



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**DISEÑO DE UN MECANISMO DE SUBASTAS COMBINATORIAS
PARA LA ASIGNACIÓN DE SLOTS FERROVIARIOS**

Autor: D. Eduardo Navas Merlo

Director: Adolfo López Paredes

Cotutor: D. David Jesús Poza García

Valladolid, Septiembre, 2019



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

Máster en Ingeniería Industrial



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

TÍTULO: Diseño de un mecanismo de subastas combinatorias para la asignación de slots ferroviarios

AUTOR: D. Eduardo Navas Merlo

DIRECTOR: D. Adolfo López Paredes

COTUTOR: D. David Jesús Poza García

TITULACIÓN: Máster en Ingeniería Industrial

RESUMEN:

En la extensa literatura referida a las subastas combinatorias y a los mecanismos asociados a éstas, se hace patente el interés por crear un marco para poder aplicar este tipo de subastas en los distintos mercados existentes, así como el diseño de mecanismos de subasta que lleven a la práctica este tipo de subastas. Ante tal interés, desde este documento se ha realizado una extensa búsqueda en la literatura referida a las subastas combinatorias y particularmente a las subastas combinatorias aplicadas al entorno ferroviario, con el fin de describir una estructura o metodología de diseño para este tipo de subastas.

Por otro lado, también es objeto de este documento, el desarrollo de un mecanismo de subastas combinatorias para la asignación de slots ferroviarios, así como la casuística dirigida a la implementación en el mercado ferroviario.

PALABRAS CLAVE: Subastas combinatorias, mecanismos de subastas, metodología de diseño de subastas combinatorias.

KEYWORDS: Combinatorial auctions, auctions mechanism, combinatorial auctions design methodology.

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

AGRADECIMIENTOS

A mis padres y hermanos, que, con su ayuda, su paciencia y su ánimo han hecho posible la realización de este trabajo.

A David Poza, que, con su alma incansable, su espíritu de trabajador y su cercanía con el estudiante, hacen del él, unos de los mejores tutores y profesores que un estudiante puede tener.

A Adolfo López por la confianza depositada en mi persona.

A mis amigos, tanto internacionales como de España, compañeros de trabajo, especial mención a la gente del grupo de INSISOC, y demás compañeros del máster de ingeniería industrial.

A todos ellos,

Gracias.



ÍNDICE

I.	INTRODUCCIÓN	8
II.	ESTADO DEL ARTE	10
2.1.	Clasificación de las Subastas Combinatorias	11
2.2.	Subastas Combinatorias Iterativas	13
2.2.1.	Características de las subastas combinatorias iterativas	13
2.2.2.	Tipos de subastas combinatorias iterativas	15
2.2.3.	Mecanismos de las Subastas Combinatorias Iterativas	15
2.2.4.	Mecanismos con función reguladora.....	16
2.2.5.	Mecanismos con función estructural.....	22
2.3.	Propiedades deseables en un mecanismo de subastas combinatorias iterativas	26
2.4.	Propiedades de las Subastas Combinatorias	27
2.5.	Problemas de las Subastas Combinatorias.....	28
2.5.1.	Expresión de la puja	28
2.5.2.	Determinación del ganador	29
2.5.3.	Métodos Resolutivos	31
2.5.4.	Problema de exposición	32
2.5.5.	Problemática de los participantes.....	32
2.5.6.	Reglas de cierre.....	32
2.6.	Subastas Combinatorias Continuas	34
2.7.	Aplicación de las Subastas Combinatorias	35
III.	METODOLOGÍA	39
3.1.	Asignación de slots ferroviarios en la literatura.....	39
3.2.	Procedimiento para el diseño de la subasta combinatoria.....	40
IV.	RAILWAY COMBINATORIAL CLOCK AUCTION	43
4.1.	Características, construcción y diseño de la subasta RCCA	43
4.2.	Ejemplo práctico de la RCCA	50
4.2.1.	Desarrollo de la subasta.....	51
4.2.2.	Resolución del WDP	52
4.2.3.	Análisis de resultados.....	53
V.	CONCLUSIÓN	57
5.1.	Trabajos futuros	58
VI.	BIBLIOGRAFÍA.....	59



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

VII. ANEXO A..... 66



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

Máster en Ingeniería Industrial



I. INTRODUCCIÓN

La propuesta de la Directiva del Parlamento Europeo y del Consejo sobre la interoperabilidad del sistema ferroviario dentro de la Unión Europea, designada como 2013/0015(COD) (Parlamento Europeo y del Consejo, 2013b), así como la propuesta de apertura del mercado de pasajeros mediante el servicio ferroviario, 2013/0028 (COD) (Parlamento Europeo y del Consejo, 2013a), establece los mecanismos para una futura interconexión de las redes ferroviarias europeas y una liberalización de este sector. Esta propuesta pretende resolver la problemática existente en los distintos países de la UE, donde una compañía, normalmente dependiente del Estado, se encargaba de gestionar la infraestructura ferroviaria (vías, señalización, estaciones, horarios, etc.), así como la explotación de la misma (trenes, calendarios, etc.). Como consecuencia de la apertura de la red ferroviaria a distintos competidores, ha surgido una nueva problemática asociada a la necesidad de desarrollar un mecanismo de asignación de derechos de uso de un tramo de la red ferroviaria durante un tiempo determinado a las nuevas compañías operadoras al que denominaremos *slots ferroviarios*.

Esta nueva situación hace patente la necesidad de optimizar matemáticamente el total de los horarios, resultando novedoso para esta industria, dado que tradicionalmente los horarios eran optimizados de forma experimental, es decir, se usaban horarios heredados y se mejoraban mediante el método de prueba y error (Borndörfer R. et al., 2006). A lo anterior, se une la complejidad que surge de detallar los distintos componentes técnicos, como pueden ser las pistas, cambiadores, señales y las dinámicas de los trenes (A. Caprara et al., 2001). De hecho, trabajos anteriores han demostrado que resulta imposible realizar una optimización simultánea del conjunto de toda la red ferroviaria. Así como, la imposibilidad de realizar un algoritmo matemático para optimizar la red ferroviaria basado en una visión microscópica de la misma (Borndörfer R. et al., 2006).

La solución de este tipo de problemas de optimización de asignación de slots ferroviarios se demuestra como un problema de tipo *NP-hard* (Garey & Johnson, 1979; A. Caprara et al., 2002), lo que se traduce, en que no puede garantizarse una solución óptima para un determinado problema en un tiempo razonable. Como se describirá posteriormente, la mayoría de las aproximaciones hasta la fecha han recurrido a programación lineal, cuya resolución conlleva un elevado número de simplificaciones para la obtención de una solución aproximada. En este trabajo, sin embargo, se utiliza el método de las subastas combinatorias para resolver tal problema de asignación de slots. Pudiendo definir las subastas combinatorias para el caso concreto de su aplicación en entornos ferroviarios, como una subasta donde se da la oportunidad por parte del subastador, que será aquel Estado o empresa designada por éste para ejecutar tal subasta, de pujar a las distintas compañías operadoras de trenes por una combinación de slots ferroviarios, pudiendo ser éstos últimos temporales o físicos.

Como se verá en este trabajo, en los diversos estudios existentes no hay un consenso general en el enfoque del problema de asignación de slots ferroviarios. Empezando por una clara diferencia en el concepto de slot ferroviario, la existencia de varios modelos y distintas formas de simplificar la infraestructura ferroviaria, así como varios métodos de optimización para poder abordar el problema. Aunque es destacable, que la mayoría de los estudios recurren a la optimización del problema mediante programación lineal. Con todo lo anterior, el objetivo principal de este trabajo de fin de máster (TFM) es doble, por un lado, se quiere proporcionar



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

una visión amplia de las subastas combinatorias, así como una vía para clasificar las mismas, centrándose en las distintas teorías que atañen a este tipo subastas, así como diferentes mecanismos, reglas y ejemplos de aplicación real. Por otro lado, se tratarán las subastas combinatorias aplicadas a la asignación de slots ferroviarios, detallando algunas particularidades de dicho mercado, y se expondrá un mecanismo de subasta combinatorias aplicable al mercado ferroviario.

Con este propósito, el presente trabajo se estructura de la siguiente forma: en el capítulo 2, se trata el estado del arte de las subastas combinatorias, se ofrece una clasificación de las mismas, así como la descripción de la problemática asociada, en el capítulo 3 se desarrolla una metodología creada en base a la literatura existente, para el diseño de una subasta combinatoria para cualquier mercado, en el capítulo 4 se crea un mecanismo de subastas combinatorias específico para el entorno ferroviario, y se detallan otros aspectos de este tipo de subastas, por último, en el capítulo 5, se llega a una conclusión y se determinan diversos trabajos futuros de interés para el desarrollo de las subastas combinatorias en entornos ferroviarios.



II. ESTADO DEL ARTE

Este capítulo tiene por objetivo presentar una recopilación de la literatura referida las subastas combinatorias, para ello se ha estructurado de la siguiente forma. Por un lado, se ha realizado un esquema para mostrar al lector una idea general de este tipo de subastas, así como las distintas definiciones de la misma según distintos autores. Por otro lado, se describen los dos tipos de subastas combinatorias más importantes: la subasta combinatoria iterativa y la continua, a la vez que se dan a conocer las características generales de las subastas combinatoria y de su problemática asociada. Finalmente, se detallan algunas aplicaciones reales de este tipo de subastas.

En la literatura, existen diversas formas de definir las subastas combinatorias. Algunos autores como Pekeč & Rothkopf (2003), asocian el término subasta combinatoria a los mecanismos de subasta que venden múltiples ítems y a la vez, permiten pujas de tipo “todo o nada” como combinación de estos ítems. En esta misma línea, el autor Abrache et al. (2004) define las subastas combinatorias como una clase importante de mecanismo de mercado, a cuyos participantes se les permite pujar por lotes o por múltiples ítems heterogéneos. Por otro lado, autores como Bikhchandani & Ostroy (2007) se desmarcan de la línea de definir la subasta combinatoria como un mecanismo y la definen como una forma de asignación de múltiples e indivisibles unidades de objetos heterogéneos por parte de un vendedor a dos o más postores.

No obstante, para este documento, el concepto de subasta combinatorias se enmarca dentro de la definición dada por Adomavicius, Curley, & Gupta (2013), donde éste define las subastas combinatorias como un tipo de subasta, en la cual los diferentes agentes pueden enviar su puja sobre los lotes o recursos y, en la misma línea que los autores citados al principio, lo define como un mecanismo de asignación económicamente eficiente para vender un número determinado de recursos que resulta de especial interés cuando los paquetes o recursos son complementarios, es decir, es preferible un paquete de recursos que la suma de sus partes, y también sustituibles. La determinación de los ganadores en este tipo de subastas es un problema de optimización complejo que ha recibido bastante atención (Andersson, Tenhunen, & Ygge, 2000; Fujishima, Leyton-Brown, & Shoham, 1999; Nisan, 2000a; Rothkopf, Pekeč, & Harstad, 1998; Sandholm, Suri, Gilpin, & Levine, 2002).

Al ser las subastas de tipo combinatorio es importante resaltar que el número de paquetes que estarán a subasta será del orden de $(2^n - 1)$, y que cada agente deberá expresar una puja por todos ellos para expresar sus preferencias. Se ha demostrado, que el problema de la determinación del ganador para las subastas combinatorias es de tipo *NP-hard* (Rothkopf et al., 1998). Por lo que no existe o no se ha encontrado aún, un algoritmo capaz de encontrar la solución óptima en tiempo polinómico, además, el problema puede llegar a ser computacionalmente impracticable (Larson & Sandholm, 2001; D.C. Parkes, 1999; Sandholm, 1993).

Las subastas combinatorias pueden clasificarse de forma general en subastas hacia adelante (forward auction), subastas hacia atrás (reverse auction) y subastas dobles (double auction). Las subastas más tratadas en la práctica son las subastas combinatorias de tipo hacia adelante, donde existen multitud de postores y un solo vendedor, el cual vende diferentes ítems agrupados en lotes. Por otra parte, las subastas combinatorias de tipo hacia atrás, son aquellas donde el comprador establece una subasta y múltiples vendedores o suministradores participan en ella,

algunos autores que estudian este tipo de subasta son (Gujar & Narahari, 2013; Hohner et al., 2003). Finalmente, las subastas dobles son aquellas donde coexisten multitud de postores y de subastadores. Un esquema de esta clasificación se muestra en la figura 1.

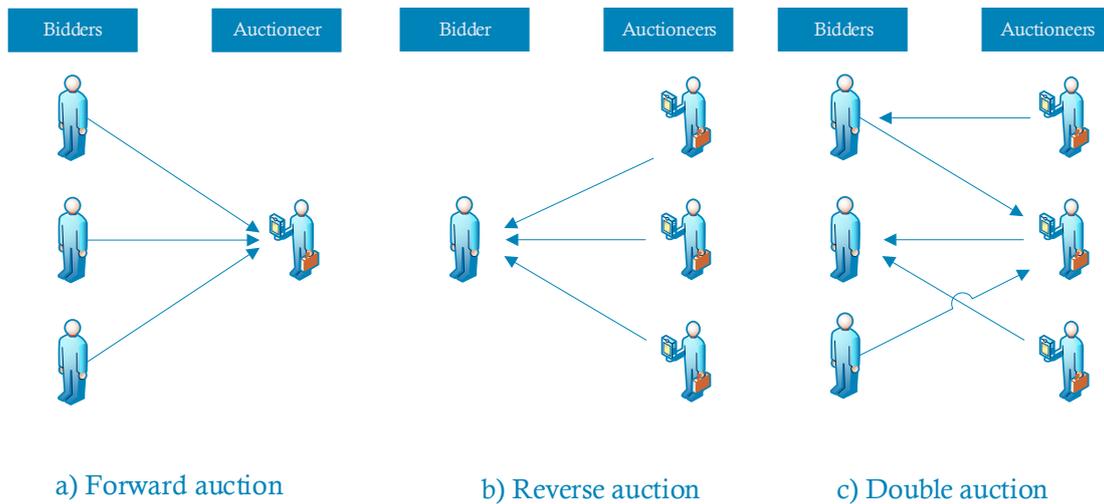
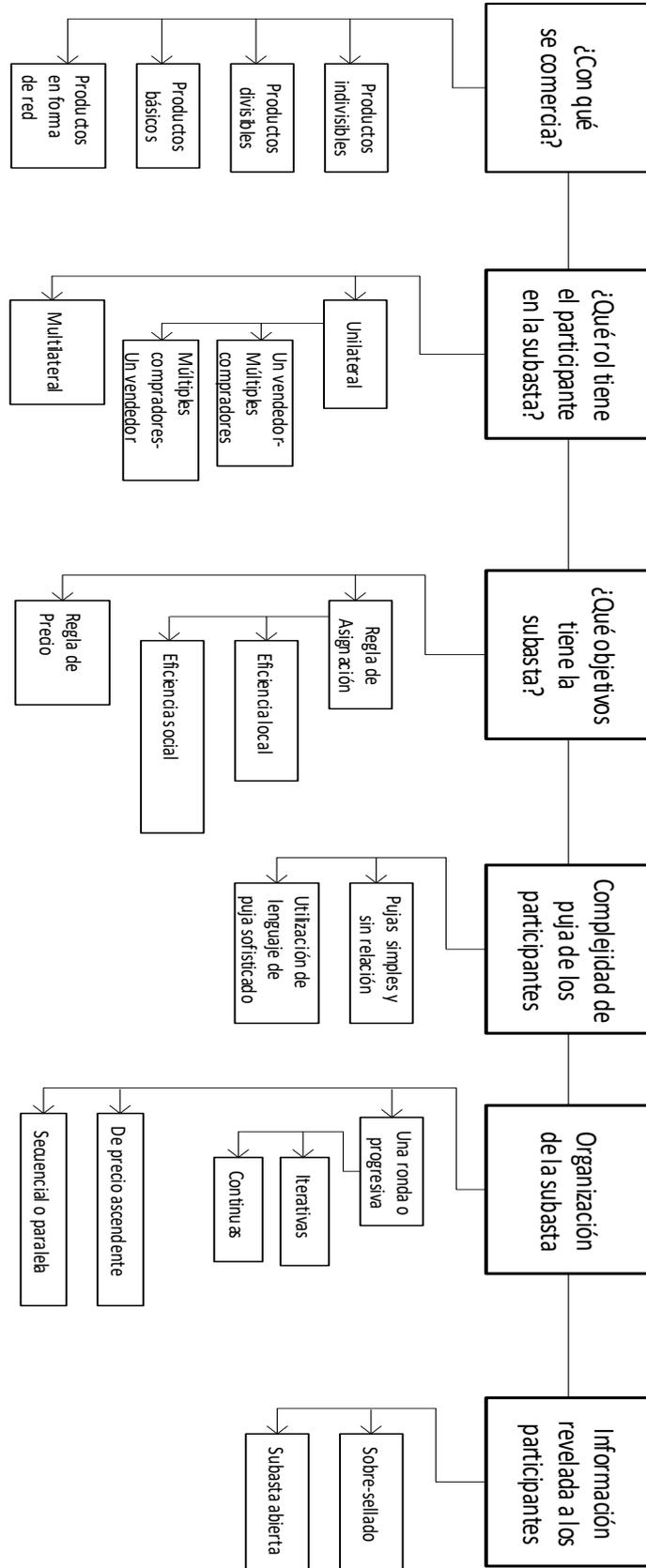


Figura 1. Clasificación de las subastas (Elaboración propia)

2.1. CLASIFICACIÓN DE LAS SUBASTAS COMBINATORIAS

A la hora de diseñar una subasta combinatoria y su mecanismo, ha de hacerse una esquematización con el fin de definir las características de la misma. Una propuesta de taxonomía para las subastas es la propuesta por Abrache et al. (2004) y cuyo desarrollo se encuentra en (Ebgelbrecht-Wiggans, 1980; Wurman, Wellman, & Walsh, 2001), ésta se muestra en el Esquema 1:



Esquema 1. Taxonomía de las subastas combinatorias (Elaborado a partir de Abbrache et al. (2004))



2.2. SUBASTAS COMBINATORIAS ITERATIVAS

La acción de evaluar un lote en una subasta combinatoria es una tarea ardua y compleja en muchas aplicaciones, debido en su mayoría a que existe un número exponencial de lotes que tienen que ser evaluados. Como es el caso de los slots en aeropuertos, redes ferroviarias, centros logísticos o contratos para catering en comedores.

En este sentido, las subastas combinatorias iterativas abordan el problema de evaluación costosa de las preferencias existentes, ya que este tipo de subastas permite a los postores enviar múltiples pujas durante una subasta, dividida a su vez en rondas, y provee de la suficiente información de retroalimentación al postor para adaptarse y focalizar esfuerzos.

En el artículo de P Cramton, Shoham, Link, & Parkes (2015) se habla de la capacidad por parte de las subastas combinatorias iterativas de mitigar el problema de estimulación de preferencias, así como de otras capacidades no menos importantes y que suponen una gran beneficio de este tipo de subastas, como son:

- La capacidad de *distribuir* la computación necesaria de una subasta entre los postores, a través de la participación interactiva de éstos para guiar la dinámica de la subasta, ya que el intercambio dinámico de información entre los postores, el cual es distintivo de este tipo de subastas. A lo que se suma, la puesta en valor de la *privacidad*, ya que los postores solo necesitan revelar información parcial e indirecta sobre sus valoraciones.
- La *transparencia* es otra preocupación de las subastas, y en algunas aplicaciones tecnológicas, como las subastas de espectros, se es especialmente cuidadoso en verificar y validar el resultado de la subasta. En cuanto a la subasta combinatoria iterativa, ofrece un especial atractivo con implementaciones como la puja a sobre-sellado (Lawrence M. Ausubel & Milgrom, 2002).

2.2.1. CARACTERÍSTICAS DE LAS SUBASTAS COMBINATORIAS ITERATIVAS

El gran reto de diseño de las subastas iterativas, según P. Cramton et al. (2015), sería mantener el incremento y la focalización de las pujas, intentando anular cualquier estrategia de comportamiento que comprometa los objetivos económicos de eficiencia y optimización. En ese camino hacia el diseño de este tipo de subastas los autores sugieren un paradigma de diseño útil que busca implementar subastas, donde la puja es directa, mediante *ex post equilibrium*. Este equilibrio sería invariante para la información privada de los postores, dando preferencia a las pujas directas frente a otras valoraciones. Así, el autor antes citado, aporta una serie de características que serían deseables en toda subasta combinatoria iterativa, las cuales son:

- **Problema temporal:** La subasta iterativa puede ser de carácter continuo, es decir, permitir que se envíen pujas en cualquier momento con una actualización continua tanto de asignación como de precio. Aunque es sabido que las subastas continuas tienen la ventaja de centrar las pujas rápidamente debido al alto nivel de información de retroalimentación posible, es inviable en algunos casos, debido a que se debe resolver el WDP cada vez que se reciba una nueva oferta. Además, este tipo de característica requiere de una alta participación y seguimiento por parte del postor, lo que implica altos costes para éste.



Por el contrario, la subasta combinatoria iterativa puede ser discreta o por rondas, de esta forma la actualización se hace periódicamente y los postores pueden revisar sus ofertas entre rondas, permitiendo así que el subastador pueda establecer una programación y los postores tengan tiempo de refinar sus ofertas.

- **Información de retroalimentación:** esta información puede expresar al postor tanto el estado de la puja realizada, así como la asignación provisional. Pese a tener varias ventajas, debe estudiarse la información que se vaya a aportar, pues puede tener riesgos de colusión u otras formas de manipulación. Referido a esto, la problemática de generar información de la subasta en tiempo real ha empezado a desarrollarse por autores como Adomavicius, Curley, Gupta, & Sanyal (2012). En su estudio sobre el impacto de este tipo de información que actúa como retroalimentación para el postor, destaca que ésta puede jugar un rol importante en la subasta para influir en el beneficio económico de las subastas combinatorias, llegando incluso a avanzar una nueva investigación sobre las subastas combinatorias continuas, las cuales tienen como característica que otorgan la posibilidad de un flujo libre de participantes en la misma, así como de facilitar el precio exacto de un lote demandado en tiempo real.
- **Reglas de puja:** Parte importante de las subastas en general son las reglas de puja, éstas vienen a paliar algunos problemas asociados a estos tipos de asignaciones. En concreto, algunos problemas de las subastas combinatorias iterativas, es por ejemplo el que afecta al beneficio de la misma debido a las estrategias de retraso en la actividad de pujar hasta las últimas rondas de la subasta, éste ha sido en parte solventado por *reglas de actividad* (P. Milgrom, 2000) mediante la promoción de una oferta significativa durante las primeras rondas de la subasta, que aliviaría el estancamiento de la misma. Otras reglas van dirigidas a establecer un marco, donde si bien se intenta favorecer la expresividad de puja por parte de los postores, se promueve, por otra parte, un intercambio rápido de información entre éstos, con el fin de no prolongar la espera y no concentrar todas las ofertas al final de la subasta.
- **Precio de partida:** unos de los problemas de las subastas combinatorias iterativas es el precio de partida de cada ronda, este problema ha sido abordado por algunos autores como (Carpenter & Maloney, 2015), donde describen varios sistemas y métodos para calcular el precio de partida de las subastas, el cual puede ser ajustado según un factor de agresividad, y la determinación del ganador de la misma.
- **Reglas de cierre:** algo inherente a las subastas son las reglas de cierre que, regularán la finalización de la misma. Aunque se ha hablado en profundidad de esta característica en anteriores apartados, cabe destacar que las distintas reglas de cierre se pueden clasificar en dos grupos, por una parte, se encuentran aquellas que fijan un determinado tiempo para la subasta, lo que es útil en escenarios donde los postores están impacientes y no quieren esperar una posible demora de la subasta. Por otra parte, se encuentran aquellas subastas que optan por un cierre sucesivo o abierto, lo que está demostrado que promueve una apuesta temprana y sincera por parte del postor.
- **Lenguajes de puja:** en una subasta combinatoria iterativa, la expresividad del lenguaje deber ser tal, que se dé la posibilidad a los postores de refinar su oferta durante la subasta.
- **Agente Proxy:** este tipo de agentes artificiales están encaminados a facilitar una rápida convergencia hacia la asignación, mediante la ejecución de rondas de subasta automatizadas. Para ello, el postor facilita la información de la puja al agente proxy, y



éste realiza las ofertas en su lugar. La información facilitada por el postor puede ser parcial o incompleta, ya que ésta será refinada durante el transcurso de la subasta. Este tipo de sistema, debe tener la cualidad de ser revisable y que las decisiones tomadas sean consistentes, para que el sistema sea fiable y transparente.

2.2.2. TIPOS DE SUBASTAS COMBINATORIAS ITERATIVAS

Los principales tipos de subastas iterativas son dos (Ramírez et al., 2014), aquellas que están sujetas al precio y, por otro lado, las que están sujetas a la cantidad.

En las subastas que están sujetas a la cantidad, los postores envían en cada ronda el precio que pagarían por las distintas combinaciones de ítems, seguidamente, el subastador realiza una asignación provisional que estará sujeta a las ofertas recibidas. La subasta continuará, dando la posibilidad a los postores de ajustar sus pujas en cada ronda. Este tipo de subastas vienen equipadas con reglas que aseguran un rápido desarrollo y alientan la competitividad, es por ello que parecen ser la más predominante en la práctica (de Vries & Vohra, 2003).

Por otra parte, en las subastas iterativas que están sujetas al precio, el subastador establece el precio de los diferentes ítems y los postores le envían a éste las combinaciones de los distintos ítems que desean obtener a ese precio. Finalmente, el subastador es el encargado de ajustar los precios en función de la demanda y los suministros. En este sentido, existen diferentes alternativas de establecer el precio.

- Mecanismo de tipo reloj, también conocido como Combinatorial Clock Auction (CCA), el cual se explica en profundidad más adelante.
- Método Walrasiano: En este método, los precios se elevan si la demanda es mayor que el suministro y se disminuyen si el suministro es mayor que la demanda. Este proceso puede ser adaptativo, con precios que varían en función del exceso de demanda o suministro, o no-adaptativo, cuando los precios varían en forma de una cantidad constante.

2.2.3. MECANISMOS DE LAS SUBASTAS COMBINATORIAS ITERATIVAS

Un mecanismo de subasta, son todas aquellas reglas y estructuras que establecen un marco con el objetivo de crear un nexo de unión entre el mundo teórico y el mundo práctico de las subastas. En otras palabras, estos sistemas se encargan de transferir los conocimientos teóricos de las subastas, entre los que se encuentran las restricciones y diferentes teorías de juego, que ayudan a resolver un determinado problema de subasta y que tienen como fin asegurar una solución, en forma de asignación de ítems y de pagos. Otra definición de mecanismo de subastas la encontramos en Nisan & Ronen (2001), según él, un mecanismo es aquel encargado de resolver un problema dado asegurando que se produce una solución a éste, cuando los agentes eligen sus propias *utilidades egoístas*. Por lo tanto, es necesario que un mecanismo garantice que las utilidades de los agentes, que pueden influir en la distribución de pagos, sean compatibles con el algoritmo.



A la hora de clasificar los mecanismos de subastas existentes surgen varias opciones, entre ellas, están aquellos autores que clasifican éstos según sus características técnicas individuales, como por ejemplo: estructuras de precio, lenguaje de subasta implementado y método usado para actualización de precio (P Cramton et al., 2015). Otra clasificación posible es la que ofrece Pekeč & Rothkopf (2003), donde divide los mecanismos en tres categorías diferentes, en la primera estarían aquellos mecanismos con un potencial uso práctico, en la segunda estarían aquellos que están motivados por cuestiones teóricas o desarrollados como herramienta para análisis teórico, y por último, se sitúan aquellos que pretenden ser una mejora de diseños conocidos con el fin de obtener un diseño estándar que pueda ser implementado. Por otro lado, existe otra forma de ordenación, en parte introducida por Abrache et al. (2004), donde se clasifican los mecanismos según sea su función reguladora o estructural, los primeros ahondarán más en la parte referida a crear las reglas de los mismos con el fin de crear un marco donde pueda darse la subasta y, en segundo lugar, se tiene a aquellos con función estructural cuya misión es definir una serie de etapas, las cuales formarán el procedimiento de la subasta. Esta última forma de clasificación de los mecanismos de subastas es la usada en este documento, ya que ofrece un punto de vista más general, pero que incide en el modo de funcionamiento de cada mecanismo.

2.2.4. MECANISMOS CON FUNCIÓN REGULADORA

- **Vickrey-Clark-Groves**

El mecanismo Vickrey-Clark-Groves (VCG) es una generalización de la propuesta clásica de Vickrey para el diseño de las subastas de un solo ítem, en donde éste puede ser adaptado para subastas combinatorias. Al igual que las subasta Vickrey de un solo ítem, el mecanismo VCG para subastas combinatorias resulta especialmente interesante, ya que plantea una estrategia dominante para los postores, en la cual pujen el verdadero valor de cada combinación de ítems. Esto es así, ya que el mecanismo hace un reembolso a los postores en base al valor creciente de la combinación seleccionada respecto de la puja dada por ese postor. Estos reembolsos se conocen como los pagos Vickrey.

En aras de demostrar el funcionamiento de tal mecanismo, se ofrece un ejemplo sencillo de aplicación. Supongamos que tenemos una subasta de dos ítems distintos, a los que designaremos como ítem1 e ítem2, a su vez, la subasta constará de dos participantes. El primer postor, formula la siguiente puja: 20 u.m. por el ítem1, 7 u.m. por el ítem2 y 27 u.m. por la combinación de ambos ítems. A lo que el segundo postor, formula la siguiente puja: 5 u.m. por el ítem1, 10 u.m. por el ítem2 y 18 u.m. por la combinación de ambos ítems. En la tabla 1 se realiza un esquema de la subasta combinatoria.



Tabla 1. Ejemplo aplicación Mecanismo Vickrey-Clark-Groves

	Item1(u.m.)	Item2 (u.m.)	{Item1, Item2}(u.m.)
1.º Postor	20	7	27
2.º Postor	5	10	18

Como puede observarse en la Tabla anterior, se llega a la solución en la cual el valor máximo es 30 u.m., que viene de asignar la oferta del primer postor por el ítem1, y la oferta del segundo postor por el ítem2. Luego los pagos Vickrey quedarían de la siguiente forma: se le reembolsaría 12 u.m. al primer postor, ya que sin su puja el valor total sería 18 y no 30 u.m., por el contrario, se le reembolsaría 3 u.m. al segundo postor, debido a que, sin su puja, el valor total sería 27 y no 30 u.m., premiando así al primero postor por hacer la puja más alta.

Aunque el VCG sea un mecanismo en sí mismo, hay gran cantidad de autores que se han basado en él para crear mediante modificaciones de éste, sus propios mecanismos. Es destacable el mecanismo creado por (Makowski & Ostroy, 1987), el cual, basándose en el VCG, crean un mecanismo al que ellos llaman *full appropriation mechanism*, el cual se fundamenta en teorías como el método *Walrasiano*, explicado anteriormente, el óptimo de Pareto y la racionalidad individual. Con todo ello, logran, según los autores, repartir exactamente a cada participante individual su producto marginal, a la vez de exhibir la propiedad de estrategia dominante.

Según el artículo de (Pekeč & Rothkopf, 2003), a pesar de que con el mecanismo VCG se pueda conseguir un asignación eficiente por parte del subastador, es por el contrario, un mecanismo que en la práctica es raramente usado y difícil de implementar. Debido a que este mecanismo paga a veces a los postores de una forma muy generosa, afectando así al beneficio. Además, también está sujeto a trampas y es insostenible en entornos dinámicos realistas, donde la revelación de los valores reales por parte los postores pueden tener consecuencias más allá de la subasta.

El mecanismo VCG y sus extensiones son realmente efectivos cuando se cumplen las siguientes condiciones: los bienes a la venta en la subasta son sustitutos para todos los postores y a su vez, estos no tienen limitaciones efectivas en el presupuesto. Si alguna de estas condiciones falla, según L.M. Ausubel et al. (2006), pueden producirse fallos en el mecanismo como deficiencias graves en el rendimiento del mismo. De hecho, según demuestran los autores, los beneficios en el VCG pueden ser bajos o incluso cero, ya que éste puede decrecer en base a el aumento de los postores en la subasta o, por otro lado, el aumento de las pujas de éstos. Además, si existen limitaciones en el presupuesto de los postores, el mecanismo VCG pierda la propiedad de estrategia-dominante, eliminando así la ventaja que exhibe este mecanismo frente a otros existentes.



Alguna modificación del VCG es la que realiza autores como Le (2018), que mediante un mecanismo al que llama Truncamiento Vickrey-Clarke-Groves, puede llegarse a una asignación que sea *Pareto optimal*. El funcionamiento de tal mecanismo se basaría en truncar cada valoración realizada por los postores, proveyendo así de la información suficiente, tanto de las preferencias como de la capacidad de pago de cada postor, para luego aplicar el mecanismo VCG.

- **iBundle**

Autores como Parkes & Ungar (2000) presenta un tipo de subasta combinatoria iterativa que está optimizada para distintas estrategias de oferta realizadas por agentes, en concreto para aquellas destinadas a maximizar la utilidad y que dan la mejor respuesta en forma de oferta a los precios. Al pertenecer al grupo de las subastas iterativas, el iBundle tiene la propiedad de que los agentes puedan incrementar los valores por los lotes cuando cambien el precio de los mismos, y hacer nuevas ofertas en respuesta a las ofertas realizadas por otros agentes, lo cual resulta de utilidad cuando existen serios problemas de valoración de los distintos ítems.

En cuanto a las reglas de resolución del WDP, el iBundle debe resolver una secuencia de este tipo de problemas manteniendo una asignación provisional de las ofertas de los agentes y respetando las restricciones de ofertas de tipo XOR realizadas por éstos. A diferencia del otro tipo de sistema para subastas combinatorias como es el Generalized Vickrey Auction (GVA), el iBundle reduce cada WDP debido a que las ofertas de los agentes involucran menos lotes. Además, da la oportunidad al subastador de incrementar la oferta mínima realizable y de reducir el número de rondas de la subasta, reduciendo así la eficiencia económica en pos de una disminución del tiempo de computación. Referido a las reglas de cierre, la subasta iBundle acabará cuando: (i) todos los agentes envíen la misma oferta en dos rondas consecutivas, o (ii) todos los agentes reciban un lote.

- **Core-Selecting Auction**

El mecanismo de tipo Core-selecting nace como alternativa al mecanismo VCG. Como ya se explicó en el apartado donde se trataba el mecanismo de Vickrey-Clark-Groves, el funcionamiento de este tipo de mecanismo se resume en asignar los distintos ítems para maximizar los beneficios sujetos a la factibilidad de las ofertas seleccionadas, cobrando a cada licitante el costo de oportunidad de recibir los artículos asignados.

Según (Lawrence M Ausubel & Baranov, 2010), existen varias razones por las que dudar del mecanismo VCG, las cuales se exponen a continuación:

- El mecanismo VCG puede generar *bajos beneficios*, y en ambientes con una complementariedad extrema, el beneficio puede ser igual a cero.
- Este mecanismo puede ser *non-monotonic*, es decir, el aumento del número de postores o el precio de sus valoraciones puede reducir el beneficio del vendedor.
- Finalmente, este mecanismo puede ser vulnerable a alguna forma de *comportamiento de colusión*, como, por ejemplo, postores perdedores u ofertas cómplice.



En el mecanismo de tipo Core-selecting, al igual que en el mecanismo VCG, los compradores envían ofertas asociadas a varios subconjuntos de todos los artículos, y el subastador determina la combinación de ofertas que maximiza los ingresos totales sujetos a condiciones de viabilidad. Sin embargo, este mecanismo difiere del mecanismo VCG en la regla de fijación de precios, ya que, en este caso, posee una regla que siempre exige el mismo pago o pagos más altos, lo que asegura que el resultado siempre está en el núcleo o *core* en relación con los valores informados. Entendiéndose que, si el resultado se encuentra en el núcleo, éste será satisfactorio para la subasta, es decir, los postores estarán satisfechos porque solo estarán pagando lo suficiente como para vencer a sus competidores, sabiendo que nadie puede mejorar sin que otro empeore. Y el vendedor estará satisfecho de recibir ingresos competitivos determinados por la competencia y para los cuales no hay una mejor alternativa aparentemente disponible (R. W. Day & Cramton, 2012). Otra definición de *core* es la aportada por Lawrence M. Ausubel & Milgrom (2002), donde define el núcleo como un conjunto de pagos que mantienen la eficiencia de asignación, en el sentido de que no existe una recopilación alternativa de postores que hubiesen ofrecido más al vendedor.

Este tipo de mecanismo puede usarse en combinación de la Clock Combinatorial Auction, que se verá en el próximo apartado. En concreto, según indica Lawrence M Ausubel & Baranov (2010), se procedería de la siguiente forma. En una primera parte, se realizaría una subasta iterativa normal, de tipo simultánea y ascendente, y en la segunda fase de puja, se efectuaría a sobre cerrado y se optaría por usar la subasta de tipo core-selecting con la regla de precios Vickrey más cercana (Peter Cramton, 2009). Para este último tipo de mecanismo core-selecting, conocido como Closest-to-Vickrey core, se ofrece un ejemplo en el cual se observa la regla de precios, la cual procede de la siguiente forma: primero se establecen los pagos Vickrey y a continuación se elige un punto que minimice la distancia euclidiana.

Este ejemplo, es una adaptación del realizado por el autor Peter Cramton (2009). Supóngase que se tiene una subasta de dos ítems, A y B, y 5 postores, los cuales deben ofrecer una puja B_i , siendo i cada participante. Esta puja debe representar que ítem, o combinación de ítems se desea, así como el precio p al que se desea adquirir. Entonces, se tienen que las ofertas realizadas por los distintos participantes son: $B_1 = \{[A, B]; 30\}$, $B_2 = \{B; 22,5\}$, $B_3 = \{B; 10\}$, $B_4 = \{A; 12,5\}$, $B_5 = \{A; 25\}$. Para determinar los pagos Vickrey se procede de forma gráfica, tal como se muestra en la figura 2.

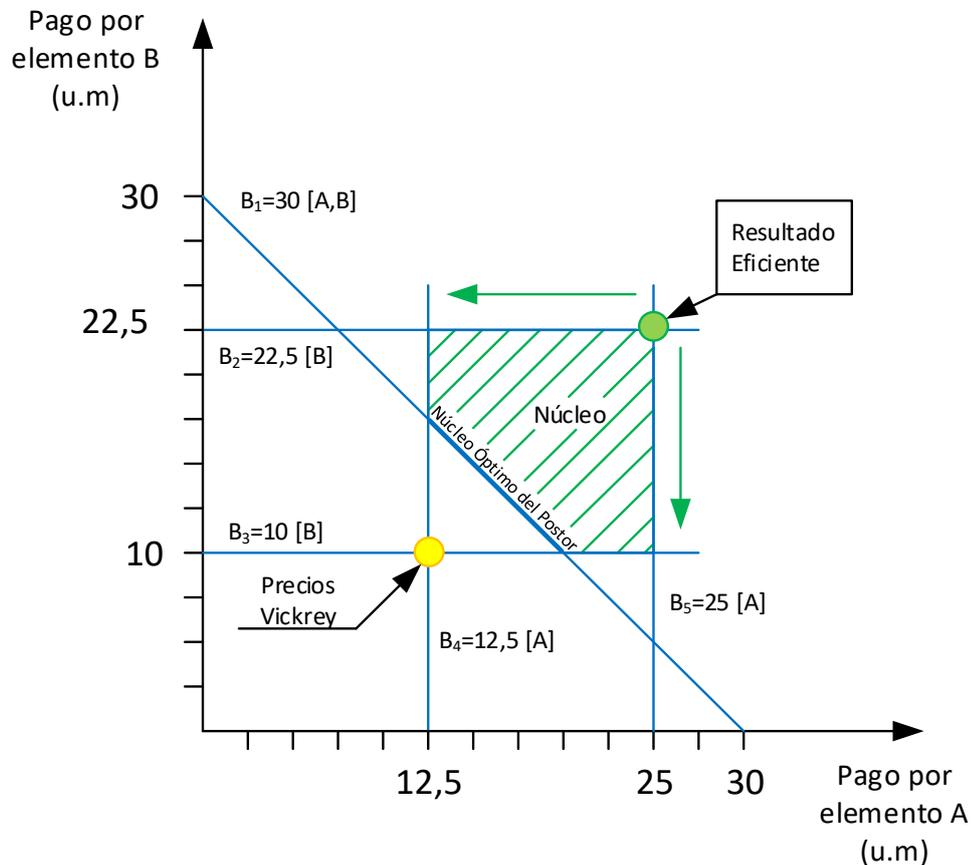


Figura 2. Determinación pagos Vickrey de forma gráfica. Fuente: Adaptación de Peter Cramton (2009).

Como puede observarse en la figura 2, la forma de establecer un punto en la línea del núcleo óptimo del postor no es única. Pero mientras este punto se sitúe en dicha línea, se conseguirá asegurar que no habrá otra regla de precios que provea de mejores incentivos para realizar pujas veraces, además, esta regla posee la propiedad de ser *revenue monotonic* tanto para el postor como para el subastador, por lo que una adición de ofertas o postores solo puede aumentar el beneficio (R. Day & Milgrom, 2008)

Posteriormente, en la figura 3, se determina un punto, conocido como punto único del núcleo o *unique core point*, que minimiza la distancia desde el punto de pago Vickrey hasta el núcleo, esta distancia será la conocida como distancia euclidiana.

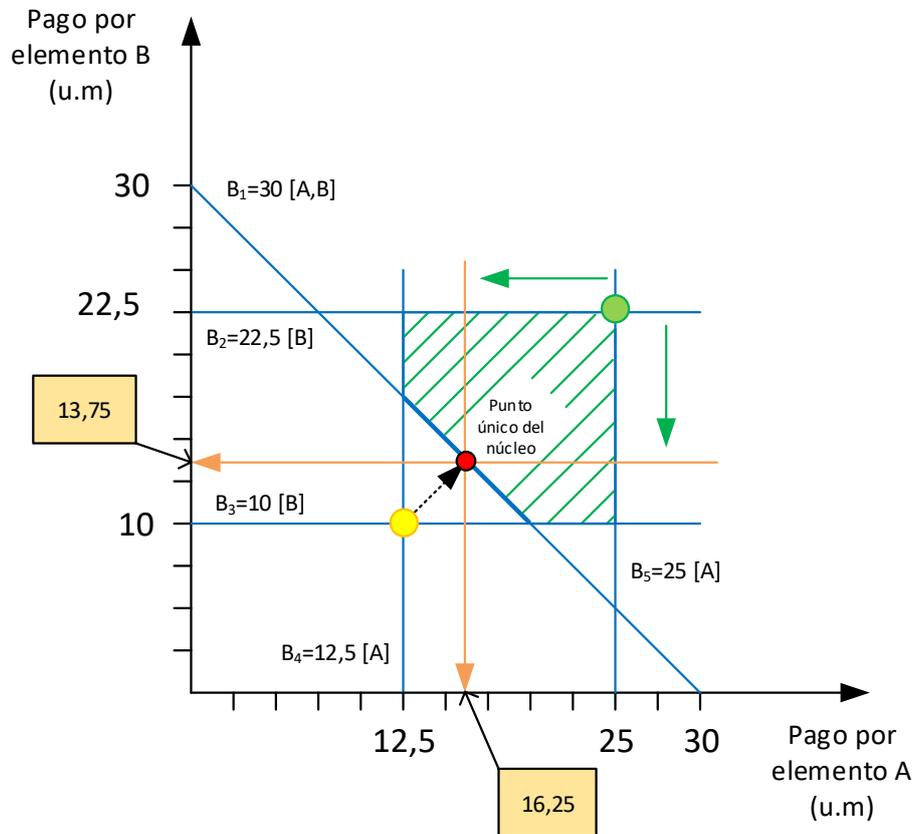


Figura 3. Punto más cercano al pago Vickrey. Fuente: Adaptación de Peter Cramton (2009).

Autores como Day & Cramton (2012), hacen un resumen de las propiedades de cualquier mecanismo de tipo core-selecting, las cuales son:

- Una asignación debe ser eficiente en lo referido a las preferencias recibidas (P. Milgrom, 2004).
- Ningún postor puede ganar más que su pago bajo la acción de la subasta VCG mediante desagregación, uso de nombres falsos o postores señuelo (R. Day & Milgrom, 2008).
- La determinación de un resultado que se sitúe en el core es NP-hard siempre que el problema de determinación del ganador (WDP) sea NP-hard (R. W. Day & Raghavan, 2007).
- Cada postor realiza una mejora en su respuesta para cualquier tipo de oferta de los oponentes, siguiendo una estrategia semi-sincera o, dicho de otra forma, existe una estrategia semi-sincera entre el conjunto de estrategias óptimas de cada postor, también conocido como estrategia de truncamiento o una estrategia de objetivo de ganancia.

• Multi-objective Combinatorial Auctions

En el ámbito de las subastas combinatorias para la adquisición de rutas en el transporte marítimo nace la idea de implementar al problema de determinación del ganador (WDP) que se había venido usando hasta la fecha. Esta modificación consiste en la formulación



de distintas funciones objetivo e implementar así los mecanismos que tenían una sola de estas funciones, usualmente referida a maximizar beneficios o minimizar costes, en la parte del WDP.

Para ello, este mecanismo propone tres funciones objetivo que tengan la siguiente filosofía:

- Objetivo coste: minimizar el coste total de las ofertas aceptadas.
- Objetivo de equidad en el mercado: maximizar el número total de los paquetes aceptados.
- Objetivo de confianza en el mercado: minimizar la diferencia entre el límite de volumen inferior buscado por el transportista y el límite de volumen superior buscado por el subastador.

A lo anterior, se une una serie de restricciones que se aplicarán al problema de optimización, las cuales se listan a continuación:

- Restricción de demanda suministrada: El volumen total aceptado como paquetes ganadores no debe ser inferior que el volumen subastado.
- Restricción de transacción: permite que el subastador tramite todo el paquete dentro de un rango de volumen particular especificado por los transportistas.
- Restricciones de garantía de empresa: se establece que los operadores reciban negocios dentro de unos determinador límites de volumen preestablecidos.
- Tamaño base de transporte: esta restricción es una extensión de la restricción anterior, donde se limitan los transportistas ganadores por cada slot.
- Restricciones de recarga simple de oferta: establece una proporción entre el volumen saliente y el volumen entrante.
- Restricciones binarias y no-negativas: las variables de decisión usadas serán números reales, que puede ser 1 si se asigna a un paquete, una red, etc a un determinado transportista y 0 si se da la situación contraria.

2.2.5. MECANISMOS CON FUNCIÓN ESTRUCTURAL

- **Combinatorial Clock Auction**

El mecanismo de subastas combinatorias de tipo reloj o CCA, por sus siglas en inglés, es un tipo de mecanismo que divide la subasta en dos partes conocidas como ronda de reloj y ronda complementaria, la primera se estructura en una fase de reloj inicial y una oferta de ronda final. En la fase de reloj, el vendedor incrementa gradualmente el precio y los postores responden con la cantidad demandada a ese precio dado. Si la demanda agregada excede el suministro disponible para cualquier ítem, el subastador anuncia precios más altos para esos ítems en la siguiente ronda. Este mecanismo de subasta combinatorias es usado cuando existen múltiples postores, así como múltiples productos en diferentes cantidades. El postor puede reducir su demanda, pero no incrementarla en el transcurso de la subasta. El precio incrementa hasta que la demanda agregada es menor o igual al suministro de cada ítem.

La siguiente parte, conocida como ronda suplementaria o complementaria, es una subasta de puja a sobre cerrado, en la que cada postor puede mejorar la oferta que realizó en la primera parte, y, además, puede enviar ofertas adicionales para otra combinación de ítems. Durante toda la subasta, las pujas se tratan como ofertas por lote de tipo todo o nada. Finalmente, el vendedor realiza la asignación y establece el pago del ganador. Consultar para más información (Lawrence M. Ausubel & Baranov, 2017; Levin & Skrzypacz, 2016).

Para resolver el problema de determinación del ganador, se agrupan todas las ofertas realizadas tanto en las rondas de reloj como en la ronda suplementaria. El paquete ganador se determina mediante la búsqueda de la asignación que maximice el valor total sujeto a restricciones de viabilidad, cada ítem puede ser vendido solo una vez y solo puede ser seleccionado una oferta por cada postor como parte de asignación del ganador. Los pagos son encontrados mediante la resolución de una serie de problemas de determinación del ganador (WDP), que identifica el coste de oportunidad impuesto por ganadores sobre otros participantes. Normalmente, las reglas de pago basadas en coste de oportunidad crean un incentivo al postor para que revele el valor verdadero, facilitando resultados eficientes. En la figura 4 se esquematiza el funcionamiento de este mecanismo.

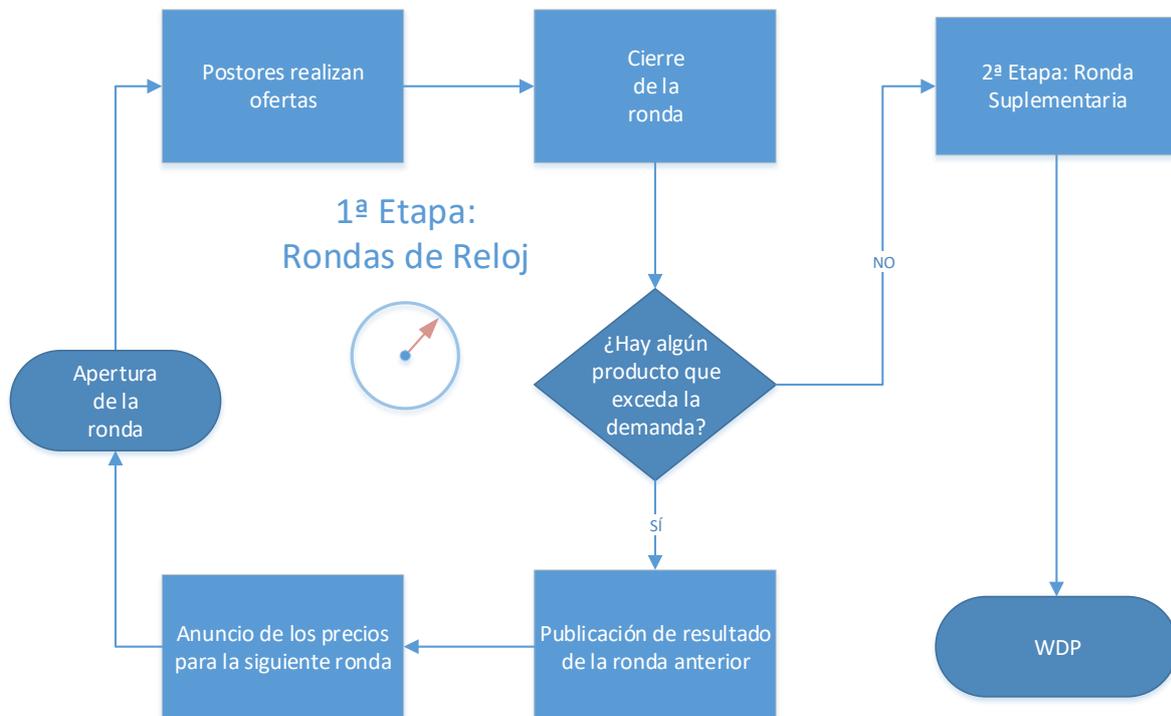


Figura 4 Esquema funcionamiento subasta combinatoria tipo reloj. (Figura adaptada del artículo de Lawrence M. Ausubel & Baranov (2017))

Por otra parte, cabe la posibilidad de implementar la CCA con una tercera etapa, llamada etapa de asignación. Esta etapa ayudaría a simplificar las dos etapas anteriores mediante la consideración de los ítems que tengan relación como ítems idénticos y utilizando esta última parte de la subasta para dar la oportunidad de ofertar por ítems específicos. Esto último puede observarse en la figura 5.

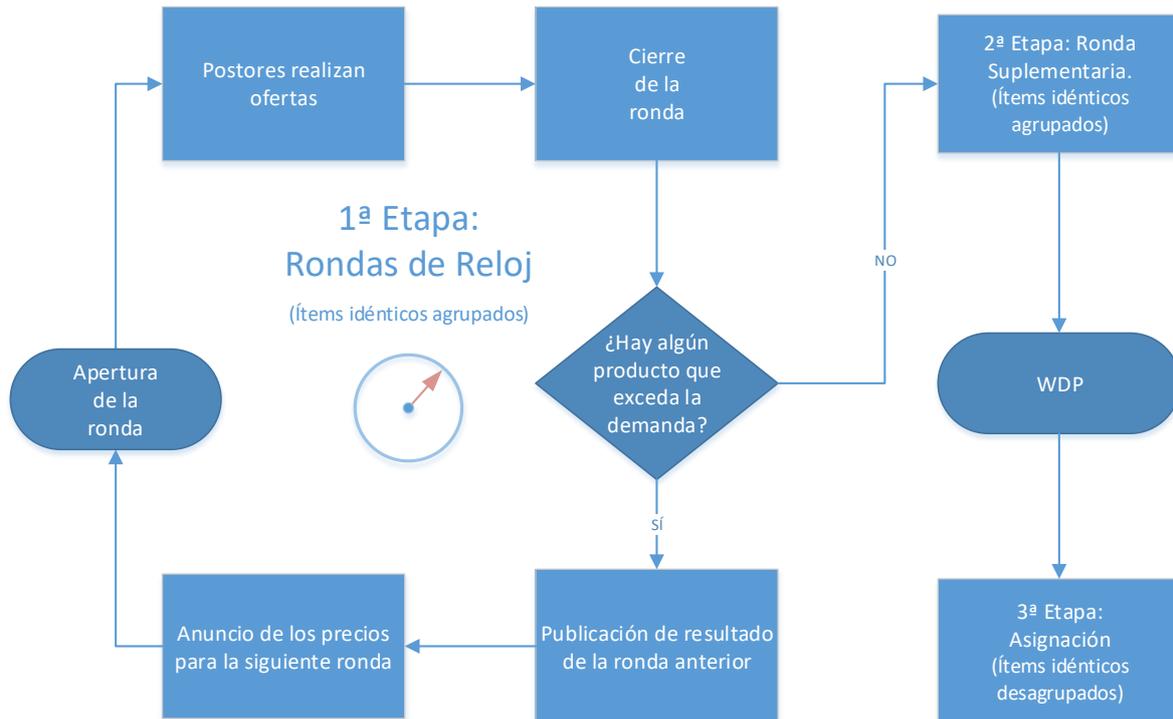


Figura 5. Esquema funcionamiento CCA con agrupación de ítems idénticos. (Figura adaptada del artículo de Lawrence M. Ausubel & Baranov (2017))

- **Ascending Proxy Combinatorial Auction**

La Ascending Proxy Combinatorial Auction es un mecanismo de subastas diseñado por L.M. Ausubel & Milgrom (2006), el cual surge como contraposición al mecanismo VCG, donde se consiguen varias ventajas respecto a éste y a su vez, salvar las desventajas inherentes al VCG. En la figura 6 se esquematiza el funcionamiento de este mecanismo.

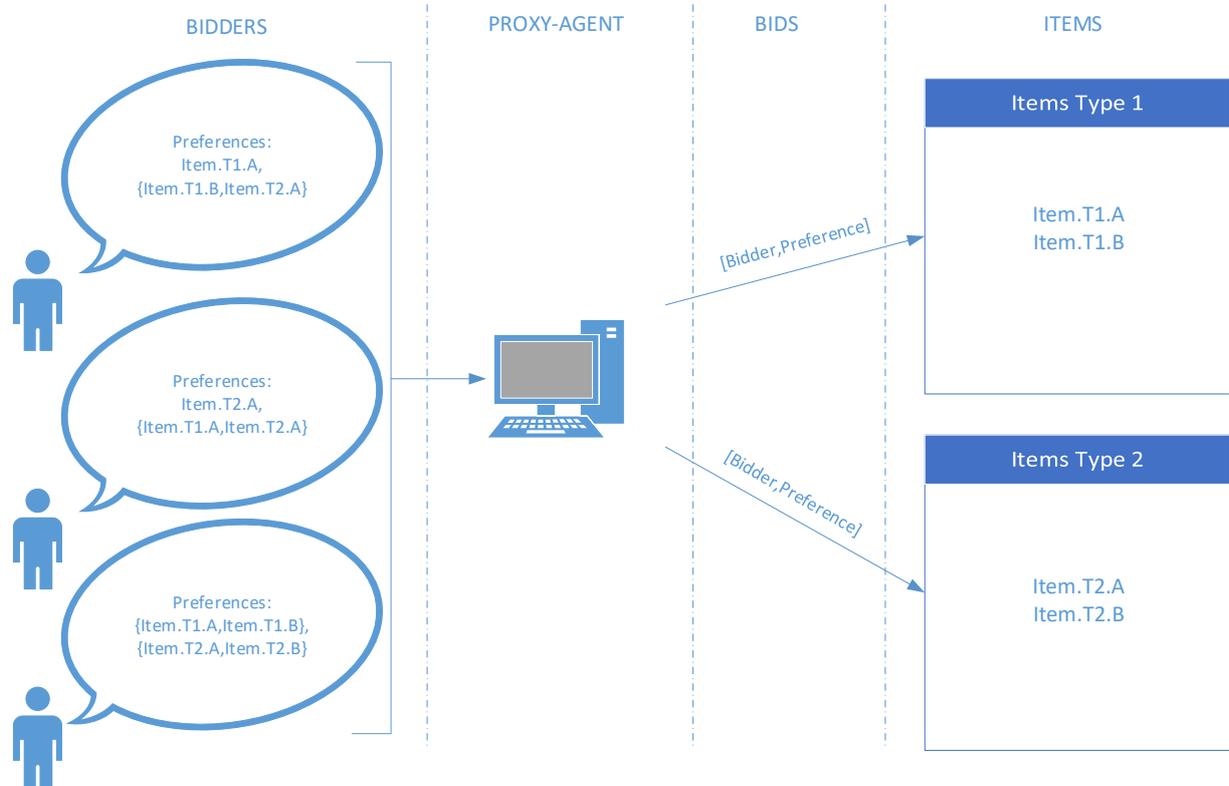


Figura 6. Esquema funcionamiento subasta combinatoria tipo Ascending Proxy. (Figura adaptada del artículo de L.M. Ausubel & Milgrom (2006))

El funcionamiento de este mecanismo es el siguiente, los postores envían información de sus preferencias a un agente, siendo este agente proxy de tipo electrónico o incluso el propio subastador, que se encargará de realizar las ofertas en base a esas preferencias enviadas por los postores. El subastador considerará todas las pujas tanto de la ronda actual como de las pasadas, y escogerá una colección de las ofertas más viables, teniendo como restricción que la puja seleccionada deberá incluir como máximo a un solo postor. El objetivo primero del subastador será optimizar el valor total, pero también se permite cualquier objetivo que conduzca a una elección única. Las pujas seleccionadas por el subastador darán lugar a asignaciones provisionales, y el proceso de subasta acabará cuando no se reciban más ofertas

Como puede entenderse del mecanismo, ajustando las preferencias de los postores, se puede adaptar una posible limitación en el presupuesto e incluso un límite de financiación, que regularía lo que el postor puede ofertar por los distintos lotes. En base a este detalle, se puede razonar que, si las preferencias son cuasi lineales, no habrá otra asignación básica que prefieran todos los postores, es decir será una asignación de tipo *bidder-optimal*, u óptima para los postores. A partir de ahí, en el artículo antes citado se muestra que, si no se aplican los límites de presupuesto, entonces el conjunto de asignaciones de equilibrio coincidirá con el conjunto de asignaciones básicas óptimas para el postor. Para ampliar los conocimientos sobre este mecanismo, consultar (Lawrence M. Ausubel & Milgrom, 2005, 2002; Lawrence M. Ausubel, 2001)



2.3. PROPIEDADES DESEABLES EN UN MECANISMO DE SUBASTAS COMBINATORIAS ITERATIVAS

A la hora de diseñar una subasta combinatoria se requiere de un mecanismo de subastas, el cual, es deseable que posea alguna propiedad que lo haga óptimo para la aplicación en dicha subasta. Algunas de estas propiedades, son las citadas por (Pekeč & Rothkopf, 2003).

- **Eficiencia de asignación:** Esta eficiencia es alcanzada cuando se maximiza el valor total para los ganadores de los lotes que se subastan. Relacionada con esta eficiencia, pero conceptualmente distinta, está la eficiencia económica general, la cual tiene en cuenta el efecto de los ingresos de la subasta en la eficiencia económica. Un caso particular, en lo referido a subastas gubernamentales, es aquel donde la subasta reduzca los ingresos y que estos deban ser reemplazados por impuestos ineficientes, afectando así a la eficiencia económica general (Rothkopf & Harstad, 1994).
- **Maximización del beneficio o minimización del coste:** A la ya existente complejidad de encontrar un equilibrio en las estrategias de puja, se une un interés por la maximización del beneficio ante un conjunto de ofertas dadas.
- **Reducción del coste de transacción:** es de suma importancia para las partes implicadas, tanto para los postores como para el subastador. Resulta de fácil comprensión que aquellas subastas con bajo coste de participación son las más deseables, a este coste también se añade la importancia de la rapidez de la subasta.
- **Imparcialidad:** referido al tratamiento igualitario de los participantes de la subasta. Es de suma importancia en subastas gubernamentales, ya que aumenta la disposición de participación en la misma.
- **Ausencia de fallos:** es un objetivo clave en los mecanismos de subastas, el cual debe probarse hasta para los posibles casos extremos que puedan darse. En el caso de que el fallo no pueda evitarse, deberá mitigarse su impacto. Será tarea del diseñador de la subasta, establecer una tolerancia en los fallos, el cual puede estar regido por un algoritmo que, de no garantizarse una maximización del beneficio, solo provoque una pérdida de beneficio entre el valor óptimo y el asignado.
- **Transparencia y Trazabilidad:** es importante para facilitar la comprensión, por parte de los postores, de la situación de la subasta, facilitando así la toma de decisiones, e incrementado la confianza de éstos debido a la posibilidad de contrastar el seguimiento de las reglas de la subasta. Esta propiedad, aunque deseable, es difícil de implementar, ya que los algoritmos de tiempo polinómico no son propensos a la transparencia, estando algunos, incluso, lejos de ella.

Una forma de clasificar los estudios llevados a cabo sobre las subastas combinatorias iterativas es mediante el objetivo del mecanismo diseñado por éstos; entre ellos se pueden distinguir aquellos que se centran en crear un mecanismo que pretende explorar las aplicaciones específicas o, por otro lado, aquellos que profundizan en desarrollar unas reglas y restricciones que permitan solventar la problemática de la limitación de las rondas en la subasta.

Ejemplo del diseño de un mecanismo para una aplicación específica es el BICAP, creado por Brewer & Plott (1996) para establecer derechos de uso de vías ferroviarias. En cuanto a los ejemplos de desarrollo de reglas para permitir una determinación del ganador mediante computación multi-ronda, destacan autores como Parkes (1999) con su mecanismo iBundle, y



otros como (Kagel, Lien, & Milgrom, 2013), (Lawrence M. Ausubel & Milgrom, 2002), (Rothkopf et al., 1998).

Respecto a las elecciones necesarias que debe tomar un diseñador de subastas para implementar un mecanismo de subasta combinatorio, autores como (de Vries & Vohra, 2003) hacen un resumen de las mismas. Algunas de ellas son:

- Restricciones en la recopilación de paquetes en los que se permite formular ofertas.
- Selección del número de rondas de la subasta. En el caso de que sea solo una única ronda, cómo se asignarán los paquetes en función de las ofertas y que reglas de pago se establecerán.
- Si la subasta es de múltiples rondas, subasta iterativa, qué información deberá revelarse a los postores entre rondas.

Además, se podrían sugerir otras, por ejemplo:

- Si la subasta es continua, qué tipo de *feedback* le será facilitado a los postores.
- Selección de las reglas de cierre de la subasta.
- Establecimiento o no de penalizaciones o pagos para incentivar las pujas.

Dependiendo de los objetivos de la subasta, maximizar beneficio o eficiencia económica, también serán relevantes asuntos como la velocidad, la practicidad, la preferencia de los postores, la necesidad de evitar la colusión (varios postores pactan para dañar a un tercero) y la capacidad de alentar a los postores a ser competitivos.

2.4. PROPIEDADES DE LAS SUBASTAS COMBINATORIAS

A la hora de diseñar una subasta combinatoria, existen una serie de propiedades y preferencias o elecciones que han de implementarse con el fin de crear una subasta óptima, entendiéndose una subasta óptima como que aquella que optimiza una serie de factores de ésta, como puede ser, maximizar el beneficio de un vendedor o minimizar el coste de un comprador (Myerson, 1981). En cuanto a las propiedades, éstas podrían simplificarse en dos, siendo éstas la de compatibilidad de incentivo y la de racionalidad individual (Hohner et al., 2003). Aunque algunos autores añaden otras dos propiedades, como son la de óptimo de Pareto y *revenue monotonicity*.

- **Compatibilidad de incentivo:** se da de dos formas, como estrategia dominante de compatibilidad de incentivo, Dominant Strategy Incentive Compatibility (DSIC), y como compatibilidad de incentivo de tipo Bayesiano, Bayesian Incentive Compatibility (BIC). DSIC garantiza que, al declarar las verdaderas valoraciones o costos se obtiene la mejor respuesta para cada postor, independientemente de las valoraciones o costos declarados por otros postores. Por otra parte, BIC es una propiedad más débil que establece, que asegurar la revelación de la verdad es la mejor respuesta para cada postor cuando los otros postores también son veraces.
- **Racionalidad individual:** es una propiedad que garantiza la utilidad no-negativa de cada participante en el mecanismo, asegurando su participación voluntaria. Es decir, la adaptación de cada individuo a unos intereses o prioridades coherentes (Calsamiglia, 1993). Ésta puede darse en sus tres vertientes; (i) si los postores quieren participan incluso antes de saber los tipos exactos de coste o valoraciones,



(ii) si los postores deciden participar justo después de observar sus tipos o (iii) si los postores pueden abandonar la subasta habiendo participado en ella.

- **Óptimo de Pareto:** una asignación es *Pareto optimal* cuando se llega un límite, donde no es posible realizar mejoras en el bienestar de un participante sin perjudicar a ningún otro. En la literatura matemática se define que una solución o asignación es óptima de Pareto, si ninguna otra solución factible es por lo menos tan buena como una determinada solución A con respecto a cada objetivo, y estrictamente mejor que A con respecto a por lo menos un objetivo (Winston, 2004). Algunos autores, se plantean la propiedad de *Pareto optimal* u óptimo de Pareto como una propiedad deseable en la subasta combinatoria debido a la idea básica de eficiencia que aporta esta propiedad (Le, 2018), la cual asegura que la puja ganadora será aquella que valore el ítem o paquete de forma más alta (P. R. Milgrom & Weber, 1982).
- **Revenue Monotonicity:** esta propiedad, que puede ser traducida como Beneficio Monótono, está referida a aquellos mecanismos de subasta que aseguran que el beneficio del vendedor disminuirá débilmente a medida que se eliminen los postores (Rastegari, Condon, & Leyton-Brown, 2007).

Una ampliación de lo antes comentado, puede encontrarse en (Mas-Colell, Whinston, & Green, 1995).

2.5. PROBLEMAS DE LAS SUBASTAS COMBINATORIAS

Aún con todo lo dicho, algunos problemas que deberán abordarse en el diseño de una subasta combinatoria serán; la expresión de la puja, la asignación de los lotes entre los postores, la asignación de incentivos a los primeros postores (de Vries & Vohra, 2003), valores interdependientes (Jehiel & Moldovanu, 2001) y privacidad en la apuesta (Naor, Pinkas, & Sumner, 1999). En concreto, se hará una breve exposición de la expresión de la puja, el problema de determinación del ganador, el problema de exposición, el problema de los participantes y de diferentes reglas de cierre aplicadas a las subastas combinatorias.

2.5.1. EXPRESIÓN DE LA PUJA

El problema de la expresión de la puja puede subdividirse a su vez en los siguientes problemas:

- **Expresión de la oferta combinatoria:** El primer problema que deberá afrontar cualquier subasta combinatoria es la capacidad o no de permitir a cada postor que realice sus propias combinaciones de los diferentes ítems ofertados. La posibilidad de realizar combinaciones puede derivar en una gran cantidad de lotes, es decir, siendo n el número de ítems ofertados, las posibles combinaciones pueden llegar a ser $2^n - 1$. Luego en el caso extremo, el subastador deberá computar todas estas combinaciones para determinar el ganador de la subasta. Por otra parte, cabe la opción de que el subastador realice sus propias combinaciones y permita a los postores ofertar por ellas, esto implicaría la posible obligación, por parte de los postores, de pujar por todas las combinaciones ofrecidas o, por el contrario, pujar solo por alguna de ellas. En la práctica, debido a las limitaciones de recursos por parte del postor, éste es posible que solo pujan por algunas combinaciones.



- **Lenguaje de la subasta combinatoria:** La forma en la que el subastador recibirá la función de puja del postor es otra de las dificultades de las subastas combinatorias, especialmente si existen una gran posibilidad de combinación, pues la función recibida puede llegar a ser particularmente grande, computacionalmente hablando. Es por ello, que será de utilidad, según autores como de Vries & Vohra (2003), recurrir a un “oracle” o programa que compute el conjunto de ofertas, facilitando así la tarea del subastador. Existen estudios como el de Nisan (2000), donde se aboga por crear un lenguaje de subastas para expresar las preferencias y las pujas entre los distintos conjuntos de objetos. En concreto, el análisis sobre los lenguajes de subastas realizado por este autor se puede esquematizar de la siguiente forma:
 - **Oferta básica o Atomic bid:** La puja combinatoria más simple. En esta puja, el postor solo puede una oferta, donde debe estar especificado el conjunto de ítems seleccionados, y el precio que se desea pagar por éste.
 - **Ofertas de formulación OR/XOR:** En este tipo de lenguaje, el postor envía su puja con una formulación de tipo OR/XOR.
 - **Las ofertas OR*:** Este lenguaje aparece como variación a la formulación OR/XOR. Según el autor Nisan (2000), este lenguaje es más expresivo que los otros, ya que permite a los postores introducir un “dummy” ítem o un ítem ficticio en la puja. Este ítem no tendrá un valor intrínseco para ningún participante, pero será usado de una forma indirecta para expresar las restricciones individuales de cada participante.

2.5.2. DETERMINACIÓN DEL GANADOR

Autores como Kevin Leyton-Brown, Nudelman, & Shoham (2009), definen el problema de determinación del ganador, Winner Determination Problem (WDP), como un problema combinatorio de optimización que es intrínseco a la mayoría de subastas combinatorias. El problema viene dado por la dificultad de determinar qué ofertas deben ganar y cuáles perder. Es por ello, que la formulación del WDP dependerá de los objetivos marcados por cada subastador, un ejemplo de estos objetivos puede ser determinar el subconjunto factible de las ofertas que maximiza la suma del conjunto total de ofertas.

Otro autores como Rothkopf et al. (1998), Sandholm (1999) y Sandholm, Suri, Gilpin, & Levine (2001), se centran en describir otro tipo de formulación, tratando al WDP como un problema de Programación Entera Binaria (PEB), esto es, que las variables de decisión tomen valores de 0 ó 1, que tiene el objetivo de marcar las ofertas ganadoras o perdedoras para maximizar el beneficio del subastador bajo la restricción de asignar cada ítem como mucho a un postor. Por ejemplo, el autor Sandholm (1999b), propone un problema de optimización para subastas combinatorias, donde la función objetivo del WDP es del tipo:

$$\max_{\vec{x}} \sum_{s \in S} \bar{b}(s)x_s$$



Donde $\bar{b}(s) = \max_{i \in bidders} b_i(s)$, S es el conjunto de combinaciones posibles y x_s es la variable de decisión que tendrá el valor de 1 si la oferta i es la ganadora para la combinación S o 0 de lo contrario.

A pesar de la dificultad que conlleva la resolución de este problema, el autor Kevin Leyton-Brown et al. (2009), mediante técnicas de *machine learning*, ya usadas anteriormente por autores como (Diao et al., 2003; Goldsmith, Aiken, & Wilkerson, 2007; Zheng, Jordan, Liblit, & Aiken, 2004), intenta construir lo que llaman *empirical hardness models*, que servirían para predecir la cantidad de tiempo que un algoritmo tardará en resolver un problema dado y su aplicación en el WDP.

El autor de Vries & Vohra (2003) realiza otra formulación, basada en los anteriores autores, que para distinguirla de las ya existentes, se le conoce como *Combinatorial Auction Problem* (CAP). Ésta en su forma más básica, es decir con restricciones que solo pueden registrar valores de 0 o 1, es un caso de lo que se conoce como Set-Packing Problem (SPP), el cual es un problema clásico que se define de la siguiente forma: dado un conjunto finito S y un grupo C de subconjuntos, encontrar el mayor grupo de subconjuntos que sean disjuntos por parejas. En este problema, no existe ningún algoritmo que lo resuelva en un tiempo polinómico, ya que éste es de tipo NP-hard (Rothkopf et al., 1998).

A continuación, se expone la formulación del CAP recopilada por el autor de Vries & Vohra (2003), basada en los autores antes citados y con la extensión investigada por K Leyton-Brown, Shoham, & Tennenholtz (2000) y Gonen & Lehmann (2000) referida a las subastas combinatorias multi-unit, las cuales tienen como particularidad la existencia de varias copias del mismo ítem y la posibilidad de que los postores puedan desear más de una copia de la misma unidad.

$$\begin{aligned} & \max \sum_{j \in N} \sum_{q \in \Omega_j} b^j(q) y(q, j) \\ \text{s. t. } & \sum_{j \in N} \sum_{q \in \Omega_j} y(q, j) q_i \leq m_i \quad \forall i \in M \quad (1) \\ & y^j \in P_j^A \quad \forall j \in N \quad (2) \\ & y \in P^A \quad (3) \\ & y^j \in P_j^B \quad \forall j \in N \quad (4) \\ & y(q, j) = 0, 1 \quad \forall q \in \Omega_j \quad \forall j \in N \quad (5) \end{aligned}$$

Donde m_i es el número de unidades de objetos i disponibles y q es un vector integral cuyos i componentes representan el número de unidades de objetos i demandadas. Si $y(q, j) = 1$, significa que al agente j se le ha asignado el lote representado por el vector q . Por último, $b^j(q)$, representa la puja que el agente $j \in N$ desea pagar por el lote q , resulta evidente que las pujas $b^j(q) < 0$ nunca serán seleccionadas.

En cuanto a las restricciones de esta formulación del CAP, se tiene lo siguiente:



- (1) Limita la asignación de los ítems al suministro disponible del mismo.
- (2) Viene impuesta por el subastador y va dirigida a hacer cumplir la restricción de capacidad de los postores. P_f^A indica poliédricamente las soluciones posibles de esta restricción.
- (3) Permite al subastador limitar el total de la asignación. Por ejemplo, cuando la asignación es algún tipo de ruta. P^A indica poliédricamente las soluciones posibles a esta restricción.
- (4) Permite al postor limitar las asignaciones que puede ganar. Las soluciones posibles que satisfacen estas restricciones, dadas por el postor, están representadas por el poliedro P_f^B .
- (5) Asegura que el WDP termine con una asignación integral.

2.5.3. MÉTODOS RESOLUTIVOS

El problema de determinación del ganador (WDP) es un problema de tipo NP-completo (Karp, 1972; Rothkopf et al., 1998). Para la resolución del WDP en las subastas combinatorias iterativas se utilizan diversos métodos matemáticos, que intentan obtener el valor óptimo de este problema. Por ejemplo, mediante la “relajación” de algunas restricciones del WDP, como es el caso del método de Relajación Lagrangiana, el cual permite “relajar” algunas de las restricciones que contiene el problema original del CAP, mediante la inclusión de estas restricciones dentro de la función objetivo y añadiendo un término de penalización. Es decir, se permiten soluciones no viables al problema original, pero éstas serán penalizadas en proporción a su inviabilidad. O la generación de columnas, la cual es usada para resolver aquellos problemas de programación lineal que tienen un gran número de variables. El nombre de columna viene dado por las columnas generadas en la matriz de restricciones por cada variable.

Autores como de Vries & Vohra (2003); Dietrich & J. Forrest (2002); Eso (1999), elaboran un procedimiento para la subasta, donde se elimina la necesidad de enviar y procesar grandes listas de subconjuntos y sus correspondientes ofertas. Además, se propone a los postores la posibilidad de estimular las asignaciones, ya que pueden enviar propuestas alternativas que incrementen el beneficio del vendedor. Finalmente, en el caso de que la técnica de generación de columnas llegue a una asignación no-integral, entonces se le aplicaría el método matemático de *branch-and-cut* para obtener una solución integral.

El autor Sandholm et al. (2001) desarrolla un algoritmo para resolver el WDP, el cual llaman CABOB (Combinatorial Auction Branch On Bids). CABOB es un algoritmo de búsqueda de tipo ramificación y acotación en árbol que se ramifica en las ofertas, en esta búsqueda, el algoritmo almacena el valor de la mejor solución encontrada en una variable global.

Por otro lado, autores como Ignatius et al. (2014), que plantea un problema de optimización con multi-función objetivo así como distintas restricciones asociadas, el autor destaca los siguientes métodos para resolver el WDP:

- Weighted Objectives Model (WOM): busca aproximar el conjunto eficiente y proveer de una forma tosca un camino de generación de una solución eficiente variando sus pesos.



- Goal Programming (GP): Guía al responsable de la toma de decisiones para lograr la solución más cercana posible a los diversos objetivos en conflicto. En la solución del GP se utilizan aproximaciones metaheurísticas, como el *simulated annealing*, el cual es una adaptación del algoritmo Metropolis-Hastings, algoritmos genéticos y búsqueda tabú (Jones, Mirrazavi, & Tamiz, 2002).
- Compromise Programming (CP): modela objetivos en conflicto como una función de minimización de distancia para alcanzar un punto más cercano a la solución ideal (Charnes & Cooper, 1977).

2.5.4. PROBLEMA DE EXPOSICIÓN

Muchos de los mercados de interés tienen en común la cualidad de ser *interrelacionados*, esto significa que, desde la perspectiva del participante, independientemente de la forma en que los ítems son comerciados en los mercados, el valor del ítem para un posible postor dependerá si éste puede comerciar a su vez con otros ítems. Es por ello, que los ítems pueden ser complementarios o sustituibles entre ellos.

Relacionado con lo anterior y asociado a la expresión de la puja, se encuentra el problema de exposición o *exposure problem*, el cual se produce cuando se ponen a la venta ítems de forma separada en subastas paralelas, imposibilitando así la formación de pujas en forma de combinación (Rothkopf et al., 1998). Esta problemática conduce, en la práctica, hacia estrategias de puja y una ineficiente ejecución de la subasta (Abrache et al., 2004). El problema de exposición es mitigado en las subastas combinatorias, siempre que se dé al participante la opción de crear lotes que sean de su interés. Pero a su vez, requiere de la creación de un lenguaje de puja, que permita expresar al postor su oferta de la forma más sencilla y expresiva posible. (Pekeč & Rothkopf, 2003).

2.5.5. PROBLEMÁTICA DE LOS PARTICIPANTES.

En lo referido a la problemática de los participantes en una subasta, puede darse que éstos no estén dispuestos o no puedan aportar la información requerida para el mecanismo de subasta y optimizar así el mercado (Abrache et al., 2004). Esto puede deberse a:

- **Información confidencial:** Los participantes son frecuentemente agentes que actúan por interés propio, por lo que son distantes a la hora de aportar información propia, incluso a un software de mercado.
- **Desconocimiento del valor de los ítems:** En algunos contextos, el valor de los ítems o el lote es desconocido por el participante, que solo puede estimar su valor actual.
- **Complejidad de evaluación y comunicación de preferencias:** especialmente cuando el número de ítems del mercado es muy grande y los requisitos de los participantes son complejos. La evaluación por parte del participante de las propias preferencias es una tarea compleja.

2.5.6. REGLAS DE CIERRE.

Otro problema inherente a las subastas combinatorias, y a cualquier subasta en general, es aquel que marca el final de la misma, pues de ello depende tanto el atractivo para los diversos postores, como el resultado final de la subasta. Es sabido que, aunque ineficientes,



existen dos formas generales de cerrar una subasta. En primer lugar, el cierre se efectuaría de forma secuencial, donde se iría eliminando la posibilidad de pujar por los distintos ítems o paquetes de forma gradual. Una segunda posibilidad, es cerrar la subasta cuando ya no se reciban más ofertas por parte de los postores. Según (McMillan, 1994), una regla efectiva de cierre de subasta debería cumplir tres condiciones, (i) terminar la subasta en un tiempo razonable, (ii) cerrar la posibilidad de puja por los ítems o paquetes de forma simultánea, para ayudar al conjunto de los mismos, (iii) ser fácilmente comprensible por los postores.

Algunos ejemplos de reglas de cierre son las siguientes:

- El autor McMillan (1994), sugiere para el caso de la subasta de espectro, una creación de un núcleo de licencias, el cual contendrá las más importantes o interesantes para el subastador. Este núcleo cerrará su posibilidad de subasta de forma simultánea, y quedarán las otras licencias más pequeñas o no tan interesantes que se irán cerrando de forma gradual. Aumentando así la eficiencia en el núcleo, y sacrificando eficiencia por velocidad de cierre en las otras licencias. Aunque finalmente, en la aplicación real de las subastas de espectro de la FCC, para el caso particular de la subasta simultánea, se optó por una regla de cierre donde la subasta se mantiene abierta hasta que ya no haya más ofertas, esto a su vez está regido por una regla de actividad para que el cierre se produzca en un tiempo razonable.
- En el caso de las subastas combinatorias aplicadas al servicio de transporte (Ledyard, Olson, Porter, Swanson, & Torma, 2002), la regla de cierre usada fue la siguiente, si el coste total de adquisición no disminuyó al menos un x por ciento desde la ronda anterior, entonces la ronda que acababa de terminar sería la ronda final.



2.6. SUBASTAS COMBINATORIAS CONTINUAS

En base a lo visto anteriormente sobre las subastas combinatorias iterativas, surge en la literatura otra rama de las subastas combinatorias que, en vez de proceder mediante una serie de rondas, se opta por una subasta continua en tiempo real. Autores como Adomavicius, Curley, Gupta, & Sanyal (2007) hablan en este aspecto sobre las subastas combinatorias continuas, y las desarrollan para realizar una subasta en donde se pueda ofertar en tiempo real, imitando las propiedades de la subasta inglesa para un solo ítem. Entre estas propiedades, resultan de especial interés; el bajo nivel de sofisticación para el postor, la limitación de incentivos para invertir en la adquisición de información sobre los valores o estrategias de otros postores y el permiso a los postores para que formulen estrategias de ofertas simples en las que puedan pujar según el monto de oferta requerido (Banks, Olson, Porter, Rassenti, & Smith, 2003).

El punto crítico en este tipo de subastas combinatorias reside en la construcción de una infraestructura de información en tiempo real que dé apoyo a los postores y a la vez, pueda interpretar la problemática surgida de los distintos comportamientos recibidos mediante *feedback*. El tipo de *feedback* empleado por la subasta combinatoria puede llegar a marcar el beneficio tanto del vendedor como de los postores, además de afectar a la rapidez de ejecución de la subasta (Adomavicius et al., 2007). Es por ello, que diversos autores de diferentes disciplinas han realizado un profundo análisis de la repercusión que tienen distintos tipos de información aportada a los postores (Chewning & Harrell, 1990; Grisé & Gallupe, 1999; Jacoby & Jacoby, 2016; Malhotra, 1982; O'Reilly, 1980; Schick, Gordon, & Haka, 1990; Sparrow, 1999).

Autores como Adomavicius et al. (2007), clasifican en tres niveles el *feedback* de este tipo de subastas.

- En un primer nivel, se tendría un *feedback* básico, *Baseline feedback*, donde solo se informarían a los postores de las ofertas que se están realizando en la subasta.
- En un segundo nivel, llamado por el autor como *Outcome feedback*, se encontraría la misma información que en el primer nivel y, además, se ofrecería la información de la combinación de ofertas ganadoras.
- En el tercer y último nivel, conocido como *Process feedback*, se encontraría la información del nivel anterior más ciertos valores que irían encaminados a la formulación de una oferta exitosa por parte del postor. Tales valores pueden ser el llamado *deadness levels*, el cual contendría todas las pujas que nunca serán parte de las ofertas ganadoras, y el *winning levels*, el cual contendría las pujas que formarían el conjunto de ofertas ganadoras.

En el estudio realizado por este último autor, apoyado en pruebas experimentales, destacó que el *feedback* de tipo *Outcome*, si bien aumenta el beneficio del vendedor por encima del *Process feedback*, tanto la eficiencia como el beneficio de los postores son prácticamente iguales a los conseguidos con el *feedback* básico. Por otra parte, en el *Process feedback*, se consigue un aumento del beneficio del vendedor respecto al *feedback* básico y, además, se aumenta tanto la eficiencia como el beneficio de los postores respecto al *Outcome feedback*. En la tabla 2 se ofrece una clasificación como resumen de este estudio.



Tabla 2. Clasificación feedback según beneficio desde el punto de vista del vendedor y del postor y eficiencia.

Beneficio vendedor	Beneficio postor	Eficiencia de asignación
Outcome feedback	Process feedback	Process feedback
Process feedback	Outcome feedback	Outcome feedback
Baseline feedback	Baseline feedback	Baseline feedback

Autores como (Pekeč & Rothkopf, 2003) llegaron a la conclusión que las subastas combinatorias de tipo continuo se tornan difíciles cuando se llevan a cabo con más de un determinado número de ítems. En su opinión, es preferible diseñar un mecanismo que identifique rondas discretas con reglas específicas, haciendo que el problema de determinación del ganador sea eficiente. Sin embargo, anotaron que si no es posible crear rondas discretas entonces los subastadores deberían tener especial cuidado en proveer de herramientas que puedan ayudar a la preparación de la puja.

2.7. APLICACIÓN DE LAS SUBASTAS COMBINATORIAS

En el entorno de la informática, empieza a crecer el interés en las subastas combinatorias, ya que se ha visto que la distribución de los sistemas de recursos disminuye los grandes gastos provenientes del uso de costosos sistemas autónomos de procesamiento de energía y almacenamiento. Esto ha dado lugar a la aparición de distintos paradigmas de computación de tipo malla y la nube. Siendo en ésta última, la que provee más diversidad de servicios y por ende, más compleja que la computación de malla (Samimi & Patel, 2011). Es por ello, que autores como Samimi, Teimouri, & Mukhtar (2016) han propuesto nuevas subastas combinatorias de tipo doble o Combinatorial Double Auction Resource Allocation (CDARA) para asignar recursos en la computación de la nube, estos autores, en su artículo, amplían un modelo que ya fue propuesto por (Liu, 2008; Zaman & Grosu, 2013). En el modelo de mercado CDARA, existirían cuatro entidades; Proveedores de servicios de la nube, usuarios, *brokers* y el lugar del mercado de la nube, que consistiría a su vez, en el servicio de información de la nube y el propio subastador. Las etapas de comunicación de este modelo se compondrían de siete fases, mostradas en la figura 7.

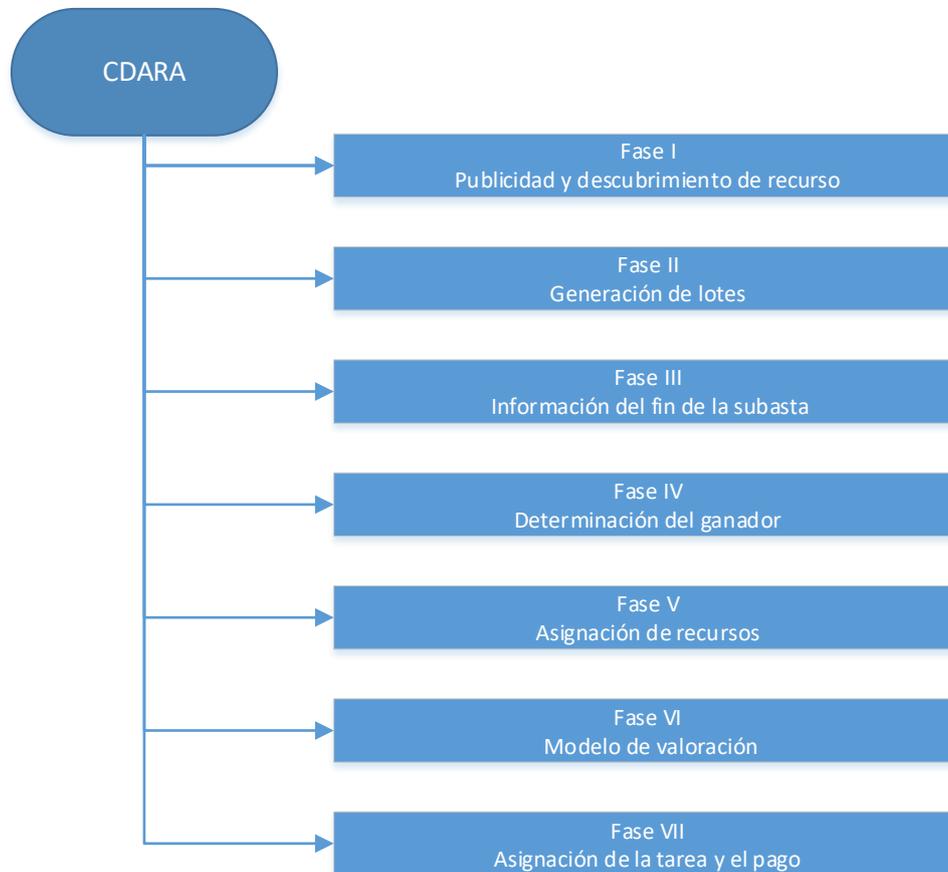


Figura 7. Fases de la Combinatorial Double Auction Resource Allocation (CDARA). (Esquema adaptado del artículo de Samimi et al. (2016))

A su vez, el artículo de (Samimi et al., 2016) incluye el algoritmo usado en la CDARA, una simulación del modelo de mercado y resultados experimentales. Todo ello para verificar que cumple los criterios de eficiencia económica y de compatibilidad de incentivo, además de prevenir monopolios, los cuales son un grave problema en los servicios de la nube.

Algunos ejemplos de aplicación real de las subastas combinatorias, citados anteriormente en la introducción, son:

- Subastas combinatorias aplicadas a la selección de contratos de catering para escuelas en Chile (Epstein et al., 2002), en este caso de aplicación real, el proceso de subasta se divide en seis etapas, visibles de forma esquematizada en la figura 8. En la etapa segunda, el subastador clasificaba las empresas según dos aspectos; capacidad financiera-operativa y, por otro lado, evaluación técnica y de dirección. En la etapa cuarta, se declara en qué medida se van a satisfacer los requisitos establecidos por el subastador. Por último, en la última etapa, la asignación de la oferta ganadora se basa en la resolución del problema de optimización WDP, donde se establece una función objetivo, la cual hay que minimizar, y que a su vez está sujeta a varias restricciones. Dentro de las restricciones, se declaran algunos ratings basados, por ejemplo, en las evaluaciones a las distintas empresas según un modelo normalizado, en este caso el ISO 9000. En cuanto al mecanismo de subastas utilizado, se optó por una única ronda a sobre sellado.

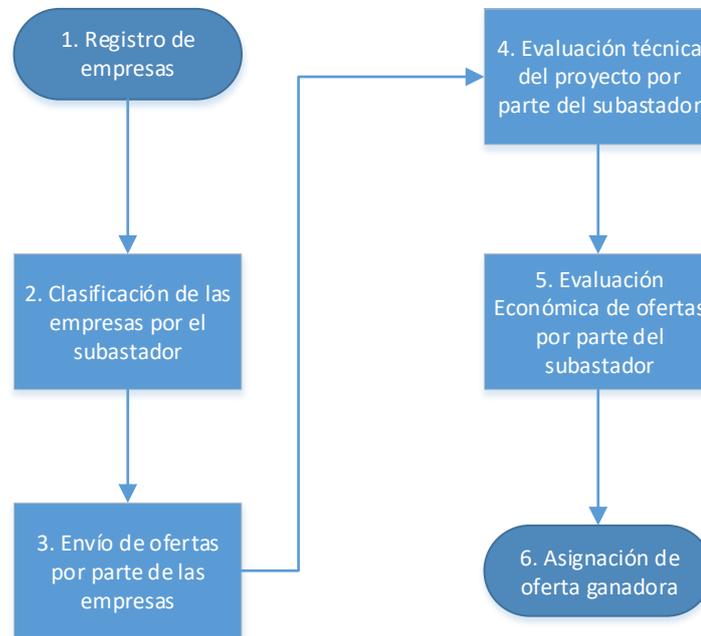


Figura 8. Etapas de la subasta combinatoria para selección de contratos de catering en escuelas de Chile. (Figura adaptada del artículo de Epstein et al. (2002))

En el caso de esta aplicación era vital la optimización del sistema, pues un uno por ciento de desviación frente al óptimo, suponía una cantidad de US\$2 millones, por lo que el objetivo era alcanzar un 0,01 por ciento de desviación.

- Subastas combinatorias aplicadas a la asignación de espectro de frecuencia, en concreto las realizadas en Estados Unidos bajo la supervisión de la Federal Communications Commission (FCC), detallada por el autor McMillan (1994). La asignación de espectro se basa en una subasta simultánea de múltiples rondas, pero a su vez, posibilita una subasta secuencial para el caso de licencias en las que existan interdependencias y una subasta de una ronda a sobre sellado con las licencias de menor valor. Dentro de la subasta secuencial, y debido a la existencia de interdependencias, se permite las subastas combinatorias. Autores como Peter Cramton (2013), se centran en promover una subasta combinatoria de tipo reloj, Combinatorial Clock Auction, para el caso de las subastas de espectro de frecuencia. Otros artículos que tratan el tema de la subasta de espectro son (Peter Cramton, 2002; Peter Cramton & Schwartz, 2000; Ozcan, 2008; Prat, Andrea and Valletti, 2001).

De esta aplicación real, destaca la novedosa incorporación de pagos en el desarrollo de la subasta, es decir, se impuso distintos pagos, como el pago por participar en la subasta, el pago por retirada durante la subasta, o el pago por retirada después del cierre de la misma, con el fin de que los postores hiciesen ofertas sinceras.

- Subastas combinatorias aplicadas a los servicios de transporte (Ledyard et al., 2002), en este caso complejo de asignación de líneas de transporte se focalizó en la importancia de que los distintos postores pudiesen actualizar sus ofertas con el fin



de mejorar la asignación. Se apostó por una subasta progresiva o iterativa con una serie de restricciones, como impedir la retirada de ofertas provisionales ganadoras, con lo consiguieron estabilizar la respuesta y aumentar la velocidad de convergencia. En esta aplicación, se destacó las ventajas de la subasta combinatoria iterativa, pues permiten importantes *feedbacks*, la expresión de distintas reacciones y la capacidad de aprender sobre las distintas posibilidades.

En esta aplicación, los autores destacaron la importancia de establecer una expresión de la puja de tipo XOR y de reducir el tiempo que duraba la subasta. Salvo esta problemática, los postores quedaron satisfechos con la implementación de este sistema, y la entidad que se encargaba de este servicio ahorro un 13% de los costes.

- En el artículo de Hohner et al. (2003) se describe una página web que permite a los compradores realizar subastas e incorporar complejas estructuras de puja y la capacidad de establecer distintas limitaciones de negocio, con el objetivo final de llegar a una solución donde compradores y vendedores ganen a fin de establecer relaciones a largo plazo entre los mismos. Todo ello basado en una subasta iterativa y con la resolución del problema de determinación del ganador mediante un software de optimización basado en técnicas de programación entera. Relacionado con este artículo, se encuentra el de (Gujar & Narahari, 2013), donde se trata el asunto de las subastas combinatorias multi-unit, que consiste en una implementación de lo antes descrito, donde se puedan subastar lotes de diferentes ítems, dando la posibilidad a los vendedores o suministradores de enviar pujas combinatorias.



III. METODOLOGÍA

3.1. ASIGNACIÓN DE SLOTS FERROVIARIOS EN LA LITERATURA.

Para explicar y comparar los diversos estudios que han tratado el problema de optimización de slots ferroviarios hasta la fecha, conviene formalizar el concepto de slot ferroviario, debido a la diferencia notable en el uso de esta palabra entre los distintos investigadores. Por ejemplo, para Borndörfer R. et al. (2006), un slot representa un nudo físico de la red ferroviaria, es decir, estaciones, cambios de vía, etc. Por otro lado, para Park, B.H. et al. (2014), los slots son los diferentes tiempos asociados al uso de la infraestructura ferroviaria, como pueden ser los tiempos de parada, de salida, de llegada, etc. En nuestro caso, definiremos el concepto de slot ferroviario, como el derecho de uso de un tramo de la red ferroviaria durante un tiempo determinado.

Uno de los mayores aportes introducidos en lo referido al problema de la asignación de slots ferroviarios fue el realizado por el proyecto “*Trassenbörse*” cuya finalidad era hallar una aproximación al problema de asignación de slots ferroviarios, o como ellos lo denominaron, OPTRA (*Optimal Track Allocation Problem*). Para ello, realizaron una primera aproximación mediante subastas combinatorias (Borndörfer R. et al., 2006), aunque en investigaciones posteriores se decantaron por la programación lineal (Borndörfer R. et al. 2010). En este sentido, se identifica también la ruta seguida por el estudio realizado en la Korea National University of Transportation, donde se consiguió simplificar la primera iteración de un supuesto mecanismo de subastas combinatorias (Park, B.H. et al., 2014).

En la literatura, diversos autores se concentran en hallar una posible solución al problema de asignación óptimo de slots ferroviarios. Para ello, como primer paso, se selecciona un tipo de visión de la red ferroviaria, pudiendo ser ésta macroscópica o microscópica (A. Caprara et al., 2001). En la forma microscópica, se tienen en cuenta todos los objetos reales existentes en las infraestructuras. Como puede entenderse, todos los estudios realizados parten de una vista microscópica de la red ferroviaria, aunque no la usan directamente debido a la complejidad asociada (Borndörfer R. et al., 2006; Park, B.H. et al., 2014; Borndörfer R. et al., 2014). Por otro lado, la visión macroscópica es la forma más usada, ya que simplifica la red ferroviaria en forma de nudos, cuyas características difieren entre los distintos autores, siendo para Borndörfer R. et al. (2006) cualquier punto físico donde el tren pueda cambiar de vías, o las diversas estaciones de tren, frente a esta visión se sitúa la de (Park, B.H. et al., 2014) que establece los nodos como los distintos tiempos asociados a la operación de los trenes, y otra visión existente sería la de A. Caprara et al. (2002), que simplifica el concepto de los nodos, ya que los entiende solo como las estaciones de inicio y de fin de un determinado trayecto.

Más adelante, en Borndörfer R. y Schlechte T. (2008), se introduce una forma innovadora de resolver el problema de la asignación de slots ferroviarios mediante un paquete adicional de restricciones, las cuales fueron recopilación de las restricciones propuestas por (A. Caprara et al., 2002; A. Caprara et al., 2001; Borndörfer R. et al., 2006; V. Cacchiani et al., 2007; V. Cacchiani, 2007), buscando maximizar el valor en rutas libres de conflicto en la infraestructura ferroviaria. Para resolver tal problema, se propuso una formulación extensa de programación basada en unas variables de configuración adicionales que permita resolver el problema en tiempo polinómico. Con este resultado, establecen la base teórica para un algoritmo de tipo



column generation que permite resolver problemas de asignación de slots a gran escala. En el estudio de Borndörfer R. et al. (2006), se hizo especial énfasis en el lenguaje de subastas creado, el cual basaron en los siguientes principios: flexibilidad y fácil control, pujas que permitan el manejo circulante de stock, pujas que puedan expresar una interdependencia específica entre trenes y el hecho de que solo las interdependencias “socialmente deseables” deben ser expresadas.

Otra forma de abordar el problema de asignación óptima de slots ferroviarios es mediante la aplicación de subastas combinatorias, que permite la secuenciación y asignación de slots con restricciones de entorno. Éstas han experimentado un fuerte impulso en las últimas décadas para afrontar problemas complejos de asignación, como la asignación de slots temporales en grandes aeropuertos (Stephen J, Smith, & Bulfin, 1982), rutas de distribución (Caplice, 1996), tareas de asignación de recursos en entornos multi-proyecto (Villafáñez, F y Poza, D, 2010; Araúzo, J.A. et al., 2009), asignación de slots ferroviarios (Borndörfer et al., 2006; Brewer & Plott, 1996a), elección de contratos de catering para escuelas en Chile (Epstein et al., 2002) o subastas de licencias de espectro (McMillan, 1994).

El diseño del mercado de las subastas es una tarea multidisciplinaria, en la cual se involucran ciencias como la economía, investigación de operaciones y ciencia computacional entre otras disciplinas. La economía ha abordado el problema de las subastas mediante el establecimiento de propiedades teóricas de las mismas, creación de modelos que describan las estrategias de los participantes, así como desarrollar teorías referidas a la eficiencia, valoración, incentivos y comportamiento de colusión (Klemperer, 1999). Según autores como Abrache, Crainic, & Gendreau (2004), las contribuciones de la ciencia computacional y la investigación de operaciones son las siguientes. En cuanto al primero cabe destacar: el desarrollo de una apropiada arquitectura de software y herramientas para el despliegue de las subastas, el diseño de *software agents* capaces de interactuar competitivamente o en cooperación de forma “inteligente”, y el diseño e implementación de una plataforma de simulaciones para la evaluación de mecanismos de subastas para controlar ambientes artificiales. Por otro lado, la investigación de operaciones se centra en modelizar de una forma detallada los problemas a los que se enfrentan el subastador y los postores en el transcurso de la subasta, estos modelos tienen especial valor para la aplicación de técnicas de optimización en base a la multitud de formulación existente.

En resumen, en la literatura de subastas combinatorias la mayoría de los autores se centran en resolver dos cuestiones clave, en primer lugar, la expresión de la puja u oferta, esta cuestión trata de abordar tanto las posibles combinaciones de lotes que puede hacer un postor, así como transmitir o comunicar estas combinaciones al subastador para que sean comprensibles. En segundo lugar, la determinación del ganador o Winner Determination Problem (WDP), que identifica el conjunto de pujas ganadoras, así como la asignación de los lotes.

3.2. PROCEDIMIENTO PARA EL DISEÑO DE LA SUBASTA COMBINATORIA.

En la literatura referida a las subastas combinatorias, los diversos autores aportan mecanismos que suelen estar centrados para un determinado mercado. Si bien estos autores no describen sus

mecanismos en base a una estructura definida, desde este documento se propone una estructura tipo para diseñar una subasta combinatoria.

Dicho lo anterior, cabe destacar, que un mecanismo de subastas se engloba dentro del diseño de la subasta, pero el diseño del mismo no es suficiente para el diseño de una subasta. Pues el diseño de ésta engloba otros aspectos como el estudio y organización del mercado donde se quiere aplicar tal subasta, la determinación del concepto de ítem o slot que tendrá tal subasta, así como el empaquetamiento de los mismos para hacer de esta subasta, una subasta combinatoria atractiva y, por otro lado, y no menos importante, el diseño de todo un lenguaje que hará de conexión entre los diversos postores y el subastador.

Una vez explicado lo anterior, el proceso de diseño de una subasta, podría dividirse en 4 etapas, las cuales se muestran en las figuras 9a y 9b. En la primera etapa o etapa inicial se realizaría un modelado del mercado en el que se quiere implantar tal subasta, así como la determinación de cuales van a ser los ítem, recursos o slots, y si estos representarán un objeto físico o, por el contrario, un derecho temporal.

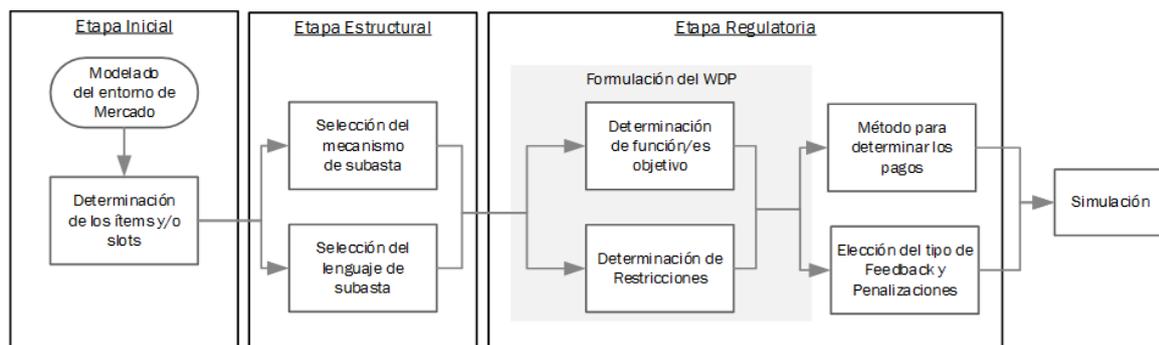


Figura 9a. Esquema de diseño de una subasta combinatoria. (Fuente: Elaboración propia)

En la segunda etapa, o etapa estructural, se determinaría el mecanismo de subastas a utilizar, pudiendo elegir entre los mecanismos existentes que ya se aplican a otros sectores o la creación de uno propio, siempre teniendo en cuenta la importancia de crear un lenguaje adaptado al mercado donde queremos implantar tal subasta. En la tercera etapa, o etapa regulatoria, se formulará el problema de determinación del ganador o *Winner Determination Problem* (WDP) mediante una o varias funciones objetivo a determinar por el subastador, así como las restricciones asociadas. Por otra parte, se determinarán los pagos, pudiendo elegir el método más eficiente o que añada más simplicidad al conjunto, algunos ejemplos de estos métodos de pago pueden ser el pago de tipo *Vickrey-Clarke-Groves* (VCG), el cual incentiva la puja sincera por parte del postor, aunque conlleva cierta complejidad de implementación en la práctica (Pekeč & Rothkopf, 2003) o el pago *core-selecting* (Lawrence M Ausubel & Baranov, 2010).

En cuanto al tipo de *feedback* y penalizaciones, existe una amplia literatura al respecto. Respecto al feedback conviene diferenciar entre el feedback para mecanismos iterativos y para los mecanismos continuos, autores que estudian esta característica son (P Cramton et al., 2015) y (Adomavicius et al., 2012) respectivamente. Por último, se pasa a la cuarta etapa o etapa iterativa de corrección, donde se realiza una primera simulación o prueba de la subasta diseñada. Si como resultado de la simulación se obtiene una gran demora en el cómputo y la resolución

del WDP, se propone un orden a seguir para ir depurando el diseño de cara a obtener un tiempo aceptable en la resolución de la subasta. El orden se ha realizado de menor a mayor impacto en el diseño:

- Cambio en el feedback: es el cambio implementable de menor dificultad asociada para el diseñador, pues conlleva acordar que tipo de feedback puede acelerar la subasta y simplificar el WDP
- Adicción de restricciones: añadir más restricciones a la subasta afecta a la formulación del Problema de Determinación del Ganador (WDP), si bien en ciertos casos es conveniente añadir más restricciones, las cuales se recomienda que sea de forma binaria y cuya activación sea de forma dinámica durante la subasta, con el fin de guiar la misma y facilitar el WDP, en otros casos, como subastas con un menor número de ítems, un abuso de restricciones puede llegar a saturar al postor, dificultando así la comprensión de la subasta. La correcta elección del número y tipo de restricciones, llevará no solo a una resolución rápida del WDP, sino al aumento de deseo del postor por participar en tal subasta.
- Aumento en la precisión del lenguaje: un cambio en el lenguaje de subasta puede llegar a cambiar totalmente la dinámica de la misma. Como ya se ha visto anteriormente, una implementación en el lenguaje, en forma de puja tipo “todo o nada” o de reglas lógicas tipo XOR requiere de un estudio de los ítems a subastar y del mercado donde éstos se encuentran. El aumento en la precisión del lenguaje puede no ser siempre una mejora, pues influye de forma directa en la comprensión de la subasta por parte del postor, es por ello, que siempre ha de tenerse como objetivo principal la sencillez, tanto de formulación como de comprensión del mismo.

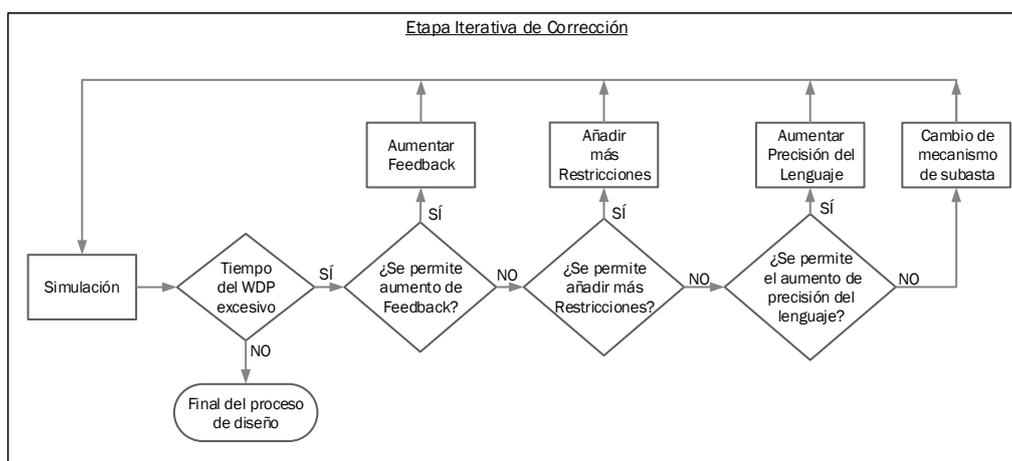


Fig. 10b Continuación esquema de diseño de una subasta combinatoria. (Fuente: Elaboración propia)



IV. RAILWAY COMBINATORIAL CLOCK AUCTION

En este trabajo se contribuye a la implantación de las subastas combinatorias en el mercado ferroviario, mediante la creación de un mecanismo de subastas combinatoria para redes ferroviarias o Railway Combinatorial Clock Auction (RCCA), este mecanismo podría definirse, en base a la literatura anteriormente descrita, como un mecanismo de tipo iterativo combinatorio de precio ascendente, que surge de la modificación y adaptación de la Combinatorial Clock Auction (CCA) propuesta por Ausubel, Cramton, & Milgrom (2006), descrita en la sección 2.2.5, mecanismos con función estructural. En esta modificación se conserva la estructura original de la CCA, es decir, la *ronda reloj* y la *ronda complementaria*. Realizándose cambios en la definición del concepto de ítem o slot y en las diversas reglas de ambas etapas. Las diversas pujas pueden ser expresadas en forma de oferta “todo o nada” durante el transcurso de las rondas. Diversas características de la subasta, como la determinación de la función o funciones objetivo, así como de las restricciones, penalizaciones y el precio mínimo por tramo pueden ser seleccionadas según las preferencias del subastador entre las opciones ofrecidas por el mecanismo.

4.1. CARACTERÍSTICAS, CONSTRUCCIÓN Y DISEÑO DE LA SUBASTA RCCA

- **Descripción de las etapas del Mecanismo de subasta.**

Al igual que en la CCA, las fases de subasta del RCCA pueden ser divididas en dos. Por una parte, se tiene la etapa de ronda reloj-suplementaria, en esta parte de la subasta, el subastador seleccionará la zona ferroviaria a subastar, en base a un modelado macroscópico de la red ferroviaria existente, el cual es explicado más adelante en este mismo documento. Según la zona a subastar, se situarán más o menos tramos para subastar, los cuales tendrán un precio inicial de salida predefinido por el subastador. Después de esta parte inicial, realizada en su totalidad por el subastador, empezará la ronda de reloj. En esta ronda, los postores irán realizando sus ofertas por cada tramo, al finalizar la ronda, las ofertas se harán públicas para todos los tramos. Si al terminar la ronda, algún ítem excede la demanda, se procederá a otra ronda, donde aumentarán el precio por este ítem. La ronda de reloj finalizará, cuando no haya ningún tramo que exceda la demanda. El funcionamiento del RCCA se esquematiza en la figura 11.

Posteriormente, se iniciará la ronda suplementaria donde se le dará la oportunidad a los participantes de aumentar su oferta, mediante sobre sellado, solo en aquellos tramos donde este postor haya realizado alguna oferta anteriormente, reduciendo el problema de colusión de postores. Una vez se ha terminado esta ronda, se procederá a determinar el ganador, es decir, se resolverá el WDP. Para resolver tal problema, el subastador puede seleccionar una o varias funciones objetivo, así como diferentes restricciones, todo ello se explica en el apartado dedicado al WDP.

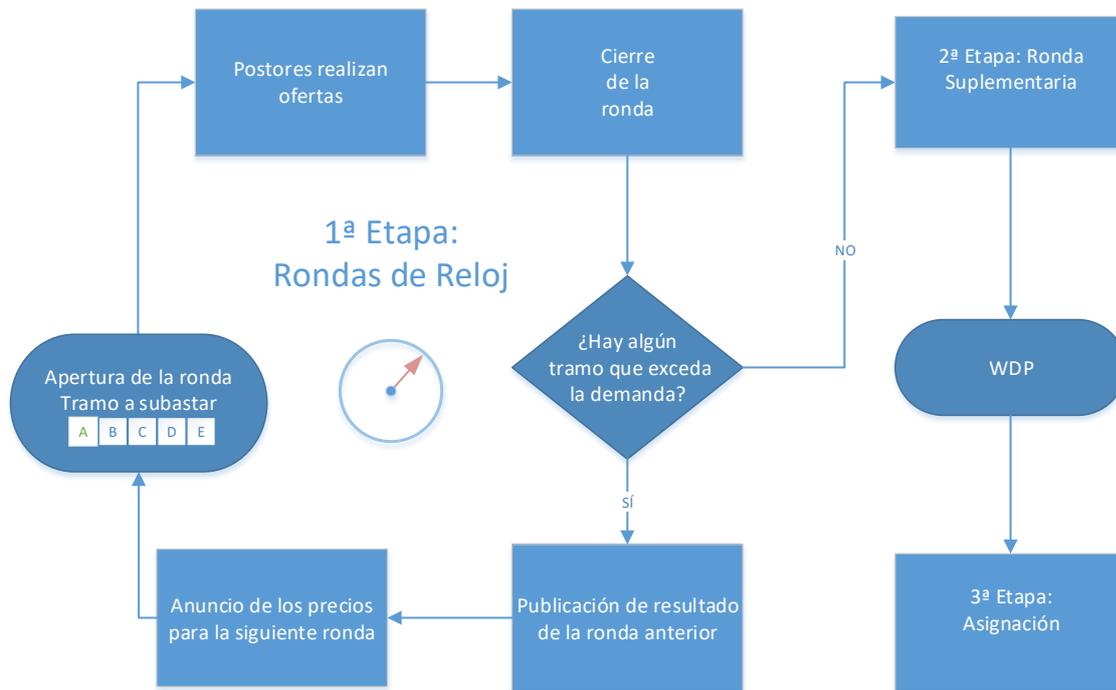


Figura 11. Esquema funcionamiento subasta combinatoria tipo reloj para redes ferroviarias.

- **Expresión de la puja combinatoria.**

A la hora de realizar pujas en una subasta combinatoria, todos los autores destacan la importancia de la creación de un lenguaje de subastas específico para la expresión de la puja. Diversos autores destacan que éste debe tener un doble objetivo, por un lado, deber ser de fácil comprensión por los diversos postores que formarán parte de la subasta y, por otra parte, debe facilitar el cómputo de todas las pujas emitidas. Autores como Pekeč & Rothkopf (2003), apuestan por un lenguaje de subastas que incluya la opción de “todo o nada”, puesto que al ser combinatorio, un determinado postor puede desear un conjunto de ítems determinado, pero no cada ítem de forma aislada. Otra forma de lenguaje más elaborado es el realizado por Nisan (2000), que mediante una estructura basada en la lógica OR y XOR, proporciona a los postores la capacidad de realizar gran cantidad de tipos de puja. Este tipo lenguaje hace compatible la facilidad de comprensión del mismo por parte del postor y, a la vez, ayuda al cómputo de las diversas pujas emitidas.

Si bien existe un acuerdo sobre el concepto de ítem, en determinados mercados es necesario utilizar el concepto de slots. En cuanto al ámbito ferroviario, para definir el concepto de slot es conveniente comparar los diversos estudios que han tratado el problema de optimización de slots ferroviarios hasta la fecha, debido a la diferencia notable en el uso de esta palabra entre los distintos investigadores. Por ejemplo, en el proyecto *Trassenbörse* realizado por Borndörfer, R et al. (2006), un slot representa un nudo físico de la red ferroviaria, es decir, estaciones, cambios de vía, etc. Por otro lado, para Park, B.H et al., (2014) de la Korea National University of Transportation, los slots son los diferentes tiempos asociados al uso de la infraestructura ferroviaria, como pueden ser los tiempos de parada, de salida, de llegada, etc. Es resumen, existen dos tipos distintos de slots en la literatura, por una parte, los slots físicos, que son todos aquellos que representan una realidad tangible, y por otra



parte los slots temporales, que representan la propiedad de un slot por un intervalo de tiempo. En nuestro caso, definiremos slot como derecho de uso de un tramo de la red ferroviaria durante un tiempo determinado, siendo este tiempo establecido por el subastador.

Desde el punto de vista de las subastas combinatorias aplicadas al entorno ferroviario, destaca el estudio realizado por Borndörfer, R et al. (2006). En él se hizo especial énfasis en el lenguaje de subastas creado, el cual basaron en los siguientes principios: flexibilidad y fácil control, pujas que permitan el manejo circulante de stock, pujas que puedan expresar una interdependencia específica entre trenes y el hecho de que solo las interdependencias “socialmente deseables” deben ser expresadas. Además de este lenguaje, este autor también elaboró un listado de información mínima que las compañías debían formalizar en una determinada petición, éstas eran: La puja monetaria inicial, el tipo de tren que va a utilizar, la ruta deseada y las diferentes especificaciones de tiempo.

Con los conocimientos adquiridos del autor anterior, así como del mecanismo CCA, la expresión de la puja estará dividida en dos etapas bien diferenciadas. En la primera etapa, o ronda reloj, los postores podrán formular su puja, de forma pública, en la subasta. Referido a esto, el subastador puede añadir unas restricciones referidas tanto a la puja mínima, así como al margen de diferencia entre distintas pujas o la opción de aceptar pujas tipo tour. En una segunda etapa, o ronda complementaria, se dará la posibilidad a los postores de realizar una última puja a sobre sellado, pero siempre sobre los ítems pujados anteriormente, para evitar la colusión entre postores.

- **Problema de determinación del ganador (WDP).**

Con lo visto en el capítulo segundo de este documento, podemos concluir que la formulación del WDP dependerá de los objetivos marcados por cada subastador, estos objetivos se plasmarán mediante diversa formulación matemática, una función o funciones objetivo, así como una serie de restricciones y penalizaciones. Autores como de Vries & Vohra (2003), Gonen & Lehmann (2000) y K Leyton-Brown, Shoham, & Tennenholtz (2000), proponen diversas formulaciones para este problema de optimización.

Para la formulación de este problema, en la subasta RCCA se le da la opción al subastador de elegir entre varias opciones de funciones objetivo, tales como:

- Maximización del beneficio económico: donde se seleccionarán aquellas pujas simples o en forma de combinación que maximicen el sumatorio total de las pujas enviadas.
- Maximización de los tramos asignados: en esta función objetivo, se maximizará la asignación de tramos, sin tener en cuenta si aumenta o no el beneficio económico. Este objetivo, puede verse también en forma de beneficio social, pues asegura que la solución encontrada, será aquella que asigne un mayor número de los tramos subastados.

Estas funciones objetivo descritas anteriormente, así como otras que puedan ser implementadas para el caso particular de la subasta, pueden ser combinadas según los criterios del subastador, siempre teniendo en cuenta, que cuantas más funciones objetivo



se sitúen en el WDP, más difícil será su resolución, pudiendo llegar incluso a no encontrar una solución.

En la subasta RCCA, también se incluyen una serie de restricciones que ayudaran a descartar pujas, simplificando así la resolución del problema de determinación del ganador. Algunas de ellas son:

- Establecimiento de un tiempo de actividad: esta restricción vendrá impuesta por el subastador y tiene el objetivo de evitar aglutinar las rondas al final de cada ronda, lo que está demostrado que disminuye la eficiencia de la subasta.
- Obligación de pujas con tramos tipo tour: esta restricción, si se encuentra activa, evitará que las pujas realizadas por los postores sean sobre tramos sin correlación, o salteados, lo que ayudará a la logística de la red ferroviaria, pues quedarán unidas de forma física los tramos operados por una determinada compañía. A su vez, disminuirá el riesgo de colusión, es decir que dos postores se pongan de acuerdo para perjudicar a un tercero, pues establece cierta lógica en las pujas.
- Número máximo de tramos asignables a cada postor: esta restricción podría activarse en el paso de una ronda a otra de la subasta, lo que ayudaría a evitar monopolios y aumentar la competitividad. No obstante, si durante el trayecto de la subasta, se determina que ciertos tramos no han sido pujados, se recomienda desactivar esta restricción pues se corre el riesgo de no-asignación.
- Determinación de un precio mínimo por tramo: en esta restricción, el subastador se asegura, que el precio por el que se asigna un tramo de la red ferroviaria cumple con las expectativas de beneficio deseadas.
- Determinación de un precio mínimo de subida entre rondas: para evitar que la subasta se extienda más de lo deseado, puede establecerse un precio mínimo de subida, pudiendo ser este cambiado en el transcurso de la subasta, si existiese algún tramo sin puja.

Como puede observarse, la implementación de restricciones es una forma de controlar la subasta, si bien, se requiere de desarrollos experimentales del mecanismo diseñado para afinar tales restricciones o introducir otras que sellen los posibles fallos del mecanismo. No obstante, la posibilidad de modificar las restricciones durante la subasta, hace de este mecanismo, un mecanismo dinámico y adaptable a las condiciones que puedan darse durante el transcurso de la misma.

- **Modelado de la red ferroviaria.**

Para hallar una posible solución al problema de asignación óptimo de slots ferroviarios, ha de seleccionarse un tipo de visión de la red ferroviaria, pudiendo ser ésta macroscópica o microscópica (Caprara, A et al., 2001). En la forma microscópica, se tienen en cuenta los objetos reales existentes en las infraestructuras. Como es obvio, todos los estudios realizados parten de una vista microscópica de la red ferroviaria, aunque no la usan directamente debido a la complejidad asociada (Borndörfer, R et al., 2014; Ralf Borndörfer et al., 2006; Park, B.H et al., 2014). Por otro lado, la visión macroscópica es la forma más usada, ya que simplifica la red ferroviaria en forma de nudos, cuyas características difieren

entre los distintos autores, siendo para Borndörfer, R et al. (2006) cualquier punto físico donde el tren pueda cambiar de vías, o las diversas estaciones de tren, frente a esta visión se sitúa la de Park, B.H et al. (2014) que establece los nodos como los distintos tiempos asociados a la operación de los trenes. Otra visión existente sería la de Caprara, A et al. (2002), que simplifica el concepto de los nodos, ya que los entiende solo como las estaciones de inicio y de fin de un determinado trayecto.

En nuestro diseño de la subasta, se opta por un punto de vista macroscópico de la infraestructura, figura 12, donde las estaciones serán los nodos y los distintos tramos entre estaciones se considerarán de tipo ida y vuelta. Así mismo, y continuando con la idea de la simplificación, se ha realizado una primera aproximación donde se han seleccionado algunas de las estaciones más representativas de la Red de Alta Velocidad, pudiendo realizar en un futuro un análisis de la red más exhaustivo.



Figura 12. Vista macroscópica de las Líneas de Alta Velocidad de la infraestructura ferroviaria. (Figura de elaboración propia a partir de los datos obtenidos de ADIF).

Posteriormente, en aras de facilitar la resolución del WDP, se ha optado por zonificar el entramado ferroviario. Se ha realizado de forma lógica en forma de red de árbol, pues es la que mejor se adapta a la infraestructura ferroviaria española, pues todas las Líneas de Alta Velocidad nacen de Madrid, y se extienden radialmente por toda la Península, estando la zona de Galicia incomunicada en términos de Alta Velocidad, por lo que requiere una zona particular para este caso. En la figura 13, puede verse un esquema de esta zonificación.

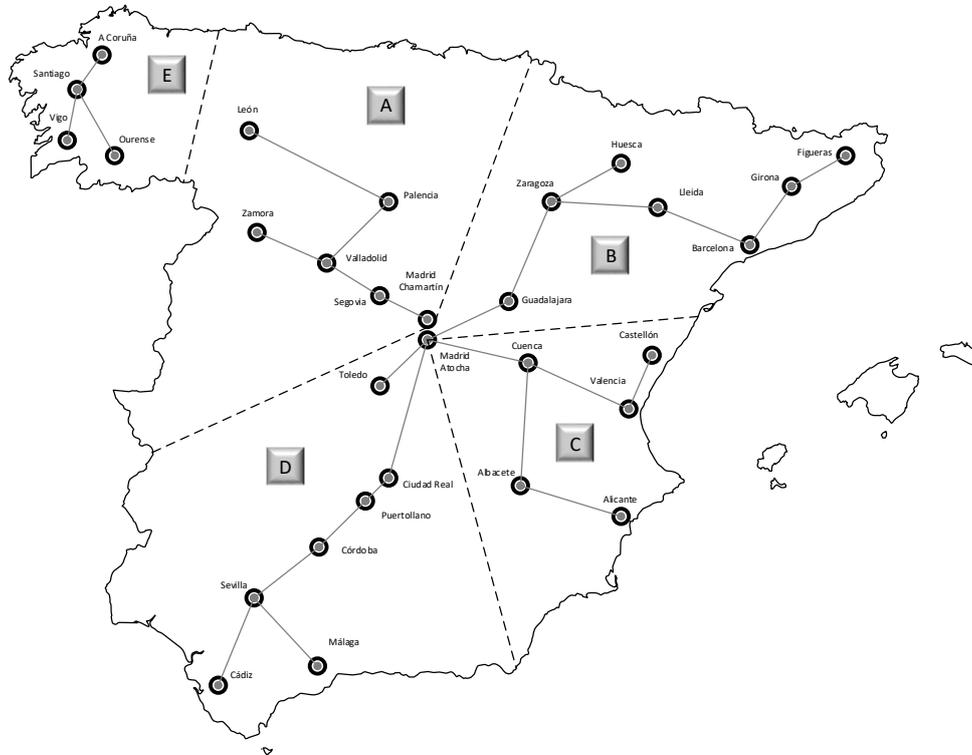


Figura 13. Vista macroscópica con la zonificación realizada para la simplificación del problema. (Figura de elaboración propia a partir de los datos obtenidos de ADIF).

Con las simplificaciones y adaptaciones realizadas, se llega a un listado de slots que formarán los ítems de la subasta y para los cuales, los postores realizarán las combinaciones de horas que deseen dentro de una misma zona, estableciendo la puja que estimen oportuna. El listado de slots provenientes de esta simplificación, se muestra en la figura 14.

Máster en Ingeniería Industrial

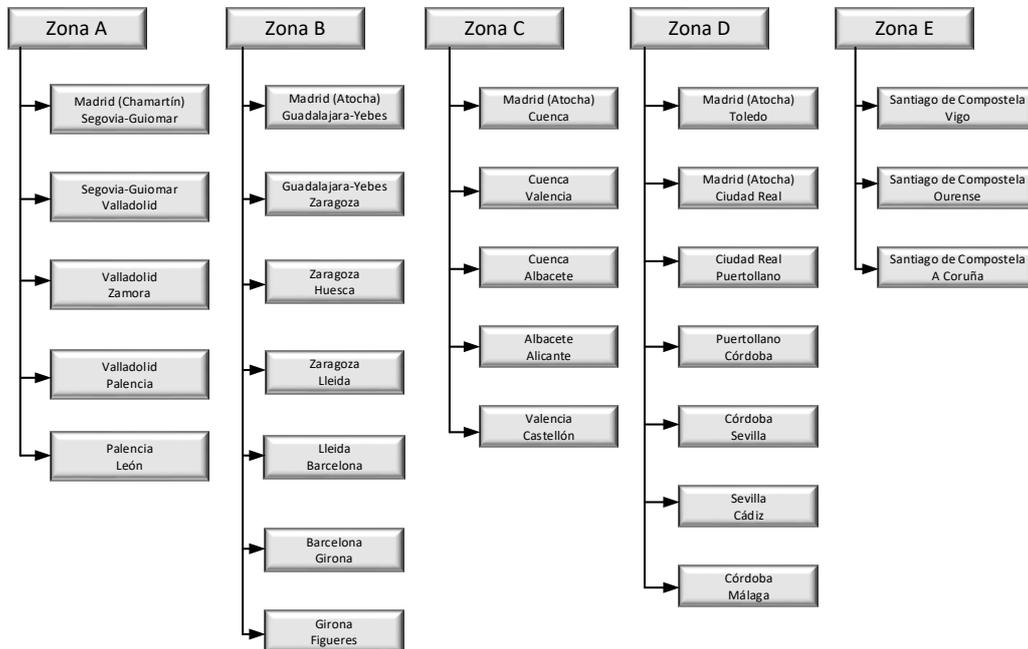


Figura 14. Listado de slots posibles proveniente de la simplificación realizada para la subasta combinatoria de la Red Ferroviaria española. (Figura de elaboración propia)

- **Anuncio de precios y actualización de los mismos.**

En lo referido al anuncio de precios y actualización de los mismos, en la CCA original los postores indicaban la cantidad por cada ítem a un precio determinado por el subastador y si este precio excedía la demanda se incrementaba en la siguiente ronda hasta que el nivel de demanda agregada fuese menor o igual al suministro por cada ítem. En esta modificación, el subastador impondrá un precio mínimo por cada ítem, y el postor pujará por cada ítem lo que estime oportuno por encima de ese mínimo. Este precio mínimo de puja estaría asociado a cada tramo individual, y vendría dado por el modelo de costes realizado por el Estado o empresa designada por éste en base al histórico de costes obtenido de la empresa pública que operaba esos tramos.

Asociado a la imposición de un precio mínimo, surge la problemática siguiente. ¿Qué pasaría si al terminar la ronda queda algún ítem el cual no ha recibido ninguna puja u oferta de ningún tipo? Ante esta pregunta cabe plantearse las siguientes soluciones mediante las cuales proceder. Una forma de abordar este problema, sería pasar a otra ronda donde se impondría la siguiente restricción: Solo podrán permitirse las ofertas tipo tour. Esta solución fue planteada en el proyecto Trassenböse (Reuter & Grötschel, 2005). Tal solución consistiría en limitar las pujas a una combinación de ítems, lo cual se recuerda al lector que se definen como los tramos físicos de tipo ida y vuelta de la infraestructura ferroviaria, siendo esta combinación de ítems coherente en cuanto a que deben ser una concatenación de ítems seguidos de forma física, es decir, no se puede realizar, en una misma ronda, una puja con tramos dispersos. La siguiente forma de abordar tal problema, es la asignación de estos tramos que han quedado sin asignar a la empresa estatal. Esto evitaría pérdidas locales, y ayudaría en gran medida a reducir el tiempo de desarrollo de la subasta. Finalmente, otra posible solución, sería la disminución gradual del precio mínimo de puja asociado a ese



tramo individual, procediendo a una siguiente ronda para su asignación. En esta solución, premiaría el beneficio global de las distintas asignaciones realizadas, frente a las pérdidas locales por los diversos tramos a los cuales se le han realizado tal disminución.

- **Finalización de la subasta.**

Por otra parte, resulta esencial describir el proceso de finalización de la subasta mediante unas reglas de cierre de la misma. Es sabido que, aunque ineficientes, existen dos formas generales de cerrar una subasta. En primer lugar, el cierre se efectuaría de forma secuencial, donde se iría eliminando la posibilidad de pujar por los distintos ítems o paquetes de forma gradual. Una segunda posibilidad, es cerrar la subasta cuando ya no se reciban más ofertas por parte de los postores. Según McMillan (1994), una regla efectiva de cierre de subasta debería cumplir tres condiciones, (i) terminar la subasta en un tiempo razonable, (ii) cerrar la posibilidad de puja por los ítems o paquetes de forma simultánea, para ayudar al conjunto de los mismos, (iii) ser fácilmente comprensible por los postores.

Para el caso de la subasta RCCA, el subastador tendrá la opción de determinar un número máximo de rondas, cerrándose así la posibilidad de puja sobre los tramos de forma simultánea. La información de la ronda actual y del número de rondas existentes, se mostrará a los distintos postores, siendo éste, parte del feedback implementado en la subasta. Como es evidente, el final de la subasta se verá afectado por las distintas restricciones activas, entre ellas la mencionada anteriormente como restricción del tiempo de actividad.

4.2. EJEMPLO PRÁCTICO DE LA RCCA

Para este apartado se ha desarrollado un código en MatLab, con el objetivo de ofrecer al lector una visión más clara de la subasta combinatorio RCCA. Para ello, se ha implementado la primera etapa de dicha subasta combinatoria, o ronda reloj, puesto que es la que puede registrar más interés, ya que la segunda etapa a sobre cerrado, o ronda suplementaría es más intuitiva y su aplicación está más extendida.

El ejemplo que se muestra a continuación consta de las siguientes características: por un lado, se sitúa el subastador, que es el que ejecuta la subasta, por otro, 6 participantes o postores que desean obtener un slot o tramo de la red ferroviaria subastada. Para este caso, la red ferroviaria consta de 4 tramos. El número máximo de rondas fijadas por el subastador es de 5. En cuanto a las restricciones, existe un precio mínimo por cada ítem, las pujas por los tramos pueden ser de tipo tour, la restricción de actividad se encuentra activa durante todas las rondas. Para este ejemplo, la función objetivo del WDP será dual, es decir, se resolverá tanto para la maximización del beneficio como para maximización de la asignación, con la idea de poder analizar los datos y extraer conclusiones del funcionamiento de la subasta. El enunciado del ejemplo se encuentra resumido de forma gráfica en la figura 15.

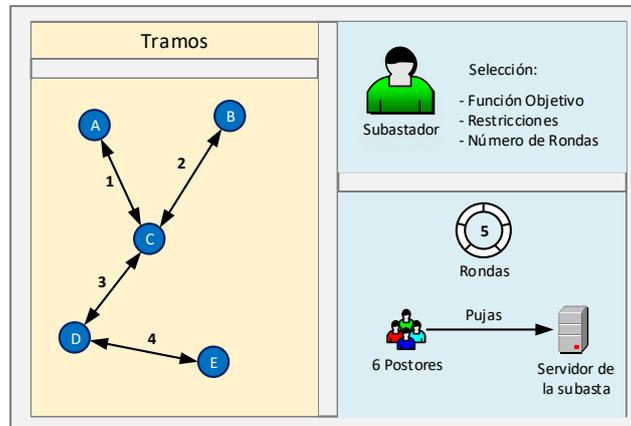


Figura 15. Resumen gráfico del enunciado del ejemplo de Subasta Combinatoria

4.2.1. DESARROLLO DE LA SUBASTA

Una vez configurada la subasta por el subastador, el cual ha implementado previamente la función objetivo, así como las diversas restricciones, número de rondas y demás características antes descritas, se da comienzo a la subasta. Para ello, se abre la subasta y se procede al envío de pujas por parte de los diversos postores, éstos realizan diversas pujas sobre los 4 tramos ofertados en forma de puja simple o combinatoria al servidor de la subasta, el cual contiene todos los parámetros dictados por el subastador.

Como puede observarse en la figura 16, las casillas en rojo representan los tramos para los cuales los postores han realizado alguna puja. En azul los tramos para los cuales no se ha formulado ninguna puja, y, posteriormente, el verde representará los tramos o slots asignados. La subasta de este ejemplo, consta de 6 postores, de los cuales, solo el primero ha realizado una puja combinatoria por el total de los slots subastados, mientras que los demás postores, han decidido decantarse por un solo tramo de la red ferroviaria ofertada sin realizar puja combinatoria alguna. En aras de simplificar el ejemplo, en las 5 rondas dictadas por el subastador en la configuración de la subasta, la petición de los tramos por parte de los postores será la misma durante todas y cada una de estas rondas.

En este ejemplo, el postor (1), realiza una puja única por el tramo [1], el postor (2), realiza también una puja única por el tramo [1], el postor (3), realiza una puja combinatoria por los tramos [2,3,4], el postor (4) ha quedado de eliminado por no pujar en el tiempo establecido, debido a la restricción del tiempo de actividad. El postor (5) realiza una puja única por el tramo [1], y el postor (6), realiza una puja única por el tramo [2].



Figura 16. Gráfico con los tramos de la subasta



En la siguiente tabla se muestra las pujas de los diversos postores en las distintas rondas.

Tabla 3. Pujas enviadas por los diversos postores durante las rondas.

Postores	Rondas				
	1	2	3	4	5
1	759.2 u.m.	759.2 u.m.	759.2 u.m.	759.2 u.m.	759.2 u.m.
2	105.8 u.m.	148.2 u.m.	169.3 u.m.	190.5 u.m.	211.7 u.m.
3	326.0 u.m.	456.3 u.m.	521.5 u.m.	521.5 u.m.	521.5 u.m.
4	0 u.m.				
5	49.2 u.m.	68.9 u.m.	78.8 u.m.	88.6 u.m.	98.4 u.m.
6	1,787.5 u.m.	1,787.5 u.m.	1,787.5 u.m.	1,787.5 u.m.	1,787.5 u.m.

4.2.2. RESOLUCIÓN DEL WDP

Una vez se han recibido las pujas de cada postor, se procede a resolver el Problema de Determinación del Ganador. Para ello, en este ejemplo, se muestra tanto una posible función objetivo donde se quiere maximizar el beneficio del subastador, como otra función objetivo donde se busque un máximo en la asignación.



Figura 17. Gráficos con la función objetivo de máximo beneficio. (Arriba) postores ganadores y sus tramos asociados. (Abajo) Gráfico con el sumatorio de pujas dentro de las diversas rondas.

En la figura 17 se observa la solución al WDP con la función objetivo de maximización del beneficio activada, esta función objetivo ha dado como ganadores a los postores (1) y (6), que son los que reportan más beneficio. Como puede observarse, no todos los slots subastados y pujados han resultado asignados.

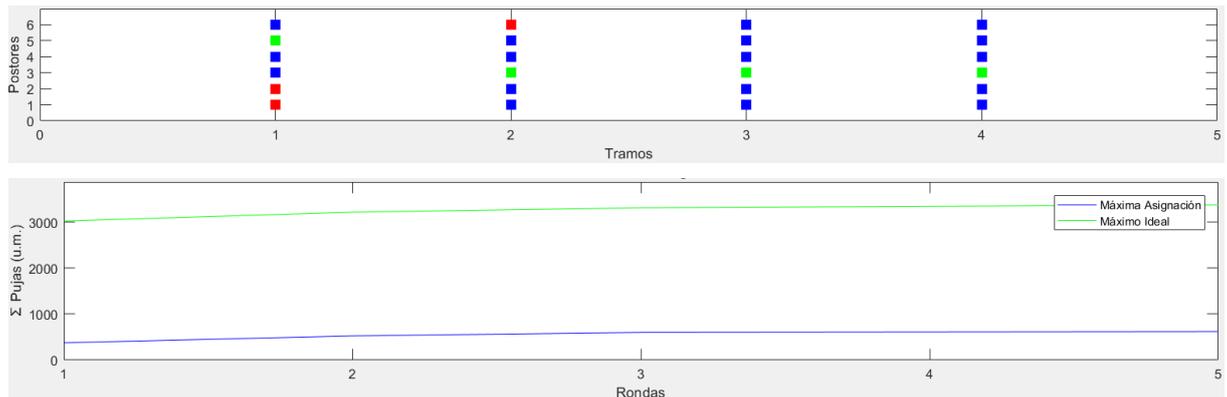


Figura 18. Gráficos con la función objetivo de máxima asignación. (Arriba) postores ganadores y sus tramos asociados. (Abajo) Gráfico con el sumatorio de pujas dentro de las diversas rondas.

En la figura 18 puede verse la solución al WDP con la función objetivo de maximización de la asignación activada, esta función objetivo ha dado como ganadores de los slots a los postores (3) y (5), ya que juntos, maximizan los slots asignados. Como puede observarse, todos los slots subastados y pujados han resultado asignados.

4.2.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como se ilustra en este sencillo ejemplo, la solución al problema de determinación del ganador no es trivial, pues existen varias soluciones posibles a la asignación de los slots para las distintas pujas emitidas, pudiendo ser algunas de ellas óptimas para según qué criterio marcado en la función objetivo del mecanismo de subasta.

Un análisis del ejemplo aquí expuesto, nos aporta la idea de que, dadas dos funciones objetivo para la resolución del WDP, siendo la primera de tipo maximización del beneficio y la segunda de maximización de la asignación, y siendo éstas funciones ejecutadas por separado para la misma subasta, conviene concluir, que la función de maximización del beneficio, establecerá como ganadoras todas aquellas pujas mayores o iguales, que las que podría establecer la función objetivo de maximización de la asignación.

Entendiendo esto último, y sabiendo que la convivencia de más de una función objetivo dificulta y alarga la resolución del WDP, sería labor del diseñador de la subasta establecer aquella función objetivo que mejor se adapte al ideal que el subastador tiene de tal subasta. Puesto que una función objetivo de maximización de la asignación, podrá no ser óptima, en términos de beneficio económico, pero si serlo en términos de beneficio social, puesto que asigna todos aquellos tramos o slots por los que se ha realizado una oferta.

Otros ejemplos simulados son los siguientes:



- La resolución del WDP con la función objetivo de maximización del beneficio y la función de maximización de la asignación llegan a una misma solución.



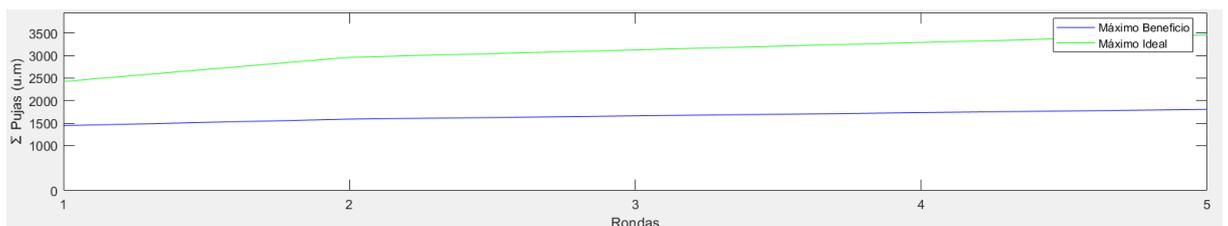
Figura 19. Gráfico con los tramos de la subasta

Tabla 4. Pujas enviadas por los diversos postores durante las rondas.

Postores	Rondas				
	1	2	3	4	5
1	1,081.9 u.m.				
2	0 u.m.				
3	361.6 u.m.	506.2 u.m.	578.5 u.m.	650.8 u.m.	723.1 u.m.
4	57.3 u.m.	80.3 u.m.	91.7 u.m.	103.2 u.m.	114.7 u.m.
5	407.3 u.m.	570.1 u.m.	651.6 u.m.	733.0 u.m.	814.5 u.m.
6	516.1 u.m.	722.5 u.m.	722.5 v	722.5 u.m.	722.5 u.m.



Figura 20. Gráficos con los postores ganadores y sus tramos asociados tanto para la función objetivo de maximización de beneficio como de maximización de asignación.



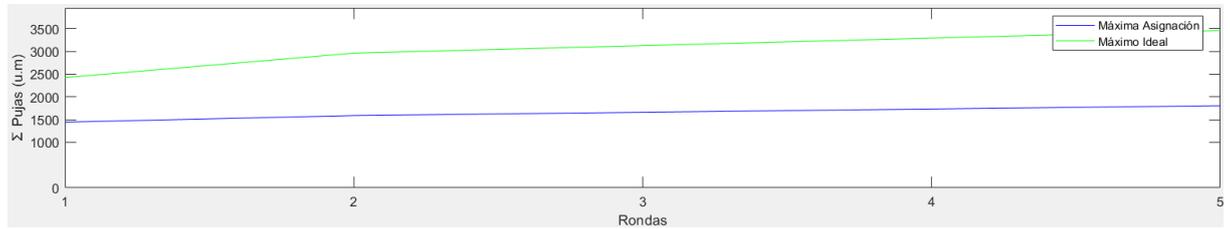


Figura 21. (Arriba) Gráficos con la función objetivo de máximo beneficio. (Abajo) Gráficos con la función objetivo de máxima asignación.

En este ejemplo se corrobora lo antes dicho, donde, aplicándose las dos funciones objetivo por separado a la resolución del WDP, puede observarse que se llega a la misma solución, siendo esta solución óptima tanto en términos de beneficio como de asignación de los slots subastados. No obstante, esto no deja de ser una casualidad, como se podrá ver en el siguiente ejemplo.

- La resolución del WDP con la función objetivo de maximización del beneficio y la función de maximización de la asignación llegan a un mismo número de slots asignados, pero a diferentes beneficios.



Figura 22. Gráfico con los tramos de la subasta

Tabla 5. Pujas enviadas por los diversos postores durante las rondas.

Postores	Rondas				
	1	2	3	4	5
1	151.56 (u.m.)	212.18 (u.m.)	242.49 (u.m.)	272.80 (u.m.)	303.12 (u.m.)
2	132.12 (u.m.)	184.96 (u.m.)	211.39 (u.m.)	237.81 (u.m.)	264.24 (u.m.)
3	0 (u.m.)				
4	0 (u.m.)				
5	9.90 (u.m.)	13.86 (u.m.)	15.84 (u.m.)	17.82 (u.m.)	19.80 (u.m.)

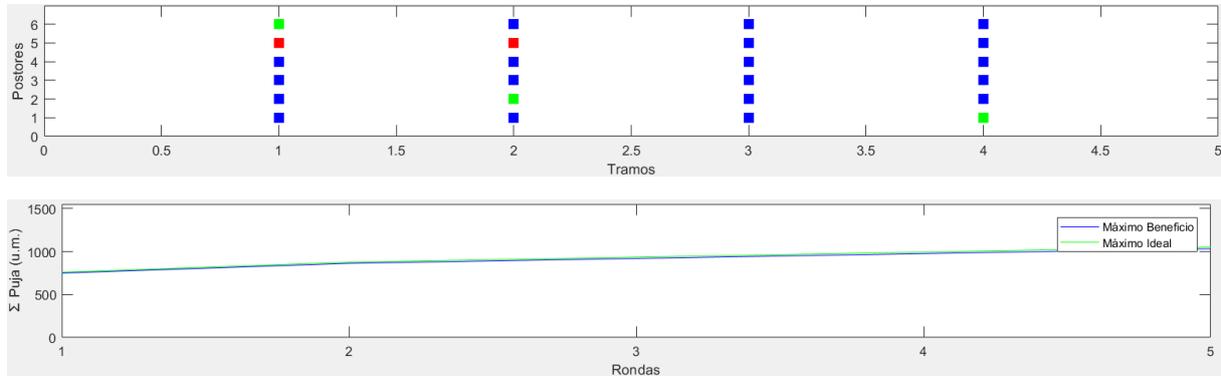


Figura 23. Gráficos con la función objetivo de máximo beneficio. (Arriba) postores ganadores y sus tramos asociados. (Abajo) Gráfico con el sumatorio de pujas dentro de las diversas rondas.

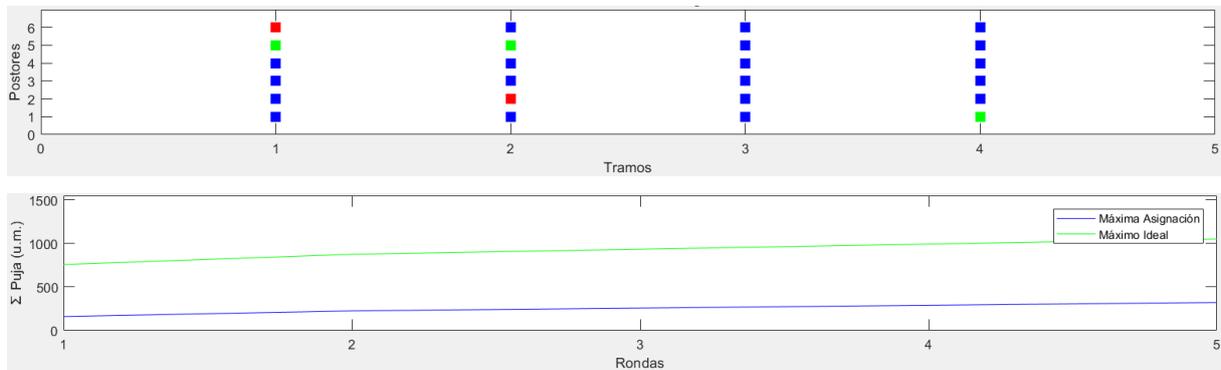


Figura 24. Gráficos con la función objetivo de máxima asignación. (Arriba) postores ganadores y sus tramos asociados. (Abajo) Gráfico con el sumatorio de pujas dentro de las diversas rondas.

Como puede verse en este último ejemplo, donde se han aplicado las dos funciones objetivo de maximización de beneficio y de maximización de asignación por separado, se llega a soluciones distintas en cuanto a beneficio, pero iguales en cuanto a asignación. Puede verse incluso, que la función objetivo de maximización del beneficio alcanza casi la línea de máximo ideal, pues el sumatorio de las pujas viables aceptada está cerca de ser el mismo que el sumatorio de las pujas totales emitidas.



V. CONCLUSIÓN

Los objetivos de este documento son los siguientes, por un lado, pretende ser una recopilación de los diversos estudios relacionados con las subastas combinatorias existentes hasta la fecha, a la vez de ofrecer al lector una guía para el conocimiento de los distintos conceptos, mecanismos y problemática asociada a las subastas combinatorias.

Por otro lado, se pretende formular un nuevo mecanismo de subasta combinatoria para el entorno ferroviario, basado en el mecanismo ya conocido como CCA. Para ello, se crea una metodología de diseño de mecanismos de subastas combinatorias en base a los conocimientos adquiridos de la literatura de subastas combinatorias. Para facilitar la comprensión y ejemplificar el funcionamiento del mecanismo de subastas combinatorias RCCA, se pone como ejemplo la red ferroviaria de alta velocidad española, así como una prueba parcial del mecanismo mediante MatLab.

Las subastas combinatorias demuestran ser una aproximación eficaz para resolver los problema de asignación en los diversos mercados, es por ello, que en la última década ha crecido sustancialmente su interés debido la aplicabilidad de la misma y a las ventajas que ésta ofrece. Este tipo de subastas, llevadas a cabo mediante un mecanismo de subastas, puede maximizar tanto el beneficio del subastador como el fomento de la competencia entre los distintos postores. Por tanto, algunos mercados, como los referidos a la asignación de espectros de frecuencia, slots en aeropuertos, redes de transporte de mercancías, en incluso contratos de catering en escuelas, han optado por implementar este sistema de asignación mediante subastas. En este trabajo, se trata la utilidad de este tipo de subastas para la asignación de slots ferroviarios devenida de una futura liberalización del sector en Europa.

Debido a las ventajas de las subastas combinatorias, en la literatura, los distintos autores se centran en resolver de forma interdisciplinar las dificultades asociadas a las mismas, pese a que como se dijo anteriormente, el problema de determinación del ganador (WDP) en las subastas combinatorias es de tipo NP-hard, es decir, no es posible encontrar una solución en tiempo polinómico. Aun así, se puede llegar a distintas aproximaciones más o menos óptimas.

Referido a lo anterior, se concentran los mecanismos de subastas que, a través de unas determinadas reglas, pretenden resolver la problemática de este las subastas combinatorias. Si bien, actualmente, existen dos vertientes de mecanismos, véase de tipo iterativo o de tipo continuo. Estos tipos de mecanismos no son los únicos, ya que el afán por resolver este complejo problema hace que se desglosen las ventajas y desventajas de los mecanismos existentes, y se tienda a crear modificaciones, que no son sino una combinación que intenta reunir las virtudes de cada uno, y reducir los inconvenientes individuales.



5.1. TRABAJOS FUTUROS

Con el objetivo de la creación de una subasta combinatoria que cumpla las expectativas de un Estado, el cual, quiera asignar de forma eficiente su red de transporte ferroviario. El siguiente paso a realizar, sería desarrollar un software de subastas, en el cual se relacionen los tres entes de la subasta, véase Subastador, Servidor de la subasta y Participantes y, en el cual, se pueda realizar la subasta combinatoria de forma segura y asegurando una trazabilidad de los diversos ganadores. Tal software ha de probarse de forma minuciosa en un entorno controlado, para que todos aquellos fallos que puedan emerger, se solucionen antes de la realización de la subasta real.

Otro aspecto a implementar, sería un estudio detallado de la infraestructura ferroviaria del país interesado en la ejecución de tal subasta. Con el objetivo de establecer unos paquetes que puedan simplificar de forma eficaz la resolución del problema de determinación del ganador.



VI. BIBLIOGRAFÍA

- Abrache, J., Crainic, T. G., & Gendreau, M. (2004). Design issues for combinatorial auctions. *4or*, 2.
- Adomavicius, G., Curley, S., Gupta, A., & Sanyal, P. (2007). Design and Effects of Information Feedback in Continuous Combinatorial Auctions. *ICIS-2007: Proc. 28th Int'l Conf. on Information Systems*, 1–17. Retrieved from <http://aisel.aisnet.org/icis2007/107/>
- Adomavicius, G., Curley, S. P., & Gupta, A. (2013). Impact of information feedback in continuous combinatorial Auctions : An experimental study of Economic Performance 1, 37(1), 55–76.
- Adomavicius, G., Curley, S. P., Gupta, A., & Sanyal, P. (2012). Effect of Information Feedback on Bidder Behavior in Continuous Combinatorial Auctions. *Management Science*, 58(4).
- Andersson, A., Tenhunen, M., & Ygge, F. (2000). Integer programming for combinatorial auction winner determination. In *Proceedings - 4th International Conference on MultiAgent Systems, ICMAS 2000*. <https://doi.org/10.1109/ICMAS.2000.858429>
- Ausubel, L. M., & Baranov, O. (2017). A Practical Guide to the Combinatorial Clock Auction. *Economic Journal*, 127(605), F334–F350. <https://doi.org/10.1111/eoj.12404>
- Ausubel, L. M., & Baranov, O. V. (2010). Core-Selecting Auctions with Incomplete Information. *Aviation*, (August).
- Ausubel, L. M., Cramton, P., & Milgrom, P. (2006). The Clock-Proxy Auction: A Practical Combinatorial Auction Design. *MIT Press*, 5, 115–138.
- Ausubel, L. M., & Milgrom, P. (2005). The Lovely but Lonely Vickrey Auction. *Combinatorial Auctions*, 17–40. <https://doi.org/10.7551/mitpress/9780262033428.003.0002>
- Ausubel, L. M., & Milgrom, P. (2006). Ascending proxy auctions. *Combinatorial Auctions*, 94305(03), 79–98. Retrieved from <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Ascending+Proxy+Auctions#0>
- Ausubel, L. M., & Milgrom, P. R. (2002). Ascending Auctions with Package Bidding. *Frontiers of Theoretical Economics*, 1(1), 1–42. <https://doi.org/10.3917/reco.533.0391>
- Banks, J., Olson, M., Porter, D., Rassenti, S., & Smith, V. (2003). Theory, experiment and the federal communications commission spectrum auctions. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 51(3), 303–350. [https://doi.org/10.1016/S0167-2681\(02\)00149-X](https://doi.org/10.1016/S0167-2681(02)00149-X)
- Bikhchandani, S., & Ostroy, J. M. (2007). Duality in combinatorial auctions. *ACM SIGecom Exchanges*, 7(1), 19–21. <https://doi.org/10.1145/1345037.1345041>
- Borndörfer, R., Erol, B., Graffagnino, T., Schlechte, T., & Swarat, E. (2014). Optimizing the Simplon railway corridor. *Annals of Operations Research*, 218(1), 93–106.
- Borndörfer, R., Grötschel, M., Lukac, S., Mitusch, K., Schlechte, T., Schultz, S., & Tanner, A.



- (2006). An auctioning approach to railway slot allocation. *Competition and Regulation in Network Industries*, 1(2), 163–197.
- Brewer, P. J., & Plott, C. R. (1996a). A binary conflict ascending price (BICAP) mechanism for the decentralized allocation of the right to use railroad tracks. *International Journal of Industrial Organization*.
- Brewer, P. J., & Plott, C. R. (1996b). A binary conflict ascending price (BICAP) mechanism for the decentralized allocation of the right to use railroad tracks. *International Journal of Industrial Organization*. [https://doi.org/10.1016/0167-7187\(96\)01014-4](https://doi.org/10.1016/0167-7187(96)01014-4)
- Calsamiglia, X. (1993). Racionalidad individual y colectiva: mecanismos económicos y jurídicos de articulación. *Universidad de Alicante. Área de Filosofía Del Derecho*.
- Caplice, C. G. (1996). An Optimization Based Bidding Process: A New Framework for Shipper-Carrier Relationships.
- Caprara, A., Fischetti, M., Luigi Guida, P., Monaci, M., Sacco, G., & Toth, P. (2001). Solution of real-world Train Timetabling Problems. *Proceedings of the Hawaii International Conference on System Sciences*.
- Caprara, A., Fischetti, M., & Toth, P. (2002). Modeling and Solving the Train Timetabling Problem. *Operations Research*, 50(5), 851–861.
- Carpenter, R. D., & Maloney, K. (2015). Methods and systems for dynamic auction floors, 002(15), 354. <https://doi.org/10.1037/t24245-000>
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1977). Goal programming and multiple objective optimizations: Part 1. *European Journal of Operational Research*, 1(1), 39–54. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(77\)81007-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(77)81007-2)
- Chewning, E. G., & Harrell, A. M. (1990). The effect of information load on decision makers' cue utilization levels and decision quality in a financial distress decision task. *Accounting, Organizations and Society*, 15(6), 527–542. [https://doi.org/10.1016/0361-3682\(90\)90033-Q](https://doi.org/10.1016/0361-3682(90)90033-Q)
- Cramton, P. (2002). Spectrum auctions. *Handbook of Telecommunications Economics*. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6111-2>
- Cramton, P. (2009). Spectrum Auction Design, (August), 1–30. Retrieved from <https://link.springer.com/article/10.1007/s11151-013-9376-x>
- Cramton, P. (2013). Spectrum Auction Design. *Review of Industrial Organization*, 42(2), 161–190. <https://doi.org/10.1007/s11151-013-9376-x>
- Cramton, P., & Schwartz, J. A. (2000). Collusive Bidding: Lessons from the FCC Spectrum Auctions. *Journal of Regulatory Economics*. <https://doi.org/10.1023/A:1008174031940>
- Cramton, P., Shoham, Y., Link, C., & Parkes, D. C. (2015). *Iterative Combinatorial Auctions*.
- Day, R., & Milgrom, P. (2008). Core-selecting package auctions. *International Journal of Game Theory*. <https://doi.org/10.1007/s00182-007-0100-7>
- Day, R. W., & Cramton, P. (2012). Quadratic Core-Selecting Payment Rules for Combinatorial Auctions. *Operations Research*, 60(3), 588–603. <https://doi.org/10.1287/opre.1110.1024>



- Day, R. W., & Raghavan, S. (2007). Fair Payments for Efficient Allocations in Public Sector Combinatorial Auctions. *Management Science*. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1060.0662>
- de Vries, S., & Vohra, R. V. (2003). Combinatorial Auctions: A Survey. *INFORMS Journal on Computing*, 15(3), 284–309.
- Diao, Y., Eskesen, F., Froehlich, S., Hellerstein, J. L., Spainhower, L. F., & Surendra, M. (2003). Generic Online Optimization of Multiple Configuration Parameters with Application to a Database Server. *Self-Managing Distributed Systems*.
- Dietrich, B., & J. Forrest, J. (2002). A Column Generation Approach for Combinatorial Auctions. *Institute for Mathematics and Its Applications*.
- Ebgelbrecht-Wiggans, R. (1980). Auctions and Bidding Models: A Survey. *Management Science*. <https://doi.org/10.2307/2630247>
- Epstein, R., Henríquez, L., Catalán, J., Weintraub, G. Y., & Martínez, C. (2002). A combinational auction improves school meals in Chile. *Interfaces*, 32(6), 1–14.
- Eso, M. (1999). Parallel Branch-and-cut for Set Partitioning. *Cornell University*.
- Fujishima, Y., Leyton-Brown, K., & Shoham, Y. (1999). Taming the computational complexity of combinatorial auctions: Optimal and approximate approaches. *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*.
- Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness (Series of Books in the Mathematical Sciences). *Computers and Intractability*. <https://doi.org/10.1137/1024022>
- Goldsmith, S. F., Aiken, A. S., & Wilkerson, D. S. (2007). Measuring empirical computational complexity. In *Proceedings of the the 6th joint meeting of the European software engineering conference and the ACM SIGSOFT symposium on The foundations of software engineering - ESEC-FSE '07*. <https://doi.org/10.1145/1287624.1287681>
- Gonen, R., & Lehmann, D. (2000). Optimal solutions for multi-unit combinatorial auctions. *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Electronic Commerce - EC '00*, 13–20.
- Grisé, M.-L., & Gallupe, R. B. (1999). Information OverloadT: The Productivity Paradox in Addressing Face-to-Face Electronic Meetings. *Journal of Management Information Systems*, 16(3), 157–185. <https://doi.org/10.1080/07421222.1999.11518260>
- Gujar, S., & Narahari, Y. (2013). Optimal multi-unit combinatorial auctions. *Operational Research*, 13(1), 27–46.
- Hohner, G., Rich, J., Ng, E., Reid, G., Davenport, A. J., Kalagnanam, J. R., ... An, C. (2003). Combinatorial and quantity-discount procurement auctions benefit mars, incorporated and its suppliers. *Interfaces*, 33(1), 23–35.
- Ignatius, J., Hosseini-Motlagh, S. M., Goh, M., Sepehri, M. M., Mustafa, A., & Rahman, A. (2014). Multiobjective combinatorial auctions in transportation procurement. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/951783>
- Jacoby, J., & Jacoby, J. (2016). Perspectives on Information Overload Linked references are available on JSTOR for this article : Perspectives on Information Overload, 10(4), 432–435.



- Jehiel, P., & Moldovanu, B. (2001). Efficient design with interdependent valuations. *Econometrica*, 69(5), 1237–1259. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00240>
- Jones, D. F., Mirrazavi, S. K., & Tamiz, M. (2002). Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art. *European Journal of Operational Research*, 137, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.vlsi.2003.12.003>
- Kagel, J. H., Lien, Y., & Milgrom, P. (2013). Ascending Prices and Package Bidding: Further Experimental Analysis. *Games and Economic Behavior*, 85(August), 1–41. <https://doi.org/10.1016/j.geb.2014.02.006>
- Karp, R. M. (1972). Reducibility among combinatorial problems. *Complexity of Computer Computations*. Plenum Press, New York. https://doi.org/10.1007/978-3-540-68279-0_8
- Klemperer, P. (1999). Auction Theory: A Guide to the Literature. *Journal of Economic Surveys*.
- Larson, K., & Sandholm, T. (2001). Costly Valuation Computation in Auctions. *Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge VIII*.
- Lawrence M. Ausubel, P. R. M. (2001). System and Method for a Dynamic Auction with Package Bidding, 2(12).
- Le, P. (2018). Pareto optimal budgeted combinatorial auctions, 13, 831–868.
- Ledyard, J. O., Olson, M., Porter, D., Swanson, J. A., & Torma, D. P. (2002). The first use of a combined-value auction for transportation services. *Interfaces*, 32(5), 4–12. <https://doi.org/10.1287/inte.32.5.4.30>
- Levin, J., & Skrzypacz, A. (2016). Properties of the Combinatorial Clock Auction. *American Economic Review*, 106(9), 2528–2551. <https://doi.org/10.1257/aer.20141212>
- Leyton-Brown, K., Nudelman, E., & Shoham, Y. (2009). Empirical hardness models. *Journal of the ACM*, 56(4), 1–52.
- Leyton-Brown, K., Shoham, Y., & Tennenholtz, M. (2000). An algorithm for multi-unit combinatorial auctions. *AAAI-00 Proceedings*.
- Liu, Y. (2008). Combinatorial Double Auction-based Scheme for Resource Allocation in Grids, (May).
- Makowski, L., & Ostroy, J. M. (1987). Vickrey-Clarke-Groves mechanisms and perfect competition. *Journal of Economic Theory*, 42(2), 244–261. [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(87\)90087-1](https://doi.org/10.1016/0022-0531(87)90087-1)
- Malhotra, N. K. (1982). Information Load and Consumer Decision Making. *Journal of Consumer Research*, 8(4), 419. <https://doi.org/10.1086/208882>
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., & Green, J. R. (1995). Microeconomic Theory. *Oxford University Press*. <https://doi.org/10.2307/135312>
- McMillan, J. (1994). Selling Spectrum Rights. *Journal of Economic Perspectives*, 8(3), 145–162.
- Milgrom, P. (2000). Putting Auction Theory to Work: The Simultaneous Ascending Auction. *Journal of Political Economy*, 108(2), 245–272. <https://doi.org/10.1086/262118>
- Milgrom, P. (2004). *Putting auction theory to work*. *Putting Auction Theory to Work*.



<https://doi.org/10.1017/CBO9780511813825>

- Milgrom, P. R., & Weber, R. J. (1982). A Theory of Auctions and Competitive Bidding. *Econometrica*, 50(5), 1089. <https://doi.org/10.2307/1911865>
- Myerson, R. B. (1981). Optimal Auction Design. *Mathematics of Operations Research*, 6(1).
- Naor, M., Pinkas, B., & Sumner, R. (1999). Privacy preserving auctions and mechanism design. *Proceedings of the 1st ACM Conference on Electronic Commerce*, pages, 129–139. <https://doi.org/10.1145/336992.337028>
- Nisan, N. (2000a). Bidding and allocation in combinatorial auctions. *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Electronic Commerce*, 1–12.
- Nisan, N. (2000b). Bidding and allocation in combinatorial auctions. *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Electronic Commerce*, 1–12. <https://doi.org/10.1145/352871.352872>
- Nisan, N., & Ronen, A. (2001). Algorithmic Mechanism Design. *Games and Economic Behavior*, 35(1–2), 166–196. <https://doi.org/10.1006/game.1999.0790>
- O'Reilly, C. A. (1980). Individuals and Information Overload in Organizations: Is More Necessarily Better? *Academy of Management Journal*, 23(4), 684–696. <https://doi.org/10.2307/255556>
- Ozcan, R. (2008). Strategies for allocating radio frequencies: Federal Communication Commission Wireless Spectrum Auctions.
- Park, B. H., Hong, S. H., & Kim, C. S. (2014). A new optimization model for railway slot allocation. *WIT Transactions on the Built Environment*, 135, 613–620.
- Parkes, D. C. (1999). i Bundle. *Proceedings of the 1st ACM Conference on Electronic Commerce - EC '99*, 148–157. <https://doi.org/10.1145/336992.337032>
- Parkes, D. C. (1999). iBundle: An Efficient Ascending Price Bundle Auction. In *Proceedings of the 1st ACM conference on Electronic commerce - EC '99*. <https://doi.org/10.1145/336992.337032>
- Parkes, D. C., & Ungar, L. H. (2000). Iterative combinatorial auctions: Theory and practice. *Proceedings of the 17th National Conference on Artificial Intelligence AAAI-00*, 74–81. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0335>
- Pekeč, A., & Rothkopf, M. H. (2003). Combinatorial auction design. *Management Science*.
- Prat, Andrea and Valletti, T. M. (2001). Spectrum Auctions Versus Beauty Contests: Costs and Benefits. *Rivista Di Politica Economica*, 91, 1–39.
- Ramírez, M., Lopez-Paredes, A., Hernandez Iglesias, C., Lavios, J., Poza, D., Ranieri, A., & Herranz, R. (2014). *Review of Auction-based markets*.
- Rastegari, B., Condon, A., & Leyton-Brown, K. (2007). Revenue Monotonicity in Combinatorial Auctions. *Advancement of Artificial Intelligence*. <https://doi.org/10.1145/1345037.1345048>
- Reuter, A., & Grötschel, M. (2005). *Kombinatorische Auktionen und ihre Anwendungen im Schienenverkehr*.
- Rothkopf, M. H., & Harstad, R. M. (1994). Modeling Competitive Bidding: A Critical Essay.



- Management Science*, 40(3), 364–384. <https://doi.org/10.1287/mnsc.40.3.364>
- Rothkopf, M. H., Pekeč, A., & Harstad, R. M. (1998). Computationally Manageable Combinational Auctions. *Management Science*, 44(8), 1131–1147.
- Samimi, P., & Patel, A. (2011). Review of pricing models for grid & cloud computing. *2011 IEEE Symposium on Computers & Informatics*, 634–639. <https://doi.org/10.1109/ISCI.2011.5958990>
- Samimi, P., Teimouri, Y., & Mukhtar, M. (2016). A combinatorial double auction resource allocation model in cloud computing. *Information Sciences*, 357, 201–216. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2014.02.008>
- Sandholm, T. (1993). An Implementation of the Contract Net Protocol Based on Marginal Cost Calculations. *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence AAAI*. <https://doi.org/10.1145/1242572.1242616>
- Sandholm, T. (1999a). An algorithm for optimal winner determination in combinatorial auctions. In *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*. [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(01\)00159-X](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(01)00159-X)
- Sandholm, T. (1999b). An algorithm for optimal winner determination in combinatorial auctions. *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1, 542–547. [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(01\)00159-X](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(01)00159-X)
- Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A., & Levine, D. (2001). CABOB: A fast optimal algorithm for combinatorial auctions. *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*, (September 2001), 1102–1108. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0336>
- Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A., & Levine, D. (2002). Winner Determination in Combinatorial Auction Generalizations. *Proceedings of the First International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems: Part 1*, 69–76. <https://doi.org/10.1016/j.jcss.2011.02.010>
- Schick, A. G., Gordon, L. A., & Haka, S. (1990). Information overload: A temporal approach. *Accounting, Organizations and Society*, 15(3), 199–220. [https://doi.org/10.1016/0361-3682\(90\)90005-F](https://doi.org/10.1016/0361-3682(90)90005-F)
- Sparrow, P. (1999). Strategy and Cognition: Understanding the Role of Management Knowledge Structures, Organizational Memory and Information Overload. *Creativity & Innovation Management*, 8(2), 140. <https://doi.org/10.1111/1467-8691.00128>
- Stephen J, R., Smith, L. V., & Bulfin, R. L. (1982). A Combinatorial Auction Mechanism for Airport Time Slot Allocation. *The Bell Journal of Economics*, 13(2), 402–417.
- Winston, W. L. (2004). *Operations Research: Applications and Algorithms*. *Computer Science and Communications Dictionary*. https://doi.org/10.1007/SpringerReference_20294
- Wurman, P. R., Wellman, M. P., & Walsh, W. E. (2001). A Parametrization of the Auction Design Space. *Games and Economic Behavior*. <https://doi.org/10.1006/game.2000.0828>
- Zaman, S., & Grosu, D. (2013). Combinatorial auction-based allocation of virtual machine instances in clouds. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 73(4), 495–508. <https://doi.org/10.1016/j.jpdc.2012.12.006>



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

Máster en Ingeniería Industrial

Zheng, A. X., Jordan, M. I., Liblit, B., & Aiken, A. (2004). Statistical Debugging of Sampled Programs. *Advances in Neural Information Processing Systems 16 (NIPS 2003)*.



VII. ANEXO A

En este anexo, se detalla el código de una subasta combinatoria simplificada. Tal código se ha ejecutado para realizar los ejemplos propuestos en este Trabajo Fin de Máster (TFM).

```
function [bids]=subasta3
%Conjunto de funciones para definir la subasta CCA
%En esta función se obtiene tanto la maximización del beneficio, como el
%de la asignación

%===== Programación =====
% 1. Se pregunta al usuario si quiere definir la subasta, o si
% se ejecuta una subasta por defecto.
replay=input('¿Desea definir la subasta? [Y/N]: ','s');
if isempty(replay) || (replay~='y' && replay~='Y' && replay~='n' && replay~='N')
    replay = 'Y';
end
if(replay=='y' || replay=='Y')
    key=1;
elseif(replay=='n' || replay=='N')
    key=0;
else
    key=0;
end
% Si la respuesta es positiva, se llama a la función para definirla
if (key==1)

[tram,zone,n_rounds,bidder,restri, min_bid]=menu_auction; %[key, tram, zone, n_rounds, b
idder, min_bid, obj_fun, restri, penal]=menu_auction;
% Si la respuesta es negativa, se llama a una subasta por defecto
elseif (key==0)

[zone, tram, n_rounds, bidder, restri, min_bid]=Auct_define; %[zone, tram, n_rounds, bidder
, min_bid, obj_fun, restri, penal]=Auct_define;
end

% ~~~~~Falta definir restricciones ~~~~~
```



```
restric=[1,0,0,0];

[comb_tram,bids,n_rounds]=CCA_mod(tram,n_rounds,bidder,restric,min_bid);

[winner_comb_mb,winner_bid_mb] = max_benef(comb_tram,bids,n_rounds);
[winner_comb_ma,winner_bid_ma] = max_asig(comb_tram,bids,n_rounds);

%===== LISTADO DE PLOTS =====

plot_comb_tram(comb_tram)
plot_max_mb(comb_tram,winner_comb_mb)
plot_max_ma(comb_tram,winner_comb_ma)
plot_max_bid3(comb_tram,bids,winner_bid_mb,winner_bid_ma)

function [zone,tram,n_rounds,bidder,min_bid,obj_fun,restric,penal]=Auct_define
#####
%===== 1º =====
% Define Auction
#####

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%===== Auction General Parameters =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%===== ZONE =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
zone=[1,0,0,0,0];
%Zone "A" => zone=[1,0,0,0,0];
%Zone "B" => zone=[0,1,0,0,0];
%Zone "C" => zone=[0,0,1,0,0];
%Zone "D" => zone=[0,0,0,1,0];
%Zone "E" => zone=[0,0,0,0,1];

%.....Print Info on Screen.....
zone_names=['A','B','C','D','E'];
zone_tram=[4,3,5,7,3];
tram=0;
for i=1:length(zone)
    if zone(i)==1
        disp('La zona a subastar seleccionada es la: ')
        disp(zone_names(i))
        tram=tram+zone_tram(i);
    elseif(zone(:)==0)
        disp('No se ha seleccionado ninguna zona a subastar')
```



```
end
end
disp('El número de tramos a subastar es de: ')
disp(tram)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
=====  OBJETIVE FUNCTION  =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
obj_fun=[1,0,0];
%'1º Maximizar Valor' => obj_fun=[1,0,0];
%'2º Maximizar Beneficio Social' => obj_fun=[0,1,0];
%'3º Maximizar Tramos Asignados' => obj_fun=[0,0,1];
%.....Print Info on Screen.....
obj_names={'Maximizar Valor';'Maximizar Beneficio Social';'Maximizar Tramos
Asignados'};
% for i=1:length(obj_fun)
%     if obj_fun(i)==1
%         disp('Función objetivo seleccionada: ')
%         disp(obj_names{i})
%     end
% end
obj_fun=1;
disp('Función objetivo seleccionada: ')
disp(obj_names{obj_fun})
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
=====  RESTRICTIONS  =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
restric=[1,0,0,0];
% 1º. Activar tiempo sin actividad => restric=[1,0,0,0];
% 2º. Tramos tipo Tour => restric=[0,1,0,0];
% 3º. Solo un tramo por postor y puja => restric=[0,0,1,0];
% 4º. Puja mínima por trayecto => restric=[0,0,0,1];
%.....Print Info on Screen.....
restric_names={'1º. Activar tiempo sin actividad','2º. Tramos tipo Tour','3º. Solo
un tramo por postor y puja','4º. Precio mínimo por trayecto'};
for i=1:length(restric)
    if restric(i)==1
        disp('Restricción seleccionada: ')
        disp(restric_names{i})
    end
end
end
disp(restric)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
=====  PENALTIES  =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
penal=[0,1,0,0,0];
% 1º. Penalización por trayectos ofrecidos => penal=[1,0,0,0,0];
% 2º. Penalización por maquinaria => penal=[0,1,0,0,0];
% 3º. Penalización coste viaje => penal=[0,0,1,0,0];
% 4º. Penalización por tiempo estimado de viaje => penal=[0,0,0,1,0];
% 5º. Penalización por tramos discontinuos => penal=[0,0,0,0,1];
%.....Print Info on Screen.....
```



```
penal_names={'1º. Penalización por trayectos ofrecidos','2º. Penalización por
maquinaria','3º. Penalización coste viaje','4º. Penalización por tiempo estimado de
viaje','5º. Penalización por tramos discontinuos'};
for i=1:length(penal)
    if penal(i)==1
        disp('Penalización seleccionada: ')
        disp(penal_names{i})
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%===== Round Method =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%.....Discreet Rounds.....
n_rounds=5;

%..... Automatic.....

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%===== BIDDERS =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
select_bidder=[1,0];
% 1º. Selección manual de postes => select_bidder=[1,0];
% 2º. Selección al azar de postes entre 2 y 10 => select_bidder=[0,1];
%.....Discreet Bidders.....
if select_bidder(1)==1
    bidder=6;
%.....Random Bidders.....
else
    bidder=randi([2,10]);
end
disp('El número de postes es de: ')
disp(bidder)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%===== MIN BID/TRAM - MOD =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

min_bid(1:tram)=0;
if(restric(4)==1)%En el caso de "RESTRICION 4º - Puja mínima por trayecto:
DESACTIVADA"
    for j=1:zone_tram(i)
        min_bid(1,j)=randi([100,200]);
    end
end
disp('Las pujas mínimas por cada tramo son: ')
disp(min_bid)
end
```



```
#####
%=====  END - 1º  =====
%
%           Define Auction
#####

function [comb_tram,bids,n_rounds]=CCA_mod(tram,n_rounds, bidder,restri, min_bid)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%=====  CCA - Auction Parameters  =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%=====  Create Combination Matrix  =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
comb_tram=zeros(bidder,tram);

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%=====  Create Bid Vector  =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\

bids=zeros(bidder,1);

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%=====  Create Max Bid for each Bidder  =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
bids_max=[];
for k=1:bidder
    bids_max=[bids_max randi([50,2000])];
end

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%=====  Create Initial Bid for each Bidder  =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
subida_inicial=[];
for l=1:bidder
    subida_inicial=[subida_inicial round(rand(1),2)];
end

bids_inicial=[];
for c=1:bidder
    bids_inicial=[bids_inicial bids_max(c)*subida_inicial(c)];
end

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%=====  Rise Percentage  =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
alpha_rise=0.4;

%.....Initialize Rounds.....
iter_round=1;
%=====
% --- APLICACIÓN DE RESTRICCIÓN 2º: Tramos tipo Tour ----
```



```
%=====
if(restric(2)==1)
    comb_tram=restric2(tram,n_rounds,bidder);
end
%=====
% --- FINALIZACIÓN DE RESTRICCIÓN 2°: Tramos tipo Tour ----
%=====
% --- APLICACIÓN DE RESTRICCIÓN 3°: Solo un tramo por postor y puja ----
%=====
if(restric(3)==1)
    comb_tram=restric3(tram,n_rounds,bidder);
end
%=====
% --- FINALIZACIÓN DE RESTRICCIÓN 3°: Solo un tramo por postor y puja ----
%=====
while (iter_round<n_rounds+1)
    for i=1:bidder
        if(restric(2)==0&&restric(3)==0) %En el caso de "RESTRICCIÓN 2°:
DESACTIVADA"-- "RESTRICCIÓN 3°: DESACTIVADA"
            if(iter_round==1)
                for j=1:randi([1,tram])
                    comb_tram(i,j,1)=round(rand(1)); %%%%%%%%%%% <== MISMA
COMBINACIÓN DURANTE RONDAS
                end
            else
                comb_tram(i,:,iter_round)=comb_tram(i,:,1);
            end
        end
    end
    %=====
    % --- APLICACIÓN DE RESTRICCIÓN 1°: Activar tiempo sin actividad ----
    %=====
    if(restric(1)==1)
        bids=restric1_mod(comb_tram,bids,iter_round,n_rounds);
    elseif(restric(1)==0) %En el caso de "RESTRICCIÓN 1°: DESACTIVADA"
        if (comb_tram(i,:,iter_round)==0)
            bids(i,1,iter_round)=0;
        end
    end
    end
    %=====
    % --- FINALIZACIÓN DE RESTRICCIÓN 1°: Activar tiempo sin actividad
    %=====
    if(restric(4)==0) %En el caso de "RESTRICCIÓN 4°: DESACTIVADA"
        if(iter_round==1)
            bids(i,1,iter_round)=bids_inicial(1,i);
        else
            if((iter_round*(bids_inicial(1,i)/n_rounds))+bids_inicial(1,i)<bids_max(1,i))
                bids(i,1,iter_round)=(iter_round*(bids_inicial(1,i)/n_rounds))+bids_inicial(1,i);
            else

```



```
        bids(i,1,iter_round)=bids(i,1,iter_round-1);
    end
    end
    end
    iter_round=iter_round+1;
end
%=====
% --- APLICACIÓN DE RESTRICCIÓN 4º: Puja mínima por trayecto ----
%=====
if(restric(4)==1)
    bids=restric4(min_bid,comb_tram,bidder,n_rounds);
end
%=====
% --- FINALIZACIÓN DE RESTRICCIÓN 4º Puja mínima por trayecto ---
%=====
end

function [winner_comb,winner_bid,exitflag,output] =
max_asig(comb_tram,bids,n_rounds)
%//////////////////////////////////////
%===== FUNCIÓN PARA MAXIMIZAR ASIGNACIÓN =====
%//////////////////////////////////////
%round=1;
[fil,columna]=size(comb_tram(:, :, 1));
winner_comb=zeros(length(bids),1,n_rounds);
winner_bid=zeros(1,1,n_rounds);

for i=1:n_rounds
    lenbids=columna;
    intcon =1:lenbids;
    intcon1=1:fila;
    lb = zeros(lenbids,1);
    ub = ones(lenbids,1);
    A=comb_tram(:, :, i)';
    b=ones(columna,1);
    [x_tsp,costopt,exitflag,output] = intlinprog(-
sum(A.*intcon)',intcon1,A,b,[],[],lb,ub);
    winner_comb(:, :, i)=x_tsp;

end
winner_bid=[];
contador=0;
for k=1:n_rounds
    for j=1:fila
        if (winner_comb(j,1,k)==1)
            contador=contador + bids(j,1,k);
        end
    end
    winner_bid(1,1,k)=contador;
    contador=0;
end
```



```
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%=====      FUNCIÓN MAXIMIZAR BENEFICIO      =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [winner_comb, winner_bid, exitflag, output] =
max_benef (comb_tram, bids, n_rounds)

[filas, columnas]=size (comb_tram(:, :, 1) .');
winner_comb=zeros (length (bids), 1, n_rounds);
winner_bid=zeros (1, 1, n_rounds);

for i=1:n_rounds
    lenbids=length (bids (:, 1, i));
    intcon =1:lenbids;
    lb = zeros (lenbids, 1);
    ub = ones (lenbids, 1);
    A=comb_tram (:, :, i) .';

    b=ones (filas, 1);
    [x_tsp, costopt, exitflag, output] = intlinprog (-
bids (:, 1, i), intcon, A, b, [], [], lb, ub);
    winner_comb (:, :, i)=x_tsp;
    winner_bid (1, 1, i)=abs (costopt);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%=====      FUNCIÓN MENÚ DE SUBASTA      =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [tram, zone, n_rounds, bidder, min_bid, restric]=menu_auction

#####
%=====      Zona a Subastar      =====
#####
%if (key==1)
    replay_zone=input ('¿Zona a subastar? [A/B/C/D/E]: ', 's');
    if isempty (replay_zone)
        replay_zone = 'A';
    elseif (replay_zone=='a' || replay_zone=='A')
        zone=[1, 0, 0, 0, 0];
    elseif (replay_zone=='b' || replay_zone=='B')
        zone=[0, 1, 0, 0, 0];
    elseif (replay_zone=='c' || replay_zone=='C')
        zone=[0, 0, 1, 0, 0];
    elseif (replay_zone=='d' || replay_zone=='D')
        zone=[0, 0, 0, 1, 0];
    elseif (replay_zone=='e' || replay_zone=='E')
        zone=[0, 0, 0, 0, 1];
    else
        zone=[1, 0, 0, 0, 0];
    end
end
```



```
end
#####
===== Número de Tramos =====
#####
while true %iniciamos bucle infinito
    tram = input('Introduzca un número de Tramos para la zona seleccionada:
');
    if isempty(tram)
        fprintf('No soportado \n');
    elseif ~isnumeric(tram)
        fprintf('%s No es un número \n',tram);
    elseif tram ~= round(tram)
        fprintf('No es un número entero \n');
    else
        fprintf('Introdujo un número correcto %f\n',tram);
        break; % condición Valida salimos del bucle infinito
    end
end

#####
===== Número de Rondas =====
#####
while true %iniciamos bucle infinito
    n_rounds = input('Introduzca un número de rondas: ');
    if isempty(n_rounds)
        fprintf('No soportado \n');
    elseif ~isnumeric(n_rounds)
        fprintf('%s No es un número \n',n_rounds);
    elseif n_rounds ~= round(n_rounds)
        fprintf('No es un número entero \n');
    else
        fprintf('Introdujo un número correcto %f\n',n_rounds);
        break; % condición Valida salimos del bucle infinito
    end
end

#####
===== Número de Postores =====
#####
while true %iniciamos bucle infinito
    bidder = input('Introduzca un número de postores: ');
    if isempty(bidder)
        fprintf('No soportado \n');
    elseif ~isnumeric(bidder)
        fprintf('%s No es un número \n',bidder);
    elseif bidder ~= round(bidder)
        fprintf('No es un número entero \n');
    else
        fprintf('Introdujo un número correcto %f\n',bidder);
        break; % condición Valida salimos del bucle infinito
    end
end
```



```
end
end
#####
%===== Puja Mínima por Tramo =====
#####
%===== Sin Prueba de fallos =====

replay_min_bid=input('¿Desea establecer una puja mínima por cada tramo?[Y/N]:
','s');
if isempty(replay_min_bid)
    replay_min_bid = 'N';
elseif(replay_min_bid=='y' || replay_min_bid=='Y')
    key_min_bid=1;
elseif(replay_min_bid=='n' || replay_min_bid=='N')
    key_min_bid=0;
else
    key_min_bid=0;
end

if(key_min_bid==1)
    min_bid = input('Introduzca una puja mínima por cada tramo en forma de
vector:\n ');
    disp(min_bid)
else
    min_bid(1:tram)=0;
end
#####
%===== Restricciones =====
#####
%===== Sin Prueba de fallos =====

replay_restric=input('¿Desea establecer las restricciones?[Y/N]: ','s');
if isempty(replay_restric)
    replay_restric = 'N';
elseif(replay_restric=='y' || replay_restric=='Y')
    key_restric=1;
elseif(replay_restric=='n' || replay_restric=='N')
    key_restric=0;
else
    key_restric=0;
end

if(key_restric==1)
    restric = input('Introduzca las restricciones en forma de vector: \n
[1]Activar tiempo sin actividad \n [2]Tramos tipo Tour \n [3]Solo un tramo por
postor y puja \n [4]Puja mínima por trayecto \n ');
    disp(restric)
else
    restric(1:5)=0;
end
end
#####
```




```
end
xlabel(subplot(n_rounds,1,m),'Tramos')
ylabel(subplot(n_rounds,1,m),'Bidders')
end
title(subplot(n_rounds,1,1),'Gráfico con los tramos asignados')

function [bids]=restric1_mod(comb_tram,bids,iter_round,n_rounds)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%====  RESTRICCIÓN 1 - DE ACTIVIDAD  =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SI NO HAY COMBINACIÓN NI PUJA, SE ANULARÁN LAS
%PUJAS REALIZADAS EN LAS RONDAS VENIDERAS
#####
%===== DEFINICIÓN =====
#####
[fila,col,dim]=size(comb_tram);

for i=1:fila
    if(comb_tram(i,:,iter_round)==0)
        bids(i,1,iter_round:n_rounds)=0;
    end
end

function [comb_tram]=restric2(tram,n_rounds,bidder)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%=  RESTRICCIÓN 2 - TRAMOS SEGUIDOS (TIPO TOUR) =
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

#####
%===== DEFINICIÓN =====
#####

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%===== Create Combination Matrix =====
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
iter_round=1;
posicion=randi([1 tram]);
while (iter_round<n_rounds+1)
    for i=1:bidder
        if(iter_round==1)
            for j=posicion:randi([posicion tram])
                comb_tram(i,j,1)=1; %%%%%%%%%% <=== MISMA COMBINACIÓN DURANTE RONDAS
            end
        else
            comb_tram(i,:,iter_round)=comb_tram(i,:,1);
        end
        posicion=randi([1 tram]);
    end
end
```



```
    iter_round=iter_round+1;
end

function [comb_tram]=restric3(tram,n_rounds,bidder)
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%==  RESTRICCIÓN 3 - DE SOLO 1 TRAMO POR PUJA  ==
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\

#####
%===== DEFINICIÓN =====
#####

%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%===== Create Combination Matrix =====
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
comb_tram=zeros(bidder,tram);

%.....Initialize Rounds.....
iter_round=1;

while (iter_round<n_rounds+1)
    for i=1:bidder
        comb_tram(i,randi([1,tram]),iter_round)=1;
    end
    iter_round=iter_round+1;
end

function [bids]=restric4(min_bids,comb_tram,bidder,n_rounds)
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
%===  RESTRICCIÓN DE PUJA MÍNIMA POR TRAMO  ===
%////////////////////////////////////\////////////////////////////////////\
% EL VECTOR MIN-BIDS ES LEÍDO Y SE HACE UNA PUJA
% POR ENCIMA DE ÉSTE
#####
%===== DEFINICIÓN =====
#####

bids=zeros(bidder,1);

%.....Initialize Rounds.....
iter_round=1;
minimo=0;
while (iter_round<n_rounds+1)
    for i=1:bidder

        if (comb_tram(i,:,iter_round)==0)
            bids(i,1,iter_round)=0;
        else
            for k=1:length(min_bids)
```



```
        if (comb_tram(i,k,iter_round)==1)
            minimo=minimo+min_bids(k);
        end
    end
    bids(i,1,iter_round)=randi([minimo,minimo+1000]);
    minimo=0;
end
end
iter_round=iter_round+1;
end
```



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

Máster en Ingeniería Industrial