



# UNIVERSIDAD DE VALLADOLID ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

# Simulación de fallo a fatiga en distintos elementos de máquinas

Autora:

Sanz Montero, Inés

**Tutora:** 

Herráez Sánchez, Marta Dpto. CMelM Área de Ingeniería Mecánica

Valladolid, Julio 2019.





#### **RESUMEN**

El siguiente trabajo se plantea como una continuación de una línea de innovación docente llevada a cabo en el área de Ingeniería Mecánica de la EII-UVa en la cual se quiere incluir un contenido más práctico y visual, con ayuda de la simulación, en las asignaturas relacionadas con el Diseño de Máquinas, desde el punto de vista de su comportamiento mecánico. Hasta la fecha, mediante proyectos anteriores, ya se ha elaborado material para el caso de fallo estático, con buenos resultados, mediante el software CATIA, pero no se ha podido abarcar el caso de fallo a fatiga.

En este proyecto, se explora la posibilidad de encontrar un software de simulación capaz de realizar análisis de fallo a fatiga, que sea adecuado para los estudiantes. Además, se realizarán modelos de ejemplo y una sencilla guía de usuario para facilitar y promover el uso del programa.

#### PALABRAS CLAVE

Fallo a fatiga, Método de Elementos Finitos, Autodesk Inventor, Simulación, Elementos de Máquinas

#### **ABSTRACT**

The following essay is introduced as a continuation of an Innovation Teaching Project carried out by the Mechanical Engineering Department of EII-UVa which aims to include more visual and practical content, with the help of simulation, in the subjects related to Design of Machinery from the point of view of mechanical behavior. To date, through precedent projects, some materials have been developed for the case of static failure with good results, using CATIA Software, but the case of fatigue failure has not been performed yet.

In this project, the possibility of finding a simulation software capable of performing fatigue failure and being appropriate for students is explored. In addition, several example models will be performed and a simple user guide will be written in order to promote and facilitate the use of the software.

#### **KEY WORDS**

Fatigue failure, Finite Element Analysis, Autodesk Inventor, Simulation, Machine Elements





### ÍNDICE

1.	INT	RODU	JCCIÓN Y OBJETIVOS	13
1	L.1.	Intro	oducción	13
1	L.2.	Obj	etivos	13
1	L.3.	Estr	ructura de la memoria	15
2.	EST	ADO	DEL ARTE Y SOFTWARE DISPONIBLE	17
2	2.1.	Tral	bajos previos: estado del arte	17
2	2.2.	Soft	tware de simulación a fatiga por FEM en el mercado	19
	2.2	.1.	Autodesk Inventor Professional 2019 con Nastran In CAD	19
	2.2	.2.	Simulación online con eFatigue [eFatigue]	19
	2.2	.3.	Solidworks de Dassault Systemes	22
	2.2	.4.	Abaqus de Dassault Systemes	22
	2.2	.5.	ANSYS Mechanical	23
3.	ME	TODO	DLOGÍA UTILIZADA: FEM con Autodesk Inventor	25
3	3.1.	Con	nceptos generales de diseño de máquinas y FEM	25
	3.1	.1.	Presentación del criterio de fallo a fatiga	25
	3.1	.2.	Método de elementos finitos	33
3	3.2.	Prin	ncipios básicos para simulación de análisis a fatiga por FEM	36
	3.2	.1.	Modelado de la pieza en 3D	36
	3.2	.2.	Tipo de análisis	37
	3.2	.3.	Elección del material	38
	3.2	.4.	Definición de los apoyos y condiciones de contorno	40
	3.2	.5.	Aplicación de cargas	42
	3.2	.6.	Generación del mallado	45
3	3.3.	Aná	ilisis de fatiga con Autodesk Inventor	45
	3.3	.1.	Presentación del software: Inventor Professional	45
	3.3	.2.	Presentación del módulo de simulación a fatiga: Nastran In-CAD	50
4.	CAS	SOS F	PRÁCTICOS RESUELTOS	71
2	1.1.	Eje	rotativo sometido a flexión	71
	4.1	.1.	Resolución analítica	71
	4.1	.2.	Resolución por simulación	77
	4.1	.3.	Interpretación de resultados	95
2	1.2.	Piez	za rectangular con discontinuidad sometida a tracción	95



	4.2	2.1.	Resolución analítica: caso 1	97
	4.2	2.2.	Resolución por simulación: caso 1	100
	4.2	2.3.	Interpretación de resultados: caso 1	107
	4.2	2.4.	Resolución analítica: caso 2	107
	4.2	2.5.	Resolución por simulación: caso 2	109
	4.2	2.6.	Interpretación de resultados: caso 2	112
	4.3.	Barr	ra de sección circular con entalla sometida a torsión	112
	4.3	3.1.	Resolución analítica	112
	4.3	3.2.	Resolución por simulación	116
	4.3	3.3.	Interpretación de resultados	123
	4.4.	Eje l	hueco sometido a fatiga multiaxial	123
	4.4	.1.	Resolución analítica	123
	4.4	.2.	Resolución por simulación	129
	4.4	.3.	Interpretación de resultados	138
5.	CO	NCLUS	SIONES Y LINEAS DE FUTURO	139
	5.1.	Con	clusiones	139
	5.2.	Líne	eas de futuro	140
6.	BIE	BLIOGI	RAFÍA	141
	6.1.	Libr	os y artículos	141
	6.2.	Trab	pajos Fin de Grado	141
	6.3.	Pági	inas web	142
7.	ANI	EXOS.		145
	ANEX	0 A: N	Manual de usuario para simular fallo a fatiga con Autodesk Inven	tor.145
	ANEX	0 B: C	Descarga e instalación de Autodesk Inventor y Nastran in CAD	147
	Inv	entor	Professional	147
	Nas	stran	In CAD	147
	ANEX	O C: C	reación de piezas en Autodesk Inventor	148



### ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Ejemplo de pieza analizada por FEM proporcionada por eFatigue. [eFatigue]20
Figura 2.2. Resultados del análisis FEM de la pieza de ejemplo [eFatigue]21
Figura 2.3. Versión de prueba online de Solidworks [Solidworks]22
Figura 3.1. Tipos de cargas variables de amplitud constante; A) invertida o alternante, B) repetida o pulsante, C) fluctuante [Shigley]26
Figura 3.2. Tipos de patrones que representan la variación de la carga respecto de tiempo: A) sinusoidal B) cuadrada C) diente de sierra [Autodesk University]27
Figura 3.3. Curva S-N obtenida en ensayo de flexión rotativa de una probeta de: A) un acero y B) aleaciones de aluminio [Shigley]29
Figura 3.4. Representación gráfica del criterio de Goodman31
Figura 3.5. Representación del criterio de Goodman para: A) Vida infinita y B) Vida finita32
Figura 3.6. Tipos de elementos que componen la malla [Norton]34
Figura 3.7. Diferencia entre elementos lineales y parabólicos35
Figura 3.8. Detalle de mallado fino en la entalla35
Figura 3.9. Tipos de simetría: a) Simetría axial b) Simetría especular c) Simetría cíclica d) Simetría de traslación o repetitiva [Bolek]36
Figura 3.10. Simplificación eliminando detalles [Bolek]37
Figura 3.11. Comparativa entre representaciones de la curva S-N de una pieza: Aj Shigley y B) Autodesk39
Figura 3.12. Imagen representativa de un conector rígido41
Figura 3.13. Simulación a fatiga de un eje con apoyo en la superficie sin conector rígido. Fallo del eje en la entalla del apoyo después de 58 ciclos41
Figura 3.14. Simulación a fatiga de un eje con apoyo en el punto con conector rígido. El eje no falla en la entalla del apoyo41
Figura 3.15. Tipo de carga variable invertida o alternante43
Figura 3.16. Tipo de carga variable repetida o punzante43
Figura 3.17. Tipo de carga variable fluctuante44
Figura 3.18. Pantalla de inicio de Inventor46
Figura 3.19. Accesos directos para empezar un proyecto nuevo46
Figura 3.20. Entorno para diseño de piezas en 3D47
Figura 3.21. Ejemplo de ventana emergente con explicación del comando47
Figura 3.22. Vista de la pestaña <i>Tools.</i> 48



Figura 3.23. Vista ampliada de Document settings	. 48
Figura 3.24. Ventana de Document settings para cambiar las unidades	. 49
Figura 3.25. Icono de acceso al módulo de análisis a fatiga	. 49
Figura 3.26. Pantalla de inicio de Nastran In-CAD	. 50
Figura 3.27. Selección con colores de los comandos que vamos a estudiar	. 51
Figura 3.28. Vista ampliada del Model Tree.	. 51
Figura 3.29. Icono para editar el tipo de análisis.	. 52
Figura 3.30. Ventana de selección de las características del análisis	. 52
Figura 3.31. Ventana de selección de unidades para el análisis	. 53
Figura 3.32. Malla en 2D de cuadriláteros indicando la procedencia de las tensio según especifiquemos Corner o Centroidal [Autodesk Nastran]	
Figura 3.33. Vida de una pieza según el tipo de dato del elemento que usemos centroidal y B) Corner.	-
Figura 3.34. Vista ampliada del Model Tree indicando los parámetros cambiados panálisis a fatiga.	
Figura 3.35. Herramienta del Model Tree para definir los parámetros de fatiga	. 55
Figura 3.36. Ventana de Fatigue Setup para establecer los parámetros del análi	
Figura 3.37. Icono de selección de material.	. 56
Figura 3.38. Ventana de selección de material.	. 56
Figura 3.39. Base de datos de materiales.	. 57
Figura 3.40. Propiedades del material necesarias para el análisis.	. 57
Figura 3.41. Vista ampliada del recuadro de Fatigue del material	. 58
Figura 3.42. Parámetros para definir curva S-N.	. 59
Figura 3.43. Icono para fijar condiciones de contorno	. 59
Figura 3.44. Ventana para definir condiciones de contorno	. 60
Figura 3.45. Restricción de 6 grados de libertad y opciones de apoyos	. 61
Figura 3.46. Icono para definir la fuerza aplicada	. 61
Figura 3.47. Ventana de caracterización de la fuerza aplicada	. 62
Figura 3.48. Icono para crear una nueva tabla de carga variable	. 62
Figura 3.49. Tabla de datos de factor de carga respecto del tiempo.	. 63
Figura 3.50. Representación de la tabla de datos de factor de carga respecto tiempo.	
Figura 3.51. Icono de Mesh Control para hacer mallado distinto en algunas zonas la pieza	



Figura 3.52. Ventana de configuración de mallado en zonas específicas de la pieza65
Figura 3.53. Icono de acceso a la configuración del mallado general65
Figura 3.54. Configuración del mallado general de la pieza
Figura 3.55. Icono para ejecutar el análisis66
Figura 3.56. Resultados del análisis
Figura 3.57. Configuración del gráfico68
Figura 3.58. Ciclos en notación científica y herramienta para visualizar los nodos69
Figura 3.59. Vida y coordenadas del nodo 568169
Figura 3.60. Rama Results del Model Tree70
Figura 3.61. Opción para ocultar mallado, fuerzas y condiciones de contorno70
Figura 4.1. Eje rotativo sometido a flexión [Shigley]
Figura 4.2. Diagrama de momentos flectores del eje [Shigley]72
Figura 4.3. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje con entalla a flexión [Shigley]
Figura 4.4. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla [Shigley]73
Figura 4.5. Resistencias a tracción y a fluencia de algunos aceros [Shigley]74
Figura 4.6. Tabla de corrección de acabado superficial Ka [Shigley]75
Figura 4.7. Tabla de corrección de factor de fiabilidad Kc [Shigley]75
Figura 4.8. Herramienta Fillet para hacer los redondeos en el eje77
Figura 4.9. Creación de eje auxiliar
Figura 4.10. Herramienta de creación de planos paralelos a una superficie79
Figura 4.11. Vista detalle del indicador de distancia al plano paralelo79
Figura 4.12. Vista del eje con los planos auxiliares correspondientes a los apoyos80
Figura 4.13. Vista del eje con los 3 planos auxiliares necesarios: A y D para los apoyos y F la sección de aplicación de la fuerza80
Figura 4.14. Herramienta de creación de un punto auxiliar a partir de un plano y una línea81
Figura 4.15. Herramienta Split para dividir una superficie mediante un plano que la atraviesa82
Figura 4.16. Vista del eje modelado, el Model Tree completo y las operaciones realizadas
Figura 4.17. Ventana de selección de los parámetros del análisis83
Figura 4.18. Ventana de configuración del modo de análisis de fatiga y su ubicación en el Model Tree84



Figura 4.19. Ventana de selección de propiedades del material y su ubicación en el Model Tree
Figura 4.20. Base de datos de materiales con las librerías de Autodesk e Inventor. 85
Figura 4.21. Propiedades predeterminadas del acero AISI 1050
Figura 4.22. Parámetros que definen la curva S-N de la pieza
Figura 4.23. Acceso a la operación de Revolution desde Nastran In-CAD
Figura 4.24. Definición del conector rígido en un extremo del eje
Figura 4.25. Ventana Constraint para seleccionar las condiciones de contorno 89
Figura 4.26. Ventana Load para definir la carga y su punto de aplicación90
Figura 4.27. Tabla de factor de carga respecto del tiempo
Figura 4.28. Representación gráfica del factor de carga respecto del tiempo con forma sinusoidal
Figura 4.29. Ventana de Mesh Control y localización de las zonas con mallado fino.
Figura 4.30. Ventana Mesh settings de generación del mallado
Figura 4.31. Pantalla que indica el fin del análisis
Figura 4.32. Imagen de los resultados del análisis
Figura 4.33. Imagen del eje analizado a fatiga sin mallado
Figura 4.34. Detalle del nodo con menor vida, situado en el redondeo del cambio de sección
Figura 4.35. Dimensiones de la pieza rectangular con discontinuidad [Domínguez] 96
Figura 4.36. Tabla de propiedades mecánicas del acero AISI 1015 [Shigley]96
Figura 4.37. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para barra rectangular a tracción con agujero transversal [Shigley]
Figura 4.38. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla [Shigley]
Figura 4.39. Representación gráfica del criterio de fallo
Figura 4.40. Vista de pieza importada en el entorno de 3D Model100
Figura 4.41. Ventana de propiedades del acero AISI 1015101
Figura 4.42. Parámetros que definen la curva S-N de la pieza102
Figura 4.43. Empotramiento definido en la sección extrema de la pieza102
Figura 4.44. Carga aplicada a tracción en el eje Y
Figura 4.45. Tabla de datos del factor de carga respecto del tiempo para carga repetida
Figura 4.46. Malla fina de 5 mm en la superficie de la discontinuidad104
Figura 4.47. Ventana de generación del mallado105



Figura 4.48. Configuración para ocultar mallado en la visualización de resu	
Figura 4.49. Resultado del análisis a fatiga para la pieza con vida infinita	106
Figura 4.50. Detalle de la zona crítica	107
Figura 4.51. Representación del criterio de fallo.	109
Figura 4.52. Modificación de la magnitud de la carga	110
Figura 4. 53. Resultado de vida finita cambiando el valor de la carga	111
Figura 4.54. Detalle de la zona roja en la discontinuidad de la pieza	111
Figura 4.55. Tabla de propiedades mecánicas de algunos aceros AISI [Shigley]	112
Figura 4.56. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla de piezas a [Shigley]	
Figura 4.57. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje con e torsión [Shigley]	
Figura 4.58. Modelo en 3D de la barra con ranura sometida a torsión	116
Figura 4.59. Ventana de selección de propiedades de material	117
Figura 4.60. Parámetros que definen la curva S-N del material	118
Figura 4.61. Ventana de definición del empotramiento e indicación de su po	
Figura 4.62. Aplicación del momento torsor en la componente M <sub>x</sub>	119
Figura 4.63. Tabla de datos del factor de carga respecto del tiempo para un invertida	_
Figura 4.64. Representación gráfica de la carga invertida sinusoidal	120
Figura 4.65. Mallado fino en la ranura del eje	121
Figura 4.66. Generación del mallado de la pieza	121
Figura 4.67. Resultados del análisis a fatiga	122
Figura 4.68. Vista de detalle de la zona crítica en la ranura, por donde falla la	•
Figura 4.69. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje hue agujero transversal a flexión [Shigley]	
Figura 4.70. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla de piezas a [Shigley]	
Figura 4.71. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje hue agujero transversal a torsión [Shigley]	
Figura 4.72. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla de piezas a [Shigley]	
Figura 4.73. Tabla de corrección de factor de fiabilidad K₀ [Shigley]	128



Figura 4.74. Modelo en 3D del eje hueco y las operaciones realizadas	.130
Figura 4.75. Ventana de selección de propiedades de material	.131
Figura 4.76. Parámetros que definen la curva S-N del material	.132
Figura 4.77. Ventana de definición del empotramiento e indicación de su posi	
Figura 4.78. Aplicación del momento flector en la componente Mz	.133
Figura 4.79. Tabla de datos del factor de carga respecto del tiempo para una cinvertida.	_
Figura 4.80. Representación gráfica de la carga invertida sinusoidal	.134
Figura 4.81. Aplicación del momento torsor en la componente M <sub>x</sub>	.135
Figura 4.82. Mallado fino en el agujero del taladro	.136
Figura 4.83. Generación del mallado de la pieza.	.136
Figura 4.82. Resultados del análisis a fatiga.	.137
Figura 4.83. Vista de detalle del punto con vida mínima en la discontinuidad taladro.	
Figura C.1. Comenzar sketch.	.148
Figura C.2. Elección de plano de dibujo.	.148
Figura C.3. Plantilla de dibujo	.149
Figura C.4. Línea formando un ángulo recto	.149
Figura C.5. Herramienta Arc para hacer entalla con radio	. 150
Figura C.6. Herramienta para acotar dimensiones del plano.	. 150
Figura C.7. Plano de la pieza acotado e icono para salir del entorno de dibujo	.151
Figura C.8. Operación Revolve.	.151
Figura C.9. Rueda para girar la pieza en 3D.	.152



#### 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

#### 1.1. Introducción

El fallo por fatiga en piezas se presenta como un gran problema en el marco de la Ingeniería. Este fenómeno es un condicionante que afecta al diseño de elementos para la industria y aunque, por el momento, no se puede hacer desaparecer, sí que es posible prever y prevenir para intentar que no se produzca.

Los estudiantes de Ingeniería, en concreto de la rama Mecánica, han de ser capaces de entender las causas de este tipo de fallo, así como de establecer y aplicar distintos criterios de fallo que puedan evitar este suceso. Esta capacidad forma parte de la competencia específica CE20 que se establece en el [Plan de estudios IM] y necesaria para su futura actividad profesional. La asignatura de Diseño de Máquinas, impartida en la Ell de la Universidad de Valladolid, se encarga de cubrir esta competencia específica, como se demuestra en su [Proyecto Docente], inculcando a los alumnos los conocimientos teóricos del fallo a fatiga aplicados a elementos de máquinas. Estos elementos son susceptibles de este tipo de fallo debido a que el movimiento de los mecanismos provoca cargas de amplitud variable, que son las que provocan que se produzca el fallo bajo esfuerzos con valores inferiores a la resistencia última del material.

Actualmente, existen diversos programas de simulación disponibles en el mercado para analizar este tipo de fallo, que permiten ahorrar tiempo y simplificar cálculos, utilizando métodos numéricos.

En concreto, para estimar el fallo a fatiga, es habitual trabajar con un modelo matemático de elementos finitos. Según [Open University], en un análisis realizado por el Método de Elementos Finitos, tras generar un modelo de la pieza y de las condiciones a las que está sometida (fijaciones, cargas externas) podemos obtener resultados tales como esfuerzos principales, distribución de deformaciones, reacciones en los apoyos y, como veremos en este proyecto, también el número de ciclos de vida de una pieza.

Este proyecto se enmarca en una línea de innovación docente que el área de Ingeniería Mecánica de la Escuela de Ingenierías Industriales de la Universidad de Valladolid (EII – UVa) inició hace dos años, con el objetivo de crear material didáctico de modelos de simulación que permitirán reforzar la docencia de las asignaturas asociadas al mismo, en concreto, en relación con el diseño de máquinas y la estimación del fallo estático y a fatiga de sus elementos.

#### 1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo consiste en realizar modelos de simulación de comportamiento a fatiga de varias piezas sencillas, que se estudian y calculan mediante métodos analíticos en la asignatura de Diseño de Máquinas de la Ell. Eso permitirá a los alumnos hacer una comparativa entre los resultados obtenidos por



ambos métodos, así como familiarizarse con los modelos de simulación que permiten la evaluación del fallo a fatiga de una pieza.

Esto supondrá encontrar un software de simulación de fallo a fatiga adecuado para uso didáctico y realizar un manual de usuario, para que el alumno pueda realizar dichos modelos. De tal modo, los estudiantes de las asignaturas relacionadas con el diseño de máquinas, podrían obtener una visión más amplia del análisis de fallo por fatiga en elementos mecánicos.

Para llegar a este objetivo, se han planteado diferentes tareas a cumplir:

- Documentarse con los trabajos TFG anteriores en el área de Ingeniería Mecánica, que existen hasta el momento en materia de fallo estático.
- Realizar un análisis de los diferentes softwares de simulación en el mercado que analicen el fallo a fatiga. Eso permitirá encontrar un software adecuado para ser utilizado por estudiantes de forma gratuita y que se corresponda con los conocimientos impartidos en la asignatura de Diseño de Máquinas.
- Diseñar y simular algunos modelos, comparando los resultados obtenidos analíticamente con los que se obtienen mediante el modelo simulado para comprobar que el software se ajusta a los conceptos impartidos en la asignatura de Diseño de Máquinas.
- Generar un manual de usuario con ejemplos resueltos de ejercicios vistos en clase para establecer una base sobre la que los estudiantes puedan iniciarse en el uso del programa y que comparen los resultados obtenidos en clase con los de la simulación.

El software elegido podrá ser utilizado como material complementario de formación de la asignatura como parte del trabajo individual del alumno. Dado que el número de horas de dedicación a la asignatura viene determinado por el número de créditos y, por lo tanto, el tiempo es limitado, se desea que el programa de simulación elegido cumpla ciertos requisitos:

- Que la descarga, instalación y licencia del software no suponga un desembolso económico para el alumno.
- Que el tiempo de aprendizaje del uso del programa sea mínimo, a la vez que sea intuitivo y manejable.
- Que sea sencillo elaborar el modelo y que sea compatible con otros programas de diseño en 3D para poder importarlo de otras fuentes.
- Que los resultados tengan fácil interpretación, para que los alumnos comprendan mejor los conceptos impartidos en clase.
- Que el funcionamiento del software esté basado en los conceptos teóricos impartidos en la asignatura, para que los alumnos puedan comparar fácilmente los resultados analíticos con la simulación.



#### 1.3. Estructura de la memoria

Esta memoria está organizada en diferentes apartados, que se explican a continuación:

- Apartado 1: Comienza con una breve introducción que nos presenta el contexto del trabajo y los objetivos que definen la finalidad del proyecto.
- Apartado 2: Hace referencia al estado del arte y a los trabajos previos que se han realizado anteriormente relacionados con la asignatura de Diseño de Máquinas y con la simulación de fallo a fatiga. También enumera los programas que se han valorado a la hora de elegir el software adecuado a nuestras condiciones.
- Apartado 3: Explica algunos conceptos teóricos relevantes para realizar el análisis a fatiga, así como la metodología que se va seguir para llevar a cabo el análisis, de acuerdo con los objetivos mencionados en el primer apartado. Describe paso a paso la utilización del software elegido para simular el fallo a fatiga.
- Apartado 4: Muestra una serie de modelos de ejemplo para distintas situaciones variando la geometría y las cargas de los elementos. Además, incluye los cálculos analíticos y compara los resultados obtenidos por ambos métodos.
- Apartado 5: Recoge las conclusiones obtenidas y abre las puertas a nuevas vías de futuro por las que continuar, que no se han tratado en el presente proyecto.
- Apartado 6: Cita y ordena las fuentes bibliográficas que se han utilizado como apoyo para poder realizar el estudio, a las que se hace referencia a lo largo del texto
- Anexos: Recopilan información adicional que no se ha incluido en el proyecto, por no ser suficientemente relevante. Además, se encuentra el Manual de Usuario en el Anexo A, al que se hace referencia en el Apartado 3, con el fin de poder imprimirlo de forma independiente al resto del documento y utilizarlo como material de soporte





#### 2. ESTADO DEL ARTE Y SOFTWARE DISPONIBLE

#### 2.1. Trabajos previos: estado del arte

En este proyecto, partimos de la base de que el lector tiene suficientes conocimientos teóricos en cuanto a fallo estático y a fatiga en elementos de máquinas. Si el lector desea obtener o ampliar dichos conocimientos, recomendamos consultar [Shigley] y [Norton], ya que constituyen los materiales bibliográficos de referencia en este estudio. Con el fin de comprender mejor y afianzar esos conocimientos, en 2017 se comenzó una línea de innovación docente en el área de Ingeniería Mecánica de la EII, por la cual, se busca crear material didáctico de apoyo a las clases de la asignatura de Diseño de Máquinas. Dado que esta asignatura no dispone de horas prácticas de laboratorio, la idea surgió como un Proyecto de Innovación Docente PID 148: SEM - Simulación de Elementos de Máquina con la intención de incluir contenido práctico con software de simulación en el proyecto docente.

Los primeros trabajos en esta línea fueron [de la Hoz] y [Rubio], que utilizan CATIA V5 para simulación de fallo estático. Ambos proyectos son similares en ámbitos generales, con la diferencia de que [de la Hoz] explica con más detenimiento los conceptos teóricos de diseño de máquinas y del programa, mientras que [Rubio] realiza más ejemplos prácticos.

Siguiendo las bases sentadas por sus compañeros, [Martín] y [Domínguez] continúan el estudio de fallo estático con CATIA V5. El primero, realiza una comparativa entre 3 softwares distintos de simulación por FEM: CATIA, SolidWorks y FreeCAD, obteniendo los pros y contras de cada uno. Por el contrario, [Domínguez] diseña un Manual de usuario de análisis estático con CATIA con varios ejemplos resueltos, para facilitar su uso a los estudiantes, y que pueda ser utilizado como material complementario en la docencia. Tanto [de la Hoz], como [Domínguez] y [Martín] proponen en las líneas futuras la búsqueda de un software apto para uso académico que pueda simular el fallo a fatiga.

En este contexto, establecemos el punto de inicio de este Trabajo de Fin de Grado. Hasta el momento se ha utilizado CATIA V5 porque es un programa conocido por los estudiantes de la EII y que está al alcance de todos en las aulas de ordenadores. Sin embargo, no se puede avanzar más en esta línea de trabajo, ya que la versión de CATIA V5 no dispone de un módulo de análisis de fallo a fatiga. Esto se debe a que el creador de CATIA, Dassault Systemes, dispone de Abaqus, un software específico para realizar análisis por FEM, mientras que el punto fuerte de CATIA es el diseño asistido por ordenador.

Teniendo esto en cuenta, ha llegado el momento de buscar un software alternativo que pueda simular análisis de fallo a fatiga utilizando el método de elementos finitos. Realizando una búsqueda podemos encontrar otros TFGs en la Universidad de Valladolid que recurren a programas de simulación por FEM para comprobar el fallo de ciertas piezas de estudio. Por ejemplo, [Martínez] hace un estudio de un mástil troncohexagonal para ver su comportamiento a fatiga y su resistencia. Para ello, estima los valores de carga media y número de ciclos, y utiliza el software Solidworks



para evaluar su comportamiento a fatiga, explicando el mallado que utiliza. Determina que la metodología del programa tiene cierta complejidad, ya que obliga a definir una serie de estudios estáticos, térmicos o de impacto para después combinarlos un número de veces establecido por el usuario. Las conclusiones del estudio no son nada esclarecedoras, ya que, con las aproximaciones realizadas inicialmente, las gráficas resultantes no ofrecen la información esperada. En uno de los casos que propone [Martínez], tan solo se apreciaban 2 colores para diferenciar la zona con mayor porcentaje de daño de la zona ilesa y no había puntos de concentración de tensiones claros, así que concluye que los resultados de la simulación no son los esperados.

En 2014, [Manso] analizó un eje ferroviario mediante FEM con el software Autodesk Simulation Multiphysics. Consiguió validar el modelo y explicar los resultados, obtenidos con gran precisión. A pesar de que la última versión del programa data de 2014, actualmente Autodesk dispone de Inventor, que apunta a ser el sucesor del Simulation Multiphysics. [Megido] del Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto, utiliza Autodesk Inventor Professional para realizar análisis estático en un embalaje de espuma plástica.

En otras universidades también podemos encontrar estudios de fallo a fatiga por FEM. El trabajo de [García] de la Universidad de Piura, en Perú, se basa en el software Cosmos de SolidWorks 2007. Explica detalladamente el concepto de fatiga y los criterios de fallo, además de las características del programa, e incluye un par de modelos que sirven de ejemplo. [Gómez], de la Universidad de Cantabria, explica el concepto de grieta y sus fases, después introduce conceptos de diseño de máquinas y del cálculo de la resistencia a fatiga del cigüeñal que estudia. Utilizando Inventor 2017 demuestra que el cigüeñal tiene vida infinita. Sin embargo, no realiza una simulación a fatiga del cigüeñal, sino que, simula fallo estático y, a partir de esos resultados, realiza manualmente los cálculos para fatiga.

Esto puede deberse al hecho de que Autodesk Inventor no puede realizar análisis a fatiga como tal, sino que es necesario añadir un complemento adicional llamado Nastran In-CAD. En la página de Autodesk encontramos una guía para Nastran In-CAD 2017 que podemos descargar en [Autodesk University]. Dicha guía es bastante útil para los principiantes en Inventor que quieren realizar análisis a fatiga, ya que explica los conceptos teóricos y criterios en los que está basado el programa, que a la vez coinciden con los vistos en la asignatura de Diseño de Máquinas. Además, explica el procedimiento del análisis y la interpretación de los resultados, e incluye un ejemplo resuelto manualmente y las instrucciones para comprobarlo mediante simulación.

Esa guía se ha utilizado en la realización de este proyecto y es un buen complemento del mismo. Sin embargo, contiene alguna errata y puede resultar un tanto confuso realizar consultas en ella sin conocer el entorno del programa. El Manual de usuario contenido en el **Anexo A** de este proyecto presentará una versión mejorada y más completa que la que ofrecen en [Autodesk University].



#### 2.2. Software de simulación a fatiga por FEM en el mercado

Dejando de lado CATIA V5, podemos encontrar numerosos softwares específicos para la simulación por FEM que nos permitan realizar análisis de fallo a fatiga. Enumeramos a continuación algunos de ellos, evaluando sus características de forma acorde con los objetivos del proyecto.

#### 2.2.1. Autodesk Inventor Professional 2019 con Nastran In CAD

Autodesk es una reconocida compañía creadora de software con la que los estudiantes están familiarizados desde el primer curso, ya que en la asignatura de Expresión Gráfica se utiliza Autodesk Autocad, y en segundo curso, en la asignatura de Proyectos y Oficina Técnica, también es recomendable usar Autocad. Además, la Escuela pone a disposición de los alumnos Autocad en todos los ordenadores.

En Inventor no es necesario saber utilizar Catia o cualquier otro programa de diseño de piezas, ya que se pueden diseñar las piezas directamente en Inventor, para posteriormente someterlos al análisis de fatiga, lo que puede resultar una ventaja para los estudiantes que todavía no han cursado la asignatura de Diseño Asistido por Ordenador. De todas formas, también es posible importar piezas de CATIA y otros formatos. Además, los criterios de fallo implementados en Inventor son los mismos que los que se aplican en la asignatura de Diseño de Máquinas, que explicaremos más adelante. Estas características pueden reducir sustancialmente el tiempo del proceso de aprendizaje y uso del programa por los estudiantes.

Sin lugar a dudas, la gran ventaja de Inventor Professional es que los estudiantes pueden descargar la versión completa de manera totalmente gratuita durante 3 años desde la fecha en que lo instalen. De esta manera, aprenden a usar un software profesional y muy potente de forma legal y sin coste alguno. Además, al tener una licencia pueden hacer uso del servicio técnico y de los foros de ayuda, donde podrán contactar con expertos de Autodesk que les resolverán las dudas.

#### 2.2.2. Simulación online con eFatigue [eFatigue]

Este simulador online gratuito de fallo a fatiga puede ser una herramienta complementaria en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, ya que no es necesario instalar ni descargar nada, por lo que no consume recursos en el ordenador. Tan solo hay que crearse una cuenta de usuario para poder acceder a todo el contenido y poder guardar archivos y análisis realizados.

Tiene varios modos de análisis de fallo a fatiga, y los que nos pueden interesar son: amplitud constante, multiaxial y modelo de elementos finitos. En el apartado de amplitud constante dispone de un *Fatigue Calculator* mediante el método esfuerzovida, el cual, nos permite calcular el factor de seguridad o la vida de un material con entalla sometido a unas cargas utilizando el criterio de Goodman [Shigley], que es el mismo que se desarrolla en la asignatura. Por lo tanto, los resultados de los problemas



serían similares a los obtenidos en clase y esta herramienta puede ser útil para comprobar los resultados analíticos.

Otro punto a favor es que incluye mucha teoría y explicaciones, por lo que puede resultar muy útil para estudiantes. Y, a mayores, se pueden cargar ejemplos predeterminados, que indican cómo introducir las variables e interpretar los resultados. Incluye gráficos y tablas representativos de lo que se calcula. Permite obtener el factor de concentración de tensiones de muchas geometrías distintas. Es adecuado para resolver problemas vistos en clase, pero con poca complejidad de geometría y cargas. La página dispone de una lista de materiales a los que someter a fatiga. Esta lista es extensa, pero se ha podido comprobar que no cubre algunos materiales que se utilizan en los ejercicios de la asignatura

En cuanto al tema que nos ocupa, el análisis a fatiga por FEM. Para hacer el análisis de una pieza por elementos finitos primero hay que modelar la pieza en uno de los programas que soporta la página: ABAQUS .fil, ANSYS .rst, Pro Mechanica ASCII .neu, Solidworks and COSMOS/M ASCII, eFatigue ASCII. Esto significa que primero hay que descargar, instalar y aprender a utilizar uno de esos programas para poder hacer uso de esta función. Están disponibles un par de modelos de ejemplo, como el de Figura 2.1. y Figura 2.2. que muestran cómo sería un análisis FEM en eFatigue y los resultados que arroja.

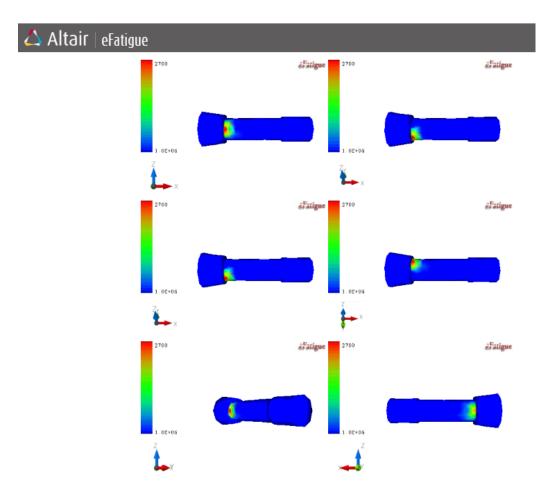


Figura 2.1. Ejemplo de pieza analizada por FEM proporcionada por eFatigue. [eFatigue].



En la Figura 2.1. [eFatigue] muestra los resultados de forma visual, con una escala cromática que indica los ciclos de vida según el color. La zona más roja tiene la vida mínima, 2700 ciclos, por lo tanto, será esa la vida de la pieza antes de fallar.

En la Figura 2.2. se esquematizan los resultados analíticos y podemos apreciar que la nomenclatura no es la misma que se utiliza en la asignatura de Diseño de Máquinas. En primer lugar, en el apartado Specified se recogen los datos que se han utilizado en el análisis: el modelo CAD, la carga, las propiedades del material y los factores que modifican la resistencia a fatiga. En Default se enumeran los datos que no hemos definido y que eFatigue ha rellenado por defecto, como el límite de resistencia a fatiga. Por último, en Calculated encontramos los resultados que arroja: el número de ciclos de vida de la pieza y el número de elemento en el que se produce el fallo.

## eFatigue

#### Specified

- Finite Element Model = SAE\_shaft\_bending.rst
- Loading Single Step = 1
- Loading Single Step Scale1 = 1875
- Loading Single Step Scale2 = -1875
- Material Name = Steel 1045, Normalized, BHN=153
- Material Type = steel
- S<sub>u</sub> = 621 MPa
- E = 202000 MPa
- S<sub>f</sub>' = 889 MPa
- b = -0.092
- · Surface Finish Type = none
- · Stress Gradient Effects = on
- L = .25 mm

#### Default

- S<sub>FL</sub> = 249 MPa
- N<sub>FL</sub> = 1e+06
- k<sub>Findley</sub> = 0.3
- T<sub>FL</sub><sup>max</sup> = 160.27 MPa
- T<sub>f</sub><sup>'max</sup> = 572.23 MPa
- $b_T^{max} = -0.092$
- k<sub>SF</sub> = 1

#### Calculated

- Finite Element Model = SAE shaft bending.rst
- N<sub>f</sub> = 2.655e+03 repeats
- Fea Failure Location = element 3517
- Fea Analysis Time = 0:00:21

Figura 2.2. Resultados del análisis FEM de la pieza de ejemplo [eFatigue].



#### 2.2.3. Solidworks de Dassault Systemes

Solidworks es un software muy potente y bastante utilizado, de la compañía Dassault Systemes, conocida por los estudiantes por ser la creadora de CATIA. El entorno de Solidworks es algo distinto al de Inventor, sin embargo, el modo de uso es muy parecido y también permite importar modelos de piezas de otros programas. Sin embargo, Solidworks presenta un gran inconveniente, no es posible obtenerlo gratuitamente. Ofrece una versión de prueba online (Figura 2.3), sin descarga ni instalación, que no dispone de modo de análisis a fatiga y que no permite abrir o guardar archivos en el ordenador, sino que los archivos se administran desde cuentas de almacenamiento virtual, como Dropbox o Google Drive. Además, la sesión expira pasados 20 minutos de inactividad o tras haber superado el tiempo de sesión que marca el contador de la pantalla, que es de 2 horas. Para comprar la versión completa es necesario rellenar un formulario y ponerse en contacto con un vendedor a través de la página web. [Solidworks]

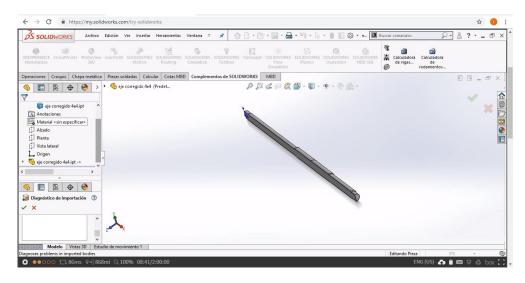


Figura 2.3. Versión de prueba online de Solidworks [Solidworks].

#### 2.2.4. Abagus de Dassault Systemes

Abaqus es un paquete de programas informáticos de Dassault Systemes dedicado íntegramente al cálculo por elementos finitos, y es uno de los más utilizados por la cantidad de problemas de diferentes campos que puede resolver. A su vez, es un software complejo, que requiere tener amplios conocimientos de todos los criterios físicos implementados en el programa [Trevejo], y que no es tan intuitivo como otros que hemos expuesto, lo que puede ocasionar un impedimento para que los alumnos hagan uso de él.

La versión completa no es gratuita, a pesar de eso, existe la versión para estudiantes, que sí que es posible descargar sin coste alguno, aunque está limitada a 1000 nodos, lo cual, puede resultar un inconveniente, ya que, por lo general, las mallas que realicemos pueden superar fácilmente esa cifra si queremos tener precisión. [Abaqus]



#### 2.2.5. ANSYS Mechanical

ANSYS es una compañía informática que propone soluciones a los problemas de ingeniería proporcionando software de simulación. En concreto, dentro del área de Estructuras, encontramos ANSYS Mechanical, capaz de simular fallo a fatiga por elementos finitos. El software emplea los criterios de fallo y conceptos estudiados en clase, lo cual es una ventaja.

Dispone de una versión de prueba para estudiantes limitada a 32.000 nodos o elementos, con un periodo de duración de 12 meses. [ANSYS]





# 3. METODOLOGÍA UTILIZADA: FEM con Autodesk Inventor

A raíz de las características que posee este software y que hemos mencionado en el apartado 2.2.1, decidimos que Autodesk Inventor Professional 2019 puede ser una herramienta apropiada para el uso que le vamos a dar y que cumple nuestros objetivos.

Este apartado de metodología está dividido en 3 partes. En primer lugar, presentaremos el criterio de fallo, los conceptos generales de fatiga y una introducción al método de elementos finitos; en segundo lugar, explicaremos los pasos a seguir y las nociones básicas, necesarias para realizar un análisis a fatiga con simulación por FEM. Por último, siguiendo esas nociones previas, veremos cómo utilizar las herramientas de Inventor para guiar a un usuario que está iniciándose en este programa en el análisis del fallo a fatiga de una pieza.

#### 3.1. Conceptos generales de diseño de máquinas y FEM

En este apartado vamos a introducir algunos conceptos de fallo a fatiga y su nomenclatura, que utilizaremos a lo largo de este proyecto, y que son necesarios para comprender las explicaciones de la metodología.

#### 3.1.1. Presentación del criterio de fallo a fatiga

El fenómeno de fatiga en elementos de máquinas se produce cuando éstos se encuentran sometidos a cargas variables. Tras un número determinado de ciclos de carga, la pieza falla bajo una carga menor a la resistencia última del material. Como ingenieros, debemos conocer el criterio que nos permite predecir cuantos ciclos de vida tiene una pieza y calcular la carga bajo la cual, el elemento no falla una vez elegido el coeficiente de seguridad. [Shigley].

El criterio que utilizamos en la asignatura de Diseño de Máquinas para determinar el fallo a fatiga es el criterio de Goodman, en el cual intervienen las cargas aplicadas a la pieza, la resistencia a fatiga y la resistencia última a tracción del material, así como un factor de seguridad para evitar el fallo. En este punto, explicaremos los conceptos del fallo a fatiga necesarios para poder aplicar este método.

#### a) Caracterización de la carga

Comenzamos caracterizando la carga aplicada sobre el elemento de estudio. Para ello, calcularemos las tensiones producidas por las fuerzas F y momentos M que actúan repetitivamente sobre el elemento. El valor de dichas tensiones se obtiene analíticamente dependiendo del tipo de esfuerzo al que esté sometido el elemento: tracción, torsión o flexión [Shigley]. Una vez conozcamos las tensiones, podremos comenzar el análisis a fatiga.



La notación que vamos a utilizar es la de la Tabla 3.1, donde nombraremos a las cargas o tensiones con la letra  $\sigma$ .

Magnitud	Símbolo	Unidad
Carga máxima	σ <sub>max</sub>	MPa
Carga mínima	σ <sub>min</sub>	MPa
Carga media	σ <sub>m</sub>	MPa
Amplitud de carga o carga alternante	σa	MPa

Tabla 3.1. Notación que define las cargas variables de amplitud constante.

Estudiaremos la fatiga producida por cargas variables en el tiempo de amplitud constante, que se presenta fundamentalmente de tres formas: invertida o alternante, repetida o pulsante, y fluctuante, como aparecen en la Figura 3.1.

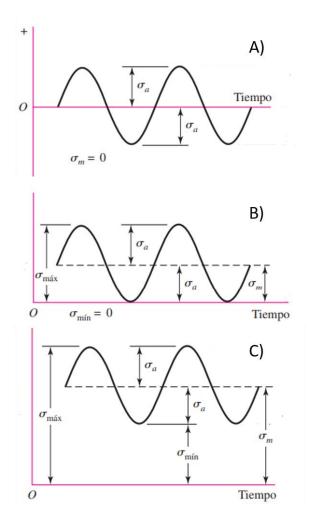


Figura 3.1. Tipos de cargas variables de amplitud constante; A) invertida o alternante, B) repetida o pulsante, C) fluctuante [Shigley].



La variación de la gráfica que se genera al representar la carga respecto del tiempo puede ser de diferentes tipos, como vemos en la Figura 3.2. Sin embargo, el patrón más utilizado es el A) el sinusoidal, ya que representa más habitualmente la variación de la carga a la que están sometidas las piezas en maquinaria rotativa.

A partir de los valores de carga máxima  $(\sigma_{max})$  y mínima  $(\sigma_{min})$ , podremos calcular la carga media  $(\sigma_m)$  y la carga alternante  $(\sigma_a)$  mediante las expresiones Ec 3.1 y Ec 3.2, que serán determinantes al aplicar el criterio de Goodman.

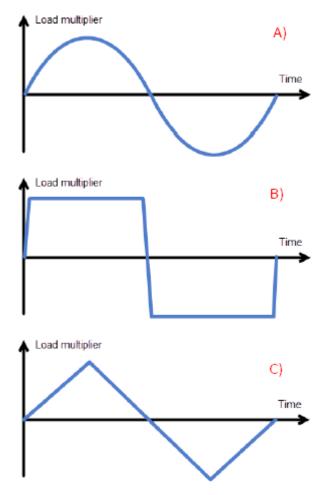


Figura 3.2. Tipos de patrones que representan la variación de la carga respecto del tiempo: A) sinusoidal B) cuadrada C) diente de sierra [Autodesk University].

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$
 Ec 3.1

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right|$$
 Ec 3.2



#### b) Caracterización de la pieza

El valor de la resistencia a fatiga  $S_e$  de las piezas y/o de sus materiales se determina mediante ensayos, generalmente de flexión rotativa, en los que se somete a la pieza o a una probeta del material de estudio a una carga invertida hasta que falla, entonces se anota su número de ciclos de vida. Al representar la carga alternante  $\sigma_e$  de la carga invertida a la que se somete a la pieza frente a los ciclos de vida, N, de la misma en una gráfica semilogarítmica o log-log, obtenemos la curva de Whöler o curva S-N [Shigley]. En el caso del acero, la curva se hace horizontal a partir de  $10^6$  ciclos (Figura 3.3.A), lo que significa que se inicia la vida infinita, es decir, que, si resiste un millón de ciclos, ya no fallará. Este valor de carga alternante se denomina resistencia a fatiga de la pieza ( $S_e$ ) o de la probeta ( $S_e$ ) de dicho material. Si aplicamos una carga menor o igual a dicho valor, la probeta no fallará y se considera que tiene vida infinita.

Si miramos con más detalle el diagrama S-N de la Figura 3.3.A. observamos que hasta los  $10^3$  ciclos la probeta de acero falla aproximadamente cerca de su límite de resistencia última a tracción  $S_{ut}$ . Entre  $10^3$  y  $10^6$  ciclos, se denomina intervalo de vida finita, y a la resistencia a fatiga correspondiente a un número determinado de ciclos en ese intervalo la denominamos  $S_f$ , resistencia a vida finita. La nomenclatura utilizada está recogida en la Tabla 3.2.

En la Figura 3.3.B. se muestra la curva S-N de algunas aleaciones de aluminio bajo el mismo ensayo de flexión rotativa. Si lo comparamos con la curva del acero, observamos que la curva del aluminio no tiene un "codo" bien definido en  $10^6$  ciclos, sino que, a partir de  $10^7$  ciclos, aproximadamente, la pendiente se suaviza. Los aluminios no tienen límite de resistencia a la fatiga, así que, se toma como  $S_e$ ' el valor de la resistencia a fatiga en torno a los  $10^7$  ciclos [Norton].

Magnitud	Símbolo	Unidad
Número de ciclos	N	Ciclos
Resistencia última a tracción	Sut	MPa
Límite de resistencia a fatiga de la probeta	Se'	MPa
Límite de resistencia a fatiga real, de la pieza, tras aplicar factores de corrección	Se	MPa
Resistencia a fatiga para vida finita	Sf	MPa

Tabla 3.2. Nomenclatura utilizada para denominar los parámetros que caracterizan el comportamiento de la pieza



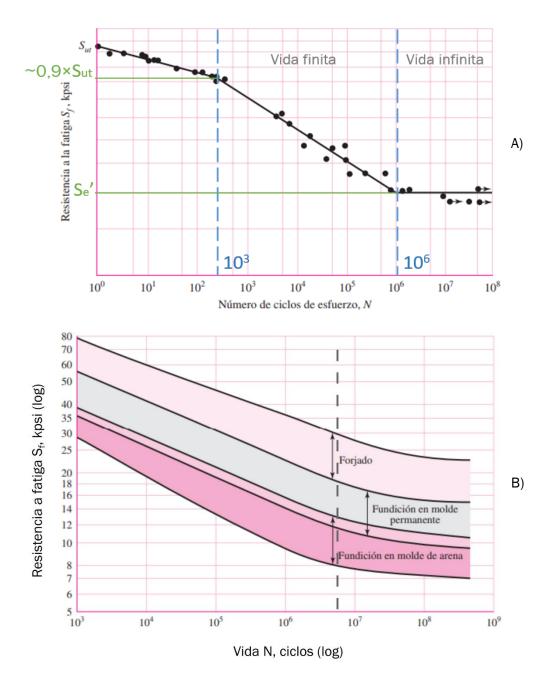


Figura 3.3. Curva S-N obtenida en ensayo de flexión rotativa de una probeta de: A) un acero y B) aleaciones de aluminio [Shigley].

Como hemos dicho,  $S_e$ ' representa el límite de resistencia a fatiga de la probeta de ensayo, si queremos calcular el límite de resistencia  $S_e$  de una pieza en concreto tendremos que aplicar una serie de factores de corrección, como apreciamos en Ec 3.3. [Shigley].



$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S'_e$$
 Ec 3.3.

Ka: acabado superficial.

K<sub>b</sub>: tamaño. K<sub>c</sub>: fiabilidad.

K<sub>d</sub>: factor de temperatura.

K<sub>e</sub>: factor de efectos diversos de concentración de tensiones, relacionados con

el factor efectivo de concentración de esfuerzos de fatiga, K<sub>f.</sub>

S'e: límite de resistencia a fatiga de la probeta de ensayo

Cuando se somete un elemento de una máquina a una carga variable conocida por encima del límite de resistencia a fatiga sabemos que tiene vida finita. Para conocer el número de ciclos de vida, obtendremos la ecuación de la recta de la zona de vida finita, entre 10<sup>3</sup> y 10<sup>6</sup> ciclos. Utilizando operaciones logarítmicas llegamos a la expresión de Ec 3.4. donde a y b se obtienen con Ec 3.5. y Ec 3.6.

$$\log S_f = \log a + b \cdot \log N$$
 Ec 3.4.

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S}$$
 Ec 3.5.

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S_e}$$
 Ec 3.5. 
$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot S_{ut}}{S_e}$$
 Ec 3.6.

Simplificando los logaritmos, obtenemos la ecuación que relaciona la resistencia a fatiga para vida finita con el número de ciclos Ec 3.7.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{\frac{1}{b}}$$
 Ec 3.7.

#### c) Criterio de fallo

Como hemos mencionado antes, la curva S-N está basada generalmente en ensayos de flexión rotativa, que produce un tipo de carga invertida o alternante. Este tipo de carga se caracteriza por tener carga media nula σ<sub>m</sub>=0. En zonas de la pieza a compresión, el valor de la carga media prácticamente no afecta, aunque su valor no sea nulo. Sin embargo, si la pieza se encuentra traccionada sí que intervienen en ella las tensiones medias combinadas con la tensión alternante. Por ello, es necesario establecer un criterio que relacione las propiedades del material con las cargas medias y alternantes. El criterio más utilizado de fallo a fatiga es el criterio de Goodman, definido por la ecuación Ec 3.8.

La ecuación Ec 3.8. se corresponde con la ecuación de una recta denominada Recta de Goodman. La Recta de Goodman está ilustrada en azul en la Figura 3.4., donde Sa y S<sub>m</sub> son los valores de resistencia límite alternante y resistencia límite media,



respectivamente, en el punto A, donde se cruza la recta de Goodman con la línea de carga. Dicha línea de carga es una recta que sale del origen y se une con el punto definido por la combinación de carga media y alternante cuyas coordenadas son  $(\sigma_m, \sigma_a)$ .

$$\frac{S_m}{S_{ut}} + \frac{S_a}{S_e} = 1$$
 Ec 3.8.

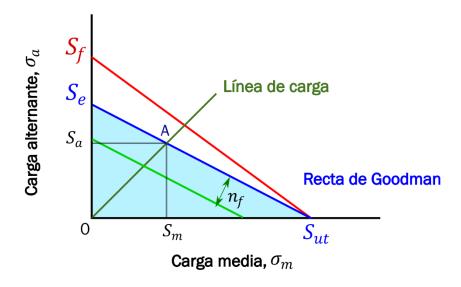


Figura 3.4. Representación gráfica del criterio de Goodman.

En el caso de que la combinación de cargas se encuentre en la zona coloreada de azul, por debajo de la recta de Goodman, el elemento analizado se encuentra en zona segura y no fallará, estableciendo de tal forma, un coeficiente de seguridad n<sub>f</sub>. El criterio de Goodman con factor de seguridad viene representado por la ecuación Ec 3.9. y en la Figura 3.5.A.

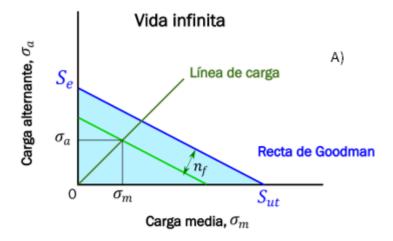
$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_f}$$
 Ec 3.9.

Podemos apreciar que, si el factor de seguridad es 1, el material se encuentra en el límite de resistencia a fatiga donde  $\sigma_a$  = $S_a$  y  $\sigma_m$  =  $S_m$ . Por el contrario, si el punto de trabajo se encuentra por encima de la recta de Goodman, el elemento fallará, porque superamos el límite de resistencia a fatiga. Esta situación se representa en la Figura 3.5.B., donde la recta roja indica que trabajamos por encima de la recta de Goodman y, por tanto, estamos en la zona de vida finita de la curva S-N (Figura 3.3.A.). La ecuación que define la recta roja es Ec 3.10. y de ahí podemos obtener la resistencia a fatiga para vida finita  $S_f$ , que utilizaremos en Ec 3.7. o en la curva S-N para determinar el número de ciclos de vida.



$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_f} = 1$$
 Ec 3.10.

Según nos movemos por la recta de Goodman, vemos que, cuando el esfuerzo medio es nulo, el valor del esfuerzo alternante puede llegar hasta el límite de resistencia a fatiga  $S_{\rm e}$  sin que el elemento falle. Sin embargo, al desplazarnos hacia la derecha en el diagrama, el esfuerzo medio aumenta y el esfuerzo alternante tendrá que ser cada vez menor para que no se produzca fallo.



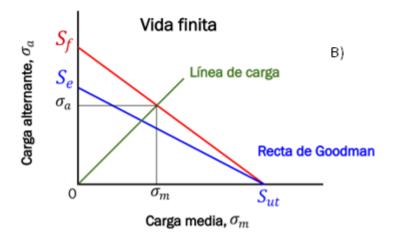


Figura 3.5. Representación del criterio de Goodman para: A) Vida infinita y B) Vida finita.



#### d) Fatiga multiaxial

Por último, cabe contemplar la posibilidad de que el elemento en estudio esté sometido a múltiples estados de cargas variables al mismo tiempo. A esto se le conoce como fatiga multiaxial.

Si nos encontramos ante este caso tendremos que actuar de un modo ligeramente distinto, ya que, al tener diversas cargas aplicadas, tendremos diferentes valores de tensión alternante y tensión media en distintas direcciones (Tabla 3.3.).

Corregiremos las tensiones ( $\sigma_{xa-i}^{corr}$ ,  $\sigma_{ya-i}^{corr}$ ...) multiplicando por sus respectivos factores efectivos de concentración de esfuerzos de fatiga,  $K_f$ . Debido a esto, cuando calculemos el límite de resistencia a fatiga  $S_e$ , no consideraremos el factor de efectos diversos de concentración de tensiones  $K_e$ , porque ya está incluido en  $K_f$ .

Una vez hayamos corregido las tensiones, las sumaremos por componentes y, con el criterio de Von Mises [Shigley], definido en el fallo estático, calcularemos los esfuerzos equivalentes  $\sigma_a^{eq}$  y  $\sigma_m^{eq}$  (Ec 3.11. y Ec 3.12.).

Tensión	Alternante	Media
Normal, componente X	σ <sub>ax-i</sub>	$\sigma_{\text{mx-i}}$
Normal, componente Y	<b>O</b> ay-i	<b>O</b> my-i
Normal, componente Z	<b>O</b> az-i	<b>O</b> mz-i
Tangencial, componente X	Tax-i	T <sub>mx-i</sub>
Tangencial, componente Y	Tay-i	T <sub>my-i</sub>
Tangencial, componente Z	T <sub>az-i</sub>	T <sub>mz-i</sub>

Tabla 3.3. Componentes de tensión multiaxial de la carga i.

$$\sigma_{m}^{eq_{i}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\left(\sigma_{xm}^{corr} - \sigma_{ym}^{corr}\right)^{2} + \left(\sigma_{xm}^{corr} - \sigma_{zm}^{corr}\right)^{2} + \left(\sigma_{ym}^{corr} - \sigma_{zm}^{corr}\right)^{2} + 6\left((\tau_{xym}^{corr})^{2} + (\tau_{xzm}^{corr})^{2} + (\tau_{yzm}^{corr})^{2}\right)} \right]$$
 Ec 3.11. 
$$\sigma_{a}^{eq_{i}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\left(\sigma_{xa}^{corr} - \sigma_{ya}^{corr}\right)^{2} + \left(\sigma_{xa}^{corr} - \sigma_{za}^{corr}\right)^{2} + \left(\sigma_{ya}^{corr} - \sigma_{za}^{corr}\right)^{2} + 6\left((\tau_{xya}^{corr})^{2} + (\tau_{xza}^{corr})^{2} + (\tau_{yza}^{corr})^{2}\right)} \right]$$
 Ec 3.12.

.

#### 3.1.2. Método de elementos finitos

El método de Elementos Finitos FEM (apéndice C [Norton]) se basa en subdividir el sólido de estudio en partes más pequeñas llamadas elementos y aplicar las ecuaciones del comportamiento mecánicos a cada uno de ellos. Como el número de éstos es limitado, se conocen como "elementos finitos". Estos elementos están unidos entre sí mediante puntos, conocidos como nodos. El conjunto formado por elementos y nodos se denomina malla.



#### a) Tipo de malla

La malla está definida por el tipo de elementos que la componen, que aparecen ilustrados en la Figura 3.6. En esa imagen distinguimos entre elementos lineales y cuadráticos o parabólicos. Si nos fijamos en el elemento más básico, de una dimensión, vemos que el lineal tiene 2 nodos y el parabólico 3 nodos, cada uno de esos nodos tendrá un grado de libertad. Al representar los grados de libertad de cada nodo en la Figura 3.7. observamos que el lineal crea rectas, mientras que el parabólico crea curvas parabólicas, de ahí sus nombres.

Los elementos parabólicos son los elementos predilectos en análisis FEM de elementos de máquinas, ya que, por una parte, se adaptan mejor a las curvas que los lineales, y por otra, nos ofrecen más información, porque al contener más nodos dispondremos de más datos de desplazamientos y tensiones.

Existen 3 grandes categorías de modelos que podemos analizar por FEM: barras, superficies y sólidos. Cuando analicemos barras, utilizaremos mallas con elementos de una dimensión, que como hemos dicho, tienen un grado de libertad en cada nodo. Si analizamos superficies usaremos los elementos de 2 dimensiones, que tienen 3 grados de libertad en cada nodo. Finalmente, al estudiar sólidos, como es el caso de los elementos de máquinas, emplearemos los elementos de 3 dimensiones, que tienen 6 grados de libertad en cada uno de sus nodos.

Además, disponemos de 2 geometrías para los elementos de 3 dimensiones, los tetraedros y los hexaedros. Los hexaedros tienen el doble de nodos que los tetraedros, por lo tanto, proporcionarán el doble de información. Sin embargo, disponer de una gran cantidad de datos puede ser contraproducente, ya que requerirá un mayor tiempo de procesamiento y un mayor consumo de recursos del ordenador.

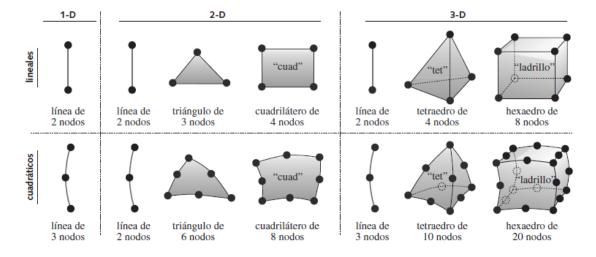


Figura 3.6. Tipos de elementos que componen la malla [Norton].



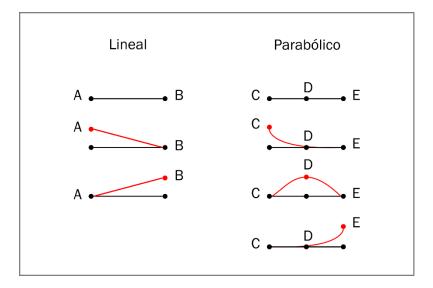


Figura 3.7. Diferencia entre elementos lineales y parabólicos.

#### b) Tamaño de los elementos

Como ya hemos mencionado, cuantos más nodos tengamos, mayor será el tiempo de computación de los resultados, debido a esto, no es recomendable hacer la malla muy fina. Por el contrario, si la malla es gruesa, habrá menos elementos y serán más grandes, por lo que, el mallado nos proporcionará poca información, y consecuentemente, los resultados serán menos fiables. [Enterfea]

La clave es realizar un mallado muy fino únicamente en las zonas de entallas, aristas o detalles, mientras que, generamos el resto de la malla gruesa para las zonas donde sabemos que hay poca información. Esto lo vemos ilustrado en la Figura 3.8.

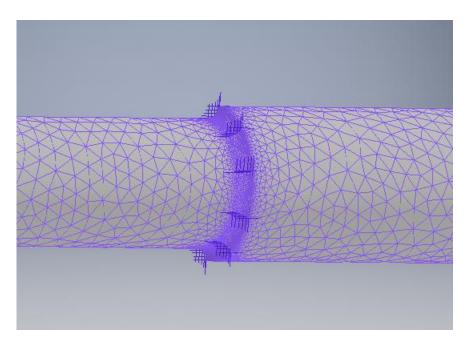


Figura 3.8. Detalle de mallado fino en la entalla.



También nos fijaremos en las dimensiones de la pieza para ajustar el tamaño de los elementos del mallado. Si tenemos una entalla de 4mm de ancho, el tamaño de los elementos de malla tendrá que ser menor de 4 mm, para que la forma de la malla se ajuste a la forma real de la entalla, y podamos obtener resultados acordes con los desplazamientos y tensiones reales de la pieza modelada.

#### 3.2. Principios básicos para simulación de análisis a fatiga por FEM

En este punto presentamos una serie de pasos a seguir, con contenido teórico, necesarios para realizar correctamente la simulación a fatiga de una pieza utilizando el método de elementos finitos. Estos conocimientos los emplearemos posteriormente para simular fallo a fatiga en Inventor con Nastran In-CAD, aunque la técnica es extrapolable a otros softwares.

#### 3.2.1. Modelado de la pieza en 3D

Con el concepto de modelado, nos referimos a definir la geometría de la pieza, acotando sus dimensiones. Inventor permite diseñar piezas en 3D, aunque también es posible importarlas desde otros formatos de archivo. Además, en este punto podemos determinar elementos auxiliares, como planos, puntos o ejes, de los que nos podremos ayudar en los pasos posteriores.

Es habitual, en simulación por FEM, realizar simplificaciones aprovechando la simetría de la pieza de estudio. Esto lo podemos encontrar explicado más en profundidad en [Brauer] y [Bolek]. Con las simplificaciones conseguimos que el número de cálculos que realiza el software sea menor, reduciendo el tiempo de computación y pudiendo conseguir más precisión en los resultados, creando más elementos de malla. Por ejemplo, en una pieza entera creamos 100.000 elementos; si solo modelamos la mitad, tendríamos 50.000 elementos. Si, en vez de 50.000, ponemos 80.000, los elementos serían más pequeños y nos aportarían mayor precisión de resultados.

En la Figura 3.9 se ilustran los tipos de simetría que podemos utilizar en las simplificaciones.

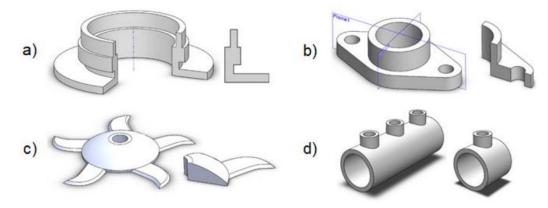


Figura 3.9. Tipos de simetría: a) Simetría axial b) Simetría especular c) Simetría cíclica d) Simetría de traslación o repetitiva [Bolek].



Es muy importante tener en cuenta que, si vamos a utilizar la simetría para hacer simplificaciones, tendremos que introducir las condiciones de contorno que equivalen al trozo de pieza que hemos eliminado, para que el modelo simplificado sea equivalente al real. También la carga ha de ser simétrica o estar contenida en el eje de simetría.

Si el estado de cargas no es simétrico, y queremos aplicar simetría, porque la pieza sí lo es, tendremos que realizar una composición de estados de cargas (como se estudia en la asignatura Elasticidad y Resistencia de Materiales II [Garrido]).

Existe otro método para simplificar la pieza, que consiste en eliminar detalles poco relevantes, como en la Figura 3.10. Hay que elegir bien los detalles que se van a eliminar, para que no afecte al resultado final. Sin embargo, las piezas que vamos a analizar en este trabajo son simples y es suficiente con simplificar por simetría.

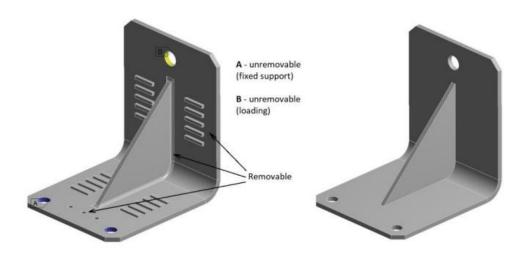


Figura 3.10. Simplificación eliminando detalles [Bolek].

# 3.2.2. Tipo de análisis

Nastran In-CAD permite hacer hasta 20 tipos de análisis distintos, incluyendo: estático lineal, estático no lineal, impacto, fatiga a vibración o térmico. El que nos interesa realizar en este proyecto es el análisis de fatiga multiaxial. Como hemos visto en el apartado 3.1.1.d. en fatiga multiaxial usamos el criterio de Von Mises para obtener la carga alternante y la carga media total producidas por el conjunto de fuerzas y momentos aplicados.

En este punto, definimos también la información que queremos obtener de la simulación, o outputs. Entre las distintas opciones que nos dan, nos conviene obtener las tensiones (o *Stress*), ya que es con lo que vamos a trabajar para establecer los criterios de fallo. También es primordial elegir correctamente, y desde el principio, las unidades con las que queremos trabajar, que preferiblemente serán las del Sistema Internacional.



#### 3.2.3. Elección del material

Para definir adecuadamente un material, necesitaremos introducir como datos conocidos sus propiedades mecánicas, que vienen indicadas en la Tabla 3.4:

Propiedad	Símbolo	Unidad
Densidad	ρ	kg/m³
Módulo elástico	E	MPa
Coeficiente de Poisson	V	-
Coeficiente de dilatación térmica	Α	K-1
Resistencia última a tracción	Sut	MPa

Tabla 3.4. Propiedades mecánicas necesarias para definir un material

El software proporciona una lista muy extensa, donde podemos elegir el material que corresponde a nuestra pieza, así no tenemos que introducir los datos manualmente, sino que se completan de manera predeterminada. Si el material del que está compuesto la pieza de estudio no se encuentra en la lista, podemos introducir las propiedades mecánicas nosotros mismos.

El análisis que vamos a hacer sigue el método de esfuerzo vida [Shigley] (estudiado en la parte teórica de la asignatura), que permite conocer la vida en ciclos que resiste la pieza. En el software que vamos a utilizar también se basan en ese método así que tendremos que introducir en el análisis los parámetros que definen la curva S-N de la pieza.

En la Figura 3.11. podemos comparar la curva S-N que hemos estudiado [Shigley] de un acero con la que proporciona Autodesk como ejemplo para indicar los parámetros que necesita conocer de la curva S-N de la pieza. Es importante notar que nos referimos a curvas S-N de la pieza, es decir, con el límite de resistencia a fatiga ya corregido, no el de la probeta del ensayo de flexión invertida.

A continuación, vamos a explicar los parámetros que el software necesita que introduzcamos para definir la curva S-N del material:  $S_u$ ,  $S_e$ ,  $B_e$ ,  $N_o$ ,  $N_e$  y B.

A la resistencia a fatiga cuando comienza la vida finita ( $10^3$  ciclos), Autodesk lo denomina  $S_u$  y coincide con el punto  $0,9 \cdot S_{ut}$  de la curva de Figura 3.3.A., siendo  $S_{ut}$  el límite de resistencia última a tracción del material.

El punto en el que el material alcanza la vida infinita es el límite de resistencia a fatiga  $S_e$ , y coincide en ambas gráficas. Como observamos, en la figura 3.11.B. aparece una ligera pendiente  $B_e$  en la zona de vida infinita, esto se debe a que Autodesk puede representar la curva de numerosos materiales. La pendiente  $B_e$  será nula solo cuando estemos empleando acero; si utilizamos aluminio, por ejemplo,  $B_e$  no tendrá valor nulo (Figura 3.3.B.).

El número de ciclos a partir de los que entramos en la zona de vida finita es  $10^3$  ciclos, que Autodesk lo reconoce como  $N_0$ . Y el número de ciclos a partir de los que consideramos vida infinita será  $10^6$  ciclos, que Autodesk lo denomina  $N_e$ .



La pendiente de la curva que define la zona de vida finita se nombra como B en Autodesk y se obtiene con la expresión Ec 3.13., mientras que en [Shigley] se conoce como b y se calcula con la ecuación Ec 3.6. Ambas expresiones generan el mismo resultado, ya que proceden de la ecuación de la recta Ec 3.4., la única diferencia es que en Ec 3.6. ya se encuentran sustituidos  $N_0$ =10³ ciclos y  $N_e$ =106 ciclos para la curva del acero, mientras que en la Ec 3.13.  $N_0$  y  $N_e$  se consideran incógnitas que debemos introducir para poder elegir otros materiales distintos del acero.

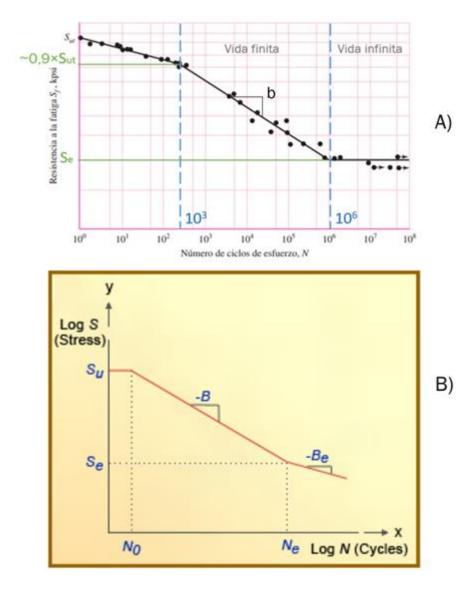


Figura 3.11. Comparativa entre representaciones de la curva S-N de una pieza: A) Shigley y B) Autodesk.

$$B = \frac{\log(S_u) - \log(S_e)}{\log(N_e) - \log(N_0)}$$
 Ec 3.13.



Una vez que hemos introducido todos los parámetros, el software calcula el número de ciclos para vida finita con la ecuación Ec 3.14. que ofrece el mismo resultado que la ecuación Ec 3.7. La única diferencia, como ya hemos mencionado, es que, en Autodesk,  $N_0$  y  $N_e$  son variables a las que podemos dar cualquier valor, por eso en Ec 3.13. y Ec 3.14. aparecen como parte de la ecuación. Sin embargo, en 3.6. y 3.7. los valores de  $N_0$  y  $N_e$  ya han sido sustituidos por  $10^3$  y  $10^6$  respectivamente.

$$N_f = N_0 \cdot \left(\frac{S_u}{S_f}\right)^{\frac{1}{B}}$$
 Ec 3.14.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{\frac{1}{b}}$$
 Ec 3.7.

# 3.2.4. Definición de los apoyos y condiciones de contorno

Lo siguiente que haremos será establecer las restricciones de grados de libertad (gdl) equivalentes a los apoyos o empotramientos que posee nuestra pieza. Para ello, utilizaremos los conocimientos adquiridos en la asignatura de Mecánica para Máquinas y Mecanismos, en relación con el movimiento del sólido rígido [Agulló]. Recordamos que existen 3 gdl de traslación ( $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ) y 3 gdl de rotación ( $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ) por cada nodo. Podemos encontrar muchas variantes de apoyos, pero las más comunes son los empotramientos (restringiremos los 6 gdl) o los apoyos fijos que permiten los giros, así que impediremos solo los desplazamientos  $T_x$ ,  $T_y$  y  $T_z$ .

Cuando analicemos una pieza modelada utilizando simplificaciones por simetría aprovecharemos los planos de simetría o antisimetría para introducir restricciones de traslación y/o rotación en dichos planos. Puede ser necesario probar distintas configuraciones de condiciones de contorno para descubrir cuál es la que más encaja con el modelo que estamos simulando.

En este software, existen unas herramientas que complementan la función de las condiciones de contorno, llamadas conectores rígidos (Figura 3.12.). Los conectores rígidos crean una conexión entre un punto de la pieza (A) y una superficie (B) o borde que va a depender de dicho punto, de tal forma que, las condiciones de contorno y desplazamientos que se producen en el punto se replican en la superficie o borde. Si estamos simulando ejes rotativos o piezas que giran sometidas a flexión, que están soportadas por rodamientos o cojinetes, y nos interesa que el momento en los apoyos sea nulo, no debemos seleccionar directamente las superficies de contacto entre el cojinete y el eje como superficies de apoyo. Si lo hacemos, se producirá un efecto de concentración de tensiones en la entalla entre el apoyo y el eje, resultando en una tensión muy elevada y provocando que la pieza falle en la sección de la entalla del rodamiento (Figura 3.13.). Para simular correctamente el apoyo del rodamiento crearemos conectores rígidos entre un punto auxiliar y la superficie del extremo del eje o pieza (Figura 3.14.). El punto auxiliar lo crearemos en la intersección entre la línea



del eje y un plano auxiliar que pase por el punto de apoyo, y será en dicho punto donde estableceremos los apoyos y condiciones de contorno de la barra.

En la Figura 3.12. hemos establecido un conector rígido (conos rojos) entre la sección extrema de un eje y un punto auxiliar en la mitad del rodamiento, de tal modo, restringimos las traslaciones del punto (conos azules) y se replican esas restricciones en los puntos del plano de la sección extrema.

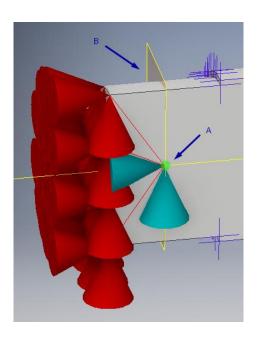


Figura 3.12. Imagen representativa de un conector rígido.

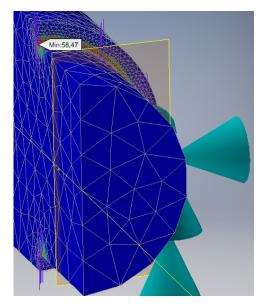


Figura 3.13. Simulación a fatiga de un eje con apoyo en la superficie sin conector rígido. Fallo del eje en la entalla del apoyo después de 58 ciclos.

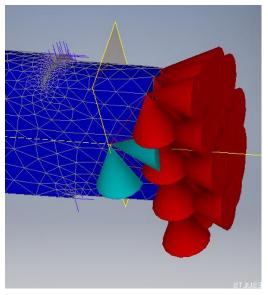


Figura 3.14. Simulación a fatiga de un eje con apoyo en el punto con conector rígido. El eje no falla en la entalla del apoyo.



# 3.2.5. Aplicación de cargas

Las cargas o esfuerzos aplicados en la pieza pueden ser de diversos tipos: fuerza puntual, momento, fuerza distribuida, gravitacional, térmica... pero en nuestro caso, estudiaremos principalmente la más simple, la fuerza puntual, aunque también usaremos momentos.

En el software no se pueden introducir directamente los valores de la carga media y alternante, sino que, hay que aplicar una fuerza o momento externos a la pieza y, tras introducir la evolución temporal de la carga, el software mismo calculará las tensiones de la pieza mediante FEM.

Seleccionaremos entonces, el punto, línea, borde o superficie en el que esté aplicada la fuerza o momento e introduciremos cada una de las componentes cartesianas del valor máximo que alcanza la fuerza  $(F_x, F_y, F_z)$  incluyendo el signo positivo o negativo, dependiendo de la dirección del vector.

Para caracterizar la variación temporal de la carga utilizaremos un parámetro denominado factor de carga  $(\lambda)$ , que se representa respecto del tiempo y al multiplicarlo por la fuerza que hemos introducido nos dará como resultado la fuerza aplicada a la pieza en cada instante de tiempo. Esto lo podemos expresar mediante Ec 3.15.

$$F(t) = \lambda(t) \cdot F$$
 Ec 3.15.

En Autodesk tendremos que introducir una tabla con los valores de tiempo y factor de carga representativos. A continuación, veremos qué datos son necesarios para cada tipo de carga. Para facilitar la representación gráfica de los casos, hemos llamado  $F_{\text{max}}$  a la fuerza externa aplicada y  $F_{\text{min}}$  al valor mínimo que alcanza. Por ejemplo, para una fuerza externa invertida de 14kN,  $F_{\text{max}}$  será 14kN mientras que  $F_{\text{min}}$  será -14kN.

Es importante prestar atención a que el máximo valor del tiempo de la gráfica sea 1, ya que, el software calcula la vida a fatiga de la pieza en segundos, no en ciclos. Si la duración del ciclo difiere de 1 segundo tendremos que dividir el resultado de la vida que arroje el software entre la duración del ciclo para obtener la vida de la pieza en ciclos.

El patrón de las gráficas elegido es siempre sinusoidal, porque tratamos con el tipo de patrón que provoca una probeta sometida a flexión invertida.

## a) Carga invertida o alternante

Este tipo de estado de carga se produce por una fuerza que varía entre  $F_{max}$  y  $F_{min}$ = $F_{max}$ , así que los factores de carga están comprendidos entre 1 y -1. Los valores más representativos de la gráfica de la Figura 3.15. se indican en la Tabla 3.5.



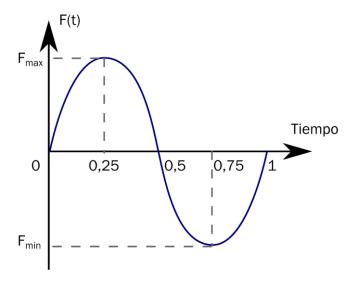


Figura 3.15. Tipo de carga variable invertida o alternante.

Tiempo	Factor de carga
0	0
0,25	1
0,75	-1
1	0

Tabla 3.5. Datos de la gráfica de carga invertida.

# b) Carga repetida o punzante

El tipo de carga repetido se genera por una fuerza que varía entre  $F_{\text{max}}$  y 0, como vemos en la Figura 3.16. y, por eso, el factor de carga varía entre 0 y 1 en la Tabla 3.6.

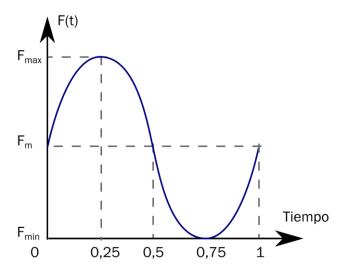


Figura 3.16. Tipo de carga variable repetida o punzante.



Tiempo	Factor de carga
0	0
0,5	1
1	0

Tabla 3.6. Datos de la gráfica de carga repetida.

# Carga fluctuante

Por último, el tipo de carga fluctuante se produce por fuerzas con cualquier valor de  $F_{\text{max}}$  y  $F_{\text{min}}$  (Figura 3.17.). En este caso en particular, es recomendable introducir en las componentes de la fuerza el valor de la fuerza media  $F_{\text{m}}$ , así podemos dividir la fuerza máxima y mínima entre la fuerza media para poder encontrar los valores máximo y mínimo del factor de carga (Tabla 3.7.).

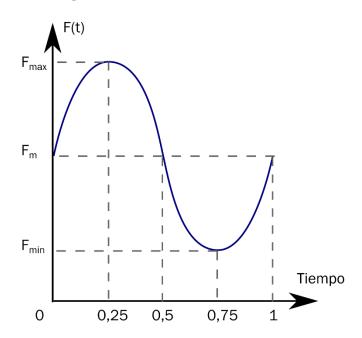


Figura 3.17. Tipo de carga variable fluctuante.

Tiempo	Factor de carga
0	1
0,25	F <sub>max</sub> /F <sub>m</sub>
0,75	F <sub>min</sub> /F <sub>m</sub>
1	1

Tabla 3.7. Datos de la gráfica de carga fluctuante.



#### 3.2.6. Generación del mallado

Una vez tengamos la geometría de la pieza en 3D, el material, las restricciones y las cargas, ya podemos implementar el mallado.

Como los elementos que vamos a analizar son sólidos, la malla que generaremos estará compuesta de tetraedros y, dependiendo de la simplicidad de la pieza y de si contiene curvas, elegiremos malla lineal o parabólica. Es imprescindible no olvidar que, cada vez que hagamos cambios en la geometría de la pieza, tendremos que regenerar la malla.

Para obtener mejores resultados con FEM, es recomendable probar 3 tamaños de elementos de malla distintos y ver dónde convergen los resultados, ya que según qué tamaño pongamos las soluciones que obtenemos pueden variar. En las entallas o discontinuidades disminuiremos el tamaño de la malla respecto al del resto de la pieza, ya que así obtenemos mayor información de los puntos en los que se puede producir el fallo.

Con todo esto en mente ya somos capaces de realizar el análisis a fatiga por elementos finitos. En los siguientes apartados descubriremos cómo seguir estos pasos con las herramientas de Inventor y Nastran.

# 3.3. Análisis de fatiga con Autodesk Inventor

Para poder realizar análisis a fatiga en Inventor, es necesario instalar un módulo adicional que podemos obtener de forma gratuita en la página oficial de Autodesk. En el **Anexo B** explicamos cómo descargar e instalar ambos programas.

En este subapartado presentaremos el entorno del programa junto con las herramientas y comandos que vamos a necesitar, siguiendo el orden y los pasos descritos en el apartado 3.2.

#### 3.3.1. Presentación del software: Inventor Professional

A continuación, vamos a introducir el entorno de Inventor con las principales herramientas que necesitaremos para hacer el análisis a fatiga:

#### a) Pantalla de inicio

Al entrar en el programa, nos encontramos con la pantalla de la Figura 3.18, que resulta bastante intuitiva:



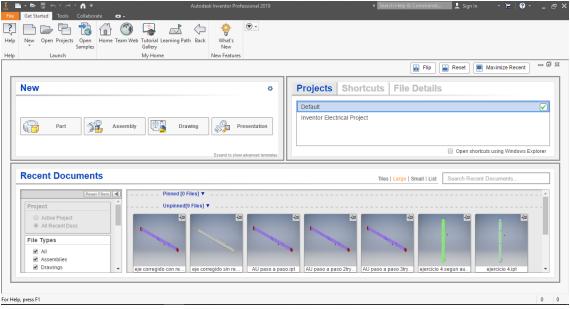


Figura 3.18. Pantalla de inicio de Inventor.

Básicamente, en la Figura 3.18. vemos que nos da la opción de crear un proyecto nuevo, de abrir uno en el que hayamos trabajado recientemente o abrir un proyecto buscando en los archivos del ordenador. Si queremos empezar un nuevo proyecto, podemos elegir entre los accesos directos del recuadro *New* de la Figura 3.19.



Figura 3.19. Accesos directos para empezar un proyecto nuevo.

En este TFG nos interesa que los estudiantes aprendan a simular fallo a fatiga en elementos de máquinas, es decir, en piezas. Por tanto, solo desarrollaremos proyectos en el formato *Part*.

# b) 3D Model

Una vez hayamos pulsado el icono *Part* de la Figura 3.19. nos encontramos un entorno bastante similar al de CATIA V5 (software conocido por los estudiantes), dedicado al modelado de piezas en 3D, representado en la Figura 3.20.

Aquí da comienzo el análisis a fatiga como tal, ya que tendremos que poner en práctica lo establecido en el apartado 3.2.1. de este mismo proyecto.



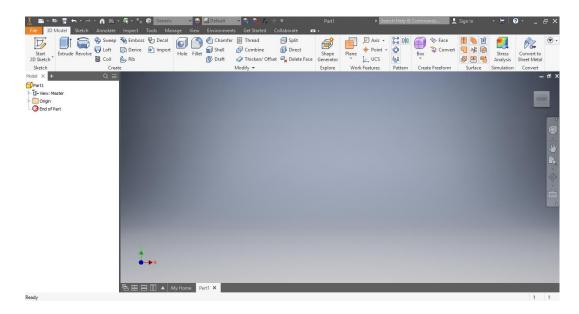


Figura 3.20. Entorno para diseño de piezas en 3D.

Aquí podremos diseñar desde cero nuestra pieza, aunque también podemos importar un archivo CAD de otro formato, como viene explicado en [Autodesk Knowledge]. No vamos a profundizar en el uso de este módulo, ya que no es el objetivo del proyecto. Podemos obtener una visión más completa sobre cómo diseñar modelos en 3D en Autodesk Inventor si acudimos al **Anexo C** de este documento.

Una gran ventaja de Inventor es que, en caso de duda, podemos mantener el ratón sobre un comando y se abrirá una ventana con la explicación correspondiente, como vemos en la Figura 3.21.

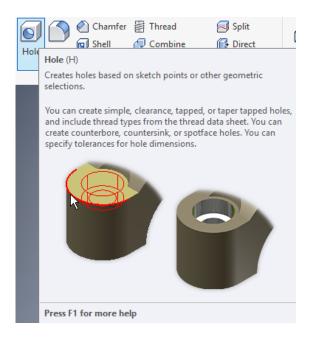


Figura 3.21. Ejemplo de ventana emergente con explicación del comando.



# c) Tools

En cualquier análisis es fundamental prestar atención a las unidades y poder elegir las que se corresponden con el problema en estudio. Para ello tendremos que acudir a la pestaña *Tools*, que encontramos en la Figura 3.22. y, posteriormente, vamos al icono de *Document settings* de la Figura 3.23.

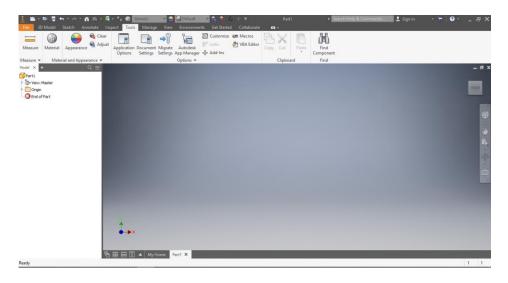


Figura 3.22. Vista de la pestaña Tools.

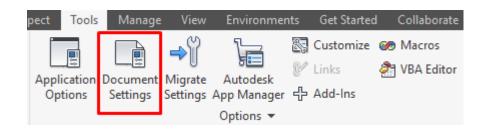


Figura 3.23. Vista ampliada de Document settings.

En la Figura 3.24. vemos que hay una pestaña de *Units*, donde podemos elegir las unidades que queramos para cada magnitud, aunque recomendamos trabajar en el Sistema Internacional.



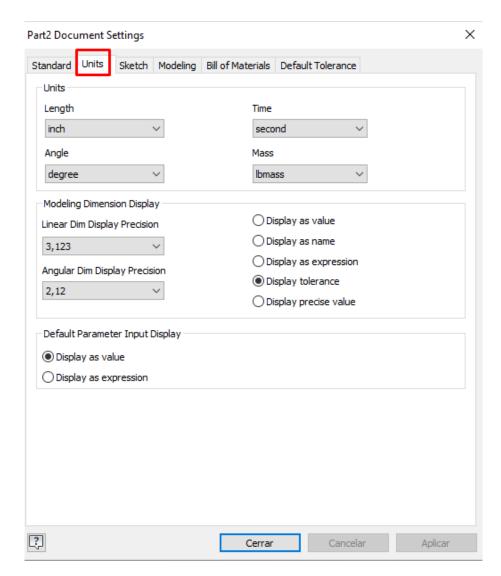


Figura 3.24. Ventana de *Document settings* para cambiar las unidades.

# d) Environments

Por último, en la barra de herramientas de la pestaña Environments, representada en la Figura 3.25, encontramos el icono para abrir el módulo de Nastran In-CAD, con el que trabajaremos en el análisis de fatiga.

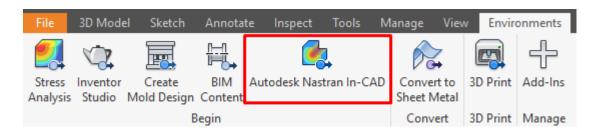


Figura 3.25. Icono de acceso al módulo de análisis a fatiga.



# 3.3.2. Presentación del módulo de simulación a fatiga: Nastran In-CAD

Continuamos la presentación del software explicando los comandos del módulo Nastran In-CAD, con el que desarrollaremos la simulación a fatiga por FEM. Tras haber realizado el modelado de la pieza en Inventor, procederemos a realizar los posteriores pasos del análisis, correspondientes con los apartados 3.2.2. a 3.2.6.

# a) Pantalla de inicio

Una vez abierto el entorno de Nastran In-CAD nos aparece en la pantalla la Figura 3.26.

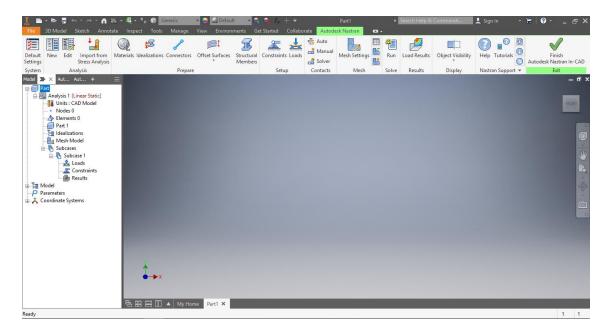


Figura 3.26. Pantalla de inicio de Nastran In-CAD.

En la Figura 3.27. tenemos una visión más específica de los comandos que vamos a utilizar, recuadrados con colores.



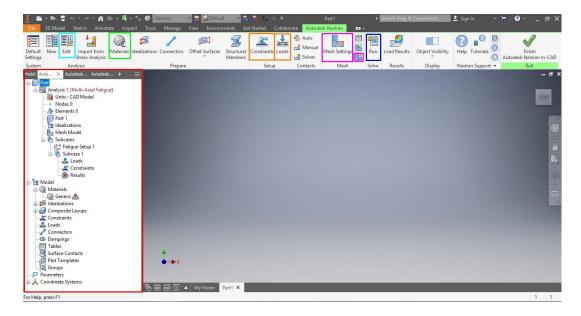


Figura 3.27. Selección con colores de los comandos que vamos a estudiar.

De la Figura 3.27. cabe destacar el recuadro rojo, que contiene el *Model Tree*, donde podemos visualizar de forma estructurada el estado del modelo y acceder rápidamente a los parámetros que componen el análisis.

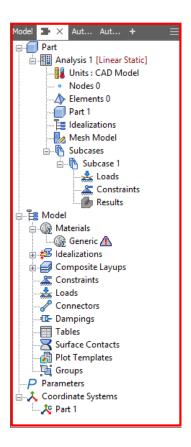


Figura 3.28. Vista ampliada del Model Tree.



Es importante prestar atención a las señales de advertencia que aparecen en este árbol, como la que vemos en el apartado Generic de Materials, de la Figura 3.28. Al poner el ratón sobre esta señal emerge un mensaje con el motivo de la advertencia. En este caso, no hemos definido el material, por ello, el software automáticamente ha elegido uno genérico.

# b) Edit Analysis

Como indicábamos en el apartado 3.1.2, tenemos que establecer el tipo de análisis que queremos realizar. Para ello, vamos al icono de la Figura 3.29, de la barra de herramientas Analysis.



Figura 3.29. Icono para editar el tipo de análisis.

En la ventana de la Figura 3.30. seleccionamos Type: Multi-Axial Fatigue, y nos aseguramos de que esté marcado Stress en Output Sets, ya que lo que queremos calcular son tensiones. Además, en esta misma ventana, si damos a Select Units podemos cambiar de unidades, como representa la Figura 3.31.

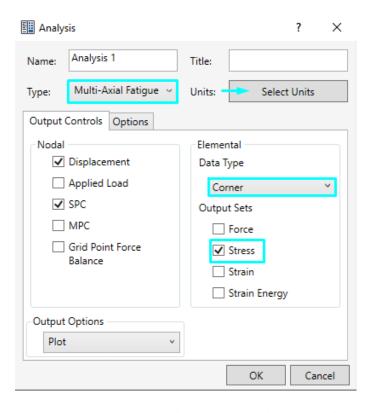


Figura 3.30. Ventana de selección de las características del análisis.



Si ya estábamos utilizando las unidades correctas en el paso anterior de modelado 3D con Inventor, podemos dejar el sistema de unidades como CAD Model. Si, por el contrario, queremos cambiar de sistema, mejor seleccionar el Sistema Internacional (SI).

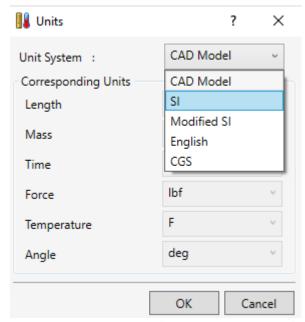


Figura 3.31. Ventana de selección de unidades para el análisis

También nos fijaremos en que en la casilla de Data Type de la Figura 3.30. esté seleccionado Corner. Si elegimos Corner, el software utilizará las tensiones calculadas en las esquinas de los elementos de la malla para realizar el análisis de fatiga y calcular el número de ciclos de vida. Por el contrario, si seleccionamos Centroidal, empleará las tensiones obtenidas en el centro de los elementos, como indica la Figura 3.32.

En FEM, algunos tipos de resultados tienen un solo valor en cada nodo, como es el caso de los desplazamientos. En cambio, las tensiones tienen diferentes valores en cada nodo, ya que, el desplazamiento del elemento crea una tensión diferente en cada nodo del elemento, y como cada elemento se desplaza de distinta forma, la tensión calculada para un nodo común puede ser diferente en cada elemento, como podemos observar en la Figura 3.32 [Autodesk Nastran].

Por lo general, la tensión de las esquinas suele ser mayor que la del centro de los elementos, lo que se traduce en una vida menor, que podemos observar en la Figura 3.33 donde hemos simulado la misma pieza cambiando el tipo de dato de la tensión. Esta diferencia de resultados es un indicador de que la malla necesita refinamiento, ya que, en una malla con un tamaño de elemento adecuado, las tensiones en todo el elemento deberían ser bastante uniformes.

Si comparamos los resultados en ciclos calculados con tensiones del centro y de las esquinas con los resultados analíticos percibimos que el resultado de los cálculos analíticos siempre es mayor que el resultado escogiendo Corner y menor que los ciclos obtenidos al escoger Centroidal, por lo tanto, elegiremos siempre Corner para quedarnos del lado de la seguridad.



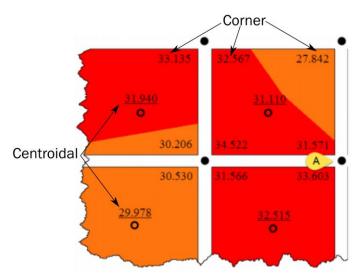


Figura 3.32. Malla en 2D de cuadriláteros indicando la procedencia de las tensiones según especifiquemos Corner o Centroidal [Autodesk Nastran].

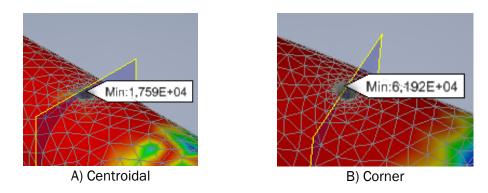


Figura 3.33. Vida de una pieza según el tipo de dato del elemento que usemos: A) centroidal y B) Corner.

Una vez hayamos seguido estos pasos, aparecerá en el Model Tree lo indicado en la Figura 3.34.

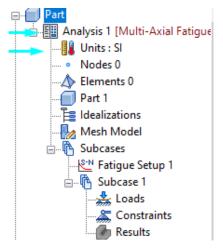


Figura 3.34. Vista ampliada del Model Tree indicando los parámetros cambiados para análisis a fatiga.



Posteriormente, definiremos el método que va a utilizar el software para calcular las tensiones. En la asignatura de Diseño de Máquinas empleamos el criterio de Von Mises para calcular las tensiones equivalentes cuando tenemos fatiga multiaxial como en nuestro caso. Para ello, vamos al Model Tree y seleccionamos Fatigue Setup como indica la Figura 3.35.

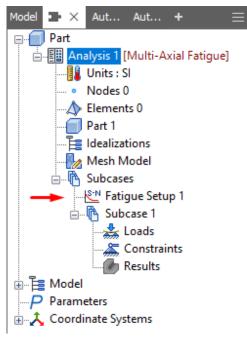


Figura 3.35. Herramienta del Model Tree para definir los parámetros de fatiga.

En la ventana de Fatigue Setup de la Figura 3.36. vamos a establecer el criterio que va a seguir el software para realizar los cálculos.

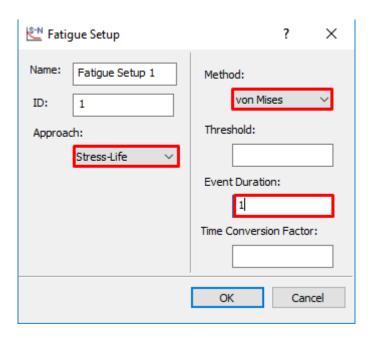


Figura 3.36. Ventana de Fatigue Setup para establecer los parámetros del análisis.



En primer lugar, establecemos el enfoque Stress-Life, basado en la curva S-N o de Wöhler conocida por los estudiantes y explicada en el punto 3.1.1. En el siguiente apartado, Materials, estableceremos los parámetros que definen dicha curva.

En segundo lugar, implementaremos el método de Von Mises para calcular la tensión equivalente media y alternante.

Por último, definiremos la duración del ciclo en Event Duration, que será de 1 segundo. El software calcula la vida a fatiga en segundos, por tanto, si cada ciclo dura 1 segundo obtendremos la vida de la pieza en ciclos.

#### c) Materials

Continuamos con el análisis a fatiga definiendo el material del elemento de estudio. Con este propósito, acudimos al icono de la Figura 3.37. de la barra de herramientas Prepare.

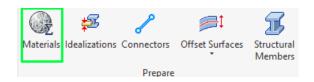


Figura 3.37. Icono de selección de material.

Una vez haya emergido la ventana de la Figura 3.38. acudiremos al botón de Select Material para acceder a la biblioteca de materiales de Autodesk e Inventor de la Figura 3.39., donde se encuentra una lista con numerosos materiales predefinidos.

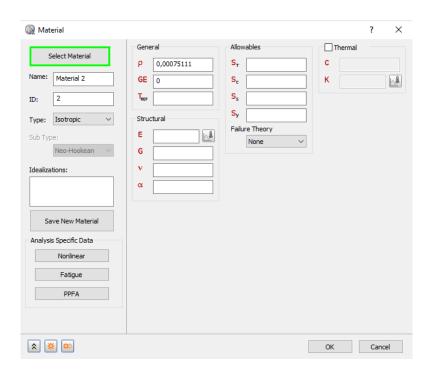


Figura 3.38. Ventana de selección de material.



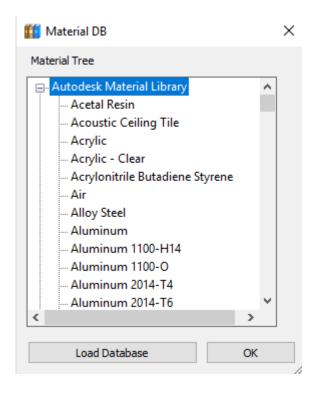


Figura 3.39. Base de datos de materiales.

Esta base de datos cuenta con un gran número de materiales, no solo metálicos, sino también plásticos, cristales, resinas, maderas o hormigones. En caso de que no encontremos el material que queremos, podemos atribuir nosotros mismos las propiedades que lo definen. Dichas propiedades son las que ya adelantábamos en la Tabla 3.4. y que vemos representadas en la Figura 3.40.

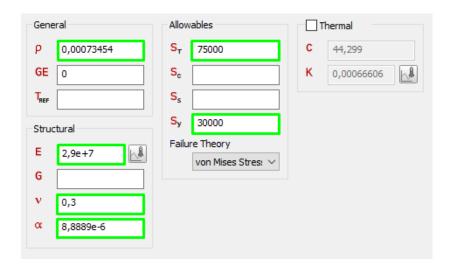


Figura 3.40. Propiedades del material necesarias para el análisis.



El método de fallo por Von Mises que aparece en la Figura 3.40. se refiere al método de cálculo de fallo estático, así que no resulta relevante para nuestro análisis.

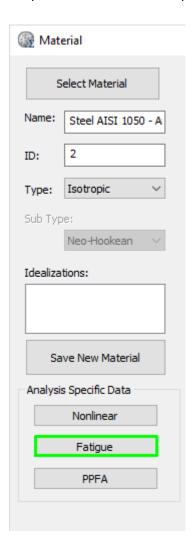


Figura 3.41. Vista ampliada del recuadro de Fatigue del material.

Con el fin de someter el material a fatiga, pincharemos en el botón Fatigue de la Figura 3.41. y, se abrirá la ventana de la Figura 3.42. donde podremos elegir si queremos realizar el análisis mediante el método esfuerzo-vida (S-N) o deformación-vida (E-N). El método que estudiamos es el de esfuerzo-vida caracterizado por la curva de Wöhler o curva S-N.

En la Figura 3.42. podemos indicar los parámetros que definen la curva del material de nuestra pieza.

Como ya hemos mencionado en el apartado 3.2.3. B es la pendiente de la curva y se calcula según la ecuación Ec 3.12.,  $S_u$  equivale a  $0.9 \cdot S_{ut}$ , siendo  $S_{ut}$  la resistencia última a tracción del material, Se es el límite de resistencia a fatiga de la pieza (corregido) y  $N_0$  es el número de ciclos a partir de los que comienza la zona de vida finita, o sea 1000 ciclos.



Además, existen los parámetros KF y  $B_e$ . KF es el factor de concentración de tensiones ( $K_f$ ) de la pieza, sin embargo, hay que tener en cuenta que este factor no solo se aplica a las entallas sino a toda la pieza. El análisis por elementos finitos ya determina las zonas donde se producen concentraciones de tensiones, por lo que, este parámetro no le vamos a utilizar. Be es la pendiente de la curva después de haber alcanzado la vida finita, sin embargo, como vamos a simular piezas de acero, la pendiente en la vida infinita es nula, así que tampoco lo vamos a emplear.

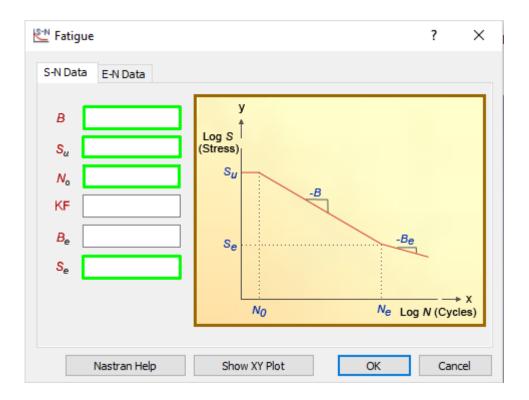


Figura 3.42. Parámetros para definir curva S-N.

#### d) Constraints

El siguiente paso será fijar las restricciones de movimiento y condiciones de contorno de la pieza. Para ello, acudimos a la barra de herramientas Setup y elegimos Constraints como indica la Figura 3.43.



Figura 3.43. Icono para fijar condiciones de contorno.



En la ventana de Constraint (Figura 3.44.) elegiremos el tipo Structural y seleccionaremos con el ratón la entidad (punto, línea o superficie) o entidades donde queramos restringir grados de libertad. Por lo general serán superficies donde se encuentren ubicados los apoyos o empotramientos.

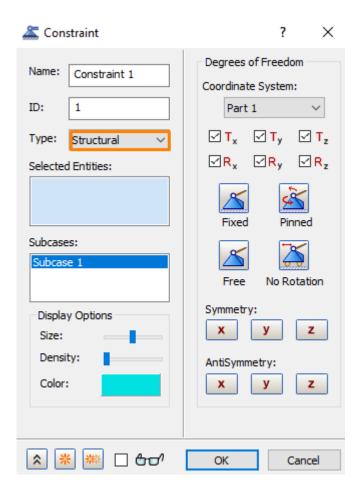


Figura 3.44. Ventana para definir condiciones de contorno

En la Figura 3.45. marcaremos las casillas de las traslaciones o rotaciones restringidas para las entidades seleccionadas. Si tenemos un empotramiento, apoyo fijo, extremo libre o apoyo con traslación sin rotación, elegiremos el icono que más nos convenga de la Figura 3.45. y Nastran marcará las casillas que se adecúen a los grados de libertad restringidos del apoyo de la opción que hemos elegido. Ocurre lo mismo si elegimos un eje de simetría o antisimetría, automáticamente se marcan las traslaciones y rotaciones restringidas.



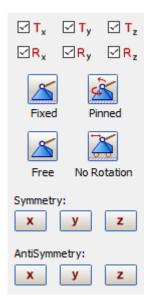


Figura 3.45. Restricción de 6 grados de libertad y opciones de apoyos.

## e) Loads

A continuación, vamos a definir la fuerza o momento variable que actúa sobre la pieza, mediante el icono de Loads de la barra de herramientas de Setup (Figura 3.46.).



Figura 3.46. Icono para definir la fuerza aplicada.

En la Figura 3.47. comenzamos indicando el tipo de carga que estamos aplicando, ya sea fuerza, momento o fuerza distribuida para, posteriormente, seleccionar la entidad o entidades sobre las que está aplicada la carga. Si estamos trabajando con momentos tan solo podremos aplicarlos sobre superficies y, si seleccionamos varias superficies, la magnitud del momento se multiplicará por el número de superficies que hayamos seleccionado.

En la Figura 3.48. vamos a introducir la magnitud de la fuerza máxima según sus componentes y después, crearemos una tabla que caracterice el factor de carga respecto del tiempo.



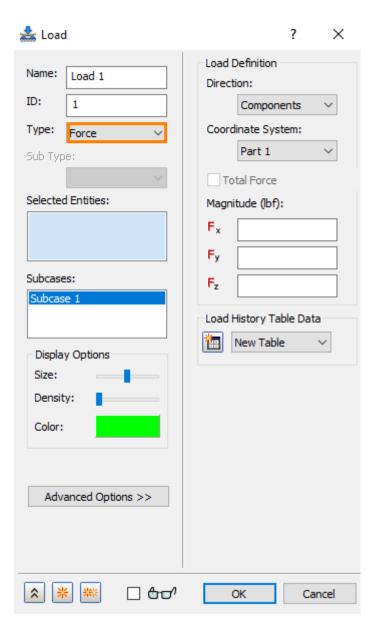


Figura 3.47. Ventana de caracterización de la fuerza aplicada.

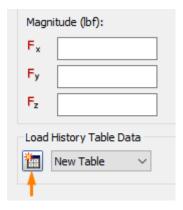


Figura 3.48. Icono para crear una nueva tabla de carga variable.



La tabla que vamos a rellenar aparece en la Figura 3.49. donde primero estableceremos el tipo de tabla: Load Scale Factor vs. Time. Para rellenarla adecuadamente seguiremos las instrucciones del apartado 3.2.5. donde se explican qué valores de factor de carga y tiempo poner para cada tipo de carga. En el caso de la Figura 3.49. los datos corresponden a carga invertida.

Si pulsamos en Show XY Plot se creará la gráfica de la Figura 3.50. que, como suponíamos, tiene la forma correspondiente a la carga invertida. De este modo nos aseguramos de que los datos que hemos introducido en la tabla sean los correctos. Para que el patrón quede sinusoidal marcaremos la opción de Spline.

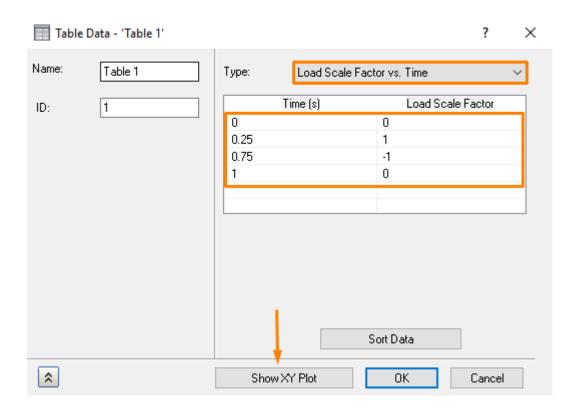


Figura 3.49. Tabla de datos de factor de carga respecto del tiempo.



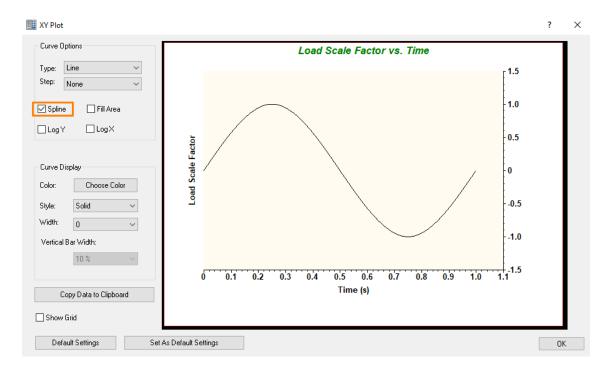


Figura 3.50. Representación de la tabla de datos de factor de carga respecto del tiempo.

#### f) Mesh

El último paso consiste en realizar el mallado. Para ejecutar esta operación correctamente primero tendremos que delimitar las zonas con entallas, cambios de sección o discontinuidades, donde creamos que se van a producir mayores concentraciones de tensiones, para definir un tamaño de elemento de malla menor en esas zonas que en el resto de la pieza, ya que necesitamos conocer con más precisión las tensiones que se produzcan ahí.

Con el icono situado en la barra de herramientas Mesh indicado en la Figura 3.51. podemos acceder a la ventana de la Figura 3.52. que nos permite configurar el mallado de las zonas críticas.



Figura 3.51. Icono de Mesh Control para hacer mallado distinto en algunas zonas de la pieza.

En la ventana de la Figura 3.52. seleccionaremos los puntos, bordes o superficies críticos según el tipo de dato y estableceremos un tamaño de elemento. Por lo general nos interesa delimitar superficies.



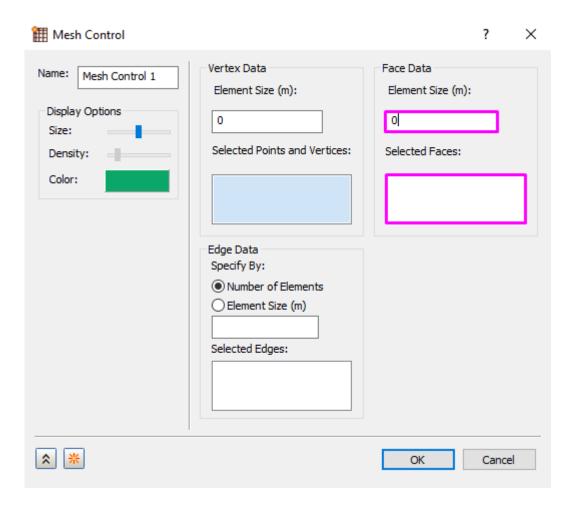


Figura 3.52. Ventana de configuración de mallado en zonas específicas de la pieza.

Posteriormente, volvemos a la barra de herramientas de Mesh para ir a Mesh Settings (Figura 3.53.) y así establecer el tamaño del resto de la malla.



Figura 3.53. Icono de acceso a la configuración del mallado general.

En la Figura 3.54. fijaremos un tamaño de elemento pequeño, de entre los valores que ofrece Inventor dentro del recuadro verde que hemos marcado. Cuanto más fina sea la malla más tardará el software en procesar el análisis y cuanto más gruesa sea menos fiabilidad tiene el resultado. Es conveniente probar al menos 3 tamaños de malla y comparar los resultados.



En esa misma ventana elegimos también el tipo de elemento parabólico, que ofrece más precisión, como hemos explicado en el apartado 3.1.2., y después generamos la malla en Generate Mesh.

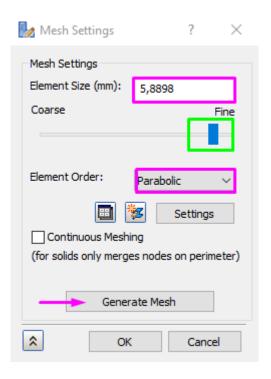


Figura 3.54. Configuración del mallado general de la pieza.

## g) Solve

Tras haber finalizado todos los pasos anteriores ya podemos ejecutar el análisis con el icono Run de la Figura 3.55.



Figura 3.55. Icono para ejecutar el análisis.

Esperaremos unos segundos o unos minutos a que se procese el análisis, dependiendo del tamaño de la malla. Cuando haya finalizado nos aparecerá una pantalla con la pieza simulada, entonces seleccionaremos visualizar Solid Life como en la Figura 3.56.



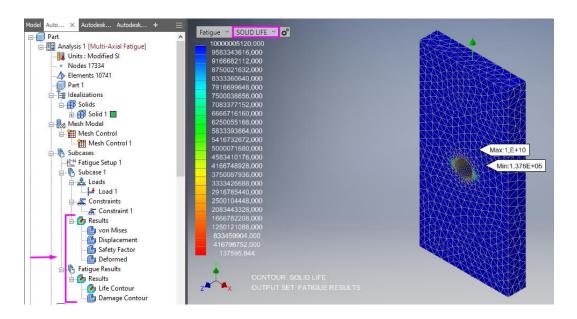


Figura 3.56. Resultados del análisis.

En la Figura 3.56. también vemos que en el Model Tree han aparecido nuevas ramas bajo el nombre Results y Fatigue Results.

En Results, si nos interesa ver la pieza deformada al aplicar la carga, iremos a Deformed, y en Displacement nos dan a conocer el valor del desplazamiento máximo. Von Mises y Safety Factor se corresponden con los resultados del análisis estático que realiza el software además del de fatiga para comprobar que la pieza no falle estáticamente.

En la rama de Fatigue Results solo vamos a ver Life Contour, ya que nosotros utilizamos el método que calcula la vida de la pieza.

Para una mejor comprensión de los resultados, vamos a configurar el formato de los números para visualizar los ciclos de vida en formato científico. Para ello vamos al icono del engranaje y en la Figura 3.57. escogeremos el formato de número científico. También en esa ventana podemos cambiar el número de colores de la gráfica.



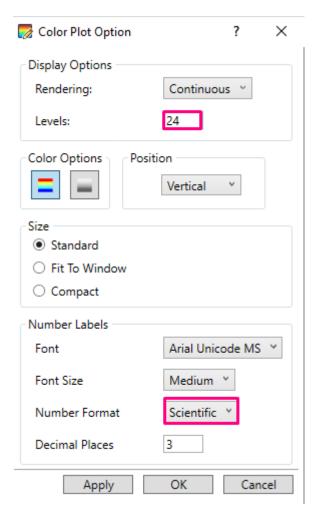


Figura 3.57. Configuración del gráfico.

Una opción muy interesante que ofrece Nastran In-CAD es la posibilidad de saber las coordenadas y el número de ciclos de vida de cualquier nodo a nuestra elección. Con el botón derecho pulsamos en Nodes, situado en el Model Tree y elegimos Query Display como indica la Figura 3.58.

Después podemos pasar el ratón por la pieza y nos dará la información del nodo que elijamos (Figura 3.59.).



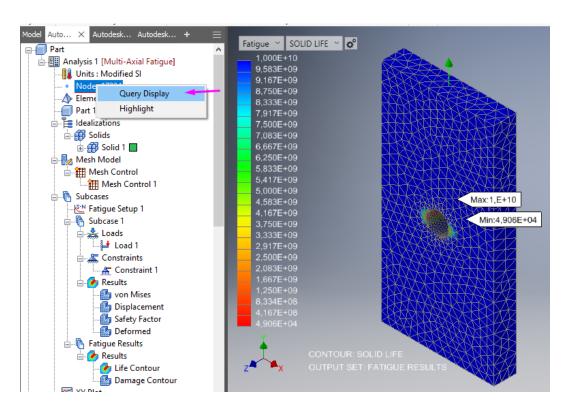


Figura 3.58. Ciclos en notación científica y herramienta para visualizar los nodos.

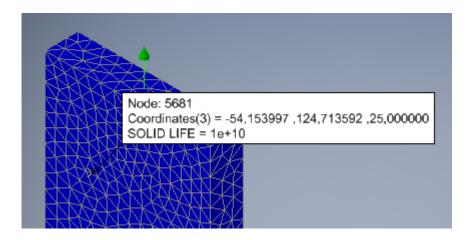


Figura 3.59. Vida y coordenadas del nodo 5681.

También podemos ocultar el mallado, para facilitar la visualización. Con este fin, acudimos a Results en la Figura 3.60.

En la ventana emergente seleccionamos Solid Life en la pestaña Contour Options y a continuación vamos a la pestaña Visibility Options y pulsamos Hide All, como observamos en la Figura 3.61. Después, damos a Display para actualizar la pantalla.



Si queremos obtener un vídeo corto de la simulación de la pieza cuando pasan varios ciclos lo crearemos con Create AVI, en la misma ventana de la Figura 3.61.

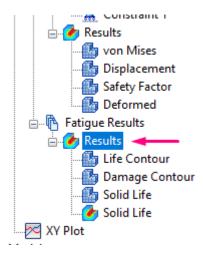


Figura 3.60. Rama Results del Model Tree.

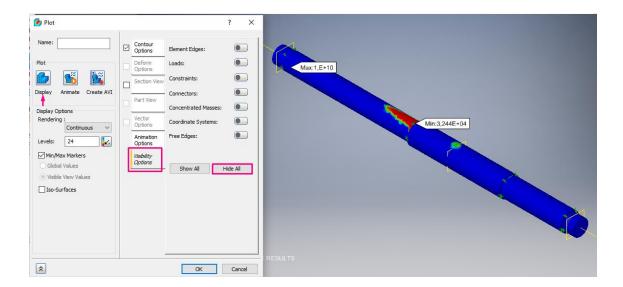


Figura 3.61. Opción para ocultar mallado, fuerzas y condiciones de contorno.



# 4. CASOS PRÁCTICOS RESUELTOS

En este apartado vamos a resolver diferentes casos de fallo a fatiga con diversos tipos de carga, geometrías, fuerzas aplicadas y condiciones de contorno para mostrar de forma práctica el funcionamiento del software y compararlo con los conocimientos impartidos en la asignatura de Diseño de Máquinas.

# 4.1. Eje rotativo sometido a flexión

Presentamos a continuación un ejercicio de la colección de problemas de Diseño de Máquinas que también podemos encontrar en [Shigley]. Para ver los cálculos y la simulación de fallo estático con CATIA V5 podemos consultar [Rubio].

Se tiene un eje rotativo soportado por cojinetes de bolas en A y D y sometido a una fuerza no rotativa F=6,8kN. El material que lo forma es Acero AlSI 1050 estirado en frío (CD) y acabado a máquina. Las dimensiones del sistema se muestran en la figura 4.1, (unidades SI, excepto mm) y todos los redondeos tienen un radio de entalle de 3mm. Estimar la vida del eje, con un 99% de fiabilidad.

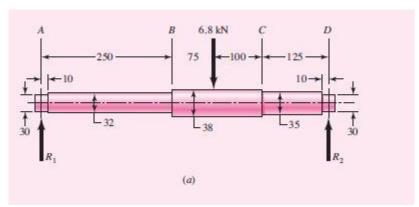


Figura 4.1. Eje rotativo sometido a flexión [Shigley]

#### 4.1.1. Resolución analítica

Procedemos a resolver el ejercicio con los mismos pasos que se desarrollan en la asignatura de Diseño de Máquinas

## a) Caracterización de la carga

Como vemos, es un problema de flexión rotativa, es decir, con carga invertida, por lo tanto, sabemos que la carga media es nula  $\sigma_m$ =0 y necesitaremos conocer el valor de la carga alternante para poder compararlo con el límite de resistencia a fatiga de la pieza. Para llevar a cabo este proceso primero vamos a establecer en cuál de las 4 secciones (A, B, C o D) se producirá el fallo.



Según nos indica la Figura 4.2. las secciones A y D, dado que se encuentran en los apoyos, no sufren momento flector, y, consecuentemente, tienen muy pocas probabilidades de fallo.

En la sección de aplicación de la fuerza el momento flector alcanza su valor máximo, sin embargo, en ese punto no hay cambio de sección ni entalla y, además, el área de la sección es de mayor diámetro que el resto.

Las secciones B y C están sometidas a momento flector alto y a la vez se encuentran en puntos de cambio de sección, por lo que serán los puntos críticos del eje. La sección más crítica de las dos será la B, ya que, tanto el cambio de sección como el momento flector que sufre son mayores que los de C.

Con este análisis concluimos que el fallo se producirá en la sección B, por tanto, tendremos que calcular las tensiones máximas que se producen en dicha sección.

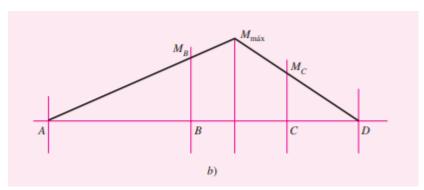


Figura 4.2. Diagrama de momentos flectores del eje [Shigley]

Comenzamos calculando la reacción en el apoyo A con Ec 4.1. donde FD y AD son las distancias entre el apoyo D y el punto de aplicación de la fuerza, y entre el apoyo D y el apoyo A, respectivamente. Después, en la ecuación Ec 4.2., introducimos el valor de la reacción en A y la distancia del apoyo A hasta la sección B y obtenemos el valor del momento flector en B.

Conocido el valor del momento flector podemos calcular fácilmente la tensión normal en B,  $\sigma_{xB}$ , con la ecuación Ec 4.3. que resulta ser 216MPa.

$$R_A = \frac{\overline{FD}}{\overline{AD}} \cdot F = \frac{225mm}{550mm} \cdot 6.8kN = 2.78 \ kN$$
 Ec. 4.1.

$$M_B = R_A \cdot \overline{AB} = 2,78 \text{ kN} \cdot 250 \text{mm} = 695 \text{ Nm}$$
 Ec. 4.2.

$$\sigma_{xB} = \frac{32 \cdot M_B}{\pi \cdot d_B^3} = \frac{32 \cdot 695 \ Nm}{\pi \cdot (32 \cdot 10^{-3} m)^3} = 216 \ MPa$$
 Ec. 4.3.

En el software por FEM, no podemos introducir la resistencia a fatiga de la pieza,  $S_e$ , corregida con el factor de concentración de tensiones, porque el propio software mediante FEM ya calcula las tensiones en las secciones críticas, así que sería una redundancia y habríamos establecido ese factor por duplicado en el análisis, arrojándonos resultados incorrectos. Por tanto, analíticamente calcularemos  $S_e$  sin



corregir y entonces, tendremos que corregir la carga, calculando  $K_f$  con Ec 4.4, de donde el factor teórico de concentración de tensiones,  $K_t$ , es 1,65 y la sensibilidad a la entalla, q, es 0,84 según las Figuras 4.3. y 4.4., respectivamente. A continuación, se explica con más detalle cómo obtener estos factores.

En la Figura 4.3. entramos a la gráfica con r/d=3/32=0,09 y cortamos con la curva D/d=38/32=1,19 y obtenemos  $K_t$ . Para la Figura 4.4. entramos con el radio de la entalla r=3mm y cortamos con 0,7GPa que es la aproximación de 690MPa, la resistencia última a tracción del material.

$$K_f = 1 + (K_t - 1) \cdot q = 1 + (1,65 - 1) \cdot 0,84 = 1,55$$
 Ec 4.4.

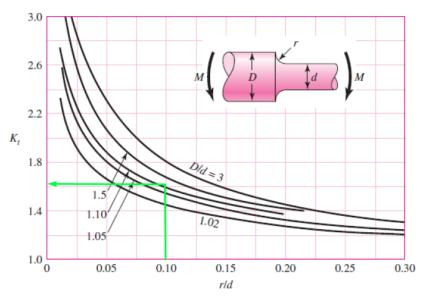


Figura 4.3. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje con entalla a flexión [Shigley]

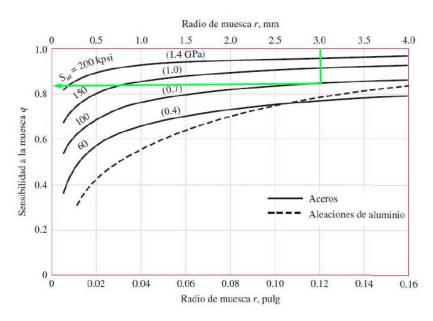


Figura 4.4. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla [Shigley]



Corrigiendo la tensión en B según Ec 4.5. obtenemos 334,22MPa, que equivale a nuestra carga alternante corregida.

$$\sigma_B^{corr} = K_f \cdot \sigma_B = 1,55 \cdot 216 \, MPa = 334,22 \, MPa$$
 Ec 4.5.

# b) Caracterización de la pieza

En este paso buscamos conocer el valor del límite de resistencia a fatiga de la pieza, para poder compararlo con la tensión alternante que hemos calculado.

El material de la pieza es acero AISI 1050 estirado en frío y acabado a máquina, con resistencia última a tracción de 690MPa (Figura 4.5.). Como trabajamos con acero podemos aproximar la resistencia a fatiga de la probeta con la aproximación de Mischke [Shigley] de la ecuación Ec 4.6.

$$S'_e = 0.504 \cdot S_{ut} = 0.504 \cdot 690MPa = 347.8 MPa$$
 Ec 4.6.

1 UNS núm.	2 SAE y/o AISI núm.	3	4 5 Resistencia Resistencia a		6	7	8
			a la tensión	the second section of the second section is a second section of the secti	Elongación en 2 pulg, %	Reducción en área, %	Dureza Brinell
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201

Figura 4.5. Resistencias a tracción y a fluencia de algunos aceros [Shigley]

Una vez que hemos calculado la resistencia a fatiga de la probeta, la multiplicaremos por los factores de corrección correspondientes con la pieza.



En primer lugar, el factor de acabado superficial,  $K_a$ , lo calculamos con Ec 4.7. Como la pieza está acabada a máquina, de la Figura 4.6. obtenemos los factores a y b, que serán: a=4,51 y b=-0.265.

$$K_a = aS_{ut}^b = 4.51 \cdot 690^{-0.265} = 0.8$$
 Ec 4.7.

ACABADO DE	FAC	TOR a	EXPONENTE	
SUPERFICIE	kpsi	MPa	b	
Esmerilado (rectificado)	1.34	1.58	-0.085	
Maquinado o estirado en frío	2.70	4.51	-0.265	
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718	
Forjado	39.9	272.	-0.995	

Figura 4.6. Tabla de corrección de acabado superficial Ka [Shigley]

En segundo lugar, establecemos el factor de corrección de tamaño. Como la pieza está sometida a flexión y el diámetro menor en D son 32mm, que se encuentra entre 2,79 y 51mm, emplearemos Ec 4.8. para calcularlo.

$$K_b = \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{32mm}{7,62}\right)^{-0.107} = 0.86$$
 Ec 4.8.

En tercer lugar, el enunciado del problema nos pide que obtengamos la vida de la pieza con un 99% de fiabilidad, así que, acudimos a la Figura 4.7. para obtener el factor de fiabilidad  $K_c$ .

Confiabilidad, %	Factor de confiabilidad
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Figura 4.7. Tabla de corrección de factor de fiabilidad K<sub>c</sub> [Shigley]



Por último, el factor de corrección de temperatura  $K_d$  asumimos que vale 1, ya que no nos dan datos en el enunciado. Como ya hemos corregido la carga con  $K_f$ , no vamos a corregir la resistencia de la pieza también, así que no incluiremos  $K_e$ .

Con todo esto ya es posible calcular el límite de resistencia a fatiga del eje a partir de la ecuación Ec 4.9.

$$S_e = S'_e \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d = 347.8 \cdot 0.8 \cdot 0.86 \cdot 0.814 \cdot 1 = 193.84 \, MPa$$
 Ec 4.9.

# c) Criterio de fallo

Vamos a aplicar el criterio de Goodman para calcular el coeficiente de seguridad con el que estamos trabajando. De la Ec 4.10 sacamos un coeficiente de 0,58. Al ser menor que 1, sabemos que la pieza va a fallar, así que calcularemos la resistencia a fatiga para vida finita con Ec 4.11. que posteriormente usaremos. Como el valor de la carga media es nulo, la resistencia a fatiga para vida finita coincide con la carga alternante y es 334,22MPa.

$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_f}$$
 Ec 4.10 
$$\frac{0}{690} + \frac{334,22}{193,84} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow n_f = 0,58$$

$$\frac{0}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_f} = 1 \Rightarrow S_f = \sigma_a = 334,22 MPa$$
 Ec 4.11.

Seguidamente, vamos a establecer el número de ciclos de vida que tiene la pieza, aplicando la expresión obtenida a partir de la pendiente de la curva S-N en la zona de vida finita.

Queremos saber cuántos ciclos resiste la pieza, así que introduciremos el valor de la resistencia a fatiga para vida finita en la ecuación Ec 4.12.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{334,22}{1989,48}\right)^{1/-0,17} = 3,94 \cdot 10^4 \ ciclos$$
 Ec 4.12.

De donde a y b los calculamos con Ec 4.13 y Ec 4.14.

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S_a} = \frac{(0.9 \cdot 690)^2}{193.84} = 1989,48$$
 Ec 4.13

$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot 690}{193,84} = -0.17$$
 Ec 4.14



### 4.1.2. Resolución por simulación

A continuación, procederemos a seguir los pasos explicados en el apartado 3.2. para realizar el análisis por elementos finitos del eje rotativo.

# a) Modelado de la pieza

Comenzamos modelando el eje en el entorno de 3D Model con las dimensiones que muestra la Figura 4.1. y una vez que tengamos la geometría sólida aplicaremos los redondeos de 3mm a los cuatro cambios de sección, como aparece en la Figura 4.8. con la herramienta Fillet.

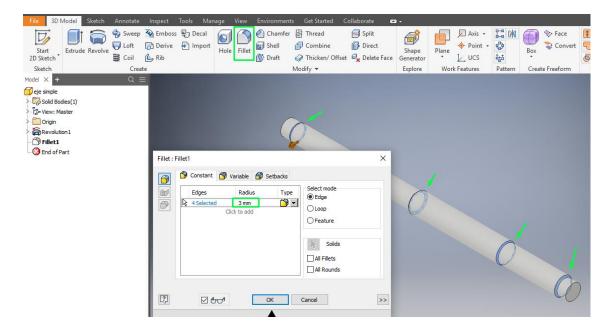


Figura 4.8. Herramienta Fillet para hacer los redondeos en el eje

Posteriormente, crearemos algunos elementos auxiliares que nos serán de ayuda en los pasos siguientes. Estos elementos los encontramos en la barra de herramientas Work Features. Primero, crearemos un eje auxiliar con la herramienta Axis, seleccionando el eje de la pieza, que en el modelo de la Figura 4.9. coincide con el eje X.



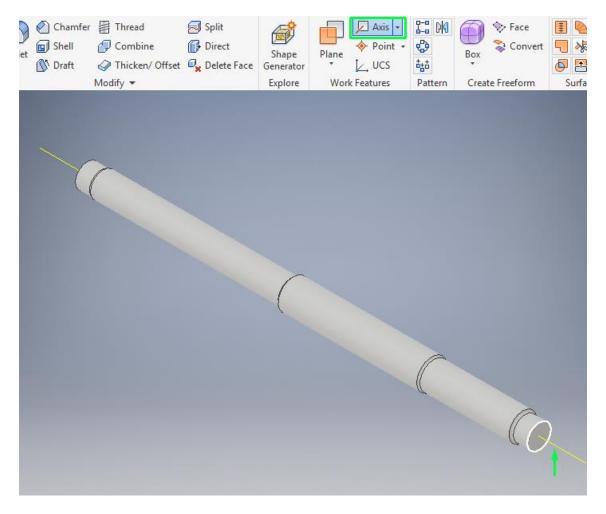


Figura 4.9. Creación de eje auxiliar

A continuación, vamos a realizar 2 planos auxiliares que se corresponden con los rodamientos de bolas. Para ello, vamos a la barra de herramientas Work Features y seleccionamos Offset from plane (Figura 4.10) para realizar un plano paralelo a otro ya existente. Entonces seleccionaremos la sección extrema del eje e introducimos un valor de -10mm (Figura 4.11) para crear un plano en la sección D de la Figura 4.1. Seguiremos el mismo procedimiento en el extremo opuesto, para crear un plano en la sección A y obtendremos 2 planos como en la Figura 4.12.



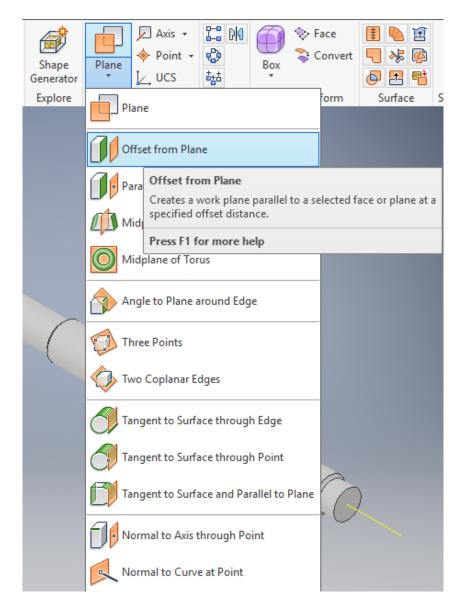


Figura 4.10. Herramienta de creación de planos paralelos a una superficie

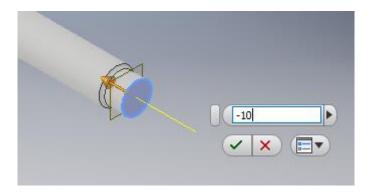


Figura 4.11. Vista detalle del indicador de distancia al plano paralelo





Figura 4.12. Vista del eje con los planos auxiliares correspondientes a los apoyos

Todavía nos falta un plano más, que dibujaremos en la sección donde se aplica la fuerza. Con este fin, elegiremos el plano en D y estableceremos una distancia de 225mm hasta la sección donde se aplica la fuerza, como marcan las acotaciones. Hecho esto, encontraremos 3 planos en el eje, como en la Figura 4.13.

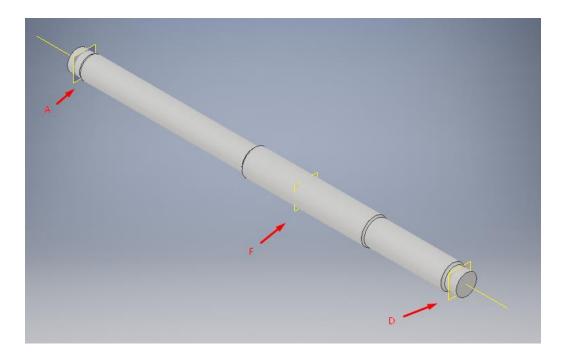


Figura 4.13. Vista del eje con los 3 planos auxiliares necesarios: A y D para los apoyos y F la sección de aplicación de la fuerza.



Seguidamente, vamos a añadir 2 puntos auxiliares en los planos A y D que se encuentren en el eje de la pieza. Volvemos a Work Features y vamos a hacer un punto que resulte de la intersección entre un plano o superficie y una línea. Con la herramienta de la Figura 4.14. seleccionamos el plano en A y posteriormente la línea del eje. Repetimos la operación en la sección D y ya disponemos de los 2 puntos auxiliares.

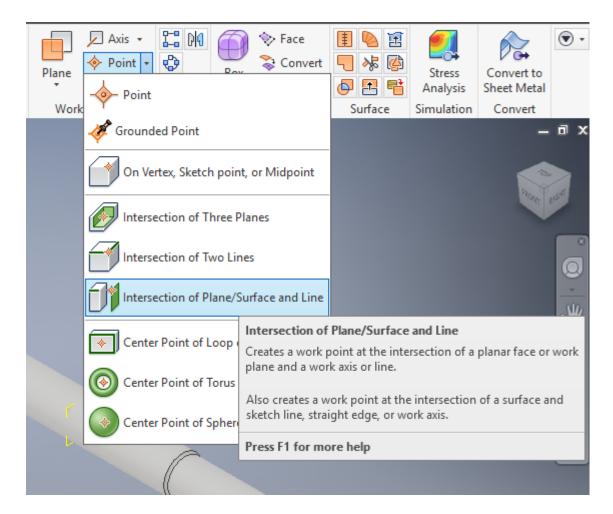


Figura 4.14. Herramienta de creación de un punto auxiliar a partir de un plano y una línea.

Por último, crearemos una curva situada en la superficie de la sección F, donde irá aplicada la carga rotativa. En la barra de herramientas Modify encontramos la herramienta Split y como en la Figura 4.15. seleccionamos el plano de corte y la superficie que queremos dividir.



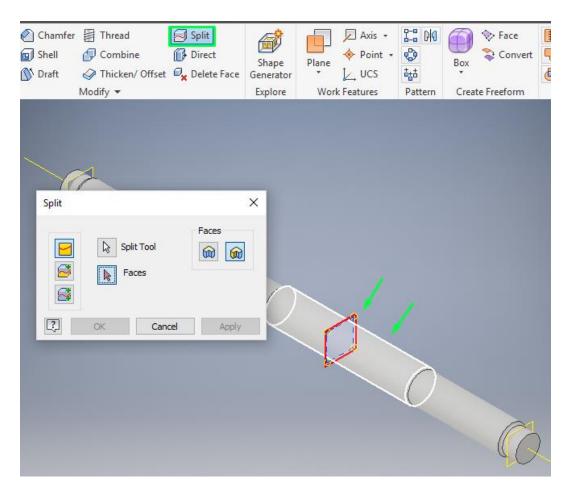


Figura 4.15. Herramienta Split para dividir una superficie mediante un plano que la atraviesa.

Una vez hayamos seguido estos pasos, obtenemos lo que muestra la Figura 4.16. Nos aseguraremos de que en el Model Tree aparecen las operaciones que hemos hecho para modelar el eje y los elementos auxiliares que hemos creado, que son: 3 planos, un eje y 2 puntos, además de la operación para realizar la curva en F.

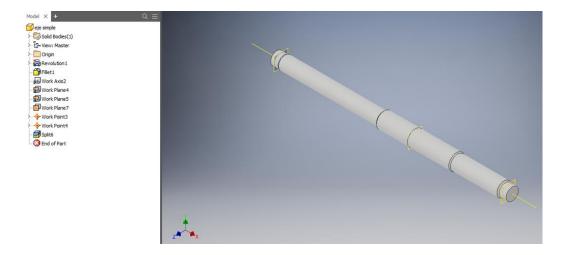


Figura 4.16. Vista del eje modelado, el Model Tree completo y las operaciones realizadas.



# b) Tipo de análisis

Después de modelar la geometría del eje, abrimos Nastran In-CAD para realizar el análisis por elementos finitos.

Lo primero que haremos nada más entrar será determinar el tipo de análisis. Como ilustra la Figura 4.17. en el Model Tree seleccionamos Analysis 1 y se abre la ventana de la derecha, donde tenemos la opción de elegir entre varios tipos de análisis. Seleccionamos Multi-Axial Fatigue. En esta misma ventana también podemos elegir las unidades con las que vamos a trabajar que, por defecto, serán las del modelo CAD. También nos aseguramos de que está marcado Stress en Output Sets.

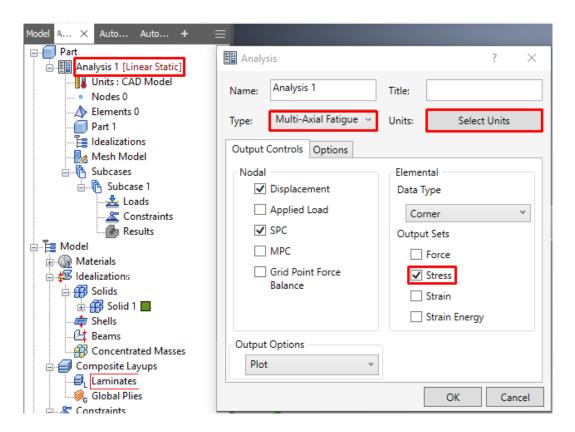


Figura 4.17. Ventana de selección de los parámetros del análisis.

La Figura 4.18 muestra el Model Tree, donde aparece el Analysis 1 fijado como Multi-Axial Fatigue. Buscaremos entonces el icono de Fatigue Setup y en la nueva ventana escogeremos aproximación por Stress-Life, método de Von Mises y duración del evento 1 segundo.



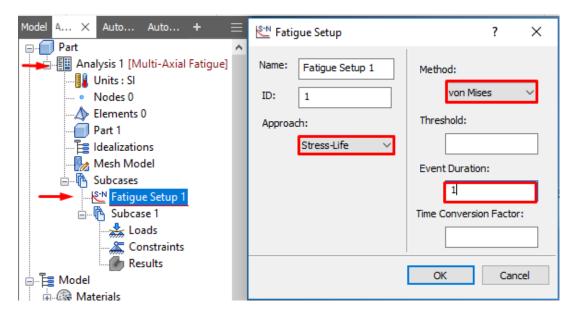


Figura 4.18. Ventana de configuración del modo de análisis de fatiga y su ubicación en el Model Tree.

## c) Elección del material

El tercer paso es establecer el material de nuestra pieza, por esa razón, seleccionamos Generic Material en el Model Tree y se abre la ventana de la Figura 4.19. con recuadros en blanco para otorgarle al material las propiedades que queramos. Sin embargo, vamos a cargar un material de la base de datos, que ya tiene todas las propiedades predeterminadas, así que damos a Select Material.

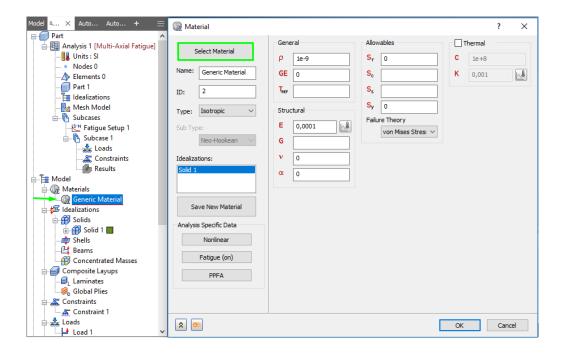


Figura 4.19. Ventana de selección de propiedades del material y su ubicación en el Model Tree



Se nos abre la ventana de la Figura 4.20. que contiene las bases de datos de materiales de Autodesk y de inventor. Al desplegarlas podemos buscar el material del eje rotativo, que según el enunciado es Acero AISI 1050.

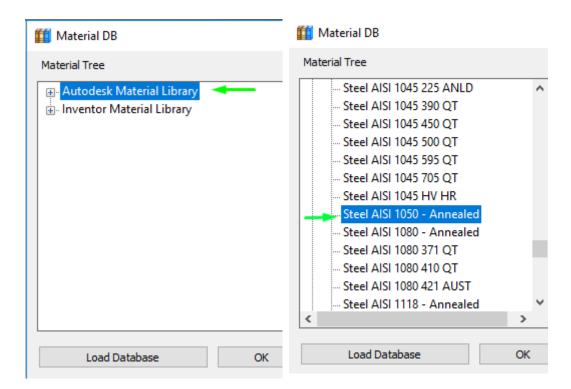


Figura 4.20. Base de datos de materiales con las librerías de Autodesk e Inventor

Cuando se hayan cargado las propiedades del material, como en la Figura 4.21. estableceremos los parámetros que definen la curva S-N en el comando Fatigue.

Nos situamos en la pestaña S-N Data de la ventana Fatigue (Figura 4.22) para dar valor a los puntos que definen la curva S-N del material. Empezamos por  $S_u$ , que es el valor de la resistencia a fatiga en el punto de comienzo de la vida finita, es decir,  $0.9S_{ut}$ , por lo tanto, como la resistencia última a tracción es 690MPa, el valor de  $S_u$  es 621MPa. Por supuesto, también daremos valor a  $S_e$ , que es el límite de resistencia a fatiga de la pieza, es decir, corregido, pero sin el factor de concentración de tensiones. Este valor lo hemos obtenido en Ec. 4.9. y es 193,84MPa.

Lo siguiente es  $N_0$ , que se corresponde con el número de ciclos a partir de los que se considera vida finita, que siempre impondremos  $10^3$  ciclos. La KF es el factor de concentración de tensiones ( $K_f$ ), que dejaremos siempre en blanco para que sea considerado como 1, ya que el software ya tiene en cuenta la concentración de tensiones al hacer el análisis por FEM. Además, si diésemos algún valor a la KF hay que tener en cuenta que no solo afecta a la entalla, sino a toda la pieza.



B, es la pendiente con signo positivo, y tiene el valor de b de la Ec 4.14, aunque en Autodesk nos dan la fórmula Ec 4.15. donde  $N_{\rm e}$  equivale al número de ciclos donde se alcanza la resistencia límite a fatiga, o sea,  $10^{\rm e}$  ciclos.

$$B = \frac{\log(S_u) - \log(S_e)}{\log(N_e) - \log(N_0)} = \frac{\log(621) - \log(193,84)}{\log(10^6) - \log(10^3)} = 0,168$$
 Ec 4.15.

En último lugar  $B_e$ , que es la pendiente después de alcanzar  $S_e$ . Como estamos trabajando con acero la pendiente  $B_e$  es nula, así que lo dejamos en blanco.

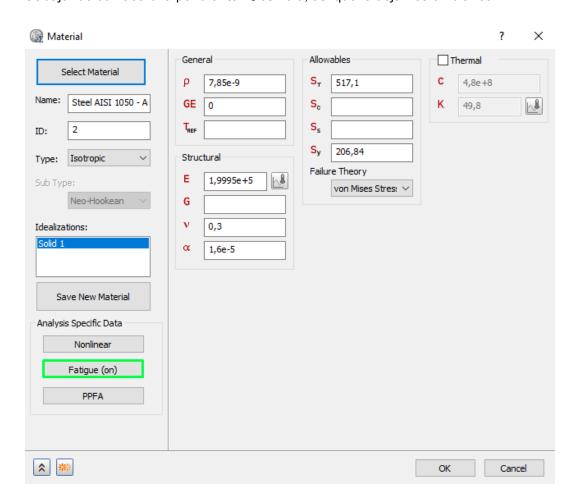


Figura 4.21. Propiedades predeterminadas del acero AISI 1050.



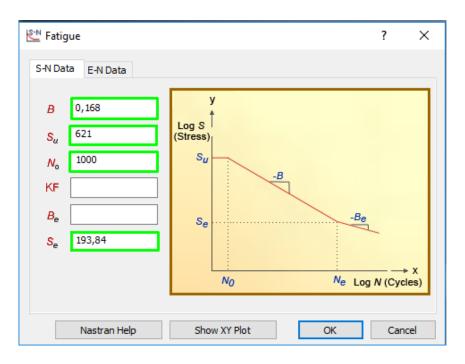


Figura 4.22. Parámetros que definen la curva S-N de la pieza.

### d) Definición de las condiciones de contorno

Para definir las condiciones de contorno, necesitaremos seleccionar los puntos auxiliares que hemos creado al modelar la pieza, y esta tarea resulta un tanto difícil en piezas macizas si el punto en concreto no se encuentra en la superficie. Por eso, es recomendable dibujar solo la mitad del eje, de tal forma tenemos al alcance los puntos auxiliares. Para ello, elegimos la pestaña Model del Model Tree como indica la Figura 4.23. y cambiamos los grados que gira el Sketch en la operación Revolution. Al acabar de definir las condiciones de contorno, volveremos a reestablecer el eje completo.

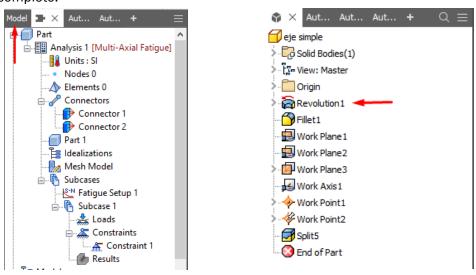


Figura 4.23. Acceso a la operación de Revolution desde Nastran In-CAD



Comenzaremos creando conectores rígidos en los extremos del eje para simular el efecto de los rodamientos de bolas. Nos situamos en la barra de herramientas Prepare y elegimos Connectors. Como se muestra en la Figura 4.24. definimos el tipo de conector como Rigid Body y el tipo de Rigid Body es Rigid. Seleccionamos como entidad dependiente la sección extrema del eje y como punto independiente el punto de trabajo que hemos creado en ese extremo. Marcaremos los grados de libertad  $T_x$ ,  $T_y$  y  $T_z$ , para que la sección extrema posea los mismos desplazamientos que el punto auxiliar. Repetiremos los mismos pasos en el otro extremo del eje. Aparecerán unas flechas rojas en las superficies de las secciones extremas que están unidas a los puntos auxiliares.

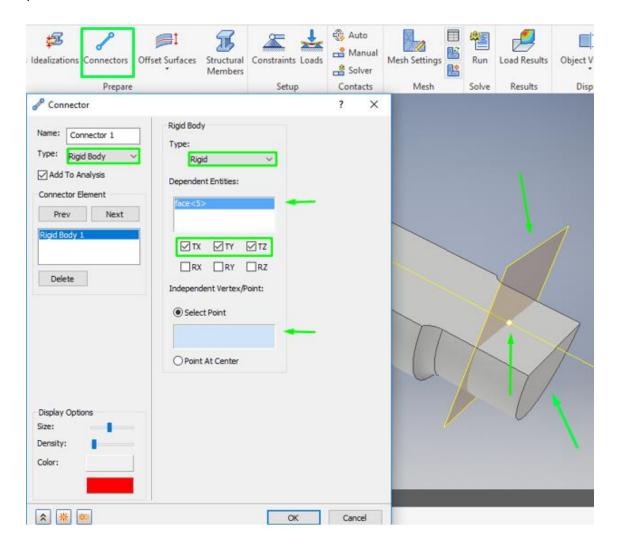


Figura 4.24. Definición del conector rígido en un extremo del eje.

Con los conectores hechos, podemos crear los apoyos desde la barra de herramientas Setup en Constraints. Como aparece en la Figura 4.25. seleccionaremos los puntos auxiliares de los extremos para imponer las condiciones de contorno.



Al hacer los cálculos analíticos hemos considerado que los apoyos en A y D permitían el giro en el plano XY y, por eso, en A y D el momento flector es nulo. Ciñéndonos a esto, vamos a permitir el giro en el eje Z, pero queremos conservar la simetría de fuerzas y geometría respecto del eje Y, así que, restringiremos todos los grados de libertad de los puntos, menos el giro en Z, R<sub>z</sub>. Los apoyos se representarán como flechas azules en cada una de las direcciones restringidas.

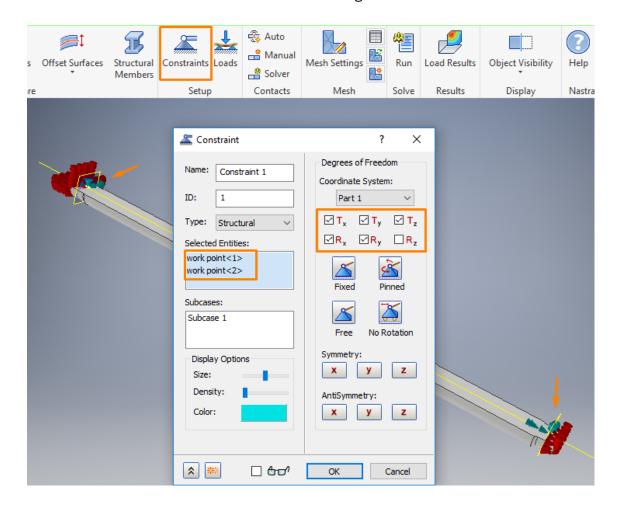


Figura 4.25. Ventana Constraint para seleccionar las condiciones de contorno

### e) Aplicación de las cargas

El siguiente paso será definir las cargas aplicadas que producen la fatiga en la pieza. En el menú Setup seleccionamos Loads y se abre una ventana como la de la Figura 4.26. Ahí elegimos el tipo de carga aplicada, que será Fuerza puntual en nuestro caso. Después elegimos la curva donde se encuentra aplicada la carga e introducimos su magnitud en la componente F<sub>y</sub> con signo negativo, ya que tiene dirección vertical y sentido hacia abajo. La magnitud será 6,8kN como nos indican en el enunciado. Por último, para determinar la variación de la carga, vamos al icono de la tabla en Load History Table Data.



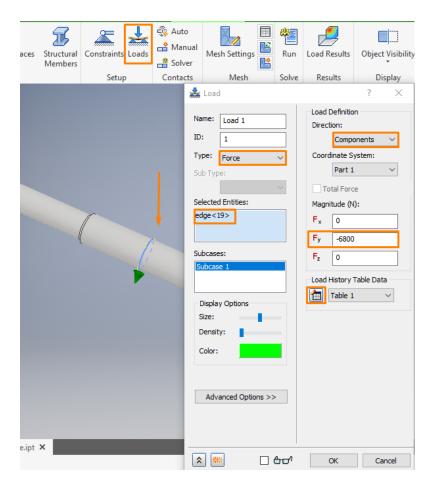


Figura 4.26. Ventana Load para definir la carga y su punto de aplicación.

La tabla de la Figura 4.27. queremos que sea del tipo Load Scale Factor vs. Time, e introduciremos los valores de tiempo y factor de carga que definen la carga invertida que se produce en el eje rotativo.

Podemos ver la tabla representada gráficamente en Show XY Plot, y como el tipo de variación es sinusoidal seleccionaremos el modo Spline (Figura 4.28). Con esto ya queda definida la carga.



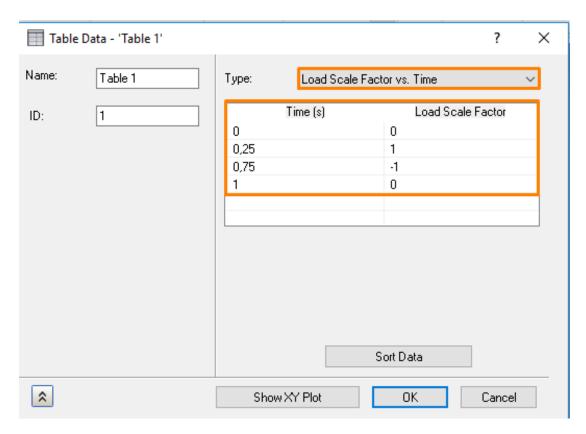


Figura 4.27. Tabla de factor de carga respecto del tiempo.

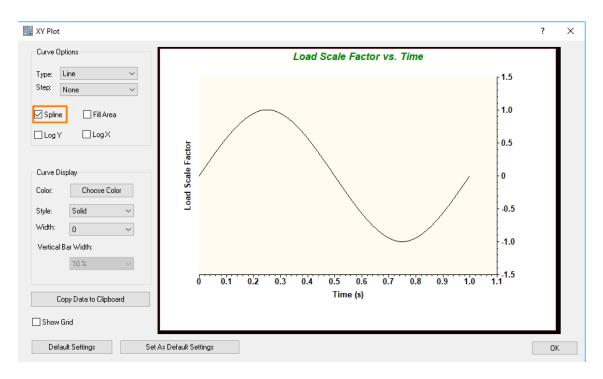


Figura 4.28. Representación gráfica del factor de carga respecto del tiempo con forma sinusoidal.



### f) Generación del mallado

Por último, generaremos la malla que va a dividir la pieza en elementos finitos. Empezamos definiendo la malla en los cambios de sección, que será más fina que el resto de la pieza. Como indica la Figura 4.29. iremos al icono de Mesh Control que se encuentra en la barra de herramientas Mesh y en Face Data pondremos un tamaño de elemento de 0,5mm y seleccionaremos las superficies de los redondeos.

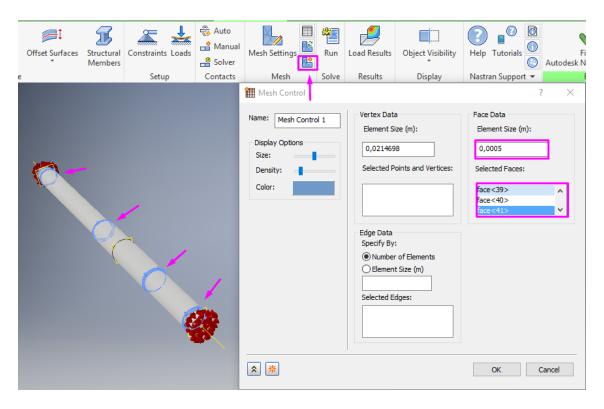


Figura 4.29. Ventana de Mesh Control y localización de las zonas con mallado fino.

A continuación, generaremos el resto de la malla en el icono de Mesh Settings de la misma barra de herramientas Mesh. Al resto de la pieza le pondremos un tamaño de elemento de 5mm con elementos de tipo parabólico para que se adapten mejor a las curvas del eje. Antes de dar a OK, tendremos que generar la malla, pulsando Generate Mesh (Figura 4.30.)



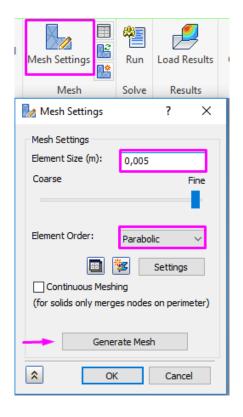


Figura 4.30. Ventana Mesh settings de generación del mallado.

# g) Resultado de la simulación

Para procesar el análisis daremos al icono Run de la barra de herramientas Solve. El software tardará unos segundos, dependiendo del número de nodos y elementos de la pieza. Cuando el análisis haya acabado emergerá un mensaje de aviso como vemos en la Figura 4.31.

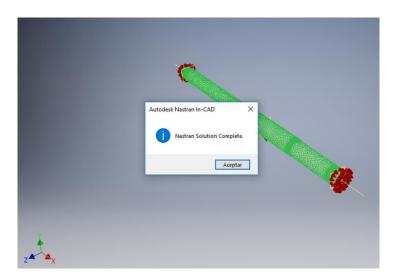


Figura 4.31. Pantalla que indica el fin del análisis.



Para visualizar los resultados de la vida de la pieza seleccionaremos Solid Life en el entorno de la pieza como indica la Figura 4.32. Las unidades del resultado se muestran en segundos, pero como hemos determinado que cada ciclo dure un segundo, el número de segundos equivale al número de ciclos. Observamos que la zona más roja es la que tiene vida finita y, en esa zona, el valor mínimo es  $3,24\cdot10^4$  ciclos, por lo tanto, la pieza fallará pasados estos ciclos.

En la Figura 4.33. apreciamos mejor la zona roja, ocultando el mallado y las condiciones de contorno.

En la Figura 4.34. vemos con detalle el punto por donde va a fallar la pieza, situado en el redondeo de la sección B, como habíamos previsto.

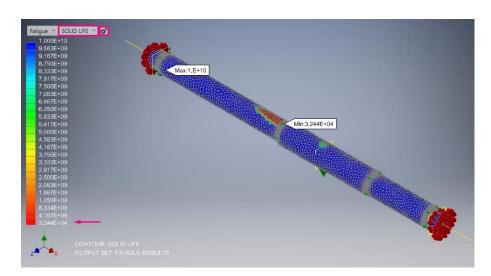


Figura 4.32. Imagen de los resultados del análisis.

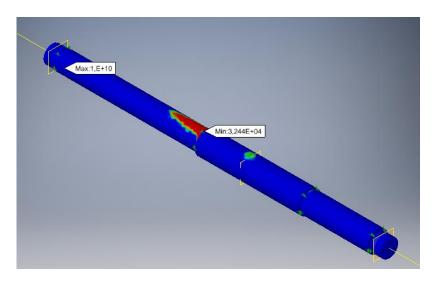


Figura 4.33. Imagen del eje analizado a fatiga sin mallado.

94



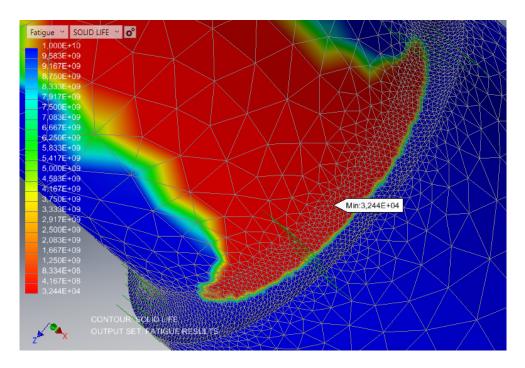


Figura 4.34. Detalle del nodo con menor vida, situado en el redondeo del cambio de sección.

### 4.1.3. Interpretación de resultados

Después de realizar los cálculos analíticos y la simulación podemos concluir que estábamos en lo cierto al elegir el punto B como el punto más crítico, ya que es donde va a fallar la pieza y donde menos ciclos soporta.

En cuanto a los resultados numéricos, existe cierta discrepancia. Recordemos que, la vida calculada analíticamente era  $3,95\cdot10^4$  ciclos y la del modelo de elementos finitos son  $3,24\cdot10^4$  ciclos. Esto resulta en una diferencia del 17,97%. Se puede considerar como una diferencia aceptable, ya que refinar más el mallado supondría esperar más tiempo para que el software procese más datos. No olvidemos que nuestro objetivo no es obtener resultados muy precisos, sino obtenerlos en poco tiempo y de forma sencilla, para facilitar la labor de aprendizaje.

# 4.2. Pieza rectangular con discontinuidad sometida a tracción

Con el fin de continuar la labor de otros compañeros y proseguir la línea de trabajo en la que situamos este proyecto por la que buscamos crear material didáctico para los estudiantes de Ingeniería Mecánica, vamos a simular a fatiga una pieza que [Domínguez] ha analizado a fallo estático en su proyecto.

Se trata de una barra rectangular, taladrada en su centro, con las dimensiones indicadas en la Figura 4.35. en milímetros, donde también hemos indicado la sección crítica. El material es acero y está sometida a una carga a tracción constante de 1000kN.



Emplearemos acero AlSI 1015, que según la tabla de propiedades de la Figura 4.36. tiene  $S_{ut}$ =390MPa.

Con estos datos, procedemos a comprobar si la pieza falla sometiéndola a una carga repetida de 1000kN y con una fiabilidad del 99%. Posteriormente, aumentaremos la carga a 1200kN y estudiaremos su comportamiento.

**CASO 1**: F= 1000 kN **CASO 2**: F= 1200 kN.

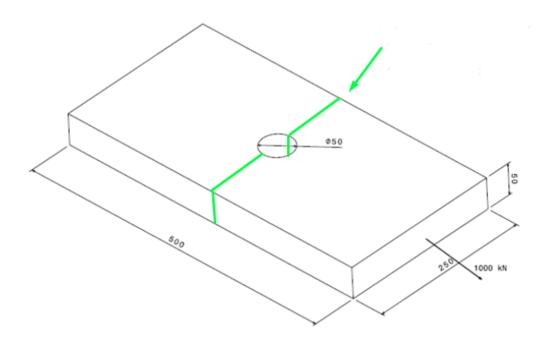


Figura 4.35. Dimensiones de la pieza rectangular con discontinuidad [Domínguez]

1	2	3	A Posistonsia	5 Resistencia o	6	7	8
UNS núm.	SAE y/o AISI núm.			la fluencia,	Elongación en	Reducción en área, %	Dureza Brinell
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137

Figura 4.36. Tabla de propiedades mecánicas del acero AISI 1015 [Shigley]



#### 4.2.1. Resolución analítica: caso 1

En un principio, comprobaremos si la pieza falla sometiéndola a 1000kN, después, en el caso 2, calcularemos la vida en ciclos aumentando la carga a 1200kN.

# a) Caracterización de la carga

Se trata de una pieza sometida a tracción repetida, es decir, que la carga media no es nula, por lo tanto, debemos calcular tanto  $\sigma_m$  como  $\sigma_a$  (Ec 3.1. y 3.2.) para después aplicar el criterio de Goodman (Ec 3.9.). La sección crítica en este caso es la que tiene menor área, y se encuentra en la zona de la discontinuidad, con dirección perpendicular a la carga como indica la Figura 4.35.

Como nos encontramos ante un caso de tracción, calcularemos la tensión máxima  $\sigma_{max}$  con la ecuación Ec 4.16. dividiendo la fuerza aplicada entre el área de la sección crítica y obtenemos 100MPa.

El tipo de carga repetida se caracteriza por tener  $\sigma_{min}$ =0, por lo que, ya disponemos de los datos necesarios para calcular  $\sigma_a$  y  $\sigma_m$  con las ecuaciones Ec 4.17. y Ec 4.18.

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A_{critica}} = \frac{1000kN}{(250 - 50) \cdot 50mm} = 100MPa$$
 Ec 4.16.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{100 + 0}{2} = 50 MPa$$

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| = \left| \frac{100 - 0}{2} \right| = 50 \, MPa$$
 Ec 4.18.

Lo siguiente que haremos será corregir ambas cargas ( $\sigma_a$  y  $\sigma_m$ ) así que tendremos que hallar el factor de concentración de tensiones con Ec 4.19. consultando las tablas de [Shigley] para obtener  $K_t$  y q.

$$K_f = 1 + (K_t - 1) \cdot q = 1 + (2.5 - 1) \cdot 0.8 = 2.2$$
 Ec 4.19.

En la Figura 4.37. entramos a la gráfica con d/w=50/250=0.2 y obtenemos  $K_t=2.5$ . Por otro lado, en la Figura 4.38. el radio de entalla es mayor que 4 mm y  $S_{ut}=0.39$  GPa, de este modo, hallamos q=0.8.



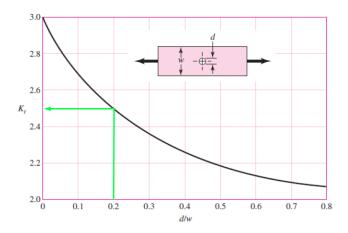


Figura 4.37. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para barra rectangular a tracción con agujero transversal [Shigley]

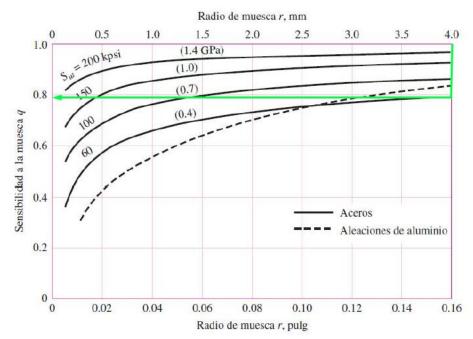


Figura 4.38. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla [Shigley]

Una vez que hayamos calculado el factor de concentración de tensiones podremos corregir la tensión alternante y media con las ecuaciones Ec 4.20. y Ec 4.21. aplicadas respectivamente a cada una de ellas.

$$\sigma_a^{corr} = K_f \cdot \sigma_a = 2.2 \cdot 50 \, MPa = 110 \, MPa$$
 Ec 4.20.

$$\sigma_m^{corr} = K_f \cdot \sigma_m = 2.2 \cdot 50 MPa = 110 MPa$$
 Ec 4.21.



### b) Caracterización de la pieza

La tabla de la Figura 4.36. no proporciona el límite de resistencia a fatiga de la probeta de acero AISI 1015 estirado en frío, así que, como es acero, aproximaremos su valor con la aproximación de Mischke [Shigley] en Ec 4.22. y resulta un valor de 196,56MPa, que será necesario corregir.

$$S'_e = 0.504 \cdot S_{ut} = 0.504 \cdot 390 MPa = 196.56 MPa$$
 Ec 4.22.

El dato que tenemos para corregir la pieza es la fiabilidad, así que, acudimos a la Figura 4.7. para obtener el factor de fiabilidad  $K_c$  al 99%, que es 0,814. El factor de corrección de tamaño  $K_b$  es 1 para piezas sometidas a tracción y como del resto de factores ( $K_a$  y  $K_d$ ) no los hemos indicado en el enunciado, asumiremos que son iguales a 1.

Con todo esto ya podemos calcular el límite de resistencia a fatiga de la pieza mediante la ecuación Ec 4.23.

$$S_e = S'_e \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d = 196,56 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 1 = 160 MPa$$
 Ec 4.23.

### c) Criterio de fallo

Vamos a aplicar el criterio de Goodman, para ver si la pieza falla y, si no lo hace, calcularemos cuál es su factor de seguridad. Introducimos los datos en unidades de MPa en la expresión del criterio de Goodman de Ec 4.24.

$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_f}$$
 Ec 4.24.

$$\frac{110}{390} + \frac{110}{160} = \frac{1}{n_f} = 0.96 \Rightarrow n_f = 1.04$$

El factor de seguridad es mayor que 1, así que la pieza no falla por fatiga bajo una carga repetida a tracción de 1000kN, sino que tiene vida infinita. En la Figura 4.39. encontramos la representación gráfica correspondiente a los cálculos anteriores.



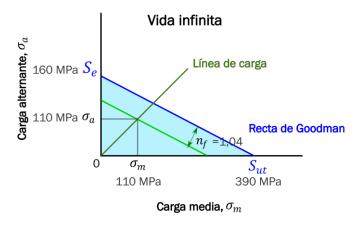


Figura 4.39. Representación gráfica del criterio de fallo

## 4.2.2. Resolución por simulación: caso 1

Vamos a simular la pieza en Inventor para comprobar que no falla y poder comparar resultados con los cálculos vistos anteriormente.

### a) Modelado de la pieza

Tenemos a nuestra disposición el archivo de la pieza en CATIA que modeló [Domínguez], por lo tanto, en vez de modelarlo de nuevo, importaremos el archivo a Inventor. [Autodesk Knowledge]

Cuando importamos archivos de otros programas vemos que no disponemos del Sketch, sino que, directamente aparece el sólido en el entorno de 3D Model, como ilustra la Figura 4.40.

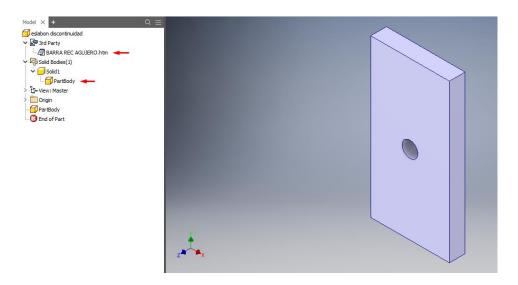


Figura 4.40. Vista de pieza importada en el entorno de 3D Model



### b) Tipo de análisis

El primer paso al abrir Nastran In-CAD es definir el tipo de análisis como fatiga multiaxial, fijar las unidades para que sean las del Sistema Internacional y que los resultados del análisis sean tensiones (Figura 4.17.).

Después, en Fatigue Setup, elegimos el método de Von Mises, el enfoque de Stress-Life y determinamos que la duración de cada ciclo sea de 1 segundo. (Figura 4.18.).

### c) Elección del material

En la ventana Material de la Figura 4.41. seleccionaremos el acero AlSI 1015 en la biblioteca de Autodesk. Después, modificaremos la resistencia última a tracción y la resistencia a fluencia, ya que son algo distintas que las de la Figura 4.36. Pondremos  $S_y$ =320MPa y  $S_{ut}$ =390MPa. Acto seguido, abriremos la ventana de Fatigue (Figura 4.42) para definir los datos de la curva S-N.

La pendiente de la curva, B, se calcula mediante la expresión de Ec 4.25. y resulta 0,11. Después, introducimos  $S_u$  que será  $0,9 \cdot S_{ut}$ =0,9 · 390=351MPa.  $N_0$  es  $10^3$  ciclos y en  $S_e$  introducimos 160 MPa, que es el límite de resistencia a fatiga de la pieza que hemos calculado en Ec 4.23.

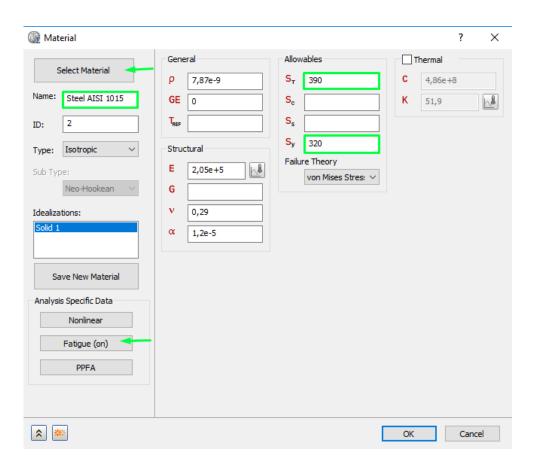


Figura 4.41. Ventana de propiedades del acero AISI 1015.



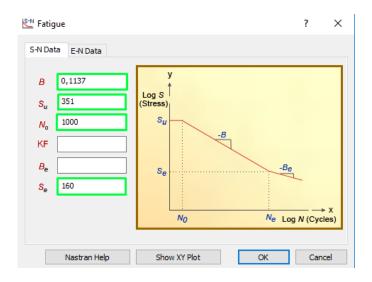


Figura 4.42. Parámetros que definen la curva S-N de la pieza.

$$B = \frac{\log(S_u) - \log(S_e)}{\log(N_e) - \log(N_0)} = \frac{\log(0.9 \cdot 390) - \log(160)}{\log(10^6) - \log(10^3)} = 0.11$$
 Ec 4.25.

# d) Definición de las condiciones de contorno

Vamos a poner un empotramiento en una de las secciones extremas de la pieza que restrinja todos sus grados de libertad como indica la Figura 4.43. [Domínguez] también ha impuesto estas condiciones de contorno y para ensayos a tracción es lo más conveniente.

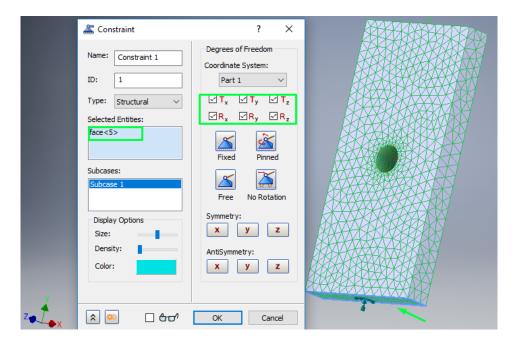


Figura 4.43. Empotramiento definido en la sección extrema de la pieza.



# e) Aplicación de las cargas

En la sección extrema opuesta a la que hemos empotrado, vamos a aplicar la carga a tracción de magnitud 1000kN (Figura 4.44). Posteriormente, agregaremos la tabla del factor de carga respecto del tiempo que define la carga repetida de tracción a la que se somete la pieza. Los valores que introduciremos en la tabla serán los de la Figura 4.45.

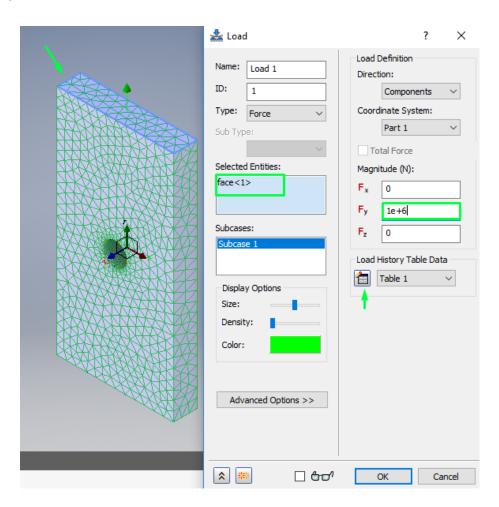


Figura 4.44. Carga aplicada a tracción en el eje Y.



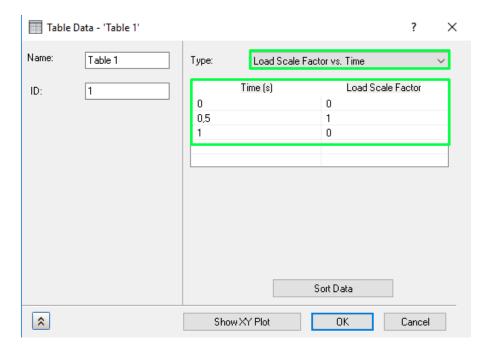


Figura 4.45. Tabla de datos del factor de carga respecto del tiempo para carga repetida.

## f) Generación del mallado

Por último, vamos a crear el mallado de la pieza. Acudimos a la herramienta de Mesh Control para generar una malla más fina en la discontinuidad provocada por el taladro. Como vemos en la Figura 4.46. establecemos un tamaño de 5mm. Para el resto de la pieza fijaremos un tamaño de elemento más grande, de 20mm en la ventana de Mesh Settings, del tipo parabólico (Figura 4.47).

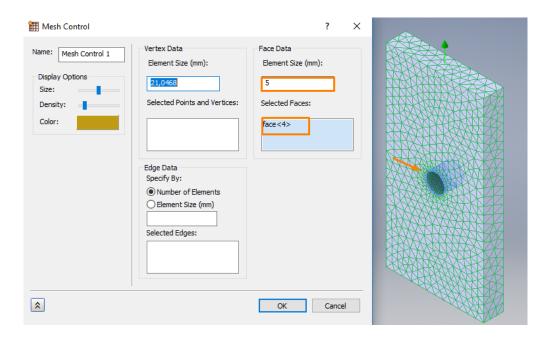


Figura 4.46. Malla fina de 5 mm en la superficie de la discontinuidad.



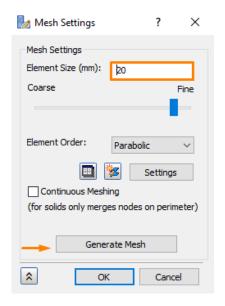


Figura 4.47. Ventana de generación del mallado.

# g) Resultado de la simulación

Una vez que hemos generado el mallado, pulsamos el icono Run y obtenemos los resultados del análisis.

Para una mejor visualización vamos a poner los números de la barra de colores en formato científico y vamos a esconder el mallado, fuerzas y condiciones de contorno, para ver solo la geometría de la pieza. Como muestra la Figura 4.48., vamos a Results, en el Model Tree, y en Contour Options seleccionamos Solid Life y después en Visibility Options damos a Hide All. Por último, pulsamos en Display para que tengan efecto los cambios.

Así es como obtenemos la Figura 4.49., donde observamos que la vida es de  $2,5 \cdot 10^9$  ciclos.

En la Figura 4.50. hemos ampliado la vista, para ver con más detalle la zona crítica, que se produce en la discontinuidad y en la sección con menor área como predecíamos.



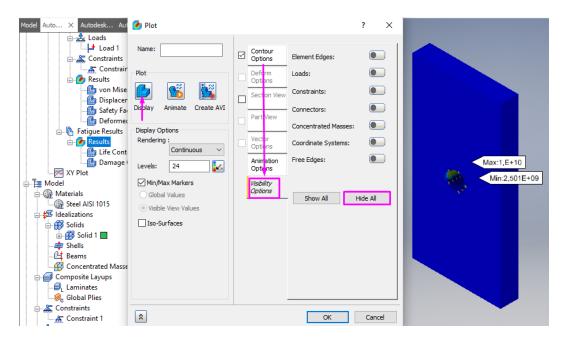


Figura 4.48. Configuración para ocultar mallado en la visualización de resultados.

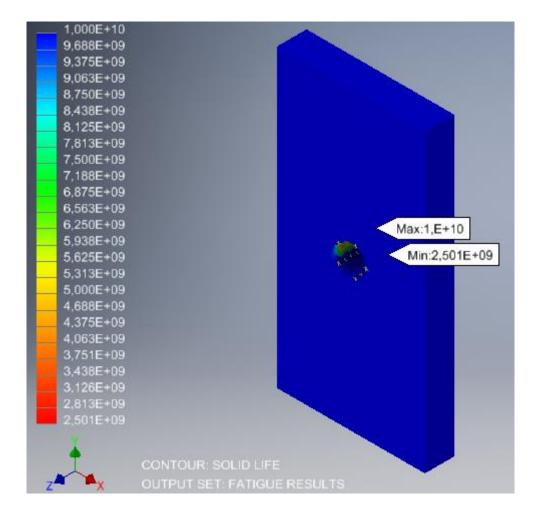


Figura 4.49. Resultado del análisis a fatiga para la pieza con vida infinita.



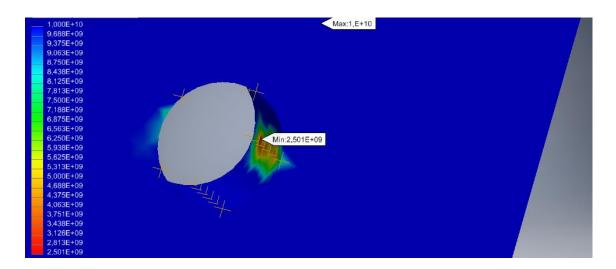


Figura 4.50. Detalle de la zona crítica.

## 4.2.3. Interpretación de resultados: caso 1

El objetivo del caso 1 de este ejercicio consiste en ver qué le ocurre a la pieza cuando trabaja en la zona de vida infinita y cómo lo simula Inventor.

Observando la curva S-N del acero (Figura 3.3.A.) vemos que a partir de 10<sup>6</sup> ciclos la pendiente de la curva es nula, tiende hacia el infinito, por eso la vida de la pieza es infinita y no falla nunca. El software, aunque ha calculado que la pieza se encuentra en la zona de vida infinita, no tiene forma de mostrar en la simulación que la vida de la pieza es infinita, por esta razón, nos indica un resultado muy elevado, casi 10<sup>10</sup>, que es el máximo número de ciclos que puede calcular Inventor para un material. La zona roja de la simulación en este caso representa el punto crítico de la pieza, y nos indica dónde se encuentra el punto con mayor tensión y, por lo tanto, el punto que fallaría si aumentásemos la carga.

#### 4.2.4. Resolución analítica: caso 2

Nos interesa saber cómo se comporta la pieza si aumentamos la carga a 1200kN, con el resto de condiciones exactamente igual que en el caso 1.

# a) Caracterización de la carga

Como ya sabemos, tenemos que hallar la carga alternante y media, así que recurrimos a la Ec 4.26. para calcular la tensión máxima, que es de 120MPa y que posteriormente introduciremos en las ecuaciones Ec 4.27. y Ec 4.28. para calcular las tensiones medias y alternantes sin corregir.



$$\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{A_{critica}} = \frac{1200kN}{(250 - 50) \cdot 50mm} = 120 MPa$$
 Ec 4.26.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{120 + 0}{2} = 60 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| = \left| \frac{120 - 0}{2} \right| = 60 \text{ MPa}$$

La pieza es la misma que en el caso 1, por tanto, el factor de concentración de tensiones  $K_f$  será 2,2, que al multiplicarlo por las tensiones  $\sigma_a$  y  $\sigma_m$  en las ecuaciones Ec 4.29. y Ec 4.30. obtenemos las tensiones corregidas.

$$\sigma_a^{corr} = K_f \cdot \sigma_a = 2.2 \cdot 60 MPa = 132 MPa$$
 Ec 4.29.

$$\sigma_m^{corr} = K_f \cdot \sigma_m = 2.2 \cdot 60 MPa = 132 MPa$$
 Ec 4.30.

## b) Caracterización de la pieza

No hemos cambiado el material de la pieza, ni su geometría, ni los factores que modifican el límite de resistencia a fatiga, luego las propiedades mecánicas de la pieza seguirán siendo: Sut=390MPa y Se=160MPa.

#### c) Criterio de fallo

Aplicando el criterio de Goodman (Ec 4.31.) con las nuevas cargas  $\sigma_a$  y  $\sigma_m$  corregidas nos queda un factor de seguridad de 0,86. Al ser menor que 1 asumimos que la pieza va a fallar y que tiene vida finita, así que calcularemos el número de ciclos que va a trabajar la pieza.

A partir de la Ec 4.12., despejando  $S_f$ , obtenemos Ec 4.32. mediante la que calculamos la resistencia a fatiga para vida finita, con resultado de 199,53MPa. Este resultado queda por encima del límite de resistencia a fatiga y, por eso, nos encontramos en la zona de vida finita.

$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n_f}$$
 Ec 4.31.

$$\frac{132}{390} + \frac{132}{160} = \frac{1}{n_f} = 1,163 \Rightarrow n_f = 0,86$$

$$S_f = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)} = \frac{132}{\left(1 - \frac{132}{390}\right)} = 199,53 \, MPa$$
 Ec 4.32.



En la Figura 4.51. vemos con claridad cómo se calcula mediante representación gráfica la resistencia a vida finita. El valor de la resistencia a vida finita lo introducimos en Ec 4.33. y calculando los coeficientes a y b con las ecuaciones Ec 4.34. y Ec 4.35. obtenemos la vida en ciclos de la pieza, que resulta  $1,44 \cdot 10^5$  ciclos.

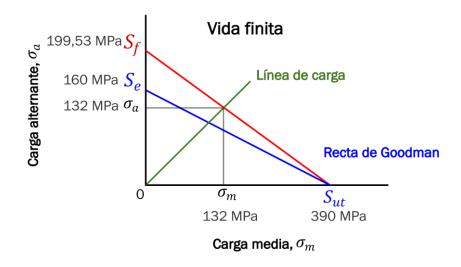


Figura 4.51. Representación del criterio de fallo.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{199,53}{770,01}\right)^{1/-0,11} = 1,44 \cdot 10^5 \ ciclos$$
 Ec 4.33.

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S_e} = \frac{(0.9 \cdot 390)^2}{160} = 770,01$$
 Ec 4.34.

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{0.9 \cdot S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3}\log\frac{0.9 \cdot 390}{160} = -0.11$$
 Ec 4.35.

#### 4.2.5. Resolución por simulación: caso 2

A continuación, comprobaremos el resultado de la simulación de Inventor para la nueva magnitud de carga.

#### a) Aplicación de las cargas

Lo único que vamos a modificar del caso 1 es la carga, por lo tanto, en la ventana Load de la Figura 4.52. sustituiremos  $F_v$ = 1000kN por 1200kN.



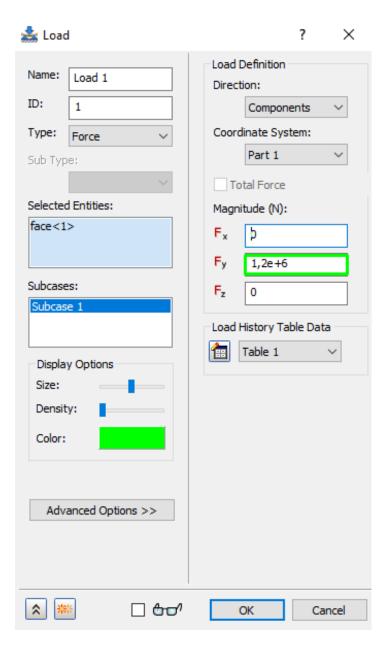


Figura 4.52. Modificación de la magnitud de la carga.

# b) Resultado de la simulación

No es necesario regenerar la malla, ya que no hemos alterado la geometría de la pieza, así que una vez que hayamos modificado la carga podemos pulsar directamente el icono Run para comenzar el análisis. Los resultados se ilustran en la Figura 4.53. donde vemos que la vida de la pieza son 1,37· 10<sup>5</sup> ciclos en la zona de área mínima, donde se encontraba el punto crítico en el caso 1. La zona más roja representa los puntos que van a fallar, ya que se encuentran por debajo de 10<sup>6</sup> ciclos (Figura 4.54.).



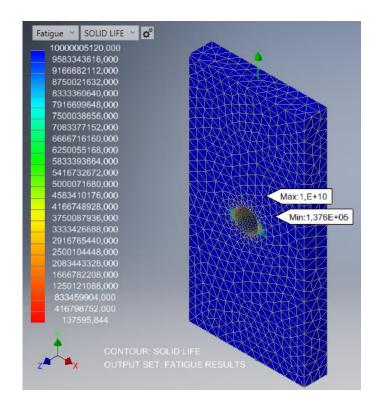


Figura 4. 53. Resultado de vida finita cambiando el valor de la carga.

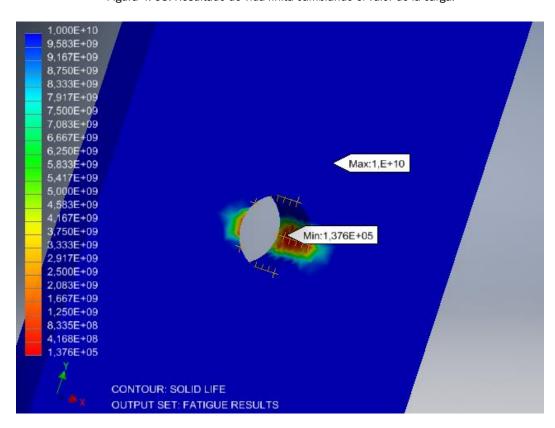


Figura 4.54. Detalle de la zona roja en la discontinuidad de la pieza.



## 4.2.6. Interpretación de resultados: caso 2

En este caso la pieza tiene vida finita y analíticamente obtuvimos 1,44 · 10<sup>5</sup> ciclos. El resultado de la simulación son 1,37· 10<sup>5</sup> ciclos, por lo que se aproxima bastante bien a los cálculos. La diferencia entre ambos es del 4,86%, menor que en el ejercicio 1, donde la diferencia era del 17,97%. Esta pieza tiene mayores dimensiones y una geometría más simple, por eso, el mallado no necesita ser muy fino para obtener buenos resultados.

# 4.3. Barra de sección circular con entalla sometida a torsión

A continuación, resolveremos y simularemos un ejercicio extraído de la colección de problemas de [Shigley] de fallo a fatiga.

Una barra de sección circular, con 25 mm de diámetro y longitud 45mm, tiene una ranura maquinada de 2.5 mm de profundidad con un radio de 2.5 mm. La barra, hecha de acero AISI 1018 CD estirado en frío, está sometida a un par de torsión invertido de 200 N  $\cdot$  m. Estime el número de ciclos a la falla.

Las propiedades mecánicas del material las encontramos en la Figura 4.55.

- 1	2	3	4 Decidencies	5	6	7	8
UNS núm.	SAE y/o AISI núm.		a la tensión,	Resistencia a la fluencia, MPa (kpsi)	Elongación en	Reducción en área, %	Dureza Brinell
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149

Figura 4.55. Tabla de propiedades mecánicas de algunos aceros AISI [Shigley]

#### 4.3.1. Resolución analítica

Sabemos que la sección crítica se encuentra en la sección de área mínima, por lo tanto, será la zona de la ranura con mayor profundidad. Una vez tenemos localizada



la sección crítica procedemos a realizar los cálculos convenientes para calcular la vida de la barra.

# a) Caracterización de la carga

Nos encontramos ante un problema de torsión con carga invertida, por lo tanto, la carga media es nula y tendremos que calcular la carga alternante. Para ello, emplearemos la Ec 4.36, que obtiene la tensión tangencial alternante a partir del momento torsor aplicado y el diámetro de la sección crítica. El momento torsor son 200N·m y el diámetro de la sección crítica son 20 mm, lo que nos da como resultado 127,32MPa.

$$\tau_a = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 200 \, N \cdot m}{\pi \cdot (20 \cdot 10^{-3} m)^3} = 127,32 \, MPa$$
 Ec 4.36.

Acto seguido, hallaremos el factor de concentración de tensiones para una barra con ranura sometida a torsión con las dimensiones de nuestra pieza. En primer lugar, obtendremos el valor de la sensibilidad a la entalla con la curva de Aceros templados y estirados de la Figura 4.56, para un radio de entalla de 2,5 mm, nos da q=0,95. En segundo lugar, en la gráfica de la Figura 4.57. entramos con el cociente de r/d=2,5/20=0,125 y cruzamos casi con la curva de D/d=1,3 ya que D/d=25/20=1,25, lo que nos lleva a  $K_t=1,4$ .

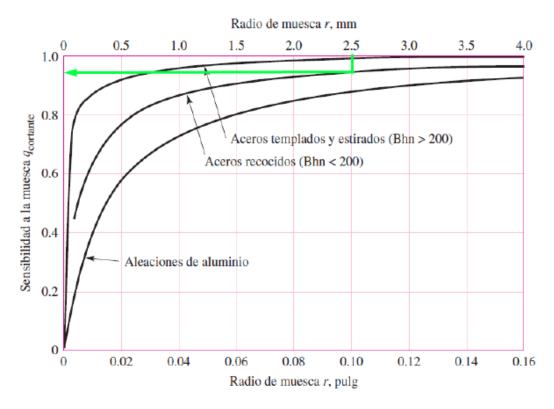


Figura 4.56. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla de piezas a torsión [Shigley]



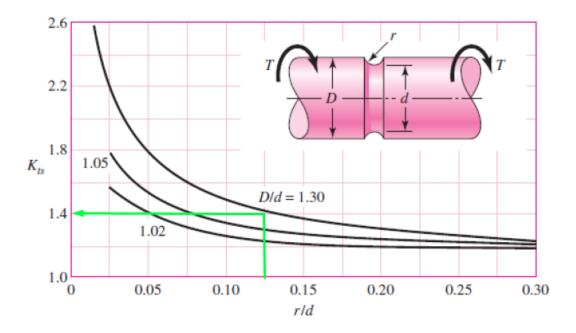


Figura 4.57. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje con entalla a torsión [Shigley]

Después de calcular los valores de q y  $K_t$  obtendremos el factor de concentración de tensiones con Ec 4.37. y, seguidamente, lo multiplicaremos por la tensión tangencial alternante que hemos calculado en Ec 4.38. La tensión tangencial alternante corregida tiene un valor de 157,7MPa.

$$K_f = 1 + (K_t - 1) \cdot q = 1 + (1.4 - 1) \cdot 0.95 = 1.38$$
 Ec 4.37.

$$\tau_{xy\,a}^{corr} = K_f \cdot \tau_a = 1,38 \cdot 127,32 \, MPa = 175,7 \, MPa$$
 Ec 4.38.

Posteriormente, con la tensión tangencial corregida calculamos la carga alternante equivalente según Von Mises Ec 4.39. que tiene un valor de 304,32MPa y es la carga que vamos a comparar con la resistencia a fatiga para comprobar si falla la pieza.

$$\sigma_a^{eq} = \sqrt{(\sigma_{x\,a}^{corr})^2 + 3\big(\tau_{xy\,a}^{corr}\big)^2} = \sqrt{(0)^2 + 3(175,7)^2} = 304,32\,MPa$$
 Ec 4.39.

# b) Caracterización de la pieza

En el enunciado no nos indican el límite de resistencia a fatiga de la probeta del material, así que, como es acero, vamos a utilizar la aproximación de Mischke en Ec 4.40. para calcularlo.



Sabemos que el acero está estirado en frío y, por tanto, corregiremos la resistencia a fatiga de la probeta con el factor de corrección de acabado superficial, K<sub>a</sub>. Este factor lo obtenemos con Ec 4.41. con los coeficientes a=4,51 y b=-0,265 (Figura 4.6.) que se corresponden con el acabado superficial de estirado en frío.

Además, como la pieza está sometida a torsión, vamos a calcular el factor de corrección del tamaño. El diámetro mínimo son 20mm, y se encuentra entre 2,78 y 51mm, asique emplearemos Ec 4.42. para calcularlo.

Por último, aplicaremos la ecuación Ec 4.43. para calcular el límite de resistencia a fatiga de la pieza, suponiendo que el resto de factores de corrección son 1. Esto nos da como resultado  $S_e$ = 179,62MPa.

$$S'_e = 0.504 \cdot S_{ut} = 0.504 \cdot 440 MPa = 221,76 MPa$$
 Ec 4.40.

$$K_a = aS_{ut}^b = 4.51 \cdot 440^{-0.265} = 0.9$$
 Ec 4.41.

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{20mm}{7.62}\right)^{-0.107} = 0.9$$

$$S_e = S'_e \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d = 221,76 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 1 \cdot 1 = 179,62 MPa$$
 Ec 4.43.

# c) Criterio de fallo

Aplicando el criterio de Goodman en Ec 4.44., obtenemos un factor de seguridad de 0,59. Esto implica que la pieza va a fallar, tiene vida finita, porque el coeficiente es menor que 1.

Sabiendo que falla, vamos a calcular la resistencia a fatiga para vida finita  $S_f$  para usarla en la Ec 4.46. y poder calcular los ciclos de vida de la pieza. Como la carga es invertida, la tensión media es nula y  $S_f$  coincide con la tensión alternante equivalente en Ec 4.45.

$$\frac{\sigma_m^{eq}}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a^{eq}}{S_e} = \frac{1}{n_f}$$
 Ec 4.44.

$$\frac{0}{440} + \frac{304,32}{179,62} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow n_f = 0,59$$

$$\frac{0}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a^{eq}}{S_f} = 1 \Rightarrow S_f = \sigma_a^{eq} = 304,32 MPa$$
 Ec 4.45.



Para calcular el número de ciclos de vida de la pieza vamos a hacer uso de la ecuación Ec 4.46. de donde a y b los calculamos con Ec 4.47. y Ec 4.48. y obtenemos  $1,41\cdot10^4$  ciclos.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{304,32}{873,04}\right)^{1/-0.11} = 1 \cdot 10^4 \, ciclos$$
 Ec 4.46.

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S_e} = \frac{(0.9 \cdot 440)^2}{179,62} = 873,04$$
 Ec 4.47.

$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot 440}{179,62} = -0.11$$
 Ec 4.48.

# 4.3.2. Resolución por simulación

A continuación, vamos a realizar el análisis en Inventor, para demostrar de qué modo podemos simular una pieza sometida a un momento torsor invertido y calcular su vida.

# a) Modelado de la pieza

Comenzamos modelando la pieza según las dimensiones del enunciado. Es una pieza bastante sencilla que se realiza en una sola operación de Revolution. Como vemos en la Figura 4.58. no va a ser necesario crear elementos auxiliares.

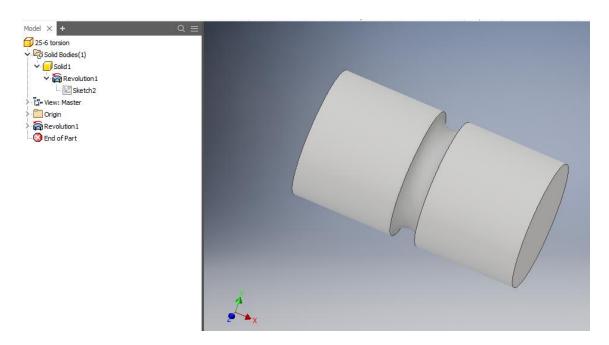


Figura 4.58. Modelo en 3D de la barra con ranura sometida a torsión



## b) Tipo de análisis

Entramos en el entorno de Nastran In-CAD y el primer paso es fijar los parámetros del análisis. Seleccionamos Multi-Axial Fatigue, con unidades del Sistema Internacional y que los outputs sean tensiones.

También, en el apartado de Fatigue Setup, elegimos el método de Von Mises, el enfoque de Esfuerzo-Vida e imponemos una duración de 1 segundo por ciclo.

# c) Elección del material

El material del que está compuesto la pieza es Acero AlSI 1018, así que seleccionaremos en la librería de materiales de Autodesk el Acero AlSI 1018 118 QT. Las propiedades mecánicas que tiene almacenadas Autodesk para ese material no son las mismas que las de la Figura 4.55, así que, en la ventana de material de la Figura 4.59. introduciremos los valores de  $S_{ut}$  y  $S_y$  que aparecen en la tabla 4.55. que son  $S_{ut}$ =440MPa y  $S_y$ =370MPa.

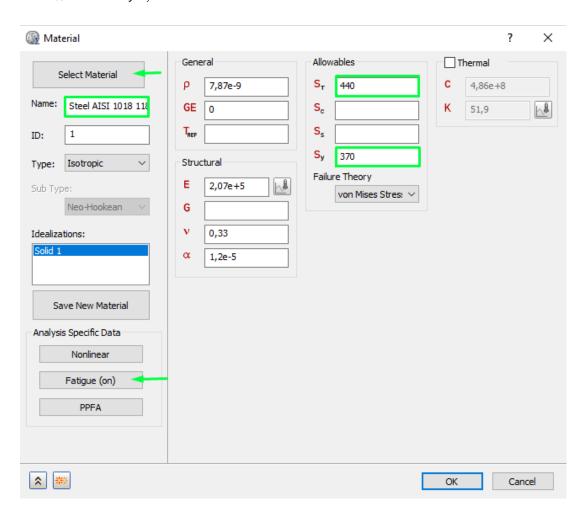


Figura 4.59. Ventana de selección de propiedades de material



Posteriormente, acudiremos a la ventana de Fatigue para definir los parámetros de la curva S-N del material. Como indica la Figura 4.60. los parámetros son:  $S_u$ = 0,9 ·  $S_{ut}$ =0,9 · 440 MPa=396MPa,  $N_0$ =1000 ciclos,  $S_e$ = 179,62MPa del límite de resistencia a fatiga y B es la pendiente de la curva calculada con la expresión Ec 4.49.

$$B = \frac{\log(S_u) - \log(S_e)}{\log(N_e) - \log(N_0)} = \frac{\log(0.9 \cdot 440) - \log(179.62)}{\log(10^6) - \log(10^3)} = 0.11$$
 Ec 4.49.

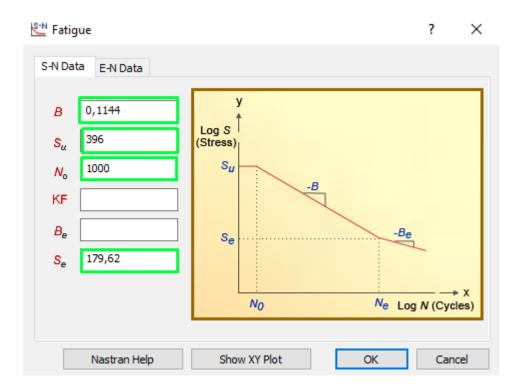


Figura 4.60. Parámetros que definen la curva S-N del material

# d) Definición de las condiciones de contorno

A continuación, vamos a establecer las condiciones de contorno de la pieza. Escogeremos una de las secciones extremas y restringiremos los 6 grados de libertad con un empotramiento. Con esto, conseguimos el efecto de una garra sujetando la pieza. (Figura 4.61)



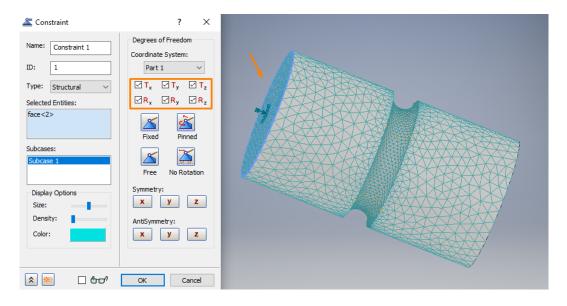


Figura 4.61. Ventana de definición del empotramiento e indicación de su posición.

# e) Aplicación de las cargas

Acudimos a la ventana de carga de la Figura 4.62. y elegimos Momento como el tipo de carga que vamos a aplicar. Después, introducimos el valor de  $200N \cdot m$  en la componente  $M_x$ , para que el momento torsor se produzca en torno a ese eje. La superficie indicada en la Figura 4.62. es el lugar donde vamos a aplicar el momento torsor, ya que los momentos en Inventor solo pueden aplicarse en superficies.

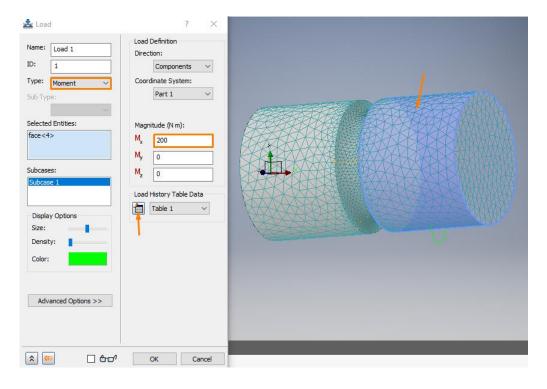


Figura 4.62. Aplicación del momento torsor en la componente Mx.



Lo siguiente que haremos será definir la tabla de Factor de carga respecto del tiempo que se ilustra en la Figura 4.63. y que representa el tipo de carga variable invertida.

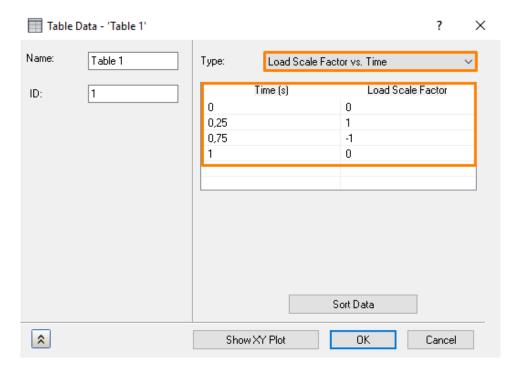


Figura 4.63. Tabla de datos del factor de carga respecto del tiempo para una carga invertida.

En la figura 4.64. observamos la forma que toma la representación gráfica de la carga respecto del tiempo, de tipo sinusoidal, si marcamos la opción de Spline.

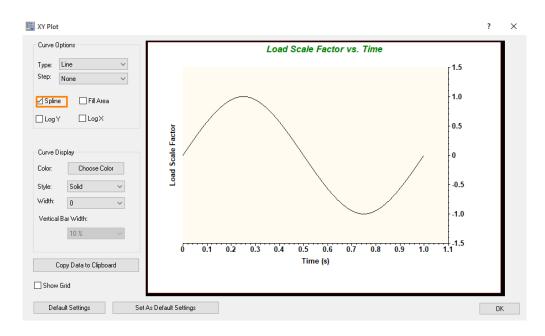


Figura 4.64. Representación gráfica de la carga invertida sinusoidal.



## f) Generación del mallado

En el último paso vamos a generar el mallado que divide la pieza en elementos finitos. Con la herramienta de Mesh Control vamos a seleccionar la ranura e introduciremos un tamaño de elemento de 8 mm, que será menor que el del resto de la pieza. (Figura 4.65.)

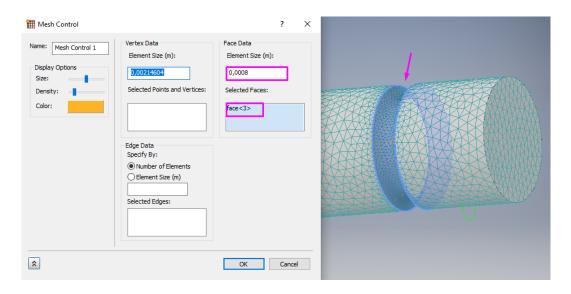


Figura 4.65. Mallado fino en la ranura del eje.

En Mesh Settings (Figura 4.66) emplearemos el tamaño de elemento que nos sugiere Autodesk, de 2,14mm, para mallar el resto de la pieza. El tipo de elemento que usaremos será parabólico, porque nos da más información y se adapta mejor a nuestra pieza, que tiene superficies curvas. Después de esto generaremos la malla con Generate Mesh

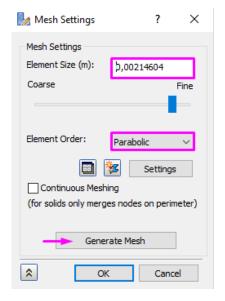


Figura 4.66. Generación del mallado de la pieza.



## g) Resultado de la simulación

Por último, pulsamos Run para comenzar el análisis. El resultado que arroja el software es de  $6,94\cdot10^3$  ciclos de vida, en la zona del área mínima de la ranura. Como podemos ver en la Figura 4.67. la zona más roja es la que va a fallar antes y, por ese motivo, es la que indica la vida de la pieza.

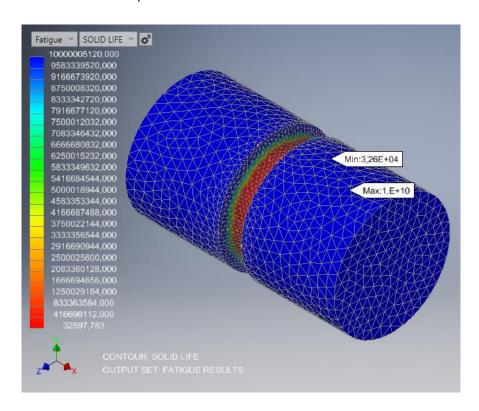


Figura 4.67. Resultados del análisis a fatiga.

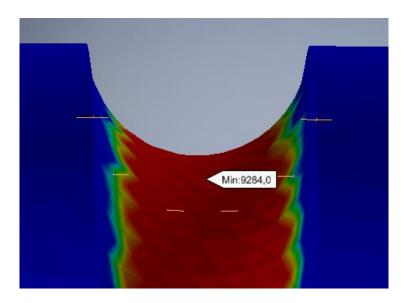


Figura 4.68. Vista de detalle de la zona crítica en la ranura, por donde falla la pieza.



## 4.3.3. Interpretación de resultados

Esta pieza presenta una considerable discrepancia entre el resultado de vida analítico y el de la simulación si comparamos los  $6,94\cdot10^3$  ciclos obtenidos en Nastran In-CAD con los  $1\cdot10^4$  ciclos de los cálculos analíticos. La diferencia es elevada, del 30,6%, sin embargo, el tamaño de esta pieza es mucho menor que el de las otras piezas hasta ahora ensayadas, sus dimensiones son del orden de hasta 10 veces menores, con una profundidad de ranura de 2,5mm. Esto ha podido afectar al resultado, ya que necesitamos un tamaño de elemento de malla en la ranura mucho menor que 0,8 mm para poder obtener resultados precisos, ya que se adaptará mejor la malla al contorno de la pieza, pero requerirá un mayor tiempo de procesamiento.

# 4.4. Eje hueco sometido a fatiga multiaxial

El siguiente ejercicio tiene la peculiaridad de que combina momento flector y momento torsor variables en una misma pieza. Los datos pertenecen a un ejercicio de la colección de problemas de la asignatura de Diseño de Máquinas, aunque con algunas modificaciones para poder integrarlo más adecuadamente en este proyecto

Un eje hueco, de longitud 200 mm mecanizado en acero AISI C1144 OQT (538 °C), con  $S_{ut}$ =813,1 MPa y un límite de resistencia a fatiga  $S_e$ '=406,5 MPa, cuyos diámetros valen D=36,8 mm y d= 22,1 mm (D=diámetro exterior, d=diámetro interior), transmite un momento torsor invertido de 780,4 N·m al tiempo que soporta un momento flector invertido de valor máximo igual a 441 N·m. Si en el punto medio del eje calculado se practica un taladro transversal pasante de 5,6mm de diámetro, determinar si el eje falla por fatiga y a cuántos ciclos.

#### 4.4.1. Resolución analítica

Nos encontramos ante un eje hueco con un taladro en el centro sometido a una combinación de momentos. Debido a la geometría de esta pieza no podemos calcular la tensión normal y tangencial de la pieza con las ecuaciones Ec 4.3. y Ec 4.36. como hemos hecho en modelos anteriores, ya que esas piezas eran macizas.

El área crítica se encuentra en la sección de la mitad del eje, ya que es donde se encuentra el mayor diámetro del taladro y, por lo tanto, hay menos material.

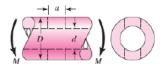
#### a) Caracterización de la carga

Ambos momentos aplicados a la pieza son cargas de tipo invertido, es decir, que la carga media es nula y solo existe carga alternante. El momento flector crea tensiones normales y el momento torsor crea tensiones tangenciales que tendremos que corregir y combinar para obtener la carga alternante equivalente.



#### a.1) Flexión

Comenzamos calculando la tensión normal provocada por el momento flector. Usaremos la tabla de la Figura 4.69. para obtener el coeficiente A con el que podremos calcular el  $Z_{\text{neto}}$  que necesitaremos en Ec 4.50. y también el factor de concentración de esfuerzos de la pieza a flexión  $K_{\text{t-f}}$ . Entramos en la tabla con a/D= 5,6mm/ 36,8mm =0,15 y con d/D=22,1mm/36,8mm=0,6 así que obtenemos A=0,79 y  $K_{\text{t-f}}$ =2,29. Aprovechamos también para calcular la sensibilidad a la entalla  $q_f$  con la tabla de la Figura 4.70. El radio del taladro es 2,8mm y la resistencia última a tracción son 0,81GPa. De este modo obtenemos  $q_f$ =0,85.



El esfuerzo flexionante nominal es  $\sigma_0 = M/Z_{neto}$ , donde  $Z_{neto}$  es un valor reducido del módulo de sección y se define por

$$Z_{\text{neto}} = \frac{\pi A}{32D} (D^4 - d^4)$$

Los valores de Ase listan en la tabla. En el caso de una barra sólida use  $d=0\,$ 

	d/D						
	0.9		0.	.6	0		
a/D	A	K,	A	K,	A	K,	
0.050	0.92	2.63	0.91	2.55	0.88	2.42	
0.075	0.89	2.55	0.88	2.43	0.86	2.35	
0.10	0.86	2.49	0.85	2.36	0.83	2.27	
0.125	0.82	2.41	0.82	2.32	0.80	2.20	
<b>→</b> 0.15	0.79	2.39	0.79	2.29	0.76	2.15	
0.175	0.76	2.38	0.75	2.26	0.72	2.10	
0.20	0.73	2.39	0.72	2.23	86.0	2.07	

Figura 4.69. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje hueco con agujero transversal a flexión [Shigley]



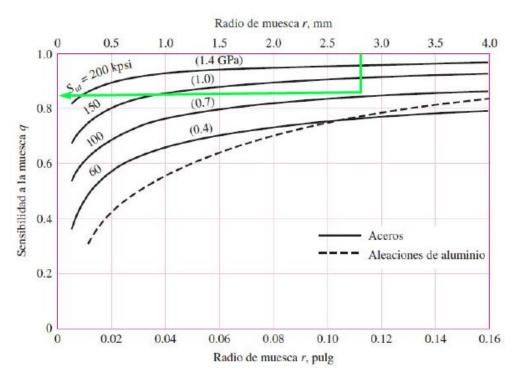


Figura 4.70. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla de piezas a flexión [Shigley]

Una vez que tenemos A ya podemos calcular  $Z_{\text{neto}}$  con Ec 4.50. y usaremos el resultado en Ec 4.51. para obtener la tensión normal, que es 131,15MPa. Como el tipo de carga es invertido y  $\sigma_{x m}$  =0, esa tensión será la tensión normal alternante.

$$Z_{neto} = \frac{\pi \cdot A \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} = \frac{\pi \cdot 0.79 \cdot ((36.8 \cdot 10^{-3})^4 - (22.1 \cdot 10^{-3})^4)}{32 \cdot (36.8 \cdot 10^{-3})}$$
 Ec 4.50.  
= 3.36 \cdot 10^{-6} m^3

$$\sigma_{x\,a} = \frac{M_{max}}{Z_{net\,a}} = \frac{441 \, Nm}{3.36 \cdot 10^{-6} m^3} = 131,15 \, MPa$$
 Ec 4.51.

Hecho esto, el siguiente paso es calcular el factor de concentración de tensiones (Ec 4.52.) para corregir la carga con la expresión de Ec 4.53.

$$K_{f-Flexión} = 1 + (K_{t-f} - 1) \cdot q_f = 1 + (2.29 - 1) \cdot 0.85 = 2.1$$
 Ec 4.52.

$$\sigma_{x\,a}^{corr} = K_{f-flexión} \cdot \sigma_{x\,a} = 2.1 \cdot 131.15 \, MPa = 275.41 \, MPa$$
 Ec 4.53.



#### a.2) Torsión

Ha llegado el momento de calcular la carga a torsión. Procederemos a seguir el mismo método que hemos empleado para calcular la carga a flexión, aunque usaremos las tablas específicas para de torsión.

En la tabla de la Figura 4.71. entramos con los datos ya calculados: a/D=0,15 y d/D=0,6. Esto nos resulta en: A=0,87 y  $K_{ts}=1,69$ . También hallamos el factor de sensibilidad a la entalla para piezas a torsión (Figura 4.72.). Sabiendo que el radio del taladro es 2,8 mm y que el acero que usamos tiene dureza Brinell menor de 200, obtenemos q=0,95.



El esfuerzo máximo ocurre en el interior del agujero, un poco debajo de la superficie del eje. El esfuerzo cortante nominal es  $\tau_0 = T D/2J_{\text{neto}}$ , donde  $J_{\text{neto}}$  es un valor reducido del segundo momento polar del área y se define por

$$J_{\text{neto}} = \frac{\pi A (D^4 - d^4)}{32}$$

Los valores de A se listan en la tabla. En el caso de una barra sólida use d=0.

					d/	D				
	0.9		0.8 0.6		6	0.4		0		
a/D	A	K <sub>ts</sub>	A	K <sub>ts</sub>	A	K <sub>ts</sub>	A	Kts	A	$K_{ts}$
0.05	0.96	1.78							0.95	1.77
0.075	0.95	1.82							0.93	1.71
0.10	0.94	1.76	0.93	1.74	0.92	1.72	0.92	1.70	0.92	1.68
0.125	0.91	1.76	0.91	1.74	0.90	1.70	0.90	1.67	0.89	1.64
0.15	0.90	1.77	0.89	1.75	0.87	1.69	0.87	1.65	0.87	1.62
0.175	0.89	1.81	0.88	1.76	0.87	1.69	0.86	1.64	0.85	1.60
0.20	0.88	1.96	0.86	1.79	0.85	1.70	0.84	1.63	0.83	1.58

Figura 4.71. Tabla de corrección de concentración de esfuerzos para eje hueco con agujero transversal a torsión [Shigley]



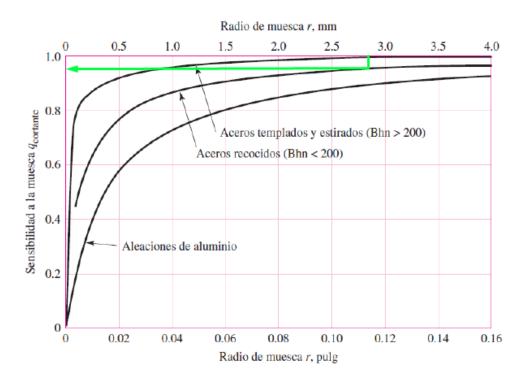


Figura 4.72. Tabla de corrección de sensibilidad a la entalla de piezas a torsión [Shigley]

Para hallar la tensión tangencial tendremos que calcular el  $J_{neto}$  a través de la Ec 4.54. e introducirlo en Ec 4.55. Esto nos da como resultado 106,09MPa. Como esta carga también es invertida,  $\tau_{xy\,m}$ =0, la tensión tangencial que hemos calculado coincide con la alternante.

$$J_{neto} = \frac{\pi \cdot A \cdot (D^4 - d^4)}{32} = \frac{\pi \cdot 0.87 \cdot ((36.8 \cdot 10^{-3})^4 - (22.1 \cdot 10^{-3})^4)}{32}$$
 Ec. 4.54.  
= 1.36 \cdot 10^{-7} m^4

$$\tau_{xy\,a} = \frac{T \cdot D}{2 \cdot I_{neto}} = \frac{780,4 \, N \cdot m \cdot 36,8 \cdot 10^{-3} m}{2 \cdot 1,36 \cdot 10^{-7} m^4} = 106,09 \, MPa$$
 Ec. 4.55.

Por último, vamos a corregir la tensión tangencial con el factor de concentración de tensiones para obtener la tensión tangencial alternante. Según Ec 4.56. obtenemos  $K_{\rm ft}$ =1,66 y multiplicándolo por el resultado de Ec 4.55. en la expresión Ec 4.57. nos queda una tensión tangencial alternante corregida de 176,11MPa.

$$K_{f-Torsión} = 1 + (K_{t-f} - 1) \cdot q_f = 1 + (1,69 - 1) \cdot 0,95 = 1,66$$
 Ec 4.56.

$$\tau_{xy\;a}^{corr} = K_{f-Torsión} \cdot \tau_{xy\;a} = 1,66 \cdot 106,09 \; MPa = 176,11 \; MPa$$
 Ec 4.57.



Como ambas tensiones son alternantes, las combinaremos con la ecuación de Von Mises Ec 4.58. para obtener la carga alternante equivalente.

$$\sigma_a^{eq} = \sqrt{(\sigma_{x\,a}^{corr})^2 + 3(\tau_{xy\,a}^{corr})^2} = \sqrt{(275,41)^2 + 3(176,11)^2}$$

$$= 410.97 MPa$$
Ec 4.58.

# b) Caracterización de la pieza

A continuación, calcularemos el límite de resistencia a fatiga de la pieza.

El enunciado nos indica que la resistencia a fatiga de la probeta de acero AISI C1144 OQT es S<sub>e</sub>'=406,5MPa, que tendremos que corregir según lo requiera nuestra pieza.

El acabado de la pieza es maquinado, así que usaremos Ec 4.59. para obtener el factor de corrección de acabado superficial, con a= 4,51 y b= -0,265 para superficies maquinadas.

El eje está sometido a flexión y torsión, así que también tendremos que calcular el factor de corrección de tamaño (Ec 4.60.) para un diámetro entre 2,79 y 51mm. Consideraremos también que la fiabilidad es del 99% y en la Figura 4.73. encontramos  $K_c$ =0,814. Nos queda el factor de corrección de temperatura, que asumiremos que es 1.

$$K_a = aS_{ut}^b = 4.51 \cdot 813.1^{-0.265} = 0.76$$
 Ec 4.59.

$$K_b = \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{36,8mm}{7,62}\right)^{-0.107} = 0.84$$
 Ec 4.60.

Confiabilidad, %	Factor de confiabilidad
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Figura 4.73. Tabla de corrección de factor de fiabilidad K<sub>c</sub> [Shigley]

Una vez que conocemos los factores de corrección, los introducimos en Ec 4.61. y obtenemos que el valor del límite de resistencia a fatiga es 211,24MPa.



$$S_e = S'_e \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d = 406,5 \cdot 0,76 \cdot 0,84 \cdot 0,814 \cdot 1$$
 Ec 4.61.  
= 211,24 MPa

# c) Criterio de fallo

Para comprobar si la pieza falla, aplicamos el criterio de Goodman en la Ec 4.62., de la que obtenemos un coeficiente de seguridad de 0,51. Como el coeficiente de seguridad es menor que 1, la pieza tiene vida finita, así que calcularemos la resistencia a fatiga para vida finita en la Ec 4.63. para después introducirla en la ecuación Ec 4.64. y así obtener la vida de la pieza en ciclos.

Como las cargas son invertidas y la carga media es nula, la resistencia a fatiga para vida finita coincide con la carga alternante equivalente.

$$\frac{\sigma_m^{eq}}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a^{eq}}{S_e} = \frac{1}{n_f}$$
 Ec 4.62

$$\frac{0}{813,1} + \frac{410,97}{211,24} = \frac{1}{n_f} \Rightarrow n_f = 0,51$$

$$\frac{0}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a^{eq}}{S_f} = 1 \Rightarrow S_f = \sigma_a^{eq} = 410,97 MPa$$
 Ec 4.63.

Al comparar el límite de resistencia a fatiga (211,24MPa) con la carga alternante equivalente (410,97MPa), deducimos que la carga es mayor y que la pieza falla, por lo tanto, calcularemos el número de ciclos de vida a partir de la expresión Ec 4.64. donde a y b se calculan con Ec 4.65. y Ec 4.66. respectivamente.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{410,97}{2535,11}\right)^{1/-0,18} = 2,45 \cdot 10^4 \, ciclos$$
 Ec 4.64.

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S_e} = \frac{(0.9 \cdot 813,1)^2}{211,24} = 2535,11$$
 Ec 4.65.

$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3} \log \frac{0.9 \cdot 813,1}{211,24} = -0.18$$
 Ec 4.66.

De tal forma, nos queda como resultado una vida de 2,45 · 104 ciclos.

#### 4.4.2. Resolución por simulación

A continuación, explicaremos paso a paso cómo realizar el análisis de la pieza por elementos finitos con Nastran In-CAD.



#### a) Modelado de la pieza

El primer paso es definir la geometría de la pieza. Realizamos el tubo hueco dibujando dos círculos de diámetro 36,8 y 22,1mm en el plano YZ y después usamos la operación de Extrusion con una longitud de 200mm. En el plano XZ dibujamos el taladro en la mitad del eje y con la operación Hole hacemos el agujero pasante en el eje. En último lugar, creamos un plano auxiliar en la mitad del eje y dividimos la superficie del eje con la operación Split.

Al acabar, nos queda un modelo 3D como la Figura 4.74.

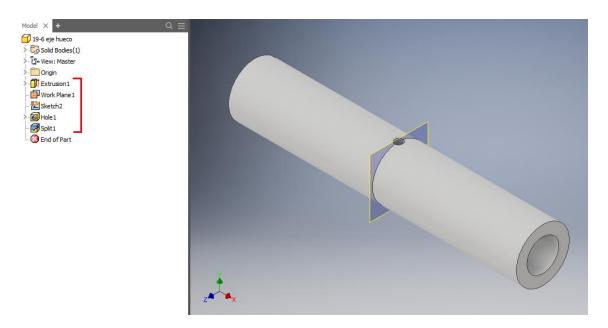


Figura 4.74. Modelo en 3D del eje hueco y las operaciones realizadas.

#### b) Tipo de análisis

Cuando ya tenemos el modelo 3D, pasamos al entorno de Nastran In-CAD para continuar los pasos del análisis. En el Model Tree seleccionamos Analysis 1 y en la ventana que emerge elegimos Multi-Axial Fatigue, nos aseguramos de usar unidades del Sistema Internacional e indicamos que los outputs sean tensiones.

En una rama de Analysis en el Model Tree aparece Fatigue Setup. Al desplegarse la ventana escogemos el método de Von Mises, el enfoque de Esfuerzo-Vida e imponemos una duración de 1 segundo por ciclo.

#### c) Elección del material

El enunciado especifica que el material de la pieza es acero AISI C1144 OQT (538 °C), así que abrimos la ventana de material y seleccionamos Steel AISI C1144 como indica la Figura 4.75. Después pulsamos el recuadro de Fatigue para definir la curva S-N de la pieza.



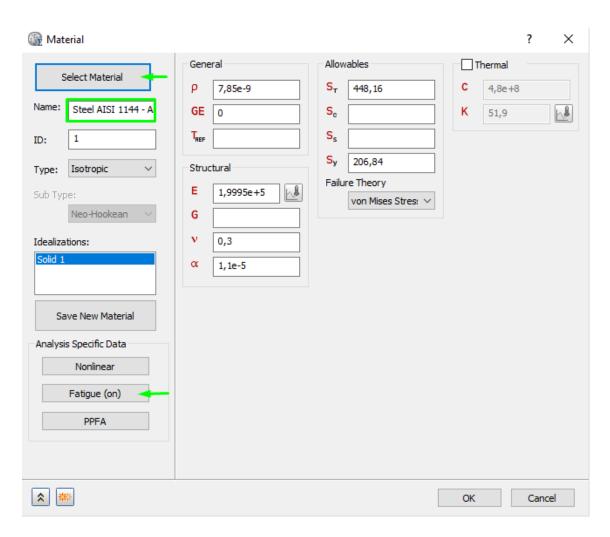


Figura 4.75. Ventana de selección de propiedades de material

En los recuadros de la Figura 4.76. introduciremos el valor de la pendiente de la curva, B, calculado a partir de Ec 4.67., la magnitud de la resistencia a fatiga cuando empieza la zona de vida finita, que es  $S_u$ = 0,9 ·  $S_u$ t=0,9 · 813,1MPa=732,19MPa, el número de ciclos para ese valor  $S_u$ , que son  $N_0$ =10³ ciclos, y también el límite de resistencia a fatiga corregido,  $S_e$ = 211,24MPa.

$$B = \frac{\log(S_u) - \log(S_e)}{\log(N_e) - \log(N_0)} = \frac{\log(0.9 \cdot 813.1) - \log(211.24)}{\log(10^6) - \log(10^3)} = 0.18$$
 Ec 4.67.



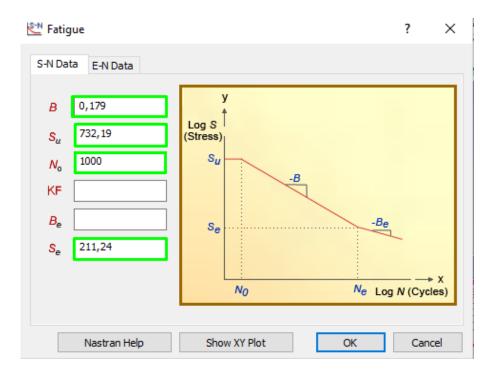


Figura 4.76. Parámetros que definen la curva S-N del material

# d) Definición de las condiciones de contorno

Como condiciones de contorno, introduciremos un empotramiento (Figura 4.77.) en uno de los extremos del eje, ya que, experimentalmente hemos detectado que el software analiza más eficazmente los momentos torsionales de barras empotradas.

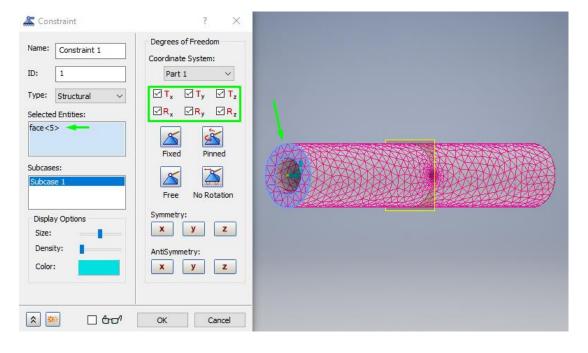


Figura 4.77. Ventana de definición del empotramiento e indicación de su posición.



#### e) Aplicación de las cargas

En Nastran In-CAD, los momentos solo pueden aplicarse sobre superficies [Nastran Guide], así que, tendremos que aplicarlos sobre la superficie curva del eje. Tras probar varias combinaciones de momentos, hemos observado que, si aplicamos los dos momentos sobre toda la superficie cilíndrica del eje, el fallo se producirá en el empotramiento, porque es ahí donde se producen mayores tensiones. Como queremos compararlo con los resultados analíticos y, para eso, tiene que fallar en la discontinuidad, aplicaremos un momento en cada mitad del eje, de tal modo que en la sección crítica del centro del eje se combinen ambos.

El momento flector lo aplicaremos en la mitad de la superficie del eje cercana al empotramiento como indica la Figura 4.78. Indicaremos que nuestra carga aplicada es de tipo Moment y con una magnitud de 441N·m respecto del eje Z.

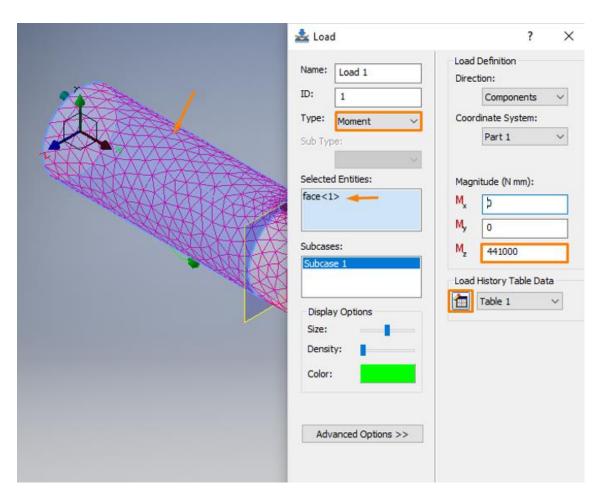


Figura 4.78. Aplicación del momento flector en la componente Mz.

Como la carga es variable tenemos que definir la tabla del factor de carga respecto del tiempo, con valores del factor de carga entre 1 y -1, ya que es de tipo invertido. El valor máximo del tiempo es 1, para que nuestro ciclo no dure más de 1 segundo. Encontramos la tabla completa en la Figura 4.79.



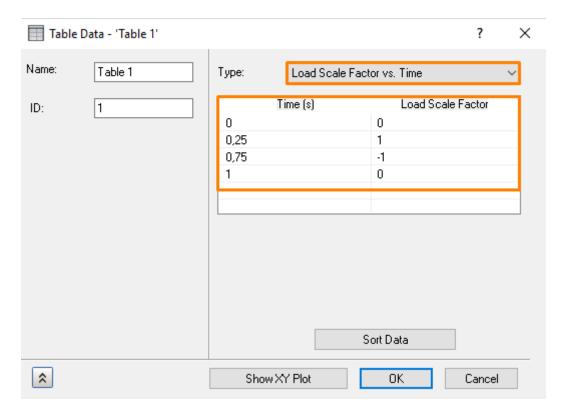


Figura 4.79. Tabla de datos del factor de carga respecto del tiempo para una carga invertida.

Al representar los datos de la Tabla de la Figura 4.79. nos queda un diagrama como el de la Figura 4.80. con forma sinusoidal.

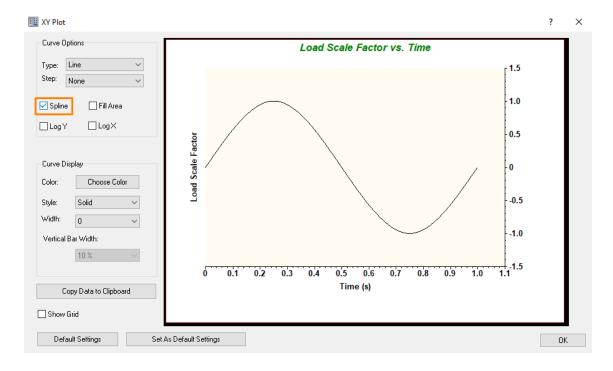


Figura 4.80. Representación gráfica de la carga invertida sinusoidal.



Creamos una carga nueva, que será la del momento torsor y la aplicamos en la otra mitad del eje, la del extremo libre. En la ventana de la Figura 4.81. indicaremos que nuestra carga es del tipo Moment y que su magnitud es de  $780,4N \cdot m$  en la componente  $M_x$ .

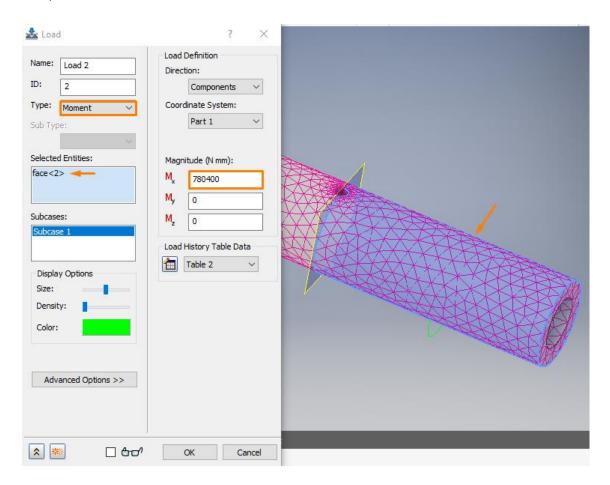


Figura 4.81. Aplicación del momento torsor en la componente  $M_{\scriptscriptstyle X}$ 

# f) Generación del mallado

El último paso del análisis consiste en generar la malla que crea los elementos finitos en la pieza. Para ello, vamos a generar primero un mallado fino, con un tamaño de elemento de 0,8 mm en las superficies del agujero del taladro, que es donde se va a producir la concentración de esfuerzos y queremos obtener mayor información (Figura 4.82.).



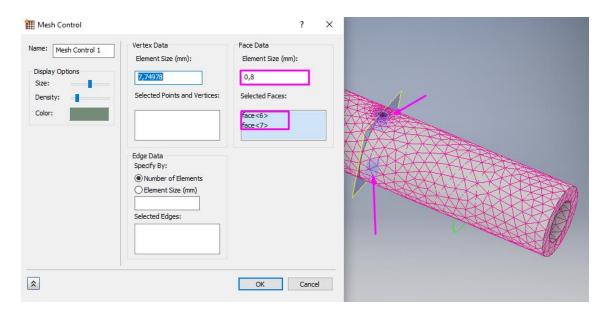


Figura 4.82. Mallado fino en el agujero del taladro.

Al resto de la pieza la vamos a dividir en elementos parabólicos de 5,89mm. Cuando acabemos de configurar el mallado como en la Figura 4.83., generamos la malla en Generate Mesh.

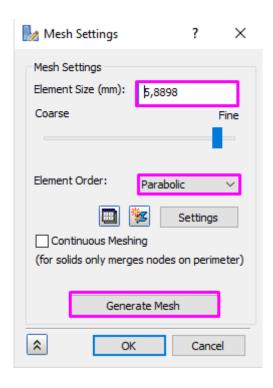


Figura 4.83. Generación del mallado de la pieza.



## g) Resultado de la simulación

En la Figura 4.82. vemos el resultado que arroja Nastran In-CAD de la simulación de la pieza a fatiga. Podemos apreciar que la zona roja se encuentra cerca del empotramiento, es decir se acumulan más tensiones provocadas por la restricción de libertades y, por tanto, esa zona va a fallar antes que el extremo libre. También, observamos en la Figura 4.83. que el punto por donde va a fallar la pieza se ubica en el agujero del taladro y su vida es de  $1,76 \cdot 10^4$  ciclos.

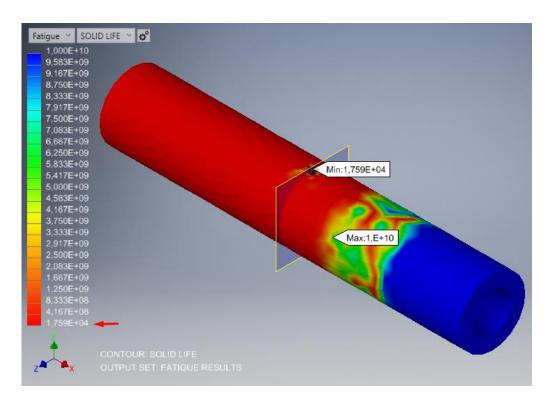


Figura 4.82. Resultados del análisis a fatiga.

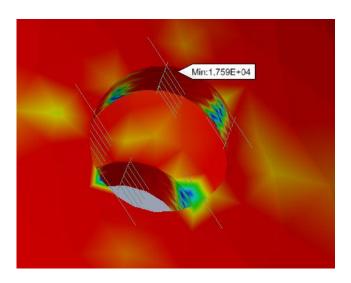


Figura 4.83. Vista de detalle del punto con vida mínima en la discontinuidad del taladro.



# 4.4.3. Interpretación de resultados

Esta es la pieza más compleja que hemos simulado en el proyecto, un eje hueco, con taladro y sometido a 2 momentos aplicados en direcciones distintas, así que, era de esperar que existiera cierta diferencia entre los ciclos calculados  $(2,45\cdot10^4)$  y los de la simulación  $(1,76\cdot10^4)$ . Como siempre, el punto con menor vida de la simulación se encuentra dentro del área crítica que habíamos asumido, sin embargo, el número de ciclos es distinto y se diferencia en un 28,16% del resultado analítico. El radio del taladro es de 2,8mm, muy semejante a los 2,5mm de profundidad de la ranura del ejercicio 3 y el tamaño del elemento de malla en esa zona es de 0,8mm también. Como en el caso anterior, el radio de la zona crítica es muy reducido y requiere de un mallado muy fino, pero, si disminuimos el tamaño del elemento, el tiempo que necesita el software para procesarlo es elevado.



# 5. CONCLUSIONES Y LINEAS DE FUTURO

#### 5.1. Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones obtenidas respecto a los objetivos marcados al inicio del proyecto:

Se ha continuado la línea de innovación docente que comenzó en 2017 en el área de Ingeniería Mecánica de la EII y se ha buscado documentación sobre software para realizar análisis a fatiga, con diversa bibliografía. También se han investigado los softwares disponibles en el mercado que simulen fallo a fatiga mediante el método de elementos finitos para encontrar uno de uso adecuado para los estudiantes.

Una vez encontrado el software más apropiado, se han presentado las herramientas y comandos necesarios para poder simular el análisis de fallo a fatiga y se han diseñado y resuelto varios casos prácticos relacionados con ejercicios de la asignatura de Diseño de Máquinas. Dichos modelos también se han resuelto analíticamente para poder comparar ambos resultados.

Por último, se ha creado un manual de usuario con modelos resueltos para facilitar el aprendizaje del software a los alumnos.

En cuanto a los objetivos que se requerían que cumpliera el software y las conclusiones que se obtienen tras su uso:

La descarga e instalación de Autodesk Inventor Professional 2019 y Nastran In-CAD 2019 es gratuita para estudiantes, con licencia durante 3 años.

Es sencillo elaborar los modelos en 3D y es posible importar modelos de otras fuentes y formatos. También es sencillo interpretar los resultados de la vida de las piezas a fatiga, aunque no permite obtener el factor de seguridad cuando la pieza no falla. Una característica interesante que posee es que ofrece la posibilidad de conocer los ciclos de vida de cualquier nodo de la pieza de estudio.

Los comandos son bastante intuitivos, sin embargo, algunos parámetros pueden llegar a ser complicados de entender sin conocimientos previos y existe poca documentación disponible sobre el uso de esta versión del software para análisis de fatiga. Para compensar este problema, existe un foro de dudas donde expertos de Autodesk resuelven las cuestiones planteadas de forma rápida y atenta [Foro Autodesk].

El análisis de fatiga que realiza el software está basado en los mismos métodos y criterios que se emplean en la asignatura de Diseño de Máquinas, lo cual, facilita la comprensión y el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, se puede comprobar que los resultados obtenidos mediante la simulación y mediante cálculos analíticos no coinciden. En la pieza sometida a tracción se ha observado una diferencia del 4,86% entre los resultados del software y los calculados analíticamente. En la pieza sometida a flexión una diferencia de 17,97%, en la de torsión del 30,6% y en la de torsión-flexión del 28,16%, siendo siempre la menor vida de la pieza la obtenida mediante el software. El motivo principal puede ser el mallado. Como el objetivo del proyecto no es obtener resultados con gran precisión sino poder realizar las simulaciones sin



consumir demasiado tiempo, se ha buscado un tamaño de malla adecuado con este fin. Además, se está trabajando con las tensiones producidas en las esquinas de los elementos de la malla y se ha comprobado que las tensiones en las esquinas son notablemente mayores que las del centro de los elementos cuando la malla no está refinada, lo que se traduce en una vida menor. En una malla refinada, las tensiones entre las esquinas y el centro de los elementos no diferirían tanto y los resultados serían más precisos, pero requerirían más tiempo de procesamiento.

Como conclusión final, se puede afirmar que se ha cumplido el objetivo principal de este proyecto: se ha encontrado un software de simulación de fallo a fatiga adecuado para uso didáctico y se ha creado un manual que facilita su uso, para que los estudiantes de asignaturas de diseño de máquinas puedan comprender de forma más completa el fallo a fatiga en elementos mecánicos.

#### 5.2. Líneas de futuro

En este proyecto se ha probado la viabilidad de Autodesk Inventor con Nastran In-CAD de realizar análisis de fallo a fatiga con el método empleado en la asignatura de Diseño de Máquinas. Con el fin de continuar la misma línea de investigación y complementar este trabajo, se proponen algunos proyectos para realizar con Inventor:

- Crear nuevos modelos de piezas a fatiga con geometrías distintas y sometidos a diversos estados de cargas. Después comparar los resultados obtenidos analíticamente con los de la simulación.
- Investigar sobre el análisis de fallo a fatiga en otros elementos de máquinas como muelles, tornillos o engranajes y de conjuntos o ensamblajes.

Algunas ideas de proyectos relacionados con el análisis de fallo a fatiga que podrían considerarse paralelas a la línea actual son:

- Estudiar las posibilidades que ofrece [eFatigue] y crear una colección de ejercicios resueltos.
- Encontrar un software que además de calcular la vida a fatiga de las piezas pueda calcular el factor de seguridad cuando las piezas no fallen.



# 6. BIBLIOGRAFÍA

# 6.1. Libros y artículos

[Agulló] Agulló i Batlle, J. Mecánica de la partícula y del sólido rígido. OK Punt 2º Ed. (2000).

[Brauer] Brauer, J. R. What Every Engineer Should Know about Finite Element Analysis. Marcel Dekker 2ª Ed. (1993).

[Garrido] Garrido García, J. A. & Foces Mediavilla, A. Resistencia de Materiales. Secretariado de Publicaciones, Universidad de Valladolid. (1999).

[Norton] Norton, R. L. Diseño de Máquinas. Un enfoque integrado. Prentice Hall 4ª Ed. (2011).

[Shigley] Shigley J. E., Mischke C.R. Diseño en ingeniería mecánica. Mc Graw Hill 6ª Ed. (2002).

# 6.2. Trabajos Fin de Grado

[Bolek] Bolek, D. Simplification methods for reducing computational effort in mechanical analysis. Thesis, Degree Programme in Mechanical Engineering and Production Technology - Faculty of Technology, Lappeenranta. Saimaa University of Applied Sciences (2018).

[Domínguez] Domínguez Bachiller, J. Análisis de uso de Catia basado en FEM para simular problemas de comportamiento mecánico. TFG Grado en Ingeniería Mecánica – EII Universidad de Valladolid (2018).

[de la Hoz] de la Hoz Jiménez, M. Simulación en CATIA V5 de problemas de fallo estático en elementos de máquinas. TFG Grado en Ingeniería Mecánica – EII. Universidad de Valladolid (2017).

[García] García Lazo, P. F. Análisis de fatiga en piezas mecánicas usando el método de los elementos finitos. Tesis de Ingeniería Mecánico-Eléctrica – Facultad de Ingeniería Universidad de Piura, Perú (2009).

[Gómez] Gómez López, S. Análisis tensional de un cigüeñal de un MCIA mediante elementos finitos. Proyecto fin de grado de ingeniería mecánica – Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales y de Telecomunicación. Universidad de Cantabria (2018).



[Manso] Manso Aparicio, D. Diseño y validación de una pieza metálica mediante el método de los elementos finitos. TFG Grado en Ingeniería Mecánica – EII. Universidad de Valladolid (2014).

[Martín] Martín Rodríguez, D. Comparativa de programas para el análisis estático. TFG Grado en Ingeniería Mecánica – Ell. Universidad de Valladolid (2017).

[Martínez] Martínez García, A. Diseño y simulación resistente de un mástil troncohexagonal para aerogenerador fabricado mediante chapa plegada. TFG Grado en Ingeniería Mecánica – EII. Universidad de Valladolid (2015).

[Megido] Megido Domínguez, I. Diseño de embalaje en espumas plásticas para electrodomésticos de línea blanca. TFG Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto – EII. Universidad de Valladolid (2017).

[Rubio] Rubio Guerra, D. Análisis del uso de CATIA V5 para simular problemas de comportamiento mecánico. TFG Grado en Ingeniería Mecánica – EII. Universidad de Valladolid (2018).

[Trevejo] Trevejo Quarcoopome, H. Análisis mecánico de un eje ferroviario mediante ABAQUS/CAE. TFG Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica. Universidad Carlos III de Madrid (2015).

# 6.3. Páginas web

[Abaqus] Link de acceso a la página de descarga oficial de Abaqus. <a href="https://academy.3ds.com/en/software/abaqus-student-edition">https://academy.3ds.com/en/software/abaqus-student-edition</a> Última consulta: 10 junio 2019.

[ANSYS] Link de acceso a la página de descarga oficial de ANSYS. <a href="https://www.ansys.com/academic/free-student-products">https://www.ansys.com/academic/free-student-products</a> Última consulta: 10 junio 2019.

[Autodesk Knowledge] Procedimiento para importar archivos CAD en Inventor. Autodesk Knowledge Network. <a href="https://knowledge.autodesk.com/es/search-result/caas/CloudHelp/cloudhelp/2017/ESP/Inventor-Help/files/GUID-7CF00AFC-D40C-4FFC-B781-338AE2476527-htm.html.">https://knowledge.autodesk.com/es/search-result/caas/CloudHelp/cloudhelp/2017/ESP/Inventor-Help/files/GUID-7CF00AFC-D40C-4FFC-B781-338AE2476527-htm.html.</a> Última consulta: 10 junio 2019.

[Autodesk Nastran] Nastran In-CAD: comprensión de la conversión de datos, el tipo de datos y el tipo de contorno. <a href="https://knowledge.autodesk.com/es/search-result/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/ESP/Nastran-In-CAD-Understanding-Data-Conversion-Data-Type-and-Contour-Type.html">https://knowledge.autodesk.com/es/search-result/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/ESP/Nastran-In-CAD-Understanding-Data-Conversion-Data-Type-and-Contour-Type.html</a> Última consulta: 4 julio 2019.

[Autodesk University] Durability 101: Don't get tired of Fatigue, Autodesk University. <a href="https://www.autodesk.com/autodesk-university/class/Durability-101-Dont-get-tired-Fatigue-2016">https://www.autodesk.com/autodesk-university/class/Durability-101-Dont-get-tired-Fatigue-2016</a> Última consulta: 10 junio 2019.



[efatigue] Fatigue Analysis on the Web. eFatigue. https://www.efatigue.com/ Última consulta: 10 junio 2019.

[Enterfea] Correct mesh size – a quick guide!, Enterfea. <a href="https://enterfea.com/correct-mesh-size-quick-guide/">https://enterfea.com/correct-mesh-size-quick-guide/</a> Última consulta: 10 junio 2019.

[Foro Autodesk] Foro de ayuda de Autodesk <a href="https://forums.autodesk.com/">https://forums.autodesk.com/</a> Última consulta: 28 junio 2019.

[Nastran Guide] User's guide of Autodesk Nastran In-CAD 2019 software, Autodesk Help.

https://help.autodesk.com/view/NINCAD/2019/ENU/?guid=GUID-C117BC73-CF85-4D12-A8FC-C6345CF21DA6 Última consulta: 10 junio 2019.

[Open University] Introduction to finite element analysis, The Open University. <a href="https://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/introduction-finite-element-analysis/content-section-1.1">https://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/introduction-finite-element-analysis/content-section-1.1</a> Última consulta: 10 junio 2019.

[Plan de estudios IM] Competencias profesionales del plan de estudios para la titulación del Grado en Ingeniería Mecánica de la Universidad de Valladolid. <a href="https://www.uva.es/export/sites/uva/2.docencia/2.01.grados/2.01.02.ofertaformativagrados/documentos/1297164167713">https://www.uva.es/export/sites/uva/2.docencia/2.01.grados/2.01.02.ofertaformativagrados/documentos/1297164167713</a> competencias.pdf Última consulta: 10 junio 2019.

[Proyecto docente] Proyecto docente de la asignatura Diseño de Máquinas. <a href="https://alojamientos.uva.es/guia\_docente/uploads/2018/455/42618/1/Documento.pdf">https://alojamientos.uva.es/guia\_docente/uploads/2018/455/42618/1/Documento.pdf</a> Última consulta: 10 junio 2019.

[Solidworks] Link de acceso a la página de descarga oficial de Solidworks. <a href="https://www.solidworks.com/es/how-to-buy">https://www.solidworks.com/es/how-to-buy</a> Última consulta: 10 junio 2019.





# 7. ANEXOS

ANEXO A: Manual de usuario para simular fallo a fatiga con Autodesk Inventor

Encontramos la guía de usuario en un Anejo independiente a este proyecto, en el repositorio UVaDoc, para que pueda utilizarse con fines educativos.





# ANEXO B: Descarga e instalación de Autodesk Inventor y Nastran in CAD

#### Inventor Professional

En primer lugar, entramos en la página oficial de Autodesk: <a href="https://www.autodesk.es/">https://www.autodesk.es/</a> Seguidamente, hacemos click en la pestaña *Todos los productos* y elegimos Inventor.

Entonces, pinchamos en ¿Es estudiante? Disfrútelo gratis durante 3 años (inglés) y, posteriormente, creamos una cuenta.

Una vez nos hayamos registrado, accedemos a nuestra cuenta y nos pedirán que seleccionemos el campo de estudio (Engineering and Architecture) y la institución a la que pertenecemos (Universidad de Valladolid) y ya estamos listos para instalar.

Seleccionamos la versión que queramos (2019), el sistema operativo (Windows 64-bit) y el idioma (inglés), y lo descargamos.

Cuando empiece la instalación, Autodesk nos envía un e-mail con el código de activación y la licencia. La instalación dura unas horas y, después, el programa automáticamente se asegura de que estemos registrados y tengamos licencia. Concluidos estos pasos ya podemos iniciar Inventor Professional.

#### Nastran In CAD

Instalar Nastran es mucho más sencillo, puesto que ya nos hemos registrado y nos ahorra muchos pasos de los anteriormente mencionados. El resto del procedimiento es idéntico:

Seleccionamos Nastran en la lista de productos, entramos en nuestra cuenta y, a continuación, elegimos la versión, el sistema operativo y el idioma, como antes.

Lo descargamos, y, en esta ocasión, esperamos menos de una hora para que se instale.

Lo único distinto, es que Nastran no lo vamos a abrir directamente, sino que, para poder usarlo, tenemos que abrir Inventor. En caso de hacerlo, nos saldrá un mensaje que nos avisa de que la licencia no es válida, pero esto se debe a que Nastran no es un producto standalone o autónomo.



# ANEXO C: Creación de piezas en Autodesk Inventor

Se tiene una barra de sección circular (diámetro 1,5") con una ranura circunferencial (diámetro 1", radio de entalla 0,10") en la mitad y una longitud de 3,2".

Desde la ventana de *New Part* pinchamos en *Start 2D Sketch* y nos aparecerá un sistema de ejes con sus respectivos planos como el de la Figura C.1.

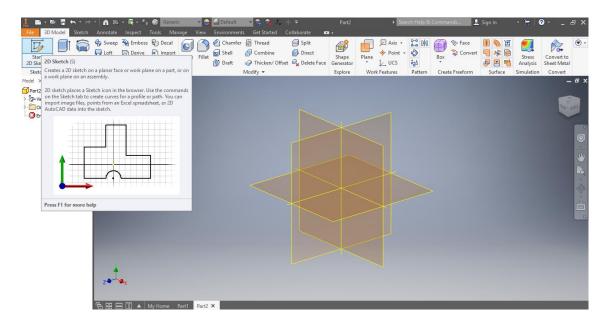


Figura C.1. Comenzar sketch.

Elegimos el plano en el que queremos dibujar. En este caso escogemos el plano XY indicado en la Figura C.2.

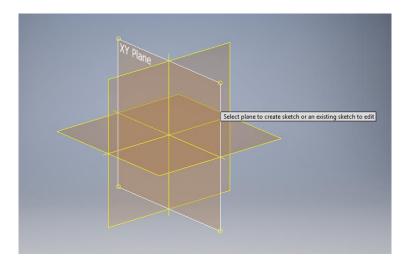


Figura C.2. Elección de plano de dibujo.



Aparece la plantilla de la Figura C.3. en la que dibujaremos una forma sencilla y plana a la que después daremos volumen. Para alejar y acercar el dibujo giramos la ruleta, y para movernos por la página apretamos la ruleta y arrastramos.

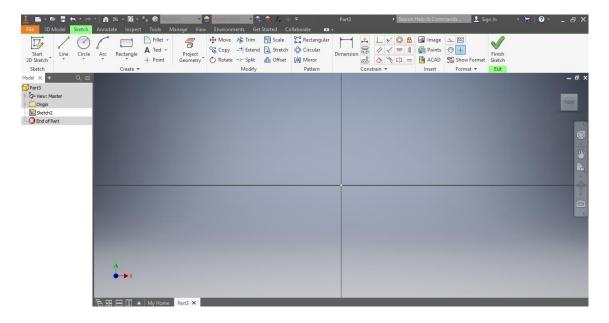


Figura C.3. Plantilla de dibujo.

Vamos a dibujar el perfil de la pieza, que posteriormente revolucionaremos para obtener la pieza final. Para ello, tiraremos líneas con la herramienta *Line* que se asemejen al perfil que buscamos sin dar las medidas. Nos aseguraremos de que los ángulos sean rectos a 90 grados (Figura C.4.) y de que sea un perfil cerrado, para crear una pieza con volumen, ya que, si no, se formará una superficie solo.

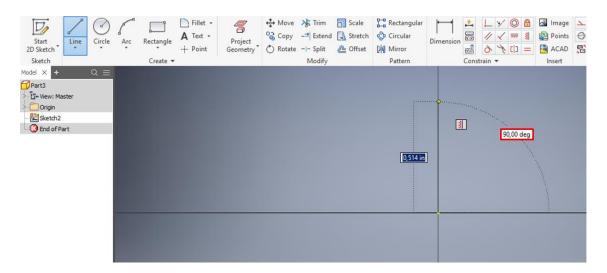


Figura C.4. Línea formando un ángulo recto.



Una vez que tengamos la silueta del perfil hecha con líneas (Figura C.5.) utilizaremos la herramienta *Arc* para hacer la entalla con radio 0,10".

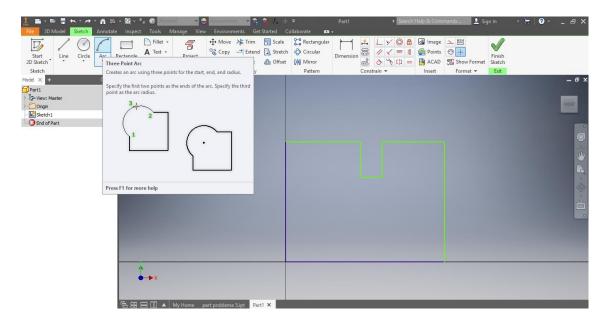


Figura C.5. Herramienta Arc para hacer entalla con radio.

Después seleccionamos la herramienta *Dimension* de la Figura C.6. y vamos seleccionando cada línea e introduciendo el valor de las dimensiones.

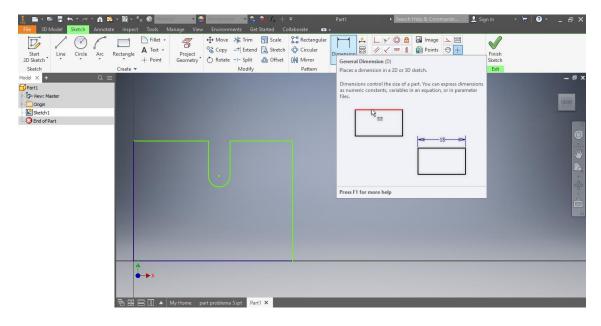


Figura C.6. Herramienta para acotar dimensiones del plano.



Una vez tengamos el perfil acotado como en la Figura C.7., comprobamos que ponga abajo a la derecha *Fully Constrained* y le damos a *Finish Sketch* para volver al entorno inicial en 3D.

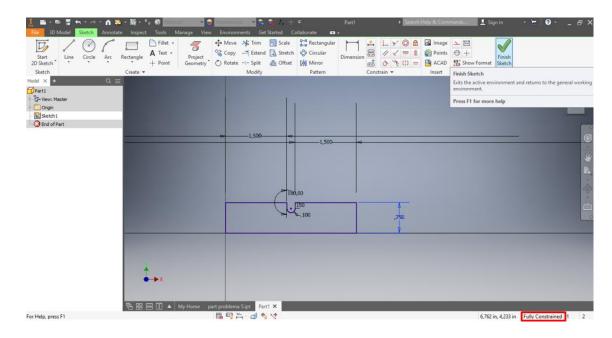


Figura C.7. Plano de la pieza acotado e icono para salir del entorno de dibujo.

En la Figura C.8. pulsamos la herramienta *Revolve* y nos sale una ventana pidiendo el perfil y el eje que queremos revolucionar. Seleccionamos el perfil que hemos dibujado y el eje X en el desplegable de la izquierda. Le damos a OK y obtenemos la pieza.

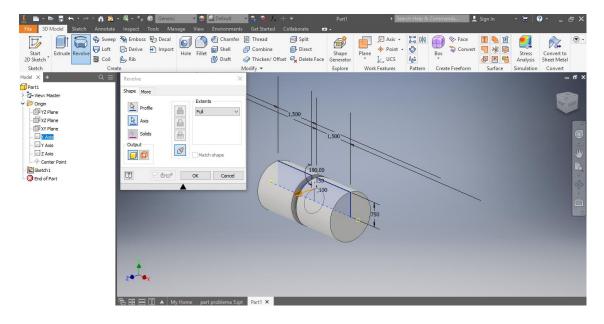


Figura C.8. Operación Revolve.



En el menú de la izquierda seleccionamos *Full Navigate Wheel* y pinchando sin soltar en *Orbit* y moviéndonos por la pantalla podemos girar la pieza como queramos (Figura C.9.).

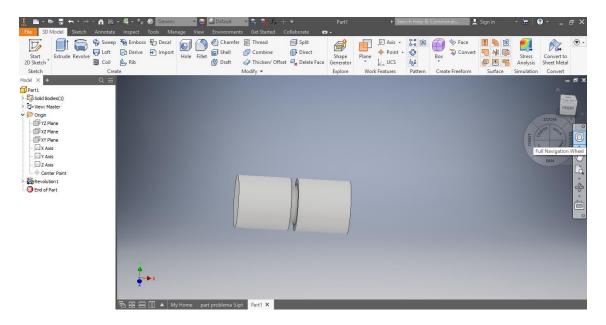


Figura C.9. Rueda para girar la pieza en 3D.