



Universidad de Valladolid

ESCUELA UNIVERSITARIA DE EDUCACIÓN

Grado en EDUCACIÓN PRIMARIA MENCIÓN EN CC SOCIALES, CC
EXPERIMENTALES Y MATEMÁTICAS

TRABAJO FIN DE GRADO

**Análisis de materiales para el aula de
Matemáticas en Educación Primaria
utilizando Geogebra**

Presentado por: Ricardo Bravo Hernández

Tutelado por: Andrés Riaguas Guedán

Soria, 20/06/2013

ABSTRACT / RESUMEN

Este trabajo se basa en el estudio y análisis de materiales didácticos, realizados con el software GeoGebra, para el aula de Matemáticas en Educación Primaria. A partir de este análisis de posibilidades, se realizó una sesión de apoyo utilizando estos materiales basados en la plataforma GeoGebra, para solucionar unos problemas didácticos que tenían un grupo de alumnos determinado. Estos problemas derivaban de la dificultad que tenían los alumnos para diferenciar los cuerpos geométricos cuando se plasmaban en un formato 2-D. Todo ello debido, en parte, a la planificación de las actividades que se imponen en el libro de texto. Por medio unas pruebas de control, se procedió a analizar los resultados obtenidos para observar si la sesión de apoyo había tenido o no el resultado esperado.

Palabras clave: GeoGebra, Matemáticas, TIC, Geometría.

ÍNDICE

| | |
|-------------------------------|-----------|
| INTRODUCCIÓN | 3 |
| JUSTIFICACIÓN | 4 |
| OBJETIVOS DEL TFG | 5 |
| FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA | 7 |
| DISEÑO | 13 |
| ACTIVIDAD | 18 |
| CONCLUSIÓN | 29 |
| LISTA DE REFERENCIAS | 30 |

INTRODUCCIÓN

En este trabajo, el lector se encontrará un estudio y análisis del uso de GeoGebra (<http://www.geogebra.org/cms/es/>) en el aula de Matemáticas. Aprovechando la posibilidad que ofrecía la simultaneidad de este trabajo con el periodo de prácticas en el colegio, pude observar un problema en el área de Matemáticas, que necesitaba solución y la manera más sencilla de resolverlo era ofreciendo a los alumnos actividades realizadas con este programa. Esta dificultad consistía en la no asociación de los cuerpos geométricos con sus desarrollos en el plano, debido entre otras cosas a que el formato del libro de texto no era el indicado para este tipo de contenido. Para solucionar este problema, recopilé actividades hechas en esta plataforma, que permite crear figuras con movimiento en 3-D y desarrollé una sesión para intentar dar solución a este problema.

El punto de partida fue un estudio bibliográfico de tres temas orientados en este caso hacia la geometría: didáctica, psicología y uso de las TIC (tecnologías de la información y la comunicación). Y basándome en esto y en partes de teorías como las de Van Hiele, Montessori y Piaget, además de otras más contemporáneas, he construido una red de conocimientos que ha servido para asentar las bases de este proyecto. Después de ello, tuve que buscar actividades realizadas en el software GeoGebra, para analizar su posible influencia en el aula y adaptarlas a las necesidades de la misma. Su puesta en práctica se llevó a cabo, siguiendo una metodología de razonamiento inductivo, con uno de los dos grupos de 6º curso del centro C.E.I.P "Infantes de Lara". El otro grupo realizó una actividad alternativa, que intentaba solucionar de forma diferente el mismo problema. Con los resultados iniciales y finales, estos últimos sacados de una prueba de nivel realizada a los alumnos al finalizar cada grupo de contenidos, se pudo observar que esta actividad tuvo una mayor influencia en los alumnos. Sus resultados sufrieron una mejora considerable, y en mayor medida que los del otro grupo, gracias en parte a las actividades interactivas de GeoGebra.

Esta memoria está estructurada de acuerdo con los elementos señalados en la guía del TFG. El apartado relativo a la actividad y sus resultados sigue una estructura en la que se comienza explicando las características del entorno, el problema y la actividad, y se concluye con la forma de evaluación, análisis de los resultados obtenidos y una conclusión final de toda su estructura.

JUSTIFICACIÓN

RELEVANCIA DEL TEMA

El área de las Matemáticas es una de las dos materias más importantes en la Educación Primaria, junto con el área de Lenguaje y en los colegios bilingües el idioma en el que lo sean, componen las áreas llamadas instrumentales. Dentro de las matemáticas, actualmente la geometría, es una de las partes importantes de ellas que peor suele estar diseñada en los libros de texto que se utilizan en las aulas de Primaria. Por tanto experiencias como esta permiten crear elementos que ayudarán a los alumnos a desarrollar su competencia matemática de una manera más completa y duradera.

El aprendizaje en el uso de las TIC, también es uno de los puntos más importantes del currículo en la actualidad, ya que en el mundo en el que vivimos es necesario su uso, porque facilitan casi todas las facetas de la vida. El hecho de que los alumnos aprendan a manejarlas con facilidad, requiere de un uso continuado de ellas, así que toda actividad bien planteada que utilice este tipo de recursos informáticos nos ayudará a esta mejora del manejo de las TIC.

VICULACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO

En este trabajo he volcado todos los conocimientos adquiridos durante la consecución de las distintas asignaturas de esta carrera y de los dos periodos de prácticas en el colegio C.E.I.P "Infantes de Lara"

Para ello lo primero que tuve que hacer fue introducirme en el entorno docente del centro, y conocer todos los entresijos que conciernen a este y en particular a la clase a la que va dirigida. De este modo, teniendo en cuenta todos estos aspectos, ser capaz de planificar y desarrollar una actividad para unos alumnos determinados, con sus diferencias y similitudes, con unas relaciones ya establecidas.

Esta propuesta ha servido para solucionar un problema surgido durante la práctica docente, en el cual los materiales que se utilizaban en el aula no respondían a las necesidades del momento didáctico. El problema se ha subsanado introduciendo un tipo

de tecnología innovadora en el centro, como es el programa matemático GeoGebra. Este programa permite crear un espacio más visual y atractivo para que el alumnado aprenda los conceptos globales que les hará crear su propia estructura mental necesaria, para resolver los problemas que les plantea, en este caso, la geometría. Esta actividad pudo llevarse a cabo gracias a que el centro tiene como uno de sus rasgos de identidad expuesto en su PEC (Proyecto Educativo de Centro) lo siguiente: *Aceptamos cualquier metodología convencional o innovadora, siempre que se ajuste a los requisitos de cada proceso de aprendizaje, así como la flexibilidad en la distribución de espacios, tiempos y agrupamientos de los alumnos.*

Todo este proceso está diseñado teniendo en cuenta que la evaluación del mismo es un parte crucial en la mejora de la actividad. Por este motivo, cada actuación didáctica sirve para sacar una conclusión que puede hacer modificar la práctica docente en futuras puestas en escena, con el único fin de perfeccionar y utilizar las mejoras que las TIC ponen a nuestra disposición. Las opiniones de cada uno de los compañeros de profesión son válidas y pueden servir para mejorar esta actividad. Por esto, una parte importante de esta propuesta fue la puesta en común, con los docentes del centro y, sobre todo, con la profesora que imparte la materia de Matemáticas en el 6º curso de Educación Primaria, para conocer sus juicios antes de poner en práctica la actividad.

OBJETIVOS DEL TFG

Para la consecución de este TFG necesitaremos cumplir una serie de objetivos que nos lleven a desarrollar el objetivo final del mismo que es el estudio y análisis del uso del software matemático interactivo libre GeoGebra en la parte de geometría del área de Matemáticas, para su posterior desarrollo en el aula de Educación Primaria. Estos objetivos son:

- Conocer y saber utilizar el software GeoGebra para su aplicación en el aula.
- Realizar una búsqueda bibliográfica que sustente las bases de la actividad práctica.
- Solucionar un problema de diseño curricular surgido en el aula.
- Aplicar los conocimientos sobre todo lo relacionado con la didáctica de la geometría en la etapa de Primaria.

- Crear una actividad cuyo fin sea la puesta en práctica en el aula.
- Estudiar analíticamente los resultados de la actividad.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Para la realización de este proyecto, como para muchas actividades de la vida académica, es muy importante tener una buena base teórica sobre el tema elegido. Casi todos los autores consultados, tanto los que hablan sobre la didáctica, como los que se basan más en la psicología del alumno, coinciden en que para esta etapa de la educación una de las mejores formas de enseñanza, para crear un conocimiento asentado en el alumno, es la del descubrimiento guiado por medio de la inducción de propiedades. Esta forma de trabajo parece dar mejores resultados para el alumno aunque no es la más utilizada en el campo de la geometría.

Chamorro M.C. et al, (2003), en su libro "*Didáctica de las Matemáticas para Primaria*", nos intenta explicar el porqué del uso de otros tipos de metodología. Defiende que, las técnicas actuales, no son las adecuadas para la enseñanza de la geometría, ya que el currículo propone una geometría métrica dominada por la aritmética, que no deja ver a la geometría en todo su contexto. Propone que esta debería enseñarse en todo su conjunto y basar su metodologías en conseguir que los alumnos aprendan a generalizar conceptos a partir de ejemplos, por medio de métodos de razonamiento. Por ello cree, que las principales causas por las que se dan estos procedimientos derivan de:

- La indeterminación y la falta de rigor en el planteamiento y estructuración de los conceptos geométricos en el Diseño Curricular Base.
- El mal desarrollo de los manuales escolares realizado por las editoriales debido, en parte, a las orientaciones oficiales, por el cual, organizan un discurso geométrico en el que aparecen desligadas una construcción de otra y todas ellas de su concepción en el espacio.
- La adopción del libro de texto como elemento determinante del currículo, el cual, los docentes y la sociedad aceptan.

Estas causas provocan tener una geometría "ejemplista". En ella el alumno solo ve algunos representantes de determinadas propiedades, que le son dadas para que memorice la regla y solo tenga que aplicarla. Pero este tipo de metodología, nos lleva a observar, que en cuanto cambiemos el ejemplo tipo por otra figura que cumpla las mismas propiedades, los alumnos tendrán muchos problemas o no serán capaces de

asociar esta con la propiedad que la determina. El principal motivo de este problema es que su forma de entender la geometría es muy reduccionista. Para solucionar esto deberemos ofrecer a nuestros alumnos, métodos o modelos más adecuados para el estudio de la geometría, como puede ser entre otros el modelo de Van Hiele.

En el libro "*El modelo de enseñanza aprendizaje de Van Hiele*" (Corberán et al., 1994), nos proponen una recopilación de la teoría de Van Hiele, que es una de las más utilizadas siguiendo los métodos de razonamiento inductivo en geometría. Esta teoría divide los niveles de razonamiento de la geometría en 5. De estos niveles los que nos interesan para nuestra actividad son los tres primeros, ya que según los autores son los esenciales para la educación en edades prematuras. Estos niveles son:

0. Visualización: En este nivel la figura está desprovista de atributos geométricos, solo son ejemplos visuales. En él el alumno puede aprender algunos conceptos, pero solo los asocia a estas imágenes predefinidas.
1. Análisis: El alumno analiza las propiedades de las figuras percibidas en un proceso de observación y experimentación. Aunque todavía no es capaz de ver relaciones interfigurales, ni de dar definiciones.
2. Deducción Informal: El alumno ordena los conceptos y comienza a dar definiciones informales.
3. Deducción Formal: El alumno razona formalmente dentro del contexto matemático, es capaz de construir y no memorizar definiciones.
4. Rigor: El alumno es capaz de comparar distintos sistemas geométricos, y estudiar distintos modelos de geometría.

Para ello Van Hiele propone una serie de fases, las cuales habrá que seguir para que el alumno llegue a la consecución de cada uno de estos niveles. Para demostrar este punto los autores de esta recopilación realizan un experimento propio, con alumnos de FP, y en el obtienen unos resultados favorables. Estas fases son:

1. Encuesta: Esta fase nos dará la información del nivel de los alumnos. La mejor forma de conseguirlo es mediante un diálogo en forma de encuesta general con ellos.
2. Orientación dirigida: En esta fase los alumnos exploraran los conceptos por medio de los materiales que, de forma secuenciada, les presentará el profesor.

3. Explicitación: Los alumnos compartirán sus observaciones acerca de lo ocurrido en su exploración. En esta fase, el papel del profesor debe ser mínimo, incidiendo en que los alumnos utilicen un lenguaje matemático adecuado a su nivel.
4. Orientación libre: El alumno debe poner en práctica lo aprendido en situaciones inéditas. Esto le servirá para conseguir consolidar los conocimientos adquiridos hasta el momento.
5. Integración: El estudiante unificará todos los objetos y relaciones para construir una red de conocimientos. Esta fase tendrá como finalidad servir de síntesis de todas las anteriores. Una vez terminada, el alumno estará preparado para comenzar un nuevo nivel.

La forma, predominante en la actualidad, de entender la didáctica de la geometría en Primaria dista mucho de la esta que nos propone Van Hiele, ya que hace que el alumno se salte algunos niveles. El neófito ve los ejemplos y posteriormente se le ofrece una definición que memorizar, que solo nos hará agravar el problema de la geometría "ejemplista". Es mejor, aunque no podamos abarcar tantos conceptos, ya que requiere de un tiempo mayor, que estos queden bien asentados, y así los alumnos serán capaces de ver cualquier ejemplo y saber aplicar estos conocimientos para resolver el problema.

En esta misma línea Alsina, Burgués y Fortuny (1987) defienden que la presentación de la geometría a los alumnos debe ser gradual y progresiva. Primero tendremos que realizar una introducción informal de ejemplos relacionados con las situaciones cotidianas, que poco a poco tendremos que ir generalizando, hasta conseguir el resultado final de la asimilación de los conocimientos.

Visto desde una perspectiva más psicológica, muchos de los autores que divagan sobre este tema, nos citan elementos de la doctora Montessori, que ya a mediados del siglo XX, dio las claves de la motivación de los alumnos en el espacio de la geometría. Así, Montessori (1934) propone lo siguiente:

El teorema en sí no es interesante para un niño que oye su enunciado sin comprenderlo y sin poder apreciar su finalidad y que, a mayor abundamiento, ha de fatigar su mente con el estudio de la resolución que le ha sido dada. En cambio, descubrir por sí una correlación, plantear el teorema correspondiente y

poseer las palabras para determinarlo en forma correcta, es algo verdaderamente capaz de exaltar su espíritu.

Basta solo uno de esos descubrimientos para abrir a la mente un camino tan brillante como insospechado. Entonces el interés ha surgido y cuando el interés existe se han asegurado infinitas conquistas.

También nos da la idea de que es necesario tener en cuenta los conocimientos previos de los alumnos, que estos no son entes vacíos que antes de su llegada a la escuela no tienen nada en su interior, sino que los alumnos tienen un bagaje previo creado por su relación con su entorno. El papel del profesor debe ser el de preparar el camino para que el alumno llegue por sí mismo al conocimiento, no llenarlo de él.

Siguiendo una línea paralela en la que es importante las experiencias vividas por el alumno fuera de la escuela, Alsina et al.(1987), nos explican:

El estudio de la Geometría debe estar *relacionado con el mundo real*. Los alumnos deben tener la oportunidad de explorar distintas relaciones espaciales de su entorno, así como buscar, aplicar y transferir relaciones geométricas para analizar los fenómenos naturales, científicos, técnicos, sociales y artísticos.

Esta concepción de la relación entre las matemáticas y el entorno, es una parte muy importante de esta materia, ya que constituye un objetivo de área, (*Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.*), en el Decreto 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León.

También nos ofrecen un análisis de la posición constructivista del origen del espacio en la mente humana, que sostiene que el espacio psicológico es activamente creado por el individuo. En esta construcción interactúan los factores hereditarios y experimentales, que el individuo obtiene de sus experiencias con el entorno. En relación con lo anterior, Piaget formuló su teoría psicogenética, en la que distinguía cuatro niveles de organización espacial, teniendo en cuenta las diferentes etapas genéticas del desarrollo intelectual. Estas son:

- Etapa 1: *espacio sensorio motor*, el niño no tiene experiencia y posee una visión egocéntrica del espacio. Solo se basa en las percepciones sensoriales de los objetos.
- Etapa 2: *espacio intuitivo*, el entorno deja de ser una realidad global para convertirse en un objeto de análisis. El alumno crea un pensamiento más objetivo, pero se basa en la intuición para descubrir las relaciones.
- Etapa 3: *espacio concreto*, se efectúan operaciones reversibles con materiales concretos. Los alumnos siguen interesados por lo descriptivo, aunque ya realizan operaciones propias del pensamiento lógico-concreto.
- Etapa 4: *espacio abstracto*, se caracteriza por las representaciones formales y abstractas del espacio.

La sesión de la propuesta se ha creado utilizando como referencia el Decreto 40/2007 de la CCAA de Castilla y León. En el apartado del área de Matemáticas podemos diferenciar las distintas partes que justifican su utilización en esta propuesta. Estas son:

- Objetivo de área nº 6: Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas, así como para la ampliación de los contenidos matemáticos y su relación con otros de las distintas áreas del currículo.
- Contenidos de etapa: Bloque 3. Geometría. Formas planas y espaciales.
 - Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas. Tipos de poliedros.
 - Cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera.
 - Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición.
- Criterio de evaluación nº 24: Identificar, nombrar y describir prismas rectos, pirámides, cilindros y conos y asociarlos con sus respectivos desarrollos.

En sus principios metodológicos generales podemos encontrar un énfasis en que la motivación es una de las partes más importantes de la enseñanza, y la mayoría de las actividades que utiliza las TIC, gozan de este tipo de cualidad motivadora para el alumno. También podemos observar la importancia del uso de las TIC en muchas partes

del mismo, ya que entra dentro de los objetivos generales de la Educación Primaria, así como específicamente en los objetivos de área de Matemáticas.

En cuanto a los materiales didácticos utilizados se eligió el software informático GeoGebra por su cualidades, pero también se tuvieron en cuenta otras opciones, que podrían haber funcionado, aunque al no mejorar las capacidades que este ofrece para la consecución del proyecto, se desecharon.

Cabri II plus (<http://www.cabri.com/es/>) es uno de los programas que tuvimos en cuenta. Es un software muy gráfico, y esto a los alumnos de niveles bajos les viene muy bien, ya que no tiene unos conceptos algebraicos desarrollados, además al ser de creación antigua tiene mucha cantidad de recursos adaptados. Pero al contrario que GeoGebra no es gratuito y una vez finalizado el periodo de prueba, debe ser pagado. Estos materiales no tienen una utilidad tan grande en Primaria, como para hacer que las familias de los alumnos tengan que hacer un gasto de dinero no necesario. Por este motivo y porque GeoGebra tiene unas opciones muy parecidas y además es gratuito se prefirió este último.

Otra de las opciones que se barajó fue el software Descartes (<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>), que es un recurso utilizado por el INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación de Profesorado) en su proyecto del mismo nombre, y también es gratuito, pero el nivel que utiliza este programa es superior al que tienen nuestros alumnos, y aunque en algunos conceptos nos puede ayudar, es un programa menos visual y por lo tanto menos atractivo para el alumno.

DISEÑO

Para comenzar a trabajar en este proyecto lo primero que tuve que realizar fue una búsqueda de bibliografía en la que se asentaran todas las bases sobre las que se desarrollaría la posterior creación de la propuesta.

La bibliografía escrita sobre la parte de didáctica y psicológica de la geometría fue más fácil de conseguir, ya que son temas más comunes, sobre los que se han desarrollado obras muy completas. Esta bibliografía explica con detenimiento la metodología y terminología básicas sobre el tema. Por tanto, la búsqueda de esta parte fue muy corta, aunque el posterior análisis fue más arduo que en la parte siguiente, ya que son temas más complicados al tratarse de ciencias que dependen del individuo.

La parte relacionada con las TIC, al ser relativamente reciente en la enseñanza en España, aunque cada día más importante, todavía tiene que desarrollarse en cuanto a bibliografía se refiere. En este soporte cada poco tiempo aparece un programa nuevo y mejorado y es muy poco provechoso para un autor realizar una recopilación escrita específica. Es verdad, que cada día existe más información sobre el tema, pero sobre todo en la red, ya que se ayuda del soporte que utiliza, internet, para crear su propia evolución. En la poca bibliografía escrita que se encuentra sobre este tema se tiende a generalizar mucho, para evitar lo anterior, por eso para solucionar esta dificultad tenemos que realizar la labor de adaptar lo general, al programa específico utilizado, en este caso GeoGebra.

La búsqueda de bibliografía específica sobre GeoGebra, fue un reto complicado, debido a que al ser un software de reciente creación, aunque con muchas posibilidades en el futuro, no existe todavía ninguna recopilación escrita relevante sobre el tema. Todo lo que puedes encontrar de él se encuentra en internet. Esto conlleva a invertir más tiempo en cribar toda la información encontrada, aunque después de este proceso la información sea de una calidad similar a la que podemos encontrar en la bibliografía escrita.

Otro de los puntos de decisión fue la opción de no realizar una actividad propia de GeoGebra, y si adaptar algunas de las actividades ya hechas por otros autores. Estos autores ponen sus actividades a disposición de todo el mundo en determinadas páginas webs especializadas en educación, utilizando como soporte GeoGebra. Esta decisión fue

tomada debido a que la carga horaria que requiere realizar una actividad de un nivel superior a las ya creadas es muy alto y abarcaría casi la totalidad de horas que se presupuestan para el TFG en la guía de la asignatura.

Anteriormente ya había trabajado con este programa, por lo que me era familiar, aunque nunca desde el punto de vista de la Educación Primaria. Para esta edad el trabajo en bruto con este programa resultaría muy confuso, por esto hay que buscar otros métodos para enseñárselo a los alumnos. Este conocimiento previo facilitó mucho la tarea y me permitió gastar más tiempo en buscar una actividad perfectamente adecuada a las necesidades del aula.

Este soporte tiene la virtud de ser gratuito, aparte de un gran software para el estudio de las matemáticas en cualquier etapa de la Educación, por lo que es una muy buena herramienta en el aula. Investigando a fondo sobre él descubres que es una alternativa educativa en crecimiento y que si eres capaz de manejarlo con soltura, podrás tener acceso a un gran abanico de posibilidades que servirán a los alumnos para tener una etapa de visualización más rápida y poder realizar análisis y deducciones con un menor esfuerzo. Todo esto repercutirá en un mayor avance en el desarrollo cognoscitivo del alumno.

Otra de las cualidades es la motivación con la que los alumnos encaran este tipo de actividades. Al ser muy visuales y sencillas de manejar para los alumnos, independientemente del grado de desarrollo que tenga cada uno, hace que todos puedan llegar a comprender los mismos conceptos, con mayor o menor velocidad y con o sin interacción directa del profesor.

Una vez conocidas las características básicas del programa y de haber analizado todas las posibilidades que ofrecía este programa para el TFG, faltaba elegir el camino a seguir con este proyecto. Uno de los puntos por el cual decidí hacer una propuesta didáctica, fue el comprender que mi proyecto podía servir para algo más que mi desarrollo como profesional de la docencia. Además de eso, podría ayudar a un grupo de alumnos a resolver un problema de falta de recursos específicos en el área de Matemáticas. Esto tendría como consecuencia que ellos se quedaran solamente en una comprensión basada en los ejemplos particulares y no en la generalización del concepto, con el cual ser capaces de resolver todos los ejemplos que les propusieran. Esta

metodología inductiva es una de las más utilizadas en el mundo científico, y a largo plazo, sirve para ahorrar tiempo, ya que una vez aprendido el concepto, solo tenemos que razonar la respuesta y no volver a memorizar cada año las mismas propiedades.

Otro de los puntos claves para este proyecto fue la amabilidad de los docentes del colegio C.E.I.P "Infantes de Lara", quienes me aconsejaron en la metodología didáctica y me permitieron realizar la propuesta sin ninguna oposición y agradeciéndome a su vez mi participación en el desarrollo cognoscitivo de los alumnos.

La parte de las matemáticas que elegí para desarrollar la actividad fue, la geometría de cuerpos volumétricos, en la que se abarcan identificación de ellos, relación con su desarrollo, etc. Esta parte fue elegida por tres motivos esenciales:

- Era el uno de los temas que los alumnos impartieron en mi periodo de prácticas y pude observar un pequeño problema en su estructura.
- Es una de las partes más difíciles para estos alumnos, ya que requiere de una memoria visual sobre el tema que ellos no poseen por ser los primeros cursos en los que imparten este tipo de conceptos.
- Existen muchos recursos sobre el tema con el software GeoGebra, debido a que este tipo de conceptos se puede desarrollar muy bien en este programa, ya que nos da la posibilidad de imitar las tres dimensiones.

Después de elegir el tema sobre el que versaría la propuesta, necesitaba encontrar las actividades que mejor se adaptaran a la misma y la mejor metodología sobre la que se podía desarrollar la clase. Así que, busque todas las páginas webs relacionadas con el uso de GeoGebra en la Educación Primaria y Secundaria, por si había alguna actividad que de los primeros cursos que se pudiera adaptar. Encontré varias actividades de distinto tipo, todas relacionadas con estos tres puntos básicos (Geometría, Primaria y GeoGebra). Las páginas seleccionadas solían ser bancos de recursos de distinta índole. Algunos eran todos de un mismo autor, otros oficiales de GeoGebra, otros de grupos de profesores que crean institutos de GeoGebra en su comunidad y también de las distintas instituciones de la educación es España, a través de distintos proyectos.

La elección de las actividades con las que contaría la sesión se llevó a cabo siguiendo una serie de parámetros que debía cumplir cada una, estos serán explicados más tarde en el apartado de elección de la actividad. Al final me decante por una serie

de ellas que unían de una manera muy cómoda para los alumnos las principales figuras volumétricas y sus desarrollos en el plano. Estas actividades estaban sacadas de un proyecto, llamado Gauss, realizado por el INTEF, ya que eran las que mejor se adaptaban a lo que requerían los alumnos.

La metodología que mejor se acomodaba a esta sesión, como a casi todas las de geometría, es la que utiliza como objetivo principal el descubrimiento personal de los conceptos por parte del alumno, por medio del razonamiento inductivo. Esto sirve tanto para que el alumno a partir de los ejemplos llegue por un proceso de inducción, a través de cuestiones, hasta la generalización final, como para que se pueda realizar la clase de un modo individual, controlada más fácilmente por el profesor, en la que cada alumno llegue a su velocidad al concepto global final.

Antes de poner en práctica la sesión, enseñé las actividades a los tutores del centro, quienes expusieron sus opiniones acerca de donde tendrían un mejor resultado cada una de ellas. Me pidieron que les enseñara las actividades que no fueron seleccionadas para la sesión y también me preguntaron si tenían algún aspecto didáctico que interesara a los alumnos. Posteriormente, las que si lo tenían fueron colgadas en el blog de la asignatura. En este blog los alumnos pueden repasar contenidos dados en clase, haciendo un descubrimiento personal de estos, y reforzando así su proceso de captación y creación de conocimiento.

Con las actividades ya elegidas y las preguntas pensadas, entre la profesora de la materia y yo, decidimos el camino que debería tomar la clase. Como no todos los alumnos cuentan con el mismo nivel de desarrollo en el área de las matemáticas, elegimos algunos caminos alternativos que podríamos plantear a los que no supieran llegar a alguna de las ideas previas para conseguir el objetivo final de asentar unos conocimientos que pudieran aplicar a todos los ejemplos sobre el tema.

Al final como yo solo podía asistir a la sesión de uno de los grupos (6º-A), decidimos que los alumnos de la otra clase, realizarían una actividad complementaria de creación de figuras geométricas de papel a partir de su desarrollo dibujado. Esto fue así, ya que la profesora nunca había utilizado GeoGebra y aunque le gustaba la propuesta, prefirió realizar este tipo de clase en la que se sentía más cómoda. De esta manera,

también observaríamos cual de los dos métodos funcionaba mejor para esta situación determinada.

Una vez realizada la sesión con el grupo, en la cual no hubo muchas complicaciones, aunque no todos los alumnos llegaron al mismo nivel, y con alguno hubo que dar algún rodeo para llegar al objetivo final, entendimos que todos ellos habían comprendido la mayoría de conceptos que queríamos transmitir. A estos alumnos que no acabaron todas las actividades y solo pudieron realizar las más importantes, les pedimos que las acabaran en sus casas, por medio del blog de la asignatura, y si tenían alguna duda, la preguntaran en la siguiente sesión.

El último paso para la creación de la propuesta fue esperar los resultados de la prueba final, para comparar los obtenidos por cada una de las clases entre ellas y de ambas con los resultados de la primera experiencia, en la que solo unos pocos alumnos supieron resolver los ejercicios. Con esos resultados pudimos sacar una conclusión sobre si el proyecto funcionó en las condiciones planteadas, o su relevancia fue nula. Y con esto, hacer una conjetura sobre si se podría extrapolar a otra clase con indiferencia de las condiciones que tuviera la misma.

ACTIVIDAD

ENTORNO Y CARACTERÍSTICAS DEL GRUPO

El colegio al que pertenecen los alumnos a los que va destinada esta propuesta, es el CEIP "Infantes de Lara". Este centro está situado en la zona sureste de Soria, en un barrio de nueva construcción, por lo que hay una alta incidencia de población joven.

En las dos clases de los curso de 6º de Primaria, cabe destacar que existe un incremento de alumnado con situaciones socio-familiares desfavorecidas, así como, de alumnos extranjeros que requieren de Educación Compensatoria, aunque gracias a esto consiguen tener un nivel similar al de sus compañeros. Esto se debe a que es el último curso que se desdobló en el cambio de instalaciones que sufrió el centro y el último que no es completamente bilingüe, sino que solo tiene una adaptación a lo propuesto en el convenio con el British-Council.

Las características de los dos grupos son homogéneas, ya que se intenta por parte del centro repartir las clases para que tengan las mismas características: alumnos repetidores, altas capacidades, Educación Compensatoria, etc. Así, intentan conseguir que el ambiente en el que se desarrolla la clase sea lo más similar posible en las dos aulas.

Los dos grupos tienen un buen clima para el aprendizaje, con unas clases muy participativas, a veces incluso demasiado. Esto lo aprovechan algunos alumnos para intentar distorsionar la clase, aunque pocas veces lo llegan a conseguir. La dinámica de grupo de las dos clases también es satisfactoria, ya que no existen grandes problemas entre ellos y todos los alumnos se relacionan en el ambiente educativo.

ELECCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Debido al número de horas aproximadas con las que cuenta el desarrollo del TFG, (150 horas de trabajo personal), no había la posibilidad de crear una actividad con GeoGebra que nos aportara el nivel que esperábamos de la misma, por tanto elegí hacer un estudio de todas las posibilidades que encontré sobre el tema en internet, para posteriormente decantarme por un conjunto de actividades.

Se eligió que fuera un tema de geometría, ya que GeoGebra es un programa que permite realizar este tipo de actividades de una forma más amena y visual, y porque en el libro de texto es uno de los temas más difíciles de explicar, ya que normalmente utilizan unos ejercicios demasiado simplistas, debido a que el soporte en el que se basan no es el adecuado para este tipo de explicaciones. Otro problema con los que cuenta el libro de texto es la pérdida de caracterización, ya que al utilizar un formato 2-D, pierde muchas de las características de las figuras que nosotros podemos observar en 3-D. Para los alumnos en estos primeros pasos es mejor utilizar un soporte que utilice el formato 3-D, como es el caso de GeoGebra.

A esto hay que añadir el descubrimiento de un problema en el aprendizaje de los alumnos. Esto lo pudimos observar en una de las clases del área de Matemáticas. Los alumnos tenían problemas para conseguir asociar los desarrollos en 2-D con la figura en cuestión y visualizarla mentalmente en 3-D, sobre todo por el problema del soporte escrito del libro de texto, que solo permite ver la figura desde una determinada posición.

Vimos que con los ejercicios del libro solo conseguíamos que los alumnos vieran ejemplos, que podían retener, pero cuando cambiaba algún parámetro del cuerpo geométrico, volvían a tener los mismos fallos. Es normal que esto ocurra debido a que es el primer acercamiento de los alumnos a este tipo de contenidos, y no lo asocian con lo que ven a su alrededor, solo asocian los ejemplos tipo.

Propuse a la profesora realizar una sesión con los alumnos en la que vieran estos cambios de figura volumétrica a su desarrollo en el plano por medio de unas actividades hechas con GeoGebra, en formato 3-D, que podrían resultar beneficiosas, y accedió a ello.

Después de barajar distintas opciones para realizar la propuesta educativa, me decante por estas actividades, debido a que se juntaban tres cualidades:

- Solucionaba el problema que tenían los alumnos en la concepción de ciertos aspectos de la geometría. El problema surge cuando se cambia el referente, ya que tienen una memoria visual basada solo en el ejemplo del libro. Debido en parte, a que en los libros de texto se trata el tema desde ejemplos específicos y utilizando formato 2-D. Y esto hace que los alumnos no identifiquen la forma

con lo que conocen en su entorno y no puedan extrapolarlos al concepto general.

- Ofrecía la posibilidad de ver los elementos en 3-D, lo que crearía de una forma más rápida su identificación.
- La forma de presentación de los recursos era sencilla y adaptada al nivel de uso de las TIC de los alumnos del centro.

Las demás actividades que encontré relacionadas con GeoGebra no tenían estas cualidades y fueron desechadas, después de un estudio exhaustivo de las mismas, por no cumplir alguno de los siguientes motivos:

- Sus contenidos eran demasiado avanzados para el nivel con el que contaban los alumnos.
- Tenía un potencial didáctico, similar o inferior, a los ejercicios que planteaban el libro de texto.
- Los alumnos no tenían problemas para comprender ese tipo de contenidos.
- Los contenidos sobre los que versaban ya estaban dados o no habían llegado todavía.
- Su uso era muy complicado o su forma de presentación muy confusa para el alumnado.
- Utilizaban solo el formato 2-D para realizar la actividad, por lo que perdían un gran potencial educativo en esta actividad.

OBJETIVO DE LA ACTIVIDAD

Los objetivos que queremos que los alumnos sean capaces de desarrollar en esta sesión específica, a parte de los objetivos de área recogidos por el Decreto 40/2007, que versan sobre el tema de geometría, formas planas y espaciales, vistos en la parte de fundamentación teórica, son:

- Asociar una figura volumétrica sencilla con su desarrollo en el plano y viceversa.
- Identificar los cuerpos geométricos en 3-D con algunas de sus representaciones en 2-D.
- Manejar y utilizar recursos interactivos de una manera correcta, siguiendo las pautas que se marcan.

- Iniciarse en el estudio de la geometría mediante métodos de razonamiento inductivo.

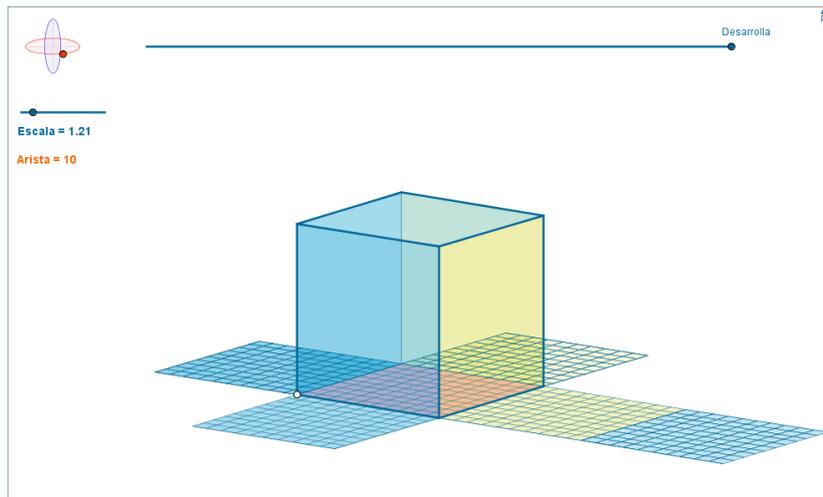
DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Para comenzar con la sesión dijimos a nuestros alumnos que, por orden de lista y de forma ordenada, cogieran sus miniportátiles. El colegio está adscrito al programa red XXI, por el cual, cada alumno de 6º y 5º curso del centro cuenta con un miniportátil de uso personal. Mientras los ordenadores de los alumnos se encendían, comenzamos con la presentación de la actividad. Les explicamos que es GeoGebra, como lo utilizarían es esta sesión y para que otros usos tiene este programa. Esta parte de la actividad tuvo una duración de unos 5 minutos del tiempo total que tiene una clase en el centro que son 50 minutos.

Posteriormente los alumnos entraron al blog de la asignatura en el que tenían los enlaces de cada una de las actividades. Siguiendo nuestras indicaciones los alumnos tuvieron que realizar, por orden, las actividades que les planteamos. Cada una de las respuestas que dieran a las cuestiones las tenían que escribir en su cuaderno. El procedimiento de cada una de ellas era similar, siguiendo la misma estructura, al tratarse de las mismas actividades con distintos cuerpos geométricos. La estructura de estas actividades fue:

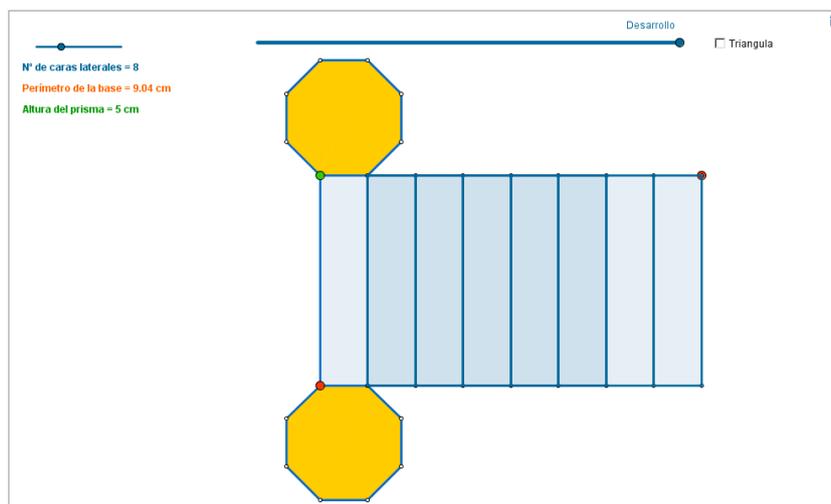
- Lectura de las disposiciones iniciales y visualización de la actividad.
- Resolución de cuestiones de dos tipos:
 - Para observar las posibilidades de la actividad.
 - Para crear la construcción de conocimientos.
- Conclusión de lo aprendido.

La primera actividad que los alumnos tenían que realizar, consistía en una serie de preguntas relacionadas con un cubo. Para ello, contaban con una figura que se podía mover y cambiar de tamaño, así como, abatir las caras para obtener su desarrollo. Respondiendo a estas preguntas, en las que debían cambiar el tamaño del cubo, hicieron sin darse cuenta un método de razonamiento inductivo, para conseguir la fórmula del volumen y del área del cubo.



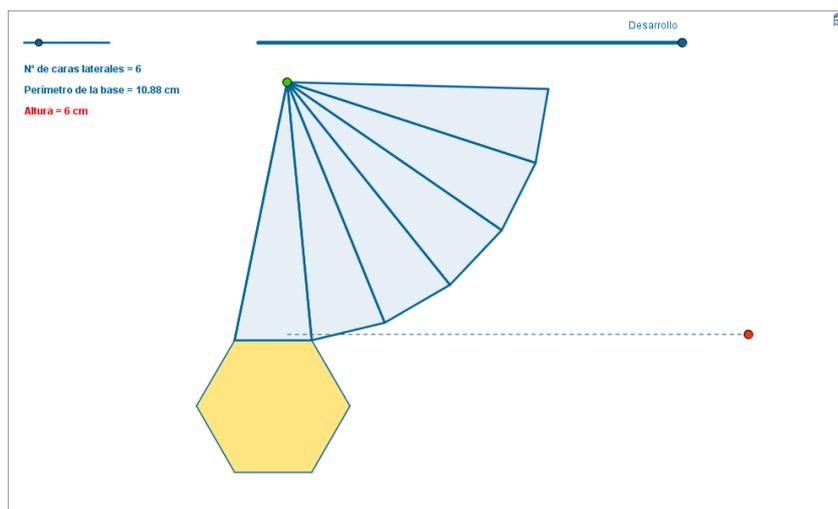
Actividad 1: Desarrollo del cubo

La segunda actividad que los alumnos debían llevar a cabo una vez finalizada la anterior, fue una serie de cuestiones relacionadas con los prismas y su desarrollo. En ellas los alumnos debían ver cómo cambia un prisma, según cambian algunos de los parámetros que lo forman. Para realizar las cuestiones 4 y 9, los alumnos tuvieron que realizar en sus cuadernos una tabla, dando distintos valores a N , ya ese era el método que utilizaban con la profesora, para resolver ese tipo de ejercicios.



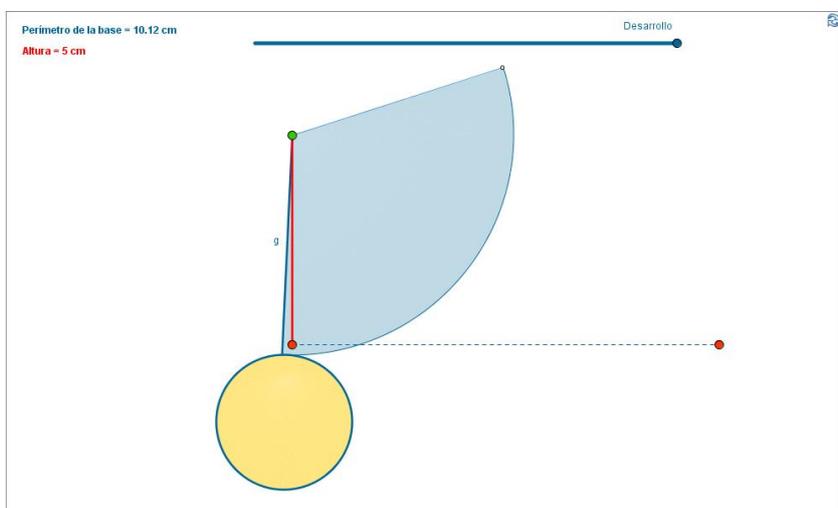
Actividad 2: Desarrollo de un prisma

La tercera actividad consistía en visualizar el desarrollo de una pirámide, de la misma manera en la que habíamos realizado las anteriores actividades. En esta actividad dos alumnos no conseguían responder a las cuestiones realizadas y decidimos que realizaran primero una actividad sobre las características de la pirámide, que era una de las que estaban colgadas como apoyo en el blog, para después poder atacar esta actividad, conociendo las partes de la pirámide.



Actividad 3: Desarrollo de la pirámide recta

La cuarta actividad es un poco más difícil para los alumnos, pero sigue la misma estructura que las anteriores. A esta actividad no llegaron todos los alumnos, pero al final de la clase para todos aquellos alumnos que no habían conseguido acabar con esta actividad, propusimos una serie de pautas más claras para que tuvieran la oportunidad de hacerlo en sus casas.



Actividad 4: Desarrollo del cono

Cada alumno llegó a un nivel determinado, pero esos recursos quedaron colgados en el blog de la asignatura, junto con las demás actividades complementarias, para que los alumnos pudieran disfrutar de ellos en sus casas, con el fin de repasar o avanzar con los contenidos dados.

PAPEL DEL PROFESOR

Nuestro deber en la actividad es servir de ayuda a los alumnos que no encuentren el camino para descubrir por ellos mismo los contenidos que se pretende que asimilen. Si observamos que alguno de los alumnos tiene algún problema, tendremos que realizar alguna pregunta alternativa, dependiendo de sus dudas, que le haga llegar al punto en el que comience a entender lo que cada cuestión le pide.

En la última sesión antes del examen como repaso para el mismo, tendremos que volver a asegurarnos de que los alumnos no han olvidado lo aprendido. Esto se podrá llevar a cabo, realizando algún tipo de ejercicio, pudiendo ser también en formato 2-D, ya que el examen se realiza sobre este formato, o mediante preguntas concretas por parte del profesor a modo de encuesta

RECURSOS MATERIALES Y ESTRUCTURACIÓN DE LOS ESPACIOS

Para el buen desarrollo de esta sesión contábamos con una serie de materiales que resultan indispensables, estos son:

- PDI (Pizarra Digital Interactiva).
- Miniportátiles del alumno con conexión a internet.
- Recursos de GeoGebra. Proyecto Gauss.
- Preguntas guiadas.

Los espacios de la clase están organizados de acuerdo con las necesidades de cada uno de los alumnos. Para esta sesión mantendremos los espacios que los alumnos tienen

normalmente en el aula. El siguiente plano nos da una idea de cómo está estructurada este aula.

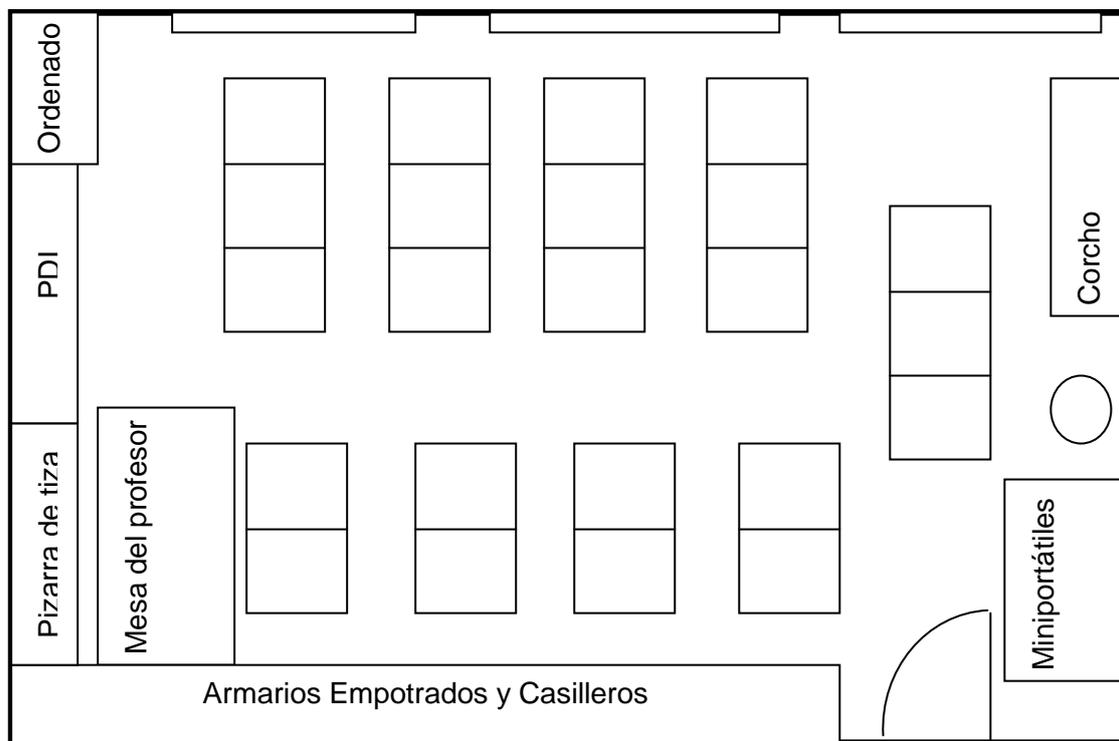


Imagen 1: Espacios del aula.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada en la sesión está basada en el descubrimiento guiado, teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría. El alumno ha podido observar y experimentar con distintas figuras a lo largo de la unidad, pero se quedaba, únicamente, en los casos concretos. Además, casi todas las percepciones que se mostraban al alumno estaban en formato 2-D, lo que hacía que no asociara estas representaciones con las figuras de su entorno que guardan esa forma.

En esta sesión, por medio de una orientación dirigida por parte del profesor, en la que cada una de las preguntas de las actividades se basa en los conocimientos adquiridos en la anterior cuestión, el alumno tendrá la posibilidad de construir poco a poco un conocimiento adecuado al problema que se le presenta, para posteriormente tener la capacidad de resolver cualquier tipo de problema. La ventaja de poder mover las imágenes a nuestro antojo nos da esa sensación de tridimensionalidad, que hace que los alumnos vean los cuerpos geométricos como están acostumbrados en su entorno y esto hace que su aprendizaje sea más significativo.

EVALUACIÓN DE LA ACTIVIDAD

Para evaluar si esta sesión ha obtenido los frutos que de ella se esperaba, se realizó a través de una prueba de nivel correspondiente a los temas de geometría.

Esta prueba de nivel abarcaba todos los conceptos dados en los temas anteriores, pero a mí, para realizar este estudio, solo me servía uno de los ejercicios que constaba de dos preguntas. Con los resultados de ellas podríamos ver si había existido algún tipo de mejora, o la sesión no tenía una utilidad específica.

Esta prueba de nivel era del tipo "prueba por competencias", en la que al alumno se le ofrece el planteamiento de una situación, en este caso, un proyecto sacado de una actividad realizada por el ayuntamiento de Soria, llamada "Presupuestos Infantiles". Esta actividad consiste en el desarrollo de un presupuesto para la realización de una obra imaginada por parte los alumnos, que tenga como finalidad la mejora del entorno social-infantil de la capital. En ella participan todos los alumnos entre tercero y sexto de Educación Primaria de los centros educativos de Soria.

A partir de este planteamiento los alumnos tenían que responder a una serie de preguntas relacionadas con los contenidos dados en los temas que abarcaba la prueba. Las dos preguntas que versaban sobre los contenidos que nos interesaban para la realización de este proyecto eran las siguientes:

- Queremos rodear la pista de patinaje con una serie de farolas con una luminaria con forma de prisma, ¿qué tipo de prisma podríamos utilizar? Da cuatro ejemplos y dibuja el desarrollo de dos de ellos.
- Si estas luminarias de cristal tuvieran forma de octaedro con 30 cm de arista, ¿cuánto nos costaría hacer 4 luminarias si el dm^2 de cristal cuesta 20 €?

RESULTADOS

Como ya hemos explicado antes las dos clases de sexto realizaron actividades diferentes, sobre el mismo tema. Ahora pongamos una especial atención en los datos que hemos obtenido en las pruebas realizadas.

El primer día que detectamos el problema en la clase de 6º-B, en la que solo 3 de los alumnos, fueron capaces de realizar bien los ejercicios propuestos sobre el tema. Al ver que tenían un problema con esa parte de la geometría, esperamos a ver los resultados del otro curso con la misma sesión, para ver si necesitaban una actuación especial. El resultado fue que solo 2 alumnos fueron capaces de realizar bien los ejercicios.

A la vista de esto realizamos una actividad con cada grupo por los motivos antes comentados y pudimos observar que los dos grupos realizaron las actividades de forma satisfactoria. Si es cierto que algunos alumnos por tener unas capacidades matemáticas más altas consiguieron llegar más lejos que sus compañeros, pero todos acabaron realizando las actividades, ya fuera en clase o en casa.

Para observar si alguna de estas dos sesiones produjo alguna mejora en el nivel de los alumnos, y cuál de las dos tuvo más influencia. Nos tenemos que remitir a los resultados de la prueba final en el ejercicio con dos preguntas que tenían como tema los conceptos desarrollados en las sesiones.

Las demás actividades que realizaron los alumnos sobre el tema fueron las mismas y en el blog todos tuvieron acceso a todas las actividades que se realizaron en estas dos sesiones, que realizaron de forma distinta.

Los resultados de los exámenes fueron positivos en las dos clases, debido en parte a que los alumnos hacen un esfuerzo mayor a la hora de retener información para realizar las pruebas. Pero el resultado de esta pregunta en concreto fue sorprendente. En la clase de 6º-B, que realizaron la sesión de construcción de cuerpos geométricos a partir de sus desarrollos en el plano, los alumnos que realizaron bien la pregunta fueron 12 de 24. La mejora de la primera sesión a la prueba final fue de 9 alumnos, que consiguieron mejorar en este aspecto.

En la clase de 6º-A, la que realizó la sesión sobre la que se sostiene este proyecto, obtuvo unos resultados mejores que la otra clase. De 23 alumnos que la componen solo 2 habían sabido realizar bien los ejercicios de la sesión en la que surgió la idea de esta propuesta. Ahora en el examen consiguieron plantear correctamente la pregunta que versaba sobre este tema 19 de estos 23 alumnos, lo que produce una mejora de 17 alumnos.

Viendo estos resultados y observando que los resultados de los demás ejercicios de la prueba por competencias no tienen una diferencia entre clases tan grande, podemos deducir, que las dos sesiones fueron provechosas, pero que la sesión de GeoGebra tuvo un mayor impacto en el desarrollo cognitivo de los alumnos, ya que estos construyeron un aprendizaje más significativo con esta actividad.

A la vista de los resultados obtenidos decidimos que los alumnos de la clase de 6º-B, tenían que experimentar también la sesión de GeoGebra. De esta manera, después de la prueba de nivel, en una de las sesiones con este grupo, realizamos la sesión y observamos que algunos alumnos descubrían cosas nuevas, que consiguieron con la sesión de construcción de cuerpos geométricos.

REFLEXIÓN SOBRE LA ACTIVIDAD

A la vista de los resultados se puede decir que para este curso concreto de alumnos, 6º de Primaria del C.E.I.P "Infantes de Lara", el resultado de la actividad fue satisfactorio, ya que los alumnos mejoraron en la comprensión de unos conceptos con los que tenían problemas.

Debido a una serie de cualidades que cumplía esta actividad (motivación, atractivo, unión de 2-D y 3-D, etc.) tuvo un resultado muy satisfactorio para este grupo de alumnos.

Por tanto, en las condiciones anteriormente planteadas se puede decir que la actividad cumple con su objetivo. Si cambiáramos o modificáramos alguno de los parámetros de la actividad (materiales, metodología, papel del profesor, etc.), no podríamos asegurar que la actividad vaya a funcionar. Puede resultar para este tipo de alumnos, pero para otros con distinto entorno y distintas cualidades puede tener un resultado completamente diferente. Pero utilizar esta sesión nunca será negativo para ningún grupo de alumnos, aunque la mejora producida pueda ser de distinto nivel.

CONCLUSIÓN

Para llevar a cabo este TFG he tenido que realizar una serie de pasos sin los cuales no habría sido posible llegar hasta este resultado final. La búsqueda de información sobre los temas relacionados con las Matemáticas (didáctica, psicología, TIC) fue uno de los puntos claves, ya que sin ellos no hubiera planteado bien la situación. A partir de ese punto, saber que en el centro me iban a dejar participar activamente, me animó a realizar una propuesta que me sirviera a mí y a los alumnos. Observando tanto los materiales que ofrecía el programa GeoGebra como las necesidades que tenían los alumnos, comencé a diseñar una sesión sobre un apartado de geometría, que se adaptaba perfectamente a las necesidades de los alumnos para desarrollarse en el aula. Después de tener el visto bueno de los docentes, y realizar la actividad en el aula, quedaba realizar una interpretación de los resultados obtenidos, para observar hasta donde había llegado la propuesta educativa y si podría ser aplicable a otro entorno distinto.

Echo en falta haber tenido la oportunidad de haber realizado más de una sesión, ya que solo con una, no ha servido para llegar al punto que hubiera deseado, pero la estructura de la programación del área de Matemáticas, no permitía más espacio. También creo que si hubiera tenido el tiempo necesario hubiera intentado realizar mi propia actividad con el programa, adaptando la actividad a las necesidades de los alumnos y no buscando actividades que subsanaran partes de ellas. Si la carga horaria del TFG hubiera sido mayor y hubiera tenido la oportunidad de realizar una experimentación más científica, los resultados podrían haber sido más concluyentes.

Si en el futuro tengo la oportunidad de ser docente de Educación Primaria, este TFG me habrá servido para poder realizar una gran variedad de sesiones sobre muchos de los conceptos de las matemáticas con el programa GeoGebra, ya que ahora sé dónde, cómo y cuándo utilizarlos en favor del aprendizaje de los alumnos. Si tuviera la oportunidad algún día me gustaría aprovechar la puerta abierta que deja este TFG, para seguir investigando sobre el tema y poder realizar una experimentación más completa.

Con todo esto, creo que he cumplido todos los objetivos marcados en este TFG de una manera ordenada y respetando las pautas marcadas en la guía del mismo.

LISTA DE REFERENCIAS

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA EMPLEADA

- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1987): *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid: Síntesis
- Chamorro, M.C. (coord.) (2003): *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- Corberán, R., Huerta, P., Margariz, J., Peñas, A y Ruiz, E. (1989) *El modelo de enseñanza aprendizaje de Van Hiele*. Servei de Publicacions. Univesitat de València.
- Montessori, M (1934): *Psicogeometría: el estudio de la geometría basado en la psicología infantil*. Barcelona: Araluce.
- Orem, R. C. (1986): *La teoría y el método Montessori en la actualidad*. Barcelona. Paidós.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE GEOGEBRA

- Losada, R. *Desarrollo del cubo*.
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/cuerpos/desarrollo_cubo/actividad.html (Consulta: 17 abril 2013).
- Losada, R. *Desarrollo de un prisma*.
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/cuerpos/desarrollo_prisma/actividad.html (Consulta: abril 2013).
- Losada, R. *Desarrollo de una pirámide recta*.
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/cuerpos/desarrollo_piramide/actividad.html (Consulta: abril 2013).
- Losada, R. *Desarrollo de un cono*.
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/cuerpos/desarrollo_cono/actividad.html (Consulta: abril 2013).

OTROS RECURSOS DIGITALES

Instituto Internacional de GeoGebra (2013). *Página oficial de GeoGebra*.

<http://www.geogebra.org/cms/es/> (Consulta: Junio 2013).

CABRILOG SAS (2009). *Página oficial de Cabri*. <http://www.cabri.com/es/> (Consulta: Junio 2013).

INTEF. *Proyecto Descartes*. <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/> (Consulta: Junio 2013).

INTEF. *Manual del software Descartes*.

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_profesor/Documentacion_4D/index.html (Consulta: Junio 2013).

Hohenwarter, M. y Hohenwarter J. (2009) *Manual del software Geogebra*.

<http://www.geogebra.org/help/docues.pdf> (Consulta: Junio 2013).

Texas Instruments (1999) *Manual del software Cabri*.

http://www.ricardpeiro.es/apunts/gbbook_spa.pdf (Consulta: Junio 2013).

Instituto de GeoGebra de Cantabria <http://geogebra.es/> (Consulta: Junio 2013).

Instituto de GeoGebra de Madrid.

<http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/igm/igm/materiales> (Consulta: Junio 2013).

Instituto de GeoGebra de Andalucía. <http://thales.cica.es/geogebra/> (Consulta: Junio 2013).

Instituto de GeoGebra Cataluña. <http://acgeogebra.cat/> (Consulta: Junio 2013).

Instituto de GeoGebra de Castilla La Mancha.

<http://edu.jccm.es/proyecto/scmpm/index.php/igclm> (Consulta: Junio 2013).

Instituto de GeoGebra de la Comunidad Valenciana.

http://semcv.org/index.php?option=com_content&view=section&id=11&Itemid=115 (Consulta: Junio 2013).

Mentrard, D. *Banco de Recursos de GeoGebra*.

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/accueilmath.htm> (Consulta: Junio 2013).

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Geogebra en la Educación Primaria*.

http://geogebra.es/cvg_primaria/index.html (Consulta: Junio 2013).