



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias

TRABAJO FIN DE GRADO

FÍSICA DE PELÍCULA: INVISIBILIDAD

Departamento de Electricidad y Electrónica

Autor:

JOSÉ MANUEL ÁLVAREZ IZQUIERDO

Dirigido por:

ANA CRISTINA LÓPEZ CABECEIRA

ISMAEL BARBA GARCÍA

13 DE DICIEMBRE DE 2019

Resumen

En este trabajo se aborda el fenómeno de la invisibilidad enfocado en primer lugar desde un punto de vista teórico, repasando conceptos de propagación de ondas electromagnéticas en medios materiales, para a continuación hacer un análisis detallado de las formas en que se consigue. De este modo, podemos distinguir en el documento dos partes diferenciadas.

En la primera de ellas, se realiza un estudio teórico necesario para entender la respuesta de los medios materiales a campos electromagnéticos para comprender fenómenos como polarización o magnetización (3.1, 3.2, 3.3), relacionados directamente con las susceptibilidades y propiedades electromagnéticas de los medios dieléctricos. Se verá por qué estas propiedades son cantidades complejas y su relación directa con este trabajo. Posteriormente, se presentan los metamateriales y, para entender su respuesta a las ondas electromagnéticas, se introducen los modelos de Lorentz y Drude (3.4, 3.5, 3.6).

En la segunda parte, se clasifican los diversos métodos para conseguir la invisibilidad, diferenciando dos conceptos básicos: que no se produzca reflexión de ondas electromagnéticas (4.1) y que estas atraviesen o doblen los objetos para ‘ver lo que hay detrás’ (4.2). En esta parte se abordan las formas de ocultarse que se han visto en el cine, y cómo en muchos de los casos han imitado a la propia naturaleza.

Índice

| | |
|----------------------------------------------------------------|-----------|
| 1. Introducción | 2 |
| 2. Ondas electromagnéticas | 3 |
| 2.1. <i>La naturaleza electromagnética de la luz</i> | 3 |
| 2.2. <i>Ecuación de ondas</i> | 3 |
| 2.3. <i>Ondas monocromáticas planas</i> | 4 |
| 2.4. <i>Espectro electromagnético</i> | 6 |
| 3. Medios materiales | 7 |
| 3.1. <i>Polarización y magnetización</i> | 7 |
| 3.2. <i>Ecuaciones de Maxwell en medios materiales</i> | 9 |
| 3.3. <i>Respuesta lineal</i> | 10 |
| 3.4. <i>Modelos de la materia</i> | 12 |
| 3.4.1. <i>Modelo de Lorentz</i> | 13 |
| 3.4.2. <i>Modelo de Drude</i> | 14 |
| 3.5. <i>Clasificación de los medios dieléctricos isótropos</i> | 15 |
| 3.6. <i>Metamateriales</i> | 15 |
| 3.6.1. <i>Introducción a los metamateriales</i> | 15 |
| 3.6.2. <i>Estructura de los metamateriales</i> | 16 |
| 4. Invisibilidad y casos en el cine | 18 |
| 4.1. <i>Lo que no vemos</i> | 19 |
| 4.2. <i>Lo que vemos detrás</i> | 25 |
| 4.2.1. <i>Camuflaje</i> | 25 |
| Camuflaje Animal: Cripsis | 26 |
| Mimesis | 32 |
| Movimiento deslumbrante | 32 |
| Camuflaje óptico | 33 |
| 4.2.2. <i>Transparencia</i> | 34 |
| Medusas | 35 |
| El hombre invisible | 35 |
| Trucos de magia | 36 |
| 4.2.3. <i>Desvío de la luz alrededor del objeto</i> | 37 |
| Espejos y Lentes | 37 |
| Curvatura del espacio y campos de fuerza | 39 |
| Doblando la luz | 40 |
| Transformación del espacio | 42 |
| Medios de transformación | 44 |
| Capa de invisibilidad: metamateriales | 45 |
| Conclusiones | 50 |
| Anexos | 51 |
| Índice de Figuras | 61 |
| Índice de siglas | 64 |
| Bibliografía | 65 |

Sea un buen trabajo o no, este TFG para mí representa mucho, representa una carrera muy difícil que me ha dado grandes momentos y momentos muy malos. He sufrido mucho con ella y he tenido ganas de abandonar muchas veces, pero he llegado aquí, y salga como salga esto, a la primera o a la segunda o a la tercera conseguiré lo que una vez me propuse alcanzar: ser físico.

Al final la vida va de eso, de caerse y levantarse. Esta es una de las lecciones más importantes que me ha enseñado esta carrera, me ha enseñado a pensar y a no rendirme ante ninguna dificultad. Si algo no sé no es porque sea incapaz o no valga para ello, es porque aún no he dado mi máximo esfuerzo. También me ha enseñado mucha física, pero acabamos estudiando para aprobar y no con la ilusión de aprender con la que entramos el primer año. Ahora que he terminado es cuando me apetece disfrutar de todas las cosas que nos han enseñado, con tiempo y sin exámenes.

No tenía pensado poner agradecimientos en mi trabajo, pero creo que no podría haber seguido delante de no ser por las personas que tengo a mi lado.

Es por eso que este trabajo quiero dedicárselo en primer lugar a mis padres y mi hermano, que me han dado todo cuanto necesitaba a lo largo de toda mi formación, con amor, paciencia y fe, aun sin ponérselo fácil. Quiero dedicárselo a mis tutores, que han sido muy majos siempre y sin su ayuda este trabajo no habría salido adelante, es agradable saber que contamos con profesores cercanos que saben cómo nos sentimos y nos dan a veces ese empujón que necesitamos. Por supuesto se lo dedico a mis compañeros y amigos de la carrera, que me han salvado de muchos líos y me han brindado momentos inolvidables, porque estar en Física no es sólo un camino amargo. No voy a olvidarme de mis mejores amigos Pablo, Wilmer, y Lex, que han estado ahí en los momentos más difíciles, así como en los buenos, recordándome que no estoy solo. Y en este grupo quiero incluir a mi gran amigo Moi, que conocí este año en un momento muy malo de mi vida y supo estar cada día a mi lado dándome una fuerza que ni él se imagina, como si fuese el más cercano de mis amigos.

Por no terminar sin acordarme de mí y de lo que he sido y soy, quiero agradecerme haber tenido el valor y la cabezonería para seguir día a día hasta terminar, estoy muy orgulloso de mí mismo. Estos últimos años no me he querido mucho y el amor a uno mismo es el más importante y el que nunca debemos dejar de lado nadie.

Quiero terminar con dos frases de unas películas (para así introducir bien este trabajo) que me han dado mucha fuerza en este camino:

Why do we fall Bruce? So that we can learn to pick ourselves up.

- Thomas Wayne

The night is Darkest just before the dawn. And I promise you, the dawn is coming.

- Harvey Dent.

1. Introducción

La ciencia y el cine han ido de la mano durante más de cien años desde el nacimiento del género ‘ciencia-ficción’. Utilizando representaciones de fenómenos reales o imaginarios a modo divulgativo, parece que pretendían desde un primer momento enseñar ciencia, pero en la gran mayoría de casos violaban sus leyes básicas.

A medida que pasaban los años, estas representaciones iban mejorando evidentemente de manera gradual, pero seguía sin ser grande el empeño en explicar bien los fenómenos. En la actualidad ya empiezan a cuidar más este tipo de cine, contratando físicos que dan una visión crítica de cuanto sucede en las películas (Kip Thorne [1], Sean Carroll, James Hartle, etc.).

La ciencia que encontramos en este género posee un rango temático muy amplio, como fenómenos físicos, químicos, biológicos, etc. En relación con la física, que es uno de los campos de la ciencia más recurrentes, podemos encontrar entre otros, casos de física relativista y cosmología, termodinámica y mecánica de fluidos, o electromagnetismo y óptica. Al fin y al cabo, se necesitan conocimientos de física para mostrar de forma crítica y realista (en la medida de lo posible y si ese es el objetivo), cualquier suceso o fenómeno que se quiera representar en las películas.

En este trabajo se ha elegido un tema que vemos de manera habitual en la gran pantalla: la invisibilidad. Esta atractiva cualidad con la que nos embaucó Wells [2], pero que ya había aparecido mucho antes en la *Ilíada* [3], la leyenda del anillo de Gíges (380 a. C) [4], o el *Cantar de los nibelungos* (s. XIII) [5], sigue apareciendo en películas de superhéroes, alienígenas y magos. En muchos casos será efectivamente cosa de magia, pero en otros tantos, se puede explicar mediante la óptica y el electromagnetismo.

Se empezará haciendo una breve introducción teórica sobre las ondas electromagnéticas y su propagación. Se hablará de los medios materiales por los que pueden propagarse y sus propiedades más destacables. Veremos que la respuesta electromagnética de un material dieléctrico, visto desde una perspectiva macroscópica, se puede describir básicamente mediante dos parámetros: la permitividad eléctrica (ϵ) y la permeabilidad magnética (μ). Pero esto no es más que una aproximación limitada por la frecuencia: cuando la longitud de onda es comparable al tamaño de las partículas que componen el medio material, el estudio de dicha respuesta no es tan sencillo (como se verá en el apartado dedicado a los *metamateriales*).

Tras hacer esta introducción teórica, se hará hincapié en la ciencia de estos *metamateriales*, cuya utilidad más sonada en el entorno científico es la posibilidad de ocultar objetos haciendo que sean indetectables en cierto rango de frecuencias. Para ello se explicará cómo empezaron a estudiarse y crearse, y sus propiedades más interesantes.

Con todo el fundamento previo explicado, se hablará de las diversas maneras en que se ha manifestado el fenómeno de la invisibilidad en la industria del cine, incluso en la naturaleza, y su posible explicación física. De este modo, se verán desde técnicas de camuflaje basadas en la naturaleza, espejismos, e ilusiones ópticas creadas por magos, hasta capas de invisibilidad o cuerpos alienígenas con tecnologías cercanas a los *metamateriales* y las transformaciones ópticas.

2. Ondas electromagnéticas

2.1. La naturaleza electromagnética de la luz

La luz tiene naturaleza electromagnética y, por tanto, cualquier descripción general debe partir de las leyes fundamentales del electromagnetismo. Para llegar a esta afirmación, Michael Faraday tuvo que descubrir en 1831 que el cambio en el tiempo de un campo magnético generaba un campo eléctrico. Pero James Clerk Maxwell fue más allá: además de esto, un cambio en el tiempo de un campo eléctrico generaría un campo magnético [6]. Y con ello se daría cuenta de que los campos electromagnéticos se podrían propagar como ondas por el vacío. Esto último le llevó a calcular la velocidad de propagación de estas ondas, dando con un resultado sorprendente: coincidía exactamente con la velocidad de la luz. Años después de esto, quedaría asentada esta teoría sobre la naturaleza de la luz, cuando Heinrich Hertz probó experimentalmente la existencia de las ondas predichas por Maxwell.

A partir de este estudio, Maxwell escribió cuatro ecuaciones con las que sintetizó la teoría electromagnética que conocemos a día de hoy. Estas ecuaciones representan las leyes fundamentales que gobiernan la dinámica espacio-temporal de los campos eléctrico y magnético en términos de las cargas (ρ) y las corrientes eléctricas (\mathbf{J}), para un medio lineal, homogéneo, e isótropo.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu \mathbf{J} + \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}\quad (1)$$

A partir de estas ecuaciones, se puede encontrar directamente una ecuación de onda para los campos.

2.2. Ecuación de ondas

En las regiones del espacio donde no hay carga o corriente las ecuaciones quedarían

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}\quad (2)$$

Si aplicamos el rotacional a las dos últimas expresiones, obtenemos:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \nabla \times \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\quad (3)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} = \nabla \times \left(\mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) = \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}\quad (4)$$

Y ya que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ y $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, porque no hay cargas ni corrientes¹:

¹ La divergencia de un campo vectorial mide la diferencia entre el flujo entrante y el flujo saliente en una superficie que encierra un elemento de volumen. Si el volumen elegido solamente contiene fuentes o sumideros de un campo, entonces

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (6)$$

Las expresiones (5) y (6) son las conocidas *ecuaciones de onda*. Las Ecuaciones de Maxwell implican, por tanto, que el espacio libre soporta la propagación de las ondas electromagnéticas, cuya velocidad viene dada por las constantes ϵ y μ , que se conocen respectivamente, como permitividad eléctrica y permeabilidad magnética:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n} \quad (7)$$

donde

$$n \equiv \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad (8)$$

es el índice de refracción del material por el que se propaga la onda.

2.3. Ondas monocromáticas planas

La propagación de la radiación puede ser descrita, localmente, como la de una onda plana monocromática con polarización lineal. Supongamos que estas ondas viajan en la dirección z y no tienen dependencia con x o y (*Figura 1*). Este tipo de onda se llama ‘plana’ debido a que se puede visualizar como planos de fase constante desplazándose por el espacio perpendicularmente a la dirección de propagación. En cada uno de estos planos, los campos serán uniformes y tendrán la siguiente forma²:

$$\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}(z, t) = \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (10)$$

donde $\tilde{\mathbf{E}}_0$ y $\tilde{\mathbf{B}}_0$ son las amplitudes (complejas)³, k es el número de onda (relacionado con la longitud de onda λ por la ecuación $\lambda = \frac{2\pi}{k}$), y ω es la frecuencia angular.

Mientras que todas las soluciones a las ecuaciones de Maxwell deben obedecer la ecuación de onda, lo contrario no es cierto [7]. Las ecuaciones de Maxwell imponen restricciones extra sobre $\tilde{\mathbf{E}}_0$ y $\tilde{\mathbf{B}}_0$.

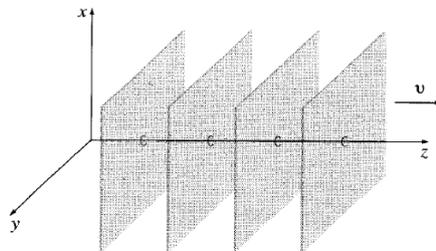


Figura 1. Propagación de una onda plana.

su divergencia es siempre distinta de cero. En el caso de estos campos habrá una ausencia de fuentes y sumideros, por lo que serán campos solenoidales.

² Representamos con la virgulilla ($\tilde{\mathbf{E}}$) el plano complejo. Estos campos en concreto son campos complejos.

³ Los campos físicos son las partes reales de $\tilde{\mathbf{E}}$ y $\tilde{\mathbf{B}}$.

Entonces, ya que $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ y $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, resulta⁴ que:

$$(\tilde{\mathbf{E}}_0)_z = (\tilde{\mathbf{B}}_0)_z = 0 \quad (11)$$

Esto muestra que las ondas electromagnéticas son transversales: los campos eléctrico y magnético son perpendiculares a la dirección de propagación. Además, la ley de Faraday $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ implica una relación entre las amplitudes eléctrica y magnética:

$$-k(\tilde{\mathbf{E}}_0)_y = \omega(\tilde{\mathbf{B}}_0)_x \quad (12)$$

$$k(\tilde{\mathbf{E}}_0)_x = \omega(\tilde{\mathbf{B}}_0)_y \quad (13)$$

Equivalente a

$$\tilde{\mathbf{B}}_0 = \frac{k}{\omega}(\hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0) \quad (14)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{B} están en fase y son mutuamente perpendiculares. Sus amplitudes (reales) vienen dadas por:

$$B_0 = \frac{k}{\omega}E_0 = \frac{E_0}{c} \quad (15)$$

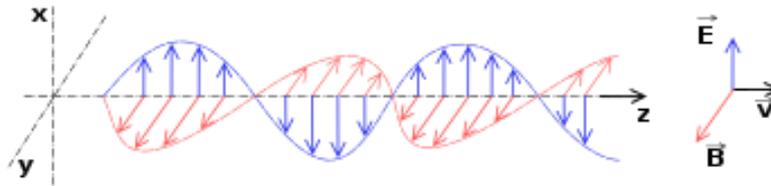


Figura 2. Propagación de una onda plana monocromática.

Podemos generalizar fácilmente a ondas planas monocromáticas que viajan en una dirección arbitraria. La notación se ve simplificada por la introducción del vector de propagación (o vector de onda) \mathbf{k} , apuntando en la dirección de propagación, cuya magnitud es el número de onda k . El producto escalar $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ es la generalización adecuada de kz , entonces:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) &= \tilde{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \hat{\mathbf{n}} \\ \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \tilde{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} (\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{n}}) = \frac{1}{c} \hat{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{E}} \end{aligned} \quad (16)$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector polarización⁵ [6]. Y como $\tilde{\mathbf{E}}$ es transversal, $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0$.

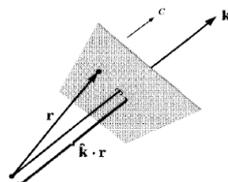


Figura 3. Producto escalar $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ [6].

⁴ Debido a que la parte real de $\tilde{\mathbf{E}}$ difiere de la parte imaginaria sólo en el reemplazo de seno por coseno, si la primera obedece las ecuaciones de Maxwell también lo hace la segunda y, por tanto, $\tilde{\mathbf{E}}$ también lo hará.

⁵ El acento circunflejo representa un vector unitario, es decir, $\hat{\mathbf{k}}$ es el vector unitario en la dirección de \mathbf{k} , que expresa en este caso la dirección de propagación de la onda, y $\hat{\mathbf{n}}$ es la dirección del campo $\tilde{\mathbf{E}}$.

Con todo esto, los campos eléctrico y magnético (reales) en una onda plana monocromática con vector de propagación \mathbf{k} y de polarización $\hat{\mathbf{n}}$, son:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \delta) \hat{\mathbf{n}} \quad (17)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{c} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \delta) (\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{n}}) \quad (18)$$

El argumento del coseno en las expresiones (17) y (18) se denomina fase, y δ es la constante de fase.

2.4. Espectro electromagnético

El descubrimiento de las ondas electromagnéticas mostró que la luz corresponde sólo a una pequeña fracción del espectro electromagnético. Como ya sabemos, este espectro es el conjunto de frecuencias o longitudes de onda que contiene la radiación, y puede ser discreto o continuo. Dentro de este conjunto, encontramos distintas regiones, de menor a mayor longitud de onda: rayos cósmicos, rayos gamma, rayos X, radiación ultravioleta, luz visible, radiación infrarroja, microondas y ondas de radio.

Por tanto, lo que se conoce comúnmente como ‘ver’ hace referencia al espectro visible, que es la región del espectro que el ojo humano puede percibir, cuyas longitudes de onda están comprendidas entre $3,8 \cdot 10^{-7}$ y $7,5 \cdot 10^{-7}$ m (389 y 750 nm como se ve en la *Figura 4*).

Pero cuando hablamos de que algo es visible o invisible no nos referimos solamente a lo que percibe el ojo, sino a la condición de un objeto de ser detectable o indetectable. De este modo ampliamos el espectro, y existirían diversos cuerpos visibles o invisibles a distintas longitudes de onda, como podría ser el caso de los objetos invisibles al ojo humano que sí captan las cámaras térmicas de infrarrojos, el escáner de ondas milimétricas o los radares, basados en microondas.

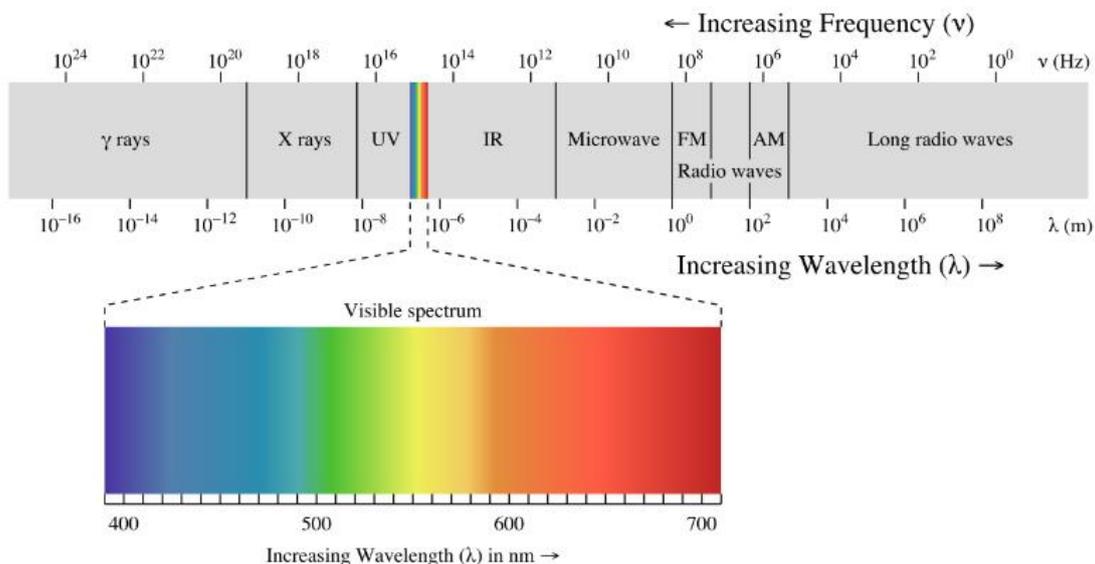


Figura 4. Espectro electromagnético.

Tras introducir las ondas electromagnéticas, vamos a ver cómo se propagan por el medio material.

3. Medios materiales

A nivel macroscópico se podría decir que la materia, en su mayoría, es eléctricamente neutra. Pero si cambiamos de escala, sabemos que la materia está compuesta por átomos y moléculas, que tienen una cierta distribución de carga eléctrica, y esta carga en presencia de campos electromagnéticos externos puede generar efectos macroscópicos que podemos observar y medir.

Un átomo neutro en presencia de un campo externo produce una redistribución de cargas creando un momento dipolar eléctrico y un momento dipolar magnético. En un medio material, esta redistribución ocurre en todos los átomos que lo componen, y además en ciertos materiales, los dipolos eléctricos y magnéticos ya existentes se reorientan en la dirección de los campos⁶. Es este comportamiento colectivo lo que genera efectos macroscópicos observables. Si el material está formado por moléculas polares (en lugar de átomos neutros), cada dipolo permanente experimentará un par, tendiendo a alinearse a lo largo de la dirección del campo en cuestión.

Estos dos mecanismos producen el mismo resultado: muchos pequeños dipolos eléctricos apuntando en la dirección del campo. Esto se conoce como polarización ($\mathbf{P} \equiv$ momento dipolar eléctrico por unidad de volumen). De manera análoga a la polarización, llamamos magnetización a la creación de pequeños dipolos alineados a lo largo de alguna dirección debido a la presencia de un campo magnético ($\mathbf{M} \equiv$ momento dipolar magnético por unidad de volumen).

De manera general, para un campo externo oscilante, el reacomodo de cargas está acompañado de corrientes internas en el material que dependen de la magnitud, dirección y frecuencia de oscilación del campo electromagnético externo.

Se suele diferenciar las corrientes asociadas a electrones libres (\mathbf{J}_{ext}), llamadas corrientes de conducción, de las corrientes asociadas a la redistribución de cargas (\mathbf{J}_{int}), llamadas corrientes de polarización y de magnetización.

3.1. Polarización y magnetización

La redistribución de cargas que se ha mencionado en el apartado anterior lleva consigo una nueva densidad de cargas y unas nuevas corrientes dentro del medio, por lo tanto, distinguiremos entre dos tipos de fuentes, las fuentes ligadas (*bound*, b), que tienen origen en la redistribución de cargas dentro del material debido a la presencia de campos externos, y las fuentes libres (*free*, f), que son las cargas y corrientes que generan estos campos externos [6] y que pueden existir incluso en ausencia del medio (en otras palabras, cualquier carga que no resulta de una polarización).

El efecto de la **polarización** entonces produce acumulaciones de carga ligada, $\rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P}$ dentro del dieléctrico y $\sigma_b = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ en la superficie (donde $\hat{\mathbf{n}}$ es ahora el vector unitario normal a la superficie). El campo debido a la polarización del medio es solo el campo de esta carga ligada. Dentro del dieléctrico entonces la densidad de carga total será la suma de las cargas ligadas y las cargas debidas a las fuentes libres [6]:

$$\rho = \rho_b + \rho_f \quad (19)$$

y la ley de Gauss dice

⁶ En moléculas asimétricas el momento dipolar eléctrico inducido puede no ser paralelo al campo, pero si las moléculas están orientadas al azar, las contribuciones perpendiculares tendrán un promedio de cero [6]. Cuando el campo aplicado es magnético algunos materiales adquieren una magnetización paralela a \mathbf{B} (paramagnéticos) y algunos opuesta a \mathbf{B} (diamagnéticos).

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho = \rho_b + \rho_f = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \rho_f \quad (20)$$

donde \mathbf{E} es ahora el campo total, no solo la porción generada por la polarización. Si combinamos las dos divergencias:

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_f \quad (21)$$

La expresión entre paréntesis, designada por la letra \mathbf{D} ,

$$\mathbf{D} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (22)$$

se conoce como desplazamiento eléctrico. De este modo, en términos de \mathbf{D} , la ley de Gauss tiene la siguiente expresión:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \equiv \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{a} = Q_{fenc} \quad (23)$$

Y ya que las cargas ligadas son solo una redistribución dentro de un material previamente neutro, la integral de estas cargas sobre el volumen de dicho material debe anularse. Si \mathcal{V} es un volumen cualquiera que contenga por completo al medio, usando el *teorema de la divergencia*, tenemos:

$$\int_{\mathcal{V}} \rho_b d\tau = - \int_{\mathcal{V}} (\nabla \cdot \mathbf{P}) d\tau = - \oint_{\mathcal{S}} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} da = 0 \quad (24)$$

donde \mathcal{S} equivale a la superficie que delimita el volumen \mathcal{V} .

Por otra parte, el efecto de la **magnetización** es establecer corrientes ligadas $\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M}$ dentro del material y $\mathbf{K}_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$ en la superficie (donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario normal a la superficie). El campo debido a la magnetización del medio es solo el campo producido por estas corrientes ligadas. Dentro del dieléctrico entonces la corriente total será la suma de la corriente debida a las fuentes ligadas y la debida a las fuentes libres⁷ [6]:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_b + \mathbf{J}_f \quad (25)$$

Mediante la expresión de las corrientes ligadas y la ecuación (25), la ley de Ampère puede escribirse como:

$$\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) = \mathbf{J} = \mathbf{J}_f + \mathbf{J}_b = \mathbf{J}_f + (\nabla \times \mathbf{M}) \quad (26)$$

Si juntamos los rotacionales:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \right) = \mathbf{J}_f \quad (27)$$

El término entre paréntesis, designado por la letra \mathbf{H} ,

$$\mathbf{H} \equiv \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (28)$$

se trata de la intensidad de campo magnético (o simplemente \mathbf{H}), y en términos de \mathbf{H} la ley de Ampère toma la forma:

⁷ Un ejemplo útil de esta separación de corrientes sería pensar en que la corriente libre se da porque alguien conectó un cable a una batería (que implica el transporte real de carga), y la corriente ligada es debida a la propia magnetización (debida a muchos dipolos atómicos alineados).

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \equiv \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{fenc} \quad (29)$$

Los campos \mathbf{D} y \mathbf{H} se denominan campos auxiliares.

Tanto las fuentes libres como las ligadas deben cumplir la ecuación de continuidad⁸:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J} \quad (30)$$

3.2. Ecuaciones de Maxwell en medios materiales

Las ecuaciones de Maxwell en la forma (1) son completas y correctas como están. Sin embargo, cuando trabajas con materiales sujetos a polarizaciones eléctricas y magnéticas hay una manera más conveniente de escribirlas. Hemos visto para el caso estático que una polarización \mathbf{P} produce una densidad de carga:

$$\rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (31)$$

De igual forma, una polarización magnética (o magnetización) \mathbf{M} produce una corriente ligada:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad (32)$$

Hay solo una nueva característica a considerar en el caso no estático: cualquier cambio en la polarización eléctrica implica un flujo de carga (ligada) que debe ser incluido en la corriente total:

$$\mathbf{J}_p = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (33)$$

Esta corriente de polarización no tiene nada que ver con la corriente ligada \mathbf{J}_b . Este último está asociado con la magnetización del material e implica el movimiento de spin y orbital de los electrones. La corriente de polarización en cambio, es el resultado del movimiento lineal de carga cuando cambia la polarización eléctrica. Si \mathbf{P} apunta hacia la derecha y está aumentando, entonces cada carga positiva se mueve un poco a la derecha y cada carga negativa lo hace hacia la izquierda; el efecto acumulado es la corriente de polarización \mathbf{J}_p [6]. Con esto, debemos comprobar que la ecuación (33) es coherente con la ecuación de continuidad (30):

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_p = \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{P}) = -\frac{\partial \rho_b}{\partial t} \quad (34)$$

La ecuación de continuidad se cumple y de hecho, \mathbf{J}_p es esencial a tener en cuenta para la conservación de la carga ligada.

En vista de todo esto, la densidad de carga total puede separarse en dos partes como vimos en el apartado anterior:

$$\rho = \rho_b + \rho_f = \rho_f - \nabla \cdot \mathbf{P} \quad (35)$$

y la densidad de corriente en tres partes:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_f + \mathbf{J}_b + \mathbf{J}_p = \mathbf{J}_f + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (36)$$

⁸ La ecuación de continuidad expresa la conservación de la carga eléctrica local de un modo matemáticamente equivalente a la conservación de la masa en un fluido [6].

La ley de Gauss puede ser escrita ahora como

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\rho_f - \nabla \cdot \mathbf{P}) \equiv \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (37)$$

donde \mathbf{D} viene dado por la ecuación (22) como en el caso estático.

Mientras tanto, la ley de Ampère se puede escribir ahora como:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J}_f + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \equiv \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (38)$$

donde \mathbf{H} viene dado por la ecuación (28). La ley de Faraday y $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ no se ven afectados por esta separación de cargas y corrientes en partes libres y ligadas ya que no involucran ρ o \mathbf{J} .

Por tanto, en términos de densidad de cargas y corrientes libres podemos reescribir las Ecuaciones de Maxwell (1) como:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_f \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (39)$$

Que son conocidas como Ecuaciones de Maxwell generales. El campo electromagnético depende de la respuesta del medio, caracterizada por la polarización y la magnetización.

3.3. Respuesta lineal

La respuesta de un medio material a un campo electromagnético externo puede ser descrita como una polarización y una magnetización del medio [8]. Si consideramos los campos externos aplicados al medio como impulsos a los que les corresponde dicha respuesta, y suponemos que existe una relación lineal entre impulso y respuesta, su expresión podría tomar la siguiente forma:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi_e(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (40)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_m(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{H}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (41)$$

Las funciones χ_e y χ_m corresponden a las susceptibilidades eléctrica y magnética, respectivamente, y caracterizan el modo en que cada material responde a los campos externos. Como dependen de \mathbf{r} , distintos puntos del medio material pueden responder de maneras diferentes.

Las integrales de (40) y (41) nos indican que la respuesta del medio es una superposición de impulsos tomados en cada tiempo t' por las funciones χ_e y χ_m . Esta operación es conocida como *convolución*. La dependencia $t - t'$ nos asegura que el sistema responderá a un impulso en $t' = t_0$ del mismo modo que lo haría para un impulso en $t' = t_0 + \tau$, solo que un tiempo τ posterior. Adicionalmente a esto, se espera que la susceptibilidad cumpla con que $\chi(t - t') \rightarrow 0$ cuando $t - t' \rightarrow \infty$, ya que el efecto de un impulso debe disminuir conforme pasa el tiempo.

Físicamente, esta no-localidad en el tiempo nos indica que la respuesta no es instantánea (inercia) y que tiende a un estado estacionario tras un período transitorio.

Es importante notar que hemos integrado hasta infinito en (40) y (41), a pesar de que para un tiempo t , la respuesta no puede depender de impulsos futuros. Esto lo corregimos de la manera siguiente:

$$\chi(\mathbf{r}, t - t') = 0 \quad \text{si } t' > t \quad (42)$$

Este requerimiento es conocido como *causalidad*, y nos asegurará que sólo impulsos anteriores a t afecten a la respuesta en el mismo tiempo t . Integrar hasta infinito nos dará la posibilidad de simplificar considerablemente las ecuaciones (40) y (41), al permitirnos escribirla como un producto en el espacio de frecuencias.

Ahora veamos qué pasa si expresamos esta relación de términos de polarización y magnetización en el espacio de frecuencias.

La polarización como función de la frecuencia es la transformada de Fourier de $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$:

$$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \quad (43)$$

Y su transformada inversa devuelve la función polarización en el dominio del tiempo:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (44)$$

Pero si sustituimos el modelo lineal (40) en (43):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, \omega) &= \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \chi_e(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \right] e^{i\omega t} dt = \\ &= \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \chi_e(\mathbf{r}, t - t') e^{i\omega(t-t')} d(t - t') \right] \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') e^{i\omega t'} dt' = \\ &= \varepsilon_0 \tilde{\chi}_e(\mathbf{r}, \omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (45)$$

De donde, la susceptibilidad eléctrica y el campo eléctrico en función de la frecuencia, vienen dados por las transformadas de Fourier:

$$\tilde{\chi}_e(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi_e(\mathbf{r}, t - t') e^{i\omega(t-t')} d(t - t') \quad (46)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') e^{i\omega t'} dt' \quad (47)$$

Procediendo de la misma forma para la transformada de Fourier de la magnetización $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$, tendríamos una expresión análoga para el campo $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega)$ y la respuesta magnética en el espacio de frecuencias.

Por lo tanto, como función de la frecuencia, la relación entre los campos y la respuesta del medio⁹ es una proporcionalidad dada por:

$$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}_e \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \quad (48)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{r}, \omega) = \tilde{\chi}_m \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega) \quad (49)$$

Ahora bien, como la Transformada de Fourier es un operador lineal, podemos obtener los campos auxiliares (22) y (28) en función de la frecuencia:

⁹ Las susceptibilidades $\tilde{\chi}_e$ y $\tilde{\chi}_m$ son complejas. Si sólo tienen parte real, $\tilde{\mathbf{P}}$ y $\tilde{\mathbf{M}}$ estarán sincronizados con $\tilde{\mathbf{E}}$ y $\tilde{\mathbf{H}}$ (respuesta instantánea). Si por el contrario, también tienen parte imaginaria, $\tilde{\mathbf{P}}$ y $\tilde{\mathbf{M}}$ estarán retrasados respecto a $\tilde{\mathbf{E}}$ y $\tilde{\mathbf{H}}$. Esto implica también una absorción de energía por parte del material (ver *Anexo I*).

$$\tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{P}} = \varepsilon_0(1 + \tilde{\chi}_e) \tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\varepsilon} \tilde{\mathbf{E}} \quad (50)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{\mu_0} \tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\mathbf{M}} = \frac{\tilde{\mathbf{B}}}{\mu_0} - \tilde{\chi}_m \tilde{\mathbf{H}} \quad (51)$$

o visto de otro modo,

$$\tilde{\mathbf{H}}(1 + \tilde{\chi}_m) = \frac{\tilde{\mathbf{B}}}{\mu_0} \Rightarrow \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\tilde{\mathbf{B}}}{\mu_0(1 + \tilde{\chi}_m)} = \frac{\tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{\mu}} \quad (52)$$

Donde estaríamos introduciendo las llamadas propiedades de un medio material: permitividad eléctrica del medio (ε) y permeabilidad magnética del medio (μ).

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(1 + \tilde{\chi}_e(\mathbf{r}, \omega)) \quad (53)$$

$$\tilde{\mu}(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0(1 + \tilde{\chi}_m(\mathbf{r}, \omega)) \quad (54)$$

Como hemos visto, los campos como función de la frecuencia son cantidades complejas. Por lo tanto, la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética pueden describirse como una suma de partes real e imaginaria. Las partes imaginarias de estas propiedades (ε'' y μ'') son denominadas *pérdidas eléctricas* y *magnéticas*, respectivamente, y representan la absorción o disipación de energía (*Anexo I*).

A partir de esto, si el material está en equilibrio termodinámico en ausencia del campo externo, la expresión (78) del *Anexo I* implica que $\varepsilon'', \mu'' > 0$ ya que, por la ley de crecimiento de la entropía, la disipación de energía va acompañada de liberación de calor, por lo tanto, este calor cedido al medio ha de ser siempre positivo [9]. Como consecuencia de la expresión (73) del *Anexo I*, tendremos un material perfectamente transparente si y sólo si:

$$\varepsilon(\omega)'' = 0, \mu(\omega)'' = 0 \quad (55)$$

es decir, si las propiedades materiales son cantidades reales. Pero un material con estas características es necesariamente un material idealizado, pues los medios materiales verdaderos siempre presentan pérdidas de energía, ya que cualquier proceso no estacionario en la materia real es siempre, en mayor o menor grado, termodinámicamente irreversible [9]. Por ello las pérdidas eléctricas y magnéticas en un campo electromagnético variable existen siempre, aunque pueden ser muy pequeñas. En otras palabras, la condición (55) no se cumple rigurosamente para ningún valor de la frecuencia diferente de cero, salvo que permitividad (ε) y permeabilidad (μ) sean constantes (independientes de la frecuencia). Pero lo que sí puede ocurrir es que las pérdidas energéticas sean muy pequeñas (comparadas con ε' y μ') y que la condición sea aproximadamente cierta. Esto se puede suponer en los intervalos de frecuencia conocidos como *regiones de transparencia* [9].

3.4. Modelos de la materia

Físicamente la dependencia con la frecuencia en las expresiones (53) y (54), es debido a que, a escala microscópica, la redistribución de cargas tiene cierta inercia que hace que su respuesta a las fuerzas electromagnéticas dependa de la frecuencia. Además, una combinación de efectos de inercia y atenuación puede provocar una diferencia de la fase entre la fuerza aplicada y la respuesta del sistema. Esta dependencia es la razón de que algunos materiales sean opacos a frecuencias del visible pero no a otras frecuencias, y viceversa¹⁰.

¹⁰ Esto dificulta la invisibilidad a cualquier frecuencia, visible o no.

Los materiales cuyas propiedades electromagnéticas dependen de la frecuencia reciben el nombre de *materiales dispersivos*. En este apartado veremos que existen varios modelos que dan cuenta de esta dispersión [10].

La respuesta del medio al campo magnético suele ser muy débil y su permeabilidad se aproxima a la del vacío ($\mu \approx \mu_0$). Por ello, sólo vamos a describir el efecto del campo eléctrico sobre el movimiento del electrón en presencia del núcleo, y de ahí la influencia del campo sobre los dipolos moleculares. Con esto, se establece un modelo para la susceptibilidad y la permitividad eléctrica.

Pero también existen materiales en los que la respuesta al campo magnético es dominante. En estos, se procede de manera análoga, pero teniendo en cuenta que los dipolos magnéticos aparecen a partir de ciclos de corriente (corrientes de Ampere).

3.4.1. Modelo de Lorentz

Este modelo se basa en que los electrones que forman los átomos están sometidos a una fuerza restauradora similar a la de un oscilador armónico. El movimiento, por tanto, puede considerarse armónico a primer orden de aproximación.

Consideraremos el dieléctrico como un conjunto de osciladores de una frecuencia propia ω_0 , y para simplificar, se considerará que las cargas pueden moverse en la misma dirección que el campo eléctrico. Así pues, la ecuación que determina la evolución del vector polarización derivada a partir de la suposición de un movimiento oscilatorio armónico forzado y amortiguado para el electrón, es la ecuación de segundo orden [10],

$$\frac{d^2}{dt^2} P_i + \Gamma_L \frac{d}{dt} P_i + \omega_0^2 P_i = \varepsilon_0 \chi_L E_i \quad (56)$$

donde el primer término da cuenta de la aceleración de las cargas, el segundo de la amortiguación o disipación (donde Γ_L es el coeficiente de amortiguamiento), y el tercero de la fuerza restauradora, cuya frecuencia característica es de $f_0 = \omega_0/2\pi$. El término que fuerza el oscilador tiene un coeficiente χ_L .

La respuesta en el dominio de la frecuencia está dada por

$$P_i(\omega) = \frac{\chi_L}{-\omega^2 + j\Gamma_L\omega + \omega_0^2} \varepsilon_0 E_i(\omega) \quad (57)$$

Con pequeñas pérdidas, $\Gamma_L/\omega_0 \ll 1$, se obtiene una respuesta claramente resonante para la frecuencia natural f_0 .

Para materiales lineales, homogéneos e isotrópicos, la susceptibilidad eléctrica relaciona la polarización y el campo eléctrico mediante una relación de proporcionalidad (48), lo que nos permite escribir

$$\chi_{e,Lorentz}(\omega) = \frac{P_i(\omega)}{\varepsilon_0 E_i(\omega)} = \frac{\chi_L}{-\omega^2 + j\Gamma_L\omega + \omega_0^2} \quad (58)$$

Como se ha mencionado anteriormente (53), la permitividad se obtiene inmediatamente como $\varepsilon_{Lorentz}(\omega) = \varepsilon_0(1 + \chi_{e,Lorentz}(\omega))$.

Representando ε en función de la frecuencia, podemos apreciar cómo la permitividad se mantiene en valores positivos cuando la amortiguación es alta (izquierda) y cómo aparecen valores negativos cuando toma valores más bajos [11].

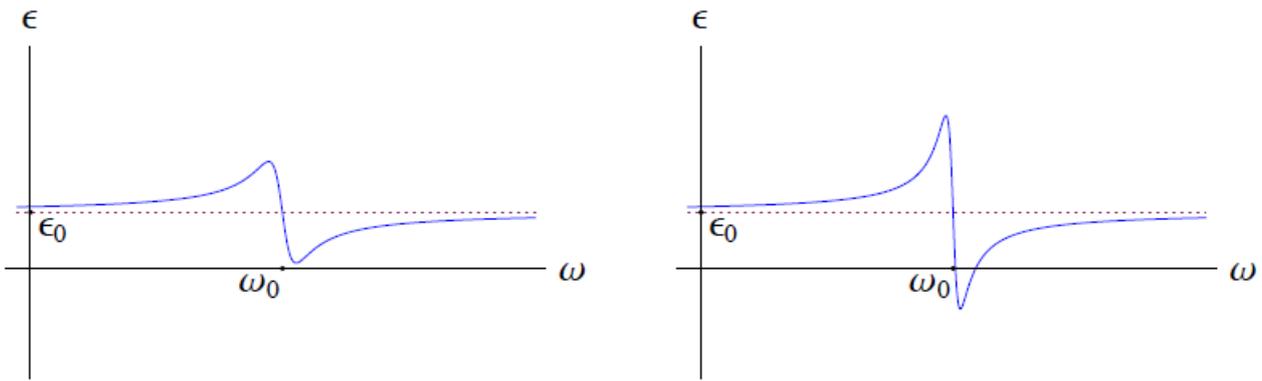


Figura 5. Parte real de ϵ según el modelo de Lorentz.

3.4.2. Modelo de Drude

Un caso particular del modelo de Lorentz (56), cuando la frecuencia característica del material es mucho menor que la frecuencia de la onda que se propaga en este ($\omega_0 \ll \omega$), es el modelo de Drude. Este describe los casos en que la fuerza restauradora es despreciable [10]:

$$\frac{d^2}{dt^2} P_i + \Gamma_D \frac{d}{dt} P_i = \epsilon_0 \chi_D E_i \quad (59)$$

y resolviendo, la susceptibilidad quedaría

$$\chi_{e,Drude}(\omega) = \frac{\chi_D}{-\omega^2 + j\Gamma_D \omega} \quad (60)$$

donde el coeficiente de acoplamiento se representa normalmente mediante la frecuencia del plasma¹¹: $\chi_D = \omega_p^2$.

En la *Figura 6*, podemos ver cómo en la gráfica de la izquierda la absorción es pequeña y se pueden dar valores negativos de la permitividad. En la gráfica de la derecha sin embargo, la absorción es tan grande que todos los valores de la permitividad son positivos a cualquier frecuencia [11].

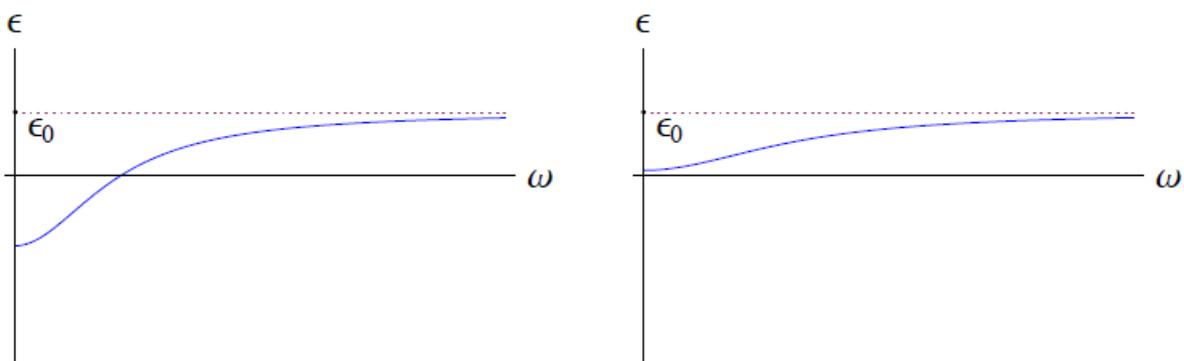


Figura 6. Gráfica de la parte real de ϵ según el modelo de Drude.

¹¹ En un plasma en equilibrio, los centros de masas de los electrones y del núcleo ionizado coinciden, y los campos eléctricos de ambos se cancelan mutuamente. Al sacar al sistema de este estado, los centros de masas dejan de coincidir y como consecuencia aparece una fuerza restauradora que trata de devolverlos a su posición de equilibrio, comenzando así un movimiento oscilatorio alrededor de ese punto. La frecuencia de resonancia de estas oscilaciones se denomina frecuencia del plasma [101].

3.5. Clasificación de los medios dieléctricos isótropos

Como hemos visto, la respuesta de un sistema a la presencia de un campo electromagnético viene determinada en gran medida por las propiedades de los materiales involucrados. La definición de las propiedades ϵ y μ nos permite hacer una clasificación del medio según su signo [10] (Figura 7).

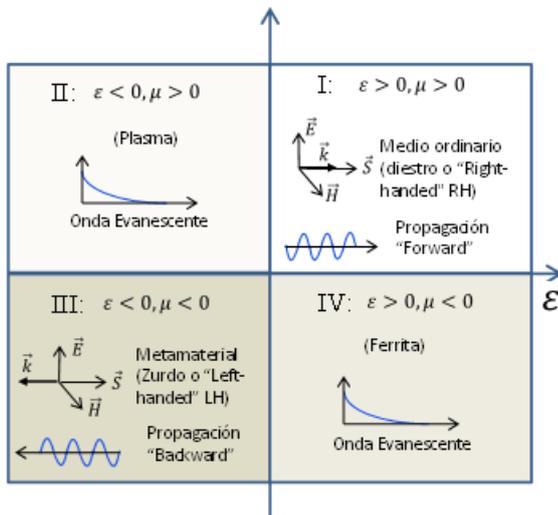


Figura 7. Diagrama μ - ϵ con distintas propiedades de propagación [12].

Los medios dieléctricos más conocidos son los que se encuentran con mayor facilidad en la naturaleza y son los que tienen tanto $\epsilon > 0$ como $\mu > 0$. Se denominan medios doblemente positivos (*double-positive*, *DPS*), o materiales diestros (*right-handed*, *RH*). A pesar de que los modelos de Lorentz y Drude permiten la posibilidad de que ϵ y μ sean negativos, las pérdidas normalmente impiden que se de esta situación.

Los medios con $\epsilon < 0$ y $\mu > 0$ son menos comunes y se denominan medios épsilon negativos (*epsilon-negative*, *ENG*). Este tipo de comportamiento en materiales sí se ha encontrado de forma natural, en la mayoría de los plasmas a ciertas frecuencias, y en metales y semiconductores en frecuencias ópticas e infrarrojas (metales nobles como el oro o la plata).

Los medios con $\epsilon > 0$ y $\mu < 0$ se denominan mu-negativos (*mu-negative*, *MNG*) y se han encontrado a frecuencias determinadas, a pesar de que este tipo de medio es mucho menos común ya que las interacciones magnéticas de la mayoría de los sólidos son muy débiles. Aparecen en algunos materiales girotrópicos y en materiales ferrimagnéticos (en alta frecuencia). Tanto este caso como el anterior se denominan conjuntamente medios simplemente negativos (SNG) y en estos no se propagan las ondas electromagnéticas como en los otros casos, sino que se produce un campo atenuado exponencialmente a medida que la onda penetra en ellos [12]. El único comportamiento que no se ha encontrado en la naturaleza hasta el momento es el de los llamados materiales doblemente negativos (*double-negative*, *DNG*), materiales zurdos (*left-handed*, *LH*), o de índice de refracción negativo (NRI). Sin embargo, sí se han conseguido fabricar de manera artificial medios de los cuatro tipos, incluidos estos últimos.

La única forma que existe de tener un material con estas características sin que la energía total sea negativa es que el material sea dispersivo [13], como lo son los demás tipos de medio.

3.6. Metamateriales

Los metamateriales son una clase de medios artificiales que presentan propiedades electromagnéticas que no encontramos en la naturaleza. Su comportamiento es una propiedad de la estructura en sí, más que de sus constituyentes. Si analizamos el nombre de estos desde un punto de vista etimológico, el prefijo “meta” es una palabra de origen griego que significa “más allá”, por lo que podría interpretarse que son medios cuyas propiedades van más allá de los materiales que los forman.

3.6.1. Introducción a los metamateriales

El origen de los metamateriales se remonta a 1968, cuando Victor Veselago, un físico de la antigua Unión Soviética, examinó las características de la propagación de ondas electromagnéticas en un medio material teórico que presentaba, de forma simultánea, permitividad eléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ negativas [13]. Siendo consciente de que tales medios no se habían encontrado en la naturaleza, planteó la posibilidad

de realizarlos físicamente teniendo en cuenta que el comportamiento de la permitividad y la permeabilidad varía con la frecuencia (*dispersión*¹²), pudiendo alcanzar valores negativos en algunos rangos de frecuencia. Su trabajo derivaba, entre otros resultados, en una velocidad de fase negativa (sentido contrario a la propagación de la energía (71), acorde con el principio de causalidad) y un índice de refracción negativo (*ley de Snell*).

3.6.2. Estructura de los metamateriales

Más de treinta años después, en el año 2000, David Smith y colaboradores de la Universidad de California, propusieron una estructura periódica de “resonadores de anillo-partido” (*split-ring resonators, SRRs*) y alambres delgados, cuyo comportamiento efectivo fue el que Veselago había predicho [14] (*Figura 8*). Este trabajo fue posible gracias al previo estudio de Sir John Pendry, del Imperial College de Londres, que se basaba en estructuras metálicas con permitividades o permeabilidades negativas en algún intervalo de frecuencias [15] [16]. La idea subyacente era imitar la naturaleza y la forma en que ésta construye su estructura macroscópica a base de celdas elementales, para conseguir determinadas propiedades (*Figura 9*).

La estructura interna de estos medios posee un tamaño que, aunque sea de escala superior a la escala atómica, debe ser inferior a la longitud de la onda electromagnética que interacciona con el material, de manera que se pueda modelar como una estructura homogénea con unas propiedades efectivas (ϵ , μ , n). De este modo, si el medio se trata con luz visible, la estructura interna tendrá que tener un tamaño de hasta cientos de nanómetros, pero si se trata con microondas, podrá tener un tamaño del orden de milímetros o incluso centímetros.

Las estructuras internas de los metamateriales, que son resonantes, interaccionan con las ondas electromagnéticas de forma que el efecto total de todas ellas repetidas periódicamente determina unas propiedades u otras. Mientras que un material convencional tiene una respuesta electromagnética dada por su estructura atómica, la respuesta de un metamaterial la proporciona la estructura interna diseñada artificialmente.

Cuando una onda incide sobre un material, a escala atómica, se produce el fenómeno conocido como *scattering* (dispersión) cuando la onda alcanza uno de sus átomos. Pero no interesa la respuesta de un solo átomo sino la suma de todas las dispersiones que se producen en el material; la respuesta macroscópica. Esto mismo ocurre en un metamaterial.

Sus estructuras repetidas periódicamente producen la dispersión de las ondas incidentes, y de ellas depende la respuesta del material (que se ajusta a los modelos de Lorentz y Drude, *apartado 3.4*), por lo que, un cambio en la forma, el tamaño, o la disposición geométrica de los elementos constituyentes de las “metapartículas”, significará una respuesta u otra, y por consiguiente permitividades y permeabilidades efectivas (dependientes de la frecuencia) de un valor u otro.



Figura 8. Primer metamaterial propuesto por Smith et al. basado en una estructura periódica de SRRs y alambres metálicos [106].

¹² Nótese que este término se refiere al fenómeno de dispersión en frecuencia, conocido como el fenómeno de separación de las ondas de distinta frecuencia al atravesar un material debido a su diferente velocidad de propagación. Un concepto diferente al homónimo conocido en inglés como *scattering*, que se verá más adelante.

Si estas estructuras no cumplen la condición mencionada anteriormente de ser de menor tamaño que la longitud de onda de la radiación, las propiedades de los componentes atómicos de estas estructuras comenzarán a adquirir importancia ya que la respuesta electromagnética vendrá dada por la dispersión de la onda en los átomos y no en la estructura en sí. En el caso de que la longitud de onda sea comparable al tamaño de las estructuras, la difracción y la dispersión serán complejas, y habría que estudiarlas de manera local [17].

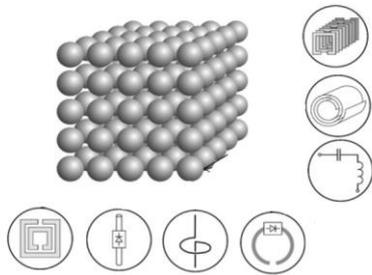


Figura 9. Concepto de metamaterial y "metapartícula". Los tamaños de este tipo de partícula son del orden de la longitud de onda y pueden contener diversos elementos que conceden a la estructura sus propiedades macroscópicas [12].

Teniendo en cuenta esta condición, el espacio de diseño para los metamateriales es infinitamente largo, lo que nos permite obtener materiales con las propiedades que queramos exactamente y con una precisión sin precedentes, ya que, incluso partiendo de un único diseño, uno puede abarcar una enorme gama de propiedades simplemente haciendo pequeños ajustes a unos pocos parámetros geométricos.

Además, al ajustar la escala general del elemento, la respuesta deseada se puede establecer en cualquier lugar del espectro electromagnético.

4. Invisibilidad y casos en el cine

Si hacemos caso a una primera definición de la RAE, podríamos decir que ‘ver’ es “percibir con los ojos algo mediante la acción de la luz”. Pero ¿qué es lo que puede un físico aportar a esta definición?

Nosotros vemos los objetos porque están siendo iluminados, ya sea con ondas electromagnéticas del espectro visible o de otro rango de frecuencias. Para éstas últimas sería necesario un detector, ya que nuestros ojos no podrían apreciarlas, pero el proceso es similar. Cuando una onda electromagnética alcanza un objeto, éste interacciona con la onda con una dependencia en frecuencia que es función de su forma, su tamaño y del material del que esté fabricado. Por un lado, el objeto refleja parte de esas ondas con las que interacciona y las dispersa a su alrededor (fenómeno de reflexión difusa¹³, desarrollado más adelante en el apartado 4.2.1), de manera que alguna de ellas llegue hasta nuestros ojos, lo que permite que nuestro cerebro construya la imagen de dicho objeto. Por otro lado, parte de ese espectro de onda ha sido absorbido por el objeto, dejando detrás una “sombra” mediante la cual éste también puede ser detectado (Figura 10).

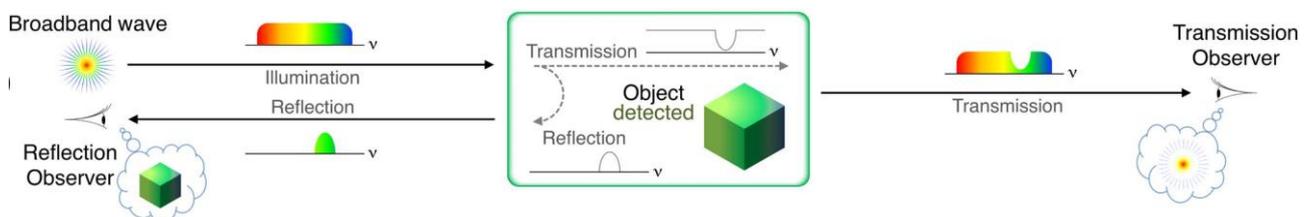


Figura 10. Detección de un objeto a partir de su reflexión o transmisión en un rango del espectro electromagnético [100].

Si se pudiese cancelar esa interacción de la onda con los objetos, el objeto se haría invisible desde todos los ángulos. No sólo no reflejaría radiación electromagnética como haría un material antirreflejante, sino que se eliminaría incluso la sombra, ya que los rayos saldrían por detrás del objeto como si este no hubiera existido. Desde mucho tiempo atrás el ser humano ha soñado con la capacidad sobrehumana de ser invisible, y así lo hemos ido viendo reflejado en la literatura y posteriormente el cine.

Encontramos referencias desde la antigua Grecia, en la *Ilíada* [3] o en la leyenda del anillo de Giges (380 a. C) [4]. En ésta última se relataba como el pastor Giges encontró un anillo mágico que portaba un cuerpo sin vida en el fondo de un abismo. Descubriendo que podía volverse invisible con él, lo usó para seducir a su reina, matar al rey, y arrebatarle su reino.

Después de Cristo, en la mitología nórdica, también se describe un artilugio mágico que concede la invisibilidad. Se trata del manto mágico de Sigfrido (s.XIII) [5], con el que ayuda a Gunter, el hermano mayor de Krimilda (esposa de Sigfrido), en su lucha contra la reina Brunilda para poder casarse con ella.

Como podemos apreciar, el anillo de Tolkien [18] y la capa de invisibilidad de J.K.Rowling [19] tienen predecesores mucho más antiguos.

En muchos más casos de la literatura o el cine hay que resignarse a una sola posible explicación: magia. Pero hay otros tipos de invisibilidad basada en magia que tienen una buena explicación física, y otros tipos, basados en ideas originalmente ficticias, que no están muy lejos de la realidad. En este capítulo se tratará de explicar algunos casos vistos en espectáculos, literatura, o cine.

Quizás, una buena forma de empezar a clasificar los casos de invisibilidad es basarse en las dos ideas fundamentales necesarias para conseguir ésta: que la luz no se refleje y que veamos lo que hay detrás.

¹³ Es la reflexión de la luz desde una superficie, de tal forma que un rayo incidente es reflejado en muchos ángulos, en lugar de únicamente un solo ángulo, como en el caso de la reflexión especular (el rayo incidente es igual al rayo reflejado, *Anexo II, Anexo IV*).

4.1. Lo que no vemos

La primera condición que necesitamos a grandes rasgos para conseguir la invisibilidad es que no se refleje la luz (véase *adaptación de impedancias* en el *Anexo II*). Para ello, una de las maneras de conseguirlo que más hemos visto en la literatura y el cine es mediante el método de la “pintura negra”, usado por fugitivos, espías, soldados, o ladrones.

La eficiencia de este método tiene una simple explicación: la falta de reflectividad del color negro, que absorbe todas las longitudes de onda de la luz sin reflejar ninguna (*Anexo II, Anexo III*). Obviamente, para que este método cumpla su cometido, deben darse las mejores condiciones, entre ellas, que la fuga, la misión, o el robo tengan lugar durante la noche o en un lugar a oscuras (El color negro durante el día es un “blanco fácil”).

Actualmente, este método podría ser mejorado gracias al desarrollo de nuevos materiales basados en matrices de nanotubos de carbono que absorben porcentajes de hasta un 99,995% de radiación en el espectro visible [20], [21], [22].

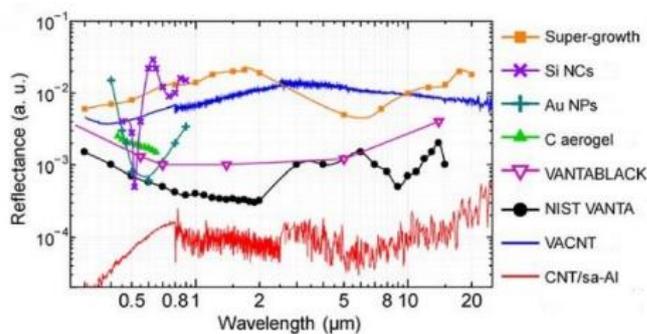


Figura 12. Reflectividad de varias estructuras basadas en nanotubos de carbono sobre un rango de longitudes de onda del visible, IR cercano y medio IR [21].



Figura 12. Muestra del material “Vantablack” de Surrey NanoSystems [22].

LA FÍSICA DEL COLOR

Cuando se observan objetos, la percepción visual depende tanto de la composición espectral de la luz (*Figura 4*) con que se iluminan dichos objetos como de la naturaleza de estos. Entre los atributos de una percepción visual cabe señalar los siguientes: claridad, tono, saturación, tamaño, forma, brillo, localización, textura, etc [107]. Los atributos inherentes de la percepción simple, así como del color son los tres primeros.

La *claridad* se refiere a la cantidad de luz, y se asocia con la exitancia de la fuente de luz o la luminancia del objeto de que se trate. El gris es el color de los cuerpos que no presentan otro atributo que la claridad y es posible hacer una escala de grises que tendrá como límites el blanco y el negro.

El *tono* lo relacionamos con la longitud de onda de una luz del espectro continuo. El color emerge porque vemos longitudes de onda que se reflejan y los medios son absorbentes a diferentes frecuencias. Las luces monocromáticas decimos que tienen colores espectrales puros.

La *saturación* es inversa a la proporción de blanco. Así, un color saturado completamente es el que no tiene mezcla de blanco, por tanto, un color espectral (que consiste en una simple longitud de onda) está completamente saturado.

El *negro* es la percepción visual de máxima oscuridad, por tanto, es de claridad nula. El negro ideal, el llamado *cuerpo negro*, absorbe toda la energía radiante de cualquier frecuencia que incide sobre él. Si un cuerpo que cumple con estas condiciones se ilumina con luz visible, ninguna radiación retorna (reflexión cero, véase también *adaptación de impedancias* en el *Anexo II*) y presentará color negro.

En el cine vemos infinidad de trajes negros para conseguir este método de “invisibilidad”. Un claro ejemplo es Batman en casi todos sus formatos, ya que no todos vistieron este color. En algunos vestían mayoritariamente de color gris como Lewis Wilson (1943), Robert Lowery (1949), o en el comic de Frank Miller, “Batman: Year One” (1987) [23]. En otras versiones el héroe vestía trajes menos discretos, desde el traje gris, azul y amarillo de Adam West (1966), basado en “Detective Comics” (1939) [24], pasando por el azul aún más claro de “Batman: The Brave and the Bold” (2008), hasta los diversos y estridentes formatos de “Sinestro Corps” (2013) [25] o “Lantern Corps” (2006) [26]. Pero centrándonos en el mundo cinematográfico, a partir de 1989 empezamos a ver el Batman negro, interpretado por Michael Keaton en las dos películas de Tim Burton (1989, 1992); en las de Joel Schumacher (1995, 1997), interpretadas por Val Kilmer y George Clooney; y en las últimas y más cuidadas de Christopher Nolan (2005, 2008, 2012), en las que Christian Bale vistió el traje negro basándose en la organización de asesinos de Ra’s al Gul.



Figura 13. Bruce Wayne pintando de negro su traje.

En el primer filme de la trilogía, usando el traje proporcionado por Lucius Fox, Bruce Wayne llama a Alfred desde su cueva secreta, a lo que éste le responde “Lo veo estupendamente desde aquí, muchas gracias”. En la siguiente escena vemos a Bruce haciendo su traje indetectable con pintura negra (Figura 13).

En la siguiente secuencia vemos los resultados de este método:



Figura 14. Batman ocultándose en la oscuridad en la película “Batman Begins” (2005).

Pero, aunque se note la clara preferencia por este personaje del mundo del comic y del cine, Batman no es el único que usa este color para no reflejar la luz. Hemos visto otros muchos casos a lo largo de la historia en la gran pantalla, desde ladrones (“Ocean’s Eleven”, “La trampa”, entre otros) a espías como James Bond en sus diversas entregas.



Figura 15. Ejemplos de trajes negros en el cine.

En este hilo, existen pinturas absorbentes o películas adhesivas de baja reflexión a ondas electromagnéticas de otras frecuencias que hacen “invisibles” algunos vehículos, como es el caso de los aviones invisibles al radar. Estas “pinturas” minimizan la sección radar¹⁴ (RCS) de los aviones de combate, y los hacen invisibles en cierto modo. Se suelen disponer en las terminaciones de materiales metálicos y pueden estar basadas en composites con fibras de alta conductividad, que suelen combinar interferencia destructiva y materiales con pérdidas electromagnéticas [27]. También son utilizadas en barcos, submarinos, y otros vehículos.

Pero estas capas absorbentes de ondas radar son sólo uno de los elementos utilizados en la tecnología *stealth*. Los vehículos furtivos o “invisibles” incorporan diversos elementos que reducen la visibilidad al radar, con características diseñadas para minimizar el CTR o RCS¹⁵ (pintura absorbente, superficies suaves, superficies anguladas de forma que eviten reflejar las señales a las torres de radar, etc.) [28], mientras que un avión comercial tendrá un CTR alto (material metálico sin camuflar, superficies redondeadas que garantizan reflejar las señales y gran cantidad de bultos como motores y antenas).

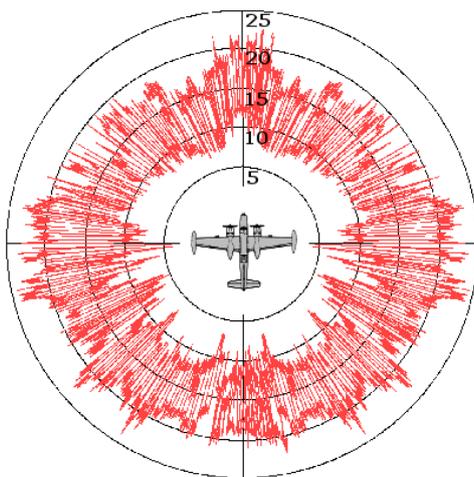


Figura 16. Diagrama típico de sección transversal de radar (RCS)

La física detrás de estos materiales absorbentes y estructuras específicas tiene el mismo fundamento que lo que hemos visto hasta ahora: la baja reflectividad. Cuando las ondas de radar inciden sobre un blanco, sólo una cierta cantidad se refleja, y los factores que determinan qué cantidad de energía electromagnética regresa a la fuente emisora, son:

- El material del que está hecho el blanco y su tamaño absoluto
- El tamaño relativo del blanco (en relación con la longitud de onda del radar revelador)
- El ángulo de incidencia, que depende de la forma del blanco y su orientación respecto a la fuente del radar
- El ángulo reflejado
- Intensidad de la señal del radar emisor
- Distancia entre el radar y el blanco

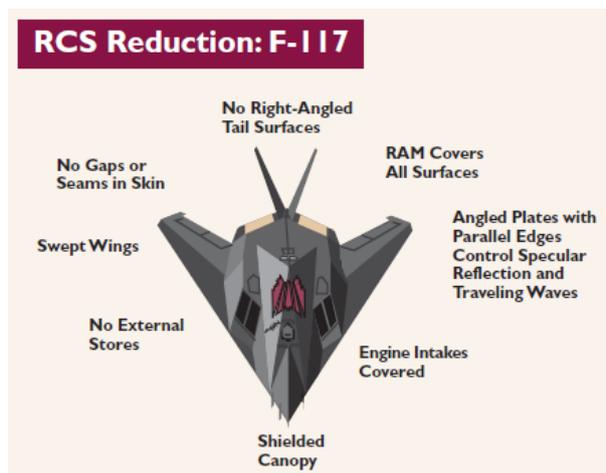


Figura 17. Vista superior de un F-117 y elementos que reducen su sección radar (RCS) [29].

¹⁴ La Sección Equivalente de Radar, o Corte Transversal de Radar, CTR o RCS por sus siglas en inglés (Radar Cross-Section) es una medida de cuan detectable es un objeto mediante radar [102]. Un RCS mayor indica que un objeto es más fácil de detectar. Es un parámetro prioritario en el diseño de cualquier maquinaria con tecnología furtiva (*stealth*).

¹⁵ La aplicación de materiales absorbentes al radar, no sólo se utiliza para reducir la sección transversal contra amenazas específicas, también se hace para aislar las múltiples antenas del avión y evitar que se interfieran mutuamente.

Si hacemos un breve repaso a la historia de los materiales RAM (por sus siglas en inglés *radar-absorbing materials*) y su aplicación para uso militar, la Kriegsmarine alemana en la Segunda Guerra Mundial, aplicó capas absorbentes a los *snorkels* de los submarinos, para hacerlos menos detectables por los radares de onda centimétrica instalados en los aviones aliados [29]. Estos absorbentes de onda consistían en estructuras en capas basadas en partículas de grafito y otros materiales semiconductores incrustados en una matriz de caucho. Denominados *Sumpf* o *Schornsteinfeger*, se suponía que debían absorber los pulsos del radar, reduciendo la intensidad de la firma o eco del radar¹⁶. En pruebas de laboratorio, estos materiales fueron eficaces, aunque en pruebas de mar no tanto, ya que el agua salada tendía a retirar la cubierta y cambiar sus propiedades eléctricas [29], [30], destruyendo la adaptación de impedancias (véanse en el *Anexo II*). Un primer experimento de aplicación de RAM en aviones fue la pintura con ferrita del *Lockheed U-2* a finales de los años 50. La presencia de hierro en la pintura cambiaba la magnetización de las ondas radar, disminuyendo el retorno. Sin embargo, como el hierro es un buen conductor, la pérdida de energía no fue lo suficientemente pequeña. Otros materiales redujeron el retorno del radar mediante cancelación pasiva o impedancia (véase a partir de *Anexo II*). El uso de materiales con distintas propiedades conductoras introduciría un segundo mecanismo de dispersión que cancelaría el primero [29]. Existen distintos tipos de RAM aplicados a este tipo de tecnología furtiva y a otras aplicaciones, que son importantes de mencionar:

Pintura absorbente: *iron ball*

Cuando una onda radar interacciona con estas pinturas (que contienen pequeñas esferas cubiertas de carbonilo de hierro) induce en ellas oscilaciones moleculares de campo magnético alterno, lo que conduce a la conversión de la energía del radar en calor, que se transfiere al vehículo *stealth* en cuestión, y se disipa [31]. Basado en esto, existe un RAM que consiste en delgadas capas de neopreno con granos de ferrita incrustados en la matriz polimérica, que consiguen una buena absorción (≥ 25 dB) con anchos de banda restringidos por una combinación de atenuación dentro del material, e interferencia destructiva en la interfaz. Las propiedades electromagnéticas y el grosor de la capa son tales que la onda reflejada inicial y la suma de los rayos emergentes resultantes de las múltiples reflexiones dentro del material, son iguales en magnitud y opuestas en fase. El grosor de la capa está cerca de un cuarto de longitud de onda a la frecuencia de operación (véase *Anexo III*), dando una diferencia de fase de 180° entre la reflexión de la interfaz y las ondas emergentes. Estas capas se usaron en las primeras versiones del caza F-117 A Nighthawk, aunque los modelos más recientes combinan estas capas pegadas al fuselaje, con pintura *iron ball* para las separaciones entre ellas. El ejército de la República de China (Taiwán) también desarrolló con éxito esta pintura radar-absorbente, usándola en buques de guerra furtivos y cazas, en respuesta al desarrollo de la tecnología *stealth* por parte de la República Popular China [32].

Espumas Absorbentes

Se utilizan como revestimiento de cámaras anecoicas (véase *Anexo III*) para mediciones de radiación electromagnética. Este material generalmente consiste en espuma de poliuretano ignífuga, cargada con negro

NIVEL DE CAPACIDAD DE ABSORCIÓN

El nivel de capacidad de absorción del material absorbente se mide cuantitativamente utilizando la pérdida de retorno o el coeficiente de reflexión en decibelios (dB). Aunque no se ha determinado una definición clara de qué es un buen absorbente de ondas, el nivel de -20 dB en el coeficiente de reflexión se considera un estándar para un absorbente de ondas habitual, y se ha considerado que un buen absorbente de ondas debería mejorar este límite. Este valor de -20 dB corresponde a un valor de 0.1 del coeficiente de reflexión del campo eléctrico y un valor del 0.01 del coeficiente de reflexión de la energía eléctrica. Esto significa que el 99% de la energía de onda electromagnética total emitida al absorbente, es absorbida. De manera equivalente, un valor de -30 dB significaría que el 99.9% de la energía de la onda electromagnética es absorbida [38].

¹⁶ El eco radar (o firma/sección de radar) se define como el área de la imagen de un objeto en un radar y depende del RCS/CTR.

de carbón conductor, tratada con un recubrimiento de ferrita y cortada en pirámides cuadradas con dimensiones específicas para las longitudes de onda de interés [33]. Se pueden realizar mejoras adicionales cuando las partículas conductoras del material están en capas en un gradiente de densidad, por lo que la punta de la pirámide tiene el porcentaje más bajo de partículas y la base contiene la densidad más alta de estas. Esto presenta un cambio “suave” de impedancias a las ondas de radar entrantes y reduce aún más la reflexión (véanse *Anexo II* y *Anexo III*). La longitud desde la base hasta la punta de la estructura piramidal se elige en función de la frecuencia más baja esperada y la cantidad de absorción requerida. Para la amortiguación de baja frecuencia en aplicaciones militares, esta distancia suele ser de 24 pulgadas (60 cm), mientras que los paneles de alta frecuencia son tan cortos como 3-4 pulgadas (7-10 cm). Un ejemplo de aplicación en alta frecuencia sería el radar policial (de medición de velocidad en banda Ka) [34].

Los paneles de RAM se instalan con las puntas de las pirámides apuntando hacia la fuente del radar, y atenúan la señal mediante dispersión (*scattering*) y absorción. Esta dispersión puede ocurrir de manera coherente cuando las ondas reflejadas están en fase, pero lejos del receptor, e incoherentemente cuando las ondas llegan al receptor, pero están desfasadas y, por lo tanto, tienen una intensidad de señal menor. Un buen ejemplo de reflexión coherente es la forma facetada¹⁷ (con varios planos) del caza *stealth* F-117 A (*Figura 17*), que presenta ángulos a la fuente del radar de tal manera que las ondas coherentes se reflejan lejos del punto de origen. La dispersión (*scattering*) incoherente también ocurre dentro de la estructura de espuma, con las partículas conductoras suspendidas, que promueven la interferencia destructiva. La dispersión interna puede generar hasta 10 dB de atenuación. Mientras tanto, las formas piramidales se cortan en ángulos que maximizan el número de rebotes que hace una onda dentro de la estructura. Con cada rebote, la onda pierde energía dentro de la espuma, y por consiguiente, sale de ella con una intensidad de señal menor [35], consiguiendo el objetivo de la invisibilidad.

Absorbente Jaumann

El absorbente Jaumann o capa Jaumann se introdujo por primera vez en 1943 para uso militar [36], para proteger el periscopio y el snorkel de un submarino, de la búsqueda por radar. Este tipo de absorbente de onda fue estudiado también en el proyecto organizado por O. Halpern del Laboratorio de Radiación del MIT en Estados Unidos [37]. En el mismo proyecto se desarrolló una especie de “absorbente de pantalla *Salisbury*”¹⁸ de tipo resonante¹⁹ que se realizó colocando una lámina resistiva con un valor de resistencia superficial de 377Ω (adaptación intrínseca del vacío, véase *Anexo II*), distanciada un cuarto de longitud de onda de una placa conductora [38]. En 1953, un absorbente de onda piramidal fue desarrollado por L. K. Neher, que ha sido ampliamente utilizado en cámaras anecoicas [39]. Al ser un absorbente resonante, la capa de Jaumann depende del espacio $\lambda/4$ entre la primera superficie reflectante y el plano de tierra, y entre las dos superficies reflectantes (un total de $\lambda/4 + \lambda/4$). Debido a que la onda puede resonar en dos frecuencias, la capa de Jaumann produce dos máximos de absorción en una banda de longitudes de onda (si se usa la configuración de dos capas). Estos absorbentes deben tener todas las capas paralelas entre sí y el plano de tierra que ocultan. Los absorbentes Jaumann más elaborados utilizan series de superficies dieléctricas que separan las láminas conductoras. La conductividad de esas láminas aumenta con la proximidad al plano de tierra (para ver el funcionamiento del recubrimiento $\lambda/4$, ver *Anexo III*).

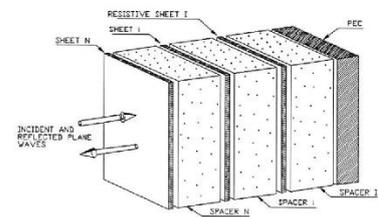


Figura 18. Absorbente Jaumann [112].

Absorbentes SRRs (*Split-ring resonators*)

¹⁷ Forma de aquellos elementos que se componen de varios planos.

¹⁸ La pantalla de Salisbury era una forma de reducir la reflexión de las ondas de radio desde una superficie. Conocida como uno de los primeros conceptos de RAM con uso militar, fue inventada por el ingeniero estadounidense Winfield Salisbury a principios de 1940. La patente se retrasó debido a la seguridad en tiempos de guerra [103].

¹⁹ Utiliza ondas que interfieren para cancelar la onda reflejada.

Se ha demostrado en varias configuraciones de prueba que los resonadores de anillo partido (SRRs) son extremadamente efectivos como absorbentes de radar [40]. La tecnología SRR se puede usar junto con las tecnologías anteriores para proporcionar un efecto de absorción acumulativo. Esta tecnología es particularmente efectiva cuando se usa en formas facetadas que tienen superficies perfectamente planas que no presentan reflexiones directas hacia la fuente del radar (como el F-117 A). Como vimos en el apartado de metamateriales, suelen ser estructuras periódicas de resonadores, que funcionan como un circuito LC, actuando el anillo como un inductor ‘L’ (*Figura 8*), y la sección abierta como un condensador ‘C’. Cada SRR está aislado eléctricamente y todas las dimensiones se especifican cuidadosamente para optimizar la absorción a una longitud de onda de radar específica. La tecnología SRR proporciona la atenuación de radar más efectiva de todas las conocidas anteriormente y está un paso más cerca de alcanzar la “invisibilidad” completa en incidencia normal.

Nanotubos de carbono

Los radares funcionan en el rango de frecuencia de microondas, que puede ser absorbido por nanotubos de pared múltiple (*multi-wall nanotubes*, MWNTs). Aplicar los MWNTs a los vehículos furtivos provocaría que las ondas radar se absorbieran, y por lo tanto, parecería que dicho vehículo tiene una sección transversal de radar (RCS) más pequeña que la que realmente tiene. Desde la Universidad de Michigan, han descubierto que además de absorber el radar, los nanotubos no reflejan ni dispersan luz visible, lo que además haría a los vehículos furtivos ser invisibles por la noche [41] (ver *apartado 4.1*).

Carburo de silicio

El mismo material que suele utilizarse para fabricar desde piedras de afilar por ser un mineral de gran dureza (9/10 en la escala de Mohs) hasta transistores y diodos por su elevado valor de campo eléctrico de ruptura, se usa también como RAM en aviones furtivos [42].

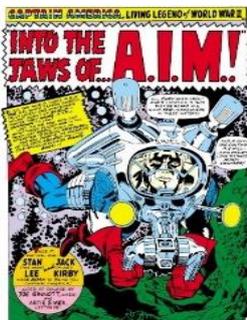


Figura 19. *Into The Jaws Of... A.I.M.!* [43].

Recubrimientos anti-radar se han visto tanto en la literatura como en el cine. En la Casa de las Ideas (Marvel) por ejemplo, el Capitán América condujo el “SHIELD’s long distance mini cruiser” [43] en uno de los comics de Stan Lee, para invadir la base submarina AIM de HYDRA. Y en el cine, los vehículos furtivos aparecen generalmente en género bélico o de ficción. Películas relacionadas con aviones “invisibles” podemos recordar “Firefox” (1982), “Broken Arrow” (1996), “Executive Decision” (1996), o alguna más cercana a la actualidad, como “Stealth” (2005).

Otro recurso muy utilizado en el cine bélico o de espionaje son los barcos o submarinos, por ello, destacamos el gran buque *stealth* del villano de James Bond, Elliot Carver en “Tomorrow Never Dies” (1997), basado en un buque real de la marina de los Estados Unidos, el “Sea Shadow” [44]. Como vemos en la *Figura 20* tiene formas muy parecidas al avión de combate F-117 (*Figura 17*).



Figura 20. Barco *Stealth* propiedad de Elliot Carver en “Tomorrow Never Dies” (1997).

4.2. Lo que vemos detrás

Siguiendo la línea de explicación del punto anterior, para ser invisibles por la noche, o bien en un lugar a oscuras, hemos visto que basta como vestirse de negro. Pero, ¿qué ocurre cuando es de día o nos encontramos en un entorno iluminado? En este caso ya no vale la solución del color negro porque “no vemos” lo que hay detrás. Por ello, para conseguir “ver” lo que hay detrás existen varias formas: camuflarse con el entorno, ser transparente, o desviar la luz alrededor de nuestro cuerpo, o del cuerpo u objeto que queremos hacer invisible.

4.2.1. Camuflaje

El camuflaje consiste en el uso de cualquier combinación de materiales, coloración o iluminación para el ocultamiento de organismos u objetos (de interés militar sobre todo), haciendo que sean difíciles de ver (cripsis²⁰) o disfrazándolos como algo más del entorno (mimesis). Esto incluye el pelaje de los leopardos, los uniformes de los soldados, o los fásmidos (insectos palo u hoja). Habría un tercer enfoque, conocido como ‘movimiento deslumbrante’, que hace que el observador tenga una percepción errónea del tamaño o la velocidad del organismo u objeto, debido a un patrón específico en su coloración (es el caso de las cebras).



Figura 21. ¿Puedes encontrar al leopardo?

La mayoría de los métodos de camuflaje apuntan a la cripsis, a menudo a través de una semejanza general con el fondo, coloración disruptiva de alto contraste²¹, eliminación de sombras y contracoloración. Algunos animales, como los camaleones y los pulpos, son capaces de cambiar activamente el patrón y los colores de su piel para camuflarse. En el mar abierto los principales métodos de camuflaje son la transparencia y el plateado [45] (véase la condición de transparencia al final del apartado 3.3).

Estos métodos de camuflaje encontrados en la naturaleza son fuente de inspiración para el camuflaje militar, que fue estimulado por el aumento del alcance y la precisión de las armas de fuego en el siglo XIX. En particular, el reemplazo del mosquete por el rifle convirtió el ocultamiento en la batalla en una habilidad de supervivencia [46], [47]. En el siglo XX, el camuflaje militar se desarrolló rápidamente, especialmente durante la Primera Guerra Mundial [48], [49]. En el mar, los barcos mercantes y los portaaviones estaban pintados con patrones deslumbrantes que eran muy visibles, pero diseñados para confundir a los submarinos enemigos en cuanto a la velocidad, el alcance y el rumbo del objetivo [50], [51]. Durante y después de la Segunda Guerra Mundial, se utilizaron diversos esquemas de camuflaje para aviones y vehículos terrestres [52], pero el uso del radar desde mediados del siglo XX hizo que este tipo de camuflaje quedase obsoleto.

²⁰ La cripsis es un fenómeno por el que un organismo presenta adaptaciones que lo hacen pasar inadvertido a los sentidos de otros animales [54].

²¹ La coloración disruptiva de alto contraste o patrón disruptivo es un tipo de camuflaje que oculta el contorno corporal de un animal, un soldado o un vehículo militar, gracias a su contrastante patrón de colores. El fenómeno contrario se denomina aposematismo, y es el uso de patrones que enfatizan en lugar de interrumpir sus contornos. Este último es usado por animales venenosos como advertencia [53].

Camuflaje Animal: Cripsis

Como hemos visto, el camuflaje se puede lograr mediante diversos métodos. La mayoría de ellos contribuyen a la cripsis, ayudando a los animales a protegerse, escondiéndose o pasando desapercibidos en un entorno. Pero la mimesis y el movimiento deslumbrante los protegen sin la necesidad de esconderse. En esta sección, se van a definir todos los tipos de camuflaje que encontramos en el reino animal, entendiendo la forma en que consiguen desaparecer a la vista de sus depredadores o presas. Basándose en ello, el ser humano ha imitado estos métodos para fines militares o simplemente como inspiración a la hora de crear personajes y situaciones en la literatura o el cine.

Semejanza con el entorno

Los colores y patrones de algunos animales se asemejan a entornos presentes en muchos ecosistemas. Por ejemplo, los periquitos que viven en los árboles son principalmente verdes; la chocha perdiz, que habita en los bosques, es marrón y moteada; y los avetoros, que viven entre carrizales y juncos, tienen rayas marrones en su pelaje. En cada caso, la coloración del animal coincide con su hábitat [53], [54]. Del mismo modo, los animales del desierto son casi todos de color desierto en tonos de arena, pulido, ocre y gris parduzco, ya sean mamíferos como el zorro del desierto, aves como la alondra del desierto, o reptiles como la víbora cornuda [53]. Los uniformes militares están creados basándose en esto mismo. Por ejemplo, los uniformes de color caqui son de color turbio o polvoriento, originalmente elegidos para el servicio en el sur de Asia [55].

Otro fenómeno interesante es el del melanismo industrial²², que muestran muchas polillas, entre ellas la polilla de los abedules [56]. La coloración de estos insectos evolucionó entre 1860 y 1940 para coincidir con el color cambiante de los troncos de los árboles en los que descansan, desde pálidos y moteados hasta casi negros en áreas contaminadas (volviendo a los tonos pálidos al desaparecer estas). Esto es tomado por los zoólogos como evidencia de que el camuflaje está influenciado por la selección natural, y cambia cuando lo hace el propio entorno.



Figura 22. Polilla de los abedules (*Biston betularia*).

Coloración disruptiva

Los patrones disruptivos usan marcas muy contrastantes y no repetitivas como manchas o rayas para romper los contornos de un animal o vehículo militar [57], o para ocultar características reveladoras, especialmente los ojos, como hace la rana común [53]. Los patrones disruptivos pueden usar más de un método para vencer a los sistemas visuales como la detección de bordes [58]. Algunos depredadores como el leopardo usan el camuflaje disruptivo para acercarse a su presa, mientras que presas potenciales como el chotacabras egipcio, lo usan para evitar ser detectados por los depredadores [59]. Los patrones disruptivos también son comunes en el uso militar, tanto para uniformes como para vehículos [60].



Figura 23. Leopardo camuflado por coloración disruptiva.

La presencia de marcas negras en la piel de un animal no es prueba en sí misma de que este se base en el camuflaje, ya que eso depende de su comportamiento. Por ejemplo, aunque las jirafas tienen un patrón de alto contraste que podría ser una coloración disruptiva, las adultas son muy visibles cuando están al aire libre.

²² El melanismo industrial es un proceso observado en muchas especies de lepidópteros (mariposas y polillas) de zonas urbanas, por el que las alas adquieren una tonalidad oscura. En particular, el melanismo industrial de la 'mariposa de los abedules' que confirma la teoría de Charles Darwin ha sido muy importante en el desarrollo de la genética de poblaciones y de la evolución en general, considerándose uno de los mejores ejemplos de cambio por selección natural [108].

Algunos autores han argumentado que las jirafas adultas son crípticas, ya que cuando están paradas entre árboles y arbustos son difíciles de ver incluso a unos pocos metros de distancia [61].

Eliminación de sombra

Algunos animales, como los lagartos cornudos de América del Norte, han desarrollado medidas elaboradas para eliminar su sombra. Su cuerpo, que habitualmente presionan contra el suelo, es aplanado en forma oval, con una hilera de escamas blancas rodeando los costados, que ocultan e interrumpen cualquier área de sombra restante que pueda haber debajo de los bordes de su cuerpo. La teoría de que la forma del cuerpo de estos lagartos está adaptada para minimizar la sombra, es respaldada por una especie que carece de escamas marginales, el lagarto cornudo de cola redonda, que vive en zonas rocosas y se asemeja a una roca (*reflexión difusa*). Cuando esta especie se ve amenazada, se parece tanto a una roca como sea posible al curvar su espalda, enfatizando su forma tridimensional [62].



Figura 24. Lagarto cornudo de cola plana ocultando su sombra.

REFLEXIÓN DIFUSA

La *reflexión difusa* es la reflexión de la luz u otro tipo de radiación desde una superficie rugosa generalmente, de manera que la onda incidente en dicha superficie se dispersa en muchos ángulos en lugar de solo en uno (como en la reflexión especular). La visibilidad de los objetos, excluyendo los emisores de luz, es causada principalmente por la reflexión difusa de la luz: es la luz difusamente dispersa la que forma la imagen del objeto en el ojo del observador.

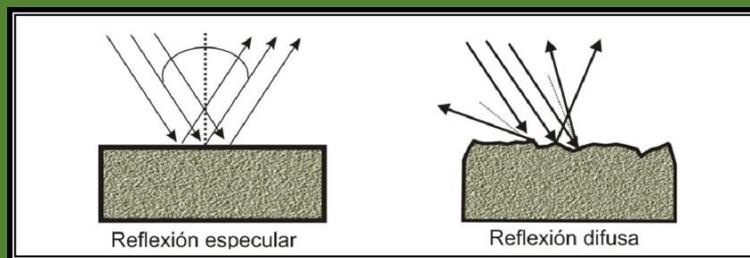


Figura 25. Tipo de reflexión según la superficie

Algunas especies de mariposas, como la mariposa de los muros (*Pararge aegeria*), minimizan su sombra cuando se posan, cerrando las alas, alineando sus cuerpos con el sol e inclinándose hacia un lado, de modo que la sombra se convierte en una línea delgada y discreta.

La eliminación de la sombra se identificó como un principio de camuflaje militar durante la Segunda Guerra Mundial [63].

Distracción

Muchas presas tienen marcas de distracción de alto contraste que paradójicamente atraen la mirada del depredador. Estas marcas sirven como camuflaje al distraer la atención del depredador para que no reconozca a la presa en su conjunto, o, por ejemplo, para evitar que identifique su contorno [64]. Estas marcas también se usan con fines militares para engañar la cognición del observador.



Figura 26. Antílope jeroglífico con marcas de distracción.

Auto-decoración

Algunos animales buscan esconderse activamente al decorarse con materiales como ramas, arena o conchas de su entorno, para romper sus contornos, ocultar las características de sus cuerpos y que estos coincidan con lo que tienen a su alrededor. Por ejemplo, las larvas de los tricópteros construyen cajas decoradas y viven casi por completo dentro de ella; y los cangrejos decoradores cubren su espalda con algas, esponjas y piedras [54]. La ninfa del insecto enmascarado (depredador de pulgas) usa sus patas traseras para decorar su cuerpo con arena o polvo. Este camuflaje puede ocultarla tanto de los depredadores como de las presas [65].

Se pueden aplicar principios similares para fines militares, por ejemplo, cuando un francotirador usa un traje ghillie²³ diseñado para camuflarse mediante la decoración con materiales como mechones de hierba de su entorno inmediato [54]. Este camuflaje funciona gracias al fenómeno de reflexión difusa.



Figura 27. a) Ninfa de cazador enmascarado camuflado con granos de arena, b) Francotirador con traje ghillie, c) Tanques soviéticos decorados con redes de vegetación (1938).

Comportamiento críptico

El movimiento llama la atención tanto de los depredadores que intentan cazar a sus presas, como de estas que intentan que no las cacen. Por tanto, la mayoría de métodos de crípsis también requieren un comportamiento críptico adecuado, como acostarse y mantenerse quieto para evitar ser detectados, o en el caso de depredadores como el tigre, avanzar con sigilo extremo sin dejar de observar a su presa [53]. Anteriormente mencionamos el comportamiento críptico de los lagartos cornudos de cola plana, que combinaban su forma y coloración con una presión de su cuerpo contra el suelo, para ser invisibles a sus depredadores. En el océano, otro comportamiento similar lo protagoniza el dragón de mar foliáceo, que se balancea imitando las algas entre las que descansa, como si fuese movido por las corrientes.



Figura 28. Dragón de mar foliáceo.

Es este caso, se incluye la variación con el tiempo del comportamiento electromagnético del entorno a reproducir mediante una modificación continua de la reflexión y la refracción de la luz hasta llegar al observador.

Cambio de coloración: camuflaje dinámico

De este tipo de crípsis se benefician animales como el camaleón, la rana, el lenguado tropical, o cefalópodos como el calamar, la sepia o el pulpo. Cambiando activamente sus patrones y colores de piel mediante sus células cromatóforas²⁴, consiguen un camuflaje casi perfecto. La mayoría de camaleones usan estos

²³ Un traje ghillie o yowie es un tipo de prenda empleada para camuflarse en un entorno específico, asemejándose a un denso follaje. Es utilizado comúnmente por francotiradores, cazadores y observadores de animales, particularmente aves.

²⁴ Los cromatóforos son células con pigmentos en su interior que reflejan la luz. Pueden encontrarse en diversos seres vivos como los anfibios, los peces, ciertos crustáceos y algunos cefalópodos.

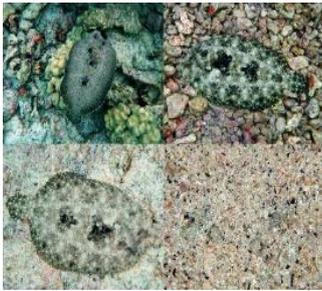


Figura 29. Lenguado tropical haciendo coincidir su coloración con su entorno.

cromatóforos para señalar²⁵ [54], pero algunos, como el camaleón enano de Smith, usan el cambio de coloración activo para el camuflaje [66]. Ajustando el grado de compactación y la red de cristales, el camaleón logra modular los colores que refleja (véase *la física del color* en el apartado 4.1) y, por tanto, que se detectan al observarlo (Figura 32).

En la literatura y el cine encontramos personajes que han sido creados a partir de estos reptiles, como Kevin Sydney (Changeling) de los X-Men [67], que tiene capacidades metamórficas o el villano de Spiderman, Camaleón [68].

Cada cromatóforo contiene pigmentos de un solo color. En peces y ranas, el cambio de color está mediado por un tipo de cromatóforo conocido como melanóforos, que contienen pigmento oscuro. Un melanóforo tiene forma de estrella y contiene muchos pequeños orgánulos pigmentados que pueden dispersarse por toda la célula o agregarse cerca de su centro. Cuando los orgánulos pigmentados se dispersan, la célula hace que un parche de la piel del animal parezca oscuro; Cuando se agrupan, la mayor parte de la célula y la piel del animal toman un color claro. En las ranas, el cambio se controla de manera relativamente lenta, principalmente por las hormonas. En los peces, el cerebro controla el cambio, que envía señales directamente a los cromatóforos y produce hormonas [69].

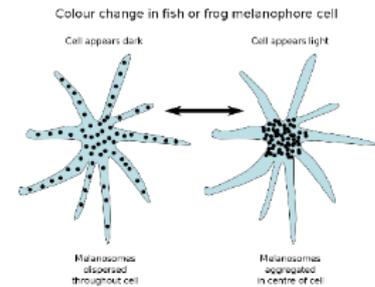


Figura 30. Comportamiento de un melanóforo.

Las pieles de los cefalópodos, como el pulpo, contienen unidades complejas, cada una de las cuales consiste en un cromatóforo con células musculares y nerviosas circundantes [53]. El cromatóforo del cefalópodo tiene todos sus granos de pigmento en un pequeño saco elástico, que se puede estirar o relajar bajo el control del cerebro para variar su opacidad. Al controlar los cromatóforos de diferentes colores, los cefalópodos pueden cambiar rápidamente sus patrones y colores de piel [70].



Figura 31. Sepia camuflada en el fondo marino.

Además, al analizar la piel de los cefalópodos, se ha revelado que contiene genes activos que codifican la opsina²⁶, una macromolécula sensible a la luz. Esto podría indicar que la piel está dotada de sensores de luz que ayudan a controlar el camuflaje [71].

Pero, ¿cómo imitan los colores los cefalópodos si su visión es monocromática? Pues bien, según el estudio realizado por Christopher

and Alexander Stubbs [72], estos moluscos perciben el color gracias a una pupila sin eje y un fenómeno conocido como aberración cromática²⁷, por el que captarían información espectral de su entorno (longitudes de onda reflejadas por los objetos) mediante el ajuste de la distancia focal de sus ojos. Este sistema para captar el color, totalmente diferente al de los pigmentos visuales multicolor común en los seres humanos, representaría una evolución del ojo complejo totalmente diferente al de los vertebrados.

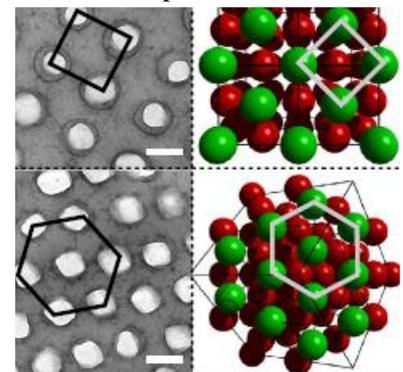


Figura 32. Nanocristales de guanina en los iridióforos de un camaleón excitado (arriba) y en reposo (abajo) [109].

²⁵ En biología evolutiva, la teoría de señales o de señalización es un cuerpo de trabajo teórico que examina la comunicación entre individuos.

²⁶ Las opsinas son proteínas fotosensibles de las membranas de células fotorreceptoras como los conos y los bastones, que tienen variadas propiedades de absorción de luz.

²⁷ Capacidad de una lente para reunir en un mismo foco rayos de diferentes longitudes de onda (cromatismo).

Para cambiar de color poseen una serie de órganos que actúan en conjunto. Como hemos mencionado antes, en la capa más externa, justo bajo la piel, encontramos los cromatóforos, que poseen en su interior un compartimento (saco citoelástico), lleno de pigmentos, al cual van unidos entre 15 y 25 músculos. Cuando los músculos se contraen, estiran el compartimento con los pigmentos, de modo que ocupan una mayor superficie y crean parches con los que fabrican distintos patrones. Estas contracciones son controladas por medio del sistema nervioso.

En la capa inferior a los cromatóforos se encuentran los iridióforos, que son apilamientos de láminas de aspecto metálico (nanocristales, *Figura 32*), con las que se obtienen colores plateados y dorados, así como verdes y azules metálicos a base de reflejar la luz (ver *Anexo II*). Este tipo de células poseen por lo tanto reflectores, mediante los cuales, cefalópodos como las sepias pueden emitir señales polarizadas, además de ver los patrones de polarización de la luz (poseen la visión polarizada más aguda del reino animal). Estas señales les permiten avisar de la presencia de un depredador sin ser descubiertos. La claridad de la señal no varía con el movimiento, por lo que se pueden camuflar, balancearse, y enviar señales secretas al mismo tiempo. Por último, debajo de los iridióforos se encuentran los leucóforos, que son células aplanadas y alargadas que dispersan y reflejan la luz, reflejando la longitud de onda predominante en cada situación. Reflejar el infrarrojo les permite regular la temperatura.



Figura 34. Imágenes de un calamar cambiando de apariencia.

Este sistema de camuflaje ha inspirado a científicos de la Universidad de California en Irvine [73], que estudian una tecnología de combate que permitirá que los soldados eviten la detección por infrarrojos.

En el cine, encontramos un sistema de camuflaje adaptativo similar al de los cefalópodos en las películas “*Terminator 2: Judgment Day*” (1991) y “*Terminator Genisys*” (2015). En estas dos entregas de la Saga Terminator, toma protagonismo el androide prototipo T-1000, creado por Skynet con el fin de matar al joven John Connor y evitar que empiece la guerra.

Este modelo está compuesto por una “polialeación mimética” de metal líquido, que puede cambiar de forma reordenando su composición molecular. Puede imitar cualquier objeto o persona que toque, adaptándose a su forma y textura, controlando la luz que refleja (*Figura 35*).



Figura 35. Prototipo T-1000 camuflado con el suelo en “Terminator 2: Judgment Day” (1991).

IRIDISCENCIA

Fenómeno óptico asociado al cambio de color de la luz reflejada en función del ángulo de incidencia. A menudo es causado por múltiples reflexiones de dos o más superficies semitransparentes (ver condiciones de transparencia en el apartado 3.3) en las que el cambio de fase y la interferencia de las reflexiones modulan la luz incidente (al amplificar o atenuar algunas frecuencias más que otras) [110], [111].

En este contexto, al variar la densidad de los nanocristales mediante la tensión de la piel o su estiramiento, los camaleones y cefalópodos ajustan las capas de iridióforos y, por tanto, cambian de color.

Otros ejemplos pueden verse en las pompas de jabón, alas de mariposa, conchas marinas, y ciertos minerales como la pirita.



Figura 33. Pirita iridiscente.

Cabe mencionar que existe un camuflaje por cambio de color adaptado a zonas de nieve. Animales como la liebre ártica, el zorro ártico, el armiño, y la perdiz nival tienen esta homocromía²⁸ estacional que les permite camuflarse en su hábitat cambiante. Modifican el color de su pelaje (mudando y haciendo crecer nuevas pieles o plumas) de marrón o gris en verano, a blanco en invierno (el color blanco refleja todas las longitudes de onda, mientras que el negro las absorbe todas, como vimos en *la física del color* en el apartado 4.1).

Este mismo principio tiene aplicaciones militares. El camuflaje activo o adaptativo podría en teoría hacer uso tanto del cambio dinámico de color como de la contrailuminación. Desde la Segunda Guerra Mundial se han utilizado métodos simples como cambiar los uniformes y volver a pintar vehículos para el invierno. En 2011, BAE Systems anunció su tecnología de camuflaje infrarrojo Adaptiv. Utiliza alrededor de 1000 paneles hexagonales para cubrir los lados de un tanque. Los paneles de placa Peltier se calientan y enfrían para que coincidan con los alrededores del vehículo (criptis) o con un objeto como un automóvil (mimesis), cuando se ven en infrarrojo [74], [75].



Figura 36. El camuflaje Adaptiv permite hacer invisible un tanque o cualquier vehículo militar, enmascarando su firma infrarroja, inutilizando los sistemas hostiles de imágenes térmicas. Adaptiv es capaz de proteger grandes piezas de equipo militar contra la detección al permitir que los vehículos imiten la temperatura de sus alrededores para adaptarse a diferentes terrenos. También puede hacer que un tanque se parezca a otros objetos, como una vaca o un automóvil, o arbustos y rocas [75].

El camuflaje ártico o de nieve es muy recurrente en el cine, y es que resulta evidente que para infiltrarse bien en una base enemiga en la nieve lo más lógico es vestirse de blanco, justo al contrario de lo que vimos al principio de este capítulo. Por ello, tampoco se le podía escapar este detalle ni en el tercer nivel de sueño, al equipo de Dom Cobb en “Inception” (2010), en la que se hacía un claro guiño a otra de las muchas películas de James Bond, “On Her Majesty’s Secret Service” (1969), que por supuesto no es la única con escenas en la nieve. En esta misma línea seguro que muchos se acuerdan de la batalla de Hoth en “Star Wars: Episode V - The Empire Strikes Back” (1980), y si no recuerdan los uniformes blancos al menos recordarán los icónicos transportes AT-AT.



Figura 37. Cobb y Eames con camuflaje de nieve en “Inception” (2010).

Plateado

Otra solución para una estructura opaca es que imite la transparencia, y esto se puede hacer con el plateado. A profundidades medias en el mar (entre 200 y 1000 metros de profundidad), la luz proviene del sol, por lo que un espejo orientado verticalmente será invisible desde todos los ángulos de visión, excepto inmediatamente por encima y por debajo. Esto se debe a que el entorno de la luz es simétrico respecto al eje vertical. Un animal solo tiene que convertirse en un espejo vertical y también será invisible desde un lado. Así es como la mayoría de los peces en el océano superior, como la sardina y el arenque, se camuflan [76].

²⁸ Característica que permite a un animal pasar desapercibido por la semejanza de su color con el del medio.



Figura 38. Arenques en el océano.

El pez hacha se encuentra entre los mejores ejemplos de este tipo de camuflaje. Estos peces están tan aplanados lateralmente que sus flancos son verticales en el agua, sus cuerpos tienen solo unos pocos milímetros de grosor y su altura es aproximadamente la misma que su longitud. Todo el flanco está ampliamente plateado, de modo que tienen el aspecto de un espejo de papel de aluminio.

El plateado se logra mediante pequeños cristales reflectantes de guanina²⁹ dispuestos con precisión paralelos a la superficie con una orientación y espaciado definidos. La interferencia constructiva producida por solo 5-10 capas separadas un cuarto de longitud de onda (ver *Anexo III*) de un material que alterna alto y bajo índice de refracción (en este caso guanina y citoplasma), puede producir casi el 100% de reflexión de la luz incidente. Por lo tanto, un apilamiento en el que cada capa tiene un espesor óptico de 125 nm refleja más eficientemente la luz azul de 500 nm con una incidencia normal. Es un reflector de cuarto de longitud de onda "ideal" (véase *Anexo III*) porque se produce una interferencia constructiva entre los reflejos en cada interfaz [76].

El plateado se encuentra también en otros animales marinos. Los cefalópodos, por ejemplo, tienen espejos multicapa hechos de proteínas en lugar de guanina.

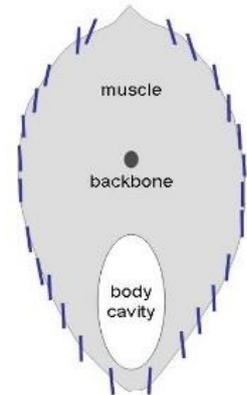


Figura 39. Los reflectores del arenque son casi verticales para el camuflaje lateral.

Mimesis

En la mimesis, el objeto camuflado se parece a otra cosa que no es de especial interés para el observador. La mimesis es común en insectos, por ejemplo, cuando una oruga de la polilla de los abedules imita una ramita, o un saltamontes imita una hoja seca [54]. También se encuentra en estructuras de nidos, como en los de algunas avispas eusociales³⁰, que los construyen en patrones que imitan las hojas que rodean el nido [77]. La mimesis también es empleada por algunos depredadores y parásitos para atraer a sus presas. Por ejemplo, una mantis floral imita un tipo particular de flor, como una orquídea [54].



Figura 40. Tanque de la segunda guerra mundial oculto en la Operación Bertram, imitando un camión.



Figura 41. Oruga de polilla de los abedules imitando ramas de arbustos o árboles.

Esta táctica se ha utilizado ocasionalmente en la guerra, por ejemplo, con buques-Q (navíos señuelo) fuertemente armados disfrazados de buques mercantes [78].

Movimiento deslumbrante

²⁹ La guanina es una de las cinco bases nitrogenadas que forman parte de los ácidos nucleicos (ADN y ARN).

³⁰ La eusocialidad es el nivel más alto de organización social que se da en ciertas especies de insectos, crustáceos y mamíferos.

La mayoría de las formas de camuflaje se vuelven ineficaces por el movimiento: un ciervo o un saltamontes pueden ser muy crípticos cuando están inmóviles, pero se ven instantáneamente cuando se mueven.

El movimiento deslumbrante puede degradar la capacidad de los depredadores para estimar la velocidad y la dirección de la presa con precisión, lo que le da a la presa una mejor oportunidad de escapar [79]. El movimiento deslumbrante distorsiona la percepción de velocidad y es más efectivo a altas velocidades. Las rayas negras de algunos animales como las cebras, también pueden distorsionar la percepción del tamaño (y, por lo tanto, el rango percibido hacia el objetivo). Dado que los patrones de movimiento deslumbrante harían a los animales más difíciles de localizar en movimiento, pero más fáciles de ver cuando están estacionarios, habría una compensación evolutiva entre el camuflaje deslumbrante y la cripsis [79].



Figura 42. El patrón de rayas negras de la cebra puede inducir deslumbramiento en los observadores.

En el ámbito militar, las armadas de ambas guerras mundiales en el siglo XX pintaron sus buques de guerra con patrones geométricos de alto contraste: el llamado "camuflaje deslumbrante". En lugar de intentar ocultar unidades individuales, se afirmó que este patrón interrumpiría

la percepción de su alcance, rumbo, tamaño, forma y velocidad, y por lo tanto reduciría las pérdidas de, en particular, los ataques con torpedos de los submarinos [80].

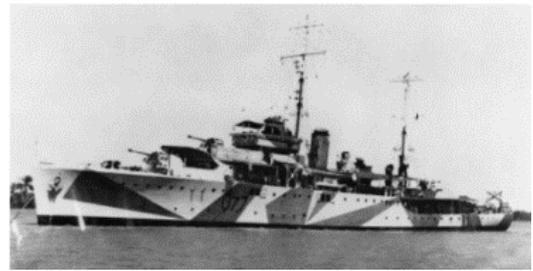


Figura 43. Buque HMAS Yarra, con patrones de camuflaje deslumbrante en la Segunda Guerra Mundial

Camuflaje óptico

No podemos cerrar el capítulo sin hablar de la invisibilidad de la Mayor Motoko Kusanagi en el manga y anime "Ghost in the Shell", que con un traje termo-óptico consigue ser invisible en cualquier entorno. Este camuflaje termo-óptico, también conocido como camuflaje activo, permite tanto a los miembros de la Sección 9 como a los tanques "Tachikoma", mezclarse con su entorno a la perfección. Lo curioso de este método es que ya se ha investigado en la vida real y hay estudios que lo prueban.

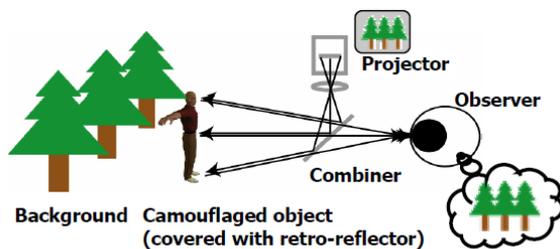


Figura 44. Configuración del sistema de camuflaje óptico [82].

El camuflaje activo es la tecnología *stealth* que hace que los objetos sean invisibles mediante el uso de paneles o recubrimientos capaces de alternar su apariencia, color, luminosidad, y propiedades reflectantes [81]. Según este artículo, el camuflaje térmico utiliza pinturas de baja emisividad y capas térmicas que tienen forma y color para proporcionar un patrón de camuflaje y reducir la temperatura de superficie para que las cámaras infrarrojas no puedan detectarlo.

Pero lo que nos interesa a nosotros es saber cómo funciona el camuflaje óptico que hemos visto en algunas películas y que ya han reproducido en la vida real. Esta tecnología, llamada proyección retrorreflexiva (*Retro-reflective Projection Technology*, RPT) usa cámaras para grabar las imágenes del fondo (“lo que tenemos detrás”), y proyecta estas imágenes en el objeto que queremos ocultar o en nosotros mismos mediante algún traje o capa de “invisibilidad”. Así, cuando el observador mira el objeto en cuestión, verá lo que hay detrás de él, percibiéndolo como un objeto transparente. Este sistema ha sido estudiado y desarrollado por investigadores de la Universidad de Tokio [82].



Figura 45. Camuflaje óptico [82].

Por ahora la ficción supera a la realidad, pero eso no es nada nuevo. Otro ejemplo de esta tecnología aparece en la película “Die Another Day” (2002) de James Bond. Se trata del *Aston Martin V12 Vanquish*, cuya tecnología de camuflaje posee cámaras diminutas que proyectan las imágenes de lo que tiene detrás, sobre una piel de polímero que emite luz en el lado opuesto, volviéndolo prácticamente invisible.



Figura 46. a) Mayor Kusanagi con su traje termo-óptico en “Ghost in the Shell”, b) James Bond en “Die Another Day” (2002).

Antes de acabar el capítulo de camuflaje, resulta interesante mencionar que dentro de la infinitud de ejemplos de invisibilidad que existen tanto en literatura como en cine, los que están basados en este sistema concreto del camuflaje son también muy recurrentes en la industria del videojuego. De este modo, sagas de videojuegos como *Metal Gear*, *Tom Clancy’s Splinter Cell* o *Deus Ex* entre otras muchas, son importantes de mencionar, ya que en su sistema de juego añaden trajes de camuflaje para evadir a los enemigos. Por destacar uno de muchos, el “*Metal Gear Solid 4: Guns of the patriots*” (2008) tenía un sistema propio de camuflaje llamado *Octocamo*, que permitía camuflarse con el entorno mediante la copia del color del terreno y sus texturas. Aplicaba tecnología térmica para regular la temperatura del sujeto disfrazado, para una mejor mezcla con el entorno y evadir las imágenes térmicas. Fue inspirado por las habilidades de imitación del pulpo, y de ahí su nombre.



Figura 47. Snake con el camuflaje *Octocamo* en “*Metal Gear Solid 4: Guns of the patriots*” (2008).

4.2.2. Transparencia

Sabemos que cuando una onda electromagnética incide sobre un material, puede interactuar con él de maneras diferentes que dependen de la longitud de onda de la radiación y de las propiedades del material. Esta onda interactúa con un objeto mediante una combinación de reflexión, absorción y transmisión. Pero hay casos en los que la onda es transmitida casi por completo y no se produce reflexión o ésta es mínima. Tales materiales son llamados electromagnéticamente transparentes.

Como vimos en el apartado 3.3, la condición necesaria para conseguir un material perfectamente transparente es que sus propiedades materiales ϵ y μ sean cantidades reales, es decir, que cumplan la condición (55). Esto significa (como se puede ver en el Anexo I) que se trata de materiales “casi” perfectamente transparentes. Y son “casi” porque la condición (55) sólo es aproximadamente válida en los intervalos de frecuencia llamados “regiones de transparencia” [9].

Medusas

Teniendo esto claro, y siguiendo con la línea anterior de animales que se camuflan, podemos hacer mención del último caso de cripsis, con el que muchos animales consiguen ser casi “invisibles”. Animales marinos que flotan cerca de la superficie (donde sí llega la luz solar), como las medusas, son altamente transparentes. Esto es debido a que tienen cuerpos gelatinosos compuestos principalmente por agua (hasta 98%): su mesoglea³¹ gruesa es acelular y altamente transparente. Esto los hace flotar convenientemente, pero también los hace grandes para su masa muscular, por lo que no pueden nadar rápido, lo que hace que esta forma de camuflaje sea una compensación costosa con la movilidad [76]. El plancton es otro ejemplo de animal prácticamente transparente (hasta 90% transparentes). Una transparencia del 50% es suficiente para hacer que un animal sea invisible para un depredador como el bacalao a una profundidad de 650m, ya que a partir de los 200m la luz ya es sólo el 1% de la que hay en la superficie [83]. Se requiere una mayor transparencia para la invisibilidad en aguas poco profundas, donde la luz es más brillante y los depredadores pueden ver mejor. Por ejemplo, un bacalao puede ver presas que son 98% transparentes en una iluminación óptima en aguas poco profundas. Por lo tanto, una transparencia suficiente para el camuflaje se logra más fácilmente en aguas más profundas [76].



Figura 48. Las ranas de vidrio usan una transparencia parcial para camuflarse en la tenue luz de la selva tropical.

Sin embargo, la transparencia no es tan fácil de conseguir para cuerpos hechos de materiales que tienen diferentes índices de refracción que el agua del mar, por lo tanto, en el aire es más difícil de lograr, pero un ejemplo cercano se encuentra en las ranas de vidrio de la selva tropical de América del Sur, que tienen piel translúcida y extremidades verdosas pálidas [84].

Algunos tejidos, como los músculos, pueden hacerse transparentes, siempre que sean muy delgados u organizados como capas regulares o fibrillas que son pequeñas en comparación con la longitud de onda de la luz visible. Un ejemplo familiar es la transparencia de la lente del ojo, que está hecha de proteína cristalina, y la córnea que está hecha de colágeno. Otras partes del ojo no pueden ser transparentes, especialmente las retinas, ya que deben absorber la luz para poder funcionar. El ojo tipo cámara de los vertebrados y cefalópodos debe ser completamente opaco [76].

El hombre invisible

En relación a esto, debemos hablar de “El hombre invisible” [2] de Herbert George Wells (1897). Esta novela de ciencia ficción nos relata la vida de un forastero en un pueblo de West Sussex (Inglaterra), Griffin, que posee la increíble cualidad de ser invisible. En una parte del libro, el protagonista le confiesa a un viejo compañero de universidad cómo logró la invisibilidad: creó una fórmula para alterar el índice de refracción de los objetos, consiguiendo que no absorbiesen ni reflejasen la luz. Pero, ¿cómo podía ver Griffin si era invisible?

³¹ Se conoce como mesoglea al tejido encontrado en medusas que funciona como un hidroesqueleto estático. Es mayoritariamente agua y acelular, pero contiene fardos de músculo y fibras de nervio [105].



Figura 49. Muchos animales de mar como esta medusa Aurelia Labiata, son en gran medida transparentes.

Hay varias objeciones a este modelo de invisibilidad basadas en la propia composición humana. En primer lugar, el ojo humano funciona absorbiendo la luz incidente, no dejándola pasar por completo. Otra objeción es que el globo ocular funciona básicamente como una cámara oscura, por lo que, si las paredes que la encierran son invisibles, no puede formarse imagen alguna sobre la retina. Por último, el cristalino no cumpliría su función de lente si su índice de refracción coincidiese con el del aire.

A partir de esta novela surgieron varias adaptaciones al cine, entre ellas “The Invisible Man” (1933), “The Invisible Man Returns” (1940), o “Hollow Man” (2000). Griffin también ha tomado protagonismo en la serie de comics “The League of Extraordinary Gentlemen” (1999) [85], en su película homónima del 2003 (con el nombre de Rodney Skinner), o en películas de animación como “Hotel Transilvania”(2012). Pero El Hombre Invisible no es el único ejemplo de personajes con la habilidad de ser transparentes, ni mucho menos. Mucho antes, el diablo creado por Luis Vélez de Guevara en “El diablo Cojuelo” (1641) [86], ya volvió invisible al estudiante Cleofás, en agradecimiento por liberarlo de la vasija donde estaba encerrado. Pero en el cine también hemos visto muchos personajes transparentes. Por citar algunas películas, clásicos como “Forbidden Planet” (1956), o su secuela “The Invisible Boy” (1957), y no tan clásicos como “The Darkest Hour” (2011), nos muestran esta interesante cualidad.



Figura 50. Rodney Skinner (Griffin) en “The League of Extraordinary Gentlemen” (1999).

Trucos de magia

Para terminar con la transparencia, resulta interesante observar algunos trucos de “magia” que podemos realizar en la vida real, apoyándonos en conceptos físicos sencillos como el índice de refracción. Algunos materiales como el polímero polimetilmetacrilato (*Polymethyl methacrylate*, PMMA), también llamado simplemente metacrilato o “plexiglas” (que es una marca registrada), son altamente transparentes y consiguen efectos que a simple vista podemos percibir como “invisibilidad”. Este polímero en concreto transmite un 92% de la luz visible incidente y refleja aproximadamente sólo un 4% de esta, debido a su índice de refracción (1.4906) [87].



Figura 51. Dynamo andando sobre el Támesis (2011).

Este fue el material que usaron algunos magos o ilusionistas como Criss Angel o Dynamo, para imitar a Jesucristo y andar sobre las aguas. El primero lo hizo en una piscina y el segundo en el río Támesis, ambos ante la atenta y perpleja mirada de los espectadores ya que no había trucos de cámara ni cables. Las personas que estaban en la piscina pasaban sus manos por debajo de los pies del mago y los que observaban desde fuera permanecían atónitos ante tal milagro. En el caso de Dynamo, todo fue de perlas hasta que la lancha policial que le sacó de allí, chocó con las placas y todo el mundo presente descubrió cuál era el truco. La idea básica consiste en que el agua tiene un índice de refracción muy parecido al del PMMA, 1.33 frente a 1.49, lo que hace que el coeficiente de reflexión sea muy próximo a cero (véase Anexo II).

En la misma línea se encuentra el experimento o truco del vidrio invisible. En este caso, se trata de meter una varilla de vidrio común, con índice de refracción 1.45, dentro de un vaso de ensayo lleno de glicerina con un índice de 1.47. Al hacerlo, vemos que los contornos de la varilla desaparecen, haciéndola prácticamente transparente. Una variante más casera de este experimento se puede realizar con una solución de azúcar en agua (almíbar), a más concentración de soluto más densa será la solución, pero aumentará también el índice de refracción, acercándonos al índice del vidrio.



Figura 52. Truco del vidrio invisible.

4.2.3. Desvío de la luz alrededor del objeto

Hemos visto que para “ver lo que hay detrás” de algo que se quiera ocultar, y de ese modo conseguir la invisibilidad, muchos animales consiguen camuflarse con el entorno de diversas maneras mediante crípsis o mimetismo, y estas habilidades han inspirado tecnologías militares y múltiples ideas para novelas y películas. Mediante trucos como proyectar imágenes de lo que se encuentra detrás de un objeto, o usando materiales con índices de refracción cercanos al del fluido donde queremos ocultar algo, también podemos hacer invisible casi cualquier cosa. Por lo tanto, ya hemos repasado algunos métodos que se usan en el cine con este propósito, por lo que es muy importante adentrarnos en una de las maneras más evidentes de conseguir la invisibilidad que hemos visto en cine ininidad de veces, y lo que es más interesante, algunos de estos métodos ya existen en nuestro mundo.

Como el propio nombre del capítulo indica, vamos a ver cómo se puede desviar la trayectoria de la luz, para que esta no toque al objeto a ocultar. Desde magia real con espejos y lentes, pasaremos a mencionar la existencia de teorías físicas de curvaturas del espacio, ya que sin ellas no podríamos haber disfrutado de sagas como Star Trek, y terminaremos viendo cómo es posible “doblar” la luz, con casos en la propia naturaleza (para no alejarnos de la constante relación entre fantasía y realidad descrita en este trabajo), y los materiales que han creado los físicos para conseguir este efecto. Sin más dilación, sigamos a la luz.

Espejos y Lentes

Existen trucos de magia muy antiguos basados en estos sistemas ópticos. Magos de todo el mundo pueden hacer un objeto invisible, simplemente colocando espejos alrededor de este de una manera determinada.

Estos espejos engañan a nuestros ojos, pues nos hacen creer que la luz proviene de un lugar diferente atravesando un espacio vacío. El truco funciona básicamente porque de manera intuitiva, pensamos que la luz viaja en línea recta, pero cuando hay algo que hace que la luz se desvíe de su trayectoria o se doble, podemos confundirnos y dejarnos engañar por la luz que finalmente llega a nuestros ojos. Este diagrama muestra un ejemplo sencillo de una fuente de luz cuyo haz se redirige alrededor de un objeto, en este caso un conejo, como si pasara por un espacio vacío [88].

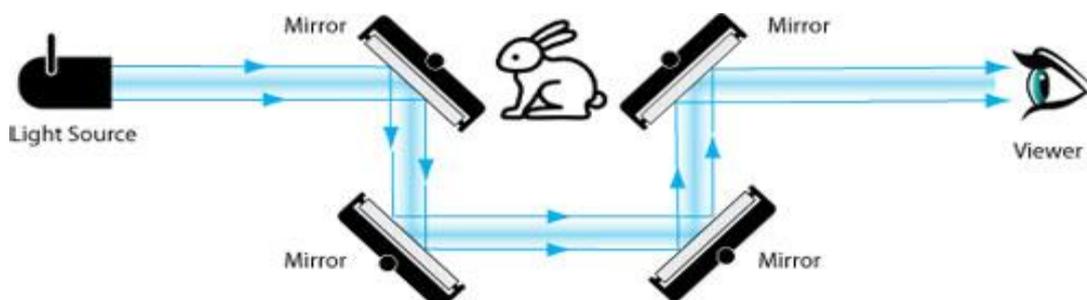
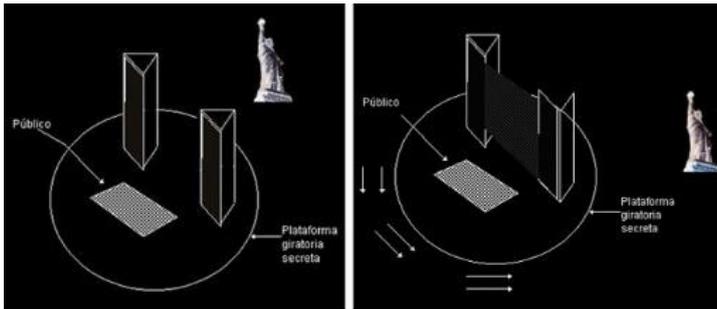


Figura 53. Truco de ocultamiento con un sistema de espejos [88].

Si bien el uso de espejos proporciona un buen sistema para lograr la invisibilidad, hay una serie de problemas con este enfoque que pueden señalarse fácilmente. En particular, la invisibilidad que aquí se propone, como se muestra en la imagen, funciona solamente si el observador mantiene su posición fija. Si el observador se mueve, descubrirá que ha sido engañado, porque verá los espejos donde sólo debería haber un conejo. Los magos harán todo lo posible porque los espectadores tengan una perspectiva limitada de la ilusión, manteniendo el sistema fuera de la vista, tapado, u oculto entre las sombras.

En relación a esto, existen varios sistemas de ocultación con espejos y lentes. Un truco de magia que merece la pena mencionar, ya que está muy relacionado con la posición del espectador y con los elementos de distracción de los que hemos hablado en el capítulo anterior, es el que realizó el famoso mago e ilusionista David Copperfield en 1983, cuando hizo desaparecer la Estatua de la Libertad (Nueva York). Este truco, más



que revelado, se basaba en que el público espectador (y las cámaras que retransmitían a todo el mundo lo que allí acontecía) estaban sin saberlo encima de una plataforma giratoria que se movería una vez hubieran tapado la visión de la estatua con una tela (de ahí que la posición y la distancia fueran esenciales en este truco). La tela estaba entre dos grandes columnas iluminadas que deslumbraban y cegaban al público más allá de ellas, y cerca de

Figura 54. Así desapareció la Estatua de la Libertad (Nueva York) en 1983.

la estatua había una zona con la misma iluminación que tenía esta. Una vez se tapó la trayectoria de la luz que llegaba a los ojos del espectador, la plataforma giró y apagaron las luces de la estatua, iluminando a la vez la zona de al lado. Cuando retiraron la tela, el público se había movido sin darse cuenta, y la estatua ya no estaba.

Trucos con espejos han sido vistos en innumerables puestas en escena de magos de todo el mundo, así como en el cine. Por quedarnos con uno muy interesante, cuyo funcionamiento se asemeja a los teleprónter usados en la industria de la televisión, vamos a hablar del truco “Pepper’s Ghost” (Figura 55). El truco se consigue con una habitación escondida, una lámina de cristal o de metacrilato (como vimos en el capítulo anterior), y luz variable. ¿Y cuál es el resultado? El espectador que mire al escenario (cuadro rojo) verá un fantasma flotando cerca de una mesa (en este ejemplo). Veamos cómo se consigue:

La lámina del material transparente (cuadro verde) se dispone con un ángulo de 45 grados como vemos en la imagen, entre el espectador y la escena. A un lado del escenario hay una habitación oculta que se trata de una copia exacta del escenario, y está inicialmente sin iluminar, en contraposición del escenario que tiene una gran iluminación. A continuación, la habitación oculta se va iluminando, y el escenario se va atenuando, dando la sensación de que un fantasma aparece por arte de magia.

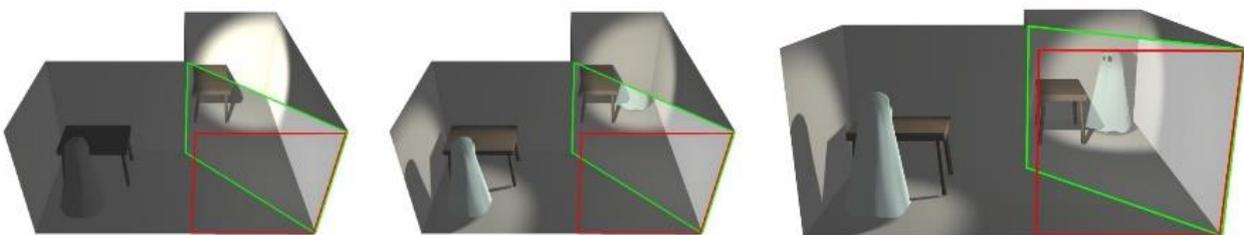


Figura 55. Técnica de ilusionismo “Pepper’s Ghost”, utilizada en casas del terror, actuaciones de magos, o películas.

Esta técnica se puede ver en la película “Home Alone” (1990), en la que se usa para mostrar a Harry (uno de los ladrones) con la cabeza en llamas, como resultado de una de las ingeniosas trampas de Kevin (Macaulay

Culkin) [89], ya que cuando grabaron no estaba disponible la tecnología CGI³². También en el episodio "The Abominable Bride" de la serie británica "Sherlock", se usa para mostrar a Emelia Ricoletti como un fantasma en la casa de Sir Eustace Carmichael.

Curvatura del espacio y campos de fuerza

Durante mucho tiempo la tecnología de camuflaje ha aparecido en las naves klingon del universo Star Trek. Pero, ¿en qué se basa esta tecnología? Esta misma pregunta también se la hicieron Saru y Burnham a bordo de la USS Discovery cuando intentaban romper el sistema de ocultación (previamente romulano) y salvar a los pahvanos de la aniquilación [90].

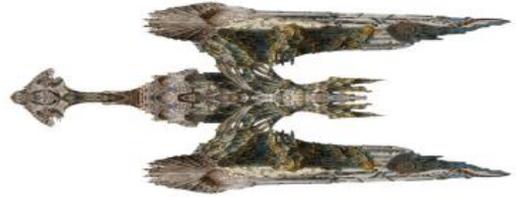


Figura 56. Nave sarcófago klingon en Star Trek.

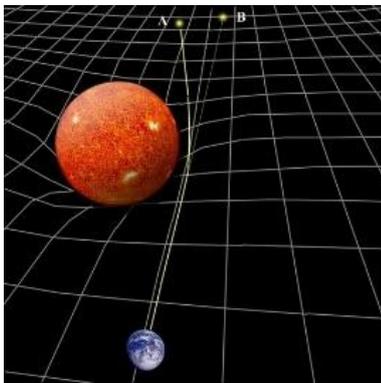


Figura 57. Curvatura de la luz cerca de cuerpos masivos como el Sol.

Al parecer el Sistema de Ocultación creaba un enorme campo gravitacional que curvaba la luz y otras ondas electromagnéticas alrededor de la nave, de manera que resultaba indetectable para los sensores de la Flota Estelar [90]. Pero, ¿cómo se puede explicar que un gran campo gravitacional curve la luz? Una primera deducción de la relatividad general de Einstein es que hay una desviación de la luz de su trayectoria recta en presencia de gravedad. Efectivamente Einstein hizo una primera estimación del efecto de la desviación de la luz cerca del sol en 1911, basado puramente en el Principio de Equivalencia³³, obteniendo en su cálculo [91] una deflexión de 0,83 arcosegundos³⁴. Se hicieron intentos de medir el efecto en eclipses solares en Brasil en 1912 y en Rusia en 1914, pero fracasaron debido al mal tiempo y el estallido de la Primera Guerra Mundial. En 1915 Einstein volvió a calcular el efecto, ahora en base a las ecuaciones de Einstein completas y se

dio cuenta de que el resultado verdadero es una desviación de 1,7 arcosegundos, el doble de su primera estimación. Fue este resultado el que fue confirmado en el eclipse de 1919 y que dio a Einstein su fama mundial. [91].

El rayo de luz aparte de curvarse recorre también más distancia, por lo que tarda más en llegar a nosotros que un rayo sin estar afectado por la gravedad solar (rayo de luz B en la Figura 57). Esta consecuencia es usada en "Interstellar" (2014) en el planeta de las olas, donde la cercanía al agujero negro produce que el tiempo corra más despacio que lejos de él.

Dado que el mundo de la relatividad general es matemáticamente complejo y es un tema que se sale de la línea de este trabajo, al final todo lo que necesitamos saber es que la luz viaja a lo largo del camino más corto posible dentro del espacio-tiempo. Dado que todas las formas de radiación electromagnética deben moverse dentro del espacio, lo que hace este Sistema de Ocultamiento klingon es manipular el espacio-tiempo alrededor de la nave, haciendo que la radiación electromagnética fluya alrededor de esta. Este mismo principio de deformar el espacio tiene diferentes aplicaciones en ciencia ficción: invisibilidad, propulsión, campos deflectores, etc. Por ello, cabe mencionar también que las naves del universo Star Trek están basadas en motores de curvatura.

³² CGI, son las siglas de *Computer-generated imagery*, término en inglés para «imágenes generadas por computadora», que son aquellas imágenes, en general en dos o en tres dimensiones, utilizadas en animaciones, efectos especiales de películas, etc.

³³ Principio de Equivalencia (para campos gravitatorios constantes): Un observador en caída libre en un campo gravitatorio constante es equivalente a un observador inercial en ausencia de gravedad. Es imposible determinar la diferencia entre estas dos situaciones a base de experimentos físicos [91].

³⁴ Segundo sexagesimal o arcosegundo es una unidad de medida angular. Su valor equivale a 1/60 del minuto de arco y a 1/3600 del grado sexagesimal.

El primer viaje con un motor de este tipo aparece en la película “Star Trek: First Contact” (1996), y lo realiza Zefram Cochrane en el año 2063. Para ello usa un misil nuclear intercontinental modificado para viajar al espacio, con el que crea una burbuja de curvatura a su alrededor mediante una gran energía obtenida de la reacción de materia y antimateria. Todos los viajes interestelares de este universo de la ciencia-ficción hacen uso de esta tecnología.

A partir de esta idea, el físico Miguel Alcubierre (Universidad Nacional Autónoma de México) estudió un problema similar a esta deformación del espacio: se preguntó si se podría deformar el espacio-tiempo alrededor de una nave espacial como método de propulsión. La idea básica es encontrar una forma de expandir el espacio detrás de la nave espacial y contraer el espacio frente a ella. Este concepto se denomina Métrica de Alcubierre [92], [93].

Otra aplicación de los espacios deformados, como hemos mencionado antes, son los campos deflectores, que hemos visto también en Star Trek e infinidad de veces en otras películas o series de televisión. Estos campos, a veces conocidos como escudos de energía, campos de fuerza, o escudos de defensa son barreras que protegen a personas, áreas, u objetos, de ataques o intrusiones por lo general, esta tecnología ficticia a menudo es vista como un campo de energía sin masa que actúa como una pared, y en ocasiones provee de invisibilidad un área que se desea ocultar, como es el caso de la región subsahariana de Wakanda en la película “Black Panther” (2018), que se mantiene oculta del resto del mundo y bloquea además todo tipo de radiación, no solo la luz. Esto podría estar estrechamente relacionado con el siguiente capítulo dedicado a los “metamateriales” si un material como el “vibranium” existiera en la realidad. Pero como vimos anteriormente, las propiedades de los metamateriales se diseñan a medida con el propósito que se quiera conseguir, por lo que no nos



Figura 59. El campo deflector de Wakanda en “Black Panther” (2018) bloquea la radiación electromagnética, incluida la luz.

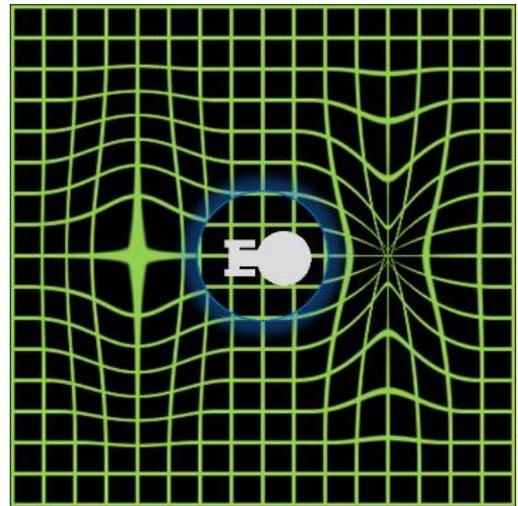


Figura 58. Deformación del espacio alrededor de una burbuja que rodea la nave USS Enterprise.

aventuremos a decir que nunca será posible algo así. Otro ejemplo parecido es la barrera que cubre la arena de los juegos del hambre en “The Hunger Games” (2012).

Otros campos de fuerza se han utilizado como tecnología espacial en escudos de defensa en películas como “Independence Day” (1996), o las de Star Trek sin ir más lejos. En películas de superhéroes los hemos visto en un uso más personal, como el escudo de fuerzas de Sue Storm en “Fantastic Four” (2015), o el de Violet Parr en “The Incredibles” (2004), ambas mujeres invisibles.

Una vez visto este complejo método para desviar la luz, hay que señalar que existen formas más sencillas y “factibles” de doblar la luz que podemos ver hasta en la propia naturaleza.

Doblando la luz

El ojo humano siempre asume que la luz viaja en línea recta: el ojo registra la dirección en la que llega un rayo de luz, el cerebro extrapola de esta dirección una línea recta y asume que el objeto de donde proviene la luz, se encuentra en esta dirección. Pero cuando hay un gradiente de índice de refracción, así como de otras propiedades como temperatura o presión, las trayectorias de la luz pueden ser curvas y esto da lugar a efectos ópticos inesperados por el ojo.

Vamos a empezar este apartado describiendo un ejemplo claro en la propia naturaleza de cambios en la trayectoria de la luz. Veamos pues cómo funcionan los espejismos.



Figura 60. Explicación de un espejismo inferior común en carreteras del desierto.

Los **espejismos** se producen por refracción atmosférica³⁵ de la luz y se ven principalmente en entornos donde hay grandes variaciones en la temperatura del aire, como en los desiertos o sobre cuerpos de agua fríos. La refracción que se produce cerca de la superficie de la Tierra se debe principalmente a los gradientes de temperatura donde los rayos de luz se doblarán hacia el lado más frío de una interfaz determinada. Resulta exactamente el mismo efecto que al introducir un lápiz en un vaso de agua.

La refracción, por tanto, conduce a la flexión de los rayos de luz hacia el medio más lento al pasar la interfaz. Tenderá a doblarse hacia el área de temperatura más baja, ya que la velocidad de la luz será ligeramente menor [94].

En la *Figura 60* vemos como la refracción desvía los rayos de luz desde la superficie caliente hacia el cielo brillante, produciendo un espejismo que tiene la apariencia de una superficie húmeda. La luz de los vehículos que avanzan hacia la superficie caliente se refracta hacia arriba, produciendo imágenes de espejismos debajo de los vehículos (*Figura 61*). Este fenómeno es consecuencia de un gradiente de temperatura en el aire sobre la carretera. La carretera se calienta por la radiación que llega del sol, y el aire cercano a la superficie de esta pasa a tener una temperatura más alta que el aire más lejano. A su vez, la densidad del aire es menor cerca de la superficie y va aumentando con la altura conforme el aire es más frío. Como el índice de refracción es proporcional a la densidad (de forma intuitiva, a menor densidad, la luz viaja más fácil), $n(\vec{r})$ también será menor cerca de la superficie e incrementará con la altura (*Figura 60*) [94].



Figura 61. Ejemplo de espejismo inferior.

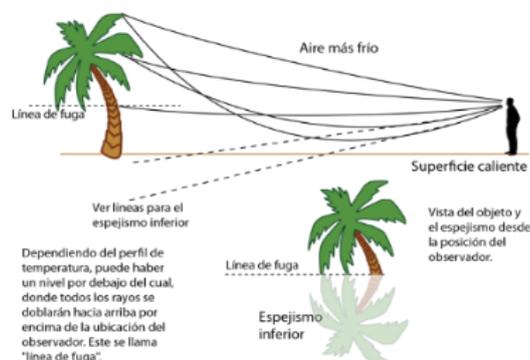


Figura 62. Concepto de línea de fuga en un espejismo.

Este espejismo se llama **espejismo inferior** y se produce cuando los rayos de luz de un objeto se acercan a una región más caliente y se refractan lejos del área caliente. Si esos rayos ascendentes son interceptados por el ojo del observador, verá la imagen de un espejismo que aparece debajo del objeto real.

En este caso, puede haber un cierto nivel en el objeto a partir del cual todos los rayos de puntos por debajo de ese nivel se refractarán por encima de la posición del observador. Este nivel se llama "línea de fuga" y los puntos por debajo de una línea como esta en el objeto no serán vistos por el observador. Este puede ver tanto el objeto por encima de la línea de fuga como

los puntos correspondientes de un espejismo inferior por debajo de ese nivel. Con una distancia mayor, la línea de fuga se elevará y se verá menos objeto [94].

³⁵ El índice de refracción varía con la temperatura y la presión.

Otro tipo de espejismo del que podemos hablar es el **superior**, que se produce cuando existe aire caliente sobre agua fría. Se ven típicamente a grandes distancias en la región ártica cuando el aire es ligeramente más cálido que el agua. Este tipo de espejismo se suele llamar “vislumbramiento” o “fata morgana” (*Figura 63*).



Figura 63. [94] a) Dependencia con la temperatura del espejismo superior, b) Distorsión en el aire y respuesta no instantánea debido a los transitorios como vimos en el apartado 3.3, lo que provoca un espejismo superior.

Transformación del espacio

Con esto hemos visto cómo la naturaleza puede “doblar la luz”, pero la cuestión es lo que nos interesa a nosotros. ¿Cómo podemos doblar la luz? Hemos visto ya que podemos desviar la luz por medio de lentes, pero es un método con inconvenientes, ya que es muy difícil hacer que un objeto parezca realmente invisible, independientemente de donde se encuentren el observador y la fuente de luz. Suponiendo que no podemos cambiar las propiedades ópticas del objeto que estamos tratando de ocultar, debemos tratar de crear una imagen que envuelva el objeto con algún tipo de capa que haga invisible tanto al objeto oculto como a sí misma, como si la luz hubiera pasado a través del espacio sin toparse con nada. Esto es lo que viene siendo una capa de invisibilidad, o al menos lo más cercano a esa “reliquia de la muerte” (“Harry Potter”, 2001-2011) que todos habríamos querido tener y que nos hemos tenido que resignar a ver cómo hacen de ella un uso no tan productivo como el que nos habría gustado hacer a muchos de nosotros. \triangle

En este apartado vamos a ver que el proceso de diseño conceptual de una capa de invisibilidad resulta ser bastante más simple de lo que se podía uno imaginar [88].



Figura 64. Capa de invisibilidad de Harry Potter en “Harry Potter and the Sorcerer’s Stone” (2001).

Primero, es necesario una forma de visualizar el espacio vacío. Podemos hacer esto imaginando un conjunto de puntos fijos en el espacio, que conectamos por líneas para formar una cuadrícula. El espacio, por supuesto, es continuo, de modo que hay un número infinito de puntos que se pueden especificar en coordenadas cartesianas por (x, y, z) . Pero visualizamos el espacio trazando líneas de x a lo largo de intervalos de y , y viceversa como vemos en la *Figura 65*. Dado que la luz viaja en línea recta, podemos representar fácilmente la trayectoria de un rayo de luz en el espacio simplemente trazando una línea (línea azul en la *Figura 65*).

A menudo pensamos en los rayos cuando pensamos en la luz, pero sabemos que la luz es una onda electromagnética que varía en todo el espacio. En la *Figura 65* la onda es una variación sinusoidal simple, con

una longitud de onda que es el doble de la distancia entre las líneas blancas. Este tipo de representación de una onda es más común en frecuencias más bajas [88].

Aunque tiene mucho sentido visualizar el espacio vacío con una cuadrícula simple como esta, no tenemos que hacerlo de esa manera. Podemos crear una transformación de coordenadas de cualquier tipo, y hacer el mismo tipo de cuadrícula utilizando las nuevas variables transformadas.

Inicialmente se crea una función que transforma nuestras coordenadas habituales (x, y) en un nuevo conjunto de coordenadas (x', y') . Podemos escribir cualquier transformación que queramos que nos permita calcular $x'(x, y)$ e $y'(x, y)$. Si queremos crear una capa, es importante que las coordenadas transformadas se vuelvan idénticas a las coordenadas originales en algún momento, de lo contrario, tenemos que transformar todo el espacio. Un tipo común de transformación es una transformación radial, que empuja todo el espacio dentro de alguna región circular dentro de un caparazón. La transformación se puede visualizar trazando las mismas líneas de constantes x o y , pero esta vez en (x', y') . A veces es útil escribir la transformación como una ecuación matricial que relaciona las nuevas coordenadas con las antiguas, como $x' = \Lambda x$.

El resultado de este cambio de coordenadas es la gráfica que se muestra a continuación. Únicamente estamos viendo el espacio de una manera diferente pero muy interesante. En primer lugar, no hay líneas de cuadrícula en el núcleo del espacio (*Figura 66a*). Eso significa que si las líneas de la cuadrícula representaran caminos que la luz puede tomar, aparentemente la luz no puede alcanzar una porción del espacio. Es como si creáramos un agujero en el espacio. Pero, de nuevo, esto es solo la ilusión de trazar el espacio en un conjunto diferente de coordenadas.

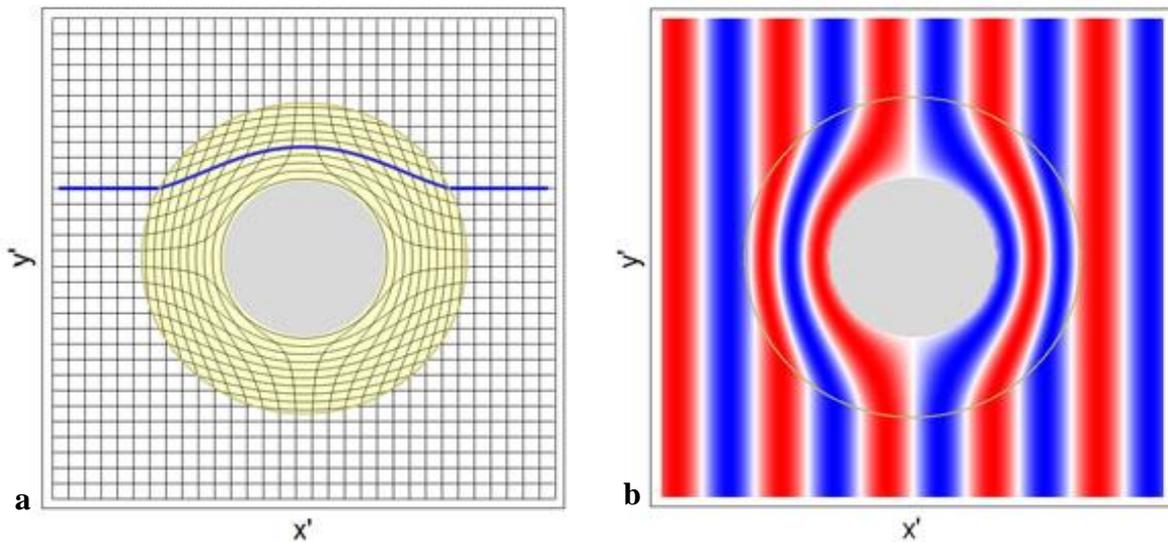


Figura 65. a) Representación de la trayectoria de un rayo de luz en el espacio vacío, b) Oscilaciones de una onda electromagnética en el espacio [88].

Figura 66. a) Representación de lo que sucedería si pudiéramos deformar el espacio físicamente, b) Todas las ondas electromagnéticas que ingresaran en la región transformada se alejarían del centro, por lo que cualquier objeto colocado dentro de la región central sería invisible [88].

Como podemos apreciar, el rayo de luz azul en la imagen se dobla rodeando la región central, por lo que podríamos hacer un objeto invisible si lo colocáramos en dicha región. Y lo mismo para ondas electromagnéticas de diferente longitud de onda. Si trazamos la onda sinusoidal en las nuevas coordenadas, obtenemos el tipo de imagen que se muestra en la *Figura 66b*. Aquí, los frentes de onda planos que ingresan a la región de transformación se doblan lejos del núcleo, y luego se restauran a medida que salen del otro lado.

Al comparar estas visualizaciones del espacio deformado con la analogía de las lentes y los espejos de la que hablamos anteriormente, podemos ver que hemos logrado la invisibilidad, al menos en principio. Los rayos de luz se redirigen alrededor del objeto o región a ocultar, en este caso abriendo un agujero en el espacio y empujando todo el espacio desde una región circular hacia un caparazón. Fuera del caparazón, el espacio no se ve afectado (esto recuerda a la transformación del espacio de Star Trek y Alcubierre). Además, debido a que solo estamos transformando el espacio, hemos creado un caparazón que no dispersa luz u ondas, nada se refleja desde el caparazón, y la luz que atraviesa regresa a su trayectoria como si hubiera atravesado el espacio vacío. A diferencia de los magos que se acercan a la invisibilidad mediante espejos, esta capa de invisibilidad potencial funciona sin importar dónde esté el observador y sin importar de dónde vengan las ondas electromagnéticas.

Esta capa de invisibilidad propuesta por el grupo de investigación del Doctor David R. Smith [88] es un dispositivo intrigante, pero sufre un importante problema de implementación: no se puede deformar el espacio (al menos no sin las reacciones de materia-antimateria de Star Trek). Pero en ella hay implícita una manera interesante de explotar las transformaciones y unos medios muy elegantes de manejar la luz.

Medios de transformación

Las ecuaciones de Maxwell (1) o dicho de otro modo, las ecuaciones que rigen la propagación de la luz y otras ondas electromagnéticas, se pueden escribir para tener la misma forma en cualquier conjunto de coordenadas. El truco es que la presencia de un medio entra en las ecuaciones de Maxwell como un par de parámetros (ϵ y μ) que describen su respuesta eléctrica (53) y su respuesta magnética (54). Cuando transformamos nuestro sistema de coordenadas, podemos aplicar la transformación a estos parámetros de modo que el resto de las ecuaciones se vean igual que antes de la transformación.

Pero, ¿qué pasa cuando aplicamos la transformación a estos parámetros? Que se diseña un nuevo material con especificaciones muy particulares. Con esto consiguieron que la luz se comportara exactamente como si se hubiese deformado el espacio a través del gradiente de índice de refracción (∇n), como en los espejismos.

En realidad, es un resultado sorprendente y da como resultado una receta extraordinariamente simple. Si nuestra transformación de coordenadas se expresa como $x' = \Lambda x$, entonces los parámetros de material (ϵ y μ) necesarios para implementar realmente la transformación están especificados por [88]:

$$\epsilon' = \frac{\Lambda \epsilon \Lambda^T}{|\Lambda|} \quad \mu' = \frac{\Lambda \mu \Lambda^T}{|\Lambda|} \quad (61)$$

A partir de estas ecuaciones relativamente simples podemos obtener el diseño de un material que hará que la luz se propague como si hubiéramos deformado el espacio. Ahora es justo preguntar, ¿cuál es el problema? El problema es que el material requerido generalmente debe ser anisotrópico (con diferentes propiedades en diferentes direcciones) y debe tener una respuesta eléctrica y magnética. Además, esas propiedades deben variar en todo el espacio, o al menos en la región transformada. Por lo tanto, una solución de óptica de transformación requiere un medio muy complicado (con valores de ϵ y μ nulos o incluso negativos [95], véase *materiales zurdos* en apartado 3.4), o lo que podríamos llamar un medio de transformación, para lograr la gestión deseada de la luz. Intentar lograr un medio óptico de transformación general con materiales convencionales sería una tarea difícil, si no imposible.

Sin embargo, no estamos obligados a utilizar materiales convencionales cuando creamos un medio de transformación. Los materiales artificiales modernos (llamados metamateriales, como hemos visto en el apartado 3.6) nos han proporcionado suficientes capacidades nuevas con las que podemos lograr a menudo propiedades ópticas de transformación increíblemente exigentes. De este modo, los metamateriales, combinados con el enfoque de transformación del diseño óptico, nos han proporcionado una nueva ruta hacia la invisibilidad.

Capa de invisibilidad: metamateriales

Para la creación de la capa de metamaterial lo primero que se necesita es saber cómo queremos que se propaguen los campos electromagnéticos dentro de ella o cómo se comportan los frentes de onda y, para ello, el grupo de Smith tuvo que buscar la forma de “mirar dentro” del material, y lo hizo a frecuencias de microondas. Idearon un sistema que contenía el material de estudio entre dos placas metálicas, así la radiación de microondas que inciden entre ellas se propagan en el plano bidimensional [88]. Al hacer un pequeño agujero en una de las placas e insertar una sonda, es posible medir el campo en ese punto sin alterar el patrón del campo. Al escanear la sonda sobre un área, se puede crear una imagen de la onda que interactúa con el material.

La *Figura 67* muestra un par de ilustraciones de la cámara de mapeo de campo, junto con una fotografía de la cámara real. El material gris oscuro moteado que forma un círculo dentado alrededor de los bordes es un material especial que absorbe las microondas (espuma RAM vista en el *apartado 4.1* y en el *Anexo III*) y se utiliza para crear la abertura en la que incidir el haz de microondas, y para reducir la reflexión de las microondas que se dispersan desde el objeto bajo prueba.

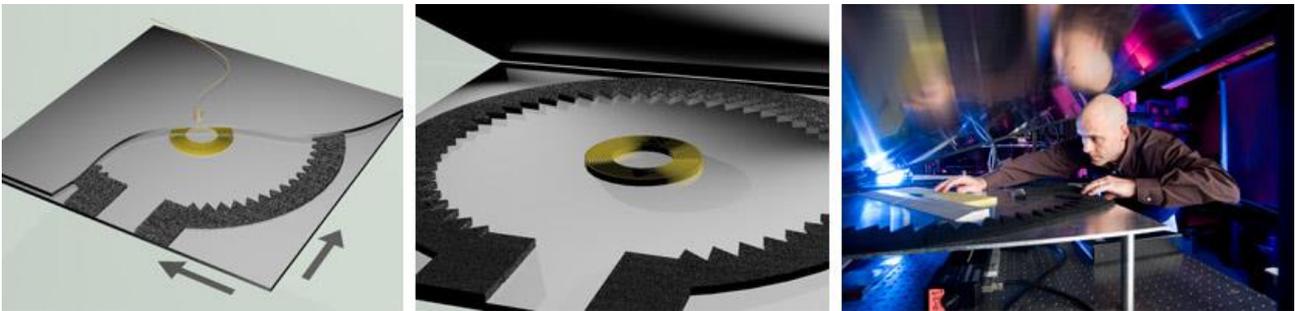


Figura 67. Diseño de la cámara de mapeo utilizada por el grupo de Smith para ‘ver’ a través de la capa de metamaterial [88].

De este modo, la muestra con la que decidieron trabajar necesitaba funcionar con frecuencias de microondas y tener una forma plana circular con un orificio en el centro para ocultar un objeto a esta radiación. Con estas restricciones diseñaron el material.

Debido a estas condiciones de contorno, el disco metamaterial plano se aproxima a un cilindro infinito. Eso significaba que debían hacer uso de una transformación bidimensional, por ello decidieron usar una transformación simétrica y radial que podría escribirse fácilmente en el sistema de coordenadas cilíndricas (ρ , φ , z) de la siguiente manera [96]:

$$\rho' = \begin{cases} \rho \frac{R_2 - R_1}{R_2} + R_1 & \rho < R_2 \\ \rho & \rho \geq R_2 \end{cases} \quad (62)$$

R_1 es el radio interno de la capa y R_2 el externo, mientras que el ángulo transformado permanece igual en ambos sistemas de coordenadas. Para hacer uso de esta transformación, primero debemos transformar y luego volver a las coordenadas cartesianas, pero realizar el material no es tan sencillo como hacer una transformación de coordenadas pues esto, evidentemente, no modificaría las propiedades puntuales del medio. Aquí señalaremos únicamente que los parámetros constitutivos de la capa se pueden escribir en función de ρ y ρ' como:

$$\varepsilon_\rho = \mu_\rho = \frac{\partial \rho'}{\partial \rho} \frac{\rho}{\rho'}, \quad \varepsilon_\varphi = \mu_\varphi = \frac{\partial \rho}{\partial \rho'} \frac{\rho'}{\rho}, \quad \varepsilon_z = \mu_z = \frac{\partial \rho}{\partial \rho'} \frac{\rho}{\rho'} \quad (63)$$

que conduce a los siguientes parámetros constitutivos para la capa:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\rho'} &= \mu_{\rho'} = \frac{\rho' - R_1}{\rho'} \\ \varepsilon_{\phi'} &= \mu_{\phi'} = \frac{\rho'}{\rho' - R_1} \\ \varepsilon_z &= \mu_z = \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2 \frac{\rho' - R_1}{\rho'}\end{aligned}\quad (64)$$

La guía de ondas de placas paralelas (*Figura 67*) obliga al campo eléctrico a ser perpendicular a estas placas a lo largo de la dirección z , con el campo magnético en el plano paralelo a estas (según los vectores de propagación). Al tener sólo tres componentes de campo, se puede reducir estos seis parámetros constitutivos de la capa a tres: $\varepsilon_z, \mu_\rho, \text{ y } \mu_\phi$.

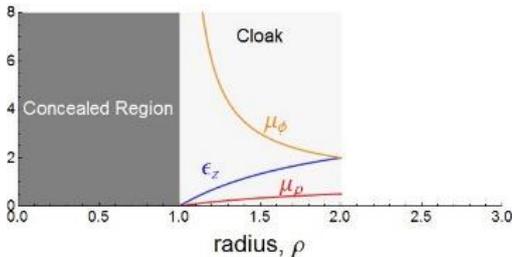


Figura 68. Valores de las propiedades del medio material diseñado por Smith y su grupo. Vemos que dos de ellos se acercan a cero en el radio interno de la capa y otro hacia el infinito [88].

Y aun con esas, controlar estos tres parámetros les supuso un desafío ya que todos variaban en función del radio de la capa y alguno tomaba valores extremos (de cero a infinito). Una gráfica de los parámetros ópticos de transformación requeridos revela cuán exigente era la condición del material que requería la capa. Los tres parámetros variaban ampliamente en toda la capa. Pero antes de empezar a construir un material que según los valores de sus propiedades constitutivas prometía un trabajo bastante complicado, decidieron simular por computadora la estructura y los campos electromagnéticos en presencia de este material.

La *Figura 69* muestra un ejemplo de simulación de la capa ideal que se realizó utilizando el software de simulación de fenómenos físicos COMSOL Multiphysics®. Como predijo el enfoque óptico de transformación, la simulación electromagnética completa revela el comportamiento de ocultamiento esperado [97].

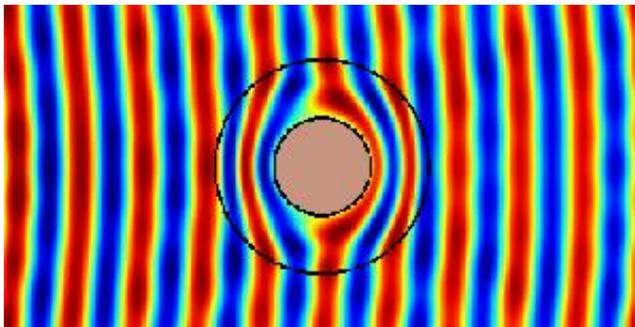


Figura 69. Simulación de la capa ideal de invisibilidad del grupo de Smith, realizada por Steve Cummer en Duke, en 2006 [88].

Esta simulación confirma las predicciones de la óptica de transformación. Y para fabricarlo sabían que los anillos (condensadores e inductores) partidos pueden proporcionar una respuesta magnética [98], y otras estructuras como los cables cortos pueden proporcionar una respuesta eléctrica (ver *Figura 8*). También sabían que los parámetros constitutivos solo varían en función del radio, no en función del ángulo. Entonces, la estructura que idearon consistía en capas concéntricas de meta-células, que contenían elementos metamateriales para controlar $\varepsilon_z, \mu_\rho, \text{ y } \mu_\phi$

[88]. Esto requiere una precisión de fabricación sin precedentes y un largo proceso, por lo que el resultado sería una solución exacta para la invisibilidad, al menos a una frecuencia, eliminando tanto el reflejo como cualquier sombra. Entonces, ¿qué pasaría si tuviéramos que alejarnos de los parámetros ideales, renunciando a un rendimiento de ocultamiento para llegar a una estructura más simple? La idea que se le ocurrió a Smith fue considerar una capa que funcionara para la óptica de rayos. En óptica, la respuesta magnética es a menudo tan pequeña que se obvia, y el material se caracteriza solo por su índice de refracción³⁶. Al centrarse solo en el índice de refracción, podría encontrar más flexibilidad en los parámetros de ocultamiento.

³⁶ El índice de refracción se puede utilizar para predecir la propagación de rayos a través de un medio.

Para la orientación descrita del campo eléctrico y el campo magnético dentro de la guía de ondas de placas paralelas, el índice de refracción es anisotrópico con dos componentes³⁷:

$$n_{\rho}^2(\rho) = \varepsilon_z(\rho)\mu_{\rho}(\rho) = \left(\frac{\rho - R_1}{\rho}\right)^2 \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2$$

$$n_{\phi}^2(\rho) = \varepsilon_z(\rho)\mu_{\phi}(\rho) = \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2$$
(65)

Si solo nos preocupamos por estas componentes del índice de refracción, entonces solo resultan importantes los productos de la componente correspondiente de la permeabilidad y la componente z de la permitividad. Por lo tanto, somos libres de elegir los parámetros como queramos, siempre que los índices (65) sean correctos. Entonces:

$$\mu_{\rho}(\rho) = \left(\frac{\rho - R_1}{\rho}\right)^2$$

$$\mu_{\phi}(\rho) = 1$$

$$\varepsilon_z(\rho) = \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2$$
(66)

Estos parámetros proporcionan los mismos valores para los componentes del índice, pero dos de los parámetros son constantes. De hecho, $\mu_{\phi}(\rho)$ es igual a la unidad, por lo que podemos olvidarlo por completo. Lograr un conjunto de parámetros como estos es una tarea mucho más fácil, que posiblemente requiera el diseño de un solo elemento. Esta capa de parámetros reducidos podría no funcionar perfectamente, pero mostraría el mecanismo óptico de transformación, con ondas dirigidas alrededor de una región central envuelta. Por esa misma razón fue la capa que Smith y su grupo decidieron construir [88].

A continuación, se muestra una gráfica de los parámetros reducidos. En comparación con la capa de parámetros completa, la capa de parámetros reducida es una estructura mucho más alcanzable, que requiere que solo uno de los parámetros del material posea un gradiente en la dirección radial. La permitividad se mantiene en un valor constante de 4, un valor similar a muchos materiales aislantes. Todos los parámetros están delimitados, es decir, ninguno de los parámetros tiende al infinito como en el caso ideal anterior (Figura 68).

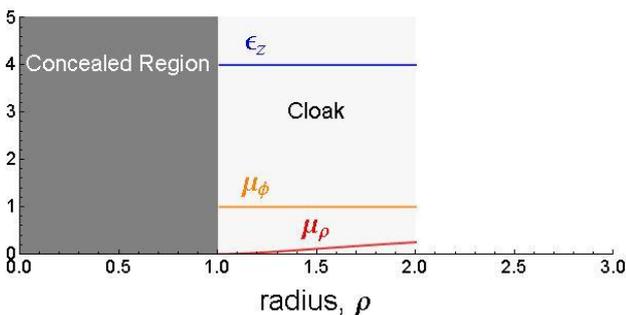


Figura 70. Valores de los parámetros constitutivos reducidos de la segunda capa ideada por el grupo de Smith de la universidad de Duke [88].

¿Qué podemos esperar entonces de una capa de parámetros reducidos? Como hicieron con la capa ideal, simularon los parámetros del material con COMSOL y observaron lo que sucedía cuando una onda interactuaba con la estructura. El resultado obtenido se muestra en la Figura 71. Como se esperaba, hay una distorsión en la onda incidente, con ambas reflexiones observadas hacia la fuente de la onda, y una sombra observada en el lado opuesto. Pero, también como se esperaba, las ondas se curvan alrededor de la capa de una manera muy similar a lo que sucedería en una capa de parámetros completos (también denominada capa ideal). Esto ocurre porque las trayectorias de las ondas están controladas predominantemente por el índice de refracción anisotrópico. La capa incluso parece restaurar los frentes de onda después de que hayan pasado a través de la estructura, aunque no completamente.

³⁷ Permitividad y permeabilidad en un medio anisotrópico son magnitudes tensoriales, por eso tiene sentido hablar de componentes. En un medio lineal homogéneo son magnitudes escalares.

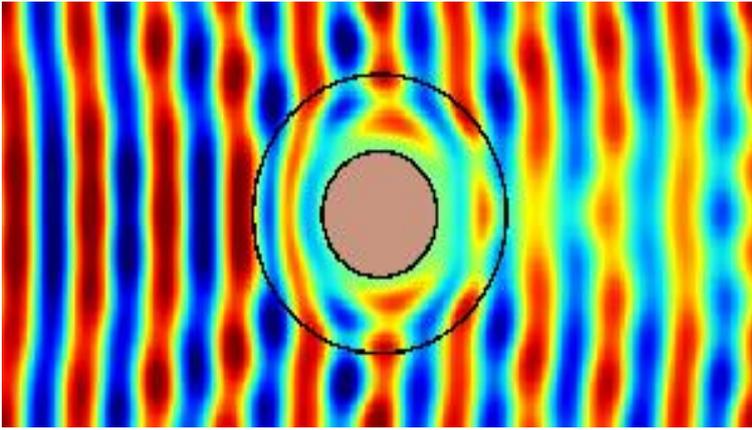


Figura 71. Simulación de la capa de parámetros reducidos del grupo de Smith, realizada por Steve Cummer en la Universidad de Duke, en 2006 [88]

Por lo tanto, la capa de parámetros reducida simplifica enormemente el diseño metamaterial potencial, pero conserva el comportamiento básico esperado del diseño óptico de transformación.

A pesar del buen resultado que obtuvieron en la simulación y posterior fabricación de esta capa de parámetros reducidos (Figura 71), estos sistemas suponen muchos retos para el futuro de su investigación. Por mencionar alguno, conseguir los parámetros (de los que hemos hablado en este capítulo) obliga a que las

permitividades y permeabilidades tengan parte imaginaria y, por tanto, pérdidas de energía, como vimos en el apartado 3.3. Eso hace que sea imposible hacer una capa perfecta con materiales pasivos (condensadores e inductores en el caso de los SRRs, [98]). Por otro lado, como vimos en el apartado 3.6.2, la respuesta del metamaterial depende de la dispersión de las ondas incidentes y es por este motivo que es difícil hacer que las capas de invisibilidad funcionen con varios colores a la vez. Es difícil construir materiales en banda ancha (a todos los colores del arcoíris a la vez, véase *física del color* en el apartado 4.1) si las propiedades cambian de una frecuencia a otra.

Y una vez visto cómo se diseñaron las primeras capas de invisibilidad, es posible hacerse una idea de las películas en las que podrían haber aparecido estos dispositivos de haberse ideado antes de que estas se escribieran. Pero como ocurre la mayoría de las veces, la imaginación humana y, por consiguiente, la literatura y el cine (de su creación), han ido bastante por delante del avance tecnológico de la época.

Una saga cinematográfica que se adapta muy bien a esta forma de invisibilidad sería “Predator” (1987) y sus secuelas. En ella, las criaturas alienígenas denominadas Yautja se caracterizan por ser una raza cazadora, y sus presas suelen ser humanos y posteriormente aliens.

Estos Yautja poseen una tecnología muy avanzada, con todo tipo de armas y sistemas como una máscara que les proporciona distintos modos de visión (“Bio-helmet”), cañones de plasma de gran precisión y un dispositivo de camuflaje mediante el cual adoptan una invisibilidad casi completa.



Figura 72. Yautja “Jungle Hunter” en la película “Predator” (1987).

Por lo que podemos ver en las películas su tecnología de camuflaje es capaz de doblar la luz alrededor de ellos de un modo muy similar al que ocurre en las transformaciones ópticas que acabamos de ver. Cuando el

predator se mueve se ve una distorsión en el aire que, dependiendo del entorno, puede ser perceptible. Esta distorsión se debe a los transitorios, puesto que la respuesta de la luz no es instantánea como vimos en el apartado 3.3. Por ello, los Yautja prefieren biomas de selva, que ayudan a enmascarar la distorsión de su sistema de invisibilidad. En otros entornos, como cerca del fuego, son más fáciles de detectar por el cambio de índice de refracción del aire (véase también los gradientes de índice de refracción y temperatura en *Doblando la luz*).

A partir del descubrimiento y estudio de estas capas de metamateriales son muchas las referencias en la ciencia ficción. En la nueva serie “The boys” (2019) basada en el cómic homónimo, el personaje Translucent explica, en una entrevista al estilo Jimmy Fallon, que sus poderes residen en que su piel se convierte en un metamaterial

de carbono que dobla la luz, como una capa de invisibilidad. Otro ejemplo de capa de invisibilidad con metamateriales es la que usa Sterben en la saga “Sword Art Online Alternative: Gun Gale Online” (2018) del anime “Sword Art Online” (2012-2019). La misma tecnología aparece en las naves de la serie “The Expanse” (2015), y se podrían mencionar muchos ejemplos más.

¿CÓMO VE EL HOMBRE INVISIBLE?

Existen objeciones al hecho de que los personajes (humanos o basados en modelos humanos) invisibles de la ciencia ficción puedan ver con normalidad, pero ¿en qué consisten? De manera general, para poder ver, hay que interactuar con la luz. En los dos casos que se van a diferenciar, los personajes serían ciegos (al menos a la luz visible).

Si el personaje es transparente, la luz pasa sin interactuar (no hay absorción):

La invisibilidad de “**El Hombre Invisible**” se basaba en que todas las partes de su cuerpo (entre ellas los ojos) se hicieron transparentes y adquirieron un índice de refracción igual al del aire. Las partes transparentes del ojo como el cristalino (véase 4.2.2) refractan la luz de tal forma que sobre la retina se obtiene la imagen de los objetos sobre los que la luz se refleja. Si todas las partes del ojo y el aire tuviesen el mismo índice de refracción, desaparecería el origen de la refracción y la luz no cambiaría de dirección, por lo que no convergería en ningún punto.

Si la invisibilidad la provee una capa o “piel metamaterial”, la luz rodea el cuerpo sin atravesarlo (estamos “a oscuras”):

En las diferentes películas de “**Predator**” se ha visto que esta raza de cazadores puede hacerse invisible a frecuencias del espectro visible (véase apartado 2.4), pero no por ello son ciegos, al menos no a todas las frecuencias. Provistos de una tecnología llamada “Bio-helmet”, pueden acceder a varias frecuencias diferentes, entre las que destaca la infrarroja, efectiva para detectar a los humanos con imágenes térmicas (“Predator”, 1987). Pero Dutch (Schwarzenegger) consigue la invisibilidad a estas frecuencias cubriéndose de barro frío, ocultando así su imagen térmica, lo que lo ayuda en la batalla final. También poseen un modo de visión ultravioleta (“Predator 2”, 1990), y lo que parece ser un generador de campo electromagnético, que se usa en “Alien vs. Predator” (2004) para ver y cazar Xenomorphs, ya que el infrarrojo es inútil puesto que los aliens no emiten ningún calor.



Figura 73. “Predator” (1987)

Conclusiones

En este trabajo hemos estudiado el fenómeno de la invisibilidad desde un punto de vista físico, viendo primero qué entendemos por ver, y por tanto, que tenemos que hacer para que no nos vean. Para ello hemos hecho un repaso de la propagación de las ondas electromagnéticas y hemos visto diferentes aproximaciones vistas en la naturaleza, en ámbitos militares, y en la ciencia ficción.

También hemos visto la interacción de estas ondas con la materia y los distintos tipos de materiales dieléctricos que existen según sus las propiedades electromagnéticas que los caracterizan.

En el grueso del trabajo hemos visto los diversos métodos utilizados en el cine para conseguir la invisibilidad, entendiendo que hay algunos que son más fáciles de conseguir que otros. En adición se han estudiado los materiales absorbentes de radar como una aplicación muy utilizada desde la Segunda Guerra Mundial hasta la fecha, con propósitos militares o científicos. Por último, se ha visto que el método más conseguido y que tendrá mayores investigaciones en el futuro es el de las capas de invisibilidad fabricadas con metamateriales, que hasta el momento sólo han conseguido la invisibilidad a frecuencias electromagnéticas.

Anexos

Anexo I. Transporte y Absorción de Energía

Transporte

Para describir rigurosamente cómo la radiación electromagnética atraviesa un medio material, tenemos que hablar del modo en que es transportada y absorbida la energía. Este proceso de transporte energético puede ser descrito de manera sencilla como sigue.

Si partimos de que $\rho_f, \mathbf{J}_f = 0$ ³⁸, dentro del medio, las ecuaciones de Maxwell en medios materiales quedarían

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \rightarrow \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (67)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0 \rightarrow \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (68)$$

$$\mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) - \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (69)$$

de donde obtenemos, con la ayuda de una identidad vectorial conocida³⁹, lo siguiente

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (70)$$

Se trata del *Teorema de Poynting* y define el balance de las contribuciones energéticas de los campos electromagnéticos. A partir de esta expresión, definimos el vector de Poynting que representa la densidad de flujo de energía electromagnética por unidad de área [9]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (71)$$

Con este vector se puede conocer la magnitud de la energía por unidad de volumen, y la dirección en la que se produce su transporte. Si podemos despreciar la disipación de energía, la expresión (70) se puede escribir como:

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (72)$$

Donde $u(\mathbf{r}, t)$ representa la densidad de energía por unidad de volumen, y se puede expresar en función de los campos electromagnéticos, y el cambio en el tiempo de los campos auxiliares \mathbf{D} y \mathbf{H} (70). Se debe destacar que (72) no incluye la disipación de energía, estableciendo precisamente su conservación al expresar que la variación de la energía total se debe únicamente al transporte de energía electromagnética [9].

³⁸ Como obtendremos densidades de energía, esto es equivalente a que, al integrar en el espacio para obtener la energía, consideremos un volumen cuya superficie contenga solo al medio y excluya a las fuentes libres.

³⁹ $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$

Absorción

El estudio del campo electromagnético en función de la frecuencia (dominio de la frecuencia) se realizó (*apartado 3.2*) introduciendo campos complejos. De este modo, las susceptibilidades y, por consiguiente, los parámetros constitutivos del medio, también son magnitudes complejas. La permitividad y la permeabilidad deben describirse entonces distinguiendo:

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'' \\ \mu = \mu' + i\mu'' \end{cases} \quad (73)$$

Ambas partes poseen un significado físico preciso. En concreto, las partes imaginarias determinan la absorción (disipación) de energía en el medio [9], y se denominan ‘pérdidas eléctricas y magnéticas’. También implican un desfase entre \mathbf{E} y \mathbf{D} , y entre \mathbf{H} y \mathbf{B} . Al ser lineal la respuesta del medio, la forma funcional de los campos será la misma, pero con un cierto desfase (ϕ).

Para verificar este desfase, vamos a analizar el caso de una onda plana monocromática con frecuencia angular ω y vector de onda \mathbf{k} , cuyo campo eléctrico, definido en (17), está descrito por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}\} = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \delta) \hat{\mathbf{n}} \quad (74)$$

Donde la amplitud del campo eléctrico es independiente del tiempo.

A partir de transformadas de Fourier [9], el vector desplazamiento (50) en función del tiempo es:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}\} \quad (75)$$

En una onda plana monocromática, el vector desplazamiento es la parte real del producto del campo eléctrico $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ por la permitividad evaluada en ω .

Por otra parte, el campo $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t)$ en ondas monocromáticas tiene la misma forma que el campo eléctrico:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{H}_0 e^{i\phi}\} \quad (76)$$

Si procedemos del mismo modo [9], y escribimos el campo de inducción magnética como

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mu_0 \mu(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{H}_0 e^{i\phi}\} \quad (77)$$

Usando estos campos y el teorema de Poynting (70), podemos calcular la energía que absorbe el medio. Los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} en la expresión del transporte de energía (70) son funciones del tiempo, por lo que, para medir la energía absorbida, debemos establecer un periodo de medición $T \gg \frac{2\pi}{\omega}$ en el que consideremos el promedio temporal⁴⁰ de (70).

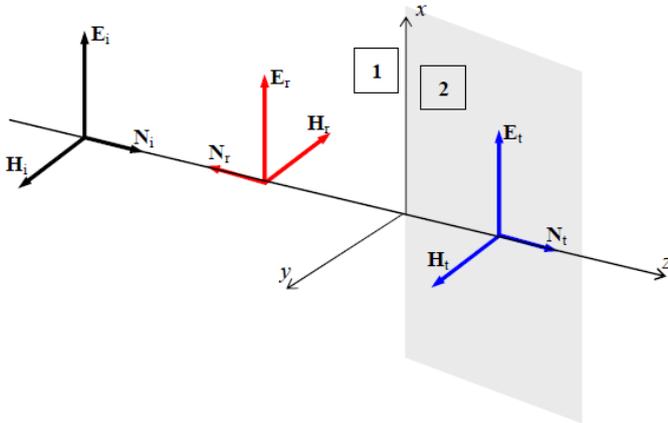
$$-\langle \nabla \cdot \mathbf{S} \rangle = \langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \rangle + \langle \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \rangle = \frac{\omega}{2} (\varepsilon_0 \varepsilon'' E_0^2 + \mu_0 \mu'' H_0^2) \quad (78)$$

Esta magnitud representa el valor promedio de la energía absorbida por el medio (por unidad de tiempo y de volumen) que resulta ser claramente dependiente de la parte imaginaria de ε y μ .

⁴⁰ El promedio temporal está definido como: $\langle A \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) dt$.

Anexo II. Incidencia normal sobre una interfase [99]

Queremos ver de qué depende la reflexión para saber en qué condiciones esta no existe, por ello, vamos a empezar viendo el comportamiento de los campos cuando ondas electromagnéticas inciden sobre una superficie interfase que separa dos medios de propiedades (simbolizadas por su impedancia característica⁴¹) diferentes. Por simplicidad matemática usaremos ondas planas e interfaces planas.



Consideremos una onda plana monocromática linealmente polarizada que incide **normalmente** desde un medio [1] sobre un plano interfase que lo separa de un medio [2]. En la incidencia normal la dirección de propagación es **perpendicular al plano interfase**. Suponemos que el **medio de incidencia [1]** no tiene pérdidas (k_1 y η_1 reales). El **medio de transmisión [2]** tendrá de manera general parámetros complejos k_2 y η_2 . Planteamos las ecuaciones de los campos en las dos regiones:

Figura 74. Incidencia normal sobre una interfase [99].

$$\begin{aligned}
 \text{[1]} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = E_{0+} \hat{\mathbf{x}} e^{i(\omega t - k_1 z)} + E_{0-} \hat{\mathbf{x}} e^{i(\omega' t + k_1' z)} \\ \mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t) = \frac{E_{0+}}{\eta_1} \hat{\mathbf{y}} e^{i(\omega t - k_1 z)} - \frac{E_{0-}}{\eta_1} \hat{\mathbf{y}} e^{i(\omega' t + k_1' z)}, \text{ con } k_1' = k_1(\omega') \end{cases} & (79) \\
 \text{[2]} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = E_{0t} \hat{\mathbf{x}} e^{i(\omega'' t - k_2 z)} \\ \mathbf{H}_2(\mathbf{r}, t) = \frac{E_{0t}}{\eta_2} \hat{\mathbf{y}} e^{i(\omega'' t - k_2 z)}, \text{ con } k_2'' = k_2(\omega'') \end{cases} & (80)
 \end{aligned}$$

En la región de incidencia, se superponen una **onda incidente** (con número de onda k_1) y una **onda reflejada** (con número de onda k_1'), debido a la presencia de la interfase que implica una discontinuidad en el medio donde ocurre la propagación. En la región de transmisión, supuesto semi-infinito, sólo hay una **onda transmitida** (con número de onda k_2''). Las frecuencias de las ondas vienen dadas por ω , y hemos denotado con el subíndice + la onda incidente, con - la reflejada, y con t la transmitida.

Los campos deben cumplir las condiciones de contorno en la interfase $z = 0$. Como ambos campos son tangenciales a la superficie de separación, se conservan:

$$\begin{aligned}
 E_1(z = 0, t) = E_2(z = 0, t) &\Rightarrow E_{0+} e^{i\omega t} + E_{0-} e^{i\omega' t} = E_{0t} e^{i\omega'' t} \\
 H_1(z = 0, t) = H_2(z = 0, t) &\Rightarrow \frac{E_{0+}}{\eta_1} e^{i\omega t} - \frac{E_{0-}}{\eta_1} e^{i\omega' t} = \frac{E_{0t}}{\eta_2} e^{i\omega'' t}
 \end{aligned} \tag{81}$$

⁴¹ La impedancia característica es una relación entre los campos eléctrico y magnético de la onda plana. Se puede calcular a partir de la ley de Faraday [99] y la expresión resultante es: $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = \pm \frac{k}{\omega\mu} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$, en la que k es el número de onda, y los signos indican si la onda es regresiva (propagándose en sentido decreciente) o progresiva (propagándose en sentido creciente). La impedancia característica es la relación $\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \frac{\omega\mu}{\beta - i\alpha} = \frac{\omega\mu(\beta + i\alpha)}{\beta^2 + \alpha^2} = \eta' + i\eta''$, donde la parte real β es el factor de propagación, y la parte imaginaria α el factor de atenuación (ambos dependientes de la frecuencia). La impedancia característica compleja indica un desfase (asociado a pérdidas de energía) entre los campos [99]. El valor de esta en el vacío viene dado por $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377\Omega$.

Estas ecuaciones se deben cumplir para todo instante t . Como las funciones exponenciales complejas son ortogonales para distintos valores de ω , entonces $\omega = \omega' = \omega''$.

Por tanto, quedaría así:

$$E_{0+} + E_{0-} = E_{0t} \quad ; \quad \frac{E_{0+}}{\eta_1} - \frac{E_{0-}}{\eta_1} = \frac{E_{0t}}{\eta_2} \quad (82)$$

De estas dos ecuaciones podemos despejar las amplitudes E_{0-} y E_{0t} en función de E_{0+} :

$$\rho = \frac{E_{0-}}{E_{0+}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad ; \quad \tau = \frac{E_{0t}}{E_{0+}} = 1 + \rho = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (83)$$

obteniendo los **coeficientes de reflexión** y de **transmisión** ρ y τ , respectivamente. Si η_1 y η_2 son iguales en la expresión (83) no hay reflexión. Esto se puede conseguir con la **adaptación de impedancias**.

Adaptación de impedancias

La adaptación de impedancias es la práctica de hacer que la impedancia de salida de un origen de señal (fuente) sea igual a la impedancia de entrada de la carga a la cual se conecta, con el objetivo de maximizar la transferencia de potencia o minimizar la reflexión de la señal desde la carga. La forma general del coeficiente de reflexión para una onda que se mueve de un medio 1 a un medio 2 viene dado por la primera expresión de (83).

Por tanto, la condición **para que no exista reflexión** es:

$$\boxed{\eta_1 = \eta_2} \quad (84)$$

Ahora bien, en **medios no magnéticos**, las permeabilidades y permitividades de ambos medios serán la misma, por tanto, si la impedancia y el índice de refracción se relacionan con estas propiedades mediante las siguientes relaciones:

$$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon} \quad ; \quad n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (85)$$

Entonces, impedancias iguales implica índices de refracción iguales.

Desde el punto de vista del transporte de energía, podemos calcular el **flujo medio de potencia por unidad de área** que transportan las ondas involucradas:

$$\begin{aligned} \langle P_i \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re}(E_i H_i^*) = \frac{E_{0+}^2}{2\eta_1} && (\eta_1 \text{ real}) \\ \langle P_r \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re}(E_r H_r^*) = |\rho|^2 \frac{E_{0+}^2}{2\eta_1} = |\rho|^2 \langle P_i \rangle && \Rightarrow R = \frac{\langle P_r \rangle}{\langle P_i \rangle} = |\rho|^2 \\ \langle P_t \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re}(E_t H_t^*) = |\tau|^2 \frac{\eta_1 \eta_2'}{|\eta_2|^2} \langle P_i \rangle && \Rightarrow T = \frac{\langle P_t \rangle}{\langle P_i \rangle} = \frac{\eta_1 \eta_2'}{|\eta_2|^2} |\tau|^2 \end{aligned} \quad (86)$$

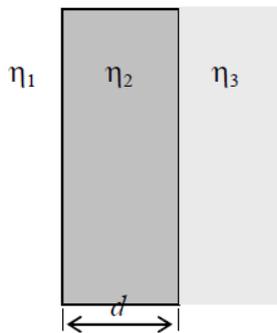
donde R y T son los **coeficientes de reflexión** y **transmisión de potencia**.

Anexo III. Incidencias sobre multicapas materiales [99]

Cuando una onda plana incide normalmente sobre sucesivas capas materiales, en cada capa el campo estará formado por una onda progresiva y una onda regresiva, salvo en el medio de transmisión. El análisis de los campos se realiza imponiendo sobre cada interfase las condiciones de contorno.

Recubrimiento de cuarto de onda

Supongamos tres láminas (*Figura 75*) de medios dieléctricos sin pérdidas. Analicemos las características que debe tener la capa para anular la reflexión de ondas que incidan normalmente⁴². Esto es de interés en aplicaciones ópticas y de medición. El objetivo de estos recubrimientos es la adaptación de impedancias vista en el anexo anterior. Si η_1 y η_3 no están adaptadas, habrá una onda reflejada. Esto se arregla poniendo la lámina central, que hace que desde el medio 1 se “vea” una adaptación de impedancias y no exista así la reflexión.



Este problema consiste en la adaptación mediante un transformador de cuarto de onda entre una impedancia η_1 y una impedancia η_3 . Las ecuaciones de diseño del adaptador son:

$$l_2 = \lambda_2/4 \quad \eta_2 = \sqrt{\eta_1\eta_3} \quad (87)$$

Podemos verificar que estas condiciones dan reflexión nula a partir de la expresión de ρ , obtenida a partir de (83) aplicada a dos interfases en lugar de una:

Figura 75. Recubrimiento de cuarto de onda.

$$\rho = \frac{E_{0r}}{E_0} = -\frac{(\eta_1 - \eta_2)(\eta_3 + \eta_2)e^{ik_2d} - (\eta_1 + \eta_2)(\eta_3 - \eta_2)e^{-ik_2d}}{(\eta_1 + \eta_2)(\eta_3 + \eta_2)e^{ik_2d} - (\eta_1 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_2)e^{-ik_2d}} \quad (88)$$

El factor exponencial, que aparece debido a la propagación en el medio 2, resulta: $e^{\pm ik_2d} = e^{\pm i\frac{2\pi}{\lambda_2}\frac{\lambda_2}{4}} = e^{\pm i\frac{\pi}{2}} = \pm i$ y entonces:

$$\rho = \frac{E_{0r}}{E_0} = -\frac{(\eta_1 - \eta_2)(\eta_3 + \eta_2) + (\eta_1 + \eta_2)(\eta_3 - \eta_2)}{(\eta_1 + \eta_2)(\eta_3 + \eta_2) + (\eta_1 - \eta_2)(\eta_3 - \eta_2)} = -\frac{\eta_1\eta_3 - \eta_2^2}{\eta_1\eta_3 + \eta_2^2} \quad (89)$$

Se comprueba que ρ se anula cuando la impedancia de la capa es la media geométrica entre las impedancias de los medios adyacentes. Una capa que cumple estas condiciones se denomina **recubrimiento de cuarto de onda** y es muy utilizado en instrumentos ópticos para eliminar reflexiones. El recubrimiento de $\lambda/4$ funciona adecuadamente a una única frecuencia, pero fuera de ella el coeficiente de reflexión ya no es cero.

⁴² La eliminación total de la reflexión supone que un observador desde el medio 1 no detectaría la presencia del medio 3, lo que haría este medio invisible al observador.

Cámaras Anecoicas

Si pensamos en un medio cuya impedancia intrínseca varía gradualmente a lo largo del recubrimiento, desde la impedancia del medio izquierdo hasta la del medio a la derecha, podemos pensar en una estructura piramidal como la de la *Figura 76*, que lleva la impedancia de campo desde el valor del aire al valor del material de la pirámide.

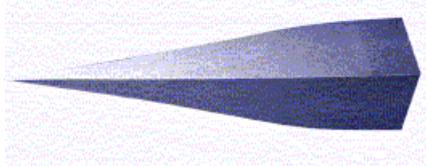


Figura 76. Estructura piramidal.

Este tipo de estructuras se usan en las “cámaras anecoicas”. En muchas aplicaciones es necesario probar equipos que emiten radiación electromagnética como si se hallaran muy lejos de cualquier objeto que pudiera dispersar la radiación y causar interferencias que modifiquen el comportamiento del equipo bajo ensayo. Estas pruebas son esenciales para determinar el diagrama espacial de radiación de antenas, las emisiones de equipos electrónicos que podrían causar interferencia, etc.

Para ello se usan cámaras cuyas paredes absorben completamente la radiación que les llega, sin producir ecos (reflexión), por lo que se las llama anecoicas. En la *Figura 77* se muestra el interior de una cámara anecoica con las paredes tapizadas con pirámides absorbentes.

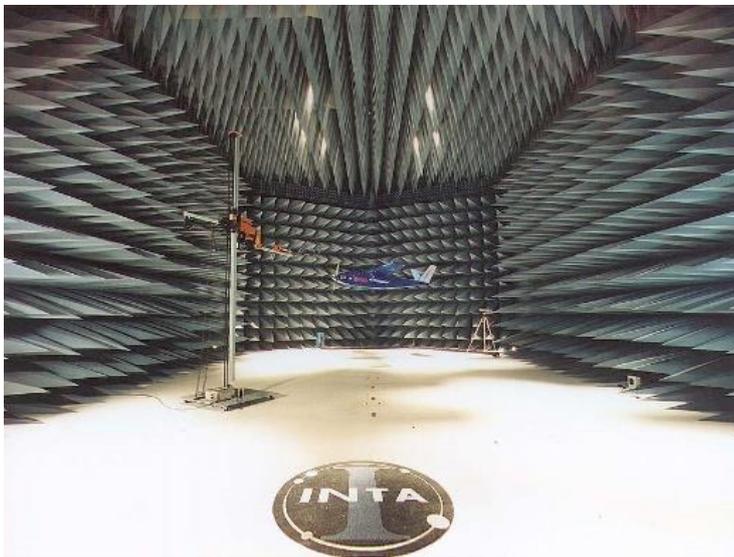


Figura 77. Cámara apantallada anecoica para ensayos de compatibilidad electromagnética (EMC) del INTA.

Estas cámaras son diseñadas con tamaños diferentes y con distintos tipos de material absorbente para responder a las distintas normas de prueba para diferentes tipos de radiación (existen también cámaras anecoicas para sonido, que permite evaluar las propiedades acústicas de sistemas de audio). Para no generar ecos (reflexión nula, 4.1) cuando la radiación incide sobre las paredes de la cámara, dichas paredes deben ser absorbentes. Por ello, es que se impregna el material de las pirámides con un material conductor para producir pérdidas por efecto Joule.

Otra forma de lograr el mismo efecto es usar un material cuya impedancia intrínseca tenga parte real igual a la del vacío (véase *adaptación de impedancias*) y parte imaginaria no nula, lo que implica pérdidas de Joule, o sea, absorción (ver *Anexo I*). Este tipo de material absorbente tiene una buena respuesta en frecuencia y se usa también en cámaras anecoicas en forma de mosaico, aportando una mayor resistencia mecánica y mayor facilidad constructiva que los paneles de pirámides.

Anexo IV. Incidencia Oblicua [99]

Cuando el vector de propagación \mathbf{k} de una onda electromagnética incidente no es normal a la interfase plana entre dos medios de impedancia intrínseca diferentes hablamos de incidencia oblicua.

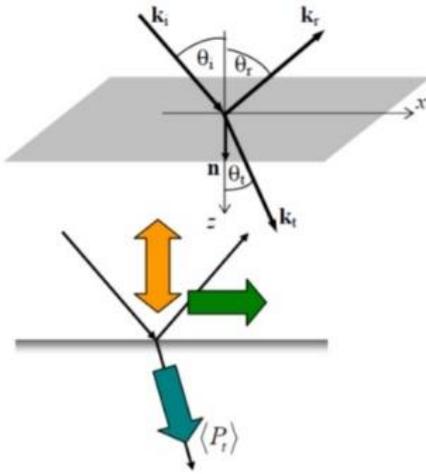


Figura 78. Incidencia oblicua.

El plano formado por la normal \mathbf{n} a la interfase y el vector de incidencia \mathbf{k}_i es el **plano de incidencia** (xz). El **ángulo de incidencia** es θ_i . Debido a la desadaptación de impedancias entre ambos medios habrá generalmente una onda **reflejada**, definida por su **ángulo de reflexión** θ_r y el vector \mathbf{k}_r y una onda transmitida (o **refractada**, en la jerga de la óptica), definida por el **ángulo de refracción** θ_t y el vector \mathbf{k}_t (supuesto real en esta sección).

Desde el punto de vista de la potencia que propagan las ondas, se ve que hay una potencia transmitida $\langle P_t \rangle$ en el medio de transmisión, mientras que en el medio de incidencia hay potencia que se propaga en dirección **paralela** a la interfase y potencia que se propaga en dirección **normal** a la interfase. Las componentes de los campos **normales al plano de incidencia** son **transversales** a las direcciones de propagación de potencia.

La onda plana incidente tendrá sus campos polarizados en un plano perpendicular a \mathbf{k}_i . Suponemos por simplicidad ondas linealmente polarizadas. En tal caso, cualquier dirección de polarización de los campos se puede resolver en dos componentes: una con \mathbf{E} contenido en el **plano de incidencia** y otra con \mathbf{E} **normal al plano de incidencia**. Las condiciones de contorno de los campos sobre la interfase son diferentes para estos dos casos, por lo que vamos a estudiarlos por separado. Los campos resultantes se pueden superponer en un caso de polarización lineal cualquiera.

Para cualquier dirección de polarización de la onda incidente podemos escribir que:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} & \mathbf{H}_i(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t)}{\omega \mu_1} \\ \mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_{0r} e^{i(\omega' t - \mathbf{k}'_r \cdot \mathbf{r})} & \mathbf{H}_r(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mathbf{k}'_r \times \mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t)}{\omega' \mu_1} \\ \mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_{0t} e^{i(\omega'' t - \mathbf{k}''_t \cdot \mathbf{r})} & \mathbf{H}_t(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mathbf{k}''_t \times \mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)}{\omega'' \mu_2} \end{aligned} \quad (90)$$

donde $\mathbf{k}'_r = \mathbf{k}_r(\omega')$, $\mathbf{k}''_t = \mathbf{k}_t(\omega'')$, suponiendo diferentes frecuencias.

Estos campos deben satisfacer las condiciones de contorno sobre la interfase $z = 0$:

$$(\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r - \mathbf{E}_t) \times \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad (\mathbf{H}_i + \mathbf{H}_r - \mathbf{H}_t) \times \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad (91)$$

que es la expresión matemática de conservación de las componentes tangenciales. Estas ecuaciones de conservación implican que la fase de las ondas debe ser la misma sobre el plano interfase por la ortogonalidad de las exponenciales complejas. Nuevamente, como en el caso de la incidencia normal, la frecuencia de las ondas debe ser la misma:

$$\omega = \omega' = \omega'' \Rightarrow \mathbf{k}'_r = \mathbf{k}_r = \mathbf{k}_r(\omega), \mathbf{k}''_t = \mathbf{k}_t = \mathbf{k}_t(\omega) \quad (92)$$

para que estas condiciones se cumplan para **todo instante de tiempo**, y además:

$$k_{i_x}x = k_{r_x}x = k_{t_x}x \Rightarrow k_{i_x} = k_{r_x} = k_{t_x} \quad (93)$$

para que se cumpla para **todo punto** ($x, z = 0$) sobre la interfase. Entonces las componentes tangenciales de los vectores de onda deben ser iguales y tenemos:

$$\begin{aligned} k_{i_x} = k_{r_x} &\Rightarrow k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_i = \sin \theta_r \Rightarrow \theta_i = \theta_r \\ k_{i_x} = k_{t_x} &\Rightarrow k_i \sin \theta_i = k_t \sin \theta_t \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{k_t}{k_i} = \frac{\mu_2 \eta_1}{\mu_1 \eta_2} \end{aligned} \quad (94)$$

Estas relaciones entre los ángulos de las direcciones de propagación y la normal a la interfase se conocen como **leyes de Snell** de la óptica geométrica (son válidas independientemente de la polarización de la onda incidente). Si ambos medios son dieléctricos ($\mu_1 = \mu_2 \approx \mu_0$):

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{\mu_2 \eta_1}{\mu_1 \eta_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (95)$$

donde n_1 y n_2 son los **índices de refracción** de los medios.

Se observa que en la incidencia desde un medio ópticamente menos **denso** a otro más denso ($n_2 > n_1$) el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia, es decir, la dirección de propagación se acerca a la normal, mientras que ocurre lo opuesto en el caso contrario ($n_2 < n_1$).

El cálculo de los campos es más complicado y se simplifica, en parte, tratando por separado el caso en que el campo incidente está linealmente polarizado **normal al plano de incidencia** (caso **transversal eléctrico, TE**) del caso en que se halla **paralelo al plano de incidencia** (caso **transversal magnético, TM**). La aplicación de las condiciones de contorno lleva a las expresiones que definen los coeficientes de reflexión y transmisión en la incidencia oblicua.

$$\rho_{TE} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad \tau_{TE} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (96)$$

$$\rho_{TM} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \quad \tau_{TM} = \frac{2\eta_2^2 \cos \theta_t}{\eta_1 \eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (97)$$

Del análisis de estas expresiones surge:

1. Si ambos medios son dieléctricos y la propagación se da desde el medio más denso al menos denso ($n_2 < n_1$), existe un **ángulo crítico** de incidencia por encima del cual no hay transmisión (**reflexión total**):

$$\theta_{iC} = \sin^{-1} \sqrt{\epsilon_2 / \epsilon_1} \quad (98)$$

2. En el medio de transmisión se presentan **campos evanescentes** que no se propagan. Este efecto es la base del guiado de energía electromagnética por guías dieléctricas.
3. Antes vimos que para que no hubiese reflexión bastaba con que las impedancias fueran iguales ($\eta_1 = \eta_2$), pero ahora con esa condición sí se da la reflexión. En la incidencia TM, solamente existe un ángulo (**ángulo de Brewster**) donde no hay reflexión:

$$\tan \theta_B = \eta_1 / \eta_2 = \sqrt{\epsilon_1 / \epsilon_2} = \eta_2 / \eta_1 \quad (99)$$

Índice de Figuras

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1. Propagación de una onda plana..... | 4 |
| Figura 2. Propagación de una onda plana monocromática..... | 5 |
| Figura 3. Producto escalar $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ | 5 |
| Figura 4. Espectro electromagnético..... | 6 |
| Figura 5. Parte real de ϵ según el modelo de Lorentz..... | 14 |
| Figura 6. Gráfica de la parte real de ϵ según el modelo de Drude..... | 14 |
| Figura 7. Diagrama μ - ϵ con distintas propiedades de propagación..... | 15 |
| Figura 8. Primer metamaterial propuesto por Smith et al..... | 16 |
| Figura 9. Concepto de metamaterial y “metapartícula”..... | 17 |
| Figura 10. Detección de un objeto a partir de su reflexión o transmisión..... | 18 |
| Figura 12. Reflectividad de varias estructuras basadas en nanotubos de carbono..... | 19 |
| Figura 12. Muestra del material “Vantablack”..... | 19 |
| Figura 13. Bruce Wayne pintando de negro su traje..... | 20 |
| Figura 14. Batman ocultándose en la oscuridad en la película “Batman Begins”..... | 20 |
| Figura 15. Ejemplos de trajes negros en el cine..... | 20 |
| Figura 16. Diagrama típico de sección transversal de radar (RCS)..... | 21 |
| Figura 17. Vista superior de un F-117 y elementos que reducen su sección radar (RCS)..... | 21 |
| Figura 18. Into The Jaws Of... A.I.M. !..... | 24 |
| Figura 19. Barco Stealth propiedad de Elliot Carver en “Tomorrow Never Dies”..... | 24 |
| Figura 20. ¿Puedes encontrar al leopardo?..... | 25 |
| Figura 21. Polilla de los abedules..... | 26 |
| Figura 22. Leopardo camuflado por coloración disruptiva..... | 26 |
| Figura 23. Lagarto cornudo de cola plana ocultando su sombra..... | 27 |
| Figura 24. Tipo de reflexión según la superficie..... | 27 |
| Figura 25. Antílope jeroglífico con marcas de distracción..... | 27 |
| Figura 26. Camuflaje decorativo..... | 28 |
| Figura 27. Dragón de mar foliáceo..... | 28 |
| Figura 28. Lenguado tropical haciendo coincidir su coloración con su entorno..... | 29 |
| Figura 29. Comportamiento de un melanóforo..... | 29 |
| Figura 30. Sepia camuflada en el fondo marino..... | 29 |
| Figura 31. Nanocristales de guanina en los iridióforos..... | 29 |
| Figura 32. Pirita iridiscente..... | 30 |
| Figura 33. Imágenes de un calamar cambiando de apariencia..... | 30 |
| Figura 34. Prototipo T-1000 camuflado con el suelo en “Terminator 2: Judgment Day”..... | 30 |
| Figura 35. El camuflaje Adaptiv..... | 31 |
| Figura 36. Camuflaje de nieve en “Inception”..... | 31 |
| Figura 37. Arenques en el océano..... | 32 |
| Figura 38. Los reflectores del arenque son casi verticales para el camuflaje lateral..... | 32 |
| Figura 39. Tanque de la segunda guerra mundial oculto en la Operación Bertram, imitando un camión..... | 32 |
| Figura 40. Oruga de polilla de los abedules imitando ramas de arbustos o árboles..... | 32 |
| Figura 41. Patrón de rayas negras de la cebra..... | 33 |
| Figura 42. Patrones de camuflaje deslumbrante en la Segunda Guerra Mundial..... | 33 |
| Figura 43. Configuración del sistema de camuflaje óptico..... | 33 |
| Figura 44. Camuflaje óptico..... | 34 |
| Figura 45. Traje termo-óptico en “Ghost in the Shell” y James Bond en “Die Another Day”..... | 34 |
| Figura 46. Camuflaje Octocamo en “Metal Gear Solid 4: Guns of the patriots”..... | 34 |
| Figura 47. Las ranas de vidrio usan una transparencia parcial para camuflarse..... | 35 |
| Figura 48. Medusa Aurelia Labiata..... | 35 |
| Figura 49. Rodney Skinner (Griffin) en “The League of Extraordinary Gentlemen”..... | 36 |
| Figura 50. Dynamo andando sobre el Támesis..... | 36 |
| Figura 51. Truco del vidrio invisible..... | 37 |
| Figura 52. Truco de ocultamiento con un sistema de espejos..... | 37 |
| Figura 53. Así desapareció la Estatua de la Libertad (Nueva York)..... | 38 |
| Figura 54. Técnica de ilusionismo “Pepper’s Ghost”..... | 38 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 55. Nave sarcófago klingon en Star Trek..... | 39 |
| Figura 56. Curvatura de la luz cerca de cuerpos masivos como el Sol..... | 39 |
| Figura 57. Deformación del espacio alrededor de una burbuja que rodea la nave USS Enterprise. | 40 |
| Figura 58. Campo deflector de Wakanda en “Black Panther”. | 40 |
| Figura 59. Ejemplo de espejismo inferior. | 41 |
| Figura 60. Explicación de un espejismo inferior común en carreteras del desierto. | 41 |
| Figura 61. Concepto de línea de fuga en un espejismo. | 41 |
| Figura 62. Dependencia con la temperatura del espejismo. | 42 |
| Figura 63. Capa de invisibilidad de Harry Potter. | 42 |
| Figura 64. Representación de la trayectoria de un rayo de luz en el espacio vacío..... | 43 |
| Figura 65. Representación de lo que sucedería si pudiéramos deformar el espacio físicamente. | 43 |
| Figura 66. Diseño de la cámara de mapeo utilizada por el grupo de Smith. | 45 |
| Figura 67. Valores de las propiedades del medio material diseñado por Smith y su grupo. | 46 |
| Figura 68. Simulación de la capa ideal de invisibilidad del grupo de Smith..... | 46 |
| Figura 69. Valores de los parámetros constitutivos reducidos. | 47 |
| Figura 70. Simulación de la capa de parámetros reducidos del grupo de Smith..... | 48 |
| Figura 71. Yautja “Jungle Hunter” en la película “Predator”..... | 48 |
| Figura 72. “Predator”..... | 49 |
| Figura 73. Incidencia normal sobre una interfase..... | 54 |
| Figura 74. Recubrimiento de cuarto de onda..... | 56 |
| Figura 75. Estructura piramidal..... | 57 |
| Figura 76. Cámara apantallada anecoica del INTA..... | 57 |
| Figura 77. Incidencia oblicua. | 58 |

Índice de siglas

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| ADN: Ácido desoxirribonucleico..... | 32 |
| ARN: Ácido ribonucleico..... | 32 |
| BAE: British Aerospace..... | 31 |
| CGI: Computer-generated imagery - Imágenes generadas por computadora..... | 39 |
| CTR: Corte transversal de radar..... | 21, 22 |
| <i>DNG</i> : Double-negative - Medios doblemente negativos..... | 15 |
| <i>DPS</i> : Double-positive - Medios doblemente positivos..... | 15 |
| <i>ENG</i> : Epsilon-negative - Medios epsilon negativos..... | 15 |
| <i>LH</i> : Left-handed - Materiales zurdos..... | 15 |
| <i>MNG</i> : Mu-negative - Medios mu-negativos..... | 15 |
| MWNTs: Multi-wall nanotubes - Nanotubos de pared múltiple..... | 24 |
| NRI: Negative refraction index - Medios de índice de refracción negativo..... | 16 |
| PMMA: Polymethyl methacrylate - Polimetilmetacrilato..... | 36, 37 |
| RAE: Real academia española..... | 18 |
| RAM: Radar-absorbing-materials - Materiales absorbentes al radar..... | 22, 23, 24, 45 |
| RCS: Radar cross-section - Sección equivalente de radar..... | 21, 22, 24 |
| <i>RH</i> : Right-handed - Materiales diestros..... | 15 |
| RPT: Retro-reflective projection technology - Proyección retroreflexiva..... | 34 |
| SNG: Simple-negative - Medios simplemente negativos..... | 15 |
| <i>SRR</i> : Split-ring resonators - Resonadores de anillo-partido..... | 16, 23, 24 |
| TE: Transversal eléctrico..... | 58 |
| TM: Transversal magnético..... | 58 |

Bibliografía

- [1] K. Thorne, *The Science of Interstellar*, New York, United States: W. W. Norton & Company, 2014.
- [2] H. G. Wells, *The Invisible Man*, Londres: C. Arthur Pearson Limited, 1897.
- [3] Homero, *La Ilíada*, Madrid: Ediciones Akal, S. A., 1998.
- [4] Platón, *La República*, II, 359a - 360d., Madrid: Ediciones Akal, S. A., 2008.
- [5] Anónimo, *Cantar de los Nibelungos*, Madrid: Ediciones Cátedra, 2005.
- [6] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* 3rd Ed., Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [7] J. R. Reitz, F. J. Milford y R. W. Christy, *Foundations of Electromagnetic Theory* (4th Edition), Boston, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1960.
- [8] E. M. Cortés, *Óptica de Transformación y Metamateriales*, Ciudad de México: Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [9] L. D. Lifshitz y E. M. Landau, *Electrodinámica de los medios continuos*, Barcelona: Editorial Reverté, S. A., 1981.
- [10] R. W. Z. N. Engheta, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*, Piscataway, New Jersey: John Wiley & Sons & IEEE Press, 2006.
- [11] I. Sánchez Valiente, *Estudio numérico de la propagación de ondas electromagnéticas en materiales doblemente negativos*, Valladolid: TFG, Universidad de Valladolid, 2018.
- [12] J. Represa, A. Grande, I. Barba y A. C. López, «Metamateriales con índice de refracción negativo: una nueva frontera en Electromagnetismo,» *Revista de Ciencias, UVA*, vol. 1, pp. 15-20, Marzo 2013.
- [13] V. G. Veselago, «The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ,» *Usp. Fiz. Nauk.*, vol. 92, pp. 517-526, 1967.
- [14] D. R. Smith, «Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity,» *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, n° 18, pp. 4184-4187, May 2000.
- [15] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins y W. J. Stewart, «Low frequency plasmons in thin wire structures,» *J. Phys.: Condens. Matter.*, vol. 10, pp. 4785-4809, 1998.
- [16] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins y W. J. Stewart, «Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena,» *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 47, n° 11, pp. 2075-2081, Nov 1999.
- [17] M. Lapine y S. Tretyakov, «Contemporary notes on metamaterials,» *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 1, pp. 3-11, 2007.
- [18] J. R. R. Tolkien, *The Lord of the Rings*, Londres: George Allen & Unwin, 1954.
- [19] J. K. Rowling, *Harry Potter and the Philosopher's Stone*, Londres: Bloomsbury Publishing, 1997.
- [20] E. Theocharous, R. Deshpande, A. Dillon y J. Lehman, «Evaluation of a pyroelectric detector with a carbon multiwalled nanotube,» *Applied Optics*, vol. 45, n° 6, pp. 1093-1097, March 2006.
- [21] K. Cui y B. L. Wardle, «Breakdown of Native Oxide Enables Multifunctional, Free-Form Carbon Nanotube-Metal Hierarchical Architectures,» *ACS Applied Materials & Interfaces*, vol. 38, n° 11, pp. 35212-35220, Septiembre 2019.
- [22] S. NanoSystems, «SURREY NANOSYSTEMS,» [En línea]. Available: www.surreynanosystems.com. [Último acceso: 13 Nov. 2019].
- [23] F. Miller, «Batman: Year One,» de *Batman*, DCComics, 1987.
- [24] B. Kane y B. Finger, «The Case of the Chemical Syndicate,» *Detective Comics*, n° 27, 1939.
- [25] G. Johns y D. Finch, «Forever Evil,» vol. 4, DC Comics, 2013.
- [26] G. Johns, «Green Lantern,» vol. 4, DC Comics, 2006.
- [27] Micromag. [En línea]. Available: <http://www.micromag.es/es/pinturas-absorbentes-radar/>. [Último acceso: 19 Nov. 2019].
- [28] P. Grining, «Situation Awareness in Air Combat,» [En línea]. Available: <http://www.users.globalnet.co.uk/~dheb/2300/Articles/PG/PGSA.htm>. [Último acceso: 19 Nov. 2019].

- [29] R. Grant, *Radar Game: Understanding Stealth and Aircraft Survivability*, Arlington, Virginia: IRIS Independent Research, 1998.
- [30] G. Hepcke, *The Radar War, 1930-1945*.
- [31] F. Simonis y S. Schilthuis, *Nanotechnology: Innovation Opportunities for Tomorrow's Defence*, La Haya, Países Bajos: TNO Science and Industry, 2006.
- [32] J. M. Cole, «Taiwanese military reportedly develops 'stealth' coating,» *Taipei Times*, p. 1, 05 Julio 2011.
- [33] J. Segura, R. Sanchís, J. Amarashi, E. A. Navarro, M. Regalado, J. Navasquillo y A. García, «Condiciones acústicas de la cámara anecoica electromagnética de la Universitat de València,» *Revista de Acústica*, vol. 32, nº 3, 4, 2001.
- [34] todoradares.com, «FRECUENCIAS RADARES DE TRÁFICO (BANDAS),» [En línea]. Available: <https://www.todoradares.com/bandas-de-frecuencias-de-radares-de-trafico/>. [Último acceso: 28 Nov. 2019].
- [35] E. F. Knott, J. F. Shaeffer y M. T. Tulley, *Radar Cross Section (Electromagnetics and Radar)*, Raleigh, USA: Scitech Publishing, 2004.
- [36] H. A. Schade, «Schornsteinfeger,» *U.S. Tech. Mission to Europe, Tech*, pp. 90-45, 1945.
- [37] O. Halpern y J. M. J. Johnson, «Radar: summary report and Harp Project,» *National Defense Research Committee, Division 14*, vol. 1, nº 9-12, 1946.
- [38] A. V. Vorst, A. Rosen y Y. Kotsuka, «EM Wave Absorbers Protecting Biological and Medical Environment,» de *RF/Microwave Interaction with Biological Tissues*, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc, 2006.
- [39] W. H. Emerson, «Electromagnetic wave absorber and anechoic chambers through the years,» *IEEE Trans. Antennas Propag*, vol. 21, nº 4, pp. 484-490, 1973.
- [40] M. A. Abdalla, «Experimental verification of a triple band thin radar absorber metamaterial for oblique incidence applications,» *Progress In Electromagnetics Research Letters*, vol. 39, pp. 63-72, 2013.
- [41] H. Shi, J. G. Ok, H. W. Baac y L. J. Guo, «Low density carbon nanotube forest as an index-matched and near perfect absorption coating,» *Applied Physics Letters*, vol. 99, nº 21, 2011.
- [42] H. Wang, «Double layered radar absorbing structures of Silicon Carbide fibers/polyimide composites,» *Synthetic Metals*, vol. 246, 2018.
- [43] S. Lee, J. Kirby y J. Sinnott, «Captain America - Into The Jaws Of... A.I.M. !,» *Tales of Suspense*, vol. 1, nº 93, 1967.
- [44] T. DeMichael, *James Bond FAQ: All That's Left to Know About Everyone's Favorite Superspy*, Applause Theatre Cinema Books, 2012.
- [45] G. H. Thayer y A. H. Thayer, *Concealing-Coloration in the Animal Kingdom*, New York: Macmillan Publishers, 1909.
- [46] P. Haythornthwaite, *British Rifleman 1797–1815*, Oxford, UK: Osprey Publishing, 2002.
- [47] Lumsden y Hodson, «Khaki Uniform 1848-49: First Introduction,» *Journal of the Society for Army Historical Research*, vol. 82, p. 341–347, 2004.
- [48] P. Wright, «Cubist Slugs,» *London Review of Books*, vol. 7, nº 12, 2005.
- [49] L.-V. G. d. Scévola, «Souvenir de Camouflage (1914-1918),» *Revue des Deux Mondes*, nº 12, p. 720, 1949.
- [50] N. Wilkinson, «Obituary: Mr Norman Wilkinson, Inventor of 'dazzle' painting,» *The Times*, p. 12, 1971.
- [51] N. Wilkinson, *A Brush with Life*, London: Seeley Service & Co, 1969.
- [52] R. L. Shaw, *Fighter Combat: Tactics and Maneuvering*, Annapolis, Maryland: Naval Institute Press, 1985.
- [53] H. B. Cott, *Adaptive Coloration in Animals*, Frome, UK: Methuen Publishing, 1940.
- [54] P. Forbes, *Dazzled and Deceived: Mimicry and Camouflage*, New Haven, Connecticut: Yale University Press, 2009.
- [55] T. Newark, *Camouflage*, London: Thames & Hudson, 2007.
- [56] J. Still, *Collins Wild Guide: Butterflies and Moths*, New York: HarperCollins, 1996.
- [57] A. Barbosa, L. M. Mathger, K. C. Buresch, J. Kelly, C. Chubb, C. Chiao y H. R. T., «Cuttlefish camouflage: The effects of substrate contrast and size in evoking uniform, mottle or disruptive body patterns,» *Vision Research*, vol. 48, nº 10, p. 1242–1253, 2008.

- [58] D. Osorio y I. C. Cuthill, «Camouflage and perceptual organization in the animal kingdom,» de *Oxford Handbook of Perceptual Organization*, Oxford University Press, 2013.
- [59] M. Stevens, I. C. Cuthill, A. M. M. Windsor y H. J. Walker, «Disruptive contrast in animal camouflage,» *Proceedings of the Royal Society B*, vol. 273, n° 1600, p. 2433–2438, 2006.
- [60] K. M. Sweet, *Transportation and Cargo Security: Threats and Solutions*, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2006.
- [61] G. Mitchell y J. D. Skinner, «On the origin, evolution and phylogeny of giraffes *Giraffa camelopardalis*,» *Transactions of the Royal Society of South Africa*, vol. 58, n° 1, pp. 51-73, 2003.
- [62] W. C. Sherbrooke, *Introduction to horned lizards of North America, California*: University of California Press, 2003.
- [63] U. W. Department, «Principles of Camouflage,» *Tactical and Technical Trends*, n° 37, 1943.
- [64] M. Stevens y S. Merilaita, «Defining disruptive coloration and distinguishing its functions,» *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, vol. 364, n° 1516, pp. 481-488, 2009.
- [65] C. Wierauch, «Anatomy of disguise: camouflaging structures in nymphs of Some Reduviidae (Heteroptera),» *American Museum Novitates*, n° 3542, pp. 1-18, 2006.
- [66] S.-F. Devi, M. Adnan y W. M. J., «Predator-specific camouflage in chameleons,» *Biology Letters*, vol. 4, n° 4, pp. 326-329, 2008.
- [67] R. Thomas y W. Roth, «Uncanny X-Men,» n° 35, 1967.
- [68] S. Lee y J. DAgostino, «The Amazing Spider-Man,» vol. 1, n° 1, 1963.
- [69] M. Wallin, «Nature's Palette,» *Bioscience Explained*, vol. 1, n° 2, pp. 1-12, 2002.
- [70] R. A. Cloney y E. Florey, «Ultrastructure of Cephalopod Chromatophore Organs,» *Zeitschrift für Zellforschung und Mikroskopische Anatomie*, vol. 89, n° 2, pp. 250-280, 1968.
- [71] M. D. Ramirez y T. H. Oakley, «Eye-independent, light-activated chromatophore expansion (LACE) and expression of phototransduction genes in the skin of *Octopus bimaculoides*,» *The Journal of Experimental Biology*, vol. 218, pp. 1513-1520, 2015.
- [72] A. L. Stubbs y C. W. Stubbs, «Spectral discrimination in color blind animals via chromatic aberration and pupil shape,» *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 113, n° 29, 2016.
- [73] C. Xu, G. T. Stiubianu y A. A. Gorodetsky, «Adaptive infrared-reflecting systems inspired by cephalopods,» *Science*, vol. 359, n° 6383, pp. 1495-1500, 2018.
- [74] B. News, «Tanks test infrared invisibility cloak,» [En línea]. Available: <https://www.bbc.com/news/technology-14788009>. [Último acceso: 26 Nov. 2019].
- [75] B. Systems. [En línea]. Available: <https://www.baesystems.com/en/feature/adativ-cloak-of-invisibility>. [Último acceso: 26 Nov. 2019].
- [76] P. Herring, *The Biology of the Deep Ocean*, Oxford: Oxford University Press, 2002.
- [77] K. G. Ross, *The Social Biology of Wasps*, New York: Cornell Press, 1991.
- [78] K. M. Beyer, *Q-Ships versus U-Boats: America's Secret Project*, Maryland, USA: Naval Institute Press, 1999.
- [79] M. Stevens, W. T. L. Searle, J. E. Seymour, K. L. A. Marshall y G. D. Ruxton, «Motion dazzle and camouflage as distinct anti-predator defenses,» *BMC Biology*, vol. 9, n° 81, 2011.
- [80] N. E. Scott-Samuel, R. Baddeley, C. E. Palmer y I. C. Cuthill, «Dazzle Camouflage Affects Speed Perception,» *PLOS ONE*, vol. 6, n° 6, 2011.
- [81] K. W. McKee y D. W. Tack, «Active camouflage for infantry headwear applications,» *Humansystems*, 2007.
- [82] M. Inami, N. Kawakami y S. Tachi, «Optical camouflage using retro-reflective projection technology,» *Event2nd IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality, ISMAR 2003*, pp. 348-349, 2003.
- [83] «El Mar a Fons,» [En línea]. Available: https://elmarafons.icm.csic.es/wp-content/uploads/2018/04/gu%C3%ADa-did%C3%A1ctica-luz-en-el-mar_red.pdf. [Último acceso: 9 Dic. 2019].
- [84] D. Naish, «Green-boned glass frogs, monkey frogs, toothless toads,» [En línea]. Available: <https://scienceblogs.com/tetrapodzoology/2007/11/09/green-boned-glass-frogs>. [Último acceso: 27 Nov. 2019].

- [85] A. Moore y K. O'Neill, *The League of Extraordinary Gentlemen*, California: America's Best Comics, 1999.
- [86] L. V. d. Guevara, *El diablo cojuelo*, Barcelona: Editorial Castalia, 1988.
- [87] R. Polyanskiy, «Refractive index and related constants,» [En línea]. Available: https://refractiveindex.info/?shelf=organic&book=poly%28methyl_methacrylate%29&page=Szczurowski. [Último acceso: 27 Nov. 2019].
- [88] D. R. S. R. Group, «META GROUP: Novel Electromagnetic Media,» [En línea]. Available: <http://people.ee.duke.edu/~drsmith/index.htm>. [Último acceso: 27 Nov. 2019].
- [89] A. Siegel. [En línea]. Available: <https://slate.com/culture/2015/11/home-alone-hit-theaters-25-years-ago-heres-how-they-filmed-its-bonkers-finale.html>. [Último acceso: 25 Nov. 2019].
- [90] N. Jones, «Star Trek Monthly issue 66,» *Star Trek Monthly*, n° 66, 2000.
- [91] B. Janssen, *Teoría de la Relatividad General*, Granada: Universidad de Granada, 2013.
- [92] M. Beech, *The Physics of Invisibility: A Story of Light and Deception*, New York: Springer Science+Business Media, 2012.
- [93] M. Alcubierre, «The Warp Drive: Hyper-fast Transluminic within General Relativity,» *Classical and Quantum Gravity*, vol. 11, n° 5, pp. 73-77, 1994.
- [94] C. R. Nave, «HyperPhysics,» [En línea]. Available: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/>. [Último acceso: 30 Dic. 2019].
- [95] D. R. Smith, W. J. Padilla y e. al, «Left-Handed Metamaterials,» *NATO Science Series*, vol. 563, pp. 351-371, 2001.
- [96] J. B. Pendry, D. Schurig y D. R. Smith, «Controlling Electromagnetic Fields,» *Science*, vol. 312, n° 5781, pp. 1780-1782, 2006.
- [97] S. A. Cummer, B.-I. Popa, D. Schurig, D. R. Smith y J. Pendry, «Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures,» *Physical Review E*, vol. 74, n° 3, 2006.
- [98] W. J. Padilla, D. N. Basov y D. R. Smith, «Negative refractive index metamaterials,» *materialstoday*, vol. 9, n° 7-8, pp. 28-35, 2006.
- [99] J. C. Fernández, «Ondas Electromagnéticas,» de *Electromagnetismo 2004*, Departamento de Física – Facultad de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires, 2004, pp. 53-74.
- [100] L. R. Cortés, M. Seghilani, R. Maram y J. Azaña, «Full-field broadband invisibility through reversible wave frequency-spectrum control,» *Optica*, vol. 5, n° 7, pp. 779-786, July 2018.
- [101] I. Almog, M. Bradley y V. Bulovic, «The Lorentz Oscillator and its Applications,» MIT OpenCourseWare, 2011.
- [102] J. G. d. I. Cuesta, *Aviation Terminology / Terminología Aeronáutica*, Madrid: Ediciones Díaz de Santos, S. A., 2003.
- [103] W. W. Salisbury, «Absorbent body for electromagnetic waves». USA Patente US19430486608 19430511 , 10 June 1952.
- [104] S. E. B. Poulton, *The Colours of Animals*, London: Kegan Paul, Trench & Trübner, 1890.
- [105] R. Josephson, «The Neural Control of Behavior in Sea Anemones,» *Journal of Experimental Biology*, vol. 207, n° 14, pp. 2371-2372, 2004.
- [106] T. Vandervelde, «Beyond invisibility: engineering light with metamaterials,» [En línea]. Available: <https://theconversation.com/beyond-invisibility-engineering-light->. [Último acceso: 5 12 2019].
- [107] J. Casas, *Optica*, Zaragoza: Justiniano Casas Peláez, 1994.
- [108] A. E. v. Hof, P. Campagne y e. al, «The industrial melanism mutation in British peppered moths is a transposable element,» *Nature*, vol. 534, pp. 102-105, 2016.
- [109] J. Teyssier, S. V. Saenko, D. v. d. Marel y M. C. Milinkovitch, «Photonic crystals cause active colour change in chameleons,» *Nat Commun*, vol. 6, n° 6368, 2015.
- [110] M. G. Meadows, M. W. Butler, N. I. Morehouse y e. al, «Iridescence: views from many angles,» *J. R. Soc. Interface*, vol. 6, n° Suppl 2, pp. 107-113, 2009.
- [111] S. Kinoshita, S. Yoshioka y J. Miyazaki, «Physics of structural colors,» *Reports on Progress in Physics*, vol. 71, n° 7, 2008.

- [112] D. Toit y L. Johannes, Analysis and synthesis algorithms for the electric screen Jauman electromagnetic wave absorber, Stellenbosch: University of Stellenbosch, 1993.

