

Universidad de Valladolid



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID ESCUELA DE INGENIERAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA

Autor:

Carlo André Chumacero Goytendía

Tutores:

Foces Mediavilla, Antonio

Magdaleno González, Álvaro

Departamento: Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno, Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras.

Valladolid, mayo 2019





AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer al Dr. Antolín Lorenzana Ibán su tiempo, dedicación y orientación a lo largo del desarrollo de este proyecto en el laboratorio de estructuras. Donde he podido aplicar conocimientos teóricos adquiridos durante la carrera, además de aprender y desarrollar mis capacidades en este mundo de las estructuras. Por otra parte, agradecer a Álvaro Magdaleno González la ayuda brindada durante el desarrollo de este proyecto.

Agradecer a mis padres Regina y Winston por toda la ayuda incondicional brindada en todo momento a lo largo de todo este tiempo, a quienes dedico este proyecto.

A mi familia por siempre darme su apoyo y creer en mí.

A mis amigos y compañeros con los que he compartido todas las alegrías y pesares en esta larga y dura carrera.

Por esto y mucho más gracias a todos.





Resumen

El presente Trabajo Fin de Grado se centra en estudiar las propiedades mecánicas, las frecuencias propias y coeficientes de amortiguamiento en una estructura esbelta hecha de madera sometida a variaciones ambientales y de carga. Para ello, se llevará a cabo el prototipado de una estructura en celosía de tipología Warren hecha con palitos de helado en el cual se realizan en la fase experimental ensayos estáticos y dinámicos para estudiar las propiedades mecánicas y el comportamiento de este material sometido a distintas cargas con variación de las condiciones ambientales. Posteriormente se realizará una simulación mediante un programa de elementos finitos que nos ayudará a estimar las propiedades mecánicas del material.

Palabras Clave

Estructura de Madera, Frecuencias propias, Coeficientes de Amortiguamiento, Propiedades Mecánicas, SAP 2000.

Abstract

This Final project degree is focused on the study of the mechanical properties, resonance frequencies and damping coefficients in a wooden slender structure subjected to environmental and load variations. For doing so, the prototype of a Warren typology structure has been manufactured with craft sticks in which the experimental phase will be carried out. Static and dynamic tests will be performed in order to study the mechanical properties and the behaviour of this material under different loads with variations of environmental conditions. After this, a finite element simulation will be carried out, which will help to estimate the mechanical properties of this material.

Key Words

Wooden structures, Natural frequencies, damping coefficients, Mechanical Properties, SAP 2000.





Índice

Capítulo 1	21
Introducción y Objetivos	21
1.1 Introducción	21
1.2 Objetivos	21
1.2.1 Objetivos Principales	21
1.2.2 Objetivos Secundarios	22
Capítulo 2	23
Equipamiento	23
2.1 Piezas para la construcción de las maquetas	23
2.1.1 Palitos de helado	23
2.1.2 Barras termofusibles y pistola	24
2.1.3 Estructura de Maquetación	24
2.2.1 Medidor láser	27
2.2.2 Higrómetro	28
2.2.3 Termómetro	28
2.2.4 Báscula	29
2.2.5 Tarjeta de adquisición de datos	29
Capítulo 3	33
Prototipado	33
3.1 Diseño y descripción de la estructura	33
3.2 Selección y descripción del material	34
3.3 Proceso de montaje	36
3.4 Estructuras obtenidas	46
Capítulo 4	47
Ensayos y obtención de datos	47
4.1Metodo de obtención de la constante de rigidez, frecuencias prop la estructura y coeficientes de amortiguamiento)ias de 49
4.1.1 Excel	54
4.1.2 Matlab	55





4.2 Primer ensavo T= 19.5° C v Hm= 0% 65
4.3 Estudio del comportamiento de la estructura a lo largo de un día69
4.4 Estudio del comportamiento de la estructura70
4.5 Segundo ensayo variando la humedad T= 21,4°C y Hm=61%71
4.6 Tercer ensayo variando la humedad T= 21,6°C y Hm=54%74
4.7 Cuarto ensayo variando la humedad T= 21,6°C y Hm=52%77
4.8 Quinto ensayo variando la humedad T= 19,9°C y Hm=4%80
4.9 Sexto ensayo variando la humedad T= 19,9°C y Hm=60,6%83
4.10 Séptimo ensayo variando la humedad T= 19,9°C y Hm=54,6%86
4.11 Octavo ensayo variando la humedad T= 19,8°C y Hm=51,2%89
4.12 Noveno ensayo variando la humedad T= 19,8°C y Hm=45,6%92
4.13 Décimo ensayo variando la temperatura T= 13,9°C y Hm=1,5%95
4.14 Estudio de la variación de las condiciones de temperatura98
4.15 Undécimo ensayo variando la temperatura T= 21,2°C y Hm=1,5%99
Capítulo 5103
Modelado y Simulación103
5.1 Cómo modelar con SAP 2000 103
5.1.1 Qué es SAP 2000 103
5.1.2 Modelar con SAP2000 104
5.2 Definición del material 108
5.3 Definición de las secciónes 110
5.4 Simplificación del modelo 112
5.5 Ajuste de las características del modelo118
5.5.1 Simplificación Modelo 2D 118
5.5.2 Simplificación del Modelo en 3 dimensiones
5.5.3 Comparación de los modelos simplificados
Capítulo 6141
Conclusiones y Líneas de Futuro141
6.1 Objetivos
6.2 Conclusiones142
6.2.1 Condiciones Ambientales y Humedad en los ensayos 142
6.2.2 Constate de Rigidez de la estructura
6.2.3 Frecuencias Propias del Sistema





6.2.4 Coeficientes de Amortiguamiento 14	15
6.2 Líneas futuras 14	16
Bibliografía y webgrafía14	7
Anexos14	9
Anexo 1: Puentes mellizos 15	51
1.1Ensayo de obtención de rigidez en los puentes mellizos15	52
Anexo 2: Madera laminada encolada 16	31
2.1 Definición	31
2.2 Aplicaciones 16	31
2.3 Materiales16	32
2.4 Tipos	33
2.5 Dimensiones piezas y características de las láminas	33
2.6 Propiedades16	34
2.7 Durabilidad16	36
2.8 Reacción al fuego16	36
2.9 Resistencia al fuego 16	37
2.10 Emisión de formaldehído 16	37
2.11 Resistencia química 16	37
2.12 Acabado superficial - Mantenimiento en aplicaciones al exterior. 16	57
2.13 Fabricación, almacenamiento y transporte	37
2.14 Marcas de calidad 16	38





Índice de Figuras

FIGURA 1: PALITOS DE HELADO	23
FIGURA 2: PISTOLA Y BARRAS TERMOFUSIBLES.	24
FIGURA 3: SOPORTES	24
FIGURA 4: CONJUNTO DE SOPORTE UNIDO.	25
FIGURA 5: GUÍAS CORTADAS.	25
FIGURA 6: SOPORTE Y GUÍAS FIJADAS.	26
FIGURA 7: MEDIDOR LÁSER	27
FIGURA 8: HIGRÓMETRO.	28
FIGURA 9: TERMÓMETRO	.28
FIGURA 10: BASCULA.	29
FIGURA 11: SIRIUS HD-STG	29
FIGURA 12: CONEXIONES SIRIUS HD-STG	30
FIGURA 13: CONECTOR MACHO LÁSER CONECTADO A SIRIUS HD-STG.	30
FIGURA 14: DETALLE DE CONEXIÓN DE LA SALIDA DE ALIMENTACIÓN DEL SIRIUS HD-STG	ì
CON EL LÁSER	.31
FIGURA 15: INTERFAZ DEWESOFT X3 SP4	.31
FIGURA 16: INTERFAZ DE EXPORTACIÓN DE DATOS DEWESOFT SP4.	32
FIGURA 17: PUENTE FERROVIARIO CON TIPOLOGÍA WARREN.	.33
FIGURA 18: MAQUETA DE VIADUCTO CON TIPOLOGÍA WARREN REALIZADA CON LEGGO	.33
FIGURA 19: PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA MADERA SEGÚN LA ORIENTACIÓN DE LA FIBRA	.34
FIGURA 20: PALITOS DE HELADO	.36
FIGURA 21: PALITOS CON DEFECTOS	.36
FIGURA 22: CARACTERIZACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE LOS PALITOS CON UN PIE DE REY	.37
FIGURA 23: MONTAJE DE PRUEBA DE LAS TRIANGULACIONES DE LA CELOSÍA	.38
FIGURA 24: GUÍAS CORTADAS	.39
FIGURA 25: MONTAJE DE CELOSÍA DE PRUEBA	.39
FIGURA 26: FIJACIÓN DE GUÑIAS Y SOPORTES	.40
FIGURA 27: MONTAJE DE 4 CELOSÍAS PARA LOS PUENTES MELLIZOS.	.40
FIGURA 28: RIGIDIZACIÓN DE LAS UNIONES EN LAS CELOSÍAS.	.41
FIGURA 29: MONTAJE ESTRUCTURA DE SOPORTE	.41
FIGURA 30: MONTAJE DE LA ESTRUCTURA CON LOS SOPORTES.	.42
FIGURA 31: VISTA EN PLANTA Y PERFIL DE LA ESTRUCTURA	.43
FIGURA 32: PUENTES MELLIZOS SOMETIDOS A CARGA DE 9 TUERCAS.	.43
FIGURA 33: PUENTE MELLIZO DE 1,62 M DE LUZ.	.44
FIGURA 34: MONTAJE DE LAS UNIONES PERPENDICULARES DE LOS NUDOS DE LAS CELOSÍA	s.
	.44
FIGURA 35: ESTRUCTURA DE 4,10 M DE LUZ	.45
FIGURA 36: PUENTES MELLIZOS Y PUENTE FINAL.	.46
FIGURA 37: DESPLAZAMIENTO DE UNA VIGA SOMETIDA A UNA CARGA EN LA SECCIÓN MEDIA	Y
OBTENCIÓN DE LA FLECHA	.47
FIGURA 38: VARIACIÓN DE LA FRECUENCIA NATURAL.	48





FIGURA 39: VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CONCENTRACIÓN DE MASA EN LA SECCIÓN
MEDIA
FIGURA 40: PUENTE UBICADO EN LA ZONA DE ENSAYOS
FIGURA 41: LÁSER UBICADO EN LA SECCIÓN MEDIA DEL PUENTE
FIGURA 42: SIRIUS HD-STG CONECTADO A UN PORTÁTIL Y REGISTRANDO EN DEWESOFT.
FIGURA 43: CONFIGURACIÓN DEL CANAL 8 EN LA INTERFAZ DE DEWESOFT.
FIGURA 44: PARÁMETROS DE CALIBRACIÓN DEL LÁSER
FIGURA 45: REGISTRO DE LA FLECHA DEL PUENTE FRENTE A EXCITACIONES EXTERNAS53
FIGURA 46: INTERFAZ DE EXPORTACIÓN DEL PROGRAMA DEWESOFT
FIGURA 47: DATOS IMPORTADOS Y REPRESENTADOS EN EXCEL
FIGURA 48: INTERFAZ DE IMPORTACIÓN DE DATOS DE MATLAB
FIGURA 49: REPRESENTACIÓN DE LOS DATOS IMPORTADOS A MATLAB
FIGURA 50: SELECCIÓN DE LOS INTERVALOS DE TIEMPO EN LOS QUE SE REALIZARÁ EL AJUSTE.
FIGURA 51: BARRA DE HERRAMIENTAS DE MATLAB
FIGURA 52: PROGRAMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE UN INTERVALO DE ESTUDIO
FIGURA 53: INTERFAZ DEL MÓDULO CURVE FITTING TOOL DE MATLAB
FIGURA 54: VENTANA DE LAS OPCIONES DE AJUSTE PARA MEJORAR LA PRECISIÓN
FIGURA 55: REPRESENTACIÓN DEL AJUSTE Y LOS VALORES OBTENIDOS POR MATLAB60
FIGURA 56: INTERFAZ DEL FITTING TOOL DE MATLAB
FIGURA 57: INTERFAZ DE MATLAB
FIGURA 58: VALORES DE LOS EXPERIMENTOS CON 3,4,5 Y 6 TUERCAS63
FIGURA 59: VALORES DE LOS EXPERIMENTOS CON 0,1,2 Y 3 TUERCAS64
FIGURA 60: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL
PRIMER ENSAYO65
FIGURA 61: GRÁFICA DE DEFORMACIÓN FRENTE A LA CARGA DEL PRIMER ENSAYO66
FIGURA 62: EVOLUCIÓN DE LA FLECHA DE LA ESTRUCTURA A LO LARGO DE UN DÍA EN EL
LABORATORIO
FIGURA 63: EVOLUCIÓN DE LA FLECHA DE LA ESTRUCTURA CARGADA EN UN INTERVALO DE TIEMPO
FIGURA 64: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL
SEGUNDO ENSAYO71
FIGURA 65: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL SEGUNDO ENSAYO72
FIGURA 66: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL TERCER
ENSAYO74
FIGURA 67: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL TERCER ENSAYO75
FIGURA 68: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL
CUARTO ENSAYO77
FIGURA 69: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL CUARTO ENSAYO78
FIGURA 70: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL QUINTO
ENSAYO
FIGURA 71: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL QUINTO ENSAYO81
FIGURA 72: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL SEXTO
ENSAYO





FIGURA 73: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL SEXTO ENSAYO	84
FIGURA 74: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL	
SÉPTIMO ENSAYO	86
FIGURA 75: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL SÉPTIMO ENSAYO	87
FIGURA 76: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL	
OCTAVO ENSAYO	89
FIGURA 77: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL OCTAVO ENSAYO	90
FIGURA 78: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL	
NOVENO ENSAYO	92
FIGURA 79: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL NOVENO ENSAYO	93
FIGURA 80: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL	
DÉCIMO ENSAYO	95
FIGURA 81: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL DÉCIMO ENSAYO	96
FIGURA 82: EVOLUCIÓN DE LA FLECHA DE LA ESTRUCTURA EN EL LABORATORIO	98
FIGURA 83: GRÁFICA DE LA VARIACIÓN DE LA FLECHA EN UN INTERVALO DE TIEMPO DEL	
UNDÉCIMO ENSAYO	99
FIGURA 84: GRÁFICA DE DESPLAZAMIENTO FRENTE A LA CARGA DEL UNDÉCIMO ENSAYO	100
FIGURA 85: BARRA DE HERRAMIENTAS DE SAP 2000.	104
FIGURA 86: VENTANA CON LAS OPCIONES DE MODELADO SEGÚN LA TIPOLOGÍA.	105
FIGURA 87: OPCIONES DE MALLADO DE SAP 2000	106
FIGURA 88: REPRESENTACIÓN DEL MALLADO EN 2 DIMENSIONES.	106
FIGURA 89: VISTA DE PERFIL DEL MALLADO EN 2 DIMENSIONES.	107
FIGURA 90: VENTANA DE CONFIGURACIÓN DE MALLADO	107
FIGURA 91: VENTANA DE CARACTERÍSTICAS DEL MALLADO.	108
FIGURA 92: MALLA MODIFICADA VISTA EN 2 DIMENSIONES.	108
FIGURA 93: SELECCIÓN DE MATERIALES EN LA BARRA DE HERRAMIENTAS EN SAP 2000.	108
FIGURA 94: VENTANA DE DEFINICIÓN DE MATERIALES.	109
FIGURA 95: VENTANA DE CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DEL MATERIAL.	109
FIGURA 96: SELECCIÓN DE LA DEFINICIÓN DE LA SECCIÓN	110
FIGURA 97: VENTANA CON TODAS LAS TIPOLOGÍAS DE SECCIÓN.	110
FIGURA 98: DEFINICIÓN DE LAS DIMENSIONES DE LAS SECCIÓNES RECTANGULARES	111
FIGURA 99: BOTÓN DE DIBUJAR SECCIÓNES O CABLES	112
FIGURA 100: PROCESO DE DIBUJO DE LAS CELOSÍAS TIPO WARREN EN DOS DIMENSIONES	
	112
FIGURA 101: EXTRUSIÓN DE LA SECCIÓN PARA REPRESENTAR LA SECCIÓN EN 3 DIMENSIO	NES.
	113
FIGURA 102: DEFINICIÓN DE GRUPOS DESDE LA BARRA DE HERRAMIENTAS.	113
FIGURA 103: VENTANA DE DEFINICIÓN DE GRUPOS.	114
FIGURA 104: BOTON PARA SELECCIONAR VARIAS SECCIONES.	114
FIGURA 105: CORDONES SUPERIOR E INFERIOR SELECCIONADOS.	115
FIGURA 106: VENTANA DE ASIGNACIÓN DE GRUPOS.	115
FIGURA 10/: BOTON DE SELECCIÓN DE GRUPOS.	116
FIGURA 108: SELECCION DE LOS GRUPOS SEGÚN EL TIPO, CORDONES Y DIAGONALES	116
FIGURA 109: BOTÓN DE ASIGNACIÓN DE SECCIÓN GEOMÉTRICA.	117
FIGURA 110: ASIGNACIÓN DE SECCIÓN GEOMÉTRICA POR GRUPOS	117





FIGURA 111: EXTRUSIÓN DE LA CELOSÍA PARA LA COMPROBACIÓN DE SECCIÓNES
GEOMÉTRICAS
FIGURA 112: VENTANA DE SIMULACIÓN DE LOS DISTINTOS CASOS
FIGURA 113: COMPROBACIÓN DE LAS REACCIONES EN LOS APOYOS 119
FIGURA 114: VENTANA DE PROPIEDADES MECÁNICAS DEL MATERIAL 120
FIGURA 115: MODIFICACIÓN DE LA MASA POR UNIDAD DE VOLUMEN Y COMPROBACIÓN DE LAS
REACCIONES
FIGURA 116: VENTANA DE DEFINICIÓN DE LOS PATRONES DE CARGA 122
FIGURA 117: BOTÓN DE DEFINICIÓN DE LOS CASOS DE CARGA
FIGURA 118: VENTANA DE CONFIGURACIÓN DE LOS CASOS DE CARGA 123
FIGURA 119: VENTANA CON TODOS LOS CASOS DE CARGA AÑADIDOS 123
FIGURA 120: SELECCIÓN DEL PUNTO DE CARGA EN LA SECCIÓN MEDIA 124
FIGURA 121: BOTÓN DE ASIGNACIÓN DE CARGAS COMO FUERZAS 125
FIGURA 122: ASIGNACIÓN DE LA MAGNITUD DE LA FUERZA EN EL PUNTO CENTRAL Y SU
REPRESENTACIÓN
FIGURA 123: FLECHA OBTENIDA CON LA SIMULACIÓN DEL CASO F1 126
FIGURA 124: VALOR PREDETERMINADO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD EN SAP 2000 127
FIGURA 125: VALORES DE FLECHA OBTENIDAS EN EL MODELO DE 2 DIMENSIONES PARA EL
CASO DE 1,2 Y 3 TUERCAS 128
FIGURA 126: VALORES DE FLECHA OBTENIDAS EN EL MODELO DE 2 DIMENSIONES PARA EL
CASO DE 4,5 Y 6 TUERCAS 129
FIGURA 127: VENTANA DE CARACTERÍSTICAS DE MALLADO
FIGURA 128: MALLA MODIFICADA PARA EL MODELO DE 3 DIMENSIONES
FIGURA 129: ESTRUCTURA DIBUJADA EN 3 DIMENSIONES
FIGURA 130: DEFINICIÓN DE LA SECCIÓN PARA LAS DIAGONALES DEL TABLERO SUPERIOR E
INFERIOR
FIGURA 131: EXTRUSIÓN PARA LA COMPROBACIÓN DE LA ORIENTACIÓN DE LAS SECCIÓNES EN
3 DIMENSIONES
FIGURA 132: MODIFICACIÓN DEL VALOR DE PESO POR UNIDAD DE VOLUMEN Y COMPROBACIÓN
DE LAS REACCIONES
FIGURA 133: BOTÓN DE ASIGNACIÓN DE CARGAS COMO FUERZAS
FIGURA 134: APLICACIÓN DE LA CARGA DISTRIBUIDA POR IGUAL EN LAS 2 SECCIÓNES
CENTRALES DE LAS CELOSÍAS
FIGURA 135: SIMULACIÓN DE CASO DE 1 TUERCA Y COMPROBACIÓN DE LA FLECHA EN LA
SECCIÓN CENTRAL EN EL MODELO DE 3 DIMENSIONES
FIGURA 136: VALOR DEL MODULO DE ELASTICIDAD PREDEFINIDO POR EL MODELO DE 2
DIMENSIONES
FIGURA 137: VALORES DE FLECHA OBTENIDOS EN EL MODELO DE 3 DIMENSIONES PARA EL
CASO DE 1,2 Y 3 TUERCAS
FIGURA 138: VALORES DE FLECHA OBTENIDOS EN EL MODELO DE 3 DIMENSIONES PARA EL
CASO DE 4,5 Y 6 TUERCAS
FIGURA 139: GRAFICA DE COMPARACION DE LAS CONSTANTES DE RIGIDEZ DE LOS ENSAYOS
ESTATICOS
FIGURA 14U: PUENTES MELLIZOS
FIGURA 141: ESTRUCTURA FINAL DEL PUENTE DE 4,10 M DE LUZ.





FIGURA 142: DESPLAZAMIENTO DE UNA VIGA SOMETIDA A UNA CARGA EN LA SECCIÓN M	EDIA Y
OBTENCIÓN DE LA FLECHA	152
FIGURA 143: PUENTE MELLIZO CARGADO CON 9 TUERCAS	152
FIGURA 144: VISTA EN DETALLE DEL PUENTE MELLIZO CARGADO CON 9 TUERCAS	153
FIGURA 145: GRÁFICA DE LA FLECHA FRENTE A LAS CARGAS DEL PUENTE MELLIZO 1	155
FIGURA 146: GRÁFICA DE LA FLECHA FRENTE A LAS CARGAS DEL PUENTE MELLIZO 2	157
FIGURA 147: TABLAS DE LAS CLASES RESISTENTES DE MADERA ENCOLADA	165





Índice de Tablas

TABLA 1: CARACTERÍSTICAS LÁSER
TABLA 2: CONEXIONES SIRIUS HD-STG
TABLA 3: RANGO DE VALORES DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA MADERA35
TABLA 4:PROPIEDADES MECÁNICAS DEL CHOPO EUROPEO
TABLA 5: MEDIDAS DE LARGO, CANTO Y ESPESOR DE LOS PALITOS DE HELADO
TABLA 6: CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS MEDIA DE LOS PALITOS DE HELADO
TABLA 7: PARÁMETROS DE LA FRECUENCIA PROPIA DE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON
CONCENTRACIÓN DE MASA49
TABLA 8: PARÁMETROS DE LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN SISTEMA SUBAMORTIGUADO.
TABLA 9: VALORES MEDIOS OBTENIDOS PARA EL PRIMER ENSAYO CON 6 TUERCAS61
TABLA 10: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL PRIMER ENSAYO65
TABLA 11: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL PRIMER ENSAYO. 66
TABLA 12: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL PRIMER ENSAYO
TABLA 13: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL PRIMER ENSAYO. 67
TABLA 14: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ DEL PRIMER ENSAYO68
TABLA 15: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL PRIMER
ENSAYO
TABLA 16: VARIACIÓN DE LA FLECHA DE LA ESTRUCTURA A LO LARGO DE UN DÍA. 69
TABLA 17: VARIACIÓN DE LA FLECHA DE LA ESTRUCTURA CARGADA. 70
TABLA 18: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL SEGUNDO ENSAYO71
TABLA 19: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL SEGUNDO ENSAYO. 72
TABLA 20: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL SEGUNDO ENSAYO72
TABLA 21: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL SEGUNDO ENSAYO. 73
TABLA 22: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL SEGUNDO ENSAYO
TABLA 23: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL SEGUNDO
ENSAYO73
TABLA 24: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA EN EL TERCER ENSAYO. 74
TABLA 25: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL TERCER ENSAYO. 75
TABLA 26: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL TERCER ENSAYO
TABLA 27: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL TERCER ENSAYO. 76
TABLA 28: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL TERCER ENSAYO
TABLA 29: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL TERCER
ENSAYO76
TABLA 30: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA EN EL CUARTO ENSAYO. 77
TABLA 31: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL CUARTO ENSAYO. 78
TABLA 32: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL CUARTO ENSAYO. 78
TABLA 33: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL CUARTO ENSAYO. 79
TABLA 34: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ en el cuarto ensayo
TABLA 35: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL CUARTO
ENSAYO79





TABLA 36: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL QUINTO ENSAYO. 80
TABLA 37: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL QUINTO ENSAYO
TABLA 38: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL QUINTO ENSAYO. 81
TABLA 39: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL QUINTO ENSAYO. 82
TABLA 40: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL QUINTO ENSAYO
TABLA 41: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL QUINTO
ENSAYO
TABLA 42: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL SEXTO ENSAYO
TABLA 43: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL SEXTO ENSAYO. 84
TABLA 44: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL SEXTO ENSAYO
TABLA 45: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL SEXTO ENSAYO. 85
TABLA 46: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL SEXTO ENSAYO85
TABLA 47: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL SEXTO ENSAYO.
TABLA 48: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL SÉPTIMO ENSAYO. 86
TABLA 49: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL SÉPTIMO ENSAYO
TABLA 50: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL SÉPTIMO ENSAYO. 87
TABLA 51: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL SÉPTIMO ENSAYO. 88
TABLA 52: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ en el séptimo ensayo
TABLA 53: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL SÉPTIMO
ENSAYO
TABLA 54: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL OCTAVO ENSAYO
TABLA 55: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL OCTAVO ENSAYO. 90
TABLA 56: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL OCTAVO ENSAYO90
TABLA 57: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL OCTAVO ENSAYO. 91
TABLA 58: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL OCTAVO ENSAYO
TABLA 59: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL OCTAVO
ENSAYO
TABLA 60: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL NOVENO ENSAYO
TABLA 61: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL NOVENO ENSAYO. 93
TABLA 62: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL NOVENO ENSAYO93
TABLA 63: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL NOVENO ENSAYO. 94
TABLA 64: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL NOVENO ENSAYO
TABLA 65: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL NOVENO
ENSAYO94
TABLA 66: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL DÉCIMO ENSAYO. 95
TABLA 67: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL DÉCIMO ENSAYO. 96
TABLA 68: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL DÉCIMO ENSAYO. 96
TABLA 69: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL DÉCIMO ENSAYO
TABLA 70: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL DÉCIMO ENSAYO
TABLA 71: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL DÉCIMO
ENSAYO
TABLA 72: VARIACIÓN DE LA FLECHA DE LA ESTRUCTURA EN 4 HORAS
TABLA 73: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN EL UNDÉCIMO ENSAYO. 99
TABLA 74: VALORES DE INCREMENTO DE FLECHA Y FLECHA DEL UNDÉCIMO ENSAYO 100





TABLA 75: VALOR DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL PUENTE EN EL UNDÉCIMO ENSAYO 100
TABLA 76: VALORES DEL ENSAYO DINÁMICO DEL UNDÉCIMO ENSAYO
TABLA 77: VALOR DEL PRODUCTO DE $E \cdot I$ EN EL UNDÉCIMO ENSAYO
TABLA 78: VALORES DE LA FRECUENCIA PROPIA TEÓRICA Y EXPERIMENTAL DEL UNDÉCIMO
ENSAYO
TABLA 79: CALCULO DEL VALOR DE MASA POR UNIDAD DE VOLUMEN CON LOS DATOS
DEFINIDOS POR DEFECTO
TABLA 80: VALOR DEL PESO POR UNIDAD DE VOLUMEN PARA EL MODELO EN 2 DIMENSIONES.
TABLA 81: VALORES PARA CALCULAR EL MÓDULO DE ELASTICIDAD EN EL MODELO DE 2
DIMENSIONES
TABLA 82: VALOR DE MODULO ELÁSTICO EN EL MODELO DE 2 DIMENSIONES. 128
TABLA 83: COMPARACIÓN DE LOS VALORES DE FLECHA OBTENIDOS EN EL UNDÉCIMO ENSAYO Y
EL MODELO EN 2 DIMENSIONES 129
TABLA 84: VALORES DEL PESO POR UNIDAD DE VOLUMEN Y DENSIDAD PARA EL MODELO DE 3
TABLA 85: VALORES DE FLECHA PARA CALCULAR EL VALOR DEL MODULO DE ELASTICIDAD PARA
EL MODELO EN 3 DIMENSIONES
TABLA 80: VALOR DEL MODULO DE ELASTICIDAD OBTENIDO PARA EL MODELO EN 3
TABLA OT. COMPARACION DE LOS VALORES DE FLECHA OBTENIDOS EN EL UNDECIMO ENSAYO Y
TABLA 88: VALORES DE LAS PROPIEDADES MECANICAS OBTENIDAS PARA EL MODELO DE 2 Y 3
DIMENSIONES
TABLA 89: COMPARACION DE LOS VALORES DE FLECHA OBTENIDOS EN EL UNDECIMO ENSAYO
LOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN DE LOS MODELOS DE 2 Y 3 DIMENSIONES
TABLA 90: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE EN TODOS LOS ENSAYOS 142
IABLA 91: VALORES DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ OBTENIDOS. 143
TABLA 92: VALORES DE LA FRECUENCIA OBTENIDA EN LOS ENSAYOS PARA TODOS LOS CASOS
DE CARGA
TABLA 93: VALORES DEL COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO RESPECTO AL CRITICO
OBTENIDOS EN LOS ENSAYOS PARA TODOS LOS CASOS DE CARGA
TABLA 94: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE MELLIZO 1
TABLA 95: VALORES DE FLECHA FRENTE A LAS CARGAS OBTENIDOS EN LOS 3 ENSAYOS
ESTÁTICOS DEL PUENTE MELLIZO 1
TABLA 96: VALORES DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ OBTENIDOS EN EL PUENTE MELLIZO 1 Y EL
VALOR MEDIO OBTENIDO
TABLA 97: CONDICIONES AMBIENTALES Y MASA DEL PUENTE MELLIZO 2
TABLA 98: VALORES DE FLECHA FRENTE A LAS CARGAS OBTENIDOS EN LOS 3 ENSAYOS
ESTÁTICOS DEL PUENTE MELLIZO2
TABLA 99: VALORES DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ OBTENIDOS EN EL PUENTE MELLIZO 2 Y EL
VALOR MEDIO OBTENIDO
TABLA 100: VALOR MEDIO DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ OBTENIDA A PARTIR DE LOS PUENTES
MELLIZOS





Capítulo 1 Introducción y Objetivos

1.1 Introducción

Este TFG se desarrolla como parte de un proyecto que se ha desarrollado en el departamento de Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno, Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras.

Se va a trabajar con el modelo de un viaducto con tipología en viga Warren, realizándose maquetas con palitos de helado y sobre el que se realizarán estudios sobre la rigidez estructural, las frecuencias propias y los coeficientes de amortiguamiento en estructuras tridimensionales hechas de madera.

Para realizar estos estudios y poder analizar mejor los parámetros requeridos se realizaron 2 maquetas de 12 triangulaciones y 1,62 m de luz para poder estudiar la rigidez durante el proceso de experimentación se detectó que estas estructuras eran demasiado rígidas por lo que no era viable su utilización para el estudio de frecuencias propias y coeficientes de amortiguamiento por lo que se procedió a unir las 2 estructuras iniciales y añadir triangulaciones para así reducir la rigidez de la estructura quedando así una celosía de 30 vanos y 4,10 m de luz detallado en el *anexo* 1.1

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Principales

El objetivo principal es estudiar las frecuencias propias y coeficientes de amortiguamiento en estructuras de madera, caracterizar las propiedades mecánicas y su comportamiento frente a variaciones de carga para posteriormente simularlo en SAP 2000.

Como segundo objetivo, se quiere tener una construcción permanente en el laboratorio de estructuras en la que se pueda enseñar a los alumnos cómo se comporta una estructura de este tipo con distintas cargas.





El tercer objetivo de este TFG es crear un manual tanto para la construcción de maquetas de estructuras como para experimentar con ellas, los distintos programas que se pueden utilizar para el tratamiento de los datos.

El cuarto objetivo es crear un manual para la utilización de un programa de modelado de elementos finitos.

1.2.2 Objetivos Secundarios

Así mismo dentro de las posibilidades instrumentales del laboratorio se explorarán posibles dependencias con respecto a variables ambientales (temperatura y humedad).





Capítulo 2 Equipamiento

2.1 Piezas para la construcción de las maquetas.

2.1.1 Palitos de helado.

El material seleccionado para este estudio de prototipado de estructuras tridimensionales son palitos de helado como se muestra en la *Figura 1*. Se ha considerado este tipo de material por su esbeltez.



Figura 1: Palitos de helado.





2.1.2 Barras termofusibles y pistola.

Para realizar las uniones de los elementos tipo barra se utilizarán barras termofusibles de 0,012 m de diámetro y una pistola termofusible como se muestra en la *Figura 2*.



Figura 2: Pistola y barras termofusibles.

2.1.3 Estructura de Maquetación.

2.1.3.1 Soportes.

Con la necesidad de asegurar la alineación de los cordones superior e inferior, se idearon unas guías para construir en un primer paso las celosías del puente como se muestra en la *Figura 3* a la vez que nos aseguran un tipo de matriz de referencia para estandarizar el proceso.



Figura 3: Soportes.





Para la unión de las celosías de forma tridimensional se crearon unas guías en escuadra para asegurar la correcta construcción de estas y una unión perfectamente perpendicular en todos los nudos realizada como se muestra en la *Figura 4* a partir de las guías anteriores ya que la estructura se ideó de forma que esta sea modular.



Figura 4: Conjunto de soporte unido.

2.1.3.2 Guías.

Como medida adicional para asegurar la correcta alineacion en la fase de construccion se cortaron unas guías a partir de una varilla de madera de 3 m de largo y sección cuadrada de 0,013 m de lado en trozos de 0,05 m de longitud como se muestra en la *Figura 5*.



Figura 5: Guías cortadas.





Estas guías se utilizaron para ambos soportes como se muestra en la *Figura 6*, en el caso de la construcción de las celosías nos aseguran la correcta tangencia de las diagonales, y en caso tridimensional únicamente se utilizaron para garantizar que la celosía estaba correctamente apoyada en la cara del soporte de forma perpendicular para asegurar la geometría requerida.



Figura 6: Soporte y guías fijadas.





2.2 Materiales de medición.

2.2.1 Medidor láser.

Para la medida del desplazamiento de la estructura haremos uso de un sensor láser de alta precisión como se muestra en la *Figura 7* del orden de las décimas de milímetro.

Este láser se colocará en el punto medio de la estructura para obtener la medida de la flecha.

Algunas de sus características se presentan en la Tabla 1:

Alta resolución	8 x10 ⁻⁶ m	(modo-resolución)
Linealidad	0,1 %	(modo-resolución)
Tiempo de reacción	< 660x10 ⁻⁶ s	(modo de velocidad)
Valor de medición independiente de material, color y brillo		
Tabla 1: Características láser.		

Una diferencia con otros sensores es que el medidor láser necesita alimentación de corriente. Para proporcionarle corriente se utilizará la salida de la tarjeta de adquisición de datos mostrada en la *Figura* 14.



Figura 7: Medidor láser.





2.2.2 Higrómetro.

Este dispositivo mide la humedad en materiales como madera por medio de resistencia como se muestra en la *Figura 8*.



Figura 8: Higrómetro.

2.2.3 Termómetro.

Este dispositivo mide la temperatura y la humedad relativa en el ambiente como se muestra en la *Figura 9.*



Figura 9: Termómetro.





2.2.4 Báscula.

Este dispositivo mide la masa con una precisión de décimas de gramos como se muestra en la *Figura 10.*



Figura 10: Bascula.

2.2.5 Tarjeta de adquisición de datos.

Para tratar la información proporcionada por todos los sensores y ser enviada a un ordenador donde poder registrarla y procesarla se dispone de una tarjeta de adquisición de datos SIRIUS HD-STG como la representada en la *Figura 11.*



Figura 11: Sirius HD-STG.





Este dispositivo dispone de diferentes entradas y salidas como se observa en la *Figura 12.*



Figura 12: Conexiones Sirius HD-STG.

Siendo las más importantes las presentadas en la Tabla 2:

Entradas	16 entradas tipo D-SUB para la
	conexión de sensores.
	Entrada de alimentación de
	corriente.
Salidas	Salida tipo USB para conexión con el
	PC.
	Salida de alimentación para
	sensores.

Tabla 2: Conexiones SIRIUS HD-STG.

En la *Figura* 13 se puede observar un conector macho D-Sub, perteneciente al sensor láser, conectado al SIRIUS HD-STG.



Figura 13: Conector macho láser conectado a SIRIUS HD-STG.





Véase que el conector macho del láser tiene dos cables, uno de ellos será para la alimentación de corriente y el otro para la transmisión de datos, en la *Figura 14* se ve en detalle la conexión tanto de datos como el de alimentación de corriente.



Figura 14: Detalle de conexión de la salida de alimentación del SIRIUS HD-STG con el láser.

2.2.6 Software de adquisición de datos.

El propio fabricante del hardware proporciona el software necesario para medir y registrar los datos proporcionados por los sensores. En este caso se ha utilizado el programa DEWEsoft X3 en la versión SP4, en la *Figura 15* se muestra la interfaz.



Figura 15: Interfaz DEWEsoft X3 SP4





Con este software se dispone de una interfaz que permite visualizar en tiempo real la información que recogen los distintos sensores, así como guardarla para una posterior revisión y exportación en otros tipos de formato (MS Excel, Matlab, etc.) para un tratamiento de dicha información, como se muestra en la *Figura 16*. Su funcionamiento no presenta grandes dificultades por lo que no se analizará de manera más profunda. En la web del fabricante existe un manual completo que junto a la ayuda del propio programa permite resolver las dudas que se puedan presentar durante el proyecto.



Figura 16: Interfaz de exportación de datos DEWEsoft SP4.





Universidad de Valladoli

Capítulo 3 Prototipado

3.1 Diseño y descripción de la estructura.

Para este TFG se decidió realizar maquetas de un puente ferroviario con tipología en celosa tipo WARREN, con nudos solapados simples como el que se muestra en la *Figura 17*.



Figura 17: Puente ferroviario con tipología Warren.

Como el realizado anteriormente por Fernando Asenjo Cordovés [1] con piezas de lego mostrado en *Figura* 18.



Figura 18: Maqueta de viaducto con tipología Warren realizada con Leggo.





3.2 Selección y descripción del material.

El principal objetivo de este TFG se basa en realizar estudios sobre estructuras esbeltas hechas de madera para lo que se optó por realizarlo con palitos de helado por su esbeltez.

A modo de introducción [3] podemos ver que los arboles están diseñados por la naturaleza para resistir con eficacia los esfuerzos a los que van a estar sometidos durante su vida; principalmente esfuerzos de flexión producidos por la acción del viento y los de compresión producidos por las acciones gravitatorias.

Una característica de la madera es la orientación de las fibras que la componen, que da lugar a que sea un material anisótropo que presenta distintas propiedades mecánicas según la dirección en la que se aplique la carga, por lo que hay que distinguir si se aplica en dirección de la fibra o en dirección perpendicular ya que tanto las resistencias y módulo de elasticidad son mayores en dirección paralela a la fibra que en la dirección perpendicular a esta fibra como se muestra en la *Figura 19*; No obstante para simplificar este estudio se trabajará con la hipótesis de considerar la madera un material isótropo.



Figura 19: Propiedades mecánicas de la madera según la orientación de la fibra.





A continuación, se recogen las características más significativas de las propiedades mecánicas de la madera estructural (libre de defectos) presentada en la *Tabla 3*.

Esfuerzo	Rango de Valores	
Tracción paralela a la fibra	8 - 18	[Mpa]
Tracción perpendicular a la fibra	0,3 - 0,4	[Mpa]
Compresión paralela a la fibra	16 - 23	[Mpa]
Compresión perpendicular a la fibra	4,3 - 5,7	[Mpa]
Flexión	14 - 30	[Mpa]
Cortante	1,7 - 3,0	[Mpa]
Módulo de elasticidad paralelo a la fibra	7000 - 12 000	[Mpa]
Módulo de elasticidad perpendicular a la fibra	233 - 400	[Mpa]

Tabla 3: Rango de valores de las propiedades mecánicas de la madera

Como se observa en la tabla los valores de los esfuerzos en la dirección perpendicular son mucho menores que a los de la dirección paralela a la fibra. Cabe destacar que los valores de tracción perpendicular a la fibra son del orden de 30 a 70 veces inferior que en dirección paralela y el módulo de elasticidad en dirección perpendicular a la fibra es del orden de 30 veces inferior al de la dirección paralela a la fibra.

Estos palos de helado están fabricados con madera de chopo **[2]** que presentan las siguientes propiedades mecánicas recogidas en la *Tabla 4*.

Propiedades Mecánicas		
Densidad	378 [kg/m ³]	
Dureza	0.69 (madera blanda)	
Propiedades Mecánicas en madera libre de defectos		
Resistencia a Flexión	60 [MPa]	
Resistencia a Compresión	30 [MPa]	
Resistencia a Tracción	2,7 [MPa]	
Módulo de Elasticidad (E)	5.89x10 ³ [MPa]	

Tabla 4: Propiedades mecánicas del chopo europeo





3.3 Proceso de montaje

Como en todo proceso de fabricación, se realizó un control de calidad de la materia prima mostrada en la *Figura 20*, para así estandarizarla y asegurar un mejor proceso de construcción libre de defectos.



Figura 20: Palitos de helado.

Se procede eliminando así las piezas (palitos de helado) que presentan defectos perceptibles a simple vista como se observa en *Figura 21* tales como: estrías, abolladuras, geometría irregular, nudos, falta de material, muescas y deformaciones.



Figura 21: Palitos con defectos.




Una vez seleccionado el material que se utilizará se procede a realizar la caracterización geométrica de los palitos con un pie de rey electrónico con una precisión de centésimas de milímetro mostrado en la *Figura 22*, para



realizar una media del largo, canto y espesor presentados en la Tabla 5.

Figura 22: Caracterización de la geometría de los palitos con un pie de rey.

Longitud	Canto	Espesor
L [mm]	h [mm]	e [mm]
113,33	9,94	2,08
114,19	10,06	1,99
113,24	9,75	1,96
113,34	9,85	2,00
113,37	9,86	2,05
113,24	9,91	2,04
113,32	9,88	2,06
114,30	9,92	2,02
113,10	9,84	2,06
113,38	9,91	2,00
113,38	9,89	1,93
113,25	9,88	1,90
112,94	9,77	2,01
113,06	9,81	1,94
114,13	10,02	1,99
112,96	9,76	2,13
113,34	9,93	2,02
113,20	9,91	1,97
113,21	9,95	2,02
113,38	9,89	2,11
113,26	9,98	2,03
113,29	9,95	2,08
113,30	10,01	2,07
113,40	9,85	2,10
113,22	9,99	2,03
112,93	9,82	2,05
113,29	9,97	2,05
112,99	9,78	2,07
113,37	10,06	2,01
113,27	9,98	2,04

Tabla 5: Medidas de largo, canto y espesor de los palitos de helado.





Este estudio se ha realizado sobre 30 palitos de helado, obteniéndose los siguientes valores medios presentados en la *Tabla* 6.

Longitud	Canto	Espesor
L [mm]	h [mm]	e [mm]
113,33	9,90	2,03

Tabla 6: Características geométricas media de los palitos de helado.

A continuación, se realizó un montaje simple como se muestra en la *Figura 23* a modo de guía de cómo se realizaría la ejecución de las celosías y el montaje de los nudos, observándose que se precisaba de una plantilla para poder ejecutar la unión perfectamente, asegurando la continuidad y linealidad de los cordones superior e inferior.



Figura 23: Montaje de prueba de las triangulaciones de la celosía.





Para este cometido se procedió a comprar unos tableros MDF de 0,03 m de espesor de distintas medidas para asegurar la estandarización del montaje con los parámetros establecidos, realizando dos estructuras con estos tableros, una para el montaje de las celosías planas y la segunda para la unión y montaje de la estructura tridimensional.

Otra medida que se optó para realizar un correcto montaje consistió en realizar unas guías como se muestra en la *Figura 24* a partir de un perfil



cuadrado de 3 m de largo y 0,013 m de lado para alinear las diagonales y de este modo crear una plantilla a modo de matriz.

Figura 24: Guías cortadas

Como se observa en la *Figura 25* se muestra la plantilla de las celosías, con la que se procedió a montar una celosía de prueba para comprobar si cumple con los requerimientos de alineación y continuidad de los cordones y la triangulación de las diagonales, obteniéndose así los resultados esperados.



Figura 25: Montaje de celosía de prueba.





Una vez comprobado los tableros y las guías de las diagonales se procedió a fijarlos mediante clavos y tornillos como se muestra en la *Figura 26*. Se enfatiza en el punto de solo unirlo con este tipo de uniones ya que así tendremos una estructura modular que más adelante nos permitirá el desmontaje y utilización de estos mismos tableros y listones.

Como se observa los listones de guía de las diagonales presentan una unión en el centro, de este modo permite el giro de estas para asegurar la unión y el contacto de tangencia en la sección donde se une con los cordones. Otro aspecto que comentar a la hora de ejecutar los cordones tanto superiores e inferiores es asegurar que nunca se produzca un solapamiento de las diagonales con los puntos de unión de estos cordones para evitar puntos de discontinuidad y se produzca siempre la unión sobre un elemento continuo de los cordones.



Figura 26: Fijación de guñias y soportes.

Como se muestra en la *Figura 27* se realizó el montaje de las 4 celosías de 12 triangulaciones, necesarias para realizar los 2 puentes mellizos planteados en un primer momento para el estudio de este TFG.



Figura 27: Montaje de 4 celosías para los puentes mellizos.





A continuación, se procedió a reforzar los nudos en los que se unen las diagonales con los cordones tanto superior e inferior con una sección rectangular de 0,05 m como se puede observar en la *Figura 28*.



Figura 28: Rigidización de las uniones en las celosías.

Una vez obtenidas las celosías reforzadas en sus nudos, como parte primordial de esta estructura, se procedió al ensamble de los puentes, para lo cual se realizó otra plantilla como soporte estructural y así asegurar la geometría y el correcto montaje de estas, en la que se utilizó los listones anteriormente descritos realizando soportes en escuadra para asegurar la perpendicularidad como se muestra en la *Figura 29*.



Figura 29: Montaje estructura de soporte.



PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA



Como primer paso del montaje de la estructura tridimensional se realizó la unión de los nudos alineándolos correctamente con la ayuda de una escuadra, para así asegurar la correcta alineación de estas, cabe recalcar que es conveniente realizar este tipo de unión como primer paso de cara al montaje de la estructura tridimensional tanto en el tablero superior como inferior, ya que la plantilla estará adecuada para asegurar su correcto montaje.

A continuación, se ha realizó el montaje de las diagonales que dan resistencia a torsión de la estructura completa, se adecuó la plantilla para este cometido como se muestra en la *Figura 30* haciendo uso de los soportes en escuadrada descritas anteriormente para asegurar la correcta alineación de estas.



Figura 30: Montaje de la estructura con los soportes.





Como se muestra en la siguiente *Figura 31* se observa el correcto montaje tanto del tablero superior como inferior con una correcta alineación y tangencia entre las secciones fruto de la utilización de la plantilla para la estructura tridimensional.



Figura 31: Vista en planta y perfil de la estructura.

Una vez finalizado el proceso de montaje se obtienen 2 puentes mellizos de 12 triangulaciones, con una luz de 1,62 m y un peso de 0,270 kg, como se muestra en la *Figura 32* cabe destacar que tanto las medidas geométricas como el peso concuerdan a la perfección.



Figura 32: Puentes mellizos sometidos a carga de 9 tuercas.







Figura 33: Puente mellizo de 1,62 m de luz.

En el anexo 1.1 se explica el motivo de la decisión del montaje de una única maqueta con mayor luz, donde se procedió a unir los 2 puentes mellizos.

El planteamiento de la nueva maqueta fue de realizar un único puente de 30 triangulaciones y 4,10 m de luz, por lo que se procedió al desmontaje de los puentes mellizos para proceder a su unión, empezando por realizar la unión de las celosías que partía de 24 triangulaciones añadiéndose otras 6 triangulaciones por lado para así dar el total de las 30 triangulaciones requeridas.

Una vez ejecutadas las celosías, se realizó el montaje de la estructura tridimensional con el procedimiento anteriormente descrito, empezando por la unión de los nudos con ayuda de la plantilla y de una escuadra para asegurar la correcta alineación de los nudos como se muestra en la *Figura 34*.



Figura 34: Montaje de las uniones perpendiculares de los nudos de las celosías.





Posteriormente se realizó el montaje de las diagonales, tanto del tablero superior como el del inferior como se muestra en la *Figura 35* obteniéndose la estructura del puente con una luz de 4,10 m.



Figura 35: Estructura de 4,10 m de luz.





3.4 Estructuras obtenidas.

Las estructuras obtenidas en los dos procesos de prototipado de los puentes mellizos mostrada en la *Figura* 36 como el puente final tienen las siguientes características geométricas, el canto de los puentes fue de 0,095 m y la distancia entre las celosías fue de 0,109 m, obteniéndose una sección rectangular igual en todos los casos. La única medida diferenciadora fue la luz obtenida siendo esta en los puentes mellizos de 1,62 m y en el puente final de 4,10 m.



Figura 36: Puentes mellizos y puente final.





Capítulo 4 Ensayos y obtención de datos

En este capítulo se presentará el procedimiento llevado a cabo en los ensayos tanto estáticos como dinámicos realizados, variando distintas condiciones tanto de cargas como ambientales, la obtención de datos y el tratamiento de estos establecido para obtener los parámetros de interés de este TFG.

Como se comentó anteriormente el objetivo de este TFG es caracterizar la rigidez de la estructura mediante un ensayo estático el cual consiste en variar la masa del puente en la que haremos uso de unas tuercas que tienen una masa de 0,328 Kg, que servirán para cargar el puente con hasta 6 tuercas en la sección media que representa el caso más desfavorable y se estimará la rigidez tomando los valores de la flecha δ y la fuerza **F** aplicada en los 7 casos como se muestra en la *Figura 37*.



Figura 37: Desplazamiento de una viga sometida a una carga en la sección media y obtención de la flecha.

A continuación, se procedió a realizar el ensayo dinámico. Una vez cargado el puente se procedió a excitar el sistema externamente mediante un golpe y obtener una oscilación para obtener las frecuencias propias ω_n y los coeficientes de amortiguamiento ξ y proceder a graficar.





Como se muestra en la *Figura 38 [6]*, en un sistema de un grado de libertad el valor de la frecuencia propia ω_n es inversamente proporcional a la masa de la estructura, este procedimiento se repite desde el caso más desfavorable (puente + 6 tuercas) hasta el caso menos desfavorable el cual solo se tiene en cuenta la masa del puente.



Figura 38: Variación de la frecuencia natural.

Para el caso de una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad con concentración de masa en la sección media se rige por la *ecuación 4.1*.





$$\omega_{teorica} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3 * E * I}{L^3(M_i + 0, 4857 * m_b)}}$$
(Ec. 4.1)

Ecuación 4.1: Frecuencia propia de una viga simplemente apoyada con concentración de masa en la sección media.





Parámetro	Significado Físico	Unidades
ω_n	Frecuencia propia	Hz
Е	Módulo de elasticidad	Ра
Ι	Momento de inercia	m^4
L	Longitud entre apoyos	m
M_i	Masa concentrada	kg
m _b	Masa de la viga	kg

En la *Tabla* 7 que indica el significado de cada parámetro de la ecuación:

Tabla 7: Parámetros de la frecuencia propia de una viga simplemente apoyada con concentración de masa.

4.1.-Metodo de obtención de la constante de rigidez, frecuencias propias de la estructura y coeficientes de amortiguamiento.

En este apartado se va a detallar el procedimiento seguido paso a paso de la experimentación de estos ensayos, la obtención de los datos y el posterior tratamiento de estos por diferentes tipos de software con el fin de elaborar una guía para se pueda replicar con facilidad.

En primer lugar, se dispondrá el emplazamiento del material para realizar este estudio como se muestra en la *Figura 40*. Se apoya el puente sobre 2 mesas previamente marcadas con unas distancias de separación igual en ambos apoyos que simulan apoyos fijo-móvil, en el cual se orienta de modo que apoya el último nodo de la celosía.



Figura 40: Puente ubicado en la zona de ensayos.





Se coloca el láser en el punto medio de la estructura (L/2) como se muestra en la *Figura 41* que medirá la flecha del puente en este punto con una precisión de centésimas de milímetro. En este mismo punto se coloca el tablero construido para distribuir la carga de las tuercas de forma homogénea en toda la estructura.



Figura 41: Láser ubicado en la sección media del puente

Se procedió a conectar el láser al procesador de datos SIRIUS HD–STG y conectar este al portátil para proceder con la configuración de los parámetros de calibración en el software DEWESOFT que está asociado a éste, como se muestra en la *Figura 42*.



Figura 42: SIRIUS HD-STG conectado a un portátil y registrando en DEWESOFT.





Una vez conectados todos los componentes se procedió a configurar el propio SIRIUS el cual se hace mediante el software DEWESOFT para la correcta lectura de los datos. El primer paso fue identificar el canal al cual estaba conectado, de los 16 que dispone la tarjeta para la toma de datos. Para ello hay que utilizar la pestaña /*Measure/Ch.Setup/Analog in*/, donde se muestran todos los canales disponibles, seleccionando el canal de interés. En el caso de la *Figura 43*, se muestra el canal activado.

	eeee Medición	Analizar Ar	WESoft X3 SP4	Configuración de Ch.								
mace	Guarda	ar Guardar Almace	enamiento Entrada analó	gica Matemáticas	Más Rem	over						
evio	de dispositiv		Velocidad de adquisi	ción dinámica Accior Ancho de banx 7812 Hz	es de canal Amplificadores ba	alanceados	Conectar Colocar a	a cero todos los canale	s Quitar cero a	a todos lo	os canales	
ID	Utilizado	C Nombre	Nombre amp	Rango 🔳	Medición 🗍	Min	Valores	Max C	antidad física	Uni	Cero 🔳	Ajuste
1	Utilizado	AI 1	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,150	10,00		v	Cero	Ajuste
2	No usados	AI 2	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,157	10,00		v	Cero	Ajuste
3	No usados	AI 3	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,040	10,00		v	Cero	Ajuste
4	No usados	AI 4	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	0,012	10,00		v	Cero	Ajuste
5	No usados	AI 5	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,157	10,00		v	Cero	Ajuste
6	No usados	AI 6	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,003	10,00		v	Cero	Ajuste
7	No usados	AT 7	STRTUS-HD-STGS	10 V	Voltaie	-10.00	-0,165	10.00		V	Cero	Aiuste
8	Utilizado	AI 8	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,042	10,00		v	Cero	Ajuste
,	TWO USBODS	AL 9	SIRIUSTIC-STGS	10 4	vonaje	-10,00		10,00			Ceru	Ajuste
10	No usados	AI 10	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,144	10,00		v	Cero	Ajuste
11	No usados	AI 11	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,058	10,00		v	Cero	Ajuste
12	No usados	AI 12	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,062	10,00		v	Cero	Ajuste
13 .	No usados	AI 13	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,002	10,00		v	Cero	Ajuste
14	No usados	AI 14	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,042	10,00		v	Cero	Ajuste
10	No usados	AI 15	SIRIUS-HD-STGS	10 V	Voltaje	-10,00	-0,042	10,00		v	Cero	Ajuste
12					2010/261		-0.097				-	

Figura 43: Configuración del canal 8 en la interfaz de DEWESOFT.

A continuación, una vez activado el canal había que configurarlo para que el SIRIUS tuviera una lectura correcta de la señal. Para este objetivo se seleccionó, para el canal en cuestión la opción Setup, abriendo una ventana auxiliar como la mostrada en la *Figura 44*. En dicha ventana se realiza la configuración de cada uno de los aparatos de medida. En este caso, al tratarse de un láser, se indicó que se estaba utilizando el láser negro en la pestaña /**Used sensor**/, con la magnitud medida que en este caso son metros en la pestaña de /**Unit**/ y se procedió a añadir los valores calibrados para ese láser en la pestaña /**By fuction**/ donde se indicó la equivalencia de voltios (V) a metros (m) ya calibrados anteriormente por compañeros del laboratorio de estructuras.







Figura 44: Parámetros de calibración del láser.

Se comprobó el funcionamiento del láser, si registraba los datos correctamente y si se encontraba en el rango de funcionamiento. Se procedió a realizar el primer experimento, para este cometido solo había que nombrar el archivo en este caso "puente" y la frecuencia de muestreo que para estos ensayos se estableció una frecuencia de 100 Hz, como se muestra en la *Figura 45*, se observan las 7 excitaciones del sistema, en el cual se empieza con 6 tuercas y como se observa es el caso que mayor flecha presenta (mayor desplazamiento del punto medio del puente) es el punto más bajo de la gráfica, se sigue con el procedimiento antes expuesto de excitar el sistema con la variación de la masa (quitando tuercas) y dando pequeños golpes, esperando que el sistema se estabilice y procediendo a quitar una tuerca y repetir el ensayo. A simple vista se aprecia va variación de la amplitud, pero eso se debe a la distinta fuerza aplicada en cada ensayo que no afectará en la obtención de los datos somo se demostrará más adelante.







Figura 45: Registro de la flecha del puente frente a excitaciones externas.

Una vez con los datos obtenidos se procede a exportarlo, para este cometido el software está preparado, como se observa en la *Figura 46* hay que seleccionar la pestaña /*Exportar*/ en el cual se tendrá que indicar el nombre del archivo, el tipo de archivo al que se desea exportar que en nuestro caso es en el formato Excel(*.xlsx) y el destino del archivo a exportar, como apunte se puede variar el número de datos por segundo (frecuencia de muestreo) de exportación por si se desea reducir el rango de valores obtenidos en la opción exportar velocidad (Hz) y cambiando el valor predefinido por el valor que se desee en cada caso.



Figura 46: Interfaz de exportación del programa DEWESOFT.





4.1.1 Excel

Como resultado se obtuvo un archivo Excel en el cual se muestran nuestras variables de interés en la primera columna el tiempo en segundos y la segunda columna la flecha del punto medio del puente en metros. El archivo obtenido consta de un experimento de 1 minuto con 36 segundos exportado a 100 Hz nos arroja una tabla de valores de 2 columnas y 9649 filas el cual procedemos a graficar con el sistema de gráficas de Excel para comprobar que los archivos están correctamente exportados, como se observa en la *Figura 47* se comprueba que la gráfica de puntos concuerda con el arrojado por el DEWESOFT por lo que damos por correcto este procedimiento de exportación de datos.



Figura 47: Datos importados y representados en EXCEL.







4.1.2 Matlab

Con los datos obtenidos y exportados se procedió a su tratamiento en Matlab R2017a. Se decidió utilizar este software por su potencia para realizar los cálculos, la forma en que presenta las gráficas y por la herramienta de ajuste de curvas la cual fue el principal motivo por decantarnos por este software.

Se procedió a importar la tabla de valores de Excel anteriormente descrita, para ello hay que utilizar la pestaña /*Import Data*/ la cual nos abrirá una ventana de explorador de Windows en la que nos pedirá la ubicación del archivo que se desea importar. Para una mejor organización y tratamiento de los datos es mejor crear carpetas individuales para cada experimento e indicarle la ubicación a Matlab; una vez indicada la ubicación de nuestro archivo Excel, Matlab nos muestra una ventana como la que se puede ver en la *Figura 48*, en la cual se observan los datos a importar. En esta ventana solo tendremos que seleccionar la forma en la que queremos que los importe por lo que tendremos que ir a la pestaña de /*Output Type*/ y seleccionar /*Numeric Matrix*/, de este modo Matlab interpretará nuestros datos como una matriz numérica.

	IMPORT	VIEW					
Varial	Range ole Names Row	: A2:B9649 ▼	Output Type:	Replace	▼ unimportable cells with ▼ NaN	- +	
	SELECT	ION	IMPORTED DATA		UNIMPORTABLE CELLS	IMPORT	
	puente.xlsx	×					
	А	В					
	Pu	iente					
1	s	m					
2	0	0.1174					
3	0.0100	0.1174					
4	0.0200	0.1174					
5	0.0300	0.1174					
6	0.0400	0.1174					
7	0.0500	0.1174					
8	0.0600	0.1174					
9	0.0700	0.1174					
10	0.0800	0.1174					
11	0.0900	0.1174					
12	0.1000	0.1174					
13	0.1100	0.1174					
14	0.1200	0.1174					

Figura 48: Interfaz de importación de datos de MATLAB.

Una vez se creó la matriz con los datos de nuestro experimento se procedió a renombrarla con el nombre de matriz "M" para que posteriormente al ejecutar los comandos de programación propios del Matlab nos sea más fácil identificarla y crear una secuencia de comandos válida para todos los experimentos. A continuación, se procedió a crear los vectores de tiempo que a partir de ahora se llamarán "T", así como el vector de desplazamiento nombrado "d", con las siguientes líneas de código que se introdujeron en la ventana /*Comand Window*/ T= M(:,1); / d= M(:,2); / plot(T,d); /.





Como se muestra en la *Figura* 49 Matlab nos muestra en la ventana de /*Workspace*/ la matriz numérica "M" importada a partir del experimento como los vectores creados a partir de esta como Tiempo "T" y Desplazamiento "d" en donde se puede apreciar que son vectores de 1 columna y 9648 filas.



Figura 49: Representación de los datos importados a MATLAB.

El comando "*plot*" nos muestra la gráfica de los datos a estudiar la cual nos sirve para establecer los intervalos de tiempo para cada ensayo y así poder dividir el experimento para cada caso y obtener los datos de interés. Para ello en la ventana de la gráfica se utilizó la herramienta de /**data cursor**/ la cual nos muestra los valores que tiene en cada punto seleccionado, para así poder segmentar los experimentos en 7 partes como se muestra en la *Figura 50* en los cuales nos interesan los intervalos de tiempo para cada uno de estos ensayos en el cual el primer punto es uno anterior al instante de excitación del sistema y el segundo es un punto en el que el sistema se ha estabilizado.



Figura 50: Selección de los intervalos de tiempo en los que se realizará el ajuste.





A continuación, procedemos a crear archivos script.m propios del Matlab para crear las líneas de código que segmentarán nuestro experimento en 7 partes. Como se muestra en la *Figura 51* solo se tendrá que hacer clic en la pestaña de /*New Script*/.

HOI	ИE	PLOTS	APPS								
New Script	New V	Find Files	Import Data V	Save Vorkspace	 New Variable Den Variable ▼ Clear Workspace ▼ 	Analyze Code	Simulink	(i) Preferences Layout ▼ Parallel ▼	Add-Ons	? Help	Community → Request Support Learn MATLAB
	1	FILE		VA	RIABLE	CODE	SIMULINK	ENVIRONMENT			RESOURCES

Figura 51: Barra de herramientas de MATLAB.

Esta pestaña nos abrirá una nueva ventana como se muestra en la *Figura 52* en la cual ingresaremos las líneas de código para que el Matlab cree los nuevos vectores de interés para este ensayo, en el cual se indica como primera variable el intervalo de tiempo para el experimento con 6 tuercas llamado Te6, los nuevos vectores tiempo y desplazamiento de esta parte del experimento llamado T61 y d61, así como una línea que establece el tiempo de este experimento a 0 segundos mostrado en la quinta línea del código y una línea que muestra la gráfica de este intervalo.



Figura 52: Programación y representación de un intervalo de estudio.





Una vez creados los nuevos vectores de nuestro experimento se procede a ejecutar el comando /*cftool*/ en la ventana de /*Comand Window*/ la cual es una herramienta de Matlab para el ajuste de curvas en el cual introduciremos los valores obtenidos en nuestros experimentos para calcular los datos de interés de este TFG.

A continuación, se abrirá la ventana de *Curve Fitting Tool* en la cual tendremos que ir introduciendo los parámetros de nuestro experimento con 6 tuercas, como se muestra en la *Figura* 53. Tendremos que indicar el nombre de la curva en este caso "6 tuercas" y seleccionar los datos que queremos que se interpreten en el eje X "abscisas" e Y "ordenadas", en los cuales se selecciona el vector T61 y d61 respectivamente. En la parte derecha tendremos que seleccionar el tipo de ecuación que queremos, en este caso en una ecuación personalizada /**Custom Equation**/ en la que introduciremos nuestra ecuación de movimiento de un sistema subamortiguado de un grado de libertad como se muestra en la *ecuación* 4.2. de las cuales los valores importantes a estudiar son la frecuencia propia del sistema $\boldsymbol{\omega}$ y el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico $\boldsymbol{\xi}$ en el dominio del tiempo.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A} * \mathbf{sen} (\boldsymbol{\omega} * t + \boldsymbol{\phi}) * \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\xi} * \boldsymbol{\omega} * t} + \mathbf{B}$$
 (Ec.4.2)

📣 Curve Fitting	g Tool - curvas
File Fit Vie	w Tools Desktop Window Help
🛶 🕹 🎑 🦲	🔍 🔍 🖑 🐙 🚓 🔚 🧱 🛛 🕰
6 tuercas	× +
Fit name:	6 tuercas
X data:	T61 ~
Y data:	d61 ~
Z data:	(none) V
Weights:	(none) V
Custom Equation	×
y = f(t)
= 1 A*s	in(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
	Fit Options

Figura 53: Interfaz del módulo Curve Fitting Tool de MATLAB.





Parámetro	Significado Físico	Unidades
А	Amplitud de Onda	m
ω	Frecuencia propia de la estructura	rad/s
φ	Desfase	rad
ξ	Coeficiente de amortiguamiento	Adimensional
	respecto al critico	
В	Flecha	m

En la Tabla 8 se indica lo que representa cada parámetro:

Tabla 8: Parámetros de la ecuación de movimiento de un sistema subamortiguado.

Tendremos que establecer un rango de valores en el cual se encuentran las variables de la ecuación anteriormente presentada, como se muestra en la *Figura 54* en las cuales las más representativas son: El valor de la amplitud "**A**" que se podrá establecer con el rango observando en la gráfica, la constante de flecha "**B**" que representa el punto de partida de la flecha de la estructura con esa carga y los valores de la frecuencia " ω " que oscila entre los 20 y 70 [rad/s] y coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico " ξ " que nunca podrá ser negativo y oscila entre valores de 0 a 0.3.

✓ Fit Options × Method: NonlinearLeastSquares Robust: Off ✓ Algorithm: Trust-Region ✓ DiffMinChange: 1e-20 DiffMaxChange: 0.1 MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000								
Method: NonlinearLeastSquares Robust: Off ✓ Algorithm: Trust-Region ✓ DiffMinChange: 1e-20 DiffMaxChange: 0.1 MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	📣 Fit Optic	ons			×			
Robust: Off ✓ Algorithm: Trust-Region ✓ DiffMinChange: 1e-20 DiffMaxChange: 0.1 MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 TolK: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 1 i 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000 0 0.3000 0	Method:		Nonline	NonlinearLeastSquares				
Algorithm: Trust-Region DiffMinChange: 1e-20 DiffMaxChange: 0.1 MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 TolK: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 1 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 20 xi 0.0700 0 0.3000 0	Robust:		Off		~			
DiffMinChange: 1e-20 DiffMaxChange: 0.1 MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Quert 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	Algorithm:		Trust-R	egion	~			
DiffMaxChange: 0.1 MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 1 i 0.1869 0 1 w 22 20 30 20 xi 0.0700 0 0.3000 0	DiffMinChan	ge:			1e-20			
MaxFunEvals: 600 MaxIter: 400 TolFun: 1e-20 TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 1 i 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	DiffMaxChar	nge:			0.1			
Maxiter: 400 TolFun: 1e-20 TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	MaxFunEvals				600			
TolFun: 1e-20 TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	MaxIter:			400				
TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	TolFun:		1e-20					
TolX: 1e-20 Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000								
Coefficie StartPoint Lower Upper A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	TolV							
A 0.0200 0 0.1000 B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000 Close	TUIA.				1e-20			
B 0.1170 0.1000 0.1220 fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000 Close	Coefficie	Star	tPoint	Lower	1e-20 Upper			
fi 0.1869 0 1 w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	Coefficie	Star	tPoint 0.0200	Lower 0	1e-20 Upper 0.1000			
w 22 20 30 xi 0.0700 0 0.3000	Coefficie A B	Star	tPoint 0.0200 0.1170	Lower 0 0.1000	1e-20 Upper 0.1000 0.1220			
xi 0.0700 0 0.3000	Coefficie A B fi	Star	tPoint 0.0200 0.1170 0.1869	Lower 0 0.1000 0	1e-20 Upper 0.1000 0.1220 1			
Close	Coefficie A B fi w	Star	tPoint 0.0200 0.1170 0.1869 22	Lower 0 0.1000 0 20	1e-20 Upper 0.1000 0.1220 1 30			
Close	Coefficie A B fi w xi	Star	tPoint 0.0200 0.1170 0.1869 22 0.0700	Lower 0 0.1000 0 20 0	1e-20 Upper 0.1000 0.1220 1 30 0.3000			
	Coefficie A B fi w xi	Star	tPoint 0.0200 0.1170 0.1869 22 0.0700	Lower 0 0.1000 0 20 0	1e-20 Upper 0.1000 0.1220 1 30 0.3000			

Figura 54: Ventana de las opciones de ajuste para mejorar la precisión.





Una vez establecido el rango de valores Matlab empezará a interpolar hasta llegar a un ajuste con un intervalo de confianza del 95 %, el cual se muestra en la *Figura 55* en la que se representan los puntos como datos obtenidos experimentalmente y la curva el ajuste realizado por Matlab el cual nos muestra tanto la gráfica obtenida como los valores medios del ajuste de estos datos.



General model:

f(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B

Coefficients (with 95% confidence bounds):

- A = 0.005143 (0.005098, 0.005189)
- B = 0.1173 (0.1173, 0.1173)
- fi = 0.02198 (0.01328, 0.03068)
- w = 24.67 (24.65, 24.68)
- xi = 0.0368 (0.03634, 0.03726)

Goodness of fit:

SSE: 7.542e-06 R-square: 0.9898 Adjusted R-square: 0.9897 RMSE: 8.603e-05

Figura 55: Representación del ajuste y los valores obtenidos por MATLAB.





A la vista del ajuste, Matlab nos presenta los valores requeridos con un ajuste del 98,98 %; para realizar este estudio siendo de principal interés de este TFG la frecuencia propia de la estructura ω [rad/s] y el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ , una vez obtenidos estos datos procedemos a tabularlos como se muestra en la *Tabla* 9.

Valores medios 1er ensayo 6 tuercas								
M [kg]	F [N]	A [m]	B [m]	φ [rad]	ω [rad/s]	ξ		
1,968	19,306	0,0051	0,1173	0,0219	24,67	0,0368		
1,968	19,306	0,0051	0,1173	0,0219	24,67	0,03		

Tabla 9: Valores medios obtenidos para el primer ensayo con 6 tuercas.

Se repite el procedimiento anteriormente descrito para la obtención de todos los valores para los 7 experimentos correspondientes al primer ensayo, en el cual se crea un fichero *curvas.sfit* en el cual tendremos todos los experimentos correspondientes a cada ensayo como se muestra en la *Figura* 56.



Figura 56: Interfaz del Fitting Tool de MATLAB.





Una vez creado el archivo de ajuste de curvas, como se muestra en la *Figura 57* se procede a crear un archivo *Fitresultados.m* que se muestra en la ventana /*Current Folder*/ la cual muestra todos los archivos generados y necesarios para realizar cada ensayo. Para ejecutar el fichero solo se tendrá que ir a la pestaña /*EDITOR/RUN*/.



Figura 57: Interfaz de MATLAB.





Este archivo genera la presentación de todos datos obtenidos de forma automática en la ventana de /*Comand Window* / por el ajuste. Como se observa en la *Figura 58* y *Figura 59* se muestra la presentación de los datos obtenidos en el primer ensayo.

```
Command Window
  fitresult61 =
       General model:
       fitresult6l(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
               0.005169 (0.005123, 0.005215)
         A =
         B =
                 0.1173 (0.1173, 0.1173)
         fi =
                 0.02578 (0.01705, 0.0345)
                  24.66 (24.65, 24.67)
         w =
                 0.03722 (0.03675, 0.03769)
         xi =
  fitresult51 =
       General model:
       fitresult51(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
         A = 0.006909 (0.00685, 0.006968)
         в =
                 0.1198 (0.1198, 0.1198)
         fi =
                   0.233 (0.2244, 0.2416)
         w =
                  26.48 (26.47, 26.49)
                 0.03553 (0.0351, 0.03596)
         xi =
  fitresult41 =
       General model:
       fitresult4l(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
                0.00748 (0.007419, 0.00754)
         A =
         в =
                 0.1224 (0.1223, 0.1224)
         fi =
                 0.04491 (0.03692, 0.0529)
         w =
                  28.74 (28.73, 28.75)
         xi =
                 0.03441 (0.03402, 0.03481)
  fitresult31 =
       General model:
       fitresult31(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
                0.004002 (0.00395, 0.004054)
         A =
                 0.1249 (0.1249, 0.1249)
         B =
                  0.3851 (0.3717, 0.3986)
         fi =
         w =
                  32.33 (32.31, 32.35)
         xi =
                 0.03583 (0.03516, 0.0365)
```

Figura 58: Valores de los experimentos con 3,4,5 y 6 tuercas.





```
Command Window
  fitresult31 =
       General model:
       fitresult3l(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
               0.004002 (0.00395, 0.004054)
        A =
        B =
                0.1249 (0.1249, 0.1249)
                 0.3851 (0.3717, 0.3986)
        fi =
                  32.33 (32.31, 32.35)
         w =
                 0.03583 (0.03516, 0.0365)
         xi =
  fitresult21 =
       General model:
       fitresult21(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
              0.005178 (0.005123, 0.005233)
         A =
         в =
                0.1276 (0.1276, 0.1276)
                0.07272 (0.06227, 0.08317)
         fi =
                 36.92 (36.9, 36.93)
         w =
                 0.03414 (0.03362, 0.03465)
         xi =
  fitresultll =
       General model:
       fitresultll(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
         A =
              0.003427 (0.00338, 0.003474)
         в =
                0.1302 (0.1302, 0.1302)
         fi =
                 0.4875 (0.4735, 0.5016)
         w =
                  45.19 (45.16, 45.22)
                 0.03347 (0.03281, 0.03412)
         xi =
  fitresult01 =
       General model:
       fitresult01(t) = A*sin(w*t + fi)*exp(-xi*w*t) + B
       Coefficients (with 95% confidence bounds):
              0.002508 (6.418e-05, 0.004953)
         A =
                 0.1328 (0.1328, 0.1329)
         в =
                  0.7967 (-0.3062, 1.9)
         fi =
         w =
                  48.37 (17.88, 78.87)
                  0.8554 (-0.06142, 1.772)
         xi =
```

Figura 59: Valores de los experimentos con 0,1,2 y 3 tuercas.

A continuación, se muestran los datos de los ensayos obtenidos con el procedimiento anteriormente descrito, para en el cual se varían las condiciones ambientales como son la temperatura y humedad. Además de la variación de carga prevista para estos ensayos.





4.2 Primer ensayo T= 19,5°C y Hm=0%.

El primer ensayo se realizó en condiciones normales del laboratorio en el cual se midieron la temperatura, humedad relativa del ambiente y la humedad de la madera como se muestra en la *Tabla 10*.

Temperatura	Humedad	Humedad	Masa Puente
℃	Relativa	Madera	kg
19,5	39 %	0 %	0,7025

Tabla 10: Condiciones ambientales y masa del puente en el primer ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura 60*. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 60: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del primer ensayo.

A la vista de esta gráfica se realiza el procesado de datos descritos anteriormente, con el cual se obtienen los parámetros de la *ecuación 4.2* de interés para el estudio de este TFG.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 11*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal que relacione la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura 61*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 12*.

N º de Tuercas	Fi	u _i	δ _i
	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	26x10-4	26x10 ⁻⁴
2	6,44	26x10-4	52x10-4
3	9,65	27x10 ⁻⁴	79x10 ⁻⁴
4	12,87	25x10 ⁻⁴	104x10-4
5	16,09	26x10-4	133x10-4
6	19,31	25x10 ⁻⁴	155x10-4

 Tabla 11: Valores de incremento de flecha y flecha del primer ensayo.



Figura 61: Gráfica de deformación frente a la carga del primer ensayo.

Constante de rigidez del puente K	1239,10 [N/m]
Tabla 12: Valor de la constante de rigide	z del puente en el primer ensavo





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 13*. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ se mantiene constante teniendo solo variaciones en el orden de las milésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0	0,7025	0,0022	0,1328	0,7022	62,95	10,02	0,0353
1	1,0305	0,0034	0,1302	0,4875	45,19	7,19	0,0335
2	1,3585	0,0052	0,1276	0,0727	36,92	5,88	0,0341
3	1,6865	0,0040	0,1249	0,3851	32,33	5,15	0,0358
4	2,0145	0,0075	0,1224	0,0449	28,74	4,57	0,0344
5	2,3425	0,0069	0,1198	0,2333	26,48	4,22	0,0355
6	2,6705	0,0052	0,1173	0,0258	24,66	3,93	0,0372

Tabla 13: Valores del ensayo dinámico del primer ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado (ausencia de concentración de masa en la sección media) y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

$$\omega_{teorica} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3 * E * I}{L^3 (M_i + 0, 4857 * m_b)}}$$

Con el primer ensayo dinámico podremos despejar el producto de $E\cdot$ I,debido a que hay ausencia de masa concentrada $M_i=0$:

$$E * I = \left(\frac{\omega_{experimental} * \pi}{2}\right)^2 * \frac{L^3(M_i + 0, 4857 * m_b)}{3}$$
$$E * I = \left(\frac{\omega_{experimental} * \pi}{2}\right)^2 * \frac{L^3(0 + 0, 4857 * m_b)}{3}$$





Introduciendo los valores previamente definidos obtendremos en producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$ para este ensayo como se muestra en la *Tabla 14*. La cual nos permitirá calcular las frecuencias teóricas en los casos que hay presencia de masa concentrada.

E·I	1941,52 [N m ²]
Tabla 14: Valor del producte	o de $E \cdot I$ del primer ensayo

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 15.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7025	62,95	62,95	10,02	10,02	0,04%
0,3280	0,7025	44,94	45,19	7,16	7,19	0,51%
0,6560	0,7025	36,81	36,92	5,86	5,88	0,25%
0,9840	0,7025	31,93	32,33	5,08	5,15	1,19%
1,3120	0,7025	28,59	28,74	4,55	4,57	0,48%
1,6400	0,7025	26,11	26,48	4,16	4,22	1,34%
1,9680	0,7025	24,19	24,66	3,85	3,92	1,87%

Tabla 15: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del primer ensayo.





4.3 Estudio del comportamiento de la estructura a lo largo de un día.

Para este ensayo se procedió a estudiar la variación de la flecha de la estructura dejándolo en el laboratorio sometido a las condiciones de la variación de temperatura, en el cual se procedió a graficar el comportamiento de la flecha de la estructura con la variación de la temperatura del laboratorio en un intervalo de tiempo comprendido entre las 14:00 horas hasta las 09:00 horas del día siguiente. Como se muestra en la *Figura 62* se observa que a medida que desciende la temperatura la estructura muestra menos flecha, esto es debido a que las uniones al estar hechas con un material termosensible se rigidizan al descender las temperaturas. Como consecuencia tiene un incremento de rigidez de la estructura y un descenso de la flecha a lo largo del tiempo, al final del ensayo se observa un incremento de la flecha que se produce sobre las 07:00 horas, que corresponde con el momento de encendido del termostato del laboratorio, a pesar de esto la estructura tiende a estabilizarse pasado un tiempo.



Figura 62: Evolución de la flecha de la estructura a lo largo de un día en el laboratorio.

Se puede pensar que el incremento de rigidez tiene un valor significativo a la vista de la *Figura 62, pero la escala de* δ tiene un orden de 10⁻⁴ m. Calculamos la variación de la flecha entro los puntos inicial y final y obtenemos un valor de 8x10⁻⁴ m presentado en *Tabla 16*, por lo que podemos deducir que la variación de la temperatura no es significativa a la hora de afectar en las uniones del puente.

Variación de la Flecha δ_i	8 x10 ⁻⁴ m
Tabla 16: Variación de la flecha	de la estructura a lo largo de un día.





4.4 Estudio del comportamiento de la estructura.

Para este ensayo se procedió a partir del ensayo anterior en el cual se estudió el comportamiento de la estructura a lo largo de 1 día. En el presente ensayo se pretende caracterizar la variación de la flecha en un intervalo de tiempo con la estructura cargada, además de la variación de temperatura a la que está sometida en el laboratorio.

Como se muestra en la *Figura* 63 se procedió a cargar la estructura con 6 tuercas que corresponde el punto de un incremento de la flecha. Una vez estabilizado se procede a estudiar el comportamiento de la flecha a lo largo de 1 hora y 11 minutos. En el instante inicial se tiene una flecha de 11,76x10⁻² m y en punto final se obtiene un valor de 11,46x10⁻² m.



Figura 63: Evolución de la flecha de la estructura cargada en un intervalo de tiempo.

liempo	Flecha	Liempo	Flecha
[s]	[m]	[S]	[m]
3	13,25x10 ⁻²	2000	11,51 x10 ⁻²
12	11,76 x10 ⁻²	2500	11,50 x10 ⁻²
55	11,67 x10 ⁻²	3003	11,49 x10 ⁻²
253	11,61 x10 ⁻²	3508	11,48 x10 ⁻²
808	11,56 x10 ⁻²	3999	11,47 x10-2
1502	11,53 x10 ⁻²	4250	11,46 x10 ⁻²
Variación de la Flecha δ_i		δ _i 3 x10 ⁻	³ m

En la *Tabla* 17 se presenta el valor de la variación de la flecha. Al ser tan pequeño podemos considerar que la estructura se estabiliza.

Tabla 17: Variación de la flecha de la estructura cargada.





4.5 Segundo ensayo variando la humedad T= $21,4^{\circ}$ C y Hm=61%.

Para el segundo ensayo se procedió a variar las condiciones de humedad de la madera, aplicando mediante un pulverizador gotas de agua sobre toda la estructura de modo que se humedezca de forma homogénea.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla 18*.

Temperatura	Humedad	Humedad	Masa Puente
℃	Relativa	Madera	kg
21,4	33 %	61 %	0,7399

Tabla 18: Condiciones ambientales y masa del puente en el segundo ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 64. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 64: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del segundo ensayo.

A la vista de esta gráfica se realiza el procesado de datos descritos anteriormente, con el cual se obtienen los parámetros de la *ecuación 4.2* de interés para el estudio de este TFG.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 19*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura* 65, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 20*.

	Fi	u _i	δ _i
N. UE TUEICAS	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	34x10 ⁻⁴	34x10 ⁻⁴
2	6,44	36x10-4	70x10 ⁻⁴
3	9,65	35x10 ⁻⁴	105x10 ⁻⁴
4	12,87	34x10 ⁻⁴	139x10 ⁻⁴
5	16,09	33x10-4	172x10-4
6	19,31	31x10 -4	203x10-4

Tabla 19: Valores de incremento de flecha y flecha del segundo ensayo.



Figura 65: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del segundo ensayo.

Constante de rigidez del puente K	943,95 [N/m]
Tabla 20: Valor de la constante de rigidez del	puente en el segundo ensayo.




Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 21*. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0	0,7399	0,0004	0,1354	2,04	62,39	9,92	0,0272
1	1,0679	0,0007	0,1320	-0,01	46,30	7,37	0,0361
2	1,3939	0,0005	0,1284	2,42	38,20	6,08	0,0368
3	1,7259	0,0010	0,1249	-1,17	32,38	5,15	0,0467
4	2,0519	0,0006	0,1215	0,86	29,49	4,69	0,0344
5	2,3799	0,0014	0,1182	0,99	25,95	4,13	0,0474
6	2,7079	0,0026	0,1151	-0,11	23,18	3,69	0,0867
	Table O	1.1/-	المربية مبيرة الم	امام مما مسکم			

Tabla 21: Valores del ensayo dinámico del segundo ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

Ε·Ι	2005,04 [N m ²]
Tabla 22: Valor del producto de	e $E \cdot I$ en el segundo ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla 23*.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7399	62,33	62,39	9,93	9,92	0,04%
0,3280	0,7399	45,06	46,30	7,18	7,37	2,63%
0,6560	0,7399	37,07	38,20	5,90	6,08	2,91%
0,9840	0,7399	32,23	32,38	5,13	5,15	0,42%
1,3120	0,7399	28,89	29,49	4,60	4,69	1,98%
1,6400	0,7399	26,42	25,95	4,21	4,13	1,85%
1,9680	0,7399	24,48	23,18	3,90	3,69	5,68%

Tabla 23: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del segundo ensayo.





4.6 Tercer ensayo variando la humedad T= $21,6^{\circ}C$ y Hm=54%.

Para el tercer ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del segundo ensayo variando la humedad dejándolo secar de forma natural durante el periodo de 1 hora.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla 24*.

Temperatura	Humedad	Humedad	Masa Puente
℃	Relativa	Madera	kg
21,6	33 %	54 %	0,7379

Tabla 24: Condiciones ambientales y masa en el tercer ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 66. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 66: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del tercer ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 25*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura* 67, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 2*6.

N º de Tuercas	Fi	ui	δ _i
N. UE IUEICAS	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	34x10 ⁻⁴	34x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10 ⁻⁴	69x10 ⁻⁴
3	9,65	35x10 ⁻⁴	104x10 ⁻⁴
4	12,87	33x10 ⁻⁴	137x10 ⁻⁴
5	16,09	33x10 ⁻⁴	170x10 ⁻⁴
6	19,31	29x10 ⁻⁴	199x10 ⁻⁴

Tabla 25: Valores de incremento de flecha y flecha del tercer ensayo.



Figura 67: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del tercer ensayo.

Constante de rigidez del puente K	960,83 [N/m]
Tabla 26: Valor de la constante de rigidez d	del puente en el tercer ensavo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 27*. En ella la frecuencia propia de la estructura ω_n [rad/s] se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

0 0,	0
1 1,0	1
2 1,3	2
3 1,	3
4 2,0	4
5 2,3	5
6 2,	6
$\begin{array}{c cccc} 0 & 0, \\ \hline 1 & 1, \\ 2 & 1, \\ \hline 3 & 1, \\ 4 & 2, \\ \hline 5 & 2, \\ \hline 6 & 2, \\ \end{array}$	0 1 2 3 4 5 6

Tabla 27: Valores del ensayo dinámico del tercer ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

E·I	1978,15 [N m ²]
Tabla 28: Valor del producto	de $E \cdot I$ en el tercer ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 29.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7379	62,00	62,00	9,87	9,87	0,49%
0,3280	0,7379	44,79	46,34	7,13	7,38	3,22%
0,6560	0,7379	36,84	37,17	5,87	5,92	3,51%
0,9840	0,7379	32,02	32,54	5,10	5,18	1,05%
1,3120	0,7379	28,71	29,03	4,57	4,62	2,61%
1,6400	0,7379	26,25	25,66	4,18	4,08	-1,19%
1,9680	0,7379	24,33	23,18	3,87	3,69	-4,99%

Tabla 29: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del tercer ensayo.





4.7 Cuarto ensayo variando la humedad T= 21,6°C y Hm=52%.

Para el cuarto ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del tercer ensayo variando la humedad dejándolo secar de forma natural durante el periodo de 1 hora.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la Tabla 30.

Temperatura	Humedad	Humedad	Masa Puente
℃	Relativa	Madera	kg
21,6	33 %	52 %	0,7353

Tabla 30: Condiciones ambientales y masa en el cuarto ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 68. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 68: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del cuarto ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 31*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura* 69, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 32*.

N ^o de Tuercas	Fi	u _i	δ
N. UE IUEICAS	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	35x10 ⁻⁴	35x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10 ⁻⁴	70x10 ⁻⁴
3	9,65	34x10 ⁻⁴	104x10 ⁻⁴
4	12,87	34x10 ⁻⁴	138x10 ⁻⁴
5	16,09	32x10 ⁻⁴	170x10 ⁻⁴
6	19,31	29x10 ⁻⁴	199x10 ⁻⁴

Tabla 31: Valores de incremento de flecha y flecha del cuarto ensayo.



Figura 69: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del cuarto ensayo.

Constante de rigidez del puente K	962,75 [N/m]
Tabla 32: Valor de la constante de rigidez de	el puente en el cuarto ensayo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 33*. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias $f_n Hz$. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ en algunos casos se mantiene constante teniendo solo variaciones en el orden de las milésimas y en otros tiene variación en el orden de las centésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0	0,7353	0,0002	0,1356	0,27	62,22	9,90	0,0247
1	1,0633	0,0004	0,1321	0,96	46,19	7,35	0,0303
2	1,3913	0,0006	0,1286	-1,04	37,81	6,02	0,0364
3	1,7193	0,0005	0,1252	-0,97	32,94	5,24	0,0332
4	2,0473	0,0005	0,1218	-0,65	29,30	4,66	0,0345
5	2,3753	0,0001	0,1186	-0,66	26,59	4,23	0,0367
6	2,7033	0,0012	0,1157	-0,09	24,02	3,82	0,0522

Tabla 33: Valores del ensayo dinámico del cuarto ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

Ε·Ι	1985,31 [N m ²]
Tabla 34: Valor del producto d	le $E \cdot I$ en el cuarto ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 35.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7353	62,22	62,00	9,91	9,87	0,14%
0,3280	0,7353	44,91	46,34	7,15	7,38	2,96%
0,6560	0,7353	36,93	37,17	5,88	5,92	3,28%
0,9840	0,7353	32,10	32,54	5,11	5,18	0,83%
1,3120	0,7353	28,77	29,03	4,58	4,62	2,40%
1,6400	0,7353	26,30	25,66	4,19	4,08	-1,40%
1,9680	0,7353	24,37	23,18	3,88	3,69	-5,21%

Tabla 35: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del cuarto ensayo.





4.8 Quinto ensayo variando la humedad T= 19,9°C y Hm=4%.

Para el quinto ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del cuarto ensayo variando la humedad dejándolo secar de forma natural durante el periodo de 1 hora.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla 36*.

Temperatura ℃	Humedad Relativa	Humedad Madera	Masa Puente kg
19,9	32 %	4 %	0,7167
Table 26. Can	licion oc. ombiontolog v	maga dal nuanta an al	avinta anagya

Tabla 36: Condiciones ambientales y masa del puente en el quinto ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 70. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 70: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del quinto ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 37*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura 71*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 38*.

N º de Tuercas	Fi	ui	δ _i
	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	36x10 ⁻⁴	36x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10 ⁻⁴	71x10 ⁻⁴
3	9,65	35x10 ⁻⁴	106x10 ⁻⁴
4	12,87	34x10 ⁻⁴	140x10 ⁻⁴
5	16,09	34x10 ⁻⁴	174x10 ⁻⁴
6	19,31	29x10 ⁻⁴	203x10 ⁻⁴

Tabla 37: Valores de incremento de flecha y flecha del quinto ensayo.



Figura 71: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del quinto ensayo.

Constante de rigidez del puente K	943,66 [N/m]
Tabla 38: Valor de la constante de rigidez de	el puente en el quinto ensavo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla* 39. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias $f_n Hz$. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0	0,7167	0,0002	0,1370	4,4610	60,1100	9,5671	0,0305
1	1,0447	0,0007	0,1334	0,0429	44,7600	7,1240	0,0552
2	1,3727	0,0006	0,1299	3,5390	36,7400	5,8475	0,0453
3	1,7007	0,0005	0,1264	1,4020	32,1200	5,1122	0,0378
4	2,0287	0,0019	0,1230	0,0178	26,6400	4,2400	0,0982
5	2,3567	0,0014	0,1196	0,0836	25,2000	4,0108	0,0750
6	2,6847	0,0012	0,1167	0,0976	23,4500	3,7323	0,0603

Tabla 39: Valores del ensayo dinámico del quinto ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

Ε·Ι	1806,08 [N m ²]
Tabla 40: Valor del product	o de $E \cdot I$ en el quinto ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla 41*.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7167	60,11	60,11	9,57	9,57	0,00%
0,3280	0,7167	43,12	44,76	6,87	7,12	3,62%
0,6560	0,7167	35,38	36,74	5,63	5,85	3,65%
0,9840	0,7167	30,72	32,12	4,89	5,11	4,32%
1,3120	0,7167	27,52	26,64	4,38	4,24	3,33%
1,6400	0,7167	25,14	25,20	4,00	4,01	0,18%
1,9680	0,7167	23,29	23,45	3,71	3,73	0,62%
Table	11.1/-1	de la fue euro			مسم مقصلين أمام امقصم	

Tabla 41: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del quinto ensayo.





4.9 Sexto ensayo variando la humedad T= 19,9°C y Hm=60,6%.

Para el sexto ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del quinto ensayo variando la humedad, aplicando mediante un pulverizador gotas de agua sobre toda la estructura de modo que se humedezca de forma homogénea.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla 42.*

Temperatura °C	Humedad Relativa	Humedad Madera	Masa Puente kg
19,9	43 %	60,6 %	0,7389
Tabla 12: Con	dicionas ambientales v	maca del puento en o	Leavta ancava

Tabla 42: Condiciones ambientales y masa del puente en el sexto ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura 72*. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 72: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del sexto ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 43*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura 73*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 44*.

N º de Tuercas	Fi	u _i	δ
	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	37x10 ⁻⁴	37x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10 ⁻⁴	72x10 ⁻⁴
3	9,65	35x10 ⁻⁴	107x10 ⁻⁴
4	12,87	34x10 ⁻⁴	141x10 ⁻⁴
5	16,09	33x10 ⁻⁴	174x10 ⁻⁴
6	19,31	30x10 ⁻⁴	204x10 ⁻⁴

Tabla 43: Valores de incremento de flecha y flecha del sexto ensayo.









Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 45*. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias $f_n Hz$. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ se mantiene constante teniendo solo variaciones en el orden de las milésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξ _i
0	0,7389	0,0002	0,1358	2,6860	62,1400	9,8902	0,0392
1	1,0669	0,0004	0,1321	1,9530	46,6100	7,4184	0,0355
2	1,3949	0,0003	0,1286	0,3337	38,4100	6,1133	0,0338
3	1,7229	0,0004	0,1251	1,2080	33,1300	5,2730	0,0325
4	2,0509	0,0005	0,1217	0,4239	29,4500	4,6873	0,0337
5	2,3789	0,0005	0,1184	1,0090	26,6600	4,2432	0,0355
6	2,7069	0,0005	0,1154	2,3590	24,4800	3,8962	0,0344

Tabla 45: Valores del ensayo dinámico del sexto ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

E·I	1989,91 [N m ²]
Tabla 46: Valor del produc	to de $E \cdot I$ en el sexto ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla 47*.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7389	62,14	62,14	9,89	9,89	0,00%
0,3280	0,7389	44,9	46,61	7,15	7,42	3,61%
0,6560	0,7389	36,94	38,41	5,88	6,11	3,78%
0,9840	0,7389	32,11	33,13	5,11	5,27	3,03%
1,3120	0,7389	28,79	29,45	4,58	4,69	2,20%
1,6400	0,7389	26,32	26,66	4,19	4,24	1,23%
1,9680	0,7389	24,39	24,48	3,88	3,90	0,30%

Tabla 47: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del sexto ensayo.





4.10 Séptimo ensayo variando la humedad T= 19,9°C y Hm=54,6%.

Para el séptimo ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del sexto ensayo variando la humedad dejándolo secar de forma natural durante el periodo de 1 hora.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla 48.*

Temperatura °C	Humedad Relativa	Humedad Madera	Masa Puente kg
19,9	44 %	54,6 %	0,7339

Tabla 48: Condiciones ambientales y masa del puente en el séptimo ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 74. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 74: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del séptimo ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 49*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura 75*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 50*.

Nº de Tuercas	Fi	u _i	δ _i
	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	36x10-4	36x10 ⁻⁴
2	6,44	36x10-4	72x10-4
3	9,65	36x10-4	108x10-4
4	12,87	35x10-4	143x10-4
5	16,09	32x10-4	175x10 ⁻⁴
6	19,31	31x10-4	206x10-4

Tabla 49: Valores de incremento de flecha y flecha del séptimo ensayo.



Figura 75: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del séptimo ensayo.

Constante de rigidez del puente K	930,88 [N/m]
Tabla 50: Valor de la constante de rigidez de	l puente en el séptimo ensayo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 51*. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n \operatorname{rad/s}$ que se pasa al dominio de las $f_n Hz$. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	Φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0	0,7339	0,0001	0,1362	0,0310	63,0300	10,0318	0,0250
1	1,0619	0,0004	0,1326	0,1022	46,4600	7,3946	0,0344
2	1,3899	0,0006	0,1290	3,5470	37,8300	6,0210	0,0442
3	1,7179	0,0010	0,1254	0,0918	32,5000	5,1727	0,0576
4	2,0459	0,0007	0,1219	0,0879	29,2700	4,6586	0,0426
5	2,3739	0,0008	0,1187	0,0794	26,4600	4,2114	0,0450
6	2,7019	0,0010	0,1156	0,0173	24,4200	3,8867	0,0447

Tabla 51: Valores del ensayo dinámico del séptimo ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

E·I	2033,45 [N m ²]
Tabla 52: Valor del producto	de $E \cdot I$ en el séptimo ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 53.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7339	63,03	63,03	10,04	10,04	0,00%
0,3280	0,7339	45,47	46,46	7,24	7,40	2,08%
0,6560	0,7339	37,39	37,83	5,95	6,02	1,12%
0,9840	0,7339	32,49	32,50	5,17	5,17	0,02%
1,3120	0,7339	29,12	29,27	4,64	4,66	0,46%
1,6400	0,7339	26,62	26,46	4,24	4,23	0,66%
1,9680	0,7339	24,67	24,42	3,93	3,89	1,08%
T-1-1- C	0. V/- I		and a second a second as			

Tabla 53: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del séptimo ensayo.





4.11 Octavo ensayo variando la humedad T= 19,8°C y Hm=51,2%.

Para el octavo ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del séptimo ensayo variando la humedad dejándolo secar de forma natural durante el periodo de 1 hora.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la Tabla 54.

Temperatura ℃	Humedad Relativa	Humedad Madera	Masa Puente kg
19,8	42 %	51,2 %	0,7286

Tabla 54: Condiciones ambientales y masa del puente en el octavo ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 76. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 76: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del octavo ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 55*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura 77*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 56*.

N º de Tuercas	Fi	u _i	δ
N. UE TUEICAS	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	36x10 ⁻⁴	36x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10-4	71x10-4
3	9,65	34x10-4	105x10 ⁻⁴
4	12,87	34x10 ⁻⁴	139x10 ⁻⁴
5	16,09	32x10-4	171x10-4
6	19,31	29x10 ⁻⁴	200x10-4

Tabla 55: Valores de incremento de flecha y flecha del octavo ensayo.



Figura 77: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del octavo ensayo.

Constante de rigidez del puente K	959,53 [N/m]
Tabla 56: Valor de la constante de rigide	z del puente en el octavo ensavo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla 57*. En ella la frecuencia propia de la estructura ω_n [rad/s] se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0	0,7286	0,0001	0,1360	0,4202	62,5400	9,9538	0,0286
1	1,0566	0,0005	0,1324	-0,2680	45,8600	7,2991	0,0399
2	1,3846	0,0005	0,1289	-0,3120	38,1200	6,0672	0,0392
3	1,7126	0,0005	0,1255	-0,1367	33,0200	5,2555	0,0375
4	2,0406	0,0007	0,1221	-0,1162	29,1000	4,6315	0,0445
5	2,3686	0,0006	0,1189	-0,1510	26,5500	4,2257	0,0349
6	2,6966	0,0007	0,1160	0,1037	24,3100	3,8692	0,0394

Tabla 57: Valores del ensayo dinámico del octavo ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

E·I	1987,49 [N m ²]
Tabla 58: Valor del producto	de $E \cdot I$ en el octavo ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 59.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7286	62,54	62,54	9,96	9,96	0,00%
0,3280	0,7286	45,04	45,86	7,17	7,30	1,74%
0,6560	0,7286	37,01	38,12	5,89	6,07	2,87%
0,9840	0,7286	32,15	33,02	5,12	5,26	2,58%
1,3120	0,7286	28,81	29,10	4,59	4,63	0,94%
1,6400	0,7286	26,34	26,55	4,19	4,23	0,76%
1,9680	0,7286	24,41	24,31	3,89	3,87	0,44%

Tabla 59: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del octavo ensayo.





4.12 Noveno ensayo variando la humedad T= $19,8^{\circ}$ C y Hm= $45,6^{\circ}$.

Para el noveno ensayo variando las condiciones de humedad se procedió a partir del octavo ensayo variando la humedad dejándolo secar de forma natural durante el periodo de 1 hora.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la Tabla 60.

Temperatura	Humedad	Humedad	Masa Puente
℃	Relativa	Madera	kg
19,8	41 %	45,6 %	0,7274

Tabla 60: Condiciones ambientales y masa del puente en el noveno ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 78. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 78: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del noveno ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla* 61, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura* 79, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla* 62.

N º de Tuercas	Fi	ui	δ _i
	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	36x10 ⁻⁴	36x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10 ⁻⁴	71x10 ⁻⁴
3	9,65	34x10 ⁻⁴	105x10 ⁻⁴
4	12,87	32x10 ⁻⁴	137x10 ⁻⁴
5	16,09	33x10 ⁻⁴	170x10 ⁻⁴
6	19,31	29x10 ⁻⁴	199x10 ⁻⁴

Tabla 61: Valores de incremento de flecha y flecha del noveno ensayo.



Figura 79: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del noveno ensayo.

Constante de rigidez del puente K	966,79 [N/m]
Tabla 62: Valor de la constante de rigidez del	puente en el noveno ensayo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla* 63. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξi
0,7274	0,0002	0,1359	-1,4650	61,9800	9,8647	0,0402
1,0554	0,0004	0,1323	-0,3452	45,9900	7,3198	0,0377
1,3834	0,0006	0,1288	-0,6793	37,3300	5,9414	0,0471
1,7114	0,0004	0,1254	-0,4270	32,5900	5,1870	0,0379
2,0394	0,0005	0,1222	-0,4429	29,0500	4,6236	0,0370
2,3674	0,0005	0,1189	-0,1643	36,3200	5,7807	0,0348
2,6954	0,0006	0,1160	-0,7788	24,2200	3,8548	0,0353
	Masa total kg 0,7274 1,0554 1,3834 1,7114 2,0394 2,3674 2,6954	Masa total A _i m kg 0,0002 0,7274 0,0004 1,0554 0,0004 1,3834 0,0006 1,7114 0,0005 2,0394 0,0005 2,3674 0,0006	Masa total A _i m B _i m 0,7274 0,0002 0,1359 1,0554 0,0004 0,1323 1,3834 0,0006 0,1288 1,7114 0,0004 0,1254 2,0394 0,0005 0,1222 2,3674 0,0006 0,1189 2,6954 0,0006 0,1160	Masa total kg A _i m B _i m φ _i rad 0,7274 0,0002 0,1359 -1,4650 1,0554 0,0004 0,1323 -0,3452 1,3834 0,0006 0,1288 -0,6793 1,7114 0,0005 0,1254 -0,4270 2,0394 0,0005 0,1222 -0,4429 2,3674 0,0006 0,1160 -0,7788	Masa total kg A _i m B _i m φ _i rad ω _{ni} rad/s 0,7274 0,0002 0,1359 -1,4650 61,9800 1,0554 0,0004 0,1323 -0,3452 45,9900 1,3834 0,0006 0,1288 -0,6793 37,3300 1,7114 0,0005 0,1224 -0,4270 32,5900 2,0394 0,0005 0,1222 -0,4429 29,0500 2,3674 0,0006 0,1160 -0,7788 24,2200	Masa total kgA _i mB _i mφ _i radω _{ni} rad/sf _i Hz0,72740,00020,1359-1,465061,98009,86471,05540,00040,1323-0,345245,99007,31981,38340,00060,1288-0,679337,33005,94141,71140,00040,1224-0,427032,59005,18702,03940,00050,1222-0,442929,05004,62362,36740,00060,1169-0,778824,22003,8548

Tabla 63: Valores del ensayo dinámico del noveno ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

E·I	1948,85 [N m ²]
Tabla 64: Valor del producto	de $E \cdot I$ en el noveno ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 65.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7274	61,98	61,98	9,87	9,87	0,00%
0,3280	0,7274	44,62	45,99	7,11	7,32	2,66%
0,6560	0,7274	36,66	37,33	5,84	5,94	3,79%
0,9840	0,7274	31,85	32,59	5,07	5,19	3,51%
1,3120	0,7274	28,54	29,05	4,54	4,62	1,89%
1,6400	0,7274	26,08	36,32	4,15	5,78	1,71%
1,9680	0,7274	24,17	24,22	3,85	3,86	0,53%

Tabla 65: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del noveno ensayo.





4.13 Décimo ensayo variando la temperatura T= 13,9°C y Hm=1,5%.

Para el décimo ensayo variando las condiciones de temperatura se procedió a partir del noveno ensayo variando la humedad y la temperatura dejándolo secar de forma natural y enfriar durante todo un fin de semana desde el viernes a las 17:00 hasta el lunes a las 09:19 en la cual se procedió con este ensayo.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla* 66.

Temperatura ℃	Humedad Relativa	Humedad Madera	Masa Puente kg
13,9	39 %	1,5 %	0,7254

Tabla 66: Condiciones ambientales y masa del puente en el décimo ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura 80*. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza.



Figura 80: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del décimo ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla* 67, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura* 81, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla* 68.

N º de Tuercas	Fi	u _i	δ
N. UE IUEICAS	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	36x10 ⁻⁴	36x10 ⁻⁴
2	6,44	32x10 ⁻⁴	68x10 ⁻⁴
3	9,65	33x10 ⁻⁴	101x10 ⁻⁴
4	12,87	31x10 ⁻⁴	132x10 ⁻⁴
5	16,09	32x10 ⁻⁴	164x10 ⁻⁴
6	19,31	27x10 ⁻⁴	191x10 ⁻⁴

Tabla 67: Valores de incremento de flecha y flecha del décimo ensayo.



Figura 81: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del décimo ensayo.

Constante de rigidez del puente K	1007,80 [N/m]
Tabla 68: Valor de la constante de rigidez del	puente en el décimo ensayo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla* 69. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

N.º de Tuercas	Masa total kg	A _i m	B _i m	φ _i rad	ω _{ni} rad/s	f _i Hz	ξ _i
0	0,7254	0,0002	0,1375	-0,8530	63,7700	10,1496	0,0240
1	1,0534	0,0002	0,1339	-2,0550	47,1400	7,5028	0,0537
2	1,3814	0,0003	0,1307	-1,0770	39,1300	6,2279	0,0377
3	1,7094	0,0004	0,1274	-0,2277	33,6600	5,3573	0,0420
4	2,0374	0,0003	0,1243	-0,1991	30,0200	4,7780	0,0332
5	2,3654	0,0003	0,1211	0,0190	27,2100	4,3307	0,0370
6	2,6934	0,0006	0,1184	0,0019	24,9000	3,9631	0,0448

Tabla 69: Valores del ensayo dinámico del décimo ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

Ε·Ι	2057,38 [N m ²]
Tabla 70: Valor del producto	o de $E \cdot I$ en el décimo ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla 71*.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7254	63,77	63,77	10,15	10,15	0,00%
0,3280	0,7254	45,88	47,14	7,31	7,50	2,63%
0,6560	0,7254	37,68	39,13	6,00	6,23	3,65%
0,9840	0,7254	32,73	33,66	5,21	5,36	2,71%
1,3120	0,7254	29,33	30,02	4,67	4,78	2,26%
1,6400	0,7254	26,81	27,21	4,27	4,33	1,44%
1,9680	0,7254	24,84	24,90	3,96	3,96	0,20%

Tabla 71: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del décimo ensayo.





4.14 Estudio de la variación de las condiciones de temperatura.

Este ensayo se realizó a partir del décimo ensayo, en el cual se quería estudiar la variación de la flecha en un intervalo de tiempo, de la estructura sin cargas sometida a la variación de temperatura. Se procedió a registrar el comportamiento de la flecha como se muestra en la *Figura 82*.



Figura 82: Evolución de la flecha de la estructura en el laboratorio.

Este registro se realizó durante 4 horas como se muestra en la tabla X.X, en el cual se observa que la variación de la flecha tiene una variación en el orden de las decima de milímetro como se muestra en la *Tabla 72*, por lo que $1x10^{-4}$ m de variación se considera que la flecha se mantiene constante.

Tiempo [s]	Flecha [m]
0	13,76x10 ⁻²
1014	13,76x10 ⁻²
1126	13,76x10 ⁻²
2633	13,76x10 ⁻²
2742	13,75x10 ⁻²
2856	13,76x10 ⁻²
3213	13,75x10 ⁻²
Variación de la Flecha δ_i	1x10 ⁻⁴ m
Tabla 72: Variación de la flecha	do la ostructura on 1 horas

Tabla 72: Variación de la flecha de la estructura en 4 horas.





4.15 Undécimo ensayo variando la temperatura T= 21,2°C y Hm=1,5%.

Para el undécimo ensayo variando las condiciones de temperatura se procedió a partir del décimo ensayo variando la temperatura calentando el laboratorio durante 4 horas hasta las 13.11h en la cual se procedió con este ensayo.

Se procedió a medir todos los parámetros ambientales del ensayo como se muestra en la *Tabla 73*.

Temperatura	Humedad	Humedad	Masa Puente
℃	Relativa	Madera	kg
21,2	35 %	1,5 %	0,7025

Tabla 73: Condiciones ambientales y masa del puente en el undécimo ensayo.

Se procedió con el procedimiento anteriormente descrito para obtener la gráfica de variación de la flecha en un intervalo de tiempo, como se muestra en la *Figura* 83. En la cual se pueden observar las 7 vibraciones del puente comenzando por el experimento con 6 tuercas que como se observa está en el punto más bajo de la gráfica debido a que tiene mayor flecha por el peso que soporta. Se observa que en el último experimento solo vibra el puente y se estabiliza



Figura 83: Gráfica de la variación de la flecha en un intervalo de tiempo del undécimo ensayo.





A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 74*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura 84*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla 75*.

N º de Tuercas	Fi	u _i	δ _i
N. UE TUEICAS	Ν	m	m
0	0	0	0
1	3,22	36x10 ⁻⁴	36x10 ⁻⁴
2	6,44	35x10 ⁻⁴	71x10 ⁻⁴
3	9,65	35x10 ⁻⁴	106x10 ⁻⁴
4	12,87	35x10 ⁻⁴	141x10 ⁻⁴
5	16,09	33x10 ⁻⁴	174x10 ⁻⁴
6	19,31	30x10 ⁻⁴	204x10 ⁻⁴

Tabla 74: Valores de incremento de flecha y flecha del undécimo ensayo.



Figura 84: Gráfica de desplazamiento frente a la carga del undécimo ensayo.

Constante de rigidez del puente K	939,81 [N/m]
Tabla 75: Valor de la constante de rigidez del	puente en el undécimo ensavo.





Paralelamente se procedió a tabular los valores obtenidos en el ensayo dinámico obteniendo los valores de la oscilación forzada como se muestra en la *Tabla* 76. En ella la frecuencia propia de la estructura $\omega_n rad/s$ se pasa al dominio de las frecuencias f_n Hz. La cual va disminuyendo según se aumenta la masa, como cabe esperar debido a la ecuación 4.1 que correlaciona estas 2 variables, otro aspecto importante en este ensayo es que el coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico ξ tiene variaciones en el orden de las centésimas.

N.º de	Masa	A _i	B _i	$\boldsymbol{\varphi}_i$	ω _{ni}	f _i	Ţ
Tuercas	total kg	m	m	rad	rad/s	Hz	Si
0	0,7025	0,0004	0,1367	0,4181	62,0500	9,8759	0,0371
1	1,0305	0,0005	0,1331	0,9870	45,1300	7,1829	0,0642
2	1,3585	0,0004	0,1296	0,2526	37,4000	5,9526	0,0464
3	1,6865	0,0005	0,1261	-0,0047	32,2300	5,1297	0,0441
4	2,0145	0,0007	0,1226	0,0380	28,5100	4,5376	0,0469
5	2,3425	0,0006	0,1193	0,0179	25,7400	4,0968	0,0411
6	2,6705	0,0005	0,1163	-0,1062	23,8200	3,7912	0,0356

Tabla 76: Valores del ensayo dinámico del undécimo ensayo.

A partir de la ecuación 4.1 de la frecuencia natural ($\omega_{teorica}$) para una viga simplemente apoyada de 1 grado de libertad, podremos calcular de forma aproximada el valor del producto del módulo de elasticidad (E) y el momento de inercia (I) para el caso que no está cargado y así calcular diferencia de las frecuencias teóricas y las experimentales.

Ε·Ι	1886,31 [N m ²]
Tabla 77: Valor del producto de	e $E \cdot I$ en el undécimo ensayo.

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$, procedemos a calcular la frecuencia propia teórica para todos los casos y calcularemos el error cometido entre las frecuencias teóricas y las experimentales halladas presentadas en la *Tabla* 78.

Masa Tuercas (M _{i)} kg	Masa Puente (m _{b)} kg	ω Teórico rad/s	ω Experimental rad/s	f teórica Hz	f Experimental Hz	Error
0	0,7025	62,05	62,05	9,88	9,88	0,00%
0,3280	0,7025	44,30	45,13	7,05	7,18	1,80%
0,6560	0,7025	36,28	37,40	5,78	5,95	2,94%
0,9840	0,7025	31,47	32,23	5,01	5,13	2,30%
1,3120	0,7025	28,18	28,51	4,49	4,54	1,12%
1,6400	0,7025	25,74	25,74	4,10	4,10	0,00%
1,9680	0,7025	23,84	23,82	3,80	3,79	0,14%

Tabla 78: Valores de la frecuencia propia teórica y experimental del undécimo ensayo.



PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA







Capítulo 5 Modelado y Simulación

En este capítulo se va a tratar el modelado del puente mediante un software de elementos finitos el cual es SAP2000, para realizar la simulación y el ajuste, además se pretende realizar una guía para que futuros estudiantes puedan utilizarlo en posteriores TFG's.

5.1 Cómo modelar con SAP 2000.

5.1.1 Qué es SAP 2000.

Se define SAP2000 como un programa (Software) de cálculo estructural basado en elementos finitos. Con este programa se puede modelar y calcular cualquier tipo de estructura, de cualquier envergadura y complejidad; como características a destacar de este son que se puede definir cualquier tipo de material así como el tipo sección geométrica teniendo la posibilidad de variar completamente las propiedades mecánicas y geométricas de los mismos, motivo principal por el cual se optó por la utilización de este programa para este TFG, debido a que el prototipo del puente hecho con palitos de madera tiene secciónes variables además del tipo de material que al ser anisótropo presentaba cierta dificultad para definirlo en otros programas comerciales de cálculo de estructuras que están pensados en cumplir la norma y por este motivo no dejar variar las propiedades mecánicas de los materiales.

Este programa permite simular las distintas cargas que se puede presentar en la vida útil de una estructura de forma aislada o combinada, como son las cargas de viento, nieve, impactos, sismos entre otras muchas, otra característica de este programa es que nos permite utilizar factores de multiplicación para amplificar o reducir las cargas según el estudio que se quiera realizar.

El programa posee una amplia biblioteca de los tipos de perfiles estructurales utilizados comercialmente regidos por distintas normativas según el país o continente (europea, americana, china, etc.), se puede seleccionar el perfil normalizado que más se parezca al nuestro y tener la libertad de modificar la geometría libremente





5.1.2 Modelar con SAP2000.

En este apartado se empieza a elaborar la guía paso a paso para el modelado en SAP2000 en la cual se pretende explicar ampliamente todos los pasos seguidos para elaborar el modelo de un puente en celosía tipo Warren que es la estructura para estudiar en este TFG.

Como primer paso para iniciar el modelado de cualquier tipo de estructura tendremos que dirigirnos a la barra de herramientas en la esquina superior izquierda y seleccionar la pestaña /File/New Model/ como se muestra en la *Figura 85.*

File	Edit View Define Draw Se	elect Assign		Anlyze	Display	Design	Optio	ons	То	ols	He	lp	
2	New Model	Ctrl+N		Ð,			xz	yz	rt	٢z	tz	nv	Э
	Open	Ctrl+0					R						
	Save	Ctrl+S											
7	Save As	Ctrl+Shift+S											
	Import		•										
2	Export		•										
	Upload to CSI Cloud												
	Batch File Control												
	Create Video		•										
ŝ	Print Setup for Graphics			1									
	Print Graphics	Ctrl+P											
	Print Tables	Ctrl+Shift+T											
1	Report Setup												
lili	Create Report	Ctrl+Shift+R											
	Advanced Report Writer												
1	Capture Enhanced Metafile			1									
Fr	Capture Picture		•										
0	Modify/Show Project Information			1									
2	Modify/Show Comments and Log	Ctrl+Shift+C											
	Show Input/Log Files	Ctrl+Shift+F											
	tubo.sdb												
	warre2 menosE.sdb												
0	Exit												

Figura 85: Barra de herramientas de SAP 2000.

A continuación, nos abrirá una ventana en la cual nos aparecerán las diferentes opciones de modelado que presenta el programa como puede ser un modelo en 2D o 3D como se muestra en la *Figura 86*, tendremos que seleccionar las unidades del sistema internacional y para nuestro caso la opción /*Select Template/Grid Only/*. Como se puede apreciar el programa también nos presenta la opción /*2D Trusses*/ de elegir una celosía en 2D, pero esta opción se descartó porque es más complicado modificar los parámetros geométricos.







Figura 86: Ventana con las opciones de modelado según la tipología.

Una vez seleccionada la opción de /*Grid Only*/ se abre una ventana para la configuración de la malla como se muestra en la *Figura 87*, en la cual nos presentan 3 bloques a configurar, el primer bloque /*Number of Grid Lines*/ se refiere al número de líneas que presenta nuestra malla. En este caso trabajaremos en el plano XZ debido a que en el programa la gravedad actúa en la dirección del eje Z. Primero seleccionaremos el número de líneas que se presentan en el eje X el cual representa el número total de nudos de nuestra celosía en viga Warren que consta de 61 nudos, en el eje Y se selecciona 1 única línea debido a que no trabajaremos en esa dirección y nos es indiferente el número de líneas en esa dirección y por último en el eje Z pondremos un total de 2 líneas sobre las cuales irán el cordón superior y el cordón inferior.

El segundo bloque /**Grid Spacing**/ se refiere al espaciado entre el número de líneas definidas en el primer bloque en el cual introduciremos la distancia que habrá entre el número de nudos en cada dirección, en este caso al tener 61 nudos y una distancia total de 4,10 m la distancia a introducir es el resultado del cociente de 4.10 m entre 60 nudos que da como resultado 68,33x10⁻³ m, cabe destacar que a la hora de dividir los nudos no se tiene en cuenta el primer nudo ya que el programa ya lo tiene en cuenta como nudo de referencia; en el eje Z introduciremos la distancia entre las líneas medias de los cordones superior e inferior siendo ésta de 0,085 m y por último la distancia en el eje Y es indiferente sabiendo que tenemos un problema en el plano XZ.





Lesian C	ylindrical		
Coordinat	e System Nar	ne	
GLOB	AL		
Number o	f Crid Lines		
number o	I GIN LINES	(at a	
X directi	on	61	
Y directi	on	1	
Z directi	on	2	
sno spac	ing		
X directi	on	0,06833	
Y directi	ion	1,	
Z directi	on	0,085	
First Grid	Line Location		
X directi	on	0,	
Y directi	ion	0,	
Z directi	on	0,	

Figura 87: Opciones de mallado de SAP 2000.

Una vez aceptada la configuración se presenta el mallado requerido para realizar nuestra estructura como se muestra en la *Figura 88*. A partir de este punto cerraremos la vista del mallado en 3D y trabajaremos en la vista de 2D.



Figura 88: Representación del mallado en 2 dimensiones.





Se selecciona la vista del plano sobre el cual trabajaremos que en este caso es el plano XZ como se muestra en la *Figura* 89.

🐹 SA	AP2000 v20.	2.0 Ulti	mate	64-bit	- (Un	titled)																																											
File	Edit	View	Defi	ne	Draw	Se	lect	Ass	ign	Ana	lyze	Dis	play	D	esign	0	option	ns	Too	ls	Help																												
D		-	20	1	1	•	•	Q			Đ,	Q		18	3-d	xy	xz	2		9		<u>*</u>	4 1		4	赋			Г	1h	111	- no	1.	II	-	- -													
	X-Z	Plane (0 Y=0														_																																
	(8		9(29) E)(1 (Ť	C C	÷	(1 W		Ŷ				1 AD	1 AE				X					1 (AR)(1)	1) (1 1) (1)(1))(AW)		1 (AY	1 1		1(1 B
E						_							1	1			_		1					1			1		2	1	1				_		_	1				_	1				_		
			,	×																																													

Figura 89: Vista de perfil del mallado en 2 dimensiones.

El mallado también muestra una nomenclatura en orden alfabético en todos los nudos en cual ocultaremos haciendo clic con el botón derecho sobre la malla en la cual se desplegará una ventana con las opciones que se pueden modificar como se muestra en la *Figura* 90.En esta seleccionaremos la opción de /*Edit Grid Data*/ que abrirá otra ventana /*Coordinate/Grid Systems*/ la cual muestra los sistemas de referencia de los mallados realizados en nuestro caso al solo realizar uno se genera uno genérico con el nombre de GLOBAL el cual seleccionaremos y seguidamente haremos clic en /*Modify/Show Systems*/.



Figura 90: Ventana de configuración de mallado.

Esta desplegará una ventana donde se muestra toda la información del mallado realizado como se muestra en la *Figura 91*. Se puede observar toda la información, nomenclatura de cada nudo y la distancia entre ellos en cada eje.



PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA



X Define Grid System Data Grid Lines Quick Start Visibl Primary Primary Primary Primary Primary Add 0 Yes Yes Yes Yes Yes End End End End End 0 0.0683 0.1367 0.205 0.2733 0.3417 Delete Ordinates
Sp Grid Colo Line Type Visible But Add All Grid Line Delete Glue to Grid Lines ble Size 0.01 t to Default Color Z Grid Da Primary Add Delete OK Cancel

Figura 91: Ventana de características del mallado.

Con esta modificación se visualiza mejor el mallado realizado dejando todo listo para empezar a construir nuestra estructura como se muestra en la *Figura* 92.



Figura 92: Malla modificada vista en 2 dimensiones.

5.2 Definición del material.

Una vez establecida la malla procedemos a definir el material con el que trabajamos, que para este caso se definió como material la madera. Para este cometido nos dirigimos a la barra de herramientas pestaña /*materials*/ como se muestra en la *Figura* 93.



Figura 93: Selección de materiales en la barra de herramientas en SAP 2000.




La cual nos abrirá una ventana /**Define Materials**/ en la cual daremos clic en /**Add New Material**/ para añadir un nuevo material. Como se muestra en la *Figura 94* viene definido un material por defecto. Seguidamente se abrirá otra ventana en la cual tendremos que seleccionar la región del material y el tipo de material que para el caso en el que nos encontramos seleccionaremos /*Europe*/ y en tipo de material /*Other*/ ya que la opción de madera no está contemplada entre las posibles opciones a ser seleccionadas.



Figura 94: Ventana de definición de materiales.

A continuación, se mostrará la ventana de configuración del material que se conforma por 3 bloques como se muestra en la *Figura* 95. El primer bloque /**General Data**/ se refiere a la nomenclatura que queremos darle al material que en este caso solo modificaremos en nombre y escribiremos madera.

El segundo bloque se refiere al peso por unidad de volumen y la densidad del material que de momento dejáremos las que vienen por defecto; El tercer bloque se refiere a las propiedades mecánicas del material, como el módulo elástico E, el coeficiente de poisson U, el coeficiente de expansión térmica A y el módulo de cortadura G que dejaremos los valores establecidos por defecto ya que más adelante se comentará como modificar estos valores para validar el modelo.

General Data			
Material Name and Display C	olor	dera	
Material Type	Oth	ier ~	
Material Grade	L		
Material Notes		Modify/Show Notes	
Veight and Mass		Units	
Weight per Unit Volume	76972,86	N, m, C	~
Mass per Unit Volume	7849,0474		
sotropic Property Data			
Modulus Of Elasticity, E		1,999E+11	
Poisson, U		0,3	
Coefficient Of Thermal Expa	nsion, A	1,170E-05	
Shear Modulus, G		7,690E+10	
Switch To Advanced Prope	rty Display		

Figura 95: Ventana de características mecánicas del material.





5.3 Definición de las secciónes.

Una vez seleccionado el tipo de material que utilizaremos en la simulación, se procedió a definir las secciónes que en el caso de este TFG tenemos una sección rectangular establecidas por la geometría de los palitos de helado.

Para este cometido haremos clic en la pestaña /Define/Sección Properties/Frame Sections/ como se observa en la Figura 96.



Figura 96: Selección de la definición de la sección.

A continuación, se presentará una ventana como se observa en la *Figura* 97. /*Frame Properties*/ en la cual haremos clic en la opción /*Add New Property*/ debido a que no tenemos un perfil normalizado y en el tipo de sección seleccionaremos /*Rectangular*/.

perties	Click to:	Select Property Type		
nd this property:	Import New Property	Frame Section Property Type	Steel	~
	Add New Property	dd a Steel Section		
	Add Copy of Property		F	
	Modify/Show Property		T	L
	Delete Property	I/ Wide Flange C	Channel Tee	Angle
OK	Cancel	Double Angle Dout	sle Channel Pipe	Tube
			-	-1-
				I
		Rectangular	Dircular	Steel Joist

Figura 97: Ventana con todas las tipologías de sección.





Se presentará una ventana en la deberemos introducir los datos de la geometría, primero debemos establecer los tipos de secciónes que introduciremos que en el caso de este TFG comprende de dos tipos la sección 1 se establecerá para las diagonales del puente en la que se considera solo una barra de canto 0,01 m y canto de 0,002 m, para la sección 2 que se utilizara en los cordones superior e inferior se considera un solapamiento de 2 barras por lo que esta sección tendrá la misma medida de canto que la primera es decir 0,01 m pero con dobles espesor el cual se establecerá en 0,004 m. Como se observa en la *Figura 98* se nos muestra una ventana con 3 bloques, en el primer bloque /*Section Name*/ introduciremos los datos requeridos para cada tipo, en el cual el canto es denominado /*Depth*/ y el espesor /*Width*/ ambas medidas deberán ser introducidas en el sistema internacional de longitud (metros). Como último paso en el tercer bloque /*Material*/



Figura 98: Definición de las dimensiones de las secciónes rectangulares.





5.4 Simplificación del modelo.

En este apartado se definirá la simplificación de la estructura para su modelado partiendo de que se realizará un modelado en 2 dimensiones. Para este cometido solo se tendrá en cuenta la mitad de la estructura simplificándolo a una sola celosía tipo Warren estableciendo la sección 1 para las diagonales y la sección 2 para los cordones superior e inferior.

Se procede a dibujar la estructura como se muestra en la *Figura* 99 tendremos que dirigirnos a la barra de herramientas y hacer clic en la opción de /*Draw Frame/Cable*/.



Figura 99: Botón de dibujar secciónes o cables.

Una vez seleccionada esta opción solo tendremos que ir uniendo los nodos a partir del mallado previamente definido. Como se muestra en la *Figura 100* iremos uniendo los nodos para conseguir la geometría requerida. Primero se realizó el modelado de las diagonales seguido del cordón inferior y cordón superior en ese orden.

Figura 100: Proceso de dibujo de las celosías tipo Warren en dos dimensiones.





Para comprobar la orientación de las secciónes seleccionaremos en la barra de herramientas la pestaña /*Display Options/General Options/View Type* /*Extrude*/ como se muestra en la *Figura 101*, se comprueba que esta correctamente orientadas las secciónes tanto de los cordones superior e inferior como el de las diagonales.



Figura 101: Extrusión de la sección para representar la sección en 3 dimensiones.

A continuación, se procedió a diferenciar las secciónes en 2 grupos, el primero grupo compuesto por las diagonales de sección 1 definida previamente y los cordones de sección 2. Para este cometido tendremos que crear 2 grupos con lo que nos dirigiremos a la barra de herramientas a la pestaña /**Define/Groups**/ como se muestra en la *Figura 102*.



Figura 102: Definición de grupos desde la barra de herramientas.





Se presentará una ventana como la que se muestra en la *Figura 103* /**Define Group Names**/ en la cual deberemos crear los grupos requeridos por lo que seleccionaremos /**Add New Group**/ y nos presentará otra ventana llamada /**Group Definition**/ en la cual solo tendremos que indicar el nombre del grupo en /**Group Name**/ una vez definido el nombre daremos a la pestaña de OK y se creara el grupo, repetimos el procedimiento para añadir los dos grupos llamados Cordones y Diagonales.

Groups	Click to:					
ALL	Add New Group	Gro	iup Name	Cor	dones	
	Modify/Show Group					
	Modify Multiple Groups	Group	Uses	_		
	manuf manpa anapas		Selection	\checkmark	StaticNL Structure Stage	
	Delete Group		Section Cut Definition		Bridge Response Output	
	OK Cancel		Steel Frame Design Group		Auto Seismic Force Output	
			Concrete Frame Design Group		Auto Wind Force Output	
Define Group Namer			Aluminum Design Group			
Jenne Group Names			Cold Formed Design Group		Mass and Weight Output	
Groups	Click to:		Cheelell	la ah a ah A		
Cordones	Add New Group		Cilicore		M	
Diagonales	nyromonia roup				Display Color	
	Modify Multiple Groups		ОК	C	ancel	
	Delete Group	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				

Figura 103: Ventana de definición de grupos.

Seguidamente se procede a seleccionar los elementos que componen cada grupo, para este cometido nos dirigimos a la pestaña /Select/Select/Pointer Windows/. Como se muestra en la Figura 104.



Figura 104: Botón para seleccionar varias secciónes.

Podremos crear áreas de selección como las que se muestra en la *Figura 105* en las cuales tendremos que rodear completamente las secciónes que queremos que seleccionar, una vez seleccionadas nos aparecerá las barras seleccionadas con un trazo continuo y un x en las uniones de dichas barras.









Figura 105: Cordones superior e inferior seleccionados.

Una vez seleccionado las secciónes procederemos a asignar el grupo al que pertenecer definido previamente como se muestra en la *Figura 106* para este cometido nos dirigimos a la pestaña /*Assign/Assign to Group*/ el cual nos presentará una ventana /*Assign to Groups*/ en la cual deberemos seleccionar el nombre del grupo y dar a /*Apply*/, se repite el proceso para ambos grupos seleccionando primero los elementos y luego asignándolos al grupo que pertenecen.



Figura 106: Ventana de asignación de grupos.





Con los grupos creados nos será más fácil hacer modificaciones de propiedades geométrica o mecánica con solo indicar que grupo queremos modificar, esto en estructuras más complejas facilita el manejo de distintos tipos de secciónes. Como se observa en la *Figura 107* para este cometido nos dirigimos a la barra de herramientas /*Select/Select/Groups*/.



Figura 107: Botón de selección de grupos.

La cual nos mostrará una ventana llamada /Select by Groups/ como se muestra en la Figura 108 en la cual podremos indicar el grupo que queremos seleccionar con solo indicar el nombre y hacer clic en el botón /Select/ una vez realizada la operación se muestra el grupo seleccionado con un trazo de línea discontinua de color blanco que nos indica que esta seleccionado. También podemos seleccionar varios grupos con solo indicar en nombre y hacer clic en /Select/ o quitar uno de los grupos mencionado dando clic a /Deselect/.

Select by Groups	×	💢 Select by Groups	3
Filter	Clear Filter	Filter	Clear Filter
Groups		Groups	
Cordones		ALL	
Diagonales		Diagonales	
Select	Close	Select	Close
			8 8 8 8
ĸĸĸĸ	XXX	AAAA	ŇŇI

Figura 108: Selección de los grupos según el tipo, cordones y diagonales.





Para modificar las secciónes de los grupos nos dirigimos a la barra de herramientas a la pestaña /*Assign/Frame/Frame Sections*/ como se muestra en la Figura 109.

Assi	gn Analyze Display I	Design Options To	ols Help	
	loint	▶ L _{nv}	3 61 ▲ ♣ 號 ☑ 元 · □	17 17- nd
1	Frame	• I.,	Frame Sections	
C	Cable	1.	Property Modifiers	
~	Tendon	• 😰	Material Property Overwrites	
	Area	• d=	Releases/Partial Fixity	
đ	Solid	1 1/2	Local Axes	
×	Link/Support	· 2%	Reverse Connectivity	
3:	Joint Loads	• 🗊	End (Length) Offsets	
		0.00		

Figura 109: Botón de asignación de sección geométrica.

Nos mostrará una ventana /*Frame Properties*/ en la cual indicaremos con el grupo seleccionado la sección que le vamos a asignar previamente definido. Como se muestra en la *Figura 110* con cada grupo seleccionado le asignamos la sección que le corresponde, en el caso de las diagonales se le indica que es de tipo sección 1 (espesor simple) y para los cordones se indica que es de tipo sección 2 (espesor doble).



Figura 110: Asignación de sección geométrica por grupos.





Una vez asignadas las secciónes para cada tipo de grupo se comprueba que se allá hecho correctamente, para esto en la barra de herramientas nos dirigimos a la vista /**3-D**/ y se nos presentará la vista de la estructura como se muestra en la *Figura 111* en la cual comprobamos que los cordones tienen una sección doble y las diagonales una sección simple.



Figura 111: Extrusión de la celosía para la comprobación de secciónes geométricas.

5.5 Ajuste de las características del modelo 5.5.1 Simplificación Modelo 2D

Con toda la geometría definida previamente procederemos a modificar las características físicas y mecánicas del modelo con el fin de ajustar los resultados a los valores obtenidos experimentalmente, para este cometido tendremos que modificar la densidad del material y el módulo de elasticidad partiendo de la hipótesis de que hemos simplificado la estructura tridimensional a solo una celosía plana por lo representaría la mitad de la estructura teniendo en cuenta que la masa de los tableros superior e inferior se reparten para cada cercha.





El primer paso para ajustar la masa/peso del modelo para el problema estático solo tendremos en cuenta la masa de la estructura y ajustaremos la masa/peso para obtener las reacciones requeridas en los apoyos. Para esto nos dirigiremos a la barra de herramientas /*Run Analysis*/ que nos mostrará una ventana /*Set Load Cases to Run*/ como se observa en la *Figura 112* en la cual podremos seleccionar que tipo de caso queremos simular en la sección de /*Action*/ haciendo clic en /*Run/Do Not Run Case*/ en función de si se quiere o no simular cada caso. En nuestro caso daremos a simular el caso /*DEAD*/ y /*MODAL*/ haciendo clic en /*Run Now*/.

oad Cases to Run				×
	200			Click to:
ase name FAD	Type Linear Static	Not Run	Run	Run/Do Nut Run Gase
ODAL	Modal	Not Run	Run	Show Case
		Delete Reputs for Case		
			Run/Do Not Run All	
			Delete All Results	
				Show Load Case Tree
vsis Monitor Options				Model-Alive

Figura 112: Ventana de simulación de los distintos casos.

Una vez ejecutados los casos a simular nos dirigimos a la barra de herramientas al bloque que muestra la deformada y los esfuerzos y haremos clic en /Show Forces/Stresses/Joints/ como se muestra en la Figura 113 la cual nos mostrar una ventana /Display Joint Reactions/ en la cual deberemos indicar el caso que queremos que nos muestre que en nuestro caso es /DEAD/ (peso muerto) y en el bloque de /Display Types/ seleccionaremos /Arrows/ que nos mostrará los esfuerzos en forma de flechas como se muestra en la parte inferior izquierda de la figura. En la cual obtenemos una reacción de 17,45 [N] en cada apoyo, con este valor podremos modificar el peso para ajustarlo a nuestro modelo real.



Figura 113: Comprobación de las reacciones en los apoyos.





Con los valores de las reacciones verticales obtenidas procedemos a realizar la modificación de la masa de nuestra estructura para ajustar al de nuestro modelo real. Como se muestra en la *Figura 114* para este cometido nos dirigiremos a la barra de herramientas /**Define/Materials**/ la cual nos mostrará una ventana /**Define Materials**/ en la que deberemos seleccionar el material que queremos modificar haremos clic en /**Modify/Show Material**/ y nos mostrará otra ventana /**Material Property Data**/ en la cual observamos el valor por defecto que nos dio SAP2000 siendo el peso por unidad de volumen de 76.972,86 [N/m³] sabemos que con este valor obtenemos unas reacciones



verticales en los apoyos de valor 17,45 [N] y en total 34,90 [N].

Figura 114: Ventana de propiedades mecánicas del material.

Estableceremos el valor de la masa del puente el cual será fijado por el último ensayo realizado en el capítulo 4, como se muestra en la *Tabla* 79 el cual nos da una masa total de 0,7025 [Kg] y un peso total de 6,89 [N], por lo que cada apoyo soportaría la mitad del esfuerzo de valor 3,45 [N].

Con estos valores podremos hacer un cálculo rápido con una simple regla de 3, como se muestra en la *Tabla* 80, por el cual podremos despejar el valor de peso por unidad de volumen requerido.

Peso por unidad de Volumen	Reacción Vertical en cada apoyo
[N/m ³]	[N]
76 972,86	17,45
X	3,45

Tabla 79: Calculo del valor de masa por unidad de volumen con los datos definidos por defecto.





Peso por unidad de Volumen	Densidad
[N/m ³]	[kg/m ³]
15 218,13	7849,08

Tabla 80: Valor del peso por unidad de volumen para el modelo en 2 dimensiones.

Se observa que se obtiene un valor muy alto para un material como la madera, pero esta hipótesis es válida debido a que incluye la mitad del peso del tablero superior e inferior descrito anteriormente como principal hipótesis de la simplificación del modelo.

Con este valor nos dirigimos a /Define/Materials/Define Materials/ /Modify/Show Material/Material Property Data/ en la cual modificaremos el valor de peso por unidad de volumen de al valor calculado previamente de 15.218,13 [N/m³] como se muestra en la Figura 115.

Con este valor volvemos a ejecutar el modelo con el procedimiento anteriormente descrito, para comprobar que el valor de las reacciones se ajusta a nuestro modelo real. Como se observa en la *Figura 115* se obtiene el valor esperado para cada apoyo.

and the second second second		
General Data		Case/Combo Name DEAD Y
Material Name and Display Color	Madera	
Material Type	Other 🗸	
Material Grade		Multivalued Options
Material Notes	Modify/Show Notes	Step
Weight and Mass	Units	
Weight per Unit Volume 1521	8,13	Display Types
Mass per Unit Volume 7849	,0472	Arrows The land
Instanta Desarda Data		
Botropic Property Data	1 0005 - 11	Reset Form to Default Values
Modulus Of Elasticity, E	1,5552+11	Reset Form to Current Window Settings
Poisson, U		
Coefficient Of Thermal Expansion, A	7.0005-40	OK Close Apply
Shear Modulus, G	7,090E+10	
		ц ,
Switch To Advanced Broserty Displa		
_ Switch to Advanced Property Display	·	

Figura 115: Modificación de la masa por unidad de volumen y comprobación de las reacciones.

Una vez ajustado en el modelo estático procedemos a ajustar el valor del módulo de elasticidad de nuestro modelo para calcular la flecha para cada tipo de carga aplicada en el centro de la celosía.





Para este cometido procedemos a definir los estados de carga que varía en función del número de tuercas que se colocan sobre el puente, como se muestra en la *Figura 116* nos dirigimos a la barra de herramientas a la pestaña de /*Define/Load Patterns*/ la cu7al nos mostrará una ventana /*Define Load Patterns*/ en la cual tendremos que introducir el nombre de la carga en /*Load Pattern Name*/ el cual definimos como "F", en /*Type*/ seleccionamos "Other" y en /*Self Weight Multiplier*/ colocamos en valor de 1 que establece un factor multiplicativo en tanto por 1 (1 equivale al 100% de la carga). Una vez colocados todos los valores hacemos clic en /*Add New Load Pattern*/ con lo que se añade el patrón de carga a nuestra lista.

Materials	(€, €, 谢 🕴						
L Section Properties	•	Load Patterns		Self Weight	Autoriateral		Click To:
P Mass Source		Load Pattern Name	Туре	Multiplier	to ponom	_	Add New Load Pattern
Coordinate Systems/Grids	_	F	Other	~ 1		~	Modify Load Pattern
Joint Constraints		F	Other	1		-	Modify Lateral Load Pattern
Joint Patterns						•	Delete Load Pattern
Groups	_						Show Load Dattors Nation
Section Cuts						10.00	Show Load Pattern Notes
Generalized Displacements							ОК
Functions	•					_	Cancel
D Load Patterns							
E Load Cases							
Load Combinations							
L Moving Loads	•						
Named Property Sets	•						
Pushover Parameter Sets	•						
Named Sets							



A continuación, procedemos a definir casos de carga en los que podemos combinar distintos tipos de carga previamente definidos. En nuestro caso crearemos 6 casos de carga para establecer los 6 estados de carga estudiados en el capítulo 4 y presentados en la *Tabla 74*. Para crear estos casos nos dirigimos a la barra de herramientas /*Define/Load Cases*/ como se muestra en la *Figura 117*.



Figura 117: Botón de definición de los casos de carga.







Como se observa en la *Figura 118* se presentará una ventana llamada /*Define Load Cases*/ en la cual nos presenta las cargas definidas previamente /*Load Case*/ para definir un caso de carga haremos clic en /*Add New Load Case*/ que nos presentará otra ventana llamada /*Load Case Data*/ que se compone de 5 bloques, en el primero /*Load Case Name*/ deberemos introducir el nombre del caso de carga, en el tercer bloque /*Loads Appled*/ deberemos seleccionar el tipo de carga que queremos que se añada a este caso de carga, deberemos seleccionar primero /*Load Pattern*/ en /*Load Name*/ seleccionaremos el tipo de carga definido previamente que queremos añadir y por último la /*Scale Factor*/ que es el factor multiplicativo de la carga. Los bloques segundo, cuarto y quinto los dejaremos por defecto. Una vez finalizado todo o expuesto previamente haremos clic en /*OK*/ y se creara el estado de carga.

Load Case Name	Load Case Type		Click to:	F1 Set Def Name	Notes now	Static V Design.
dead Modal F	Linear Static Modal Linear Static	•	Add Copy of Load Case Modify/Show Load Case Delete Load Case	Stiffness to Use	included in the current	Analysis Type Linear Nonlinear Nonlinear Staged Construction
		۲	Display Load Cases Show Load Case Tree	Loads Appled Load Type Load Name Scale	Factor	Mass Source MSSBRC1
			OK Cancel	Load Pattern DEAD 1 Load Pattern F 1	Modity	

Figura 118: Ventana de configuración de los casos de carga.

Repetimos el proceso hasta definir todos los casos de carga, que para el objetivo de este proyecto se requieren 6, las cuales se presentan en la *Figura* 119 llamadas FX donde X representa el factor multiplicativo de la carga definida previamente como F.

oad Cases		Click to:
Load Case Name	Load Case Type	Add New Load Case
DEAD	Linear Static	
MODAL	Modal	Add Copy of Load Case
F	Linear Static	
F1	Linear Static	Modify/Show Load Case
F2 F3	Linear Static	
F3 F4	Linear Static	Delete Load Case
F5	Linear Static	
F6	Linear Static	Display Load Cases
		Show Load Case Tree

Figura 119: Ventana con todos los casos de carga añadidos.





Seguidamente procederemos a realizar los 6 estados de carga para comparar la flecha obtenida para cada una de ellas presentada en la *Tabla 74* del undécimo ensayo presentado en el capítulo 4.

Para este cometido tendremos que aplicar una carga de valor F en el medio de la estructura como se realizó en los ensayos reales del capítulo 4. Para seleccionar el punto de aplicación de la carga como se muestra en la *Figura 120* nos dirigimos a la barra de herramientas a la pestaña de /**Select/Select/Pointer/Window**/ y nos dirigimos al punto que queremos seleccionar que en este caso es el punto medio de la estructura se nos presentará una "X" en forma de línea blanca discontinua.



Figura 120: Selección del punto de carga en la sección media.

Con el punto seleccionado procedemos a asignar el tipo de carga que queremos para ese punto, para este cometido como se muestra en la *Figura 121* nos dirigimos a la barra de herramientas a la pestaña de /Assign/Joint Loads/Forces/.





Assi	gn Analyze Display	/ Design Options	Tools Help
*****	Joint Frame Cable Tendon	• • •	nv ೨ 63 含 \$ 55 2 15 • □ 17 17 • nd • I •
	Area Solid Link/Support	, , ,	
E .	Joint Loads Frame Loads	•	Displacements
J. 6	Cable Loads Tendon Loads	;	

Figura 121: Botón de asignación de cargas como fuerzas.

Se nos presentará una ventana como la que se muestra en la *Figura 122* llamada /*Assign Joint Forces*/ la cual presenta 3 bloques, en el primero bloque /*General*/ debemos seleccionar el tipo de carga a asignar que en este caso en la definida previamente con F, en el segundo bloque /*Forces*/ se nos presenta los 2 tipos de esfuerzos que podemos asignar que son la Fuerza en los 3 ejes y el Momento en los 3 ejes, para nuestro caso de estudio procedemos a asignar una fuerza de valor -3,22 [N] en el eje "Z" con valor negativo para indicar que la dirección de la fuerza es hacia abajo. Una vez asignado el tipo de carga y el valor daremos a aplicar y aparecerá la carga creada en forma de vector con su dirección y magnitud.



Figura 122: Asignación de la magnitud de la fuerza en el punto central y su representación.





Con la carga establecida en el punto deseado podemos iniciar la simulación de los distintos estados de carga, para esto nos dirigimos a la barra de herramientas para hacer clic en /*Run Analysis*/ el cual nos presentará una ventana como se muestra en la *Figura 123*. En la cual solo habilitaremos los casos que queremos estudiar, para el primer ensayo solo seleccionamos el caso de carga previamente definido como F1 el cual combinada la carga del peso propio (DEAD) y la carga de una fuerza (F) para lo cual haremos clic en /*Run/Do Not Run Case*/ y seguidamente iniciar la simulación dando clic en /*Run Now*/.

Con la simulación iniciado deberemos colocar el cursor sobre el punto del que requerimos los datos que para este proyecto es el punto intermedio denominado punto 33 el cual nos arroja el valor de la flecha en ese punto con un valor de $6x10^{-4}$ m.



Figura 123: Flecha obtenida con la simulación del caso F1.





Con el valor obtenido en la simulación del modelo procedemos a compararlo con el valor de flecha obtenido experimentalmente en el undécimo experimento presentado en el capítulo 4 y presentado en la *Tabla* 81. Con estos valores procedemos a ajustar el módulo de elasticidad (E) que dejamos con el valor por defecto como se muestra en la *Figura* 124.

Material Name and Display Color	Madera		
Material Type	Other		
Material Grade			
Material Notes	Modify/S	how Notes	
Weight and Mass		Units	
Weight per Unit Volume 1521	18,13	N, m, C 🔍	-
Mass per Unit Volume 1551	1,8174		
sotropic Property Data			
Modulus Of Elasticity, E		1,999E+11	
Poisson, U		0,3	
Coefficient Of Thermal Expansion, A		1,170E-05	
Shear Modulus, G		7,690E+10	

Figura 124: Valor predeterminado del módulo de elasticidad en SAP 2000.

Modelo	Modulo Elástico (E)	Flecha Obtenida
	[Pa]	[m]
Simulado	1,999x10 ¹¹	6x10 ⁻⁴
Experimental	Х	36x10-4

Tabla 81: Valores para calcular el módulo de elasticidad en el modelo de 2 dimensiones.

Para ajustar este valor tendremos que hacerlo por aproximación de prueba y error debido a que el módulo de elasticidad en una estructura en celosía no tiene una relación directa con la flecha que esta presenta.





Ajustando el módulo de elasticidad (E) del modelo para tratar de ajustar los valores experimentales del undécimo ensayo presentados en la *Tabla 82* se obtuvo un valor de:

Madala	Modulo Elástico (E)	Flecha Obtenida
WIOUEIO	[Pa]	[m]
Experimental	2,440x10 ¹⁰	204x10 ⁻⁴

Tabla 82: Valor de modulo elástico en el modelo de 2 dimensiones.

Una vez ajustado el módulo de elasticidad se procede a comprobar la flecha en el punto medio para los distintos casos de carga definidos previamente.



Figura 125: Valores de flecha obtenidas en el modelo de 2 dimensiones para el caso de 1,2 y 3 tuercas.







Figura 126: Valores de flecha obtenidas en el modelo de 2 dimensiones para el caso de 4,5 y 6 tuercas.

Como se observa en las *Figura 125* y *Figura 126* obtenemos los valores de la flecha en el punto medio del modelo simplificado 2D, obteniendo así la *Tabla 83* donde se procede a comparar los valores del modelo experimental y el modelo simulado.

N.º Tuercas	F _i	δ_i Experimental	δ_i Modelo 2D
	ניין	[111]	LIII
0	0	0	0
1	3,22	36x10 ⁻⁴	49x10 ⁻⁴
2	6,44	71x10 ⁻⁴	80x10 ⁻⁴
3	9,65	106x10-4	111x10-4
4	12,87	141x10 ⁻⁴	142x10-4
5	16,09	174x10-4	173x10-4
6	19,31	204x10-4	204x10-4

Tabla 83: Comparación de los valores de flecha obtenidos en el undécimo ensayo y el modelo en 2 dimensiones.

5.5.2 Simplificación del Modelo en 3 dimensiones.





A continuación, procedemos a modelar la estructura en las 3 dimensiones, para comprar los valores hallados en el modelo simplificado 2D y comprobar si la simplificación anterior es válida a la hora de modelar parámetros.

Para este cometido tendremos que modificar algunos parámetros del mallado en el cual tendremos que añadir una línea en nuestra cuadricula definida previamente, para esto haremos clic derecho /*Edit Grid Data/Modify/ Show System*/ el cual nos mostrará una ventana como la que se muestra en la *Figura 127* en la que tendremos que añadir una línea en el eje "Y", teniendo en cuenta siempre que las distancias que todo SAP 2000 son siempre la de las líneas medias de las secciones.

		1000						Grid Lines
System Nam	ne	GLC	BAL					Quick Start
Grid Data								
Grid ID	Ordinate (m)	Line Type	Visible	Bubble Loc	Grid Color	^		
A	0	Primary	Yes	End			Add	
В	0,0683	Primary	Yes	End				
С	0,1367	Primary	Yes	End			Delete	further with the second s
D	0,205	Primary	Yes	End				
E	0,2733	Primary	Yes	End				
F	0,3417	Primary	Yes	End				
-	0.41	n :	×			×		
Grid Data								Display Grids as
Grid ID	Ordinate (m)	Line Type	Visible	Bubble Loc	Grid Cold	or		Ordinates O Spacing
1	0	Primary	Yes	Start			Add	
2	0,11	Primary	Yes	Start		8		Hide All Grid Lines
					-		Delete	Glue to Grid Lines
								Bubble Size 0.01
Grid Data								Reset to Default Color
Grid Data Grid ID	Ordinate (m) Lin	е Туре	Visible	Bubble Loc			Reset to Default Color Reorder Ordinates
Grid Data	Ordinate (m) Lin Pi	ie Type rimary	Visible Yes	Bubble Loc End		Add	Reset to Default Color Reorder Ordinates
Grid Data Grid ID Z1 Z2	Ordinate (0 0,085	m) Lin Pi Pi	e Type imary	Visible Yes Yes	Bubble Loc End End		Add	Reset to Default Color Reorder Ordinates
Grid Data Grid ID Z1 Z2	Ordinate (0 0,085	m) Lin Pr Pr	ie Type imary imary	Visible Yes Yes	Bubble Loc End End		Add Delete	Reset to Default Color Reorder Ordinates
Grid Data Grid ID Z1 Z2	Ordinate (0 0,085	m) Lin Pi Pi	e Type imary imary	Visible Yes Yes	Bubble Loc End End	2	Add Delete	Reset to Default Color Reorder Ordinates

Figura 127: Ventana de características de mallado.





El cual nos mostrará el nuevo mallado como se muestra en la *Figura* 128, como se observa ahora tendremos un mallado para realizar una estructura en 3 dimensiones.



Figura 128: Malla modificada para el modelo de 3 dimensiones.

Una vez establecido el mallado en 3 dimensiones procedemos a dibujar la estructura como se explicó en el apartado anterior, tendremos que crear una celosía paralela a la existente con las mismas características y unas diagonales para los tableros superior e inferior como se muestra en la *Figura 12*9.

Market Marke

Figura 129: Estructura dibujada en 3 dimensiones.





Con la estructura ya dibujada, deberemos definir las secciónes como se hizo en el apartado anterior. Las los celosías laterales comparten las mismas caracteristicas es decir los cordones con el tipo de sección 2 (doble espesor) y las diagoles con tipo de sección 1 (espesor simple) definidas previamente en el partado anterior.

Ahora tendremos que definir un nuevo tipo de sección para las diagonales de los tableros superior e inferior las cuales son como las de sección tipo 1 es decir espesor simple con la única modificación que tendremos que intercambiar de posición el canto y sección debido a que estas barras tienen una disposición horizontal contraria al resto de la estructura que denominaremos Sección 3. Para este cometido nos digirimos a /*Frame Properties*/ en la cual haremos clic en la opción /*Add New Property*/ debido a que no tenemos un perfil normalizado, en el tipo de sección seleccionaremos /*Rectangular*/. Nos mostrará una ventana como la que se muestra en la *Figura 130* en la que deberemos introducir las características de la sección, como se explicó en el apartado anterior.



Figura 130: Definición de la sección para las diagonales del tablero superior e inferior.





Una vez definida las secciónes de la estructura con la geometría que le corresponde realizamos una comprobación de orientación de los perfiles, para comprobar la orientación de las secciónes seleccionaremos en la barra de herramientas la pestaña /*Display Options/General Options/View Type* /*Extrude*/ como se muestra en la *Figura 131*, se comprueba que esta correctamente orientadas las secciónes tanto de los cordones superior e inferior como el de las diagonales tanto laterales como las superiores e inferiores que tienen una orientación distinta.



Figura 131: Extrusión para la comprobación de la orientación de las secciónes en 3 dimensiones.

Con la estructura verificada procedemos a realizar el ajuste de la densidad del material para realizar el cálculo estático de reacción en los apoyos, cabe destacar que en una estructura de 3 dimensiones las reacciones no son iguales en todos los apoyos por lo que tendremos que realizar una equivalencia con la suma de todas las reacciones.

A diferencia del modelo simplificado en 2 dimensiones tendremos que realizar el ajuste con toda la masa del puente, como establecimos en el apartado anterior el valor de la masa del puente el cual será fijado por el undécimo ensayo realizado en el capítulo 4, como se muestra en la *Tabla* 73 el cual nos da una masa total de 0,7025 [Kg] y un peso total de 6,89 [N], por lo que el sumatorio de las reacciones de los apoyos no tendría que dar este valor.





Como se realizó en el apartado anterior se procede a realizar el ajuste para el cual obtenemos una densidad y un peso por unidad de volumen como el que se muestra en la *Figura 132* y presentados en la *Tabla 84*. El cual nos da el valor esperado de reacción en los apoyos que sumados nos da un valor de 6,89 [N].

💢 Material Property Data		×		
General Data Material Name and Display Color Material Type Material Grade Material Notes	Madera Other Value of Modify/Show Notes	-		
Weight and Mass Weight per Unit Volume 5568,397 Mass per Unit Volume 567,8189 Isotropic Property Data Modulus Of Elasticity, E Poisson, U	2,440E+10 0,3	0.		
Coefficient Of Thermal Expansion, A Shear Modulus, G	1,170E-05 9,385E+09	Ŧ		
Switch To Advanced Property Display	Cancel		1.65	RZ'I



Peso por unidad de Volumen	Densidad
[N/m ³]	[kg/m ³]
5568,40	567,82

Tabla 84: Valores del peso por unidad de volumen y densidad para el modelo de 3 dimensiones.





Seguidamente procederemos a realizar los 6 estados de carga, como se realizó en modelo simplificado en 2 dimensiones tendremos que definir la carga de una tuerca con valor 3,22 [N] que en este caso al ser un modelo tridimensional se dividirá por partes igual en los puntos medios de ambas celosías y les corresponderá una carga de 1,61 [N], con los puntos seleccionados procedemos a asignar el tipo de carga que queremos para estos puntos, para este cometido como se muestra en la *Figura* 133 nos dirigimos a la barra de herramientas a la pestaña de /*Assign/Joint Loads/Forces*/.



Figura 133: Botón de asignación de cargas como fuerzas.

Se nos presentará una ventana como la que se muestra en la *Figura* 134 llamada /**Assign Joint Forces**/ en el segundo bloque /**Forces**/ se nos presenta los 2 tipos de esfuerzos que podemos asignar que son la Fuerza en los 3 ejes y el Momento en los 3 ejes, para nuestro caso de estudio procedemos a asignar una fuerza de valor -1,61 [N] en el eje "Z" con valor negativo para indicar que la dirección de la fuerza es hacia abajo. Una vez asignado el tipo de carga y el valor daremos a aplicar y aparecerá la carga creada en forma de vector con su dirección y magnitud.



Figura 134: Aplicación de la carga distribuida por igual en las 2 secciónes centrales de las celosías.





Con la carga establecida en los puntos deseado podemos iniciar la simulación de los distintos estados de carga, para esto nos dirigimos a la barra de herramientas para hacer clic en /*Run Analysis*/ el cual nos presentará una ventana como se muestra en la *Figura 135*. En la cual solo habilitaremos los casos que queremos estudiar, para el primer ensayo solo seleccionamos el caso de carga previamente definido como F1 el cual combinada la carga del peso propio (DEAD) y la carga de una fuerza (F) para lo cual haremos clic en /*Run/Do Not Run Case*/ y seguidamente iniciar la simulación dando clic en /*Run Now*/.

Case Name	Туре	Status	Action	Run/Do Not Run (Case
DEAD	Linear Static	Not Run	Do not Run	Change Cares	
	Lincor Statio	Not Dup	Do not Run	Show Case	
	Linear Static	Finished	Run	e Results for	Case
3	Linear Static	Not Run	Do not Run	Due De Net Due	A 11
4	Linear Static	Not Run	Do not Run	RUN/DO NOT RUN	All
6	Linear Static	Not Run	Do not Run	Delete All Resu	lts
				Show Load Case	Tree
alysis Monitor Option	s			Model-Alive	
Always Show				Run Now	
Never Show				a second s	
Show After 4	seconds			ОК	Cancel
		hard			
			Pt Obj: 33 Pt Elm: 33 VI = 7 88E-05 V3 = -0.0025 R2 = 2E-05 R3 = -4.336E-06		
		Pi Din 122	Pt Obj: 33 Pt Em: 33 U1 = 7 68E-05 U3 = -0.0025 R2 = 2E-05 R3 = -4.336E-06		
		P(Ob): 92 P(TEIm: 92 U1 = 7 882E-05 U3 = 0 - 7 882E-05 C3 = -0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 -	Pi OB; 33 Pi OB; 33 UI = 7 88E-05 UI = 7 88E-05 CI = 4 336E-06 CI = 4 336E-06		

Figura 135: Simulación de caso de 1 tuerca y comprobación de la flecha en la sección central en el modelo de 3 dimensiones.





Con la simulación iniciada deberemos colocar el cursor sobre el punto del que requerimos los datos que para este proyecto son los puntos intermedios denominados punto 33 y 92 puntos que nos da el valor de la flecha en esos puntos con un valor de 0,0025 m.

Partiendo del valor de módulo de elasticidad definido en el modelo de 2 dimensiones mostrado en la *Figura 136* se realizó el ajuste.

Material Type Other Material Grade	Material Name and Display Color	M	adera			
Material Grade Material Notes Modify/Show Notes Weight and Mass Weight and Mass Weight per Unit Volume 5568,397 Mass per Unit Volume 567,8185 Sotropic Property Data Modulus Of Elasticity, E 2,440E+10 Poisson, O Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G	Material Type	C	ther		\sim	
Material Notes Modify/Show Notes Weight and Mass Units Weight per Unit Volume 5568,397 Mass per Unit Volume 567,6185 sotropic Property Data Modulus Of Elasticity, E Polsson, 0 0.3 Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G 4,765E+09	Material Grade	L				
Weight and Mass Units Weight per Unit Volume 5568,397 Mass per Unit Volume 567,8185 sotropic Property Data	Material Notes		Modify/S	Show Notes		
Weight per Unit Volume 5568,397 N, m, C Mass per Unit Volume 567,8185 Notwork Service Action of the Service	Weight and Mass			Units		
Mass per Unit Volume 567,8185 sotropic Property Data Modulus Of Elasticity, E 2,440E+10 POISSON, 0 0,3 Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G 4,765E+09	Weight per Unit Volume	5568,397		N, m, C	~	
sotropic Property Data Modulus Of Elasticity, E 2,440E+10 POISSON, U U.3 Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G 4,765E+09	Mass per Unit Volume	567,8185				
Modulus Of Elasticity, E 2,440E+10 Poisson, 0 0,3 Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G 4,765E+09	sotropic Property Data				1	
PUISSUII, 0 0.3 Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G 4,765E+09	Modulus Of Elasticity, E			2,440E+10		
Coefficient Of Thermal Expansion, A 1,170E-05 Shear Modulus, G 4,765E+09	Poisson, u			0,5		
Shear Modulus, G 4,765E+09	Coefficient Of Thermal Expansio	in, A		1,170E-05		
	Shear Modulus, G			4,765E+09		

Figura 136: Valor del módulo de elasticidad predefinido por el modelo de 2 dimensiones.

Como se muestra en la *Tabla* 85 buscaré un valor que nos aproxime el valor de la flecha obtenida experimentalmente.

Modelo	Modulo Elástico (E)	Flecha Obtenida
	[Pa]	[m]
Simulado	2,440x10 ¹⁰	25x10 ⁻⁴
Experimental	Х	36x10-4

Tabla 85: Valores de flecha para calcular el valor del módulo de elasticidad para el modelo en3 dimensiones.

Para ajustar este valor tendremos que hacerlo por aproximación de prueba y error debido a que el módulo de elasticidad en una estructura en celosía no tiene una relación directa con la flecha que esta presenta.





Ajustando el módulo de elasticidad (E) del modelo para tratar de ajustar los valores experimentales del undécimo ensayo presentados en la *Tabla* 86 se obtuvo un valor de:

Modelo	Modulo Elástico (E)	Flecha Obtenida
	[Pa]	[m]
Experimental	1,239x10 ¹⁰	204x10 ⁻⁴
		-

Tabla 86: Valor del módulo de elasticidad obtenido para el modelo en 3 dimensiones.

Una vez ajustado el módulo de elasticidad se procede a comprobar la flecha en el punto medio para los distintos casos de carga definidos previamente.



Figura 137: Valores de flecha obtenidos en el modelo de 3 dimensiones para el caso de 1,2 y 3 tuercas.







Figura 138: Valores de flecha obtenidos en el modelo de 3 dimensiones para el caso de 4,5 y 6 tuercas.

Como se observa en las *Figura 137* y *Figura 138* obtenemos los valores de la flecha en el punto medio del modelo 3D, obteniendo así la *Tabla 87* donde se procede a comparar los valores del modelo experimental y el modelo simulado.

N.º Tuercas	Fi	δ_i Experimental	δ_i Modelo 3D	
	[N]	[m]	[m]	
0	0	0	0	
1	3,22	36 x10 ⁻⁴	49 x10 ⁻⁴	
2	6,44	71 x10-4	80 x10 ⁻⁴	
3	9,65	106 x10-4	111 x10-4	
4	12,87	141 x10 ⁻⁴	142 x10 ⁻⁴	
5	16,09	174 x10-4	173 x10 ⁻⁴	
6	19,31	204 x10-4	204 x10-4	

Tabla 87: Comparación de los valores de flecha obtenidos en el undécimo ensayo y el modelo en 3 dimensiones.





5.5.3 Comparación de los modelos simplificados.

A continuación, se presenta los resultados obtenidos en el capítulo de simulación de los modelos tanto simplificado en 2 Dimensiones y el modelo real en 3 Dimensiones como se muestra en la *Tabla* 88.

Modelo simplificado	Modulo Elástico (E) [Pa]	Peso por unidad de Volumen [N/m ³]	Densidad [kg/m³]
2-D	2,440x10 ¹⁰	15 218,13	1551,82
3-D	1,239 x10 ¹⁰	5568,39	567,82

Tabla 88: Valores de las propiedades mecánicas obtenidas para el modelo de 2 y 3 dimensiones.

Se observa que para el modelo simulado en 3 dimensiones se obtienen unos valores coherentes del módulo de elasticidad (E) y una densidad que está dentro de un rango aceptable para el material estudiado (conjunto madera y pegamento).

En la *Tabla* 89 se muestra los valores de flecha obtenido a partir de los valores establecidos y mostrado en la *Tabla* 88 anteriormente presentada, en los cuales se compara ambos modelos simulados con los valores obtenidos experimentalmente en el undécimo ensayo. Para lo cual se ajustó el valor para la mayor flecha presentada en el caso que el puente está cargado con 6 tuercas.

Se observa que la flecha no se ajusta con precisión en todos los casos, pero el orden de variación es del orden de las décimas de milímetro por lo que se puede dar por válida esta simulación.

N.º de	Fi	δ _i	δ_i Modelo	δ_i Modelo	
Tuercas	[N]	Experimental	2D	3D	
		[m]	[m]	[m]	
0	0	0	0	0	
1	3,22	36 x10-4	49 x10-4	49 x10-4	
2	6,44	71 x10 ⁻⁴	80 x10 ⁻⁴	80 x10 ⁻⁴	
3	9,65	106 x10-4	111 x10-4	111 x10-4	
4	12,87	141 x10-4	142 x10 ⁻⁴	142 x10 ⁻⁴	
5	16,09	174 x10-4	173 x10-4	173 x10-4	
6	19,31	204 x10-4	204 x10 ⁻⁴	204 x10 ⁻⁴	

Tabla 89: Comparación de los valores de flecha obtenidos en el undécimo ensayo los obtenidos en la simulación de los modelos de 2 y 3 dimensiones.





Capítulo 6 Conclusiones y Líneas de Futuro

En este capítulo se presentará los resultados obtenidos en todos los ensayos llevados a cabo durante el desarrollo de este TFG, así como la exposición de los objetivos cumplidos.

Se comentarán los valores obtenidos, las posibles causas que a estos afecta y cómo desarrollar estudios en posibles líneas futuras de investigación.

6.1 Objetivos.

Los objetivos propuestos en el capítulo 1 para el desarrollo de este TFG se exponen a continuación:

El objetivo de desarrollar el prototipado de la estructura se cumplió en todos los casos, primero con la realización de los 2 puentes mellizos planteados inicialmente para realizar el desarrollo de este TFG, así como la posterior unión que dio la obtención de la estructura final expuesta en el capítulo 3 con la que se realizaron los estudios para este TFG.

Se ha cumplido el objetivo de crear una guía para que futuros estudiantes puedan realizar este tipo de estudio en todo tipo de estructuras, el procesamiento de los datos en Matlab, como el modelado de estructuras en SAP 2000.

Se consiguió el objetivo de modelar la estructura en SAP 2000, se realizó para dos casos, primero en la simplificación del modelo en 2 dimensiones y posteriormente el modelo en 3 dimensiones para así obtener los parámetros establecidos por el modelo experimental y compararlos.

El objetivo de caracterizar el material utilizado (madera + pegamento) en la experimentación se consiguió mediante el ajuste del modelo en SAP 2000 consiguiendo valores lógicos para las características mecánicas del material a ensayar expuestos en el capítulo 5 en los que obtuvieron la densidad del material como el módulo de elasticidad de la estructura.





6.2 Conclusiones.

Este apartado presentará los valores obtenidos durante la fase de experimentación presentada en el capítulo 4 y llevada a cabo durante el desarrollo de este TFG.

Este apartado cobra principal importancia debido a que representa el objetivo principal de investigación y desarrollo de este TFG el cual pretende caracterizar las propiedades mecánicas, las frecuencias propias de la estructura y los coeficientes de amortiguamiento del material (Madera y Pegamento) medido como conjunto y que por el cual no podremos aislar conclusiones de dependencias de las propiedades de la madera con la temperatura y humedad como era uno de los objetivos.

6.2.1 Condiciones Ambientales y Humedad en los ensayos.

En este apartado se presenta en la *Tabla* 90 las condiciones ambientales y de humedad a la hora de realizar los ensayos que posteriormente nos servirán para establecer una relación con los datos obtenidos, presentándose así las variables más importantes durante los ensayos.

N.º de Ensayo	Temperatura [°C]	Humedad Relativa	Humedad Madera	Masa Puente [Kg]
1er Ensayo	19,5	39 %	0 %	0,7025
2do Ensayo	21,4	33 %	61%	0,7399
3er Ensayo	21,6	33 %	54 %	0,7379
4to Ensayo	21,6	33 %	52 %	0,7353
5to Ensayo	19,9	32 %	4 %	0,7167
6to Ensayo	19,9	43 %	60,6 %	0,7389
7mo Ensayo	19,9	44 %	54,6 %	0,7339
8vo Ensayo	19,8	42 %	51,2 %	0,7286
9no Ensayo	19,8	41%	45,6 %	0,7274
10mo Ensayo	13,9	39 %	1.5 %	0,7254
11mo Ensayo	21,2	35 %	1,5 %	0,7025

Tabla 90: Condiciones ambientales y masa del puente en todos los ensayos.





6.2.2 Constate de Rigidez de la estructura.

Ensayo	Constante de rigidez	Condiciones
	del puente [K]	Ambientales y
		Humedad
1er Ensayo	1.239,10 [N/m]	T ^{ra} Ambiente 20 °C
		Humedad Madera 0%
2do Ensayo	943,95 [N/m]	Humedad Madera 61%
3er Ensayo	960,83 [N/m]	Humedad Madera 54%
4to Ensayo	962,75 [N/m]	Humedad Madera 52%
5to Ensayo	943,66 [N/m]	Humedad Madera 4%
6to Ensayo	942,60 [N/m]	Humedad Madera 61%
7mo Ensayo	930,88 [N/m]	Humedad Madera 54%
8vo Ensayo	959,53 [N/m]	Humedad Madera 51%
9no Ensayo	966,79 [N/m]	Humedad Madera 47%
10mo Ensayo	1.007,80 [N/m]	T ^{ra} Ambiente 14 °C
11mo Ensayo	939,81 [N/m]	T ^{ra} Ambiente 21 °C

A continuación, se presenta una *Tabla 91* con todos los valores obtenidos durante los 11 ensayos realizados.

Tabla 91: Valores de la constante de rigidez obtenidos.

Como se muestra en la *Figura* 139 se obtiene una rigidez media de valor K= 981,61 [N/m] con un coeficiente de correlación R²= 99,93 %, como se observa se muestra un valor que claramente se aleja del resto siendo esta la gráfica del primer ensayo en el cual no se había modificado la humedad del material por lo que la estructura presentaba mayor rigidez, también se puede apreciar que la rigidez de la estructura ha descendido claramente al modificar la humedad en el material.



Figura 139: Gráfica de comparación de las constantes de rigidez de los ensayos estáticos.





6.2.3 Frecuencias Propias del Sistema.

f _{<i>i</i>} [Hz]							
	N.º Tuercas						
Ensayo	0	1	2	3	4	5	6
1er	10,0191	7,1924	5,8762	5,1456	4,5742	4,2145	3,9249
2do	9,9210	7,3691	6,0799	5,1536	4,6936	4,1302	3,6893
Зro	9,8679	7,3755	5,9160	5,1791	4,6204	4,0840	3,7323
4to	9,9029	7,3516	6,0178	5,2427	4,6634	4,2321	3,8230
5to	9,5671	7,1240	5,8475	5,1122	4,2400	4,0108	3,7323
6to	9,8902	7,4184	6,1133	5,2730	4,6873	4,2432	3,8962
7mo	10,0318	7,3946	6,0210	5,1727	4,6586	4,2114	3,8867
8vo	9,9538	7,2991	6,0672	5,2555	4,6315	4,2257	3,8692
9no	9,8647	7,3198	5,9414	5,1870	4,6236	4,7807	3,8548
10mo	10,1496	7,5028	6,2279	5,3573	4,7780	4,3307	3,9631
11mo	9,8759	7,1829	5,9526	5,1297	4,5376	4,0968	3,7912

En este apartado se muestra uno de los valores de principal estudio de este TFG, Como se observa en la *Tabla* 92.

Tabla 92: Valores de la frecuencia obtenida en los ensayos para todos los casos de carga.

Como se presentó en el capítulo 4 la frecuencia natural tiene una dependencia con la masa del sistema, la cual se comprobó utilizando la *ecuación 4.1* en la que ajusta los valores teóricos con los experimentales obtenidos en la parte experimental de este TFG.

Como se observa en la *Tabla 92* la frecuencia natural disminuye con la temperatura en condiciones secas, lo que podría indicar que la rigidez y por consecuencia el módulo de elasticidad también se ven disminuidos con la temperatura.




6.2.4 Coeficientes de Amortiguamiento.

En este apartado se muestra uno de los valores de principal estudio de este TFG, Como se observa en la *Tabla* 93.

ξ							
N.º Tuercas							
Ensayo	0	1	2	3	4	5	6
1er	0,0353	0,0335	0,0341	0,0358	0,0344	0,0355	0,0372
2do	0,0272	0,0361	0,0368	0,0467	0,0344	0,0474	0,0867
Зro	0,0266	0,0324	0,0554	0,0503	0,0446	0,0523	0,0678
4to	0,0247	0,0303	0,0364	0,0332	0,0345	0,0367	0,0522
5to	0,0305	0,0552	0,0453	0,0378	0,0982	0,0750	0,0603
6to	0,0392	0,0355	0,0338	0,0325	0,0337	0,0355	0,0344
7mo	0,0250	0,0344	0,0442	0,0576	0,0426	0,0450	0,0447
8vo	0,0286	0,0399	0,0392	0,0375	0,0445	0,0349	0,0394
9no	0,0402	0,0377	0,0471	0,0379	0,0370	0,0348	0,0353
10mo	0,0240	0,0537	0,0377	0,0420	0,0332	0,0370	0,0448
11mo	0,0371	0,0642	0,0464	0,0441	0,0469	0,0411	0,0356

Tabla 93: Valores del coeficiente de amortiguamiento respecto al crítico obtenidos en los ensayos para todos los casos de carga.

Como se muestra en la *Tabla* 93 los valores para el coeficiente de amortiguamiento podemos concluir que no se ven afectados por los parámetros estudiados (masa, humedad y temperatura), ya que estos no presentan una tendencia o variación clara respecto a estas variables.





6.2 Líneas futuras

Para posteriores estudios se proponen las siguientes consideraciones a fin de obtener datos más característicos de la madera y su comportamiento en estructuras.

Se propone realizar los mismos estudios con mejores medios, es decir mejores aparatos de medición como puede ser el higrómetro y termómetro, tener un entorno más controlado de volumen más reducido que se puede conseguir mediante una cámara climática la cual nos permitirá tener más rango de variables ambientales y tener controladas todas estas variables ambientales y realizar contrastes más significativos de variables como la temperatura que se podrá variar entre -20 °C y 50 °C y combinarlo con variaciones de humedad en un rango de 0% al 100% de humedad en la madera.

Respecto al material se propone utilizar una viga de madera maciza, para así poder caracterizar mejor las propiedades mecánicas de la madera y el comportamiento estructural que esta presenta al someterse a distintos cambios ambientales y sometido a cargas variables, para así poder sacar conclusiones más claras sobre este material sin dependencia de otro material que se pueda utilizar al realizar la unión de una estructura.





Bibliografía y webgrafía

Bibliografía

- Balachandran, B. Vibrations. Thomson (2006). ISBN 970-686-495-4. I/Bc 534.-BALvib.
- Thompson, W.T. Theory of Vibration with applications. 4^a ed. Chapman & Hall (1993).
 ISBN 01391532333. I/Bc 531.1-THOthe.
- Kelly, S.G. Mechanical Vibrations. Mc Graw Hill (1996). ISBN 0078442664.
- Inman, D.J. Engineering vibration. Pearson Prentice-Hall, 3^a ed. (2009). ISBN 0131919415. I/Bc 534.-INMeng.
- Weaver, W. Timoshenko, S.P. Young, D.H. Vibration Problems in Engineering. John Wiley and Sons (1990).
 ISBN 047163228.

Webgrafía:

[1] Simulación mediante elementos tipo barra de maquetas de estructuras tridimensionales. Enlace: <u>https://uvadoc.uva.es/</u>. Fecha de la última consulta: mayo de 2019.

[2] Manual técnico de formación para la caracterización de madera de uso estructural. Enlace: <u>http://normadera.tknika.net</u>. Fecha de la última consulta: mayo de 2019.

[3] Características de la madera como material estructural. Enlace: <u>http://mizuage.es</u>. Fecha de la última consulta: mayo de 2019.

[4] Madera laminada encolada. Enlace: <u>http://infomader.net/</u>. Fecha de la última consulta: mayo de 2019.

[5] Asociación española del comercio e industria de la madera. Enlace: <u>http://aeim.org/</u>. Fecha de la última consulta: mayo de 2019.





[6] Bruel & Kjaer Beyond Measure. Enlace: <u>https://www.bksv.com/es-ES</u>. Fecha de la última consulta: mayo de 2019.





Anexos



PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA







Anexo 1: Puentes mellizos

Este anexo sucedió a partir del planteamiento inicial de realizar el estudio rigidez de los 2 puentes mellizos planteados inicialmente, con el cual se pretendía realizar todos los estudios de este TFG. Estos puentes presentaban características similares con una luz de 1,62 m y un peso de 0,27 kilogramos en ambos casos; cabe destacar que coincidían exactamente tanto en luz salvada como en el peso de cada uno de ellos.



Figura 140: Puentes mellizos.

A consecuencia de que los puentes mellizos resultaron muy rígidos para realizar los ensayos dinámicos se procedió posteriormente a unirlos y realizar uno de mayor luz con un total de 4,10 m y un peso de 0,7025 kilogramos.



Figura 141: Estructura final del puente de 4,10 m de luz.







1.1.-Ensayo de obtención de rigidez en los puentes mellizos.

Para este apartado se realizó el estudio de la rigidez de los 2 puentes mellizos construidos inicialmente, en el cual se procedió a realizar un ensayo estático el cual consistía en cargar el puente con unas tuercas que tienen una masa de 0,328 kg, con las cuales cargaremos el puente con hasta 9 tuercas en la sección media que representa el caso más desfavorable y se estimará la rigidez tomando los valores de la flecha δ y la fuerza **F** aplicada en los 10 casos como se muestra en la *Figura 143* en la cual se parte del puente sin carga que presenta el caso más desfavorable y tuercas el cual presenta el caso más desfavorable que representa el carga de las 9 tuercas el cual presenta el caso más desfavorable que presentará la mayor flecha. Este procedimiento se repitió 3 veces para cada uno de los puentes.



Figura 142: Desplazamiento de una viga sometida a una carga en la sección media y obtención de la flecha.



Figura 143: Puente mellizo cargado con 9 tuercas.



PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA





Figura 144: Vista en detalle del puente mellizo cargado con 9 tuercas.





1.1.1. Puente mellizo 1.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos del ensayo estático del primero puente mellizo que se realizaron en condiciones normales del laboratorio en la cual se midieron la temperatura, humedad relativa del ambiente y la humedad de la madera como se muestra en la *Tabla* 94.

Temperatura	Humedad	Humedad	Peso Puente
℃	Relativa	Madera	kg
18,1	39 %	0 %	0,270

Tabla 94: Condiciones ambientales y masa del puente mellizo 1.

A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en los 3 ensayos estáticos llevados a cabo como se muestra en la *Tabla* 95, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza **F** N y la flecha δ m como se observa en la *Figura* 145, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente **K** N/m que se muestra en la *Tabla* 96.

N.º Tuercas	Fi	δ_{1_i}	δ _{2i}	δ _{3i}
	N	m	m	m
0	0	0	0	0
1	3,22	3x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁴
2	6,44	5x10 ⁻⁴	4x10 ⁻⁴	4x10 ⁻⁴
3	9,65	7x10 ⁻⁴	6x10 ⁻⁴	6x10 ⁻⁴
4	12,87	9x10 ⁻⁴	8x10 ⁻⁴	8x10 ⁻⁴
5	16,09	11x10 ⁻⁴	10x10 ⁻⁴	10x10 ⁻⁴
6	19,31	14x10 ⁻⁴	13x10 ⁻⁴	13x10 ⁻⁴
7	22,52	16x10 ⁻⁴	15x10 ⁻⁴	15x10 ⁻⁴
8	25,74	18x10 ⁻⁴	17x10 ⁻⁴	17x10 ⁻⁴
9	28,96	20x10 ⁻⁴	19x10 ⁻⁴	19x10 ⁻⁴

Tabla 95: Valores de flecha frente a las cargas obtenidos en los 3 ensayos estáticos del puente mellizo 1.

Constante Rigidez	Κı	K ₂	Кз	K _{media}	
	N/m	N/m	N/m	N/m	
Puente 1	14 597	14 972	14 972	14 847	

Tabla 96: Valores de la constante de rigidez obtenidos en el puente mellizo 1 y el valor medio obtenido.







Figura 145: Gráfica de la flecha frente a las cargas del puente mellizo 1.





1.1.2 Puente mellizo 2.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos del ensayo estático del segundo puente mellizo que se realizaron en condiciones normales del laboratorio en la cual se midieron la temperatura, humedad relativa del ambiente y la humedad de la madera como se muestra en la *Tabla* 97.

Temperatura	Humedad	Humedad	Peso Puente
℃	Relativa	Madera	Kg
18,3	39 %	0 %	0,270

Tabla 97: Condiciones ambientales y masa del puente mellizo 2.

A continuación, se procede a tabular los valores obtenidos en el ensayo estático como se muestra en la *Tabla 98*, para poder representarlo y realizar un ajuste lineal entre la Fuerza $\mathbf{F}[\mathbf{N}]$ y la flecha $\boldsymbol{\delta}[\mathbf{m}]$ como se observa en la *Figura 146*, en la cual se obtiene la constante de rigidez del puente $\mathbf{K}[\mathbf{N}/\mathbf{m}]$ que se muestra en la *Tabla 99*.

N.º Tuercas	Fi	δ_{1_i}	δ _{2i}	δ_{3_i}
	N	m	m	m
0	0	0	0	0
1	3,22	2x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁴
2	6,44	5x10 ⁻⁴	4x10 ⁻⁴	4x10 ⁻⁴
3	9,65	6x10 ⁻⁴	6x10 ⁻⁴	6x10 ⁻⁴
4	12,87	8x10 ⁻⁴	8x10 ⁻⁴	8x10 ⁻⁴
5	16,08	10x10 ⁻⁴	10x10 ⁻⁴	10x10 ⁻⁴
6	19,31	12x10 ⁻⁴	12x10 ⁻⁴	12x10 ⁻⁴
7	22,52	14x10 ⁻⁴	14x10 ⁻⁴	14x10 ⁻⁴
8	25,74	16x10 ⁻⁴	16x10 ⁻⁴	16x10 ⁻⁴
9	28,96	18x10 ⁻⁴	18x10 ⁻⁴	18x10 ⁻⁴

Tabla 98: Valores de flecha frente a las cargas obtenidos en los 3 ensayos estáticos del puente mellizo2.

Constante Rigidez	Kı	K ₂	K ₃	K _{media}	
	N/m	N/m	N/m	N/m	
Puente 2	16 294	16 505	16 088	16 296	Ī

Tabla 99: Valores de la constante de rigidez obtenidos en el puente mellizo 2 y el valor medio obtenido.







Figura 146: Gráfica de la flecha frente a las cargas del puente mellizo 2.





1.1.3 Comparación de resultados obtenidos.

Como se presenta en la *Tabla 100* desarrollado en los apartados anteriores los puentes mellizos presentan una constante de rigidez muy alta.

Constante Rigidez	Puente 1	Puente 2	Media
K N/m	14 847	16 296	15 572
Tabla 100: Valor medio de	la constante de rigide	z obtenida a partir de l	os puentes mellizos.

Por lo que se optó por reducir esta rigidez y así poder estudiar mejor las frecuencias propias y los coeficientes de amortiguamiento, se decidió unirlos y crear un puente de mayor luz.

Partiendo de que la estructura se comporta como una viga simple apoyada en la que el valor de la flecha se rige por la siguiente ecuación 8.1.

$$\delta = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \tag{Ec. 1.1}$$

Y aplicando la ecuación que relaciona la fuerza F con la constante de rigidez de la estructura K y la flecha δ presentada en la ecuación 8.2.

$$F = K \cdot \delta \tag{Ec. 1.2}$$

Sustituyendo la ecuación 8.1 en la ecuación 8.2 obtenemos.

$$F = K \cdot \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

Operando se puede despejar la constante de rigidez K [N/m].

$$K = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3}$$

Con el producto de $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$ igual en ambos casos podemos calcular que para una longitud de 4,1 m se obtiene una rigidez 16 veces menor

$$\frac{K_{L=1,6\ m}}{K_{L=4,1\ m}} = \frac{(4,1\ m)^3}{(1,6\ m)^3} = 16,83$$





$$K_{L=4,1\,m} = \frac{K_{L=1,6\,m}}{16,83}$$

Por este motivo se decidió unir los 2 puentes mellizos y añadir 6 triangulaciones para obtener la longitud de la estructura que nos de esta disminución en la constante de rigidez K.

$$K(L = 1.6 m) = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3} \approx 16\,000 \text{ N/m}$$

$$K(L = 4.1 m) = \frac{48 \cdot E \cdot I}{L^3} \approx 1000$$
 N/m



PROTOTIPADO Y SIMULACION DE UNA MAQUETA DE PUENTE TIPO WARREN HECHA CON PALITOS DE MADERA







Anexo 2: Madera laminada encolada

2.1 Definición.

Se obtiene encolando dos o más láminas de madera en dirección paralela al eje de las láminas. Las láminas se obtienen encolando entre sí, mediante uniones dentadas, piezas de madera aserrada con un espesor comprendido entre 6 y 45 mm.

2.2 Aplicaciones.

Las estructuras de madera laminada encolada resultan especialmente indicadas para:

- Vigas:

- Luces de 30 a 70 m en edificios de uso público, comercial o deportivo.

- Luces moderadas de 8 a 14 m en construcciones pequeñas y medias (normalmente elementos prefabricados)

- Pilares

- Estructura de cubierta de peso propio reducido.

- Estructuras que requieren resistencia frente a determinados agentes químicos, como por ejemplo almacenes de sal para eliminar la nieve – hielo de las carreteras.

- Cuando se pretende un aspecto estético especial.
- Existe la necesidad de estructuras con elevada estabilidad al fuego.
- Estructuras en situaciones de difícil mantenimiento.

Ejemplos de aplicaciones:

- normales: iglesias, gimnasios, polideportivos, piscinas, centros comerciales, hangares, fábricas, bodegas, puentes, etc.;

- particulares: en ambientes agresivos y corrosivos, en los que otros materiales ven limitado su uso: piscinas cubiertas, plantas químicas, naves para uso de ganado, ambientes industriales agresivos, edificios en la costa marítima, etc.





2.3 Materiales.

2.3.1 Madera aserrada.

Los elementos unitarios son tablas de madera aserrada con las que, por yuxtaposición mediante unión dentada encolada, se constituye cada lámina, las cuales, por superposición mediante encolado de sus caras, dan lugar a la pieza, en una lógica constructiva similar a la de la albañilería y la cantería.

- Especies

La especie más utilizada en Europa es la Picea abies, que comercialmente se conoce como abeto, abeto rojo, pícea o falso abeto para las clases de uso 1 y 2. Y en segundo lugar el pino silvestre, principalmente cuando se requiere un tratamiento en profundidad para las clases de uso 3.2 y 4.

En España también se emplean el Eucalipto (Eucalyptus globulus), el Roble (Quercus robur y Q. petraea), el Castaño (Castanea sativa); y en menor medida el Fresno (Fraxinus excelsior), el Haya (Fagus sylvatica) y el Iroko (Chlorophora excelsa, Chlorophora regia). Actualmente, se están llevando a cabo acciones para su inclusión en la norma.

- Calidad o clase resistente de la madera

La madera utilizada en las láminas estará clasificada de acuerdo con la norma UNEEN 14081-1.

- Contenido de humedad

El contenido de humedad de cada lámina deberá encontrarse en rango del 6 % al 15 %, a no ser que el fabricante del adhesivo requiera un margen más estrecho. La variación del contenido de humedad de las láminas dentro de una pieza no deberá ser mayor que el 5 %.

2.3.2 Láminas.

Se obtienen uniendo por la testa mediante unión dentada las piezas de madera clasificadas.





2.3.3 Adhesivos.

Los más utilizados en la actualidad, según la clase de servicio 1, 2 o 3, son:

- Melamina-Urea-Formaldehído (MUF).
- Resorcina-Fenol-Formaldehído (RPF).
- Poliuretano (PU).

Si se aplican productos protectores antes del encolado de las láminas deberá documentarse que se cumplen las especificaciones para la combinación de adhesivo y producto protector.

2.3.4 Herrajes y conectores metálicos.

Deben ser resistentes a la corrosión o estar protegidos contra ella.

2.3.5 Tornillería.

La norma de referencia para especificarla es la DIN 1052-T2.

2.4 Tipos.

Existen dos tipos según el laminado:

-Madera laminada horizontal: Sus planos de encolado son perpendiculares a la dimensión mayor de la sección transversal, es el formato más habitual;

-Madera laminada vertical: Sus planos de encolado son perpendiculares a la dimensión menor de la sección transversal. Éste último es menos frecuente y el proceso de fabricación es diferente al anterior.

Así mismo existen otros 2 tipos según las clases resistentes de las láminas utilizadas:

- Madera laminada homogénea (GLh): Todas las láminas utilizadas son de la misma clase resistente.

- Madera laminada combinada (GLc): Las láminas exteriores tienen una clase resistente superior a las utilizadas en su interior, y cumplen con la proporción definida en la normativa entre láminas exteriores e interiores.

En los últimos borradores de la norma prEN 14080 se relacionan las clases resistentes de la madera laminada con las resistencias de la unión dentada de la lámina (f $_{m,j,k}$)

2.5 Dimensiones piezas y características de las láminas.

Al tratarse de un producto fabricado ex proceso sus dimensiones no están normalizadas, aunque pueden suministrarse sin problemas si el mercado así lo requiere.





- Anchura:

La gama de anchuras depende de la anchura de la lámina, las más habituales son: 80, 100, 110, 130, 140, 160, 180, 200 y 220 mm (siendo el máximo de 280 mm).

- Altura:

Es función del grueso de lámina empleado. En la normase indica un grueso de lámina máximo permitido de 45 mm para la clase de servicio 1 y 2; y de 35 mm (< 41 mm) para la clase de servicio 3.

- Orientación de las láminas:

Todas las láminas deberán tener el corazón hacia el mismo lado, con la excepción de las piezas destinadas a la clase de servicio 3 en las que las láminas extremas en cada lado deberán tener el corazón mirando hacia el exterior.

2.6 Propiedades.

1.2.5.1 Contenido de humedad.

Deberá ser el más cercana posible a la humedad media de equilibrio higroscópico correspondiente a la ubicación de la obra:

- 12% para clases de servicio 1 y 2.
- 18% para clase de servicio 3.

1.2.5.2 Clases resistentes.

Están definidas en la norma UNE-EN 1194, que distingue 8 clases resistentes, que se exponen en las tablas siguiente (*):

- 4 cuando la composición es homogénea (todas las láminas son de la misma clase resistente).
- 4 cuando es combinada (las láminas extremas son de una clase resistente superior).

(*) en los últimos borradores de la norma UNE-EN 14080 se modifican ligeramente estos valores.





CLASES RESISTENTES	COMPOSICIÓN HOMOGÉNEA				
Valores característicos N/mm ²	GL 24h	GL 28h	GL 32h	GL 36h	
Resistencia flexión	24	28	32	36	
Resistencia tracción - paralela - perpendicular	16,5 0,4	19,5 0,45	22,5 0,5	26,0 0,6	
Resistencia compresión - paralela - perpendicular	24 2,7	26,5 3,0	29 3,3	31 3,6	
Resistencia cortante - cortadura y torsión	2,7	3,2	3,8	4,3	
Módulo de elasticidad - paralelo: - medio - característico - perpendicular	11.600 9.400 390	12.600 10.200 420	13.700 11.100 420	14.700 11.900 490	
Módulo de cortante (medio)	720	780	850	910	
Densidad característica (kg/m3)	380	410	430	450	
Clase resistente requerida en las láminas	C24/C18	C30/C24	C40/C30	-	

Tabla Clases resistentes de madera laminada encolada combinada, según la norma UNE-EN 1194.

CLASES RESISTENTES	COMPOSICIÓN COMBINADA					
Valores característicos N/mm ²	GL 24c	GL 28c	GL 32c	GL 36c		
Resistencia flexión	24	28	32	36		
Resistencia tracción - paralela - perpendicular	14,0 0,35	16,5 0,4	19,5 0,45	22,5 0,5		
Resistencia compresión - paralela - perpendicular	21 2,4	24 2,7	26,5 3,0	29 3,3		
Resistencia cortante - cortadura y torsión	2,2	2,7	3,2	3,8		
Módulo de elasticidad - paralelo: - medio - característico - perpendicular	11.600 (11.500) 9.400 (-) 390 (300)	12.600 (12.500) 10.200 (-) 390 (300)	13.700 (13.500) 11.100 (-) 420 (300)	14.700 (14.500) 11.900 (-) 460 (300)		
Módulo de cortante (medio)	590 (650)	720 (650)	780 (650)	850 (650)		
(Módulo cortante por rodadura)	- (65)	-(65)	- (65)	- (65)		
Densidad característica (kg/m ³)	350	380	410	430		
Clase resistente requerida en las láminas	C24/C18	C30/C24	C40/C30	-		

Tabla Clases resistentes de madera laminada encolada combinada, según la norma UNE-EN 1194.

Figura 147: Tablas de las clases resistentes de madera encolada.





2.7 Durabilidad.

No hay que olvidar en este tema la importancia del diseño constructivo de la estructura que evite la exposición innecesaria a la intemperie y la posibilidad de retención de agua. Un correcto diseño puede rebajar el riesgo de deterioro.

En la práctica no existen problemas de durabilidad en piezas situadas en las clases de uso 1 (interior) y 2 (interior y bajo cubierta sin exposición directa al agua de lluvia), prácticamente cualquier especie es apta. En la clase de uso 3.1 y de forma especial en las 3.2, 4 y 5 se requiere una especie de mayor durabilidad natural o un tratamiento químico de protección.

Normalmente las especies coníferas habituales en estructuras no presentan durabilidad natural suficiente (casi siempre incorporan parte de albura que no es durable) y, por tanto, para su empleo en clases de uso 3.1, 3.2, 4 y 5 requieren tratamiento. Para la elección del tipo de tratamiento adecuado puede consultarse el Documento Básico de Seguridad Estructural – Madera y la norma UNE EN 335-2 que define las clases de uso.

La especie más utilizada en Europa es el abeto (Picea abies L. Karst), que no es impregnable, por lo que su uso queda limitado a las clases de uso 1 y 2. El pino silvestre (Pinus sylvestris L.), es la especie más utilizado para la clase de uso 3, ya que se puede tratar en profundidad.

Se puede elegir una especie con la durabilidad natural suficiente para la clase de uso que corresponda a la estructura, o aplicar el tratamiento adecuado de protección siempre que la madera sea suficientemente impregnable antes de obtener las láminas y de encolarlas entre sí (es la práctica más habitual), o aplicar el tratamiento a la pieza de madera laminada encolada.

2.8 Reacción al fuego.

Su clase de reacción al fuego, según la norma UNE-EN 14080, es D-s2d0 siempre que cumpla que su:

- Densidad media mínima sea igual o superior a 380 kg/m3 .

- Espesor total mínimo de la pieza sea igual o superior 40 mm.

Si el fabricante define una clase de reacción al fuego diferente, tiene que aportar el correspondiente informe de ensayo y de clasificación de acuerdo con la norma UNE-EN 13501-1.





2.9 Resistencia al fuego.

La resistencia al fuego de la estructura en la que interviene la madera laminada encolada se calculará de acuerdo con el DB de Seguridad contra Incendio o de acuerdo con la norma UNE-EN1995-1-2. El parámetro dependiente de la madera es la velocidad de carbonización, que toma los valores eficaces de: 0,5 a 0,7 mm/min en madera aserrada de frondosas y madera laminada encolada.

2.10 Emisión de formaldehído.

De acuerdo con la norma UNE-EN 14080, si el adhesivo utilizado en la fabricación de la madera laminada contiene formaldehído deberá clasificarse de acuerdo con la norma UNEEN 717-1 en las siguientes clases de emisión E1 o E2.

2.11 Resistencia química.

Al no reaccionar con el medio ambiente ni con agentes oxidantes o reductores, se convierte en un material adecuado para su utilización en ambientes agresivos y corrosivos, en los que los metales ven limitadas sus aplicaciones.

2.12 Acabado superficial - Mantenimiento en aplicaciones al exterior.

Al igual que cualquier otro producto de madera colocado al exterior deben recibir acabados que protegen la madera frente a los rayos infrarrojos (calentamiento) y ultravioletas (oxidación).

2.13 Fabricación, almacenamiento y transporte.

Fabricación

Los equipos, las condiciones ambientales de fabricación, el proceso de fabricación, y el autocontrol deberán realizarse de acuerdo con las especificaciones de la norma UNE-EN 386 o por la norma UNE-EN 14080 que sustituirá próximamente a la anterior. Lo habitual es que el fabricante se someta de forma voluntaria a un control externo por un organismo de reconocido prestigio.





Almacenaje, transporte y montaje

Se recomienda aplicar un sellante, imprimación o recubrirlas antes de que salgan de fábrica. Durante el almacenaje, transporte y montaje se evitará someter las piezas a tensiones superiores a las previstas.

Los elementos de madera laminada encolada almacenadas en obra deberán protegerse adecuadamente frente a la intemperie. En el caso que sea posible se recomienda cubrirlos para evitar la acción de la lluvia y del sol. Se deben almacenar sobre rastreles para evitar su contacto con el suelo y sobre suelos correctamente drenados.

Una vez colocados no es conveniente superar el plazo de un mes sin la protección de la cobertura.

Fendas - Delaminaciones

Normalmente aparecen fendas de secado, debido a la variación de las condiciones ambientales. En ocasiones muy particulares pueden aparecer delaminaciones que son fendas más aparatosas originadas principalmente por una mala fabricación.

2.14 Marcas de calidad.

Sello de Calidad AITIM para la fabricación de estructuras de madera laminada encolada (www.aitim.es)

Se basa en la comprobación de la adecuación de los medios materiales y humanos, la implantación de un control de calidad interno y un control externo periódico especificados en las normas UNE-EN correspondientes. Los ensayos de las muestras tomadas en fábrica se realizan en laboratorios acreditados. Certificado del Instituto Otto - Graf. (www.mpa.uni-stuttgart.de/ Stuttgart, Alemania) Su funcionamiento es similar al del Sello AITIM, pero utiliza la norma DIN 1052. Parte 1: "Construcciones de madera. Cálculo y ejecución" para el marcado Ü.

CertificaciónAcerboisGlulam(www.acerbois.org/Acerspagnol/Lien_1espa.html Francia)Su funcionamiento es similar al del Sello AITIM.





MARCADO CE

Este producto está afectado por la Directiva Europea de Productos de la Construcción. La norma armonizada que regula su marcado CE es la UNE-EN 14.080, que entró en vigor con carácter voluntario el 1 de abril de 2006 y es obligatorio a partir del 1 de diciembre de 2011.

PLIEGO DE CONDICIONES

Véase apartado específico de "Pliegos de Condiciones" de la página web de AITIM.

- Especie
- Contenido de humedad
- Dimensiones y tolerancias
- Propiedades mecánicas
- Clases resistentes
- Calidad de encolado
- Emisión de formaldehído
- Tratamiento protector preventivo
- Productos de acabado superficial
- Mantenimiento Resistencia al fuego
- Marcado CE
- Sellos o Marcas de Calidad Voluntaria
- Almacenamiento de productos Herrajes