

MÁSTER EN INVESTIGACIÓN  
EN INGENIERÍA PARA EL  
DESARROLLO  
AGROFORESTAL

# TRABAJO FIN DE MÁSTER

Aproximación a la Realidad Hidráulica de  
Escalas de Hendiduras Verticales



---

**Universidad de Valladolid**

Autor: Juan Francisco Fuentes Pérez

Tutores: Fco. Javier Sanz Ronda  
Andrés Martínez de Azagra Paredes

Julio de 2013



## Índice

1. Resumen .....	1
2. Introducción.....	1
3. Materiales y métodos.....	4
3.1. Experimentos y desarrollo experimental .....	4
3.2. Formulación del algoritmo .....	6
3.3. Coeficiente de gasto propuesto .....	8
3.4. Validación del algoritmo y las ecuaciones de gasto .....	9
4. Resultados experimentales y discusión.....	9
4.1. Uniformidad de los experimentos.....	9
4.2. Ecuaciones de descarga.....	10
4.3. Profundidad y desnivel entre láminas predichos .....	13
4.3. Predictibilidad del algoritmo y de la fórmula de gasto propuesta.....	16
5. Conclusiones .....	18
6. Agradecimientos.....	19
7. Simbología .....	19
8. Bibliografía.....	20



# Aproximación a la realidad hidráulica de las escalas de hendiduras verticales

Juan Francisco Fuentes Pérez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Ecohidráulica Aplicada (GEA-Ecohidráulica) de la U.D. de Hidráulica e Hidrología de la ETSIIAA, Universidad de Valladolid (UVa). Avenida de Madrid 44, Campus La Yutera, 34002 Palencia (España). e-mail: [jfuentes@iaf.uva.es](mailto:jfuentes@iaf.uva.es)

## 1. Resumen

Las escalas de hendiduras verticales son un tipo de paso para peces, de amplio rango de funcionamiento, que permiten el movimiento de la ictiofauna a través de ellas, sorteando los obstáculos existentes en los ríos. Este estudio persigue aproximarse a la realidad hidráulica de estas estructuras ante escenarios uniformes y no uniformes a partir de un algoritmo de cálculo basado en la hidráulica de vertederos y orificios. Este método de cálculo, junto con el uso de coeficientes y fórmulas de gasto que incluyen el efecto de las variaciones de la lámina aguas abajo, permite optimizar el funcionamiento de estos dispositivos de paso ante los cambios en los niveles de la lámina de agua y los caudales que se dan en los ríos. Para la validación del modelo se han estudiado dos escalas de hendiduras verticales situadas en el río Duero, funcionando bajo diferentes condiciones hidráulicas. Los resultados numéricos han sido satisfactorios y, entre otros, demuestran la importancia de considerar en la modelización y el diseño de escalas parámetros que evalúen la posición de la lámina aguas abajo. La programación del algoritmo ha propiciado una herramienta capaz de mejorar la comprensión hidráulica de este tipo de pasos, con una aplicación práctica directa tanto en escalas construidas como en las que se diseñen a partir de ahora.

**Palabras clave:** Pasos para peces; Ecohidráulica; Niveles; Coeficientes de gasto; Diseño hidráulico; Simulación; Estructuras hidráulicas.

## 2. Introducción

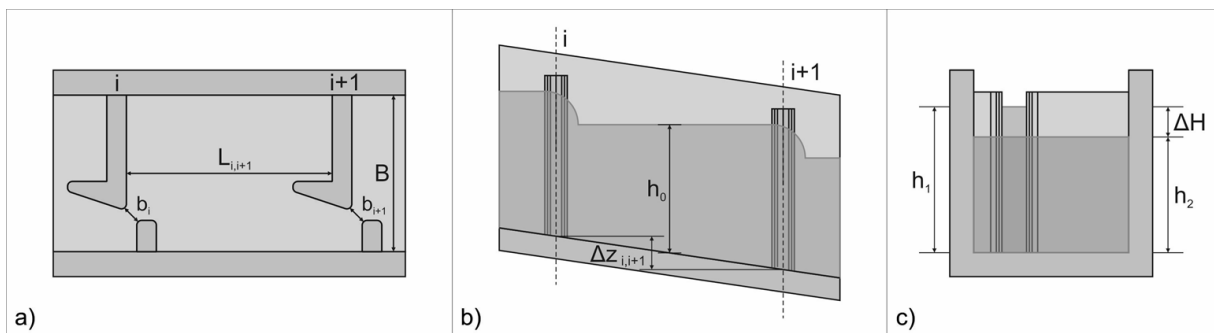
Uno de los principales efectos que causan las obras transversales en los ríos es la rotura de la conectividad longitudinal. Este problema afecta especialmente a la fauna piscícola, impidiendo o dificultando su desplazamiento a lo largo del río (Porcher & Travade, 2002). Sin embargo, el beneficio social que acompaña a muchas de las estructuras reguladoras imposibilita su eliminación y a menudo, el único remedio para restaurar la conectividad, al menos parcialmente, es la instalación de pasos para peces (Calluau *et al.*, 2012; Wang *et al.*, 2010).

Uno de los dispositivos de paso para peces más extendido es la escala de hendiduras verticales (a partir de ahora VSF). Su amplio uso deriva de su adaptabilidad ante diferentes caudales, es decir ante diferentes niveles de lámina tanto aguas arriba como aguas abajo (Tarrade *et al.*, 2011), y también a que permite el ascenso de la ictiofauna a cualquier profundidad (Liu *et al.*, 2006). Las VSFs son un tipo de escala de vertederos sucesivos, que

consisten en un canal en pendiente dividido en estanques mediante tabiques, que permiten el movimiento del agua de uno a otro mediante una hendidura vertical (Alvarez-Vázquez *et al.*, 2008). Su principio de funcionamiento se basa en la división de la altura total del obstáculo (H) en pequeños saltos de agua ( $\Delta H$ ), disipando la energía derivada de éstos en cada uno de los estanques que les suceden (Liu *et al.*, 2006).

Desde un punto de vista biológico su objetivo consiste, por un lado, en atraer a la ictiofauna proporcionando un caudal, una turbulencia y un campo de velocidad atractivo que prevalezca sobre otros vertidos que puedan presentarse en el obstáculo (es decir, una “llamada” adecuada). Por otro lado, en permitir su ascenso asegurando una velocidad del agua en las ranuras menor a la velocidad punta de las especies objetivo (Wang *et al.*, 2010; Liu *et al.*, 2006) proporcionando zonas de descanso en los estanques con velocidades menores a las de crucero (Clay, 1995) y con unos adecuados niveles de turbulencia (Wang *et al.*, 2010).

A pesar de que, de acuerdo a su configuración geométrica, existen varios modelos dentro de las VSFs (Rajaratnam *et al.*, 1986; Rajaratnam *et al.*, 1992; Wu *et al.*, 1999; Puertas *et al.*, 2004), la configuración más extendida es la denominada tipo Hell’s Gate (Rajaratnam *et al.*, 1986) (Fig. 1), de hendidura doble o única, que recibe el nombre del primer cañón en la que se instaló (Hell’s Gate en el río Fraser en British Columbia (Clay, 1995)).



**Fig. 1.** Geometría del dispositivo estudiado (VSF tipo Hell’s Gate de hendidura única). a) Planta. b) Sección longitudinal. c) Sección transversal.

En general, la forma clásica de determinar el flujo a través de las VSFs ha sido mediante las fórmulas de gasto de vertederos y orificios. En algunos casos asemejando su flujo al de un orificio sumergido con una superficie igual a la anchura por la carga de vertido ( $h_1 \cdot b$ ) (Ec. (1)) (Clay, 1995; Larinier, 2002; Wang *et al.*, 2010; Bermúdez *et al.*, 2010; Puertas *et al.*, 2012) y descontando el efecto de la contracción inferior y superior en el coeficiente de gasto. En otros casos, describiendo su flujo con la ecuación propuesta por Poleni (1717) para vertederos (FAO/DVWK, 2002; Krüger *et al.*, 2010), descontando el efecto de la contracción inferior en el coeficiente de gasto (Ec. (2)).

$$Q=C_1 \cdot b \cdot h_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H} \quad (1)$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot C_2 \cdot b \cdot h_1^{1.5} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \quad (2)$$

donde  $g$  representa la aceleración de la gravedad terrestre. En ambas ecuaciones los coeficientes de gasto ( $C_1$  y  $C_2$ ) dependerán principalmente de la posición relativa de las láminas y de la geometría.

En 1986 y 1992 Rajaratnam *et al.* propusieron, para la caracterización de las VSFs, el uso de dos relaciones adimensionales (Ec. (3) y Ec. (4)).

$$Q^* = Q / \sqrt{g \cdot S \cdot b^5} \quad (3)$$

$$Q^* = \beta_0 + \beta_1 \cdot (h_0/b) \quad (4)$$

donde  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son coeficientes que dependen de la tipología del paso,  $h_0$  es la profundidad media de la lámina de agua (referenciada al centro del estanque) y  $S$  la pendiente de la solera. Estas fórmulas han sido a su vez ampliamente utilizadas (Puertas *et al.*, 2004) y modificadas (Wu *et al.*, 1999; Kamula, 2001).

Atendiendo a todas estas ecuaciones, podemos comprobar que las principales características que determinan el funcionamiento hidráulico de estos pasos son: las dimensiones de las artesas (longitud ( $L$ ) y anchura ( $B$ )), las características geométricas del vertedero (dimensiones de la hendidura ( $b$ ) y el deflector), la pendiente ( $S$ ) y el escenario hidrodinámico al que se enfrenten (nivel de agua inferior ( $h_2$ ) y nivel de agua superior ( $h_1$ ) o caudal circulante ( $Q_{\text{escala}}$ )) (Fig. 1).

Este hecho provoca que nunca se comporten igual tanto desde un punto de vista espacial (entre ellas) como temporal (una VSF a lo largo del tiempo). Por ello, y para simplificar su estudio es una práctica habitual experimentar con modelos idealizados y en condiciones de funcionamiento uniformes, es decir, VSFs con iguales características geométricas en los tabiques y estanques y situaciones que favorecen un reparto del salto entre láminas constante ( $\Delta H$ ) e igual al salto topográfico entre tabiques ( $\Delta z$ ), y, por lo tanto, una profundidad semejante en cada una de las artesas o depósitos (Rajaratnam *et al.*, 1986; Rajaratnam *et al.*, 1992; Wu *et al.*, 1999; Puertas *et al.*, 2004; Cea *et al.*, 2007; Tarrade *et al.*, 2008; Wang *et al.*, 2010; Bermúdez *et al.*, 2010; Puertas *et al.*, 2012).

Si bien, lograr estas condiciones en laboratorio es difícil, que se den en campo puede llegar a ser imposible. Ya sea por una mala ejecución (saltos topográficos dispares de un vertedero a otro ( $\Delta z_{i,i+1} \neq \Delta z_{i+1,i+2}$ ) (Fig. 1(b)) o anchuras de hendidura diferentes entre vertederos ( $b_i \neq b_{i+1}$ )), por una modificación de la topografía que definía en una primera fase el problema (sección del lecho aguas abajo o aguas arriba) o simplemente porque la situación de funcionamiento ideal nunca se llegue a dar.



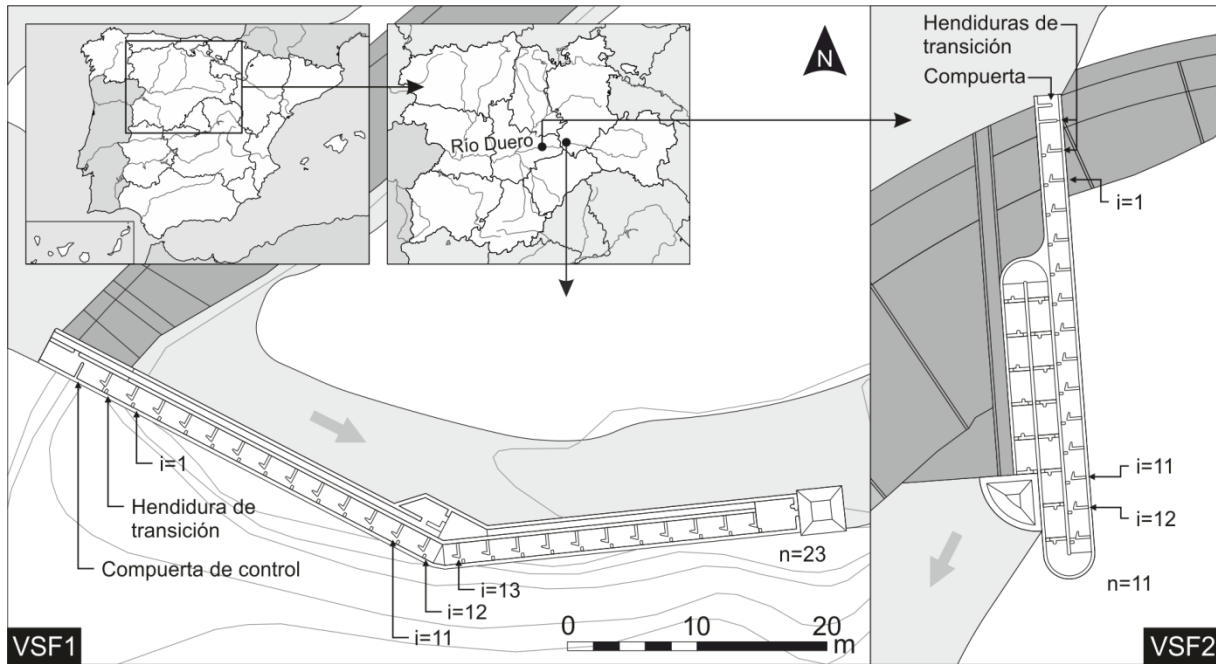
Por lo tanto, en muchas ocasiones, por una u otra razón, los dispositivos de paso presentan un funcionamiento no uniforme ( $h_{1,i} \neq h_{1,i+1}$ ), diferente al de diseño, que puede llegar a disminuir la eficiencia del paso. Por ejemplo por una disminución en la llamada (Bunt *et al.*, 2012), por un valor excesivo en el salto entre láminas en una de las hendiduras (Sanz-Ronda *et al.*, 2013), etc. Esto puede derivar en un incremento en los costes dada la necesidad de recalibrar o reajustar el sistema para corregir estas carencias.

Con el fin de solventar estas limitaciones, el presente estudio persigue aproximarse a la realidad hidráulica de las VSFs, estableciendo un algoritmo de cálculo sencillo aplicable con cada una de las ecuaciones descritas, así como proponiendo el uso del coeficiente de gasto descrito por Villemonte (1947) para interpretar su funcionamiento. Esto permitirá estimar la distribución de cargas de vertido y desniveles entre láminas de agua de escalas con deficiencias constructivas (diferentes saltos topográficos entre vertederos, diferentes vertederos, etc.) así como en aquellas ideales desde un punto de vista geométrico, tanto en situaciones que propicien un comportamiento uniforme ( $h_{1,i} = h_{1,i+1}$ ) o no ( $h_{1,i} \neq h_{1,i+1}$ ). Todo ello con vistas a desarrollar una herramienta que permita diseñar pasos con amplio rango de operación, capaz de anteponerse a posibles funcionamientos inadecuados de VSFs de nueva construcción, y que sea útil para calibrar y tomar decisiones en aquéllas que, una vez ejecutadas, presenten un comportamiento incorrecto o mejorable.

### **3. Materiales y métodos**

#### ***3.1. Experimentos y desarrollo experimental***

Los experimentos se llevaron a cabo en dos VSFs de la tipología *Hell's Gate* diseñadas por el Grupo de Ecohidráulica Aplicada (GEA) de la Universidad de Valladolid (UVa) (España). Ambas VSFs se encuentran situadas en el río Duero, una en el municipio de Vadocondes (provincia de Burgos, España) (VSF1) y la otra en el municipio de Peñafiel (provincia de Valladolid, España) (VSF2) (Fig. 2).



**Fig. 2.** Planta de las VSFs estudiadas. La VSF1 corresponde con la escala situada en Vadocondes y la VSF2 corresponde con la escala situada en Peñafiel.

Los diferentes parámetros geométricos se midieron mediante el levantamiento topográfico de cada una de las escalas ( $\Delta z$  entre los sucesivos tabiques,  $L$  y  $B$  para cada estanque, el espesor de los tabiques ( $e$ ) y  $b$  en todas las hendiduras). A pesar de que estos dispositivos fueron diseñados con  $\Delta z$  y  $b$  constantes, en la ejecución no se conservaron estas dimensiones (Tabla 1).

Las VSFs se encuentran compuestas por artesas de 2.10 m de longitud ( $\approx 10 \cdot b$ ) y 1.60 m de anchura ( $= 8 \cdot b$ ). La  $b$  media de las hendiduras que conforman estas escalas (medida tal y como se representa en la Fig. 1) es de 0.200 m y el  $\Delta z$  medio entre dos vertederos consecutivos es de 0.143 m para VSF1 y 0.189 m para VSF2, es decir, presentan unas pendientes medias ( $S = \Delta z / (L + e)$ ) de 0.622 y de 0.821 en tanto por uno, respectivamente. Así mismo, en ambos casos el lecho está compuesto por un sustrato grueso que proporciona rugosidad.

**Tabla 1.** Discrepancias dimensionales entre diseño y construcción. Unidades en metros.

Nombre	L	Medidas propuestas en el diseño			Medidas tras la construcción					
		b	$\Delta z$	$b_{med}$	$b_{max}$	$b_{min}$	$\Delta z_{med}$	$\Delta z_{max}$	$\Delta z_{min}$	
VSF1	2.100	0.200	0.150	0.200	0.212	0.191	0.143	0.193	0.061	
VSF2	2.100	0.200	0.150	0.200	0.219	0.185	0.189	0.246	0.078	

El caudal se controló mediante la apertura de una compuerta de regulación aguas arriba de las VSFs (Fig. 2) y el procedimiento empleado para su medición fue el aforo químico usando Rodamina WT como trazador. Este proceso consiste en verter de forma constante un caudal conocido de disolución de Rodamina WT (a partir de un frasco de Mariotte) en la estructura

y determinar su caudal a partir de la medición de la concentración tras un recorrido determinado (distancia de buena mezcla) (Martínez, 2001).

En la Tabla 2 se recoge el resumen de las 4 configuraciones con las que se experimentó en cada una de las VSFs. Con objeto de diversificar el funcionamiento hidráulico y simular el comportamiento ante variaciones del nivel de aguas en la zona inferior, en el mayor de los caudales estudiados para VSF1, mediante la disminución de las secciones de las hendiduras 12 (VSF1-2) y 13 (VSF1-3) se simularon condiciones de sumergencia (M1, perfil de remanso (Chow, 2004)) (Tabla 2 y Fig. 2). Con el mismo objetivo, en los dos caudales estudiados en la VSF2 se disminuyó la sección de la hendidura 12 (VSF2-2 y VSF2-4) (Tabla 2 y Fig. 2).

**Tabla 2.** Desarrollo experimental y caudales estudiados.

Nombre del Experimento	Primer vertedero considerado	Último vertedero considerado (n)	Caudal Estimado $\pm$ IC95% ( $m^3/s$ )	$h_{2,n}$ (m)
VSF1-1	1	23	$0.247 \pm 0.004$	0.700
VSF1-2	1	11	$0.247 \pm 0.004$	0.979
VSF1-3	1	12	$0.247 \pm 0.004$	1.029
VSF1-4	1	23	$0.165 \pm 0.010$	0.617
VSF2-1	1	11	$0.232 \pm 0.004$	0.729
VSF2-2	1	11	$0.232 \pm 0.004$	0.858
VSF2-3	1	11	$0.276 \pm 0.007$	0.816
VSF2-4	1	11	$0.276 \pm 0.007$	0.990

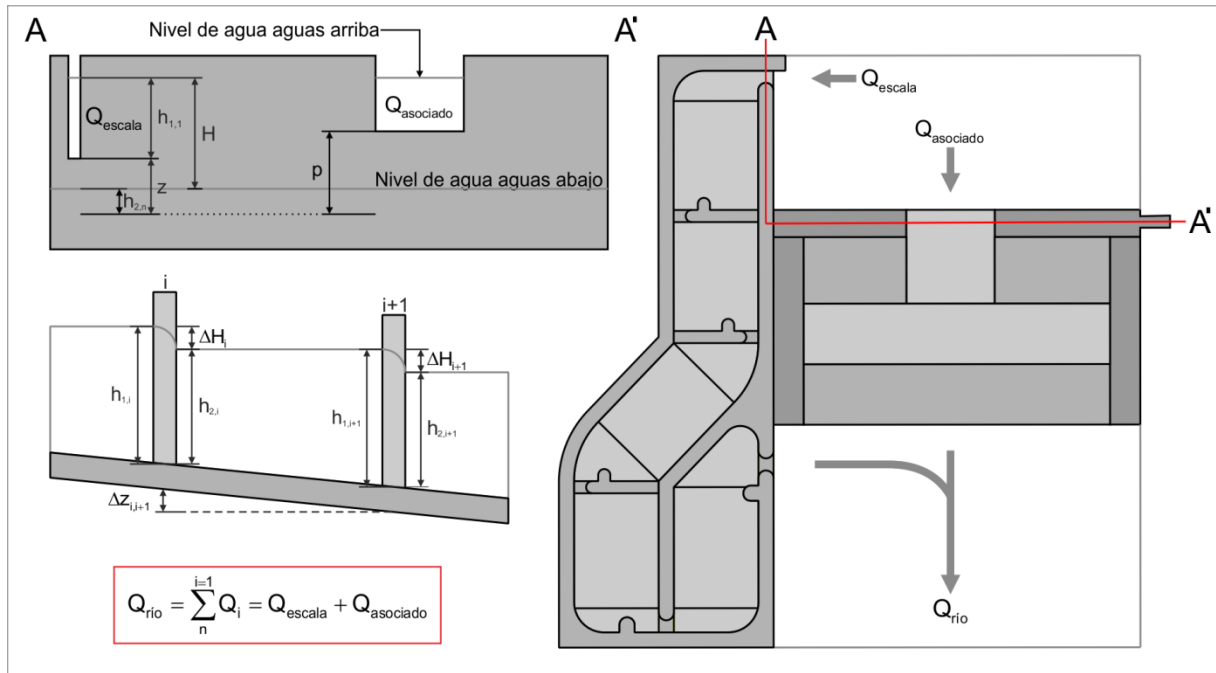
Para el cálculo de profundidad en cada estanque se supuso la horizontalidad de la lámina, por lo que se estimó a partir de las diferentes medidas realizadas con una regla metálica en cada estanque, para cada escala y experimento. Además, ésta se determinó para cada una de las artesas debido a la carencia de uniformidad ( $h_{1,i} \neq h_{1,i+1}$ ).

### 3.2. Formulación del algoritmo

El algoritmo de cálculo que se propone en este estudio permite evaluar y simular el funcionamiento de las diferentes VSFs realizando iteraciones sucesivas conocidos el caudal circulante por el río ( $Q_{río}$ ) y el nivel aguas abajo para dicho caudal ( $h_{2,n}$ ). El hecho de que la solución dependa tanto de  $h_{2,n}$  como del  $Q_{río}$  permitirá evaluar el funcionamiento ante diferentes situaciones que se puedan dar en condiciones reales.

$Q_{río}$  se distribuirá a través de los diferentes dispositivos que posee el obstáculo (Fig. 3), es decir, a través de la escala ( $Q_{escala}$ ) y el resto de estructuras asociadas a la misma (aliviaderos, vertederos, tomas, canales de derivación, etc.) ( $Q_{asociado}$ ). De tal forma que si la escala es el único dispositivo presente o considerado, como en el caso de estudio, todo el caudal del río circulará por ella ( $Q_{río} = Q_{escala}$ ).





**Fig. 3.** Representación del problema a resolver.

La variable que se irá modificando en el proceso iterativo será  $Q_{escalera}$  (Fig. 3). Para cada valor de  $Q_{escalera}$  seleccionado y conocido el  $h_{2,n}$  y las fórmulas de gasto que intervienen (Ec. (1), Ec. (2), Ec. (3), Ec. (4) u otras (Ec. (5))), se podrá obtener de forma consecutiva, de abajo a arriba, mediante iteraciones en cada uno de los  $n$  vertederos, el desnivel entre láminas ( $\Delta H_i$ ) (Ec. (5), Ec. (6) y Ec. (7)). Finalmente se obtendrá el nivel de agua existente aguas arriba de la primera hendidura ( $h_{1,1}$ ) para dicho  $Q_{escalera}$  (Fig. 3).

$$Q_i = f(\Delta H_i, h_{2,i}, \text{características geométricas}) = Q_{escalera} \quad (5)$$

$$h_{1,i} = h_{2,i} + \Delta H_i \quad (6)$$

$$h_{2,i} = h_{1,i+1} - \Delta z_{i,i+1} \quad (7)$$

Cuando existan otros caudales asociados ( $Q_{asociado}$ ) mediante  $h_{1,1}$  y con las relaciones geométricas que definen su posición relativa ( $p$  y  $z$ , Fig. 3) se podrá calcular el caudal circulante por estas estructuras, obteniendo finalmente  $Q_{río}$  para el  $Q_{escalera}$  seleccionado. Un  $Q_{río}$  mayor al deseado implicará repetir los cálculos con un  $Q_{escalera}$  mayor y por contra, un  $Q_{río}$  menor implicará repetirlos con un  $Q_{escalera}$  menor, hasta lograr el valor objetivo.

El cálculo, aunque no es complicado, puede resultar tedioso, ya que exige procesos iterativos por cada  $Q_{escalera}$  seleccionado, en cada uno de los vertederos de la escala. Por ello es altamente recomendable su programación. Consecuentemente, para este estudio se ha programado una aplicación denominada "Escalas 2012" en lenguaje *C Sharp* (Fuentes, 2012). Este software además de diseñar de forma automática escalas de vertederos de acuerdo a las especies objetivo seleccionadas, es capaz de realizar el cálculo con independencia de la

uniformidad del escenario (se podrán definir diferentes vertederos, orificios y hendiduras en cada tabique, diferentes fórmulas de gasto para cada uno, diferentes saltos topográficos entre tabiques y, en general, diferentes variables geométricas para cada estructura de control, estanque o tabique) y del número de derivaciones asociadas (azudes, rebajes, tomas, etc.) que interfieran.

### 3.3. Coeficiente de gasto propuesto

El problema del gasto a través de un diseño dado de hendidura vertical queda definido principalmente por la carga de vertido ( $h_1$ ), el nivel de agua aguas abajo ( $h_2$ ), el caudal circulante ( $Q$ ) y la anchura de la hendidura ( $b$ ). De forma adicional se pueden considerar la densidad ( $\rho$ ) y el peso específico ( $\gamma$ ), variables especialmente significativas en el movimiento del fluido (Arenas & Herranz, 1989). Por lo que la relación funcional de su flujo puede expresarse de acuerdo a la Ec. (8).

$$f(Q, h_1, h_2, \rho, \gamma, b) = 0 \quad (8)$$

Aplicando el teorema  $\Pi$  de Vaschy-Buckingham (Martínez de Azagra *et al.*, 2010) y discriminando en dos las dimensiones del espacio se podrán reducir las 6 variables de la Ec. (8) en 2 parámetros adimensionales, obteniendo así la Ec. (9).

$$\varphi\left(\frac{h_2}{h_1}, \frac{Q}{b \cdot h_1^{1.5} \cdot \sqrt{g}}\right) = 0 \quad (9)$$

Si además, se tiene en cuenta que cualquiera de los términos adimensionales puede considerarse como variable independiente, se podrá llegar a la Ec. (10).

$$Q = \varphi\left(\frac{h_2}{h_1}\right) \cdot h_1^{1.5} \cdot b \cdot \sqrt{g} \quad (10)$$

Al comparar esta última expresión con la Ec. (2), se observa que el  $C_2$  es una función cuya variable independiente es la relación entre láminas o factor de sumergencia ( $h_2/h_1$ ). En este sentido una de las funciones más extendida que describe la variación del coeficiente de gasto de acuerdo a  $h_2/h_1$  es la deducida por Villemonte (1947) (Ec. (11)).

$$C_2 = \alpha_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^{1.5}\right)^{\alpha_1} \quad (11)$$

donde  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  son coeficientes que dependen de la tipología de la hendidura. El exponente de  $h_2/h_1$ , varía de acuerdo a la potencia a la que esté elevada la carga de vertido en la ecuación de gasto, por lo que para la Ec. (2) es 1.5.

Si bien es verdad que Villemonte describió este coeficiente para su uso en vertederos con umbral, se ha demostrado la validez de ecuaciones similares en la interpretación del funcionamiento de las VSFs (Krüger *et al.*, 2010).

Los coeficientes  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$ , recogen las características geométricas propias de cada diseño. Sin embargo, al contrario de lo que cabría esperar y como se demostrará en los apartados sucesivos, para los diferentes rangos de  $S$  considerados en el mismo diseño, no se han encontrado diferencias que afecten significativamente al cálculo e interpretación de estos coeficientes.

### **3.4. Validación del algoritmo y las ecuaciones de gasto**

La validación del algoritmo propuesto y la evaluación de las fórmulas se realizó, además de mediante el análisis gráfico, a partir de las Ec. (12) y Ec. (13) que permiten el cálculo del error cometido en cada una de las hendiduras y el error medio por cada combinación de fórmulas empleadas, enfrentando los valores predichos por el método a los valores observados en campo.

$$\varepsilon_{x,i} = \frac{|x_{\text{observed},i} - x_{\text{predicted},i}|}{x_{\text{observed},i}} \cdot 100 \quad (12)$$

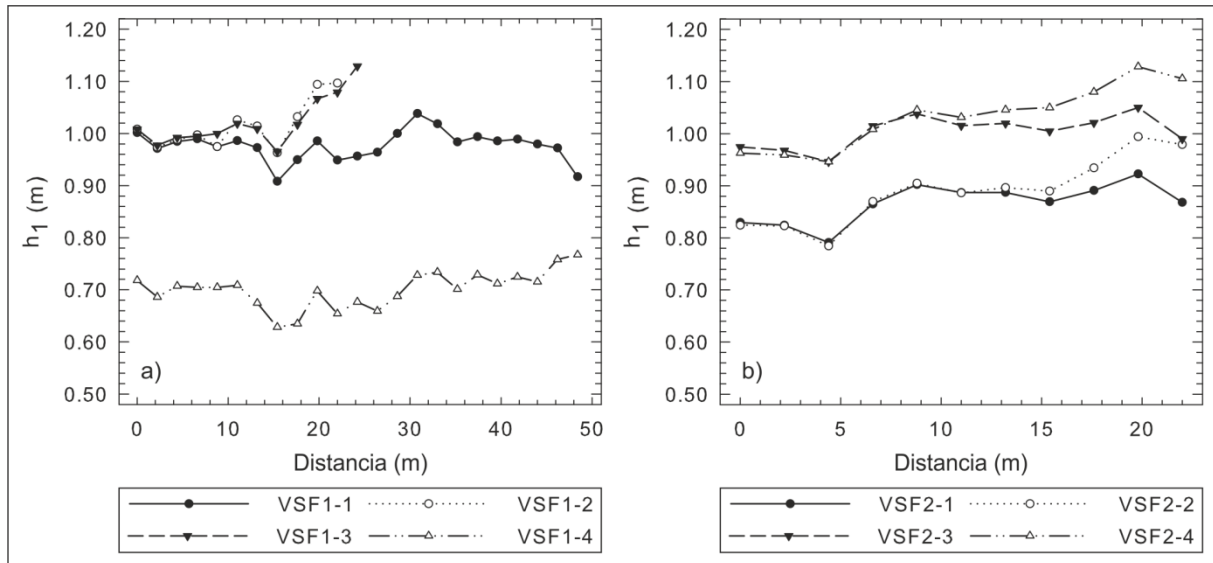
$$\bar{\varepsilon}_x = \sum_{i=1}^n \left( \frac{|x_{\text{observed},i} - x_{\text{predicted},i}|}{x_{\text{observed},i}} \right) \cdot 100 \quad (13)$$

donde  $x$  simboliza las variables de lámina descritas,  $h_1$ ,  $h_2$  y  $\Delta H$ .

## **4. Resultados experimentales y discusión**

### **4.1. Uniformidad de los experimentos**

La Fig. 4 muestra las diferentes distribuciones de  $h_1$  para cada una de las situaciones estudiadas en cada VSF. Para todas se confirma la carencia de uniformidad, entendida ésta como saltos entre láminas constantes e igual profundidad en cada una de las artesas. El hecho de que tanto  $b$  como  $\Delta z$  sean diferentes, provoca que nunca se llegue a dar, estrictamente hablando, un escenario uniforme. A pesar de que todas las situaciones por definición son no uniformes, se aprecia con mayor claridad en las experiencias 2 y 3 de la VSF1 y en las 2 y 4 de la VSF2, dado que en éstas se simuló el aumento de  $h_{2,n}$ .



**Fig. 4.** Perfiles de la carga de vertido observados en cada escala. a) VSF1, el menor recorrido de los escenarios VSF1-2 y VSF1-3 se debe a que para lograr perfiles tipo M1 se estudió un menor número de hendiduras (Tabla 2). b) VSF2.

Sin embargo, parece existir dentro de esta no uniformidad unos caudales y alturas de lámina aguas abajo que favorecen un mismo patrón de saltos entre láminas (Fig. 4). Este hecho se aprecia al comparar en cada escala las situaciones donde no se incrementó el nivel agua inferior de forma artificial: VSF1-1 frente a VSF1-4 (fuera de la influencia de la lámina aguas abajo, desde la hendidura 1 hasta la 12) y VSF2-1 frente a VSF2-3.

En cuanto a la clasificación de los perfiles observados, teniendo en cuenta la terminología descrita por Chow (2004), los experimentos VSF1-2, VSF1-3, VSF1-4, VSF2-2 y VSF2-4 corresponden al tipo M1, perfil de remanso (*backwater profile*), mientras que la silueta dibujada por VSF1-1 corresponde al tipo M2, perfil de caída (*drawdown profile*). Así mismo, las distribuciones de láminas representadas por VSF2-1 y VSF2-3 podrían considerarse situaciones sin influencia de  $h_{2,n}$  siendo la diferencia entre  $h_1$  de cada estanque debida únicamente a las desigualdades geométricas.

## 4.2. Ecuaciones de descarga

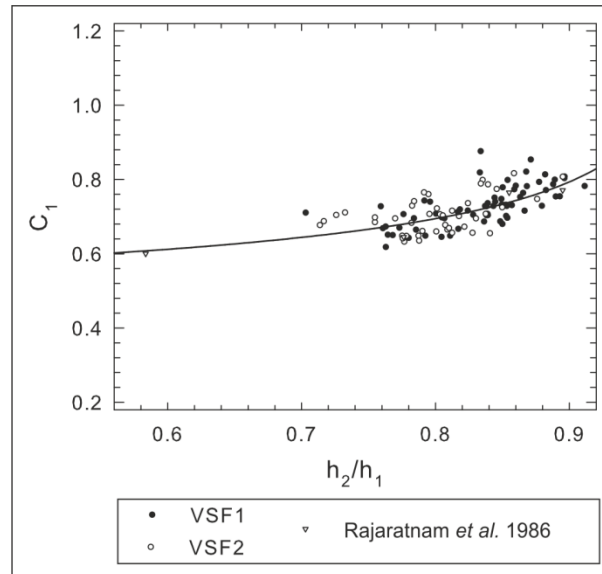
### 4.2.1. Ecuación de orificios sumergidos

A partir de la Ec. (1) se podrán calcular los  $C_1$  para las VSFs estudiadas. Al compararlos con los valores observados por Rajaratnam *et al.* (1986) para el mismo modelo se puede concluir que los coeficientes medios obtenidos son ligeramente superiores, sin embargo esta apreciación solo es estadísticamente significativa en VSF1 ( $p$ -valor = 0.000 para VSF1 y  $p$ -valor = 0.325 para VSF2) (Tabla 3).

**Tabla 3.** Resumen de los valores observados para  $C_1$  para modelos tipo Hell's Gate ( $\alpha=0.05$ ).

Coefficiente	Promedio $\pm$ IC95%	Mínimo	Máximo	S (m/m)
VSF1	0.729 $\pm$ 0.013	0.618	0.876	0.622
VSF2	0.704 $\pm$ 0.015	0.632	0.817	0.821
Modelo reducido (Rajaratnam <i>et al.</i> 1986)	0.697 $\pm$ 0.136	0.602	0.772	0.100

De acuerdo a la Tabla 3 parece existir una estrecha relación entre la pendiente de diseño y el valor medio de este coeficiente. A medida que aumenta S,  $C_1$  disminuye, hecho que también es observado por Wang *et al.* (2010).



**Fig. 5.** Distribución de  $C_1$  frente a  $h_2/h_1$  y Ec. (14) ( $r^2=0.45$ ).

La Fig. 5 muestra la distribución de  $C_1$  frente al factor de sumergencia ( $h_2/h_1$ ). El comportamiento observado podrá representarse a partir de la ecuación de Villemonte (Ec. (14)).

$$C = 0.54 \cdot \left( 1 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^{1.5} \right)^{-0.2} \quad r^2 = 0.45 \quad (14)$$

$h_2/h_1$  recoge el efecto de los cambios del nivel de aguas abajo así como parte de la variabilidad debida a la pendiente, ya que S, al menos en escenarios uniformes, condiciona el valor de  $\Delta H$  y por lo tanto el valor de esta variable.

Por un lado, cuando  $h_2/h_1$  tiende a 0, para una misma  $h_1$ ,  $h_2$  tenderá a 0 ( $h_2 \rightarrow 0$  o  $\Delta H \rightarrow h_1$ ), alcanzando la carga crítica de vertido ( $h_c$ ) (el número de Froude se iguala a 1) (Ec. (15)) y el coeficiente de gasto tiende a un valor constante.

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g \cdot b^2}} \quad (15)$$

Por otro lado a medida que  $h_2/h_1$  tiende a 1,  $\Delta H$  se aproximará a 0 y por lo tanto, dada la incidencia de esta variable en la Ec. (1) el coeficiente de gasto tenderá hacia infinito.

Independientemente del pequeño valor del coeficiente de determinación de la Ec. (14), ésta proporcionará resultados satisfactorios. Esto se debe a que la Ec. (1) recoge de por sí parte del efecto de la lámina aguas abajo ( $\Delta H$  está incluido en la ecuación), proporcionando mejores resultados que otras, incluso utilizando un valor para el coeficiente constante.

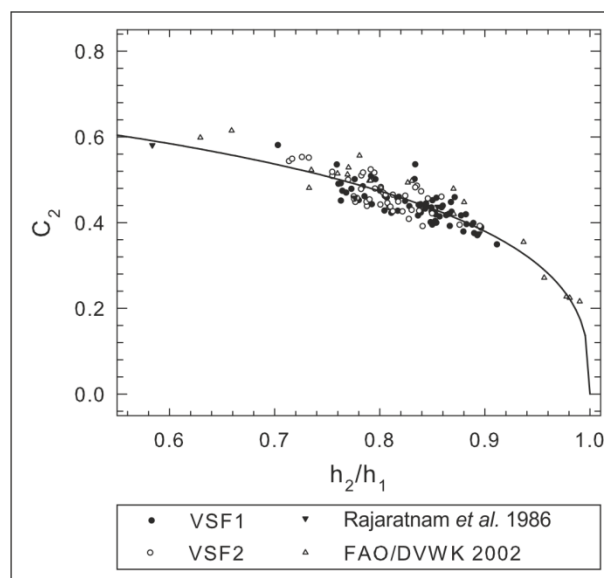
#### 4.2.2. Ecuación de Poleni

En cuanto a  $C_2$  en la Fig. 6 se puede observar que su distribución se encuentra estrechamente ligada a  $h_2/h_1$  y que podrá expresarse de acuerdo a la ecuación propuesta por Villemonte (Ec. (16)) ( $r^2=0.81$ ).

$$C_2 = 0.72 \cdot \left( 1 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^{1.5} \right)^{0.33} \quad r^2 = 0.81 \quad (16)$$

A medida que el factor de sumergencia se aproxima a 0 ( $h_2 \rightarrow 0$ ),  $h_1$  alcanzará su valor crítico (Ec. (15)), y  $C_2$  se acercará a un valor constante. Nótese que el valor constante debería ser, al multiplicarlo por 2/3, igual al valor constante observado para  $C_1$ , sin embargo a nivel práctico los valores extremos son difíciles de alcanzar no pudiendo demostrar dicha convergencia. Cuando  $h_2$  se aproxime a  $h_1$  ( $h_2/h_1 \rightarrow 1$ )  $C_2$  se acercará progresivamente a 0 (Fig. 6).

Así mismo, al igual que para  $C_1$ ,  $h_2/h_1$  recogerá parte de la variabilidad de  $C_2$  debida a las diferentes pendientes estudiadas.



**Fig. 6.** Distribución de  $C_2$  frente a  $h_2/h_1$  y Ec. (16) ( $r^2=0.81$ ).

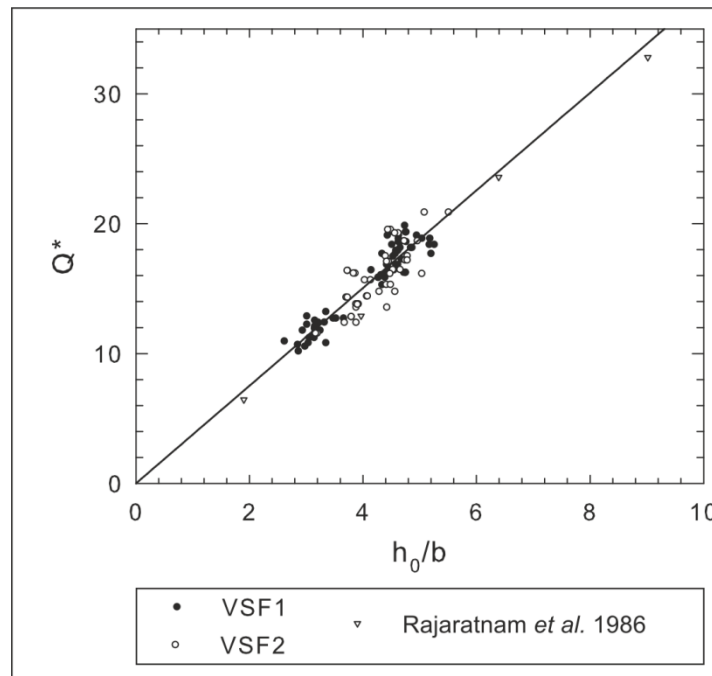
Cabe destacar que Krüger *et al.* (2010) utilizan relaciones similares a la propuesta por Villemonte. Sin embargo recurren a un exponente diferente para el factor de sumergencia

(desechando las hipótesis de partida de Villemonte (1947)) y no hacen distinción entre los diferentes modelos de hendidura vertical, logrando resultados menos ajustados.

#### 4.2.3. Ecuación de gasto adimensional

La Fig. 7 representa la relación adimensional descrita para estas estructuras (Ec. (3) y Ec. (4)). Los datos observados guardan correspondencia con las observaciones de Rajaratnam *et al.* (1986), sin embargo se ha reajustado la ecuación que propusieron incluyendo los datos experimentales de este estudio e imponiendo la intersección con el origen, condición necesaria desde un punto de vista físico (Ec. (17)).

$$Q^* = 3.76 \cdot \left( \frac{h_0}{b} \right) \quad r^2 = 0.87 \quad (17)$$



**Fig. 7.**  $Q^*$  frente a  $h_0/b$  y Ec. (17) ( $r^2 = 0.87$ ). El cálculo del caudal adimensional se ha hecho a partir de la pendiente media.

Se trata de una relación bastante ajustada ( $r^2 = 0.87$ ). No obstante, desestima toda la variabilidad que proporciona al gasto la altura de la lámina aguas abajo, describiendo un funcionamiento independiente a la misma y por tanto únicamente válido para interpretar funcionamientos estrictamente uniformes.

#### 4.3. Profundidad y desnivel entre láminas predichos

Con el algoritmo propuesto y las diferentes posibilidades de cálculo descritas se podrá intentar predecir el funcionamiento de las VSFs estudiadas. Las Fig. 8 y 9 muestran los resultados observados para dos de los experimentos estudiados (VSF1-1 y VSF1-2) frente a los resultados predichos, aplicando el algoritmo, junto a las posibles ecuaciones de gasto descritas: la ecuación de gasto para orificios (Ec. (1)) junto con la relación propuesta para su

coeficiente  $C_1$  (Ec. (14)) (primera combinación), la ecuación de Poleni (Ec. (2)) y la relación de Villemonte propuesta para  $C_2$  (Ec. (16)) (segunda combinación) y la adaptación de la ecuación adimensional (tercera combinación). Las observaciones que se realizarán son aplicables al resto de experimentos llevados a cabo en este estudio.

En estas figuras se puede apreciar la importancia de considerar, bien en la fórmula de gasto o en el coeficiente de gasto, parámetros que evalúen la situación a la que se enfrenta una determinada hendidura, ya sea  $\Delta H$  y  $h_1$  o  $h_2$  y  $h_1$  (Fig. 8 y 9 (a-d)). El hecho de no considerar una variable que evalúe la lámina aguas abajo (Fig. 8 y 9 (e y f)) supone un funcionamiento independiente de la misma, limitando el uso de este tipo de ecuaciones a situaciones uniformes e ideales, a menudo únicamente alcanzables en laboratorio.

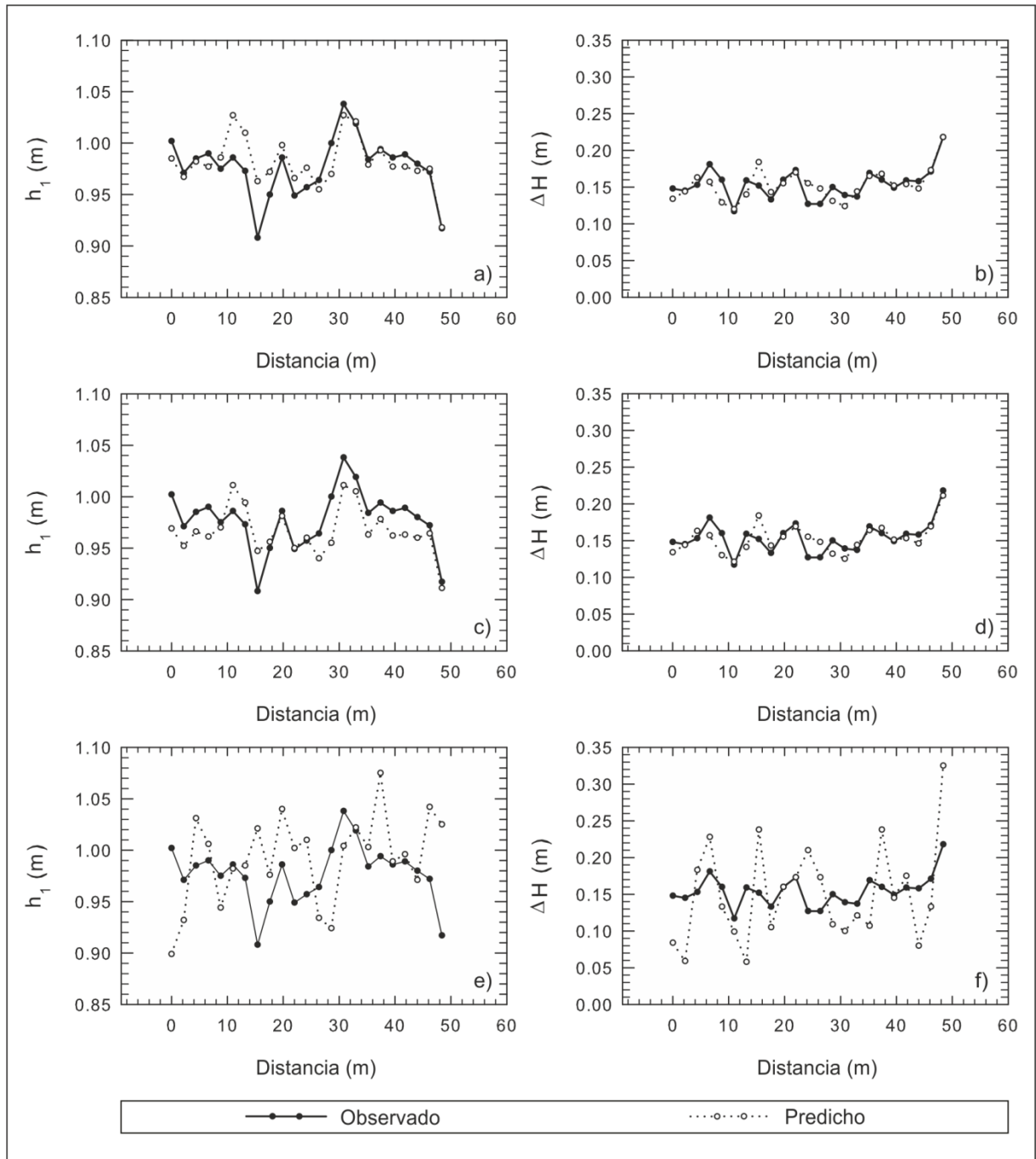
En este sentido, la primera y segunda combinación parecen describir de forma bastante precisa los perfiles de  $\Delta H$  observados en cada uno de los experimentos llevados a cabo y son susceptibles a representar cambios en la lámina aguas abajo ( $h_{2,n}$ ) (Fig. 8 y 9 (b y d)). Por el contrario la tercera combinación proporciona resultados poco satisfactorios tanto en la representación del perfil como en los valores numéricos predichos (Fig. 8 y 9 (f)), lo que se traduce en errores grandes de predicción (un error medio para todos los experimentos del 40.25 % para  $\Delta H$  (Tabla 4)).

**Tabla 4.** Error medio cometido en la simulación utilizando la metodología propuesta y cada una de las combinaciones de cálculo.

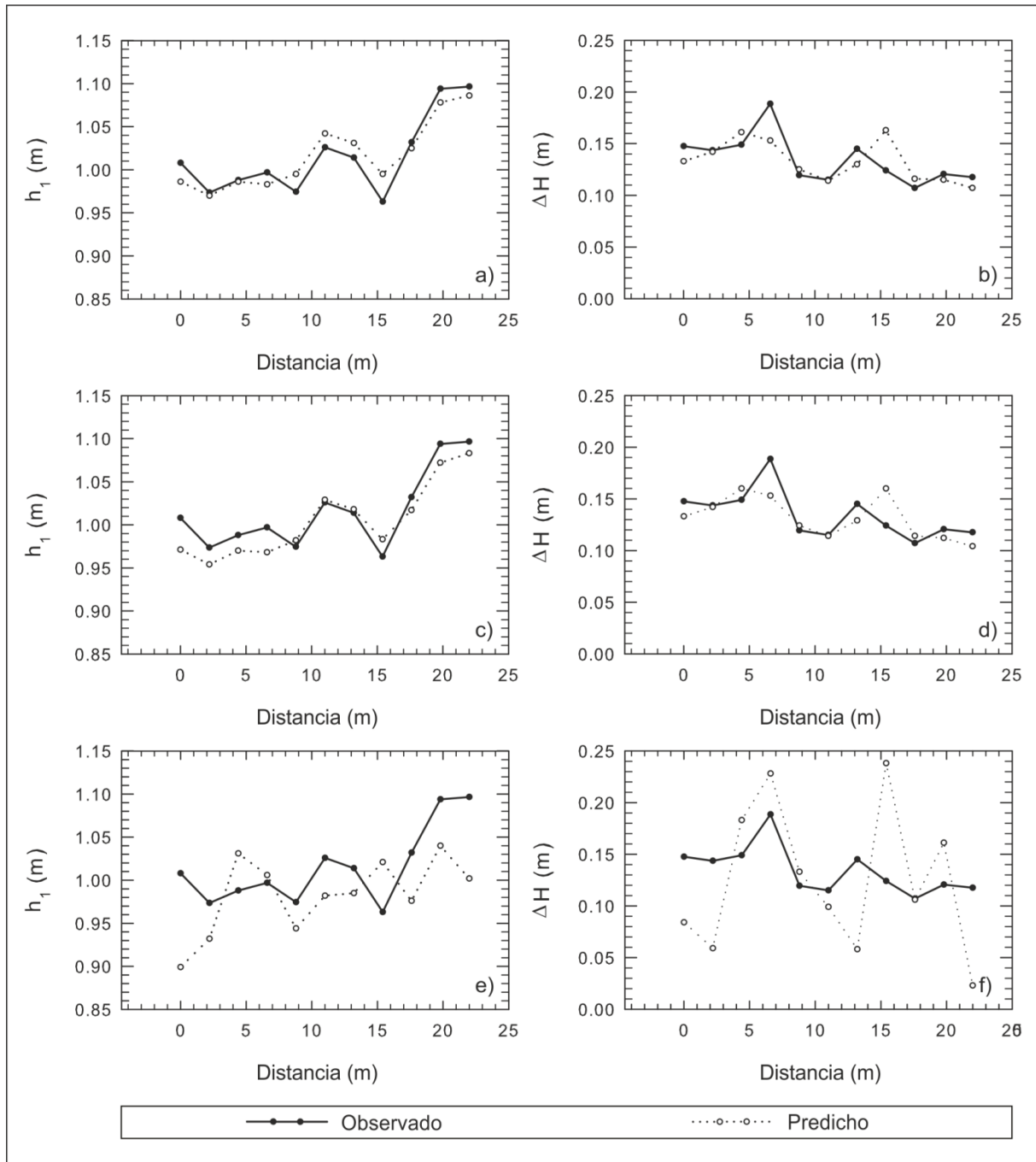
Experimento	Combinación 1		Combinación 2		Combinación 3	
	$h_1$ (%)	$\Delta H$ (%)	$h_1$ (%)	$\Delta H$ (%)	$h_1$ (%)	$\Delta H$ (%)
VSF1-1	1.53	8.02	1.93	8.16	4.45	30.83
VSF1-2	1.45	9.72	1.69	9.72	5.06	39.80
VSF1-3	1.32	7.40	1.87	7.22	4.69	36.52
VSF1-4	1.45	9.72	1.69	9.72	4.95	19.47
VSF2-1	2.71	10.50	2.62	10.43	6.64	40.16
VSF2-2	2.64	9.15	2.91	9.89	7.51	51.72
VSF2-3	1.64	7.91	2.02	7.76	6.23	43.92
VSF2-4	2.27	8.61	2.62	8.57	7.21	59.56
Valor medio	1.87	8.88	2.17	8.93	5.84	40.25

En cuanto a  $h_1$ , tanto la primera como la segunda combinación dibujan un perfil similar al observado y la magnitud del error es baja para el promedio de todos los escenarios estudiados (1.87 % para la primera combinación y 2.17 % para la segunda) (Tabla 4). De la misma forma, el error cometido por la tercera combinación aunque es bajo, aumenta a medida que se incrementa la influencia de la lámina aguas abajo (un promedio de 5.84 % para todos los experimentos), y el perfil obtenido parece no guardar ninguna relación con el observado (Fig. 7 y 8 (e)).





**Fig. 8.**  $h_1$  y  $\Delta H$  observadas y predichas para VSF1-1 de acuerdo a las diferentes combinaciones. a y b) Primera combinación. c y d) Segunda combinación. e y f) Tercera combinación.

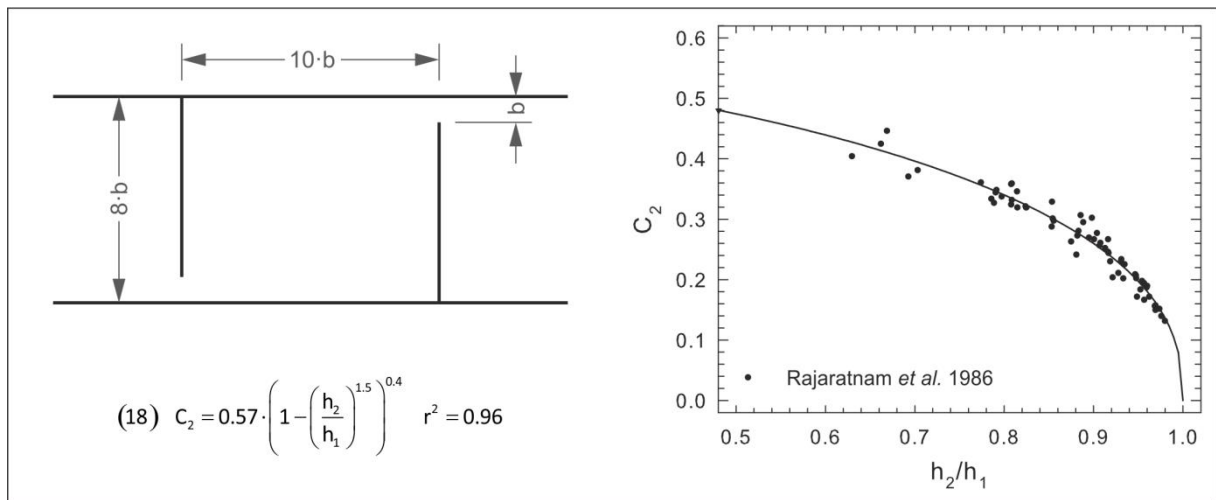


**Fig. 9.**  $h_1$  y  $\Delta H$  observadas y predichas para VSF1-2 de acuerdo a las diferentes combinaciones. a y b) Primera combinación. c y d) Segunda combinación. e y f) Tercera combinación.

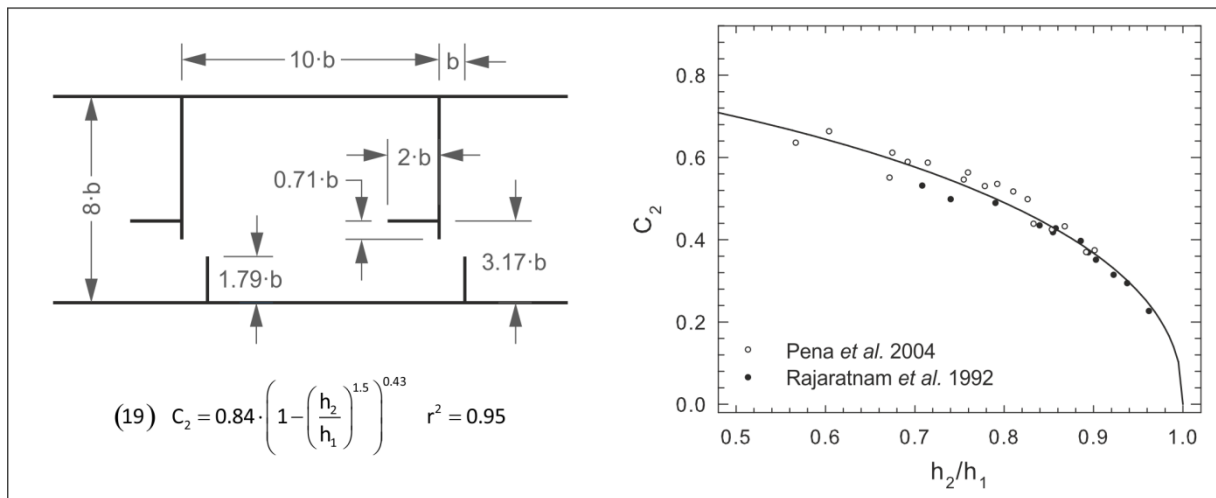
#### 4.3. Predictibilidad del algoritmo y de la fórmula de gasto propuesta

La metodología propuesta presenta un importante poder predictivo, tanto de  $h_1$  como de  $\Delta H$ , siempre limitado por la combinación de ecuaciones que se emplee. Para que los perfiles se aproximen a la realidad, como ya se ha comentado, es necesario que la fórmula de gasto o la ecuación de coeficiente de gasto que se utilice junto al algoritmo propuesto incluyan un parámetro evaluador de la lámina aguas abajo. Es posible y relativamente sencillo adaptar

otros resultados bibliográficos a las fórmulas propuestas. En las Fig. 10 y 11 se muestran dos ejemplos de cálculo de los coeficientes de gasto a emplear con la Ec. (2) para dos diseños diferentes al estudiado de acuerdo a datos de la literatura especializada.

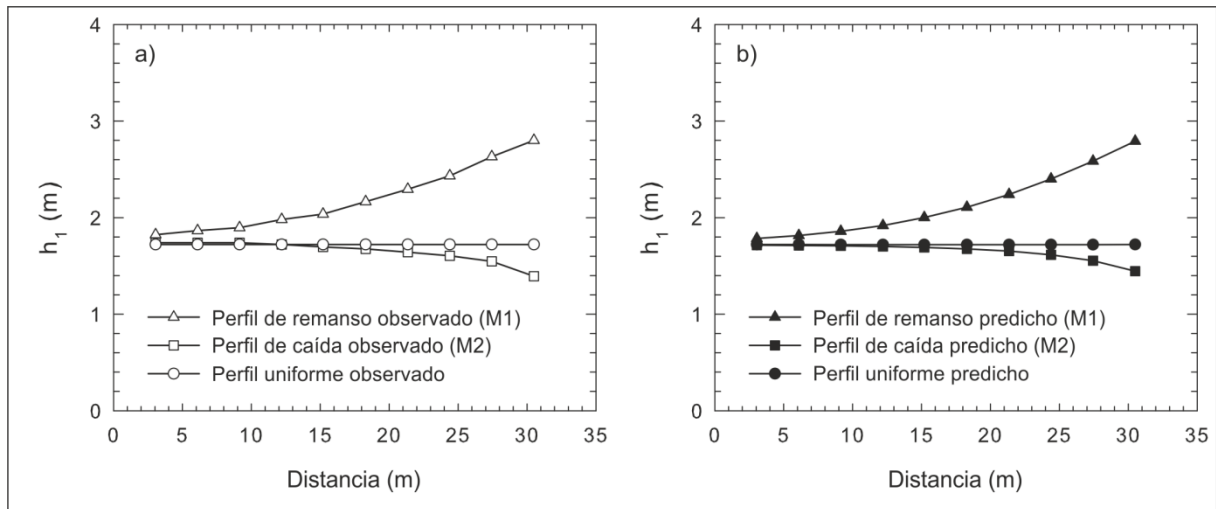


**Fig. 10.** Coeficiente de gasto a emplear en la Ec. (2) para el modelo 3 definido por Rajaratnam *et al.* (1986). El valor de caudal menor de cada pendiente se ha suprimido del análisis.



**Fig. 11.** Coeficiente de gasto a emplear en la Ec. (2) para el modelo 16 definido por Rajaratnam *et al.* (1992) y estudiado por Pena *et al.* (2004). El valor obtenido por Pena *et al.* (2004) para el menor de los caudales en la mayor pendiente se ha suprimido del análisis.

En la Fig. 12 se muestra un ejemplo de este poder predictivo. En ella se simulan los perfiles de  $h_1$  y  $\Delta H$  observados por Rajaratnam *et al.* (1986) para el modelo 3 (Fig. 10). El algoritmo junto con la Ec. (2) y la ecuación de gasto definida (Ec. (18)) son capaces de reproducir el control ejercido por la hendidura situada más aguas abajo cuando disminuye la lámina de agua inferior. En estas situaciones el  $\Delta H$  más elevado se situará en la hendidura inferior e irá disminuyendo a medida que ascienda por la escala. Así mismo, se describen correctamente los funcionamientos uniformes y situaciones con entrada sumergida.



**Fig. 12.** Perfiles de profundidad observados para el modelo 3 por Rajaratnam *et al.* (1986) (a) y predichos por la metodología propuesta (b).

El hecho de que la metodología sea susceptible de describir el funcionamiento de la VSF ante variaciones de la lámina, brinda la posibilidad de adaptarla ante las posibles situaciones que se puedan dar, optimizando la atracción de la fauna y en general su funcionamiento.

## 5. Conclusiones

Este estudio recoge un algoritmo de cálculo sencillo, así como la descripción de unos coeficientes de gasto, que permiten interpretar el funcionamiento de VSFs geoméricamente homogéneas o no ante diferentes situaciones, capaces de predecir y explicar, en cierta medida, los funcionamientos conceptuales, uniforme y no-uniforme, definidos por Rajaratnam *et al.* (1986). Este hecho ha sido validado a partir del estudio experimental de dos estructuras reales ante diferentes escenarios así como mediante el estudio de otros casos recogidos en la bibliografía especializada. Así mismo, se ha detectado que en VSFs con  $b$  y  $\Delta z$  dispares existen unas combinaciones de caudales y niveles de agua aguas abajo que determinan un mismo patrón de desniveles entre láminas.

La programación del algoritmo ha culminado en una herramienta que permite simular la distribución de  $h_1$  y  $\Delta H$  de cualquier paso que consista en una sucesión de vertederos, orificios y hendiduras, que posibilita la detección y corrección de posibles carencias de diseño y la evaluación del comportamiento de diferentes soluciones.

La metodología presenta un buen poder predictivo, sin embargo siempre limitado por las fórmulas asociadas que se empleen. Es esencial utilizar aquellas que incluyan algún parámetro evaluador de la lámina aguas abajo, ya sea  $\Delta H$  o  $h_2$ , ya que además de incluir el efecto por variaciones de esta lámina, se ha detectado que  $h_2/h_1$ , dada la relación entre  $S$  y  $\Delta H$  (al menos en condiciones uniformes), recoge la variación del gasto derivado del uso de diferentes  $S$ . En este sentido, para evaluar el funcionamiento de una VSF ante diferentes

niveles de lámina aguas abajo, parece sensato descartar las relaciones de caudal adimensional que no incluyan una variable descriptora de la lámina aguas abajo.

De acuerdo a los resultados, la Ec. (1) y la Ec. (2) junto con coeficientes de gasto definidos por la función descrita por Villemonte (1947) específicos para cada tipología de escala son una de las mejores opciones a la hora de diseñar y evaluar VSFs con el algoritmo propuesto.

## 6. Agradecimientos

La redacción de este estudio no habría sido posible sin el apoyo de todo el equipo del Grupo de Ecohidráulica Aplicada (GEA) de la Universidad de Valladolid (UVa), así como de la Dr. Sara Fuentes Pérez y Ana García Vega, quienes han participado activamente en la revisión del presente artículo.

## 7. Simbología

Los símbolos utilizados en este estudio son los siguientes:

$b$	=	anchura de la hendidura (m)
$B$	=	anchura del estanque (m)
$b_{\max}$	=	máxima anchura medida en las hendiduras (m)
$b_{\min}$	=	mínima anchura medida en las hendiduras (m)
$C_1$	=	coeficiente de gasto para la Ec. (1)
$C_2$	=	coeficiente de gasto para la Ec. (2)
$e$	=	espesor de tabique (m)
$g$	=	aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )
$H$	=	altura total del obstáculo (diferencia entre el nivel superior e inferior del agua) (m)
$h_0$	=	altura media de la lámina de agua, referenciada al centro del estanque (m)
$h_1$	=	altura media de la lámina de agua, referenciada aguas arriba de una hendidura (m)
$h_{1,i}$	=	altura media de la lámina de agua, referenciada aguas arriba de la hendidura $i$ (m)
$h_2$	=	altura media de la lámina de agua, referenciada aguas abajo de una hendidura (m)
$h_{2,i}$	=	altura media de la lámina de agua, referenciada aguas abajo de la hendidura $i$ (m)
$h_{2,n}$	=	altura media de la lámina de agua, referenciada aguas abajo de la última hendidura (m)
$h_c$	=	Carga de vertido crítica (m)
$i$	=	Número de orden de la hendidura
IC95%	=	Intervalo de confianza al 95%
$L$	=	longitud del estanque (m)
$n$	=	número total de hendiduras
$p$	=	altura del paramento del obstáculo asociado a la escala (m)
$Q$	=	caudal ( $m^3/s$ )
$Q^*$	=	caudal adimensional según Rajaratnam <i>et al.</i> (1986)
$Q_{\text{asociado}}$	=	caudal a través de las estructuras asociadas a la escala ( $Q_{\text{río}} - Q_{\text{escala}}$ ) ( $m^3/s$ )
$Q_{\text{escala}}$	=	caudal a través de la escala ( $Q_{\text{río}} - Q_{\text{asociado}}$ ) ( $m^3/s$ )
$Q_{\text{río}}$	=	caudal a través del río ( $Q_{\text{asociado}} + Q_{\text{escala}}$ ) ( $m^3/s$ )
$r^2$	=	coeficiente de determinación
$S$	=	pendiente de la escala (tanto por uno)



$z$	=	diferencia topográfica entre la primera y la última hendidura ( $\Sigma\Delta z$ ) (m)
$\alpha_0$	=	coeficiente adimensional (Ec. (11))
$\alpha_1$	=	exponente adimensional (Ec. (11))
$\beta_0$	=	coeficiente adimensional (Ec. (4))
$\beta_1$	=	coeficiente adimensional (Ec. (4))
$\Delta H$	=	desnivel entre láminas ( $h_1-h_2$ ) (m)
$\Delta H_i$	=	desnivel entre láminas en la hendidura $i$ ( $h_{1,i}-h_{2,i}$ ) (m)
$\Delta z$	=	diferencia topográfica medida entre hendiduras (m)
$\Delta z_{i,i+1}$	=	diferencia topográfica entre las hendiduras $i$ y $i+1$ (m)
$\Delta z_{\max}$	=	máxima diferencia topográfica medida entre hendiduras (m)
$\Delta z_{\min}$	=	mínima diferencia topográfica medida entre hendiduras (m)
$\epsilon$	=	error (%)
$\rho$	=	Densidad absoluta ( $\text{kg/m}^3$ )
$\gamma$	=	Peso específico ( $\text{g}\cdot\rho$ ) ( $\text{N/m}^3$ )

## 8. Bibliografía

ALVAREZ-VÁZQUEZ, L., A. MARTÍNEZ, M. VÁZQUEZ-MÉNDEZ & M. VILAR. 2008. Vertical slot fishways: Mathematical modeling and optimal management. *J. Comput. Appl. Math.*, 218: 395-403.

ARENAS, A. & A. HERRANZ. 1989. *Análisis dimensional y sus aplicaciones, Vol. 2: Aplicaciones a la Mecánica de fluidos*, Murcia: Universidad de Murcia.

BERMÚDEZ, M., J. PUERTAS, L. CEA, L. PENA & L. BALAIRÓN. 2010. Influence of pool geometry on the biological efficiency of vertical slot fishways. *Ecol. Eng.*, 36: 1355-1364.

BUNT, C., T. CASTRO-SANTOS & A. HARO. 2012. Performance of fish passage structures at upstream barriers to migration. *River Res. Applic.*, 28: 457-478.

CALLUAUD, D., V. CORNU, B. BOURTAL, L. DUPUIS, C. REFIN, D. COURRET & L. DAVID. 2012. Scale effects of turbulence flows in vertical slot fishways: field and laboratory measurement investigation. In *9th International Symposium on Ecohydraulics*, Anonymous Vienna, Austria.

CEA, L., L. PENA, J. PUERTAS, M. VÁZQUEZ-CENDÓN & E. PEÑA. 2007. Application of several depth-averaged turbulence models to simulate flow in vertical slot fishways. *J. Hydraul. Eng.*, 133: 160-172.

CHOW, V.T. 2004. *Hidráulica de canales abiertos*, Colombia: McGraw Hill.

CLAY, C.H. 1995. *Design of fishways and other fish facilities*, Ottawa: CRC.

FAO/DVWK. 2002. *Fish Passes: Design, Dimensions, and Monitoring*, Rome: FAO.



- FUENTES, J.F. 2012. *Desarrollo de una base metodológica para el diseño de escalas de artesas. Aplicación práctica en un programa informático*. Escuela Técnica Superior de Ingenierías Agrarias (UVA).
- KAMULA, R. 2001. *Flow over weirs with application to fish passage facilities*, Finlandia: Oulun yliopisto.
- KRÜGER, F., S. HEIMERL, F. SEIDEL & B. LEHMANN. 2010. Ein Diskussionsbeitrag zur hydraulischen Berechnung von Schlitzpässen. *WasserWirtschaft*, 3: 31-36.
- LARINIER, M. 2002. Pool fishways, pre-barages and natural bypass channels. *Bull. Fr. Pêche Piscic.*, 364: 54-82.
- LIU, M., N. RAJARATNAM & D.Z. ZHU. 2006. Mean flow and turbulence structure in vertical slot fishways. *J. Hydraul. Eng.*, 132: 765-777.
- MARTÍNEZ DE AZAGRA, A., V. PANDO & J. DEL RÍO. 2010. Del teorema Pi al axioma de las conjeturas razonadas. *Sociedad Puig Adam* 55-73.
- MARTÍNEZ, E. 2001. *Hidráulica fluvial: principios y práctica*, Madrid: Bellisco.
- POLENI, G. 1717. *De motu aquae mixto libri duo*, Patavii: Iosephi Comini.
- PORCHER, J. & F. TRAVADE. 2002. Fishways: biological basis, limits and legal considerations. *Bull. Fr. Pêche Piscic.*, 364: 9-20.
- PUERTAS, J., L. CEA, M. BERMÚDEZ, L. PENA, Á RODRÍGUEZ, J.R. RABUÑAL, L. BALAIRÓN, Á LARA & E. ARAMBURU. 2012. Computer application for the analysis and design of vertical slot fishways in accordance with the requirements of the target species. *Ecol. Eng.*, 48: 51-60.
- PUERTAS, J., L. PENA & T. TEIJEIRO. 2004. Experimental approach to the hydraulics of vertical slot fishways. *J. Hydraul. Eng.*, 130: 10-23.
- RAJARATNAM, N., C. KATOPODIS & S. SOLANKI. 1992. New designs for vertical slot fishways. *Can. J. Civ. Eng.*, 19: 402-414.
- RAJARATNAM, N., G. VAN DER VINNE & C. KATOPODIS. 1986. Hydraulics of vertical slot fishways. *J. Hydraul. Eng.*, 112: 909-927.
- SANZ-RONDA, F.J., F.J. BRAVO-CORDOBA, J.F. FUENTES-PÉREZ & T. CASTRO-SANTOS. 2013. Fish behaviour in a vertical slot fishway: Comparing ascent ability of brown trout, *Salmo trutta*, and two Iberian cyprinids: Iberian barbel, *Luciobarbus bocagei*, and Northern straight-mouth nase, *Pseudochondrostoma duriense*. *In prep.*
- TARRADE, L., G. PINEAU, D. CALLUAUD, A. TEXIER, L. DAVID & M. LARINIER. 2011. Detailed experimental study of hydrodynamic turbulent flows generated in vertical slot fishways. *Environ. Fluid Mech.*, 11: 1-21.



TARRADE, L., A. TEXIER, L. DAVID & M. LARINIER. 2008. Topologies and measurements of turbulent flow in vertical slot fishways. *Hydrobiologia*, 609: 177-188.

VILLEMONTÉ, J.R. 1947. Submerged-weir discharge studies. *Engineering News-Record*, 139: 866-869.

WANG, R., L. DAVID & M. LARINIER. 2010. Contribution of experimental fluid mechanics to the design of vertical slot fish passes. *Knowl. Managt. Aquatic Ecosyst.*, 396: 1-21.

WU, S., N. RAJARATNAM & C. KATOPODIS. 1999. Structure of flow in vertical slot fishway. *J. Hydraul. Eng.*, 125: 351-360.