precisar lo máximo posible dividimos la unidad en partes iguales. Si tenemos el numerador y denominador de una fracción, llamado $\frac{a}{b}$ unidades, expresamos que tenemos una unidad dividida en b partes iguales y que la unidad de magnitud a medir es igual a un número a de dichas partes iguales.

iii. Operaciones

Como cociente son aquellos que se representan comúnmente con dos números divididos por una línea, como en el ejemplo siguiente: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ó $\frac{3}{4}$ y representan el cociente de dos números enteros. Es decir, representa la división de dos números y en sí es ya una solución. El número anotado arriba se le llama numerador y al anotado en la parte de abajo el denominador.

Numerador / Denominador

Tenemos varias opciones de operación:

- Trueque: situación en la que un individuo entrega una cantidad de objetos (a) a otro individuo, que le entrega a cambio otra cantidad de objetos (b), estableciendo una relación tal que $a:b$.
- Transformación o estudio de un objeto en el que se compara con un estado pasado o futuro, diferente al actual. Es decir, si tenemos una cantidad de magnitud, se utiliza la fracción como operador sobre la cantidad inicial para obtener la cantidad final. Por ejemplo, si inicialmente tenemos una unidad de magnitud equivalente a 12 unidades y finalmente tenemos $\frac{5}{6}$ de la cantidad inicial, tendremos que multiplicar la cantidad inicial por la fracción final:

$$12 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = 10$$

- División no entera: aproximamos la ecuación en la que tenemos $a \cdot x = b$, donde tenemos a y b que no son divisibles entre ellos y con b distinto de 0, al despejar x tenemos una fracción en forma de cociente a/b .

CAPÍTULO 4: MARCO TEORICO DEL MÉTODO SINGAPUR

1. ¿CÓMO SURGIÓ EL MÉTODO SINGAPUR?

A principios de los años 1980 el Ministerio de Educación de Singapur, se propuso realizar un cambio en las metodologías empleadas. Todo esto fue debido a los malos resultados obtenidos en el área de Matemáticas.

Para ello realizaron distintas investigaciones para encontrar una metodología apropiada y más efectiva. Dicho trabajo, ha ido dando sus frutos en los resultados obtenidos en los informes TIMSS, que en 2015 daba una puntuación en el área de las Matemáticas de 618. Colocando a Singapur como uno de los países de referencia en cuanto a la metodología empleada.

En España en este mismo informe ha obtenido 505 puntos en Matemáticas y, por tanto, se sitúa por encima del promedio TIMSS de 500 puntos de los 49 países participantes, aunque por debajo de la media de los países de la OCDE (525) y de la UE (519). En los mejores resultados los han logrado Singapur (618), Corea del Sur (608), Japón (593) e Irlanda del Norte (570).

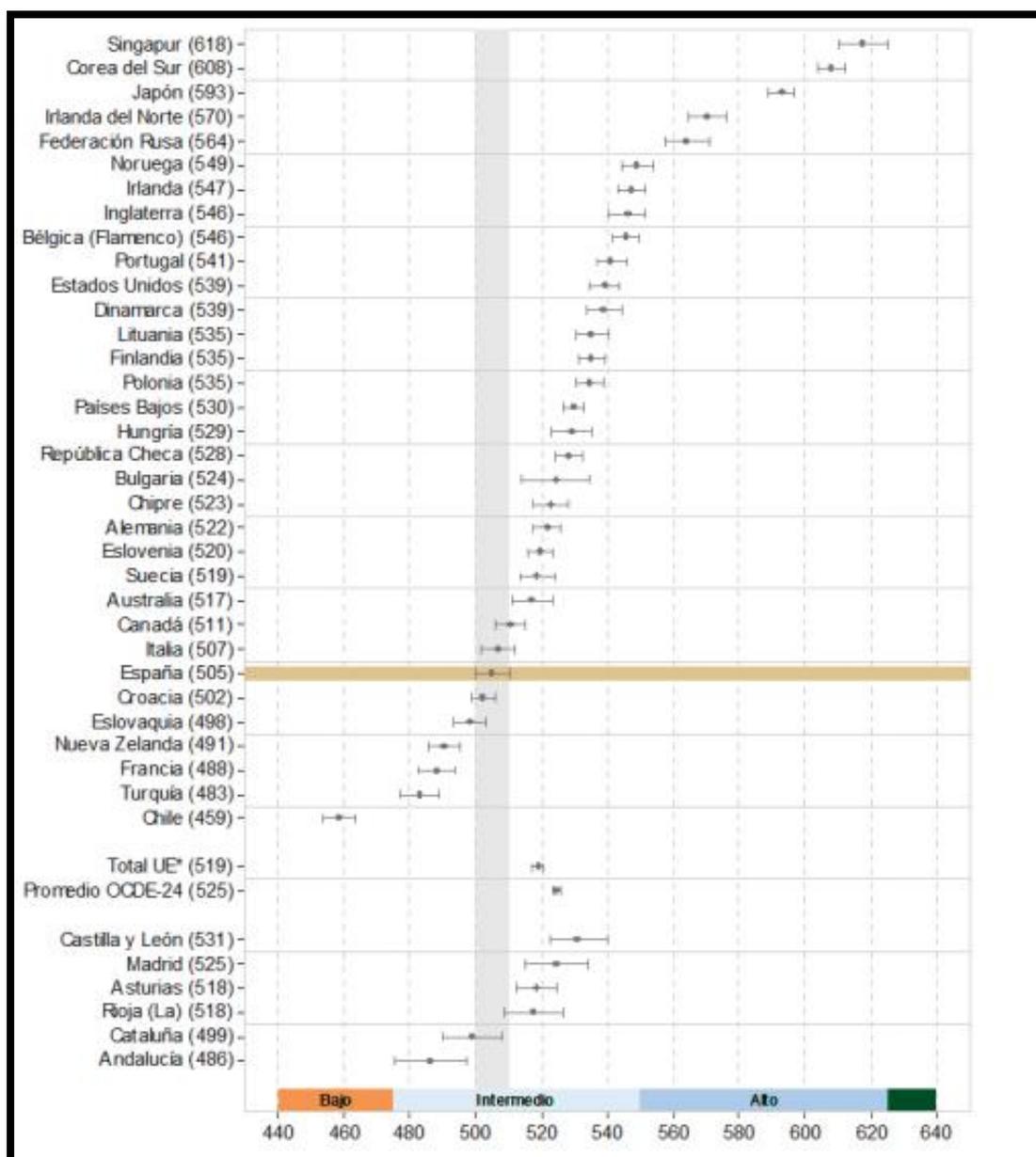


Imagen V, Gráfica promedio de resultados de Matemáticas según TIMSS

El eje fundamental de dicho éxito está basado en el uso de una pedagogía y unos materiales didácticos que son el fruto de décadas de investigación.

El país ha desarrollado y perfeccionado una forma de trabajar que se encuentra fundamentada en los estudios y aportaciones realizadas por expertos tales como Jerome Bruner, Richard Skemp, Jean Piaget, Lev Vygotsky y Zoltan Deines. Estas aportaciones se han puesto en práctica lo que ha llevado a dicho país a ocupar las primeras posiciones de los informes TIMSS y el informe PISA.

2. EDITORIAL MASHALL CAVENDISH EDUCATION

En 1982, el Ministerio de Educación de Singapur con la colaboración de Marshall Cavendish Education crearon los primeros materiales didácticos para la enseñanza del área de las Matemáticas. Durante este periodo se han modificado y revisado los materiales. Este trabajo se ha realizado basándose en las aportaciones recibidas de las distintas aulas y la posterior revisión de los expertos.

Los materiales creados por dicha editorial han tenido éxito no solo en Singapur sino en diversos países. Los materiales de la editorial Mashall Cavendish education están comprendidos desde Educación Infantil hasta la Educación Secundaria Obligatoria.

Actualmente el grupo editorial de Marshall Cavendish Education trabaja con el Ministerio de Singapur. Este material es utilizado en las escuelas públicas tanto por el profesorado como el alumnado.

Esta editorial ha sido de gran ayuda para la realización de la propuesta llevada a cabo en el aula. A partir de la idea de algunos de los ejemplos proporcionados por dicha editorial, he realizado una propuesta del método Singapur para los distintos niveles de trabajo con el alumnado.

3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

I. Jerome Bruner.

Bruner está considerado como el padre de la psicología cognitiva, dado que desafió el paradigma conductista de la caja negra. En esta teoría describe el proceso de aprender, los distintos modos de representación y las características de una teoría de instrucción.

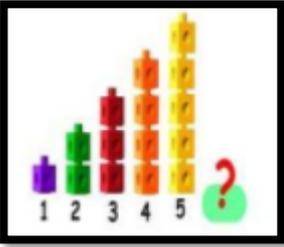
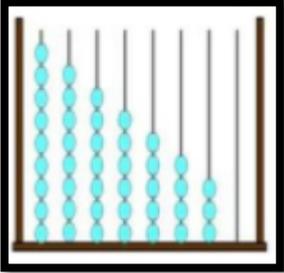
Su finalidad es impulsar el desarrollo de las habilidades que posibiliten el “*aprender a aprender*” y por medio de estas habilidades permitir que el alumnado construya su propio conocimiento.

Para conseguir esto, el aprendizaje está considerado como un procesamiento activo de la información para que el alumnado cimiente su propio conocimiento. Este conocimiento debe ser construido desde su propio punto de vista.

Los aportes de Bruner al método Singapur son:

- El enfoque CPA relacionado con los tipos de representación.
 - El enfoque metodológico CPA alude a la progresión desde lo concreto a lo pictórico (imágenes) para finalizar con lo abstracto o simbólico.

- Concreto: a través de material los estudiantes indagan, descubren y aplican conceptos matemáticos, aclimatándola comprensión de estos en la resolución de problemas
- Pictórico: el alumnado dibuja e interpretan la información a partir de modelos gráficos, representando los datos (conocidos y desconocidos). También las relaciones (parte - parte – todo), estableciendo comparaciones que ayuden a visualizar y resolver las situaciones que nos plantean los problemas.
- Abstracto: el alumnado desarrolla los problemas utilizando signos y símbolos matemáticos que traducen la expresión concreta y pictórica.

Extrapolando al método Singapur		
Concreto	Pictórico	Abstracto
Orden y secuencias	Orden y secuencias	Orden y secuencias
El alumnado construye esta secuencia con el material dado	El alumnado hace una secuencia utilizando un ábaco.	El alumnado descodifica y cuenta para hallar el número siguiente.
		1, 2, 3, 4, ¿ ?

- La idea de un curriculum en espiral: por medio de esta organización de las áreas. Se puede ver que el aprendizaje parte de los conceptos simples a conceptos más complejos, de lo concreto a lo abstracto y de lo específico a lo general de forma inductiva.

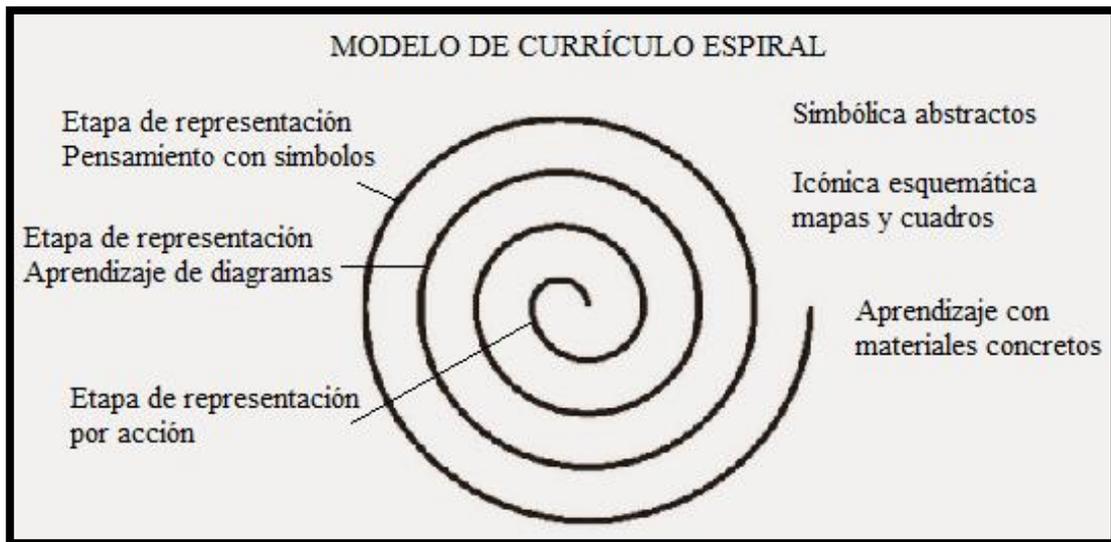


Imagen VI. Currículum en espiral, Jerome Bruner

Bruner (1956)

Un plan de estudios ideal es aquel que ofrece materiales y contenidos de enseñanza a niveles cada vez más amplios y profundos y, al mismo tiempo, que se adapten a las posibilidades del alumno definidas por su desarrollo evolutivo. Por tanto, el currículum debe ser en espiral y no lineal, volviendo constantemente a retomar y a niveles cada vez más elevados a los núcleos básicos o estructuras de cada materia.

Estas estructuras o núcleos básicos tienen que ser convertidos a los tres modos fundamentales de representación según las posibilidades evolutivas del niño: enactiva (ejecutora o manipulativa, que corresponde al estadio sensoriomotor de Piaget), y que se refiere a aquello que se adquiere a través de la acción del organismo en el mundo; icónica (corresponde a la etapa preoperativa); y simbólica (etapa lógico concreta y lógico abstracta) según que lo predominante en su modo de asimilar la realidad sea la acción, la intuición o la conceptualización. (pág. 157).

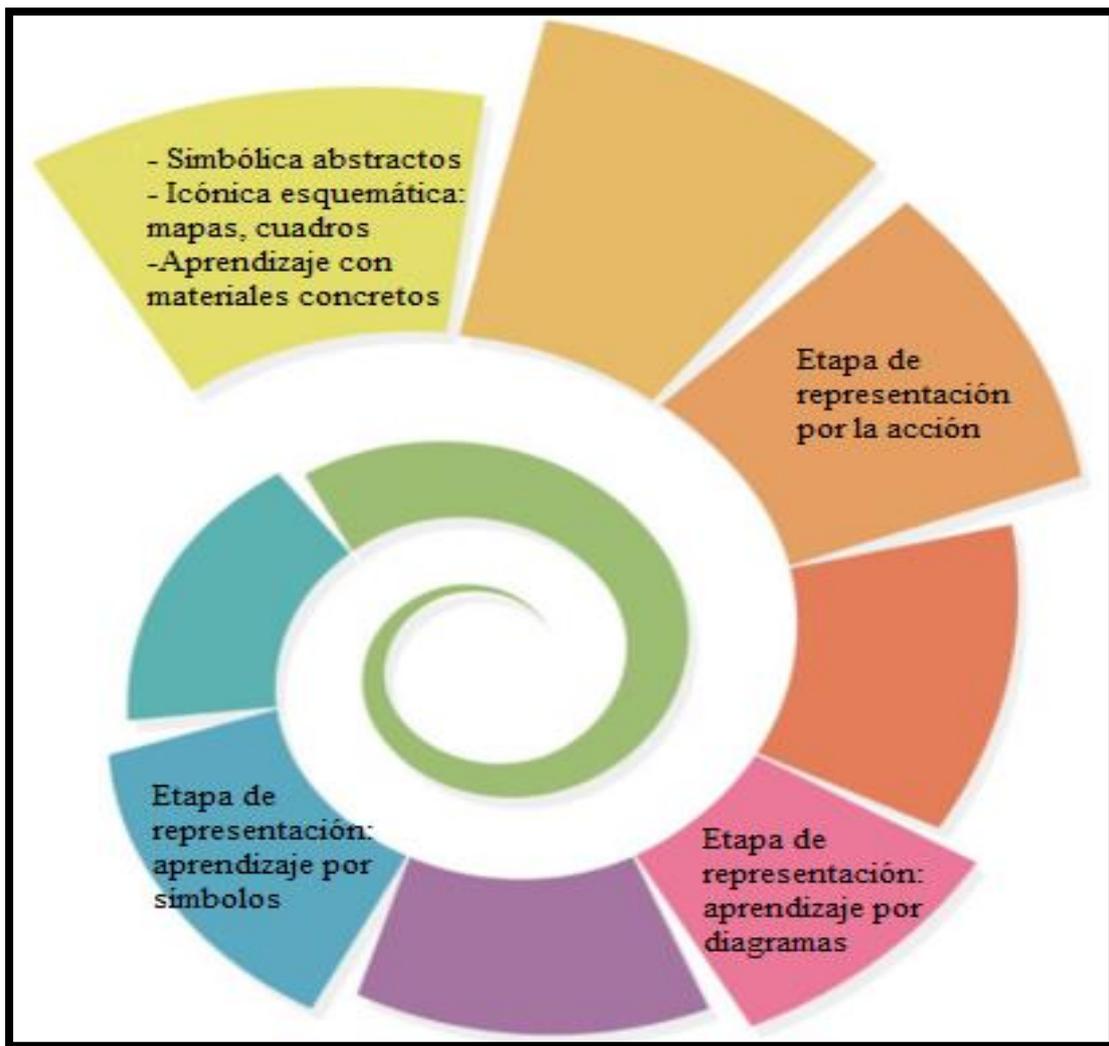


Imagen VII, Currículum en espiral del Método Singapur Polygoneducation, Progresión en espiral

II. Zoltan Paul Dienes

Su teoría se apoya en la enseñanza de las matemáticas desde la edad infantil en vez de basar la docencia en cálculos matemáticos en edades más avanzadas. *“En nuestra época se hace necesario educar a los niños en la comprensión de la matemática y de sus aplicaciones. Esto se convierte en una parte esencial de nuestra cultura”* (Dienes, 1969, pág. 5).

Siempre se han establecido reglas absolutas en las que se determina si un alumno es capaz o no de aprender las matemáticas, con lo que Dienes determina que no es así.

Los aportes de Zoltan Dienes son:

- **La variación sistemática:** se trata de presentar al estudiante una variedad de formas para aprender un concepto matemático. No se trata de memorizar fórmulas para resolver un problema, sino más bien de que el estudiante sea quien elige la manera más adecuada (para él) de buscar la solución.

Al alumnado se le presentan los conceptos por medio de una variedad de tareas de una manera sistemática.

- **La variación perceptiva:** para abstraer una estructura matemática debemos encontrarla en una cantidad de estructuras diferentes, para poder percibir sus características estructurales.

El concepto matemático es el mismo, pero al alumnado se les presentan diferentes formas de percibir un número: forma icónica (5, *cinco*), en forma de materiales o simbólica por medio de los números.

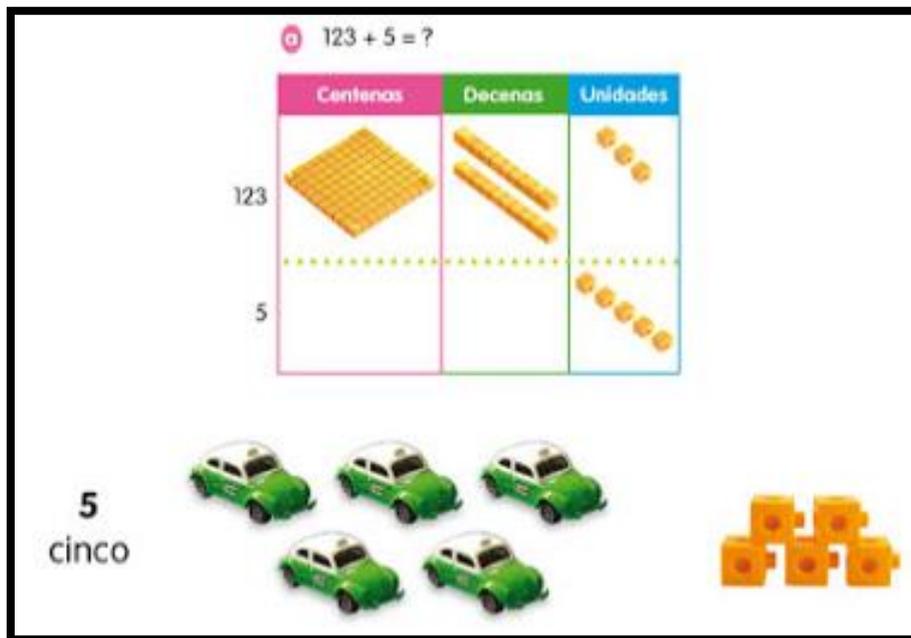


Imagen VIII, Ejemplos de Variación Perceptiva,
(Pedro Calderón Lorca, 2014)

III. Richard Skemp

Skemp proporciona al profesorado de matemáticas una forma de pensar sobre lo que constituye la comprensión matemática.

- Comprensión instrumental implica la puesta en marcha de múltiples reglas en lugar de aplicar unos principios generales y, por tanto, puede fallar debido a que la tarea mandada no se ajuste al patrón estándar. El conocimiento instrumental de la matemática es la adquisición de un conjunto de “planes preestablecidos” para realizar tareas matemáticas. Las características de estos “planes” es que prescriben procedimientos escalonados

seguidos en el desarrollo de una tarea dada, en la cual el paso siguiente viene determinado por el paso anterior.

- El conocimiento relacional de la matemática está caracterizado por la posesión de estructuras conceptuales que permitan construir diferentes planes para desarrollar una tarea asignada. El aprendizaje de principios inclusivos permite su uso en una multitud de situaciones. La categoría simbólica es una conexión de simbolismo y notación para las ideas asociadas.

Así las cuatro categorías de comprensión -relacional, instrumental, lógica y simbólica- se subdividen en subcategorías reflexivas e intuitivas.

Además, la comprensión relacional e instrumental generan una variedad de descripciones diversas:

- a) De procedimiento y de concepto
- b) Concreta y simbólica
- c) Intuitiva y formal

Comprensión instrumental	
Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> • Facilita su recapitulación • Permite la obtención de recompensas. • Responde de forma rápida y eficaz 	<ul style="list-style-type: none"> • Puede dificultar su posterior aprendizaje. • Puede fallar. • No asegura su retención en la memoria. • Dificulta la creación de estructuras mentales.

Comprensión relacional	
Ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none"> • Promueve la introducción de tareas nuevas. • Facilita su recapitulación. • Resulta más eficaz la transferencia. • Permite recuperar de forma rápida la información de la memoria. • La comprensión se transforma en una meta en si misma. • Facilita la mejora de la comprensión. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resultan más complejas para su comprensión.

- Verbalización: el alumnado debe poder explicar los procedimientos que ha realizado para llegar a la solución. Este proceso de verbalización hace que el alumnado sea consciente de los mecanismos que utiliza para la resolución de problemas. Para el profesorado permite ver donde ha cometido el error y de esta forma corregirlo.

4. ELEMENTOS DEL MÉTODO SINGAPUR

El Método Singapur en Matemáticas se encuentra basado en la resolución de problemas y para ello se basa en cinco elementos fundamentales. Estos elementos incluyen tanto habilidades y conceptos propios de las matemáticas, como los elementos clave para conseguir el desarrollo del pensamiento, la metodología y la promoción de determinadas actitudes en el alumnado.

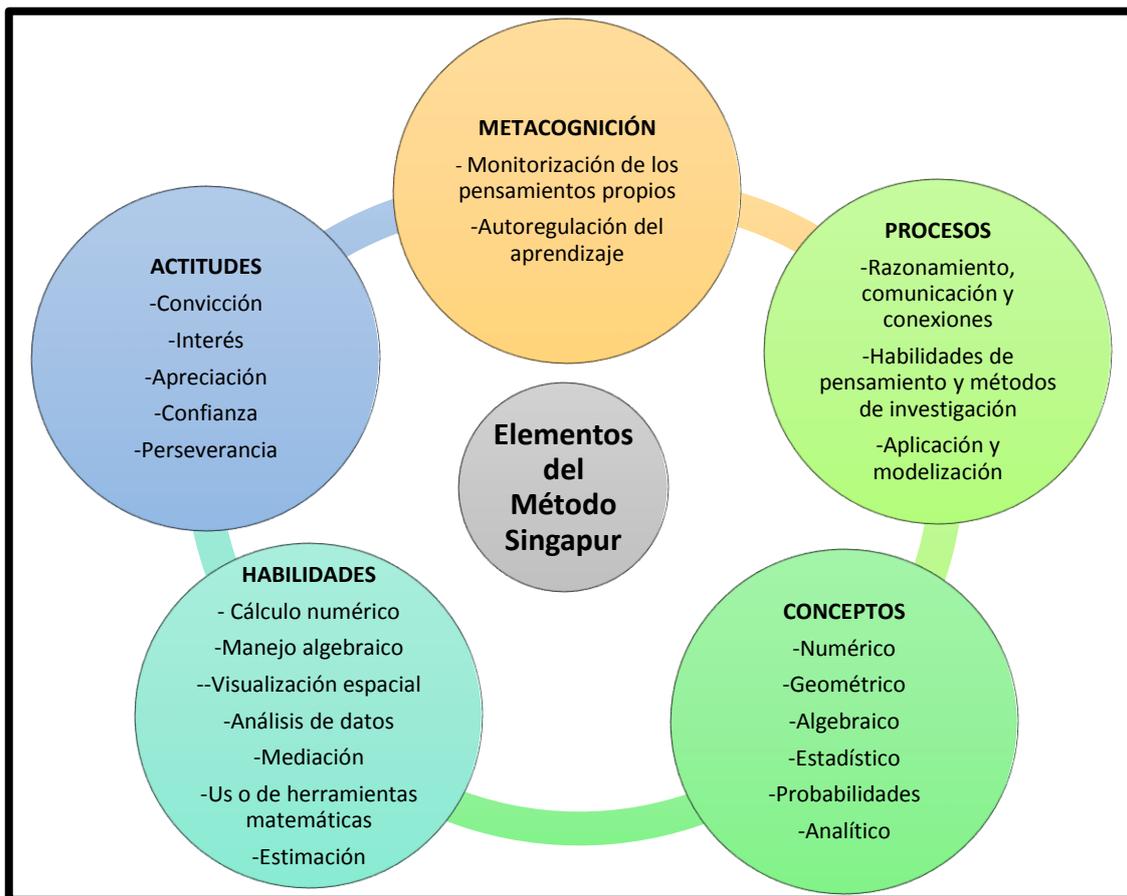


Imagen IX, Esquema orientativo de los elementos del Método Singapur

1. Conceptos

Dentro de los conceptos, podemos diferenciar 6 elementos estrechamente ligados entre sí: Numéricos.

1. Conceptos Numéricos: Se trata de los conceptos que engloban los números en sí.
2. Conceptos Algebraicos: Tratan los términos que se relacionan entre sí formando ecuaciones de distintos grados.
3. Conceptos Geométricos: Pertenecen al área que estudia las relaciones geométricas en los distintos cuerpos.
4. Conceptos Estadísticos: Introducen el estudio de la estadística en diferentes situaciones reales, como los percentiles.
5. Conceptos Probabilísticos: Relacionan las posibilidades de que ocurra un suceso u otro.
6. Conceptos Analíticos: Comienzan con el estudio de la representación y análisis de funciones, tablas y otros diagramas.

2. Habilidades

Las habilidades que debe alcanzar el alumnado se centran en la metodología matemática para poder solucionar un problema. Como he destacado anteriormente, el desarrollo de estas habilidades debe darse bajo la absoluta comprensión del alumnado. Hay que evitar que se asuman dogmas o mecanismos para solucionar los problemas de forma mecánica, sin la comprensión total del método que se está utilizando.

El **cálculo numérico** utiliza la conexión entre números. Este método facilita la comprensión y solución del problema matemático mediante mecanismos de división y agrupación de cifras.

La **manipulación algebraica** facilita la comprensión de las relaciones entre números. Esto quiere decir, que, al entender el método algebraico, el alumnado será capaz de orientarlo hacia relaciones que resuelven el problema. Esto favorece el **uso de herramientas matemáticas** diversas para poder solucionar diferentes problemas.

Es importante destacar la **visualización espacial** de los problemas. Mediante este método, utilizamos diferentes materiales primero de forma manual y pictórica. Se busca desarrollar la capacidad en el alumnado para que en el futuro sean capaces de imaginar este procedimiento. La **medición** de longitudes y unidades fraccionarias hace posible el trabajo pictórico.

Mediante el **análisis de datos**, este método proporciona una correcta visualización de los datos mediante situaciones reales. Por medio de la **estimación**, el alumnado puede comprobar si su respuesta es correcta.

3. Procesos

El proceso o desarrollo de las habilidades es un pilar fundamental para la total comprensión de los conceptos matemáticos. Por orden de utilización, se pueden agrupar en los siguientes conceptos:

1º. El razonamiento. La capacidad de análisis y construcción de elementos lógicos es vital. Es necesaria una argumentación coherente del proceso de solución de un problema.

2º. Comunicación y conexión. Es necesario el uso preciso del lenguaje matemático para poder explicar y entender las ideas fundamentales.

3º. Aplicación y modelaje. El aprendizaje adquirido va unido a situaciones de la vida cotidiana. Al modelar un problema, se representa el mismo fuera del campo matemático mediante una representación pictórica o diagrama. Es esencial comprender los diferentes problemas que se pueden dar para que se desarrolle una competencia matemática aceptable.

4°. Habilidad pensativa. Las habilidades del razonamiento incluyen comparar y clasificar. Esto quiere decir que no siempre se puede analizar el todo, sino que hay que identificar relaciones de patrones. La inducción y deducción de las mismas son igual de importantes que la Visualización espacial comentada en el punto anterior.

5°. Habilidad heurística. Se trata de conseguir la capacidad de visualizar la solución de un problema que no se puede solucionar de forma directa. Es decir, hablamos de las distintas fases que hay que desarrollar para conseguir una solución. Esto se puede conseguir mediante la representación manipulativa o pictórica de un problema. Asociar problemas similares o reformular el mismo también puede ser de gran ayuda para resolver el problema inicial.

4. Metacognición

El concepto de metacognición se basa en conocer el pensamiento de cada persona. Es necesario desarrollar un proceso para poder alcanzar su conocimiento.

Desde el pensamiento en voz alta hasta la continua reflexión, pasando por la discusión de diferentes soluciones y estrategias para alcanzar las mismas. Son varias opciones para desarrollar la metacognición, siempre desde la motivación del alumnado y después de explicar las diferentes herramientas a utilizar para conseguir el resultado óptimo.

5. Actitudes

Las experiencias adquiridas por el alumnado a lo largo del proceso de aprendizaje son decisivas a la hora de enfrentarse a un área de estudio desconocido.

A lo largo de los años, se ha ido creando una imagen falsa acerca de la utilidad de las matemáticas. Hay que fomentar el cambio de mentalidad existente en nuestra sociedad acerca de la apreciación y poder de las mismas.

Para cambiar esta mentalidad, hay que desarrollar un método que convierta la enseñanza de las matemáticas en algo divertido y significativo para la vida diaria.

5. MÉTODO SINGAPUR PARA TRABAJAR LAS FRACCIONES.

Esta metodología se lleva utilizando de forma exitosa desde el año 1982 en el país de Singapur. Durante este tiempo el método se ha ido expandiendo por todo el mundo adaptándose a los distintos países.

Esta metodología se basa en la visualización y resolución de problemas, dejando de lado los cálculos y las fórmulas matemáticas. Para Yeap Ban Har, académico del Instituto Nacional de Educación de la Universidad Tecnológica de Singapur, la grandeza de este método es lograr que todo el alumnado es capaz de desenvolverse de forma adecuada. Este hecho hace que al alumnado que tiene dificultades logren desenvolverse bien, a un nivel suficiente. Este método está enfocado hacia un currículum basado en habilidades y la resolución de problemas matemáticos, promoviendo un pensamiento adecuado.

El método Singapur desarrolla la comprensión lectora, la retención, el gusto por la aplicación de las matemáticas y la resolución de problemas de la vida diaria a través de habilidades sencillas. Este programa se basa en la generación de habilidades de fondo y evitando la memorización de fórmulas.

El enfoque particular es que el aprendizaje de conceptos matemáticos se realiza de manera gradual, en forma de espiral, respetando la madurez cognitiva del alumnado. Los contenidos se vuelven a retomar, pero con distintos grados de avance.

Otro principio básico del método es la “variación sistemática” que es la resolución reiterada de problemas, pero realizando ajustes en la dificultad. Esto busca que el alumnado aprenda a tomar las mejores decisiones en cada circunstancia que se les presente.

Posee un enfoque CPA, defiende que el alumnado entiende más naturalmente los conceptos por medio de objetos concretos. Este enfoque defiende una progresión de lo pictórico hasta terminar por lo abstracto. De esta manera comienzan con una actividad concreta, luego pasan a material pictórico y, por último, reciben una enseñanza simbólica.

A continuación, veremos algunos ejemplos de actividades sobre el tema de las fracciones. En estos ejemplos podremos observar el trabajo manipulativo, el pictórico y por último el trabajo abstracto de las matemáticas aportado por diferentes fuentes o editoriales.

La representación se basa en la realización de una figura geométrica con unas dimensiones conocidas. La que más se suele utilizar en el Método Singapur es la barra que está representada en forma de rectángulo. Esto es debido a que muchos de sus materiales ya tienen dicha forma geométrica, lo que facilita la representación tanto unitaria como de las partes que en las que haya

que dividir. Esto facilita el paso de la parte manipulativa a pictórica, dado que se basan en la misma forma geométrica y es más fácil hacer una similitud entre ellos.

Marshall Cavendish Education Global Conference 2012

2 Write an improper fraction for the shaded parts.

There are 5 thirds in $1\frac{2}{3}$.

$$1\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$
$$= \frac{5}{3}$$

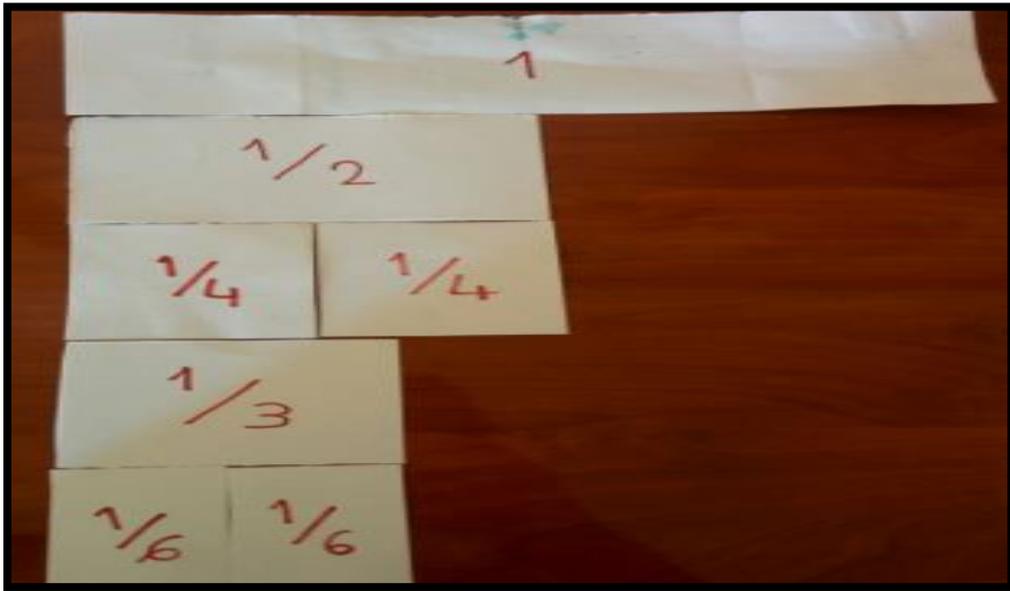
mc Marshall Cavendish Education

*Imagen X. Ejemplo operaciones con fracciones
(Marshall Cavendish, 2012)*

En este ejemplo de la Imagen X, podemos observar cómo la representación de la unidad no tiene por qué ser un rectángulo en todos los problemas. La circunferencia es un buen elemento representativo de la unidad, y se puede trabajar con ella al igual que con el rectángulo.

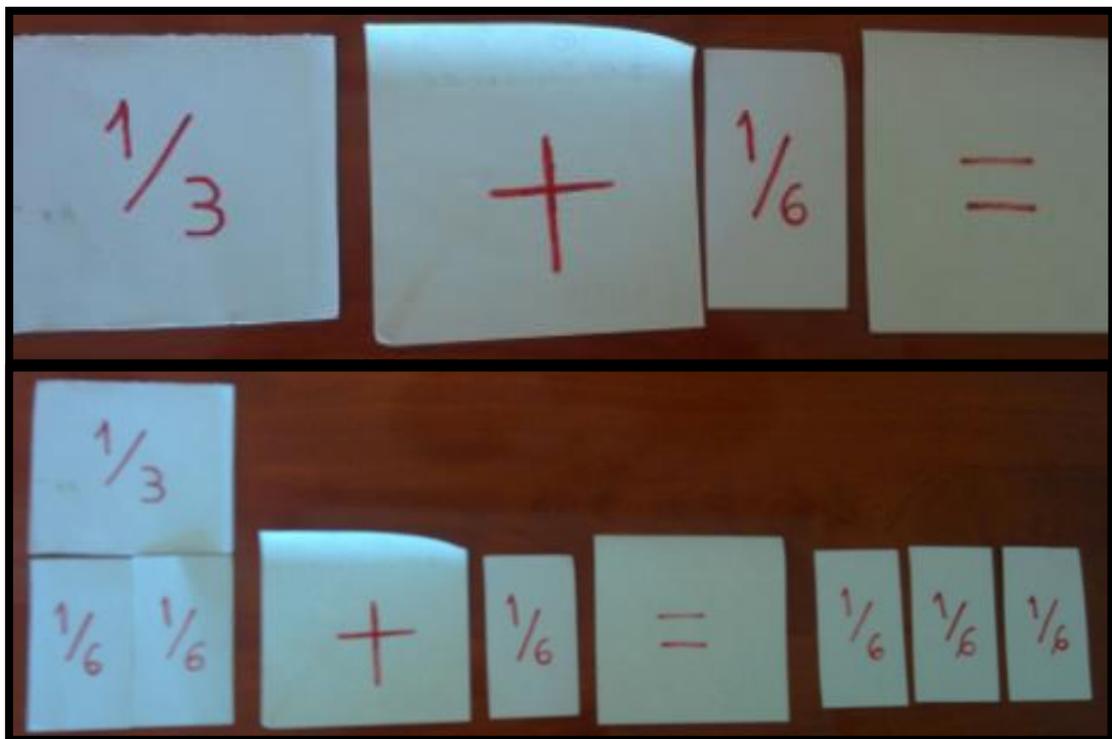
También podemos observar cómo se divide la figura unitaria en las distintas partes según lo que exige el denominador. Se puede observar cómo es posible representar una fracción en la que el numerador es mayor que el denominador, es decir, una fracción que equivale a más de la unidad. Para ello utiliza dos figuras unitarias divididas en las partes que indica el denominador, coloreando una figura unitaria entera y parte de la segunda hasta completar las partes exigidas por el numerador.

Cuando hay que trabajar con fracciones equivalentes, se hará uso de los materiales contruidos. La forma de trabajo consiste en comparar fracciones por medio de la barra de fracciones, donde se colocan de forma alineada las fracciones a estudiar. Se comparan dichas fracciones para ver qué magnitud tienen. Después, trabajaremos por medio de dibujos hasta llegar a la comprensión y trabajo abstracto.



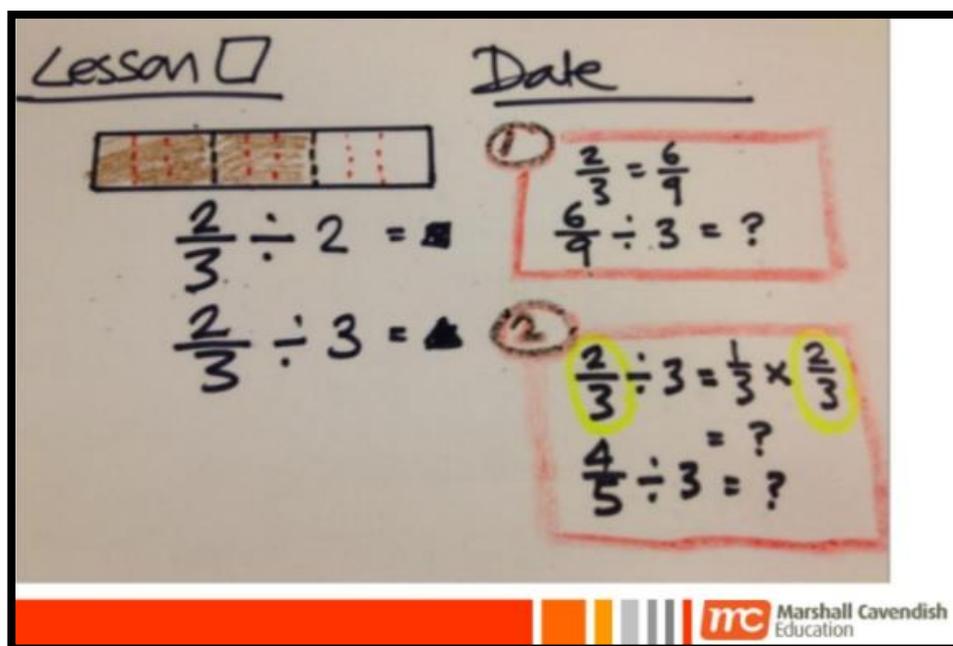
*Imagen XI, Equivalencia de fracciones mediante la barra de fracciones
Método manipulativo, (basado en Marshal Cavendish, 2012)*

En la siguiente imagen, vemos cómo se pueden utilizar las equivalencias para obtener el resultado de una operación sencilla de suma de fracciones de diferente denominador. Al asemejar la fracción de $1/3$ con una equivalente por el método manipulativo, obtenemos una suma fácil de fracciones con igual denominador.



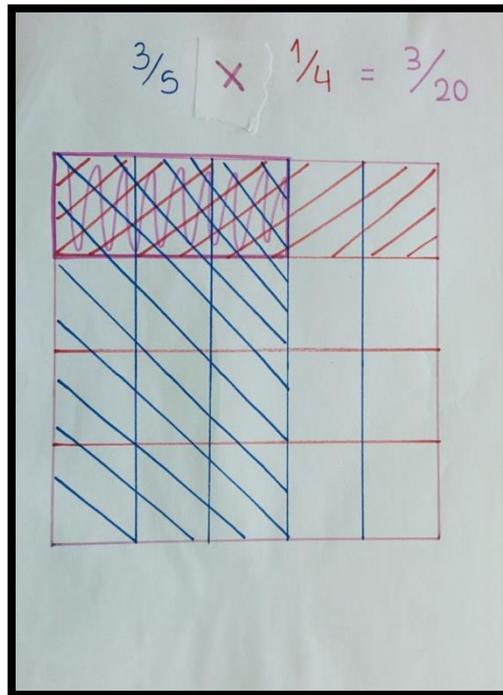
*Imagen XII, Resolución de sumas con diferente denominador y equivalencia
(Basado en Marshal Cavendish, 2012)*

Para realizar operaciones con divisiones, se representará la primera de todas las fracciones y después volveremos a dividir entre el segundo denominador. En la imagen XIII podemos observar un claro ejemplo de equivalencia y de operaciones, en este caso de divisiones con la metodología Singapur. Podemos ver cómo comienza con la barra unitaria dividida en 3 partes, que a su vez vuelve a dividir hasta 9 partes. Con ello, hace una equivalencia entre fracciones para poder simplificar el cálculo o división con otras estrategias.



*Imagen XIII. Ejemplo de operaciones más complejas con fracciones
(Marshall Cavendish, 2012)*

A la hora de multiplicar, como se puede observar en la *Imagen XIII* a continuación, se utiliza una representación gráfica por medio de una figura para obtener el resultado de una multiplicación con fracciones. En este caso, se divide el cuadrado en 5 divisiones y 4 divisiones, como indica el denominador de ambas fracciones. A continuación, se colorea las 3 divisiones (de 3/5) y 1 división (de 1/4) como indica el numerador de cada fracción. Como resultado, obtenemos las divisiones coloreadas por ambos colores, como numerador de la solución de la multiplicación, así como el total de las divisiones del cuadrado (coloreadas y sin colorear) como el denominador de la misma.



*Imagen XIV, Ejemplo de multiplicación de fracciones con el Método Sigapur
(Richard Russell, 2014)*

Por último, en la imagen anterior podemos observar cómo por medio de unas instrucciones se puede llegar a la solución del enunciado. En este caso, inicia el problema con una operación y continúa dando una pequeña pista para ver cuál es la resolución del mismo. Con ello, se busca que el alumnado entienda el procedimiento usado para llegar a una solución y sea capaz de explicar el procedimiento que ha seguido o aportar otra estrategia para llegar a la misma solución.

Maths Journal

Googol folded Bakar's strip into half and Caiying's strip into six equal parts.
He wrote out the first step to his answers.

First, I fold and shade Bakar's fraction strip.
I must shade a fraction smaller than $\frac{7}{8}$.
I check my answer: $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$.
So, $\frac{1}{2}$ is smaller than $\frac{7}{8}$.

Now, write down all the steps to your answers on a piece of paper.

The image also shows three fraction strips: a green strip with 7 out of 8 parts shaded, a yellow strip with 4 out of 8 parts shaded, and a red strip with 1 out of 2 parts shaded. A cartoon character is visible in the bottom right corner.

*Imagen XV. Ejemplo de enunciado de actividades con fracciones
(Marshall Cavendish, 2012)*

De esta manera el método Singapur sirve de soporte para que el alumnado consiga la visualización del problema, produciendo las estrategias mentales, propiciando un pensamiento flexible para que después apliquen la mejor estrategia de cálculo para esa situación.

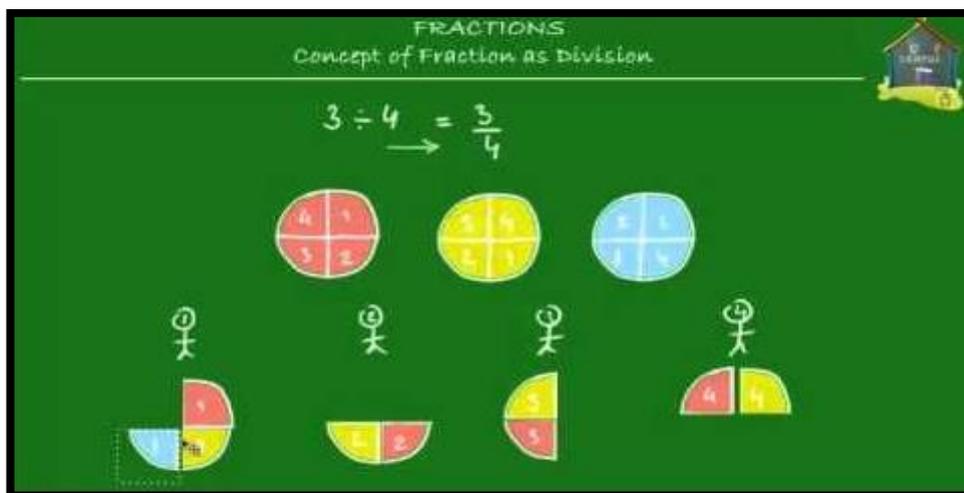
Por medio de estas fases se consiguen las siguientes ventajas:

- Facilita el paso de lo concreto a lo abstracto.
- Ayuda a la visualización del problema, graficándolo.
- Favorece la comprensión lectora.
- Propicia el razonamiento sistemático y la creatividad.
- Fomenta el aprendizaje significativo.
- Estructura el pensamiento.

La resolución de problemas de fracciones está basada en las siguientes fases para que de una forma rápida y sencilla el alumnado llegue a la solución.

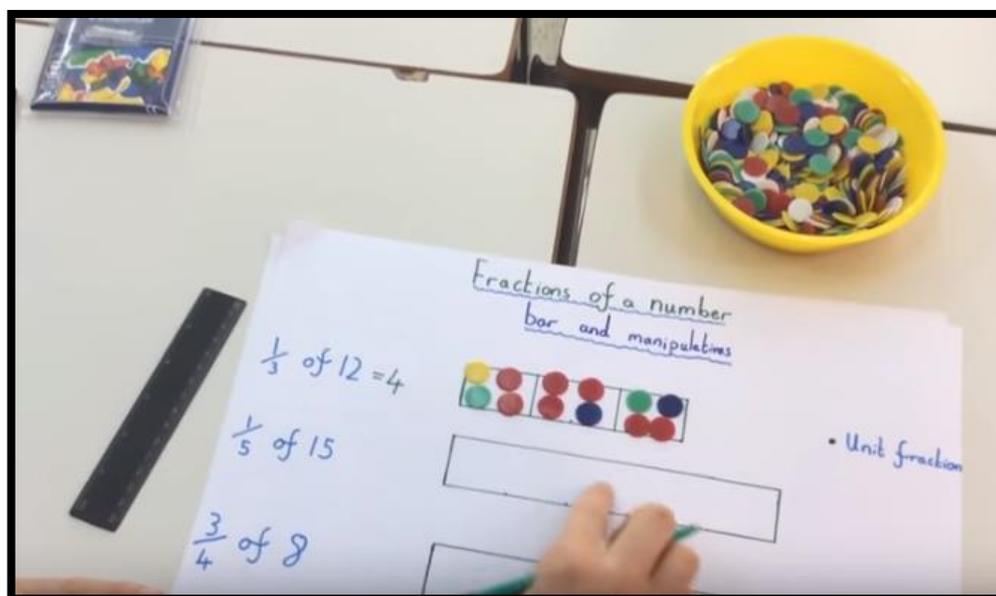
1. Leer y analizar varias veces el problema. Si no se ha llegado a su total comprensión, intentar dar otro enfoque al enunciado con ayuda del profesorado.
2. Determina sobre qué o de quién se habla. Analizar los datos del enunciado identificando el numerador y denominador de los datos que aparecen en el problema.
3. Dibuja una barra unidad por medio de la utilización rectángulos. Se puede incluir el dibujo de la unidad de rectángulo en el enunciado. También se puede realizar por medio de los materiales manipulativos.
4. Lee nuevamente el problema frase por frase, para evitar falsear u omitir información. De esta manera, comprobamos que los datos del problema están asimilados por el alumnado.
5. Ilustrar las cantidades del problema. Con ello, dividimos la barra unitaria dibujada en el paso 3 en tantas partes como se indique en el problema.
6. Identificar la pregunta guía, lo que ayudará a resolver el problema.
7. Realizar las operaciones correspondientes. Para ello, podemos apoyar la actividad con materiales manipulativos o pictóricos. Tanto para dividir la unidad en tantas partes como indique el numerador como para la solución de operaciones entre fracciones, se puede colorear el resultado para que la solución sea más visual.

8. Escribir la respuesta con sus unidades correspondientes, equivalente a la solución pictórica o manipulativa hallada previamente en el paso 7.



*Imagen XVI Ejemplo de actividad con división de fracciones
(Home Campus,2011)*

Con la utilización de este método nos centramos en la lectura comprensiva por parte del alumnado. Realizando la manipulación de los distintos objetos del problema (tocando y mirando). Esto se podrá comprobar en el ANEXO correspondiente a la resolución de problemas.



*Imagen XVII. Ejemplo de trabajo manipulativo
(Richard Russell,2014)*

Mediante la barra fraccionaria podemos observar cómo es la equivalencia entre fracciones por medio de la alineación de todas las barras. Este caso está combinando el método manipulativo y pictórico por medio de las fichas y los dibujos realizados para resolver el problema.

Todas estas actividades son sólo algunos de los ejemplos de utilización de la metodología Singapur en el tema de fracciones. En ellos, hemos podido observar distintas formas de plantear el tema de las fracciones para el alumnado.

CAPÍTULO 5: PROPUESTA EDUCATIVA

a. MARCO NORMATIVO

En este apartado se encuadra la normativa de la propuesta educativa. La propuesta educativa que se lleva a cabo en este Trabajo de Fin de Grado está situada en el CEIP Lola Herrera de Tudela de Duero, Valladolid. Se trabajará con el alumnado de 4ºB, 5ºA y 6ºA de Educación Primaria.

El tema elegido tiene relación directa con el área tratada en el BOECyL. Para ello, nos basaremos en el DECRETO 26/2016, de 21 de julio. En esta orden, se marcan los contenidos que se han de impartir en los diferentes cursos de la Educación Primaria. Para situar este marco normativo, se diferencian los cursos en los que se va a impartir la materia. La metodología Singapur está situada dentro del área matemática, aunque este TFG se centrará más en el tema de las fracciones.

4º de primaria

CONTENIDOS		CRITERIOS DE EVALUACIÓN CURRICULARES
BLOQUE 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES MATEMÁTICAS	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura y comprensión de enunciados. • Reconocimiento de los usos y las funciones de los números en la vida diaria. • Redacción de enunciados para completarlos. • Representación de la situación de un problema. • Invención de problemas. • Expresión de razonamientos matemáticos. • Interés por encontrar relaciones numéricas en situaciones cotidianas. • Interés por la presentación de los datos y las operaciones de forma clara y matemáticamente correcta. 	<p>B1-2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>B1-3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p> <p>B1-4. Profundizar en problemas resueltos, planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc.</p> <p>B1-9. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>B1-10. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p>
BLOQUE 2. NÚMEROS	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo. • Reconocimiento de una fracción y sus términos. • Operaciones sencillas con fracciones. • Fracción de un número. 	<p>B2-2. Leer, escribir y ordenar fracciones utilizándolo en la interpretación y la resolución de situaciones en contextos reales</p>

	<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones equivalentes. 	<p>B2-3. Efectuar sumas y restas con números decimales hasta una cifra decimal.</p> <p>B2-4. Realizar cálculos numéricos básicos con las operaciones de suma, resta, multiplicación y división y utilizar estrategias básicas de cálculo mental, utilizando diferentes estrategias y procedimientos.</p> <p>B2-5. Identificar y resolver problemas de la vida cotidiana, estableciendo conexiones entre la realidad y las Matemáticas.</p>
--	--	---

5° Primaria

CONTENIDOS		CRITERIOS DE EVALUACIÓN CURRICULARES
BLOQUE 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES MATEMÁTICAS	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura y comprensión de enunciados. • Reconocimiento de los usos y las funciones de los números en la vida diaria. • Redacción de enunciados para completarlos. • Representación de la situación de un problema. • Invención de problemas. • Expresión de razonamientos matemáticos. • Interés por encontrar relaciones numéricas en situaciones cotidianas. • Interés por la presentación de los datos y las operaciones de forma clara y matemáticamente correcta. 	<p>B1-2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>B1-3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p> <p>B1-4. Profundizar en problemas resueltos, planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc.</p> <p>B1-9. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>B1-10. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p>
BLOQUE 2. NÚMEROS	<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones equivalentes. • Fracciones equivalentes a un número natural. • Fracciones y números mixtos. • Obtención de fracciones equivalentes. • Reducción de fracciones a común denominador. 	<p>B2-2. Interpretar diferentes tipos de números según su valor, en situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>B2-3. Realizar operaciones y cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos, incluido el cálculo mental, haciendo referencia implícita a</p>

	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de fracciones. • Cálculo mental multiplicando un número natural por decenas, centenas y unidades. • Resolución de problemas de fracciones. • Cálculo y reconocimiento de fracciones equivalentes y fracciones equivalentes a un número natural. • Expresión de una fracción en forma de número mixto y viceversa. 	<p>las propiedades de las operaciones, en situaciones de resolución de problemas.</p> <p>B2-5. Utilizar los números enteros, decimales, fraccionarios y los porcentajes sencillos para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana.</p> <p>B2-8. Conocer, utilizar y automatizar algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división con distintos tipos de números, en comprobación de resultados en contextos de resolución de problemas y en situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>B2-9. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.</p>
--	---	---

6º de Primaria

CONTENIDOS		CRITERIOS DE EVALUACIÓN CURRICULARES
<p>BLOQUE 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES MATEMÁTICAS</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura comprensiva de enunciados. • Determinación de la representación gráfica de situaciones. • Expresión de razonamientos matemáticos. 	<p>B1-2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>B1-9. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>B1-10. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p> <p>B1-11. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras.</p>
<p>BLOQUE 2. Números</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones. • Reducción a común denominador. • Suma y resta de fracciones. 	<p>B2-2. Interpretar diferentes tipos de números según su valor, en situaciones de la vida cotidiana.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de fracciones. • Multiplicación y división de fracciones. • Realización de restas por compensación: sumar el mismo número. • Realización de restas por compensación: restar el mismo número. • Determinación de la representación gráfica de una situación. • Representación de una situación. 	<p>B2-3. Realizar operaciones y cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos, incluido el cálculo mental, haciendo referencia implícita a las propiedades de las operaciones, en situaciones de resolución de problemas.</p> <p>B2-5. Utilizar los números enteros, decimales, fraccionarios y los porcentajes sencillos para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana.</p> <p>B2-8. Conocer, utilizar y automatizar algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división con distintos tipos de números, en comprobación de resultados en contextos de resolución de problemas y en situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>B2-9. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.</p>
--	---	--

b. GUIÓN DE TRABAJO

Esta sesión se impartirá en los cursos de 4º, 5º y 6º de primaria de manera similar. Como he comentado anteriormente, se trabajará con el alumnado del CEIP Lola Herrera, en el municipio de Tudela de Duero en Valladolid. Las aulas están compuestas por 21 en el curso de 4ºB, 18 en el curso de 5ºA y 20 en el curso de 6ºA.

GUIÓN DE TRABAJO PARA EL TALLER PROPUESTO

- **SESIÓN 1:** Aplicable para todos los cursos. Se procede a explicar cómo va a ser el proceso de trabajo durante esta propuesta.
El profesorado realizará una breve explicación indicando los distintos pasos para realizar. Esta explicación incluye el paso desde el mecanismo manipulativo hasta el abstracto, pasando por el pictórico. También incluye el proceso de preparación del material a utilizar en las siguientes sesiones.
Se realizará una explicación de cómo se pueden realizar operaciones matemáticas, como la división o multiplicación, utilizando el Método Singapur. Para ello, se dividirá el aula en grupos de trabajo iguales en número para las dos siguientes sesiones.
- **SESIÓN 2:** Introducción del Método Singapur y su aplicación para todos los cursos. Están separados por dos bloques, el primero incluye la propuesta para 4º de Educación Primaria, y el segundo bloque incluye la propuesta para 5º y 6º de Educación Primaria. Para realizar el paso de lo manipulativo a lo pictórico, en cada grupo, se realizará primero la parte manipulativa. Cada grupo llamará al profesor para comprobar el trabajo realizado, y si es correcto, se dará paso a la parte pictórica.
Al terminar de realizar el proceso pictórico, llamarán la atención al profesor de nuevo para comprobar si el trabajo está bien hecho. Si es así, se llegará a trabajar desde el enfoque simbólico o abstracto.
Una vez finalizada la tarea por parte de todos los grupos, se procederá a la verbalización por parte de cada grupo. Durante todo este proceso, el alumnado tiene permitido hablar entre iguales para llegar a un acuerdo sobre cómo explicar el razonamiento que han seguido al resto del aula. Durante las exposiciones, el resto del alumnado puede proceder a realizar preguntas o dudas hacia el grupo que está exponiendo. Como respuesta, se expondrán las razones o procesos, y si es necesario el profesor intervendrá para apoyar las respuestas del alumnado. Al aclarar las dudas que puedan surgir de las explicaciones de cada grupo, se procederá a realizar la siguiente actividad.
- **SESIÓN 3:** Resolución de problemas mediante el Método Singapur. Incluye los dos bloques de cursos mencionados en la Sesión 2.

En esta sesión, el alumnado deberá trabajar en grupos igual que en la sesión anterior. Al aplicar la misma metodología, cada grupo deberá resolver una serie de actividades que incluyen las operaciones con fracciones.

La realización de todas las sesiones tuvo lugar a final de curso en un Centro de Educación Primaria. Por ello, se aprovechó la finalización de los distintos cursos para ampliar parte del temario que han realizado en cada curso.

Las tres sesiones son aplicables a todos los cursos, aunque en la última se varía el grado de dificultad de las actividades a realizar en el aula. Por ello, he agrupado la explicación de la primera y segunda sesión para todos los cursos, mientras que la última ya estará diferenciada según los diferentes niveles.

Antes de comenzar la primera sesión, se crearán los grupos de trabajo que se mantendrán durante toda la propuesta educativa. Estos grupos no serán de más de cuatro alumnos, cinco en el caso de que sea necesario por número total de alumnado.

Sesión 1:

Al inicio de la primera sesión, empezamos con una pequeña presentación del nuevo método a utilizar por el alumnado. Se comienza la presentación en forma de pregunta general al aula, para conocer la opinión que tienen acerca de las matemáticas y del tema de las fracciones.

Tras conocer la respuesta general, se continúa la sesión con una introducción acerca del material que se va a utilizar en esta metodología. Se explicará al alumnado el proceso de la metodología Singapur. En esta explicación se diferenciarán las tres fases principales que se aplicarán durante todo el método.

Primera fase: Fase manipulativa. Se procederá a explicar cómo deben trabajar con los materiales mientras se van aportando al alumnado.

Con ello, introduzco el material o barra fraccionaria con la que se va a trabajar a lo largo de todas las sesiones.

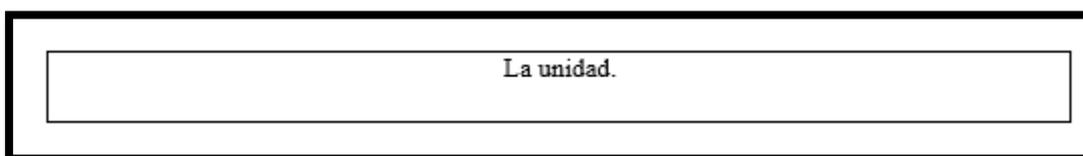


Imagen XVIII, Ejemplo de barra unitaria

Para la creación de la barra unitaria, se proporcionó a cada grupo de alumnos la hoja adjunta al Anexo I, en la que aparece la construcción de las barras fraccionarias.

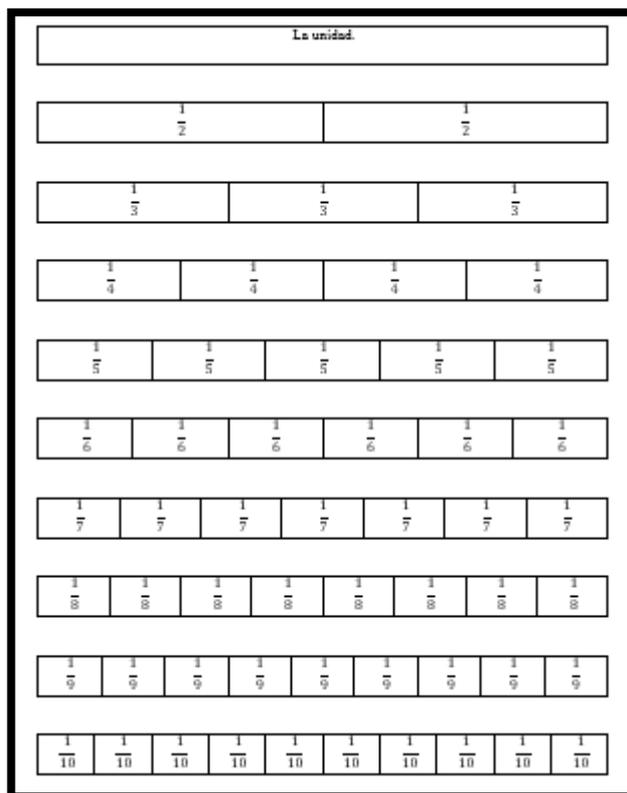


Imagen XVIII, Barras Fraccionarias

Segunda fase: Fase pictórica. Se procederá a exponer la importancia de la representación gráfica para la resolución de las distintas actividades. La representación pictórica sirve al alumnado para favorecer la asimilación de conceptos matemáticos fraccionarios.

Al principio de esta fase, se pide a los distintos grupos una representación pictórica de los distintos casos, como puede ser la comparación de fracciones por medio de las barras fraccionarias mencionadas en la imagen XVI. Dependiendo de la actividad que se les entregue, podrán colorear distintas partes de las fracciones para obtener una solución válida.

Tercera fase: Fase abstracta. Por último, procederemos a exponer los mecanismos o procesos a realizar para la consecución de la solución de la actividad.

Con ellos, podremos observar la equivalencia entre las fases anteriores con la asimilación abstracta de los contenidos fraccionarios.

Durante todo este proceso, el alumnado podrá hablar y expresar sus dudas. Se explicará la importancia que tiene la verbalización de los procesos matemáticos en todo momento. Con todo esto, se intenta realizar una introducción clara y eficaz de la metodología que se va a utilizar en las próximas sesiones.

Sesión 2:

Como he mencionado al principio de este guion, tanto esta sesión como la primera es común para los diferentes cursos. Esto se debe a que en estas sesiones se trabaja con una explicación del método, aunque en esta sesión concretamente los diferentes grupos de alumnos comiencen a realizar operaciones con el método Singapur.

En esta sesión se comienza a trabajar con las fracciones mediante la metodología Singapur. Para que se produzca una completa asimilación del método a utilizar, se realizarán una serie de actividades por todos los grupos del aula.

Como ya tenemos los materiales manipulativos realizados en la sesión anterior, se procede a repartir las actividades entre los diferentes grupos. Realizaremos un trabajo de representación de distintas situaciones por medio de la utilización del material que hemos realizado.

1ª Actividad

Trabajaremos la comparación de fracciones y para ello realizaremos una “pared de fracciones” de esta manera podrán trabajar de forma visual y manipulativa con las fracciones. Para construir dicha “pared de fracciones”, el alumnado deberá alinear las diferentes fracciones con respecto a un margen.

De esta manera, el alumnado podrá comprender las diferentes magnitudes de las fracciones con igual o distinto numerador y denominador.

El alumnado deberá de colocarlas unas debajo de otras, alineándolas y de esta manera podrán ordenarlas. Después, trabajaremos de forma pictórica realizando un dibujo representativo de cada una de las fracciones. Por último, trabajaremos de forma abstracta para trabajar el pensamiento matemático.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{6}$$

2ª Actividad

Para trabajar la fracción equivalente utilizaremos los materiales que hemos construido. La forma de trabajo conlleva la comparación de las fracciones por medio de la barra de fracciones. Para ello, el alumnado colocará unas fracciones alineada con las demás mediante un margen para ver cuál de ellas es equivalente. Después, trabajaremos por medio de dibujos. Y por último, hallaremos las fracciones equivalentes de forma numérica utilizando el razonamiento abstracto.

Las fracciones para realizar serán las siguientes:

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} =$$

$$\frac{2}{6} =$$

$$\frac{6}{15} =$$

$$\frac{3}{4} =$$

$$\frac{7}{10} =$$

3ª Actividad

Para realizar la simplificación de fracciones trabajaremos de la misma manera.

$$\frac{4}{6} =$$

$$\frac{6}{12} =$$

$$\frac{9}{12} =$$

$$\frac{6}{15} =$$

$$\frac{2}{8} =$$

$$\frac{8}{16} =$$

4ª Actividad

Realizaremos la suma y resta de fracciones con el mismo denominador y con distinto denominador. Todo esto utilizando el método Singapur y basándonos en los materiales creados por el propio alumnado. Para ello, tendremos que hallar la fracción equivalente, como en la primera actividad, aplicando el mínimo común múltiplo.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{2} + \frac{3}{6} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{6} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{9} =$$

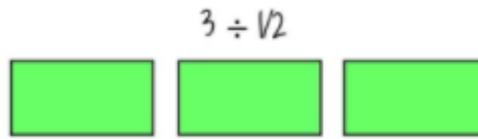
5ª Actividad

- División de fracciones.

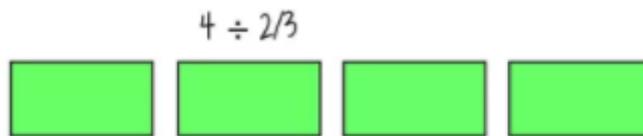
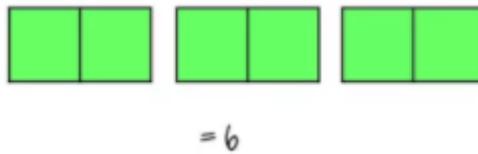
Para la realización de divisiones de fracciones tendremos dos casos posibles:

- Un numero dividido entre una fracción.

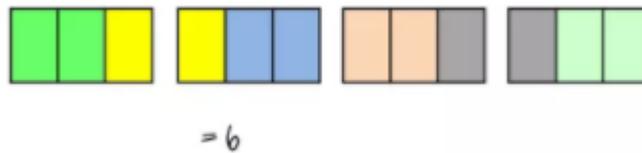
Representaremos las unidades que vienen indicadas por el número natural y después procederemos a dividirla tantas veces como el denominador de la fracción nos indica. Por ejemplo:



¿Cuántos $\frac{1}{2}$ tenemos en 3 unidades?



¿Cuántos $\frac{2}{3}$ tenemos en 4 unidades?



Realizaremos los siguientes ejercicios:

$$3 : \frac{2}{5} =$$

$$10 : \frac{1}{2} =$$

$$4 : \frac{4}{6} =$$

$$5 : \frac{2}{3} =$$

$$6 : \frac{2}{6} =$$

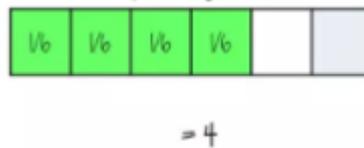
$$3 : \frac{2}{4} =$$

- Una fracción dividida entre otra fracción

Representaremos la primera de todas las fracciones y después volveremos a dividir entre el segundo denominador. Por ejemplo:



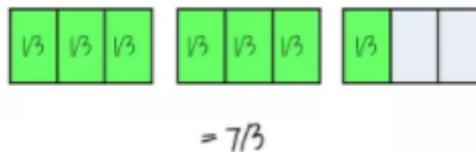
¿Cuántos $1/6$ tenemos en $2/3$?



También lo realizaremos a la inversa convertir 2,3 en un número fraccionario. Por ejemplo:



Ahora convertimos las unidades en tercios. ¿Cuántos tercios tenemos?



- Multiplicación entre fracciones:

Para realizar la multiplicación entre fracciones el alumnado dibujará un cuadro con las medidas que se crean correspondientes. A continuación, se dividirá el cuadro en tantas filas y columnas como nos indiquen los denominadores de las fracciones a operar. Se colorearán las partes correspondientes al numerador de cada fracción en diferentes colores, quedando así una parte del cuadro coloreada y otra sin colorear.

La zona que está doblemente coloreada será la correspondiente al numerador de la fracción del resultado de la operación. El denominador se hallará realizando la suma de todos los cuadrados, estén o no coloreados.

Para complementar la total comprensión de las divisiones y multiplicaciones mediante este método, se procederá a realizar las siguientes operaciones:

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} =$$

$$\frac{4}{6} : \frac{2}{3} =$$

$$\frac{4}{8} : \frac{2}{4} =$$

Para que esta sesión se realice de forma óptima, será más rápida en unos cursos que en otros. Es decir, para el curso de 4° de Educación Primaria, se contará con un periodo más largo para realizar esta sesión, mientras que, en los cursos superiores, se concluirá de forma más breve.

Esto se debe a que creo que la capacidad del alumnado para comprender y asimilar el método es diferente en los diferentes cursos. La capacidad de comprensión no es la misma en todos los cursos. Adjunto un periodo de tiempo en el que creo que será correcta la asimilación total del método.

4° DE PRIMARIA: Sesión 2, 2 horas.

5° DE PRIMARIA: Sesión 2, 1 hora y tres cuartos.

6° DE PRIMARIA: Sesión2, 1 hora y media.

Debido a las diferencias que existen en la capacidad de comprensión entre el alumnado, el grupo que finalice primero puede servir de apoyo para que los grupos que no han terminado finalicen.

Sesión 3:

Como se ha comentado en el guion, esta sesión se diferencia por el grado de dificultad a impartir en los diferentes cursos. A pesar de que en la sesión anterior el grado de dificultad era el mismo para todos los cursos, aunque variase el tiempo, en esta sesión se realizará el mismo periodo de tiempo para todos los cursos, aunque con distinta dificultad.

A modo general, en esta sesión trabajaremos la resolución de problemas por el método Singapur. Para ello, recordaremos al alumnado los principios del método. Estos principios son:

1. Leer y analizar varias veces el problema. Si no se ha llegado a su total comprensión, intentar dar otro enfoque al enunciado con ayuda del profesorado.
2. Determina sobre qué o de quién se habla. Analizar los datos del enunciado identificando el numerador y denominador de los datos que aparecen en el problema.
3. Dibuja una barra unidad por medio de la utilización rectángulos. Se puede incluir el dibujo de la unidad de rectángulo en el enunciado. También se puede realizar por medio de los materiales manipulativos.
4. Lee nuevamente el problema frase por frase, para evitar falsear u omitir información. De esta manera, comprobamos que los datos del problema están asimilados por el alumnado.

5. Ilustrar las cantidades del problema. Con ello, dividimos la barra unitaria dibujada en el paso 3 en tantas partes como se indique en el problema.

6. Identificar la pregunta guía, lo que ayudará a resolver el problema.

7. Realizar las operaciones correspondientes. Para ello, podemos apoyar la actividad con materiales manipulativos o pictóricos. Tanto para dividir la unidad en tantas partes como indique el numerador como para la solución de operaciones entre fracciones, se puede colorear el resultado para que la solución sea más visual.

8. Escribir la respuesta con sus unidades correspondientes, equivalente a la solución pictórica o manipulativa hallada previamente en el paso 7.

Como se puede apreciar el trabajo manipulativo se deja un poco de lado a la hora de trabajar los problemas. Esto es debido a que el alumnado en la sesión anterior ha adquirido de forma adecuada del trabajo manipulativo y entonces el alumnado simplemente pasa a la parte pictórica del método Singapur. De esta manera el método Singapur se queda resumido en los pasos que hemos explicado anteriormente.

Si por algún casual el alumnado no logra llegar a la solución adecuada puede servirse del material manipulativo. De esta manera el alumnado que tenga dificultades puede volver a empezar por el trabajo manipulativo.

A continuación, procederemos a la aplicación del método en los distintos problemas en función del curso en el que se encuentren.

4º DE PRIMARIA

Juan y Cintia tienen juntando el dinero de ambos la asombrosa cantidad de 36 euros. Juan tiene $\frac{1}{3}$ del dinero. ¿Qué cantidad de dinero tiene cada uno de ellos? ¿Qué fracción de dinero tiene Cintia?

Un ciclista lleva recorrido 369,35 km. Esta distancia equivale a $\frac{1}{2}$ del camino. ¿Qué distancia tiene el camino?

Iñigo se ha comido $\frac{2}{6}$ de un pastel y su mejor amigo Jaime se comió otros $\frac{2}{6}$. Como el pastel pesaba un kilo. ¿Qué cantidad se comieron entre los dos amigos? ¿Cuánto pastel les queda?

5º Y 6º DE PRIMARIA.

Juan ha ido a comprar a la frutería una sandía. El kilo de sandía se vende por 0,75 euros. Si la sandía pesa $\frac{7}{4}$ de kilo. ¿Cuánto tiene que pagar Juan por la sandía?

Guillermo tiene $\frac{1}{2}$ de la tarta de su cumpleaños. Si se juntan tres amigos para merendar. ¿Qué cantidad de tarta le tocaría a cada uno?

María se ha gastado $\frac{1}{5}$ del dinero que le dieron de paga sus abuelos en comprar un libro de aventuras. También se ha gastado $\frac{1}{8}$ de la paga en comprar una bolsa de chuches. ¿Qué fracción de su paga se ha gastado María?

Los $\frac{2}{5}$ de los ingresos de una comunidad de vecinos se emplean combustible, $\frac{1}{8}$ se emplea en electricidad, $\frac{1}{12}$ en la recogida de basuras, $\frac{1}{4}$ en mantenimiento del edificio y el resto se emplea en limpieza.

Pedro celebró su cumpleaños y su abuela preparó una tarta para todos los amigos a los que invitó. En el mismo día de su cumpleaños terminaron con $\frac{2}{10}$ de la tarta y, al día siguiente, Pedro se juntó con sus primos y comieron $\frac{3}{5}$ del total. ¿Todavía le queda tarta? ¿Cuánta le queda a Pedro?

En esta sesión, hemos decidido agrupar el nivel de 5º y 6º curso de Educación Primaria. Esto se debe a que la clase de 5º de Primaria tenía muy buen nivel de matemáticas, por lo que valoré la positividad de que la clase de 5º realizase las mismas actividades que las del último curso. Si no fuese así, se procedería a bajar el nivel de los problemas aplicados a 5º de Educación Primaria para que estos fuesen acordes a su nivel.

EVALUACIÓN

Los procedimientos e instrumentos para realizar la evaluación serán los siguientes:

- La observación regular de las actitudes personales de cada alumno, de su forma trabajar, de las estrategias o métodos que utiliza, de cómo resuelve las dificultades que se encuentra, etc. Además, se debe observar cómo se lleva a cabo la resolución de tareas grupales.
- La revisión y análisis de los trabajos del alumnado, es otro instrumento que nos permite comprobar los materiales que han ido elaborando a lo largo de la propuesta educativa.
- El diálogo continuo con el alumnado ya sea individualmente o en pequeños grupos, es un instrumento de gran utilidad para ayudarles a resolver sus dudas. En esos momentos el profesorado puede "investigar" cómo aprovecha el tiempo cada alumno, o su ritmo de aprendizaje.

Por ello, en nuestra propuesta educativa sobre el método Singapur, el instrumento principal que utilizaremos para evaluar al alumnado será la observación, ya que consideramos que permite al profesorado a obtener información sobre la conducta que manifiestan los alumnos.

Otros instrumentos de evaluación que vamos a utilizar son:

- Intercambios orales entre maestro y alumno: Esta técnica consiste en una evaluación cooperativa, es decir una evaluación realizada a través del diálogo. Una vez que el profesorado ha realizado la explicación de los mecanismos, él mismo puede realizar varias preguntas a su alumnado, para ver si han adquirido los mecanismos necesarios, desarrollando así su capacidad crítica.
- Observación sistemática: Mediante este procedimiento el profesorado es capaz de observar todo el proceso del alumnado y obtener unas conclusiones sobre este proceso.

Esta técnica la podremos llevar a cabo a través de una serie de fichas que realizará alumnado de las actividades preparadas para esta propuesta educativa.

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

He de recordar que el principal objetivo de este TFG se centra en aumentar la motivación del alumnado, así como buscar un cambio de percepción de las matemáticas sobre el mismo. Para ello, tras elaborar una propuesta basada en el Método Singapur, se ha llevado a cabo en el aula para comprobar su aceptación por parte del alumnado.

- Además de este objetivo principal, también se busca conseguir otros objetivos:
- Proponer alternativas metodológicas a las existentes en los Centros Educativos.
- Fomentar el trabajo en equipo dentro del área matemática para facilitar la comprensión y trabajo de las fracciones.
- Uso de la verbalización por parte de toda la clase al finalizar las actividades planteadas.

Para hablar de las conclusiones voy a diferenciar dos apartados. En el primer apartado, sacare unas conclusiones de cada uno de los cursos en los que se ha realizado dicha propuesta. En el segundo apartado, realizaré unas conclusiones generales de la aplicación del método Singapur.

CONCLUSIONES POR CURSOS

4º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Al llevar a cabo la propuesta, se detectó una aceptación sin inconvenientes por parte del alumnado. Para llevarlo a cabo, el aula de 21 alumnos y alumnas se dividió en pequeños grupos para realizar la propuesta en forma de taller. Dicha agrupación se realizó en pequeños grupos, de 4 a 5 personas.

En el aula de 4ºB del CEIP Lola Herrera había un grupo de alumnos y alumnas que eran aptos para realizar un apoyo al alumnado que lo necesitase en el área de las matemáticas. Dicho alumnado se distribuyó de tal manera que estuviesen separados en distintos grupos para ayudar al resto de compañeros y compañeras en la realización del taller.

El alumnado se encontraba emocionado por el nuevo método empleado. Al trabajar de forma distinta un área como las matemáticas, mostraron una motivación que reflejaron en el trabajo realizado. La verbalización se dio durante toda la propuesta. Mientras se realizaban las distintas actividades, se podía observar cómo en cada grupo existían debates sobre cómo llegar a una solución de cada problema.

A pesar de que había algún grupo que tenía dificultades para resolver los problemas, la ayuda aportada por, en este caso, la compañera Paula, no fue suficiente para alcanzar los objetivos marcados en la sesión 2 por el Grupo 5. Por ese motivo, la verbalización con el resto de grupos durante la propuesta fue vital para que el grupo 5 comprendiese los conceptos en su totalidad. Sin

embargo, el grupo 2 de este curso, representado por el alumno Daniel, se mostró muy proactivo a la hora de ofrecer ayuda al resto de grupos. Esto fue algo muy sorprendente para la tutora del curso, María Jesús, quien no se esperaba esta reacción por parte del alumnado.

He destacar que el grupo 1 en el que había un alumno más que en los demás, debido al número total de integrantes del aula, no funcionó como esperábamos. Esto se debe a que las expectativas sobre el grupo con 5 alumnos y alumnas eran más altas que en el resto de grupos, ya que al haber un integrante más, se esperaba que la resolución de problemas fuese más ágil. La respuesta del grupo respecto a la verbalización fue superior a la del resto del aula, dado que a la hora de argumentar y llegar a una solución conjunta debían esforzarse un poco más para llegar a un consenso.

El resto de grupos no mencionados hasta ahora, es decir, los grupos 3 y 4, no presentaron grandes dificultades a la hora de trabajar con el Método Singapur. Realizaron el trabajo de forma óptima, tal y como se esperaba al realizar la propuesta.

Las conclusiones que he podido sacar en 4º de primaria son las siguientes:

- El trabajo que se realizó en la primera sesión explicando el método y realizando los materiales resultó básico para poder llevar a cabo la propuesta de la mejor forma posible.
- El trabajo con materiales manipulativos es algo que ayuda a motivar al alumnado y permite que el alumnado se mueva e interactúe con los compañeros.
- La forma de realizar los grupos resultó de gran importancia, debido a que el alumnado que aportaba ayuda al resto del grupo supo guiar al grupo hasta obtener los objetivos planteados.
- La verbalización fue esencial para que todos los grupos que realizaban la propuesta llegasen a comprender totalmente los conceptos matemáticos explicados en clase.

Al empezar la propuesta se preguntó al alumnado que pensaban sobre las matemáticas y si les gustaba. Sorprendentemente, solo había una persona que respondió que le gustaban las matemáticas. Después de la propuesta se consiguió hacer ver al alumnado que las matemáticas también pueden ser divertidas y útiles en la vida diaria.

En cuanto a la utilización del método Singapur, fue algo que personalmente me sorprendió. El aula aplicó el método de una forma adecuada, pese a las dificultades presentadas por algunos grupos del aula. Tanto la tutora como mi persona, quedamos muy satisfechos con los resultados obtenidos al realizar la propuesta.

5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

La inclusión en el aula de 5ºA de Educación Primaria del CEIP Lola Herrera, donde he realizado la propuesta del Método Singapur, ha sido sorprendente. Esta aula cuenta con un alumnado menor que en el curso anterior, ya que sólo había 18 participantes en el aula. Dentro de este alumnado cabe destacar la presencia de un ACNEE, al que llamaremos J, y el buen nivel de matemáticas que tenía el grupo. Gracias a ello y a que la materia del curso estaba impartida en su totalidad, se aprovechó para ampliar el tema de las fracciones debido al interés general mostrado.

El comportamiento general del aula varía mucho dependiendo de la situación particular del sujeto J en el día a día. Aunque el resto de compañeros y compañeras sabe cómo deben actuar frente a los diferentes comportamientos que puede dar su compañero, hay momentos en los que es muy difícil mantener la atención a las explicaciones realizadas por el profesorado.

A este alumno se le permite realizar paseos por dentro del aula en diferentes momentos y de forma puntual, siempre que no interrumpa o moleste al resto del aula. En esta clase, hay creado un “*rincón de relax*”, donde el alumno sabe que puede ir allí para relajarse con el fin de eliminar dichas conductas. El alumno J dispone de una silla especial que mejora su regulación sensorial y aumenta su predisposición a mantenerse sentado y atento a las explicaciones. Esta silla está compuesta por pelotas de tenis colocadas en el asiento y respaldo.

En la primera sesión, el alumnado se mostraba reacio a trabajar con un método diferente al utilizado de forma tradicional. Tras explicar y poner en práctica la metodología Singapur con algunos ejemplos, el aula comenzó a interesarse por esta nueva propuesta.

En esta aula, para formar los diferentes grupos de trabajo se siguió una dinámica similar a la que lleva la tutora el resto del curso. Esta dinámica consiste en agrupar al alumnado entorno al alumno J, es decir, proponiendo un grupo con mayor apoyo para el alumno ACNEE. Por lo tanto, la disposición de los grupos quedó tal que los grupos 1, 2 y 3 tenían 4 integrantes, mientras que el grupo 4 tenía 6 participantes, donde se encontraba el alumno J.

Al aumentar la dificultad de las actividades, algunos de los alumnos y alumnas se mostraron muy motivados a continuar la resolución de los problemas. Gracias a ellos, se creó un ambiente de trabajo muy activo y enérgico. Cabe destacar que el proceso de resolución de problemas fue muy dinámico, propulsado por los alumnos y alumnas que ofrecían apoyo al resto de integrantes de los diferentes grupos.

En cuanto a la verbalización, quedó reflejado que el alumnado debatía entre grupos para llegar a una solución consensuada de las actividades propuestas. Al terminar cada grupo de actividades, en cada grupo escogían a un representante para llevar a cabo la exposición del método resolutivo

empleado al resto de la clase. El portavoz del grupo tenía que rotar dentro del mismo para que todos los integrantes trabajasen de forma equitativa.

En cuanto al comportamiento del alumno con necesidades educativas especiales, hubo momentos en los que su grupo se vio afectado por el mismo. Las necesidades de movimiento del alumno J, desde los paseos hasta su desplazamiento al rincón de relax, retrasaban la resolución de problemas del grupo 4. Julia, entre otros compañeros, se encargaba de liderar la explicación hacia el alumno J cada vez que esto ocurría. Es decir, cuando el alumno volvía de su paseo o de relajarse en su rincón, se encargaban de explicar los pasos que habían consensuado a seguir para resolver el problema, haciendo ahínco cuando era más difícil que llegase a su total comprensión.

Las conclusiones obtenidas en 5º de primaria son las siguientes:

- En la primera sesión se vio cierta reticencia al nuevo método a emplear por el docente, en este caso mi persona. Al conocer el método de trabajo a utilizar, su percepción cambió y se comenzó a notar un ambiente de trabajo más colaborativo y proactivo por parte del alumnado.
- La utilización de los materiales manipulativos motivó al alumnado de forma progresiva. Este método ha sido de gran ayuda para la total comprensión de los conceptos matemáticos por parte de todo el alumnado. Cabe destacar el trabajo realizado por el alumno con necesidades educativas especiales J, ya que es un área en la cual solía presentar cierto rechazo.
- El cambio de portavoz en los grupos permitió que todo el alumnado tuviese la iniciativa en el momento pactado. Mientras realizaban la exposición de forma individual, la actitud del resto del aula resultó muy positiva, incentivando al portavoz a expresarse.

La sensación, tanto de la tutora Eliana como la mía, fue muy positiva. El alumnado mostró un gran interés hacia la metodología, aprovechando el buen nivel general del aula en matemáticas. Otro factor que destacar es el trabajo realizado por el alumno J, dado que es un alumno que no tiene especial interés por las matemáticas, pero gracias a esta metodología, su trabajo mejoró en dicha área.

El aula utilizó la metodología Singapur de manera grata. Tras aplicar este método de trabajo, se observó un mayor interés por las matemáticas por parte del alumnado, que ya tenían interiorizado.

6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Para trabajar con el nivel más alto de la Educación Primaria, se observaron ciertas dificultades de aplicación del Método Singapur. El aula de 6ºA del CEIP Lola Herrera, donde se aplicó la

metodología Singapur, mostraba interiorizado el mecanismo de resolución de problemas mediante el método abstracto.

Para que la transición de un método más abstracto al Método Singapur fuese aceptada por el alumnado, en las primeras sesiones se permitía la resolución de actividades de forma inversa a la explicada en el Método Singapur. Es decir, primero se trabajaba con un razonamiento más abstracto, y a continuación se evolucionaba a un método pictórico y por último manipulativo.

Los grupos estaban formados por 4 integrantes cada uno, aprovechando el número total de alumnado en el aula. Se realizó una distribución más aleatoria de los integrantes de cada uno, puesto que el nivel general de la clase era bastante homogéneo.

En las últimas sesiones, se consiguió aplicar el Método Singapur con el orden establecido por esta metodología. El alumnado finalmente comprendió la utilidad de esta metodología asimilando conceptos abstractos por medio de la manipulación de materiales.

Para conseguir la aceptación de todo el alumnado, se creó un ambiente más competitivo entre grupos de trabajo. El grupo 3, encabezado por Gael, se mostraba muy motivado a la hora de trabajar la verbalización, mientras que el grupo 5, con Lucía como portavoz, se mostraba más problemático a la hora de llegar a un consenso.

El grupo 2, formado por Mario como portavoz de la primera sesión, se manifestó como grupo con mayor rechazo hacia la metodología Singapur. Esto se debe a que muchos de los alumnos y alumnas del grupo tenían muy interiorizado el mecanismo abstracto. En el resto de sesiones, se pudo observar cómo gracias a la aportación del resto de grupos, se consiguió el cambio en su metodología.

En esta aula, los portavoces de cada grupo se mantenían durante cada sesión. Es decir, al proponer un cambio rotativo del portavoz de cada grupo, se observó una situación de rechazo por parte del alumnado. Los grupos 1 y 4 fueron los más eficaces a la hora de elegir portavoz en cada sesión, mientras que se encontró una situación contraria en el resto de grupos.

Las conclusiones de la aplicación del método en 6º de primaria son las siguientes:

- La inversión del orden de la metodología Singapur fue vital para la comprensión de este método por parte del alumnado. Esto se debe a que existía cierto rechazo al método debido a que muchos de ellos ya tenían interiorizado la resolución abstracta de los conceptos matemáticos.
- El trabajo manipulativo quedó desplazado a un segundo plano en las primeras sesiones, mientras que en las últimas fue tratado como eje de resolución de los problemas.

- El ambiente “competitivo” entre grupos de trabajo facilitó la aceptación y verbalización del alumnado, tanto dentro como fuera de cada grupo. Fue vital para que algunos grupos pudiesen aceptar y aplicar el método Singapur con el orden adecuado.

Pese a las dificultades iniciales encontradas en el aula, la utilización del Método Singapur fue un éxito. La tutora del aula, Nuria, se mostró muy interesada en la nueva metodología a aplicar en el aula. Al terminar las sesiones, tanto Nuria como yo, llegamos a la conclusión de que el alumnado ya tiene mecanizado el proceso abstracto en las matemáticas. Como solución a este comportamiento, se puede realizar la inversión de la metodología para alcanzar el cambio de mentalidad.

CONCLUSIONES GENERALES

La aplicación del Método Singapur nos enseña distintas situaciones que se han dado en cada uno de los cursos. La lectura general de la aplicación de esta metodología es favorable en todos los cursos, pese a los pequeños inconvenientes encontrados en las primeras sesiones en cada aula.

Esta metodología requiere un trabajo previo por parte del profesorado. El material a utilizar debe de ser previamente organizado para que cada sesión se pueda llevar a cabo de forma beneficiosa para el alumnado. Dicho material se encuentra ofertado por la Editorial *Marshall Cavendish Education*, aunque también se puede realizar de forma similar por parte del alumnado creando un vínculo manipulativo de la propuesta.

Como hemos podido comprobar, la aplicación del método no ha sido la esperada en todos los cursos. Cuanta más edad tenía el alumnado, mayor oposición presentaron al trabajo con los materiales manipulativos. Sin embargo, en los cursos inferiores se mostraron más propensos a la utilización del material empleado.

Con la utilización de este material facilitamos la comprensión de los conceptos matemáticos de una forma alternativa. Los conceptos abstractos son entendidos con menor dificultad por parte del alumnado debido a que se verbalizan los procedimientos utilizados.

El trabajo en grupo resulta extraño para el alumnado debido a que en el área matemática se suele trabajar de forma individual. Al utilizar este método, se comprueba que sí se pueden trabajar las fracciones u otros contenidos matemáticos de forma grupal.

La verbalización y el trabajo en grupo fomentan la motivación del alumnado a cooperar para llegar a la solución de las distintas actividades o problemas planteados.

En resumen, pese a las primeras impresiones del alumnado sobre el método a utilizar, los resultados han sido exitosos. Se han conseguido los objetivos planteados, además de crear un ambiente distinto en el aula de matemáticas. El alumnado ha visto con otra perspectiva el área de

las matemáticas, disfrutando y divirtiéndose al trabajar los conceptos matemáticos aplicados a la vida real.

REFERENCIAS

- Alianza Educativa, Colegios Pioneros, Ministerio de Educación de Colombia (2014)
Recuperado el 11 de abril de 2017
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/naspublic/orig_files/metodo_singapur.pdf
- Ban Har, Y.(2011). 1° Encuentro de Formación Docente MAP 101. Fundamentals in Singapore Mathematics Curriculum. Universidad de Santiago de Chile, Julio 2011
- Ban Har, Y.(2011). Fraction in Singapore Math. Marshall Cavendish Institute. Hawai: USA.
- Ban Har, Y.(2011). Sesión A4. Teaching Kindergarten Mathematics, National Institute of Education. Nanyang Technological University: Singapore.
- Ban Har, Y(2011). The ABCDs of Singapore Mathematics. Lower School Professional Development. Florida: USA.
- Ban Har, Y.(2012). Seminario de Matemática Singapur en Chile. Marshall Cavendish Institute, Universidad de Santiago de Chile, marzo de 2012
- Ban Har, Y.(2012). Fraction in Singapore Math. Marshall Cavendish Institute. Georgia: USA.
- Ban Har, Y.(2012). Sesión A4. Teaching Kindergarten and First Grade Math. National Conferene on Singapore Math Estrategies. Las Vegas, USA.
- Biografías y vidas, (2004-2017) Recuperado el 28 de abril de 2017 desde
<http://www.biografiasyvidas.com/biografia/b/bruner.htm>
- Cuadra, V. (2012). Método Singapur: Un proyecto a largo plazo. Presentación realizada en la Pontifica Universidad Católica de Chile, Octubre 2012.
- Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León. Valladolid, 25 de julio de 2016, núm. 142, 3418434746.

Díaz R.M (2012), ¿Cómo influye la aplicación del “Método Singapur” en los alumnos de cuarto grado de educación primaria para incrementar su pensamiento lógico matemático?, Recuperado el 05 de junio de 2017 desde <http://metodosingapur.blogspot.com.es/>

Emeny W., (2014), Bar modelling- a powerful visual approach for introducing number topics, Recuperado el 14 de junio de 2017 desde <HTTP://WWW.GREATMATHSTEACHINGIDEAS.COM/2014/12/26/BAR-MODELLING-A-POWERFUL-VISUAL-APPROACH-FOR-INTRODUCING-NUMBER-TOPICS/>

Escobar Cáceres P., (2012), La propuesta didáctica para la enseñanza matemática, Recuperado el 20 de abril de 2017 desde <HTTP://MATEMATICAS-MARAVILLOSAS.BLOGSPOT.COM/2012/04/EXPOSICIONTALLER-METODO-SINGAPUR-21.HTML>

Fabián Inostrosa I., (2014), Fundamentos teóricos del Método Singapur, Recuperado el 23 de marzo de 2017 desde <HTTPS://ES.SLIDESHARE.NET/PROFEDOC/FUNDAMENTOS-TERICOS-DEL-MTODO-SINGAPUR-CVD>

Fundación UNAM, México (2014), Método Singapur, El método para el desarrollo del pensamiento matemático. Recuperado el 14 de abril de 2017 desde <HTTP://WWW.FUNDACIONUNAM.ORG.MX/EDUCACION/METODO-SINGAPUR/>

García moreno J., (2012) ¿Es novedoso el llamado "Método Singapur" de matemáticas? Recuperado el 23 de mayo de 2017 desde <http://www.didactmaticprimaria.com/2012/08/es-novedoso-el-llamado-metodo-singapur.html>

Inostroza, F.(2013). Fundamentos teóricos del método de Singapur. Presentación desarrollada en el colegio Estela Segura, Mayo-Junio del 2013.

Inostroza, F.(2013). Metodología del método Singapur, Exposición realizada en la escuela de Estela Segura, junio del 2013.

Dr. Kho Tek Hong (2000). Colección Primary Mathematics 1º, 2º, 3º, 4º, 5º, 6º.” Singapore.
Marshall Cavendish Education

León Robles G., (2011), Trabajo fin de master unidad didáctica fracciones, universidad de granada curso 2010-2011

MINEDUC(2012). Pensar sin límites, Cuaderno de Trabajo para el estudiante 1A Marshall Cavendish Education.

MINEDUC(2012). Pensar sin límites, Cuaderno de Trabajo para el estudiante 3A. Marshall Cavendish Education.

Paula B.Perera Dzul Y Marta E. Valdemoros Álvarez (2008), Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado, 20 de septiembre del 2008. Recuperado el 30 de marzo de 2017 desde
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100003

Pineda B., (2014) , Matemática relacional y matemática instrumental. Recuperado el 1 de junio de 2017
<HTTPS://ES.SLIDESHARE.NET/BLANCAPINEDA/UNIDAD-2-TEMA-01-MATEMATICA>

Poligon Education, S.L (2016), Marshal Cavendish Education (2012),Financiado por Enisa (2016), Recuperado el 28 de mayo de 2017 desde
<HTTP://SINGAPUR.POLYGONEDUCATION.COM/>

Poligon Education, S.L (2016), Marshal Cavendish Education (2012),Financiado por Enisa (2016), Matemáticas Singapur, El éxito del Método Singapur. Recuperado el 5 de abril de 2017 desde
<HTTP://SINGAPUR.POLYGONEDUCATION.COM/INDEX.PHP/MATEMATICAS-SINGAPUR/EL-EXITO-DEL-METODO-SINGAPUR/>

Poligon Education, S.L (2016), Marshal Cavendish Education (2012),Financiado por Enisa (2016), Matemáticas Singapur, Progresión en espiral. Recuperado el 5 de abril de 2017 desde

Reyes. G. (2008). Segunda parte Singapur. Recuperado el 20 de mayo de 2017 desde <http://es.slideshare.net/reyessgus68/segunda-parte-singapur1-presentation>

TIMSS 2015. Informe español, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Gobierno de España. (2015) Recuperado el 17 de abril de 2017 desde <HTTP://WWW.MECD.GOB.ES/DCTM/INEE/BOLETINES/EDUCAINEE50PROVOKK.PDF?DOCUMENTID=0901E72B822868BE>

ANEXOS

1. ANEXO I

Materiales elaborados por el alumnado.

La unidad.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
---------------	---------------

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{7}$						
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{8}$							
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{9}$								
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$\frac{1}{10}$									
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

2. ANEXO 2

En este anexo adjunto las fichas entregadas y realizadas por el alumnado aplicando el método Singapur.

Ejercicio 1

4°, 5° y 6° de Primaria

Deberemos ordenar las siguientes fracciones de menor a mayor. Para ello, construiremos una “pared de fracciones”.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{6}$$

Ejercicio 2

Hallar una fracción equivalente a las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{6} =$$

$$\frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{12} =$$

$$\frac{6}{15} =$$

$$\frac{7}{10} =$$

Ejercicio 3

Hallar la fracción irreducible.

$$\frac{4}{6} =$$

$$\frac{6}{12} =$$

$$\frac{9}{12} =$$

$$\frac{6}{15} =$$

$$\frac{2}{8} =$$

$$\frac{8}{16} =$$

Ejercicio 4

Realiza las siguientes operaciones.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{6} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{6} =$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{5} =$$

$$\frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$$

Ejercicio 5

Resuelve:

$$3 : \frac{2}{5} =$$

$$10 : \frac{1}{2} =$$

$$4 : \frac{4}{6} =$$

$$5 : \frac{2}{3} =$$

$$6 : \frac{2}{6} =$$

$$3 : \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} =$$

$$\frac{4}{6} : \frac{2}{3} =$$

$$\frac{4}{8} : \frac{2}{4} =$$

1. Juan y Cintia tienen juntando el dinero de ambos la asombrosa cantidad de 36 euros. Juan tiene $\frac{1}{3}$ del dinero. ¿Qué cantidad de dinero tiene cada uno de ellos? ¿Qué fracción de dinero tiene Cintia?
2. Un ciclista lleva recorrido 369,35 km. Esta distancia equivale a $\frac{1}{2}$ del camino. ¿Qué distancia tiene el camino?
3. Iñigo se ha comido $\frac{2}{6}$ de un pastel y su mejor amigo Jaime se comió otros $\frac{2}{6}$. Como el pastel pesaba un kilo. ¿Qué cantidad se comieron entre los dos amigos? ¿Cuánto pastel les queda?

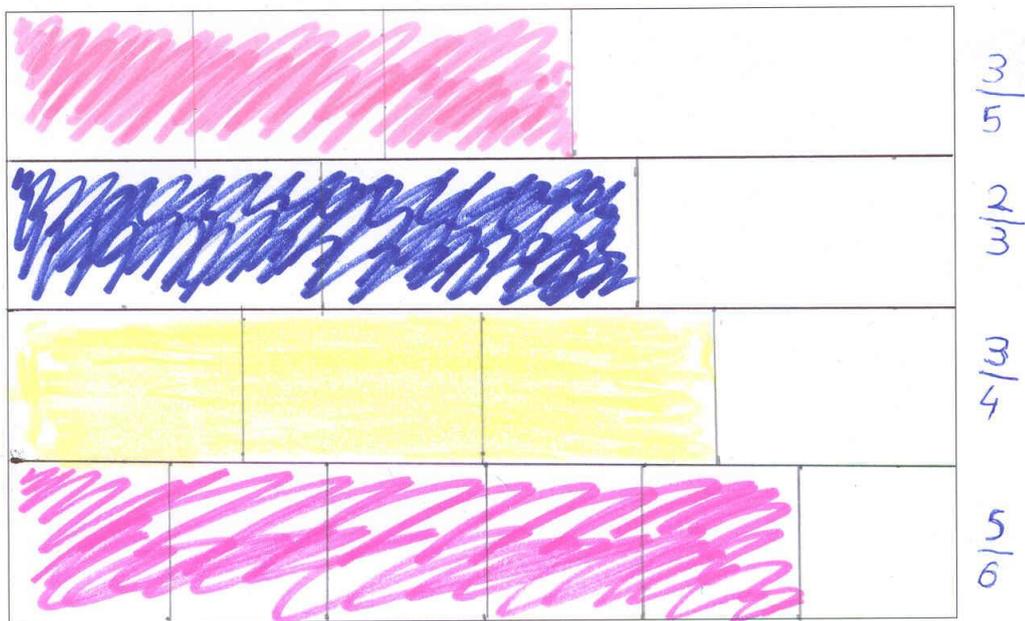
1. Juan ha ido a comprar a la frutería una sandía. El kilo de sandía se vende por 0,75 euros. Si la sandía pesa $\frac{7}{4}$ de kilo. ¿Cuánto tiene que pagar Juan por la sandía?
2. Guillermo tiene $\frac{1}{2}$ de la tarta de su cumpleaños. Si se juntan tres amigos para merendar. ¿Qué cantidad de tarta le tocaría a cada uno?
3. María se ha gastado $\frac{1}{5}$ del dinero que le dieron de paga sus abuelos en comprar un libro de aventuras. También se ha gastado $\frac{1}{8}$ de la paga en comprar una bolsa de chuches. ¿Qué fracción de su paga se ha gastado María?
4. Los $\frac{2}{5}$ de los ingresos de una comunidad de vecinos se emplean combustible, $\frac{1}{8}$ se emplea en electricidad, $\frac{1}{12}$ en la recogida de basuras, $\frac{1}{4}$ en mantenimiento del edificio y el resto se emplea en limpieza.
5. Pedro celebró su cumpleaños y su abuela preparó una tarta para todos los amigos a los que invitó. En el mismo día de su cumpleaños terminaron con $\frac{2}{10}$ de la tarta y, al día siguiente, Pedro se juntó con sus primos y comieron $\frac{3}{5}$ del total. ¿Todavía le queda tarta? ¿Cuánta le queda a Pedro?

Ejercicio 1

4°, 5° y 6° de Primaria

Deberemos ordenar las siguientes fracciones de menor a mayor. Para ello, construiremos una "pared de fracciones".

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{6}$$



$$\text{mcm}(3,4,5,6) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \\ \times 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} &= \frac{36}{60} \\ \frac{2}{3} &= \frac{40}{60} \\ \frac{3}{4} &= \frac{45}{60} \\ \frac{5}{6} &= \frac{50}{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{36}{60} &< \frac{40}{60} < \frac{45}{60} < \frac{50}{60} \\ \frac{3}{5} &< \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Ejercicio 2

Hallar una fracción equivalente a las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{2} =$$

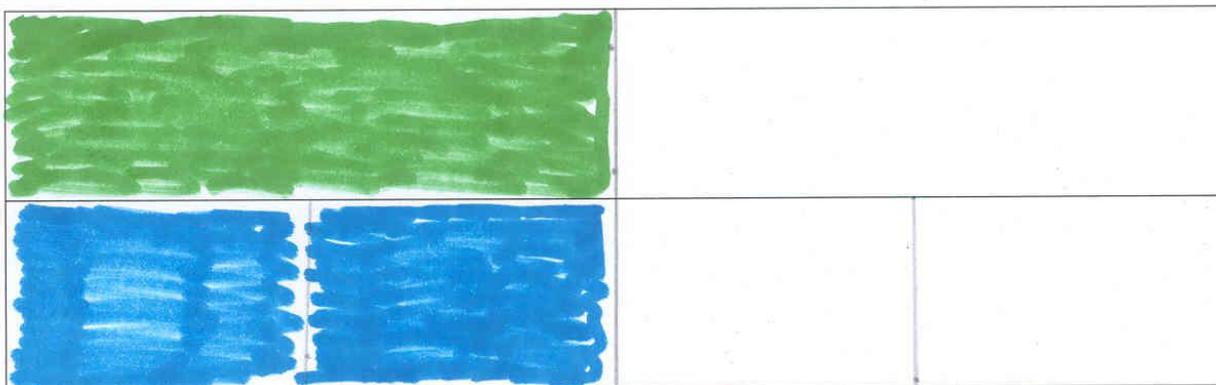
$$\frac{2}{6} =$$

$$\frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{12} =$$

$$\frac{6}{15} =$$

$$\frac{7}{10} =$$



$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

Solución: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Ejercicio 3

Hallar la fracción irreducible.

$$\frac{4}{6} =$$

$$\frac{6}{12} =$$

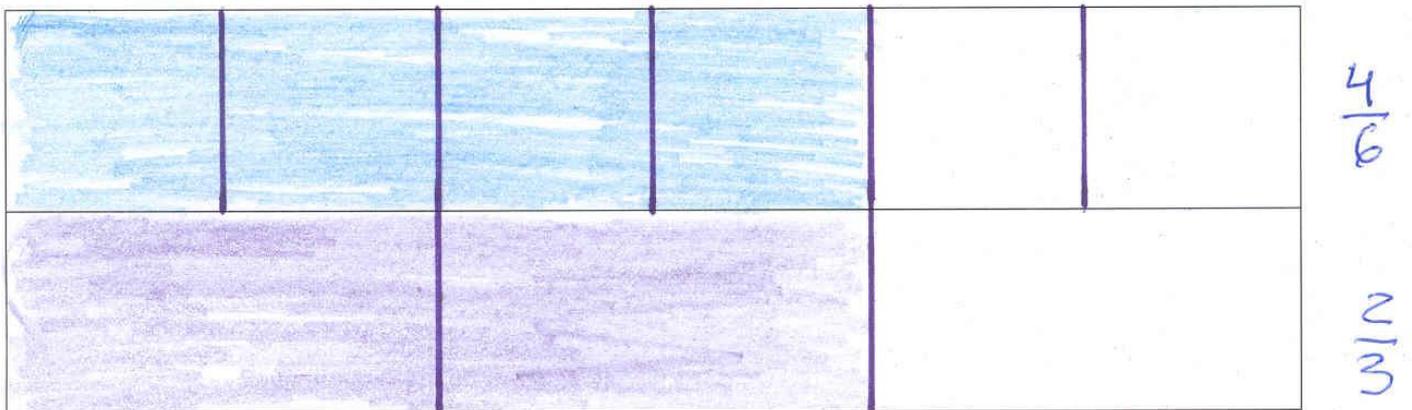
$$\frac{9}{12} =$$

$$\frac{6}{15} =$$

$$\frac{2}{8} =$$

$$\frac{8}{16} =$$

=



$$\text{m.c.d.}(4,6) = 2$$

~~m.c.d.~~

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 3} \\ 2 \overline{) 3} \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$$

Solución $\frac{2}{3}$

Ejercicio 4

Realiza las siguientes operaciones.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{6} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{6} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} =$$

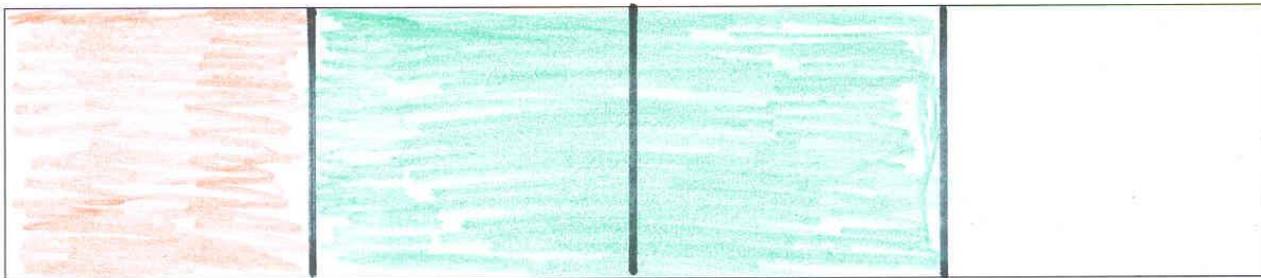
$$\frac{3}{4} - \frac{5}{5} =$$

$$\frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{3} +$$

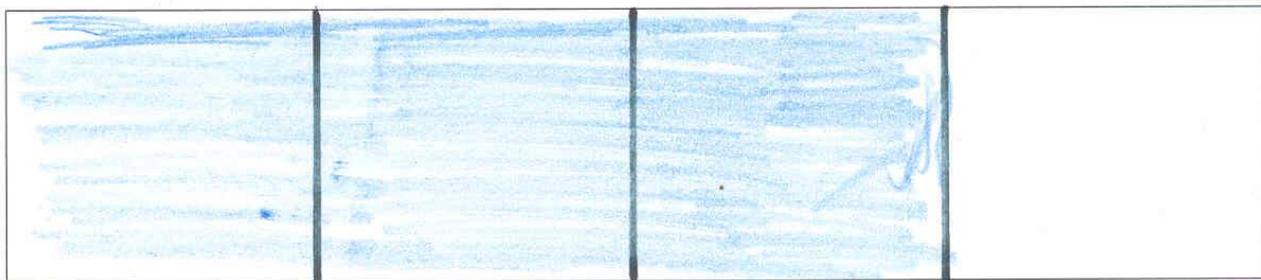
$$\frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$



$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{4}$$

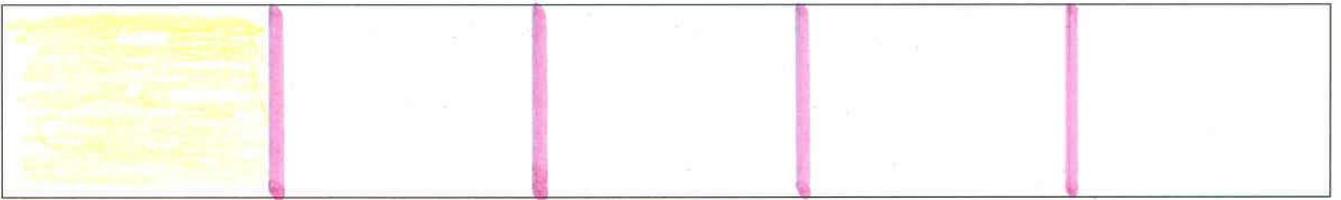
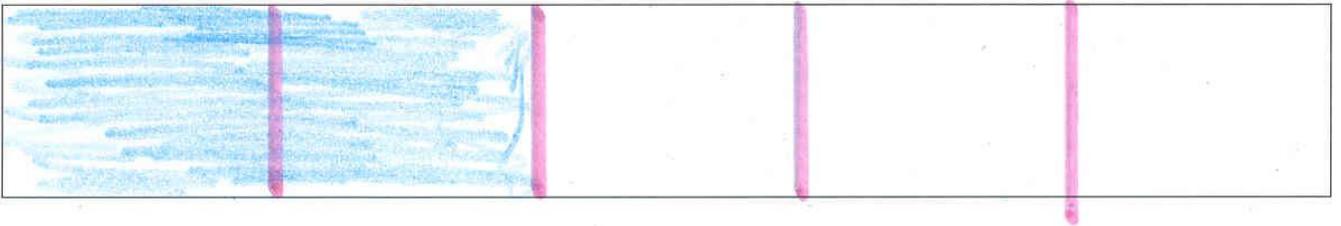
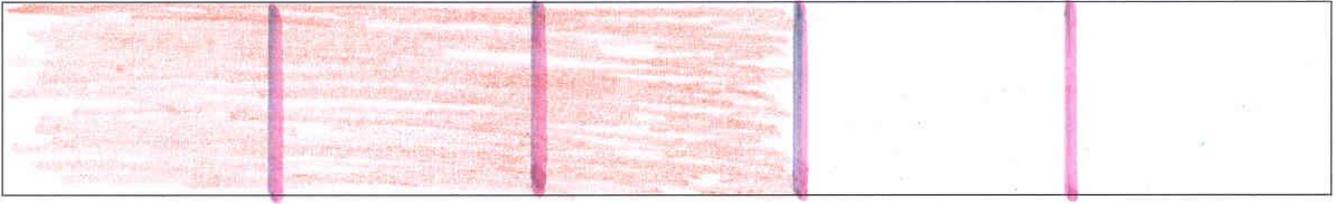


$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

Solución $\frac{3}{4}$

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$$



$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

Solución: $\frac{1}{5}$

Ejercicio 5

Resuelve:

$$3 : \frac{2}{5} =$$

$$4 : \frac{4}{6} =$$

$$6 : \frac{2}{6} =$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} =$$

$$\frac{4}{6} : \frac{2}{3} =$$

$$10 : \frac{1}{2} =$$

$$5 : \frac{2}{3} =$$

$$3 : \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} =$$

$$\frac{2}{4} : \frac{3}{8} =$$



7,5

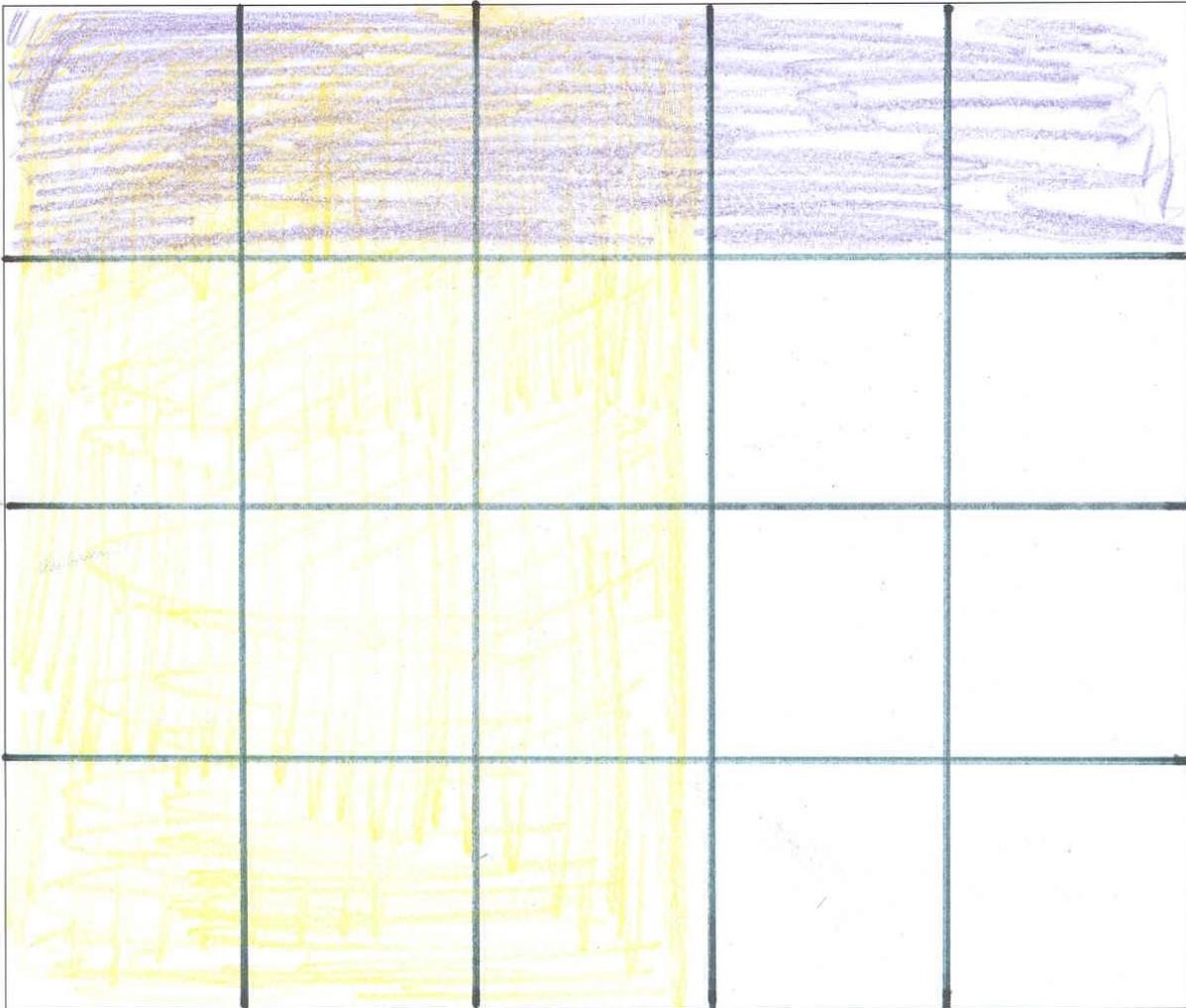


$$3 : \frac{2}{5} = \frac{15}{2} = 7,5$$

$$\begin{array}{r} 15 \quad \underline{2} \\ 10 \quad 7,5 \\ \hline 0 \end{array}$$

Solución: 7,5

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} =$$

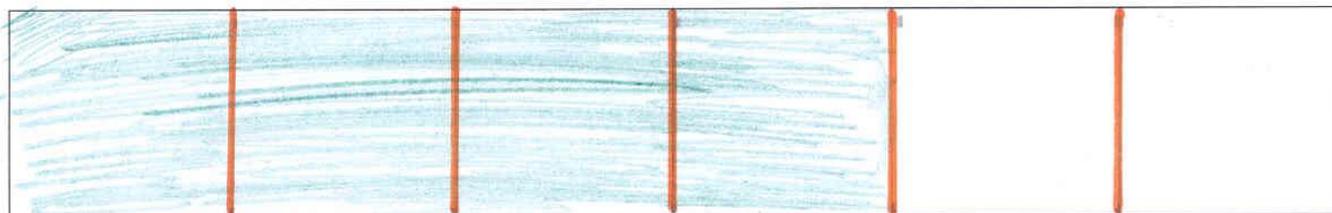


$$\frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{5 \times 4} = \frac{3}{20}$$

Solucion: $\frac{3}{20}$

$$\frac{4}{6} : \frac{2}{3} =$$



$$\frac{4}{6}$$

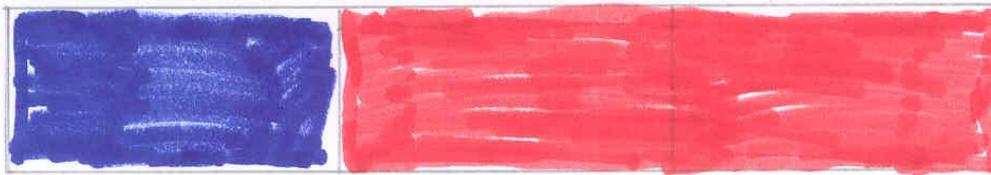


$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{6} : \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{6 \times 2} = \frac{12}{12} = 1$$

Solución 1

Juan y Cintia tienen juntando el dinero de ambos la asombrosa cantidad de 36 euros. Juan tiene $\frac{1}{3}$ del dinero. ¿Qué cantidad de dinero tiene cada uno de ellos? ¿Qué fracción de dinero tiene Cintia?



Juan

Cintia

$$\text{Juan } 36 \times \frac{1}{3} = \frac{36 \times 1}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\text{Cintia } 36 \times \frac{2}{3} = \frac{36 \times 2}{3} = \frac{72}{3} = 24$$

Solución: Juan 12 € $\rightarrow \frac{1}{3}$
 Cintia 24 € $\rightarrow \frac{2}{3}$

$$\frac{36 \text{ €}}{\quad}$$

$$\frac{1}{3} \times 36 = 12$$

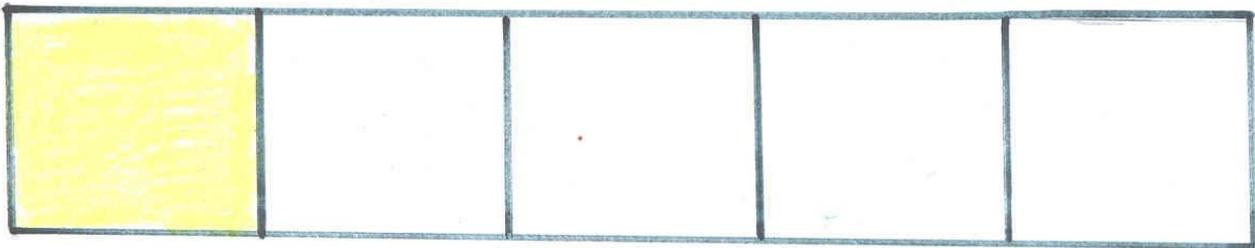
$$36 - 12 = 24$$

Solución: Juan: 12 € $\rightarrow \frac{1}{3}$
 Cintia 24 € $\rightarrow \frac{2}{3}$

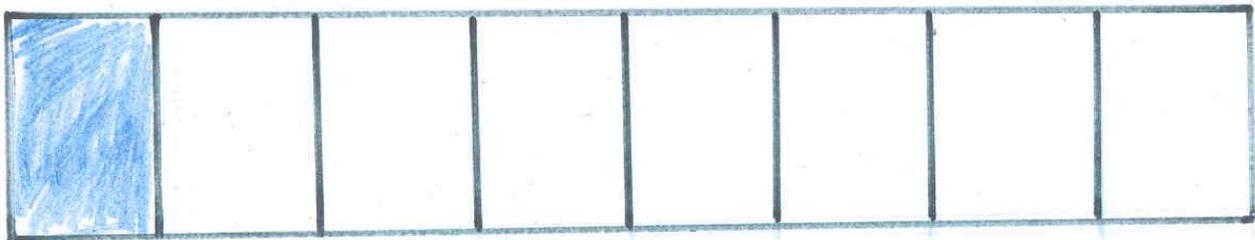
$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 36} \\ 12 \overline{) 24} \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 72} \\ 06 \overline{) 12} \\ \hline 20 \end{array}$$

María se ha gastado $\frac{1}{5}$ del dinero que le dieron de paga sus abuelos en comprar un libro de aventuras. También se ha gastado $\frac{1}{8}$ de la paga en comprar una bolsa de chuches. ¿Qué fracción de su paga se ha gastado María?



$$\frac{1}{5}$$



$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{1 \times 8}{40} + \frac{1 \times 5}{40} = \frac{8}{40} + \frac{5}{40} = \frac{13}{40}$$

Solución: $\frac{13}{40}$

$$\text{m.c.m.}(5, 8) = 2^3 \times 5 = 40$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 5 \\ \hline 40 \end{array}$$

3. ANEXO 3

Rubrica de evaluación.

	1	2	3	4	5
Usa estrategias eficientes para resolver problemas las actividades.					
Con la verbalización, demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas.					
La explicación es clara y detallada.					
El alumnado presta atención a las explicaciones.					
El alumnado se encuentra activo y proactivo a la hora de trabajar y escuchar en el aula.					
La utilización de los materiales es la adecuada.					
La notación matemática se ajusta a los parámetros solicitados.					
Trabaja en el grupo de forma correcta					
Dentro de los grupos la verbalización es la adecuada.					
Realizan aportaciones a los compañeros durante las exposiciones.					
Realizan una correcta aplicación de la metodología explicada.					
Muestra interés por las explicaciones realizadas por los compañeros.					
Observaciones:					