



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

**Propuesta de integración curricular para
prácticas de las asignaturas del área de
MMCyTE mediante el uso del software
SAP2000**

Autor:

García Martínez, Diego

Tutores:

Lorenzana Ibán, Antolín

Magdaleno González, Álvaro

Valladolid, abril de 2020.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Resumen

A lo largo de este trabajo de fin de grado se procede a exponer los diferentes programas utilizados en las prácticas por ordenador de las asignaturas del departamento de Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno y Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras.

Su fin no es otro que el de transmitir una **necesidad de cambio**. En este caso en forma de singularización de los programas utilizados en este ámbito, mediante el uso de SAP2000.

Palabras clave

Prácticas, software, SAP2000, análisis, cambio.

Summary

Throughout this final grade project it will be exposed all of the different software used for the computer practices in the Architectural Constructions, Ground Engineering and Mechanics of Continuous Media and Theory of Structures department's subjects.

The only one proposal is to put across a **need of change**. In these particular case it is all about unifying every program used in this set of subjects, by using SAP2000.

Key words

Practices, software, SAP2000, analysis, change.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Índice

Introducción.....	12
Motivación.....	12
Objetivo	12
SAP 2000.....	14
SAP2000 y programas educativos	15
MDSolids.....	15
Cespla	16
MEFI	17
MdrFx.....	17
Sección	19
Propiedades estáticas.....	19
Perfil normalizado	19
Perfil no normalizado	21
Ejes principales de inercia	24
Barras	26
Cálculo de estructuras en SAP2000.....	26
Elementos aislados.....	31
Barra a tracción-compresión.....	31
Viga biapoyada	35
Voladizo.....	42
Celosías	47
Pórticos	53
Ejemplo 1.....	53
Ejemplo 4.....	56
Ejemplo 5.....	61
Ejemplo 7.....	65
Elasticidad plana.....	71
Problema 1	72
Problema 3.....	82
Otros cálculos	86
Pandeo	86
Cálculo plástico.....	89
Comando “Help”.....	94
Cronograma de aprendizaje en SAP2000.....	97
Curva de aprendizaje.....	100
Conclusiones.....	102

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Repercusiones	102
Bibliografía.....	104
Anexos.....	105
Anexo 1	105
Anexo 2	108
Anexo 3	109
Anexo 4	117
Anexo 5	122
Anexo 6	127
Anexo 7	134
Anexo 8	135
Anexo 9	136
Anexo 10	137

Índice de ilustraciones

Ilustración 1: SAP2000	14
Ilustración 2: MDSolids	16
Ilustración 3: Menú principal de MDSolids	16
Ilustración 4: Cespla	16
Ilustración 5: MEFI.....	17
Ilustración 6: MdrFx	17
Ilustración 7: Apartado "Section Properties" de MDSolids	19
Ilustración 8: Selección de perfil normalizado en MDSolids.....	20
Ilustración 9: Propiedades estáticas de perfil normalizado en MDSolids	20
Ilustración 10: Selección de perfil normalizado en SAP2000.....	21
Ilustración 11: Propiedades estáticas de perfil normalizado en SAP2000	21
Ilustración 12: Perfil no normalizado	22
Ilustración 13: Selección de perfil no normalizado en MDSolids.....	22
Ilustración 14: Propiedades estáticas de perfil no normalizado en MDSolids	23
Ilustración 15: Dibujo de perfil no normalizado en SAP2000	23
Ilustración 16: Propiedades estáticas de perfil no normalizado en SAP2000	24
Ilustración 17: Perfil para cálculo de ejes principales de inercia en SAP2000	24
Ilustración 18: Propiedades estáticas de perfil para cálculo de inercia en SAP2000	25
Ilustración 19: Propiedades estáticas de perfil para cálculo de inercia en SAP2000	25
Ilustración 20: Definir material y perfil de la estructura.....	26
Ilustración 21: Menú para definir los nudos de la estructura	27
Ilustración 22: Comandos de dibujo	27
Ilustración 23: Menú de propiedades al dibujar una barra	28
Ilustración 24: Menú para establecer los apoyos de la estructura	28
Ilustración 25: Menú para definir cargas	28
Ilustración 26: Menú para establecer las cargas en la estructura.....	29
Ilustración 27: Botón "Run Analysis"	29
Ilustración 28: Menú para analizar la deformada	30
Ilustración 29: Menú para cálculo de reacciones en apoyos	30
Ilustración 30: Menú análisis de esfuerzos y tensiones	31
Ilustración 31: Ejemplo barra a tracción-compresión	31
Ilustración 32: Deformada obtenida en MdrFx	32
Ilustración 33: Diagrama de esfuerzo axil en MdrFx	32
Ilustración 34: Tabla de resultados en MdrFx	32
Ilustración 35: Deformada obtenida en SAP2000	33
Ilustración 36: Diagrama de esfuerzo axil en SAP2000	33
Ilustración 37: Menú "Solver Options"	33
Ilustración 38: Matriz de rigidez mostrada por SAP2000.....	34
Ilustración 39: Ejercicio de viga biapoyada de la Práctica 2-O.....	35
Ilustración 40: Menú de modulación de MDSolids	35
Ilustración 41: Deformada de la Práctica 2-O en MDSolids.....	36
Ilustración 42: Diagrama de esfuerzo cortante en MDSolids.....	36
Ilustración 43: Diagrama de momento flector en MDSolids	36
Ilustración 44: Menú de análisis tensional en MDSolids	36
Ilustración 45: Tensión normal del punto medio en MDSolids	37
Ilustración 46: Tensión tangencial del punto medio en MDSolids.....	37
Ilustración 47: Representación tridimensional de tensiones en MDSolids	37
Ilustración 48: Deformada de la Práctica 2-O en SAP2000.....	38

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Ilustración 49: Diagrama de esfuerzo cortante en SAP2000	38
Ilustración 50: Diagrama de momento flector en SAP2000	38
Ilustración 51: Diagrama de momento flector con valores en SAP2000	38
Ilustración 52: Opción "Show Values" en el menú "Frame Forces/Stresses"	39
Ilustración 53: Diagrama de tensión normal en SAP2000	40
Ilustración 54: Resultados de tensiones mostrados por SAP2000.....	40
Ilustración 55: Menú para dibujar tensiones en el "Section Designer"	41
Ilustración 56: Perfil de tensiones mostrado por SAP2000.....	41
Ilustración 57: Estructura en forma de voladizo de la Práctica 3-O de ERM2	42
Ilustración 58: Diagrama de esfuerzo axil en Cespla.....	42
Ilustración 59: Diagrama de esfuerzo cortante en Cespla	43
Ilustración 60: Diagrama de momento flector en Cespla	43
Ilustración 61: Menús de análisis de resultados en Cespla	43
Ilustración 62: Resultados de esfuerzos mostrados por Cespla	44
Ilustración 63: Resultados de tensiones mostrados por Cespla	44
Ilustración 64: Deformada obtenida en SAP2000	45
Ilustración 65: Diagrama de esfuerzo cortante en SAP2000.....	45
Ilustración 66: Diagrama de momento flector en SAP2000	45
Ilustración 67: Resultados de tensiones mostrados por SAP2000.....	46
Ilustración 68: Estructura en forma de celosía de la Práctica 1 de RM	47
Ilustración 69: Menú para inserción de grados de libertad en barras	48
Ilustración 70: Esfuerzos liberados en la estructura	48
Ilustración 71: Deformada obtenida en SAP2000	48
Ilustración 72: Reacciones en los apoyos de la celosía.....	49
Ilustración 73: Diagrama de esfuerzo axil en SAP2000	49
Ilustración 74: Diagrama de tensión normal en SAP2000	50
Ilustración 75: Resultados de celosía sin rótulas	51
Ilustración 76: Modelación en SAP2000 de celosía	52
Ilustración 77: Estructura del Ejemplo 1 de ECI.....	53
Ilustración 78: Introducción de asentamiento en SAP2000	54
Ilustración 79: Deformada del Ejemplo 1	54
Ilustración 80: Diagrama de esfuerzo axil del Ejemplo 1	54
Ilustración 81: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 1	54
Ilustración 82: Diagrama de momento flector del Ejemplo 1	55
Ilustración 83: Diagrama de tensión normal del Ejemplo 1	55
Ilustración 84: Diagrama de tensión tangencial del Ejemplo 1	55
Ilustración 85: Estructura del Ejemplo 4 de ECI.....	56
Ilustración 86: Modulación de carga térmica en SAP2000.....	56
Ilustración 87: Menú para añadir cargas de temperatura	57
Ilustración 88: Menú de configuración de un material	57
Ilustración 89: Estructura del Ejemplo 4 de ECI.....	58
Ilustración 90: Reacciones en los apoyos del Ejemplo 4	58
Ilustración 91: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 4	58
Ilustración 92: Diagrama de momento flector del Ejemplo 4	58
Ilustración 93: Diagrama de tensión normal del Ejemplo 4.....	59
Ilustración 94: Ventana de resultados de la barra 1	59
Ilustración 95: Ventana de resultados de la barra 2	59
Ilustración 96: Diagrama de tensión tangencial del Ejemplo 4	60
Ilustración 97: Estructura del Ejemplo 5 de ECI.....	61
Ilustración 98: Menú para introducir un apoyo elástico	61

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Ilustración 99: Menú para establecer coordenadas locales en un punto	62
Ilustración 100: Deformada del Ejemplo 5	62
Ilustración 101: Reacciones en los apoyos del Ejemplo 5	63
Ilustración 102: Diagrama de esfuerzo axil del Ejemplo 5	63
Ilustración 103: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 5.....	63
Ilustración 104: Diagrama de momento flector del Ejemplo 5	63
Ilustración 105: Representación de tensiones eje ppal. de inercia 11 del Ejemplo 5	64
Ilustración 106: Estructura del Ejemplo 7 de ECI.....	65
Ilustración 107: Introducción de defectos de forma en SAP2000	66
Ilustración 108: Deformada del Ejemplo 7	66
Ilustración 109: Deformada para cargas puntuales del Ejemplo 7	67
Ilustración 110: Deformada para cargas de temperatura del Ejemplo 7	67
Ilustración 111: Deformada para defectos de forma del Ejemplo 7	67
Ilustración 112: Deformada para peso propio del Ejemplo 7.....	68
Ilustración 113: Diagrama de esfuerzo axil del Ejemplo 7	68
Ilustración 114: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 7.....	68
Ilustración 115: Diagrama de momento flector del Ejemplo 7	69
Ilustración 116: Diagrama de tensión normal del Ejemplo 7	69
Ilustración 117: Representación de tensiones máximas del Ejemplo 7	70
Ilustración 118: Menú para definir la sección y la hipótesis utilizada.....	71
Ilustración 119: Menú para aplicar cargas de superficie.....	72
Ilustración 120: Análisis de pletina en tensión plana.....	72
Ilustración 121: Programación del Problema 1 en MEFI.....	73
Ilustración 122: Deformada obtenida en MEFI	74
Ilustración 123: Representación de mapa tensional con dirección del eje x en MEFI ...	74
Ilustración 124: Representación de mapa de tensión Von Mises en MEFI	74
Ilustración 125: Mapas de tensión con dos aplicaciones de fuerza diferentes	75
Ilustración 126: Representación de mapa tensional con dirección del eje x en SAP2000	75
Ilustración 127: Representación de mapa de tensión Von Mises en MEFI	76
Ilustración 128: Tensión en el eje ppal. 1 variando "q"	76
Ilustración 129: Desplazamientos con carga puntual "F"	77
Ilustración 130: Desplazamientos con carga uniforme "q"	78
Ilustración 131: Desplazamientos en superposición de cargas.....	78
Ilustración 132: Desplazamientos con carga puntual "F"	79
Ilustración 133: Desplazamientos con carga uniforme "q"	80
Ilustración 134: Desplazamientos en superposición de cargas.....	80
Ilustración 135: Tubería a presión de la práctica 3 de ERM1	82
Ilustración 136: Modificación de ejes de coordenadas cilíndricas	82
Ilustración 137: Espacio de trabajo de coordenadas cilíndricas	83
Ilustración 138: Espacio de trabajo en cuarto de cilindro por simetría.....	83
Ilustración 139: Módulo de desplazamiento	84
Ilustración 140: Resultado de tensión en el eje ppal. de inercia I	84
Ilustración 141: Resultado de la tensión de Von Mises	85
Ilustración 142: Tensión Von Mises en la tubería completa	85
Ilustración 143: Estructura de pandeo de la práctica 5.1	86
Ilustración 144: Menú "Load Case Data"	87
Ilustración 145: Menú para configuración del mallado	87
Ilustración 146: Curva de pandeo en SAP2000 de la práctica 5.1.....	87
Ilustración 147: Estructura para cálculo plástico del problema 5.2	89

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Ilustración 148: Configuración del modelo de rótula en "Hinge Properties"	90
Ilustración 149: Cálculo de la primera rótula plástica en SAP^2000	90
Ilustración 150: Resultado de axiles en la estructura de SAP2000	91
Ilustración 151: Resultado de cortantes en la estructura de SAP2000.....	91
Ilustración 152: Resultado de flectores en la estructura de SAP2000	92
Ilustración 153: Análisis plástico paso a paso	93
Ilustración 154: Comando "Help"	94
Ilustración 155: Normas de diseño de estructuras metálicas.....	95
Ilustración 156: Parametric P-M2-M3 Hinge Model.....	95
Ilustración 157: Desplegable "Verification"	96
Ilustración 158: Tutorial de introducción de carga de temperatura.....	96
Ilustración 159: Gráfico de horas de aprendizaje acumuladas	101

Índice de tablas

Tabla 1: Posibilidades ofrecidas por cada programa	15
Tabla 2: Valores de esfuerzos obtenidos en SAP2000	39
Tabla 3: Resultados de esfuerzos de la celosía sin rótulas	52
Tabla 4: Resultados de desplazamientos por superposición en MEFI.....	79
Tabla 5: Resultados de desplazamientos por superposición en SAP2000	81
Tabla 6: Tiempos de aprendizaje por software.....	100

Índice de ecuaciones

$\nabla T = T2 - T1h$ Ecuación 1: Gradiente de temperatura	56
$\lambda_{cri} * P = P_{cri}$ Ecuación 2: Factor de carga.....	86
$P_c = P * \alpha$ Ecuación 3: Fuerza crítica	89

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Introducción

Motivación

Hoy en día, la gran mayoría de las asignaturas del grado cuentan con prácticas realizadas a ordenador, mediante el uso de softwares con **enfoque principalmente educacional**, más concretamente enfocadas en el estudio del comportamiento resistente de barras y placas.

En el entorno profesional son las empresas quienes desarrollan el software con el que suelen hacer los cálculos de ingeniería.

Actualmente, existen una infinidad de programas profesionales tales como CYPE, AutoCAD, SolidWorks, CATIA, ... Utilizados desde tareas tan básicas como puede ser el diseño de un pequeño elemento, hasta la construcción de grandes edificios. Obviando, por supuesto, la ayuda que esto supone para el usuario en aspectos de cálculos y esfuerzo, entre otros (hoy en día nadie concibe la posibilidad de calcular manualmente, por ejemplo, la estructura completa de un rascacielos).

Para utilizar cualquier tipo de software es de vital importancia asegurar que se hace de manera correcta. Para ello, es necesario pasar por un periodo de aprendizaje (para habituarse al entorno gráfico, etc.) y comprobar, mediante ejemplos de verificación, que los **resultados que se obtienen sean correctos**.

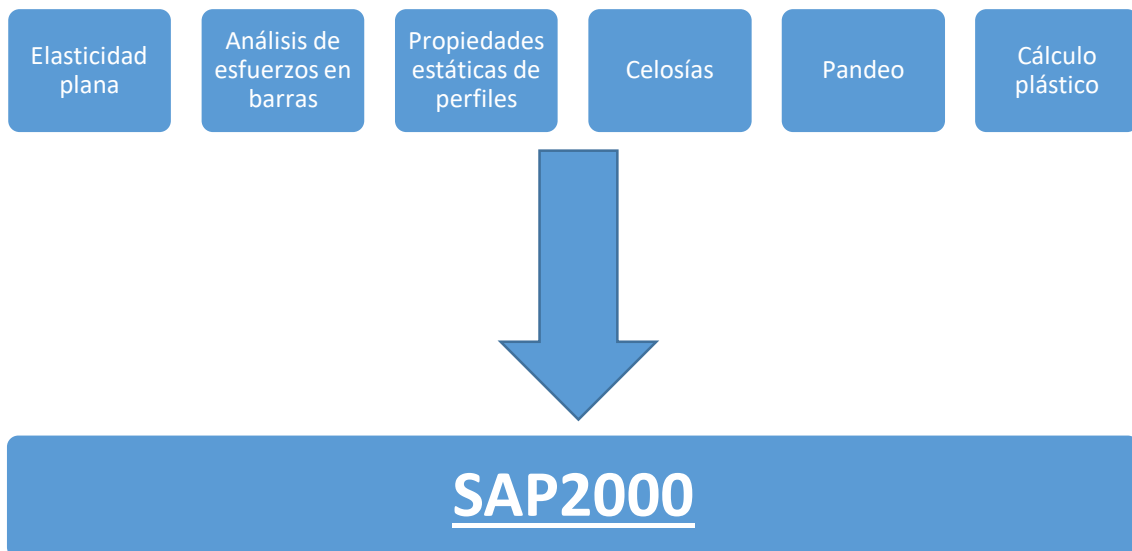
Este proceso conlleva de un gran esfuerzo por parte del usuario. Minimizar este tiempo es una de las tendencias actuales por parte de los desarrolladores de software, haciendo que la denominada “**curva de aprendizaje**” sea lo más suave posible. Pero a su vez, a medida que aumenta la potencia del programa de cálculo, el tiempo en el que el usuario es capaz de dominarlo también es mayor, por lo que se debe buscar un equilibrio entre estos dos términos.

En este caso, el trabajo se va a centrar en el análisis de programas utilizados en asignaturas del departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras. De esta manera, se tratará de evaluar **si un software profesional es capaz de sustituir a todos los educacionales** que se usan en este determinado campo de la ingeniería mecánica como es el de la resistencia de materiales y estructuras. Para ello, tendrá que ser capaz de obtener las mismas soluciones a los problemas de verificación propuestos en las distintas prácticas, y además su curva de aprendizaje deberá ser lo suficientemente cómoda para el alumno, de tal manera que el tiempo invertido en el entorno sea inferior a la suma de los tiempos de cada software educacional individualmente.

Objetivo

El fin principal de este TFG no es otro que el establecimiento de un programa como SAP2000 como **el único software** de cálculo estructural a utilizar en la totalidad de las asignaturas del departamento de MMCTE.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000



Como objetivos secundarios o consecuentes al primario, se podrían definir:

- Mejora en la adaptación de alumno y profesor a las prácticas de las asignaturas.
- Aumento de capacidad computacional mediante ordenador.
- Aprendizaje en un programa utilizado en el ámbito profesional.

SAP 2000

SAP2000 (*Ilustración 1*) es, atendiendo a la manera con la cual CSI Spain (Computers & Structures) se define a sí mismo, un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma integrada, la modelación, análisis y dimensionamiento de prácticamente cualquier conjunto de problemas que puedan darse en el ámbito de la ingeniería de estructuras. (CSI, 2020)

Destaca por su flexibilidad a la hora de afrontar las estructuras, pero especialmente por la exactitud de sus resultados. De tal forma que puede ser utilizado para el dimensionamiento de edificios, puentes, presas y cualquier otro tipo de estructura. Otra de las razones por las cuales podríamos elegir el uso de este programa es el amplio abanico de acciones de carga que soporta, ya que, además de cargas puntuales o distribuidas que la estructura pueda soportar, es capaz de analizar cargas de viento, nieve o seísmos. Por otra parte, cabe señalar su **versatilidad** independiente con respecto al material del que se componga la estructura; puede analizar estructuras de perfil conformado, de hormigón armado, de aluminio,...

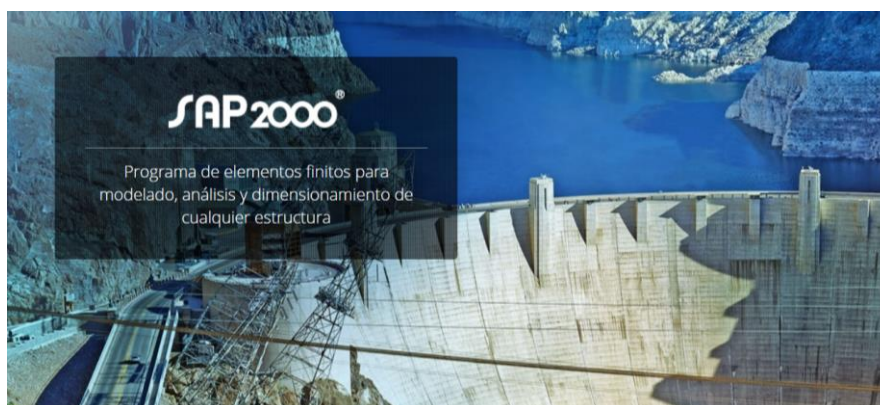


Ilustración 1: SAP2000

Las diversas herramientas de análisis y los procesos desarrollados en SAP2000 permiten la evaluación de grandes desplazamientos en cada etapa de la estructura, el análisis modal a través de los vectores propios Eigen y Ritz basados en casos de carga no lineales, el análisis del comportamiento catenaria en cables, la no linealidad del material (rótulas fiber) y de los objetos de área no lineales (layered shell), el análisis de pandeo o colapso progresivo, el uso de "links" no lineales para modelado de la fricción, amortiguación, aisladores de base y rigidez multilínea o plástica entre nudos, y finalmente, la secuencia constructiva. Los análisis no lineales pueden ser estáticos y/o en función del tiempo, con opciones para análisis dinámico FNA (Fast Nonlinear Analysis), temporales (time-history) y por integración directa.

Como es lógico, en el uso de este programa aplicado a las asignaturas del grado, no se puede aprovechar gran parte de la totalidad de posibilidades que ofrece el programa. Esto se debe a que sólo se analizan casos similares a los que se podrían hacer de forma manual, con las suposiciones que esto tiene: casos de carga casi siempre lineales, materiales isotrópicos, perfiles de área e inercia constante,...

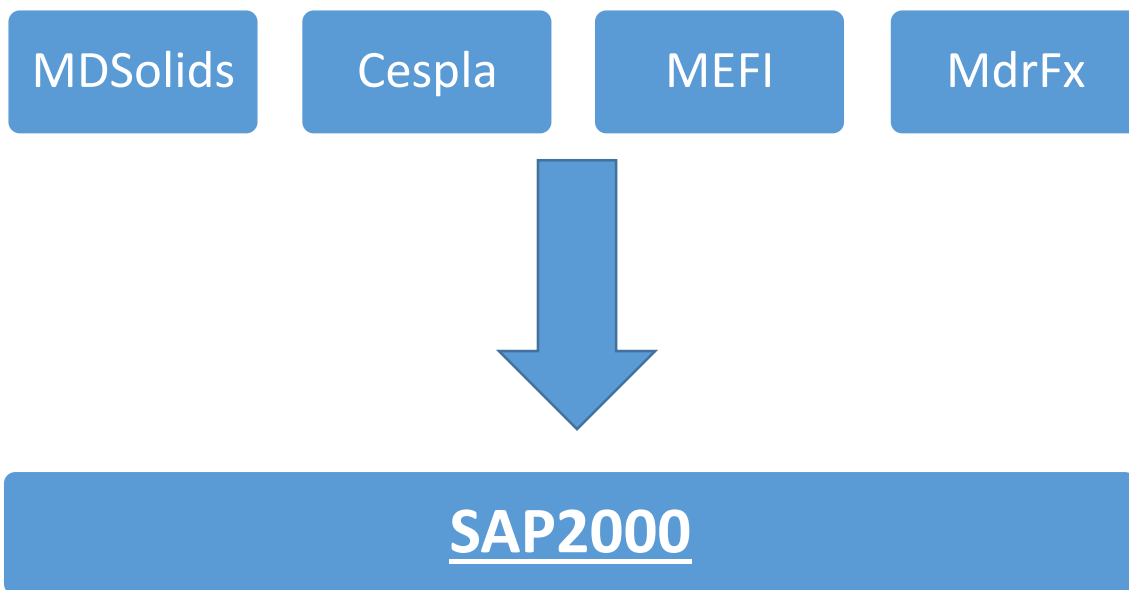
Tampoco se entrará en el ámbito de análisis de estructuras tridimensionales, y no por falta de conocimientos, sino de horas (debido a los créditos asignados a las propias asignaturas), ya que una vez realizado un análisis bidimensional completo, no es difícil extrapolarlo a la dimensión restante.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

SAP2000 y programas educativos

Para documentar una posible necesidad a la hora de establecer este programa para su uso en prácticas de las asignaturas del departamento, se va a realizar una comparación entre este y los que se vienen utilizando hasta ahora.

De cara a ello se van a analizar los puntos de cada programa educativo que se utilizan actualmente en la enseñanza del grado, y se va a demostrar que todos y cada uno de estos podrían hacerse utilizando **tan sólo un programa: SAP2000**.



Todo ello se puede ver representado en la *Tabla 1*:

Tabla 1: Posibilidades ofrecidas por cada programa

	SAP2000	MDSolids	Cespla	MEFI	MdrFx
Propiedades estáticas de sección	X	X	-	-	-
Cálculo de tensiones	X	X	X	X	-
Representación de diagramas	X	X	X	X	X
Cálculo de pandeo	X	-	-	-	-
Cálculo plástico	X	-	-	-	-
Análisis de estructuras 3D	X	-	-	-	-

A continuación, se describen los programas de la tabla anterior.

MDSolids

MDSolids (*Ilustración 2*) es un software diseñado en los años noventa por Timothy A. Philpot. (MDSolids, s.f.)



Ilustración 2: MDSolids

Su funcionamiento es amplio, a la par que muy básico. Permite realizar análisis de tensiones y esfuerzos en estructuras, mientras que a su vez permite calcular propiedades estáticas de sus secciones.

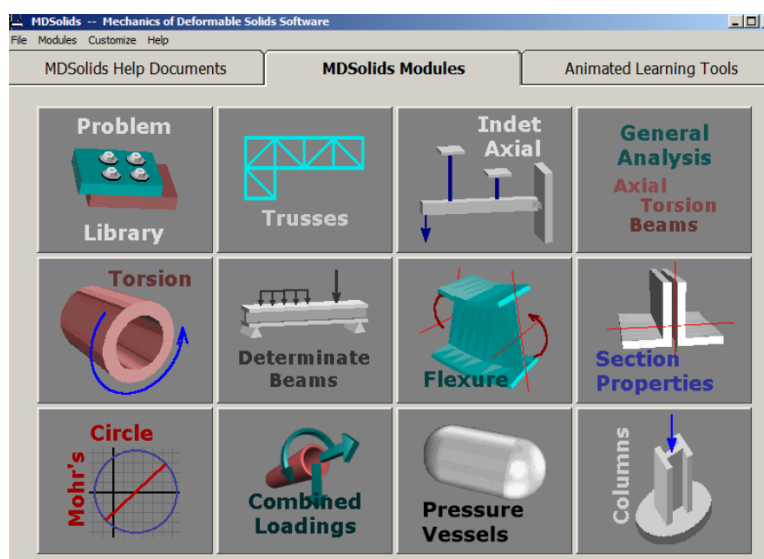


Ilustración 3: Menú principal de MDSolids

Está dotada de varios módulos, como se puede ver en la *Ilustración 3*, en los que se busca analizar casos concretos, como puede ser la torsión, flexión, o el estudio de un pilar. En ningún caso esta aplicación podría ser capaz de realizar el estudio de una estructura compleja.

Cespla

El Cespla (*Ilustración 4*) es un programa de cálculo interactivo de estructuras planas (de ahí su nombre, acrónimo de “Cálculo de EStructuras PLANas”), cuyo copyright pertenece a Juan Tomás Celigüeta, profesor de la “TECNUN”, Escuela de Ingenieros de la Universidad de Navarra.

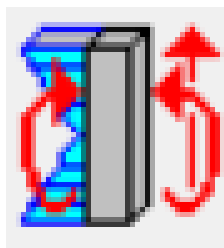


Ilustración 4: Cespla

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Este software efectúa el análisis de estructuras reticulares planas de cualquier tipo. Este utiliza el método de rigidez, por su sencillez de programación y generalidad y se basa en los fundamentos teóricos explicados en el libro Curso de Análisis Estructural (Juan Tomás Celigüeta, Ed. EUNSA). (Lizarza, s.f.)

MEFI

MEFI (*Ilustración 5*) ha sido desarrollado por el Departamento de Estructuras y Construcción de la Universidad Politécnica de Cartagena.



Ilustración 5: MEFI

Está basado en el uso de un análisis estático de problemas de elasticidad y campos en régimen permanente y, mediante análisis matricial, de estructuras planas articuladas o rígidas. (Universidad Politécnica de Cartagena, s.f.).

El programa utiliza, a diferencia que el resto de los que se han visto anteriormente, una ventana de programación a partir de comandos estipulados en el propio software.

MdrFx

El programa MdrFx (*Ilustración 6*) fue creado en el departamento de Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad de Valladolid, por Eduardo Tuñón Cabeza y José Pereda Llamas.



Ilustración 6: MdrFx

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Se trata de un programa muy básico e interactivo de análisis de esfuerzos soportados a partir de unas dadas condiciones de contorno en una estructura.

Sección

Propiedades estáticas

Para comenzar, se va a tratar el cálculo de las propiedades estáticas de los perfiles; es decir, se van a hallar los valores de centros de gravedad, inercias, ejes principales de inercia,... Este es un cálculo básico estudiado en la asignatura de segundo llamada **Resistencia de Materiales (RM)**.

Para ello, se puede recurrir al uso de programas educacionales como es el caso de MDSolids.

A continuación, se van a ver dos casos: un primero en el que se utiliza un perfil estructural normalizado, y un segundo con un perfil no estándar.

Perfil normalizado

Para realizar este cálculo en MDSolids, es algo tan sencillo como acudir al apartado "Section Properties" (*Ilustración 7*), escoger los perfiles estándar que siguen la norma europea (en este caso), y seleccionar el que vamos a estudiar. En este caso, se trata del perfil IPE 300 tratado en la *Ilustración 8*.

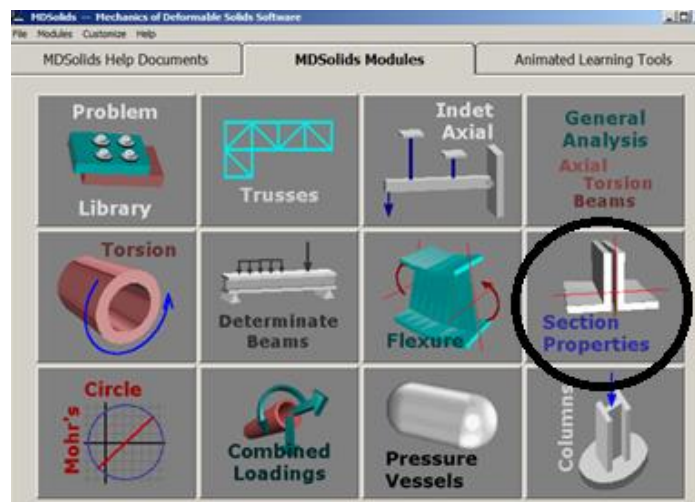


Ilustración 7: Apartado "Section Properties" de MDSolids

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

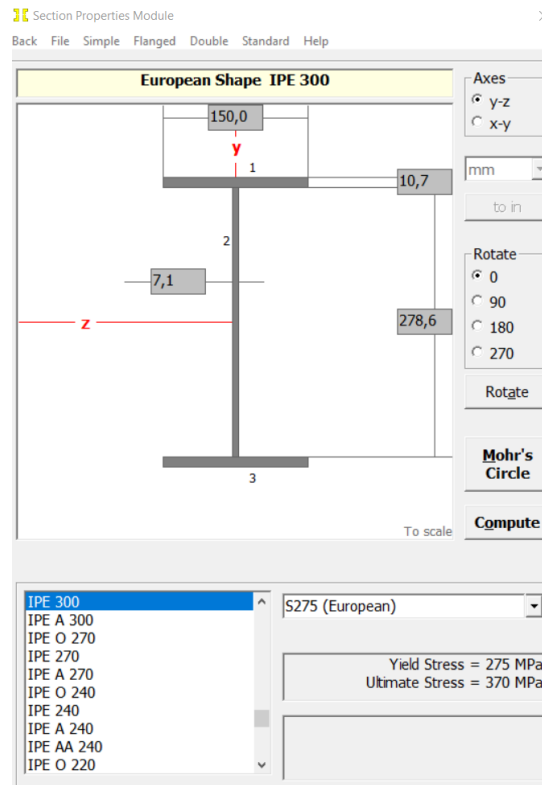


Ilustración 8: Selección de perfil normalizado en MDSolids

Como se puede observar, al elegir el tipo de perfil, el programa abre una lista con todas las medidas normalizadas, de tal forma que introduce las medidas automáticamente. Además, da la opción de variar el tipo de acero que se va a utilizar, lo cual variará su resistencia.

Tras pulsar sobre “Compute”, se muestran los resultados obtenidos en la *Ilustración 9*:

Z Axis Properties			
Elastic Modulus	E	205,0000	GPa
From bottom to centroid	y (bot)	150,0000	mm
From centroid to top	y (top)	150,0000	mm
Area of shape	A	5.380,0000	mm ²
Moment of Inertia	Iz	83,5600E+06	mm ⁴
Section Modulus	Sz	557.100,0000	mm ³
Section Modulus (bottom)	S (bot)	557.100,0000	mm ³
Section Modulus (top)	S (top)	557.100,0000	mm ³
Radius of Gyration	rz	124,6258	mm
Plastic Modulus	Zz	628.400,0000	mm ³
Shape Factor		1,1280	
From bottom to plastic n.a.	yp (bot)	150,0000	mm
From plastic n.a. to top	yp (top)	150,0000	mm
Polar Moment of Inertia	J	201.200,0000	mm ⁴
Product of Inertia	Iyz	0,0000	mm ⁴
Maximum Moment of Inertia	Imax	83,5600E+06	mm ⁴
Minimum Moment of Inertia	Imin	6,0380E+06	mm ⁴
Angle from z axis to Imax axis	β	0,0000	degrees
		Counterclockwise	

Ilustración 9: Propiedades estáticas de perfil normalizado en MDSolids

Para realizar cálculos de perfiles normalizados en SAP2000, es necesario importar el documento **.pro** en el cual se encuentran todos los perfiles en función de la norma seleccionada.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Para ello, se debe seguir la ruta “Define > Frame Properties > Import New Property”, donde se escoge el tipo de perfil que se va a analizar, y el documento con la norma. En este caso se recurrirá al archivo “europe.pro”, el cual contiene la **norma europea**. El perfil que se necesita en este caso, es el representado en la *Ilustración 10*.

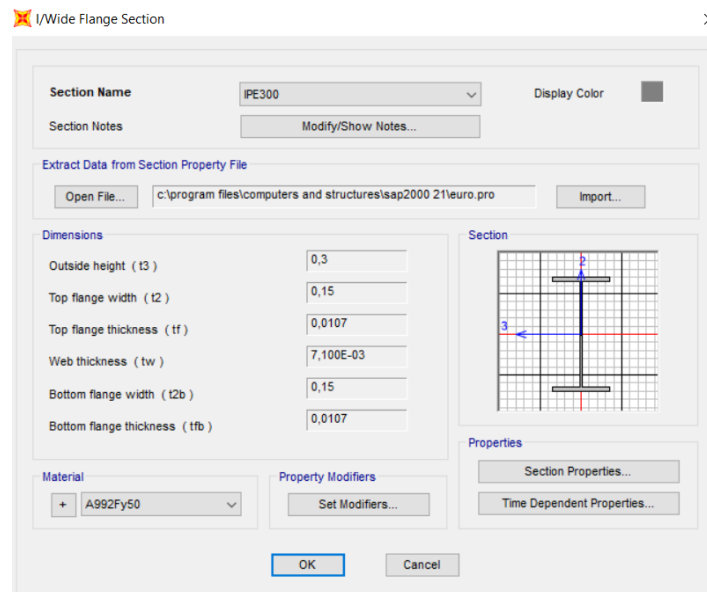


Ilustración 10: Selección de perfil normalizado en SAP2000

De tal manera que podemos ver las propiedades obtenidas automáticamente mediante la base de datos incluida en el programa en la *Ilustración 11*.

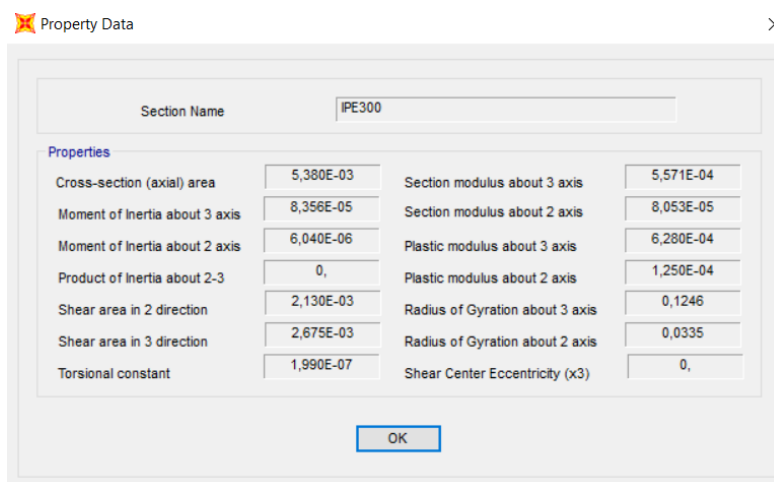


Ilustración 11: Propiedades estáticas de perfil normalizado en SAP2000

Perfil no normalizado

Al utilizar un perfil que no sigue ninguna norma, la manera de calcular sus propiedades varían.

En este caso, el perfil que vamos a calcular es el siguiente, perteneciente a los enunciados de Resistencia de Materiales (ver [Anexo 1](#)), correspondiente con la *Ilustración 12*:

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

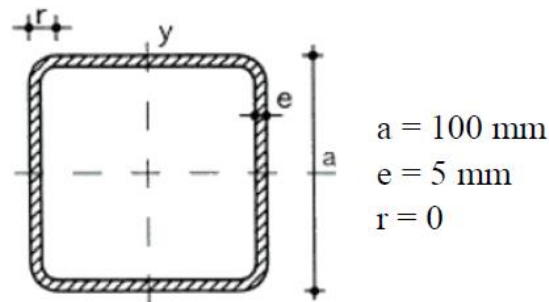


Ilustración 12: Perfil no normalizado

Al realizar su resolución con MDSolids, se selecciona de manera manual el tipo de perfil que se va a analizar, y se introducen de manera manual todas sus medidas tal y como se indica en la *Ilustración 12*.

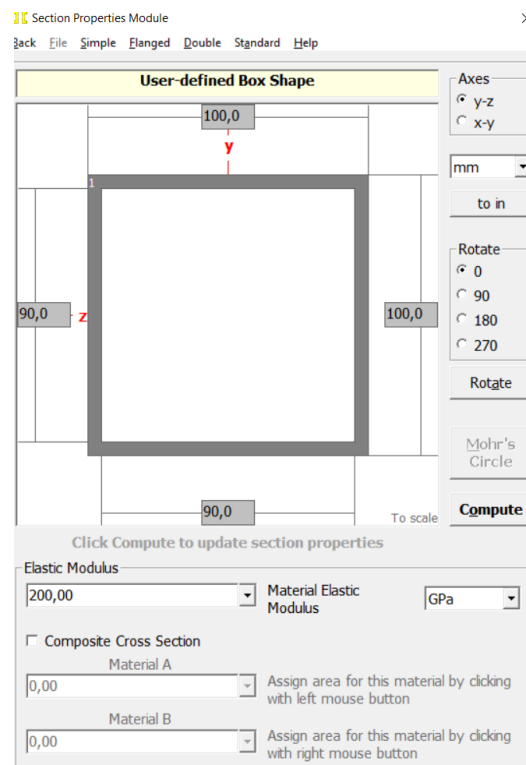


Ilustración 13: Selección de perfil no normalizado en MDSolids

De tal manera que, al igual que en el caso normalizado, el programa arroja directamente todas sus propiedades (*Ilustración 14*).

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Z Axis Properties			
Elastic Modulus	E	200,0000	GPa
From bottom to centroid	y (bot)	50,0000	mm
From centroid to top	y (top)	50,0000	mm
Area of shape	A	1.900,0000	mm ²
Moment of Inertia	Iz	2,8658E+06	mm ⁴
Section Modulus	Sz	57.316,6667	mm ³
Section Modulus (bottom)	S (bot)	57.316,6667	mm ³
Section Modulus (top)	S (top)	57.316,6667	mm ³
Radius of Gyration	rz	38,8373	mm
Plastic Modulus	Zz	67.750,0000	mm ³
Shape Factor		1,1820	
From bottom to plastic n.a.	yp (bot)	50,0000	mm
From plastic n.a. to top	yp (top)	50,0000	mm
Polar Moment of Inertia	J	5,7317E+06	mm ⁴
Product of Inertia	Iyz	0,0000	mm ⁴
Maximum Moment of Inertia	Imax	2,8658E+06	mm ⁴
Minimum Moment of Inertia	Imin	2,8658E+06	mm ⁴
Angle from z axis to Imax axis	β	0,0000	degrees
		Counterclockwise	

Ilustración 14: Propiedades estáticas de perfil no normalizado en MDSolids

Para calcular este tipo de perfiles en SAP2000, se debe recurrir a la opción del “Selection Designer” siguiendo la ruta “Define > Section Properties > Frame Sections > Add New Property > Other > Section Designer”.

Este comando abre una ventana de diseño en la cual, el usuario puede dibujar cualquier tipo de sección y el programa calculará automáticamente sus propiedades, tal y como se ha hecho en la *Ilustración 15*.

Puede ser de **gran utilidad para calcular secciones compuestas** o propiedades más complejas, como se verá más adelante con el caso de los ejes principales de inercia.

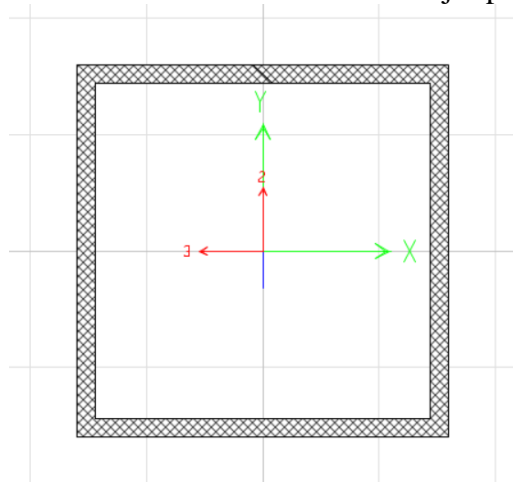


Ilustración 15: Dibujo de perfil no normalizado en SAP2000

En este caso, para calcular esta sección, se ha utilizado el comando “Draw Structural Shape”, ya que se trata de un perfil usual en el diseño de estructuras. Si se tratara de una forma más compleja se deberían usar otros comandos como “Draw Solid Shape” o “Draw Polygon Shape”, los cuales permiten un diseño tramo por tramo, hasta obtener el perfil deseado.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Así, en la *Ilustración 16* se puede ver que los resultados obtenidos son:

Xcg	0
Ycg	0
A	1900
J	4404946
I33	2865833
I22	2865833
I23	0
AS2	972,2443
AS3	973,783
S33(+face)	57317
S33(-face)	57317
S22(+face)	57317
S22(-face)	57317
Z33	67750
Z22	67750
r33	38,8373
r22	38,8373
d33pna	0
d22pna	0

Ilustración 16: Propiedades estáticas de perfil no normalizado en SAP2000

En este cálculo, se debe tener en cuenta que SAP2000 no utiliza la simplificación de pared delgada, por lo que si se quisiera calcular un perfil de ese tipo, habría que recurrir a otros tipos de programa, como puede ser el ThinSecBeam.

Ejes principales de inercia

Por otra parte, este programa calcula los ejes principales de inercia como si fuera un diseño de una propia construcción; es decir, nos da el valor de los ejes principales de inercia, y del ángulo que habría que girar el perfil para que coincidieran con los ejes de coordenadas. Esto se puede ver claramente con el perfil representado en la *Ilustración 17*:

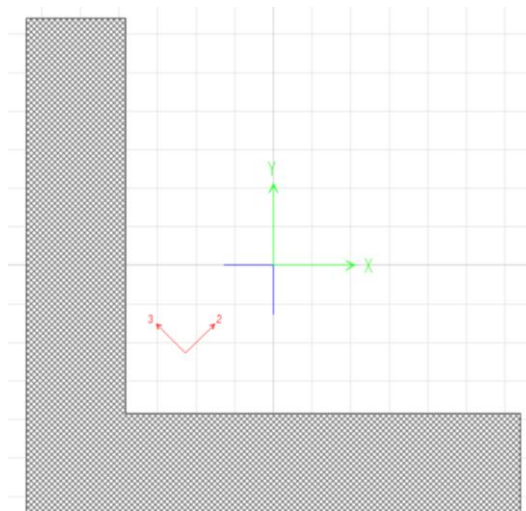


Ilustración 17: Perfil para cálculo de ejes principales de inercia en SAP2000

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Properties	
Xcg	-0,0711
Ycg	-0,0711
A	0,0576
J	1,177E-04
I33	8,044E-04
I22	8,044E-04
I23	4,551E-04
AS2	0,0304
AS3	0,0302
S33(+face)	2,967E-03
S33(-face)	6,241E-03
S22(+face)	6,241E-03
S22(-face)	2,967E-03
Z33	5,350E-03
Z22	5,350E-03
r33	0,1182
r22	0,1182
d33pna	-0,0569
d22pna	0,0569

Ilustración 18: Propiedades estáticas de perfil para cálculo de inercia en SAP2000

Como se puede observar en la *Ilustración 18*, el programa nos da el valor por el cual se ha de sustituir el ángulo del perfil, para obtener la dirección de los ejes principales de inercia ($I_{23}=0$). En este caso, al ser un perfil simétrico, se puede conocer de antemano que el ángulo de los ejes de inercia principales será el de 45 grados, tal y como se puede ver en la *Ilustración 19*.

Orientation of 2-Axis for These Properties	
<input type="radio"/> Default	<input checked="" type="radio"/> User
Angle from X- to 2-Axis	45
Mesh Size	
Max. Mesh Size (Absolute)	0 m
Max. Mesh Size (Relative)	0,05
Properties	
Xcg	-0,0711
Ycg	-0,0711
A	0,0576
J	1,188E-04
I33	3,493E-04
I22	1,260E-03
I23	0
AS2	0,052
AS3	0,0487
S33(+face)	2,223E-03
S33(-face)	1,916E-03
S22(+face)	4,453E-03
S22(-face)	4,453E-03
Z33	3,816E-03
Z22	7,361E-03
r33	0,0779
r22	0,1479
d33pna	1,571E-03
d22pna	0

Ilustración 19: Propiedades estáticas de perfil para cálculo de inercia en SAP2000

Barras

En el este capítulo, se va a realizar un estudio de la **representación de diagramas de esfuerzos y tensiones** en estructuras de barras; ejercicio muy recurrido a lo largo de las asignaturas de este departamento.

Los esfuerzos son las fuerzas que se producen en el interior de una barra debido a las cargas que debe soportar y tratan de deformarla. Por su parte, las tensiones se obtienen a partir de los diferentes esfuerzos que soporta la estructura y el perfil que utilice.

En las diferentes asignaturas del departamento, los análisis de elementos aislados y pórticos se realizaron:

- **Resistencia de Materiales (RM)**: asignatura común en el segundo curso de todos los grados de la Escuela de Ingenierías Industriales, en la cual se utilizan Cespla y MDSolids
- **Elasticidad y Resistencia de Materiales 2 (ERM2)**: propia de tercer curso del grado de ingeniería mecánica, que también utiliza tanto Cespla como MDSolids.
- **Estructuras y Construcciones Industriales (ECI)**: asignatura obligatoria en el cuarto curso de ingeniería mecánica. Utiliza para realizar sus prácticas MdrFx.

En el caso de las celosías, su estudio se realizó en la asignatura Resistencia de Materiales con el programa Cespla.

Cálculo de estructuras en SAP2000

A continuación se van a establecer las **pautas generales** que se deben seguir en SAP2000 para realizar el cálculo de esta estructura, y de todas las que se verán a lo largo de este trabajo:

- 1- En primer lugar, en SAP2000 al igual que en el resto de programas, se deben establecer el material y el perfil que se van a utilizar en los apartados “Materials...” y “Section Properties” indicados en la *Ilustración 20*.

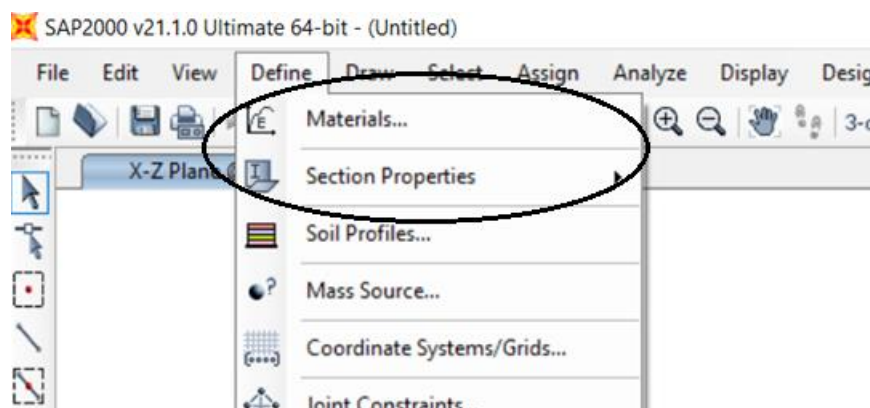


Ilustración 20: Definir material y perfil de la estructura

- 2- Después, se deben definir todos los nudos en los que se van a utilizar las condiciones de contorno, cargas,... Para ello, hay que pulsar con el botón derecho

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

del ratón sobre la ventana principal, y entrar en el menú “Edit Grid Data... > Modify/Show System”, de tal forma que aparezca el menú mostrado en la *Ilustración 21*. En esta ventana es posible establecer tantos puntos como sea necesario para definir correctamente la estructura.

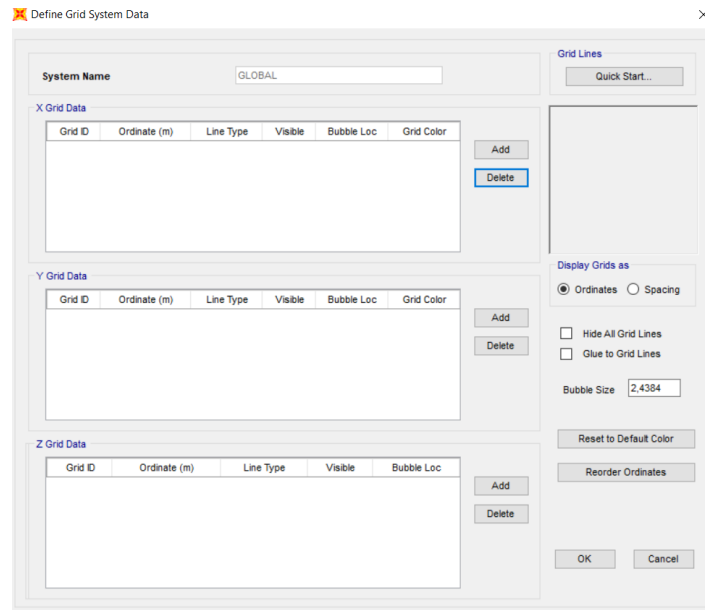


Ilustración 21: Menú para definir los nudos de la estructura

- 3- Al concluir lo anterior, se pasan a utilizar expresamente los comandos señalados en la *Ilustración 22*, los cuales se utilizan para dibujar y unir los puntos que ya hemos definido.

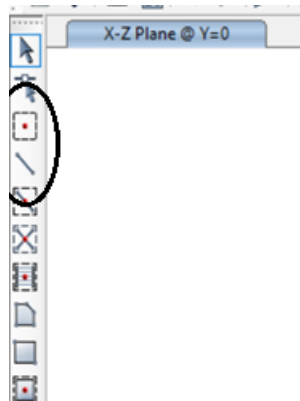


Ilustración 22: Comandos de dibujo

Al unir los puntos se están creando barras con el perfil indicado anteriormente, por lo que en estructuras en las que se utilicen diferentes perfiles se debe tener en cuenta cambiar el apartado “Section” representado en la *Ilustración 23*.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

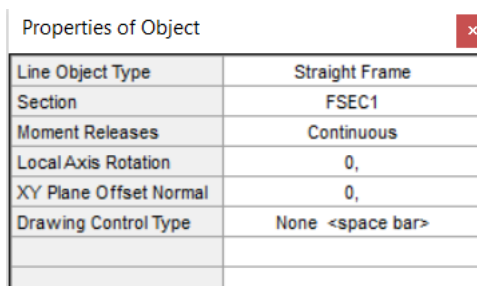


Ilustración 23: Menú de propiedades al dibujar una barra

- 4- El siguiente paso consiste en establecer las condiciones de contorno de la estructura. Para ello, se debe ir a “Assign > Joint > Restraints...”, hasta llegar al menú representado en la *Ilustración 24*. Se trata de una ventana muy sencilla donde, tras seleccionar los puntos que se van a definir en la propia estructura, se seleccionan los grados de libertad en los cuales se quiere restringir el movimiento.

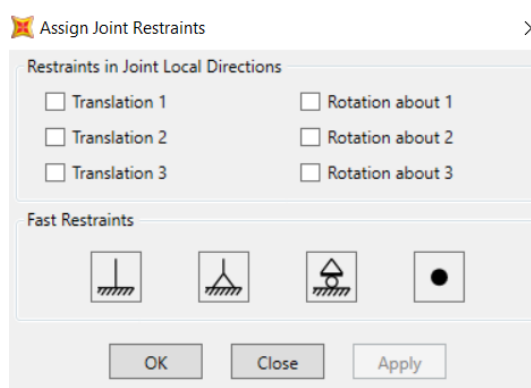


Ilustración 24: Menú para establecer los apoyos de la estructura

- 5- Para concluir la definición de una estructura genérica, sólo faltan añadir las cargas que va a soportar. Para ello, hay que seguir la ruta “Define > Load Patterns...” (*Ilustración 25*), donde se van a definir las cargas que se van a utilizar. Es importante definir el tipo de carga como “Other”, dentro del apartado “Type”.

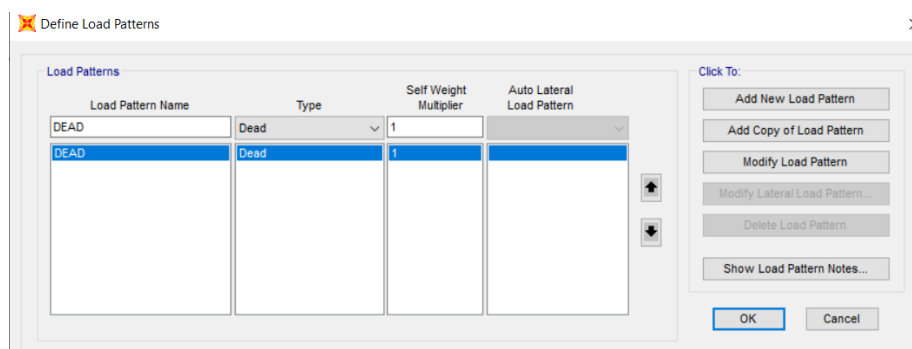


Ilustración 25: Menú para definir cargas

Una vez definidas las cargas, se debe ir a “Assign > Joint Loads > Forces...”, hasta llegar al menú de la *Ilustración 26*, donde tras seleccionar el punto sobre el que hay que aplicar la carga y el “Load Pattern” correcto, dentro de los que se acababan de definir, se aplica la carga con el valor necesario.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

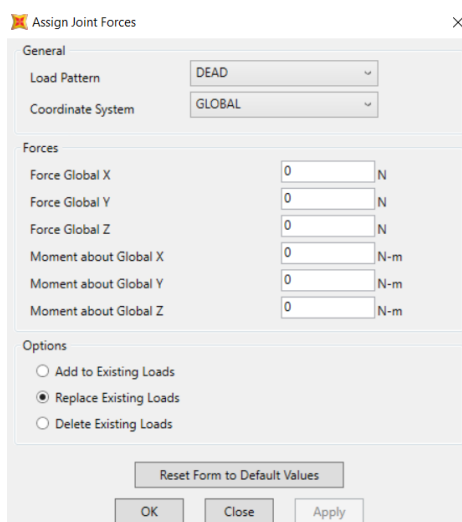


Ilustración 26: Menú para establecer las cargas en la estructura

Un detalle importante a tener en cuenta, es que SAP2000 no muestra todas las cargas que están aplicadas sobre la estructura, sino únicamente la que se haya definido más tarde.

Y ya con la estructura completamente planteada, sólo falta saber cómo se obtienen los resultados en forma de **diagramas de esfuerzo y tensiones**. Para ello, hay que seleccionar el menú “Run Analysis” representado en la *Ilustración 27* y hacer click sobre “Run Now”. De esta forma el programa realizará todos los cálculos para poder mostrar la deformada, los esfuerzos, los campos tensionales,...



Ilustración 27: Botón "Run Analysis"

Dentro de los resultados que es capaz de ofrecer SAP2000, se utilizarán especialmente:

- Menú “Show Deformed Shape...”: representado en la Ilustración 28, permite calcular los desplazamientos y giros que se producen en la estructura, siendo capaz de aislar fuerzas concretas o analizarlas como combinaciones, elegir entre ejes de coordenadas o aplicar un sombreado de color para diferenciar los desplazamientos en cada tramo.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

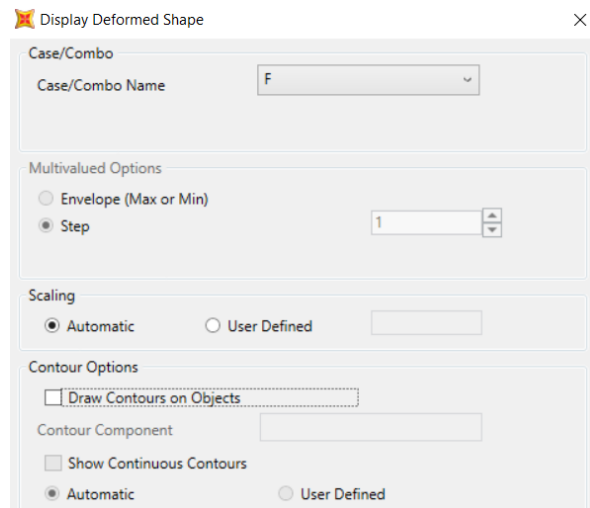


Ilustración 28: Menú para analizar la deformada

- Menú “Show Forces/Stresses”: este menú ofrece la posibilidad de analizar tanto nudos como barras. En el caso de los nudos, se trata de una ventana muy sencilla (Ilustración 29) en la que se pueden calcular las reacciones en los apoyos de la estructura.

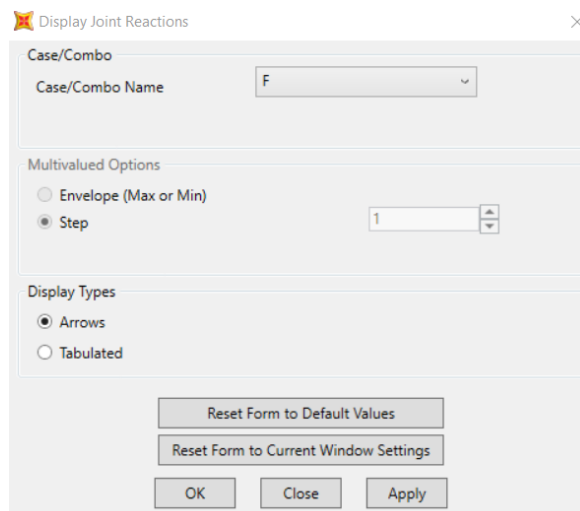


Ilustración 29: Menú para cálculo de reacciones en apoyos

Para las barras, permite calcular tanto esfuerzos como tensiones, y mediante el apartado “Components” se puede escoger el eje de coordenadas que se quiere analizar. El menú aparece en la *Ilustración 30*.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

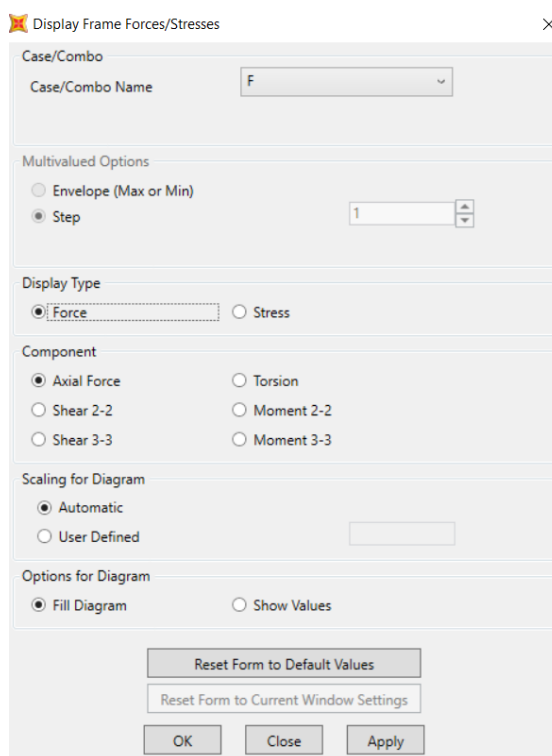


Ilustración 30: Menú análisis de esfuerzos y tensiones

Elementos aislados

Barra a tracción-compresión

A falta de un enunciado adecuado para este apartado, se realizará el estudio de una barra como la representada en la *Ilustración 31* de longitud 0,5 m, con un extremo empotrado móvil, y apoyado móvil en el extremo contrario. Este segundo punto sufrirá una carga axial $F=200$ N. El perfil de la estructura será el IPE 300 analizado en el apartado anterior, hecho de acero.

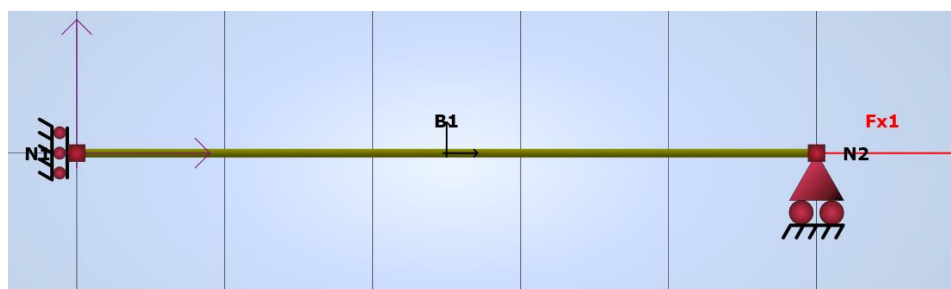


Ilustración 31: Ejemplo barra a tracción-compresión

Para este análisis se va a utilizar el programa educacional MdrFx. Este programa destaca por su gran **capacidad visual**; y es que desde su menú principal ofrece la posibilidad de “arrastrar” cualquier elemento hasta la pantalla de trabajo, de forma que puedo colocar fácilmente nudos, barras, apoyos e incluso las propias cargas.

Previamente debe ser definido tanto el material como el perfil de los cuales se compone la estructura.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

En la *Ilustración 32* se representa la deformada obtenida:

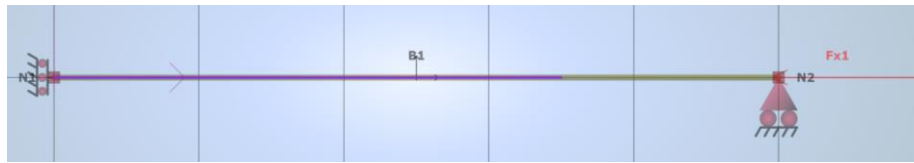


Ilustración 32: Deformada obtenida en MdrFx

Como se podía intuir, el hecho de aplicar únicamente una fuerza axial, producirá desplazamiento tan solo en el eje de la fuerza. Por ello, el único diagrama de esfuerzos no nulo, será el de axil (*Ilustración 33*).

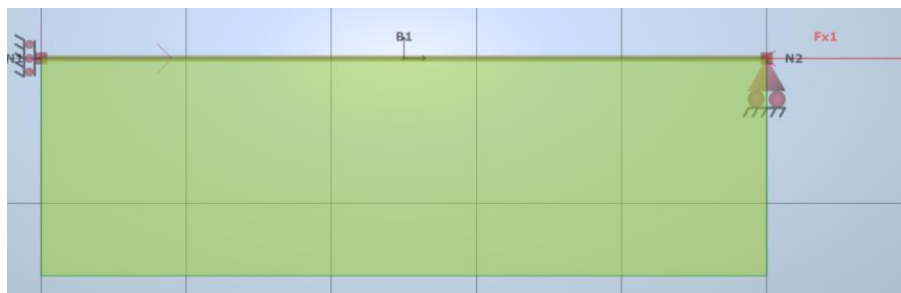


Ilustración 33: Diagrama de esfuerzo axil en MdrFx

Para ampliar información, el programa ofrece los resultados del sistema matricial completo:

	1	2		U	F	Feq
1	2,26E08	-2,26E08	*	0E00	2E02	0E00
	1,218E05 3,044E05	-1,218E05 3,044E05		0E00	0E00	0E00
	3,044E05 1,015E06	-3,044E05 5,074E05		0E00	0E00	0E00
2	-2,26E08	2,26E08		-8,851E-07	-2E02	0E00
	-1,218E05 -3,044E05	1,218E05 -3,044E05		0E00	0E00	0E00
	3,044E05 5,074E05	-3,044E05 1,015E06		0E00	0E00	0E00

Ilustración 34: Tabla de resultados en MdrFx

En él, se representa la **matriz de rigidez** (*Ilustración 34*), en la cual se puede obtener una relación entre los desplazamientos y giros de cualquier punto de la estructura en función de las cargas que se apliquen sobre ella.

De esta forma, representa el resultado de desplazamientos, las fuerzas aplicadas en los nudos, y la fuerza equivalente a las fuerzas intraelementales (nulas en este caso).

Los resultados de tensiones en este caso no se pueden obtener, debido a que MdrFx no tiene ningún módulo para poder calcularlas.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Al realizar la representación de esta estructura mediante SAP2000, obtenemos una deformada como la representada en la *Ilustración 35* y un esfuerzo axial como el de la *Ilustración 36*.



Ilustración 35: Deformada obtenida en SAP2000



Ilustración 36: Diagrama de esfuerzo axial en SAP2000

El proceso para obtener la matriz de rigidez en SAP2000 no es tan sencillo como lo era en el programa MdrFx. Si bien, el resultado obtenido mediante los métodos de cálculo de este programa, es similar al obtenido mediante el método directo de rigidez. Para ello, se debe acudir al “Solver Options” (*Ilustración 37*) y seleccionar el “Case Set” para el cual queremos calcular la matriz.

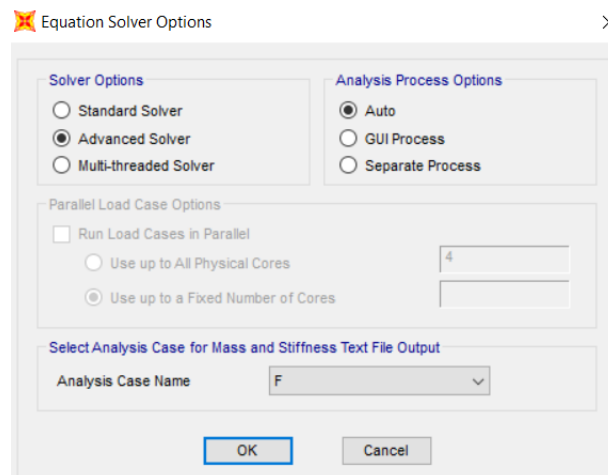


Ilustración 37: Menú "Solver Options"

De esta forma, el programa proporcionará cuatro ficheros nuevos. En este caso, interesan los que tienen las extensiones “.txk” y “.txm”, las cuales contienen las matrices de rigidez y de masa de la estructura.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Note: Row equation number, Column equation number, Stiffness value. (See .TXA file)

1	1	285718343.774247
2	1	0.00000000000000E+000
3	1	0.00000000000000E+000
4	1	0.00000000000000E+000
5	1	-71429585.9435617
6	1	0.00000000000000E+000
2	2	2259600000.00000
3	2	0.00000000000000E+000
4	2	0.00000000000000E+000
5	2	0.00000000000000E+000
6	2	0.00000000000000E+000
3	3	94997048.5232117
4	3	0.00000000000000E+000
5	3	0.00000000000000E+000
6	3	-23749262.1308029
4	4	32146.1538461539
5	4	0.00000000000000E+000
6	4	0.00000000000000E+000
5	5	52952596.4858904
6	5	0.00000000000000E+000
6	6	8474115.53270073

Ilustración 38: Matriz de rigidez mostrada por SAP2000

En la primera de ellas, la cual aparece en la *Ilustración 38*, mediante su apertura en cualquier editor de texto podemos ver la representación que se obtiene en el programa de la matriz. La tercera columna muestra elementos de la matriz de rigidez y las dos primeras columnas muestran, respectivamente, la fila y columna de la matriz de rigidez a la que se relacionan estos valores.

Además, en ella únicamente se representan los términos no nulos de la matriz (condiciones de contorno), y tiene en cuenta el hecho de que la matriz es simétrica.

Viga biapoyada

En este caso se va a analizar la Práctica 2-O de los enunciados de ERM2 (ver [Anexo 2](#)), la cual se basa en el estudio una viga biapoyada que soporta un momento en un punto central, tal y como aparece en la [Ilustración 39](#).

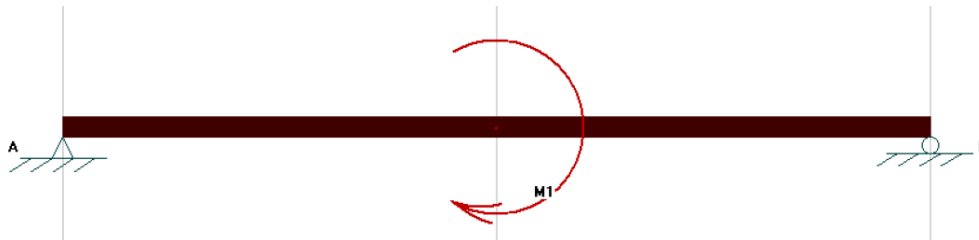


Ilustración 39: Ejercicio de viga biapoyada de la Práctica 2-O

En este segundo caso, el análisis se va a realizar mediante el programa MDSolids. Un programa educacional bastante adecuado para la iniciación del alumno, debido a su facilidad para calcular estructuras simples.

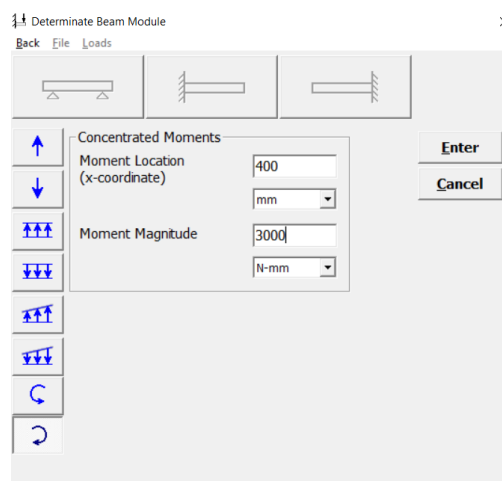


Ilustración 40: Menú de modulación de MDSolids

Como se puede comprobar en la [Ilustración 40](#), la forma de introducción de cargas y estructuras es muy sencilla. Por otra parte, el programa está bastante limitado, no tanto por las cargas que puede aplicar, sino por los tipos de estructuras que puede crear (sólo biapoyadas y voladizos).

En este programa, la deformada obtenida aparece en la [Ilustración 41](#):

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

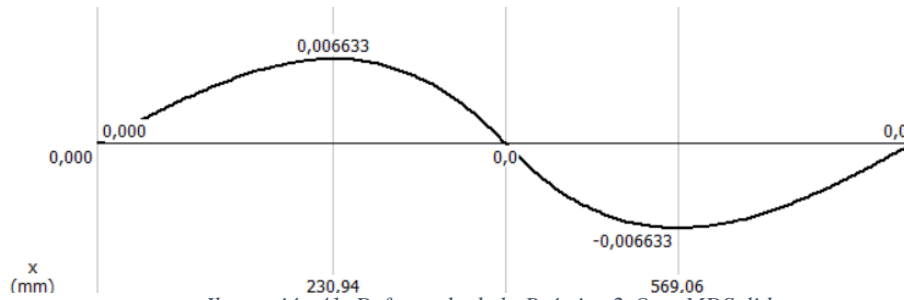


Ilustración 41: Deformada de la Práctica 2-O en MDSolids

Teniendo en cuenta que el esfuerzo axial en esta estructura es nulo, los diagramas de esfuerzo cortante (*Ilustración 42*) y momento flector (*Ilustración 43*) son los siguientes:

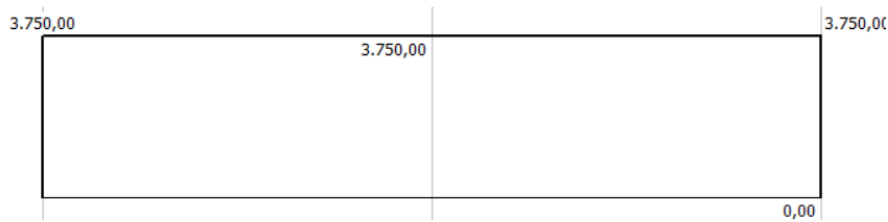


Ilustración 42: Diagrama de esfuerzo cortante en MDSolids

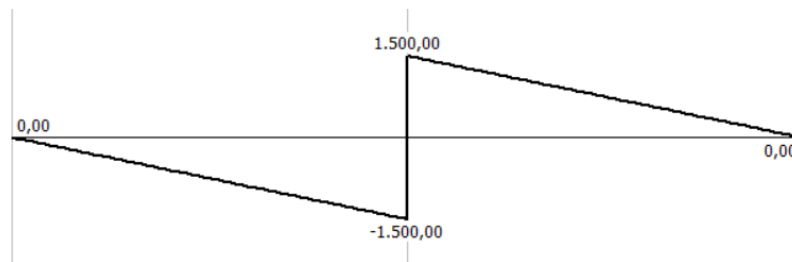


Ilustración 43: Diagrama de momento flector en MDSolids

Este programa destaca por los amplios resultados que ofrece en el aspecto del análisis tensional. Como se puede observar en la *Ilustración 44*, simplemente introduciendo el punto de la barra que se quiere analizar, el programa ofrece varios resultados:

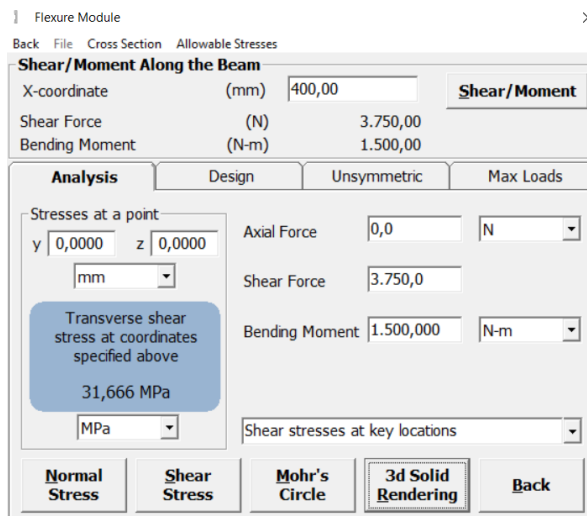


Ilustración 44: Menú de análisis tensional en MDSolids

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

En este caso, se van a mostrar los resultados obtenidos en el punto central de la sección, de ahí las coordenadas (0,0) utilizadas. De tal forma que al pulsar sobre “Normal Stress” el programa muestra el resultado de tensión normal (*Ilustración 45*) y en “Shear Stress” muestra el de tensión tangencial (*Ilustración 46*).

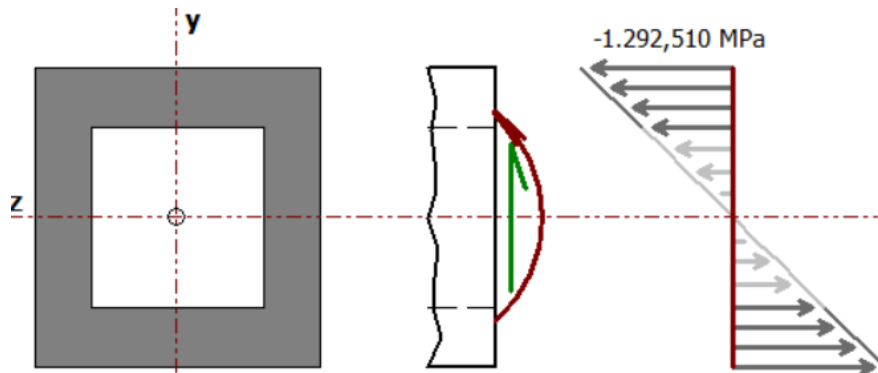


Ilustración 45: Tensión normal del punto medio en MDSolids

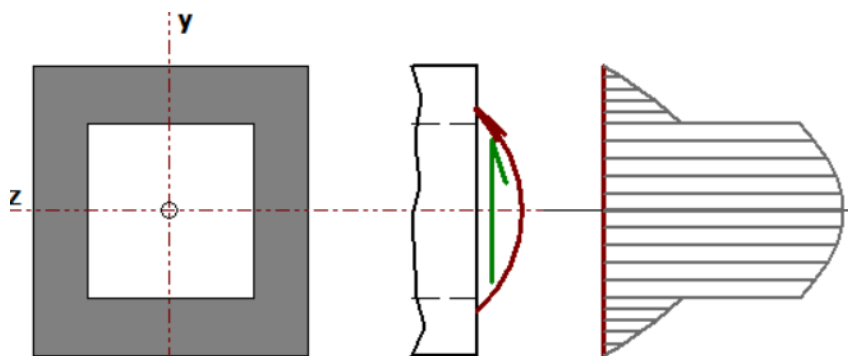


Ilustración 46: Tensión tangencial del punto medio en MDSolids

Como se puede comprobar, ofrece una representación completa del perfil tensional de la barra. De hecho, es capaz de simular el **perfil tridimensional**, tal y como se muestra en la *Ilustración 47*, de tal manera que son visibles los sentidos de las tensiones.

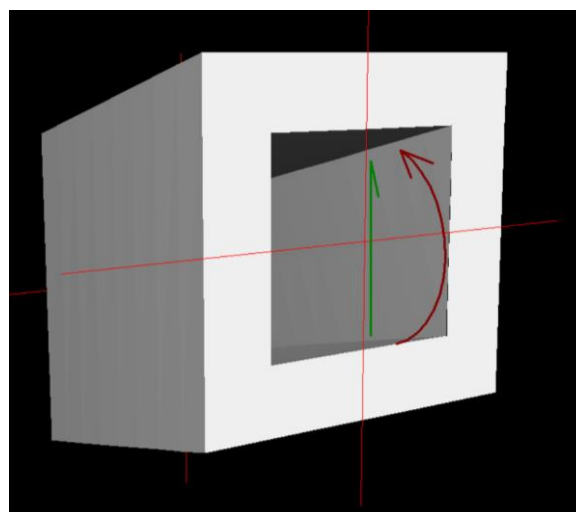


Ilustración 47: Representación tridimensional de tensiones en MDSolids

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Al calcular esta estructura en SAP2000, se obtiene una deformada como la que aparece en la *Ilustración 48*:

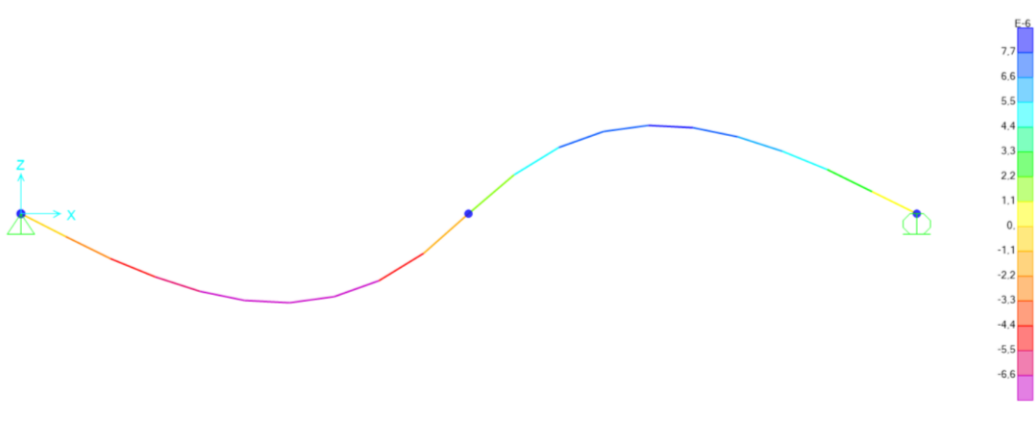


Ilustración 48: Deformada de la Práctica 2-O en SAP2000

Los esfuerzos calculados para la estructura, son de un cortante constante de 3750N (*Ilustración 49*) y de un momento flector que se hace máximo en el punto central, con 1500N*m (*Ilustración 50*).

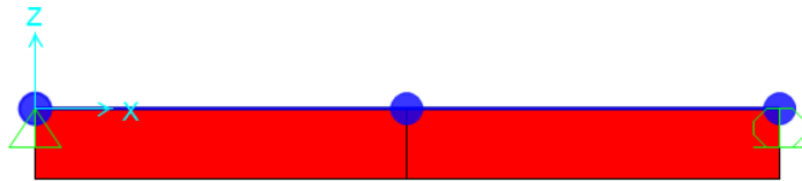


Ilustración 49: Diagrama de esfuerzo cortante en SAP2000

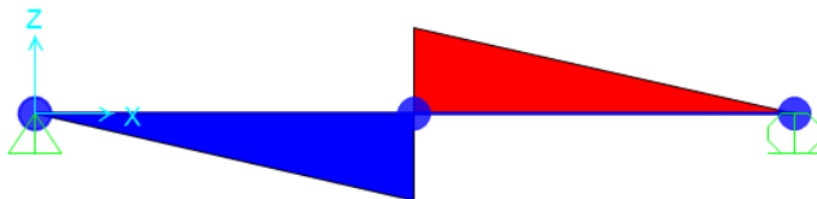


Ilustración 50: Diagrama de momento flector en SAP2000

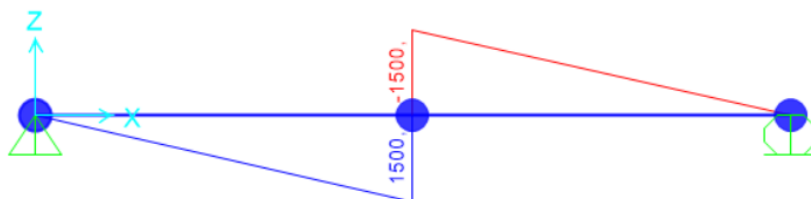


Ilustración 51: Diagrama de momento flector con valores en SAP2000

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Los valores de los esfuerzos se pueden ver simplemente pasando con el ratón por encima del dibujo en SAP2000. Pero si se quisiera obtener una representación de ellos, tal y como se ha hecho en la *Ilustración 51*, se debe seleccionar la opción “Show Values” en el menú del cálculo de esfuerzos y tensiones.



Ilustración 52: Opción "Show Values" en el menú "Frame Forces/Stresses"

En esta estructura, la obtención de una tabla de resultados de los esfuerzos en SAP2000 no es de gran utilidad, debido a que calcula propiedades en cada punto que se haya definido. Por lo que, si se quisiera obtener un análisis más exhaustivo de un problema (lo cual no es necesario en este caso), bastaría con definir puntos intermedios en las barras. Para esta práctica, únicamente sirve para comprobar que, efectivamente, los valores coinciden con los obtenidos en programa educativo MdrFx. Se muestra en la *Tabla 2*.

Joint Text	OutputCase	CaseType Text	F1 N	F2 N	F3 N	M1 N-m	M2 N-m	M3 N-m
1	Mz	LinStatic	0	0	3,75	0	1,11E-16	0
2	Mz	LinStatic	0	0	-3,75	0	-1,5	0
2	Mz	LinStatic	0	0	3,75	0	-1,5	0
3	Mz	LinStatic	0	0	-3,75	0	-1,11E-16	0

Tabla 2: Valores de esfuerzos obtenidos en SAP2000

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Aunque este programa tiene la posibilidad de mostrar los resultados de tensiones en la estructura, se ha de tener en cuenta que **solo muestra el valor máximo/mínimo** de la tensión seleccionada.

En la *Ilustración 53* se muestra el valor de tensión normal máxima.

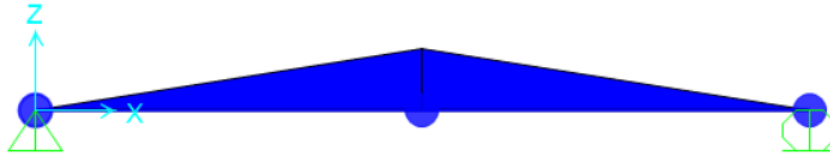


Ilustración 53: Diagrama de tensión normal en SAP2000

Como se puede ver a continuación, dentro de las posibles visualizaciones del programa, únicamente muestra el diagrama de la máxima y la mínima. Como es lógico, en este caso los valores de tensión son antisimétricos, debido a la aplicación del momento.

Para acceder a este menú, representado en la *Ilustración 54*, se debe pulsar con el botón derecho del ratón sobre cualquiera de las barras de una estructura.

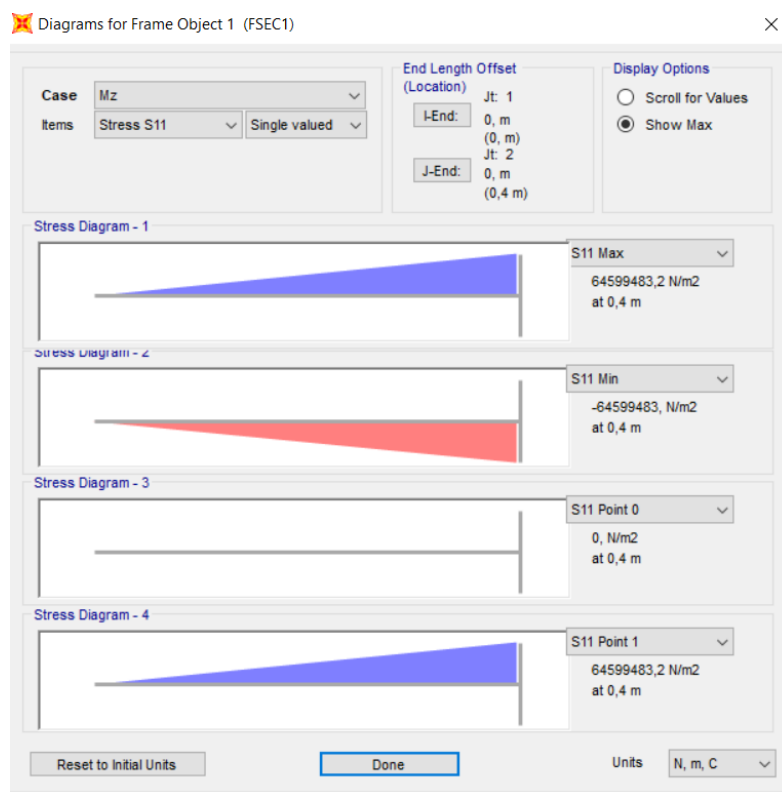


Ilustración 54: Resultados de tensiones mostrados por SAP2000

Además, en este caso resulta interesante obtener una representación en el "Section Designer" de las diferentes tensiones que soporta el perfil, para los esfuerzos soportados en, por ejemplo, el punto medio de la barra.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Para ello, se debe acudir a la ventana del “Section Designer” y, tras haber dibujado el perfil que queremos analizar, seleccionar la opción “Show Stress” tal y como se muestra en la *Ilustración 55*.

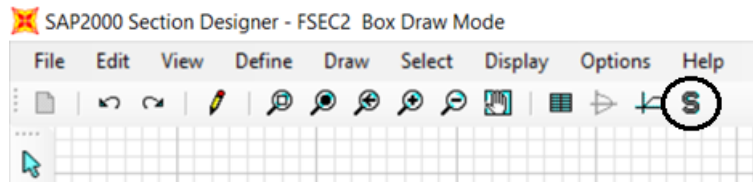


Ilustración 55: Menú para dibujar tensiones en el "Section Designer"

En este menú, el programa necesita conocer los esfuerzos que sufre la sección que se quiere dibujar. Como en este caso se busca realizar un análisis del punto medio de la barra, soportará un cortante de 3750N y un flector de 1500N*m. Si se observa la *Ilustración 56*, se puede ver que el programa no admite cortantes para hacer este cálculo; por lo que sólo se introducirá el valor del momento.

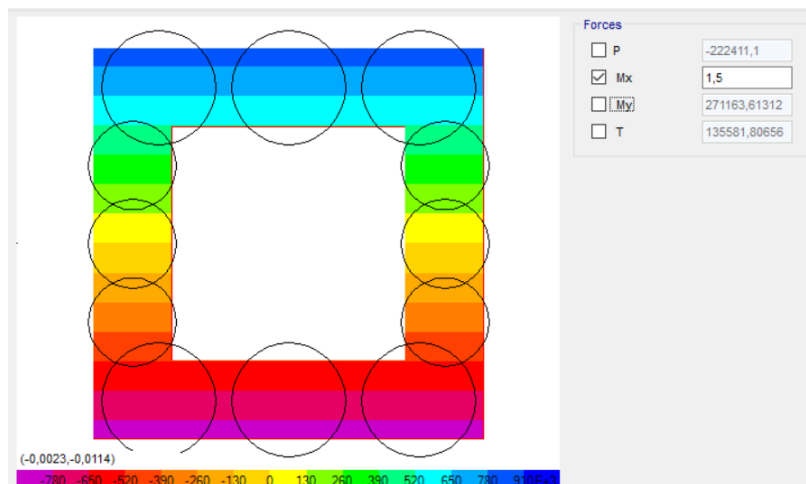


Ilustración 56: Perfil de tensiones mostrado por SAP2000

Voladizo

Para concluir el análisis de elementos aislados, se va a realizar el estudio de la estructura propuesta en la Práctica N° 3-O de ERM2 (ver *Anexo 2*), la cual corresponde con la *Ilustración 57* que consiste en un caso de **flexión esviada**.



Ilustración 57: Estructura en forma de voladizo de la Práctica 3-O de ERM2

Como se puede observar, se trata de un voladizo empotrado en su extremo A, con una carga puntual situada en su extremo B.

Para su análisis, se va a utilizar en este caso el programa educativo Cespla, además del propio SAP2000.

La definición de una estructura en Cespla es relativamente sencilla. Simplemente es necesario ir al menú “crear”, y añadir tantos elementos como sean necesarios para nuestro cálculo. La única diferencia que tiene con respecto a otros programas educativos, es que necesita que sea creada una hipótesis de cargas para poder realizar sus cálculos.

Los resultados de esfuerzos obtenidos son los siguientes: un esfuerzo axial nulo (*Ilustración 58*), un cortante constante (*Ilustración 59*), debido a que el total de la fuerza P1 es recibida por el voladizo, y un momento flector lineal (*Ilustración 60*), nulo en el punto de aplicación de la fuerza y máximo en el empotramiento.

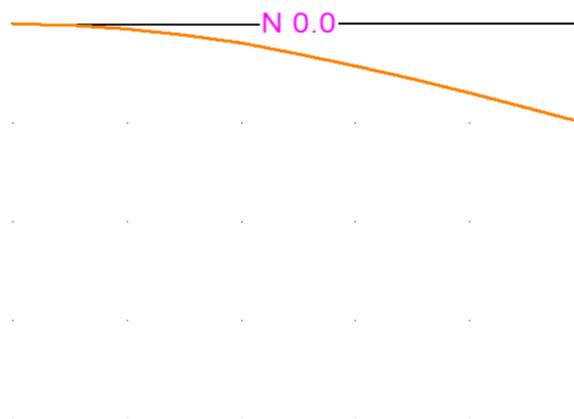


Ilustración 58: Diagrama de esfuerzo axial en Cespla

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

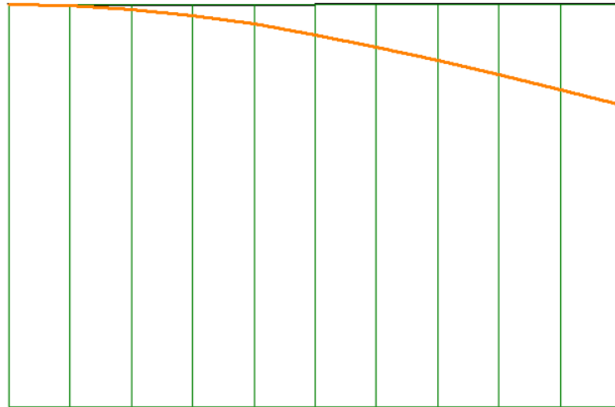


Ilustración 59: Diagrama de esfuerzo cortante en Cespla

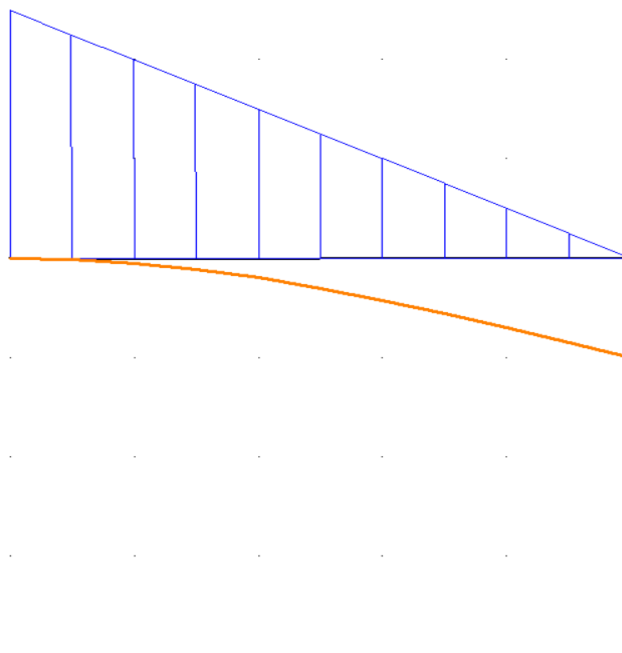


Ilustración 60: Diagrama de momento flector en Cespla

Por otra parte, Cespla dispone de un menú en el cual es capaz de realizar un análisis de esfuerzos en cada punto de cada barra, tal como aparece en la *Ilustración 62*. Además puede analizar las tensiones, pero únicamente es capaz de mostrar el punto más crítico de cada barra, como se ve en la *Ilustración 63*.

Ambos menús aparecen dentro de los apartados de análisis de resultados de Cespla, *Ilustración 61*.



Ilustración 61: Menús de análisis de resultados en Cespla

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

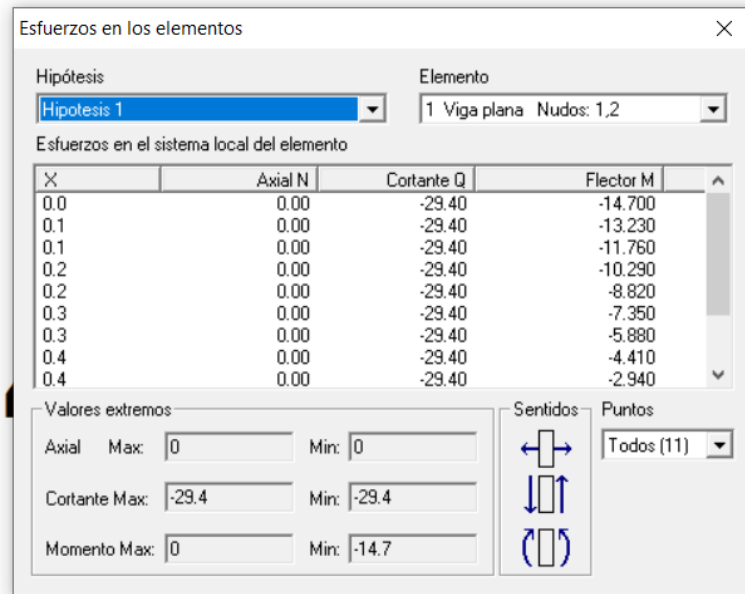


Ilustración 62: Resultados de esfuerzos mostrados por Cespla

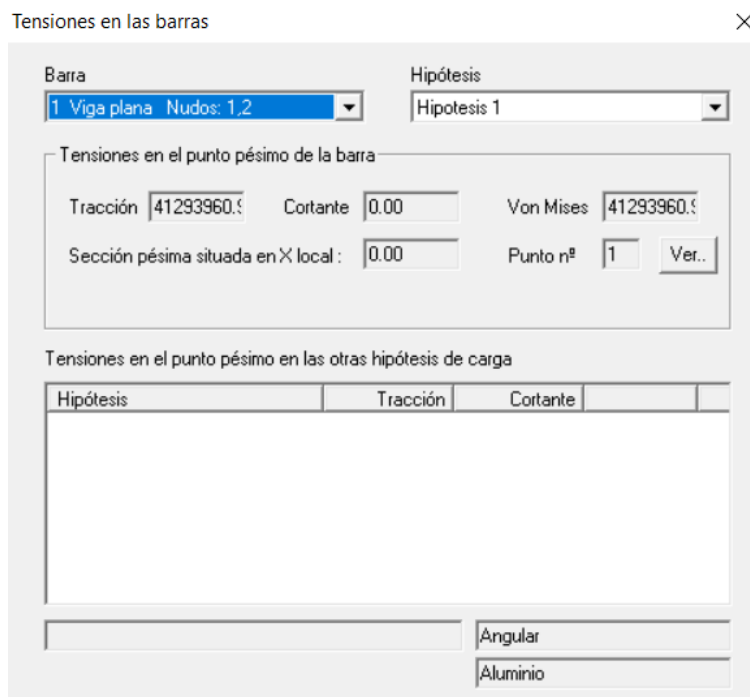


Ilustración 63: Resultados de tensiones mostrados por Cespla

Como se puede ver, Cespla sólo es capaz de mostrar la tensión máxima que soporta el perfil en el punto más desfavorable; sin darnos ningún tipo de conocimiento sobre cual es este punto del perfil, ni en qué sección está situado.

Al realizar los cálculos de esta misma estructura en SAP2000, obtenemos una deformada como la de la *Ilustración 64*.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000



Ilustración 64: Deformada obtenida en SAP2000

Y unos esfuerzos cortante (*Ilustración 65*) y flector (*Ilustración 66*) similares a los obtenidos mediante el programa educacional. Siendo el diagrama de esfuerzo axial nulo.



Ilustración 65: Diagrama de esfuerzo cortante en SAP2000

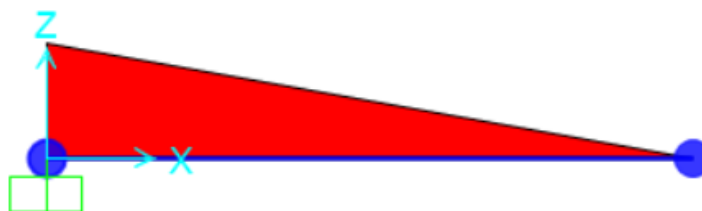


Ilustración 66: Diagrama de momento flector en SAP2000

Los resultados de tensiones obtenidos mediante este programa son los representados en la *Ilustración 67*.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

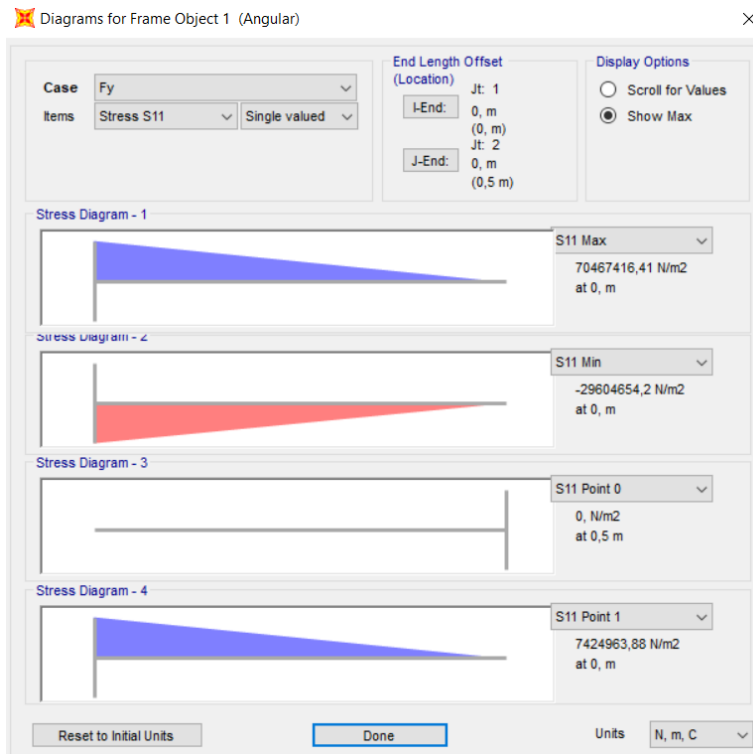


Ilustración 67: Resultados de tensiones mostrados por SAP2000

Celosías

Una celosía consiste en una estructura de barras interconectadas, con el fin de soportar **cargas a mayores distancias**, sin tener que aumentar las dimensiones de los perfiles que la forman.

En este caso, se va a proceder al análisis de la Práctica 1 de celosías de RM (ver *Anexo 1*) (*Ilustración 68*):

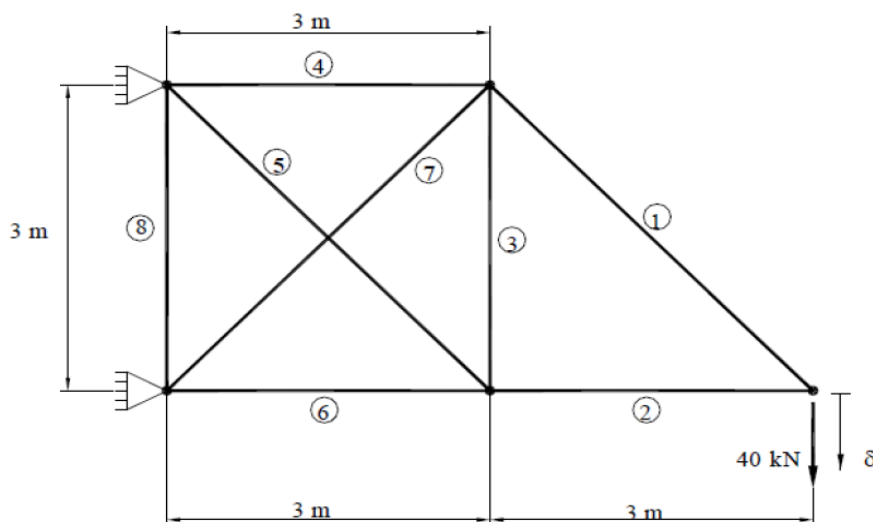


Ilustración 68: Estructura en forma de celosía de la Práctica 1 de RM

Para su análisis, se pueden utilizar los programas vistos anteriormente: Cespla, MDSolids (no se suele utilizar) y MdrFx. En este caso, ya vistos los funcionamientos de estos programas, se procede a realizar su análisis utilizando SAP2000.

En el análisis de celosías es importante tener en cuenta que las uniones entre barras son **articuladas**. Por ello, se debe programar en el programa para que interprete cada punto de unión entre dos o más barras como una rótula. De esta manera, se puede anticipar que los diagramas resultantes de esfuerzos cortantes y momentos flectores serán nulos.

Para introducir las rótulas en la estructura de SAP2000, se debe ir al menú “Assign > Frame > Releases/Partial Fixity...”, de tal forma que aparecerá una ventana como la de la *Ilustración 69*. En ella, se debe seleccionar **el grado de libertad que se va a liberar** (en este caso será el de momento flector) y el punto de la barra en el cual se quiere aplicar, ya sea el punto inicial o el final.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

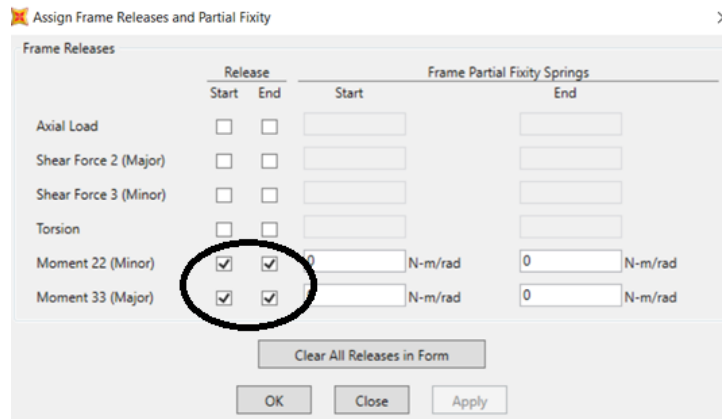


Ilustración 69: Menú para inserción de grados de libertad en barras

De esta forma, el programa ofrecerá una visualización de todos los grados de libertad que han sido liberados en la estructura, tal y como se muestra en la *Ilustración 70*.

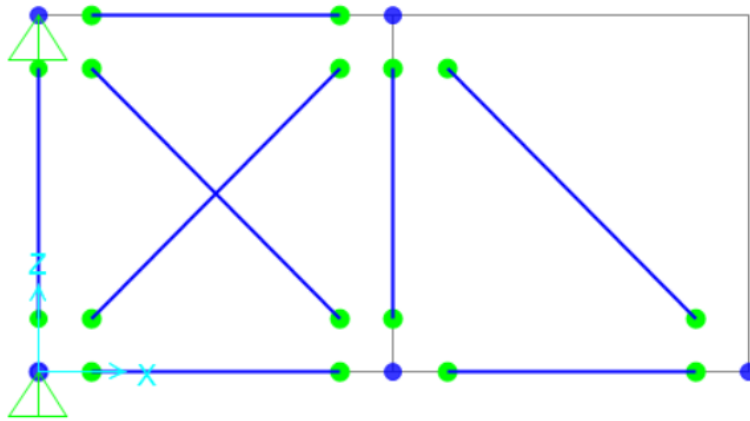


Ilustración 70: Esfuerzos liberados en la estructura

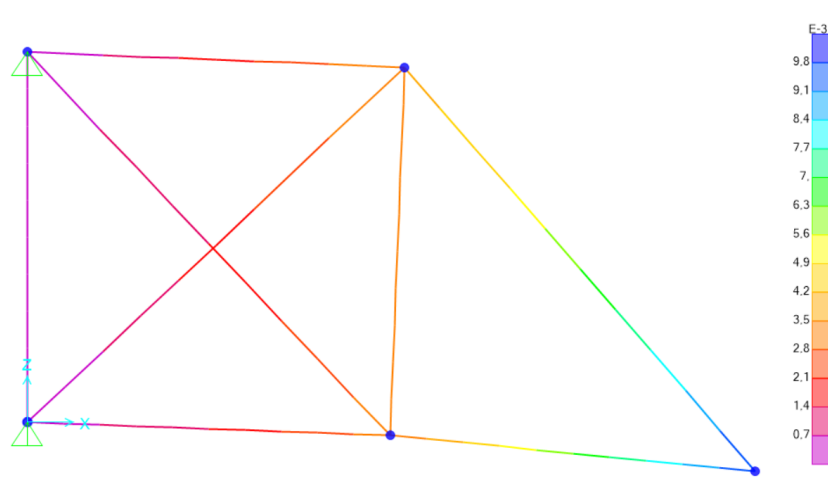


Ilustración 71: Deformada obtenida en SAP2000

De esta forma, el programa ofrece una deformada como la que se puede ver en la (*Ilustración 71*). Por otra parte, mediante el análisis realizado se puede comprobar que

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

los esfuerzos cortantes y momentos flectores tienen un valor nulo en toda la celosía, mientras que el axial resiste el total de las cargas (*Ilustración 73*). Se pueden ver las reacciones transmitidas a los apoyos en la *Ilustración 72*.

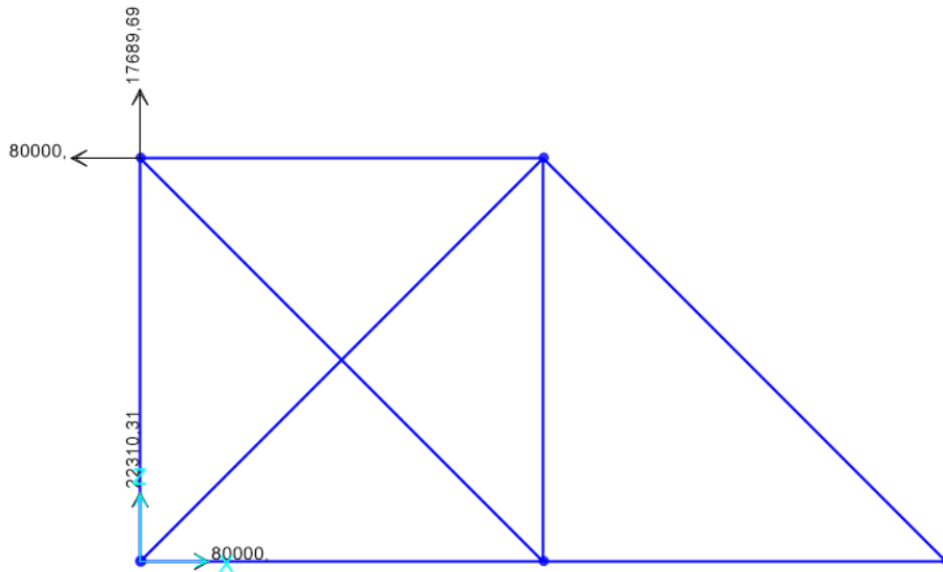


Ilustración 72: Reacciones en los apoyos de la celosía

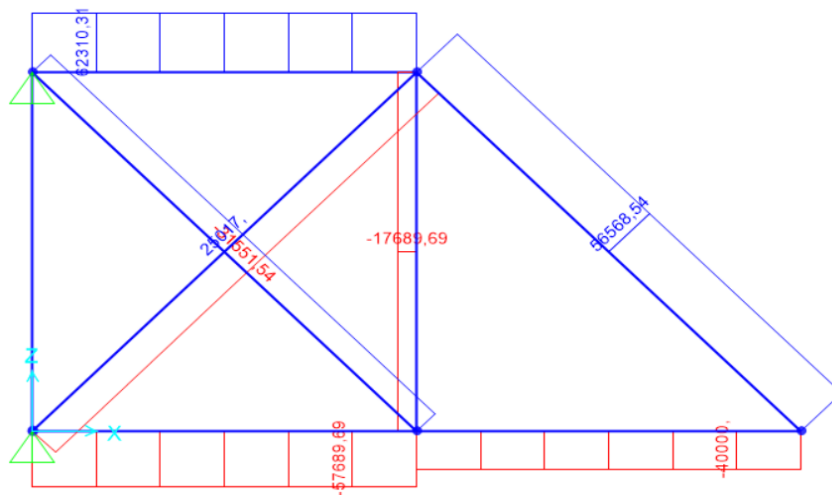


Ilustración 73: Diagrama de esfuerzo axial en SAP2000

Los resultados de tensiones normales en la estructura aparecen en la *Ilustración 74*, siendo el resto de campos tensionales nulos.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

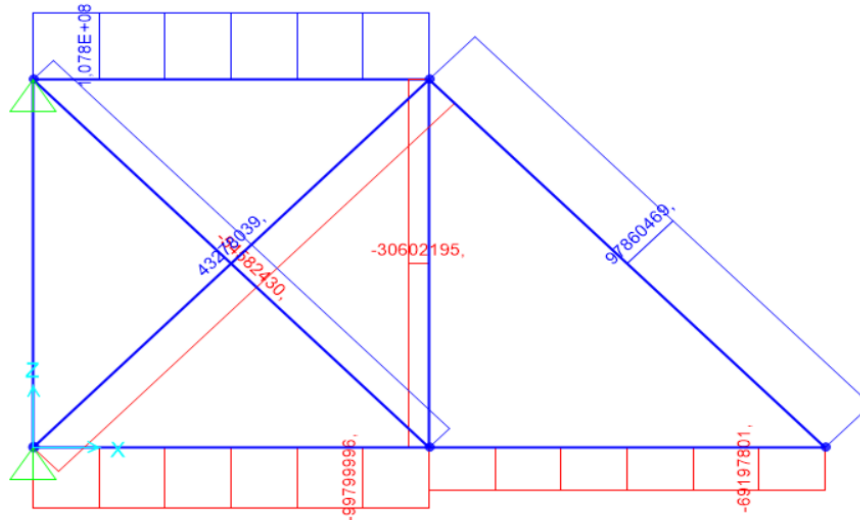


Ilustración 74: Diagrama de tensión normal en SAP2000

En el caso de que no se hubieran liberado los grados de libertad correspondientes en las uniones de la celosía, los resultados obtenidos hubieran sido ciertamente diferentes. Estos aparecen representados en la *Ilustración 75*.

Como en ellos se puede comprobar a simple vista, el valor de cortantes y flectores no es nulo, aunque sus valores son despreciables con respecto al valor del axil (tal y como se muestra en el extracto de la *Tabla 3* obtenida de SAP2000, el axil es más de 5000 veces mayor que el cortante), por lo que se podría aproximar al resultado correcto.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

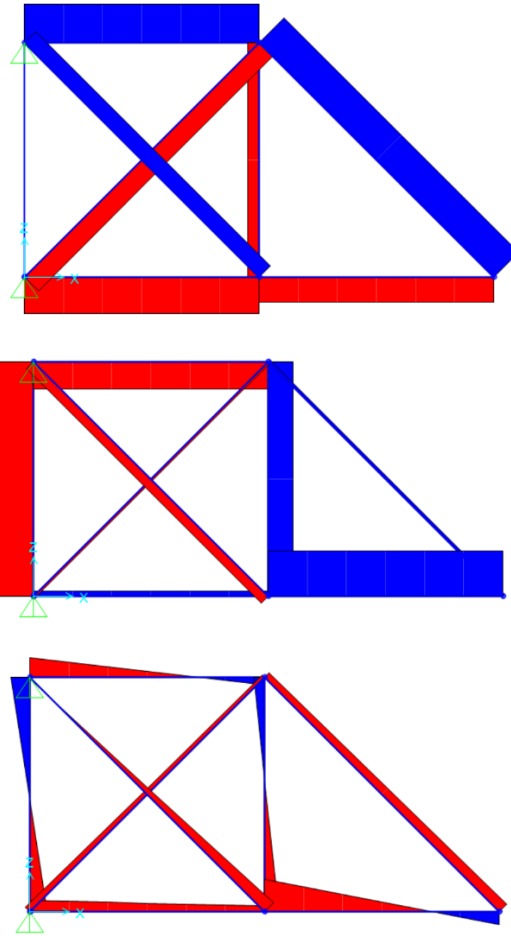


Ilustración 75: Resultados de celosía sin rótulas

Frame Text	Station (m)	Output Case	P (N)	V2 (N)	V3 (N)	T (N*m)	M2 (N*m)	M3 (N*m)	Elem. Station
1	0	F	0	-15,51	0	0	0	-22,52	0
1	1,5	F	0	-15,51	0	0	0	0,74	1,5
1	3	F	0	-15,51	0	0	0	24,01	3
2	0	F	62294,17	-11,64	0	0	0	-25,39	0
2	0,5	F	62294,17	-11,64	0	0	0	-19,57	0,5
2	1	F	62294,17	-11,64	0	0	0	-13,75	1
2	1,5	F	62294,17	-11,64	0	0	0	-7,93	1,5
2	2	F	62294,17	-11,64	0	0	0	-2,11	2
2	2,5	F	62294,17	-11,64	0	0	0	3,71	2,5
2	3	F	62294,17	-11,64	0	0	0	9,53	3
3	0	F	-17666,38	10,75	0	0	0	13,8	0
3	1,5	F	-17666,38	10,75	0	0	0	-2,32	1,5
3	3	F	-17666,38	10,75	0	0	0	-18,45	3
4	0	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-7,67	0
4	0,5	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-8,78	0,5
4	1	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-9,89	1
4	1,5	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-11	1,5

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

4	2	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-12,11	2
4	2,5	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-13,22	2,5
4	3	F	-57682,28	2,22	0	0	0	-14,33	3

Tabla 3: Resultados de esfuerzos de la celosía sin rótulas

Para la resolución de celosías con repetidos entramados, SAP2000 utiliza el módulo “2D Trusses”, de tal forma se pueden introducir el número de entramados que utiliza la estructura, y el programa automáticamente dibuja la totalidad de la estructura.

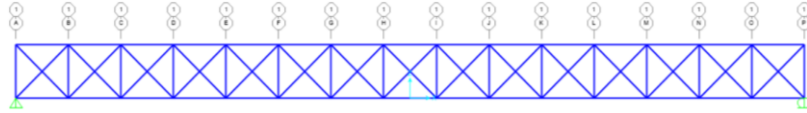


Ilustración 76: Modelación en SAP2000 de celosía

Los programas educacionales utilizados en el grado no ofrecen este tipo de modelación, por lo que el tiempo empleado en la resolución de estructuras de este tipo aumenta considerablemente.

Pórticos

Para el análisis de pórticos se va a recurrir a los enunciados de ejemplos utilizados en las clases de **Estructuras y Construcciones Industriales** durante el curso 19-20. Se va a realizar un estudio de tres de ellos, para hacer visibles ciertos aspectos de SAP2000 desconocidos hasta ahora.

En este caso, los resultados obtenidos mediante este programa, serán comparados con los obtenidos en los anexos de cada estructura.

Ejemplo 1

La estructura a analizar en este ejemplo es la representada en la siguiente ilustración. Se trata del Ejemplo 1 de ECI (ver [Anexo 3](#)), correspondiente con la [Ilustración 77](#).

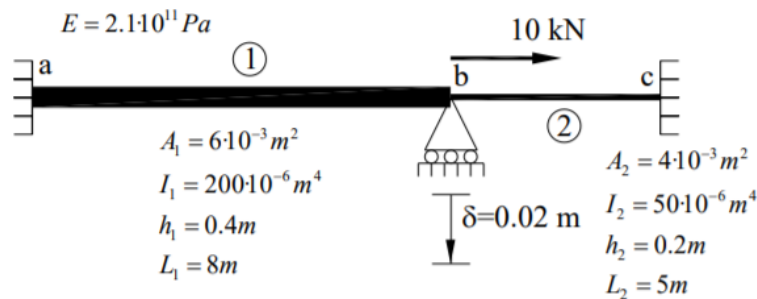


Ilustración 77: Estructura del Ejemplo 1 de ECI

Se basa en **dos barras de diferente sección** (ambos perfiles genéricos), empotradas en uno de sus extremos y unidas entre ellas mediante un apoyo móvil. En este último apoyo se aplica una fuerza puntual, y además en él existe un asentamiento de valor delta.

Este pórtico destaca por la incorporación de un desplazamiento prescrito, lo cual se aplica en SAP2000 prácticamente igual que una fuerza, a excepción de que su valor se introduce en el menú “Assign > Joint Ground > Displacements...”, tal y como se muestra en la [Ilustración 78](#):

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

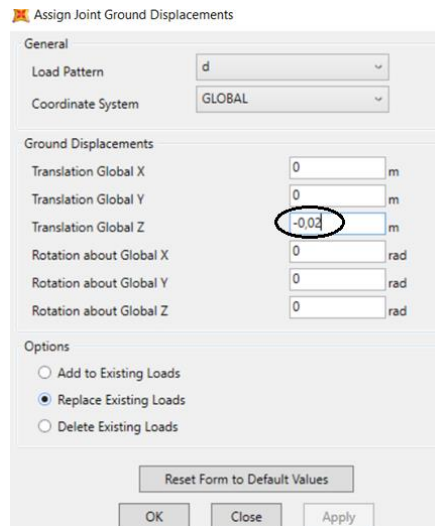


Ilustración 78: Introducción de asentamiento en SAP2000

En cuanto a los resultados de desplazamientos y reacciones obtenidas en los apoyos, se puede comprobar que son totalmente idénticas si las comparamos con las obtenidas manualmente.

La deformada obtenida para esta estructura, aparece en la *Ilustración 79*.

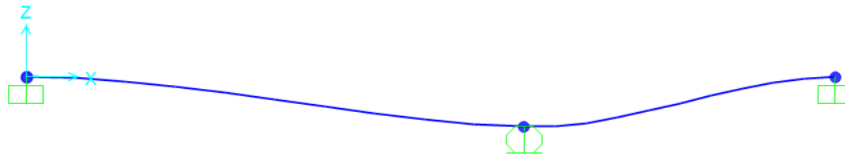


Ilustración 79: Deformada del Ejemplo 1

En cuanto a los diagramas de esfuerzos obtenidos para esta estructura, son los siguientes:



Ilustración 80: Diagrama de esfuerzo axial del Ejemplo 1



Ilustración 81: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 1

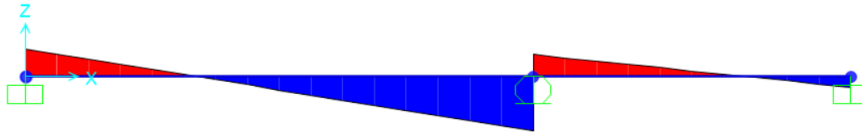


Ilustración 82: Diagrama de momento flector del Ejemplo 1

Se puede comprobar como en este caso, la existencia de una carga en el eje x de coordenadas, produce un esfuerzo axial (*Ilustración 80*), pero a su vez, la existencia de un desplazamiento en el eje z produce un esfuerzo cortante (*Ilustración 81*) en la estructura, lo cual deriva en la existencia de un momento flector (*Ilustración 82*).

Además, los diagramas de tensiones obtenidos en este caso establecen una tensión normal como la representada en la *Ilustración 83*, siendo las tensiones tangenciales las que aparecen en la *Ilustración 84*.



Ilustración 83: Diagrama de tensión normal del Ejemplo 1

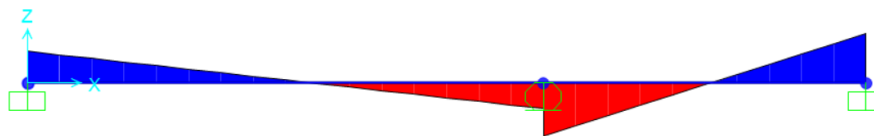


Ilustración 84: Diagrama de tensión tangencial del Ejemplo 1

Ejemplo 4

En este caso, se va a proceder al estudio del Ejemplo 4 realizado durante el curso de ECI (ver [Anexo 4](#)), la cual se muestra en la *Ilustración 85*.

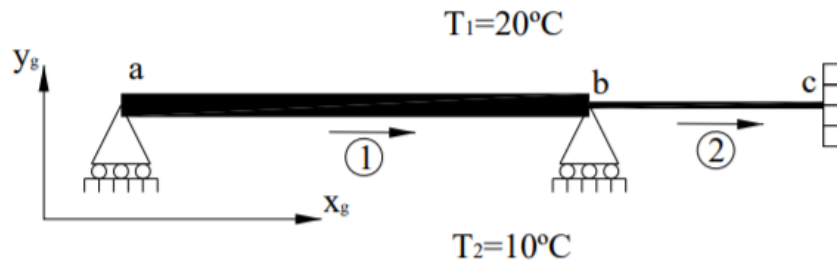


Ilustración 85: Estructura del Ejemplo 4 de ECI

Se trata de una estructura de forma similar al ejemplo anterior, pero caracterizada por una diferencia de **temperatura** entre las secciones superior e inferior del perfil. Esta tiene ciertas variables a configurar en SAP2000, de tal forma que el resultado obtenido en su cálculo sea el correcto.

Para poder aplicar este gradiente, se debe **dividir la carga térmica** en una constante (la temperatura media) y una lineal, con valor nulo en el punto $y=0$, tal y como se muestra en la siguiente ilustración.

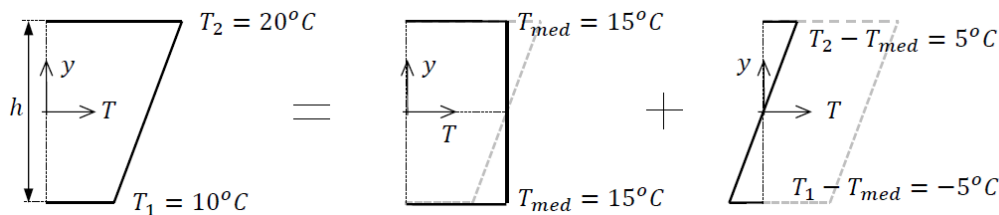


Ilustración 86: Modulación de carga térmica en SAP2000

Por lo tanto, para realizar la simulación en este programa, se debe definir una temperatura de carácter constante, con un valor medio entre las dos temperaturas aplicadas, y además, un gradiente de temperatura con el valor de la pendiente de distribución térmica original:

$$\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{h} \quad \text{Ecuación 1: Gradiente de temperatura}$$

Siendo “h” el valor del canto del perfil.

Para añadir estas cargas, se debe ir al menú “Assign > Frame Loads > Temperature...”, de tal manera que aparezca una ventana similar a la representada en la *Ilustración 87*. En él, es importante diferenciar los tipos de cargas que se pueden añadir. En este caso, se van a aplicar una de perfil constante de 15°C y una con gradiente de -25°C/m, por lo que será necesario añadir cada una de forma individual.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

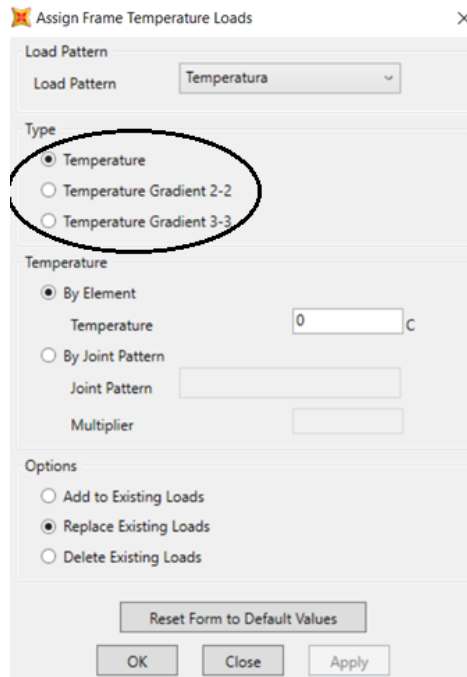


Ilustración 87: Menú para añadir cargas de temperatura

Por último, se debe comprobar que se ha introducido correctamente el valor del coeficiente térmico de dilatación propio del material (*Ilustración 88*). Lo cual, se hace en el menú de definición del material que se va a utilizar para la estructura “Define > Materials...”, tal y como se indicó anteriormente.

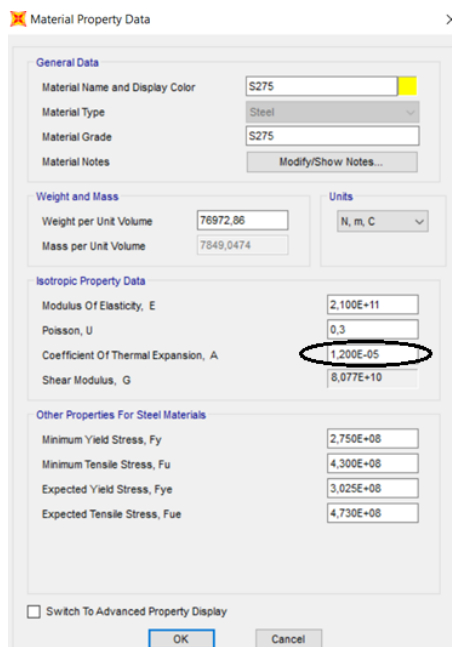


Ilustración 88: Menú de configuración de un material

De esta forma, la deformada obtenida para esta estructura viene en la *Ilustración 89*:

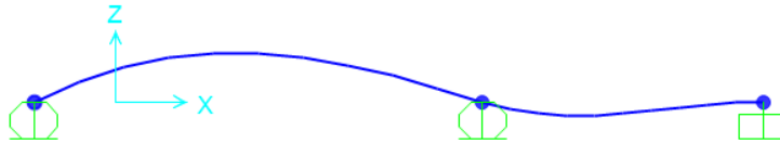


Ilustración 89: Estructura del Ejemplo 4 de ECI

Se puede comprobar que las reacciones en los apoyos son prácticamente idénticas a las que se obtienen manualmente (*Ilustración 90*).



Ilustración 90: Reacciones en los apoyos del Ejemplo 4

Como se puede observar en la propia estructura y en los resultados ya analizados, el campo de temperatura provoca una dilatación longitudinal del material. En este caso, al no existir ningún punto (además del “c”) que restrinja el desplazamiento en el eje “x”, el diagrama de axil es nulo.

Los resultados de esfuerzos cortantes, representado en la *Ilustración 91*, y momento flector, el cual aparece en la *Ilustración 92*, son los siguientes:

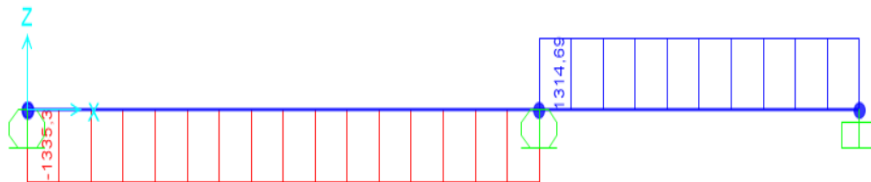


Ilustración 91: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 4

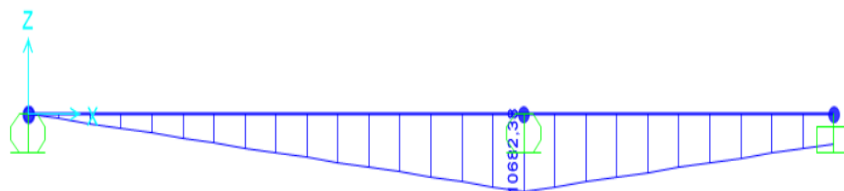


Ilustración 92: Diagrama de momento flector del Ejemplo 4

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Los resultados de tensiones normales obtenidos aparecen representados en el diagrama de la *Ilustración 93* y las ventanas de resultados de la *Ilustración 94* e *Ilustración 95*.

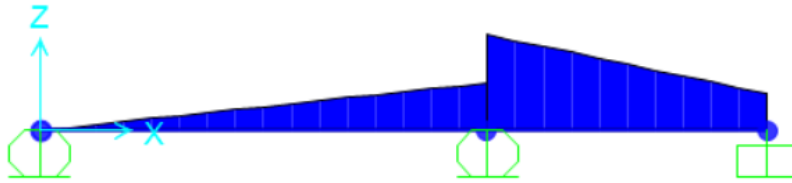


Ilustración 93: Diagrama de tensión normal del Ejemplo 4

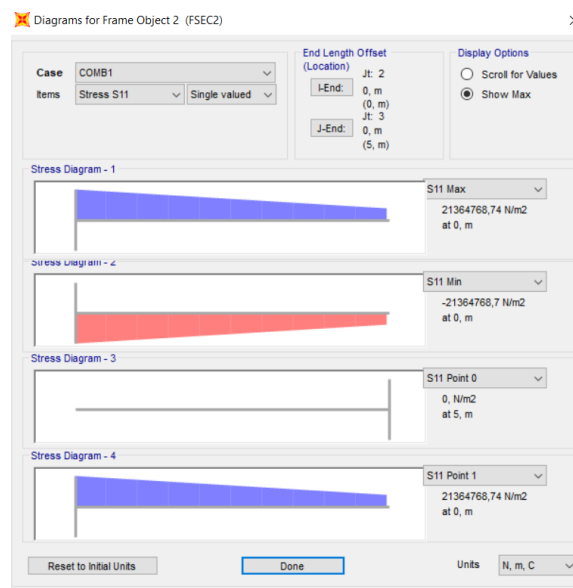


Ilustración 94: Ventana de resultados de la barra 1

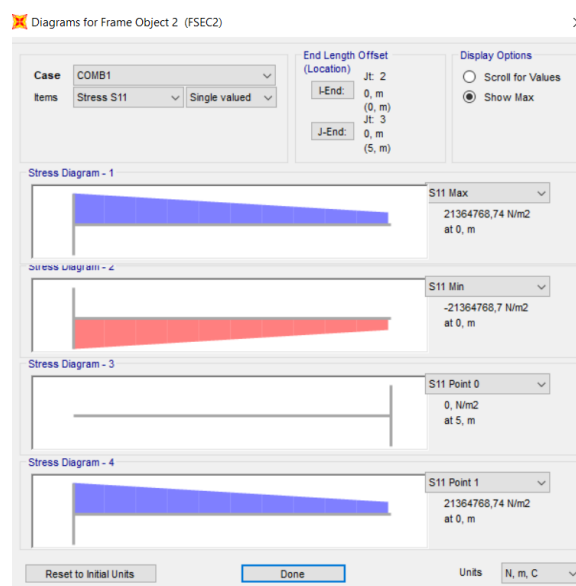


Ilustración 95: Ventana de resultados de la barra 2

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Por su parte, los resultados de tensiones tangenciales vienen referenciados en la *Ilustración 96*.

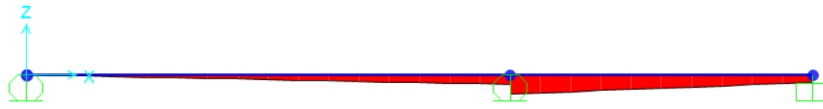


Ilustración 96: Diagrama de tensión tangencial del Ejemplo 4

Ejemplo 5

A continuación, se va a realizar el cálculo del Ejemplo 5 de ECI (ver [Anexo 5](#)), representado en la *Ilustración 97*. Este incorpora dos conceptos no representados hasta ahora:

- Un apoyo no concordante en el punto “c”.
- Un apoyo elástico en el punto “b”.

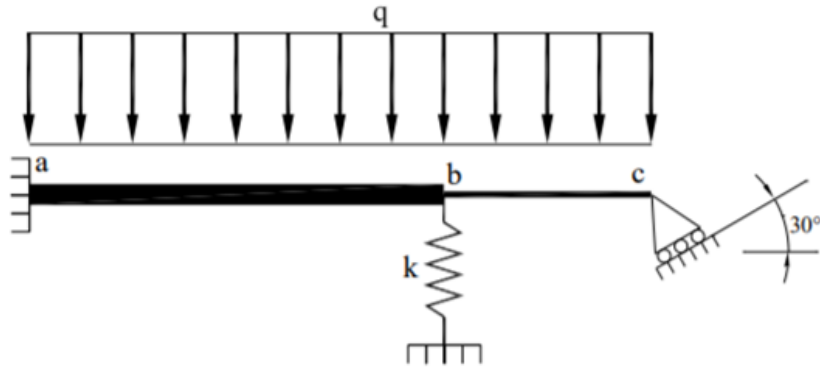


Ilustración 97: Estructura del Ejemplo 5 de ECI

Para introducir el apoyo elástico en la estructura, se debe ir a “Assing > Joint > Springs...”, de tal forma que se llega a un menú como el que aparece en la *Ilustración 98*. En este caso, se trata de un muelle simple, que actúa en el eje “z” con una constante elástica de 10^6 Newtons, y se introduce como tal.

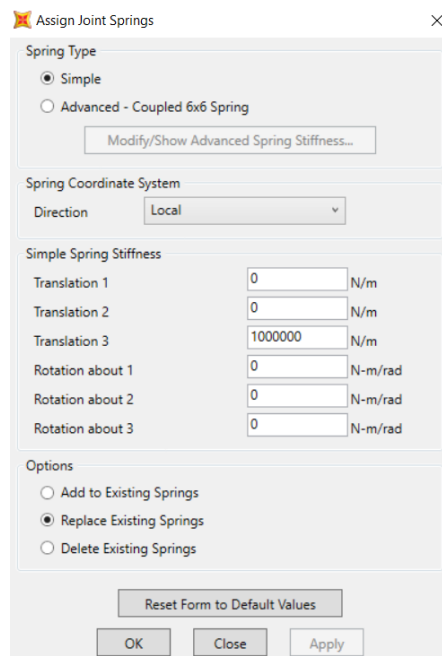


Ilustración 98: Menú para introducir un apoyo elástico

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

En el caso del apoyo no concordante, se debe definir un sistema de coordenadas local acorde con el definido por el enunciado. Para ello, hay que acudir a “Assign > Joint > Local Axes...” (representado en la *Ilustración 99*) y establecer un giro en los ejes, con respecto a las coordenadas globales. En este caso, tal y como aparece en la imagen, se aplica un giro de -30 grados.

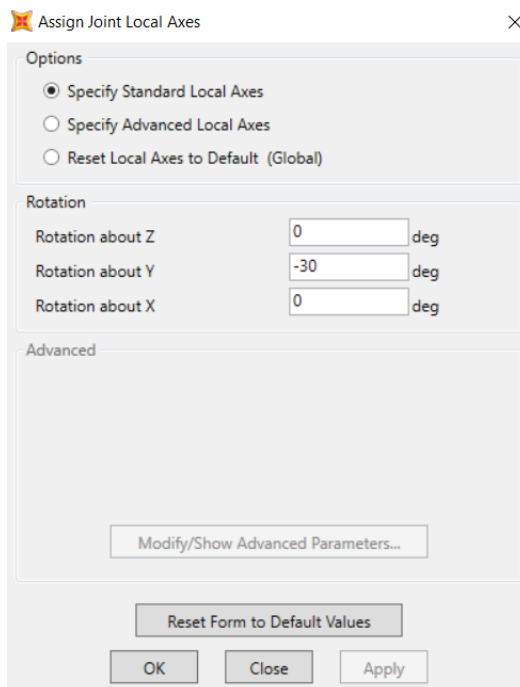


Ilustración 99: Menú para establecer coordenadas locales en un punto

Una vez aplicado este sistema de coordenadas locales, se define un apoyo móvil, tal y como se ha estado haciendo en los ejemplos anteriores.

De esta manera, se obtiene una deformada como la representada a continuación (*Ilustración 100*).

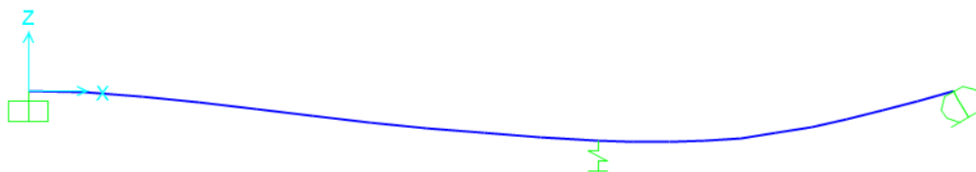


Ilustración 100: Deformada del Ejemplo 5

En este caso, es interesante hacer mención a lo representado en la *Ilustración 101*. En ella se puede ver cómo, efectivamente, el apoyo no concordante se ha introducido correctamente. Ya que su reacción tiene componente solo en el eje local en el cual está restringido el movimiento.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000



Ilustración 101: Reacciones en los apoyos del Ejemplo 5

Los esfuerzos de axil (*Ilustración 102*), cortante (*Ilustración 103*) y momento flector (*Ilustración 104*) son los siguientes:

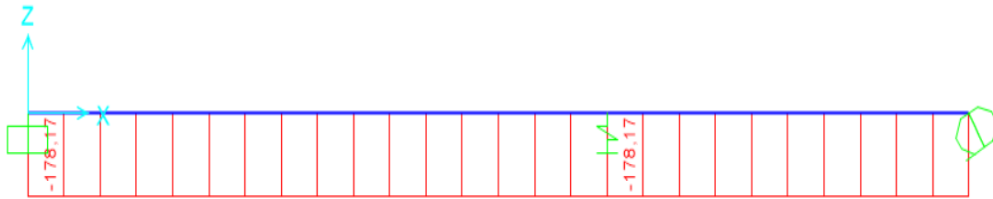


Ilustración 102: Diagrama de esfuerzo axil del Ejemplo 5

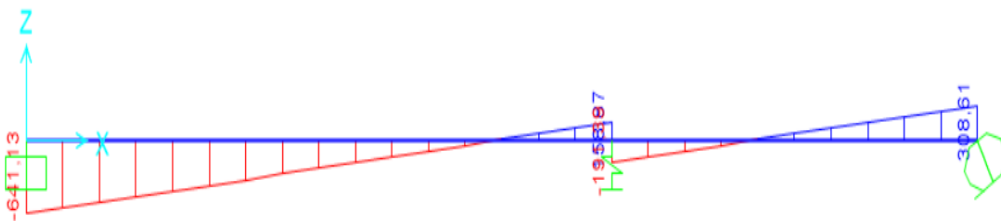


Ilustración 103: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 5

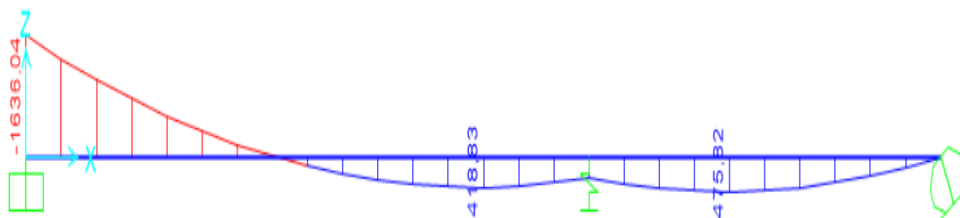


Ilustración 104: Diagrama de momento flector del Ejemplo 5

En ellos se puede observar la manera en la que trabajan los dos elementos introducidos. En el caso del **apoyo elástico**, se aprecia que no influye en el esfuerzo axil ni en el flector. Esto se debe a que estos tipos de apoyo **únicamente trabajan a tracción/compresión**, lo cual en esta estructura se traduce en un cortante de 350.26 N. En cuanto a la reacción obtenida en el apoyo “c”, a pesar de ser un apoyo móvil (los cuales hasta ahora sólo soportaban esfuerzos en una dirección), influye tanto en el diagrama axil como en el cortante.

En este caso se va a representar en la el resultado del campo tensional en la dirección 11 de los ejes principales de inercia. En la *Ilustración 105* se muestra como el apoyo

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

empotrado es el que mayor tensión soporta, por lo que será el punto a tener más en cuenta de cara a un estudio de plasticidad.

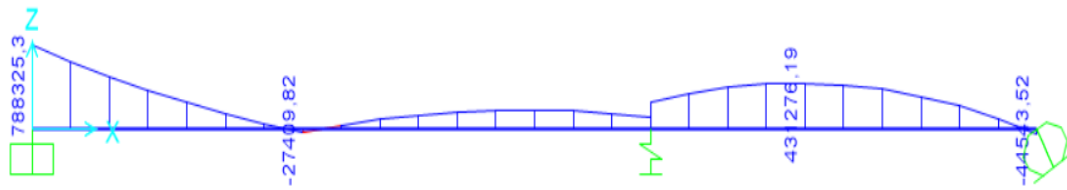


Ilustración 105: Representación de tensiones eje ppal. de inercia 11 del Ejemplo 5

Ejemplo 7

Para concluir con este apartado, se procede al estudio del Ejemplo 7 de ECI (ver [Anexo 6](#)). Se trata del ejemplo más completo que podemos encontrar. En él, se tratan, además de cuestiones vistas anteriormente:

- **Condensación estática.**
- **Peso propio en las barras.**
- **Defecto de forma.**

Todo esto se puede visualizar en la [Ilustración 106](#).

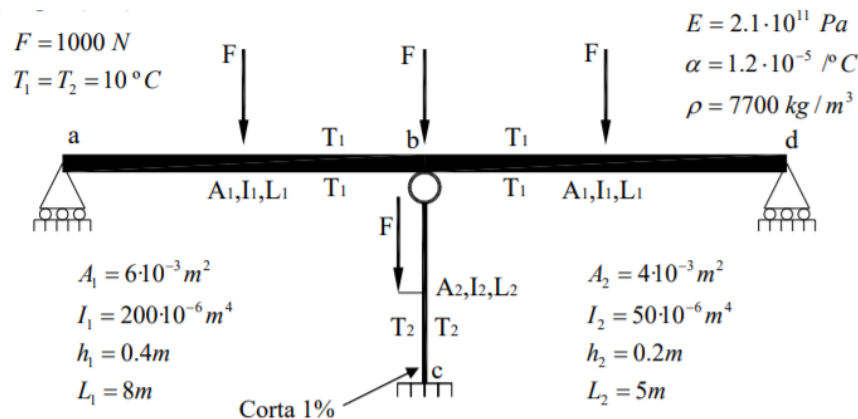


Ilustración 106: Estructura del Ejemplo 7 de ECI

En este caso, se pasa al análisis de una estructura simétrica, con una barra “1” biapoyada, unida mediante una rótula en el punto “b” a la barra “2”, empotrada en su otro extremo. Soporta un total de cuatro fuerzas puntuales y un campo de temperatura, además de, como se había introducido anteriormente, el propio peso de las barras y un acortamiento en la barra “2”.

La condensación estática consiste en, básicamente, la eliminación de un grado de libertad en la matriz de una matriz. En este caso, podemos aplicarlo a la rótula situada en el punto “b” de la barra “2”, de tal forma que separa el giro en este punto de las dos barras, obligando así a que el flector en este punto de la barra “2” sea nulo.

Como ya se introdujo en el apartado de celosías, se debe acudir a “Assign > Frame > Releases/Partial Fixity...” para introducir la rótula en el punto final de la barra “2”.

Por otra parte, para introducir el peso propio de las barras, es suficiente con comprobar que la densidad del material que vamos a utilizar está bien configurada en el menú “Define > Materials”, y utilizar el “Load Case” que el programa crea por defecto, llamado “DEAD”. De tal forma que al crear la combinación de cargas del Ejemplo 7 se debe tener en cuenta este parámetro, creado automáticamente por el programa.

Finalmente, es necesario introducir el acortamiento de la barra. Para ello, tenemos dos opciones, ambas dentro del apartado “Assign > Frame Loads”: o bien se configura como “Strain” (lo que podría traducirse en este caso como un pretensado de la barra), o bien en el menú “Deformation”. Ambas opciones se muestran en la [Ilustración 107](#). La única

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

diferencia es la manera de introducir los datos, siendo la primera mediante el porcentaje de acortamiento (adimensional) y la segunda mediante la longitud acortada.

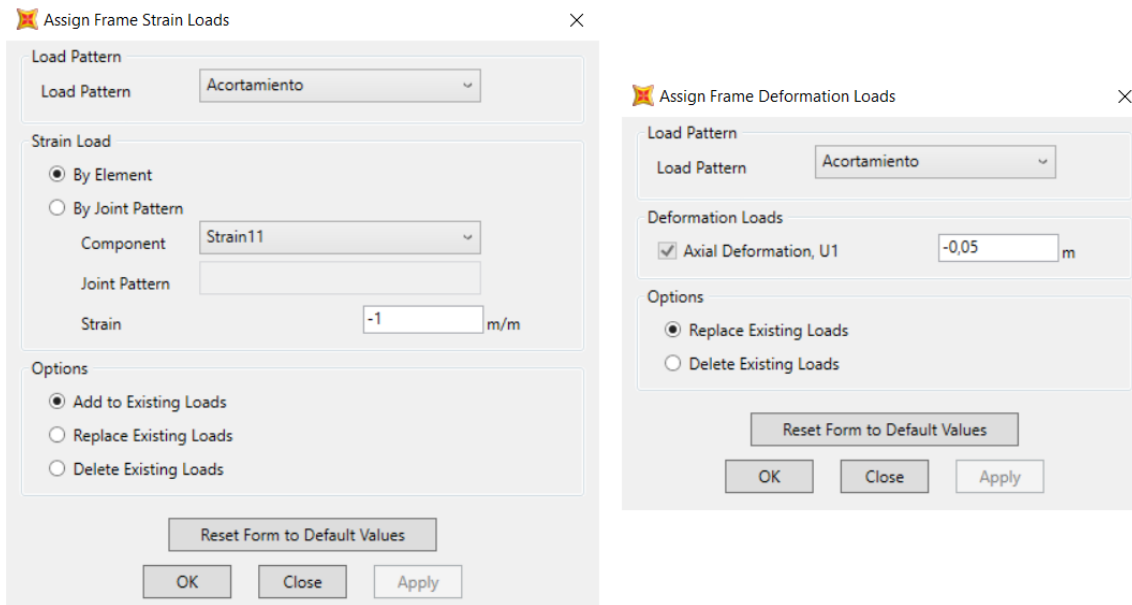


Ilustración 107: Introducción de defectos de forma en SAP2000

Es importante tener en cuenta el criterio de signos que se sigue en estas deformaciones. Se introduce como negativo un valor de acortamiento, y positivo uno de alargamiento.

La deformada obtenida para esta estructura es la representada en la *Ilustración 108*:

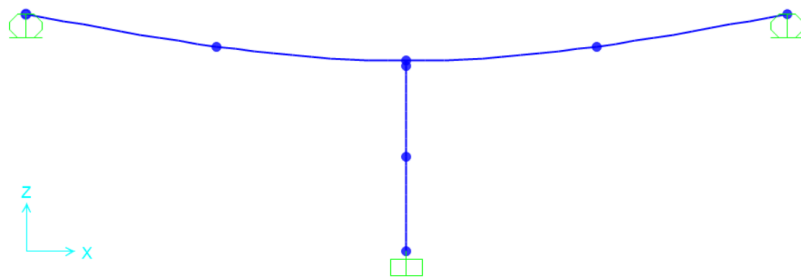


Ilustración 108: Deformada del Ejemplo 7

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

En este caso, resulta interesante comparar los diferentes resultados que se obtendrían **separando cada una de las cargas**:

- Cargas puntuales (*Ilustración 109*):

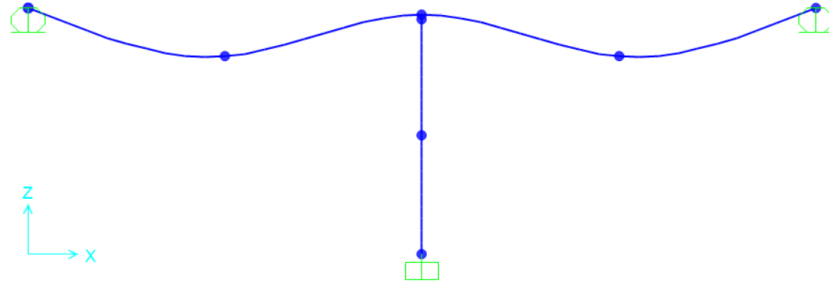


Ilustración 109: Deformada para cargas puntuales del Ejemplo 7

- Cargas de temperatura (*Ilustración 110*):

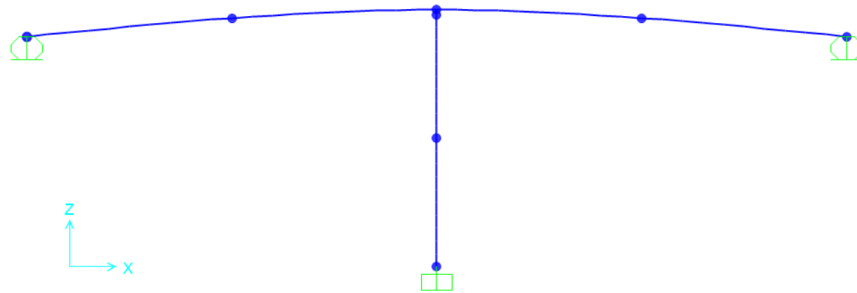


Ilustración 110: Deformada para cargas de temperatura del Ejemplo 7

- Acortamiento (*Ilustración 111*):

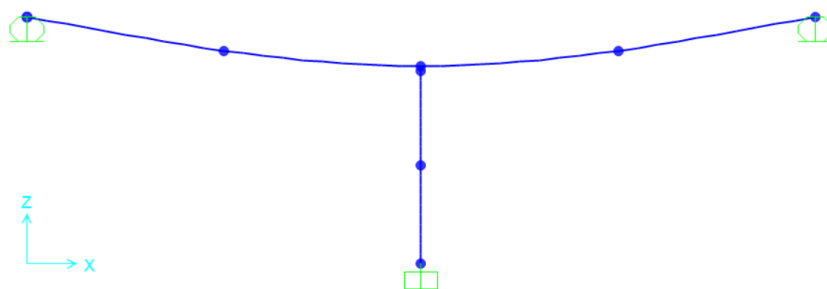


Ilustración 111: Deformada para defectos de forma del Ejemplo 7

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

- Peso de los perfiles (*Ilustración 112*):

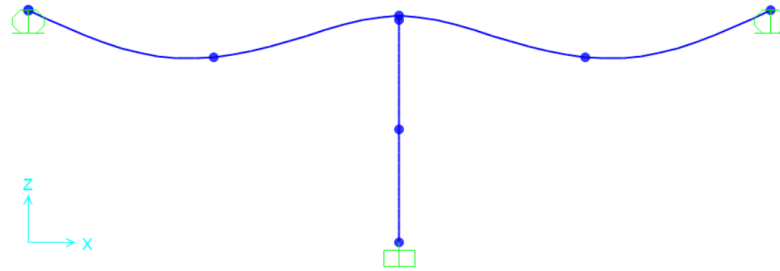


Ilustración 112: Deformada para peso propio del Ejemplo 7

Como se puede observar, a pesar de que el peso propio y las cargas puntuales producen una deformada similar, predominan los esfuerzos formados por el acortamiento en la barra "2".

A continuación se muestran los resultados de esfuerzos obtenidos para el Ejemplo 7.

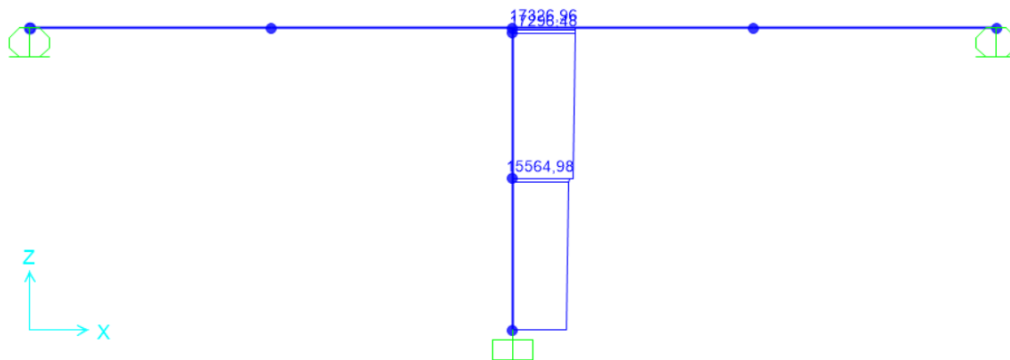


Ilustración 113: Diagrama de esfuerzo axial del Ejemplo 7

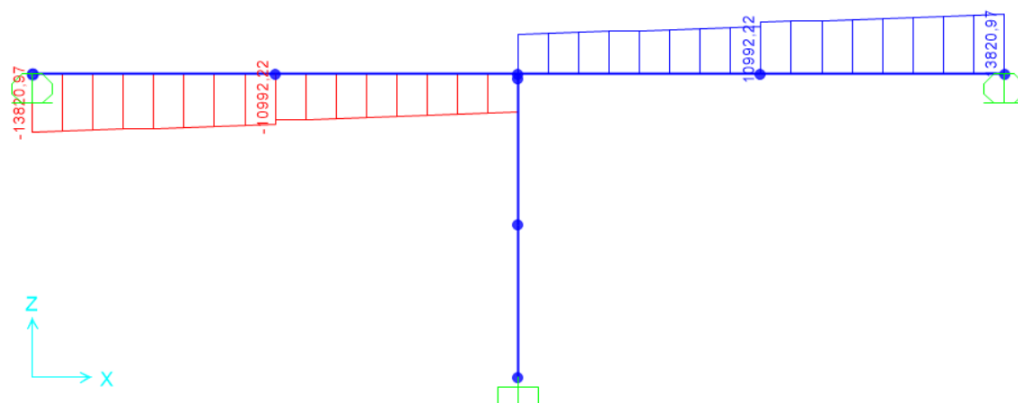


Ilustración 114: Diagrama de esfuerzo cortante del Ejemplo 7

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

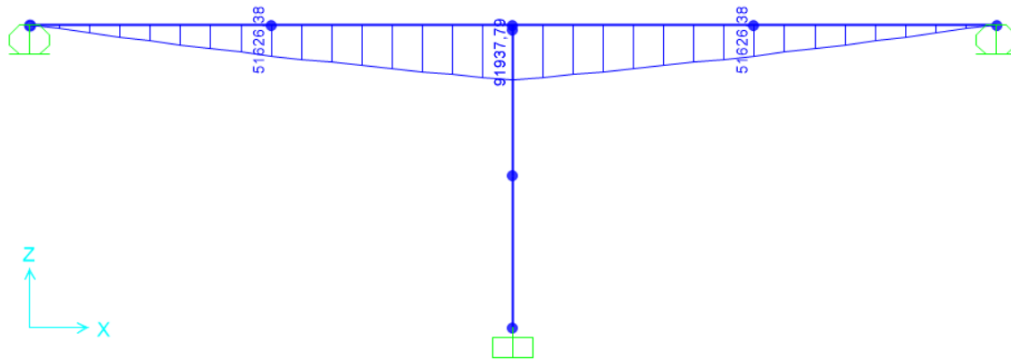


Ilustración 115: Diagrama de momento flector del Ejemplo 7

Como se puede comprobar en el diagrama de esfuerzos axiales representado en la *Ilustración 113* a pesar de que todas las fuerzas puntuales y pesos propios producirían un esfuerzo de compresión en la barra “2”, **el pretensado ejerce un esfuerzo mayor, convirtiéndolo en tracción**. Los diagramas de esfuerzos cortantes (*Ilustración 114*) y momentos flectores (*Ilustración 115*) concuerdan perfectamente con la forma de la estructura y sus cargas.

Se puede comprobar como en la rótula no se transmite ningún momento flector, lo cual es gran parte de su función.

El diagrama de tensión normal obtenido en la estructura viene representado en la *Ilustración 116*:

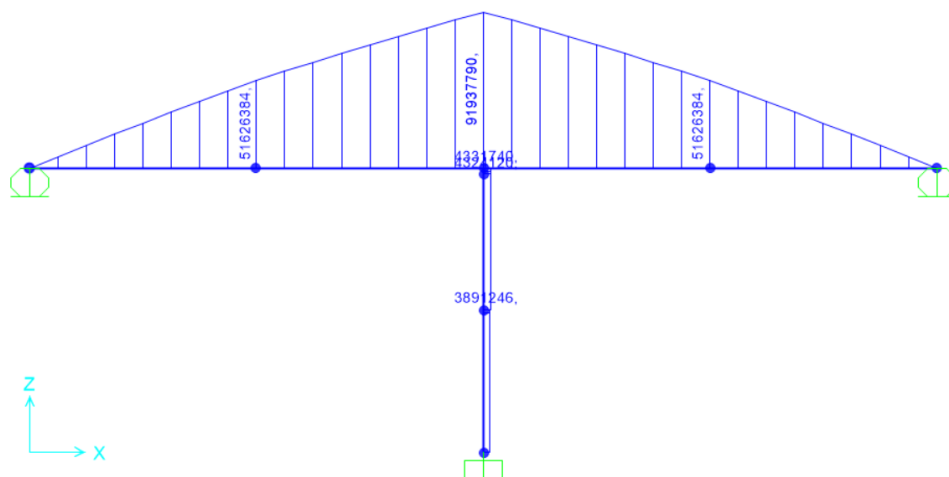


Ilustración 116: Diagrama de tensión normal del Ejemplo 7

Otra de las representaciones de tensión que ofrece SAP2000 es un “Plot Type” en el cual representa mediante colores los valores de tensión normal máxima a lo largo de la barra:

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

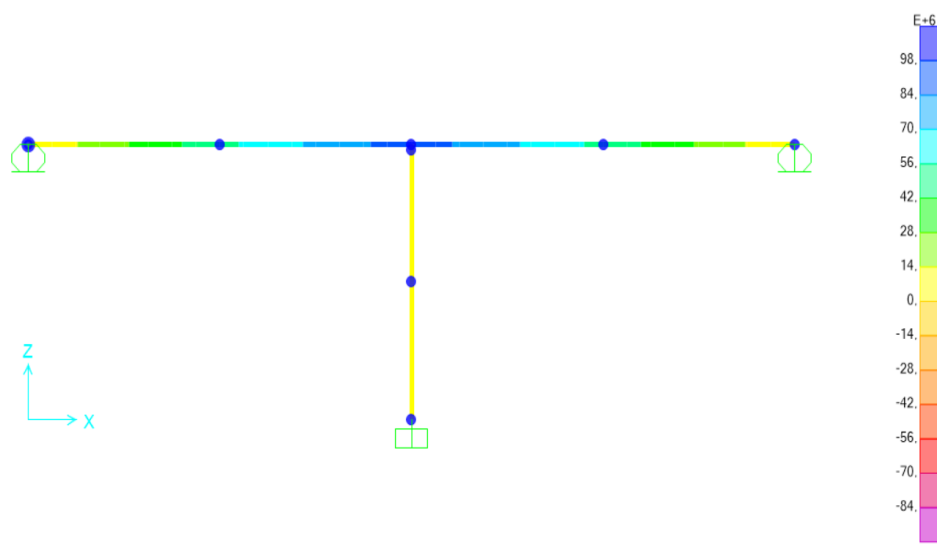


Ilustración 117: Representación de tensiones máximas del Ejemplo 7

Esta puede ser una representación de gran importancia a la hora de encontrar posibles puntos críticos en el diseño de una estructura, tal y como aparece en la *Ilustración 117*.

Elasticidad plana

En este apartado, se van a analizar los resultados tensionales obtenidos en el análisis plano de las prácticas de la asignatura **Elasticidad y Resistencia de Materiales 1** (ERM1). En este caso, el programa educacional utilizado es el MEF1.

Para realizar este tipo de análisis, se debe tener en cuenta que las simulaciones se van a hacer sobre áreas (algo que no se ha utilizado hasta ahora), por lo que se deberá establecer:

- Definir el tipo de configuración con el que se va a trabajar; ya sea con hipótesis de deformación plana, o de tensión plana. Para ello, se deberá seguir la ruta “Define > Section Properties > Area Sections...”, donde se mostrará el menú que aparece en la *Ilustración 118*. En él se establecerá la hipótesis con la que se va a trabajar, ya sea tensión plana o deformación plana, y el espesor de la sección.

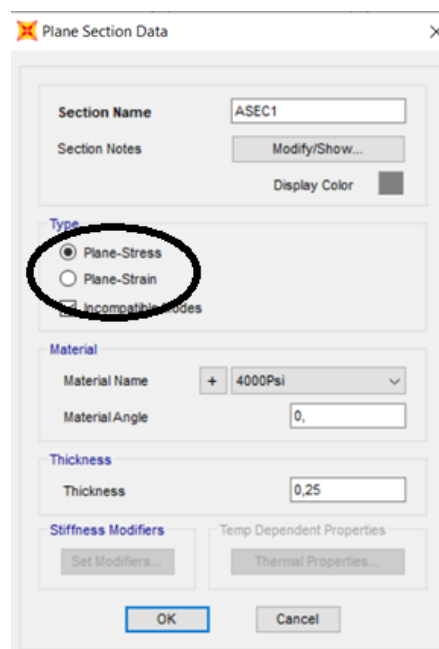


Ilustración 118: Menú para definir la sección y la hipótesis utilizada

- Dibujo de áreas mediante el comando “Quick Draw Area”, de igual manera que se dibujaron las barras hasta ahora.
- Definición de cargas distribuidas de tipo “Surface Pressure”, aplicándose estas sobre los bordes del área seleccionada. Para ello, se debe ir a “Assign > Loads > Surface Pressure (All)...” (*Ilustración 109*), donde se pueden realizar todas las modificaciones necesarias.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

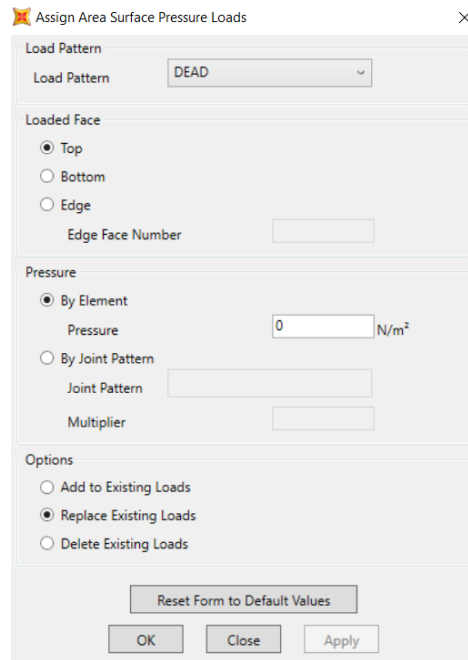


Ilustración 119: Menú para aplicar cargas de superficie

- La introducción de condiciones de contorno puede no ser necesaria, como es en estos casos, debido a que son modelos autoequilibrados.

Problema 1

En primer lugar, se va a realizar el análisis de la siguiente pletina, correspondiente al Problema 1 de ERM1 (ver [Anexo 7](#)) de la *Ilustración 120*:

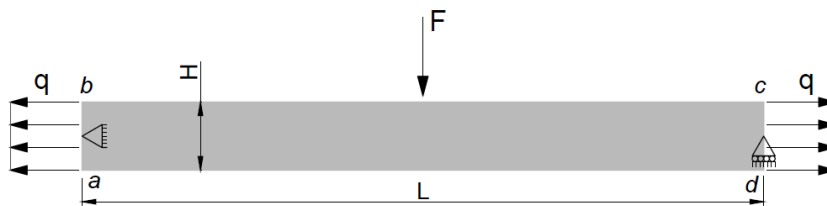


Ilustración 120: Análisis de pletina en tensión plana

En este programa la introducción de datos se realiza mediante una programación basada en comandos preseleccionados en las plantillas creadas en el propio MEFI.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

```
TÍTULO 1. PLACA VIGA

PARÁMETROS
L 1 %m
H 0.1 %m
t 0.01 %m
F 1000 %N
q 10000 %N/m
E 210e6 % kPa
nu 0.3
dL 20
dH redon(4*dL*H/L)

ÁREAS
% are tipo
1 RECTÁNGULO 0.0 0.0 L H/2
2 rectangulo 0.0 -H/2 L H/2
3 suma 1 2

MATERIALES
% mat pro1 val1 pro2 val2
1 YOUNG E POISSON nu

PROPIEDADES
% pro espesor
1 t

ELEMENTOS_ÁREAS
% are tipo forma mat pro
3 TENSIÓN_PLANA CUADRÁNGULO_LINEAL 1 1

MALLADO_LÍNEAS
% lin div
5 dL
4 dH
2 dH

DESPLAZAMIENTOS_GLOBALES_PUNTOS
% pun est DX DY GZ
1 1 0.0 0.0
1 2 0.0 0.0
2 1 libre 0.0
2 2 libre 0.0

CARGAS_LOCALES_LÍNEAS
% lin est tip gd1 gd2 gd3 disI
3 1 PUNTUAL 0.0 -F L/2
3 2 PUNTUAL 0.0 -F L/2

CARGAS_LOCALES_PUNTOS
% pun est Fx Fy Mz ángxx
1 2 -F 0.0 0
2 2 F 0.0 q

CARGAS_GLOBALES_LÍNEAS
% lin est tipo pX pY disI disF
4 1 UNIFORME -q 0.0 0.0
7 1 UNIFORME -q 0.0 0.0
2 1 UNIFORME q 0.0 0.0
6 1 UNIFORME q 0.0 0.0
```

Ilustración 121: Programación del Problema 1 en MEF1

En la *Ilustración 121* aparece representada la programación completa del problema de tensión plana que se va a calcular.

Para la configuración completa de una estructura en este programa, se definen en primer lugar todos los datos referentes a dimensiones, cargas, tipo de material y valores referidos al tipo de cálculo que se vaya a aproximar. Más adelante se especifica la forma de la estructura, el mallado, las condiciones de contorno y las cargas. Y además en este caso se programan dos estados diferentes que veremos ilustrados más adelante en la *Ilustración 125*, para comparar dos estados de cargas diferentes.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

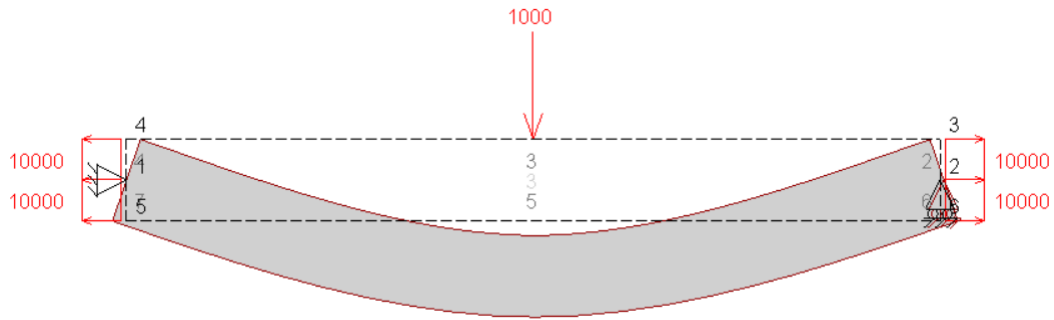


Ilustración 122: Deformada obtenida en MEFI

La deformada obtenida para este caso, es la representada en la *Ilustración 122*. MEFI tiene la capacidad de representar los resultados de todo tipo de desplazamientos y tensiones (normales, tangenciales, ejes principales,...). En este caso, se representan para su comparación con los cálculos en SAP2000, la tensión normal en el eje "x" (*Ilustración 123*) y la tensión de Von Mises (*Ilustración 124*):

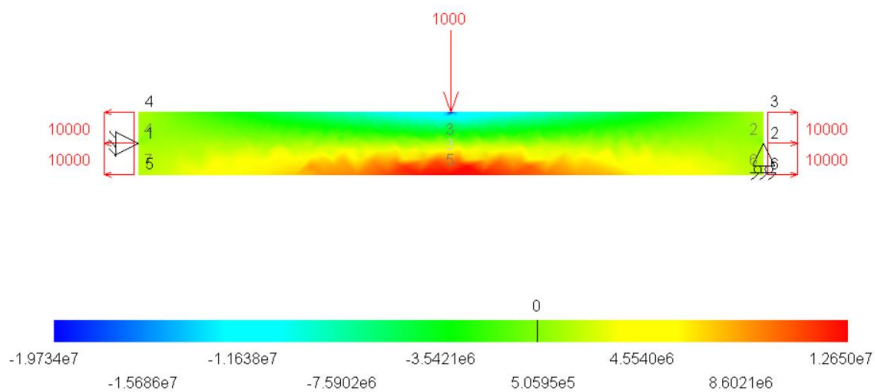


Ilustración 123: Representación de mapa tensional con dirección del eje x en MEFI

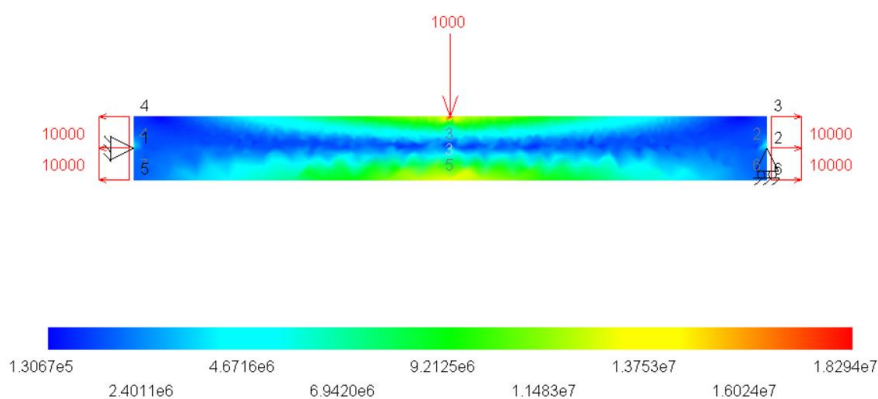


Ilustración 124: Representación de mapa de tensión Von Mises en MEFI

El resultado arrojado por este programa es muy adecuado para realizar un análisis visual, debido a la claridad con la que representa los resultados. En ellos, se puede observar una tensión en forma de tracción en la parte inferior de la barra, mientras que en la parte superior (representada con valor negativo) aparece en forma de compresión.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Además, según establece el enunciado, se puede comprobar que el hecho de sustituir las cargas laterales distribuidas por unas puntuales, apenas supone cambios en los campos de tensiones. En este caso se van a representar, por ejemplo, los mapas tensionales del eje principal 1, tal y como aparece en la *Ilustración 125*:

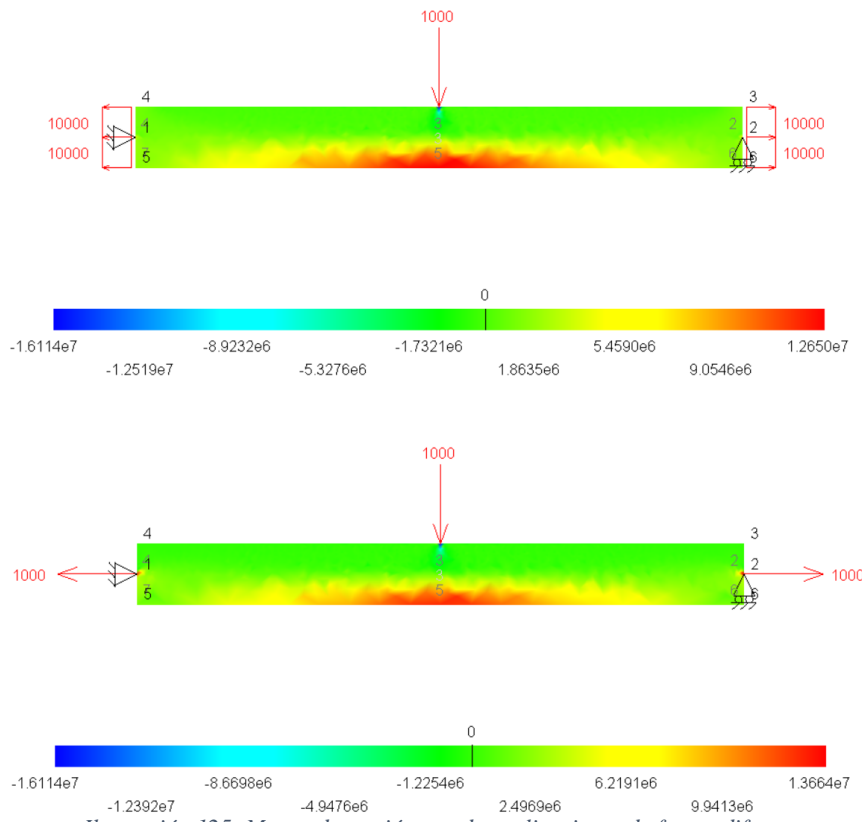


Ilustración 125: Mapas de tensión con dos aplicaciones de fuerza diferentes

Para realizar su simulación en SAP2000, se debe tener en cuenta los puntos descritos anteriormente, para poder llegar a los siguientes resultados. En la *Ilustración 126* se representa el mapa tensional con dirección del eje “x”, mientras que en la *Ilustración 127* aparece la tensión de Von Mises.

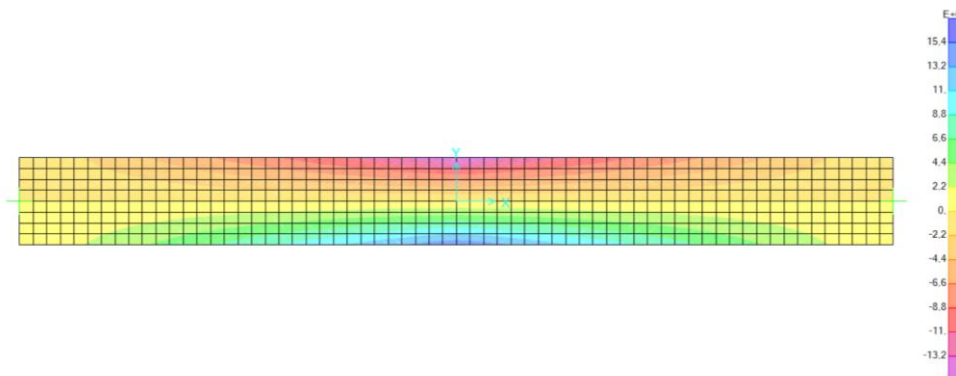


Ilustración 126: Representación de mapa tensional con dirección del eje x en SAP2000

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

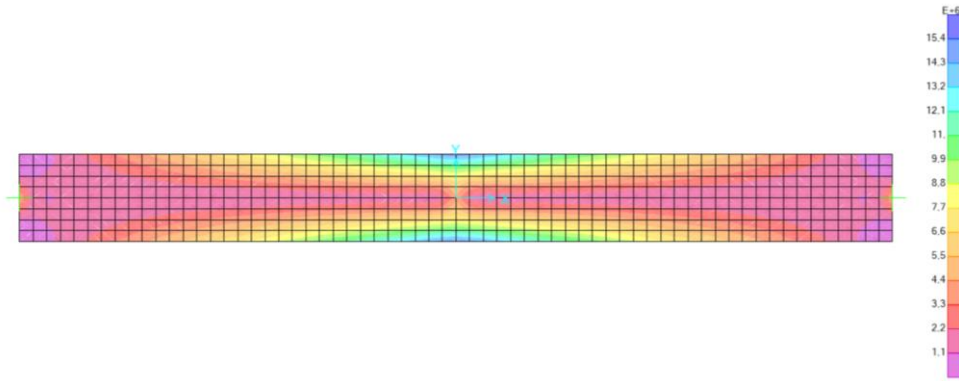


Ilustración 127: Representación de mapa de tensión Von Mises en MEFI

Como se puede ver, los resultados obtenidos mediante este segundo programa son aparentemente similares a los arrojados por el programa educacional.

Tomando como referencia, por ejemplo, el apoyo fijo de la arista izquierda de la superficie, se puede observar como para los dos programas la tensión sobre el eje “x” es nula, mientras que la tensión de Von Mises toma valores de $4.67e6 \text{ N/m}^2$ en MEFI y de $4.05e6 \text{ N/m}^2$ en SAP2000. En este segundo caso, se da una **diferencia de un 13%**.

Por otra parte, se puede comprobar que introducir la carga lateral “q” de forma puntual o uniforme, apenas produce cambios en el campo de tensiones de la placa. Los resultados que se muestran en la *Ilustración 128* indican una diferencia de en torno a un 7% en sus puntos más críticos.

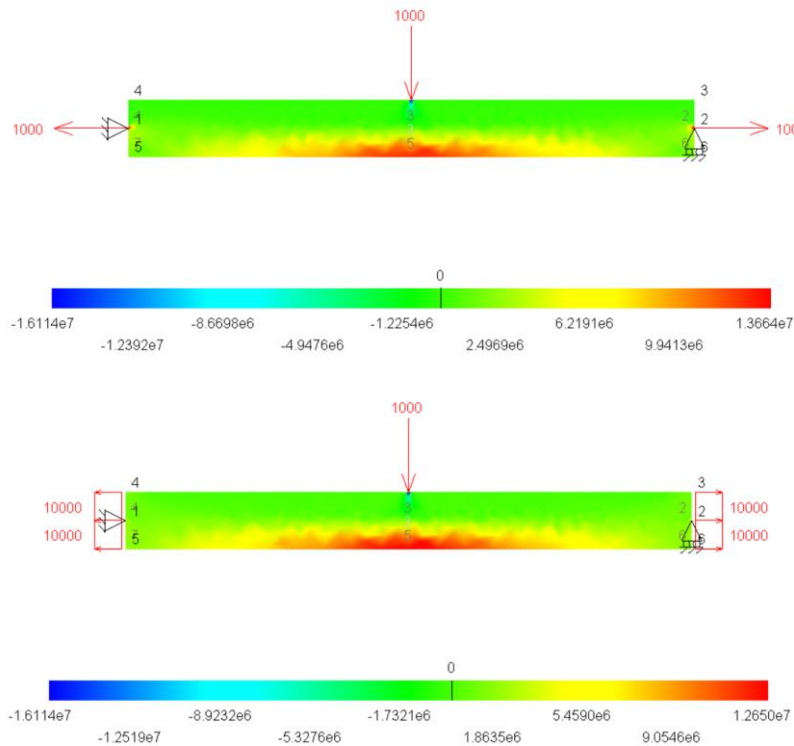


Ilustración 128: Tensión en el eje ppal. 1 variando "q"

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Finalmente, tal y como pide el enunciado, se va a proceder a comprobar si cumple el **principio de superposición**. Es decir, se va a calcular por una parte la estructura con la carga “q”, después solo con la carga “F” y se va a comprobar si la suma de sus resultados es igual al cálculo de la estructura a la cual se la aplican las cargas “q” y “F” de forma simultánea.

Para ello, se van a obtener los resultados de los desplazamientos en los ejes “x” e “y”.

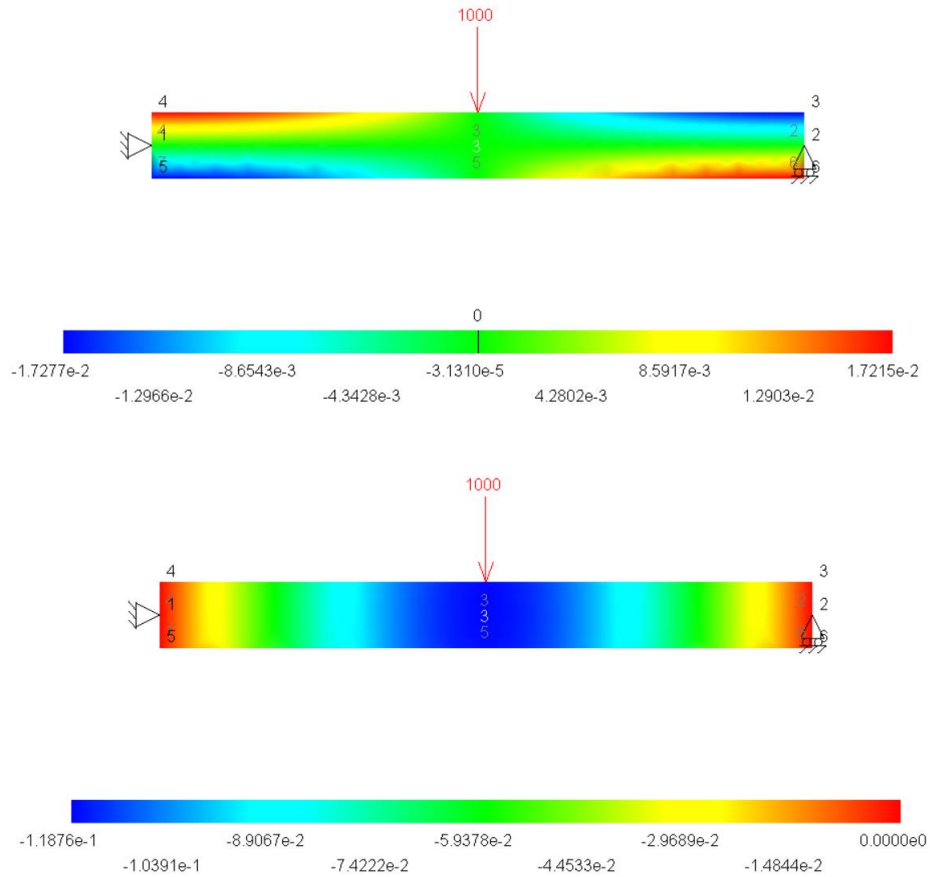


Ilustración 129: Desplazamientos con carga puntual “F”

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

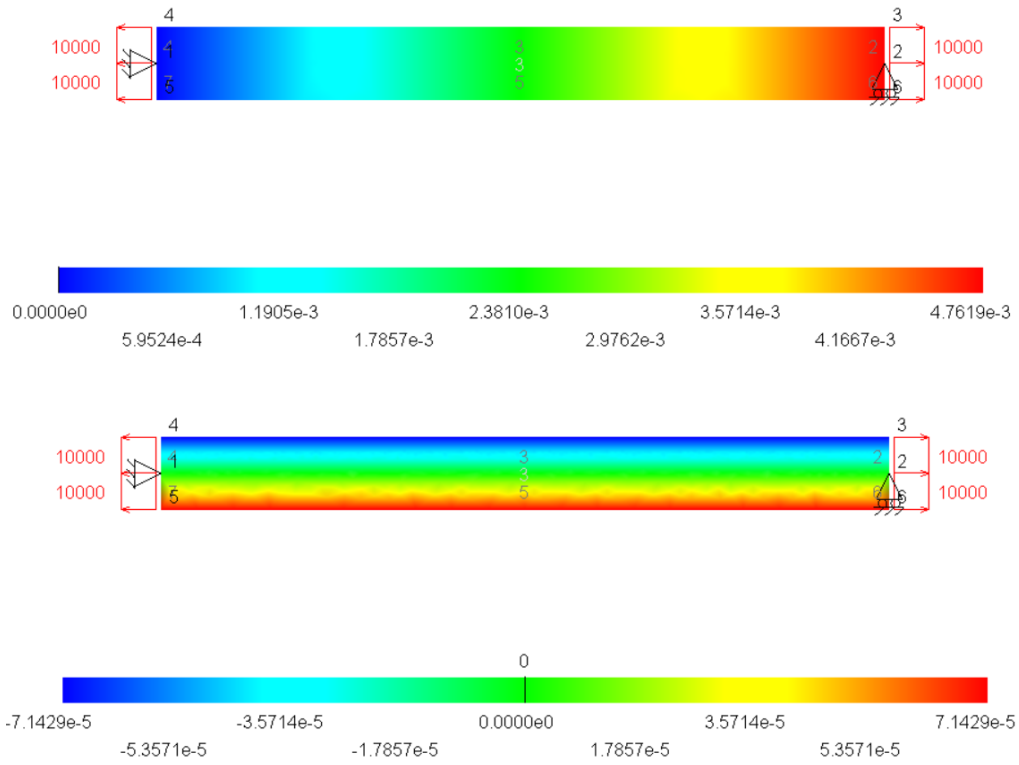


Ilustración 130: Desplazamientos con carga uniforme "q"

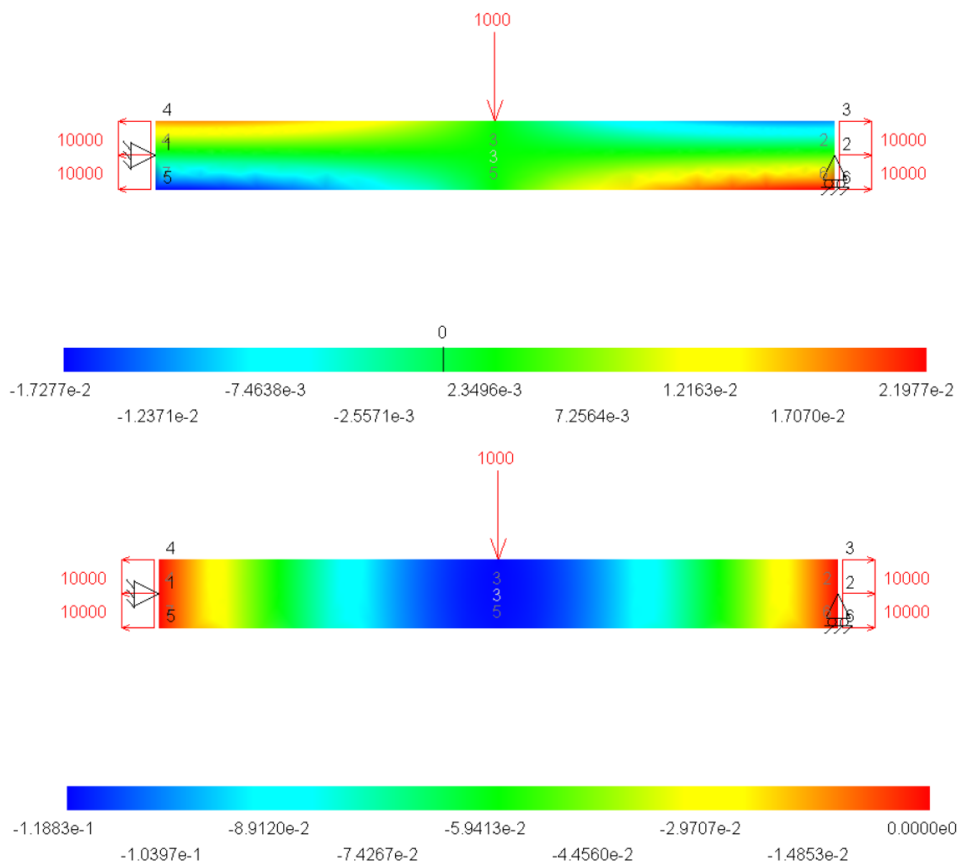


Ilustración 131: Desplazamientos en superposición de cargas

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

En la *Ilustración 129* se muestran los resultados de desplazamientos de la carga “F”, en la *Ilustración 130* los de la “q” y finalmente, en la *Ilustración 131* se superponen las cargas.

Los resultados de desplazamientos en el punto central se muestran en la *Tabla 4*. En ella, se puede comprobar como **el error cometido en la superposición es muy pequeño** (a excepción del desplazamiento en x en el punto $L=0.25m$, que puede deberse a una mala toma de resultados), por lo que se puede aceptar la validez de los resultados en MEFI.

Tabla 4: Resultados de desplazamientos por superposición en MEFI

	Punto central (L=0,5m)	Punto central (L=0,25m)
Carga puntual "F"	0,00E+00	0,00E+00
	-1,19E-01	-8,91E-02
Carga uniforme "q"	2,38E-03	1,79E-03
	0,00E+00	0,00E+00
Superposición de cargas	2,35E-03	2,35E-03
	-1,19E-01	-8,91E-02
Suma en eje "x"	2,38E-03	1,79E-03
Suma en eje "y"	-1,19E-01	-8,91E-02
Error "x"	-1,36%	23,99%
Error "y"	0,06%	0,06%

A continuación, se procede a comprobar la validez de los resultados en SAP2000.

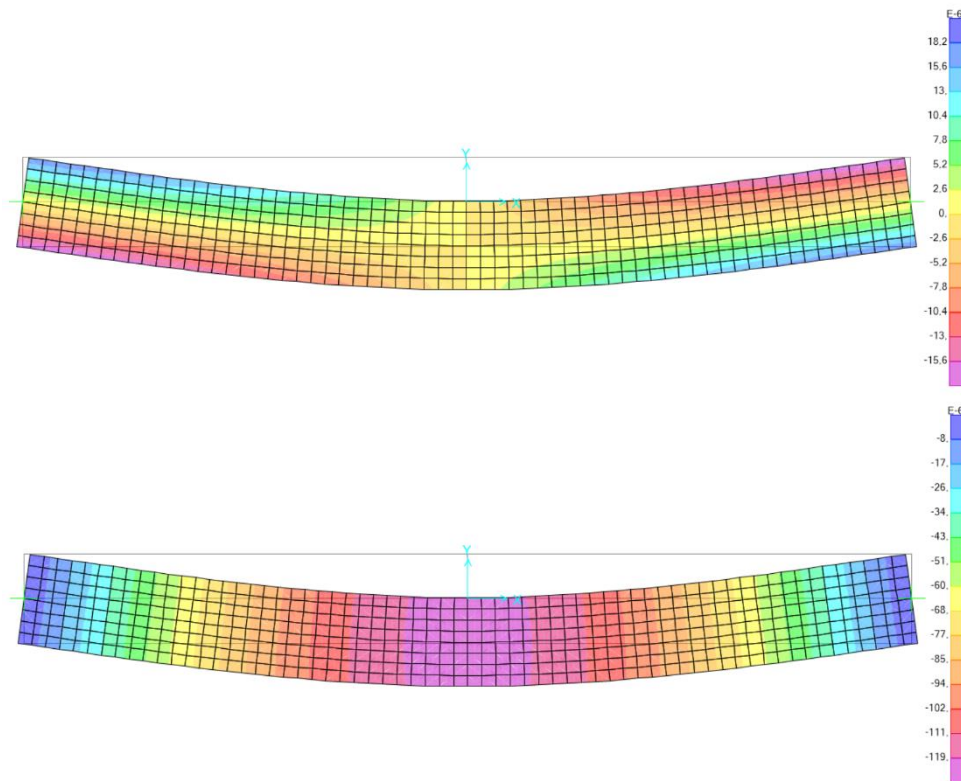


Ilustración 132: Desplazamientos con carga puntual “F”

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

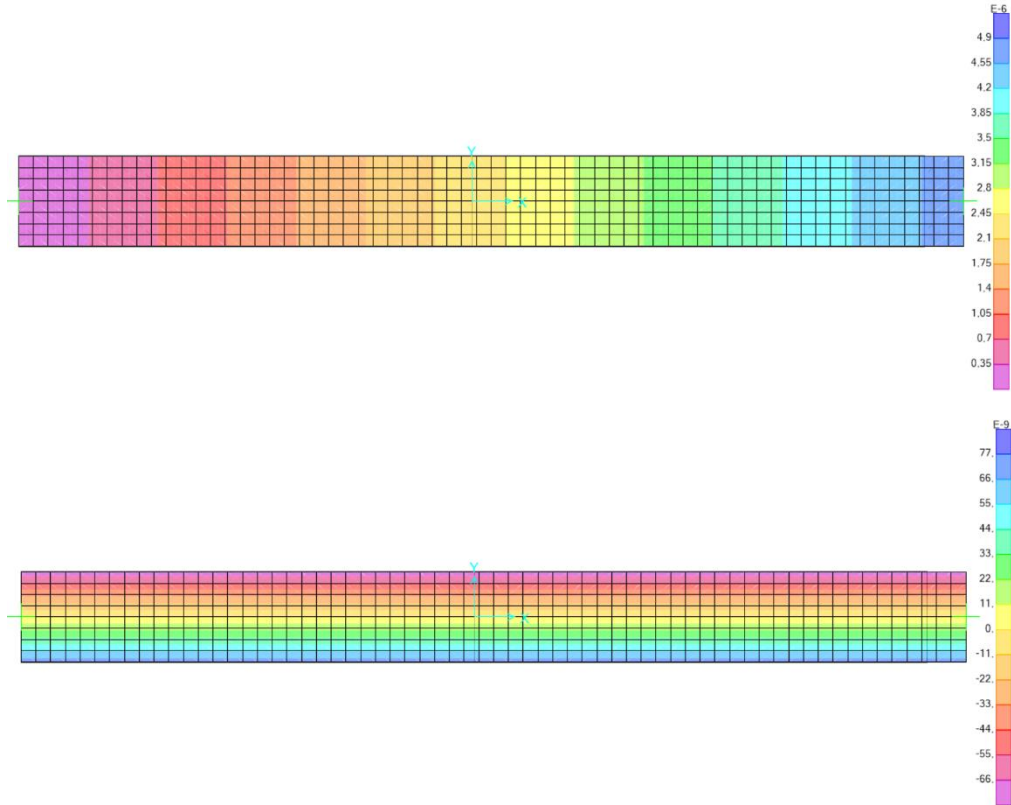


Ilustración 133: Desplazamientos con carga uniforme "q"

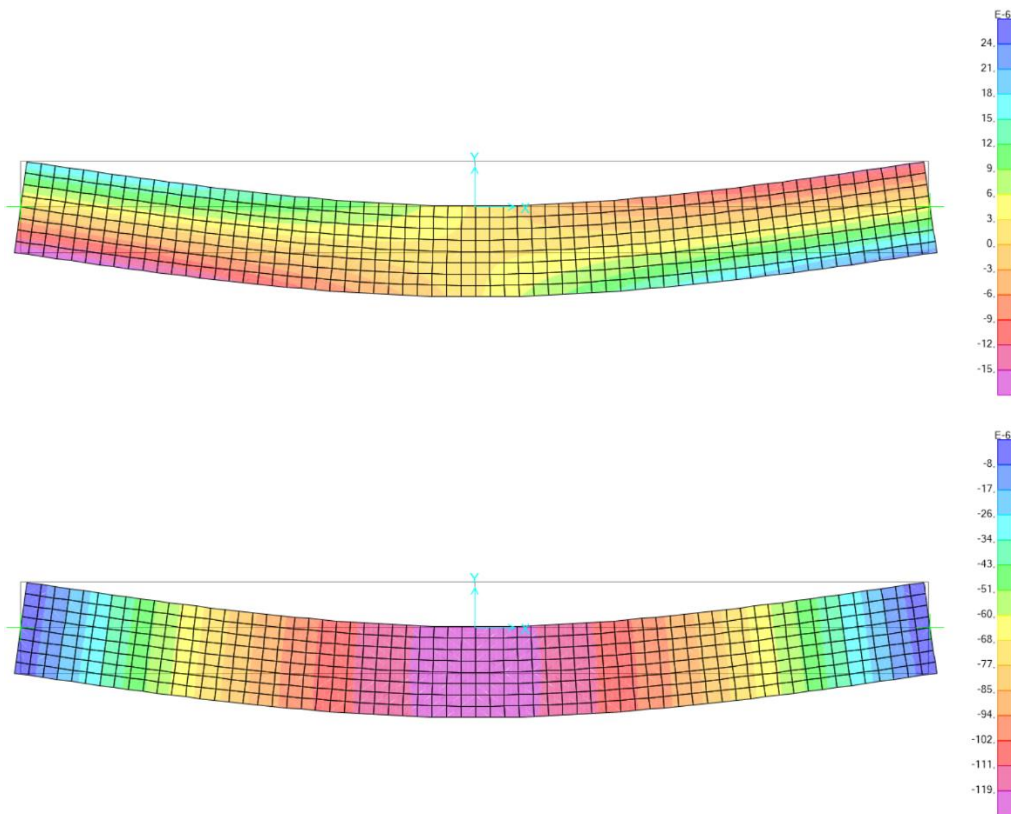


Ilustración 134: Desplazamientos en superposición de cargas

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Al igual que se hizo en MEFI, en SAP2000 se muestran los resultados de desplazamientos obtenidos. En la aparecen los resultados de aplicar únicamente la carga puntual vertical en el punto medio, en la aparecen los resultantes de la carga uniforme lateral, y en la *Tabla 5* se muestran los resultados de superposición.

Tabla 5: Resultados de desplazamientos por superposición en SAP2000

	Punto central (L=0,5m)	Punto central (L=0,25m)
Carga puntual "F"	0,00E+00	0,00E+00
	-1,23E-04	-8,40E-05
Carga uniforme "q"	2,31E-06	1,24E-06
	0,00E+00	0,00E+00
Superposición de cargas	2,38E-06	1,19E-06
	-1,23E-04	-8,40E-05
Suma en eje "x"	2,31E-06	1,24E-06
Suma en eje "y"	-1,23E-04	-8,40E-05
Error "x"	3,11%	-3,78%
Error "Y"	0,00%	0,00%

En este caso, **los resultados obtenidos son incluso más precisos** a los de MEFI, tanto en el punto central como en el intermedio. Por otra parte, la toma de datos en los diagramas es más precisa, ya que al hacer click con el botón derecho del ratón el programa arroja los resultados exactos del punto seleccionado, mientras que en MEFI se tienen que tomar de forma visual.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Problema 3

Para finalizar este apartado, se va a realizar la resolución del problema 3 (ver [Anexo 8](#)). Esta se basa en una tubería sometida a una carga realizada por la presión del agua “p” que fluye sobre ella, tal como se representa en la [Ilustración 135](#).

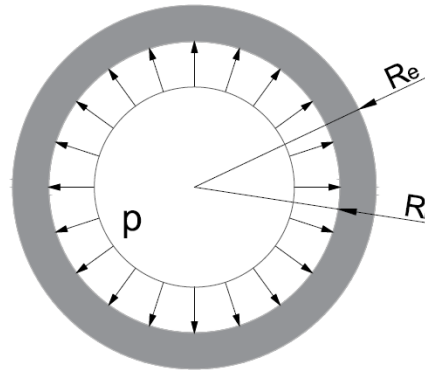


Ilustración 135: Tubería a presión de la práctica 3 de ERM1

El cálculo de este problema se va a realizar directamente mediante SAP2000, ya que su representación en MEFI es similar a la realizada en el apartado anterior.

Para su resolución, se han introducido las superficies mediante coordenadas cilíndricas. Al entrar en el menú de modificación del sistema de coordenadas ([Ilustración 136](#)) que aparece al crear el documento, podemos modificar el espaciamiento del sistema en el eje radial, en el eje tita (angular) y la profundidad de la tubería (eje “z”), lo cual es indiferente en este caso.

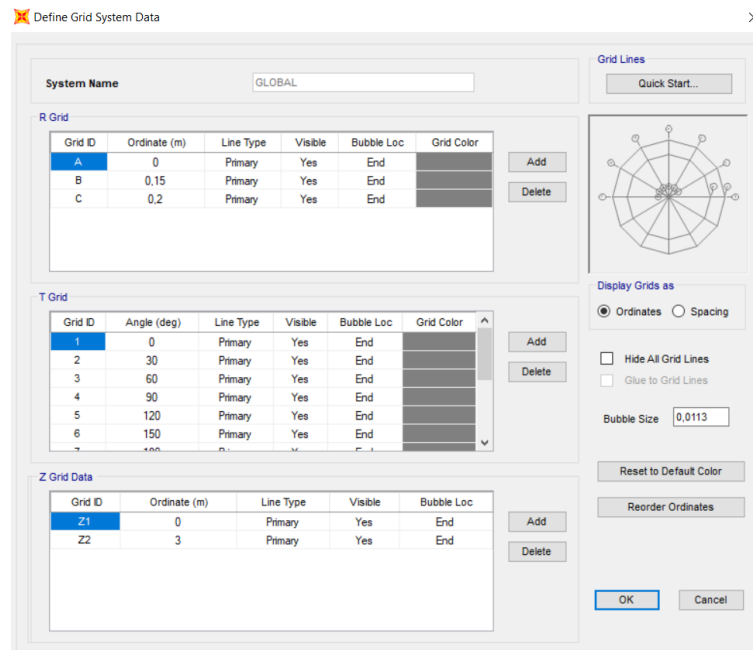


Ilustración 136: Modificación de ejes de coordenadas cilíndricas

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

De esta manera, SAP2000 muestra un sistema (*Ilustración 137*) en el cual, aplicando de nuevo los puntos establecidos anteriormente, se podrá situar la tubería en la ventana para realizar sus cálculos.

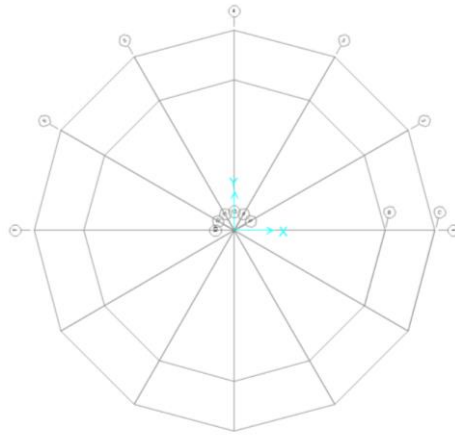


Ilustración 137: Espacio de trabajo de coordenadas cilíndricas

En este caso, se pasa directamente a la representación de un cuarto de la corona circular que forma la tubería, tal y como se pide en el enunciado del ejercicio. Para ello, tan solo es necesario modificar el número de particiones realizadas sobre el eje tita, y situarlas entre cero y noventa grados. De esta forma, obtendremos un espacio de trabajo similar al de la *Ilustración 138*.

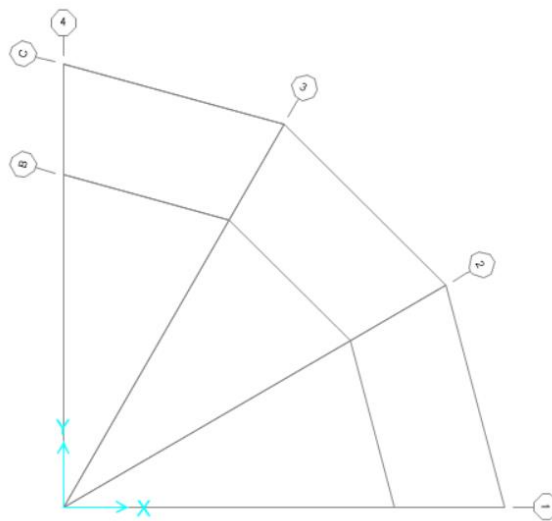


Ilustración 138: Espacio de trabajo en cuarto de cilindro por simetría

Se puede ver a simple vista que el mallado de esta figura parece insuficiente. Para modificarlo, se deben de añadir nuevas particiones en el espacio, hasta alcanzar la precisión requerida. En este caso, para no exceder las capacidades de cálculo del ordenador, se establecerá una partición de 22.5 grados.

Para finalizar, se dibujan los áreas del perfil mediante “Quick Draw Area” y se aplican las cargas con “Assign Area Load”, tal y como se definió en el problema anterior.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

De esta manera, se obtienen los resultados de desplazamientos que aparecen en la *Ilustración 139*, donde se representa el valor del módulo de desplazamiento.

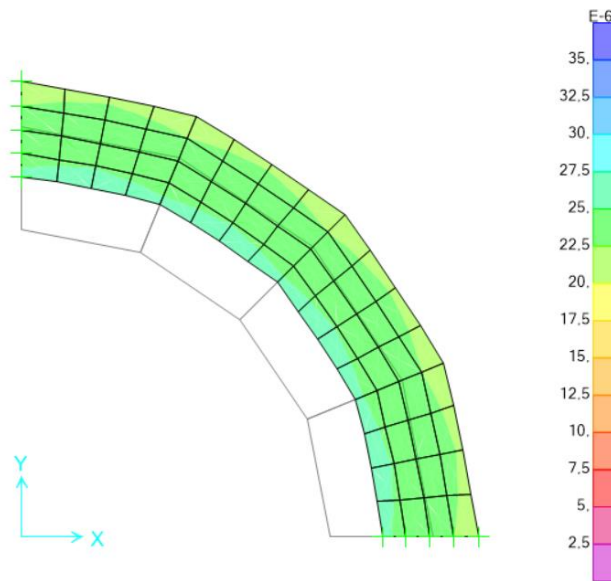


Ilustración 139: Módulo de desplazamiento

En cuanto a los resultados de desplazamientos, en este caso se analizan mediante cada plano (opción “planes” en la muestra de resultados). En este caso, se muestran el resultado de tensiones en el eje principal de inercia I (*Ilustración 140*) y el resultado de la tensión de Von Mises (*Ilustración 141*).

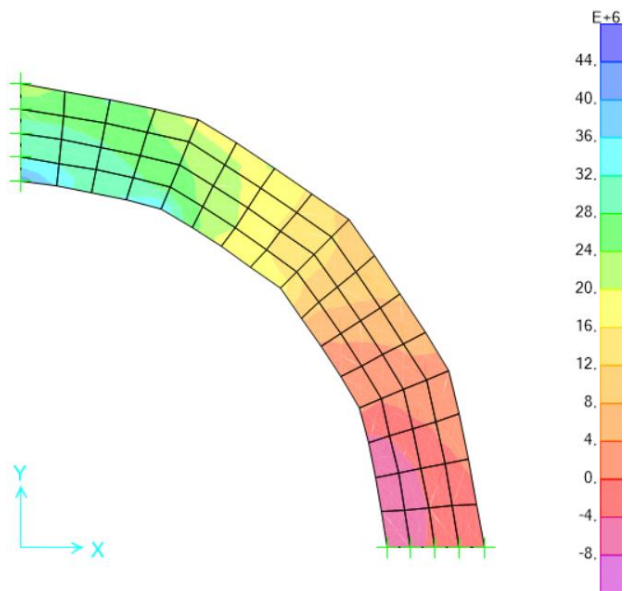


Ilustración 140: Resultado de tensión en el eje ppal. de inercia I

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

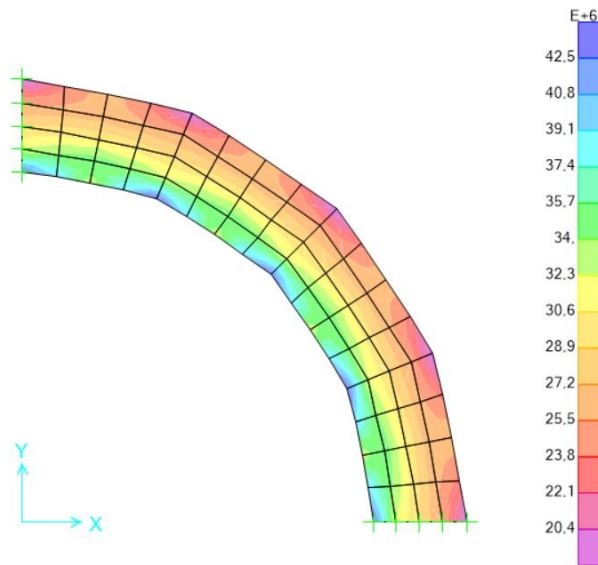


Ilustración 141: Resultado de la tensión de Von Mises

Finalmente, se puede comprobar como si se hubiera analizado el total de la tubería, debido a la simetría dada en este caso (tanto en la forma del cuerpo a analizar como en las condiciones de contorno y cargas), **el resultado es axilsimétrico**. Viene representado en la *Ilustración 142*.

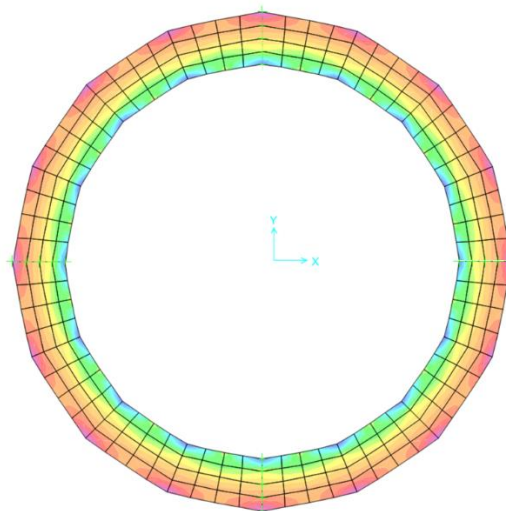


Ilustración 142: Tensión Von Mises en la tubería completa

Por lo tanto, debido a que se trata de un perfil axilsimétrico, es indiferente analizar la corona al completo, un angular de 90 grados, uno de 22,5 grados, etc.

Otros cálculos

Pandeo

El pandeo es la **deformación** producida en las barras de una estructura, debido a fuerzas de compresión.

Su análisis **únicamente se puede realizar mediante SAP2000**, ya que el resto de programas educativos no tienen la suficiente potencia como para ejecutar un estudio lo suficientemente correcto.

La estructura que vamos a analizar en este caso es la que aparece representada en la *Ilustración 143*, perteneciente a la Práctica 5.1 de ECI (ver [Anexo 9](#)).



Ilustración 143: Estructura de pandeo de la práctica 5.1

Como podemos observar, consta de dos barras biapoyadas, con un apoyo fijo en el nudo “a” y dos móviles en “b” y “c”. Se considera una fuerza de valor unidad en el punto “c”, de tal forma que al analizarlo en SAP2000 obtengamos el **factor de carga (λ)**, es decir, el valor por el cual, al multiplicar esta fuerza, se produce el pandeo en la estructura.

$$\lambda_{cri} * P = P_{cri} \quad \text{Ecuación 2: Factor de carga}$$

Para ello, además de representar en el programa la estructura y las cargas, hay que realizar ciertos cambios. En este caso, como el fin es el de obtener λ_{cri} , se ha de crear un conjunto de cargas en forma de “buckling” (traducción al inglés de la palabra “pandeo”) para relacionar el factor de carga con “P”. Para ello, se debe ir a “Define > Load Patterns”, donde aparecerá una ventana como la que se muestra en la *Ilustración 144*. Finalmente, y para obtener un resultado más adecuado, se realiza un mallado de la estructura. Para ello, se acude al menú “Assign > Frame > Assign Automatic Frame Mesh” donde se seleccionará el método de mallado necesario, tal y como se muestra en la *Ilustración 145*. Se recomienda utilizar las dos últimas opciones.

Este último punto es de gran importancia, y es que dependiendo del mallado que se utilice, variará la exactitud del resultado; de tal forma que al aumentar el mallado de la estructura, se obtendrá un resultado más correcto.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

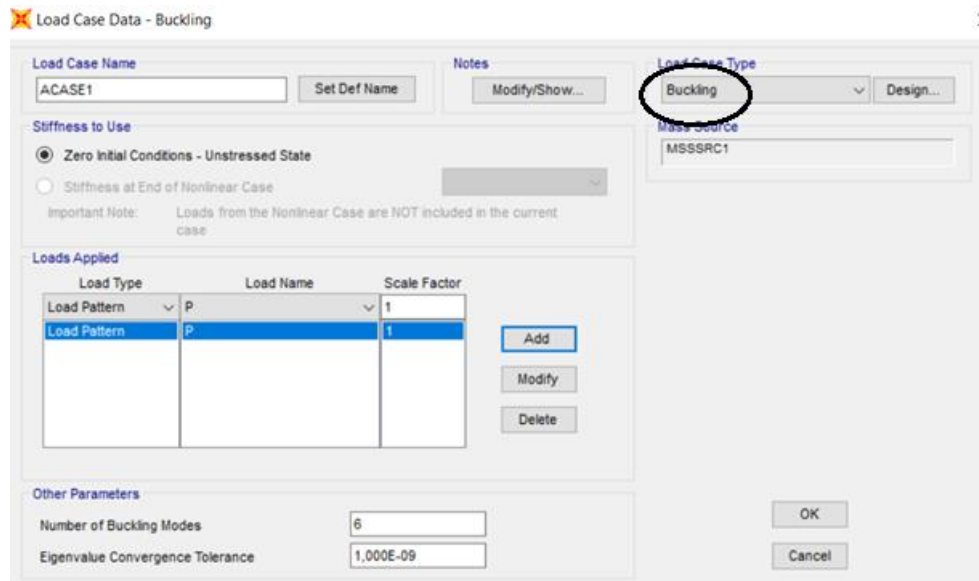


Ilustración 144: Menú "Load Case Data"

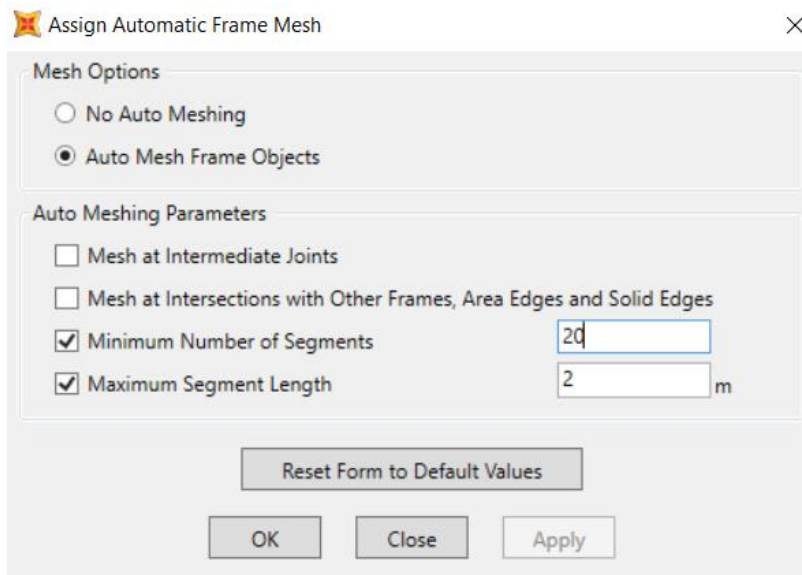


Ilustración 145: Menú para configuración del mallado

En la *Ilustración 146*, se muestra la curva de pandeo obtenida mediante estos cálculos.

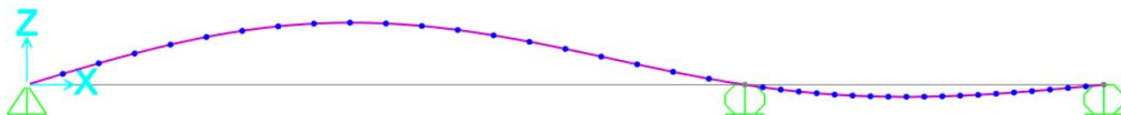


Ilustración 146: Curva de pandeo en SAP2000 de la práctica 5.1

Como se puede ver, se ha obtenido un factor de carga igual a 6.246.589, por lo tanto, se tendría que aplicar sobre la estructura una fuerza de 6.246.589 N para producir pandeo.

Si no se hubiera aumentado el mallado, el factor de carga sería igual a 8.330.418, por lo que el hecho de que el programa nos permita este método de análisis, reduce en un 33.36%

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

el error cometido, lo cual se traduce a 2.083.829 Newtons de diferencia (una cantidad muy considerable).

Cálculo plástico

A continuación se va a pasar al análisis plástico de una estructura. Este va a consistir en el cálculo de una fuerza crítica, a partir de la cual se van a comenzar a **formar rótulas plásticas en la estructura**; que serán tantas como nos permita la estructura.

De nuevo se trata de un problema que sólo se puede resolver de forma correcta mediante SAP2000, ya que para poder realizar estos cálculos mediante otros programas, habría que recurrir a una resolución iterativa, con el esfuerzo que esto conlleva.

La estructura a analizar es la representada en la *Ilustración 147* (ver [Anexo 10](#)):

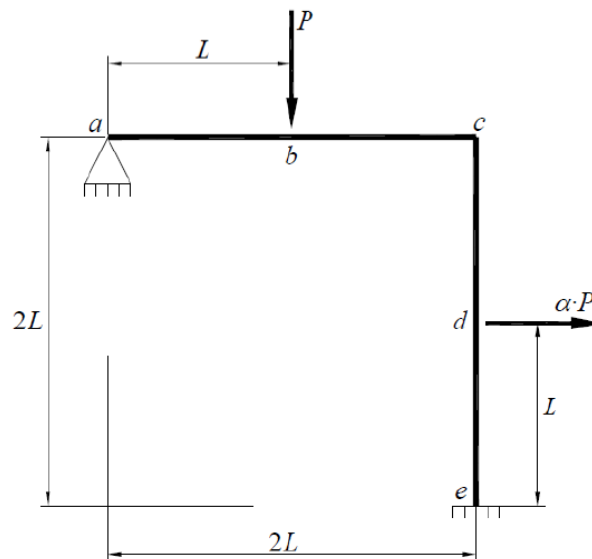


Ilustración 147: Estructura para cálculo plástico del problema 5.2

Como se puede ver, consta de dos barras conectadas mediante una unión rígida; apoyada fija en el punto “a” y empotrada en “e”. Tomando, según indica el enunciado, $\alpha=4$ y perfil IPE300.

Se debe tener en cuenta que la fuerza crítica que se está tratando de calcular se obtiene mediante:

$$P_c = P * \alpha \quad \text{Ecuación 3: Fuerza crítica}$$

A simple vista, y debido a la distribución de las cargas y la situación de los apoyos, se puede saber que la formación de rótulas plásticas se puede dar en los puntos “b”, “c”, “d”, y “e”, y nunca en “a” debido a que las condiciones de contorno en este punto permiten el giro.

Para comenzar el análisis, es necesario configurar el programa al modelo de rótula plástica. Para ello, se debe configurar el perfil en “Hinge Properties” (*Ilustración 148*), de tal forma que la rótula se ajuste a las hipótesis tomadas por la asignatura: sin

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

incremento en el momento flector en un punto ya plastificado, la sección es capaz de rotar libremente, según lo requiera la deformación del resto de la estructura.

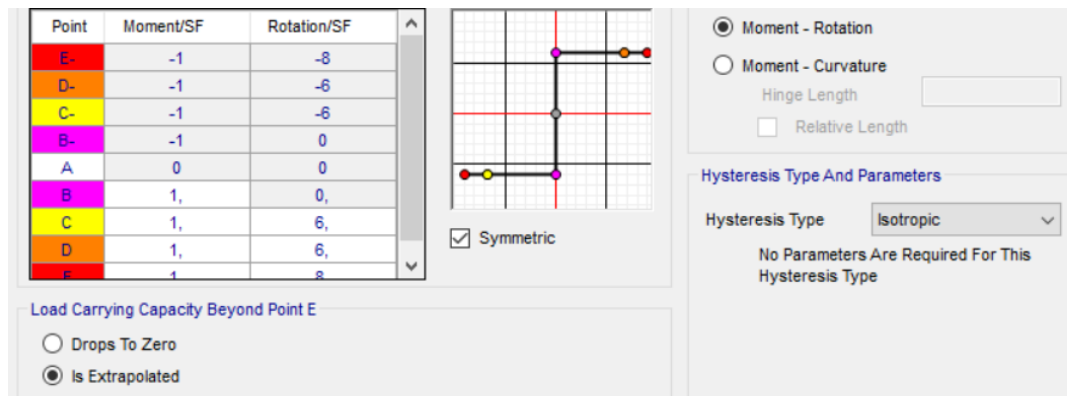


Ilustración 148: Configuración del modelo de rótula en "Hinge Properties"

De tal manera que el gráfico, el cual representa la relación entre el momento y la rotación, quede como en la ilustración anterior. En él, el tramo vertical corresponde al trabajo de la sección en régimen elástico, donde no se produce rotación relativa porque la sección aún no ha plastificado, mientras que el tramo horizontal ha sido modificado para que se corresponda con las hipótesis utilizadas.

Además, con el parámetro "Load Carrying Capacity Beyond Point E" definimos una rotación libre indefinida tras la formación de la rótula.

Para concluir, se debe indicar al programa que el cálculo que debe desarrollar es no lineal. Esto se realiza mediante la modificación del "Load Case", estableciéndolo como modo "Static" y "Nonlinear".

Una vez realizados los puntos anteriores, al calcular la estructura obtenemos el resultado representado en la Ilustración 149.

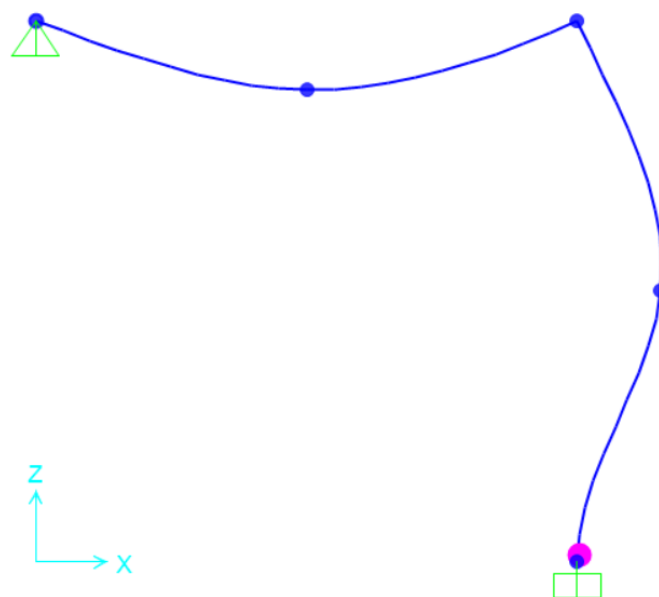


Ilustración 149: Cálculo de la primera rótula plástica en SAP2000

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

A partir de los datos proporcionados por SAP2000, podemos saber que, con $\alpha=4$, el valor de la carga crítica obtenida para esta estructura es de $P=27277$ N.

A continuación, se muestran los resultados de esfuerzos axiales (*Ilustración 150*) y cortantes (*Ilustración 151*), y de momentos flectores (*Ilustración 152*).

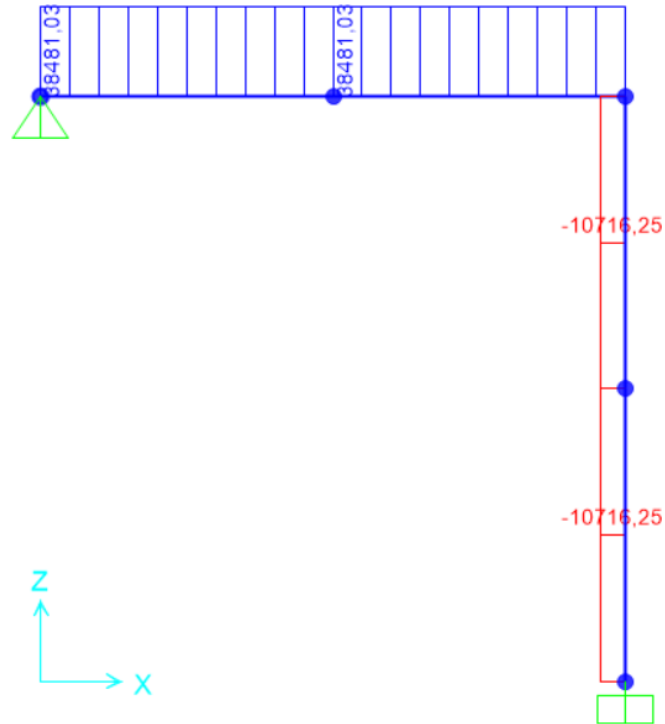


Ilustración 150: Resultado de axiles en la estructura de SAP2000

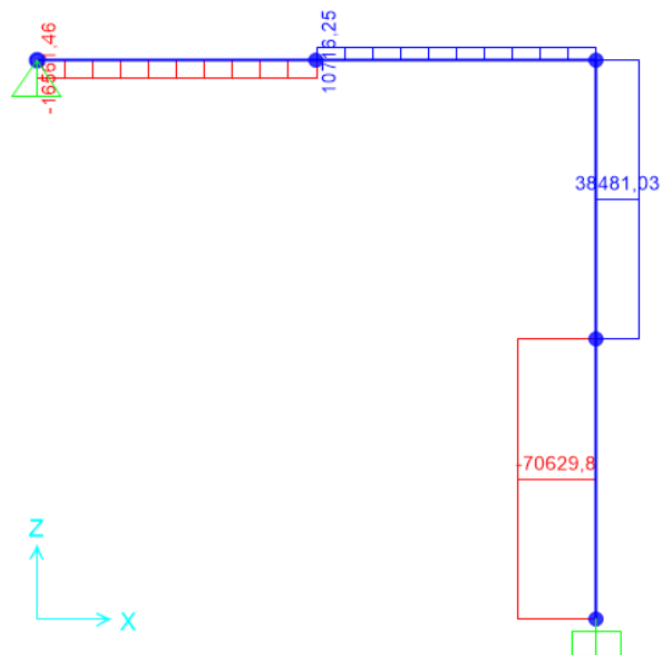


Ilustración 151: Resultado de cortantes en la estructura de SAP2000

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

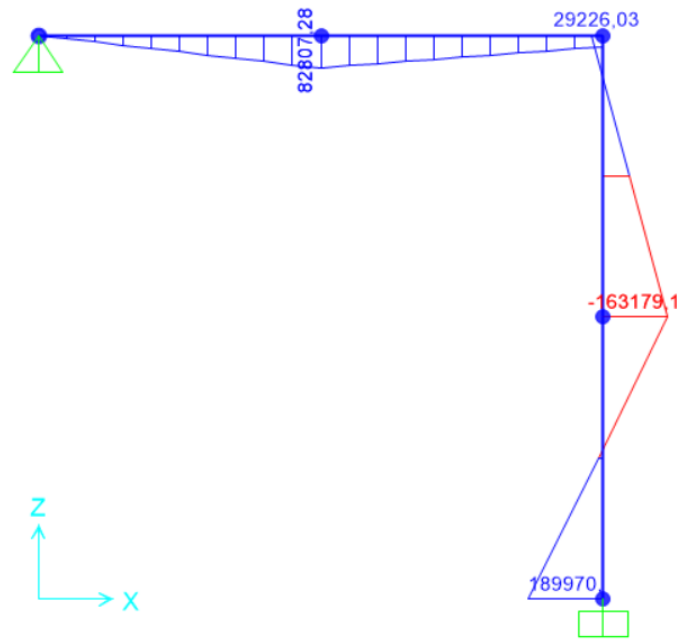


Ilustración 152: Resultado de flectores en la estructura de SAP2000

Para concluir esta práctica, se va a representar otra de las muchas posibilidades que incluye SAP2000. Se trata de un análisis paso a paso en el cual se puede ver el orden de formación de rótulas, mientras que se pueden observar la evolución de los flectores (de gran importancia en cálculo plástico) o de cualquier otro esfuerzo.

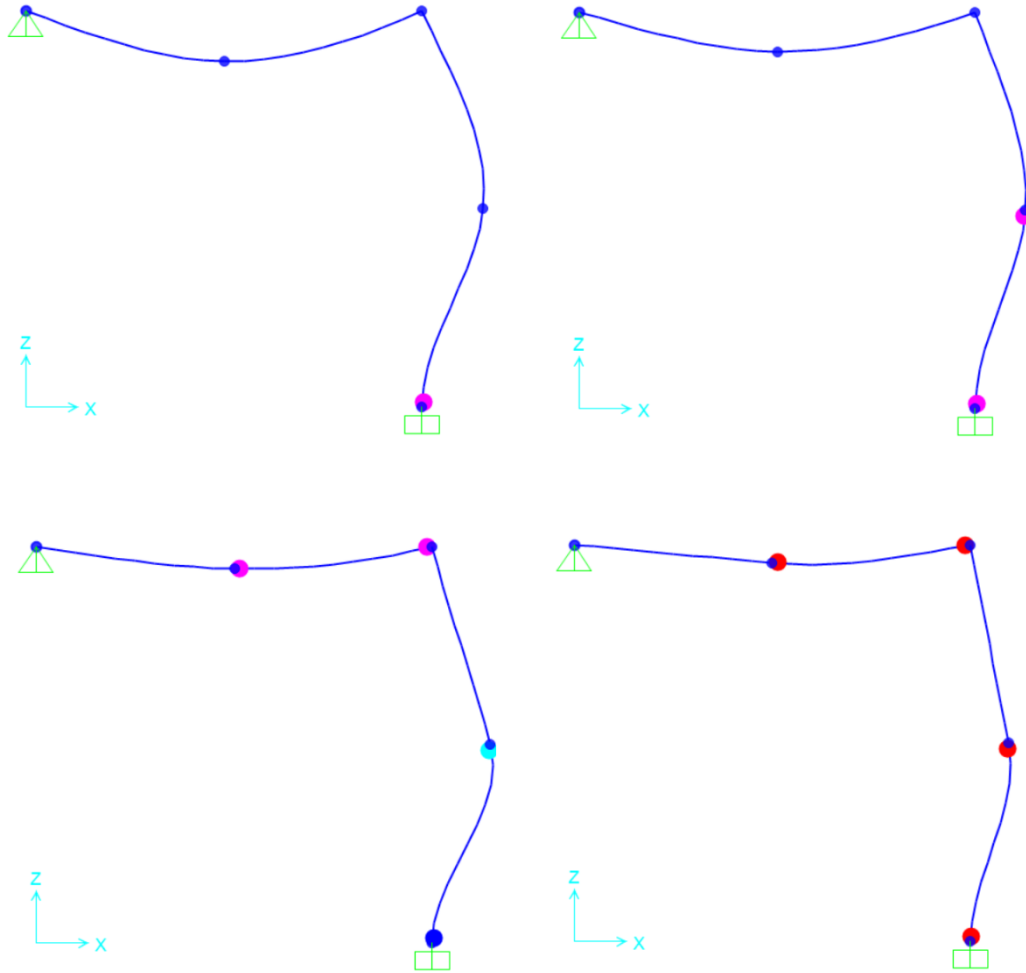


Ilustración 153: Análisis plástico paso a paso

En la *Ilustración 153* se puede observar la evolución de la estructura, a medida que se aumenta el valor de la carga P. Como ya se había comentado anteriormente, la primera rótula se forma en “e”, seguida por el punto “d” (en el que habíamos aplicado la carga más alta, αP) y, finalmente, se forman de manera simultánea las de los puntos “b” y “c”.

Comando "Help"

Cabe destacar dentro de las incontables funciones que ofrece este software el comando "Help". En este, SAP2000 ofrece una **guía de cómo realizar cualquier tipo de cálculo de estructuras** que se pueda realizar en el programa.

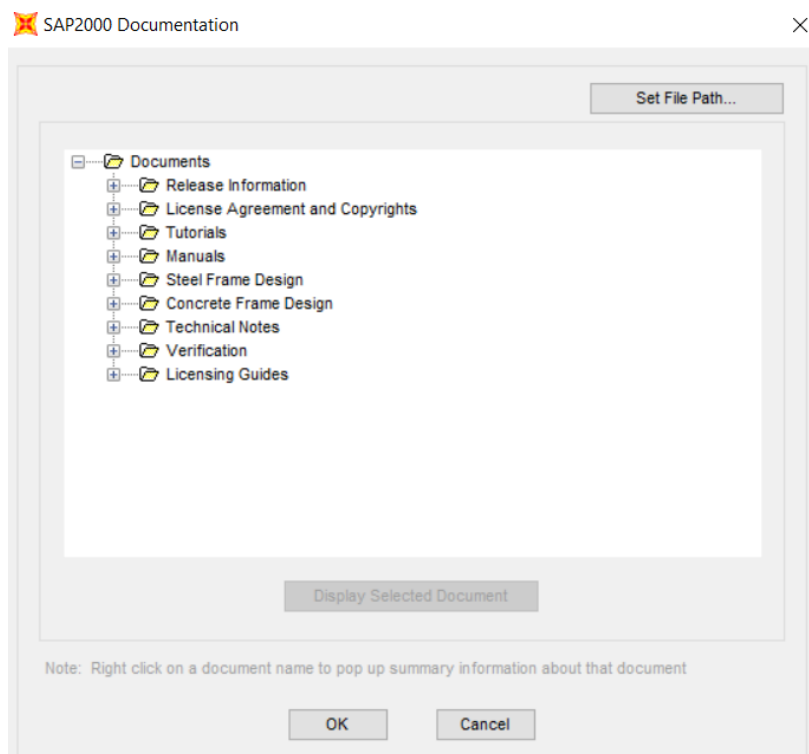


Ilustración 154: Comando "Help"

Como se puede observar en la *Ilustración 154*, el programa pone en manos del usuario varios desplegables, a partir de los cuales se puede obtener información sobre:

- "Release Information": detalles relacionados con la versión del programa.
- "License Agreement and Copyrights": formalidades relacionadas con la gestión de licencias y el reconocimiento de la propiedad intelectual del software.
- "Tutorials": comandos y nociones básicas para **introducir al usuario al entorno de trabajo del programa**, tales como el diseño de un nuevo proyecto, la selección de un material de trabajo o cómo guardar el modelo.
- "Manuals": guías de trabajo dirigidas hacia acciones más concretas dentro del ámbito del diseño de estructuras. Entre ellos se encuentran algunos como el establecimiento de cargas laterales, intercambio de información con otros softwares BIM (Building Information Modeling) tales como Revit o ETABS o importación de datos de programas como StruCAD 3D.
- "Steel Frame Design": analiza los **conceptos generales** a la hora de realizar un diseño en forma de **estructura metálica** en función de la norma escogida (*Ilustración 155*). En todos ellos se puede visualizar un documento en el que generalmente se incluyen nociones de análisis, criterios de diseño (uniones, barras, combinaciones de cargas,...) o de previsión de sismos, entre otras.

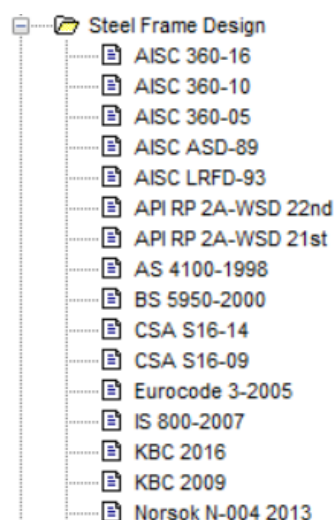


Ilustración 155: Normas de diseño de estructuras metálicas

- “Concrete Frame Design”: desplegable similar al anterior, en el que se pueden ver diferentes opciones de diseño de **estructuras de hormigón** en función de la norma que se vaya a utilizar.
- “Technological Notes”: documenta el uso de normas teóricas en el modelado de estructuras del programa. Por ejemplo, explica cómo se debe utilizar la hipótesis de rótula plástica en un caso de cálculo plástico (visto en el capítulo anterior) como se puede ver en la *Ilustración 156*.

Point A in Figure 1 shows a yielded state defined by stresses σ_{1A} and σ_{1B} . Suppose that strain increments $\Delta\epsilon_1$ and $\Delta\epsilon_2$ are imposed, causing the stresses to change to σ_{2A} and σ_{2B} at point B. Plasticity theory says that some of the strain increment is an elastic increment and the remainder is plastic flow. The elastic part of the strain causes the change in stress. The plastic part causes no change in stress. This is why the behavior is referred to as elastic-plastic. For yield of an e-p-p material under uniaxial stress there is no stress change after yield. Hence, all of the strain after yield is plastic strain.

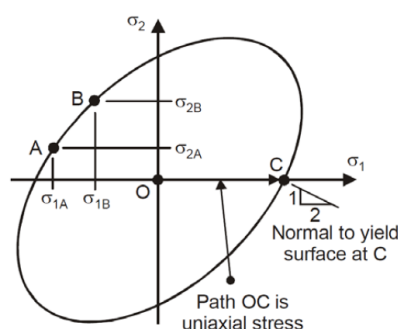


Ilustración 156: Parametric P-M2-M3 Hinge Model

Además de esta, da otras indicaciones como la de análisis de curvas “Stress-Strain”, de optimización de cargas o de propiedades del material que varían con respecto al tiempo.

- “Verification”: se trata posiblemente del **desplegable con más interés de cara a** un usuario de nivel básico como puede ser **cualquier alumno**. Ofrece un gran número de ejemplos para cada caso de análisis y tipo de estructura, como se muestra en la *Ilustración 157*.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

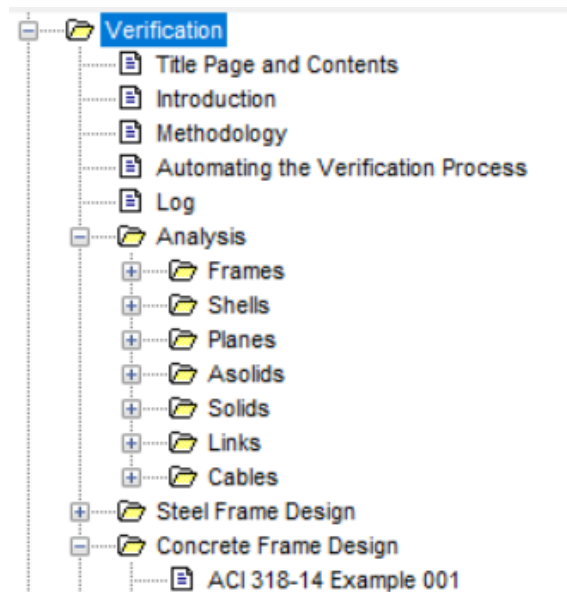


Ilustración 157: Desplegable "Verification"

Por ejemplo, en la *Ilustración 158* se puede ver cómo SAP2000 define un ejercicio de carga de temperatura en una barra, para pasar a continuación a enseñar al usuario cómo la puede realizar.

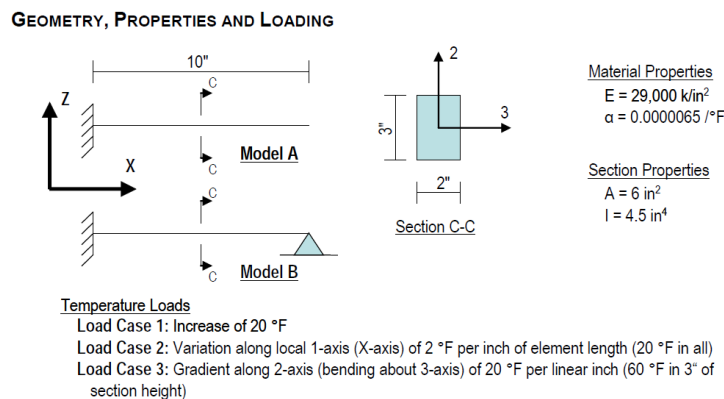


Ilustración 158: Tutorial de introducción de carga de temperatura

- "Licensing Guides": gestión de licencias "Standalone".

Como se puede comprobar el correcto uso de este comando, normalmente olvidado por los usuarios, puede resultar de una gran ayuda a la hora de introducir, por ejemplo, nuevos tipos de cargas o gestionar de hipótesis de mayor complejidad, debido a la manera tan simple y efectiva con la que CSI se ha encargado de documentar todas estas **infinidad de posibilidades**.

Cronograma de aprendizaje en SAP2000

En el ámbito educativo, donde las horas disponibles para prácticas de las distintas asignaturas es limitado, no es viable el uso de programas cuyo tiempo de aprendizaje conlleve, en la mayoría de los casos, más de pocos minutos. En estas prácticas lo importante no es saber utilizar el programa en profundidad, sino poder comprobar las soluciones de los ejemplos realizados a mano y, tras ello, obtener soluciones de problemas cuya resolución manual sería inviable.

Por otra parte, es habitual que en las asignaturas del ámbito de análisis de barras y estructuras se utilicen **simplificaciones** con el fin de ayudar a entender los problemas y, especialmente, facilitar su resolución manual.

Debido a todo esto, es habitual que para cada asignatura (incluso para cada tema) se utilice un **software muy específico y**, al estar enfocado a la resolución de un tipo concreto de problemas, normalmente **muy sencillo**. A este respecto, surgen dos problemas:

- Multitud de softwares utilizados (necesitando cada uno su proceso de aprendizaje).
- Programas no utilizados de manera profesional, debido a su limitada capacidad.

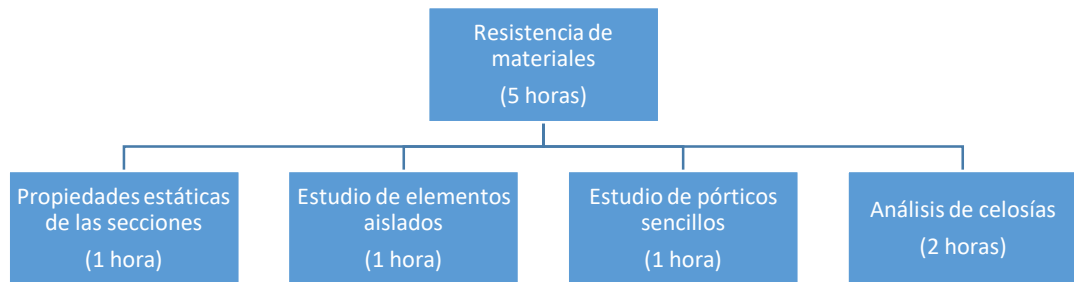
Los diferentes softwares profesionales integran infinidad de capacidades, muchas de ellas avanzadas, que en ocasiones exceden el alcance de los conocimientos impartidos en las clases básicas del grado (incorporan conocimientos propios de niveles de postgrado).

Todo lo visto hasta ahora, debe ser integrado en el sistema educacional, de tal forma que puede ser resumido como un “**curso de veintiuna horas**”, impartido a lo largo del grado.

Para realizar este cronograma, se van a tomar como referencia las horas asignadas a prácticas de laboratorio durante el curso 2019/2020.

- Resistencia de Materiales: actualmente, esta asignatura cuenta con un total de 5 horas de prácticas de ordenador. Atendiendo a estas horas, a los contenidos que soporta y al hecho de que es la primera asignatura en impartirse del departamento, una posible distribución de las horas, podría ser la siguiente:

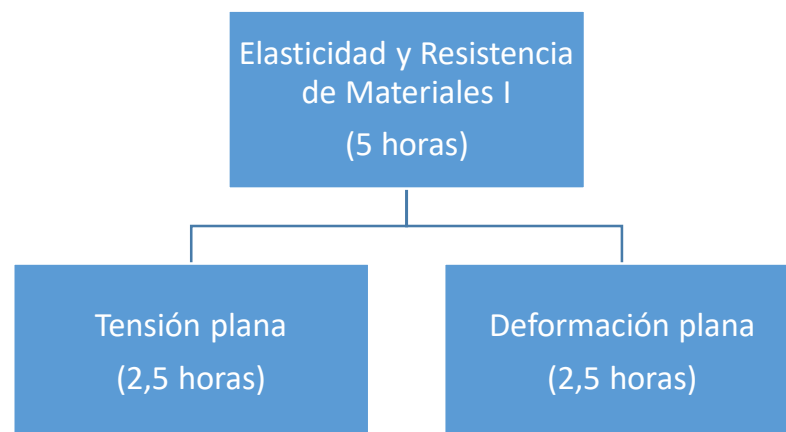
Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000



En esta asignatura se debe tener en cuenta, como se ha dicho anteriormente, que es la primera asignatura del departamento en impartirse, por lo que puede ser vital en la inculcación de ciertos conceptos de la materia en el alumno.

El hecho de que se logre que el alumnado comprenda a la perfección los términos de esfuerzos, tensiones y giros, supondría un gran avance de cara a la comprensión general del estudio de pórticos y, en el caso de esta asignatura, de celosías.

- Elasticidad y Resistencia de Materiales I: continuando con el programa, sobre esta asignatura se asignan 5 horas de prácticas. Esta asignatura se basa en el análisis mediante las hipótesis de tensión plana y deformación plana, por lo que el total de las horas de laboratorio, se utilizarán para ello (a partes iguales).



En esta asignatura se repite el mismo problema que se planteaba en Resistencia de Materiales; y es que la comprensión inicial de los conceptos de tensión y deformación plana no es para nada trivial. Por ello, un buen uso de las horas de laboratorio puede suponer un gran avance.

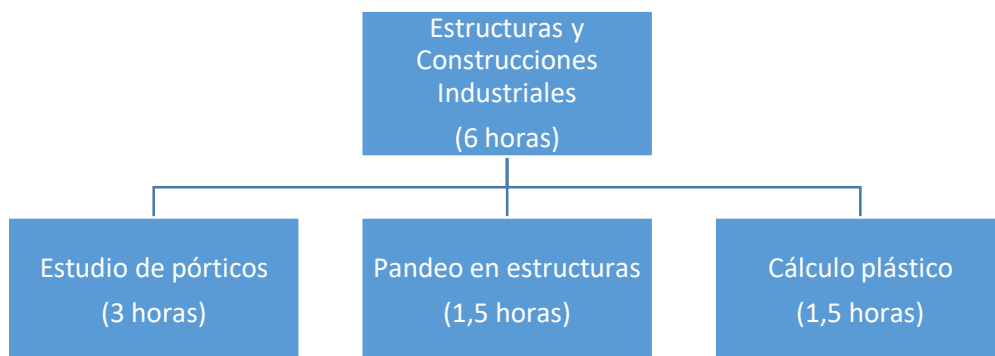
Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

- Elasticidad y Resistencia de Materiales II: para terminar con el bloque de elasticidad, se dota de 5 horas de laboratorio a esta asignatura. En este caso, los temas tratados coinciden con los de RM, aunque de mayor complejidad, a los cuales hay que sumar el estudio de pandeo.



Las horas asignadas en esta asignatura aparentemente no son suficientes, debido al tiempo que lleva realizar un análisis de celosías (especialmente en los programas educativos) y la gran complejidad que puede alcanzar el estudio del pandeo en estructuras.

- Estructuras y Construcciones Industriales: como última asignatura obligatoria del departamento, ECI cuenta con un total de 6 horas de prácticas, que se estructuran de esta manera:



Estas seis horas de laboratorio servirán para coger los últimos conceptos restantes establecidos, y el perfeccionamiento de la comprensión de las asignaturas del departamento.

Este cronograma podría verse ampliado en caso de tener en cuenta las asignaturas optativas (estructuras metálicas, estructuras de hormigón,...), o incluso las pertenecientes al máster impartido en las Escuela de Ingenieros Industriales de la Uva.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Se puede intuir que, para dominar el funcionamiento de un programa tan completo como SAP2000, un “curso” de veintiuna horas, no es suficiente. Pero por el contrario, estas horas pueden ser de gran utilidad para el desarrollo de un alumno en el ámbito que abarcan estas asignaturas.

Curva de aprendizaje

De manera paralela a las horas de laboratorio de cada asignatura, se ha realizado una aproximación sobre las necesarias para que **el alumno se adapte de manera suficiente al programa de cálculo**. En ningún momento se trata de que el alumno domine al completo el software, sino que se busca la resolución de cualquier tipo de problema que pueda surgir en la asignatura correspondiente.

Los datos calculados aparecen en la *Tabla 6*:

Tabla 6: Tiempos de aprendizaje por software

	MDSolids	Cespla	MEFI	MdrFx	SAP2000
Propiedades estáticas	1h	-	-	-	0,75h
Elementos aislados	0,5h	0,5h	-	0,5h	1,25h
Celosías	-	0,5h	-	0,5h	0,5h
Pórticos	-	0,5h	-	0,5h	1h
Elasticidad plana	-	-	2h	-	1,5h
Pandeo	-	-	-	-	1,5h
Cálculo plástico	-	-	-	-	1h

Aparentemente, los tiempos de aprendizaje empleados en SAP2000 con respecto al resto de programas educacionales son más altos. Por el contrario, teniendo en cuenta que el tiempo de aprendizaje empleado en cada software educacional es acumulable, el tiempo total empleado resulta menor.

Es decir, en el caso concreto de elementos aislados, el tiempo de aprendizaje de SAP2000 puede rondar la hora y cuarto; muy superior a la media hora aproximada para el resto de programas. Pero se debe tener en cuenta que la media hora de MDSolids y Cespla se imparten en las clases de Resistencia de Materiales, la de MdrFx en Estructuras y Construcciones Industriales, lo cual supone un total de una hora y media invertida en adecuar al alumno al uso de estos tres programas. En cambio, se reduciría veinticinco minutos si solo se impartiera mediante SAP2000.

Puede parecer un tiempo insignificante, pero si se realiza el cálculo del total de horas invertidas, se produce un **ahorro aproximado de dos horas** en total (teniendo en cuenta el tiempo invertido actualmente para aprender el uso de SAP2000).

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

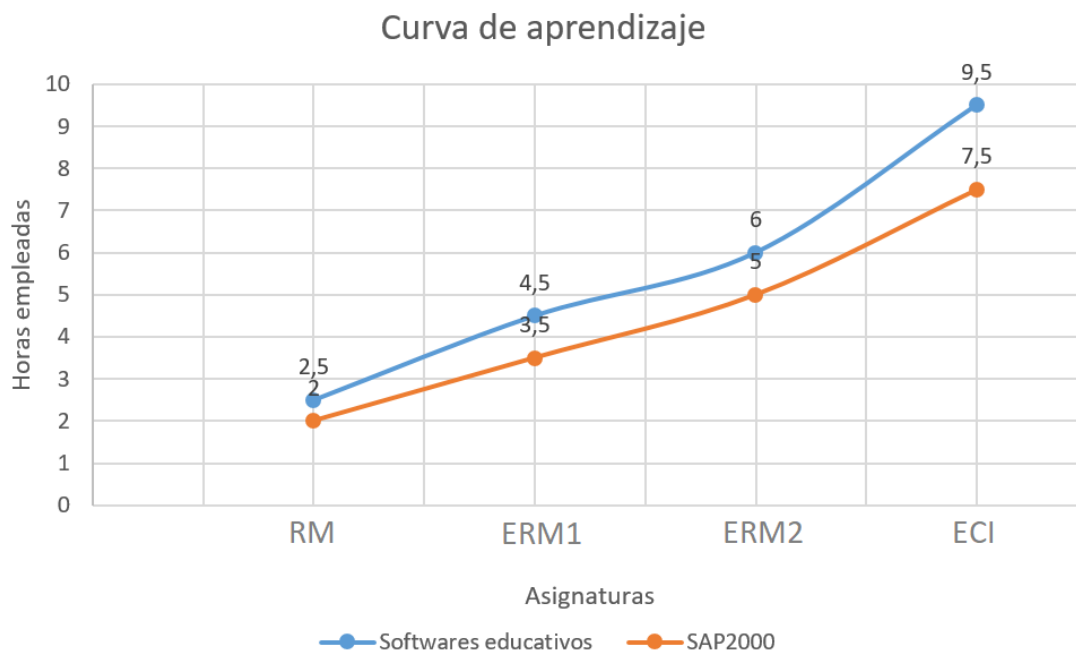


Ilustración 159: Gráfico de horas de aprendizaje acumuladas

Como se muestra en la *Ilustración 159*, el total de horas empleadas en el aprendizaje para realizar análisis de elementos mediante ordenador es elevado, por lo que se debe tratar minimizar todo lo posible.

Se debe tener en cuenta que, según lo visto anteriormente, un ahorro de dos horas en el aprendizaje de software puede suponer ganar el tiempo necesario para impartir las lecciones de pandeo y cálculo plástico de una manera más adecuada.

Conclusiones.

A lo largo del TFG, se ha realizado un análisis en profundidad de las prácticas de laboratorio realizadas en el departamento de MMCTE, que actualmente se desarrollan casi en su totalidad mediante software no profesional, como MDSolids, MEFI, ... Dichos softwares se han utilizado para resolver determinados ejemplos de verificación (más concretamente, los realizados en los laboratorios actualmente) y se ha comprobado que los resultados obtenidos son correctos. Paralelamente, se ha comprobado que los resultados a estos mismos ejercicios realizados con SAP2000 también son acertados, validando así este software como una alternativa válida.

Aunque los programas educativos sean fáciles de usar, no son en ningún caso intuitivos, e implican un periodo de adaptación para que el alumnado sea capaz de utilizarlos con fluidez. A este respecto SAP2000 necesita aún más indicaciones para comenzar a usarlo.

En cualquier caso, se ha demostrado como el tiempo empleado para aprender SAP2000 es de aproximadamente dos horas menor que el del resto de programas como conjunto. Esto representa la primera gran ventaja que se puede obtener mediante la sustitución de todos los programas establecidos hasta ahora por el uso de SAP2000, y se trata de la sencillez que se obtiene al **unificar** todos los softwares.

Por otro lado SAP2000, aun siendo profesional, **permite retocar** ciertas opciones para adaptarlas a **las hipótesis** simplificativas de algunas prácticas concretas, como es el caso de las de cálculo plástico, para poder realizar los ejemplos de clase.

El esfuerzo invertido en el aprendizaje de este software (que además sería más reducido) no es en vano, y es que los conocimientos en este programa pueden ser interesantes de cara a una futura **proyección profesional** del alumno. De hecho, es usual que gente que quiere iniciarse en el software, deba acudir a cursos de formación (por supuesto, de pago).

Por otra parte, como inconveniente, se encuentra el problema que existe con las licencias en la Universidad de Valladolid. En caso de que se tome la decisión de utilizar este programa en las asignaturas del grado, la UVa debería de asegurarse de que el número de licencias sea suficiente para que el total de alumnos pueda trabajar de forma independiente, sin tener ningún tipo de problema.

Repercusiones

En este TFG en concreto, destacarían las repercusiones **tanto sociales como económicas**. En el primer caso, se puede distinguir entre varios aspectos de la sociedad:

- Profesorado: facilidad a la hora de preparar e impartir las lecciones relacionadas con este software.
- Alumnado: mejora en la comprensión de los aspectos relacionados con el cálculo estructural. Este punto derivará en un aumento en la calidad de los ingenieros graduados en la Universidad de Valladolid.
- Resto de la sociedad: el hecho de formar ingenieros calculistas de estructuras con mejores cualidades conducirá a una sociedad con edificaciones más eficientes; lo cual se traduce en reducción de materiales empleados, ahorro energético, edificios más resistentes a catástrofes, ...

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

Por otra parte, a pesar de producirse una inversión económica considerable para comprar las licencias necesarias del software (una licencia educacional completa cuesta en torno a 100€), contribuirá a la amortización de las salas de ordenadores situadas en las sedes de la Escuela. Y además, supondrá un ahorro considerable en los alumnos interesados en dedicarse al cálculo estructural, ya que como se ha dicho anteriormente, los cursos de formación en SAP2000 tienen un precio elevado.

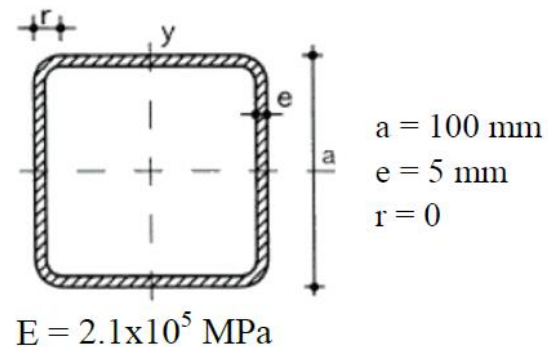
Bibliografía

- CSI. (Enero de 2020). *CSI España - SAP 2000*. Obtenido de <https://www.csiespana.com/software/2/sap2000#>
- Lizarza, J. T. (s.f.). *Depósito Académico Digital de la Universidad de Navarra*. Obtenido de <https://dadun.unav.edu/handle/10171/19070>
- MDSolids. (s.f.). *MDSolids. Educational Software for Mechanics of Materials*. Obtenido de <https://web.mst.edu/~mdsolids/>
- Megson, T. (2020). *Structural and Stress Analysis* (4 ed.). Leeds, Inglaterra: Butterworth-Heinemann.
- Universidad Politécnica de Cartagena. (s.f.). *Departamento de Estructuras y Construcción de la Universidad Politécnica de Cartagena*. Obtenido de <https://www.upct.es/~deyc/software/mefi.php>
- UNNE, F. d. (s.f.). <http://www.ing.unne.edu.ar/>. Obtenido de http://ing.unne.edu.ar/pub/e3_cap5.pdf

Anexos

Anexo 1

Referido a los problemas realizados en RM.



Descripción de la estructura a analizar

Las estructuras que se van a analizar en esta práctica son del mismo tipo que las que se han considerado en la PRÁCTICA Nº 4: ENSAYO SOBRE ESTRUCTURAS DE BARRAS realizada en el laboratorio.

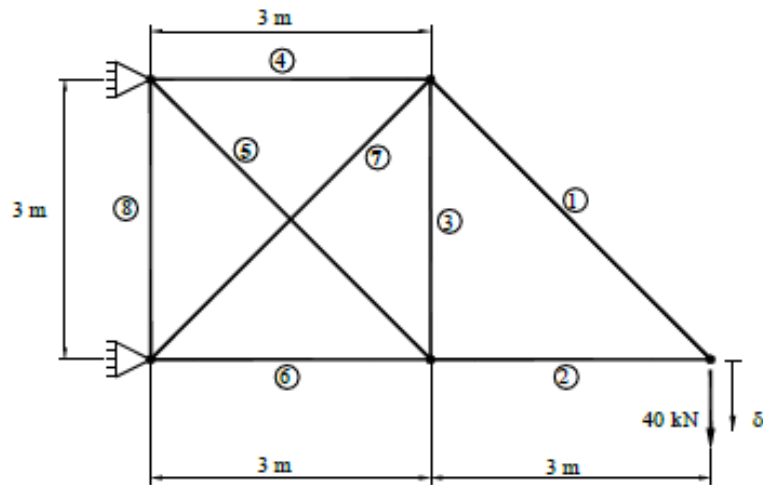


Figura 1. Estructura hiperestática

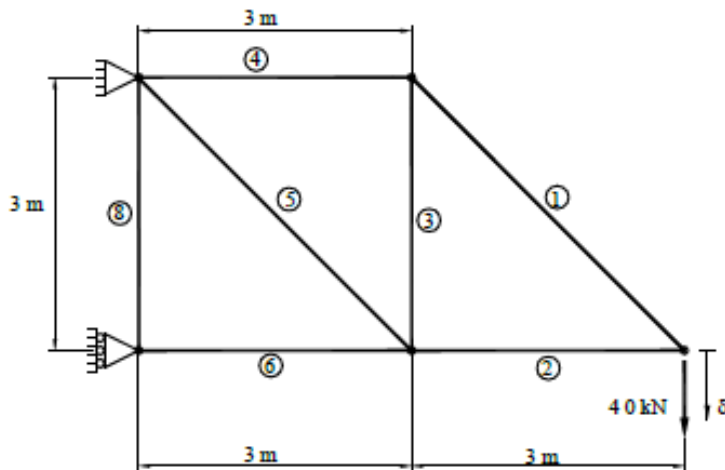


Figura 2. Estructura isostática

En la Figura 1 se muestra la primera de ellas. Se trata de una estructura hiperestática formada por barras de sección tubular circular de 50 · 4mm, hechas de acero S275 (módulo de elasticidad de valor $2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$). La única carga que actúa es de valor $P=40 \text{ kN}$ y se pretende obtener el desplazamiento δ del nudo donde se aplica dicha carga y en la dirección de la misma, así como los valores máximos de los esfuerzos internos en las barras, suponiendo en primer lugar que todos sus nudos son articulados y, en segundo lugar, que todos sus nudos son rígidos, a fin de comparar resultados.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

La segunda estructura a analizar se ha dibujado en la Figura 2. Se ha obtenido de la estructura anterior por eliminación de una diagonal (la barra 7), por lo que es isostática. Se pretende realizar los mismos tipos de análisis que antes. Es decir, en primer lugar suponiendo que todos sus nudos son articulados y, en segundo lugar, que todos ellos son rígidos, a fin de comparar resultados entre sí y con los obtenidos en la estructura anterior.

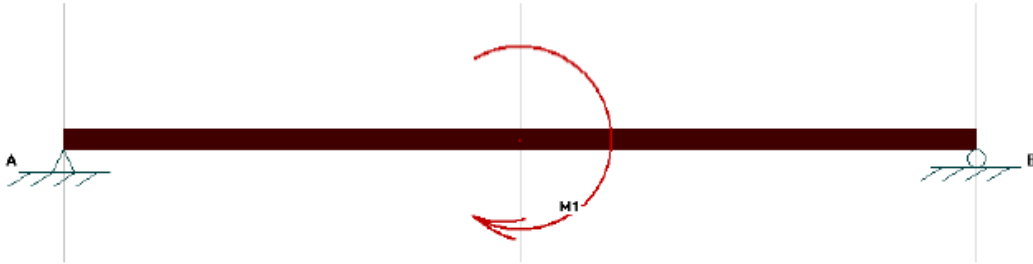
2.5 Descripción del método a seguir

1. Arrancar el programa Cálculo de estructuras (Cespla)
2. Analizar la estructura hiperestática mostrada en la Figura 1, suponiendo que todos sus nudos son articulados.
3. Rellenar la parte de la Memoria de Prácticas correspondiente a la estructura que acaba de analizar.
4. Analizar la estructura isostática mostrada en la Figura 2, suponiendo que todos sus nudos son articulados.
5. Rellenar la parte de la Memoria de Prácticas correspondiente a la estructura que acaba de analizar.
6. Analizar la estructura isostática mostrada en la Figura 2, suponiendo que todos sus nudos son rígidos.
7. Rellenar la parte de la Memoria de Prácticas correspondiente a la estructura que acaba de analizar.
8. Analizar la estructura hiperestática mostrada en la Figura 1, suponiendo que todos sus nudos son rígidos.
9. Rellenar la parte de la Memoria de Prácticas correspondiente a la estructura que acaba de analizar.
10. Cerrar el programa Cálculo de estructuras.
11. Acabar de rellenar la Memoria de Prácticas y entregársela al profesor.

Anexo 2

Correspondiente con los ejercicios de ERM2.

Se analizará una viga biapoyada con un momento en el centro $M1 = 3000 \text{ N}\cdot\text{mm}$. La distancia entre apoyos es de 800 mm. La viga es de acero ($E = 200 \text{ GPa}$), con una sección de $20 \times 4 \text{ mm}$, orientada como en la práctica de laboratorio.

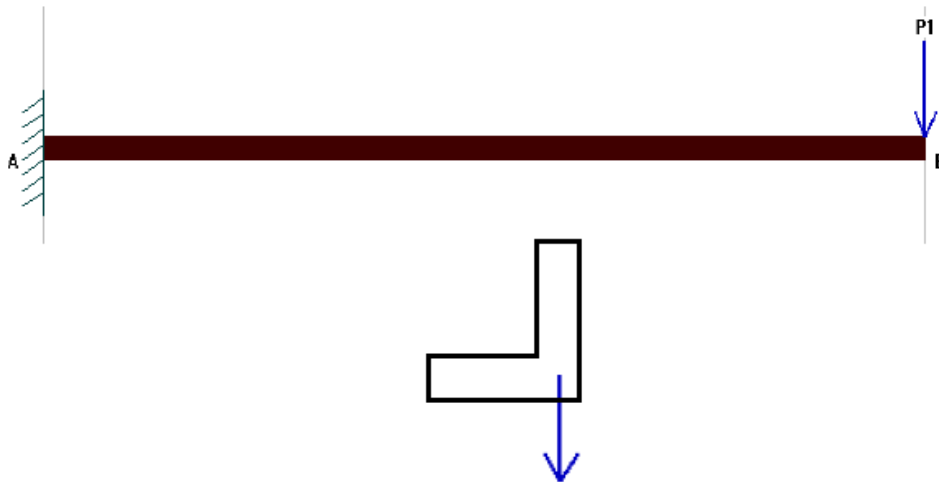


Angular: $25.4 \times 25.4 \times 3.175 \text{ mm}$

Longitud de la viga: 500 mm

Material: Aluminio. $E = 69 \text{ GPa}$

$P1 = 3 \text{ kgf} = 29,4 \text{ N}$

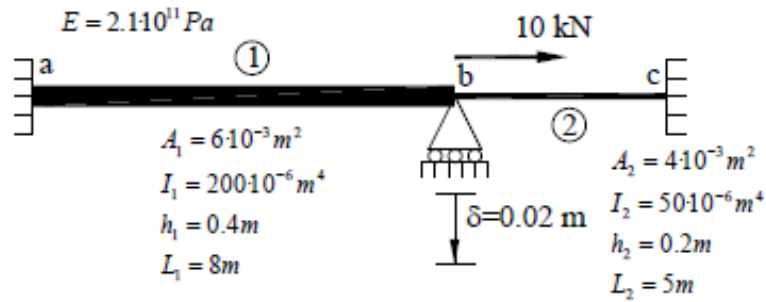


Anexo 3

Correspondiente al Ejemplo 1 de ECI

Ejemplo (EJ1):

➤ **Enunciado**

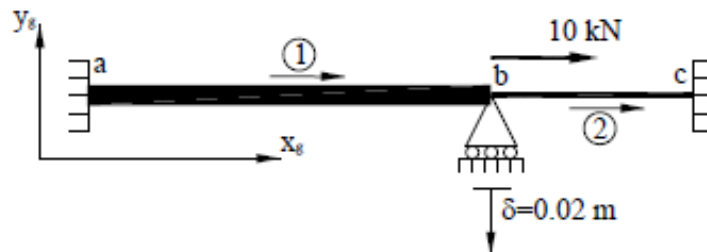


Resolver mediante el MDR para obtener:

$$\begin{array}{ccc}
 \underline{u}_a & \underline{F}_a & \delta_{\max} \\
 \underline{u}_b & \underline{F}_b & (\sigma_{eq})_{\max} \\
 \underline{u}_c & \underline{F}_c &
 \end{array}$$

- Diagramas de esfuerzos
- Deformada de la estructura

➤ **Solución**



- Establecer el sistema global más adecuado
- Discretizar: identificar barras y nodos
- Establecer la estructura de los vectores \underline{F}_{est} y \underline{u}_{est}

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

$$\underline{F}_{est} = \begin{pmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{F}_b \\ \underline{F}_c \end{pmatrix} \text{ y } \underline{u}_{est} = \begin{pmatrix} \underline{u}_a \\ \underline{u}_b \\ \underline{u}_c \end{pmatrix}$$

- o Ensamblar \underline{K}_{est}

$$\underline{K}_{est} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa}^1 & \underline{K}_{ab}^1 & \underline{0} \\ \underline{SIM} & \underline{K}_{bb}^1 + \underline{K}_{bb}^2 & \underline{K}_{bc}^2 \\ \underline{SIM} & \underline{SIM} & \underline{K}_{cc}^2 \end{bmatrix}$$

- o Calcular términos
Barra 1

$$\underline{K}^1 = (\underline{T}^1)^T \cdot \underline{K}_i^1 \cdot \underline{T}^1 = \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa}^1 & \underline{K}_{ab}^1 \\ \underline{SIM} & \underline{K}_{bb}^1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{T}^1 = \begin{bmatrix} \underline{L}^1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I}^1 \end{bmatrix} \quad \underline{L}^1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha^1 & \text{sen} \alpha^1 & 0 \\ -\text{sen} \alpha^1 & \cos \alpha^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha^1 = 0^\circ$$

$$\underline{K}^1 = \underline{k}_i^1 = \begin{bmatrix} EA_1/L_1 & 0 & 0 & -EA_1/L_1 & 0 & 0 \\ & 12EI_1/L_1^3 & 6EI_1/L_1^2 & 0 & -12EI_1/L_1^3 & 6EI_1/L_1^2 \\ & & 4EI_1/L_1 & 0 & -6EI_1/L_1^2 & 2EI_1/L_1 \\ & & & EA_1/L_1 & 0 & 0 \\ & SIM & & & 12EI_1/L_1^3 & -6EI_1/L_1^2 \\ & & & & & 4EI_1/L_1 \end{bmatrix}$$

Barra 2

$$\underline{\underline{K}}^2 = (\underline{\underline{T}}^2)^T \cdot \underline{\underline{K}}_i^2 \cdot \underline{\underline{T}}^2 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{10}^2 & \underline{\underline{K}}_{bc}^2 \\ \underline{\underline{K}}_{bc}^2 & \underline{\underline{K}}_{\alpha^2}^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{T}}^2 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{L}}^2 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{L}}^2 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{L}}^2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha^2 & \operatorname{sen} \alpha^2 & 0 \\ -\operatorname{sen} \alpha^2 & \cos \alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha^2 = 0^\circ$$

$$\underline{\underline{K}}^2 = \underline{\underline{k}}_i^2 = \begin{bmatrix} EA_2/L_2 & 0 & 0 & -EA_2/L_2 & 0 & 0 & & & & \\ & 12EI_2/L_2^3 & 6EI_2/L_2^2 & 0 & -12EI_2/L_2^3 & 6EI_2/L_2^2 & & & & \\ & & 4EI_2/L_2 & 0 & -6EI_2/L_2^2 & 2EI_2/L_2 & & & & \\ & & & EA_2/L_2 & 0 & 0 & & & & \\ & & & & 12EI_2/L_2^3 & -6EI_2/L_2^2 & & & & \\ & & & & & & SIM & & & \\ & & & & & & & 4EI_1/L_2 & & \\ & & & & & & & & & 4EI_1/L_2 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez de la estructura

$$\underline{\underline{K}}_{str} = \begin{bmatrix} EA/L_1 & 0 & 0 & -EA/L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12EI_1/L_1^3 & 6EI_1/L_1^2 & 0 & -12EI_1/L_1^3 & 6EI_1/L_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6EI_1/L_1^2 & 4EI_1/L_1 & 0 & -6EI_1/L_1^2 & 2EI_1/L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L_1 & 0 & 0 & E\left(\frac{A_1}{L_1} + \frac{A_2}{L_2}\right) & 0 & 0 & -EA/L_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12EI_1/L_1^3 & -6EI_1/L_1^2 & 0 & 12E\left(\frac{I_1}{L_1^3} + \frac{I_2}{L_2^3}\right) & 6E\left(\frac{I_2}{L_2^2} - \frac{I_1}{L_1^2}\right) & 0 & -12EI_2/L_2^3 & 6EI_2/L_2^2 & 6EI_2/L_2^2 \\ 0 & 6EI_1/L_1^2 & 2EI_1/L_1 & 0 & 6E\left(\frac{I_2}{L_2^2} - \frac{I_1}{L_1^2}\right) & 4E\left(\frac{I_1}{L_1} + \frac{I_2}{L_2}\right) & 0 & -6EI_2/L_2^2 & 2EI_2/L_2 & 2EI_2/L_2 \\ 0 & 0 & 0 & -EA/L_2 & 0 & 0 & EA_2/L_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12EI_2/L_2^3 & -6EI_2/L_2^2 & 0 & 12EI_2/L_2^3 & -6EI_2/L_2^2 & -6EI_2/L_2^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6EI_2/L_2^2 & 2EI_2/L_2 & 0 & -6EI_2/L_2^2 & 4EI_2/L_2 & 4EI_2/L_2 \end{bmatrix}$$

- Imponer las condiciones de contorno

$$\underline{F}_{ext} = \begin{pmatrix} F_{xa} \\ F_{ya} \\ M_a \\ 10000 \\ F_{yb} \\ 0 \\ F_{xc} \\ F_{yc} \\ M_c \end{pmatrix} \quad \underline{u}_{ext} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_b \\ -0.02 \\ \theta_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 10000 \\ 0 \end{pmatrix} - \left[6E \begin{pmatrix} 0 & \\ & \frac{I_2}{L_2} - \frac{I_1}{L_1} \end{pmatrix} \right] (-0.02) = \begin{bmatrix} E \left(\frac{A_1}{L_1} + \frac{A_2}{L_2} \right) & 0 \\ 0 & 4E \left(\frac{I_1}{L_1} + \frac{I_2}{L_2} \right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ \theta_b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_b \\ \theta_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00003072 \text{ m} \\ -0.0009643 \text{ rd} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} F_{xa} &= -4838.71 \text{ N} \\ F_{ya} &= 15890.625 \text{ N} \\ M_a &= 68625 \text{ N}\cdot\text{m} \\ F_{yb} &= -38480.625 \text{ N} \\ F_{xc} &= -5161.29 \text{ N} \\ F_{yc} &= 22590.0 \text{ N} \\ M_c &= -54450 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

- Comprobar equilibrio (a nivel de estructura)

- Esfuerzos
Barra 1

$$\underline{F}_l^1 = \underline{k}_l^1 \underline{u}_l^1 \quad \leftarrow \underline{u}_l^1 = \underline{T}^1 \underline{u}_g^1 = \underline{T}^1 \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \end{pmatrix}$$

$$\underline{F}_l^1 = \underline{k}_l^1 \underline{T}^1 \underline{u}_g^1$$

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

$$\begin{pmatrix} N_a^1 \\ V_a^1 \\ M_a^1 \\ N_b^1 \\ V_b^1 \\ M_b^1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa}^1 & k_{ab}^1 \\ k_{ba}^1 & k_{bb}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.00003072 \\ -0.02 \\ -0.0009643 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4838.71 \\ 15890.625 \\ 68625.0 \\ 4838.71 \\ -15890.625 \\ 58500.0 \end{pmatrix}$$

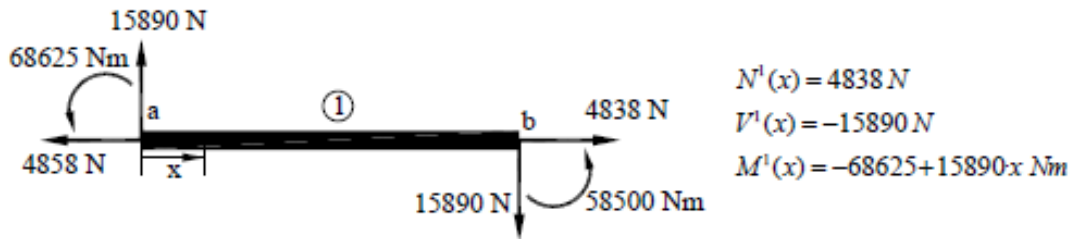
Barra 2

$$\underline{F}_t^2 = \underline{k}_t^2 \underline{u}_t^2 \longleftrightarrow \underline{u}_t^2 = \underline{T}^2 \underline{u}_g^2 = \underline{T}^1 \begin{pmatrix} u_b \\ u_c \end{pmatrix}$$

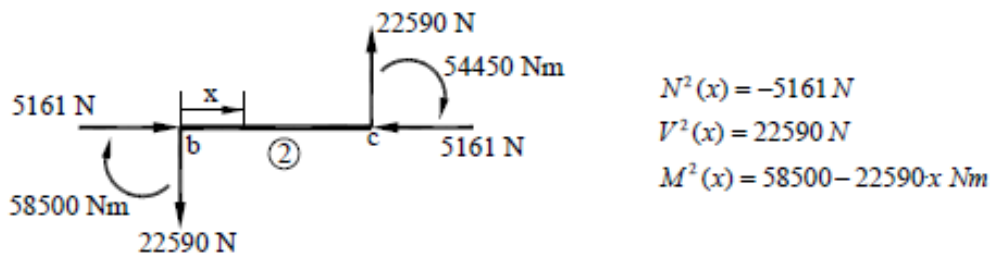
$$\begin{pmatrix} N_b^2 \\ V_b^2 \\ M_b^2 \\ N_c^2 \\ V_c^2 \\ M_c^2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{bb}^2 & k_{bc}^2 \\ k_{cb}^2 & k_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0.00003072 \\ -0.02 \\ -0.0009643 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5162.29 \\ -22590.0 \\ -58500.0 \\ -5161.29 \\ 22590.0 \\ -54450.0 \end{pmatrix}$$

- o Leyes de esfuerzos

Barra 1



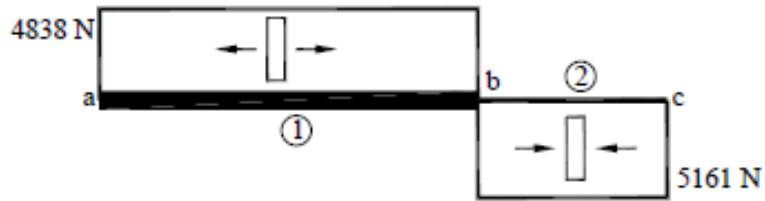
Barra 2



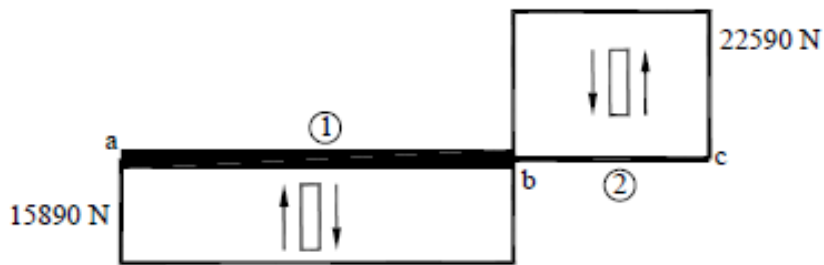
Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000

- Diagramas de esfuerzos (y comprobaciones)

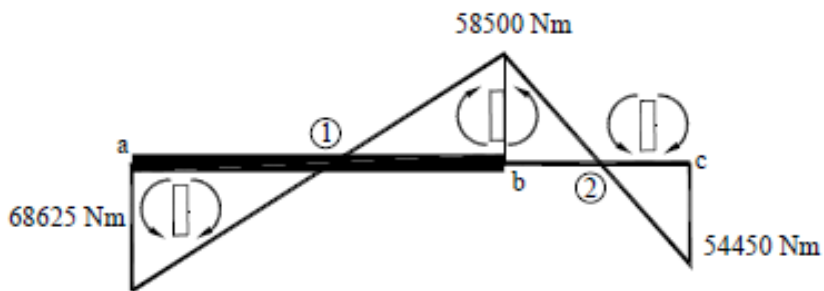
Axil



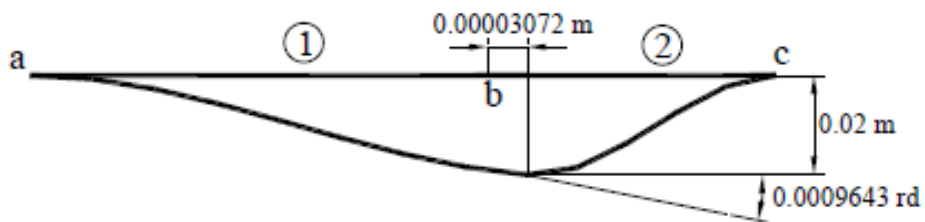
Cortante



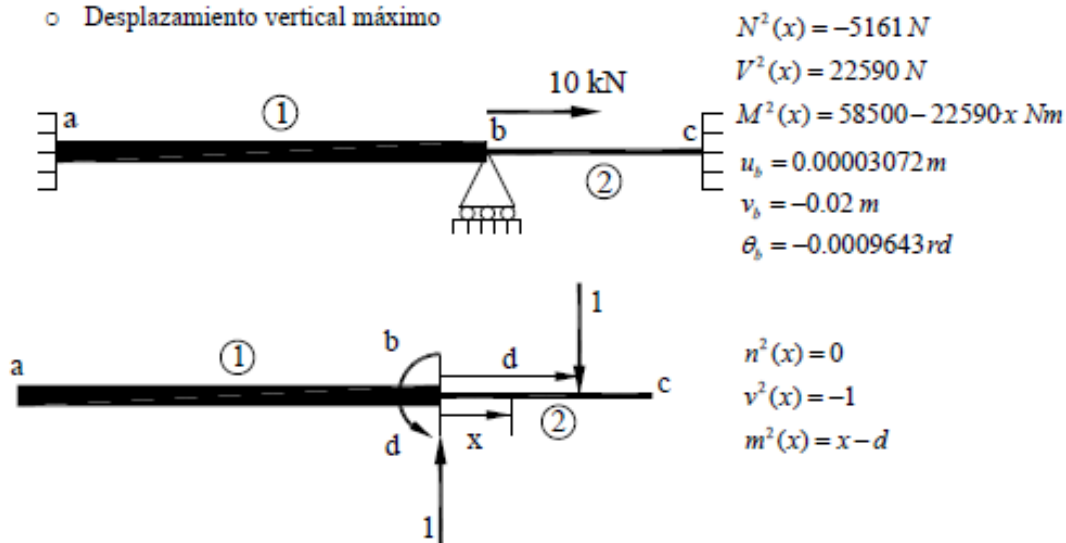
Flector



- Deformada aproximada (y comprobaciones)



- o Desplazamiento vertical máximo



Aplicamos el PFV:

$$\delta \cdot 1 - 10 \cdot 0.02 - d \cdot 0.0009643 = \int_0^d (58500 - 22590x) \frac{(x-d)}{EI_2} dx$$

$$\delta(d) = 0.02 + 0.0009643d - 0.002786d^2 + 0.0003586d^3$$

$$\frac{\partial \delta(d)}{\partial d} = 0 \begin{cases} \rightarrow d = 0.1793 \text{ m (valor máximo)} \\ \rightarrow d = 5 \text{ m (valor mínimo en c)} \end{cases}$$

$$\delta_{\max} = \delta(d = 0.1793 \text{ m}) = 0.0200854 \text{ m}$$

- o Tensión máxima

Von Mises $\rightarrow \sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

Tensiones normales

$$\sigma_a = \frac{4838}{A_1} + \frac{68625}{I_1} \cdot \frac{h_1}{2} = 69.4310^6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_b = \frac{5161}{A_2} + \frac{58500}{I_2} \cdot \frac{h_2}{2} = 118.2910^6 \text{ Pa}$$

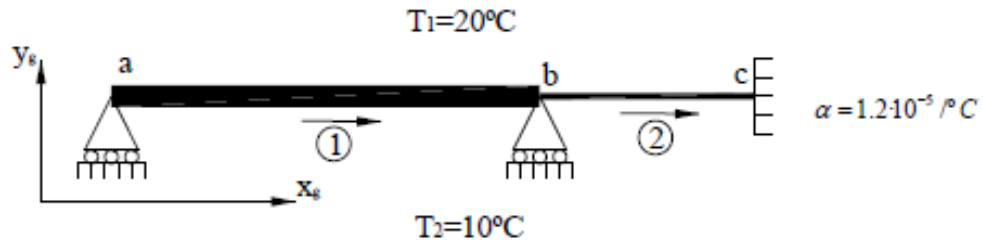
$$(\sigma_{eq})_{\max} = 118.29 \text{ MPa} \leq 275 \text{ MPa}$$

(sección b, barra 2)

Anexo 4

Correspondiente al Ejemplo 4 de ECI

Ejemplo (EJ4):



➤ **Solución**

$$\underline{F}_{ext} + \underline{F}_{eq} = \underline{K}_{ext} \underline{u}_{ext}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{F}_b \\ \underline{F}_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{F}_{eq,a} \\ \underline{F}_{eq,b} \\ \underline{F}_{eq,c} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa}^1 & \underline{K}_{ab}^1 & 0 \\ \underline{K}_{ba}^1 + \underline{K}_{bb}^2 & \underline{K}_{bb}^2 & 0 \\ \underline{K}_{bc}^2 & \underline{K}_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_a \\ \underline{u}_b \\ \underline{u}_c \end{pmatrix}$$

○ **Fuerzas equivalentes**

Barra 1

$$\underline{F}_{eq}^1 = -(\underline{T}^1)^T \cdot \underline{F}_{exp}^1 = -(\underline{T}^1)^T \cdot \underline{k}_1^1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\alpha \cdot L_1 \cdot \frac{T_1 + T_2}{2} \\ \alpha \cdot L_1^2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{2 \cdot h_1} \\ \alpha \cdot L_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{h_1} \end{pmatrix}$$

Barra 2

$$\underline{F}_{eq}^2 = -(\underline{T}^2)^T \cdot \underline{F}_{exp}^2 = -(\underline{T}^2)^T \cdot \underline{k}_2^2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\alpha \cdot L_2 \cdot \frac{T_1 + T_2}{2} \\ \alpha \cdot L_2^2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{2 \cdot h_2} \\ \alpha \cdot L_2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{h_2} \end{pmatrix}$$

○ Sistema de ecuaciones y condiciones de contorno

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_{ya} \\ 0 \\ 0 \\ F_{yb} \\ 0 \\ F_{xc} \\ F_{yc} \\ M_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -226800 \\ 0 \\ 12600 \\ 75600 \\ 0 \\ -6300 \\ 151200 \\ 0 \\ -6300 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{aa}^1 & \underline{\underline{K}}_{ab}^1 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{SIM}} & \underline{\underline{K}}_{bb}^1 + \underline{\underline{K}}_{bb}^2 & \underline{\underline{K}}_{bc}^2 \\ & & \underline{\underline{K}}_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ \theta_a \\ u_b \\ 0 \\ \theta_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

○ Resolver

Desplazamientos y giros

$$\begin{aligned} u_a &= -0.00234 \text{ m} \\ \theta_a &= 0.00086087 \text{ rd} \\ u_b &= -0.0009 \text{ m} \\ \theta_b &= -0.000521739 \text{ rd} \end{aligned}$$

Reacciones

$$\begin{aligned} F_{ya} &= 1335.326 \text{ N} \\ F_{yb} &= -2650.1087 \text{ Nm} \\ F_{xc} &= 0 \text{ N} \\ F_{yc} &= 1314.7826 \text{ N} \\ M_c &= 4108.6956 \text{ Nm} \end{aligned}$$

○ Esfuerzos

Barra 1

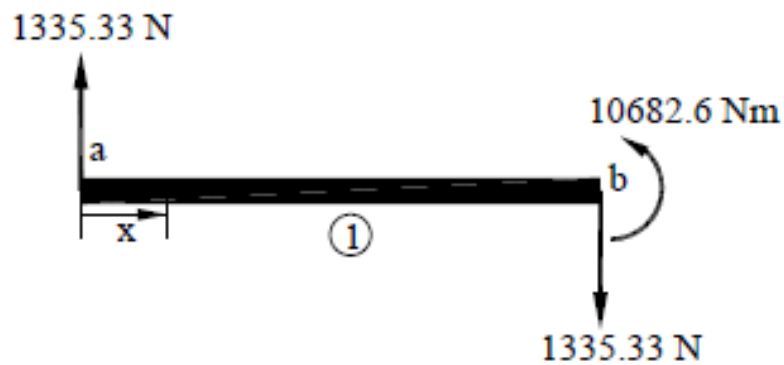
$$\begin{pmatrix} N_a^1 \\ V_a^1 \\ M_a^1 \\ N_b^1 \\ V_b^1 \\ M_b^1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{k}}^1 \cdot \underline{\underline{T}}^1 \begin{pmatrix} -0.00234 \\ 0 \\ 0.00086087 \\ -0.0009 \\ 0 \\ -0.000521739 \end{pmatrix} + \underline{\underline{F}}_{emp}^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1335.33 \\ 0 \\ 0 \\ -1335.33 \\ 10682.6 \end{pmatrix}$$

Barra 2

$$\begin{pmatrix} N_b^2 \\ V_b^2 \\ M_b^2 \\ N_c^2 \\ V_c^2 \\ M_c^2 \end{pmatrix} = \underline{k}^2 \cdot \underline{T}^2 \cdot \begin{pmatrix} -0.0009 \\ 0 \\ -0.000521739 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{F}_{emp}^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1314.78 \\ -10682.6 \\ 0 \\ 1314.78 \\ 4108.70 \end{pmatrix}$$

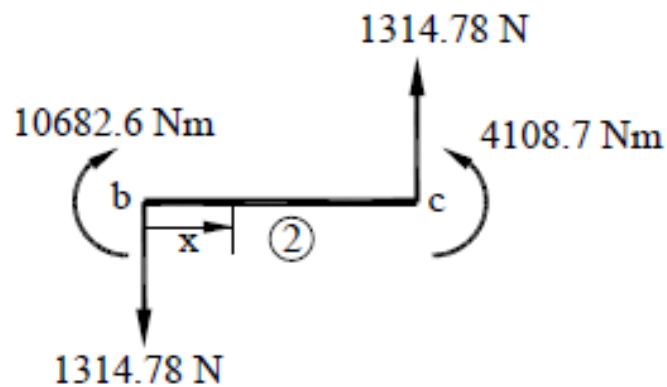
o Leyes de esfuerzos

Barra 1



$$\begin{aligned} N^1(x) &= 0 \text{ N} \\ V^1(x) &= -1335.33 \text{ N} \\ M^1(x) &= 1335.33 \cdot x \text{ Nm} \end{aligned}$$

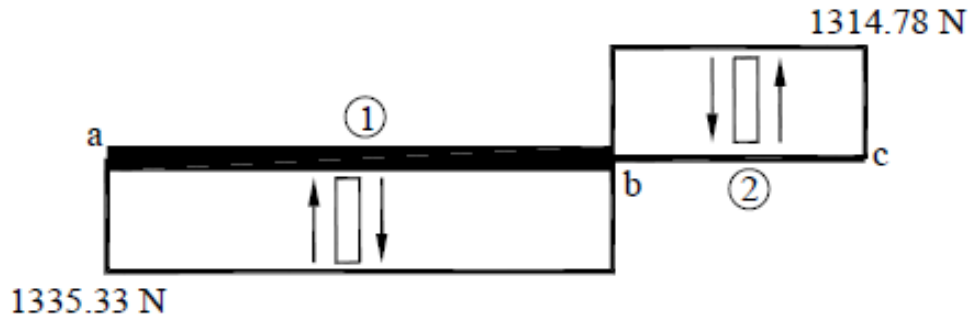
Barra 2



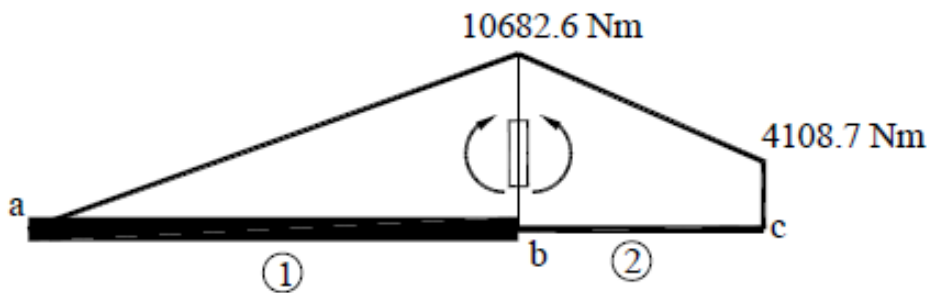
$$\begin{aligned} N^2(x) &= 0 \text{ N} \\ V^2(x) &= 1314.78 \text{ N} \\ M^2(x) &= 10682.6 - 1314.78 \cdot x \text{ Nm} \end{aligned}$$

o Diagramas de esfuerzos

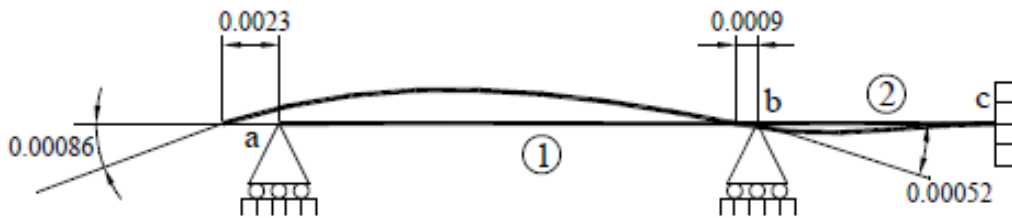
Cortante



Flector



o Deformada de la estructura



Cálculo. Barra 1.

$$\frac{d^2v^1}{dx^2} = \frac{M^1(x)}{E \cdot I_1} - \alpha \frac{(T_1 - T_2)}{h_1}$$

Ecuación diferencial sujeta a las condiciones de contorno:

$$v^1(0) = 0$$

$$\left. \frac{dv^1}{dx} \right|_{x=0} = \theta_a = 0.00086087$$

Integrando se obtiene la ley de desplazamientos:

$$v^1 = 0.00086087x - 0.00015x^2 + 5.2989 \cdot 10^{-6} \cdot x^3$$

Y el desplazamiento máximo se calcula:

$$\frac{dv^1}{dx} = 0; \quad x = 3.53 \text{ m}$$

$$v_{\max}^1 = v^1(x = 3.53 \text{ m}) = 0.0014 \text{ m}$$

Cálculo. Barra 2.

$$\frac{d^2v^2}{dx^2} = \frac{M^2(x)}{E \cdot I_2} - \alpha \frac{(T_1 - T_2)}{h_2}$$

$$v^2(0) = 0$$

$$\left. \frac{dv^2}{dx} \right|_{x=0} = \theta_b = -0.000521739$$

Integrando de nuevo llegamos a:

$$v^2 = -5.21739 \cdot 10^{-4} \cdot x - 2.087 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 2.087 \cdot 10^{-5} \cdot x^3$$

$$\frac{dv^2}{dx} = 0; \quad x = 1.67 \text{ m}$$

$$v_{\max}^2 = v^2(x = 1.67 \text{ m}) = -0.00039 \text{ m}$$

Cálculo. Desplazamiento longitudinal.

Barra 1

$$\frac{du^1}{dx} = \alpha \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

$$u^1(0) = u_a = -0.00234$$

Y resulta:

$$u^1 = -0.00234 + 0.00018 \cdot x$$

Barra 2

$$\frac{du^2}{dx} = \alpha \frac{(T_1 + T_2)}{2}$$

$$u^2(0) = u_b = -0.0009$$

Integrando:

$$u^2 = -0.0009 + 0.00018 \cdot x$$

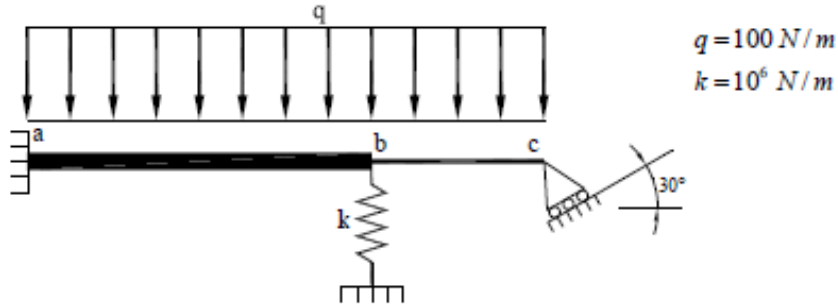
o Tensión máxima

$$\sigma_b = \frac{10682.6}{I_2} \frac{h_2}{2} = 2.137 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Anexo 5

Correspondiente al Ejemplo 5 de ECI

Ejemplo (EJ5):



➤ Fuerzas de empotramiento

$$\underline{F}_{emp}^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ q \cdot L_1/2 \\ q \cdot L_1^2/12 \\ 0 \\ q \cdot L_1/2 \\ -q \cdot L_1^2/12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 400.0 \\ 533.33 \\ 0 \\ 400.0 \\ -533.33 \end{pmatrix} \quad \underline{F}_{emp}^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ q \cdot L_2/2 \\ q \cdot L_2^2/12 \\ 0 \\ q \cdot L_2/2 \\ -q \cdot L_2^2/12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 250.0 \\ 208.33 \\ 0 \\ 250.0 \\ -208.33 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{F}_b \\ \underline{F}_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{F}_{eq,a} \\ \underline{F}_{eq,b} \\ \underline{F}_{eq,c} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa}^1 & & 0 \\ & \underline{K}_{bb}^1 + \underline{K}_{bb}^2 & \\ 0 & & \underline{K}_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_a \\ \underline{u}_b \\ \underline{u}_c \end{pmatrix}$$

Sistema nodal Incluir k del muelle Sistema nodal

➤ Sistema nodal (c)

$$\alpha_c = 30^\circ \quad \underline{L}_c = \begin{pmatrix} \cos \alpha_c & \text{sen} \alpha_c & 0 \\ -\text{sen} \alpha_c & \cos \alpha_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

➤ Apoyo elástico (b)

$$\underline{F}_b = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{y,b} \\ 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ v_b \\ \theta_b \end{pmatrix} = -\underline{k} \underline{u}_b$$

➤ Sistema de ecuaciones modificado

$$\begin{pmatrix} \underline{F}_a \\ \underline{0} \\ \underline{F}_{n,c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{F}_{eq,a} \\ \underline{F}_{eq,b} \\ \underline{L}_c \cdot \underline{F}_{eq,c} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa}^1 & \underline{K}_{ab}^1 & \underline{0} \\ (\underline{K}_{ab}^1)^T & (\underline{K}_{bb}^1 + \underline{K}_{bb}^2 + k) & \underline{K}_{bc}^2 \cdot \underline{L}_c^T \\ \underline{0} & \underline{L}_c \cdot (\underline{K}_{bc}^2)^T & \underline{L}_c \cdot \underline{K}_{cc}^2 \cdot \underline{L}_c^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_a \\ \underline{u}_b \\ \underline{u}_{n,c} \end{pmatrix}$$

➤ Condiciones de contorno

$$\begin{pmatrix} F_{za} \\ F_{ya} \\ M_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{zn,c} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -400.0 \\ -533.33 \\ 0 \\ -650.0 \\ 325.0 \\ -125.0 \\ -216.51 \\ 208.33 \end{pmatrix} = \underline{[K]_{est}}_{MODIFICADA} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_b \\ v_b \\ \theta_b \\ u_{n,c} \\ 0 \\ \theta_c \end{pmatrix}$$

➤ Resolver

$$\begin{aligned} u_b &= -1.13127 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ v_b &= -0.00035 \text{ m} \\ \theta_b &= -0.00002632 \text{ rd} \\ u_{n,c} &= -2.53110 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ \theta_c &= 0.0001427 \text{ rd} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{za} &= 178.17 \text{ N} \\ F_{ya} &= 641.14 \text{ N} \\ M_a &= 1636.08 \text{ Nm} \\ F_{zn,c} &= 356.35 \text{ N} \end{aligned}$$

○ En coordenadas globales

$$\begin{pmatrix} u_c \\ v_c \\ \theta_c \end{pmatrix} = (\underline{L}_c)^T \begin{pmatrix} u_{n,c} \\ 0 \\ \theta_c \end{pmatrix} = (\underline{L}_c)^T \begin{pmatrix} -2.53110 \cdot 10^{-6} \\ 0 \\ 0.0001427 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.192 \cdot 10^{-6} \\ -1.265 \cdot 10^{-6} \\ 0.0001427 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_{xc} \\ F_{yc} \\ M_c \end{pmatrix} = (\underline{L}_c)^T \begin{pmatrix} F_{m,c} \\ F_{j,c} \\ M_c \end{pmatrix} = (\underline{L}_c)^T \begin{pmatrix} 0 \\ 356.35 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -178.17 \\ 308.61 \\ 0 \end{pmatrix}$$

➤ Muelle

$$\begin{pmatrix} F_{xb} \\ F_{yb} \\ M_b \end{pmatrix} = -k \begin{pmatrix} u_b \\ v_b \\ \theta_b \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ v_b \\ \theta_b \end{pmatrix}$$

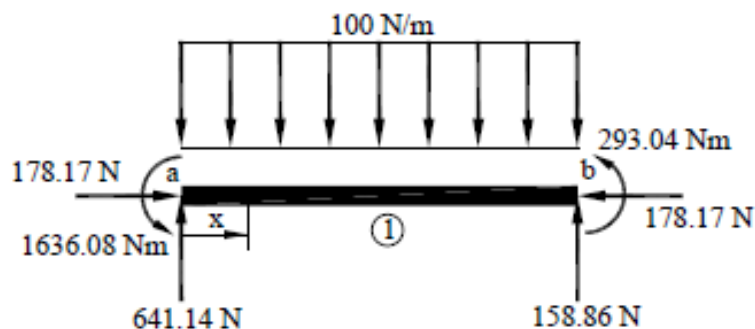
$$F_{yb} = -k v_b = -10^6 \cdot (-0.00035) = 350.25 \text{ N}$$

➤ Esfuerzos

$$\begin{pmatrix} N_a^1 \\ V_a^1 \\ M_a^1 \\ N_b^1 \\ V_b^1 \\ M_b^1 \end{pmatrix} = \underline{k}_t^1 \cdot \underline{T}^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1.1312710^{-6} \\ -0.00035 \\ -0.00002632 \end{pmatrix} + \underline{F}_{emp}^1 = \begin{pmatrix} 178.17 \\ 641.14 \\ 1636.08 \\ -178.17 \\ 158.86 \\ 293.04 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N_b^2 \\ V_b^2 \\ M_b^2 \\ N_c^2 \\ V_c^2 \\ M_c^2 \end{pmatrix} = \underline{k}_t^2 \cdot \underline{T}^2 \begin{pmatrix} -1.1312710^{-6} \\ -0.00035 \\ -0.00002362 \\ -2.19210^{-6} \\ -1.26510^{-6} \\ 0.0001427 \end{pmatrix} + \underline{F}_{emp}^2 = \begin{pmatrix} 178.17 \\ 191.40 \\ -293.04 \\ -178.17 \\ 308.61 \\ 0 \end{pmatrix}$$

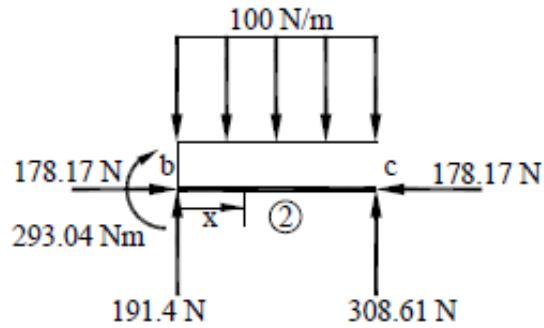
➤ Leyes de esfuerzos



$$N(x) = -178.17 \text{ N}$$

$$V(x) = -641.14 + 100 \cdot x \text{ N}$$

$$M(x) = -1636.08 + 641.14 \cdot x - 50 \cdot x^2 \text{ Nm}$$



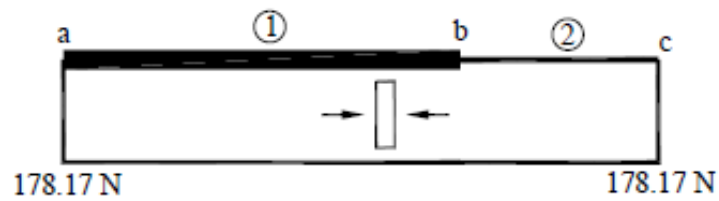
$$N(x) = -178.17 \text{ N}$$

$$V(x) = -191.4 + 100 \cdot x \text{ N}$$

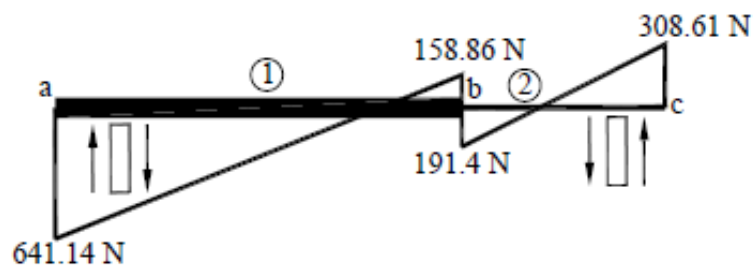
$$M(x) = 293.04 + 191.4 \cdot x - 50 \cdot x^2 \text{ Nm}$$

➤ Diagramas de esfuerzos

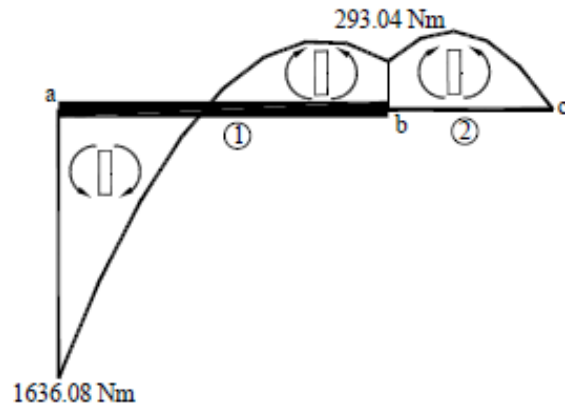
- Axil



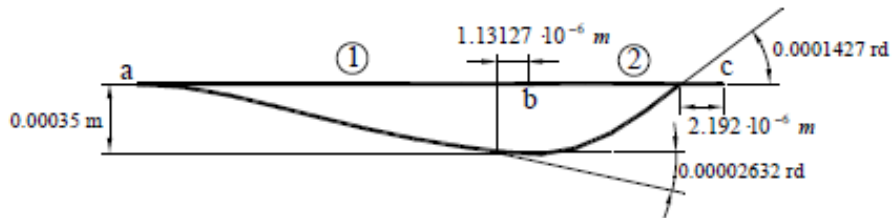
- Cortante



o Flector



➤ Deformada



➤ Valores máximos

$$\delta_{\max} = v^2 (0.7739 \text{ m}) = 0.000361 \text{ m}$$

$$\sigma_a = \frac{178.17}{A_1} + \frac{1636.08}{I_1} \cdot \frac{h_1}{2} = 1.666 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

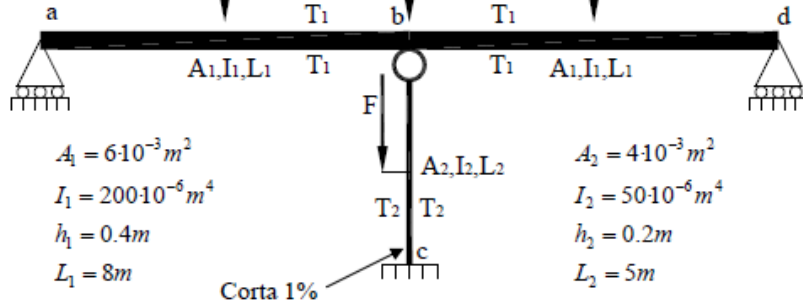
Anexo 6

Correspondiente al Ejemplo 7 de ECI.

Ejemplo (EJ7):

$F = 1000 \text{ N}$
 $T_1 = T_2 = 10^\circ \text{ C}$

$E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
 $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} / ^\circ \text{ C}$
 $\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$

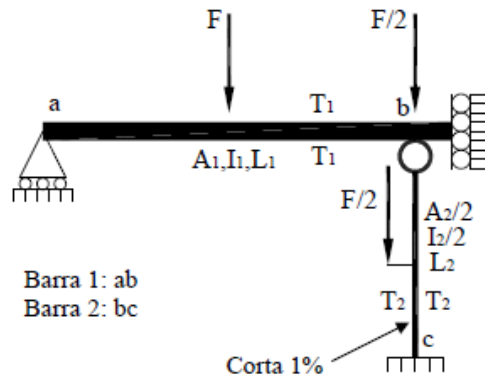


Resolver mediante el MDR para obtener:
 Diagramas de esfuerzos
 Deformada de la estructura

Nota: considerar el peso propio en el análisis

➤ **Solución**

○ **Simetría**




$$\begin{pmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{eq,a} \\ F_{eq,b} \\ F_{eq,c} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{aa}^1 & \underline{\underline{K}}_{ab}^1 & 0 \\ \underline{\underline{K}}_{ba}^1 & \underline{\underline{K}}_{bb}^1 + \underline{\underline{K}}_{bb}^2 & \underline{\underline{K}}_{bc}^2 \\ SIM & & \underline{\underline{K}}_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix}$$

○ Matrices de rigidez elementales en globales

Barra 1

$$\underline{\underline{K}}^1 = (\underline{\underline{T}}^1)^T \cdot \underline{\underline{K}}_i^1 \cdot \underline{\underline{T}}^1 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{aa}^1 & \underline{\underline{K}}_{ab}^1 \\ SIM & \underline{\underline{K}}_{bb}^1 \end{bmatrix}$$


$$\underline{\underline{T}}^1 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{L}}^1 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{L}}^1 \end{bmatrix} \quad \alpha^1 = 0^\circ \quad \underline{\underline{L}}^1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha^1 & \text{sen} \alpha^1 & 0 \\ -\text{sen} \alpha^1 & \cos \alpha^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


$$\underline{\underline{K}}^1 = \underline{\underline{k}}_i^1 = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 \\ 0 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L & 0 \\ SIM & & EA/L & 0 & 0 & 0 \\ & & & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 \\ & & & & 4EI/L & 0 \end{bmatrix}$$

$A = A_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
 $I = I_1 = 200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$
 $L = 8 \text{ m}$

Barra 2

$$\underline{\underline{K}}^2 = (\underline{\underline{T}}^2)^T \cdot \underline{\underline{K}}_i^2 \cdot \underline{\underline{T}}^2 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{bb}^2 & \underline{\underline{K}}_{bc}^2 \\ SIM & \underline{\underline{K}}_{cc}^2 \end{bmatrix}$$

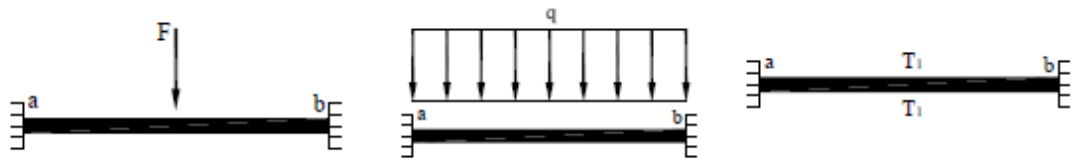
$$\underline{\underline{T}}^2 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{L}}^2 & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{L}}^2 \end{bmatrix} \quad \alpha^2 = -90^\circ \quad \underline{\underline{L}}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


$$\underline{\underline{K}}^2 = \begin{bmatrix} 3EI/L^3 & 0 & 0 & -3EI/L^3 & 0 & 3EI/L^2 \\ EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ SIM & & 3EI/L^3 & 0 & -3EI/L^2 & 0 \\ & & & EA/L & 0 & 0 \\ & & & & 3EI/L & 0 \end{bmatrix}$$

$A = A_2/2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
 $I = I_2/2 = 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$
 $L = 5 \text{ m}$

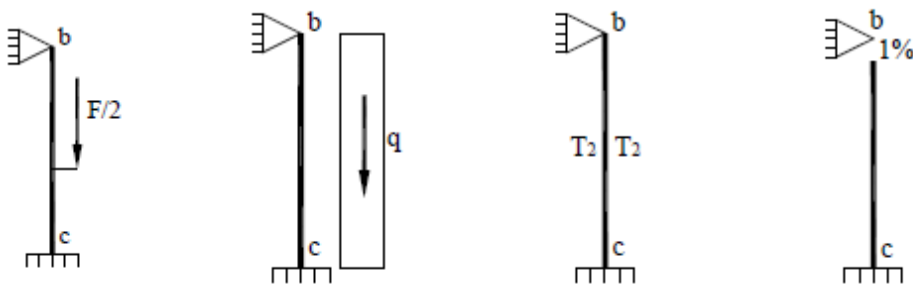
○ Fuerzas de empotramiento

Barra 1



$$\underline{F}_{emp}^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \\ 1000 \\ 0 \\ 500 \\ -1000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1812.89 \\ 2417.18 \\ 0 \\ 1812.89 \\ -2417.18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 151200 \\ 0 \\ 0 \\ -151200 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 151200 \\ 2312.89 \\ 3417.18 \\ -151200 \\ 2312.89 \\ -3417.8 \end{pmatrix}$$

Barra 2



$$\underline{F}_{emp}^2 = \begin{pmatrix} -250 \\ 0 \\ 0 \\ -250 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -377.685 \\ 0 \\ 0 \\ -377.685 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50400 \\ 0 \\ 0 \\ -50400 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4.2 \cdot 10^6 \\ 0 \\ 0 \\ 4.2 \cdot 10^6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4150228 \\ 0 \\ 0 \\ 4148972 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

○ Sistema de ecuaciones y condiciones de contorno

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_{ya} \\ 0 \\ F_{xb} \\ -500 \\ M_b \\ F_{xc} \\ F_{yc} \\ M_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -151200 \\ -2312.89 \\ -3417.18 \\ 151200 \\ -4152541 \\ 3417.18 \\ 0 \\ 4148972 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{aa}^1 & \underline{\underline{K}}_{ab}^1 & 0 \\ \underline{\underline{K}}_{ba}^1 & \underline{\underline{K}}_{bb}^1 + \underline{\underline{K}}_{bb}^2 & \underline{\underline{K}}_{bc}^2 \\ \underline{\underline{K}}_{ca}^1 & \underline{\underline{K}}_{cb}^2 & \underline{\underline{K}}_{cc}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_a \\ \theta_a \\ v_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} u_a = -0.00096 \text{ m} \\ \theta_a = -0.00940725 \text{ rd} \\ v_b = -0.0493041 \text{ m} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} F_{ya} = 13805.6 \text{ N} \\ F_{xb} = 0 \text{ N} \\ M_b = 91941.8 \text{ Nm} \\ F_{xc} = 0 \text{ N} \\ F_{yc} = -7424.46 \text{ N} \\ M_c = 0 \text{ Nm} \end{matrix}$$

○ Esfuerzos

Barra 1

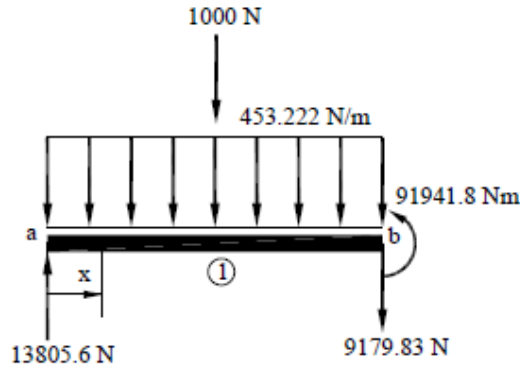
$$\begin{pmatrix} N_a^1 \\ V_a^1 \\ M_a^1 \\ N_b^1 \\ V_b^1 \\ M_b^1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{k}}_i^1 \cdot \underline{\underline{T}}^1 \begin{pmatrix} -0.00096 \\ 0 \\ -0.00940725 \\ 0 \\ -0.0493041 \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{F}}_{emp}^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 13805.6 \\ 0 \\ 0 \\ -9179.83 \\ 91941.8 \end{pmatrix}$$

Barra 2

$$\begin{pmatrix} N_b^2 \\ V_b^2 \\ M_b^2 \\ N_c^2 \\ V_c^2 \\ M_c^2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{k}}_i^2 \cdot \underline{\underline{T}}^2 \begin{pmatrix} 0 \\ -0.0493041 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \underline{\underline{F}}_{emp}^2 = \begin{pmatrix} -8679.83 \\ 0 \\ 0 \\ 7424.46 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

○ **Leyes de esfuerzos**

Barra 1



Tramo 1

$$x \leq L_1/2$$

$$V^1(x) = -13805.6 + 453.222 \cdot x \text{ N}$$

$$M^1(x) = 13805.6 \cdot x - 453.222 \cdot \frac{x^2}{2} \text{ Nm}$$

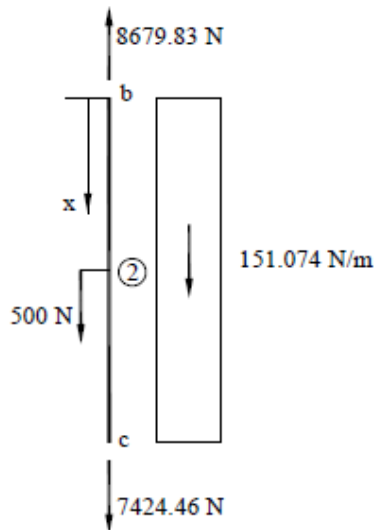
Tramo 2

$$x > L_1/2$$

$$V^1(x) = -12805.6 + 453.222 \cdot x \text{ N}$$

$$M^1(x) = 4000 + 12805.6 \cdot x - 226.611 \cdot x^2 \text{ Nm}$$

Barra 2



Tramo 1

$$x \leq L_2/2$$

$$N^2(x) = 8679.83 - 151.074 \cdot x \text{ N}$$

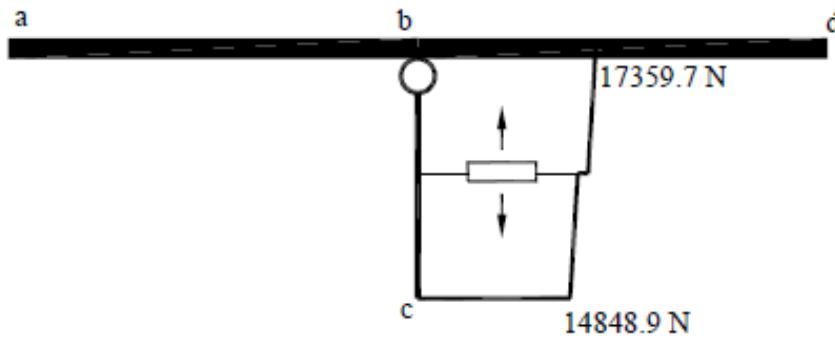
Tramo 2

$$x > L_2/2$$

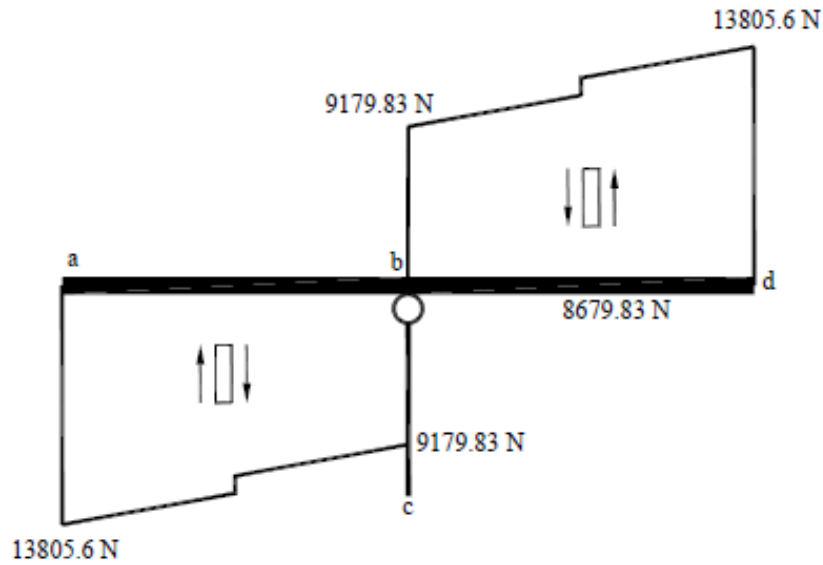
$$N^2(x) = 8179.83 - 151.074 \cdot x \text{ N}$$

○ Diagramas de esfuerzos

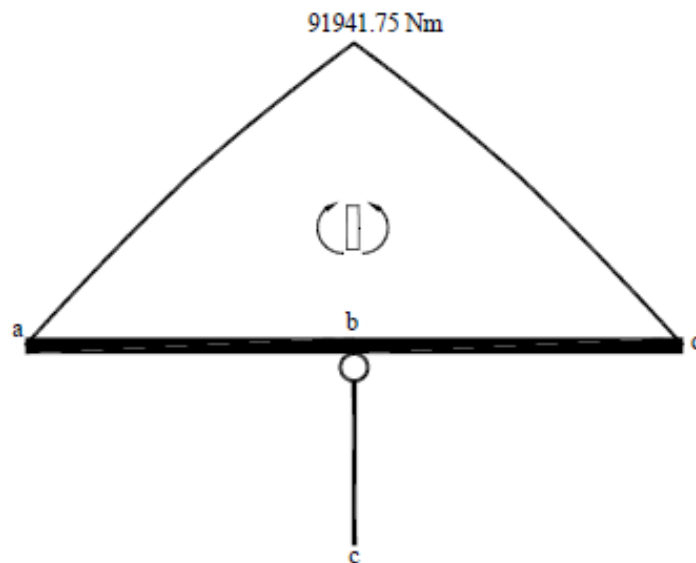
Axil



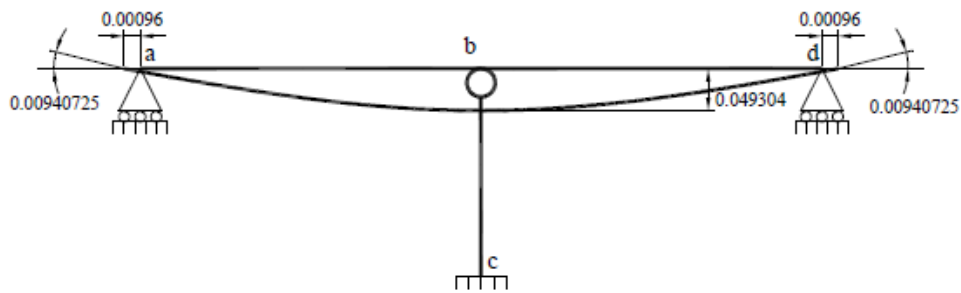
Cortante



Flector



○ Deformada de la estructura



○ Valores máximos

$$\delta_{\max} = v^1(8 \text{ m}) = 0.049304 \text{ m}$$

$$\sigma^1(8 \text{ m}) = \frac{91941.75}{I_1} \cdot \frac{h_1}{2} = 91.94 \text{ MPa}$$

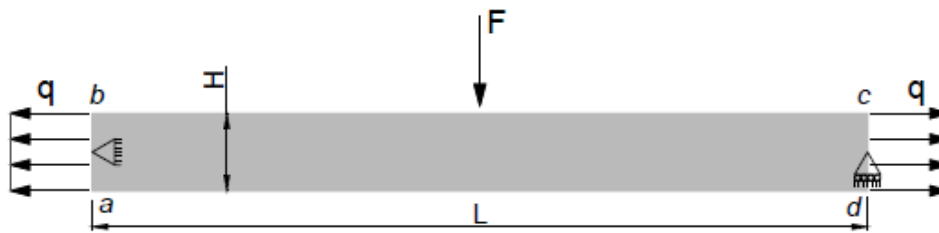
Anexo 7

Correspondiente al Problema 1 de ERM1.

Problema 1

Viga bi-apoyada

La figura representa una pletina de longitud L y sección rectangular $t \times H$:



Donde $L = 1$ m, $H = 10$ cm, $F = 1\ 000$ N (aplicada en el punto medio) y $q = 10$ kN/m. Los apoyos están aplicados en el punto medio de su arista corta. El espesor (en la dirección perpendicular al papel) es de $t = 1$ cm, el material es acero S275 y se empleará la hipótesis de tensión plana.

- Realiza el modelo de la viga completa en SAP2000, aplicando las cargas F y q en patrones de carga diferentes.
- Atendiendo solamente a la carga q , compara la solución teórica* tanto en desplazamientos (horizontales y verticales) como en tensiones con la que se obtiene al modificar la malla del modelo. Como la solución computacional depende del mallado, propón un mallado que proporcione una solución *suficientemente aproximada* con el mínimo número de elementos.
- Sustituye la carga q por una fuerza puntual P equivalente ubicada en el punto medio de esa arista y compara ambas soluciones (con q y con P) en puntos cercanos a los extremos de la placa y en su punto medio. Comprueba la veracidad del principio de Saint-Venant.
- Ahora sustituye la carga q por una distribución lineal que pase por cero en el punto medio de su arista y alcance $\pm q$ en los extremos de la misma. Interpreta la solución obtenida.
- Tras aplicar la carga F , identifica el valor del desplazamiento vertical máximo, así como las tensiones máximas junto al punto en el que se producen. Compara esos resultados con los aproximados** de Resistencia de Materiales.
- Combina las dos cargas, F y q , y comprueba si se satisface el principio de superposición tanto para los desplazamientos como para las tensiones.

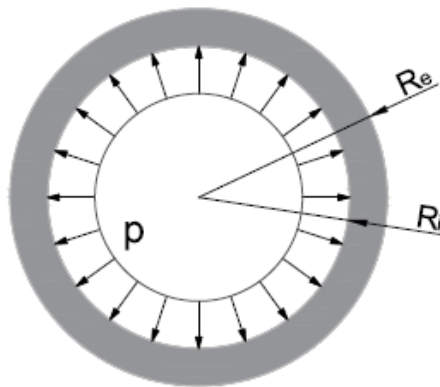
Anexo 8

Correspondiente al Problema 3 de ERM1.

Problema 3

Tubería a presión

Una tubería de 10 metros de longitud convenientemente sujeta en sus extremos tiene una sección transversal circular hueca como la siguiente:



Donde $R_e = 20\text{cm}$, $R_i = 15\text{cm}$. La tubería es de acero S275 y está sometida a una presión interna de $P = 10\text{MPa}$ manométrico.

- Realiza el modelo de un cuarto (90°) de la sección transversal en SAP2000 escogiendo adecuadamente la hipótesis de estado bidimensional.
- Puesto que el problema es axisimétrico se puede disminuir esa porción angular arbitrariamente. Realiza el modelo para diferentes ángulos (45° , 22.5° , etc.) y comprueba la convergencia de las soluciones tanto en tensiones (σ_r , σ_θ) como en desplazamientos (u_r , u_θ) en el punto medio del espesor.

Anexo 9

Perteneciente a la Práctica 5.1 de ECI.

Práctica 5

Parte 1. Pandeo global con SAP2000

Objetivo

Aprender a utilizar las opciones que ofrece SAP2000 para la resolución de un problema de pandeo global resolviendo con él un ejemplo de la asignatura.

Desarrollo

El ejemplo que se resolverá consiste en una viga continua de dos vanos, uno de longitud $2L$ y otro de longitud L , ambos con las mismas propiedades E , A e I , y sometida a una carga P de compresión como se muestra en la Figura 1. Ambas barras son de acero S275 y tienen de propiedades $A = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ e $I = 200 \cdot 10^6 \text{ m}^4$. La longitud $L = 5 \text{ m}$. El extremo c sufre una carga nodal como se muestra, que puedes suponer unitaria a efectos de cálculo de pandeo (es decir, $P = 1 \text{ N}$).

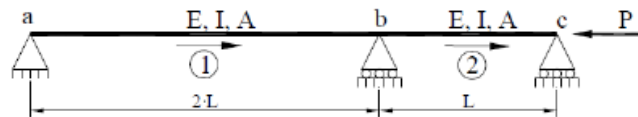


Figura 1. Modelo de ejemplo

Prepara el modelo siguiendo pasos similares a los explicados en la Práctica 1 pero adaptados al ejemplo que se va a analizar ahora. Debes crear un patrón de carga que incluya la carga puntual P y, con él, se creará automáticamente el caso de carga estático lineal que ya conoces. Realiza el correspondiente análisis estático y responde a las cuestiones 1 y 2 del cuestionario.

Anexo 10

Perteneciente a la Práctica 5.1 de ECI.

Práctica 5

Parte 2. Cálculo plástico con SAP2000

Objetivo

Aprender a utilizar las opciones que ofrece SAP2000 para la resolución de un problema de cálculo plástico resolviendo con él algunos ejemplos de la asignatura.

Desarrollo

El trabajo de esta parte de la práctica consistirá en resolver los tres problemas de cálculo plástico que se muestran en las Figuras 1, 12 y 13. Las barras de todos ellos tienen las mismas propiedades y dimensiones. Se guiará la resolución del primero de ellos para ilustrar cómo definir las rótulas plásticas y cómo configurar un caso de carga no lineal. Cuando termines, tendrás que resolver los otros dos pórticos que se proponen y contestar a sus correspondientes preguntas del cuestionario.

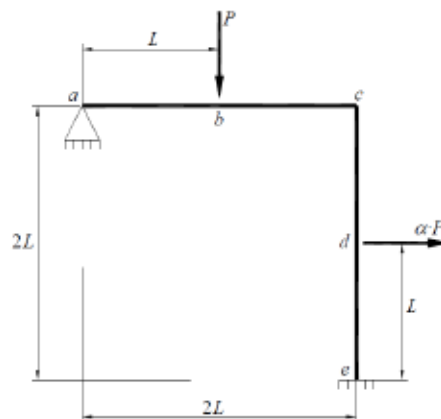


Figura 1. Enunciado del ejemplo

Las barras de la estructura mostrada en la Figura 1 son perfiles normalizados IPE300 de acero S275 y 10 m de longitud total ($L = 5$ m en el esquema). Para $\alpha = 4$, se trata de averiguar el valor de la carga P que produce el colapso completo de la estructura, el mecanismo de colapso con que lo hace, el orden en que se forman las rótulas plásticas y el desplazamiento máximo de algunos puntos (por ejemplo, de los puntos de aplicación de las cargas). Como se trata de calcular P , se puede suponer que inicialmente vale 1 N y el factor de carga que se calcule coincidirá con el valor de la propia carga P . Además, puedes incluir ambas cargas (P y αP) en el mismo patrón de cargas o asignarlas a patrones diferentes.

Propuesta de integración curricular (departamento de MMCTE) para prácticas de software profesional CAE: SAP2000