



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SEGOVIA

GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

*PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PARA
TRABAJAR EL CÁLCULO MENTAL A
TRAVÉS DE MATEMAGIA*



Autor: Pablo Velasco de Andrés

Tutor académico: Belén Palop del Río

RESUMEN

En este trabajo de fin de grado se presenta una propuesta de intervención para el estudio del cálculo mental a través de la matemagia.

La propuesta se ubica en los primeros días del curso académico como elemento motivador y para captar el interés por la asignatura desde el principio de curso. Está diseñada para los alumnos de cuarto curso de primaria, ya que es el primer curso en el que conocen las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), y las saben utilizar ágilmente.

Toda esta propuesta de intervención se encuadra dentro de un marco teórico en el que se puede observar lo que opinan los expertos sobre este tema, lo que dice la ley educativa sobre el estudio del cálculo mental y sobre la motivación de los alumnos.

En cuanto a la propuesta de intervención se trata de una unidad didáctica en la que se diseñan cinco sesiones de trabajo con diferentes actividades en cada una de ellas para lograr los objetivos propuestos.

Palabras clave: matemáticas, sentido numérico, cálculo mental, motivación, matemagia.

ABSTRACT

An intervention on mental arithmetic study through the use of Mathemagic is proposed in this final degree project.

It would be displayed on the course first weeks, used as a motivation element for the students. It is designed for a 4th course class because it is the first year they know basic mathematics commands (addition, subtraction, multiplication and division) and how to combine them wisely.

It is delimited by a theoretic review based on the texts and works from experts on this area. In addition, it is also shown the legal framework about mental arithmetic and students motivation.

Regarding the didactic proposal, it is divided into five work sessions. Each of them have different activities to aim the proposed goals.

Keywords: mathematics, number sense, mental arithmetic, motivation, mathemagic.

ÍNDICE

Introducción	7
Justificación	7
Objetivos	8
Fundamentación teórica	9
Competencia matemática.....	9
Cálculo mental y pensamiento matemático.....	9
Estrategias de cálculo.....	12
Matemagia.....	15
Propuesta de intervención	17
Introducción.....	17
Justificación.....	17
Objetivos y competencias que se trabajan en esta unidad.....	18
Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje.....	19
Evaluación.....	20
Interdisciplinariedad con temas transversales.....	21
Metodología.....	22
Recursos.....	23
Actividades y temporalización.....	24
Conclusiones	33
Referencias bibliográficas	34
Enlace para presentación	36

INDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1	28
Ilustración 2	28

Ilustración 3	29
Ilustración 4	29
Ilustración 5	30

INTRODUCCIÓN

El área de matemáticas ha sido objeto de estudio a lo largo de todos los sistemas educativos por su importancia en la vida del ser humano. Uno de los aspectos tratados en esta área es cálculo, objeto de estudio de este trabajo.

Lo primero que aparece en el trabajo es un marco teórico en el que se define y delimita la competencia matemática, el sentido numérico y el cálculo mental, las estrategias de cálculo y la matemagia, por ser esta la forma de trabajo elegida en la propuesta de intervención.

El estudio teórico incluye estrategias que no se tratan de forma explícita en la propuesta de intervención, por tratarse esta de una unidad de introducción y motivación. Pero los alumnos utilizarán las estrategias que consideren más útiles en cada caso, y que habrán sido estudiadas y practicadas en cursos anteriores.

Esta propuesta de intervención consiste en el diseño de objetivos y actividades basadas en ellos, cuya finalidad es motivar a los alumnos y trabajar el cálculo mental a través de trucos basados en las matemáticas.

JUSTIFICACIÓN

Se presenta en el trabajo de fin grado una unidad didáctica de cálculo mental en la que no se trabajarán contenidos nuevos por estar ubicada a principio de curso. Se trata por tanto, de una unidad de repaso de los contenidos de cálculo de los cursos anteriores, así como de una puesta en marcha atractiva en esta asignatura.

Por tratarse de una metodología versátil podríamos encajarlo en colegios que trabajen con diferentes formas de aprendizaje (Aprendizaje Basado en Proyectos, comunidades de aprendizaje...).

El tema tratado también es adaptable a diferentes proyectos o programaciones de distinta índole.

OBJETIVOS

Los objetivos de este trabajo los podríamos diferenciar en dos grupos: los objetivos generales y los objetivos personales. En cuanto a los primeros son los objetivos marcados por el propio trabajo y respecto a los segundos son los objetivos que yo, como individuo, pretendo conseguir con la elaboración de este trabajo.

Los objetivos de carácter general son los siguientes:

- Investigar sobre la matemagia y los autores más relevantes en este tema.
- Diseñar una propuesta educativa en el área de matemáticas.
- Implementar la propuesta educativa diseñada.
- Analizar los resultados una vez se haya llevado a la práctica esta propuesta educativa.

Los objetivos de carácter personal son los siguientes:

- Conocer e indagar sobre la asignatura de matemáticas y el tema de la matemagia.
- Diseñar una propuesta educativa motivadora para los alumnos.
- Crear una propuesta que se pueda adaptar a otros proyectos.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Competencia matemática

El estudio que se va a hacer sobre el cálculo mental está basado en la competencia matemática, que según el informe PISA del año 2004, es la capacidad para comprender el papel de las matemáticas dentro del mundo y utilizarlas cuando sea necesario en una situación teórica o real.

Teniendo esto en cuenta podemos afirmar que la competencia matemática incluye varios aspectos como la habilidad para interpretar y expresar precisa y claramente informaciones y datos; el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos; poner en práctica procesos de razonamiento encaminados a la resolución de problemas. Todos estos aspectos tienen como denominador común el sentido numérico y el cálculo.

En este trabajo me centraré en el cálculo mental, del cual se hablará a continuación.

Cálculo mental y pensamiento matemático

Antes de empezar a estudiar la importancia del cálculo mental, veamos algunas definiciones:

Cecilia Parra y Joel Saiz lo definen como “conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados.” (Parra y Saiz, 1994)

Por su parte Mariana Fernández no da una definición como tal, sino que dice en qué consiste, afirmando que “consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro, sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras e incluso lápiz y papel.” (Fernández, 2008). Como podemos observar, esta definición añade un elemento nuevo: utilizar solo el cerebro.

En la misma línea lo definen María Ortiz Vallejo y Tomás Ortega diciendo que es “una forma de calcular sin ayuda externa, siendo solo la mente la que trabaja” (Ortiz y Ortega, 2005). Añaden un matiz importante a las definiciones anteriormente citadas, al

distinguir dos modalidades de cálculo mental: el primero emplea una técnica automática (Cálculo mecánico o estímulo-respuesta) y en el segundo se usan estrategias originales para la resolución de un problema (cálculo reflexivo o pensado).

Mención aparte, por la importancia de sus estudios, merece Gómez (2007), que para definirlo habla de sus características diciendo que se realiza de forma mental, se hace de manera rápida y necesita de ciertas habilidades como conteo, relocalización, compensación... para hacer más sencillos los datos con los que se trabaja o se calcula. Además de las estrategias puramente matemáticas, este autor también “considera la concentración, el hábito, la atención y el interés como factores determinantes para lograr resultados espectaculares.”

Los puntos comunes de todas estas definiciones son su carácter rápido y sin ayuda de instrumentos externos, es decir, utilizando solo el cerebro.

Anteriormente este autor había escrito un artículo, en el que hacía un interesante estudio sobre la evolución del cálculo mental y su aprendizaje durante los últimos siglos, cuyas conclusiones son “que los métodos de cálculo mental no son básicamente diferentes de los métodos de cálculo escrito; y por tanto, que no hay una línea divisoria entre ellos”

Una revisión de la forma en que los métodos de cálculo mental han sido presentados en los libros de texto a lo largo de la historia permite identificar cuatro modelos de enseñanza Gómez (1995):

- 1.- El método de las reglas breves: la finalidad era formar expertos en cálculo conocedores de distintos métodos y que pudieran utilizar el más apropiado en cada momento.
- 2.- Los métodos de abreviación: la enseñanza del cálculo fue limitada a las cuatro operaciones básicas.
- 3.- La aritmética mental: a través de distintas materias, entre las que estaba la aritmética mental, se trabajaba el entrenamiento de las capacidades mentales.
- 4.- El cálculo mental: se trata de desarrollar la rapidez y agilidad mental.

El cálculo mental podemos englobarlo dentro del pensamiento matemático, por lo que haré un estudio sobre este término, basándome en *Apuntes teóricos sobre el*

pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles, de Saldaña (2012), que dice:

Olive Chapman (2011) ha descrito de forma sintética el pensamiento matemático como el tipo de pensamiento que ponemos en juego al hacer matemáticas, con motivo del panel plenario que coordinaba en el último PME, en Turkuía, acerca del Desarrollo del Pensamiento Matemático.

En dicho panel intervinieron los siguientes investigadores: En primer lugar, participó Uri Leron, el cual abordó el pensamiento matemático desde las relaciones entre el pensamiento intuitivo y el pensamiento analítico, tratando de tender un puente que conecte ambos e indicando cómo dicha conexión puede ayudar a desarrollar el pensamiento matemático (PM). A continuación, Carolyn Maher expuso una noción de PM equiparable tanto al pensamiento que se pone en juego cuando resolvemos problemas como al proceso de razonamiento que conlleva dicha resolución. Seguidamente, Gabriele Kaiser analizó el PM a través de los procedimientos de modelización, cuando se relacionan e interactúan el mundo real y el matemático. Y finalmente, Frederick Leung examinó el PM como un aprendizaje de tipo cultural, insistiendo en la idea de que los docentes deben motivar al alumnado para que se esfuerce y se interese en las actividades de índole matemática. (p.15-37)

Lo que realmente nos interesa como maestros es saber cómo evoluciona y se desarrolla este pensamiento matemático en el niño.

Ayllón, Castro y Molina (2011), por su parte, señalan tres etapas en la apreciación de las capacidades y conocimientos matemáticos de los niños afirmando que, por una parte, Piaget y sus colaboradores basan su estudio en lo que el niño no puede hacer en cuanto a competencia matemática; que, por otra parte, Gelman sobrevalora la competencia matemática de los niños en edades tempranas; y, finalmente, que autores como Baroody adoptan una posición intermedia.

Una vez hecho el estudio teórico sobre el cálculo mental y el pensamiento matemático, es necesario encuadrarlo dentro del marco legal.

Uno de los objetivos que aparece en el “Artículo 4. Objetivos de la etapa de educación primaria” establecido en el artículo 17 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, en la Comunidad de Castilla y León

La etapa de educación primaria contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan:

g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

Según la ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa:

En la Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. Para lograr una verdadera alfabetización numérica no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito; es necesario actuar con seguridad ante los números y las cantidades, utilizarlos siempre que sea necesario e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos.

Para llegar a cumplir este objetivo marcado por la ley es necesario desarrollar el pensamiento matemático en los alumnos para que puedan ser capaces de aplicar lo aprendido a su vida cotidiana. También es importante que puedan identificar las semejanzas y diferencias entre distintas situaciones problemáticas y poder resolverlas en cualquier situación en la que se encuentren.

Estrategias de cálculo

Para llegar a dominar el cálculo mental son necesarias una serie de estrategias. Lo primero que debemos hacer para establecerlas es saber qué son. Veamos algunas definiciones del término:

Para Gómez (1995) “las estrategias de cálculo mental se entienden como principios directores generales de la resolución de un ejercicio aritmético”, y explica que la estrategia de cálculo es una manera de trabajar con los datos con los que contamos, sin embargo los métodos son la forma en la que se decide qué estrategia vamos a utilizar en cada caso, y los procedimientos son las distintas fases que sigue el cerebro hasta la llegar a la solución.

Para Leger et al. (2011), en contraposición con lo anterior, “las estrategias de cálculo mental son más que simples procedimientos y se puede decir que se encuentran más allá del papel”. Esto quiere decir que se adaptan al individuo que las utiliza y dependen de cómo perciba esta situación

Una vez que sabemos lo que son, veamos algunas de ellas:

Galeano y Ortiz (2008), hablan de cuatro estrategias a las que llaman subcategorías.

Composición y descomposición: tiene que ver con aquellas relaciones que se establecen entre las partes y el todo.

- Estimación: La estimación se define, como, la habilidad mental para hacer conjeturas en cálculo y medida con una información previa, se trata de una descripción recursiva.

- Aproximación: La aproximación es la búsqueda de un dato numérico suficientemente preciso para un determinado propósito.

- Redondeo: El Redondeo es una forma usual para aproximar un número en la que se procede así: “si la primera cifra que se desecha es 0, 1, 2, 3 ó 4, entonces la última cifra se mantiene igual que en el número que redondeamos, este se conoce con el nombre de redondeo por defecto. Si la primera cifra que se desecha es 5, 6, 7, 8 ó 9, entonces la última cifra que se mantiene aumenta en una unidad respecto del número que redondeamos, este tipo de redondeo se conoce con el nombre de redondeo por exceso”,

- Cálculo exacto: resultado final

Las estrategias más útiles y, por lo tanto, más conocidas y utilizadas por alumnos y profesores para las operaciones de suma y resta son la compensación y la descomposición.

La estrategia de compensación consiste en disminuir o aumentar un número para redondearlo a un número con el que le sea más fácil operar (por ejemplo los múltiplos de 10) y luego compensar la alteración hecha anteriormente sumando o restando al primer resultado para obtener un resultado exacto.

He aquí unos ejemplos de compensación en sumas y restas:

- Para hacer resolver la operación: $15 + 17$. Primero se suma 3 a 17 para llegar a 20.

$20 + 15$ es una cuenta fácil de hacer mentalmente, cuyo resultado da 35. Al haber sumado 3 al segundo sumando ahora debemos restar esa misma cantidad al primer resultado: $35 - 3 = 32$. El resultado final de la operación es 32.

- Operación: $43 - 32$. Primero se le resta 2 al sustraendo para que nos quede un número redondo y fácil de operar: $32 - 2 = 30$. Ahora se resta el minuendo menos el sustraendo redondeado: $43 - 30 = 13$. Para finalizar se compensa restando las unidades que no hemos restado anteriormente ya que las hemos quitado del sustraendo: $13 - 2 = 11$. El resultado final de la operación es 11.

La estrategia de la descomposición consiste en descomponer el número en unidades, decenas y centenas y operar con ellas, números sencillos (múltiplos de 10 o números de 1 sola cifra) y luego volverlos a formar con los resultados obtenidos de las operaciones.

A continuación algunos ejemplos de descomposición en sumas y restas:

- Operación: $13+36$. Descomponemos los dos sumandos: $13 = 10 + 3$ y $36 = 30 + 6$. Por un lado sumamos las decenas y por el otro las unidades: $10 + 30 = 40$ y $6 + 3 = 9$. Para finalizar volvemos a formar un solo número sumando las decenas y las unidades:
 $40 + 9 = 49$. El resultado final es 49.
- Operación: $27 + 99$. Descomponemos los dos sumandos: $27 = 20 + 7$ y $99 = 90 + 9$. Por un lado sumamos las decenas y por el otro las unidades: $20 + 90 = 110$ y $7 + 9 = 16$. Sumamos las decenas y las unidades para obtener el resultado final: $110 + 16 = 126$. El resultado final el 126.
- Operación: $99 - 27$. Se descomponen el minuendo y el sustraendo: $99 = 90 + 9$ y $27 = 20 + 7$. Se operan por separado las descomposiciones: $90 - 20 = 70$ y $9 - 7 = 2$. Se suman los dos resultados: $70 + 2 = 72$. El resultado final es 72

Otras de las estrategias que existen para el cálculo mental, aunque sean menos utilizadas dada sus pocas circunstancias de aplicación o su complejidad, son:

- Para la suma:
 - o Doblar números consecutivos: si tenemos que sumar números consecutivos, una forma sencilla de hacerlo es doblar el mayor y luego restar uno.

$$7 + 8 = 8 \times 2 - 1 = 16 - 1 = 15$$

- **Conteo:** cuando los números son próximos se puede contar la diferencia entre el menor y el mayor para hallar el resultado de la resta. Esta es una técnica poco útil ya que si los números tienen una gran diferencia entre ellos esta técnica se hace demasiado larga y pesada de llevar a cabo, ya que se tiene que ir contando de uno en uno.

$7 - 5 = 2$. Para llevarlo a cabo se imagina una recta numérica y se cuentan los espacios que hay desde el 5 hasta el 7, en este caso el 6 y el 7: dos espacios. Por lo tanto vemos que la respuesta es 2.

Teniendo en cuenta la importancia de las matemáticas en el currículo escolar, y dentro de ellas el cálculo mental, para el cual necesitamos utilizar unas estrategias, y según afirman Aristizábal, Colorado y Gutiérrez (2016) que:

Los docentes de hoy tienen el reto de resignificar sus prácticas pedagógicas donde busquen que sus estudiantes se apropien de los conceptos y entiendan la importancia de las matemáticas. Al respecto, López (2005) afirma que: “se hace necesario buscar vías alternativas para la presentación de los contenidos a partir de situaciones y actividades que representen un sentido significativo para el alumno; estos permitirán a los estudiantes generar conjeturas, analizarlas con sus compañeros y poner en juego de manera consciente los conocimientos adquiridos con anterioridad. (p.117)

He buscado un elemento motivador que ayude a los alumnos en el aprendizaje del cálculo mental: la matemagia.

La matemagia

Descubramos qué es y para qué sirve, a través de las personas que le han dado nombre y popularidad:

Blasco (2007), dice de la matemagia que “es una forma “mágica” de mostrar que las matemáticas son útiles y que en el mundo tecnológico que nos movemos es fundamental afianzar los conocimientos matemáticos.” (p. 151)

Para explicar la relación entre las matemáticas y la magia, Corbalán (2007), argumenta que “la magia y las matemáticas pueden llegar a ser complementarias. En los juegos surgen los elementos necesarios para la creación científica: maravillar, ilusionar y conseguir que el público se pregunte cómo ha sucedido todo”

Alegría y Ruíz (2002), tras analizar algunos trucos de magia matemática desvelan el secreto de por qué utilizar esta metodología. Afirman que, aunque las matemáticas aún sean un área difícil de abordar por parte de una gran parte de la sociedad, la matemagia podría cambiar esta percepción, pues si las cuestiones matemáticas como el cálculo se plantean como enigmas a resolver contribuiría a que los alumnos intentaran resolver estos secretos de forma autónoma. También afirman que la puesta en escena y la manera de presentar los cálculos a resolver como trucos mágicos hacen que los niños estén más predispuestos a resolverlos con éxito.

Capó (2014) en la introducción de su libro *Magia matemática: ¡sorpréndete, disfruta y aprende!*, habla de estas estrategias como “el medicamento contra el odio a las matemáticas”, y advierte que está indicado tanto si al lector le gustan las matemáticas, la magia, ambas o ninguna, y que es posible que después de su lectura aumente el gusto por estas dos disciplinas.

Lander (1986) presenta su libro *Magia matemática* de la siguiente manera:

Este libro ha sido escrito con la intención de hacer pasar a los lectores unos ratos agradables, de entretenimiento, demostrando que las matemáticas también pueden ser divertidas, y los números, esos signos que en la escuela nos han dado tantos quebraderos de cabeza, pueden convertirse en motivo de juego y entretenimiento, e incluso de magia.

Navas (2012) explica el origen de la matemagia en autores como Martin Gardner, del que dice que siendo “mago aficionado, introducía de vez en cuando, entre las variadas curiosidades que comentaba, algún juego matemático, aunque debe advertirse que esto ocurría pocas veces.”

Navas (2012), también nombra a Karl Fulves o Stewart James, pues utilizaban juegos matemáticos para hacer sus trucos de magia, como pioneros en esta materia, así como a autores españoles como Fernando Blasco o Pedro Alegría.

A la vista de esto, y por la gran utilidad que me parece que tiene el cálculo mental, he decidido hacer mi propuesta de intervención educativa sobre este tema.

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Introducción

Título: ¡Te leo la mente!

Área: matemáticas

Curso: 4º

Temporalización: 5 sesiones

Como dice la LOMCE “entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental”. Esta unidad didáctica intenta mejorar uno de esos aspectos: el cálculo mental. Es importante porque hace que cada uno cree sus propias estrategias o utilice algunas ya creadas para llegar al mismo resultado de la forma que sea más eficaz para él mismo.

La unidad didáctica se centrará en el Bloque 2: Números. Este me parece uno de los bloques más importantes en esta materia ya que “permite el desarrollo del sentido numérico”. Las matemáticas no solo se dominan cuando se domina el cálculo escrito o los algoritmos, sino cuando el alumno consigue tener un sentido numérico desarrollado. Para esto es útil el cálculo mental y las estrategias seguidas por los alumnos para llegar de una forma rápida y eficaz a los resultados correctos.

Justificación

Esta unidad didáctica está elegida por su alto valor motivacional, un aspecto muy importante para los alumnos. También trata otros temas importantes como el trabajo en grupo, la asignación de tareas, el trabajo de investigación, el trabajo independiente o aprender a hablar en público.

He elegido el tema del cálculo mental porque ha resultado siempre árido para los alumnos y se ha descubierto que a través de los trucos de matemagia puede ser muy motivacional y atractivo para estos, pues lo pueden utilizar en la vida real, en

situaciones cotidianas como comprar, jugar, etc. Con esto no quiero denostar el uso de calculadoras y tecnología para realizar operaciones cuando sea necesario, pero me parece más útil, práctico y eficaz tener un cálculo mental rápido para operaciones sencillas, sobre todo si se ha adquirido de una forma motivadora y atractiva.

El cálculo mental, y la magia en concreto se pueden utilizar en cualquier nivel educativo, pero yo lo he situado en cuarto de primaria.

Objetivos y competencias que se trabajan en esta unidad

De las competencias que marca la LOMCE, las que se tendrán en cuenta a la hora de diseñar las actividades son las siguientes:

- 1.- Comunicación lingüística: se refiere a la capacidad para utilizar la lengua, expresar las propias ideas y comunicarse con los demás.
- 2.- Competencia matemática: se refiere a la capacidad de aplicar el razonamiento matemático para resolver problemas de la vida cotidiana.
- 3.- Competencia digital: implica el uso seguro y crítico de las TIC.
- 4.- Aprender a aprender. Es una de las principales competencias, ya que implica que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, organizar sus tareas y tiempo, y trabajar de manera individual o colaborativa para conseguir un objetivo.
- 5.- Competencias sociales y cívicas: hacen referencia a las capacidades para relacionarse con los demás.

Objetivos y su relación con las competencias:

- 1.- Incrementar el interés y valorar las posibilidades y dinamismo de las Matemáticas (competencias 1, 2, 3, 4, 5).
- 2.- Desarrollar la reflexión, la iniciativa personal y el interés por el aprendizaje (competencias 1, 2, 3, 4).

3.- Emplear técnicas y estrategias individuales para el cálculo mental (competencias 1, 2, 3, 4).

4.- Utilizar el lenguaje matemático y los procedimientos de cálculo y comprobación de resultados (competencias 1, 2, 3, 4).

5.- Desarrollar una actitud positiva y de esfuerzo ante las tareas propuestas (competencias 1, 2, 3, 4, 5).

6.- Participar de forma activa en el aprendizaje individual y en equipo (competencias 1, 2, 3, 4, 5).

Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

	CUARTO CURSO	
	BLOQUE 2. NÚMEROS	
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTANDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
Números naturales: - Valor y posición de las cifras. -Operaciones con números naturales: adición, sustracción, multiplicación y división entera por números de dos cifras. - Propiedad conmutativa y asociativa de la suma y del producto. - División exacta. - Elaboración y uso de	4. Realizar cálculos numéricos básicos con las operaciones de suma, resta, multiplicación y división y utilizar estrategias básicas del cálculo mental, utilizando diferentes estrategias y procedimientos.	1.3 Conoce y maneja la unidad, la decena, la centena y la unidad de mil. 1.7 Reconoce el valor posicional de una cifra en un número. 4.1 Utiliza las propiedades de las operaciones, las estrategias personales que se utilizan según la naturaleza del cálculo que se ha de realizar (algoritmos escritos,

<p>estrategias de cálculo mental.</p> <p>-Uso de las TIC en el desarrollo y asimilación de los contenidos trabajados en el bloque.</p>		<p>cálculo mental, tanteo, estimación), decidiendo sobre el uso más adecuado.</p> <p>4.2 Conoce y aplica las tablas de multiplicar.</p> <p>4.9 Tiene agilidad en el cálculo mental con números de más de dos cifras.</p>
--	--	--

Evaluación

La evaluación de los contenidos se llevará a cabo teniendo en cuenta los criterios de evaluación propuestos en el apartado anterior, mediante la observación directa del profesor durante toda la unidad didáctica para valorar, no solo el resultado, sino el proceso que ha seguido el alumno para alcanzar los objetivos.

Las herramientas para la evaluación serán la diana de autoevaluación y el truco de matemagia explicados en la tercera sesión, y la siguiente rúbrica, que servirá para valorar el trabajo en equipo.

Aspectos	Regular (1)	Bien (2)	Muy bien (3)	Excelente (4)	Nota
Organización del grupo	Les cuesta mucho organizarse. No terminan de repartir bien las	Se organizan con un reparto desigual de tareas. No	Funcionan bien como equipo pero hay algún fallo a la	Se organizan bastante bien y todos están	

	responsabilidades y no toman decisiones en común.	comparten bien las decisiones.	hora de distribuir tareas y planificar el trabajo.	implicados en la tarea.	
Participación individual en el equipo	No participan como grupo, sino individualmente.	No se toman decisiones como grupo. Unos toman las decisiones y otros obedecen.	Todos cooperan de una forma bastante similar.	Todos participan de forma activa, respetando sus roles y los de sus compañeros.	
Organización temporal	No se distribuyen bien el tiempo. Al final lo han hecho con prisa.	Tienen dificultades para cumplir con los plazos previstos por falta de planificación	Planifican bastante bien pero al final cumplen correctamente con los plazos.	Planifican bien y cumplen con los plazos.	

Se utilizarán estas herramientas porque es necesario evaluar todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, no solo el resultado final, para poder tomar las decisiones necesarias en caso de que no se hayan logrado los objetivos o el proceso no haya sido todo lo satisfactorio que se esperaba.

Interdisciplinariedad con temas transversales

En esta unidad didáctica se tratan algunos temas transversales que no son específicos de esta materia, sino que son temas que se deben tratar a lo largo de toda la etapa de

educación primaria, y en todas y cada una de las materias, dado que afectan al alumnado en su formación como individuos de una sociedad.

La utilización de las TIC para la búsqueda de información, ya que toda la información necesaria para realizar las actividades propuestas, se hará en el ordenador. Esto ayudará a los alumnos a aprender a buscar una información veraz y de calidad, pues no toda la información encontrada en la red posee estas características, fomentando así su espíritu crítico.

Otro de los temas transversales es el trabajo en equipo, tema que se debería trabajar en cada una de las materias ya que es algo que ayudará al alumno en el futuro dado que vive en sociedad y no en solitario. En la vida adulta se ha de trabajar en equipo y esto es algo que se debe aprender desde la infancia.

También se trabaja la confianza, tanto en uno mismo como en los demás, pues de todos los miembros del equipo depende el éxito del grupo.

Asimismo se trabaja la competencia lingüística, por la importancia del lenguaje para comunicarse correctamente con los demás. Tanto en el ambiente escolar como en la vida cotidiana. En este caso concreto es importante el uso correcto de las expresiones matemáticas.

Metodología

La metodología que se utiliza es eminentemente activa y motivacional, ya que el alumno será el protagonista de su aprendizaje, pues no será el profesor quien le transmite los conocimientos, sino que le abre la puerta para que sea él quien los descubra colaborando con sus iguales, lo que supone una interdependencia con los compañeros que ayuda a desarrollar la responsabilidad tanto individual como de grupo.

El método que se utilizará es el aprendizaje cooperativo.

Esta metodología es interesante porque combina perfectamente la utilización de las TIC, con el trabajo en equipo y la investigación individual, lo que propicia el esfuerzo personal y el respeto por el trabajo de los demás; siendo el método más apropiado para

los alumnos con necesidades educativas especiales pues trabajan al mismo nivel que sus compañeros y esto hace que se sientan más seguros.

Como establece la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa:

Estos principios metodológicos requieren la implicación del docente en los procesos de enseñanza y aprendizaje. El docente asumirá el papel del creador de situaciones de aprendizaje que estimulen y motiven al alumnado para que sea capaz de alcanzar el desarrollo adecuado de las competencias que se le van a exigir al finalizar la etapa y le capacite funcionalmente para la participación activa en la vida real. Es su misión adecuar la oferta educativa a las necesidades de cada alumno y de guiar y orientar el proceso que éste sigue hacia la excelencia de sus capacidades.

La coordinación docente es clave en el diseño, concreción y secuenciación de los objetivos, contenidos y criterios de evaluación así como en la selección de materiales y recursos didácticos de calidad. Todo ello desde la combinación de la tradición con propuestas de innovación que generen entornos de aprendizaje que faciliten, enriquezcan y secuencien el aprendizaje del alumnado.

Recursos: materiales, humanos, espaciales y temporales

En cuanto a los recursos humanos solo será necesario el profesor habitual de la materia de matemáticas.

Respecto a los recursos materiales será necesario el sombrero de mago, una baraja de cartas, dos dados, un dominó, unas cartulinas para apuntar los trucos y bolígrafo o lapicero. Para la segunda sesión será necesario que cada uno de los grupos formados disponga de un ordenador con conexión a internet para la búsqueda de información, así como de las tarjetas explicativas del rol de cada uno, previamente preparadas. Para la parte final de la unidad didáctica será necesario el material de autoevaluación proporcionado por el profesor y el material normalmente utilizado por los alumnos como pinturas, un lápiz y una goma...

Sobre los recursos espaciales no será necesario nada más que el aula habitual de la clase. Sí que será necesario un espacio para los grupos de trabajo, pero se conseguirá juntando las mesas que sean necesarias, 3 o 4 mesas, dependiendo del tamaño de las mismas.

En cuanto a los recursos temporales serán necesarias cinco sesiones de una hora de duración. El motivo de situarla al principio del curso escolar es despertar el interés y la motivación, así como tener una primera toma de contacto con las matemáticas que sirva como puesta en marcha para el nuevo curso y repaso del anterior.

Actividades y temporalización

Esta unidad didáctica está pensada para ser realizada durante la primera semana del curso escolar, por su alto nivel motivacional.

Si queremos que nuestros alumnos tengan una actitud positiva hacia el colegio en general, y hacia las matemáticas en particular, es el momento perfecto para conseguirlo. Se trata de acercar el cálculo mental a nuestros alumnos, a través de trucos de magia. Lo he situado en cuarto de primaria, pero bien podría utilizarse en cualquier otro curso, adaptando los contenidos.

Primera sesión

Ataviados con un gorro de mago para atraer su atención, propondremos a los alumnos los siguientes trucos:

- **DOMINÓ ENCANTADO:** pediremos a los alumnos que elijan una ficha del dominó al azar sin mostrarla. Después les diremos que multipliquen uno de los números por 5, que sumen 7, que multipliquen por 2 y sumen el otro número de la ficha. Finalmente preguntaremos por el resultado final de estas operaciones. El Matemago restará 14 a este número obteniendo otro número de dos cifras, que serán los dos números de la ficha de dominó.

EJEMPLO: FICHA 5/2

Si usamos el 5:

$$5 \times 5 = 25 \longrightarrow + 7 = 32$$

$$32 \times 2 = 64 \longrightarrow + 2 = 66$$

$$66 - 14 = 52 \longrightarrow 5 \text{ y } 2 \text{ (son los números que tenía la ficha)}$$

Contenidos matemáticos trabajados: cálculo mental, propiedades, doble de un número, operaciones combinadas.

- **PREDICCIÓN MISTERIOSA:** pediremos al alumno que escriba en una hoja un número comprendido entre 51 y 99 (ambos incluidos), le sume 75; del resultado obtenido tache la cifra que esté más hacia la izquierda, al número que le quede le sume la cifra que ha tachado y lo reste del número que escribió al principio. El Matemago adivinará que el número final es 24.

EJEMPLO: 63

$$63 + 75 = 138 \longrightarrow \mathbf{1}38$$

$$38 + 1 = 39$$

$$63 - 39 = \mathbf{24}$$

Contenidos matemáticos trabajados: cálculo mental, valor de posición.

- **DADOS ENCANTADOS:** los alumnos tirarán dos dados apuntando los números que aparecen en las caras superiores. Tendrán que multiplicar lo que ha salido en uno de los dos dados por 5 y sumar 12 al resultado. Después multiplicarán por 2 esa cantidad y le sumarán el número del otro dado. Finalmente, tendrán que sumar 15 al resultado obtenido.

El Matemago restará 39 a esta cifra para adivinar los números de los dados.

EJEMPLO: en un dado 5 y en otro 3

$$5 \times 5 = 25 \longrightarrow + 12 = 37$$

$$37 \times 2 = 74$$

$$74 + 3 = 77 \longrightarrow + 15 = 92$$

$$92 - 39 = 53$$

(5 y 3 son los números que habían salido en los dados)

Contenidos matemáticos trabajados: cálculo mental, doble de una cantidad, operaciones combinadas.

- **CARTA MÁGICA:** guardaremos en un bolsillo el 5 del palo que queramos. Pediremos a los alumnos que cojan una carta del resto de la baraja. Al valor del número de esta carta, le sumarán el número consecutivo, después 9 y lo dividirán entre 2, para finalmente, restarle el número de la carta que eligieron. El

resultado será siempre 5, por lo que coincidirá con el valor de la carta que habíamos guardado.

EJEMPLO: 3 de bastos.

$$3 + 4 = 7$$

$$7 + 9 = 16 \longrightarrow 16 : 2 = 8$$

$$8 - 3 = 5$$

(Coincide con el valor de la carta que nos habíamos guardado).

Contenidos matemáticos trabajados: cálculo mental, mitad de un número, anterior y posterior.

Para realizar cada truco lo haremos con dos alumnos voluntarios que estarán a nuestro lado. Si en algún momento vemos que un alumno se siente incapaz de hacer el cálculo mentalmente, le permitiremos el uso de lápiz y papel, pues el objetivo principal de esta unidad didáctica es la motivación, por lo que tendremos que evitar el desánimo.

Segunda sesión

Ahora son ellos los magos y tendrán que buscar cuatro trucos similares a los que se trabajaron el día anterior, para prepararlos y mostrárselos a sus compañeros en la siguiente sesión.

Este trabajo se hará en grupos cooperativos.

Para asegurar el funcionamiento de los grupos, deberán ser homogéneos entre sí pero heterogéneos en cuanto al alumnado que los integra. Cada miembro del grupo elegirá entre uno de los siguientes roles: portavoz, secretario, supervisor y coordinador.

A cada grupo se le entregarán cuatro tarjetas, cada una de un color, con las funciones que cada alumno debe asumir según su rol:

- El portavoz se encarga de:
 - Hablar en nombre del equipo, tanto con el profesor como con otros grupos.
 - Preguntar las dudas.
- El secretario se encarga de:

- Tomar notas y rellenar documentos
- Mantener ordenado el material que se utiliza.
- El supervisor se encarga de:
 - Controlar el tiempo.
 - Vigilar el nivel de ruido.
 - Comprobar que todos realizan su tarea.
- El coordinador se encarga de:
 - Dirigir las actividades del grupo.
 - Animar a los miembros del equipo.
 - Ayudar a resolver conflictos.
 - Manejo del ordenador.

Supervisor:

- **Controlar el tiempo.**
- **Vigilar el nivel de ruido.**
- **Comprobar que todos realizan su tarea.**



Ilustración 1 - Tarjeta supervisor. Creación propia.

Secretario:

- **Tomar notas y rellenar documentos.**
- **Mantener ordenado el material que se utiliza.**



Ilustración 2 - Tarjeta secretario. Creación propia.

Portavoz:

- **Hablar en nombre del equipo con el profesor o con otros grupos.**
- **Preguntar las dudas.**



Ilustración 3. Tarjeta portavoz. Creación propia.

Coordinador:

- **Dirigir las actividades del grupo.**
- **Animar a los miembros del equipo.**
- **Ayudar a resolver conflictos.**
- **Manejo del ordenador.**



Ilustración 4 - Tarjeta coordinador. Creación propia.

Cuando tengan formados los grupos buscaran cuatro trucos, cuyas instrucciones escribirán en fichas de cartulina que les habremos proporcionado anteriormente, y se repartirán uno cada uno.

La búsqueda se delimitará a las siguientes páginas:

<https://www.mundoprimeria.com/blog/matemagia-trucos-de-matematicas.html>

<https://divertiaula.com/matemagia>

<https://www.academiajaf.com/como/recursos-para-el-aula/trabajar-matematicas/495-matemagia-trucos-de-magia-con-matematicas-y-numeros>

Tercera sesión

Es el momento de enseñar a los demás nuestros trucos: Cada grupo estará numerado de forma consecutiva, y dentro de cada equipo, cada niño y cada truco también tendrán un número asignado, de forma que al niño número uno le corresponde el truco número uno, y así con todos los niños.

El niño número uno de cada grupo hará su truco al equipo siguiente, después al siguiente y así sucesivamente avanzando en el sentido de las agujas del reloj. Esto se irá haciendo con todos los niños y trucos, de forma que todos pasarán por todos los grupos.

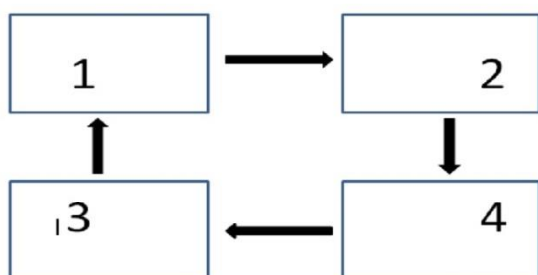


Ilustración 5. Rotación de los grupos. Creación propia.

Es bastante probable que se repitan algunos trucos, pero no importa, pues de lo que se trata es de practicar, y los números elegidos, probablemente sean diferentes.

Cuarta sesión: autoevaluación individual y de grupo

Esta es la fase más importante del trabajo en equipo, porque cada alumno se hace consciente y responsable de su actuación y su influencia sobre los resultados obtenidos. Además de la observación directa del maestro mientras los alumnos están realizando el trabajo, se utilizarán “dianas de autoevaluación” en las que los ítems a rellenar serán los siguientes:

- He tenido una actitud positiva hacia el trabajo.
- He aportado ideas útiles para avanzar en el trabajo.
- He cumplido con todas las tareas y compromisos.
- Me he asegurado de que las tareas estuvieran hechas a tiempo.
- He buscado y sugerido soluciones a los problemas.
- He mejorado mi cálculo mental.

Posteriormente, y después de haber analizado las dianas individuales y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en cada una de ellas, se realizará una única diana por grupo con los mismos ítems redactados en plural:

- Hemos tenido una actitud positiva hacia el trabajo.
- Hemos aportado ideas útiles para avanzar en el trabajo.
- Hemos cumplido con todas las tareas y compromisos.
- Nos hemos asegurado de que las tareas estuvieran hechas a tiempo.
- Hemos buscado y sugerido soluciones a los problemas.
- Hemos mejorado el cálculo mental.

Pero no solo tenemos que evaluar el trabajo en equipo, sino la funcionalidad de las actividades, y el grado de consecución de los objetivos puramente matemáticos. Para ello utilizaremos el truco “Siempre da doce” que consiste en lo siguiente: le pediremos que piense un número, le sume 4, le reste 1, le sume 21, le reste el número inicial, lo divida entre seis, y finalmente lo multiplique por tres. Apuntarán el resultado en un papel y se lo mostrarán al maestro.

Se trata de un truco sencillo, de fácil comprobación, que en su ejecución incluye los cuatro algoritmos básicos, y se puede realizar con toda la clase a la vez.

Quinta sesión: puesta en común

Al principio de la sesión, cada equipo, mediante una lluvia de ideas hará una lista con las dificultades que han encontrado y la forma de solucionarlas.

Después, el portavoz de cada grupo hará una breve intervención en la que contará cómo han trabajado y las dificultades que han encontrado. Tras estas primeras intervenciones, el resto de alumnos podrá intervenir voluntaria y libremente para hacer propuestas, sugerencias o críticas constructivas.

La propuesta del profesor en esta puesta en común será dedicar una semana al finalizar cada trimestre para realizar actividades de este tipo.

CONCLUSIONES

Respecto a los objetivos marcados para este trabajo podemos concluir que no todos han sido conseguidos. Respecto a los objetivos generales, los dos primeros han conseguidos, en cambio, los dos últimos no lo han sido debido a la imposibilidad de la situación.

“Investigar sobre la matemagia y los autores más relevantes en este tema” se ve reflejado en el punto Fundamentación Teórica, en el cual se puede observar el estudio de los más reconocidos autores en este tema.

“Diseñar una propuesta educativa en el área de matemáticas” se puede apreciar la consecución de este objetivo en el apartado Propuesta de Intervención, en el cual se puede ver la propuesta educativa creada para el área de matemáticas.

Los dos siguientes objetivos, que son “implementar la propuesta educativa diseñada” y “analizar los resultados una vez que se haya llevado a la práctica esta propuesta educativa” no los he llegado a conseguir debido a la imposibilidad de llevar esta propuesta a un aula para su implementación.

En cuanto a los objetivos personales, creo que he cumplido todos. El objetivo de “conocer e indagar sobre la asignatura de matemáticas y el tema de la matemagia” está cumplido en el apartado Fundamentación Teórica. Los dos siguientes objetivos “diseñar una propuesta educativa motivadora para los alumnos” y “crear una propuesta que se pueda adaptar a otros proyectos” están conseguidos en el apartado Propuesta de Intervención, en el cual se pueden observar y analizar las actividades diseñadas para esta propuesta educativa, así como el resto de apartados de este punto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alegría, P., & de Arcaute, J. C. R. (2002). La matemagia desvelada. *Sigma*, 21, 145-174
- Aristizábal, J. H., Colorado, H., & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12 (1), 117
- Ayllón, M. F., Castro, E., & Molina, M. (2011). Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática. *Conocimiento aritmético puesto de manifiesto por alumnos de primaria cuando inventan problemas*, 77-86
- Blasco, F. (2007). Matemagia. Los mejores trucos para entender los números. *Célia Maria Carolino Pires*, 151
- Capó, M. (2014). *Magia matemática: ¡sorpréndete, disfruta y aprende!* B DE BOOKS.
- Corbalán, F. (2007). *Matemáticas de la vida misma*. Graó general.
- ECOCAM, *un sistema computacional adaptable al contexto para promover estrategias de cálculo mental: Un diseño y estudio de casos*. Manuscrito sin publicar, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias de la Educación, Santiago, Chile.
- Fernández, M. (2008). *Cálculo Mental*. Buenos Aires: Dirección General de Cultura y Educación.
- Galeano Ramirez, M. Y., & Ortiz Ruiz, D. S. (2008). El cálculo mental como estrategia para desarrollar el pensamiento numérico.
- Gómez, B. (1995). Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores. *Mathema*. Ed. Comares. Granada.
- Gómez, B. (1995). *Los métodos de CM vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética*. UNO. *Revista de Didáctica de la Matemática* 2 (5), 91-101
- Lander, I. (1986). *Magia matemática*. Labor
- Leger, P., Gálvez, G., Cubillos, L., Cosmelli, D., Inostroza, M., Luci, G.,... Soto-Andrade, J. (2011).

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre (BOE-A-2013-12886), para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).

Navas, J. M. (2012). Un poco de Matemagia. *Pensamiento matemático*, 2(2), 209-215.

OECD (2004). Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003. Paris: OECD.

Orden EDU/519/2014, de 17 de junio, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León.

Ortiz Vallejo, M., & Ortega, T. (2005). Cálculo mental. España: Universidad de Valladolid.

Parra, C., & Saiz, I. (1994). Didáctica de matemáticas. Buenos aires: Paidós Educador.

Saldaña, M. A. B. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 1(1), 15-37.

ENLACE PARA PRESENTACIÓN