



---

**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**  
**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

---

**Estudio mecánico y modelado de un  
martillo pilón para forja**

---

**Autor:**

**Benito Bustos, Marcos**

**Tutor:**

**Santos Martín, Francisco Javier**

**Área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación**

**Valladolid, 30 de Junio de 2019**

## Resumen

En el presente Trabajo Fin de Grado aborda desde el diseño, cálculo resistente y dinámico de una máquina hasta su fabricación y control mediante diferentes métodos. El fin del proyecto es conocer el comportamiento mecánico de un mecanismo para forjar en caliente piezas de acero, pudiendo intercambiar los útiles de trabajo y ajustar la fuerza aplicada de forma controlada y segura para el manipulador. Se diseña un sistema por el cual el usuario es capaz de controlar la máquina a través de la transmisión.

Se estudiarán los fundamentos de la deformación plástica en aceros normalizados y su dependencia con la temperatura a través de gráficas y tablas.

Se ha realizado el diseño de un software para que se pueda simular el comportamiento mecánico del martinete y obtener resultados que nos den una idea de que variables podemos modificar y controlar para nuestro fin. Gracias a este software se pretende integrar un control automático que regule la fuerza del motor aportada para alcanzar el régimen de funcionamiento deseado. También se da la opción de implantar un sensor de carga para ser consciente de la fuerza que se está aplicando en la pieza a forjar.

## Abstract

In the present End of Degree Work addresses from the design, robust and dynamic calculation of a machine to its manufacture and control by different methods. The aim of the project is to know the mechanical behavior of a mechanism for hot forging steel pieces, being able to exchange the work tools and adjust the applied force in a controlled and safe way for the manipulator. A system is designed by witch the user is able to control the machine through the transmission.

The fundamentals of plastic deformation in standardized steels and their dependence on temperature will be studied.

The design of software has been made so that the mechanical behavior of the pile driver can be simulated and the results obtained that give us an idea of with variables we can modify and control for our purpose. Thanks to this software it is intended to integrate an automatic control that regulates the force of the engine provided to reach the desired operating regime. There is also the option of implanting a load sensor to be aware of the force that is being applied to the piece to be forged.

## Palabras clave

Laminación en caliente, forjado, martinete, célula de carga, régimen de giro.

## Índice de Contenidos

<b>1. Justificación y objetivos</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Introducción</b> .....	<b>3</b>
<b>3. Mecanismo de deformación</b> .....	<b>5</b>
<b>4. Cálculos cinemáticos</b> .....	<b>11</b>
4.1 Análisis geométrico del mecanismo .....	11
4.2 Cálculo de velocidades .....	16
4.3 Cálculo de aceleraciones .....	17
<b>5. Dinámica del mecanismo</b> .....	<b>15</b>
5.1 Cálculo del par motor, método de potencias virtuales.....	15
5.2 Cálculo de fuerzas de enlaces, método matricial. ....	17
<b>6. Determinación de la fuerza aplicada por el mecanismo (F)</b> . ....	<b>21</b>
<b>7. Sensor de carga</b> . ....	<b>25</b>
<b>8. Régimen de funcionamiento, grado de irregularidad</b> .....	<b>28</b>
<b>9. Par y potencia ejercidos por el motor</b> .....	<b>31</b>
9.1. Regulación de velocidad para los motores de corriente alterna .....	31
<b>10. Scripts utilizados para el cálculo mecánico y resultados obtenidos</b> .....	<b>36</b>
10.1 Determinación de las posiciones del mecanismo en un ciclo. ....	38
10.2 Cálculo de velocidades y aceleraciones de los eslabones. ....	41
10.3 Determinación de la fuerza entre forjas. ....	45
10.4 Cálculo de las fuerzas de enlace.....	49
10.5 Cálculo del momento .....	53
10.6 Potencia de la máquina .....	56
10.7 Análisis de esfuerzos .....	57
10.8 Cálculo de la inercia.....	62

<b>11. Comportamiento del sistema</b> .....	64
11.1 Control de par mediante la tensión de la correa .....	67
11.2 Control de par mediante la regulación del motor.....	70
<b>12. Estudio económico</b> .....	75
12.1 Recursos utilizados .....	75
12.2 Costes directos .....	76
12.2.1 Coste de personal .....	76
12.2.2 Coste de material amortizable .....	78
12.2.3 Coste de material no amortizable .....	79
12.3 Costes indirectos .....	80
12.4 Coste total del proyecto .....	80
<b>13. Conclusiones y líneas futuras</b> .....	81
13.1 Conclusiones.....	81
13.2 Líneas futuras .....	82
<b>14. Bibliografía</b> .....	83

## Índice de Figuras

2.1 Modelo de martinete krusty .....	3
3.1 Deformación homogénea de una pieza de trabajo cilíndrica bajo condiciones ideales en una operación de forjado en troquel abierto: 1) inicio del proceso con la pieza de trabajo a su longitud y diámetro originales, 2) compresión parcial y 3) tamaño final. ....	6
3.2 Modelo 3D, útiles de forja.....	9
4.1 Modelo 3D mecanismo .....	11
4.2 Esquema del mecanismo.....	11
4.3 Mecanismo reducido 2.....	12
4.4 Mecanismo reducido 1.....	12
5.1 Fuerzas virtuales efectivas en el mecanismo .....	15
5.2 Representación del sólido libre en el eslabón 4.....	17
5.3 Representación del sólido libre en el eslabón 3.....	17
5.4 Representación del sólido libre en el eslabón 2.....	18
5.5 Representación del sólido libre en el eslabón 1.....	19
5.6 Matrices y vectores pertenecientes al sistema a resolver, método runge kutta .....	20
6.1 Representación de la deformación en el eslabón 3 y las variables que intervienen. ....	21
6.2 Estructura simplificada del mecanismo .....	22
7.1 Célula de carga a compresión tipo botón .....	25
7.2 Puente de Wheatstone, montaje simple de tres hilos.....	27
8.1 Modelo 3D, inercia de la polea, eslabón 1, $I_{oyG}=0,293 \text{ kgm}^2$ .....	29
8.2 Modelo 3D, inercia de la ballesta, eslabón 3, $I_{oyG}=0,952 \text{ kgm}^2$ .....	30
9.1 Circuito equivalente aproximado para un motor de c.a. ....	32
10.1 Directorio donde se ejecutan las diferentes funciones del modelo .....	38
10.2 Script principal 1/7 .....	39
10.3 Función geometría, se calculan las posiciones de los eslabones por ciclo .....	40
10.4 Script principal 2/7 .....	41
10.5 Función cinemática, cálculo de velocidades y aceleraciones de los eslabones por ciclo ...	42

10.6 Modelo 3D, disposición de la ballesta, eslabón 3 .....	43
10.7 Script principal 3/7 .....	45
10.8: Función fuerzas, script que calcula la fuerza entre forjas (F) y su aparición durante un ciclo .....	46
10.9 Script principal 4/7 .....	50
10.10 Función que resuelve el sistema de ecuaciones y calcula las fuerzas de enlace del mecanismo .....	51
10.11 Script principal 5/7 .....	53
10.12 Función momento, calcula el momento de la máquina por el método de potencias virtuales.....	53
10.13 Script que calcula la potencia por ciclo .....	56
5.14 Script principal 6/7 .....	57
10.15 Estructura reducida del mecanismo usada para el cálculo de esfuerzos .....	58
10.16 Función esfuerzos, script que calcula los esfuerzos en el eslabón 3 .....	59
10.17 Script principal 7/7 .....	62
11.1 Script que calcula el par medio por ciclo .....	64
11.2 Geometría de la transmisión de la correa según diámetros de las poleas y la distancia entre ejes.....	67
11.3 Modelo de funcionamiento simple .....	71
11.4: Simulación con sensor de fuerza.....	72
11.5 Esquema que simula el funcionamiento de la máquina para que alcance una fuerza de consigna .....	73
11.6 Esquema que simula el funcionamiento de la máquina para que alcance una fuerza de consigna determinada, aportando el par necesario sin que haya variaciones en el régimen de giro .....	74

## Índice de Gráficas

3.1 Diagrama de tensión del acero .....	7
9.1 Variación del momento con el voltaje .....	34
9.2 Curvas de par-velocidad variando la frecuencia y el voltaje de entrada al motor .....	35
10.1 Valores de la distancia entre forjas (carrera) .....	40
10.2 Cálculos cinemáticos realizados en el programa working model .....	44
10.3 Representación de variables cinemáticas resueltas por los scripts de Matlab.....	44
10.4 Fuerza provocada a velocidad de 3 rad/seg.....	47
10.5 Fuerza provocada a velocidad de rad/seg.....	47
10.6 Ídem a la gráfica 10.5 .....	48
10.7 Fuerza provocada por un espesor de pieza de 20 mm .....	48
10.8 Valor de la fuerza con $l_1=0,13$ .....	48
10.9 Valor de la fuerza con $l_1=0,12148$ .....	48
10.10 Fuerza (F) provocada por un aumento en la rigidez de la ballesta .....	49
10.11 Valor de las fuerzas de enlace para un caso en concreto .....	52
10.12: Momento por ciclo software working model .....	52
10.13 Valor del máximo y mínimo momento .....	52
10.14 Comparación de momentos bajo las mismas condiciones distinto método de cálculo a y 3 rad/s .....	54
10.15 Comparación de momentos bajo las mismas condiciones distinto método de cálculo y 6 rad/s .....	54
10.16: Momento de la máquina sin fuerza de forja.....	55
10.17 Momento por ciclo software working model .....	55
10.18 Esfuerzo en la sección R sin fuerza producida en la forja a velocidad de 5 rad/seg.....	60
10.19 Esfuerzo en la sección R sin fuerza producida en la forja a velocidad de 10 rad/seg.....	60
10.20 Esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando el espesor de pieza es de 10 mm .....	61
10.21 Esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando el espesor de pieza es de 20 mm .....	61

10.22 Esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando la ballesta se compone de 3 barra .....	61
10.23 Esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando la ballesta se compone de 4 barras .....	61
10.24 Valor de la inercia reducida al eje de transmisión de la polea .....	62
11.1 Valor de par y par medio por ciclo a 5 rad/seg .....	65
11.2 Valor de par y par medio por ciclo a 10 rad/seg .....	65
11.3 Valor de par y par medio correspondiente a una ballesta conformada por 3 barras.....	66
11.4 Valor de par y par medio correspondiente una ballesta conformada por 4 barras .....	66

## Índice de Tablas

3.1 Coeficientes de corrección con la temperatura de las características mecánicas de los aceros estructurales al carbono .....	7
3.2 Rango de temperaturas aproximado para el forjado en caliente .....	8
3.3 Coeficientes de rozamiento entre superficies .....	10
11.1 Tipo de correa según la geometría de la sección .....	69
12.1 Días útiles al año .....	76
12.2 Coste total de un trabajador en un año .....	76
12.3 Horas empleadas en la realización del proyecto .....	77
12.4 Costes amortizables del proyecto .....	78
12.5 Costes no amortizables .....	79
12.6 Costes directos totales .....	79
12.7 Costes indirectos del proyecto .....	80
12.8 Coste total del proyecto .....	80



## 1. Justificación y objetivos

La razón del proyecto es dar ayuda a la creación y desarrollo de una máquina que se está construyendo en el taller de fabricación de la escuela de ingenierías industriales de la uva. La máquina que se pretende construir es un martinete para forjar piezas de acero.

Este proyecto se encargará del estudio del comportamiento mecánico de la máquina mediante la aplicación de formulación teórica, la creación de modelos numéricos y su simulación. Para conseguir los resultados deseados se programarán las fórmulas utilizadas mediante scripts en Matlab, con ello conseguiremos un programa bien estructurado y de fácil modificación si se cambia el diseño de la máquina. Con este documento se pretende que se llegue a una comprensión del funcionamiento de la máquina y de todas las variables que intervienen durante su funcionamiento y como afectan en su uso.

Mediante la programación usada en el cálculo mecánico se pretende que la máquina pueda llegar a ser controlada de forma automática ajustando el par provocado por el motor eléctrico, y así variables como la velocidad de giro de la máquina y la fuerza de forja se puedan modificar para obtener un uso óptimo de la máquina.

Los principales objetivos que se pretenden obtener con la realización del proyecto son:

- 1º Determinar la fuerza que produce la deformación plástica de un acero al carbono para trabajar en caliente, conociendo la tensión de fluencia del material y su dependencia con la temperatura.
- 2º Realizar un modelo 3D de la máquina, martinete krusty, según los planos de la máquina en la que se basa el proyecto y las modificaciones realizadas en el taller. Con esto se persigue la determinación de la geometría utilizada y su influencia en los cálculos posteriores.
- 3º Diseñar un sistema para poder regular la distancia entre las forjas, como afecta al mecanismo y en las fuerzas que se producen.

4º Se realizará un programa en Matlab para obtener los cálculos mecánicos durante el ciclo de funcionamiento de la máquina, así obtendremos las fuerzas en los enlaces de la máquina mediante el método runge kutta, y calcularemos la potencia de funcionamiento. También modelaremos la fuerza que se produce entre las forjas al entrar en contacto con la pieza.

5º Cálculo resistente: cuánto vale la máxima tensión que se produce en el mecanismo y dónde se produce, conocer su variación en función de los parámetros con los que se trabaja. También estudiar el comportamiento de la máquina en régimen estacionario.

6º Conocer el par y la potencia que tiene que aportar el motor para producir una determinada fuerza en la forja y como poder controlarlo, de forma manual, o mediante un autómata que mediante un sensor de fuerza en la forja calcule la tensión de alimentación del motor que provoque el par deseado.

## 2. Introducción

Este proyecto se basa principalmente en el diseño y el cálculo mecánico de un mecanismo macho/pilón para forjar de forma manual piezas de acero, mediante la laminación en caliente. La principal característica del martinete es que es elástico, es decir, posee una barra horizontal a modo de balancín que se deforma fácilmente debido a su construcción, su comportamiento es idéntico al de un amortiguador de ballesta. Este elemento elástico está construido de barras delgadas unidas por mordazas, si incrementamos el número de barras aumenta la rigidez del elemento. En la (Figura 2.1) se contempla un plano del modelo 3D en el que nos basamos a la hora de construir nuestra máquina.

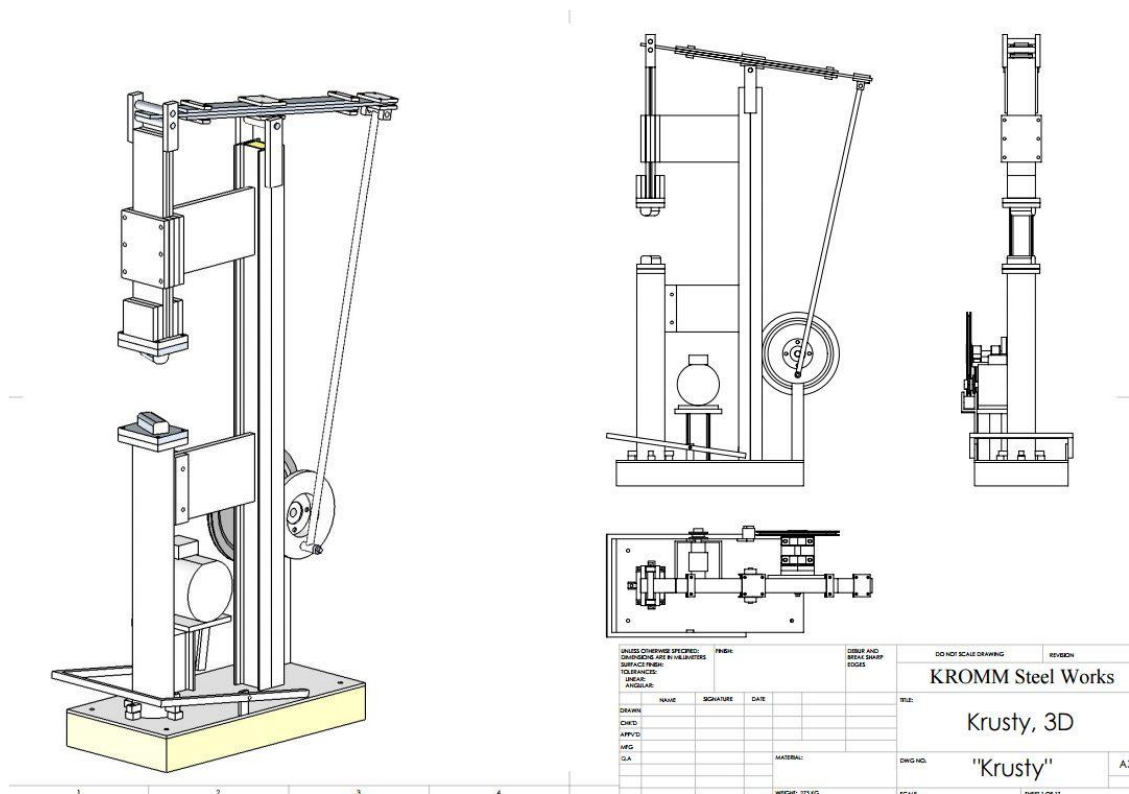


Figura 2.1: Modelo de martinete krusty

El mecanismo consta de 4 eslabones, el primero es una polea accionada mediante una correa por un motor de jaula de ardilla, y el último eslabón es una barra con un pilón en su extremo que golpea la pieza a forjar con un desplazamiento vertical y lineal.

La transmisión con el motor se hace a través de una correa trapezoidal la cual se puede tensar y destensar de manera manual con el pie, de esta forma conseguimos transmitir más o menos par del motor. Durante el proyecto plantaremos distintas formas de regulación de la máquina y veremos a que parámetros afectan de la misma. Una opción que se plantea en el proyecto es la de regulación del par ejercido por el motor de forma electrónica.

La mayor parte del proyecto trata de determinar las fuerzas y solicitaciones que puede llegar a ejercer la máquina y su regulación para obtener un control preciso de las cargas y potencia consumida por el motor.

Se realizará un modelo geométrico 3D en Catia de la máquina a través de unos planos para visualizar la forma de la máquina, comprobar su funcionamiento y obtener los datos geométricos que tiene que tener para que la máquina pueda funcionar correctamente. El modelo 3D ha de ser idéntico a la máquina que se pretende construir para conseguir los datos geométricos exactos y obtener cálculos precisos.

### 3. Mecanismo de deformación

En este apartado describiremos cómo se produce la deformación plástica en un proceso de forjado en troquel abierto y posteriormente aplicaremos las fórmulas expuestas a nuestra máquina en concreto.

El forjado se lleva a cabo de diversos modos. Una manera de clasificar las operaciones de forja es mediante la temperatura de trabajo. La mayoría de las operaciones de forja se realiza en caliente (por arriba o por debajo de la temperatura de cristalización), dada la deformación que demanda el proceso y la necesidad de reducir la resistencia e incrementar la ductilidad del metal de trabajo; sin embargo, el forjado en frío es muy común para ciertos productos. La ventaja del forjado en frío es que incrementa la resistencia que resulta del endurecimiento por deformación del componente. En el forjado se aplica la presión por impacto o en forma gradual. La diferencia depende más del tipo de equipo usado que de las diferencias en la tecnología de los procesos. Una máquina de forjado que aplica cargas de impacto se llama martinete de forja, mientras que la que aplica presión gradual se llama prensa de forjado [1,2]

El caso más simple de forjado en troquel abierto consiste en comprimir una pieza de sección cilíndrica entre dos troqueles planos, muy semejante a una prueba de la compresión. Esta operación de forjado conocida como recalado o forjado para recalcar, reduce la altura del trabajo e incrementa su diámetro.

Análisis del forjado en troquel abierto Si el forjado en troquel abierto se lleva a cabo bajo condiciones ideales, sin fricción entre el trabajo y la superficie del troquel, ocurre una deformación homogénea y el flujo radial de material es uniforme a lo largo de su altura, como se representa en *Figura 3.1*. Bajo condiciones ideales, la deformación real que experimenta el material durante el proceso se puede determinar por:

$$\varepsilon = \ln \frac{h_0}{h} \quad (3.1)$$

Donde  $h_0$  = altura inicial de trabajo, mm (in); y  $h$  " altura de un punto intermedio en el proceso, mm (in). Al final de la carrera de compresión,  $h$  " su valor final  $h_f$ , y la deformación real alcanza su máximo valor

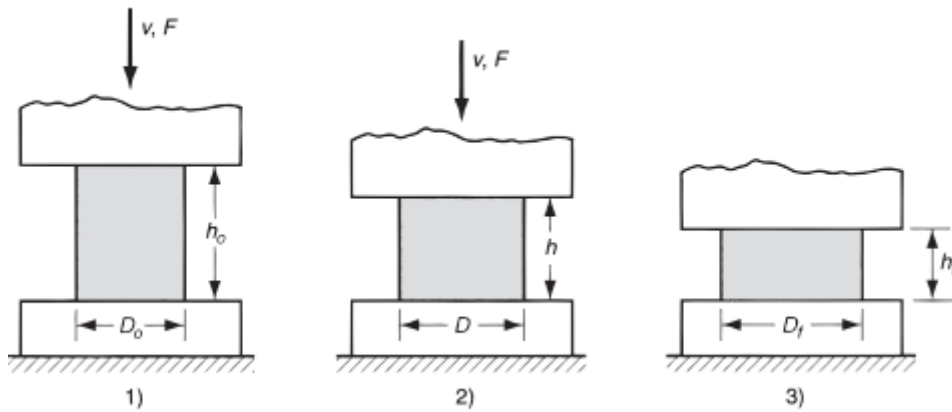


Figura 3.1: Deformación homogénea de una pieza de trabajo cilíndrica bajo condiciones ideales en una operación de forjado en troquel abierto: 1) inicio del proceso con la pieza de trabajo a su longitud y diámetro originales, 2) compresión parcial y 3) tamaño final.

$$F = K_f \cdot Y_f \cdot A \quad (3.2)$$

La fuerza que he de emplear para deformar el material será proporcional al límite de fluencia del material por el área de aplicación de la fuerza.

El límite de fluencia viene descrito por la fórmula 1.3, si es un deformación en frío la resistencia aumenta con la deformación y si se trabaja por encima de la temperatura de recristalización el coeficiente de endurecimiento por deformación será nulo ( $n=0$ ), en este caso  $Y_f$  es igual a la tensión de fluencia a la temperatura de recristalización [1,2].

$$Y_f = K \cdot \varepsilon^n \quad (3.3)$$

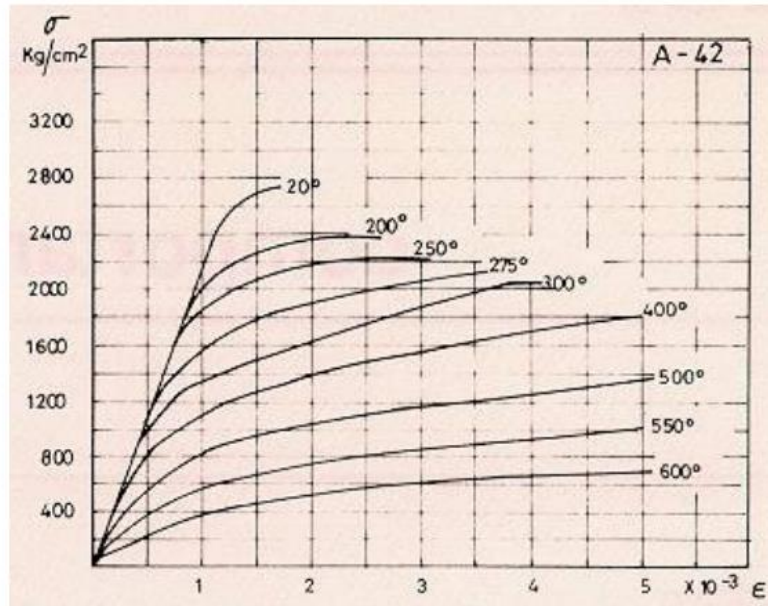
El proceso de forja no ocurre exactamente como en la (Figura 3.1), debido a las fuerzas que aparecen por la fricción existente entre los útiles y la pieza. La pieza se somete a un proceso de abarillamiento y este efecto hace aumentar la fuerza para inducir deformación. Este efecto viene caracterizado por el parámetro  $K_f$ .

$$K_f = 1 + \frac{0.4 \cdot \mu \cdot D}{h} \quad (3.4)$$

Donde  $\mu$  = coeficiente de fricción,  $D$ =diámetro de la pieza de trabajo o cualquier dimensión que represente la longitud de contacto con la superficie de troquel, mm y  $h$  = altura de la pieza, mm.

A continuación, usaremos las formulas mencionadas anteriormente para deducir la fuerza necesaria para inducir una deformación en la pieza, también tendremos que tener en cuenta el límite de fluencia del acero y su variación con la temperatura, especialmente a la temperatura de recristalización.

La *gráfica 3.1* representa la influencia de la temperatura en el diagrama tensión deformación de un acero tipo estructural común. Esta gráfica esta sacada del NTP 200: Estructuras metálicas: comportamiento frente al fuego (I).



Gráfica 3.1: diagrama de tensión del acero

$T$	$K_{y,T} = f_{y,T} / f_y$	$K_{p,T} = f_{p,T} / f_y$	$K_{E,T} = E_T / E$
20 °C	1,000	1,000	1,000
100 °C	1,000	1,000	1,000
200 °C	1,000	0,807	0,900
300 °C	1,000	0,613	0,800
400 °C	1,000	0,420	0,700
500 °C	0,780	0,360	0,600
600 °C	0,470	0,180	0,310
700 °C	0,230	0,075	0,130
800 °C	0,110	0,050	0,090
900 °C	0,060	0,0375	0,0675
1000 °C	0,040	0,0250	0,0450
1100 °C	0,020	0,0125	0,0225
1200 °C	0,000	0,0000	0,0000

Tabla 3.1: Coeficientes de corrección con la temperatura de las características mecánicas de los aceros estructurales al carbono

Se adjunta la *tabla 3.1* siguiente donde se puede consultar la variación de las principales características mecánicas de los aceros estructurales con la temperatura. En concreto en dicha tabla se representan la variación de los siguientes coeficientes con la temperatura a la que se encuentre el acero:

•  $K_{y,T} = f_{y,T} / f_y$ : este coeficiente expresa el cociente entre el límite elástico del acero ( $f_{y,T}$ ) para la temperatura ( $T$ ) que se desee conocer, y el límite elástico del acero a 20 °C ( $f_y$ ), valor este último que se puede consultar en cualquier tabla de características del acero

Metal or alloy	Approximate range of hot forging temperature (°C)
Aluminum alloys	400–550
Magnesium alloys	250–350
Copper alloys	600–900
Carbon and low-alloy steels	850–1150
Martensitic stainless steels	1100–1250
Austenitic stainless steels	1100–1250
Titanium alloys	700–950
Iron-base superalloys	1050–1180
Cobalt-base superalloys	1180–1250
Tantalum alloys	1050–1350
Molybdenum alloys	1150–1350
Nickel-base superalloys	1050–1200
Tungsten alloys	1200–1300

Tabla 3.2: rango de temperaturas aproximado para el forjado en caliente

En la *Figura 3.2* aparecen los rangos de temperaturas recomendables para distintas aleaciones de materiales, en el caso del acero bajo en carbono y aleaciones de acero el rango esta entre 850 y 1150 grados Celsius.

Usando las formulas y los datos vamos a calcular la fuerza necesaria para ocasionar una deformación plástica durante la forja, para ello vamos a tener en cuenta que el material está a temperatura elevada y no sufre endurecimiento por acritud.

El área de forja será igual a la superficie del pilón  $A=0,001 \text{ m}^2$  *Figura 3.2*



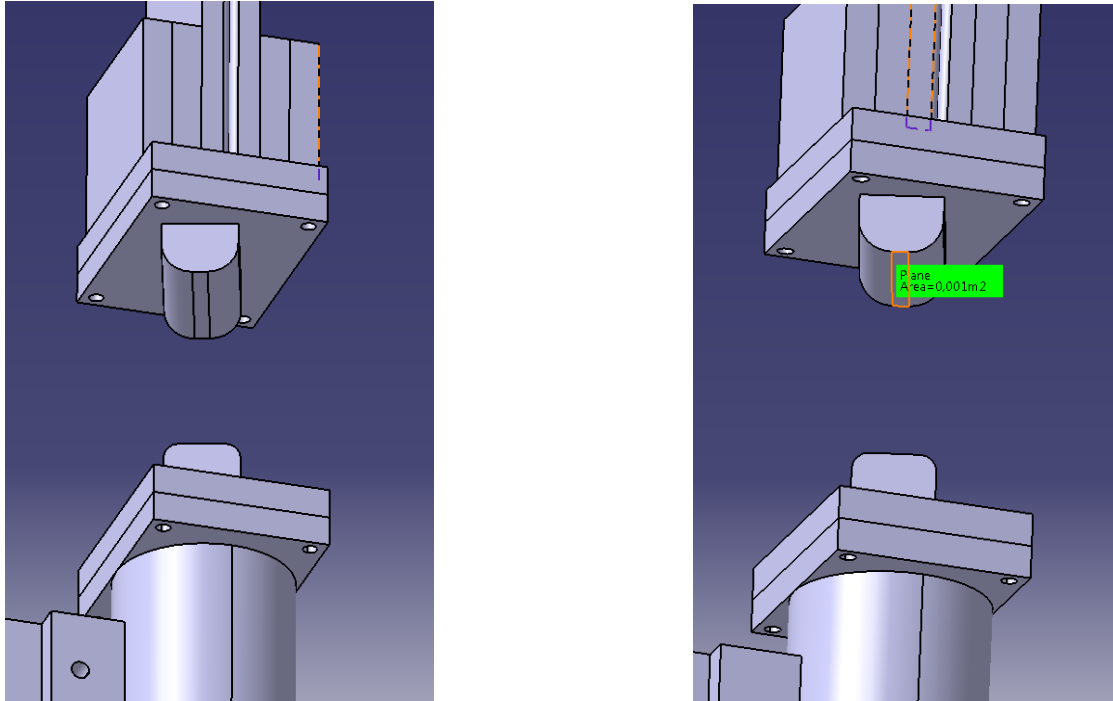


Figura 3.2: modelo 3D, útiles de forja

La tensión de fluencia a 900 grados Celsius según la ilustración 2, se le aplica un factor de reducción del límite elástico de 0,06, tabla (3.1), que para un acero normalizado S275, el límite elástico se encuentra en 16,5 Mpa y el límite de fluencia estaría por encima de este.

El valor de  $K_f$ , lo calculamos con el coeficiente de rozamiento entre el acero sobre acero, el diámetro característico es igual a la superficie de contacto entre el pilón y la pieza, y la altura es de 1 cm:

$$\frac{\pi \cdot D}{4} = A \quad (3.5)$$

$$\frac{\pi \cdot D}{4} = 0.001 \text{ m}^2 \quad (3.6)$$

$$D = 0.0013 \text{ m} \quad (3.7)$$

$$K_f = 1 + \frac{0.4 \cdot 0.18 \cdot 0.0013}{0.01} \quad (3.8)$$

Resolviendo podemos despreciar el valor de  $K_f$  porque este es muy aproximado a 1

De la fórmula (3.2) tenemos:

$$F = 1 \cdot 16.5 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 0.001 m^2 = 16500 N$$

Superficies en contacto	$\mu_k$
Acero sobre acero	0.18
Acero sobre hielo (patines)	0.02-0.03
Acero sobre hierro	0.19
Hielo sobre hielo	0.028
Patines de madera sobre hielo y nieve	0.035
Goma (neumático) sobre terreno firme	0.4-0.6
Correa de cuero (seca) sobre metal	0.56
Bronce sobre bronce	0.2
Bronce sobre acero	0.18
Roble sobre roble en la dirección de la fibra	0.48

Tabla 3.3: coeficientes de rozamiento entre superficies

## 4. Cálculos cinemáticos

En primer lugar, vamos a hacer un análisis topológico del mecanismo para conocer su funcionamiento y movilidad.

$$G = 3(N - 1) - 2P1 - P2 \quad (4.1)$$

A través de la fórmula 4.1 obtenemos los grados de libertad del mecanismo, tenemos 5 restricciones de tipo P1 (las articulaciones y la guía de la barra 4, restringen 2 grados de libertad) y la corredera es de tipo P1,  $N=5$ , las 4 barras más la bancada.

$$G = 3(5 - 1) - 2 \cdot 5 - 1 = 1$$

### 4.1 Análisis geométrico del mecanismo

La imagen 1 es el esquema funcional del mecanismo, nos permite deducir el funcionamiento de este que a través de la polea (I1) hace que la barra I4 suba y baje, golpeando la pieza a conformar. También podemos observar que la carrera del pión (I4) es prácticamente igual al diámetro de la polea ( $2 \times I1$ ) debido a que las longitudes de (I3) y (x) son prácticamente iguales y x varía muy levemente. Esto nos facilita ajustar el recorrido dependiendo de la longitud (I1) lo cual influirá en la longitud de la polea. La longitud I1 puede variarse, su valor máximo  $I1=0,35$  m equivale al máximo recorrido y hace que las dos forjas lleguen a una distancia mínima entre ellas de casi 0 mm.

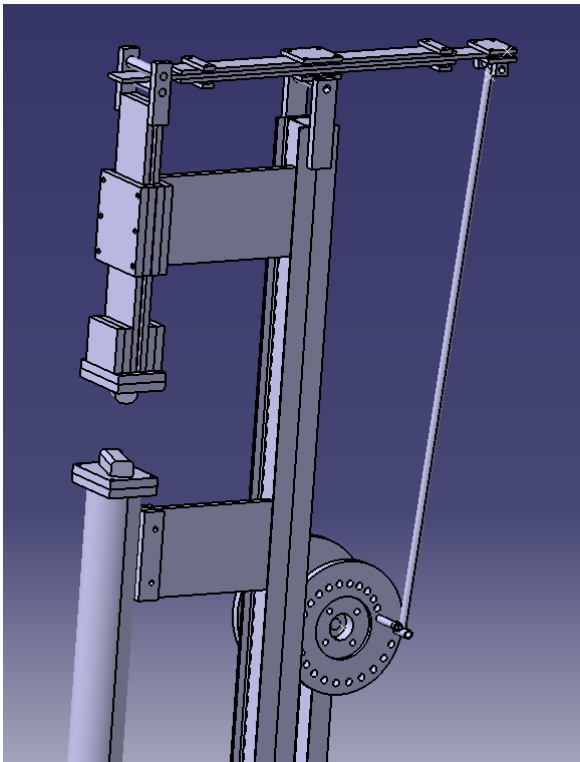


Figura 4.1: modelo 3D mecanismo

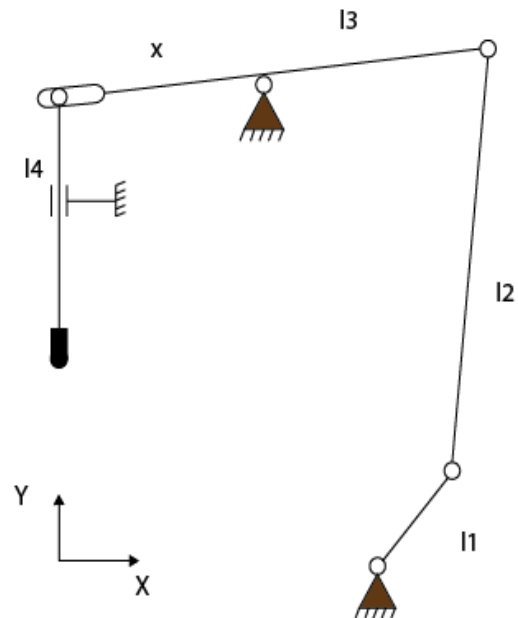


Figura 4.2: esquema del mecanismo

Para simplificar los cálculos dividimos el mecanismo en dos semejantes tomando como el grado de libertad del segundo mecanismo la solución del tercero.

Posteriormente procedemos a resolver la cinemática del mecanismo para conocer las velocidades y aceleraciones de todas las variables del problema ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $x$ ,  $y$ ),  $a_1$  es la variable de entrada y vamos a suponer que la polea gira a velocidad constante sin aceleración. Otra variable que se va a utilizar posteriormente es la separación entre el macho y el pilón que viene en función de  $y$ , la denominaremos carrera ( $car$ ).

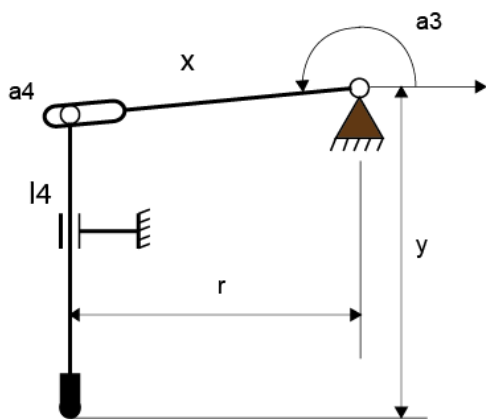


Figura 4.3: mecanismo reducido 2

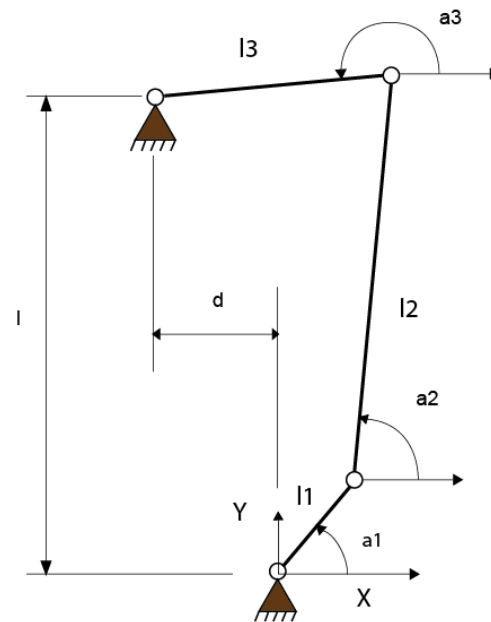


Figura 4.4: mecanismo reducido 1

A continuación, se determinan las ecuaciones de enlace del mecanismo 1 (Figura 4.4). [4]

$$\text{mecanismo 1} \begin{cases} l_1 \cdot \cos(\varphi_1) + l_2 \cdot \cos(\varphi_2) + l_3 \cdot \cos(\varphi_3) + d = 0 \\ l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_1) + l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) + l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) - l = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Ecuaciones de enlace del mecanismo 2 (Figura 4.3)

$$\text{mecanismo 2} \begin{cases} x \cdot \cos(\varphi_3) + r = 0 \\ x \cdot \text{sen}(\varphi_3) - l_5 + y = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Resolviendo el sistema de 4 ecuaciones no lineales obtenemos las demás variables geométricas,  $l_5$ ,  $r$ ,  $d$  y  $l$  son constantes conocidas del problema.

## 4.2 Cálculo de velocidades

### -Mecanismo 1:

Para obtener las velocidades  $\dot{\varphi}_2$  y  $\dot{\varphi}_3$  calculamos el jacobiano y el inverso de la matriz correspondiente a las ecuaciones de enlace geométrica para sustituirlo en la siguiente fórmula:

$$\dot{q}^d = [\Phi_q^d]^{-1} \cdot [\dot{\Phi}_t + [\Phi_q^i] \cdot \dot{q}^i] \quad (4.4) \quad [4]$$

$\dot{\Phi}_t = 0$ ,  $\Phi_t$  es el vector de derivadas parciales respecto el tiempo.

$$\Phi_q = \begin{pmatrix} -l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_1) & -l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) & -l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ l_1 \cdot \text{cos}(\varphi_1) & l_2 \cdot \text{cos}(\varphi_2) & l_3 \cdot \text{cos}(\varphi_3) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

La matriz del jacobiano la primera columna pertenece a  $\Phi_q^d$  y las dos siguientes se refieren a  $\Phi_q^i$ .

$$[\Phi_q^d]^{-1} = \frac{1}{l_2 \cdot l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \begin{pmatrix} l_3 \cdot \text{cos}(\varphi_3) & -l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ l_2 \cdot \text{cos}(\varphi_2) & -l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$\dot{q}^d = \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{l_2 \cdot l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \begin{pmatrix} l_3 \cdot \text{cos}(\varphi_3) & -l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ l_2 \cdot \text{cos}(\varphi_2) & -l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_1) \\ l_1 \cdot \text{cos}(\varphi_1) \end{pmatrix} \cdot \dot{\varphi}_1 \quad (4.7)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_3 + \varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1}{l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_3 + \varphi_1)} \quad (4.8)$$

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4.9)$$

### -Mecanismo 2:

Aplicamos la misma fórmula de la velocidad y siguiendo los mismos pasos que en el mecanismo 1 obtenemos las velocidades de las variables pertenecientes al mecanismo 2.

$$\Phi_q = \begin{pmatrix} -x \cdot \text{sen}(\varphi_3) & \text{cos}(\varphi_3) & 0 \\ x \cdot \text{cos}(\varphi_3) & \text{sen}(\varphi_3) & 1 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$[\Phi_q^d]^{-1} = \frac{1}{\text{cos}(\varphi_3)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \text{sen}(\varphi_3) & \text{cos}(\varphi_3) \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\text{cos}(\varphi_3)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \text{sen}(\varphi_3) & \text{cos}(\varphi_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ x \cdot \text{cos}(\varphi_3) \end{pmatrix} \cdot \dot{\varphi}_3 \quad (4.12)$$

Despejamos  $\dot{\varphi}_3$  en función de  $\dot{\varphi}_1$ ,  $\dot{\varphi}_3$  lo hemos calculado en el mecanismo 1 anteriormente.

$$\dot{x} = \frac{x \cdot \text{sen}(\varphi_3)}{\text{cos}(\varphi_3)} \cdot \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4.13)$$

$$\dot{y} = \frac{-x \cdot \cos(2 \cdot \varphi_3)}{\cos(\varphi_3)} \cdot \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4.14)$$

### 4.3 Cálculo de aceleraciones:

-Mecanismo 1:

$$\ddot{q}^d = -[\phi_q^d]^{-1} [\phi_q^i \cdot \ddot{q}^i + \dot{\phi}_q \cdot \dot{q} + \phi_t] \quad (4.15)$$

Suponemos que la polea no acelera  $\ddot{q}^i=0$ ,  $\phi_t=0$  [4]

$$-[\phi_q^d]^{-1} = -\frac{1}{l_2 \cdot l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\varphi_3) & -l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ l_2 \cdot \cos(\varphi_2) & -l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\dot{\phi}_q = \frac{\partial \phi_q}{\partial t}$$

$$\dot{\phi}_q = \begin{pmatrix} -l_1 \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 & -l_2 \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \dot{\varphi}_2 & -l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 \\ -l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 & -l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) \cdot \dot{\varphi}_2 & -l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$\ddot{q}^d = \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{l_2 \cdot l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\varphi_3) & -l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ l_2 \cdot \cos(\varphi_2) & -l_2 \cdot \text{sen}(\varphi_2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

-Mecanismo 2:

El mecanismo 2 depende de las variables  $\varphi_3$ , x e y, nuestra coordenada generalizada es  $\varphi_3$  y su velocidad no es constante, por lo tanto  $\ddot{q}^i \neq 0$ .

$$\ddot{q}^d = -[\phi_q^d]^{-1} [\phi_q^i \cdot \ddot{q}^i + \dot{\phi}_q \cdot \dot{q} + \phi_t] \quad (4.15)$$

$$-[\phi_q^d]^{-1} = -\frac{1}{\cos(\varphi_3)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \text{sen}(\varphi_3) & \cos(\varphi_3) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$\phi_q^i = \begin{pmatrix} -x \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ x \cdot \cos(\varphi_3) \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$\dot{\phi}_q = \begin{pmatrix} -\dot{x} \cdot \text{sen}(\varphi_3) - \dot{\varphi}_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot x & -\dot{\varphi}_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) & 0 \\ \dot{x} \cdot \cos(\varphi_3) - \dot{\varphi}_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \cdot x & \dot{\varphi}_3 \cdot \cos(\varphi_3) & 0 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

$$\ddot{q}^d = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\cos(\varphi_3)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \text{sen}(\varphi_3) & \cos(\varphi_3) \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} -x \cdot \text{sen}(\varphi_3) \\ x \cdot \cos(\varphi_3) \end{pmatrix} \cdot \ddot{\varphi}_3 + \begin{pmatrix} -\dot{x} \cdot \text{sen}(\varphi_3) - \dot{\varphi}_3 \cdot \cos(\varphi_3) \cdot x & -\dot{\varphi}_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) & 0 \\ \dot{x} \cdot \cos(\varphi_3) - \dot{\varphi}_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3) \cdot x & \dot{\varphi}_3 \cdot \cos(\varphi_3) & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_3 \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \right] \quad (4.22)$$

## 5. Dinámica del mecanismo

### 5.1 Cálculo del par motor, método de potencias virtuales

Usando el teorema de las fuerzas virtuales llegamos a una expresión que relaciona el par ejercido por la polea y su velocidad de giro con la fuerza vertical producida por el golpe.

Para ello tenemos en cuenta los cuerpos sometidos a aceleración y su centro de gravedad para considerar las fuerzas de inercia.

Este teorema especifica que todas las fuerzas exteriores y fuerzas de inercia que actúan sobre un sistema multiplicadas por la velocidad es igual es igual a cero, *fórmula 5.1.* [4]

$$\sum_{sist}^n [F(P) \cdot v^*(P) + M(P) \cdot w^*(P)] = 0 \quad (5.1)$$

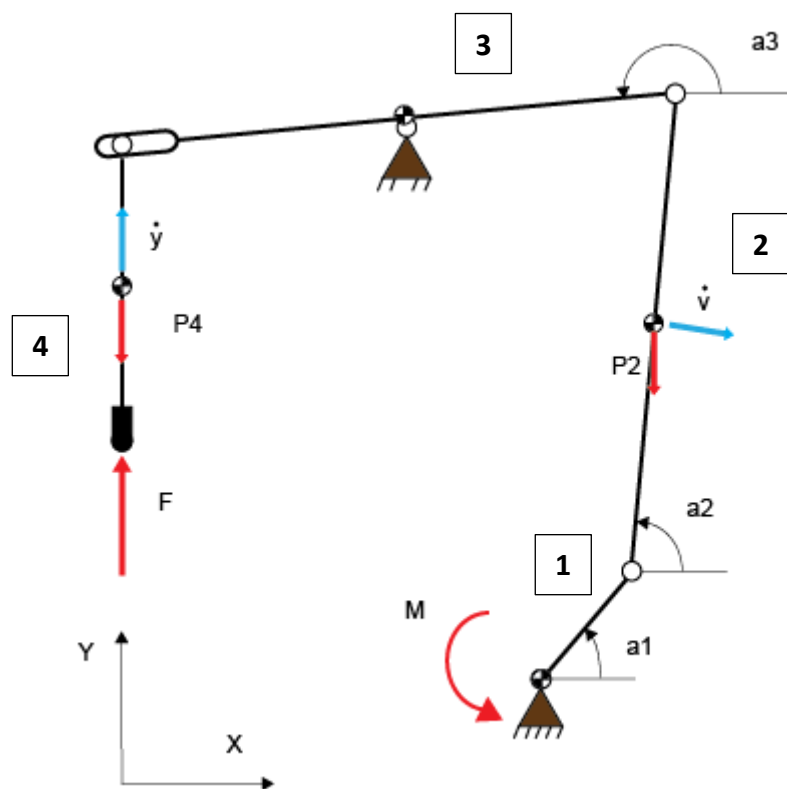


Figura 5.1: Fuerzas virtuales efectivas en el mecanismo

$$F \cdot \dot{y} - (m_4 \cdot \ddot{y}) \cdot \dot{y} - P_4 \cdot \dot{y} - (Iz_3 \cdot \ddot{\phi}_3) \cdot \dot{\phi}_3 - P_2 \cdot v_y - (Iz_2 \cdot \ddot{\phi}_2) \cdot \dot{\phi}_2 - (m_2 \cdot \ddot{v}_y) \cdot \dot{v}_y - (m_2 \cdot \ddot{v}_x) \cdot \dot{v}_x + M \cdot \dot{\phi}_1 - (M_r \cdot \dot{\phi}_1)^* = 0 \quad (5.2)$$

Un valor importante a considerar es el par resistente debido a la fricción en los cojinetes  $M_r$ , en la fórmula sólo hemos tenido en cuenta el par producido en el eslabón 1 pero habría fuerzas de fricción en todos los elementos de unión que tengan velocidades relativas entre ellos, para los cálculos no vamos a tener en cuenta las fuerzas de fricción aunque se podrían determinar calculando las velocidades relativas de los cojinetes y las fricciones dependiendo el tipo de cojinete.

El mecanismo se comporta como una prensa a la hora de aplicar la fuerza, con el mismo par se pueden aplicar fuerzas muy elevadas cuando la velocidad lineal de y es muy baja, las mayores fuerzas se dan en los puntos muertos superior e inferior del mecanismo.

Debido a la construcción del mecanismo podemos evitar que la fuerza F sea muy grande, esto es así porque la barra 3 sirve de amortiguador ya que tiene poca inercia y se deforma fácilmente.

Las componentes de velocidad y aceleración del centro de masas del segundo eslabón son las siguientes:

$$\ddot{v}_y = \ddot{\varphi}_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) \quad (5.3)$$

$$\ddot{v}_x = \ddot{\varphi}_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \text{cos}(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) \quad (5.4)$$

$$\dot{v}_y = \dot{\varphi}_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) + \dot{\varphi}_1 \cdot l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_1 + \frac{\pi}{2}) \quad (5.5)$$

$$\dot{v}_x = \dot{\varphi}_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \text{cos}(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) + \dot{\varphi}_1 \cdot l_1 \cdot \text{cos}(\varphi_1 + \frac{\pi}{2}) \quad (5.6)$$

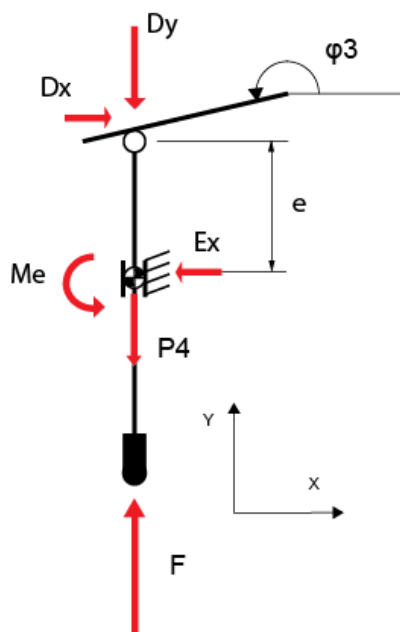
En el caso de las aceleraciones la aportación de la polea (1) no suma ya que la velocidad de ésta es constante.



## 5.2 Cálculo de fuerzas de enlaces, método matricial.

Para calcular las fuerzas en los distintos eslabones separamos el mecanismo en sus eslabones y planteamos las ecuaciones de la dinámica. Iremos planteando las ecuaciones desde el último eslabón (sólido 4) hasta la polea donde va la transmisión del motor. Luego programaremos el sistema de ecuaciones por el método matricial y lo resolveremos. [4]

En cada sólido por separado plantearemos las ecuaciones de equilibrio teniendo en cuenta las aceleraciones lineales y angulares en cada caso. Sumatorio de fuerzas horizontales, verticales y momentos igual a cero.



$$Dx - Ex = 0 \quad (5.7)$$

$$F - P4 - Dy - m_4 \cdot \ddot{y} = 0 \quad (5.8)$$

$$Me - Ex \cdot e = 0 \quad (5.9)$$

La distancia  $e$  varía según el ángulo de giro del eslabón 3.

La fuerza  $D$  es perpendicular a la guía, por trigonometría deducimos que:

$$Dx = Dy \cdot \tan(\varphi_3 - \pi) \quad (5.10)$$

Figura 5.2: representación del sólido libre en el eslabón 4

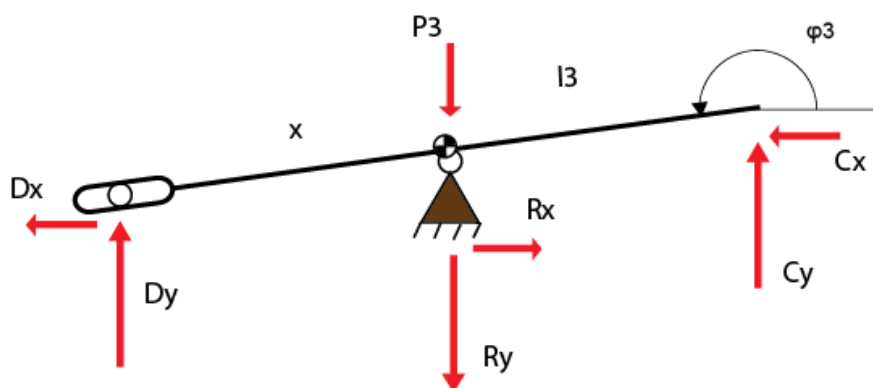
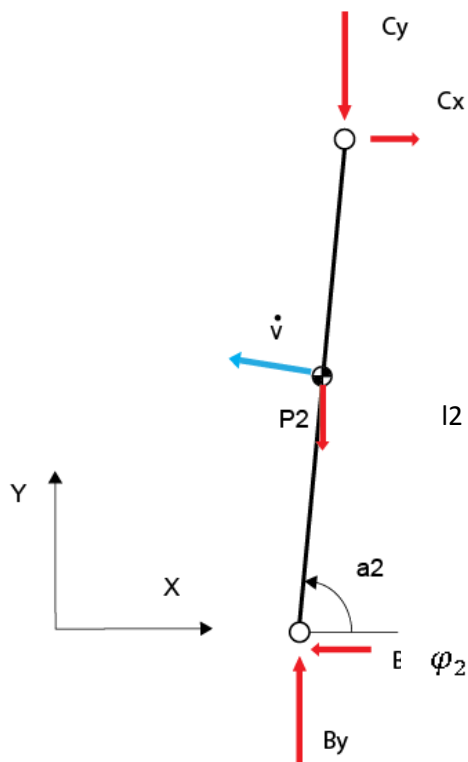


Figura 5.3: representación del sólido libre en el eslabón 3

$$R_x + C_x - D_x = 0 \quad (5.11)$$

$$-R_y + D_y - P_3 + C_y = 0 \quad (5.12)$$

$$-I_{z_3} \cdot \ddot{\varphi}_3 + x \cdot \cos(\varphi_3) \cdot D_y + x \cdot \sin(\varphi_3) \cdot D_x + l_3 \cdot \cos(\varphi_3 - \pi) \cdot C_y + l_3 \cdot \sin(\varphi_3 - \pi) \cdot C_x = 0 \quad (5.13)$$



$$C_x - m_2 \cdot \ddot{v}_x - B_x = 0 \quad (5.14)$$

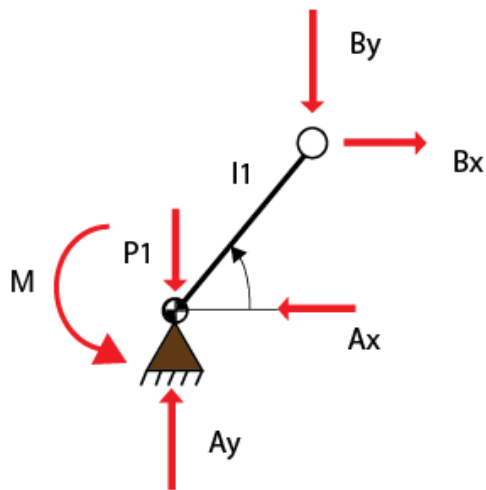
$$B_y + m_2 \cdot \ddot{v}_y - C_y - P_2 = 0 \quad (5.15)$$

$$\ddot{v}_y = \ddot{\varphi}_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \sin(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) \quad (5.3)$$

$$\ddot{v}_x = \ddot{\varphi}_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \cos(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}) \quad (5.4)$$

Figura 5.4: representación del sólido libre en el eslabón 2

$$-I_{z_2} \cdot \ddot{\varphi}_2 - \frac{l_2}{2} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot C_y - \frac{l_2}{2} \cdot \sin(\varphi_2) \cdot C_x - \frac{l_2}{2} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot B_y - \frac{l_2}{2} \cdot \sin(\varphi_2) \cdot B_x = 0 \quad (5.16)$$



$$B_x - A_x = 0 \quad (5.17)$$

$$A_y - B_y - P_1 = 0 \quad (5.18)$$

$$M - l_1 \cdot \cos(\varphi_1) \cdot B_y - l_1 \cdot \sin(\varphi_1) \cdot B_x = 0 \quad (5.19)$$

Aunque se represente como una barra el sólido 1 tiene forma de polea por eso el centro de gravedad está en el centro de ésta.

El valor de  $l_1$  se puede modificar en el mecanismo.

Figura 5.5: representación del sólido libre en el eslabón 1

También es necesario conocer las aceleraciones de los cuerpos por esa razón resolvimos el problema cinemático.

Al plantear todas las ecuaciones nos sale un sistema de 12 incógnitas que corresponden a las fuerzas de enlace entre sólidos, Para resolver el sistema nos queda por determinar la fuerza  $F$  que actúa sobre el sólido 4.

Por último, planteamos el sistema de ecuaciones y lo resolvemos mediante un programa de cálculo de forma matricial, calculando la inversa de la matriz  $A$ .

Si resolvemos este sistema en las diferentes posiciones del mecanismo durante un ciclo y multiplicamos el momento ejercido a la polea por la velocidad de giro en cada instante obtendremos la potencia necesaria para su funcionamiento

$$A \cdot B = S \quad (5.20)$$

$$B = A^{-1} \cdot S \quad (5.21)$$

En el vector  $B$  aparecen las 12 fuerzas de enlace que queremos determinar en nuestro mecanismo.

En el vector  $S$  están representadas las fuerzas de inercia, peso y la fuerza ( $F$ ) que se aplica sobre la pieza que se trabaja. Las tres matrices  $A$   $B$  y  $S$  están representadas en la Figura 5.6, las variables de que dependen las matrices están definidas en el programa Matlab.



## 6. Determinación de la fuerza aplicada por el mecanismo (F)

Las prensas mecánicas convencionales están construidas con elementos mecánicos muy rígidos diseñados para soportar cargas muy elevadas y con grandes volantes de inercia, en el caso de nuestra máquina la fuerza de trabajo está limitada o amortiguada debido a su construcción, principalmente a que la barra superior se deforma fácilmente y esto baja la fuerza de trabajo.

Para realizar un cálculo aproximado de esta fuerza vamos a enumerar dos hipótesis, teniendo en cuenta el funcionamiento mecánico real de la máquina:

1º Vamos a obtener el valor de la fuerza en función de la deformación vertical en el punto D de la barra 3 (barra conformada por tres barras de sección rectangular macizo de 40x9.6). Vamos a suponer que es el único elemento del mecanismo que se deforma, esto tiene sentido debido a que su inercia a flexión es muy baja y es la única barra que tiene un momento flector importante.

La barra 2, si despreciamos las fuerzas inerciales (su masa apenas es de 1,5 kg) y al ser biarticulada trabaja únicamente a axil, despreciamos la deformación debida al axil frente a la de flexión.

2º La deformación vertical de la barra 3 será función de la carrera vertical impedida de la barra 4, el pilón al entrar en contacto con un sólido se detiene y empieza a deformarse la barra 3. Para que ocurra esto suponemos que la deformación de la pieza a forjar es inexistente o despreciable.

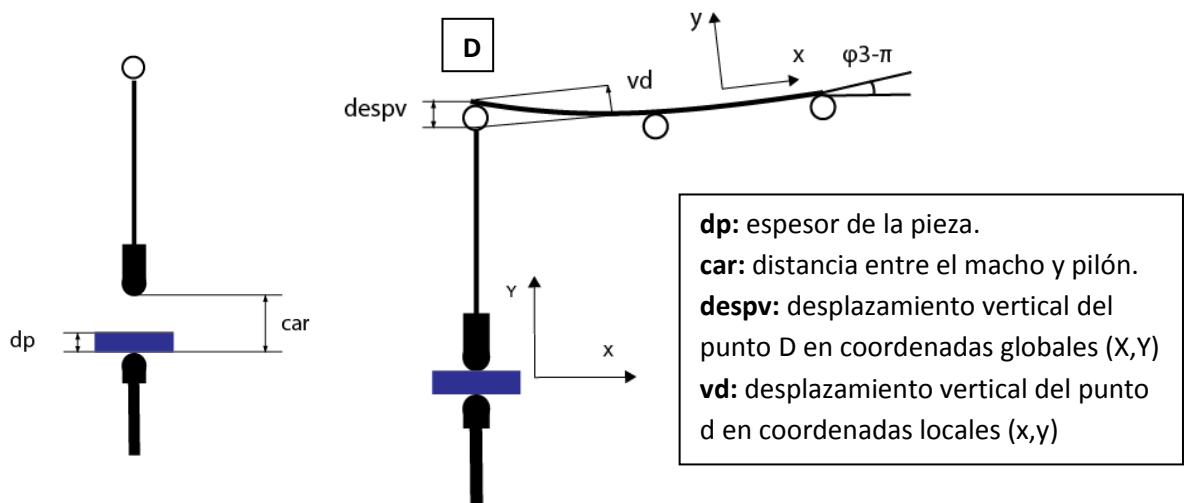
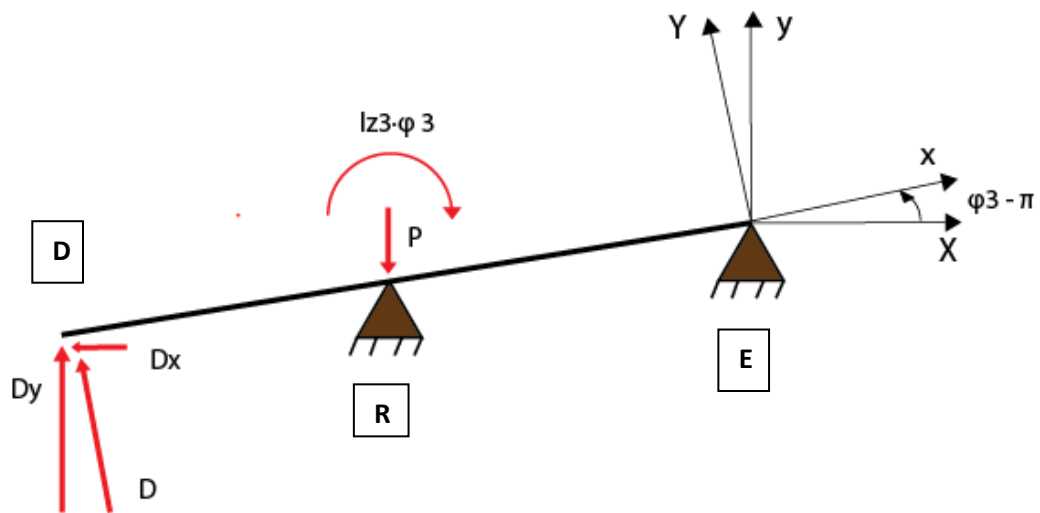
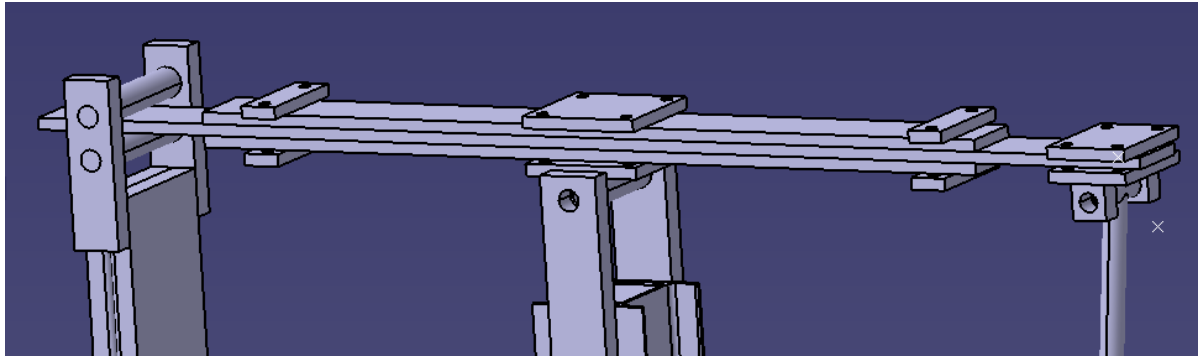


Figura 6.1: representación de la deformación en el eslabón 3 y las variables que intervienen.

En la *Figura 6.1* podemos observar las diferentes variables: deducimos que  $despv=dp-car$  cuando  $car < dp$ . En los demás casos,  $vd$  y la fuerza son iguales a 0.



**Figura 6.2: estructura simplificada del mecanismo**

Con las hipótesis tomadas anteriormente, simplificamos el mecanismo y aplicamos el método directo de rigidez para resolver la estructura con las fuerzas aplicadas y condiciones de contorno que vienen reflejadas en la *Figura 6.2*.

$$\begin{pmatrix} -Dx \\ Dy \\ 0 \\ Rx \\ Ry - P \\ -Iz_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 \\ Cx \\ Cy \\ 0 \end{pmatrix} \cdot L = b \cdot \begin{pmatrix} K_{DD}^1 & K_{DR}^1 & 0 \\ K_{RD}^1 & K_{RR}^{1+2} & K_{RC}^2 \\ 0 & K_{CR}^2 & K_{CC}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d \\ v_d \\ \theta_d \\ 0 \\ \theta_R \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \theta_C \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Planteando el MDR y con las condiciones de contorno obtenemos el sistema (6.1), donde 'L' es la matriz de cambio de base de las coordenadas globales(X,Y) a las locales(x,y), la fuerza 'D' es perpendicular a la barra, deducimos por ello:

$$\begin{pmatrix} -Dx \\ Dy \\ 0 \end{pmatrix} \cdot L = \begin{pmatrix} 0 \\ D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.3) \quad \text{Y} \quad u_d = 0 \quad (6.4)$$

Las matrices de rigidez que aparecen en el sistema (2.1) dependen de la inercia y longitud de las barras 1 (barra DR) y 2 (barra RE), la barra 1 tiene una longitud variable y depende de la posición del mecanismo mientras que la de la barra 2 es constante y es igual a l3.

La matriz global de rigidez está multiplicada por el escalar b que representa el número de barras que tiene la ballesta (sólido 3).

$$\begin{pmatrix} F - m_4(\ddot{y} + g) \\ \cos(\varphi_3 - \pi) \\ 0 \\ -Iz_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 \\ 0 \end{pmatrix} = b \cdot \begin{pmatrix} \frac{12 \cdot EI}{L^3} & \frac{6 \cdot EI}{L^2} & \frac{6 \cdot EI}{L^2} & 0 \\ \frac{6 \cdot EI}{L^2} & \frac{4 \cdot EI}{L} & \frac{2 \cdot EI}{L} & 0 \\ \frac{6 \cdot EI}{L^2} & \frac{2 \cdot EI}{L} & \frac{8 \cdot EI}{L} & \frac{2 \cdot EI}{L} \\ \frac{L^2}{0} & \frac{L}{0} & \frac{2 \cdot EI}{L} & \frac{4 \cdot EI}{L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_d \\ \theta_d \\ \theta_R \\ \theta_C \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

$$F = b \cdot Kr \cdot D \quad (6.6)$$

$$(Kr^{-1} \cdot F)/b = D \quad (6.7)$$

La fuerza 'D' la sacamos por equilibrio del diagrama de sólido libre del eslabón 4, invertimos la matriz de rigidez y despejamos F en función de  $v_d$ . Fórmula (6.8)

También obtenemos los giros para posteriormente calcular los esfuerzos que actúan sobre la barra y así conocerla resistencia de la barra 3.

Resolviendo el MDR y despejando obtenemos la *fórmula 6.8*

$$F = \frac{3 \cdot \text{barras} \cdot v_d \cdot \cos(\varphi_3 - \pi) \cdot E \cdot I}{2 \cdot L^3} + m_4 \cdot (\ddot{y} + g) \quad (6.8)$$

La fuerza  $F$  depende de las siguientes variables:

El ángulo de la barra 3, la aceleración lineal del pión, la deformación en la barra en el punto D.

La rigidez a flexión de la barra 3 se puede modificar añadiendo más barras a la ballesta, de esta forma la fuerza que ejerce el mecanismo aumentaría. También causa un aumento en las fuerzas de inercia de la barra 3 al aumentar su inercia.

( $L$ ) es la longitud de cada tramo, esa longitud varía levemente durante el ciclo del mecanismo.

( $I$ ) es el valor de la inercia a flexión de cada barra calculado a partir de la sección rectangular de esta.

Un resultado interesante es que podemos modificar la fuerza máxima aplicada en función de la inercia de la barra 3, del número de barras y de  $v_d$ . Como vimos anteriormente  $v_d$  es proporcional al espesor de la pieza a forjar, cuanto más espesor tenga más se deformará la barra y mayor fuerza soportará el mecanismo.



## 7. SENSOR DE CARGA

Otra forma de determinar la fuerza que ejerce el mecanismo en las forjas es incorporando una célula de carga a compresión al mecanismo. Las células de carga a compresión se emplean para la medida de la fuerza en la dirección de compresión de la célula, esta es la única dirección en la que funciona correctamente. Estas células de carga tienen diferentes formatos y son empleados en cualquier aplicación industrial o de ensayos. Estos formatos suelen ser cilíndricos planos, tipo disco macizo, botón, pastilla...etc. [5]

La salida en las células de carga suele ser directa desde el puente de wheatstone que tiene montado internamente el sensor, en ocasiones se puede obtener una salida analógica directamente desde el sensor sin necesidad de añadir una electrónica de acondicionamiento externa.

La señal de la carga se lleva a un dispositivo electrónico, microchip o computadora central (dependiendo de su utilidad) para recopilar los datos totales de una o varias celdas de carga. También es importante a la hora de adquirir un sensor el rango de fuerzas al que estará sometido.

La célula de carga está compuesta en su interior de varias galgas extensométricas, estos elementos son los que se encargan de transformar la fuerza en una señal de salida, a continuación, explicaremos el sentido físico de estos elementos.



Figura 7.1: célula de carga a compresión tipo botón

El montaje de la célula de carga en el mecanismo debe situarse de tal modo que la fuerza que se quiera medir sea soportada enteramente por la célula.

### Fundamento teórico:

En primer lugar, definiremos el concepto de sensor y transductor:

- **El sensor** es el elemento que se encuentra en contacto directo con el proceso a medir. Convierte la magnitud a medir en otra (eléctrica o no) que posteriormente el transductor es capaz de convertir en una señal susceptible de medida. Viene definido por una función que relaciona las magnitudes de entrada y de salida. El sensor es, por tanto, un elemento fundamental en la adquisición de datos.
- **Transductor**, Tiene por objeto transformar la señal, proporcionada por el sensor, en otra de tipo eléctrico cuya medida y tratamiento resulten más fáciles. Generalmente estas señales suelen ser muy pequeñas (del orden de microvoltios y en pocos casos de milivoltios). Incluye al sensor como una parte de él.

El funcionamiento de las galgas se basa en la variación de la resistencia eléctrica que experimenta un conductor al deformarse. No poseen, por tanto, elementos o piezas móviles.

En el caso de un conductor con resistividad y sección constantes, su valor óhmico se puede expresar de la forma:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} \quad (7.1)$$

Dónde:

- $\rho$  es la resistividad del material.
- $L$  es la longitud del elemento.
- $A$  es área transversal del elemento.
- $R$  es la resistencia del elemento diferencial de conductor al paso de la corriente eléctrica en la misma dirección en la que se ha medido la longitud  $L$

Se observa que la resistencia de un conductor dependerá, además del tipo de material con el que esté fabricado, de sus características geométricas. Si se produce una deformación del conductor (variación de sus dimensiones), implicará una variación en su valor óhmico, por lo que se puede evaluar la magnitud física que ha actuado sobre él, que será proporcional a la deformación [6].

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1 + 2 \cdot \mu) \cdot \frac{dL}{L} \quad (7.2)$$

La variación de la resistencia de la galga depende de la variación de la resistividad del material, del coeficiente de Poisson y de la variación de longitud.

La sensibilidad de la galga se especifica mediante el denominado **factor de galga** el cual se define como la razón entre la variación relativa de resistencia y la deformación.

$$\text{Factor de galga } (K) = \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{dl}{l}} = \frac{dR}{R} \frac{l}{\varepsilon} \quad (7.3)$$

Las variaciones de temperatura se han de tener muy en cuenta a la hora del empleo de galgas extensiométricas, ya que por esta causa es posible obtener medidas incorrectas. La resistencia de un material conductor sufre modificaciones al ser deformado, pero también variará si lo hace la temperatura del medio en el que se encuentre. Será necesario, por tanto, emplear galgas fabricadas con aleaciones que compensen este efecto no deseado dentro del margen de temperaturas de trabajo. [6]

Para captar una señal eléctrica del sensor se utiliza el puente de Wheatstone, ilustración 7.1, siendo la galga una de sus ramas, obteniéndose de esta forma una tensión proporcional a la variación de resistencia en la galga y, por tanto, a la deformación y el esfuerzo.

Se trata de un circuito que se encarga de medir resistencias desconocidas, variando la resistencia  $R_2$  (señal de la galga), se consigue una señal en forma de tensión entre los puntos A y C. La *Figura 7.2* representa un montaje de tres hilos, siendo el más sensible a las variaciones de temperatura. Para obtener mejor precisión en la medida de la resistencia se usan montajes de 3 y 4 hilos.

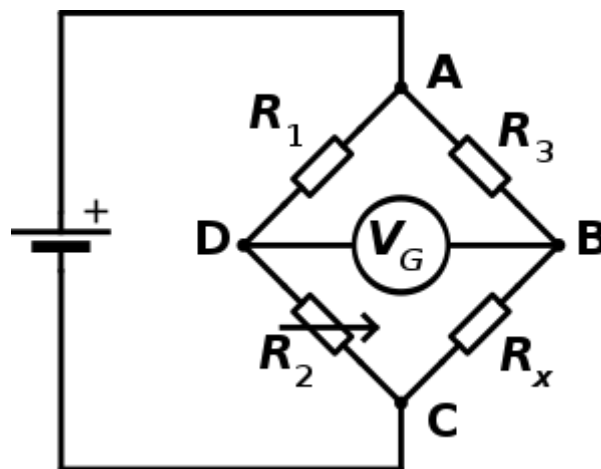


Figura 7.2: puente de Wheatstone, montaje simple de tres hilos

## 8. REGIMEN DE FUNCIONAMIENTO, GRADO DE IRREGULARIDAD

Se define el régimen de funcionamiento de una máquina como su manera de funcionar a lo largo del tiempo. En un régimen estacionario, el grado de irregularidad es un indicador de la variación de las velocidades al entorno del valor medio. En los estudios clásicos para máquinas rotativas con funcionamiento cíclico, se define el grado de irregularidad de la manera siguiente [4]:

$$\delta = \frac{\omega_{m\acute{a}x} - \omega_{m\acute{i}n}}{\omega_{mediana}} \quad (8.1)$$

Para el cálculo del grado de irregularidad *fórmula (8.2)* necesitamos conocer la inercia reducida de la máquina a la coordenada reducida que en nuestro caso es la velocidad de giro de la polea, también necesitaremos la variación de energía cinética máxima y el promedio de la velocidad de giro.

$$\delta = \frac{\Delta E_{c\acute{m}\acute{a}x}}{I_{red} \cdot \dot{q}^2} \quad (8.2)$$

La inercia reducida es la inercia de todo nuestro sistema en función de una coordenada, en nuestro caso la inercia varía con la posición en un ciclo así que se hará la media. Esto se obtiene despejando las velocidades de las masas del sistema y sacando factor común a la velocidad de la polea. Para ello usamos la fórmula de la energía cinética, en el caso del mecanismo despreciamos la energía cinética del eslabón (2) al ser su masa muy inferior a la del resto.

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot \dot{y}^2 \quad (8.3)$$

Sustituimos los valores de velocidad de la fórmula (8.3) con las formulas obtenidas en el cálculo cinemático (apartado 4.2) y las ponemos en función de  $\dot{\varphi}_1^2$ .

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4.9)$$

$$\dot{y} = \frac{-x \cdot \cos(2 \cdot \varphi_3)}{\cos(\varphi_3)} \cdot \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4.14)$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \left( I_1 + I_3 \cdot \left( \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1)}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \right)^2 + m_4 \cdot \left( \frac{-x \cdot \cos(2 \cdot \varphi_3)}{\cos(\varphi_3)} \right)^2 \cdot \left( \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1)}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \right)^2 \right) \cdot \dot{\varphi}_1^2 \quad (8.4)$$

$$I_{red} = I_1 + I_3 \cdot \left( \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1)}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \right)^2 + m_4 \cdot \left( \frac{-x \cdot \cos(2 \cdot \varphi_3)}{\cos(\varphi_3)} \right)^2 \cdot \left( \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1)}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \right)^2 \quad (8.5)$$

En las Figuras 8.1 y 8.2 viene como se han obtenido las masas e inercias de los respectivos cuerpos del mecanismo, desde el software catia definiendo la densidad del acero nos calcula automáticamente la inercia en los tres ejes principales desde el centro de gravedad.

En el caso de la barra 3, Figura 8.2, esta inercia se vería aumentada debido a que el eje de giro está en distinta posición que el eje de gravedad, para calcular la inercia desde el eje de giro usamos el teorema de Steiner.

$$I_o = m \cdot d^3 + I_g = 0.995 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (8.6)$$

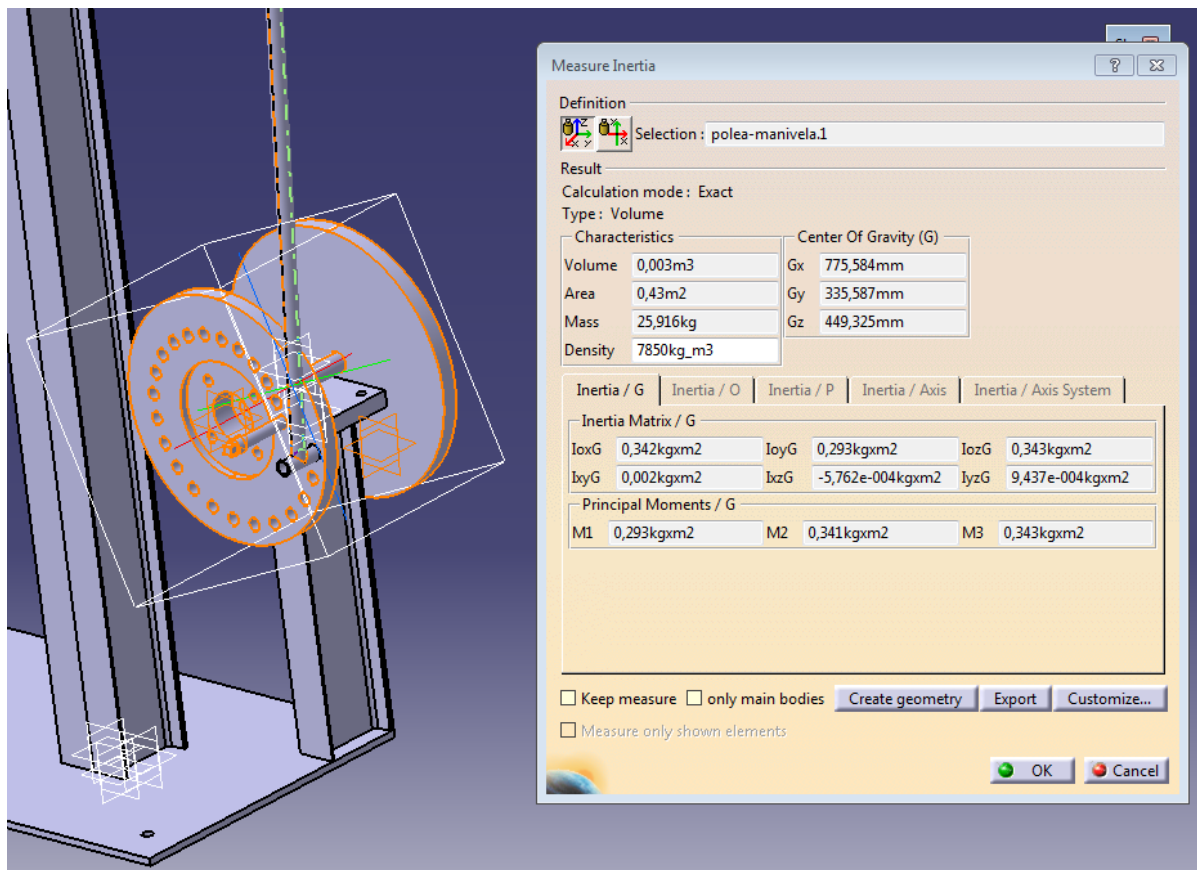


Figura 8.1: modelo 3D, inercia de la polea, eslabón 1,  $I_{oyG}=0,293 \text{ kgm}^2$

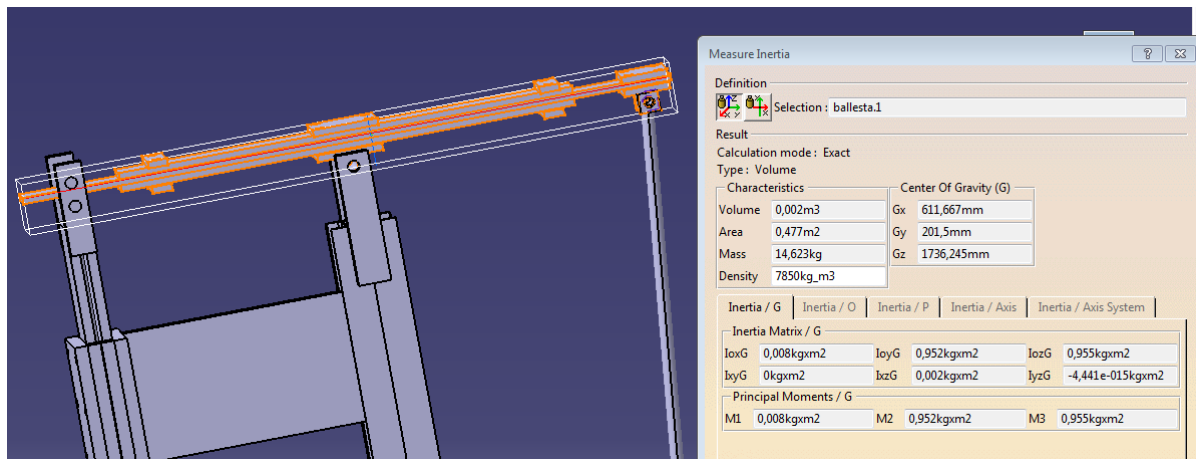


Figura 8.2 modelo 3D, inercia de la ballesta, eslabón 3, IoyG=0,952 kgm<sup>2</sup>

El otro parámetro es la variación de energía cinética máxima, este depende de la velocidad de giro del mecanismo, si multiplicamos el momento por la velocidad en cada instante del ciclo en valor absoluto obtendremos la variación de energía máxima.

Vamos a analizar dos casos una con la máquina funcionando a 5 rad/s y otra a 10 rad/s, con los cálculos y las gráficas realizados con el programa de Matlab. En ambos casos graficaremos el momento producido en la polea calculado por el método de las potencias virtuales.

El dato de  $\Delta E_{c_{m\acute{a}x}}$  lo calculamos mediante el software Matlab (véase apartado 10.6)

## 9. PAR Y POTENCIA DEL MOTOR, CONTROL DE PAR

Para provocar la fuerza y el movimiento del mecanismo hacemos uso de una fuente de potencia, Una de las más usadas en la industria son los motores eléctricos de jaula de ardilla que funcionan con corriente alterna.

La potencia que debe aportar el motor debe ser igual a la que necesita el mecanismo para su posible funcionamiento a un régimen de vueltas determinado. La potencia de un motor eléctrico es igual a la tensión por la intensidad por un rendimiento.

$$P = V \cdot I \quad (9.1)$$

En máquinas con funcionamiento cíclico, como es el caso, se trabaja con magnitudes medias en un ciclo. Así la potencia de un motor será la media a lo largo de un ciclo. Anteriormente hemos deducido el par de funcionamiento de la máquina durante un ciclo de trabajo. Este depende de la velocidad de giro de la máquina y de la fuerza ejercida sobre las forjas. Si aumentamos la velocidad de giro también aumenta la fuerza en las forjas debido a que aumentan las fuerzas de inercia.

Para calcular la velocidad de giro del sistema igualamos el par medio de un ciclo por la velocidad de rotación con la potencia transmitida por el motor.

$$P_{motor} = M_1 \cdot \phi_1 \quad (9.2)$$

### 9.1 Regulación de velocidad para motores de corriente alterna:

Para poder manejar de forma eficiente la máquina y variar el par ejercido por el motor, se plantea la necesidad de instalar un control electrónico para variar y regular su velocidad. [6]

Aunque los motores de corriente alterna trifásica posean numerosas ventajas, el control mediante la electrónica resulta más complejo que en los motores de corriente continua. Las principales ventajas del motor de C. A. frente a C.C son principalmente de precio y complejidad constructiva.

La aparición, en un principio, del Tiristor (SCR) y, más recientemente, del transistor IGBT creado para trabajar en conmutación de potencia a altas tensiones, intensidades y frecuencias, han facilitado la regulación de todo tipo de motores consiguiendo así un control de velocidad y par aceptable.

Respecto al margen de velocidad a controlar, se puede decir que los modernos variadores de velocidad que existen en el mercado son capaces de controlar la velocidad entre cero y diez veces su velocidad nominal, aproximadamente.

En primer lugar, enunciaremos el funcionamiento y la formulación de la potencia generada por un motor de jaula de ardilla y en segundo lugar describiremos dos métodos para la regulación de par y velocidad del motor.

## Potencia mecánica generada por el motor:

El objetivo de un motor asíncrono es la transformación de la energía eléctrica absorbida de la red, en energía mecánica disponible en el eje. La energía se transfiere del estator al rotor a través del entrehierro, donde están relacionadas las fuerzas de origen electromagnético que se desarrollan en el motor, fuerzas que crean un momento de rotación que es el par electromagnético de la máquina.

Primero tenemos la potencia eléctrica absorbida por el motor que depende de la configuración en el devanado del estator, si tiene una disposición en estrella o en triángulo.

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_L \cdot \cos\varphi_1 \quad (9.3)$$

Dónde:

- $P_1$  es la potencia activa absorbida por el motor en W.
- $V_{LL}$  es la tensión compuesta o de línea
- $I_L$  es la corriente de línea
- $\varphi_1$  es el ángulo de desfase entre V e I

Un motor asíncrono en reposo puede compararse con un transformador, en el que el primario es el estator y el secundario el rotor.

A continuación, se demuestra el siguiente circuito equivalente aproximado de un motor de c.a. Para conocer algunos de los parámetros del motor será necesario realizar previamente un ensayo en vacío y en cortocircuito con el motor en cuestión.

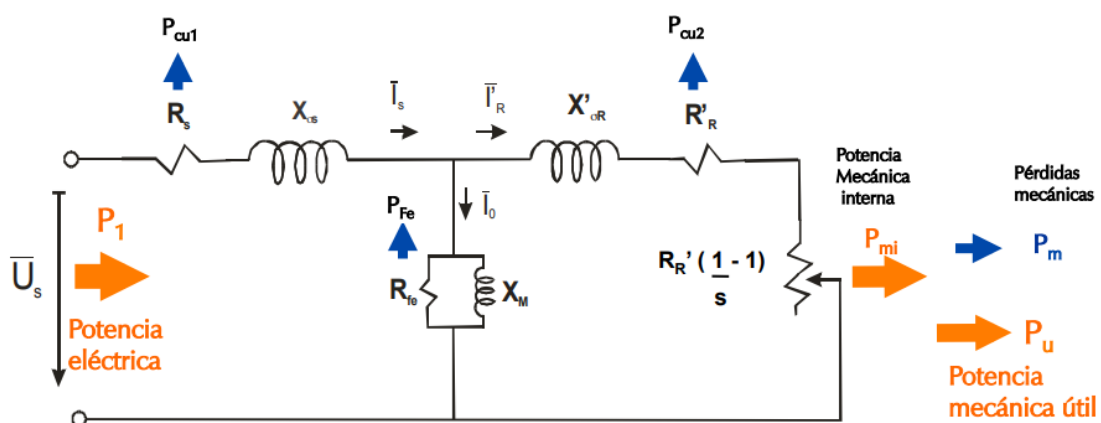


Figura 9.1. Circuito equivalente aproximado para un motor de c.a.



Existen pérdidas de potencia ocurridas en el estator y en el rotor. La corriente eléctrica al recorrer el estator disipa potencia en forma de calor debido al efecto Joule ( $P_{Cu1}$ ). El estator al estar constituido con material ferromagnético provoca también pérdidas de potencia ( $P_{Fe}$ ). En el rotor también existen este tipo de pérdidas, pero en menor cantidad debido al menor tamaño de éste las pérdidas debidas al material ferromagnético en el rotor se consideran nulas por ser muy próximas a cero.

A la potencia absorbida por el motor ( $P_1$ ) se le restan las pérdidas generadas en el estator y rotor y obtenemos la **potencia mecánica interna**.

$$P_{mi} = 3 \cdot \bar{I}_R'^2 \cdot R_R' \cdot \frac{1-S}{S} \quad (9.4)$$

Donde  $R_R' \cdot \frac{1-S}{S}$  es la resistencia de carga reducida al primario.

Se denomina **deslizamiento** ( $S$ ) a la velocidad que lleva el campo giratorio del estator con respecto al rotor. Expresada en tanto por uno viene dada por:

$$S = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (9.5)$$

$n_1$  Velocidad de giro de sincronismo

$n$  Velocidad de giro del motor

En la expresión de la potencia mecánica interna se deduce que al aumentar el deslizamiento 'S' (por ejemplo, variando la velocidad) las pérdidas en el cobre del rotor aumentan, también se observa que cuando el rotor gira a la velocidad de sincronismo del rotor la potencia mecánica desarrollada por el motor es cero.

La **potencia útil** en el eje será menor debido a las pérdidas mecánicas por rozamiento y ventilación.

El par útil en el eje ( $M_{util}$ ), en función de la potencia útil y de la velocidad angular será:

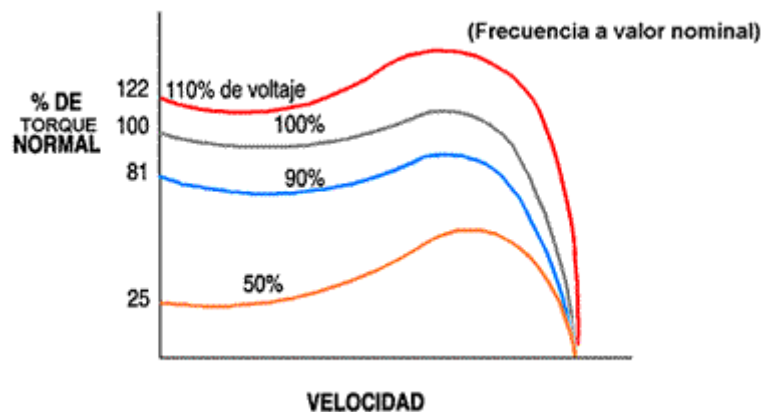
$$M_{util} = \frac{60 \cdot P_{util}}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad (9.6)$$

Tenemos diversas expresiones del par útil del motor en función de los parámetros y características principales de este, para conocer estas expresiones planteamos las siguientes formulas del par interno del motor, cuyo valor es mayor al del par útil por no tener en cuenta las pérdidas por rozamiento y ventilación.

## Control por variación de la tensión estática.

De la fórmula del par útil se deduce que éste es proporcional a la tensión de alimentación al cuadrado.

Puesto que la velocidad asíncrona ( $n_1$ ) no cambia, con este sistema la velocidad del motor apenas varía y ejerce un control de bajo rendimiento ya que al funcionar con deslizamiento elevado hace que las pérdidas en el rotor aumenten.



Gráfica 9.1: variación del momento con el voltaje

## Control por variación de la frecuencia

Éste se basa en el control de la velocidad a través de la frecuencia de la tensión de alimentación. Esto es posible gracias al empleo de determinados circuitos estáticos que partiendo de la frecuencia de la red trifásica generan una tensión también trifásica de frecuencia distinta (fija o variable) a la de la red. Hoy en día, para regular la velocidad de las máquinas, también se utilizan circuitos integrados de alta escala de integración tales como los microcontroladores, en este caso se ha optado por la primera opción.

Este método permite una regulación de velocidad con un buen rendimiento en una amplia gama de frecuencias de trabajo.

Si se varía la frecuencia de la línea a la entrada del motor manteniendo la tensión provocaría unas pérdidas de potencia eléctrica considerables, la transformación de energía eléctrica en mecánica se realizaría en pésimas condiciones de rendimiento.

Las condiciones óptimas en un motor de inducción se consiguen manteniendo constante el flujo eficaz en el entrehierro, esto se consigue variando la frecuencia y la tensión estatorial de forma que se mantenga constante el flujo, la expresión de la tensión estatorial es la siguiente:

$$V_1 = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot N_1 \cdot f_1 \cdot \Phi_{max} \quad (9.7)$$

Donde  $N_1$  es el número de espiras por fase del estator.

Manteniendo constante el flujo mantenemos el par del motor y variando la frecuencia conseguimos ampliar o disminuir el número de revoluciones en las que el motor transmite ese par. Este hecho se consigue manteniendo constante la relación:

$$\frac{V_1}{f_1} = K_1 = cte. \leftrightarrow \Phi_{max} = cte \quad (9.8)$$

Manteniendo las condiciones mencionadas se consigue una buena regulación en cuanto a la velocidad. Para frecuencias bajas la resistencia en el estator ya no es despreciable frente a la tensión de alimentación, que también ha disminuido proporcionalmente a la frecuencia. Para compensar este efecto se suele incrementar la tensión de alimentación aproximadamente un 15% a frecuencias bajas.

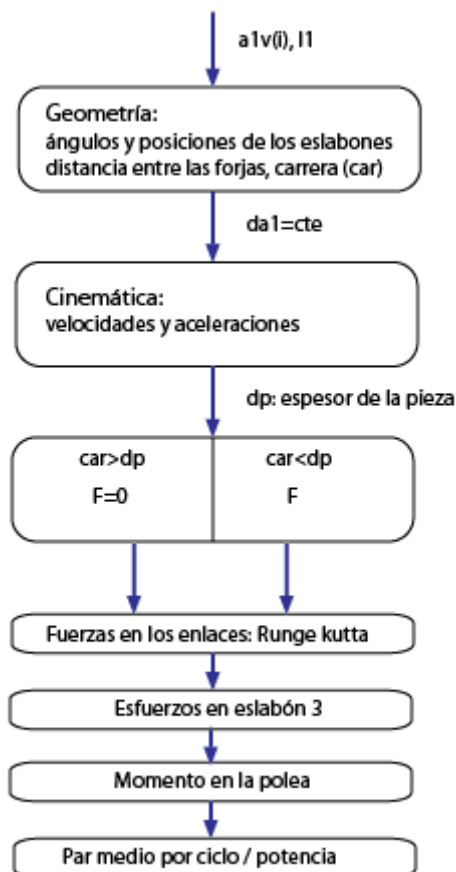


Gráfica 9.2: curvas de par-velocidad variando la frecuencia y el voltaje de entrada al motor

Si a partir de una velocidad se mantiene constante la tensión a medida que se aumenta la velocidad se consigue el funcionamiento del motor a potencia constante en el cual el par va disminuyendo de forma hiperbólica a medida que aumentamos la frecuencia de la señal.

## 10. SCRIPTS UTILIZADOS PARA EL CALCULO MECANICO Y RESULTADOS OBTENIDOS

A continuación, presentaremos los scripts y los algoritmos empleados para el modelado mecánico de nuestro mecanismo, el programa está compuesto por un script principal donde están definidas las principales variables y donde se van llamando a las diferentes funciones que intervienen en la resolución del problema.[7]



En el siguiente diagrama de flujo se muestra cómo funciona el programa el cual corresponde al funcionamiento previsto de la máquina durante un ciclo de trabajo. Una parte importante del problema es definir correctamente las variables de entrada al programa.

En los bloques, mediante las fórmulas de la cinemática, el método matricial Runge Kutta y el método también matricial del MDR, se obtienen las variables mecánicas del problema.

También dentro de los bloques aparecen las constantes que son necesarias para el cálculo de las variables mecánicas en esos bloques. Son variables como: longitudes, masas, inercias de los eslabones, constantes de rigidez etc...

**Variables de entrada al programa:**

**La variable  $a1v(i)$ :** es el vector de posiciones angulares de la polea que definimos al principio del programa, éste valor siempre es conocido y su valor varía de 0 a  $2\pi \cdot n$  (normalmente  $n=1$ ), siendo  $n$  el número de ciclos que quieres representar. El programa está hecho para determinar el comportamiento de la máquina en un ciclo, suponiendo un sistema estacionario por ciclo ( $da1$ : velocidad de la polea=cte.). También es importante definir la longitud del vector  $a1v(i)$ , este valor influye directamente en la precisión de los cálculos posteriores y en la velocidad de ejecución del programa. Todos los resultados vectoriales obtenidos en el programa tienen la misma longitud que  $a1v(i)$  y representan la variación de un determinado valor en un ciclo.

**I1:** es la distancia radial entre los pares de rotación de la polea con la bancada y entre la polea con el siguiente eslabón. Durante el funcionamiento de la máquina esta distancia es constante, pero cuando la máquina se detiene mediante un bulón se puede cambiar la posición del par de rotación y así cambiar la carrera de la máquina.

**I2:** esta distancia también se puede variar en parado, aunque en el programa se trate como constante es fácil de modificar para sacar la variable al script principal y poder controlar su valor más fácilmente.

**da1:** se refiere a la velocidad de giro de la polea, a la hora de calcular la cinemática en el programa se ha considerado que este valor es constante.

**dp:** espesor de la pieza a forjar

**barras:** una variable que se podría considerar también es el número de barras que conforma la ballesta, aunque no se muestre en el diagrama, está aplicada en el script y de ella depende la fuerza  $F$ .

EL diseño del programa es bastante útil ya que nos permite obtener resultados de forma rápida variando las condiciones del problema.

Otra ventaja es que, si cambiamos el diseño de la máquina, (geometría, inercias, masas...etc) podemos actualizar rápidamente los cambios en el programa y así obtener los nuevos resultados.

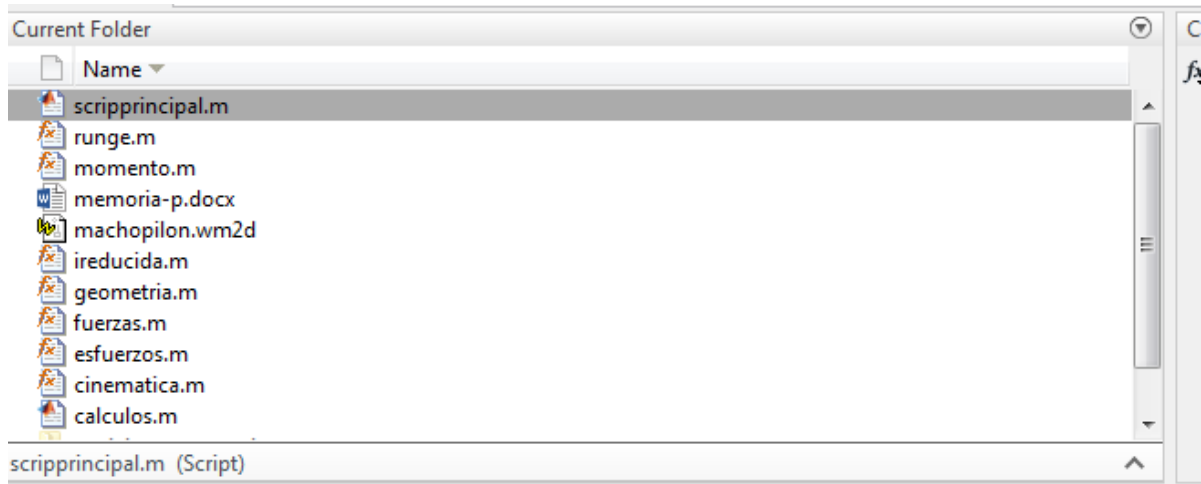


Figura 10.1: directorio donde se ejecutan las diferentes funciones del modelo

En la *Figura 10.1* vemos como está estructurado el directorio de trabajo, el programa principal llama a 7 funciones en total, iremos explicando por orden de aparición en el programa que hace cada una de ellas.

### 10.1 Determinación de las posiciones del mecanismo en un ciclo.

Primero definimos el vector de posiciones de la polea, el valor de este irá de 0 a  $2\pi$  radianes (una vuelta de polea completa, un ciclo) la variación angular es de 0.01 radianes en este caso, si se necesita más rapidez de respuesta se puede subir la variación.

Este parámetro es importante ya que todos los vectores definidos posteriormente en el programa tendrán el mismo tamaño. Obtendremos las diferentes variables para un ciclo completo.

Resolviendo esta función para cada giro de polea obtenemos las posiciones de los diferentes eslabones *Figura 10.2*

```
Editor - E:\proyecto\scripprincipal.m
scripprincipal.m x esfuerzos.m x fuerzas.m x runge.m x cinematica.m x ireducida.m x momento.m x geor
1 - clear
2 - clc
3 - %posicion angular de la manivela
4 - a1v=0.0:0.01:6.28;
5 - %velocidad angular de la manivela
6 - da1=3;
7 - %radio de la polea, se puede variar la distancia para modificar el recorrido
8 - %de la forja
9 - l1=0.135;
10 - %funcion geometria con entrada el vector de posiciones angulares de la manivela (a1) un
11 - %giro completo de 360 grados de radianes cada desplazamiento
12 - %te devuelve las posiciones de los elementos del mecanismo para cada
13 - %valor de (a1),
14
15 - for i=1:length(a1v)
16 -     a1=a1v(i);
17 -     [a2,a3,x,y,car]=geometria(a1,l1);
18 -     %posicion angular del elemento 2
19 -     a2v(i)=a2;
20 -     %posicion angular del elemento 3
21 -     a3v(i)=a3;
22 -     %posicion lineal de la corredera
23 -     xv(i)=x;
24 -     %altura del pilón con respecto al suelo
25 -     yv(i)=y;
26 -     %distancia entre el macho y el pilon
27 -     carv(i)=car;
28 - end
```

Figura 10.2: script principal 1/7

Dentro de la función geometría vienen las constantes que intervienen en los cálculos de las posiciones, la constante  $l1$  se refiere al radio entre la polea y la unión con el segundo eslabón (ver apartado cálculos cinemáticos). Esta distancia se puede regular,  $l1=0.135\text{m}$  corresponde con el valor que hace que el macho y pilón lleguen a estar lo más próximo posible, 0 mm aproximadamente. Esto se refiere con el valor de  $dp$ , y la variable  $car$  (variable que representa la distancia entre las forjas en cada ciclo).

El script de La función geometría, *Figura 10.3*, la función  $f$  que representa el sistema de 4 ecuaciones que se resuelve para calcular las posiciones de los eslabones en cada instante del ciclo.

```

function [a2,a3,x,y,dp]=geometria(a1,l1)

l2=1.275;
l3=0.460;
d=0.202;
l=1.250;
l5=0.7324;
r=0.427;

%altura del macho de forja
hp=0.875;
%altura desde el suelo al eje de rotación de la ballesta(l3)
hb=1.690;
%distancia perpendicular del pivote de la ballesta a la corredera
hc=0.0539;

%se resuelven las 4 ecuaciones, estas corresponden con las posiciones del
%mecanismo planteando dos bucles de lazo cerrado, uno por cada mecanismo
f = @(b) [l1*cos(a1) + l2*cos(b(1)) + l3*cos(b(2)) + d ;
          l1*sin(a1) + l2*sin(b(1)) + l3*sin(b(2)) - l ; b(3)*cos(b(2)) + r ; b(3)*sin(b(2))-l5+b(4)];
f([1 2 3 4]);
b=fsolve(f,[1 2 3 4]);
a2=b(1);
a3=b(2);
x=b(3);
y=b(4);
%distancia entre macho y pilón
dp=hb-y-hp+hc;
end

```

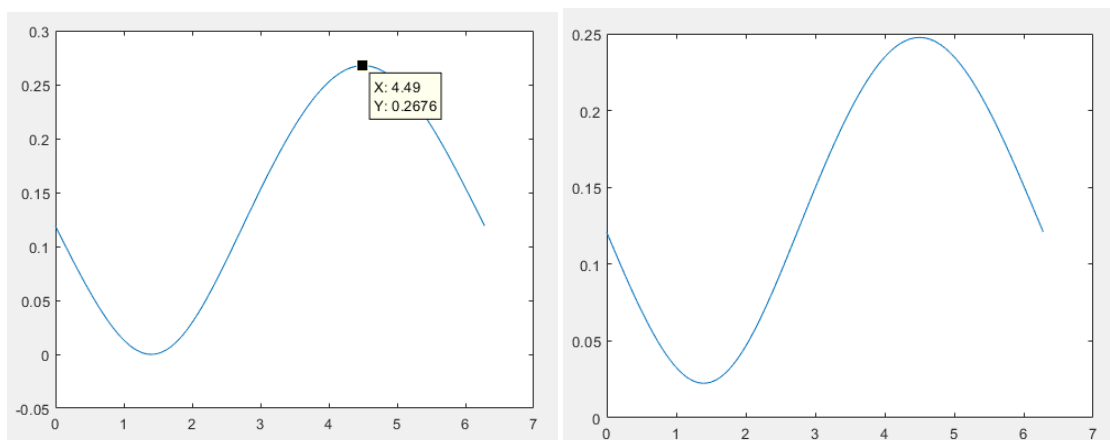
Figura 10.3: función geometría, se calculan las posiciones de los eslabones por ciclo

### Resultados obtenidos:

En la gráfica 10.1 vemos representado el valor de la carrera durante un ciclo, la distancia entre pilones varía entre 0 y 268 mm en el caso de  $l_1=135$  mm.

En la segunda gráfica hemos usado  $l_1=115$ , vemos que la mínima distancia entre pilones es superior a 0 y la máxima es inferior a 250 mm

A menor  $l_1$  la mínima distancia entre las forjas va en aumento.



Gráfica 10.1: valores de la distancia entre forjas (carrera)



## 10.2 Cálculo de velocidades y aceleraciones de los eslabones.

Se llama a la función cinemática, *Figura 10.4*, esta se encarga de calcular las velocidades y aceleraciones de los eslabones en cada ciclo.

```
for i=1:1:length(a1v)
    a1=a1v(i);
    a2=a2v(i);
    a3=a3v(i);
    [da3, dy, da2, dx, dda2, dda3, ddx, ddy, dvy, dvx, ddyv, ddxv ]=cinematica(a1,a2,a3,da1,l1);
    da3v(i)=da3;
    dyv(i)=dy;
    da2v(i)=da2;
    dxv(i)=dx;
    dda2v(i)=dda2;
    dda3v(i)=dda3;
    ddxv(i)=ddx;
    ddyv(i)=ddy;
    dvyv(i)=dvy;
    dvxv(i)=dvx;
    ddyv(i)=ddy;
    ddxv(i)=ddx;
end
```

Figura 10.4: script principal 2/7

La *Figura 10.5* corresponde con el código de la función que calcula las velocidades y aceleraciones de las variables cinemáticas, las fórmulas que se usan están deducidas en el anexo, vienen de aplicar las ecuaciones de la cinemática y considerando siempre la velocidad de la polea constante.

```

function [da3, dy, da2, dx, dda2, dda3, ddx, ddy, dvy, dvx, ddvy, ddvx]=cinematica(a1,a2,a3,da1,l1)

l2=1.275;
l3=0.460;
d=0.202;
l1=1.250;
l5=0.7324;
r=0.427;
%distancia medida en horizontal entre el eje de rotación del solido 3 y el
%solido4
x=r/cos(a3);
%velocidad angular de la ballesta
da3=(l1*sin(a2+a1)*da1)/(l3*sin(a3-a2));
%velocidad vertical del pilón
dy=-(-x*(sin(a3))^2+x*(cos(a3))^2)*da3/cos(a3);
%velocidad angular de la biela
da2=(l1*sin(a3+a1)*da1)/(l2*sin(a3-a2));
%velocidad lineal corredera
dx=(x*sin(a3)*l1*sin(a2+a1)*da1)/(cos(a3)*l3*sin(a3-a2));

%aceleraciones angulares dda2 y dda3

B1=[l3*cos(a3) -l3*sin(a3);l2*cos(a2) -l2*sin(a2)];
C1=[-l1*cos(a1)*da1 -l2*cos(a2)*da2 -l3*cos(a3)*da3;-l1*sin(a1)*da1 -l2*sin(a2)*da2 -l3*sin(a3)*da3];
D1=[da1;da2;da3];
A1=(-1/(l2*l3*sin(a3-a2)))*B1*C1*D1;

dda2=A1(1);
dda3=A1(2);

%aceleraciones lineales, ddx y ddy
B2=[1 0;sin(a3) cos(a3)];
C2=[-x*sin(a3);x*cos(a3)];
D2=[-dx*sin(a3)-da3*cos(a3)*x -da3*sin(a3) 0; dx*cos(a3)-da3*sin(a3)*x da3*cos(a3) 0];
E2=[da3;dx;dy];
A2=(-1/(cos(a3)))*B2*(C2*dda3+D2*E2);

ddx=A2(1);
ddy=A2(2);

%velocidad y aceleración del cdg de la barra 2
dvy=da2*(l2/2*sin(a2+1.5708))+da1*l1*sin(a1+1.5708);
dvx=da2*(l2/2*cos(a2+1.5708))+da1*l1*cos(a1+1.5708);
ddvy=dda2*(l2/2*sin(a2+1.5708));
ddvx=dda2*(l2/2*cos(a2+1.5708));

end

```

Figura 10.5: función cinemática, cálculo de velocidades y aceleraciones de los eslabones por ciclo

### **Resultados obtenidos:**

Para verificar que los resultados se han obtenido correctamente construimos un modelo del mecanismo basándonos en la geometría del modelo 3D.

Usamos el programa working model y graficamos la velocidad y aceleración del pilón (rectángulo 19) y de la barra que oscila en torno a la horizontal (rectángulo 1), gráfica 10.2

En las gráficas 10.3 están representadas las mismas velocidades y aceleraciones de las dos barras, calculadas mediante el script de matlab, vemos que son similares. Ambas con la velocidad de giro de la polea de 3 rad/seg

Una observación importante a tener en cuenta es que la aceleración positiva del pilón (barra 4) es mayor que la aceleración negativa. Esto es debido a que el contacto entre la barra 3 y la 4 no está alineado con el eje de rotación de la barra 3. Esto se traduce en que las fuerzas de inercia son mayores al levantar el pilón que al bajarlo.

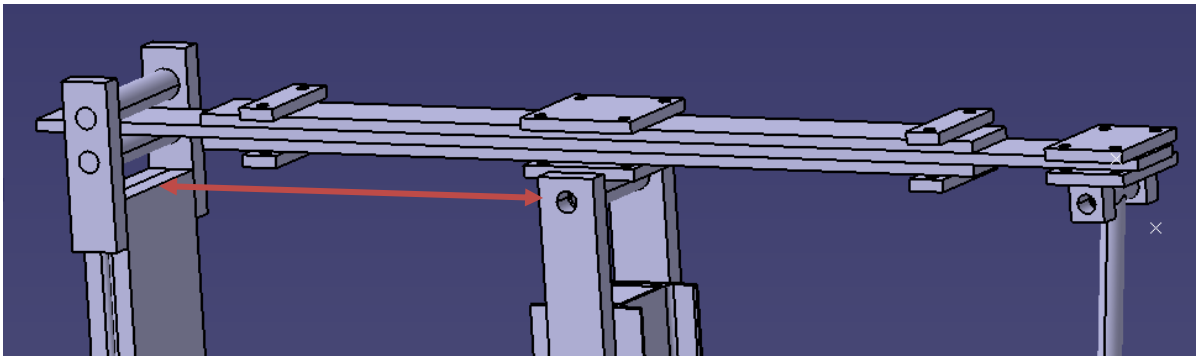
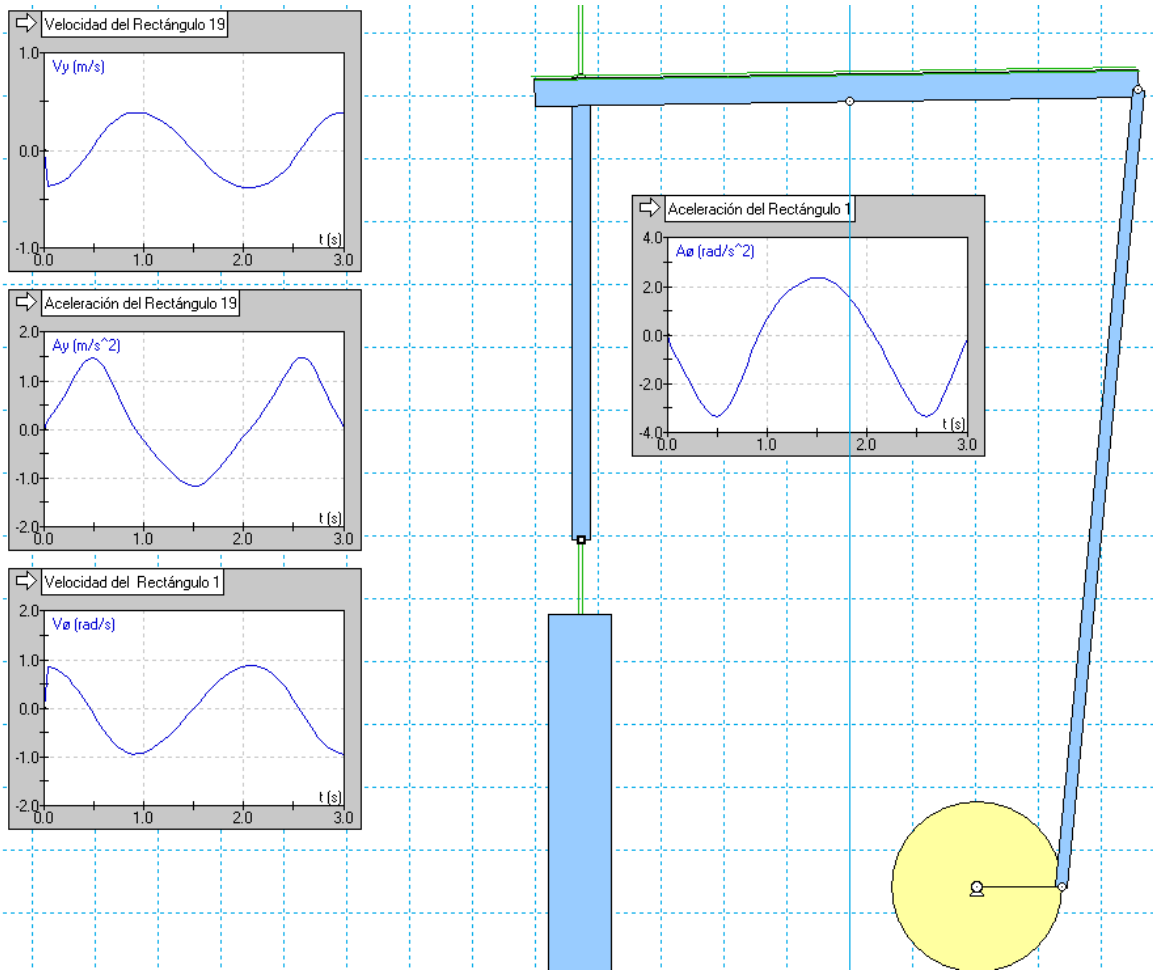
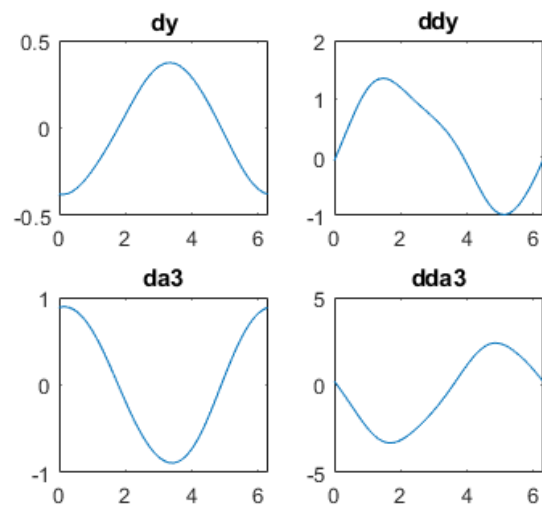


Figura 10.6: modelo 3D, disposición de la ballesta, eslabón 3



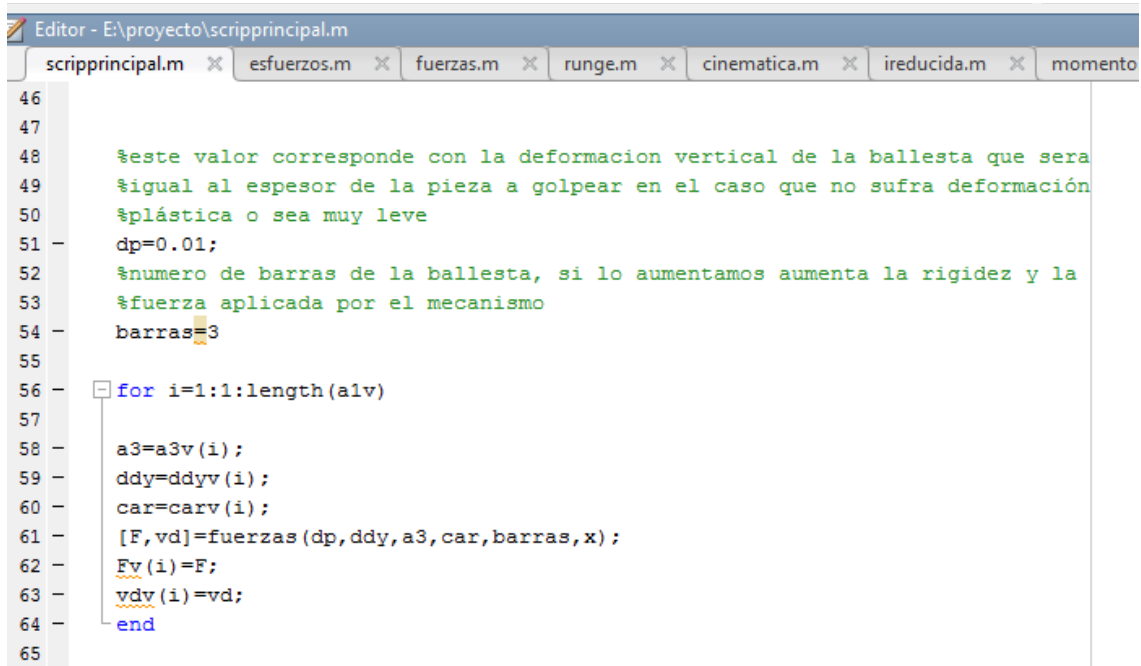
Grafica 10.2: cálculos cinemáticos realizados en el programa working model



Grafica 10.3: representación de variables cinemáticas resueltas por los scripts de Matlab

### 10.3 Determinación de la fuerza entre forjas.

Para determinar  $F$ , con el razonamiento previamente explicado, con las hipótesis adoptadas y aplicando el MDR obtenemos la fuerza aplicada por el mecanismo.



```
Editor - E:\proyecto\scripprincipal.m
scripprincipal.m x esfuerzos.m x fuerzas.m x runge.m x cinematica.m x ireducida.m x momento
46
47
48 %este valor corresponde con la deformacion vertical de la ballesta que sera
49 %igual al espesor de la pieza a golpear en el caso que no sufra deformación
50 %plástica o sea muy leve
51 - dp=0.01;
52 %numero de barras de la ballesta, si lo aumentamos aumenta la rigidez y la
53 %fuerza aplicada por el mecanismo
54 - barras=3
55
56 - for i=1:1:length(a1v)
57 |
58 |   a3=a3v(i);
59 |   ddy=ddyv(i);
60 |   car=carv(i);
61 |   [F,vd]=fuerzas(dp,ddy,a3,car,barras,x);
62 |   Fv(i)=F;
63 |   vdv(i)=vd;
64 | end
65
```

Figura 10.7: script principal 3/7

La fórmula para obtener la fuerza aplicada está deducida en el apartado 6 de la memoria.

Si tuviéramos un sensor tipo célula de compresión en la forja, conoceríamos esa fuerza y no haría falta el siguiente script.

Para implementar el algoritmo deducimos que solo aparece una fuerza cuando la separación entre forjas es menor que el espesor de la pieza a trabajar, en ese instante la ballesta empieza a deformarse y aparece la fuerza  $F$ .

```
function [F,vd]=fuerzas(dp,ddy,a3,car,barras,x)

X=abs(x);
m4=39.85;
g=9.8;
I=(0.06*(0.0096)^3)/12;
E=210000000000;
L=X;
A=0.06*0.0096;
%numero de barras que conforma la ballesta

%inversa de la matriz de rigidez reducida con la que se saca la formulo de
%F en funcion de vd
%syms E I L
%Kr=[12*(E*I)/L^3 (6*E*I)/L^2 (6*E*I)/L^2 0;(6*E*I)/L^2 (4*E*I)/L (2*E*I)/L 0;(6*E*I)/L^2 (2*
%kri=inv(Kr)

if car<dp

%el desplazamiento vertical de la ballesta viene dado de la diferencia
%entre el espesor de la pieza y la carrera del pilon
despv=dp-car;
vd=despv/cos(a3-pi);
%formula obtenida usando el método matricial de una barra biapoyada, F en
%función de vd
F=(3*barras*(vd*cos(a3-pi)*E*I)/(2*L^3))+m4*(ddy+g);

else
F=0;
vd=0;
end

end
```

Figura 10.8: función fuerzas, script que calcula la fuerza entre forjas (F) y su aparición durante un ciclo

### **Resultados obtenidos:**

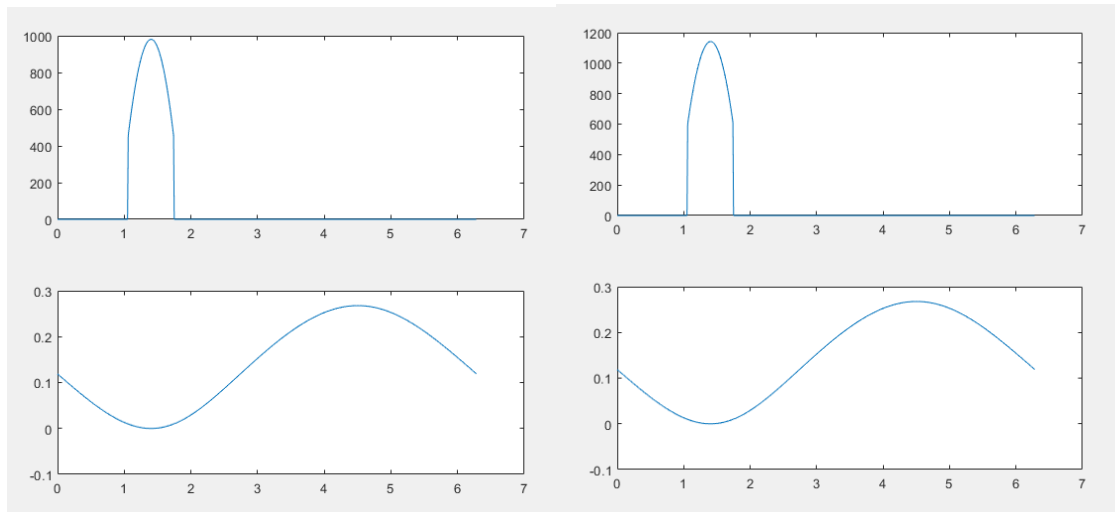
A continuación, vamos a mostrar diferentes resultados de la Fuerza provocada entre las forjas en función de los diferentes parámetros que influyen en los resultados. Las variables que vamos a usar son:

-da1: velocidad de rotación de la polea, régimen de giro de la máquina.

-dp: espesor de la pieza que se está forjando.

-l1: radio de la polea, se puede variar cada 2 mm, como está representado en el modelo, esta variable influye directamente sobre la distancia entre forjas, a medida que disminuye l1 la distancia mínima entre forjas aumenta.

-barras: esta variable está relacionada con la rigidez del eslabón 3, en el modelo 3D, está dispuesto con tres barras.

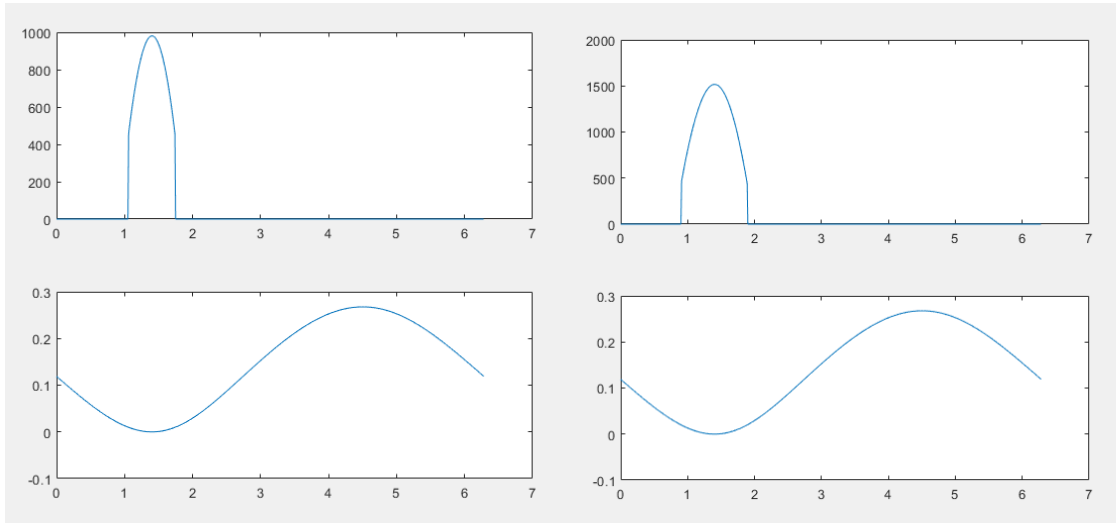


**Gráfica 10.4: fuerza provocada a velocidad de 3 rad/seg**    **Gráfica 10.5: fuerza provocada a velocidad de rad/seg**

Los resultados de la fuerza obtenidos durante un ciclo de carga son los representados en la parte superior de las gráficas 10.4 y 10.5. En la parte inferior de las gráficas se representa la distancia entre forjas, (carrera de la máquina).

La gráfica 10.4 esta obtenida a una velocidad de giro de la polea de  $da1=3$  rad/seg y la gráfica 10.5 a  $da1=6$  rad/seg, ambas tienen un espesor de pieza a forjar de 10 mm.

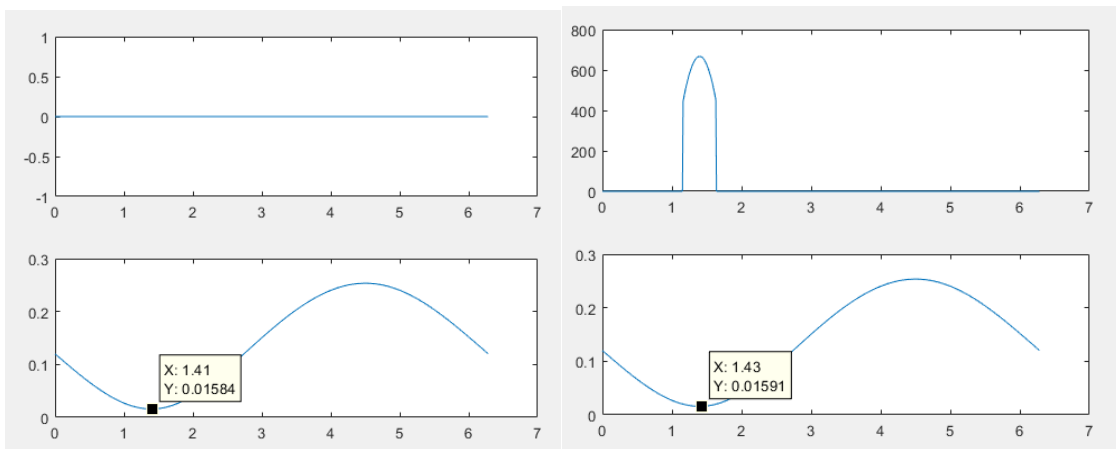
Vemos que la fuerza entre forjas ha aumentado unos 200 N, esto es debido a que la aceleración de la masa 4 aumenta y ocasionan mayores fuerzas de inercia.



Gráfica 10.6: ídem a la gráfica 10.5

Gráfica 10.7 fuerza provocada por un espesor de pieza de 20 mm

En la gráfica 10.7 se representa un aumento en el espesor de la pieza  $d_p=20$  mm, vemos que la fuerza sube considerablemente hasta 1500 N y esta aplicada durante más tiempo en el ciclo de la máquina



Gráfica 10.8: valor de la fuerza con  $l_1=0,13$

Gráfica 10.9: valor de la fuerza con  $l_1=0,121$

En las gráficas 10.8 y 10.9 se ha disminuido el valor de la puela a  $l_1=121$  mm.

En la gráfica 10.8 tenemos un espesor de pieza  $d_p=10$  mm, vemos que al disminuir la carrera la mínima distancia entre forjas es de 15mm por lo que no entra en contacto la forja con la pieza, por eso no aparece una fuerza adicional  $F=0$ .

En la gráfica 10.9 sí que entra en contacto la pieza con la forja ya que hemos aumentado a  $d_p=20$  mm.



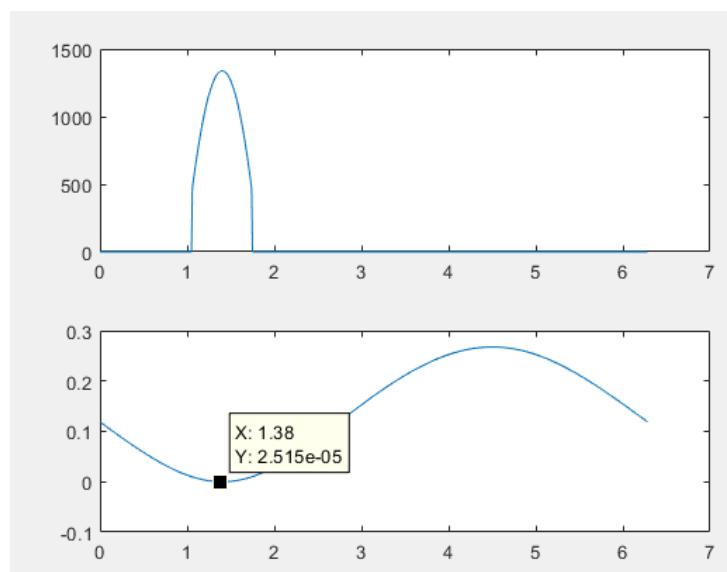
En la *gráfica 10.10* aumentamos el número de barras a 5, lo cual conlleva a un aumento de la rigidez del eslabón y provoca que aumente la fuerza considerablemente,  $l_1=135$  mm. Con este valor de  $l_1$  la distancia mínima entre forjas es aproximadamente igual a cero.

En todas las gráficas observamos que la fuerza ( $F$ ) provocada, consta de dos tramos el primero es un salto vertical, este salto corresponde a cuando entran en contacto las forjas con el sólido, aparece la reacción a las fuerzas de inercia  $F=m_4(\ddot{y}+g)$ . (fórmula 2.2)

En el segundo tramo,  $F$  va aumentando de forma progresiva ya que  $v_d$  también lo hace desde cero a su máximo valor y luego vuelve a cero.

Esta fórmula está deducida en el apartado 6 del proyecto.

$$F = \frac{3 \cdot b \cdot v_d \cdot \cos(\varphi_3 - \pi) \cdot E \cdot l}{2 \cdot L^3} + m_4 \cdot (\ddot{y} + g) \quad (6.8)$$

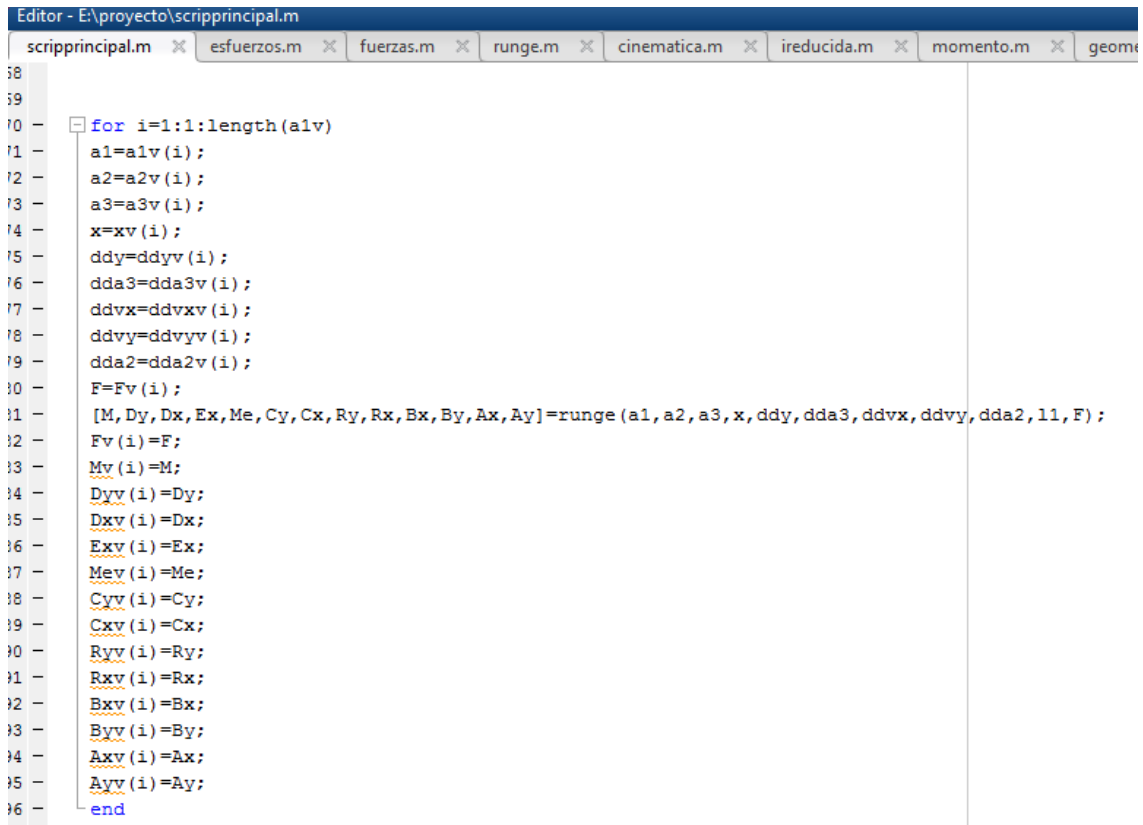


Gráfica 10.10: fuerza ( $F$ ) provocada por un aumento en la rigidez de la ballesta

## 10.4 Cálculo de las fuerzas de enlace

Esta función se encarga de calcular las reacciones que sufren los eslabones de la máquina, se encarga de resolver la ecuación matricial planteada en el apartado 2 de la memoria, basada en los diagramas de sólido libre del mecanismo. Vemos que estos resultados dependen de los cálculos cinemáticos obtenidos previamente y de la fuerza  $F$ .

Si se quiere simular para una expresión de F diferente a la planteada se tiene que definir previamente a la llamada de esta función.



```
Editor - E:\proyecto\scripprincipal.m
scripprincipal.m x esfuerzos.m x fuerzas.m x runge.m x cinematica.m x ireducida.m x momento.m x geom
38
39
40 - for i=1:1:length(a1v)
41 -     a1=a1v(i);
42 -     a2=a2v(i);
43 -     a3=a3v(i);
44 -     x=xv(i);
45 -     ddy=ddyv(i);
46 -     dda3=dda3v(i);
47 -     ddx=ddvxv(i);
48 -     ddvy=ddvyv(i);
49 -     dda2=dda2v(i);
50 -     F=Fv(i);
51 -     [M, Dy, Dx, Ex, Me, Cy, Cx, Ry, Rx, Bx, By, Ax, Ay]=runge(a1, a2, a3, x, ddy, dda3, ddx, ddvy, dda2, 11, F);
52 -     Fv(i)=F;
53 -     Mv(i)=M;
54 -     Dyv(i)=Dy;
55 -     Ddv(i)=Dx;
56 -     Exv(i)=Ex;
57 -     Mev(i)=Me;
58 -     Cyv(i)=Cy;
59 -     Cdv(i)=Cx;
60 -     Ryv(i)=Ry;
61 -     Rdv(i)=Rx;
62 -     Bdv(i)=Bx;
63 -     Bdv(i)=By;
64 -     Adv(i)=Ax;
65 -     Adv(i)=Ay;
66 - end
```

Figura 10.9: script principal 4/7

En la *Figura 10.10* se realiza el cálculo mediante la multiplicación del vector S con la inversa de la matriz A. Se aplica el método runge kutta.

Para esta función es necesario determinar los valores de las masas e inercias que influyen además de los valores de velocidades y aceleraciones de los eslabones que se llaman desde el script principal.

El valor de cálculo más interesante es el momento que tiene que ejercer la polea para vencer la carga en cada instante.

Para el cálculo de las reacciones se no se han incluido las fuerzas generadas por las fricciones en los cojinetes.

```
function [M,Dy,Dx,Ex,Me,Cy,Cx,Ry,Rx,Bx,By,Ax,Ay]=runge(a1,a2,a3,x,ddy,dda3,ddvx,ddvy,dda2,l1,F)

X=abs(x);
l2=1.275;
l3=0.460;
m1=26;
m3=14.623;
m4=39.85;
Iz2=0.224;
Iz3=0.995;
m2=1.467;
g=9.8;
e=0.325+X*sin(a3);

%matriz
A=[ tan(a3-pi) -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ; -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ; 0 -e 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
  X*cos(a3)+X*sin(a3)*tan(a3-pi) 0 0 l3*cos(a3-pi) l3*sin(a3-pi) 0 0 0 0 0 0 0 ; l 0 0 1 0 -1 0 0 0 0 0 0 ;
  -tan(a3-pi) 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 1 0 0 -1 0 0 0 0 ; 0 0 0 -1 0 0 0 0 1 0 0 0 ;
  0 0 0 -(l2/2)*cos(a2) -(l2/2)*sin(a2) 0 0 -(l2/2)*sin(a2) -(l2/2)*cos(a2) 0 0 0 ;
  l 0 0 0 0 0 1 0 -1 0 0 ; 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 1 0 ; 0 0 0 0 0 0 0 -l1*sin(a1) -l1*cos(a1) 0 0 1];
%vector solucion sistema

d=det(A);
Ai=inv(A);

S=[0;m4*g+m4*ddy-F;0;Iz3*dda3;m3*g;0;m2*ddvx;m2*ddvy+m2*g;Iz2*dda2;0;m1*g;0];
%vector fuerzas
%B=[Dy;Ex;Me;Cy;Cx;Ry;Rx;Bx;By;Ax;Ay;M];
B=Ai*S;

Dy=B(1);
Dx=Dy*tan(a3-pi);
Ex=B(2);
Me=B(3);
Cy=B(4);
Cx=B(5);
Ry=B(6);
Rx=B(7);
Bx=B(8);
By=B(9);
Ax=B(10);
Ay=B(11);
M=B(12);

end
```

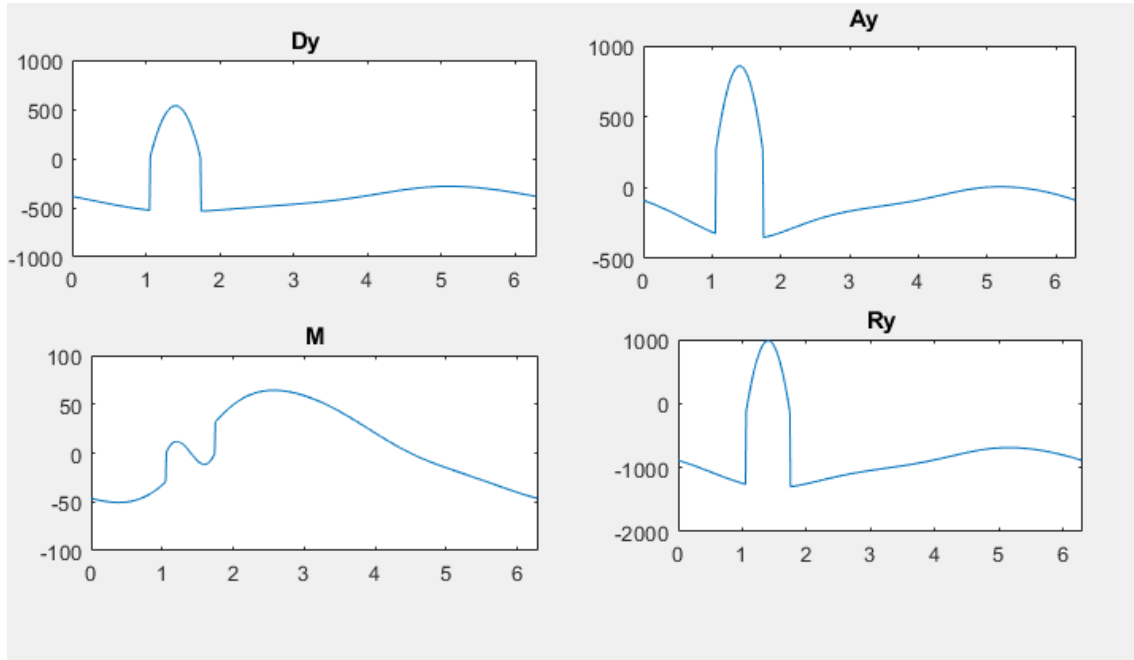
Figura 10.10: función que resuelve el sistema de ecuaciones y calcula las fuerzas de enlace del mecanismo

### **Resultados obtenidos:**

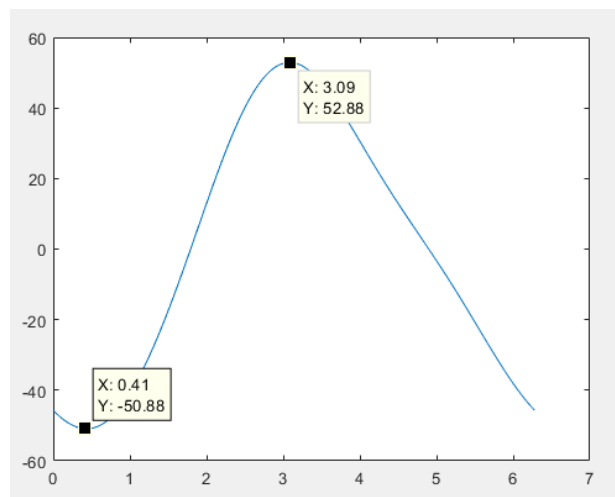
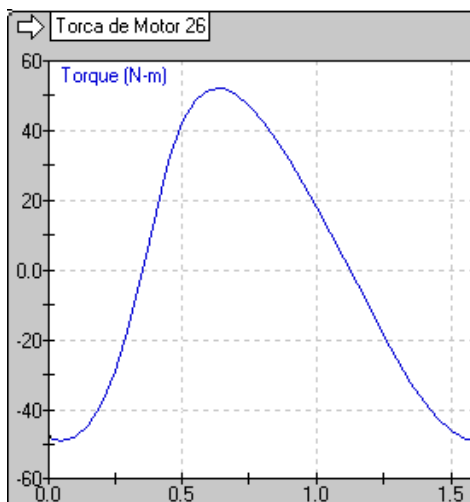
Obtenemos los resultados de las reacciones verticales en el punto D, R y A del mecanismo y el momento aplicado en la polea. Para las condiciones de:  $\dot{\theta}_1=5$  rad/seg,  $d_p=10$  mm,  $l_1=135$  mm.

Los signos positivos de las gráficas corresponden al sentido de las fuerzas de enlace de los diagramas de sólido rígido representados en el apartado 2.

Observamos que en el entorno de 1-2 radianes se produce el efecto de la fuerza entre las forjas y como afecta a las diferentes reacciones, a partir de ahí el valor de las fuerzas de los enlaces están causadas por las inercias de los sólidos.



Gráfica 10.11: valor de las fuerzas de enlace para un caso en concreto




Gráfica 10.12: momento por ciclo software working model Gráfica 10.13: valor del máximo y mínimo momento

Las gráficas 10.12 y 10.13 están obtenidas con el programa working model y Matlab respectivamente, a la misma velocidad de giro ( $\omega = 5 \text{ rad/s}$ ) y sin el efecto de la fuerza ( $F=0$ ).

Observamos que el par varía en un ciclo de trabajo desde  $-50 \text{ Nm}$  a  $52 \text{ Nm}$ , esta variación de par esta ocasionado por las variaciones en la aceleración que ocurren en los elementos de la máquina que ocasionan fuerzas de inercia variables.

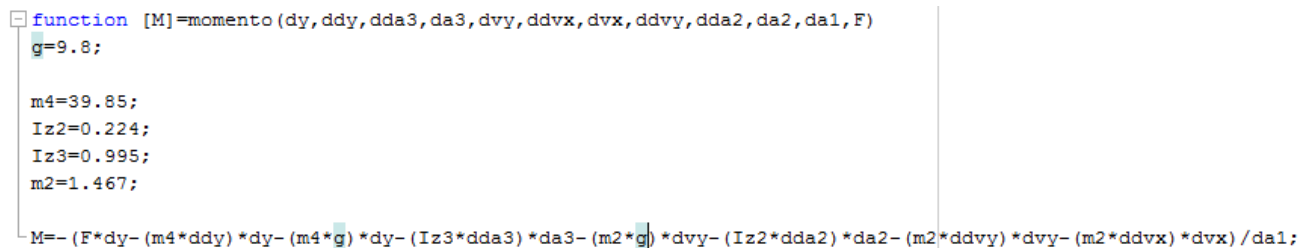
## 10.5 Cálculo del momento

En este script se calcula el momento con la fórmula deducida de las potencias virtuales en el apartado 5.



```
Editor - E:\proyecto\scripprincipal.m
scripprincipal.m x esfuerzos.m x fuerzas.m x runge.m x cinematica.m x ireducida.m x
97
98
99 - for i=1:length(a1v)
100
101 -     ddy=ddyv(i);
102 -     dy=dyv(i);
103 -     dda3=dda3v(i);
104 -     da3=da3v(i);
105 -     ddvx=ddvxv(i);
106 -     dvx=dvxv(i);
107 -     ddvy=ddvyv(i);
108 -     dvy=dvyv(i);
109 -     dda2=dda2v(i);
110 -     da2=da2v(i);
111 -     F=Fv(i);
112 -     [Mvir]=momento(dy, ddy, dda3, da3, dvy, ddvx, dvx, ddvy, dda2, da2, da1, F);
113 -     Mvirv(i)=Mvir;
114 - end
115
```

Figura 10.11: script principal 5/7



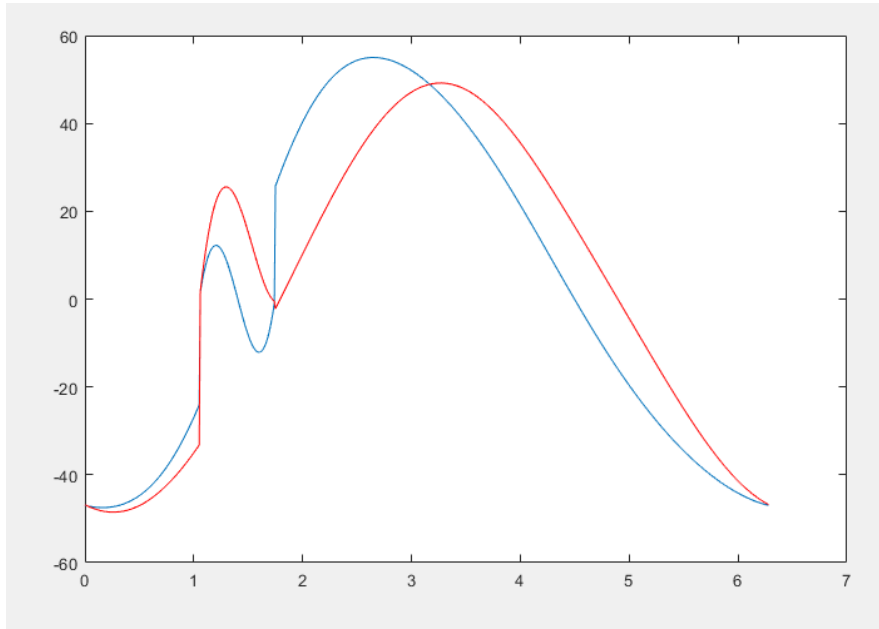
```
function [M]=momento(dy, ddy, dda3, da3, dvy, ddvx, dvx, ddvy, dda2, da2, da1, F)
g=9.8;

m4=39.85;
Iz2=0.224;
Iz3=0.995;
m2=1.467;

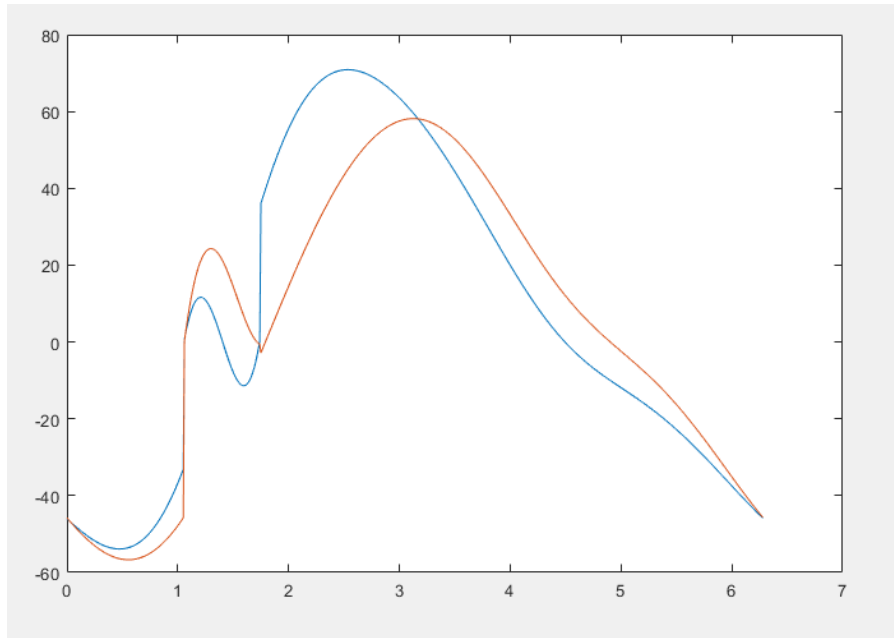
M=-(F*dy-(m4*ddy)*dy-(m4*g)*dy-(Iz3*dda3)*da3-(m2*g)*dvy-(Iz2*dda2)*da2-(m2*ddvy)*dvy-(m2*ddvx)*dvx)/da1;
```

Figura 10.12: función momento, calcula el momento de la máquina por el método de potencias virtuales

**Resultados obtenidos.**



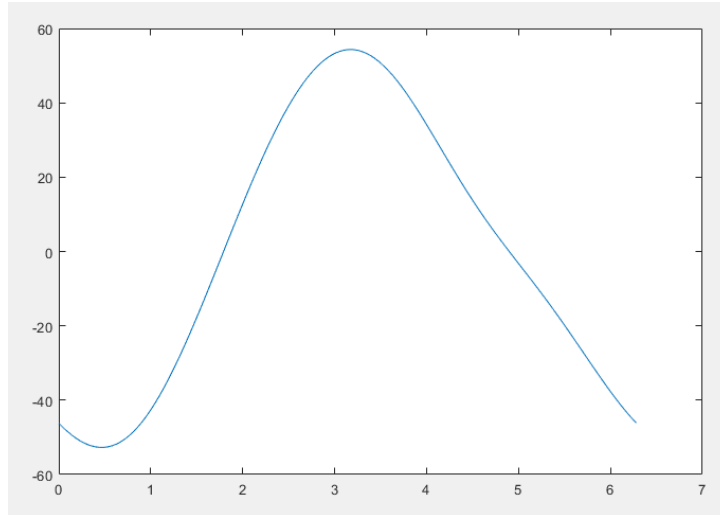
Gráfica 10.14: comparación de momentos bajo las mismas condiciones distinto método de cálculo a y 3 rad/s



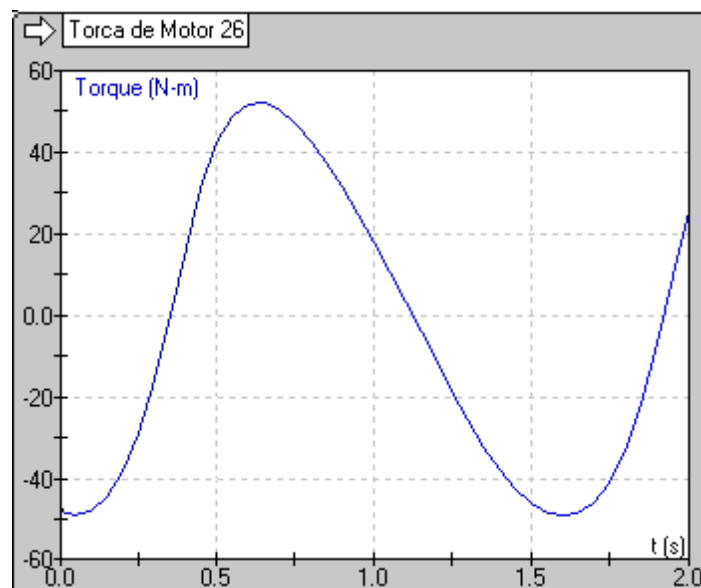
Gráfica 10.15 comparación de momentos bajo las mismas condiciones distinto método de cálculo y 6 rad/s

Las siguientes gráficas comparan el valor del momento obtenido del script del momento virtual con el script del momento obtenido por el método Runge Kutta, a velocidades de 3 y 6 rad/s.

En las gráficas 10.16 y 10.17 se puede apreciar que es más parecido el momento virtual calculado al que nos proporciona el software working model. Ambas están para una velocidad de 5 rad/s y si fuerza entre forjas ( $F=0$ )



Gráfica 10.16: momento de la máquina sin fuerza de forja



Gráfica 10.17: momento por ciclo software working model

## 10.6 Potencia de la máquina

Para determinar la potencia que necesita la máquina para funcionar determinamos el par medio por ciclo para luego multiplicar por la velocidad media. Para el cálculo del par medio sumamos en cada tramo del ciclo el valor del par por la velocidad y luego dividimos por el número de tramos en que separamos en ciclo.

Otro parámetro interesante es la variación de energía máxima por ciclo, para ello usamos el mismo método que para el cálculo de la potencia, pero tomando los valores del par en valor absoluto. *Figura 10.13*

```
scripprincipal.m x esfuerzos.m x fuerzas.m x runge.m x cinematica.m x ireducida.m

%Calculos energéticos, energía total por ciclo
Et=0;
for i=1:1:length(a1v)
    Ea=Et;
    Et=(Mv(i)*da1)/length(a1v)+Ea;
end

%Calculos energéticos, energía cinética en valor absoluto por ciclo
Eta=0;
for i=1:1:length(a1v)
    Ea=Eta;
    Eta=(abs(Mv(i))*da1)/length(a1v)+Ea;
end
```

Figura 10.13: script que calcula la potencia por ciclo



## 10.7 Análisis de esfuerzos

Para determinar la resistencia del mecanismo nos fijamos en el eslabón número 3 ya que aparecen los valores de momentos flectores máximo, y dentro de esta barra deducimos que la sección crítica es la que aparece en el nodo R.

Esto lo deducimos fijándonos en el diagrama de sólido libre las fuerzas son puntuales en los nodos por lo tanto la distribución de momentos es triangular a lo largo de toda la barra y con máximo en el nodo R.

Para conocer este máximo esfuerzo durante el ciclo de trabajo, cuando se maximiza y su dependencia con la velocidad del mecanismo y fuerza entre forjas usamos un script para determinar su valor.

Los datos que se necesitan para obtener los valores de la función esfuerzos son:

ddy: aceleración de la forja, dda3: aceleración angular del eslabón 3, a3: ángulo del eslabón3, F: fuerza entre forjas, x: distancia del eje de giro del eslabón 3 a la forja, barras: número de barras que compone el eslabón 3.

Los valores obtenidos en la función son todos los esfuerzos que aparecen en los nodos D, R y C de las dos barras. Otro resultado importante es el que se llama sigma que corresponde al máximo esfuerzo provocado, que como hemos comentado se produce en el nodo R.



```
Editor - E:\proyecto\scripprincipal.m
scripprincipal.m x esfuerzos.m x fuerzas.m x runge.m x cinematica.m x ireducida.m x momento.m x geometria.m x
132
133 %cálculo de esfuerzos
134 for i=1:length(a1v)
135     a3=a3v(i);
136     ddy=ddyv(i);
137     F=Fv(i);
138     x=xv(i);
139     [Nd1,Vd1,Md1,Nr2i,Vr2i,Mr2i,Nr2d,Vr2d,Mr2d,Nc2,Vc2,Mc2,sigma]=esfuerzos(ddy,dda3,a3,F,x,barras);
140     %esfuerzos nodos d, r, c, barra
141     Nd1v(i)=Nd1;
142     Vd1v(i)=Vd1;
143     Md1v(i)=Md1;
144     Nr2iv(i)=Nr2i;
145     Vr2iv(i)=Vr2i;
146     Mr2iv(i)=Mr2i;
147     Nr2dv(i)=Nr2d;
148     Vr2dv(i)=Vr2d;
149     Mr2dv(i)=Mr2d;
150     Nc2v(i)=Nc2;
151     Vc2v(i)=Vc2;
152     Mc2v(i)=Mc2;
153     sigmav(i)=sigma;
154 end
```

Figura 5.14: script principal 6/7

El método de cálculo de esfuerzos se basa en la reducción del mecanismo a la estructura correspondiente a la *Figura 10.15*

Para obtener los esfuerzos primero tenemos que conocer los desplazamientos en los nodos D, R y C. Para ello usamos la ecuación matricial obtenida en el apartado 5 y multiplicamos por su inversa. Para obtener los esfuerzos en cada barra multiplicamos la matriz de rigidez local por los desplazamientos en los nodos de cada barra.

Por último, con el momento producido en el nodo R de la barra 2 sección derecha (momento máximo) dividimos entre la inercia y multiplicamos por la mitad del canto, para obtener el esfuerzo. La sección del máximo momento puede estar a la derecha o a la izquierda del nodo R, depende del signo del momento aplicado en ese punto debido a la aceleración de la barra, ese momento es considerablemente inferior al producido por la fuerza D

Método de cálculo mediante el script *Figura 10.16*

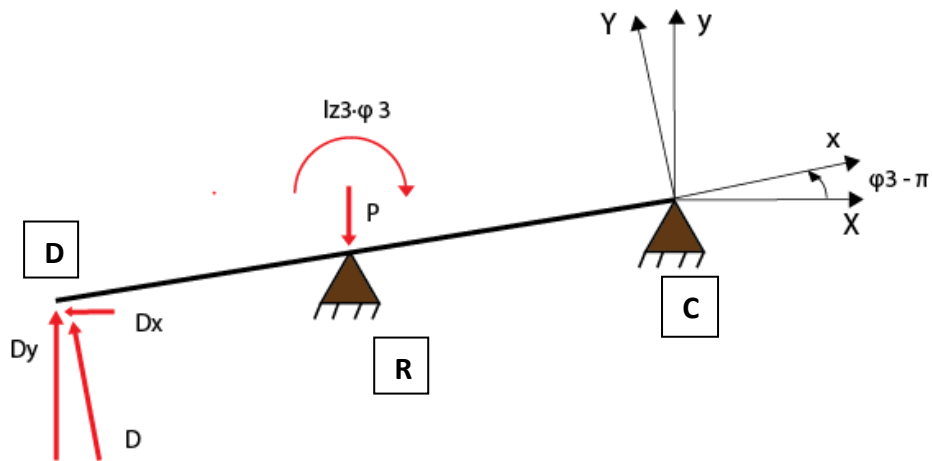


Figura 10.15: estructura reducida del mecanismo usada para el cálculo de esfuerzos

```

function [Nd1,Vd1,Md1,Nr2i,Vr2i,Mr2i,Nr2d,Vr2d,Mr2d,Nc2,Vc2,Mc2,sigma]=esfuerzos(ddy,dda3,a3,F,x,barras)

g=9.8;
m4=39.85;
l3=0.460;
Iz3=0.995;

X=abs(x);
I=(0.06*(0.0096)^3)/12;
E=21000000000;
L=X;
A=0.06*0.0096;

% con la matriz de rigidez reducida obtenemos los desplazamientos debidos a
% la fuerza
Kr=barras*[12*(E*I)/L^3 (6*(E*I)/L^2 (6*(E*I)/L^2 0;(6*(E*I)/L^2 (4*(E*I)/L (2*(E*I)/L 0;
(6*(E*I)/L^2 (2*(E*I)/L (8*(E*I)/L (2*(E*I)/L; 0 0 (2*(E*I)/L (4*(E*I)/L ];
Kri=inv(Kr);
Sm=[(F-m4*(ddy+g))/cos(a3-pi);0;-Iz3*dda3;0];
DS=Kri*Sm;
vd=DS(1);
Od=DS(2);
Or=DS(3);
Oc=DS(4);

%con los desplazamientos obtenidos de ta ballesta obtenemos los esfuerzos
%en cada barra
%esfuerzos de la barra 1
K=[(E*A)/L 0 0 -(E*A)/L 0 0;0 12*(E*I)/L^3 (6*(E*I)/L^2 0 -12*(E*I)/L^3 (6*(E*I)/L^2;
0 (6*(E*I)/L^2 4*(E*I)/L 0 -(6*(E*I)/L^2 (2*(E*I)/L; -(E*A)/L 0 0 (E*A)/L 0 0;
0 -12*(E*I)/L^3 -(6*(E*I)/L^2 0 12*(E*I)/L^3 -(6*(E*I)/L^2; 0 (6*(E*I)/L^2 (2*(E*I)/L 0 -(6*(E*I)/L^2 4*(E*I)/L];
D1=[0;vd;Od;0;0;Or];
Es1=K*D1;

%esfuerzos de la barra 2
D2=[0;0;Or;0;0;Oc];
l=l3;
Es2=K*D2;

Nd1=Es1(1);
Vd1=Es1(2);
Md1=Es1(3);
Nr2i=Es1(4);
Vr2i=Es1(5);
Mr2i=Es1(6);
Nr2d=Es2(1);
Vr2d=Es2(2);
Mr2d=Es2(3);
Nc2=Es2(4);
Vc2=Es2(5);
Mc2=Es2(6);

%esfuerzo máximo de la barra, contando solo el momento en el punto R
sigma=(Mr2d/I)*0.0048)*0.000001;
end

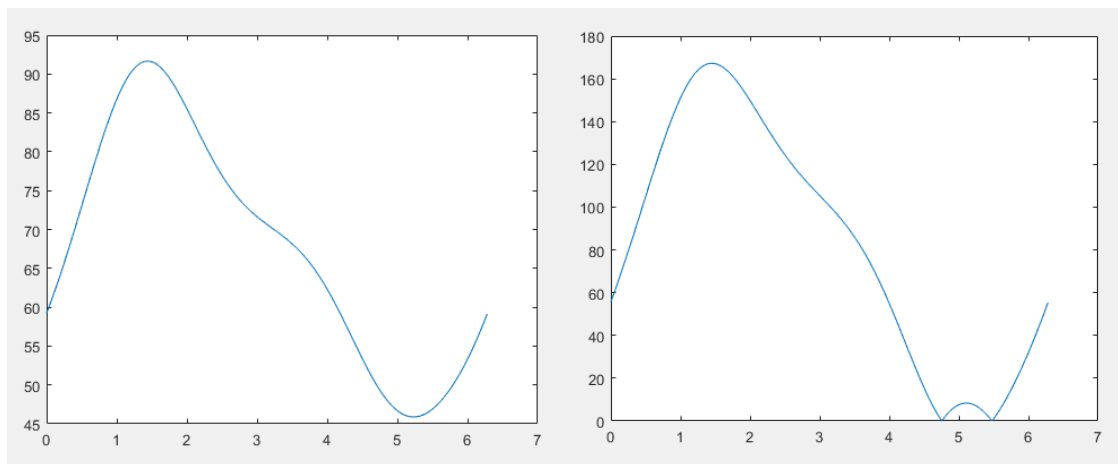
```

Figura 10.16: función esfuerzos, script que calcula los esfuerzos en el eslabón 3

### **Resultados obtenidos**

Vamos a realizar simulaciones para mostrar la tensión máxima que se produce en la sección R del eslabón 3, variando los diferentes parámetros de nuestro programa.

Las dos primeras *gráficas* (10.18 y 10.19) representan la tensión máxima producida en la máquina, en MPA, durante un ciclo en el que no se produce ninguna carga entre las forjas ( $F=0$ ). La tensión varía de 45 a 90 Mpa cuando la máquina gira a 5 rad/s, en la siguiente gráfica la tensión varía de 0 a 170 Mpa al duplicar el valor de la velocidad de giro de la máquina a 10 rad/s.



**Gráfica 10.18:** esfuerzo en la sección R sin fuerza producida en la forja a velocidad de 5 rad/seg

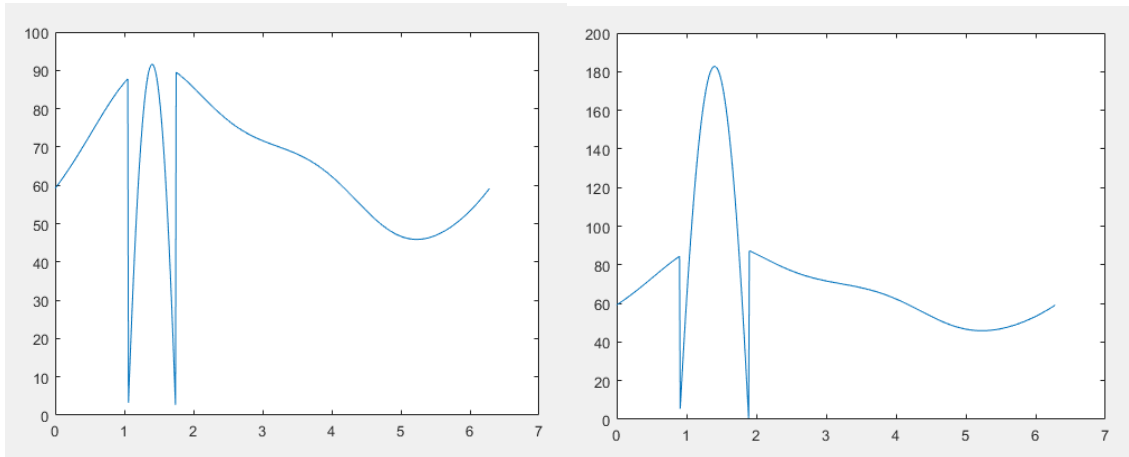
**Gráfica 10.19:** esfuerzo en la sección R sin fuerza producida en la forja a velocidad de 10 rad/seg

Las *gráficas* 5.20 y 5.21 variamos únicamente el valor de la fuerza ejercida entre forjas al aumentar el espesor de la pieza ( $dp$ ), de 10 a 20 mm. Y ambas a una velocidad de 5 rad/s. Recordamos que el  $dp$  equivale a la deformación vertical del eslabón 3 cuando la distancia mínima entre las forjas es igual a 0.

Observamos que para cargas producidas por  $dp=10$  mm e inferiores la tensión disminuye, esto es debido a que el momento producido por la fuerza  $F$  es de sentido contrario al momento producido por el peso del eslabón 4 y la fuerza de inercia provocada por éste al frenar la masa.

Cuando  $dp>10$  mm la Fuerza provoca más tensión que la provocada por el peso e inercias de la masa 4. En la *gráfica* 10.21 tendríamos una tensión máxima de 180 Mpa provocada por una deformación de 20 mm.

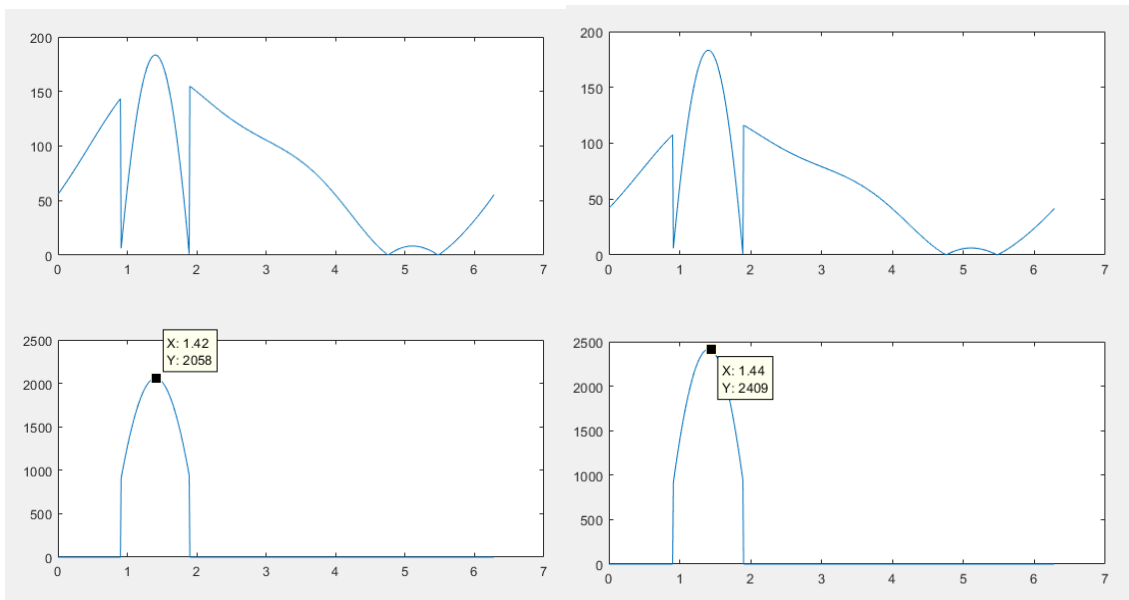
El límite elástico del acero normalizado está en torno a los 275 Mpa, en el funcionamiento de máquinas con cargas cíclicas como es el caso, ese límite se ve reducido por el comportamiento a fatiga del material, Por lo tanto, la tensión normal de funcionamiento debe estar por debajo del límite de fatiga del material.



Gráfica 10.20: esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando el espesor de pieza es de 10 mm  
Gráfica 10.21: esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando el espesor de pieza es de 20 mm

Por último, en las *gráficas 10.22 y 10.23* se varía el número de barras que conforman el eslabón 3, de 3 barras a 4, y se mantienen constantes las demás variables  $d_p=20$  mm,  $d_a=10$  rad/s. Observamos que al aumentar el número de barras la fuerza entre forjas (F) aumenta considerablemente de 2000 a 2400 N (*gráficas inferiores*), y la tensión máxima en la barra se mantiene igual a 180 Mpa. Esto es debido a que el desplazamiento vertical sigue siendo 20 mm por eso la tensión de cada barra es la misma que la *gráfica 10.21*.

Otra observación es que la tensión producida por las fuerzas de inercia disminuye, esto es debido a que la inercia ha aumentado con el número de barras y se hace más resistente, aunque la deformación vertical sea la misma.



Gráfica 10.22: esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando la ballesta se compone de 3 barras  
Gráfica 10.23: esfuerzo en la sección R (máximo esfuerzo en la máquina) cuando la ballesta se compone de 4 barras

## 10.8 Cálculo de la inercia

A continuación, en la *Figura 10.17* se muestran los scripts utilizados para el cálculo de la inercia reducida al eje principal de la máquina, el de la polea eslabón 1.

El cálculo de  $I_r$  se deduce de la fórmula de la energía cinética obtenida en el apartado 8.

La inercia reducida no depende de la velocidad de giro del mecanismo, únicamente depende de la configuración geométrica y de las masas e inercias de sus eslabones

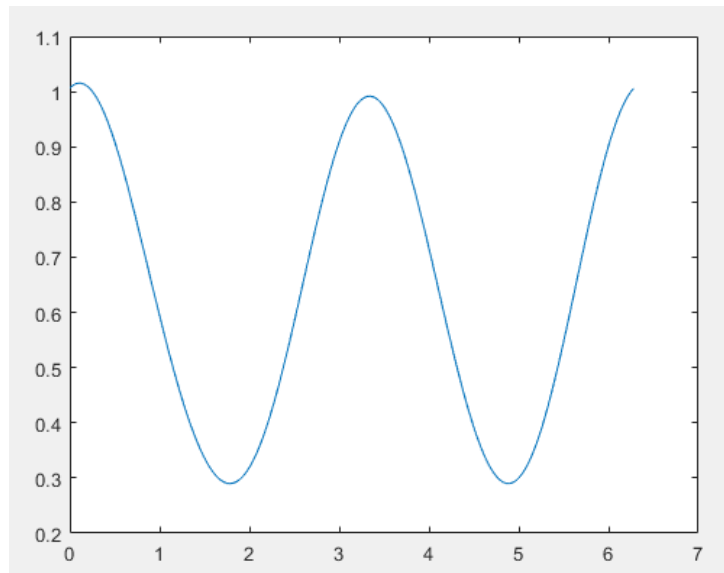
```

for i=1:length(a1v)
    x=xv(i);
    a1=a1v(i);
    a2=a2v(i);
    a3=a3v(i);
    [Ir]=ireducida(x,a1,a2,a3,l1);
    Irv(i)=Ir;
end

function [Ir]=ireducida(x,a1,a2,a3,l1)
Iz1=0.29;
Iz3=0.995;
m4=39.85;
l3=0.460;
Ir=Iz1+Iz3*((l1*sin(a2+a1))/(l3*sin(a3-a2)))^2+m4*((l1*sin(a2+a1))/(l3*sin(a3-a2)))^2*(-x*(sin(a3))^2+x*(cos(a3))^2)/cos(a3)^2;
    
```

Figura 10.17: script principal 7/7

### Resultados obtenidos:



Gráfica 10.24: valor de la inercia reducida al eje de transmisión de la polea

En la *gráfica 10.25* Se representa el valor de la  $I_{red}$  a lo largo de un ciclo de giro de la polea, desde 0 a  $2\pi$  radianes, podemos definir un valor medio de inercia reducida de  $0.65 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$I_{red} = I_1 + I_3 \cdot \left( \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1)}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \right)^2 + m_4 \left( \frac{-x \cdot \cos(2 \cdot \varphi_3)}{\cos(\varphi_3)} \right)^2 \cdot \left( \frac{l_1 \cdot \text{sen}(\varphi_2 + \varphi_1)}{l_3 \cdot \text{sen}(\varphi_3 - \varphi_2)} \right)^2 \quad (8.5)$$

Vemos que en la gráfica la inercia del mecanismo se hace próxima a cero, esto es debido a la baja inercia de la polea, que es la única que se mantiene constante al girar sobre la coordenada generalizada  $\varphi_1$ . La masa que más influye en la inercia es la  $m_4$  (eslabón del martinete) ya que es la mayor.

## 11. Comportamiento del sistema

Para determinar el comportamiento de la máquina y conocer cuál será su régimen de giro debemos determinar el valor del par resistente de la máquina y el par que aporta el motor eléctrico de alimentación.

Para proceder vamos a simplificar nuestra máquina a una masa giratoria sobre la que se aplican un par de entrada y otro de salida. Aplicando la ley de Newton tenemos:

$$M_e - M_s = I_r \cdot \ddot{\varphi}_1 \quad (11.1)$$

$I_r$  se refiere a la inercia reducida del mecanismo a la coordenada generalizada  $\varphi_1$ .

El par de salida  $M_s$  es el par que ofrece resistencia al movimiento de la máquina, tiene forma sinusoidal y lo hemos determinado en los apartados previos.

El par de entrada  $M_e$  es el que produce el motor eléctrico, para facilitar los cálculos vamos a suponer que este par es constante durante el ciclo de funcionamiento de la máquina.

A continuación, mostraremos diferentes ejemplos de pares resistente de la máquina y sus pares medios correspondientes calculados mediante el script representado en la *Figura 11.1*.

```
%par medio por ciclo
Et=0;
for i=1:length(a1v)
    Ea=Et;
    Et=(Mvirv(i))/length(a1v)+Ea;
end
```

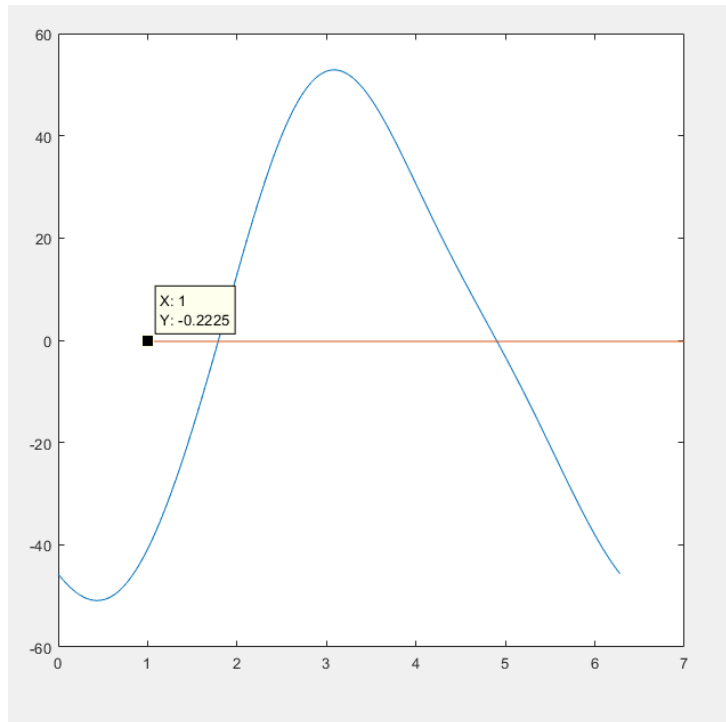
Figura 11.1: script que calcula el par medio por ciclo

El par medio durante un ciclo de funcionamiento sin fuerza aplicada es aproximadamente igual a 0 y es independiente de la velocidad de giro de la máquina.

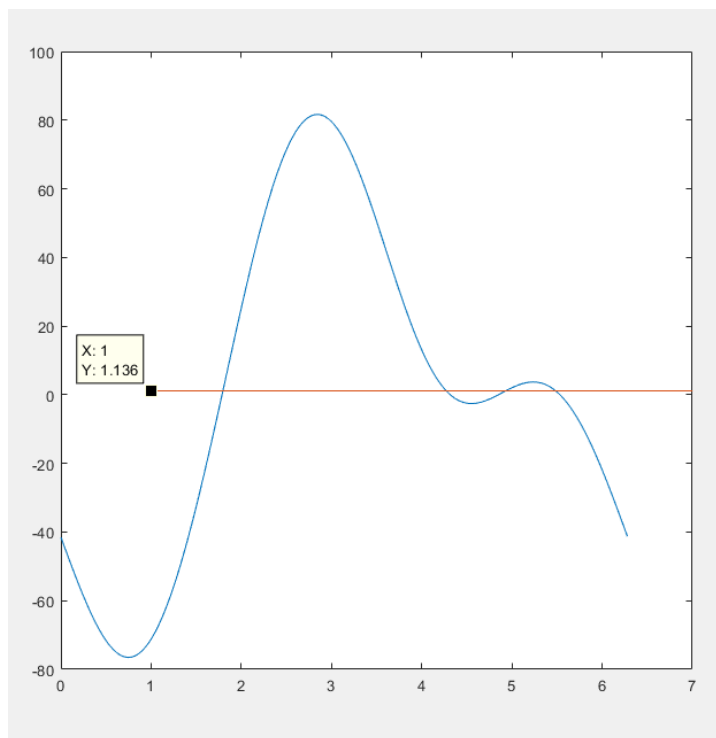
En la *gráfica 11.1* se muestra el par resistente y el par resistente medio por ciclo a una velocidad media de 5 rad/s. En la *gráfica 11.2* se muestra lo mismo, pero a una velocidad de 10 rad/s. Observamos que los valores máximos y mínimos del par aumentan considerablemente y el par medio se mantiene constante y próximo a 0.

Para un cálculo más próximo a la realidad habría que considerar las fuerzas resistentes provocadas por las fricciones entre los eslabones, aunque a velocidades bajas éstas se reducen considerablemente y pueden ser despreciadas en nuestro modelo.





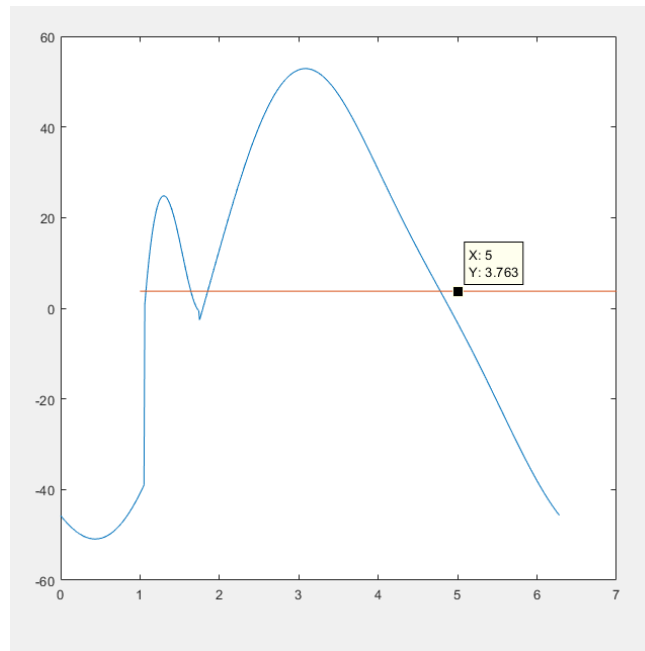
Gráfica 11.1: valor de par y par medio por ciclo a 5 rad/seg



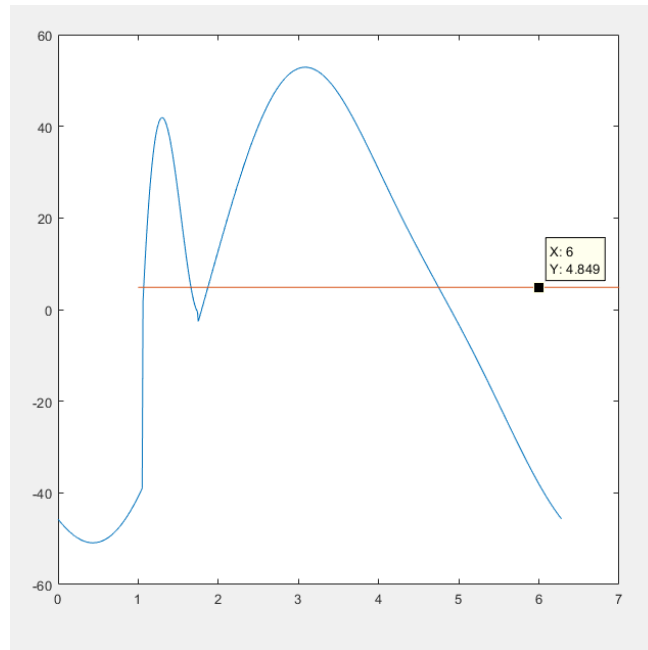
Gráfica 11.2: valor de par y par medio por ciclo a 10 rad/seg

En las siguientes simulaciones vamos a tener en cuenta una fuerza de forjado equivalente a una deformación transversal de la ballesta de 10 mm. ( $d_p=0.01$  m)

La *gráfica 11.3* representa el par y par medio resistente provocados a una velocidad de giro de 5 rad/s y  $d_p=10$  mm. Estas condiciones provocan un par medio de 3.7 Nm. La *gráfica 11.4* varía respecto a la *10.3* en el número de barras que compone el eslabón 3, esto hace que aumente la rigidez en la ballesta y aumente el par resistente necesario para deformar la barra.



Gráfica 11.3: valor de par y par medio correspondiente a una ballesta conformada por 3 barras



Gráfica 11.4 valor de par y par medio correspondiente a una ballesta conformada por 4 barras

Para poder simular el comportamiento de la máquina realizamos a ley de Newton.

$$M_e - M_n = \ddot{\phi}_1 \cdot I_r \quad (11.2)$$

Según el comportamiento que hemos descrito de la máquina el par resistente depende de la fuerza entre forjas (F), la fuerza entre forjas (F) depende del espesor de la pieza (dp), del número de barras de la ballesta y de la carrera de la máquina (car), a su vez la carrera depende de la longitud de la polea (l1). Estas funciones dependen también de la velocidad, aceleración y posición de la polea en cada momento, excepto car que sólo se retroalimenta del valor de la posición en la polea.

### 11.1 Control de par mediante la tensión de la correa

Una forma de regulación manual de la máquina es la de aumentar la tensión de la correa que transmite la rotación del eje motor al eje de la polea principal. Esto se logra gracias a un rodillo y una palanca que se acciona con la propia pisada de quien está usando la máquina [8].

Vamos a definir la fuerza máxima que puede transmitir la polea sin pretensado de la correa, esta fuerza máxima hará que la correa soporte las condiciones del apartado anterior donde el par máximo se produce en torno a 50 Nm.

Para realizar los cálculos representamos la geometría de la transmisión, tenemos que el radio geométrico de la polea pequeña es de 90.5 mm y el de la polea grande es de 319.5 mm, la distancia entre ejes es de 425 mm y el ángulo abrazado de las poleas son de 2.596 y 3.668 rad.

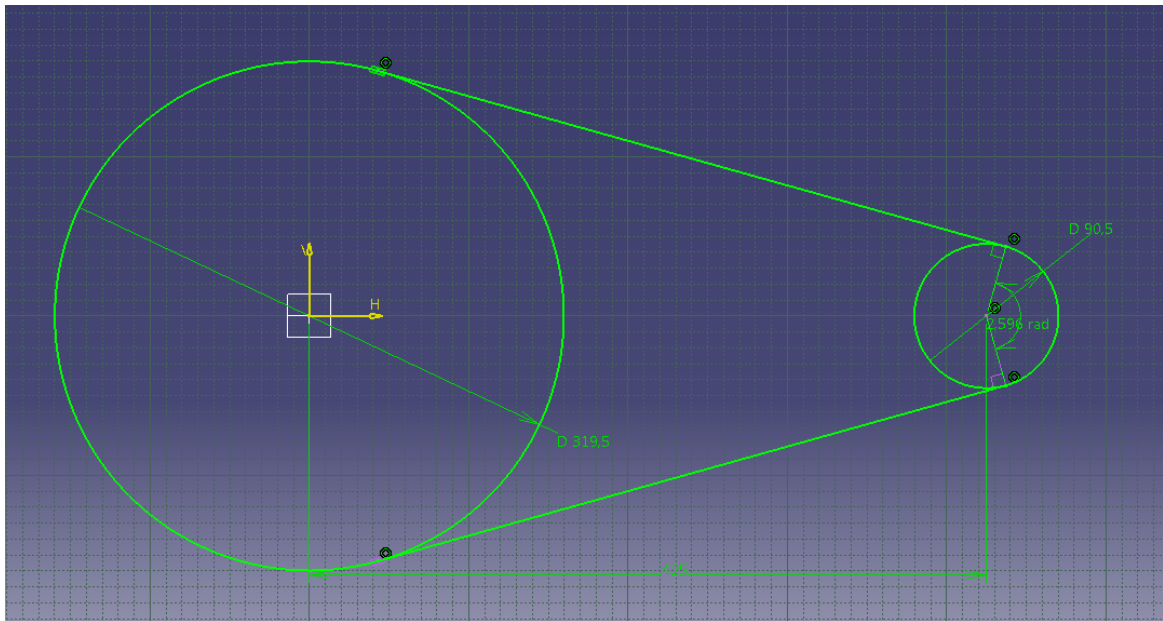


Figura 11.2: geometría de la transmisión de la correa según diámetros de las poleas y la distancia entre ejes

Se produce deslizamiento si:

$$T_1 > m \cdot T_2 \quad (11.3) \quad [8]$$

Donde  $T_1$  y  $T_2$  corresponden a las tensiones de los ramales más y menos tenso de la correa respectivamente, si la polea gira en sentido horario el ramal más tenso se sitúa en la parte superior de la polea, nos interesa que sea así para que nuestro rodillo presione desde la parte inferior y aumente el ángulo abrazado y se pueda transmitir mayor momento.

El valor de  $m_1$  corresponde a la polea pequeña y  $m_2$  a la grande  $m$  es el valor mínimo entre esos dos,  $m_1 = m$ . Los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  los sacamos por geometría de la *ilustración 11.3*.

$$m_1 = e^{\mu' \cdot \alpha_1} = e^{0,877 \cdot 2,596} = 9,74 \quad (11.4)$$

$$m_2 = e^{\mu' \cdot \alpha_2} = e^{0,877 \cdot 3,688} = 25 \quad (11.5)$$

Para las correas trapezoidales el coeficiente de rozamiento aumenta respecto al de valor  $\mu = 0,3$  debido a su forma.

$$\mu' = \frac{\mu}{\text{sen}\beta} = \frac{0,3}{\text{sen}(40^\circ)} = 0,877 \quad (11.6)$$

La tensión del ramal flojo se puede incrementar aplicando una fuerza mediante un rodillo tensor  $F_{max}$  es la fuerza máxima que puede transmitir la correa, está referida a la polea pequeña y se relaciona con el momento mediante el radio.

A continuación, calculamos la tensión que tenemos que incrementar en el ramal menos tenso para que se pueda aumentar el par a transmitir de 50 Nm a 100 Nm

$$T_2 = \frac{F_{max}}{(m - 1)} \quad (11.7)$$

La relación de transmisión es la siguiente:

$$r = \frac{d_p}{D_p} = \frac{90,5}{319,5} = 0,28 \quad (11.8)$$

$$F_{max1} = \frac{M_{max1}}{R} = \frac{50 \cdot 0,28}{0,159} = 88 \text{ N} \quad (11.9)$$

$$T_2 = \frac{88}{8,74} = 10 \text{ N} \quad (11.10)$$

$$F_{max2} = \frac{M_{max2}}{R} = \frac{100 \cdot 0,28}{0,159} = 176 \text{ N} \quad (11.11)$$

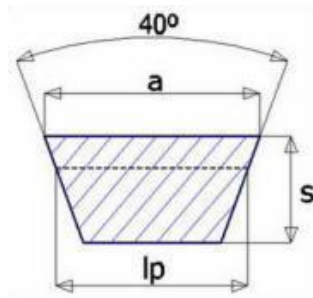
$$T_2 = \frac{176}{8,74} = 20 \text{ N} \quad (11.12)$$

Vemos que la tensión en el ramal flojo pasa de 10 a 20 N, la diferencia sería menor ya que hemos considerado el mismo valor de  $m$ , pero al tensar el ángulo abrazado por la correa aumentaría.

Por último, determinamos la correa a utilizar que afectará al diseño de las poleas y dependerá de la potencia a transmitir y de la longitud primitiva de esta.

$$L_p = 1,57 \cdot (D + d) + 2 \cdot A + \frac{(D - d)^2}{4 \cdot A} = 1524,5 \text{ mm} \quad (11.13)$$

Esa longitud corresponde a una nominal de 1532 mm, 59 in para la sección tipo A según la tabla de la [tabla 11.1](#)



Sección	$a$ (mm)	$h$ (mm)	$ap$ (mm)
Z	10	6	8,5
A	13	8	11
B	17	11	14
C	22	14	19
D	32	19	27
E	38	25	32

Tabla 11.1: tipo de correa según la geometría de la sección

## 11.2 Control de par mediante la regulación del motor

Podemos controlar el par y la velocidad del motor eléctrico para variar la velocidad del sistema mecánico. Mediante un variador de frecuencia antes de la alimentación del motor podemos regular este efecto.

$$(M_e - M_n) \frac{1}{I_r} = \ddot{\phi}_1 \quad (12.1)$$

Para una correcta simulación del comportamiento de la máquina tenemos que cambiar la formulación utilizada en los scripts del Matlab y usar las fórmulas para la velocidad de la polea ( $\dot{\phi}_1$ ) distinto de cero. Al acelerar la polea aumenta la fuerza entre forjas, debido a que las fuerzas de inercia aumentan, por esta misma razón también aumenta el par resistente  $M_n$ .

Para ello usamos el software de simulink al ser interno a Matlab podemos usar los códigos ya creados para programar los bloques. De esta forma podemos modelar diferentes comportamientos de la máquina controlando de forma precisa las variables de entrada. Gracias a esto podemos simular diferentes modelos.

Otras constantes a introducir en el modelo de simulink sería la posición velocidad y aceleración en el instante inicial ( $t=0$ ), instante en el que comienza la simulación.

En la *Figura 11.3* esta esquematizado el funcionamiento de la máquina, el par ejercido en el eje de la polea por el motor está representado de forma constante, si el par medio resistente es inferior al par resistente el sistema aceleraría hasta que el par resistente medio igualara al de entrada. No se considera el efecto de la aceleración de la polea.

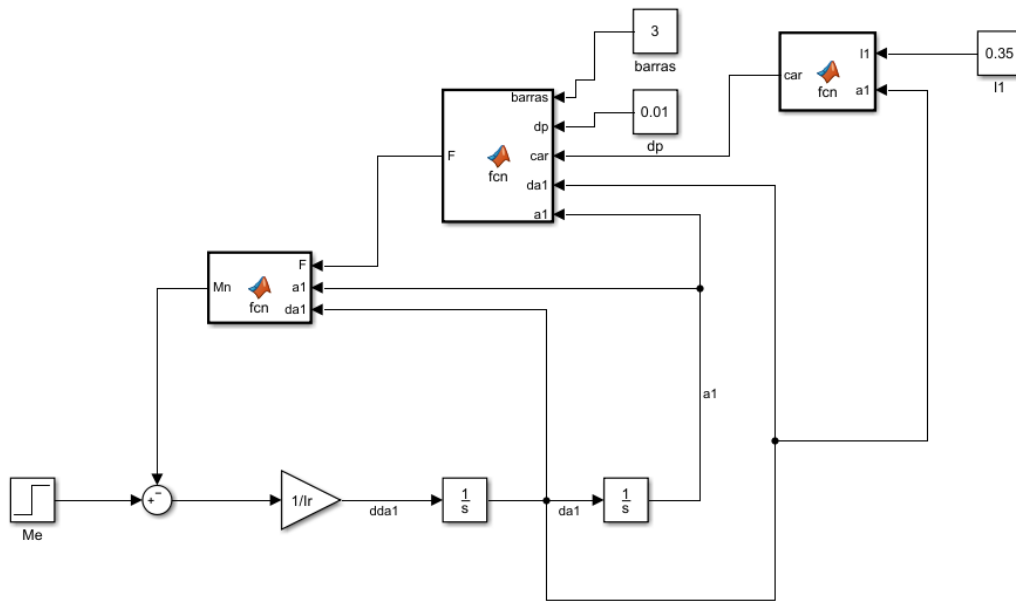


Figura 11.3: modelo de funcionamiento simple

Si el sistema está en equilibrio ( $Me=Mn$ ) a una velocidad determinada y se aumenta  $dp$ , la fuerza ( $F$ ) y ( $Mn$ ) aumentaría por lo tanto el sistema bajaría su velocidad y podría llegar a pararse.

En la función, para obtener la variable carrera ( $car$ ) tenemos que programar las ecuaciones de lazo cerrado geométricas, En las funciones de cálculo de  $Mn$  y  $F$  hay que programar las ecuaciones de geometría, cinemática (para un valor de aceleración de la polea distinto de 0) y dinámica descritas durante la primera parte del proyecto para obtener el valor de  $Mn$  y  $F$ . Estos scripts hay que utilizarles en los tres ejemplos de simulación que enunciamos.

El siguiente esquema de simulink, *Figura 11.4*, corresponde al funcionamiento de la máquina si esta tuviera un sensor en la forja de compresión, con esta célula de carga obtendríamos el valor de esa fuerza y el tiempo en el que se produciría.



De esta forma se simplifica el modelo ya que podemos obtener el valor de la fuerza entre forjas directamente, el comportamiento de la máquina sigue siendo el mismo la fuerza va a seguir desentendiendo de los mismos parámetros que en el esquema de la *Figura 11.3*.

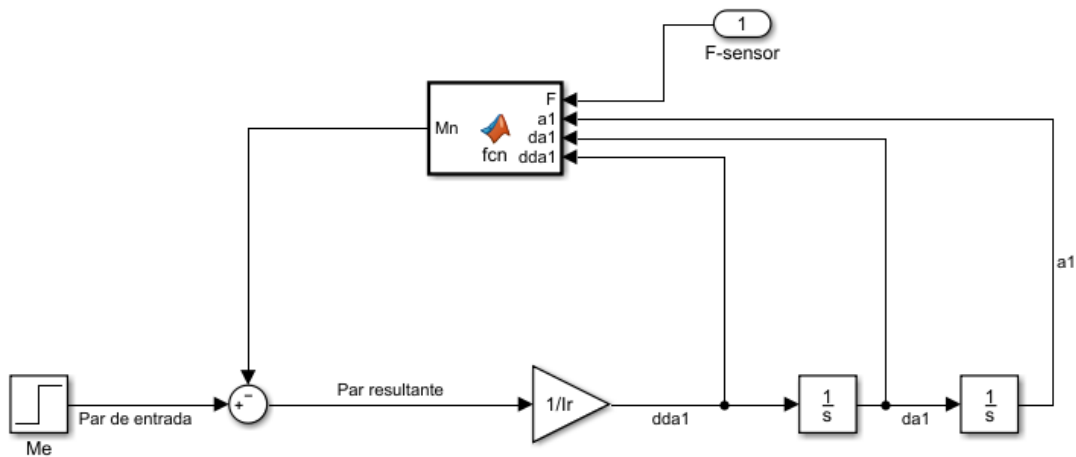


Figura 11.4: simulación con sensor de fuerza

Por último, planteamos el esquema correspondiente a un funcionamiento de la máquina en el que puedes ajustar la fuerza ejercida por la máquina a un valor deseado, *Figura 11.5*.

En este ejemplo el valor de consigna es de  $F=1000\text{N}$ , a esta fuerza, se le resta al del valor del sensor y esta diferencia de fuerzas provocan un par resistente ( $M_c$ ) al que se le debe sumar al obtenido por el sensor para llegar a  $1000\text{N}$ , cuando los  $1000\text{N}$  son alcanzados por el sensor no hay corrección de par resistente ( $M_c=0$ ). Esto debe suceder únicamente cuando se produce dicha fuerza por eso sólo debe activarse el par  $M_c$  en el momento que las forjas estén en contacto.

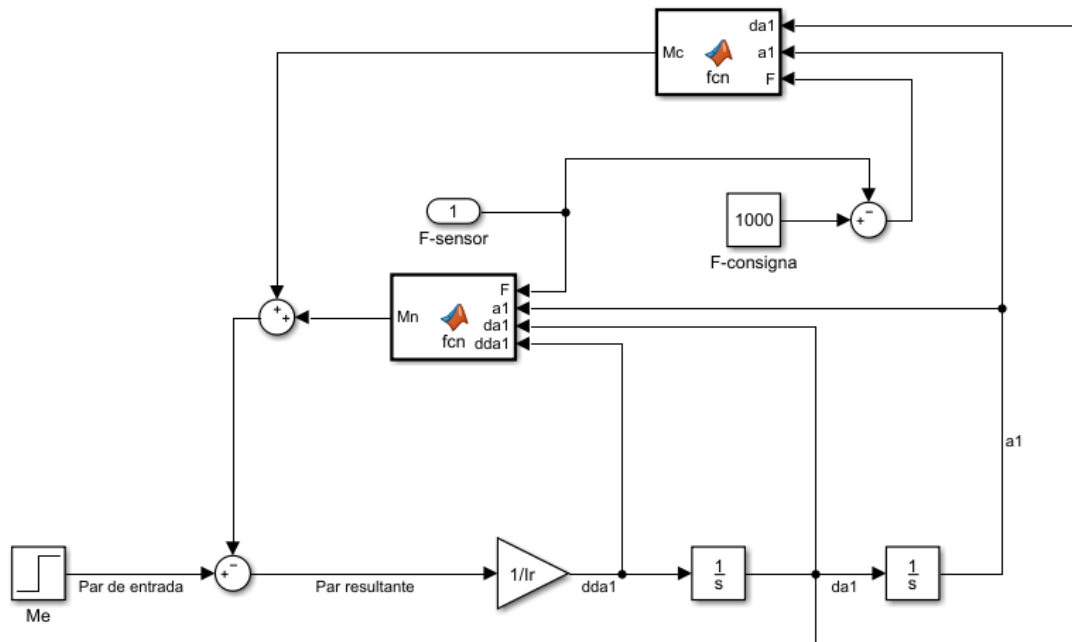


Figura 11.5: esquema que simula el funcionamiento de la máquina para que alcance una fuerza de consigna

Si se quiere modificar el par de entrada de forma automática, *Figura 11.6* hay que programar un sistema en lazo cerrado, para ello calculamos el par necesario a incrementar en el eje de entrada (Me) a partir de la aceleración residual del sistema. Esto permite que el par se ajuste de forma automática alcanzando la fuerza deseada sin variar el régimen de giro de la máquina.

Observamos que en la configuración el sistema es capaz de mantener un régimen de giro constante gracias a que el par residual se opone al par resultante de forma que la suma de momentos en la máquina sea igual a 0. Además, se consigue mantener la fuerza entre forjas deseada en el valor de consigna. El par aportado por el motor debe ser igual al par de entrada menos el par residual para que se produzca este efecto.

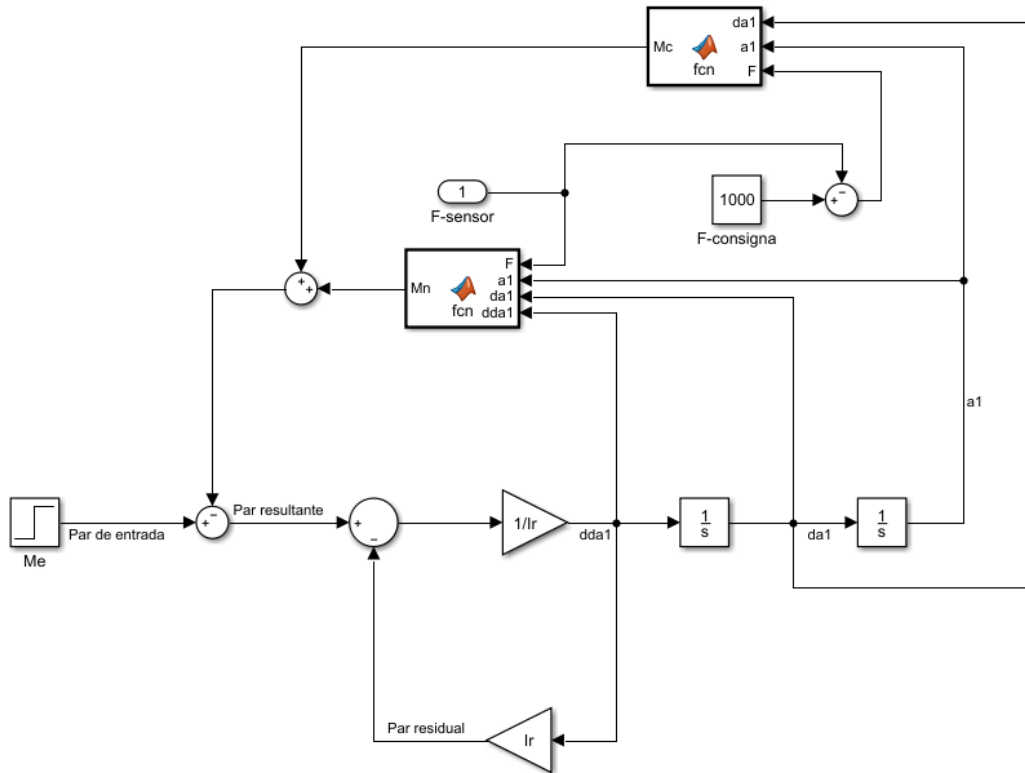


Figura 11.6: esquema que simula el funcionamiento de la máquina para que alcance una fuerza de consigna determinada, aportando el par necesario sin que haya variaciones en el régimen de giro

## 12. Estudio económico

En este capítulo se presenta un estudio teórico del coste aproximado que ha supuesto el desarrollo y realización de este proyecto. Se presentan tanto los costes directos, derivados del salario del personal y de los equipos y material utilizado, como los costes indirectos.

### 12.1 Recursos utilizados

Los recursos utilizados han sido principalmente equipos informáticos y periféricos de éstos.

Los recursos de hardware son:

- Ordenador Portátil ACER Aspire 3 con 8 GB de RAM.
- Ordenador de Sobremesa AMD Athlon 64x2 Core processor con 960MB de RAM.

Los recursos de software son:

- Sistema operativo Windows 7..
- Aplicaciones ofimáticas: Microsoft Office 2010.
- Aplicaciones de diseño para esquemas y figuras: Adobe Photoshop e ilustrator CS5
- Software de CAD: Catia V5 R21
- Software de cálculo: Matlab (mediante código) y working model

Los recursos clasificados como material de oficina son los presentados a continuación:

- Papel DIN A4 80 g/m<sup>2</sup>.
- Suministros de impresora.
- CD-ROM.

Los recursos necesarios para la fabricación

- Barras y tochos de acero reciclado del taller de fabricación.
- Máquinas de mecanizado: Torno y fresadora universal, taladro...etc.

## 12.2 Costes directos

### 12.2.1 Costes de personal

Lo primero que tenemos que calcular son las horas trabajadas por año, para ello usamos los datos provenientes de la *tabla 12.1*

*Tabla 12.1: Días útiles al año*

Concepto	Días/año
Días anuales totales	365
Sábados y domingos	-104
Días efectivos de vacaciones	-20
Días festivos	-12
Días de petición/enfermedad	-15
<b>Total días hábiles</b>	<b>214</b>

A los 365 días existentes durante el año, restamos los días que no se van a trabajar: sábados y domingos, vacaciones, enfermedad, etc.

A los días que finalmente tenemos, se multiplican por 8 horas/día, para conseguir el número de horas que se trabaja a lo largo de todo un año: **1.712 h/año**.

La persona que realiza este proyecto, será un Ingeniero Industrial o en Organización Industrial. Su coste anual se recoge en la siguiente tabla:

*Tabla 12.2: Coste total de un trabajador en un año*

Concepto	Euros/año
Sueldo neto e incentivos	25.000,00
Prestaciones a la Seguridad Social	8.750,00
<b>Coste total</b>	<b>33.750,00</b>

También tenemos en cuenta el sueldo anual del personal de taller encargado de la fabricación del producto.

Concepto	Euros/año
Sueldo neto e incentivos	18.000
Prestaciones a la Seguridad Social	8.750,00
<b>Coste total</b>	<b>26.750,00</b>

Una vez que tenemos conocimiento de las horas que se van a trabajar y cuanto coste va a tener, calculamos el coste por hora del trabajador. Para ello dividimos el coste total del ingeniero entre el número de horas anuales. El coste total por hora será por tanto de **19,71 €/hora**. Hacemos lo mismo para la persona encargada del taller, tenemos **15,6 €/hora**

Para terminar, se deben calcular el número de horas en los que se ha desarrollado el proyecto.

*Tabla 12.3: horas empleadas en la realización del proyecto*

Concepto	Horas
Planificación de tareas	10
Estudio y documentación	100
Tiempo de fabricación (operario)	100
Trabajo de campo	10
Realización de memoria	200
<b>Horas Totales proyecto</b>	<b>420</b>

$$100 \text{ horas} \cdot 15,6 \frac{\text{€}}{\text{hora}} = 1,560 \text{ € (12.1)}$$

$$320 \text{ horas} \cdot 19,71 \frac{\text{€}}{\text{hora}} = 6,307 \text{ € (12.1)}$$

El coste total del personal corresponde a la suma de esas dos cifras **7.867 €**

### 12.2.2 Costes del material amortizable

Para calcular los costes de amortización de los medios utilizados para la realización de nuestro proyecto realizamos la siguiente *tabla 12.4*. Con los años de amortización calculamos lo que nos cuesta la hora de uso de un determinado producto, dividiendo el precio anual entre 214 días y entre 8 horas laborables que tiene el día.

Las máquinas de fabricación que son las más caras se amortizan en 10 años. El precio de las licencias de los softwares utilizados son anuales.

*Tabla 12.4: Costes amortizables del proyecto*

Concepto	Euros	Años	Días	Horas	Coste final
Ordenador Portátil ACER Aspire 3 con 8 GB de RAM.	300,00	7	214	300	7,50
Ordenador de Sobremesa AMD Athlon 64x2 Core processor con 960MB de RAM.	1.250,00	10	214	100	7,29
Microsoft Windows 7	150,00	5	214	400	2,90
Microsoft Office 2010	500,00	10	214	200	5,70
Licencia Adobe	252,00	1	214	10	1,50
Licencia CATIA V5	700,00	1	214	10	3,90
Licencia MATLAB	800,00	1	214	25	11,70
Torno universal CNC	36.782,00	10	214	30	64,50
Fresadora universal	28.476,00	10	214	50	83,10
total	69.210,00				<b>188,10</b>

Por tanto, el coste de amortización es de **188,1 €**.

### 12.2.3 Costes del material no amortizable

El coste de material no amortizable se refleja en la siguiente tabla. Los conceptos relacionados son los de los materiales necesarios para el desarrollo del proyecto. Teniendo en cuenta el precio del acero en 2,80 euros el kilogramo, el volumen de la máquina lo calculamos directamente desde el archivo Cad y con la densidad del acero (7850kg/m<sup>3</sup>) obtenemos su coste. Aquí se incluyen los costes de los materiales y elementos que forman parte de la máquina

**Tabla 12.5:** Costes no amortizables

Concepto	Euros
Papel DIN A4 80 g/m <sup>2</sup>	25
Suministros de impresora	120
CD-ROM	3
Otros	30
Acero estructural	2198
Correa trapezoidal	6,72
Motor trifásico 3 caballos	118,5
Variador de Frecuencia ST9100A 4KW 400V	321,18
Célula de carga a compresión hasta 5KN	410
Total sin IVA	178
IVA 21%	37,38
<b>Total IVA incluido</b>	<b>3447,78</b>

Por lo tanto los costes directos totales son:

**Tabla 12.6:** Costes directos totales

Concepto	Costes
Coste de personal	7.867,00
Coste de material amortizable	188,10
Coste de material no amortizable	3447,78
<b>Total</b>	<b>11.502,88</b>



### 12.3 Costes indirectos

Este tipo de costes se refieren a gastos que son imprescindibles en la realización del proyecto, pero que no se pueden añadir a ninguno de los apartados anteriores. Por ejemplo: calefacción/climatización, consumo de electricidad de los equipos, iluminación, teléfono, etc.

A continuación se muestra los gastos indirectos de éste proyecto:

*Tabla 12.7: Costes indirectos del proyecto*

Concepto	Coste
Consumo de electricidad de los equipos	250,00
Calefacción/climatización	150,00
Iluminación	50,00
Otros	100,00
<b>Total</b>	<b>550,00</b>

Los costes indirectos son: **550,00 €**.

### 12.4 Coste total del proyecto

Una vez que hemos calculado, tanto los costes directos como los indirectos, sumaremos los dos para ver cuál es el coste total del proyecto.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de los costes:

*Tabla 12.8: Coste total del proyecto*

Concepto	Euros
Total costes directos	11.502,88
Total de costes indirectos	550,00
<b>Total de costes proyecto</b>	<b>12.052,88</b>

El coste total del proyecto asciendo a **19.855,30 €**.

## 13. Conclusiones y líneas futuras

En este capítulo se presentan las conclusiones del proyecto presentado, las principales aportaciones realizadas y algunas de las futuras líneas de investigación que se deriban del trabajo.

### 13.1 Conclusiones

El proyecto se ha centrado en el estudio de las fuerzas y esfuerzos que se producen en un martinete para forja durante su funcionamiento. Uno de los puntos más importantes del proyecto era la de determinar la fuerza que aplican las forjas durante su periodo de trabajo, para ello hemos programado los cálculos y hemos observado que variables influyen durante el proceso. Observamos que una de las fuerzas máximas que puede llegar a ejercer el mecanismo según está diseñado es de unos 2500N, esta fuerza aplicada a pequeñas superficies de las forjas aportaría la máxima tensión necesaria para el forjado en caliente. Podemos jugar con la inercia de la barra balancin para modificar esa fuerza, aunque hay que tener cuidado ya que si aumentamos mucho la inercia de esa barra los esfuerzos en el mecanismo aumentarían considerablemente, y teniendo en cuenta que es una máquina con funcionamiento cíclico puede fallar por fatiga.

Para el control de esta fuerza en el mecanismo se ha diseñado unos elementos que permiten variar las distancias de los eslabones, con ello conseguimos cambiar la distancia mínima entre forjas y regular esa fuerza

Otro punto importante fue determinar el par resistente para obtener la potencia y consumos de alimentación del motor eléctrico de jaula de ardilla, el cual transmite su potencia a través de una correa al mecanismo. Este par medio es próximo a cero y aumenta a mayores fuerzas de forjado. Otra variable que influye en el calculo de par resistente son las fuerzas de fricción en los coginetes aunque no se han tenido en cuenta influyen considerablemente en el par resistente sobretodo a velocidades altas.

En cuanto a la regulación del martinete tenemos tres formas para modificar su funcionamiento:

1º variando longitudes de algunos eslabones de la máquina como en la polea, gracias al ajuste por bulón. El segundo eslabón también puede modificar su distancia mediante una rosca. Esto hace variar la carrera de la forja (distancia entre forjas), lo que modifica la fuerza de forjado.

2º tensando y destensando la correa motriz, mediante un mecanismo de rodillo tensor se puede aumentar el par resistente máximo que la polea puede transmitir.

3º Mediante un variador de frecuencia en la alimentación del motor.

El software programado sirve para modelar un funcionamiento con comportamiento cíclico en un régimen estacionario, velocidad de giro de la polea constante.

También se han planteado algunas simulaciones más realistas con influencia del tiempo, transitorias que comentaremos en las líneas futuras de actuación y se comentan en el apartado 11 del proyecto.

## 13.2 Líneas futuras

A la hora de determinar su comportamiento en cuanto a velocidad de giro variable y respuestas temporales hemos querido realizar 3 modelos en simulink, el primero correspondería con el funcionamiento de la máquina del modo más sencillo como hemos planteado durante todo el proyecto.

Otro modelo creado es añadiendo un sensor de compresión entre las forjas para cuantificar la fuerza. Con esto se plantea la posibilidad de un control diferente del proceso de forja, mediante el control automático del par motor necesario para que se alcance una fuerza  $F$  determinada.

En el proyecto se ha planteado como se realizarían esas simulaciones en el software Matlab, pero no se ha llegado a programar por completo.

Una línea futura sería con la construcción completa del mecanismo y con el sensor de compresión aplicar el control automático sobre el mecanismo.

## 14. Bibliografía

Referencias por orden de aparición en el texto.

- [1] Altan, T., Oh, S-I. y Gegel, H.L. Metal Forming: Fundamentals and Applications. ASM International, Materials Park, Ohio, 1983.
- [2] Jensen, J. E. (ed.). Forging Industry Handbook. Forging Industry Association, Cleveland, Ohio, 1970.
- [3] Comportamiento del acero con la temperatura  
<https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn107.html> [Accedido 18-Mayo-2019]
- [4] Salvador Cardona Foix, Daniel Clos Costa. Teoría de máquinas, Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, 2001.
- [5] Catálogo células de carga Sensing sensores de medida <https://sensores-de-medida.es/medicion/sensores-y-transductores/celulas-de-carga-o-sensores-de-fuerza/celulas-de-carga-a-compresion/>
- [6] Joaquín Velasco Ballano, Miguel Oriol Velilla, José Otero Arias. Sistemas Electrotécnicos de Potencia, Electrónica de regulación y control de potencia, editorial paraninfo 1998.
- [7] resolución de ecuaciones no lineales, ayuda para programar los comandos  
<https://es.mathworks.com>
- [8] Shigley J. E., Mischke C.R. Diseño en ingeniería mecánica Mc Graw ill 6ª Ed.(2002)