



---

**Universidad de Valladolid**

FACULTAD DE CIENCIAS

**Trabajo Fin de Grado**

Grado en Física

**ESTUDIO NUMÉRICO DE LA PROPAGACIÓN  
DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS  
EN METAMATERIALES  
DOBLEMENTE NEGATIVOS**

---

**Autor:**

Irene Sánchez Valiente

**Tutores:**

Ismael Barba García

Ana María Grande Sáez



# Índice general

<b>Resumen-Abstract</b>	<b>5</b>
<b>1. Introducción teórica</b>	<b>7</b>
1.1. Breve introducción a los metamateriales . . . . .	7
1.2. Materiales dieléctricos . . . . .	13
1.2.1. Parámetros electromagnéticos de la materia . . . . .	13
1.2.2. Modelos de la materia . . . . .	15
1.2.3. Clasificación de los medios dieléctricos . . . . .	19
1.3. Metamateriales . . . . .	19
1.3.1. Estructura de los metamateriales . . . . .	19
1.3.2. Parámetros de onda en un material DNG . . . . .	23
1.4. Propagación de una onda en un medio DNG . . . . .	24
1.4.1. Dirección de propagación y vector de Poynting . . . . .	25
1.4.2. Densidad de energía . . . . .	26
1.4.3. Velocidad de fase y velocidad de grupo . . . . .	27
1.5. Refracción negativa . . . . .	27
1.6. Compensación de fase . . . . .	30
1.7. Efecto Goos-Hänchen negativo . . . . .	31
1.8. Lente de Pendry o lente “perfecta” . . . . .	33
<b>2. Metodología</b>	<b>35</b>
2.1. CST Studio Suite® . . . . .	35
2.2. Diseño de un metamaterial zurdo con CST . . . . .	37
<b>3. Resultados</b>	<b>39</b>
3.1. Propagación “backward” o con velocidad de fase negativa . . . . .	39
3.2. Refracción negativa . . . . .	45
3.3. Compensación de fase . . . . .	49
3.4. Efecto Goos-Hänchen negativo . . . . .	53
3.5. Lente de Pendry o lente “perfecta” . . . . .	57
<b>4. Conclusiones</b>	<b>61</b>
<b>Glosario</b>	<b>63</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>65</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>69</b>





# Resumen

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado consiste en realizar un estudio computacional de la propagación de las ondas electromagnéticas en presencia de metamateriales doblemente negativos. Estos medios se caracterizan por tener unas propiedades específicas proporcionadas por una estructura interna previamente diseñada para obtenerlas y que no dependen las propiedades características de los componentes que forman estas estructuras, sino del tamaño y de la forma de éstas. El estudio se hizo mediante el módulo CST Microwave Studio<sup>®</sup> del software comercial CST Studio Suite<sup>®</sup>, que es un programa de simulación electromagnético. Se presentará el resultado de la simulación de diferentes situaciones que pretenden dar una idea de algunas de las propiedades electromagnéticas de estos medios, como la propagación “backward”, la refracción negativa en la interfaz, el desplazamiento Goos-Hänchen o la posibilidad de fabricar una lente “perfecta” con una lámina de metamaterial doblemente negativo.

# Abstract

The aim of this work is to perform a computational study of the electromagnetic wave propagation in double-negative metamaterials. These media are characterized by some specific properties, which are given by their previously designed artificial structure. These properties do not depend on the structure of the components of the media, but on their size and shape. The study has been made by using CST Microwave Studio<sup>®</sup>, which is a module of the electromagnetic simulator and commercial software called CST Studio Suite<sup>®</sup>. The results of the different simulations are shown to illustrate some of the electromagnetic properties of these media, such as the so-called backward-wave propagation, the negative refraction, the negative Goos-Hänchen shift or the possibility to construct a “perfect” lens with a double-negative metamaterial slab.



# Capítulo 1

## Introducción teórica

### 1.1. Breve introducción a los metamateriales

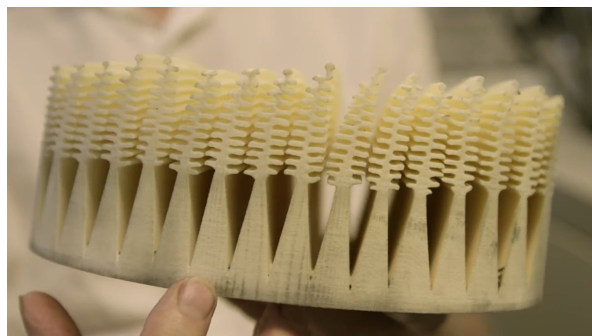
Existen ciertos materiales, tanto en la naturaleza como creados por el ser humano en la antigüedad, que tienen algunas propiedades ópticas sorprendentes. Un ejemplo pueden ser las alas de las mariposas, que en algunos casos pueden tener colores muy vívidos y brillantes. Este efecto se denomina coloración estructural [1], y ya fue observada y descrita por Isaac Newton.

Esta coloración estructural está basada en la interferencia de ondas y la difracción. Cuando la luz refleja en una superficie con este tipo de nanoestructura, se crean interferencias que pueden ser constructivas o destructivas. De esta forma, las ondas con frecuencias que interfieren de forma constructiva son las que finalmente llegan a nuestros ojos y le proporcionan la tonalidad al objeto.

Las alas de las mariposas, por ejemplo, consiguen su color porque contienen una estructura interna en la escala de los nanómetros. [2]. Una réplica de una de estas estructuras a escala visible se puede observar en la figura 1.1.



(a) Mariposa azul de Sudamérica.



(b) Estructura a escala visible del ala de una mariposa azul de Sudamérica.

Figura 1.1: [2] Las alas de la mariposa azul de Sudamérica poseen una estructura interna microscópica que les confiere ese tono azul característico.

La coloración estructural también se da por ejemplo en las plumas de los pavos reales.

Las plumas tienen un pigmento de color marrón, pero su estructura microscópica hace que al reflejarse la luz visible se creen interferencias y el color que nos llegue sea azul, verde o turquesa, e incluso iridiscente, es decir, que el color cambia con el ángulo de visión y la orientación. El efecto de la iridiscencia se produce cuando estas estructuras están bien ordenadas. A veces, este tipo de estructuras ordenadas se llaman cristales fotónicos [1].

Otro ejemplo de un material con propiedades ópticas particulares es la Copa de Licurgo, que se encuentra en el Museo Británico. Es una copa romana fabricada en el siglo IV. Esta copa está compuesta de un vidrio que cambia de color según desde dónde se ilumine: si se ilumina desde delante, con luz reflejada, la copa posee un color verdoso. Sin embargo, si la copa se ilumina desde dentro, es decir, con luz transmitida, la copa adopta un color rojizo. Esto es así por la composición del vidrio. Los griegos y los romanos sabían que, si mezclaban cuidadosamente pequeñas proporciones de metales preciosos en el vidrio, se podían obtener algunos efectos ópticos sorprendentes como este [3]. Si se mira la copa a través de un microscopio, se pueden observar pequeños fragmentos de Au y Ag de unos 70 nm.



Figura 1.2: Copa de Licurgo. Dependiendo de desde dónde reciba la luz, el color de la copa es verdoso o rojizo. [Museo Británico]

Algo parecido sucede en las vidrieras de las iglesias. Un método para colorear el vidrio es precisamente mezclar nanopartículas en él. Evidentemente, los fabricantes de vidrios en las épocas en las que se construyeron las catedrales no sabían que estaban haciendo uso de la nanotecnología para crear esos vidrios tintados. Las nanopartículas llegaron a estos tipos de materiales debido a que los artesanos emplearon sales de oro y/o plata en la elaboración de los vidrios. Ellos sabían que al variar pequeñas cantidades de oro y plata en el vidrio, podían predecir los colores que iban a poseer como resultado el vidrio que estaban trabajando [4]. Ahora se sabe que variando el tamaño y la forma de las nanopartículas, se puede conseguir un color u otro. En la figura 1.3 aparecen varias nanopartículas de oro con diferentes formas, lo que resulta en varios colores según la zona del espectro visible en la que absorben.

En los últimos años ha habido un gran crecimiento en la realización y del entendimiento físico de cómo operan los materiales a nanoescala. Con las tecnologías modernas de hoy en día, es posible determinar y controlar con precisión la forma, tamaño, orientación, posición y alineamiento de estas nanopartículas y así conseguir efectos ópticos que hasta

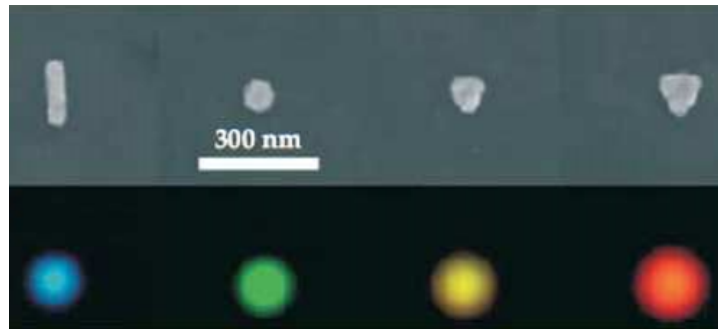


Figura 1.3: [5] A la izquierda, nanopartículas de distintas formas. A la derecha, los colores que presentaría el vidrio en función de su forma.

ahora se habían considerado imposibles hace sólo unos años. De esta forma, podríamos ser capaces de sobrepasar algunas de las limitaciones que se habían considerado incuestionables durante siglos.

Lo que actualmente se entiende por metamaterial, es un material creado artificialmente mediante una estructura interna que consigue que su respuesta a las ondas electromagnéticas sea diferente a la esperable debido a las propiedades de los componentes. Construir un metamaterial permite elegir al gusto las propiedades de cada material, con un control sobre éstas antes nunca visto. Esto es debido a que realmente está construido desde cero. De esta forma es posible conseguir materiales con unas propiedades no ya específicas, sino impensables en un medio natural. La única barrera que uno se puede encontrar son, obviamente, las leyes fundamentales de la física, tales como la de la causalidad o la conservación de la energía.

Si tratamos de describir la respuesta de un material común a una onda electromagnética atendiendo a la dispersión que produce cada átomo en dicha onda, se hace prácticamente imposible, no sólo porque implicaría sumar cada dispersión de cada partícula del medio, sino porque también se necesitaría conocer la estructura exacta del material de estudio. Afortunadamente, todo esto no es necesario. Se puede realizar un estudio del material en su conjunto, sin fijarse explícitamente en la estructura interna.

Habitualmente, la respuesta electromagnética de un material dieléctrico, visto macroscópicamente, se puede describir mediante dos parámetros: la permitividad eléctrica, denotada habitualmente por la letra  $\epsilon$  y la permeabilidad magnética, normalmente  $\mu$ . Dependiendo de la linealidad o no del medio y su posible anisotropía, estos parámetros pueden ser más complicados o menos, pudiendo ser tensores, pero aproximándose habitualmente a simples escalares para materiales mayormente lineales, homogéneos e isotropos. Así, no importa lo complicada que sea la respuesta de las ondas electromagnéticas a la estructura interna del material; conociendo estos parámetros, se puede saber cómo responderá este medio en su totalidad ante una onda electromagnética.

Esta aproximación está limitada, sin embargo, a la frecuencia a la que se está operando. Cuando la longitud de onda empieza a ser comparable al tamaño de las partículas que componen el material, esto deja de ser válido y el estudio ha de ser diferente.

De la misma manera, un metamaterial posee una estructura interna cuyo tamaño, aunque de escala superior a la escala atómica, debe seguir siendo inferior a la longitud de

onda para que pueda funcionar como una estructura homogénea. El tamaño de estas estructuras depende de la longitud de onda: si se trata con luz visible, han de estar en una escala de hasta cientos de nanómetros, como los ejemplos mencionados al principio, pero si se trata con microondas, estas estructuras pueden tener una escala de milímetros e incluso centímetros.

El primero que investigó sobre las propiedades de lo que ahora se conoce como metamaterial fue Viktor Veselago en 1968 [6]. Aunque en ese momento no existían los medios para fabricar un material de esas características y no se habían encontrado en la naturaleza, Veselago estudió teóricamente cómo sería el comportamiento de las ondas electromagnéticas en un medio en el que tanto la permeabilidad magnética  $\mu$  como la susceptibilidad eléctrica  $\varepsilon$  poseen valores negativos para ciertas frecuencias, pero no explicaba cómo se podrían obtener de forma experimental. No fue hasta 30 años después que el primer metamaterial con estas características fue fabricado (figura 1.4) por Smith y su grupo de investigación, tras el trabajo teórico de otros investigadores, entre los cuales se encontraba Pendry.

Cuando el primer material con  $\varepsilon$  y  $\mu$  ambos negativos fue fabricado, empezaron a surgir ideas sobre posibles utilidades. La más sonada de ellas probablemente sea la posibilidad de ocultar objetos sin que se pueda detectar nada ni delante ni a su alrededor, al menos mediante ondas electromagnéticas en un cierto rango de frecuencias.

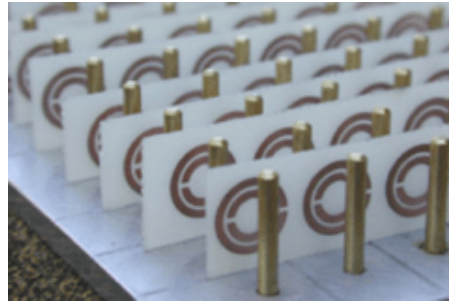


Figura 1.4: [7] Primer metamaterial con  $\varepsilon$  y  $\mu$  ambos negativos, fabricado por Smith y su grupo de investigación.

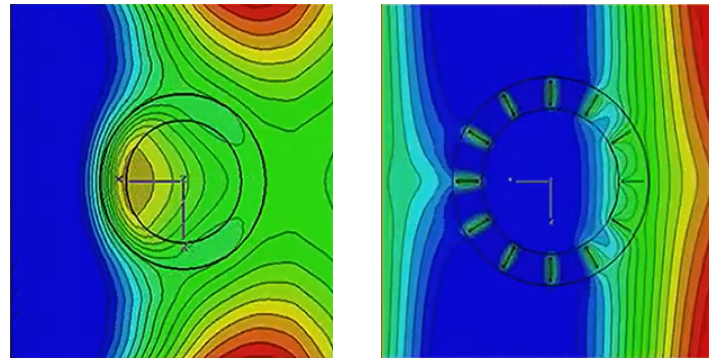
Nosotros vemos los objetos porque están siendo iluminados, ya sea con ondas electromagnéticas del espectro visible o de otro rango de frecuencias. Para estas últimas sería necesario un detector a mayores, ya que nuestros ojos no podrían apreciarlas, pero el proceso es similar. Cuando una onda electromagnética alcanza un objeto, éste interacciona con la onda en un rango de frecuencias que depende del tamaño de éste y del material del que esté fabricado. Por un lado, el objeto refleja parte de esas ondas con las que interacciona y las dispersa a su alrededor, de forma que alguna de ellas llegue hasta nosotros, y eso es lo que detectamos cuando “vemos” un objeto. Pero, por otro lado, parte de ese espectro de onda ha sido absorbido por el objeto, dejando detrás una “sombra” mediante la cual éste también puede ser detectado (ver figura 1.6 para visualizar este concepto).

Si se pudiera cancelar esa interacción de la onda con los objetos, el objeto se haría invisible desde todos los ángulos. No sólo no reflejaría radiación electromagnética como haría un material antirreflejante, sino que se eliminaría incluso la sombra, ya que los rayos saldrían por detrás del objeto como si este no hubiese existido.

Existen varias ideas sobre cómo lograr este fenómeno. La primera de ellas sería hacer “desaparecer” el objeto ante las ondas electromagnéticas haciendo que éstas se “doblasen” a su alrededor, y simplemente rodeasen el objeto, a través del metamaterial, que estaría rodeándolo.

Otra idea es conseguir que el metamaterial refleje las ondas electromagnéticas y las

disperse a su alrededor exactamente de la misma forma que lo hace el material, pero con un desfase de media longitud de onda, de forma que ambas dispersiones se cancelen. La primera vez que se logró ocultar un objeto tridimensional fue de esta forma. Se logró ocultar un cilindro a frecuencias de radio. El proceso está ilustrado en la figura 1.5. Cuando una onda plana incide sobre ambas muestras, la muestra con el cilindro al descubierto interacciona con la onda reflejando y creando una sombra detrás. En el caso del cilindro rodeado con el metamaterial, la onda parece atravesarlo y tras la muestra, la onda plana apenas se ve modificada.



(a) Cilindro sin ningún tipo de material alrededor.

(b) Cilindro rodeado de un metamaterial diseñado para tener exactamente la respuesta electromagnética opuesta a éste.

Figura 1.5: [3] Simulaciones del comportamiento de una onda plana al encontrarse con un cilindro en dos situaciones distintas: rodeado de una “capa de invisibilidad” y al descubierto.

Existe aún el problema de que la dispersión en este tipo de medios es muy alta, es decir, un mismo metamaterial tiene una respuesta muy distinta a ondas electromagnéticas de distintas frecuencias. Sin embargo, se han obtenido resultados bastante satisfactorios para frecuencias de onda monocromáticas, y se sigue investigando para tratar de salvar este inconveniente.

Concretamente en este mismo año 2018, un grupo de investigación ha conseguido ocultar completamente un objeto en el rango de las frecuencias ópticas, aunque solamente en una dirección [8]. Para ello, lo que han hecho es redistribuir la energía de la onda incidente a regiones de frecuencia que no interactúan con el objeto a ocultar. De esta forma, crean un gap reversible de frecuencias antes de que la onda alcance el objeto, y así evitar su interacción con él. Una vez atravesado, simplemente se deshace esta transformación, recuperando el espectro inicial y sin que la onda haya interactuado en ningún momento con el objeto, lo que equivale a hacerlo invisible. En la figura 1.6 se muestra un esquema del funcionamiento de este método. Solamente considera la onda reflejada por simplicidad, pero el objeto se haría invisible en todos los aspectos.

Pero, ¿cómo se vería un metamaterial con  $\varepsilon$  y  $\mu$  negativos funcionando en el rango del espectro visible? Dado que, como se verá a continuación, tiene un índice de refracción negativo, casi intuitivamente se deduce una de sus propiedades, ayudándonos de la ley de Snell: el ángulo con el que se refractan las ondas electromagnéticas en la superficie de un metamaterial zurdo es negativo. Es decir, el rayo refractado aparece en el mismo lado de la normal que el rayo incidente.



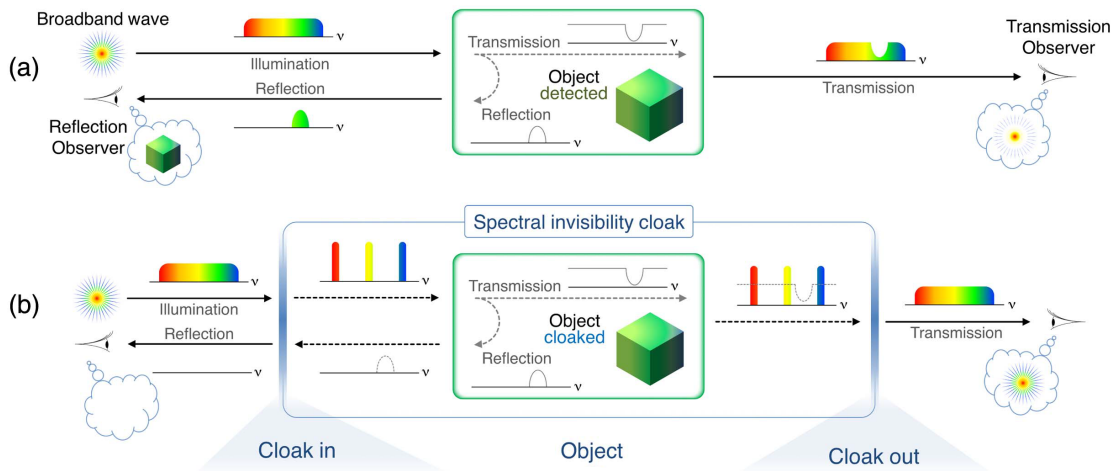


Figura 1.6: [8] Esquema del experimento de invisibilidad en un rango amplio del espectro visible mediante el control reversible del espectro de la onda. (a) Detección de un objeto a partir de su reflexión o transmisión en un rango del espectro electromagnético. (b) Ocultación del objeto por transformaciones reversibles del espectro de onda.

Si pensamos en un vaso de agua en el que hay introducida una varilla, pensamos en algo como la figura 1.7(a). Ahora bien, si esa agua fuese sustituida por un metamaterial de índice de refracción negativo, veríamos algo semejante a la figura 1.7(b), donde la varilla parece “doblar” hacia el lado contrario, además de otros efectos como que el fondo del vaso no se ve a través del nuevo líquido, pero sí se puede apreciar la parte de superior del vaso a través del líquido.

En la actualidad hay numerosos grupos de investigación trabajando en el campo de los metamateriales, tanto en la elaboración como en el estudio de medios con una respuesta macroscópica específica a las ondas electromagnéticas, es decir, con una permitividad  $\epsilon$  y una permeabilidad  $\mu$  determinadas.

Un ejemplo de metamaterial que se ha dotado artificialmente con una respuesta eléctrica y magnética específicas es el del dibujo de la figura 1.8. Para conseguir una determinada permeabilidad magnética  $\mu$  en un material, se pueden utilizar por ejemplo unos anillos resonantes como los que aparecen en esa figura, [11, 12]. Al aplicar un campo magnético a una estructura periódica formada con dichos anillos, éstos crean un acoplamiento magnético que hace que macroscópicamente la estructura adopte la permeabilidad magnética  $\mu$  deseada. De esta forma, se le podría dotar a la estructura de una permeabilidad negativa si así se desea. Igualmente mediante hilos conductores como los que también se pueden apreciar en la figura 1.8, es posible componer una permitividad eléctrica  $\epsilon$  u otra.

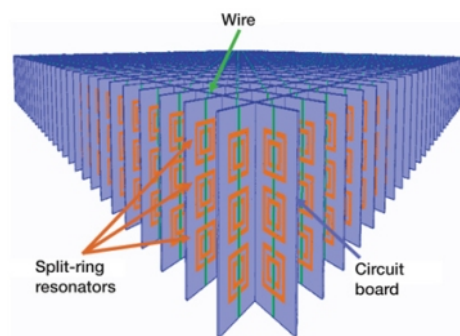


Figura 1.8: [10] Metamaterial fabricado artificialmente mediante anillos resonantes y hilos conductores.



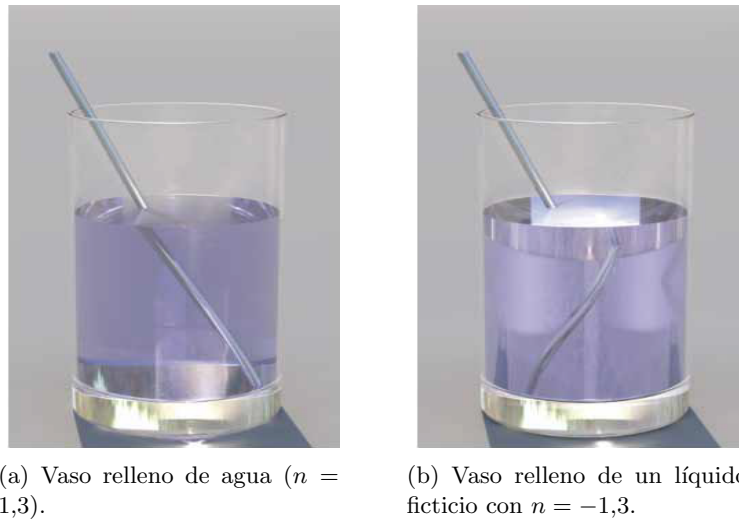


Figura 1.7: [9] Simulación de cómo se verían dos vasos con una varilla e su interior: uno relleno de agua, y otro relleno de un líquido con índice de refracción negativo con módulo igual al del agua.

## 1.2. Materiales dieléctricos

Primeramente se estudiarán los materiales dieléctricos en su conjunto. Aunque este trabajo tratará sobre un tipo especial de dieléctrico que no se ha encontrado de forma natural, los modelos de dispersión de la materiales formados por átomos o moléculas serán útiles posteriormente en la caracterización de los metamateriales.

### 1.2.1. Parámetros electromagnéticos de la materia

En este apartado se explicarán brevemente los parámetros electromagnéticos de un dieléctrico, que se utilizarán a lo largo del trabajo. En electrostática y magnetostática, se encuentran unos valores tabulados para  $\epsilon$  y  $\mu$ , pero estos valores no tienen por qué coincidir con los valores dinámicos, por ejemplo, para el agua a frecuencias de onda visibles los valores son muy diferentes de los estáticos. Esto es así porque estos parámetros no son en realidad constantes para un material dado, sino que, por lo general, dependen fuertemente con la frecuencia. La causa de esto es que, a escala microscópica, las cargas atómicas (en el caso de los medios materiales atómicos, pero también sucede para los metamateriales) que se polarizan con los campos, poseen cierta inercia que hace que su respuesta a las fuerzas electromagnéticas dependan de la frecuencia. Es más, una combinación de los efectos de inercia y atenuación puede provocar una diferencia de la fase entre la fuerza aplicada y la respuesta del sistema, y de ahí que sea apropiado expresar los parámetros como números complejos [13, 14, 15].

En cualquier caso, las ecuaciones los coeficientes definidos en estática siguen siendo válidas si intervienen ondas con una sola frecuencia. Simplemente hay que elegir los valores adecuados para la frecuencia en cuestión, ya que el valor en estática será diferente para dinámica. Cuando hay un rango amplio de frecuencias, es necesario utilizar un modelo de disipación para  $\epsilon$  y  $\mu$ , del que se hablará más adelante (sección 1.2.2).

Si se consideran solamente medios lineales, homogéneos e isotrópicos, [13] la permitividad eléctrica se define como la relación de proporcionalidad entre el vector desplazamiento  $\mathbf{D}$  y el vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$ :

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

De la misma forma, la relación de proporcionalidad entre el campo magnético  $\mathbf{H}$  y el campo de inducción magnética  $\mathbf{B}$  para estos mismos medios,

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Éstas dos últimas ecuaciones reciben el nombre de ecuaciones constitutivas.

En el vacío, el valor de estos coeficientes es constante, y se denotará por  $\varepsilon_0$  y  $\mu_0$ . Para el resto de medios, los coeficientes se pueden dar en función de las constantes del vacío,

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \\ \mu &= \mu_0 \mu_r\end{aligned}$$

donde  $\varepsilon_r$  y  $\mu_r$  se denominan permitividad y permeabilidad relativas respectivamente, que dependerán de la frecuencia y son convenientes porque no tienen unidades.

Se pueden definir a su vez la susceptibilidad eléctrica  $\chi_e$  y magnética  $\chi_m$

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= 1 + \chi_e \\ \mu_r &= 1 + \chi_m\end{aligned}$$

La relación entre la polarización y el campo eléctrico en medios lineales, homogéneos e isotrópicos, viene dada por

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (1.1)$$

De la misma forma, la relación entre la magnetización y el campo magnético es

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1.2)$$

Sabiendo esto, el vector desplazamiento y el campo magnético se pueden escribir

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{H} &= \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}\end{aligned}$$

Si consideramos los campos de la forma<sup>1,2</sup>

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j\omega t) \quad (1.3)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j\omega t) \quad (1.4)$$

<sup>1</sup>Esta dependencia con el espacio y el tiempo será la que se asuma en todo el trabajo.

<sup>2</sup>Dado que  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  representan una cantidad física, deben ser reales. Sin embargo, resulta más conveniente manejar funciones exponenciales que funciones senos y cosenos, de modo que es común escribir los campos de esta manera y tomar la parte real para obtener la solución físicamente aceptable. Esta convención resulta posible porque la ecuación de onda es lineal, de modo que la parte real y la imaginaria son soluciones separadas.

se pueden utilizar las ecuaciones anteriores de estática, pero ahora la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética resultan complejas. Se pueden descomponer en parte real y parte imaginaria de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon' - j\varepsilon'' \\ \mu &= \mu' - j\mu''\end{aligned}$$

La variación de la parte real con la frecuencia está relacionado con la aparición de una parte imaginaria en estos parámetros [14, 15]. La parte imaginaria de  $\varepsilon$  y  $\mu$  implica una absorción en el medio, pero además, un desfase entre  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{D}$ , y entre  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{B}$ .

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \mathbf{D}_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j\omega t + \phi) \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j\omega t + \psi)\end{aligned}$$

Dado que la respuesta del medio es lineal, la forma funcional de los campos es la misma, pero con un cierto desfase.

### 1.2.2. Modelos de la materia

Como se acaba de mencionar, la permitividad  $\varepsilon$  y la permeabilidad  $\mu$  no son constantes, es decir, independientes de la frecuencia. Cuando se utilizan valores constantes es porque se está hablando de eléctrica o magnetostática, o porque, para los rangos de frecuencia que se están utilizando, la variación es muy pequeña. Cuando las propiedades electromagnéticas del material dependen de la frecuencia se dice que el material es dispersivo. Es por esta razón que algunos materiales pueden ser opacos a la luz visible pero no a otras frecuencias, y al contrario.

Existen diversos modelos para dar cuenta de esta dispersión de los materiales, reflejadas de forma matemática en la dependencia con la frecuencia de la permeabilidad eléctrica y magnética. Aquí se explicarán algunos de ellos [16, 17].

Normalmente la respuesta del medio al campo magnético de la onda electromagnética es muy débil, y la permeabilidad del medio se acerca considerablemente a la del vacío  $\mu \approx \mu_0$ . Es por esto que en este apartado nos centraremos únicamente en describir el efecto que tiene este campo eléctrico sobre el movimiento del electrón en presencia del núcleo y de ahí la influencia de este campo sobre el dipolo de este sistema. A partir de éste comportamiento, se establece un modelo para la susceptibilidad y para la permitividad eléctrica.

Sin embargo, hay otros materiales en los que la respuesta al campo magnético es dominante. En estos materiales, se procede de forma semejante a los anteriores y la descripción es análoga, teniendo en cuenta que los dipolos magnéticos aparecen a partir de ciclos de corriente (corrientes de Ampere).

En este trabajo se tratarán casos en los que ambos  $\mu$  y  $\varepsilon$  tienen una fuerte dependencia con la frecuencia, de hecho, se tratará el caso en el que esa dependencia con la frecuencia es la misma para ambos.

### Modelo de Lorentz

Uno de los modelos más conocidos es el modelo de Lorentz. Este modelo supone que los electrones que forman los átomos y moléculas están sometidos a una fuerza restauradora similar a la que opera sobre un oscilador armónico clásico. El movimiento se puede considerar armónico a primer orden de aproximación.

Consideraremos entonces el dieléctrico como un conjunto de osciladores de una frecuencia propia  $\omega_0$ , y para simplificar, se considerará que las cargas pueden moverse en la misma dirección del campo eléctrico. Así pues, la ecuación que determina la evolución del vector polarización está derivada a partir de la suposición de un movimiento oscilatorio armónico forzado y amortiguado para el electrón es la ecuación de segundo orden [16, 17]

$$\frac{d^2}{dt^2}P_i + \Gamma_L \frac{d}{dt}P_i + \omega_0^2 P_i = \varepsilon_0 \chi_L E_i \quad (1.5)$$

donde el primer término da cuenta de la aceleración de las cargas, el segundo del amortiguamiento o disipación, donde el coeficiente  $\Gamma_L$  es el coeficiente de amortiguamiento, y el tercero es el correspondiente a la fuerza recuperadora cuya frecuencia característica es de  $f_0 = \omega_0/2\pi$ . El término que fuerza el oscilador tiene un coeficiente  $\chi_L$ .

La respuesta en el dominio de la frecuencia está dada por

$$P_i(\omega) = \frac{\chi_L}{-\omega^2 + j\Gamma_L\omega + \omega_0^2} \varepsilon_0 E_i(\omega)$$

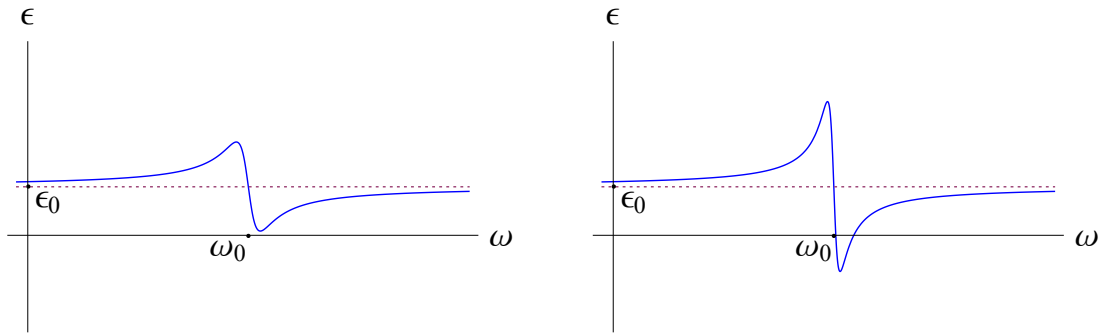
Teniendo en cuenta pérdidas pequeñas,  $\Gamma_L/\omega_0 \ll 1$ , se obtiene una respuesta resonante para la frecuencia natural  $f_0$ .

Para materiales lineales, homogéneos e isotrópicos, la susceptibilidad eléctrica relaciona la polarización y el campo eléctrico por una relación de proporcionalidad entre éstos, ecuación (1.1), lo que nos permite escribir que

$$\chi_{e,Lorentz}(\omega) = \frac{P_i(\omega)}{\varepsilon_0 E_i(\omega)} = \frac{\chi_L}{-\omega^2 + j\Gamma_L\omega + \omega_0^2}$$

Como es sabido, la permitividad se obtiene a partir de la susceptibilidad mediante la relación  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 [1 + \chi_e(\omega)]$ .

Representando  $\varepsilon$  en función de la frecuencia, se obtendría la gráfica de la figura 1.9.



(a) Gráfica del modelo de Lorentz en la que la amortiguación es tan alta que han dejado de existir valores negativos para la permitividad.

(b) Gráfica del modelo de Lorentz en la que la amortiguación sí que permite valores negativos de la permitividad.

Figura 1.9: Gráfica de la parte real de  $\varepsilon$  según el modelo de Lorentz.

### Modelo de Debye

El comportamiento en frecuencia del modelo de Debye es de tipo relajación, debido a que resulta una ecuación de primer orden, que se acerca al valor del vacío a frecuencias muy altas. También puede verse como un caso particular del modelo de Lorentz, ya que el límite de este último cuando el término de aceleración es pequeño en comparación con los demás, coincide con este modelo. Si efectuamos ese límite [16],

$$\Gamma_d \frac{d}{dt} P_i + \omega_0^2 P_i = \varepsilon_0 \chi_d E_i \quad (1.6)$$

y, resolviendo de forma análoga al caso anterior, la susceptibilidad de Debye es

$$\chi_{e,Debye}(\omega) = \frac{\chi_d}{j\Gamma_d \omega + \omega_0^2}$$

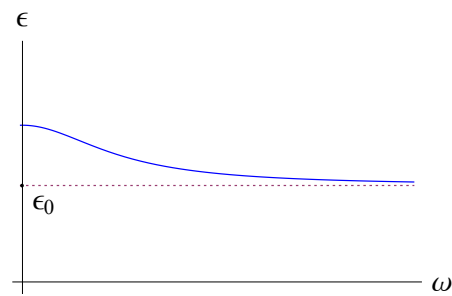


Figura 1.10: Gráfica de la parte real de  $\varepsilon$  según el modelo de Debye.

### Modelo de Drude

Cuando la fuerza de restauración es despreciable, podemos hablar del modelo de Drude. Es, además, un caso particular del modelo de Lorentz, ecuación (1.5), cuando la frecuencia característica es despreciable frente a la frecuencia de la onda:  $\omega_0 \ll \omega$ . La ecuación se reduciría a [16]:

$$\frac{d^2}{dt^2} P_i + \Gamma_D \frac{d}{dt} P_i = \varepsilon_0 \chi_D E_i$$

y resolviendo, la susceptibilidad quedaría

$$\chi_{e,Drude}(\omega) = \frac{\chi_D}{-\omega^2 + j\Gamma_D \omega} \quad (1.7)$$

donde el coeficiente de acoplamiento normalmente se representa mediante la frecuencia del plasma<sup>3</sup>:  $\chi_D = \omega_p^2$ .

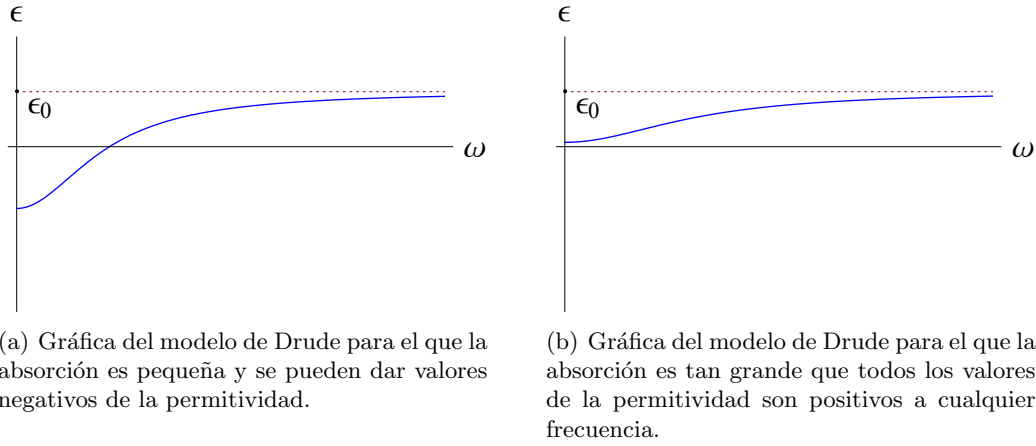


Figura 1.11: Gráfica de la parte real de  $\varepsilon$  según el modelo de Drude.

Para el caso de la respuesta magnética de los materiales, los modelos para las componentes  $M_i$  del campo de magnetización y la susceptibilidad magnética  $\chi_m$  son análogos a los vistos anteriormente, obteniéndose de las ecuaciones del vector polarización y la susceptibilidad eléctrica reemplazando  $E_i \rightarrow H_i$  y  $P_i/\varepsilon_0 \rightarrow M_i$ , y teniendo en cuenta que la permeabilidad está dada por  $\mu(\omega) = \mu_0 [1 + \chi_m(\omega)]$ .

Evidentemente, estas teorías solamente son válidas en el rango de frecuencias en el que el material todavía puede verse como un continuo. Es decir, en el que la distancia interatómica es aún mucho menor que la longitud de onda de la onda estudiada. A frecuencias mayores, predominan los fenómenos de difracción.

Hasta aquí se ha hablado exclusivamente de modelos atómicos o moleculares, pero cualquier otra estructura o material con una respuesta de segundo orden obedecerá a una ecuación análoga a (1.5), y cualquiera de primer orden, a una como (1.6), aunque correspondan a otro fenómeno físico diferente. De esta manera, se dará lugar a una respuesta efectiva semejante y por tanto se podrán usar los mismos modelos para describirlas. Este es el caso de los metamateriales, por esta razón se utilizan estos mismos modelos.

Como se puede observar, sólo el modelo de Lorentz y el de Drude pueden dar lugar a permitividades y permeabilidades negativas. El modelo de Lorentz es resonante, lo cual permite que estos parámetros puedan ser negativos en un pequeño rango de frecuencias cerca de la frecuencia resonante sin que exista demasiada dispersión. En el modelo de Drude existe una gran dispersión a frecuencias en las cuales se pueden obtener valores negativos, es decir, aquellas tales que  $\omega < \sqrt{\omega_p^2 - \Gamma_D^2}$ . Sin embargo, si solamente se estudia la radiación a una sola frecuencia, como es el caso, podemos ajustar cualquiera de los dos modelos para que nos dé el  $\varepsilon$  y  $\mu$  deseados a esa frecuencia, siempre que la

<sup>3</sup>En un plasma en equilibrio, los centros de masas de los electrones y del núcleo ionizado coinciden, y los campos eléctricos de ambos se cancelan mutuamente. Al sacar al sistema de este estado, los centros de masas dejan de coincidir y como consecuencia aparece una fuerza restauradora que trata de devolverlos a su posición de equilibrio, comenzando así un movimiento oscilatorio alrededor de ese punto. La frecuencia de resonancia de estas oscilaciones se denomina frecuencia del plasma.[17]

amortiguación, es decir, las pérdidas por absorción del material, no sean tan grandes que impidan que los parámetros adopten valores negativos.

### 1.2.3. Clasificación de los medios dieléctricos

Se puede hacer una clasificación de los medios dieléctricos según el signo de  $\varepsilon$  y  $\mu$  [16, 18].

En primer lugar, los dieléctricos conocidos y que se encuentran con más facilidad en la naturaleza son los que tienen tanto  $\varepsilon > 0$  como  $\mu > 0$ . Se denominan materiales doblemente positivos (DPS por sus siglas en inglés *double-positive*) o materiales *diestros*. Estos son los materiales más comunes. A pesar de que los modelos de Lorentz y Drude permiten la posibilidad de que  $\varepsilon$  y  $\mu$  sean negativos, las pérdidas normalmente impiden que se de esta situación.

Los medios con  $\varepsilon < 0$  y  $\mu > 0$  son menos comunes, que se denominan medios epsilon negativos (ENG por las siglas de *epsilon-negative*). Sin embargo, este tipo de comportamiento en materiales sí que se ha encontrado de forma natural, en la mayoría de los plasmas a ciertas frecuencias, y en metales y semiconductores en frecuencias ópticas e infrarrojas.

Otro tipo de material sería aquel en el que  $\varepsilon > 0$  y  $\mu < 0$ . Estos se denominan medios mu-negativos o MNG (que proviene del inglés *mu-negative*). De nuevo se han encontrado estos comportamientos a frecuencias determinadas, aunque este tipo de materiales son mucho menos comunes ya que las interacciones magnéticas de la mayoría de los sólidos son muy débiles. Aparecen por ejemplo en algunos materiales girotrópicos y en materiales ferrimagnéticos.

El único comportamiento que no se ha encontrado en la naturaleza hasta el momento es el del caso restante: materiales doblemente negativos o DNG (*double-negative*), también llamados *zurdos*, de refracción negativa... Sin embargo, sí se ha conseguido fabricar artificialmente materiales de los cuatro tipos, incluido de este último. Es este tipo de comportamiento el que se estudiará en este trabajo.

En este último caso, la única forma que existe de tener un material con estas características sin que la energía total sea negativa es que el material sea dispersivo [6], como, por otra parte, lo son todos.

## 1.3. Metamateriales

Esta sección se centrará en la descripción particular de los metamateriales.

### 1.3.1. Estructura de los metamateriales

Las propiedades de los materiales naturales se alteran normalmente por vía química, o mediante aleaciones. Hasta hace unos años, esta era la forma que se tenía para dotar a un medio de una permitividad y permeabilidad específicas. Sin embargo, un metamaterial es construido desde cero, a partir de un dominio de computación en el que se introducen unas estructuras de un tamaño y un interespaciado siempre inferior a la longitud de

onda. Estas estructuras interactúan con las ondas electromagnéticas de forma que el efecto total de todas ellas repetidas periódicamente determina unas propiedades u otras.

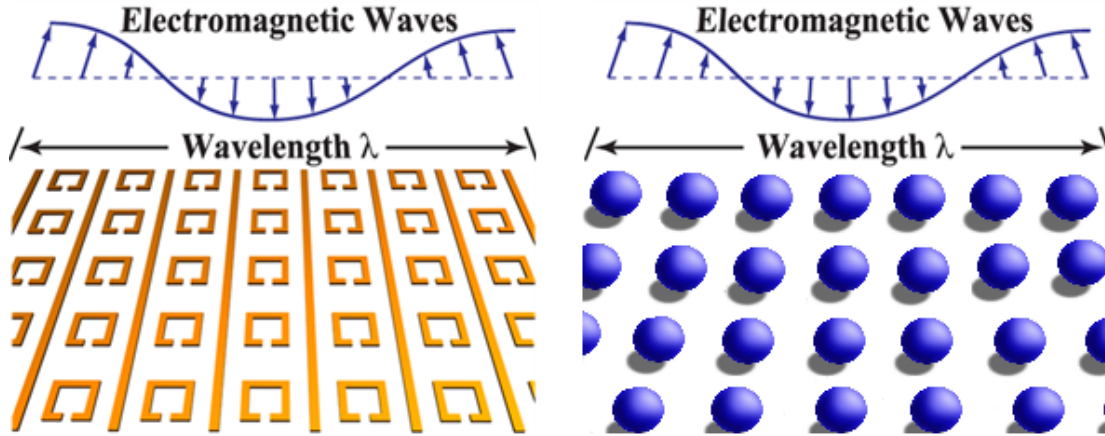


Figura 1.12: [19] Comparativa entre la interacción electromagnética de un metamaterial, izquierda, y una red cristalina de átomos, derecha.

En realidad, un metamaterial funcionaría de la misma manera que lo hace un material convencional, solo que en vez de tener una respuesta electromagnética dada por su estructura atómica, esa respuesta la proporciona la estructura interna diseñada artificialmente.

Cuando una onda incide sobre un material, a escala atómica el resultado es que se produce una dispersión o *scattering* cuando la onda alcanza el átomo del que está formado. Pero esa respuesta de cada átomo no es interesante si se está estudiando la respuesta de un material macroscópico, solamente interesa la respuesta general a gran escala, que es la suma de todas las dispersiones de todos los átomos del material. Es decir, el comportamiento colectivo de todos ellos. Esto es lo mismo que sucede en un metamaterial. Un metamaterial está formado por unas estructuras repetidas periódicamente que asemejarían a los átomos del caso anterior. Estas estructuras son las que producen esa dispersión en la onda en estos metamateriales, y no los átomos. Por eso, la respuesta a gran escala del metamaterial depende de la dispersión que cada una de estas estructuras produzcan, y cambiará dependiendo de su forma, tamaño, separación... Y no de las propiedades específicas del material con el que éstas estén fabricadas.

Lo principal para que estas estructuras funcionen de la misma forma que lo hacen los átomos, aportando una permitividad y una permeabilidad determinadas a gran escala, es que el tamaño de éstas sea mucho menor que la longitud de onda de la radiación. De lo contrario, si resulta ser mayor, las propiedades de los componentes de estas estructuras comenzarán a tener importancia, ya que la respuesta electromagnética vendrá dada por la dispersión de la onda que provocan los átomos que forman estas estructuras y no por las estructuras en sí. En el caso de que la longitud de onda sea comparable al tamaño de las estructuras, la difracción y la dispersión son complejas y hay que estudiarlas localmente, elemento por elemento, y no se pueden establecer parámetros generales del material [20].

Un buen material para construir un metamaterial es un **conductor** [11]. En un conductor, las cargas son libres de moverse por toda la estructura, pudiendo así responder



fácilmente a los campos externos, y creando una fuerte respuesta a éstos. Se pueden construir ciertas estructuras para que, a bajas frecuencias, funcionen como pequeños circuitos. Desde este punto de vista puede resultar más sencillo conseguir un material con la respuesta deseada a los campos.

Es posible conseguir una **respuesta eléctrica** determinada mediante pequeños elementos conductores repartidos periódicamente en el material por celdillas unidades [11]. Por ejemplo, en la figura 1.13(a), un elipsoide conductor se convierte en un dipolo eléctrico en presencia de un campo eléctrico a lo largo del eje del elipsoide. Por efecto del campo eléctrico aparecen fuerzas que actúan sobre las cargas, tales que las positivas se mueven en el sentido del campo y las negativas en el contrario, de forma que los electrones tienden a ir a un extremo. Como éstos no pueden escapar del metal, ese extremo del elipsoide se carga negativamente y el otro extremo positivamente, debido a la falta de electrones, formándose un dipolo eléctrico. Esto, en conjunto con toda la estructura del metamaterial, genera la polarización del medio como respuesta a escala macroscópica al campo.

Esto es semejante a lo que ocurriría en un material dieléctrico habitual a escala “microscópica”, en el que en ausencia de campo las moléculas o átomos tienen su carga negativa uniformemente distribuida alrededor de sus núcleos positivos [13]. Al ser un material dieléctrico, las cargas están ligadas, e, igual que en el caso del elipsoide, no pueden moverse por todo el material. Al aplicar un campo eléctrico, las distribuciones de carga ya no se anularían entre sí y aparece como consecuencia un dipolo eléctrico inducido, que, en conjunto con todos los átomos del material, produce una polarización interfacial.

Para conseguir una **respuesta magnética artificial** mediante un conductor, se pueden utilizar por ejemplo bobinas como en la figura 1.13(b) [11]. Solamente los materiales inherentemente magnéticos pueden proporcionar una respuesta magnética a los campos estáticos, pero cuando una bobina está en presencia de un campo magnético oscilante, con componente a lo largo de su eje, el campo inducirá una corriente en la espiral que generará un campo como respuesta, el cual, si la espiral es suficientemente pequeña, se comportará como un dipolo magnético. Si estas estructuras están repartidas por todo el medio, se producirá una magnetización del medio en su conjunto.

De nuevo esto es semejante a grandes rasgos a lo que ocurriría en un material dieléctrico natural. Si adoptamos la descripción de Ampere [13], los átomos o moléculas que conforman la materia, aunque neutros, estarían formados por cargas que se encontrarían en movimiento continuo. Desde gran distancia, esas cargas en movimiento aparecerían como dipolos magnéticos o circuitos de corriente, las denominadas corrientes de Ampere. Cuando no hay campo magnético aplicado, la circulación neta de esas corrientes en principio es nula, no habrá dipolo magnético y la materia no se hallará magnetizada. Pero si hay campo magnético externo, las trayectorias de las cargas en movimiento puede que se modifiquen lo suficiente para que el momento dipolar neto sea diferente de cero y se forme un dipolo inducido que en conjunto con el resto de átomos daría lugar a una magnetización del medio.

Para construir un metamaterial, cualquiera de estas estructuras mencionadas podría ser válida, pero resulta más conveniente utilizar estructuras planas, por ejemplo, las de la figura 1.14, que además de ser más fáciles de introducir periódicamente y fijar en un vo-

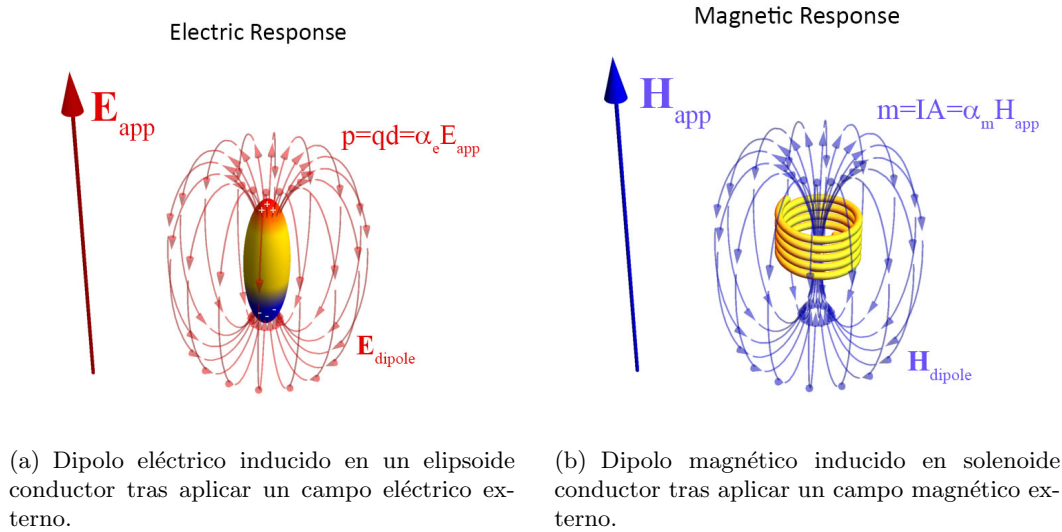


Figura 1.13: [11] Dipolos inducidos.

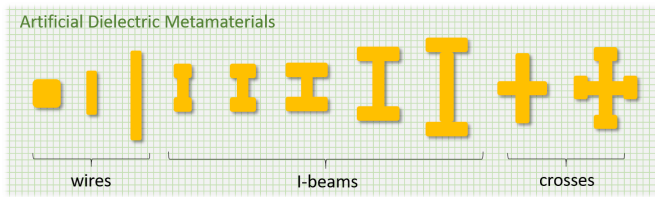
lumen, son más sencillas de producir. Existe una técnica que se utiliza a menudo porque es bastante económica y que es la misma que se utiliza para modelar microcircuitos, en placas de circuitos impresos (PCB) para ordenadores, y otros dispositivos electrónicos: Litografía UV (ultravioleta). Esos mismos procesos se pueden modificar muy fácilmente para la fabricación de metamateriales [11].

Si nuestro punto de vista es tomar estas estructuras como pequeños circuitos [11], lo que se busca en el primer caso serían circuitos con un condensador. Este condensador acumularía las cargas positiva y negativa necesarias para generar ese dipolo que se convierte en la respuesta del medio a la onda. Las estructuras de la figura 1.14(a) son un ejemplo.

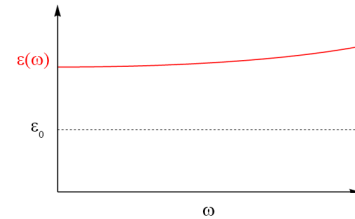
El **magnetismo artificial** tiene la característica de que es **resonante** a cierta frecuencia, que depende de la fabricación de las inclusiones. Esto permite tener, alrededor de su frecuencia de resonancia, un abanico de valores para la permeabilidad magnética bastante amplio: desde valores muy superiores a la permeabilidad del vacío, a valores incluso por debajo de 0, como se muestra en la figura 1.14(d).

En este segundo caso, esa resonancia magnética equivale a un circuito RLC en serie. Mediante la inductancia se generaría el dipolo magnético, y la capacitancia modifica la región de resonancia, de forma que a mayor capacitancia, más pequeña es la frecuencia de resonancia. Estructuras como las de la figura 1.14(c) son capaces de simular este tipo de circuitos.

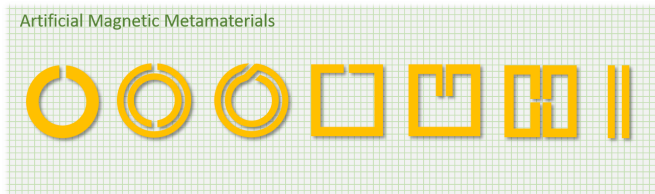
Para que la **respuesta eléctrica** de un metamaterial sea **resonante** y también pueda adquirir valores negativos, se necesita otro tipo de estructuras. Como ya se ha mencionado, para formar dieléctricos artificiales de forma que se pudiese controlar la constante dieléctrica pero sin una respuesta resonante, el modelo de circuito era simplemente un condensador. Pero si queremos una respuesta eléctrica resonante, útil si interesan por ejemplo valores negativos de la permitividad  $\epsilon$ , es necesario modificar la estructura de las inclusiones.



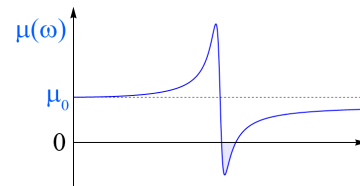
(a) Inclusiones que dan lugar a metamateriales dieléctricos con una respuesta eléctrica determinada.



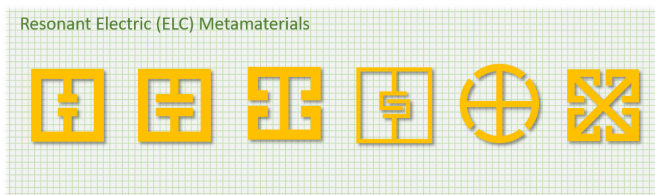
(b) Variación de la permitividad eléctrica con la frecuencia para las estructuras de la izquierda.



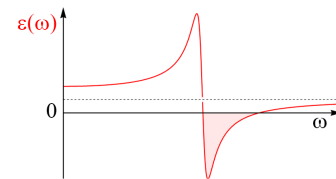
(c) Inclusiones que dan lugar a metamateriales dieléctricos con una respuesta magnética resonante.



(d) Variación de la permeabilidad magnética con la frecuencia para las estructuras de la izquierda.



(e) Inclusiones que dan lugar a metamateriales dieléctricos con una respuesta eléctrica resonante.



(f) Variación de la permitividad eléctrica con la frecuencia para las estructuras de la izquierda.

Figura 1.14: [11] Algunas de las posibles inclusiones artificiales para fabricación de metamateriales, a la izquierda. Las gráficas resultantes de los parámetros que se consiguen mediante ellos, a la derecha.

Para ello, se crea un circuito resonante con inductancias y condensadores, de forma que al circular las cargas por el bucle se cargue el condensador que proporciona el dipolo, pero de forma que la corriente neta que circule no genere un dipolo magnético. Como no hay por tanto respuesta magnética, la resonancia debe corresponder a una respuesta eléctrica. De esta forma se generan permitividades con una dispersión resonante como la de la figura 1.14(f).

Los ejemplos de la figura 1.14 son solo algunos de las casi infinitas posibilidades de diseño de estructuras para la fabricación de metamateriales con un  $\epsilon$  y/o  $\mu$  concretas. Dependiendo de la finalidad que vaya a tener el metamaterial, del proceso de fabricación, etc., unas u otras podrían ser preferibles frente a las demás.

### 1.3.2. Parámetros de onda en un material DNG

Cuando se trata un material DNG se ha de tener cuidado con las definiciones de las propiedades electromagnéticas en éste [16]. Al manejar raíces cuadradas, se podría pensar

que hay cierta ambigüedad en el signo del índice de refracción, que como se sabe, es

$$n = \frac{kc}{\omega} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} \quad (1.8)$$

siendo  $k$  el número de onda,  $c$  la velocidad de la luz en el vacío y  $\omega$  la frecuencia.

En particular, cuando la parte real de  $\varepsilon$  y  $\mu$  son negativos, su raíz cuadrada, para pérdidas pequeñas en el medio, se puede aproximar mediante el desarrollo  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ , obteniendo que

$$\begin{aligned} \sqrt{\varepsilon} &= \sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0 - j\varepsilon''} \approx -j \left( |\varepsilon_r\varepsilon_0|^{1/2} + j \frac{\varepsilon''}{2|\varepsilon_r\varepsilon_0|^{1/2}} \right) \\ \sqrt{\mu} &= \sqrt{\mu_r\mu_0 - j\mu''} \approx -j \left( |\mu_r\mu_0|^{1/2} + j \frac{\mu''}{2|\mu_r\mu_0|^{1/2}} \right) \end{aligned}$$

Esto nos lleva a que las expresiones del número de onda y la impedancia de la onda se pueden escribir, respectivamente

$$\begin{aligned} k &= \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \approx -\frac{\omega}{c} |\varepsilon_r\mu_r|^{1/2} \left[ 1 + j \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon''}{|\varepsilon_r|\varepsilon_0} + \frac{\mu''}{|\mu_r|\mu_0} \right) \right] \\ \eta &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \approx \eta_0 \frac{|\mu_r|^{1/2}}{|\varepsilon_r|^{1/2}} \left[ 1 + j \frac{1}{2} \left( \frac{\mu''}{|\mu_r|\mu_0} - \frac{\varepsilon''}{|\varepsilon_r|\varepsilon_0} \right) \right] \end{aligned}$$

donde  $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$  es la impedancia de la onda en el vacío.

Finalmente, se puede escribir el índice de refracción como

$$\begin{aligned} n = \frac{kc}{\omega} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} &= \sqrt{\left( |\varepsilon_r||\mu_r| - \frac{\varepsilon''\mu''}{\varepsilon_0\mu_0} \right) + j \left( \frac{\varepsilon''|\mu_r|}{\varepsilon_0} + \frac{\mu''|\varepsilon_r|}{\mu_0} \right)} \approx \\ &= -|\varepsilon_r\mu_r|^{1/2} \left[ 1 + j \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon''}{|\varepsilon_r|\varepsilon_0} + \frac{\mu''}{|\mu_r|\mu_0} \right) \right] \end{aligned}$$

Como se puede observar, el signo del índice de refracción resulta negativo y el de la impedancia positivo. A pesar de que esto es una aproximación para  $\varepsilon''$  y  $\mu''$  pequeños, esto se conserva cuando se trata el caso completo.

## 1.4. Propagación de una onda en un medio DNG

En esta sección se tratará de explicar cómo se propaga una onda electromagnética en presencia de un metamaterial DNG.

### 1.4.1. Dirección de propagación y vector de Poynting

Para ello, consideremos la ecuación de ondas electromagnéticas, obtenida a partir de las ecuaciones de Maxwell [13, 18].

$$\left(\nabla^2 - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \psi = 0 \quad (1.9)$$

donde  $n$  es el índice de refracción y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

La primera pregunta que podría surgir es si el medio es propagante, ya que si no es así, la onda sería evanescente y el medio resultaría opaco: no habría onda transmitida. Sin embargo, como sabemos,  $n^2/c^2 = \varepsilon\mu$ , y como el producto de dos números negativos es positivo, la onda sí que se propaga por este tipo de medios.

La siguiente pregunta que surge es si realmente existiría una diferencia de propagación entre un medio DPS y un medio DNG, ya que según la ecuación (1.9) aparentemente no habría ninguna diferencia si los signos de  $\varepsilon$  y  $\mu$  se cambian simultáneamente, ya que aparecen como producto. Sin embargo, si consideramos directamente las siguientes ecuaciones diferenciales de Maxwell en el dominio de la frecuencia,

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= j\omega\varepsilon\mathbf{E} \end{aligned}$$

sí que se ve que sus soluciones son diferentes si  $\varepsilon$  y  $\mu$  cambian de signo [18].

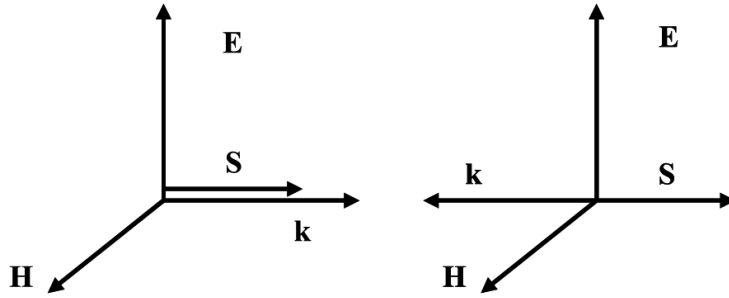


Figura 1.15: [18]. Esquema del sistema de vectores  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{E}$  para una onda plana electromagnética transversal en un medio ordinario DPS y en un metamaterial zurdo DNG.

Si se toman los campos con la dependencia temporal y espacial mencionadas anteriormente, (1.3) y (1.4), las ecuaciones anteriores se reducen a

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega\mu\mathbf{H} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= -\omega\varepsilon\mathbf{E} \end{aligned}$$

Para  $\varepsilon$  y  $\mu$  positivos, los tres vectores forman un triángulo directo (en inglés, *right-handed triplet*). Pero si consideramos estos parámetros negativos,

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= -\omega|\mu|\mathbf{H} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= \omega|\varepsilon|\mathbf{E} \end{aligned}$$

obtenemos un sistema triedro inverso (en inglés, *left-handed triplet*. Esta es la razón por la cual a estos medios también se les llama metamateriales *zurdos* o *diestros*).

Este resultado implica que, en un metamaterial DNG, la propagación de la onda sería hacia atrás, es decir, hacia la fuente.

La dirección del promedio temporal del flujo de energía de la onda está determinado por el vector de Poynting, y sin embargo, este vector no cambia de dirección al entrar en un medio DNG, lo cual es lógico, porque si no, se estaría violando la ley de causalidad. Como la expresión del vector de Poynting,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*,$$

no hace referencia a la permitividad ni a la permeabilidad, aunque el medio sea DNG y la dirección de propagación esté en sentido contrario, la energía siempre viajará en la dirección correcta: desde la fuente, donde la onda se originó, hacia el exterior. Así mismo, la velocidad de fase y la de grupo tienen signos opuestos en un medio DNG, como se verá más adelante.

En conjunto, los cuatro vectores que se han tratado en este apartado, están representados conjuntamente en la figura 1.15 para ambos medios.

### 1.4.2. Densidad de energía

Consideremos la densidad de energía en un medio transparente y no dispersivo [6, 18].

$$U_{\text{nd}} = \frac{1}{4} [\varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \mu |\mathbf{H}|^2] \quad (1.10)$$

En un metamaterial DNG, dado que  $\varepsilon$  y  $\mu$  son negativos, se obtendría que la densidad de energía es negativa, lo cual es un resultado que no tiene sentido físico. Sin embargo, todos los medios, excepto el vacío, son dispersivos en mayor o menor medida, y la ecuación (1.10) sólo es una aproximación válida cuando las propiedades del medio dependen muy débilmente con la frecuencia. Si consideramos la densidad de energía correcta para un paquete de onda cuasimonocromático viajando en un medio dispersivo [6, 18]

$$U = \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} |\mathbf{E}|^2 + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} |\mathbf{H}|^2 \right] \quad (1.11)$$

donde las derivadas están evaluadas en la frecuencia central del paquete de ondas. De esta ecuación se deduce que si  $U$  tiene que ser positivo,

$$\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} > 0 \quad (1.12)$$

de modo que no existe ninguna razón por la que estos parámetros no puedan ser negativos a ciertas frecuencias solamente.

### 1.4.3. Velocidad de fase y velocidad de grupo

Recordamos que la velocidad de fase  $v_f$  y de grupo  $v_g$  se definen

$$v_f = \frac{\omega}{k}; \quad v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}$$

Si consideramos [18]

$$\frac{\partial(k^2)}{\partial\omega} = 2k \frac{\partial k}{\partial\omega} \equiv 2 \frac{\omega}{v_f v_g} \quad (1.13)$$

Sabiendo que  $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$  y las relaciones (1.12),

$$\frac{\partial(k^2)}{\partial\omega} = \omega \varepsilon \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} + \omega \mu \frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} < 0 \quad (1.14)$$

De (1.13) y (1.14) se deduce que

$$v_f v_g < 0 \quad (1.15)$$

Es decir, como se había adelantado antes, la velocidad de fase y la de grupo tienen signos opuestos.

## 1.5. Refracción negativa

Consideremos una lámina de un material DNG, que denotaremos con el subíndice 2, sumergida en un material DPS, denotado por el subíndice 1. Sobre la interfaz se hace incidir una onda con un cierto ángulo, que llamaremos  $\theta_{inc}$ . Las condiciones de contorno en la interfaz [6, 13]

$$\begin{aligned} E_{1t} &= E_{2t}, & H_{1t} &= H_{2t} \\ \varepsilon_1 E_{1n} &= \varepsilon_2 E_{2n}, & \mu_1 H_{1n} &= \mu_2 H_{2n} \end{aligned}$$

deben ser satisfechas independientemente del signo de  $\varepsilon$  y  $\mu$ . Como se puede ver en estas ecuaciones, las componentes de los campos tangenciales a la superficie se mantienen al pasar de un medio a otro, pero las componentes normales cambian su sentido. Esto implica que el rayo refractado cambiará su dirección según les obligue las condiciones de contorno a los campos de la onda electromagnética.

Así, es posible deducir la dirección de la onda electromagnética transmitida con incidencia oblicua mediante las condiciones de contorno para los campos eléctrico y magnético de la onda, como muestra la figura 1.16.

Una de las consecuencias principales de que  $\varepsilon$  y  $\mu$  sean negativos es que la parte real del índice de refracción también lo es. Esto, aunque se puede ver claramente en la figura 1.16 debido a que los rayos se refractan con ángulo negativo, en principio no es trivial, ya que el índice de refracción se puede expresar como

$$n = \frac{v_f}{c} = \operatorname{Re} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \right) = \operatorname{Re} (\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}) \quad (1.16)$$

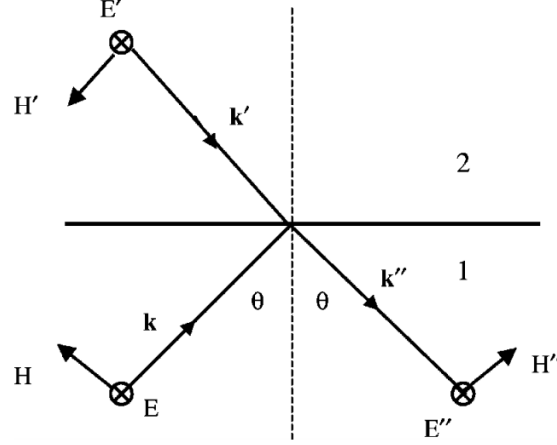


Figura 1.16: [21] La onda incidente (magnitudes sin primar), reflejada (") y transmitida (') cuando el medio 1 es DPS y el medio 2 DNG para ángulos de incidencia menor que los ángulos críticos, cuando el campo eléctrico es paralelo a la interfaz.

El signo de los parámetros  $\varepsilon$  y  $\mu$  queda cancelado al hallarse estos dos valores multiplicándose, de forma que el signo negativo para  $n$  aparece de escoger la solución negativa para la raíz.

Si nos centramos en la primera igualdad de la expresión (1.16), se ve que  $n$  depende linealmente de la velocidad de fase, que a su vez se puede escribir

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

que, despejando,

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

En el apartado 1.4.1 se ha demostrado que  $k$  en un medio DNG tiene signo negativo. Como la frecuencia angular  $\omega$  siempre es positiva, sólo queda que el signo del conjunto  $\sqrt{\varepsilon\mu}$  sea negativo, que llevándolo al índice de refracción, implica que  $n$  es negativo en un metamaterial zurdo, como ya se había mencionado en el apartado 1.3.2.

Se pueden transformar las condiciones de contorno de los campos electromagnéticos en la ley de reflexión

$$\theta_{\text{inc}} = \theta_{\text{refl}} \quad (1.17)$$

y la ley de refracción o de Snell,

$$n_1 \sin \theta_{\text{inc}} = n_2 \sin \theta_{\text{trans}}, \quad (1.18)$$

siendo  $\theta_{\text{refl}}$  el ángulo del haz reflejado y  $\theta_{\text{trans}}$  el del transmitido, y ahora que se ha demostrado que el índice de refracción debe ser negativo para un metamaterial zurdo, despejando de la ley de Snell se obtiene

$$\theta_{\text{trans}} = \text{sgn}(n_2) \arcsin\left(\frac{n_1}{|n_2|} \sin \theta_{\text{inc}}\right)$$

donde  $\text{sgn}$  es la función signo.



Como se puede observar, según la ley de Snell, si el índice de refracción de la lámina  $n_2$  es negativo, entonces el ángulo refractado resulta ser negativo también (Figura 1.17). Esto quiere decir que el haz refractado se mantendría en el mismo lado de la normal que el rayo incidente cuando la interfaz es DPS-DPS.

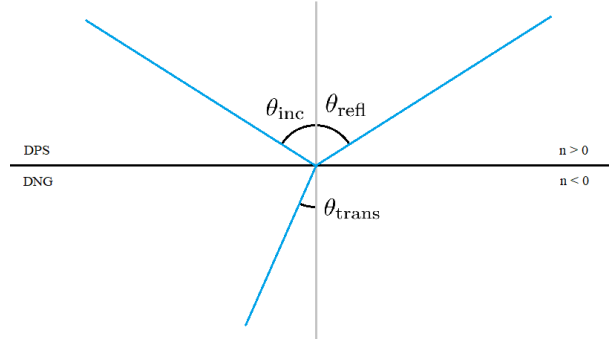


Figura 1.17: Representación de la geometría de la Ley de Snell para una interfaz en la que un medio tiene un índice de refracción positivo, es decir, un material típico DPS, y el otro negativo, un material DNG.

Si seguimos esta geometría que dicta la ley de Snell, se puede mostrar que, debido a su forma, las lentes cóncavas se convertirían en convergentes y las convexas en divergentes si se fabricaran con un material DNG en vez de los habituales DPS. Un dibujo esquemático se puede ver en la figura 1.18.

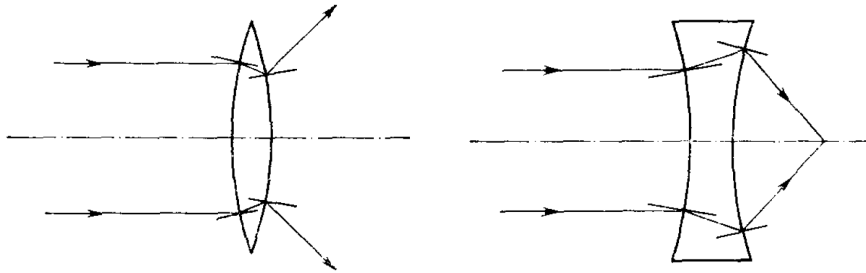


Figura 1.18: [6] Esquema del camino que seguirían los rayos en una lente convergente y una lente divergente suponiendo estas fabricadas de un material DNG, sumergidas ambas en un medio DPS, por ejemplo el vacío.

Los vectores de onda y los vectores de Poynting asociados a la situación de la figura 1.17, son [16]:

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{\text{inc}} &= k_1(\cos \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{z}} + \sin \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{k}_{\text{refl}} &= k_1(-\cos \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{z}} + \sin \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{k}_{\text{trans}} &= k_2(\cos \theta_{\text{trans}} \hat{\mathbf{z}} + \sin \theta_{\text{trans}} \hat{\mathbf{x}})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{\text{inc}} &= \frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{\eta_1} (\cos \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{z}} + \sin \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{S}_{\text{trans}} &= \frac{1}{2} \frac{|E'_0|^2}{\eta_2} (\cos \theta_{\text{trans}} \hat{\mathbf{z}} + \sin \theta_{\text{trans}} \hat{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{S}_{\text{refl}} &= \frac{1}{2} \frac{|E''_0|^2}{\eta_1} (-\cos \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{z}} + \sin \theta_{\text{inc}} \hat{\mathbf{x}})\end{aligned}$$

siendo  $\eta_1$  y  $\eta_2$  la impedancia del primer y segundo medio,  $E_0$  la amplitud de la onda incidente,  $E'_0$  la amplitud de la onda transmitida y  $E''_0$  la amplitud de la onda reflejada.

En el medio DPS habitual, el número de onda y el vector de Poynting coinciden en dirección y sentido, como ya sabíamos. Sin embargo, si estudiamos los vectores en el medio DNG, se obtiene [16]

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{\text{trans}} &= -|n_2| \frac{\omega}{c} (\cos |\theta_{\text{trans}}| \hat{\mathbf{z}} - \sin |\theta_{\text{trans}}| \hat{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{S}_{\text{trans}} &= \frac{1}{2} \frac{|E'_0|^2}{\eta_2} (\cos |\theta_{\text{trans}}| \hat{\mathbf{z}} - \sin |\theta_{\text{trans}}| \hat{\mathbf{x}})\end{aligned}$$

donde se puede apreciar que, aunque el vector de Poynting sigue teniendo signo positivo indicando que avanza desde la fuente, el vector de onda tiene signo contrario, indicando que, efectivamente, la onda viaja “hacia atrás”, aunque su flujo de energía no.

## 1.6. Compensación de fase

Una de las aplicaciones interesantes de estos medios DNG es su capacidad para proporcionar una compensación de fase debido a su refracción negativa. En este apartado se mostrará un ejemplo ilustrativo de cómo una lámina de un metamaterial DNG, con sus parámetros debidamente elegidos, colocada después de otra lámina de un material convencional DPS puede ser capaz de conseguir que la fase de una onda monocromática a la entrada y la salida de ambas sea exactamente la misma [16].

Consideramos una lámina de un material DPS, de espesor  $d_1$  e índice de refracción  $n_1 = |n_1|$ , y otra lámina de un metamaterial DNG, de espesor  $d_2$  e índice de refracción  $n_2 = -|n_2|$ . Ahora consideremos una onda monocromática incidente de frecuencia  $f_0$  que atraviesa ambas láminas. La diferencia de fase entre la entrada y la salida de la primera lámina es  $|n_1|k_0d_1$  donde  $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ . La diferencia de fase entre la entrada y la salida de la segunda lámina sería a su vez  $-|n_2|k_0d_2$ . Así pues, la diferencia de fase entre la entrada y la salida del bloque en conjunto es justamente la suma :  $|n_1|k_0d_1 - |n_2|k_0d_2$ . Se puede conseguir que esta diferencia sea cero ajustando correctamente el espesor de las láminas y su índice de refracción. Así pues, si estos parámetros son elegidos de forma que se cumpla

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{|n_2|}{|n_1|} \quad (1.19)$$

la diferencia de fase a la entrada y a la salida sería exactamente cero. Además, en principio la anchura total  $d_1 + d_2$  de este sistema puede tener un valor arbitrario, dado que esta compensación de fase no viene dada por la suma sino por el cociente de los dos espesores.

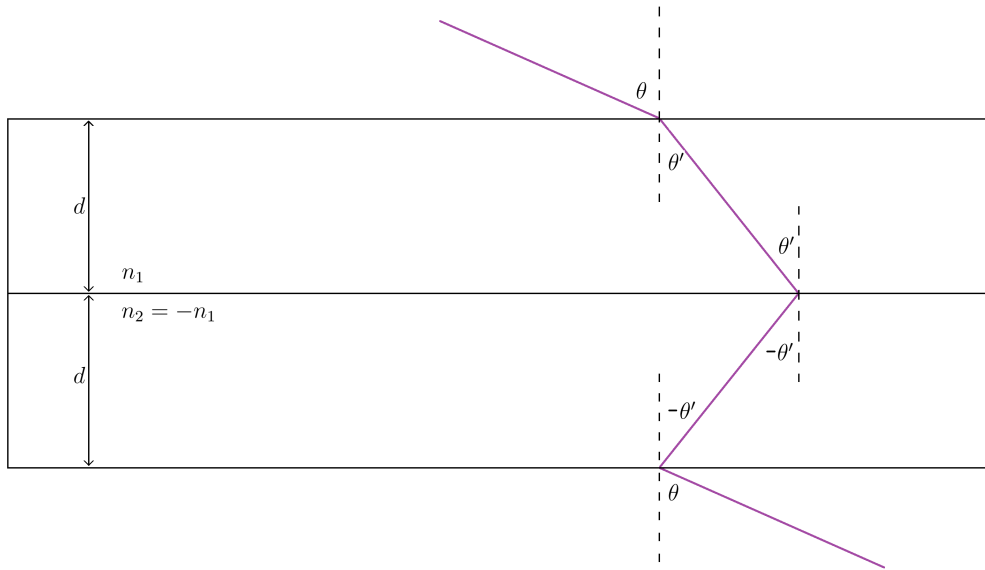


Figura 1.19: Ejemplo esquemático del efecto de compensación de fase a cualquier ángulo. Se produce cuando  $n_2 = -n_1$ , lo que obliga a los espesores de las láminas a ser iguales.

Para el caso en el que  $|n_1| = |n_2|$  la fase se compensa para cualquier ángulo. Una forma de verlo es la figura 1.19. Como el módulo del índice de refracción es el mismo para ambas láminas, el ángulo con el que los rayos salen refractados también es el mismo, en módulo. Aunque la longitud del camino que recorre el rayo no es el espesor de la lámina, sí que recorre la misma distancia en ambas láminas, porque el ángulo de refracción es el mismo y también lo es el espesor  $d$  de cada una.

De esta manera, el rayo incidente en la primera lámina sale de la segunda lámina exactamente con la misma fase, compensando exactamente los efectos del primer obstáculo, incluida la dispersión. La amplitud, sin embargo, será algo menor, ya que los efectos de absorción son inevitables.

## 1.7. Efecto Goos-Hänchen negativo

Cuando una onda plana que viaja por un medio con un cierto índice de refracción  $n_1$  incide sobre un medio con un índice de refracción  $n_2$  menor que el anterior,  $n_2 < n_1$ , existe un cierto ángulo límite a partir del cual se produce un efecto conocido como reflexión total. Esto quiere decir que no existe onda transmitida y toda la onda incidente se refleja. Esta situación ocurre cuando el rayo refractado del segundo medio alcanza los  $90^\circ$ . Sustituyendo este dato en la ley de Snell, ecuación (1.18), se obtiene que el ángulo límite es

$$\theta_1 = \arcsin \left[ \frac{n_2}{n_1} \right]$$

En principio, según la ecuación de Snell, no existiría onda transmitida y no habría energía en el segundo medio. Sin embargo, esto requiere un estudio más en profundidad.

Supongamos unos ejes de coordenadas orientados de tal forma que el eje Z sea perpendicular a la interfaz. Cuando una onda que, propagándose por el primer medio, incide sobre una superficie con un ángulo mayor que el ángulo límite, su parte transmitida resulta ser evanescente en la dirección Z con un factor  $e^{-kx}$ . Sin embargo, la onda sí que se puede propagar por la superficie, en los ejes X e Y. Resumiendo, se genera una onda plana no uniforme que es propagante a lo largo de la interfaz, pero evanescente en la dirección normal a la superficie. No hay transmisión de energía en el eje Z, pero sí a lo largo de la interfaz [18, 21, 22].

Para ver la dirección que tiene ese flujo de potencia asociado a esta onda, dependiendo de si el medio es DPS o DNG, primero se recurrirá a la velocidad de fase. Tanto si el medio es DPS o DNG, la velocidad de fase de la onda en la superficie tendrá la misma dirección. Esto es así porque el medio exterior siempre es el mismo, y, por las condiciones de contorno en la interfaz, la fase en el exterior y en el interior en cualquier punto de la misma han de ser iguales.

Es en este punto donde aparece la diferencia entre un medio DPS y un medio DNG. Como se ha demostrado en la sección 1.4.1, en un medio DNG los vectores  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{S}$  tienen sentidos contrarios. Dado que  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{v}_f$  tienen la misma dirección y sentido, la velocidad de fase y el vector de Poynting resultan ser antiparalelos. Sin embargo, en un medio DPS el vector de Poynting y el vector de onda o la velocidad de fase son todos paralelos.

Si se unen estas dos conclusiones, se deduce que la potencia asociada con esta onda plana fluye paralelamente a la superficie hacia delante en los medios DPS y hacia atrás si el medio es DNG.

Cuando un haz, de extensión finita, incide en la interfaz, existe un pequeño desplazamiento lateral en el haz reflejado, como consecuencia de ese flujo de energía en el segundo medio. En el primer medio, como el flujo de energía es paralelo a la propagación del frente de onda, el desplazamiento debe ser positivo en los medios ordinarios. Sin embargo, si el segundo medio es un medio DNG, el flujo de energía y la propagación del frente de onda son antiparalelos, y el desplazamiento de Goos-Hänchen resulta negativo en estos medios. Este efecto está ilustrado en la figura 1.20 para ambos tipos de material.

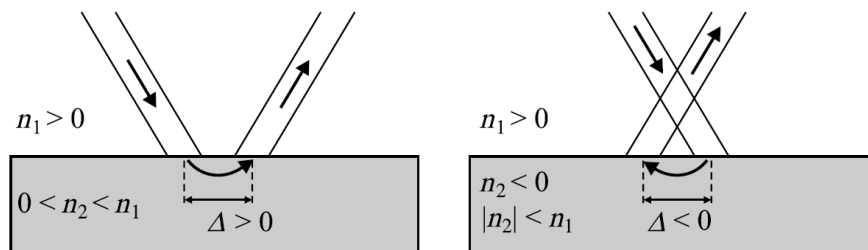


Figura 1.20: [18] Esquema del efecto Goos-Hänchen en un medio ordinario (imagen de la izquierda) y en un metamaterial DNG (imagen de la derecha).

## 1.8. Lente de Pendry o lente “perfecta”

Este tipo de aplicación para metamateriales con índice de refracción negativo ya fue predicha por Veselago en su estudio de materiales con  $\varepsilon$  y  $\mu$  negativos [6]. Dado que este tipo de materiales tienen una refracción negativa, incluso con una simple lámina hecha de este material se podría conseguir que los rayos convergieran a un mismo punto. Efectivamente, tras traspasar una interfaz DPS-DNG, en cualquiera de los dos sentidos, los rayos provenientes de un punto terminarían convergiendo a otro, ya sea real o virtualmente, siempre que no se haya traspasado el límite de la reflexión total.

En una lámina existen dos interfaces. Debido al fenómeno de la refracción negativa, los rayos provenientes de un mismo foco no sólo convergerán una vez, virtualmente, tras pasar la primera interfaz, sino que lo harán una segunda vez tras pasar la segunda. Un esquema de esta situación está representado en la figura 1.21.

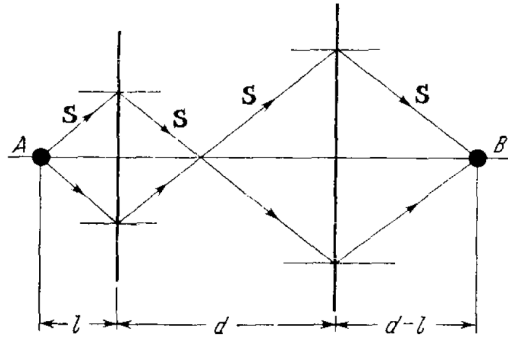


Figura 1.21: [6] Esquema del funcionamiento geométrico de una lámina de espesor  $d$  e índice de refracción  $n = -1$  focalizando dos puntos.

Sin embargo, el verdadero interés de estas lentes es otro. La nitidez de una imagen formada mediante una lente convencional, está limitada por la longitud de onda de la luz. Sin embargo, como explicó Pendry [23], una lente hecha con un material de índice de refracción negativo, tiene la capacidad de focalizar todas las componentes de Fourier en una imagen 2D, incluso aquellas que no se propagan de manera radiativa. Esto quiere decir que estas lentes serían capaces de formar imágenes con una nitidez infinita.

Posteriormente se demostró que esto sólo sería posible si el medio es no dispersivo, sin pérdidas y los valores de la permitividad  $\varepsilon$  y la permeabilidad  $\mu$  son ambos -1. [24] Esto es debido a que la dispersión y la formación de ondas superficiales en las interfaces de la lámina DNG impiden que se forme esta imagen perfecta. Sin embargo, a pesar de estos inconvenientes, sí que se ha conseguido focalizar formando imágenes más allá del límite de la longitud de onda (Figura 1.22).

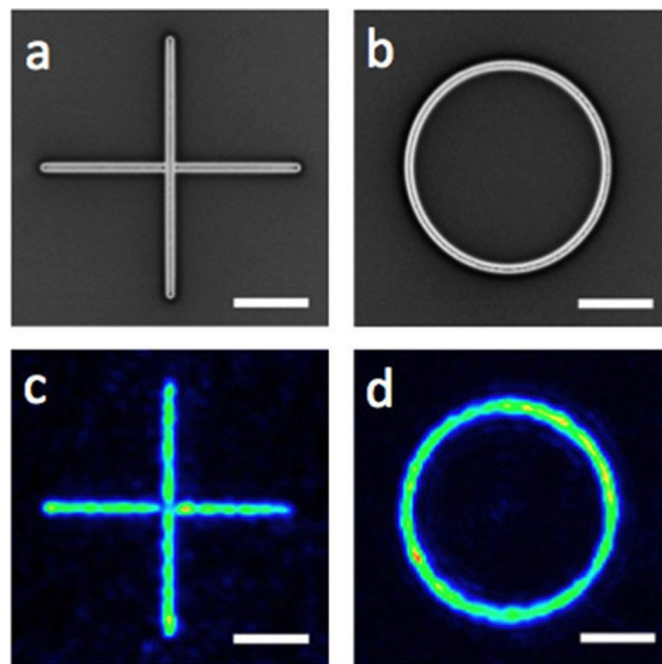


Figura 1.22: [25] Focalización sub-lambda de una imagen en dos dimensiones mediante una lente plana de un medio DNG con una onda circularmente polarizada de longitud de onda  $\lambda_0 = 364$  nm. En (a) y (b) se muestran dos aperturas que se colocaron en la superficie de la lente. En (c) y (d) se muestran las imágenes correspondientes obtenidas. Barra de escala: 300 nm.

## Capítulo 2

# Metodología

### 2.1. CST Studio Suite®

CST Studio Suite® es un paquete de herramientas de simulación que proporciona soluciones computacionales precisas y eficientes para diseños electromagnéticos [26, 27]. Comprende herramientas para el diseño y la optimización de dispositivos que operan en una amplia gama de frecuencias, desde estática hasta óptica.

El programa puede proporcionar análisis de diversos tipos. Pueden incluir efectos térmicos y mecánicos, así como simulación de circuitos. Es muy utilizado para diseñar, caracterizar y optimizar dispositivos con prototipos virtuales, reduciendo el coste y el tiempo necesarios para desarrollar nuevos productos.

Este programa comprende varios módulos. El que se ha utilizado para las simulaciones de este trabajo es CST Microwave Studio® (CST MWS), que, como se apunta en la página oficial, es una herramienta de vanguardia para la simulación 3D rápida y precisa de dispositivos de alta frecuencia y líder del mercado de simulación en el dominio del tiempo.

Dado que ningún método funciona igual de bien para cada aplicación particular, este software contiene varias técnicas de simulación diferentes (en el dominio del tiempo, en el dominio de la frecuencia, mediante ecuaciones integrales, multicapa, asintóticas y mediante modos propios) para adaptarse mejor a diversas aplicaciones. Los métodos de resolución en el dominio de la frecuencia también contienen métodos especializados para analizar estructuras altamente resonantes tales como filtros [28].

En este trabajo se han utilizado solamente dos tipos de métodos de resolución: el del dominio del tiempo y el del dominio de la frecuencia, de modo que serán los que se comenten brevemente a continuación.

La mayor flexibilidad de simulación está dada por el método de resolución en el dominio del tiempo, que puede obtener todo el comportamiento de frecuencia de banda ancha del dispositivo simulado a partir de una única ejecución de cálculo. Estos resoluciones son notablemente eficientes para la mayoría de las aplicaciones de alta frecuencia, como conectores, líneas de transmisión, filtros y antenas, entre otros. Se encuentran disponibles dos métodos de resolución en el dominio del tiempo, ambos usando una malla hexaédrica,

ya sea basados en la Teoría de Integración Finita (FIT) o en el método de Matriz de Transmisión (TLM).

Las soluciones obtenidas en el dominio del tiempo son menos eficientes para estructuras que son eléctricamente mucho más pequeñas que la longitud de onda más corta de interés. En tales casos, podría ser ventajoso resolver el problema utilizando las técnicas de resolución en el dominio de frecuencia. Éste también puede ser el método de elección para problemas de banda estrecha como filtros, o cuando el uso de mallas tetraédricas no estructuradas es ventajoso para resolver detalles geométricos muy pequeños. Además del barrido en frecuencia de banda ancha general, la resolución en el dominio de la frecuencia también contiene alternativas que usan técnicas rápidas de modelado de orden reducido para generar de manera eficiente resultados de banda ancha tales como parámetros S. Las técnicas de resolución en el dominio de la frecuencia admite mallas hexaédricas y tetraédricas.

Los resultados de la simulación de cada método de resolución se pueden visualizar con una variedad de diferentes opciones. CST posee una interfaz interactiva que permite visualizar rápidamente la situación del dispositivo de estudio.

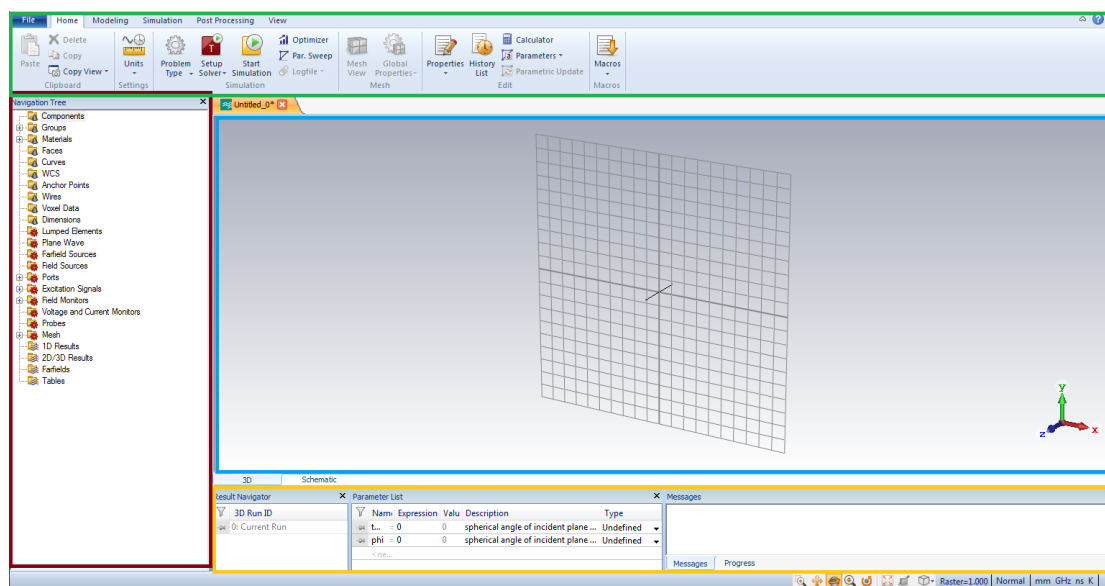


Figura 2.1: Interfaz gráfica del programa CST.

La interfaz gráfica general aparece en la figura 2.1. En la parte superior, recuadrado en verde en la imagen 2.1, se encuentra el menú de opciones que se pueden implementar en el entorno de la simulación: la forma del dispositivo, la excitación que dará lugar a la onda electromagnética, la definición del dominio de computación del sistema y sus condiciones de contorno, la posibilidad de exportar los resultados de los cálculos numéricos a un fichero externo, el menú de visionado de resultados con sus distintas posibilidades, tales como la elección de un plano de corte, el rango de colores de la intensidad del campo,...

En vertical, a la izquierda, recuadrado en rojo en la imagen 2.1, aparece un árbol donde se muestra cada uno de los parámetros que se han elegido o que es posible elegir para el dispositivo de estudio o para la excitación del sistema, así como las magnitudes



que se desean medir. Una vez la simulación ha sido realizada, aparecen también las magnitudes que se han solicitado, cuya forma de visualización se puede modificar en el menú superior.

La parte central de la interfaz, en azul en la imagen 2.1, está destinada a la visualización gráfica del sistema, tanto de su disposición espacial cuando se está diseñando el sistema como de los resultados una vez se han finalizado los cálculos necesarios, o de las gráficas de algunos parámetros o magnitudes, algunas de las cuales se incluirán en la exposición de resultados a continuación.

En la parte inferior, en amarillo en la imagen 2.1, aparece el proceso de los cálculos del método de simulación. Es aquí donde aparecerán, si los hubiera, los errores o los avisos que muestran posibles problemas que el programa encuentra en la ejecución de la resolución.

## 2.2. Diseño de un metamaterial zurdo con CST

Para dotar en el programa a un metamaterial con índice de refracción negativo, se recurre en todos los casos al modelo de Drude. No es posible elegir una susceptibilidad eléctrica y magnética constantes para cualquier frecuencia debido a que es necesario que un metamaterial zurdo sea dispersivo, como se mencionó en la sección 1.4.2. Cualquiera de los dos modelos que permiten tener  $\varepsilon$  y  $\mu$  negativos serviría, y si se busca que el metamaterial tenga un índice de refracción que sea aproximadamente constante para un rango pequeño de frecuencias, es conveniente utilizar el modelo de Lorentz y situar ese rango en el mínimo de la gráfica que muestra la figura 1.9. Sin embargo, dado que en todas las simulaciones se hace un estudio a una sola frecuencia, se utilizó el modelo de Drude, que es más simple.

Dado que el valor del índice de refracción está definido mediante dos parámetros, como se ve en la ecuación (1.8), se hace una elección arbitraria: para simplificar, se elige que los modelos de Drude eléctrico y magnético sean idénticos, de forma que las susceptibilidades eléctrica y magnética tengan el mismo valor. Esto se consigue simplemente haciendo

$$\omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p \qquad \Gamma_e = \Gamma_m = \Gamma$$

Además, al hacer esta elección particular, y dado que la relación de  $\varepsilon$  y  $\mu$  con la permeabilidad es

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 [1 + \chi(\omega)] \qquad \mu(\omega) = \mu_0 [1 + \chi(\omega)]$$

el índice de refracción se simplifica enormemente,

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}{\varepsilon_0\mu_0}} = 1 + \chi(\omega)$$

y su parte real es trivial:

$$n(\omega) = \varepsilon_r = \mu_r$$

Además, si las susceptibilidades eléctrica y magnética son iguales, existe otra ventaja que ayuda a la visualización del efecto en la simulación. Si se desarrolla la impedancia del material,

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0(1 + \chi)}{\varepsilon_0(1 + \chi)}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \eta_0$$

se observa que, de esta manera, es igual a la impedancia del vacío, sea cual sea el valor del índice de refracción. Al no haber cambio de impedancia en la interfaz, no existirá onda reflejada y toda la intensidad de la onda incidente pasará al material con la onda transmitida. Sin embargo, ha de entenderse que esta elección es puramente formal, y que incluso si se encontraran materiales reales en los que esto sucediera para alguna frecuencia, para cualquier otra sí que existiría cambio de impedancia en la interfaz, porque la dependencia funcional de  $\varepsilon$  y  $\mu$  no sería la misma.

Si se desarrolla la expresión del índice de refracción, particularizada para  $\chi_e = \chi_m$ , para separar su parte real y su parte imaginaria, se obtiene la siguiente expresión:

$$n(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\Gamma)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \Gamma^2} - j \frac{\Gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \Gamma^2)} \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - j \frac{\Gamma\omega_p^2}{\omega^3}$$

En las simulaciones expuestas en este trabajo, la frecuencia de colisión se hizo mucho más pequeña que la frecuencia de la onda, de forma que estas aproximaciones son válidas para lo realizado a continuación.

El índice de refracción que modifica los ángulos de refracción, o, dicho de otra forma, el que se utiliza en la ley de Snell, es solamente la parte real. La parte imaginaria solamente está relacionada con la absorción del medio. Por esta razón, para buscar los parámetros de Drude solamente se utilizará la ecuación de la parte real, y se tratará de que la parte imaginaria sea lo más pequeña posible.

$$n_{\text{real}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \Gamma^2} \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (2.1)$$

$$n_{\text{imaginaria}}(\omega) = \frac{\Gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \Gamma^2)} \approx \frac{\Gamma\omega_p^2}{\omega^3} \quad (2.2)$$

Como se puede apreciar en la expresión final, mediante la frecuencia de colisión se puede regular la absorción del material. Cuanto mayor sea, más absorbente será el material, por eso en la simulación no conviene hacerlo demasiado grande en relación con  $\omega$ , o la onda se irá atenuando más rápidamente y los efectos que nos interesan serán menos visibles. Además, como ya se había visto en la sección 1.2.2, si éste parámetro se hacía demasiado grande, se impedía la posibilidad de encontrar valores negativos para la permitividad o la permeabilidad.

## Capítulo 3

# Resultados

En este capítulo se recogen una serie de simulaciones numéricas con CST que tratan de ilustrar cómo es la propagación de las ondas electromagnéticas en un medio DNG. Se expondrán en el mismo orden en el que aparecen los fenómenos en el capítulo 1.

### 3.1. Propagación “backward” o con velocidad de fase negativa

CST opera sobre un dominio volúmico cuyas dimensiones se definen por el usuario, y será ahí donde ejecute los cálculos que se le soliciten. Este volumen tiene la forma de un prisma con base rectangular y ha de contener todos los elementos que se hayan establecido. Por defecto aparecerá el volumen más pequeño que pueda ser tomado conteniendo estos elementos, pero se puede hacer más grande si así se desea. Como el volumen es finito, para poder resolver las ecuaciones en el interior, será necesario establecer unas condiciones de contorno en las paredes del dominio.

En cada simulación se introducirán distintos tipos de elementos. Para los materiales, existen diversas figuras por defecto: volumen tipo ladrillo, esfera, cono, toroide y cilindro con base circular o elíptica. En todas las simulaciones de este trabajo se han utilizado solamente láminas de distintos materiales y paredes para las guías de onda, así que sólo se ha empleado la primera.

En esta sección se expondrán dos situaciones diferentes, para que se pueda visualizar fácilmente la diferencia entre un índice de refracción negativo y otro positivo. Se comprobará el efecto de velocidad de fase negativa cuando la onda electromagnética viaja por un medio DNG, con  $n < 0$ .

Lo primero es elegir la figura, que se elige de tipo ladrillo, y se establecen sus dimensiones: altura, que aquí se denotará por la letra  $h$  y que coincide con la dirección del eje Y; anchura, para la que se utilizará la letra  $w$  y que coincide con la dirección del eje X, y longitud, aquí  $l$ , que coincide con la dirección del eje Z.

Así, se define un volumen que simule una lámina de medidas

$$w = 8 \text{ mm}$$

$$h = 0,5 \text{ mm}$$

$$l = 20 \text{ mm}$$

con los ejes orientados como muestra la figura 3.1. En esta figura se muestra una captura de pantalla del esquema que aparece en CST al introducir la lámina con estas dimensiones.

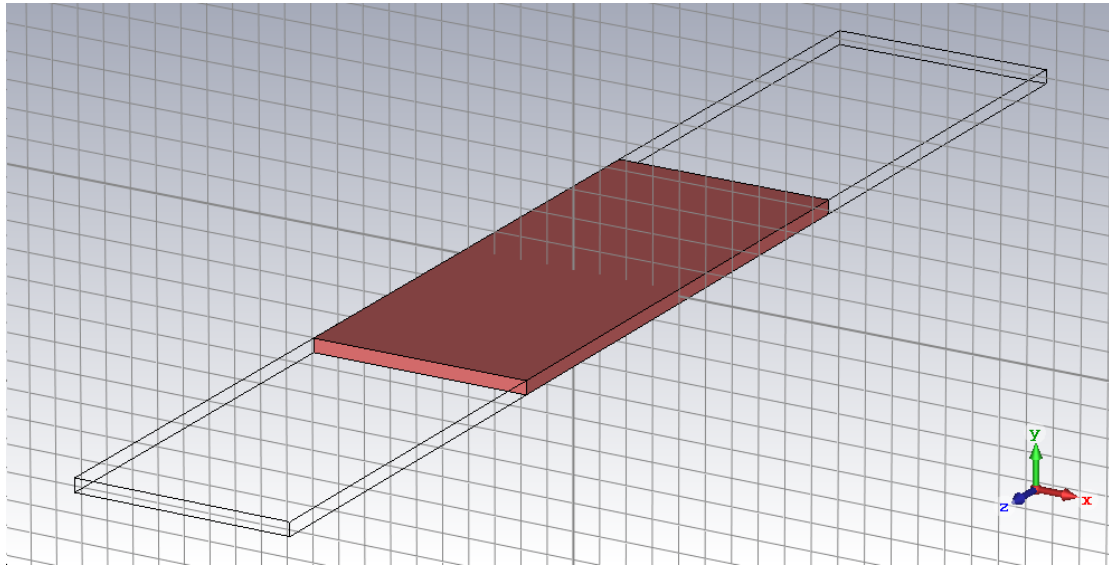


Figura 3.1: Esquema de la lámina utilizada para la simulación de la propagación de una onda en un medio DNG.

A continuación hay que definir los materiales de la lámina. CST contiene una librería de diferentes materiales que se pueden encontrar en la naturaleza con todos sus parámetros ya definidos, tales como aluminio de distintas purezas, hierro, varios tipos de silicio, baquelita, glicerina, o incluso materia gris cerebral, piel o corazón. Pero también contiene otras opciones como vacío, PEC (que son las siglas de Perfect Electrical Conductor, es un conductor perfecto, con conductividad infinita), y la opción de crear un material a nuestro gusto con los parámetros que deseemos. Ésta última es la que se ha utilizado para todas las láminas de este trabajo.

Para crear un material nuevo, existen diversos parámetros para establecer. En el caso de este trabajo interesarán solamente los que tengan que ver con  $\varepsilon$  y  $\mu$ , para poder simular un dieléctrico. Existen varias formas de dar unos valores a estos parámetros. Por ejemplo, la más sencilla es un modelo no dispersivo, donde simplemente se elige el valor de  $\varepsilon_r$  y el de  $\mu_r$ , el cual será constante para cualquier frecuencia. Además, este modelo genera un material sin pérdidas, lo cual es conveniente para la visualización de la onda. Sin embargo, si se intenta poner un valor negativo en estos parámetros sin dispersión, aparece un mensaje de error. No es posible elegir una susceptibilidad eléctrica y magnética constantes para cualquier frecuencia debido a que es necesario que un metamaterial zurdo sea dispersivo, como se mencionó en la sección 1.4.2. Este método se utilizará en los casos en los que haya que trabajar con un dieléctrico DPS,

pero para crear un metamaterial hay que recurrir a otro método: un modelo dispersivo de los que se habló en 1.2.2. En todas las simulaciones en las que se trabaja con un metamaterial DNG se utilizó el modelo de Drude, que, como se había comentado (figura 1.11(a)), es capaz de generar valores negativos de la permeabilidad y la permitividad. Una vez elegido el modelo correspondiente tanto para  $\varepsilon$  como para  $\mu$ , se establecen los valores para la frecuencia del plasma  $\omega_p$  y la frecuencia de colisión  $\Gamma$  para cada uno de ellos. Para elegir los valores adecuados, se recurre a la ecuación (1.7) obtenida a partir del modelo de Drude y especificada para la parte real del índice de refracción y un  $\varepsilon$  y un  $\mu$  iguales.

En el primer caso que aquí se presenta, se estudió el comportamiento de un material DPS de forma que posteriormente se pudiera comparar el resultado con un material DNG, que es el que realmente nos interesa. Así, como en este caso sí que está permitido, lo más sencillo es utilizar unos valores constantes para la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética relativas, consiguiendo un material sin pérdidas y no dispersivo, para mayor simplificación. Además, se consideró el caso de que los valores de ambas coincidiesen,

$$\varepsilon_r = \mu_r = 2$$

de manera que el índice de refracción es:

$$n_{\text{DPS}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = 2$$

y la impedancia  $\eta$  del material coincida con la del vacío para que no exista reflexión, que es algo que no conviene para poder visualizar correctamente este ejemplo.

En la figura 3.1, se puede observar que el dominio del sistema ocupa toda la lámina y parte de vacío por delante y por detrás. Esto se ha definido así a propósito. Concretamente se eligieron 3/4 de la longitud total de la lámina. La finalidad de esto es que no sólo aparezca la onda en el interior del material y se pueda apreciar el cambio de sentido en la velocidad de fase al entrar la onda en la lámina.

El siguiente paso es añadir una excitación que genere las ondas electromagnéticas a la frecuencia que queramos estudiar. En este caso se eligió una onda plana con un perfil gaussiano con frecuencias entre 25 y 55 GHz cuya frecuencia central es  $f_0 = 40$  GHz, y que viaja en la dirección positiva del eje Z. La dirección de vibración del campo eléctrico se estableció en el eje vertical o eje Y, y la del campo magnético en la dirección horizontal, o eje X.

Una vez se tienen descritos todos los componentes en el dominio de computación donde CST resolverá el problema, hay que añadir unas condiciones de contorno al sistema, una en cada pared del dominio. En primer lugar, se establecieron paredes de conductor eléctrico perfecto (PEC) en la parte superior e inferior del sistema, es decir, en los planos perpendiculares al eje Y. Asimismo, en los planos paralelos al eje X se establecen paredes de conductor magnético perfecto (PMC). Aunque este tipo de material no existe, es una condición que obliga a que  $H_t = 0$ . Esto se utiliza para simular una onda plana con dirección de propagación en Z,  $\mathbf{k} = k\mathbf{u}_z$ , ya que de esta forma el campo eléctrico siempre tendrá perpendiculares Y, y el magnético dirección X. Por último, los planos perpendiculares al eje Z se mantienen con una condición absorbente. Esto quiere decir que la onda no encontrará ningún obstáculo cuando llegue al final del dominio y no se reflejará, seguirá su camino como si después siguiese habiendo aire.

También se le pueden añadir de forma opcional planos de simetría al sistema si se diera el caso de que existen en la situación considerada, de forma que el cálculo del sistema sea más eficiente. En este caso, es posible establecer dos condiciones de simetría. La primera, en el plano YZ, considera que  $H_t = 0$ , y la segunda, en el plano XZ, considera que  $E_t = 0$ . Mediante estas condiciones, el volumen del dominio de simulación queda reducido a 1/4 del volumen total.

El último paso antes de proceder a la simulación es añadir un monitor de campo, cuya finalidad es solicitarle al programa los valores de la magnitud elegida. En este trabajo se estudiará únicamente el campo eléctrico de la onda electromagnética, ya que se entiende que el campo magnético tiene un comportamiento similar, pero en dirección perpendicular al eléctrico. De esta forma, se establece un monitor que almacenará el valor del campo eléctrico en todo el dominio de trabajo a una frecuencia determinada. Si la resolución se hace en el dominio del tiempo también hay posibilidad de que lo calcule en el intervalo temporal que dure la excitación en el sistema para el rango de frecuencias elegido, pero en este caso se utilizó un monitor para la frecuencia  $f_0 = 40$  GHz.

Por último, se procedió a la simulación en el dominio del tiempo. CST hace el cálculo en todo el volumen del dominio de computación, aunque después, entre las opciones de visualización, se puede elegir ver los campos solamente en un plano a elección del usuario. También se puede elegir qué componente del campo queremos que se visualice en la pantalla de simulación o si queremos que se visualice el vector completo, con su dirección y sentido. En este caso, al ser una onda plana, no nos interesa estudiar todo el plano XZ, porque los valores del campo van a ser iguales para cada plano perpendicular a Z. Es decir, el frente de ondas es paralelo al plano XY. Sin embargo, como CST no permite la visualización de los campos en una sola dimensión, se extrajo un fichero con los valores de éstos para cada coordenada y se representó en Excel únicamente la variación con la coordenada Z. Los resultados con una diferencia de fase de  $\pi/4$  entre sí, o lo que es lo mismo, la octava parte de un período  $T$ , se muestran en la figura 3.2.

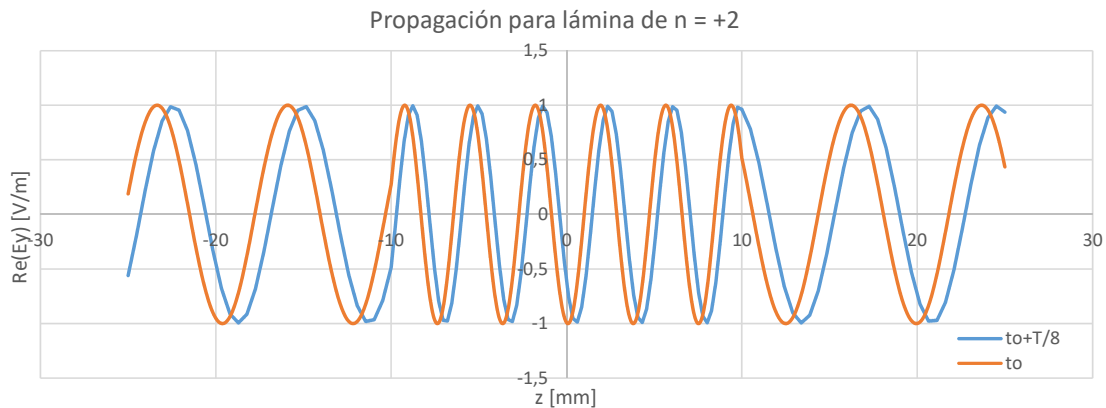


Figura 3.2: Campo eléctrico  $E_y$  a lo largo del eje Z para una lámina de índice de refracción  $n = 2$  para dos fases diferenciadas en  $\pi/4$ . Dado que la fuente está a la izquierda, se puede apreciar que la velocidad de fase es positiva tanto para el vacío como para la lámina DPS, que se encuentra entre  $-10$  mm y  $10$  mm.

En la segunda situación, se estudió el mismo caso con un metamaterial zurdo (o DNG). Todos los parámetros que no tienen que ver con el material, se fijaron iguales a los del primer caso (las dimensiones de la lámina, la frecuencia de la onda incidente, la dirección

de propagación de la onda). Pero en este caso, se utilizó el modelo dispersivo de Drude para generar el material, ya que se necesitan valores negativos para  $\varepsilon$  y  $\mu$ .

Los valores de los parámetros del modelo de Drude que se tomaron para que la parte real del índice de refracción de la lámina fuera, en módulo, igual al anterior caso para la frecuencia  $f_0 = 40$  GHz, fueron los siguientes:

$$\begin{aligned}\omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p &= 4,353118 \cdot 10^{11} \text{ rad/s} \\ \Gamma_e = \Gamma_m = \Gamma &= 10^5 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

Estos datos han sido elegidos resolviendo la ecuación (2.1) para obtener un índice de refracción lo más semejante a  $n = -2$  posible, de ahí la necesidad de incluir tanta exactitud en los parámetros. Esto proporciona un índice de refracción de

$$n_{\text{DNG}}(f_0 = 40 \text{ GHz}) = -2 - 1,19 \cdot 10^{-6}j$$

La parte imaginaria del índice de refracción se corresponde con la absorción que presentará el medio.

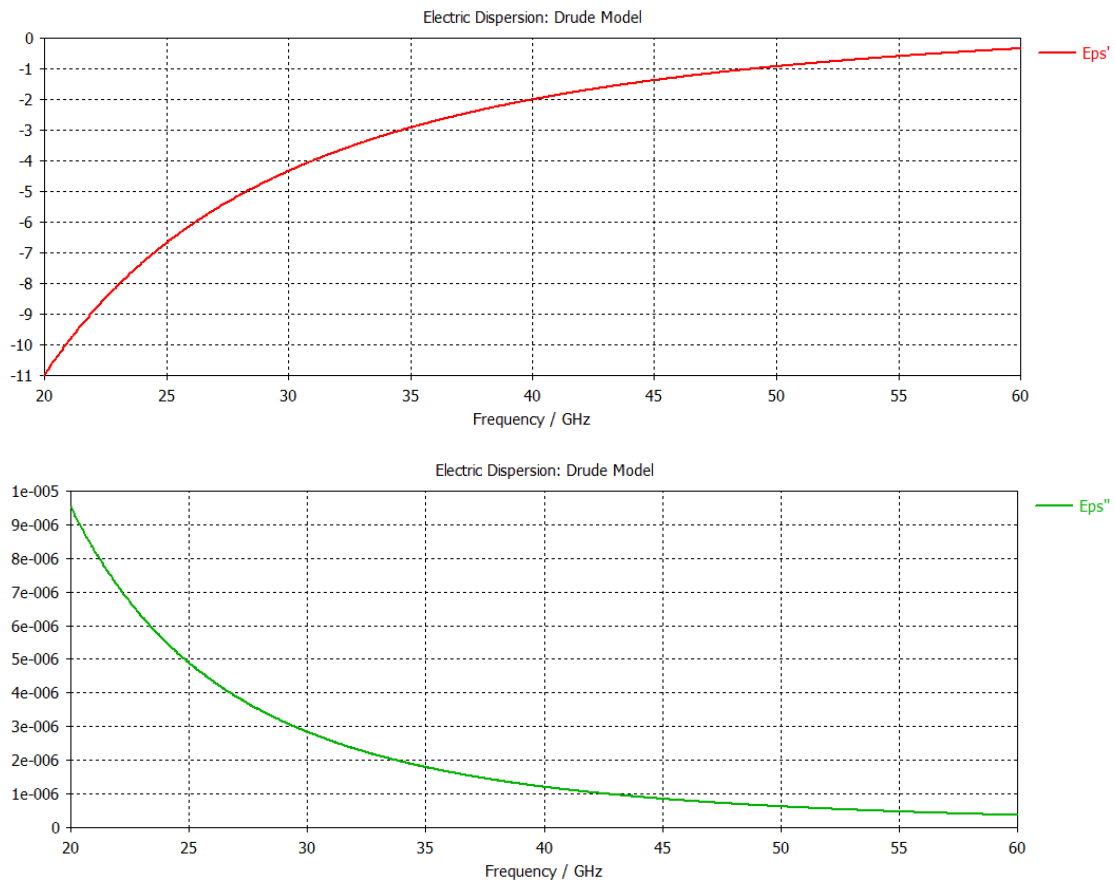


Figura 3.3: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\varepsilon_r$  para el material de la lámina utilizada en la propagación “backward”.

Finalmente, se incide sobre la lámina con una onda plana igual a la del caso anterior y se estudia el campo eléctrico a lo largo de la dirección de propagación (eje Z), de forma

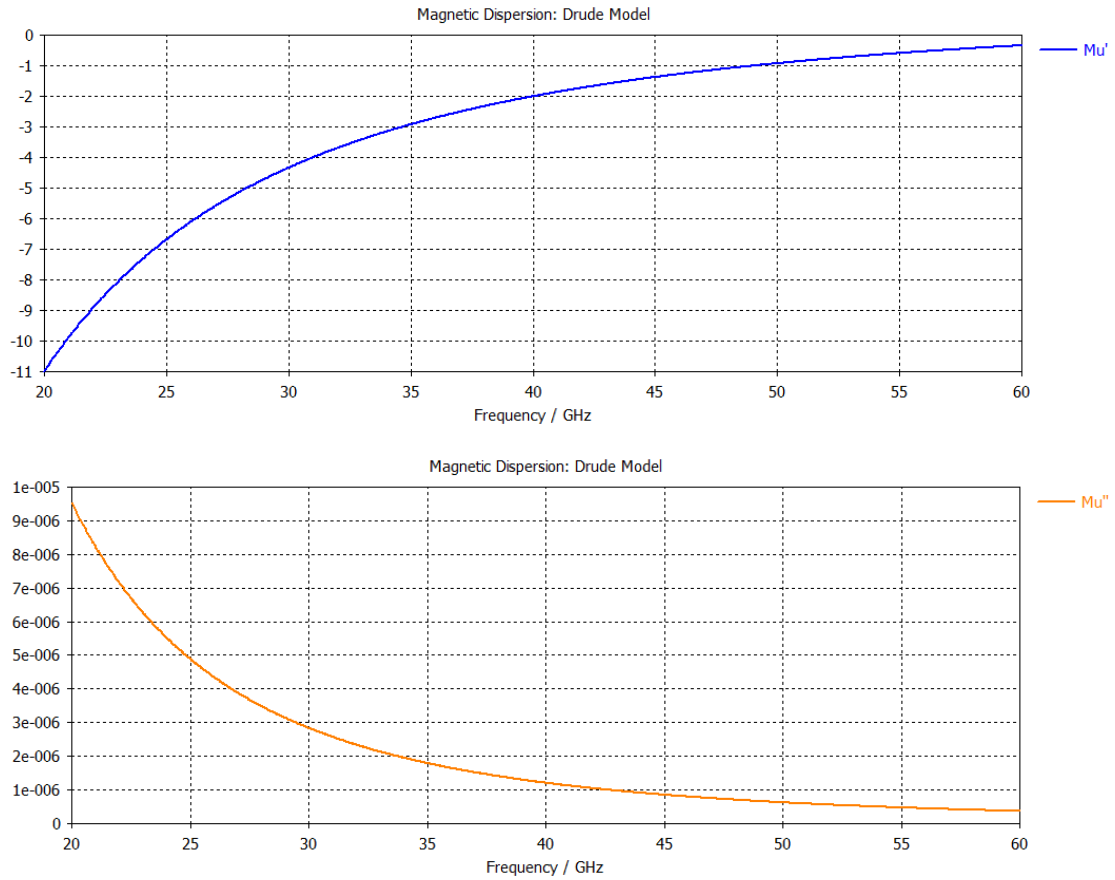


Figura 3.4: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\mu_r$  para el material de la lámina utilizada en la propagación “backward”.

que, comparando el primer caso y este segundo caso, la única diferencia sea el signo del índice de refracción. El resultado del campo eléctrico a lo largo del eje  $Z$  con dos fases diferenciadas en  $\pi/4$  se muestra en la figura 3.5.

Campo eléctrico  $E_y$  a lo largo del eje  $Z$  para una lámina de índice de refracción  $n = 2$  para dos fases diferenciadas en  $\pi/4$ . se se puede apreciar que la velocidad de fase es positiva tanto para el vacío como para la lámina DPS, que se encuentra entre  $-10$  mm y  $10$  mm.

En la figura 3.5 se ve cómo la velocidad de fase es negativa dentro de la lámina de material DNG; al entrar en la lámina, el campo con fase mayor se ve retrasado cuando en el vacío estaba adelantado. Esto no ocurre con un material DPS, como se ve en la figura 3.2, donde en ambos medios el campo con la fase adelantada aparece adelantado también.

A mayores se comprobó que la energía sí que se propaga en la dirección habitual, desde la fuente hacia la dirección positiva del eje  $Z$  en este caso. Para ello se situaron dos sondas puntuales dentro de la lámina en el mismo eje  $Z$  y separadas  $5$  mm, que midieran el campo eléctrico en la dirección  $Y$  a lo largo del tiempo que durara la simulación. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3.6. Como era de esperar tras lo comentado en la sección 1.4, el pulso electromagnético se desplaza alejándose de la fuente, en la



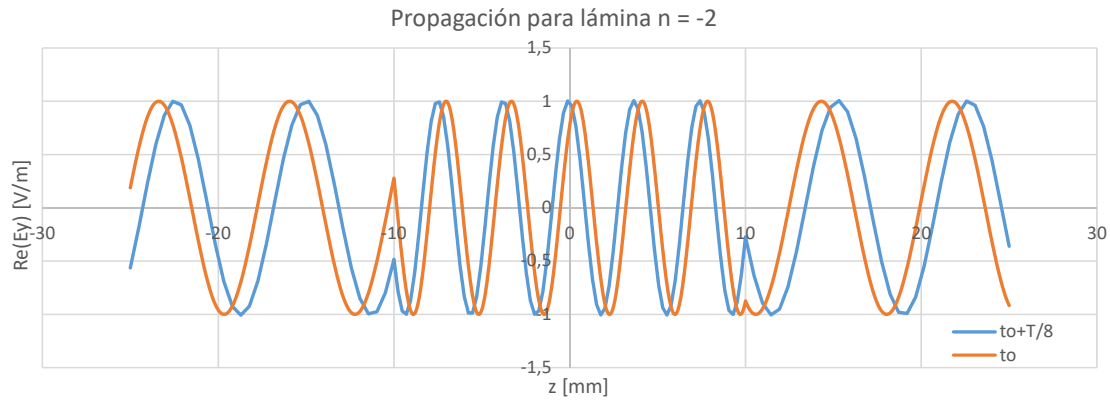


Figura 3.5: Campo eléctrico  $E_y$  a lo largo del eje Z para una lámina de índice de refracción  $n = -2$  para dos fases diferenciadas en  $\pi/4$ . Dado que la fuente está a la izquierda, se puede apreciar que la velocidad de fase es negativa solamente para la lámina DNG, que se encuentra entre  $-10$  mm y  $10$  mm.

dirección contraria que se ha visto que tiene la velocidad de fase.

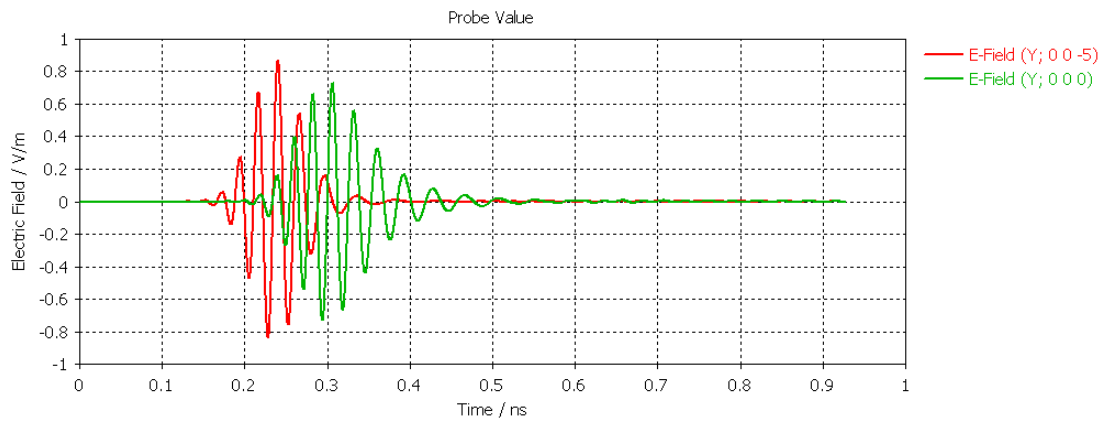


Figura 3.6: Estudio del campo eléctrico  $E_y$  en dos puntos separados 5 mm y que se encuentran en el interior de la lámina.

### 3.2. Refracción negativa

En este apartado se estudia el fenómeno de la refracción negativa en la interfaz entre un medio DPS y un medio DNG. Esto quiere decir que la onda transmitida deberá refractarse hacia el mismo lado de la normal que la incidente.

En primer lugar se definió la lámina. Se escogió de nuevo una figura tipo ladrillo con las siguientes medidas de ancho, coincidiendo con la dirección del eje X, alto, coincidiendo con la dirección del eje Y, y largo, con la dirección del eje Z, que aquí se denotan por  $w$ ,  $h$  y  $l$  respectivamente:

$$\begin{aligned} w_{\text{lámina}} &= 140 \text{ mm} \\ h_{\text{lámina}} &= 2,3876 \text{ mm} \\ l_{\text{lámina}} &= 40 \text{ mm} \end{aligned}$$

La orientación de los ejes de coordenadas se encuentra ilustrada en la figura 3.7.

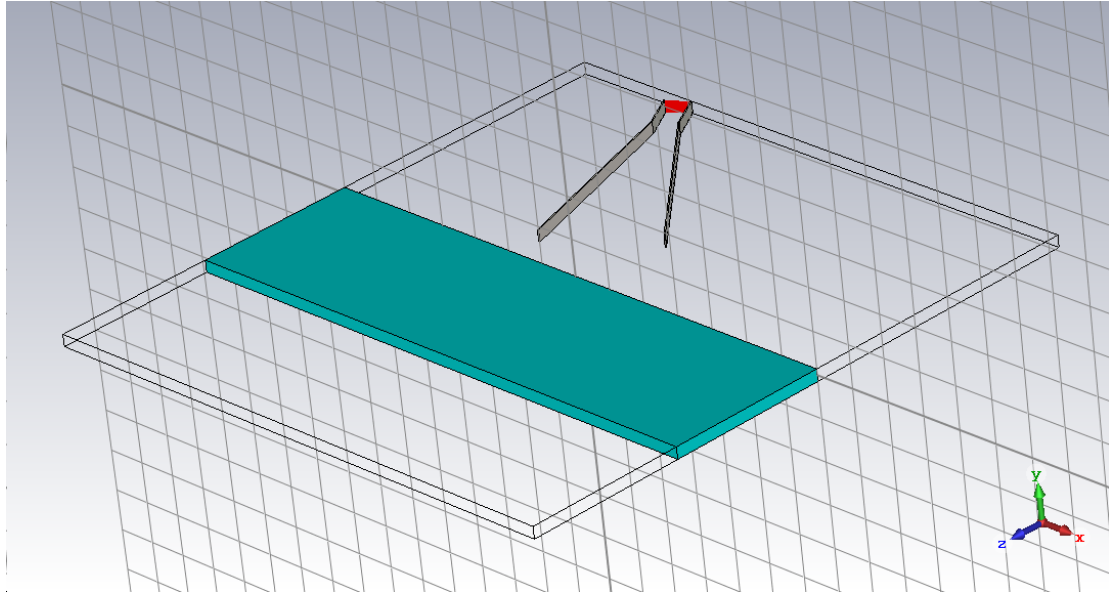


Figura 3.7: Esquema de la lámina y la guía de ondas que se utilizó para la simulación de la refracción negativa.

Se definieron los parámetros del material  $\varepsilon$  y  $\mu$  mediante el modelo dispersivo de Drude. Para que a frecuencia de  $f_0 = 50$  GHz la parte real del índice de refracción sea de  $n = -1$ , es decir, opuesto al del vacío, que es donde la lámina está sumergida, se eligió el mismo modelo de dispersión para ambos parámetros, de forma que, a partir de la ecuación (2.1), se tomaron

$$\begin{aligned}\Gamma_e = \Gamma_m = \Gamma &= 10^5 \text{ rad/s} \\ \omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p &= 4,442883 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}\end{aligned}$$

Como el caso anterior, la exactitud de los parámetros anteriores es necesaria para obtener un índice de refracción real muy ajustado a  $n = -1$ . De esta manera, se puede escribir que el índice de refracción con absorción es de

$$n(f_0 = 50 \text{ GHz}) = -1 - 6,37 \cdot 10^{-7}j$$

El siguiente paso es definir la excitación. En este caso se utilizó una onda de frecuencia  $f_0 = 50$  GHz, pero en vez de una onda plana como en el caso anterior, se utilizó un puerto dirigido mediante una guía de ondas de conductor eléctrico perfecto, para que el resultado fuese un haz y se pudiese ver correctamente el efecto de la refracción negativa.

Se eligió una guía de ondas de dimensiones:

$$\begin{aligned}w_{\text{guía}} &= 4,7752 \text{ mm} \\ h_{\text{guía}} &= 2,3876 \text{ mm} \\ l_{\text{guía}} &= 10 \text{ mm}\end{aligned}$$

Las medidas de anchura y altura coinciden con una guía WR19, que es una guía que se puede encontrar fácilmente y que está recomendada para frecuencias de entre 40 y

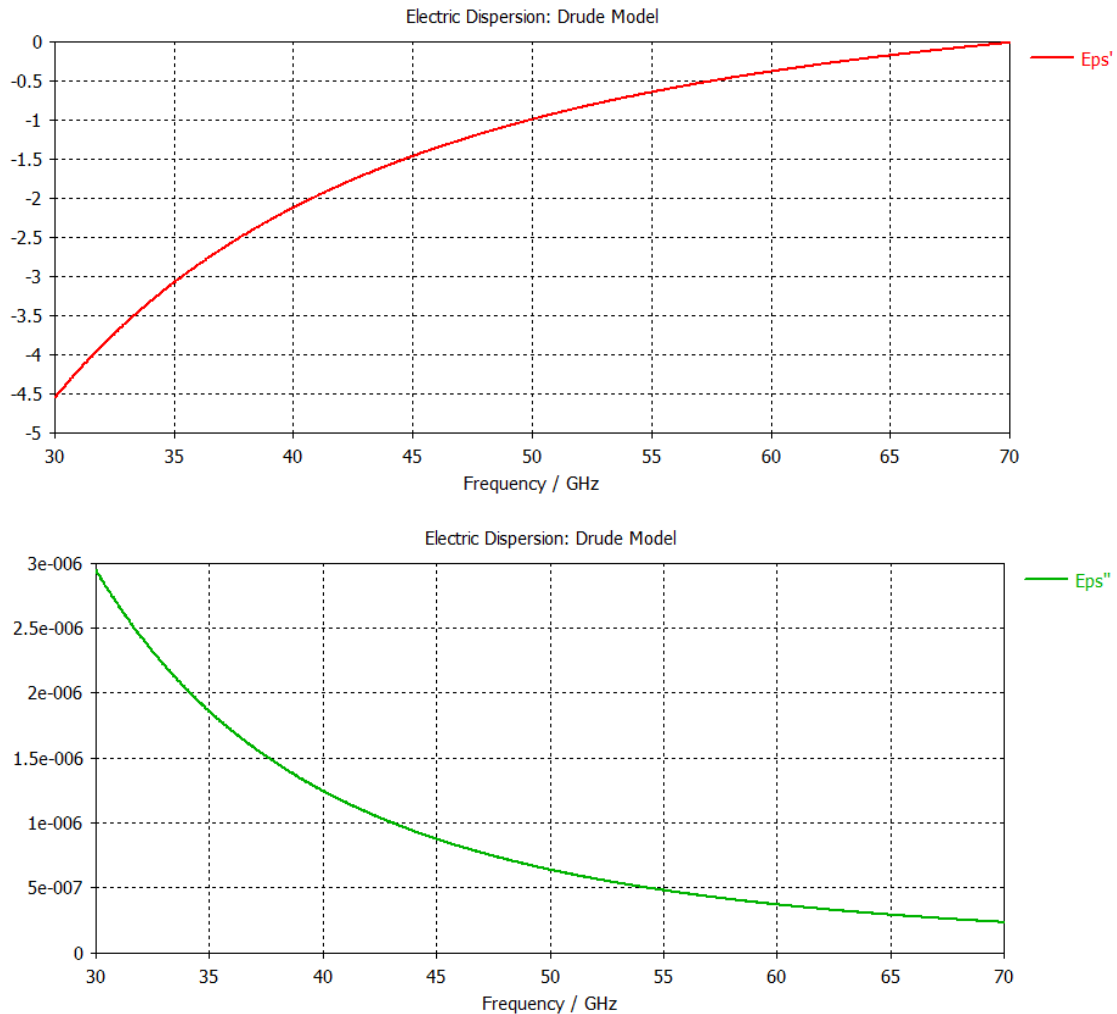


Figura 3.8: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\epsilon_r$  para el material de la lámina utilizada en la simulación de la refracción negativa.

60 GHz. Para la frecuencia de 50 GHz, esta guía excita el modo transversal eléctrico  $TE_{10}$ , que es el único que puede propagarse en el rango de frecuencias que estamos considerando, con el campo eléctrico de la onda perpendicular al plano de estudio, es decir, el plano XZ.

Para dirigir mejor el haz y que se apreciara bien la refracción negativa, se incluyó una etapa de adaptación al final de la guía, para tratar de acoplar en la medida de lo posible la impedancia de la guía a la del vacío. Se utilizó una bocina con las dos paredes de los lados con un perfil recto e inclinado  $12^\circ$  y de longitud 71,5 mm. La estructura completa de la guía con la adaptación se puede ver en la figura 3.7. Aunque la mejor etapa de adaptación sería un perfil exponencial, el que se ha implementado proporciona resultados suficiente adecuados y es mucho más sencillo de implementar en CST.

Toda la estructura de la guía se orientó a  $\theta = 30^\circ$  respecto a la normal a la interfaz de la lámina donde incidirá el haz.

En la figura 3.7 aparece el sistema completo que se utilizó para la simulación. Para poder

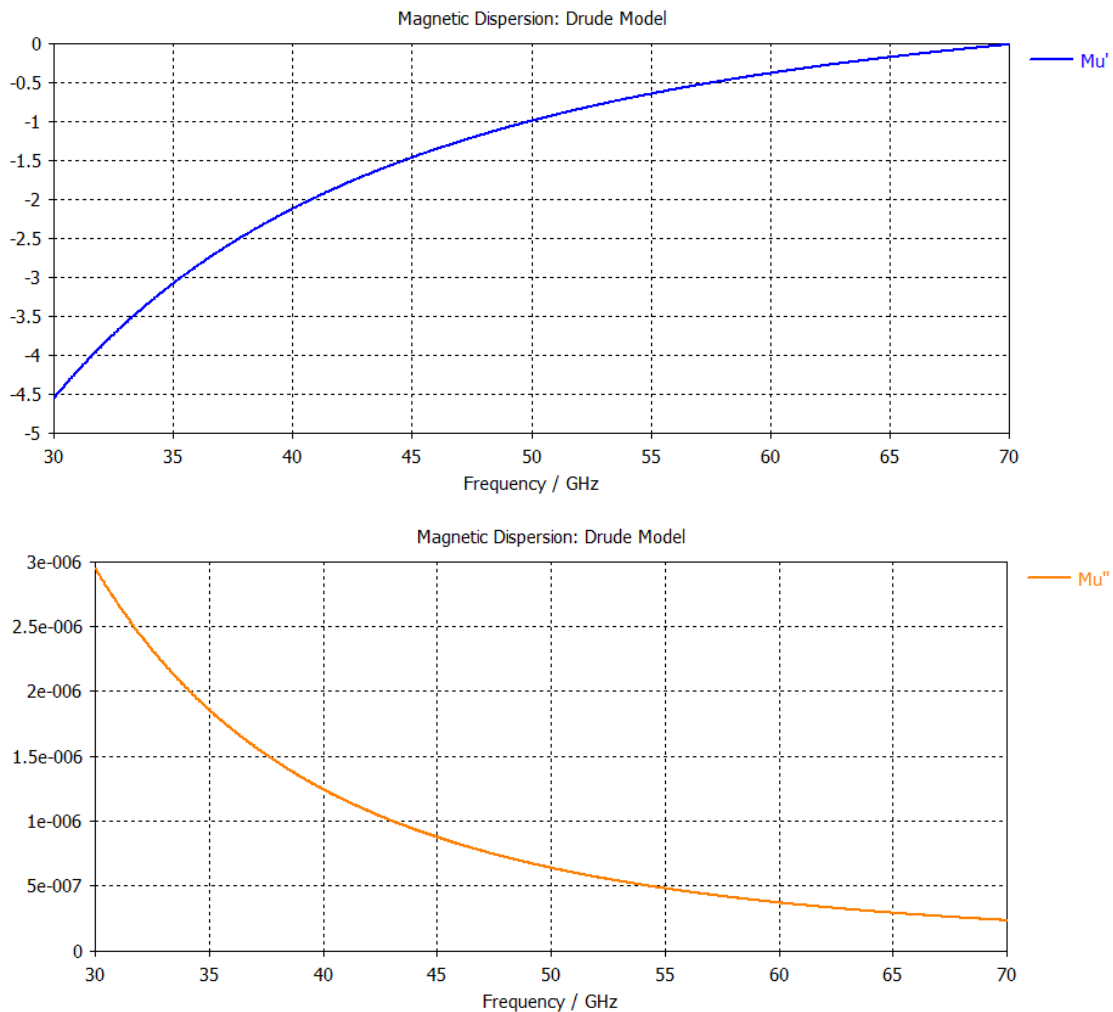


Figura 3.9: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\mu_r$  para el material de la lámina utilizada en la simulación de la refracción negativa.

ver la segunda refracción, a la salida de la lámina, se amplió el dominio de simulación del programa por la parte posterior de la lámina: se añadieron 40 mm a la salida de la lámina para visualizar el efecto.

A continuación se definieron las condiciones de contorno del dominio. En las superficies superior e inferior, las perpendiculares al eje Y, se establecen de nuevo paredes de conductor eléctrico perfecto para que el campo eléctrico tenga dirección Y e todo el sistema. En el resto de paredes se establecieron condiciones absorbentes para que la onda no se reflejara al llegar al extremo del dominio de simulación y prosiguiera su camino como si más allá existiese vacío.

El siguiente paso es la elección de posibles planos de simetría. En este caso, existe solamente un plano de simetría: el campo eléctrico siempre es perpendicular al plano XZ, que es el plano de estudio.

Por último, se establecen los monitores de campo para la observación. Se puso un monitor para el campo eléctrico a la frecuencia  $f_0 = 50$  GHz y se procedió a la simulación. Se

empleó el simulador en el dominio de la frecuencia porque la incidencia del haz no era de incidencia normal y CST no permite hacer el cálculo en el dominio del tiempo en estos casos. Finalmente, se obtuvo la imagen de la figura 3.10 para el plano XY que atraviesa al sistema por la mitad. En ella se puede ver perfectamente el efecto del rayo saliendo refractado hacia el mismo lado de la normal a la superficie que el rayo incidente, tanto para la primera como para la segunda interfaz, a la salida de la lámina.

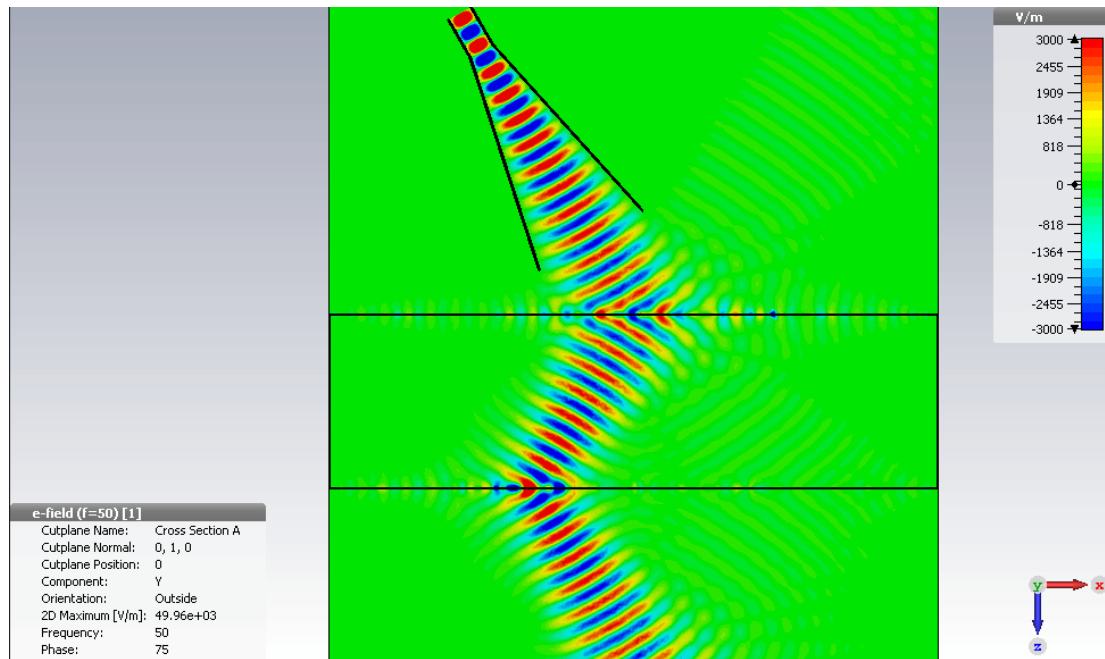


Figura 3.10: Refracción negativa. Imagen generada en la simulación mediante el programa CST. En ella, una onda incide sobre una lámina de un material con índice de refracción  $n = -1$ .

En la imagen 3.10 se puede apreciar que efectivamente, al refractarse en cada interfaz, la onda no pasa al otro lado de la normal a la superficie. Al ser una lámina con sus lados paralelos, el haz incidente y el haz transmitido después de la lámina son paralelos, con una separación entre ellos mayor que el que se podría lograr con ese espesor de la lámina y un índice de refracción positivo.

### 3.3. Compensación de fase

En este apartado se verificará que una lámina DNG es capaz de compensar la fase de otra lámina DPS para que, a la salida, la fase de la onda electromagnética sea exactamente la misma que a la entrada de la primera lámina.

En primer lugar, se procedió como siempre a la definición de las láminas. Se eligieron espesores iguales para ambas láminas, de forma que para que se cumpla la relación (1.19) los índices de refracción de cada una han de ser iguales pero de signo contrario, al menos para la frecuencia de trabajo  $f_0$ , y pueda existir la compensación de fase. Las dimensiones se establecieron siguiendo los mismos criterios de referencia con los ejes de

coordenadas que en los dos casos anteriores:

$$\begin{aligned}w_{\text{láminas}} &= 50 \text{ mm} \\h_{\text{láminas}} &= 2,3876 \text{ mm} \\l_{\text{láminas}} &= 7,5 \text{ mm}\end{aligned}$$

Se estableció un índice de refracción de  $n_1 = -n_2 = 3$ . Como el material de la primera lámina es un dieléctrico DPS normal, se considera sin pérdidas y no dispersivo, cuya permitividad y permeabilidad relativas son

$$\varepsilon_r = \mu_r = 3$$

y que por tanto dan lugar a un índice de refracción de

$$n = 3$$

que, como no tiene parte imaginaria, carecerá de absorción.

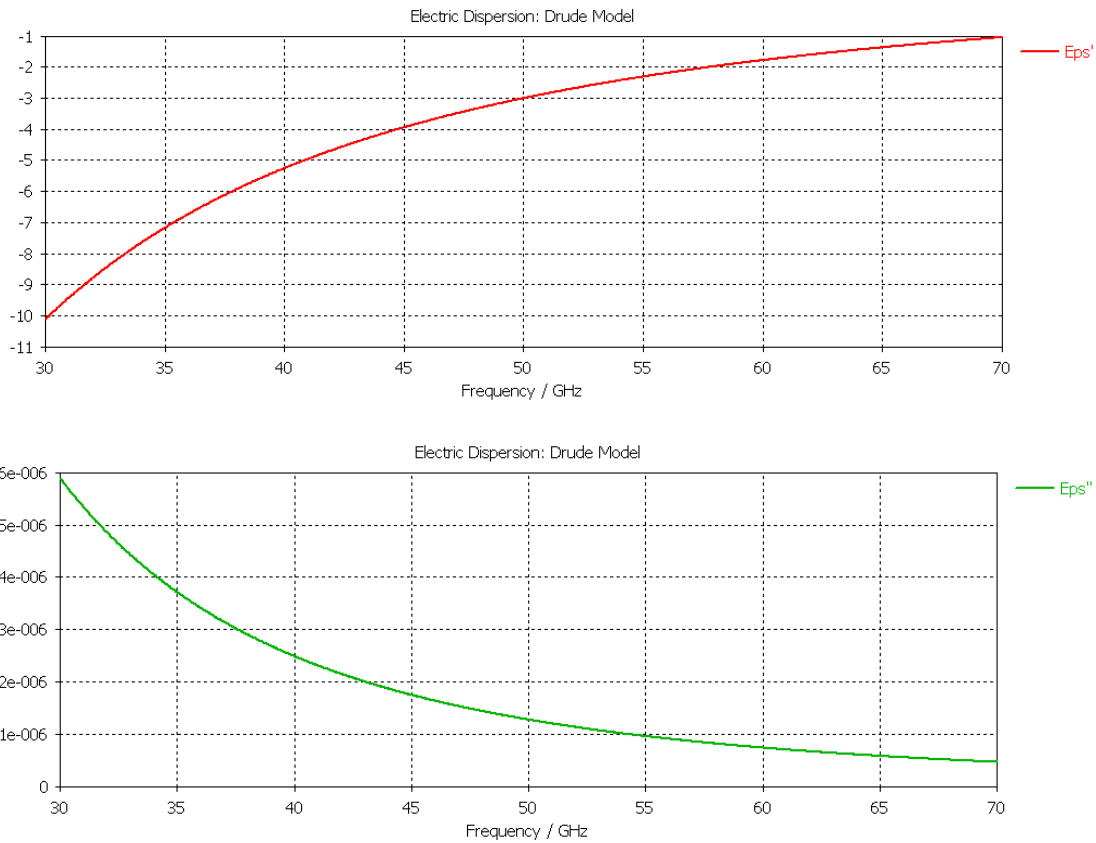


Figura 3.11: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\varepsilon_r$  para el material de la lámina DNG utilizada en la simulación de la compensación de fase.

Para el metamaterial, de nuevo se eligió el modelo de Drude para definir un nuevo material con las susceptibilidades eléctrica y magnética iguales, seleccionando para ambas los parámetros

$$\begin{aligned}\Gamma &= 10^5 \text{ rad/s} \\ \omega_p &= 6,283285 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}\end{aligned}$$

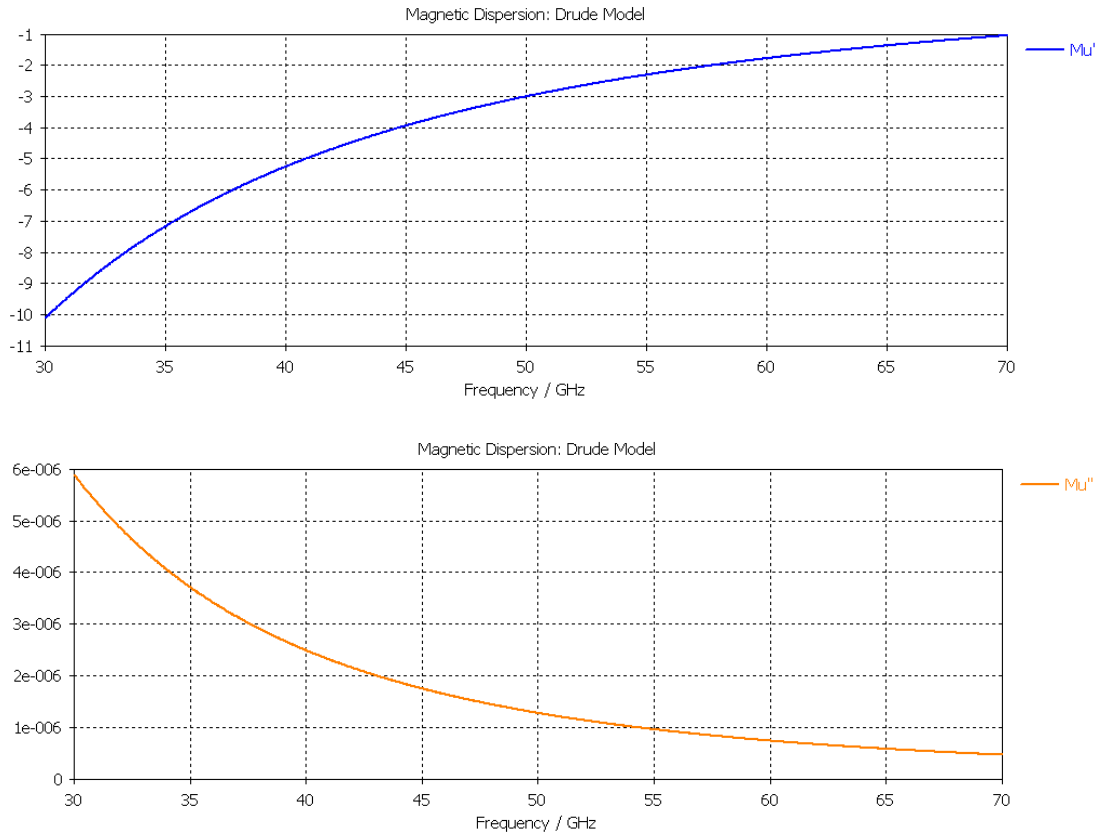


Figura 3.12: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\mu_r$  para el material de la lámina DNG utilizada en la simulación de la compensación de fase.

que, para la frecuencia  $f_0$  a la que se estudió el sistema, proporciona un índice de refracción de

$$n(f_0 = 50 \text{ GHz}) = -3 - 1,27 \cdot 10^{-6}j$$

De nuevo, la precisión de los parámetros  $\Gamma$  y  $\omega_p$  es necesaria para obtener un índice de refracción tan cercano al opuesto del de la lámina DPS.

El siguiente paso es la excitación. Se fijó un puerto que genera un pulso gaussiano cuya frecuencia central es la frecuencia de estudio  $f_0 = 50 \text{ GHz}$ . Para direccionar parcialmente la onda hacia las láminas, se utilizó una guía cuyas dimensiones se fijaron en

$$w_{\text{guía}} = 4,7752 \text{ mm}$$

$$h_{\text{guía}} = 2,3876 \text{ mm}$$

$$l_{\text{guía}} = 10 \text{ mm}$$

que son las medidas de altura y anchura de una guía comercial WR19, recomendada para frecuencias de entre 40 y 60 GHz. La guía excita el modo transversal eléctrico  $TE_{10}$ , que es el único que puede propagarse en el rango de frecuencias que estamos considerando, con el campo eléctrico perpendicular al plano de estudio.

Además se le añadió una etapa de adaptación al final de la guía para dirigir el haz. En este caso no es necesario un haz tan recto como en el apartado anterior de la refracción

negativa, así que en este caso la bocina que se utilizó es diferente del caso mencionado. Se utilizó una bocina con las dos paredes de los lados con un perfil recto e inclinado  $15^\circ$  y de longitud 10 mm. La estructura completa de la guía con la adaptación se puede ver en la figura 3.13.

El esquema de la situación de todos los elementos en relación con los ejes de coordenadas se expone en la figura 3.13.

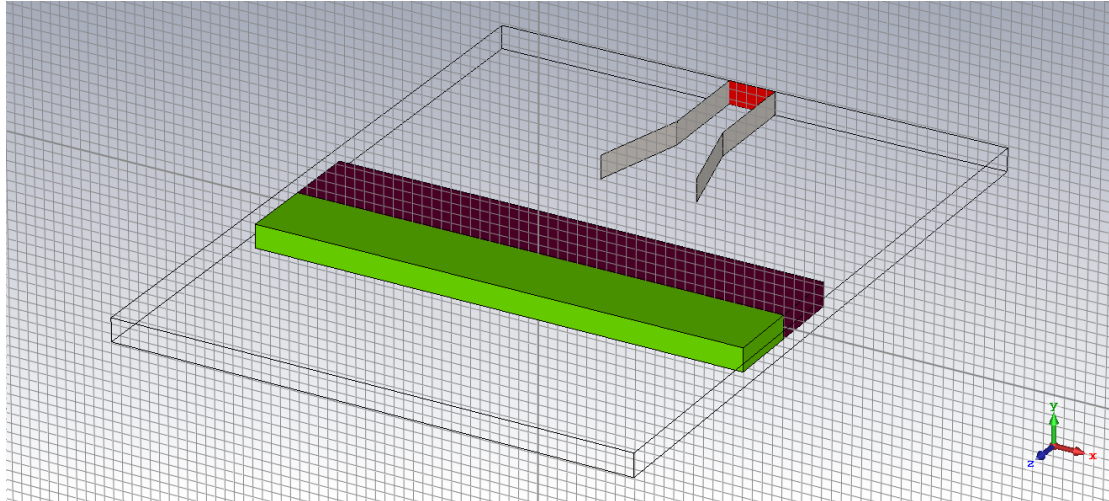


Figura 3.13: Esquema de las láminas y la guía de ondas que se utilizó para la simulación de la compensación de fase.

El dominio del sistema se amplió 22,5 mm por la parte posterior de la segunda lámina para que se pueda apreciar la onda a la salida y comprobar que la compensación de fase efectivamente ocurre.

Lo siguiente es establecer las condiciones de contorno. En este caso son las mismas que en el apartado 3.2 anterior: para las superficies superior e inferior del dominio de computación, la condición de contorno es una pared conductora eléctrica perfecta para que el campo eléctrico tenga siempre dirección Y. Para el resto de superficies del dominio se consideraron condiciones absorbentes, para que la onda no rebotara.

En este sistema se puede establecer también un plano de simetría. Este plano es el que comparten todos los ejemplos de este trabajo: el plano XZ, que es el plano de estudio. En todos los puntos de este plano el campo eléctrico de la onda es perpendicular a esta superficie:  $E_t = 0$ .

Por último se añade un monitor de campo eléctrico a la frecuencia  $f_0 = 50$  GHz, y se procede a la simulación en el dominio del tiempo del sistema.

Una captura de los resultados de la simulación para esta situación se muestra en la figura 3.14. En ella se ve cómo la segunda lámina compensa exactamente los efectos de la primera, lográndose así que los puntos de la interfaz a la entrada sean equivalentes en todo menos en amplitud a los puntos en la interfaz de salida de la segunda lámina. La amplitud a la salida de la segunda lámina es menor debido a la absorción del medio.



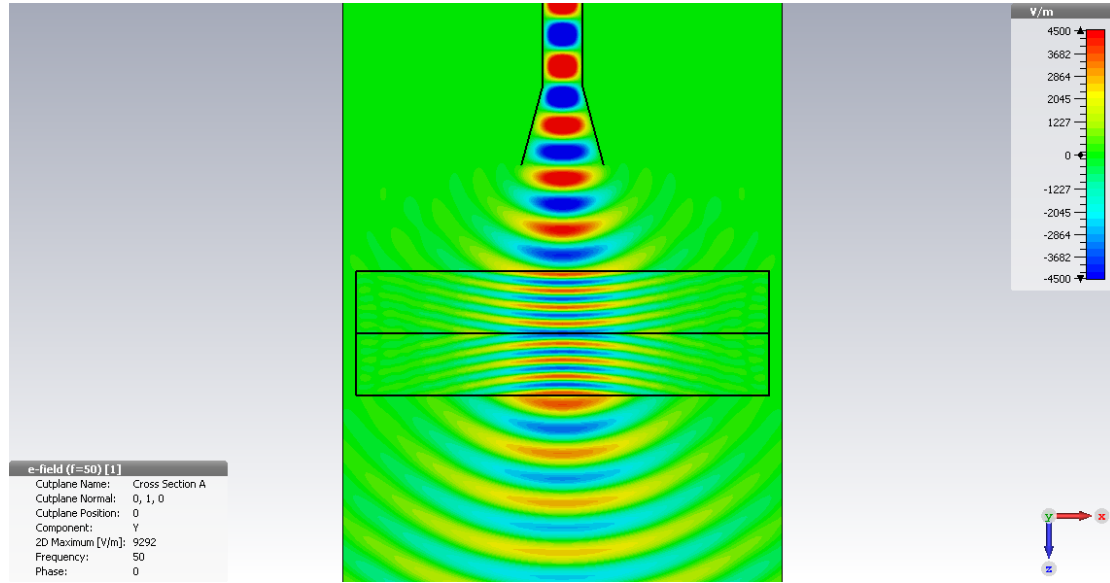


Figura 3.14: Compensación de fase. Imagen generada en la simulación mediante el programa CST. En ella, una onda incide sobre dos láminas consecutivas con índices opuestos pero iguales en módulo,  $n_1 = -n_2 = 3$ .

### 3.4. Efecto Goos-Hänchen negativo

En esta sección se estudiará la reflexión total en un medio DNG y concretamente el desplazamiento Goos-Hänchen que resulta ser negativo para estos medios, y se comparará la misma situación pero con una interfaz vacío-DPS para apreciar mejor el efecto.

En primer lugar se definieron las medidas de la lámina. Se denota por  $w$  la anchura de la lámina, en la dirección X, con  $h$  la altura, en la dirección Y, y con  $l$  el espesor, en la dirección Z.

$$\begin{aligned} w_{\text{lámina}} &= 200 \text{ mm} \\ h_{\text{lámina}} &= 2,3876 \text{ mm} \\ l_{\text{lámina}} &= 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

Como se van a simular dos situaciones iguales con láminas de distinto material, a continuación se expondrán ambos casos, dado que es la única diferencia entre ambas simulaciones.

Primeramente se mostrará el material de la lámina DPS. Como es doblemente positivo, tanto  $\varepsilon$  como  $\mu$  van a ser positivos y no se necesitará un modelo dispersivo para simularlos. Se consideran los valores

$$\varepsilon_r = \mu_r = 1/2$$

constantes a cualquier frecuencia. Esto da lugar a un índice de refracción de

$$n = 1/2$$

que es menor que el índice del vacío para que pueda existir reflexión total incidiendo la onda desde el vacío.

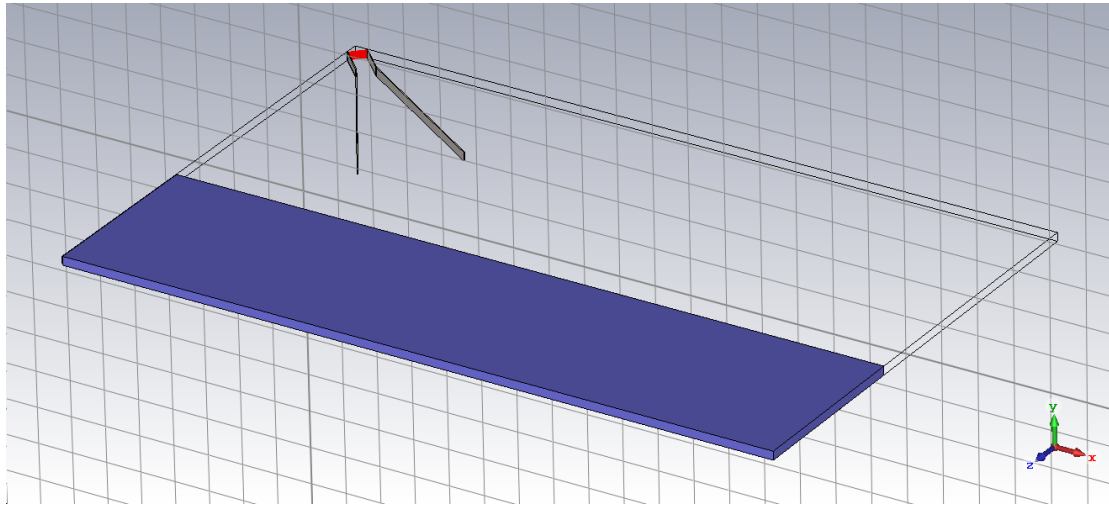


Figura 3.15: Esquema de la lámina y la guía de ondas que se utilizó para la simulación del efecto Goos-Hänchen negativo.

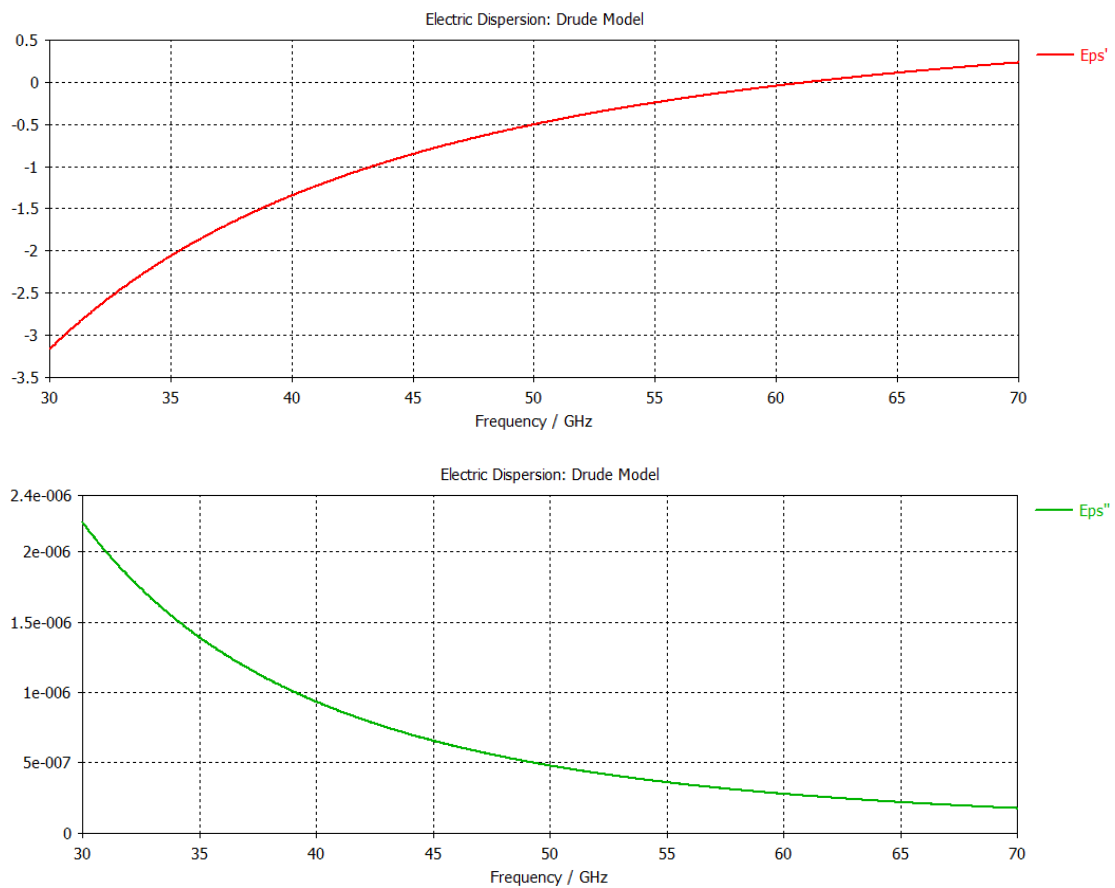


Figura 3.16: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\epsilon_r$  para el material de la lámina utilizada en la simulación del efecto Goos-Hänchen.

El material de la lámina DNG se presentó con un modelo dispersivo de Drude. Se buscó

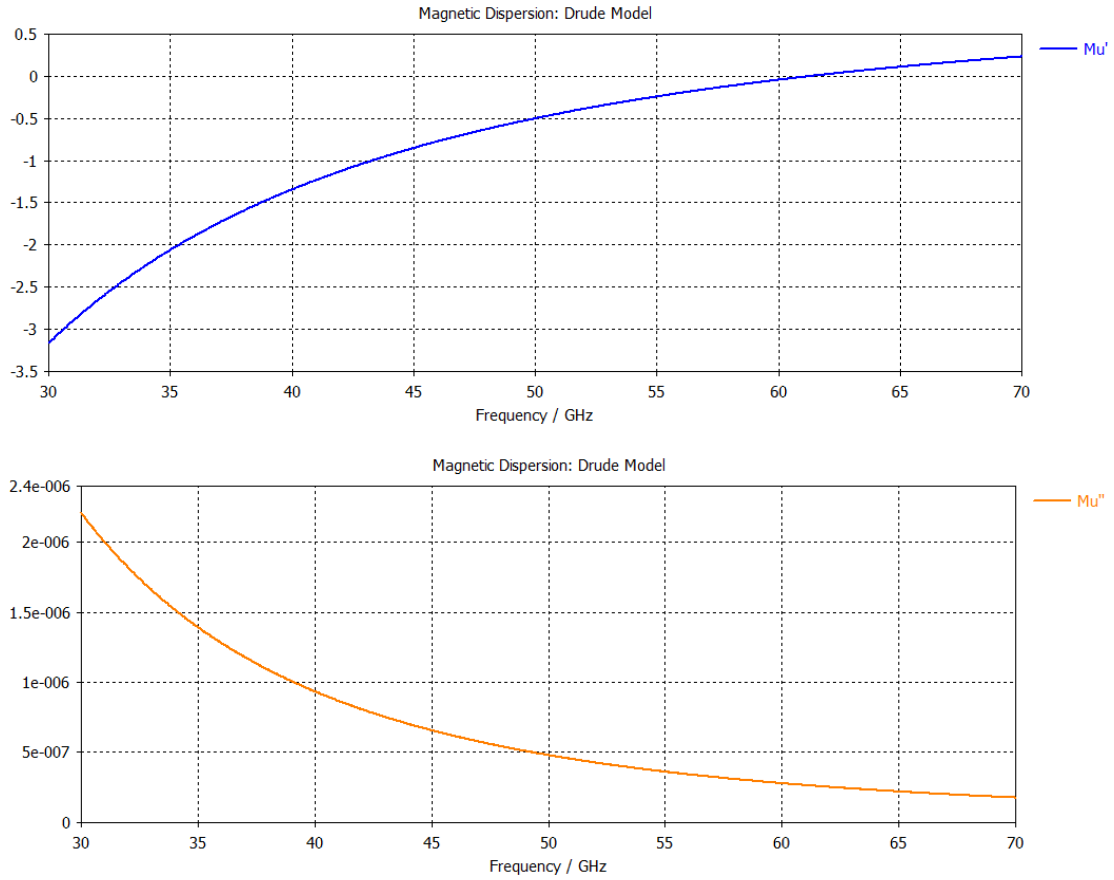


Figura 3.17: Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de  $\mu_r$  para el material de la lámina utilizada en la simulación del efecto Goos-Hänchen.

un  $\varepsilon_r$  y un  $\mu_r$  iguales y de valor

$$\varepsilon_r = \mu_r = -1/2$$

para que dieran lugar a un índice de refracción igual al de la lámina anterior pero de signo contrario. Esto se consiguió para la frecuencia  $f_0 = 50$  GHz con los valores

$$\begin{aligned}\Gamma_e = \Gamma_m = \Gamma &= 10^5 \text{ rad/s} \\ \omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p &= 3,847649 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}\end{aligned}$$

que proporciona un índice de refracción complejo de

$$n(f_0 = 50 \text{ GHz}) = -0,5 - 4,77 \cdot 10^{-7}j$$

Las gráficas de la variación de  $\varepsilon_r$  y  $\mu_r$  con la frecuencia se exponen en las figuras 3.16 y 3.17.

Como excitación se introdujo un pulso gaussiano cuya frecuencia central es  $f_0 = 50$  GHz. Se utilizó una guía similar a la que se usó en la refracción negativa para dirigir el haz.

Recordamos que esta guía tenía dimensiones

$$w_{\text{guía}} = 4,7752 \text{ mm}$$

$$h_{\text{guía}} = 2,3876 \text{ mm}$$

$$l_{\text{guía}} = 10 \text{ mm}$$

que coincide con una guía WR19, recomendada para frecuencias de entre 40 y 60 GHz.

Como ya se había comentado, para la frecuencia de 50 GHz la guía excita el modo transversal eléctrico  $TE_{10}$  con el campo eléctrico de la onda perpendicular al plano XZ.

Además, para dirigir mejor el haz, se volvió a incluir la misma etapa de adaptación al final de la guía que en el apartado de refracción negativa 3.2: una bocina con las dos paredes de los lados con un perfil recto e inclinado  $12^\circ$  y de longitud 71,5 mm.

Esta guía se sitúa a  $45^\circ$  con la normal a la superficie de la lámina, de forma que la mayor parte del haz incida con este ángulo.

En esta ocasión, el dominio más pequeño que incluye todos los componentes del sistema es suficiente para una buena visualización de la reflexión total de la onda, de manera que no hubo que añadir a mayores más espacio.

Respecto a las condiciones de contorno, se establecieron paredes conductoras eléctricas perfectas (PEC) en la parte superior e inferior del sistema, las perpendiculares al eje Y, para mantener el campo eléctrico en esa dirección. El resto de paredes del dominio de computación se consideraron absorbentes.

Para reducir el tiempo de simulación, además se fijó un plano de simetría en XZ para el campo eléctrico, reduciendo así el volumen del dominio a la mitad.

Finalmente se estableció un monitor de campo eléctrico a la frecuencia central del pulso,  $f_0 = 50$  GHz. Tras realizar los cálculos de la simulación en el dominio de la frecuencia, los resultados que se obtuvieron se presentan en la figura 3.18.

Para una mejor visualización del efecto se han trazado en color morado unas líneas que delimitarían la sección del rayo con mayor intensidad para tratar de resaltar la diferencia entre la lámina DPS y la lámina DNG. Aunque el desplazamiento es pequeño, se aprecia que efectivamente el haz reflejado en la lámina DNG se refleja algo más atrás que cuando la lámina es DPS.

Dado que el ángulo límite de una interfaz vacío- $n = 1/2$  es de  $\theta = 30^\circ$ , la mayor parte del haz caerá bajo un ángulo mayor y se reflejará; sin embargo, como hay cierta dispersión en la onda al salir de la guía, se puede ver cómo una sección del haz de muy poca intensidad sí que es transmitido. Esto es porque al existir dispersión en la onda incidente, ésta se va abriendo a la salida de la guía y una pequeña parte incide con un ángulo menor que  $30^\circ$ . Se puede apreciar el efecto descrito anteriormente de la refracción negativa en la lámina DNG para esta parte del haz que sí que logra traspasar la interfaz.

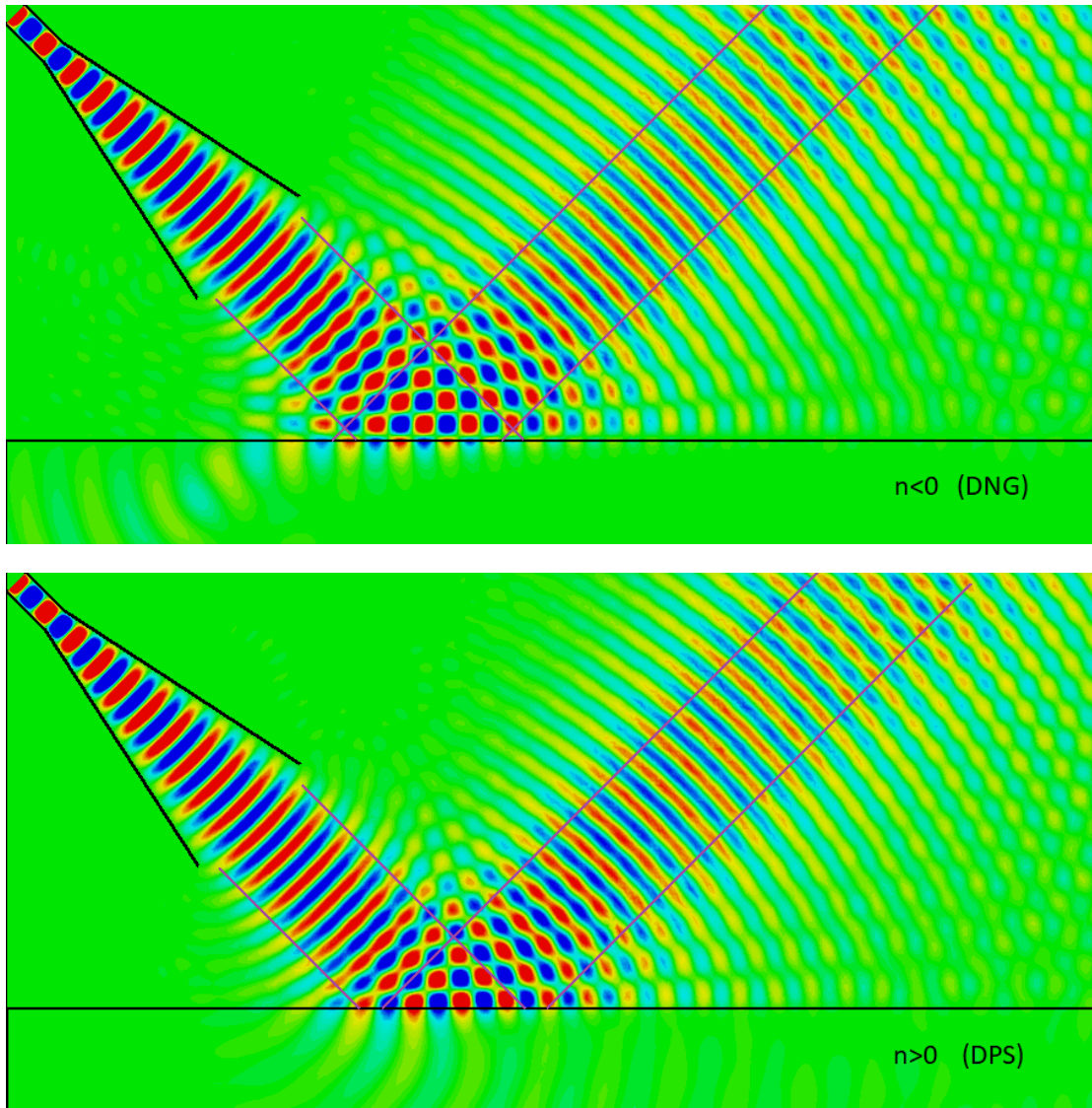


Figura 3.18: Desplazamiento Goos-Hänchen negativo (arriba) y positivo (abajo) para láminas DNG y DPS de  $n = -1/2$  y  $n = 1/2$  respectivamente.

### 3.5. Lente de Pendry o lente “perfecta”

En esta sección se presenta una lente de Pendry, donde se podrá observar la formación de dos imágenes de un mismo objeto situado en un lado de la lámina, ya que ésta se eligió con la anchura suficiente como para que lleguen a formarse las dos imágenes que se mostraban en la figura 1.21.

Se fijaron las siguientes medidas para la lámina que funcionará de lente:

$$w = 80 \text{ mm}$$

$$h = 0,5 \text{ mm}$$

$$l = 20 \text{ mm}$$

donde  $w$  es la anchura y coincide con la dirección del eje X,  $h$  es la altura y coincide con la dirección del eje Y, y  $l$  es el largo de la lámina y coincide con la dirección del eje Z.

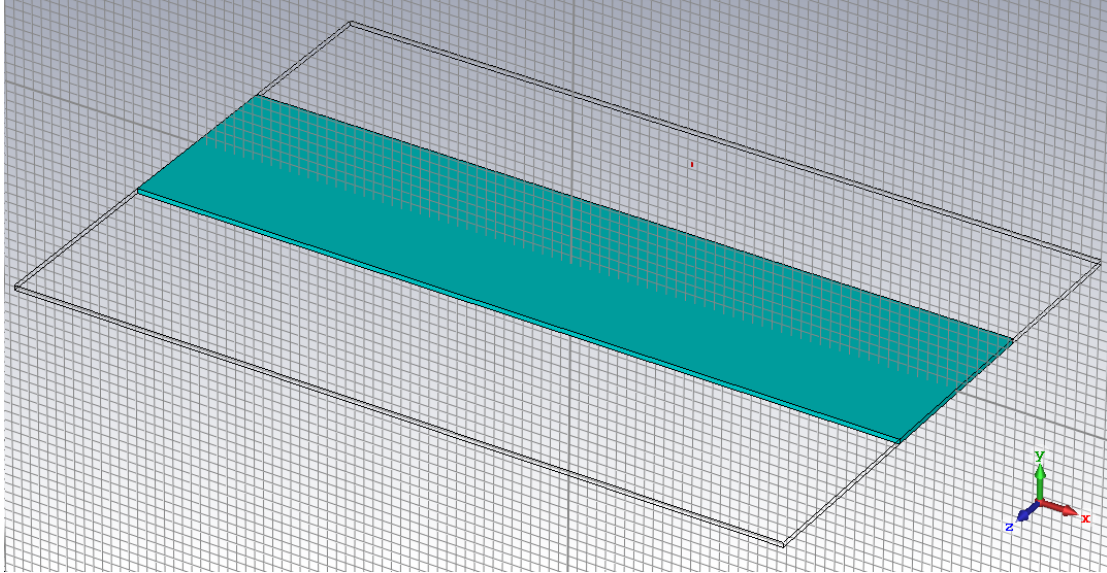


Figura 3.19: Esquema de la lámina y de la fuente objeto que se utilizó para la simulación de la lente de Pendry.

Para el material de la lámina se utilizó el modelo dispersivo de Drude. Se busca un índice de refracción para la lámina opuesto al del vacío y que la gráfica de dispersión de  $\epsilon_r$  sea igual que la de  $\mu_r$ . Los siguientes valores

$$\begin{aligned}\Gamma &= 10^5 \text{ rad/s} \\ \omega_p &= 4,442883 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}\end{aligned}$$

cumplen esto para la frecuencia de estudio, que será  $f_0 = 50$  GHz, y dan como resultado para ésta un índice de refracción complejo de

$$n(f_0 = 50 \text{ GHz}) = -1 - 6,37 \cdot 10^{-7}j$$

Como se puede apreciar, estos parámetros son los mismos que se consideraron en la simulación de la refracción negativa, por lo que las gráficas de  $\epsilon_r$  y  $\mu_r$  serán las mismas (figuras 3.8 y 3.9) y no se repetirán aquí de nuevo.

Posteriormente, se situó a 10 mm de la lámina una fuente de altura igual al sistema y muy estrecha, de forma que la radiación que emita tendrá un frente de ondas cilíndrico. Esta fuente emitirá un pulso gaussiano cuya frecuencia central será  $f_0 = 50$  GHz y ejercerá de foco objeto. Nosotros la consideraremos puntual, ya que sólo se estudiará el plano XZ. Este puerto excita un modo transversal electromagnético (TEM), de forma que el campo eléctrico se genera en la dirección del eje Y, y el campo magnético en la del eje X. La lámina deberá focalizar en dos puntos: justo en la mitad de la lámina, ya que la anchura de ésta son justamente 20 mm, el doble de la distancia a la que se encuentra la fuente de su superficie, y el otro detrás de la lámina, también a 10 mm de distancia.



El dominio de simulación se ha ampliado en ambas direcciones  $Z$ , negativa y positiva, para que se pueda ver la fuente emitiendo la onda cilíndrica a su alrededor y la imagen formada fuera de la lámina. El dominio se amplió 5 mm por detrás de la fuente y 20 mm por detrás de la lámina. El sistema en conjunto se haya representado en la figura 3.19 junto con la orientación relativa de los ejes de coordenadas.

A continuación se establecieron las condiciones de contorno, una para cada pared del dominio de simulación. Como siempre, para que el campo eléctrico mantenga la dirección  $Y$ , los planos superior e inferior del dominio se sellan con un conductor eléctrico perfecto, de forma que el campo eléctrico siempre sea perpendicular a esta superficie. Para el resto de paredes del dominio se consideraron condiciones absorbentes para que la onda no reflejase y pareciese continuar su camino.

Dado que la fuente de ondas excita un modo transversal electromagnético (TEM), en esta simulación se pueden establecer dos planos de simetría: el plano  $XZ$  y el plano  $YZ$  para  $x = 0$ . El campo eléctrico es perpendicular al primero, y el campo magnético al segundo. De esta forma el volumen de simulación se reduce considerablemente.

Antes de proceder a la simulación, se estableció un monitor de campo eléctrico a la frecuencia del centro del pulso gaussiano,  $f_0 = 50$  GHz. Después de resolver en el dominio del tiempo, se estudia el campo eléctrico  $E_y$ . El resultado aparece en la figura 3.20.

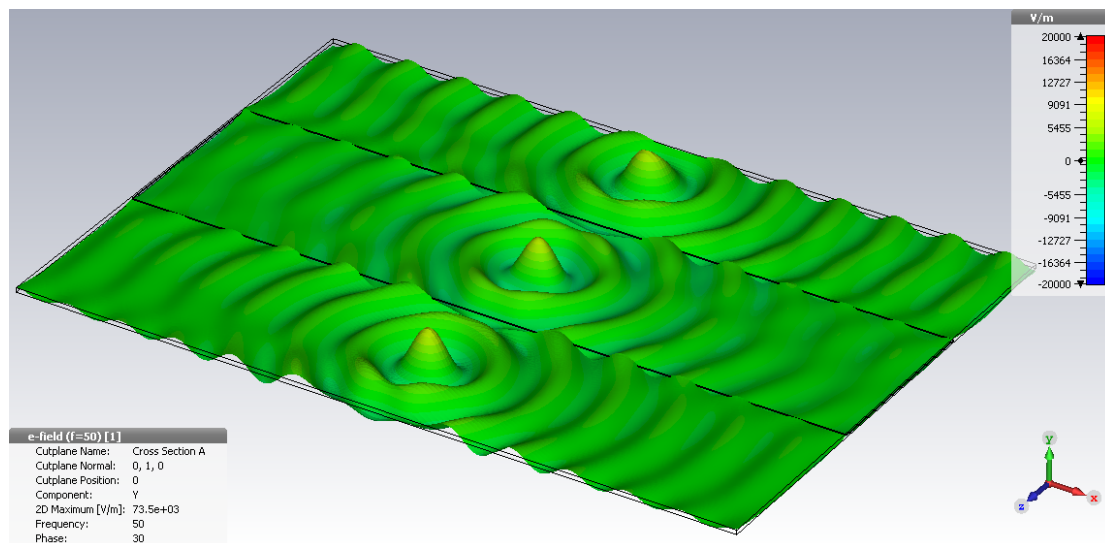


Figura 3.20: Representación del comportamiento del campo eléctrico de una onda en una lente de Pendry.

Como se puede apreciar en la figura 3.20, efectivamente se forman dos imágenes del objeto inicial, la primera en el centro de la lámina, y la segunda a la misma distancia de la lente que el objeto.





## Capítulo 4

# Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado cómo la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética negativas modifican los fenómenos fundamentales de la propagación de una onda electromagnética en este tipo de medios. Para ello se han realizado estudios de diversas situaciones cuyo propósito es proporcionar una idea de algunas de las propiedades de estos medios.

Por un lado, se ha comprobado que, en un metamaterial DNG, la velocidad de fase de la onda es negativa, al contrario que en un material doblemente positivo convencional o en el propio vacío. También se ha comprobado que la energía del pulso electromagnético se propaga en sentido contrario a la velocidad de fase. Esto es, el vector de propagación  $\mathbf{k}$  y el vector de Poynting  $\mathbf{S}$  tienen sentidos opuestos en un medio DNG.

Por otro lado, se ha estudiado también el efecto de refracción negativa en la interfaz de estos medios con un medio doblemente positivo como es el vacío, comprobando computacionalmente que, cuando un medio tiene tanto  $\varepsilon$  como  $\mu$  negativos, el índice de refracción también lo es.

Además, se ha estudiado una de las posibles aplicaciones de estos materiales como es la posibilidad de compensación de la fase de una onda electromagnética a cualquier ángulo tras una propagación por un medio DPS convencional mediante una lámina de metamaterial DNG.

También se ha considerado un ejemplo de lente “perfecta”. Aunque no se ha podido comprobar su eficiencia energética, sí que se ha conseguido un resultado satisfactorio encontrando la focalización del punto objeto en los dos lugares que se habían predicho teóricamente.

Por último, se ha estudiado también otra de las propiedades de estos materiales que es el efecto Goos-Hänchen negativo, producido cuando una onda incide sobre un medio con un ángulo superior al ángulo límite. A pesar de que no ha sido posible medir cuantitativamente el desplazamiento del haz reflejado, sí que se puede observar cualitativamente en las imágenes obtenidas tras la simulación que ese desplazamiento Goos-Hänchen es negativo para la lámina de metamaterial DNG, siendo más fácil de comprobar si se compara con una situación similar pero con lámina de un medio DPS.

Las propiedades estudiadas en este trabajo son un ejemplo básico de lo que un metamate-

rial puede hacer. Actualmente hay gran cantidad de grupos de investigación trabajando en este campo, ya que es relativamente nuevo y promete gran cantidad de posibilidades y aplicaciones interesantes, algunas de las cuales ya se han mencionado a lo largo del trabajo, como las lentes de focalización sub-lambda o las capas de invisibilidad, pero también la posibilidad de fabricar antenas más pequeñas que la longitud de onda, de evitar la interferencia entre ellas...

Dado que es un fenómeno todavía por explorar, es muy posible que en los próximos años haya un gran avance tanto en el conocimiento de las posibilidades que los metamateriales implican como en la tecnología de fabricación de éstos o de nuevos dispositivos que apliquen todas estas posibilidades. Aunque puedan existir propuestas que finalmente no sean realizables en condiciones reales, su estudio abrirá otras direcciones de investigación que sí pueden ser viables. Lo que es indudable es que ha habido un gran avance en estos últimos años, y se puede aventurar que lo existirá también en los próximos.

# Glosario

- CST - MWS. Computer Simulation Technology - Microwave Studio.
- FIT. Teoría de integración finita (siglas en inglés de *Finite Integration Technique*).
- Medio DPS. Medio doblemente positivo, también llamado “diestro”.
- Medio DNG. Medio doblemente negativo, también llamado “zurdo”.
- Medio ENG. Medio épsilon negativo.
- Medio MNG. Medio mu negativo.
- Modo TE. Modo transversal eléctrico
- Modo TEM. Modo transversal electromagnético.
- TLM. Matriz de líneas de transmisión (siglas en inglés de *Transmission-Line Matrix*).
- PEC. Conductor eléctrico perfecto (siglas en inglés de *Perfect Electrical Conductor*).
- PMC. Conductor magnético perfecto (siglas en inglés de *Perfect Magnetic Conductor*).
- WR. Guía de ondas rectangular (siglas en inglés de *Waveguide Rectangular*).



# Bibliografía

- [1] “Structural Color - Manoharan Lab, Harvard University”.  
<https://manoharan.seas.harvard.edu/structural-color> [2 Jul. 2018].
- [2] “Butterflies and metamaterials with Professor Roy Sambles”. YouTube.  
<https://www.youtube.com/watch?v=PxHJM78DUTA> [23 Jun. 2018].
- [3] Conferencia de Andrea Alù, “On The Quest To Invisibility - Metamaterials and Cloaking: Andrea Alu at TEDxAustin”. YouTube.  
<https://www.youtube.com/watch?v=jseHPnqX1PY> [13 Aug. 2017].
- [4] Andrea Gil Torrano. (2014). “La presencia de nanopartículas metálicas en vidrieras históricas”. *Dialnet Plus, Universidad de la Rioja* [On-line], Vol. 15, pp. 82-84.  
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4816016>, [29 Jul. 2018].
- [5] M. I. Stockman, (2011, Feb.) “Nanoplasmonics: The physics behind the applications”, *Physics Today*. [On-line]. Vol. 64, pp. 39-44.  
[pdfs.semanticscholar.org/d634/cc0f9d8596c9a3e97e8fd97502550731b9c4.pdf](https://pdfs.semanticscholar.org/d634/cc0f9d8596c9a3e97e8fd97502550731b9c4.pdf) [22 Jul. 2018].
- [6] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ”, *Sov. Phys. Uspekhi*. Vol. 10, no. 4, pp. 509–514, 1968. [*Usp. Fiz. Nauk*. Vol. 92, pp. 517–526, 1967.]
- [7] Thomas Vandervelde. “Beyond invisibility: engineering light with metamaterials”.  
<https://theconversation.com/beyond-invisibility-engineering-light-with-metamaterials-54632> 26 Feb. 2016, [14 Jul. 2018].
- [8] L. R. Cortés, M. Seghilani, R. Maram, y J. Azaña, “Full-field broadband invisibility through reversible wave frequency-spectrum control” *Optica*. Vol. 5, pp. 779-786, 2018.
- [9] G. Dolling, M. Wegener, S. Linden, y C. Hormann. “Photorealistic images of objects in effective negative-index materials”. *Opt. Express*. Vol. 14, pp. 1842–1849, 2006.
- [10] “IOP Institute of Physics. Metamaterials”. <http://www.iop.org/resources/topic/archive/metamaterials/> [14 Jul. 2018].
- [11] D. R. Smith. “Meta Group. Novel Electromagnetic Media”.  
<http://people.ee.duke.edu/~drsmith/research.htm> [10 Jun. 2018].

- [12] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity”. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, pp. 4184–4187, May 2000.
- [13] R. K. Wangsness. *Campos electromagnéticos*. España: Editorial Limusa de Grupo Noriega Editores, 2008 .
- [14] W. K. H. Panofsky, M. Phillips, *Classical Electricity and Magnetism*. USA: Addison-Wesley, 1962.
- [15] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. USA: Wiley, 1998
- [16] N. Engheta, R. W. Ziolkowski, *Metamaterials, Physics and Engineering Explorations*, Wiley-IEEE Press, 2006.
- [17] I.F. Almog, M.S. Bradley, V. Bulovic, “The Lorentz Oscillator and its Applications” .
- [18] R. Marqués, F. Martín, M. Sorolla, *Metamaterials with Negative Parameters. Theory, Design, and Microwave Applications*. Wiley-Interscience, 2008.
- [19] “Research Group of Prof. Yongmin Liu. Northeastern University” <https://web.northeastern.edu/liulab/Publications.html> [12 Jul. 2018].
- [20] M. Lapine, S. Tretyakov. “Contemporary notes on metamaterials”. *IET Microw. Antennas Propag.* Vol. 1, pp. 3–11, 2007.
- [21] P. R. Berman, “Goos-Hänchen shift in negatively refractive media”, *Phys. Rev. E*. Vol. 66, 067603, Dec. 2002.
- [22] J. Casas, “Capítulo 8. Medios isótropos lineales” en *Óptica*, 7ª edición. España: Librería Pons, 1994, pp. 198-200.
- [23] J. B. Pendry, “Negative refraction makes a perfect lens”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, no. 18, pp. 3966–3969, Oct. 2000.
- [24] R. W. Ziolkowski y E. Heyman, “Wave propagation in media having negative permittivity and permeability”, *Phys. Rev. E.* Vol. 64, no.5, pp. 056625, Oct. 2001.
- [25] T. Xu, A. Agrawal, M. Abashin, K. J. Chau. “All-angle negative refraction and active flat lensing of ultraviolet light”. *Nature*. Vol. 497, pp. 470–474, May 2013.
- [26] CST Studio Suite - Electromagnetic Field Simulation Software. Sitio oficial. <https://www.cst.com/products/csts2>, [21 Jun. 2018].
- [27] CST Studio Suite. Microwave Journal. <http://www.microwavejournal.com/articles/29484-cst-studio-suite-2018-connects-new-technology-and-trusted-tools>, [21 Jun 2018].
- [28] “CST Microwave Studio. Workflow & Solver Overview”, 2014.

# Índice de figuras

1.1. [2] Las alas de la mariposa azul de Sudamérica poseen una estructura interna microscópica que les confiere ese tono azul característico. . . . .	7
1.2. Copa de Licurgo. Dependiendo de desde dónde reciba la luz, el color de la copa es verdoso o rojizo. [Museo Británico] . . . . .	8
1.3. [5] A la izquierda, nanopartículas de distintas formas. A la derecha, los colores que presentaría el vidrio en función de su forma. . . . .	9
1.4. [7] Primer metamaterial con $\varepsilon$ y $\mu$ ambos negativos, fabricado por Smith y su grupo de investigación. . . . .	10
1.5. [3] Simulaciones del comportamiento de una onda plana al encontrarse con un cilindro en dos situaciones distintas: rodeado de una “capa de invisibilidad” y al descubierto. . . . .	11
1.6. [8] Esquema del experimento de invisibilidad en un rango amplio del espectro visible mediante el control reversible del espectro de la onda. (a) Detección de un objeto a partir de su reflexión o transmisión en un rango del espectro electromagnético. (b) Ocultación del objeto por transformaciones reversibles del espectro de onda. . . . .	12
1.8. [10] Metamaterial fabricado artificialmente mediante anillos resonantes y hilos conductores. . . . .	12
1.7. [9] Simulación de cómo se verían dos vasos con una varilla e su interior: uno relleno de agua, y otro relleno de un líquido con índice de refracción negativo con módulo igual al del agua. . . . .	13
1.9. Gráfica de la parte real de $\varepsilon$ según el modelo de Lorentz. . . . .	17
1.10. Gráfica de la parte real de $\varepsilon$ según el modelo de Debye. . . . .	17
1.11. Gráfica de la parte real de $\varepsilon$ según el modelo de Drude. . . . .	18
1.12. [19] Comparativa entre la interacción electromagnética de un metamaterial, izquierda, y una red cristalina de átomos, derecha. . . . .	20
1.13. [11] Dipolos inducidos. . . . .	22
1.14. [11] Algunas de las posibles inclusiones artificiales para fabricación de metamateriales, a la izquierda. Las gráficas resultantes de los parámetros que se consiguen mediante ellos, a la derecha. . . . .	23
1.15. [18]. Esquema del sistema de vectores $\mathbf{B}$ , $\mathbf{H}$ , $\mathbf{k}$ Y $\mathbf{B}$ para una onda plana electromagnética transversal en un medio ordinario DPS y en un metamaterial zurdo DNG. . . . .	25
1.16. [21] La onda incidente (magnitudes sin primar), reflejada (") y transmitida (') cuando el medio 1 es DPS y el medio 2 DNG para ángulos de incidencia menor que los ángulos críticos, cuando el campo eléctrico es paralelo a la interfaz. . . . .	28

1.17.	Representación de la geometría de la Ley de Snell para una interfaz en la que un medio tiene un índice de refracción positivo, es decir, un material típico DPS, y el otro negativo, un material DNG. . . . .	29
1.18.	[6] Esquema del camino que seguirían los rayos en una lente convergente y una lente divergente suponiendo estas fabricadas de un material DNG, sumergidas ambas en un medio DPS, por ejemplo el vacío. . . . .	29
1.19.	Ejemplo esquemático del efecto de compensación de fase a cualquier ángulo. Se produce cuando $n_2 = -n_1$ , lo que obliga a los espesores de las láminas a ser iguales. . . . .	31
1.20.	[18] Esquema del efecto Goos-Hänchen en un medio ordinario (imagen de la izquierda) y en un metamaterial DNG (imagen de la derecha). . . . .	32
1.21.	[6] Esquema del funcionamiento geométrico de una lámina de espesor $d$ e índice de refracción $n = -1$ focalizando dos puntos. . . . .	33
1.22.	[25] Focalización sub-lambda de una imagen en dos dimensiones mediante una lente plana de un medio DNG con una onda circularmente polarizada de longitud de onda $\lambda_0 = 364$ nm. En (a) y (b) se muestran dos aperturas que se colocaron en la superficie de la lente. En (c) y (d) se muestran las imágenes correspondientes obtenidas. Barra de escala: 300 nm. . . . .	34
2.1.	Iterfaz gráfica del programa CST. . . . .	36
3.1.	Esquema de la lámina utilizada para la simulación de la propagación de una onda en un medio DNG. . . . .	40
3.2.	Campo eléctrico $E_y$ a lo largo del eje Z para una lámina de índice de refracción $n = 2$ para dos fases diferenciadas en $\pi/4$ . Dado que la fuente está a la izquierda, se se puede apreciar que la velocidad de fase es positiva tanto para el vacío como para la lámina DPS, que se encuentra entre $-10$ mm y $10$ mm. . . . .	42
3.3.	Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\epsilon_r$ para el material de la lámina utilizada en la propagación “backward”. . . . .	43
3.4.	Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\mu_r$ para el material de la lámina utilizada en la propagación “backward”. . . . .	44
3.5.	Campo eléctrico $E_y$ a lo largo del eje Z para una lámina de índice de refracción $n = -2$ para dos fases diferenciadas en $\pi/4$ . Dado que la fuente está a la izquierda, se puede apreciar que la velocidad de fase es negativa solamente para la lámina DNG, que se encuentra entre $-10$ mm y $10$ mm. . . . .	45
3.6.	Estudio del campo eléctrico $E_y$ en dos puntos separados $5$ mm y que se encuentran en el interior de la lámina. . . . .	45
3.7.	Esquema de la lámina y la guía de ondas que se utilizó para la simulación de la refracción negativa. . . . .	46
3.8.	Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\epsilon_r$ para el material de la lámina utilizada en la simulación de la refracción negativa. . . . .	47
3.9.	Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\mu_r$ para el material de la lámina utilizada en la simulación de la refracción negativa. . . . .	48
3.10.	Refracción negativa. Imagen generada en la simulación mediante el programa CST. En ella, una onda incide sobre una lámina de un material con índice de refracción $n = -1$ . . . . .	49



3.11. Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\varepsilon_r$ para el material de la lámina DNG utilizada en la simulación de la compensación de fase. . . . .	50
3.12. Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\mu_r$ para el material de la lámina DNG utilizada en la simulación de la compensación de fase. . . . .	51
3.13. Esquema de las láminas y la guía de ondas que se utilizó para la simulación de la compensación de fase. . . . .	52
3.14. Compensación de fase. Imagen generada en la simulación mediante el programa CST. En ella, una onda incide sobre dos láminas consecutivas con índices opuestos pero iguales en módulo, $n_1 = -n_2 = 3$ . . . . .	53
3.15. Esquema de la lámina y la guía de ondas que se utilizó para la simulación del efecto Goos-Hänchen negativo. . . . .	54
3.16. Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\varepsilon_r$ para el material de la lámina utilizada en la simulación del efecto Goos-Hänchen. . . . .	54
3.17. Gráficas de la dispersión de la parte real y la parte imaginaria de $\mu_r$ para el material de la lámina utilizada en la simulación del efecto Goos-Hänchen. . . . .	55
3.18. Desplazamiento Goos-Hänchen negativo (arriba) y positivo (abajo) para láminas DNG y DPS de $n = -1/2$ y $n = 1/2$ respectivamente. . . . .	57
3.19. Esquema de la lámina y de la fuente objeto que se utilizó para la simulación de la lente de Pendry. . . . .	58
3.20. Representación del comportamiento del campo eléctrico de una onda en una lente de Pendry. . . . .	59