



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID
ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

Grado en Ingeniería Eléctrica

**Estudio de Máquinas Eléctricas mediante
software de elementos finitos**

Autor:

Muñoz Rubio, Alberto

Tutor(es):

**Serrano Sanz, José Andrés
Ingeniería Eléctrica**

Valladolid, Julio 2020







Resumen

Se ha realizado un análisis del software libre de elementos finitos, disponible en internet, para su aplicación al estudio electromagnético de Máquinas Eléctricas, con vistas a la sustitución del software de elementos finitos utilizado hasta ahora en el laboratorio de las asignaturas de Máquinas Eléctricas (programas **Cosmos/M** y **Cosmos EMS**).

Los softwares libres explorados han sido **FEMM**, **Onelab** y **ELMERFEM**.

Tras estudiar sus diversas funciones se concluye que sí existe un software libre idóneo para el propósito antes mencionado que es el programa **FEMM**.

Se han desarrollado varios ejemplos del tipo magnetostático. También se han realizado dos ejemplos preparados con el programa **Cosmos/M** para comparar los resultados obtenidos con ambos programas, **FEMM** y **Cosmos/M**, siendo muy similares los valores obtenidos en ambos casos.

Abstract

An analysis of the free finite element software, available on the Internet, has been carried out for its application to the electromagnetic study of Electrical Machines, with a view to replacing the finite element software used until now in the laboratory of the Electrical Machines subjects (**Cosmos/M** and **Cosmos EMS** programs).

The free software explored has been **FEMM**, **Onelab** and **ELMERFEM**.

After studying its various functions, it is concluded that there is a free software suitable for the aforementioned purpose which is the **FEMM** program .

Several examples of the magnetostatic type have been developed. Two examples prepared with the program **Cosmos/M** have also been made to compare the results obtained with both programs, **FEMM** and **Cosmos/M**, being very similar the values obtained in both cases.

Palabras clave

Maxwell, Elementos Finitos, Máquinas Eléctricas.

Keywords

Maxwell, Finite Elements, Electrics Machines.



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES



Índice

Resumen.....	3
Abstract.....	3
Palabras clave.....	3
Keywords	3
1-Introducción y objetivos.....	11
2- Campos electromagnéticos. Ecuaciones de Maxwell. Análisis en ondas electromagnéticas.	13
2.1-Definición de campo eléctrico	13
2.2-Definición de campo magnético.....	14
2.3-Definición campos electromagnéticos	15
2.4-Ecuaciones de Maxwell	15
2.5-Ecuaciones de Maxwell con ondas electromagnéticas.	19
3-Método de los elementos finitos	25
3.1-Conceptos generales del método.....	26
3.2-Preproceso.....	27
3.3-Postproceso.....	28
3.4-Elementos finitos en máquinas eléctricas.....	29
4-Programas disponibles en el laboratorio de máquinas eléctricas: COSMOS / M y COSMOS/EMS	31
4.1-COSMOS / M.....	31
4.1.1-Módulo ESTAR	32
4.1.2-Pantalla de GEOSTAR	32
4.2-COSMOS / EMS	33
5-Programas de software libre.....	35
5.1-FEMM.....	35
5.1.1-Estructura interna del programa	35
5.1.2-Tipos de problema. Marco teórico.....	37
5.1.3-Aplicaciones al diseño de máquinas eléctricas.....	39
5.1.3.1-Estudio de un circuito magnético (Toroide).....	39
5.1.3.2--Motor de reluctancia variable.....	47
5.1.3.3-Transformador.....	52
5.1.3.4-Resolución de un circuito magnético formado por un imán	56
5.1.3.5-Resolución de una máquina de c.c. elemental	60
5.2-ONELAB.....	66



5.2.1-Características internas del programa	68
5.2.2-Modelos ONELAB para GMSH y GETDP	69
5.2.3-Aplicaciones al diseño de máquinas eléctricas	71
5.2.3.1-Máquinas de imanes permanentes.....	73
5.2.3.2-Máquina síncrona de campo de cuatro polos	74
5.2.3.3- Máquinas de inducción	75
5.2.3.4-Máquina de reluctancia conmutada	77
5.3-ELMERFEM	78
5.3.1-Características internas del programa	78
5.3.2-Resolución de problemas	79
5.3.2.1-GSMH.....	79
5.3.2.2-Geometría con GSMH.....	80
5.3.2.3-Incidencias.....	86
6-Conclusiones	87
7-Bibliografía	89



Índice de figuras

Figura 1: Campos electromagnéticos.....	13
Figura 2: Ley de Coulomb	14
Figura 3: Proceso de carga (J.Fernández, Ecuaciones de Maxwell-electromagnetismo, 2004) ..	21
Figura 4: Evolución de la onda (J.Fernández, Ecuaciones de Maxwell-electromagnetismo, 2004)	24
Figura 5: Discretización con elementos finitos.....	25
Figura 6: Idea general del método.....	26
Figura 7: Imagen obtenida en el postproceso de ANSYS	29
Figura 8: Densidad de flujo de una máquina en vacío	30
Figura 9 y 10: COSMO / M e Interfaz	31
Figura 11: Interfaz COSMOS	33
Figura 12: COSMOS / EMS	34
Figura 13: Toroide.....	40
Figura 14: Bobinas de cobre	41
Figura 15: Núcleo magnético.....	41
Figura 16: Frontera	42
Figura 17: Malla de triángulos	43
Figura 18: Flujo del núcleo	44
Figura 19: Densidad de flujo Toroide.....	44
Figura 20: Sentido del flujo.....	45
Figura 21: Curva BH Pure Iron	45
Figura 22: Curva BH M50.....	46
Figura 23: Propiedades Punto del Circuito.....	46
Figura 24: Motor de reluctancia	47
Figura 25: Material rotor y estátor	48
Figura 26: Polo motor	48
Figura 27: Bobinado motor	48
Figura 28: Mallado motor reluctancia.....	49
Figura 29: Características de un punto	50
Figura 30: Densidad de corriente en bobina	50
Figura 31: Pérdidas en el cobre	51
Figura 32: Par motor	52



Figura 33: Transformador.....	53
Figura 34: Núcleo del transformador.....	53
Figura 35: Bobinado transformador.	54
Figura 36: Mallado del transformador.....	54
Figura 37: Flujo en el transformador.....	55
Figura 38: Flujo en el transformador de 0.5 T.....	55
Figura 39: Circuito del problema y propiedades del imán.....	57
Figura 40: Intensidad del campo magnético del imán.....	58
Figura 41: Densidad de flujo magnético del imán.....	58
Figura 42: Sentido de la densidad de flujo magnético del imán.....	59
Figura 43: Intensidad del campo magnético en el entrehierro.....	59
Figura 44: Flujo magnético en el imán.....	60
Figura 45: Geometría motor c.c.....	62
Figura 46: Propiedades piezas polares.....	63
Figura 47: Corrientes piezas polares.....	64
Figura 48: Flujo con corriente de excitación.....	64
Figura 49: Entrehierro.....	65
Figura 50: Densidad de flujo en el entrehierro.....	65
Figura 45: Imagen ONELAB.....	67
Figura 46: Parámetros de los ejemplos.....	71
Figura 47: Máquina después de la simulación.....	72
Figura 48: Resultados de la simulación.....	72
Figura 49: Datos iniciales y resultados máquina de imanes de 8 polos.....	73
Figura 50: Máquina de imanes de 8 polos.....	74
Figura 51: Datos iniciales y resultados máquina de síncrona de 4 polos.....	74
Figura 52: Máquina síncrona de 4 polos.....	75
Figura 53: Datos iniciales y resultados máquina de inducción de barra profunda de cuatro polos.....	76
Figura 54: Máquina de inducción de barra profunda de cuatro polos.....	76
Figura 55: Datos iniciales y resultados máquina de reluctancia conmutada.....	77
Figura 56: Máquina de reluctancia conmutada.....	78
Figura 57: Script constantes del motor.....	81
Figura 58: Script geometría del motor.....	82
Figura 59: Geometría motor GMSH.....	82



Índice de fórmulas

Campo eléctrico.....	14
Ley de Gauss para la electricidad.....	16
Ley de Gauss para magnetismo.....	16
Ley de inducción de Faraday.....	16
Ley de Ampère.....	16
- Ley de Gauss.....	18
- Ley de Faraday.....	18
- Ley de Gauss para el campo magnético.....	18
- Ley de Ampère-Maxwell.....	18
Teorema de Gauss.....	21
Ley de Faraday.....	21
Teorema de Ampère.....	22



Índice de tablas

Tabla 1: Interfaces FEMM	36
Tabla 2: Algoritmos de cálculo.....	37
Tabla 3: Magnitudes habituales en FEMM.....	38



1-Introducción y objetivos

Se trata en el presente Trabajo Fin de Grado de realizar del modelado de máquinas eléctricas con software de elementos finitos, explorando las posibilidades de hacerlo con software libre (FEMM, Onelab, ELMERFEM) y estudiar las funciones de estos programas que puedan servir de utilidad para su utilización en el laboratorio de Máquinas Eléctricas.

También trataremos de comprobar la capacidad que ofrece cada uno de ellos para efectuar las diversas simulaciones requeridas en las prácticas de las asignaturas de Máquinas Eléctricas, ya sea siguiendo los ejemplos propuestos dentro del propio programa o realizando los ejemplos ya preparados con los programas actualmente en uso que son Cosmos/M y CosmosEMS.

El objetivo principal marcado en este trabajo es la búsqueda y estudio de programas de software libre que puedan servir de utilidad en el estudio de Máquinas Eléctricas en el ámbito académico.

Como objetivos secundarios marcamos la posibilidad de construir ejemplos de Máquinas Eléctricas y su posterior resolución, simulación, con visualización y comparación de resultados, con algún programa de software libre.



2- Campos electromagnéticos. Ecuaciones de Maxwell. Análisis en ondas electromagnéticas.

Los fenómenos eléctricos tienen lugar en un volumen, $v(t)$, o región del espacio.

$$v(t) \rightarrow \vec{E}(x, y, z, t) \text{ (Intensidad de Campo eléctrico)}$$

En cuanto a la intensidad de corriente, ésta pasa de medirse en amperios a medirse en amperios por metro A/m, hablamos por tanto de la intensidad de campo magnético (\vec{H}).

$$i(t) \rightarrow \vec{H}(x, y, z, t) \text{ (Intensidad de Campo magnético)}$$

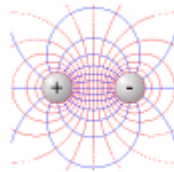


Figura 1: Campos electromagnéticos

(Quesada Pereira, Ondas Electromagnéticas, 2011)

2.1-Definición de campo eléctrico

El campo eléctrico puede definirse como un campo físico dirigido a partir de la fuerza (Newton) que experimentan dos cargas entre sí. La fuerza tiene una determinada dirección. La noción de campo se utiliza en física para indicar la influencia de un objeto sobre su entorno. El campo eléctrico (y también el magnético) es una magnitud vectorial (campos de fuerzas) y a su vez la fuerza entre dos cargas viene ejercida por la **Ley de Coulomb**.

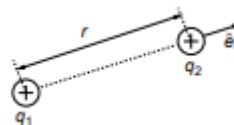


Figura 2: Ley de Coulomb

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$$

Campo eléctrico como fuerza por unidad de carga en cada punto del espacio:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$$

Se define $\epsilon_0 \approx 1/(36\pi)10^{-9}$ como la permitividad del vacío o constante dieléctrica del vacío (F/m).

(Quesada Pereira, Ondas Electromagnéticas,2011)

2.2-Definición de campo magnético

El campo magnético posee ciertas similitudes con respecto al eléctrico, anteriormente mencionado (es también una magnitud vectorial). La magnitud fundamental es la densidad de campo magnético o flujo magnético \vec{B} . El flujo magnético se mide en (**Teslas**).

La fuerza a la que está sometida una carga q en un campo electromagnético es:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \text{ Fuerza electrostática y de Lorentz}$$

$\vec{v} = |\vec{v}|\hat{e}_v$ es el vector velocidad de la carga, siendo \hat{e}_v el vector unitario en la dirección de movimiento y $|\vec{v}|$ la magnitud de la velocidad.

El campo magnético se relaciona con el flujo magnético como:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \text{ (A/m)}$$



$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ es la permeabilidad magnética del vacío (H/m) .

(Quesada Pereira, Ondas Electromagnéticas, 2011)

2.3-Definición campos electromagnéticos

Toda carga eléctrica produce un campo eléctrico.

Cuanto más elevada es la tensión de un aparato o instalación, mayor es el campo eléctrico en el mismo. Su unidad de medida en el sistema internacional es el V/m (voltio/metro) y su valor decrece muy rápidamente con la distancia.

El campo magnético aparece como consecuencia del desplazamiento de cargas eléctricas (circulación de corriente). Cuanto más elevada es la intensidad de corriente, más aumenta el campo magnético. Su unidad en el sistema internacional es el T (**Tesla**), y de manera semejante al campo eléctrico, el valor del campo magnético disminuye muy rápidamente con la distancia.

En el caso de frecuencias muy bajas, como es la de 50 Hz (denominada frecuencia industrial, frecuencia a la que se produce, transporta y distribuye la energía eléctrica en España), los campos mencionados son independientes entre sí, por lo que la expresión 'campos electromagnéticos de 50Hz' no sería correcta; resulta más adecuado hablar de 'campos eléctricos y campos magnéticos de 50 Hz'.

(“Campos Electromagnéticos - i-DE - Grupo Iberdrola”)

2.4-Ecuaciones de Maxwell

Fueron formuladas en 1873 por James Clerk Maxwell, y sintetizan el trabajo de investigadores como Ampere, Faraday o Gauss, y el suyo propio. El formalismo matemático actual más simple fue introducido por Oliver Heaviside de 1885 a 1887.

La teoría de Maxwell predecía la existencia de ondas electromagnéticas, lo cual fue probado experimentalmente por Hertz.

Las ecuaciones de Maxwell pueden ser formuladas de diversas maneras: De forma integral o de forma diferencial y también se pueden expresar en función de si la onda se propaga por el vacío o por un material.

Las ecuaciones en forma de integrales en el vacío son de la forma:



Ley de Gauss para la electricidad $\oint_{\partial V} \vec{E} * \partial \vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv$

Ley de Gauss para magnetismo $\oint_{\partial V} \vec{B} * \partial \vec{S} = 0$

Ley de inducción de Faraday $\oint_{\partial S} \vec{E} * \partial \vec{l} = -\frac{d\phi_s}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} * \partial \vec{S}$

Ley de Ampère $\oint_{\partial S} \vec{B} * \partial \vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{J} * \partial \vec{S}$

Donde \vec{E} es el campo eléctrico, \vec{B} es el campo magnético, \vec{J} es la corriente de carga que, en parte, genera el campo magnético, Q es la carga estática que genera el campo eléctrico, ϵ_0 es la constante dieléctrica del vacío y μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.

V es un volumen cualquiera dentro del cual está la carga Q y S es una superficie no cerrada.

Las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial son:

Las ecuaciones de Maxwell se componen de un total de ocho ecuaciones escalares (tres para cada uno de los rotacionales de los campos eléctrico y magnético y una para las divergencias).

Maxwell reescribió estas ecuaciones integrales en forma diferencial haciéndolas compatibles; de este modo apareció la llamada **corriente de desplazamiento** definida como:

$$\vec{J}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Entonces las ecuaciones en el sistema internacional (de forma diferencial) son:

-Ley de Gauss:

$$\vec{\nabla} * \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$



- \vec{E} , campo eléctrico existente en el espacio, creado por las cargas.
- ρ , densidad de cargas existentes en el espacio.
- ϵ , Permitividad eléctrica, característica de los materiales dieléctricos.

-Ley de Faraday:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- \vec{B} , campo magnético existente en el espacio, creado por las corrientes.

-Ley de Gauss para el campo magnético:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- Esta ley expresa la inexistencia de monopolos magnéticos en la naturaleza, es decir, esta es la explicación de que al romper un imán obtengamos dos imanes, y no dos medio- imanes.

-Ley de Ampère-Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J}$$

- μ , permeabilidad magnética, característica de los materiales paramagnéticos.
- \vec{J} , Densidad de corriente, mide el flujo de cargas por unidad de tiempo y superficie y es igual a $\vec{J} = \rho \vec{v}$

que es la ley de Ampère. Maxwell, sin embargo, encontró que esta última ecuación, en combinación con la ley de Faraday conducían a un resultado que violaba el principio de conservación de la carga, con lo cual decidió modificarla dándole forma para que no infringiera este principio.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

que ahora se conoce como **ley de Ampère modificada** o **ley de Ampère-Maxwell**, en la cual el término introducido es la *corriente de desplazamiento*.



Sin embargo, estas ocho ecuaciones no son suficientes para resumir todo el conocimiento de la electrodinámica clásica, nos hace falta una ecuación más. Esa es la expresión de **fuerza de Lorentz**:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Para medios materiales se definen los campos \vec{D} y \vec{H} gracias a los cuales las ecuaciones de Maxwell pueden expresarse de manera independiente al medio en el que están inmersos los campos.

Estos campos están relacionados con los campos eléctricos y magnéticos mediante las relaciones constitutivas (aquí se dan para medios isotrópicos homogéneos lineales):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

- \vec{D} , campo dieléctrico que resume los efectos eléctricos de la materia.
- \vec{H} , campo magnético que resume los efectos magnéticos de la materia.

Las relaciones constitutivas para el vacío se definen como:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \text{ y } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

De este modo las ecuaciones de Maxwell quedan así:

- Ley de Gauss:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

- Ley de Faraday:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- Ley de Gauss para el campo magnético:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- Ley de Ampère-Maxwell:



$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Donde ahora ρ y \vec{J} corresponden a la carga y densidad de corriente libres, \vec{D} representa el vector desplazamiento eléctrico y \vec{H} el campo magnético. Esta versión de las ecuaciones es equivalente a la del vacío, pero para ser completas, deben ser suplementadas con relaciones constitutivas, propias de cada medio material:

- $\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}, \vec{B})$
- $\vec{H} = \vec{H}(\vec{E}, \vec{B})$
- $\vec{J} = \vec{J}(\vec{E}, \vec{B})$

Cuando estamos en el vacío podemos suponer que no existen fuentes (es decir, que $\rho = 0$ y $\vec{J} = 0$) y las **ecuaciones de Maxwell** nos quedan de la forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

En este caso se puede demostrar que tanto el campo \vec{E} como el campo \vec{B} toman la forma de una ecuación de ondas con una velocidad $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ igual a la velocidad de la luz, de donde Maxwell extrajo la hipótesis de que la luz no era más que ondas electromagnéticas propagándose en el vacío.

(“Las Ecuaciones de Maxwell”, https://webs.um.es/jmz/IntroFisiCompu/Alumnos/05_Alcaraz_Marta/ecmax.html)
(Abril 2020)

2.5-Ecuaciones de Maxwell con ondas electromagnéticas.

Es la generalización del teorema de Ampère para corrientes no estacionarias, las cuales podrían definirse como: Corriente de desplazamiento de Maxwell, Ecuaciones de Maxwell en el vacío, Ecuación de ondas, solución en ondas planas y Ondas planas con variación temporal armónica.

En la deducción de la **ley de Ampère** nos aparecía un término que eliminamos al estudiar las corrientes estacionarias:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

La trascendencia de esta ecuación radica en que no solo una corriente puede producir un campo magnético, sino que un campo eléctrico variable también.

La forma integral de esta ecuación es:

$$\oint_{\partial s} \vec{B} * d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Maxwell entendió la necesidad de introducir un término adicional en el teorema de Ampère para tener en cuenta el proceso de carga de un condensador.

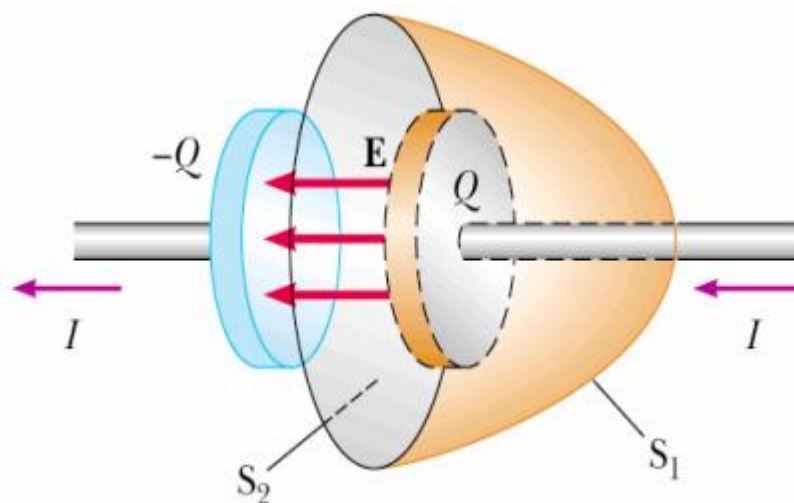




Figura 3: Proceso de carga (J.Fernández, Ecuaciones de Maxwell-
electromagnetismo, 2004)

Su idea era que existía una corriente adicional, $\vec{J}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ a la cual denominó corriente de desplazamiento, siendo esta transportada por el éter de un plato al otro del condensador.

Para Maxwell, la corriente de desplazamiento I_D y la corriente que circula por el hilo I son tratadas al mismo nivel. El significado que adquiere el término de campo eléctrico en el teorema de Ampère es el mismo que el término de campo magnético en la ley de Faraday: un campo eléctrico variable da lugar a un campo magnético, de la misma manera que un campo magnético variable induce un campo eléctrico.

De lo demostrado en el apartado anterior tenemos:

Teorema de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot \partial \vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot \partial \vec{S} = 0$$

Ley de Faraday

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



$$\oint_{\partial s} \vec{E} * \partial \vec{l} = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

Teorema de Ampère

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \oint_{\partial s} \vec{B} * \partial \vec{l} &= \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \end{aligned}$$

Se introducen los vectores auxiliares H y D

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \\ \vec{H} &= \frac{\vec{B}}{\mu} \end{aligned}$$

Y reescribiendo las ecuaciones con estos vectores nos queda,

$$\vec{\nabla} * \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} * \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

En ausencia de fuentes,

$$\vec{\nabla} * \vec{D} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



$$\begin{aligned}\vec{\nabla} * \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}$$

Hallando el rotacional de la tercera ecuación, se obtiene

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} \times \vec{\nabla} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} * \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

De la tercera y cuarta ecuación de Maxwell, se puede concluir que la solución para **H** es también armónica, con la misma dependencia espacio-temporal.

Asimismo, puede hacerse la sustitución

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega \qquad \vec{\nabla} \rightarrow i\omega \vec{k}$$

de forma que podemos reescribir las ecuaciones de Maxwell como:

$$\vec{k} * \vec{E} = 0$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$$

$$\vec{k} * \vec{B} = 0$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \epsilon_0 \vec{E}$$

A la vista De la primera y segunda ecuación se deduce que **E** y **H** son perpendiculares a la dirección de propagación y de cualquiera de las otras de que **k**, **E** y **H** forman un triedro a derechas, en ese orden.

Del mismo modo, De la tercera ecuación se observa, además, que

$$\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c$$

Si el plano de polarización no cambia, la evolución de la onda en el tiempo sería la dada en la figura

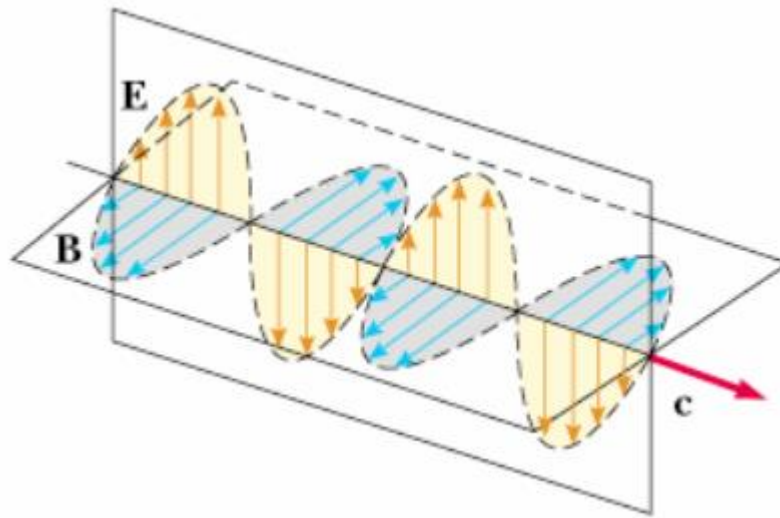


Figura 4: Evolución de la onda (J.Fernández, Ecuaciones de Maxwell-electromagnetismo, 2004)

(J.Fernández, Ecuaciones de Maxwell-electromagnetismo, 2004)

3-Método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos (MEF) tiene una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., puesto que permite la resolución de casos que eran prácticamente imposibles de solucionar mediante métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir elaborando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste, tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El MEF posibilita la ejecución de un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo, no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del procedimiento. Los prototipos, por lo tanto, continúan siendo necesarios, aunque en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

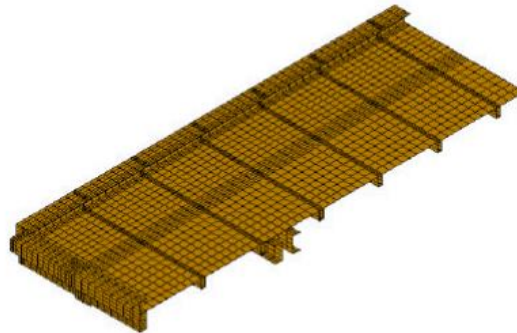


Figura 5: Discretización con elementos finitos

El método de los elementos finitos como formulación matemática es relativamente nuevo; aunque su estructura básica fue entendida con anterioridad, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten llevar a cabo cálculos con elementos finitos.

3.1-Conceptos generales del método

La idea general del método de los elementos finitos se basa en la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento; de esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- **Dominio.** Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- **Condiciones de contorno.** Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor, ...
- **Incógnitas.** Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno hayan actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas, ...

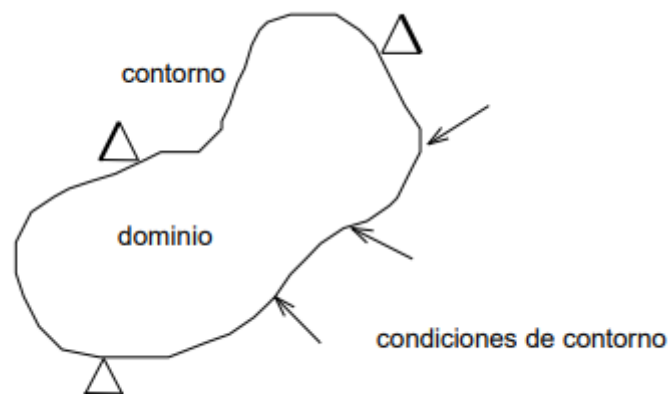


Figura 6: Idea general del método



El método de los elementos finitos exige, a fin de solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime a través del conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos podemos calcular el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones, ... A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

- **Temperatura:**

El sistema, obligado por a las condiciones de contorno (empotramiento, fuerza puntual y temperatura), evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema, podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: tensiones, deformaciones, ... De igual modo sería posible obtener la evolución temporal de cualquiera de los grados de libertad. Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas ‘interpolan’ el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que, resolviéndolas, nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

3.2-Preproceso

Se define el problema imponiendo unas condiciones. Estas restricciones son las que quitarán grados de libertad, haciendo posible obtener un sistema compatible determinado. Dicho de otra manera, un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, de solución única. Las condiciones a definir son:

- **Dominio.** El espacio que abarca el problema. Su definición geométrica.



- **Condiciones iniciales y/o de frontera.** Según si tratamos con un problema de valor inicial, un problema de contorno o un problema de valor inicial y contorno.
- **Otros.** Podemos asignar propiedades físicas a los materiales, al entorno y otros parámetros.

El último paso del preproceso es el mallado. Se aproxima el dominio con una red de elementos sencillos (por ejemplo, triángulos) que cubra la totalidad del dominio, formando lo que se llama la malla. Es decir, se pasa de una formulación continua del problema a una formulación discreta. Por muy pequeños que sean los elementos, siempre se introduce cierto error al mallar.

Al dividir el dominio del problema en pequeños elementos, se formulan ecuaciones para cada elemento y se combinan para obtener la solución de todo el cuerpo.

- Obtener ecuaciones:

Hay variedad de métodos de cálculo con EF, pero la idea común es aproximar la función solución mediante muchas funciones sencillas definidas a trozos, teniendo en cuenta como unos elementos se enganchan con los otros y cómo se tienen que enlazar las soluciones (acoplamiento). Los métodos más extendidos se basan en:

- Método de Galerkin
- Principio de Trabajos Virtuales

-Expresar matricialmente y resolver:

De las ecuaciones obtenidas conseguimos un sistema lineal. El método funciona de tal manera que la mayoría de entradas de la matriz son ceros.

3.3-Postproceso

Una vez se ha solucionado el problema, nos es posible extraer los resultados en el postproceso. Los programas de EF suelen tener interfaces gráficas que facilitan la lectura de los resultados. Además, podemos presentarlos de forma visual elaborando gráficos, guardando imágenes, etc.

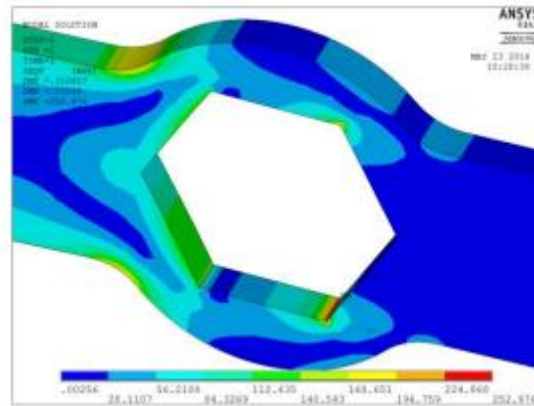


Figura 7: Imagen obtenida en el postproceso de ANSYS

(Torán Zorrilla, Cálculo de máquinas eléctricas por elementos finitos, 2015)

3.4-Elementos finitos en máquinas eléctricas

Los elementos finitos se han considerado como un método numérico para diseños eléctricos, evaluación de funcionamiento y optimización de dispositivos en aplicaciones de bajas frecuencias para la ingeniería eléctrica. Se han desarrollado muchas variantes del método de elementos finitos y han sido aplicado con éxito a máquinas eléctricas rotativas, transformadores, motores con imanes permanentes, generadores de potencia y equipos de transmisión.

Las técnicas numéricas han sido ampliamente reconocidas como métodos prácticos y precisos en el campo de la computación para ayudar en diseños eléctricos. Los precursores del método de elementos finitos son las técnicas de diferencias finitas y ecuaciones integrales. Aun cuando todos estos métodos han sido usados directamente o en combinación con otros métodos para el diseño, los elementos finitos han emergido como una técnica apropiada para aplicaciones en bajas frecuencias.

Un trabajo que marcó un hito en la aplicación del MEF a la ingeniería eléctrica fue el desarrollado por Silvester y Chari en 1970. A partir de entonces, una serie de investigadores ha orientado sus esfuerzos a su aplicación a la resolución de problemas de la ingeniería eléctrica. Si bien las ecuaciones de Maxwell describen

completamente los fenómenos electromagnéticos, su solución analítica es impracticable en geometrías complejas. Una alternativa es utilizar el método de cálculo numérico para obtener una solución aproximada.

Así, un amplio espectro de métodos computacionales ha sido usados en el transcurso de los años para el análisis y diseño eléctrico de aparatos de potencia. El método de diferencia finita y las ecuaciones integrales de volumen fueron las primeras herramientas empleadas en los problemas de máquinas eléctricas, electrostáticas y corrientes de Eddy.

El cálculo de campos electromagnéticos depende completamente de la habilidad para resolver las ecuaciones de Maxwell. Las cuatro ecuaciones de Maxwell, son, en la mayoría de los casos, muy generales.

Para los problemas de los campos magnéticos estáticos, las fórmulas de Maxwell pueden ser reducidas a la ecuación de Poisson o, como un caso muy especial, a la ecuación de Laplace. Esto implica la introducción de un vector o un escalar potencial. La mayoría de los métodos numéricos para resolver los problemas de campos magnéticos tiene como solución a la ecuación

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}$$

donde \mathbf{A} es el vector magnético potencial definido como $\text{div } \mathbf{A} = 0$ y $\mathbf{B} \cong \nabla \mathbf{A}$.

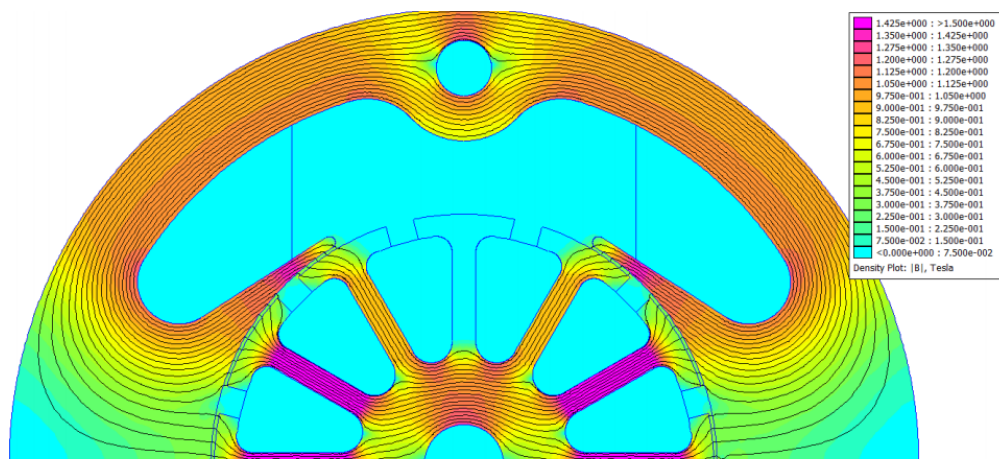


Figura 8: Densidad de flujo de una máquina en vacío

(Agüero, Actis, and Córdoba 1997)

4-Programas disponibles en el laboratorio de máquinas eléctricas: COSMOS / M y COSMOS/EMS

4.1-COSMOS / M

COSMOS/M es un programa basado en el método de análisis por elementos finitos. El programa es completamente modular, incluyendo módulos para resolver problemas de estructuras lineales, no lineales estáticas y dinámicas, además de problemas de transferencia de calor, fluidomecánicos, electromagnéticos, optimización o fatiga, permitiendo al usuario adquirir y cargar sólo los módulos que necesite.

GEOSTAR es el pre y postprocesador del sistema **COSMOS/M** de elementos finitos. Es un modelador geométrico al estilo de **CAD tridimensional**, con el que el usuario puede crear la geometría del modelo, mallarlo, suministrar la información necesaria para el análisis, ejecutar el tipo de análisis deseado, repasar, dibujar e imprimir los resultados, sin tener que salir de la pantalla **GEOSTAR**.

El programa **GEOSTAR** controla la ejecución de los varios módulos de análisis del paquete **COSMOS/M** y proporciona una interacción entre ellos.

El módulo **ESTAR** es el que necesitamos para realizar posteriormente el análisis electromagnético de las Máquinas Eléctricas.

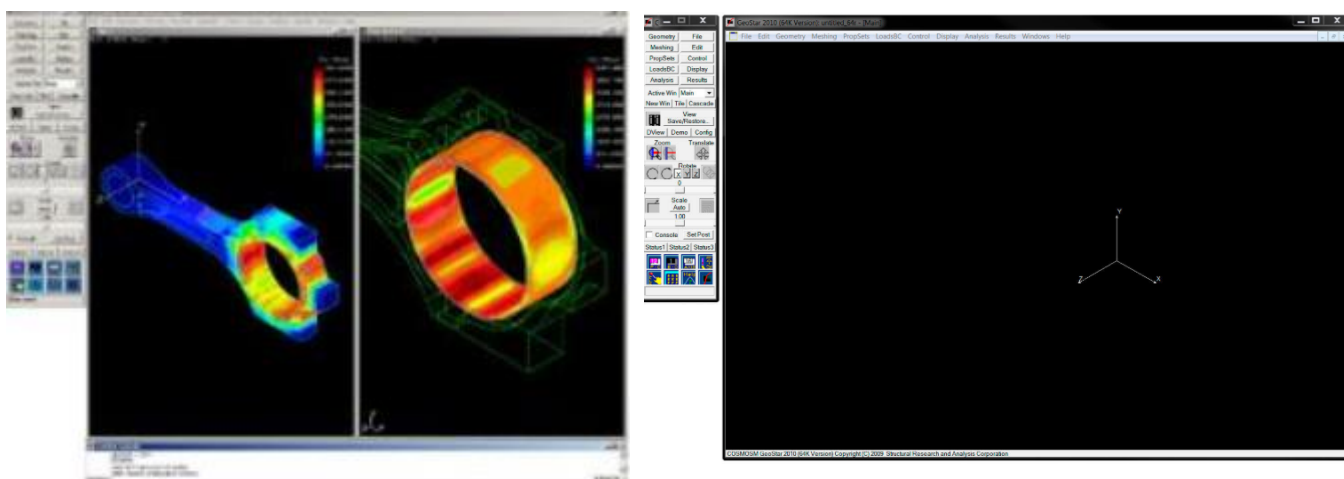


Figura 9 y 10: COSMO / M e Interfaz



4.1.1-Módulo ESTAR

ESTAR es un programa basado en el método de elementos finitos para resolver problemas electromagnéticos. La teoría usada en el programa **ESTAR** está inspirada en la aplicación de la teoría de la función potencial a las ecuaciones de Maxwell. Los potenciales magnéticos, vectorial y escalar, son usados para el análisis en dos y tres dimensiones, respectivamente.

4.1.2-Pantalla de GEOSTAR

Una vez que entramos en el programa **GEOSTAR**, éste nos requerirá un nombre para el problema que vamos a analizar. Cuando se le da un nombre, todos los ficheros relacionados con este problema tendrán ese nombre y extensiones determinadas según el tipo de información que ellos contengan. Por ejemplo, el archivo **—SES** almacena la lista de comandos utilizados para crear el modelo, y el archivo **—OUT** contiene los datos de los resultados. **GEOSTAR** tarda pocos segundos en crear los ficheros de la base de datos.

(“**INICAD - Productos - Cosmos -> Cosmos / M**”)

4.2-COSMOS / EMS

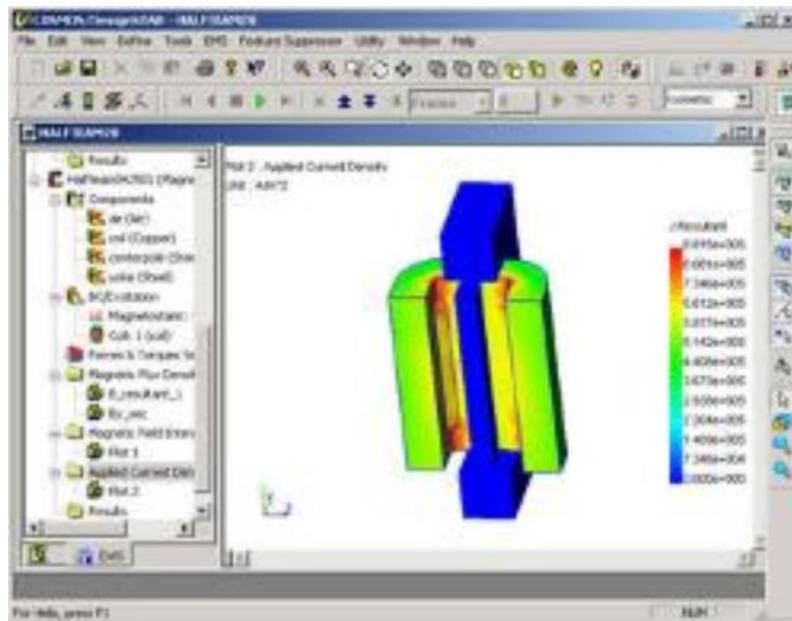


Figura 11: Interfaz COSMOS

COSMOS / EMS es un simulador de campo 3D para aplicaciones electromagnéticas / electromecánicas de baja frecuencia. **COSMOS / EMS** combina un alto nivel de funcionalidad y precisión con facilidad de uso, y es aplicable en una amplia variedad de diseños.

COSMOS / EMS se basa en el poderoso Método de elementos finitos (FEM), que resuelve las ecuaciones físicas directamente sin simplificaciones ni suposiciones. Está diseñado para ayudarlo a obtener una visión física del rendimiento de sus diseños mediante el cálculo de parámetros importantes como: pares, fuerzas, campos, corrientes, inductancias, capacitancias, enlaces de flujo, pérdidas de corriente y tensiones eléctricas. Y, **COSMOS / EMS** está completamente integrado con **COSMOS / DesignSTAR**.

COSMOS / EMS es aplicable para una amplia variedad de análisis y es extremadamente flexible. No importa qué diseño esté creando, puede eliminar las debilidades utilizando **COSMOS / EMS** en el ciclo de desarrollo del producto, lo que puede ayudarlo a construir un mejor producto en menos tiempo.

COSMOS / EMS contiene los siguientes módulos:

- Conducción electrostática y eléctrica.
- Magnetostático.
- Transient Magnetic (en una versión futura).

COSMOS / EMS se puede utilizar como una solución adicional para COSMOS / Works o COSMOS / DesignSTAR.

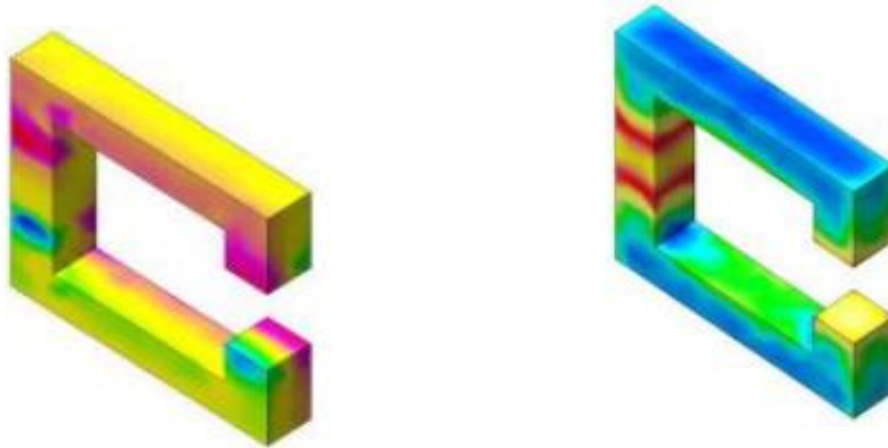


Figura 12: COSMOS / EMS

(“INICAD - Productos –Cosmos -> Cosmos / EMS”)



5-Programas de software libre

5.1-FEMM

Se ha desarrollado el software Finite Element Method Magnetics (FEMM) para abordar algunos casos en los que las ecuaciones de Maxwell están limitadas. Los problemas abordados son aquellos que pueden considerarse problemas de baja frecuencia (LF) en el cual las corrientes de desplazamiento pueden ser ignoradas.

De manera semejante, la electrostática considera el caso inverso en el que solo se considera el campo eléctrico mientras el campo magnético se descuida. El programa aborda dominios **2D** con simetría planar y **3D** armónico magnético lineal y no lineal, magnetostático y problemas electrostáticos lineales.

El paquete **FEMM** es de código abierto, simple y preciso, con aplicaciones en varias áreas tales como electromagnetismo, ciencia de los materiales, industria, medicina, física, experimental y de partículas, robótica, la astronomía y la ingeniería espacial.

El software es razonablemente rápido y preciso, fácil de usar y distribuido libremente, lo que se presenta como su principal ventaja con respecto a su valor educativo. Su capacidad de aunar como herramienta complementaria las necesidades de enseñanza electromagnética en la educación superior debería ser explorada y evaluada, debido a las ventajas observadas, ya citadas anteriormente.

5.1.1-Estructura interna del programa

-Interfaz:

Consta de una interfaz gráfica en la que podemos interactuar con el programa. Aquí están disponibles las herramientas de dibujo, selección, visualización, asignación de propiedades, contornos, gráficos, etc. Según el tipo de problema que tengamos, contaremos con herramientas específicas para cada caso. Por ejemplo, en un problema magnético, con **Nodal property** podemos definir que por un punto circulan 100 A. En cambio, para un problema térmico, con **Nodal property** especificamos que ese punto está a 100°C.

Hay seis variantes de interfaz:

Preproceso	Magnético
	Electrostático
	Térmico
Postproceso	Magnético

	Electrostático
	Térmico

Tabla 1: Interfaces FEMM

-Malla:

El mallado lo realiza otro programa independiente (triangle.exe). Viene incluido dentro del programa FEMM, aunque también se puede descargar por separado.

El tipo de elemento utilizado siempre son triángulos. Podemos configurar nuestras preferencias a la hora de hacer la malla mediante dos parámetros:

- **Min Angle:**
En la pestaña **Problem** se puede cambiar el ángulo mínimo de los triángulos que forman la malla. Generalmente, a mayor ángulo mayor será la calidad de la malla, sobre todo en puntos críticos donde haya esquinas o irregularidades. El algoritmo suele tener éxito para ángulos mínimos de hasta **33.8°**. El cuadro de diálogo acepta valores entre **1°** y **33.8°**. Su valor por defecto es de **30°**. Podría ser necesario bajarlo si nos aparece el mensaje de error **"Call to triangle was unsuccessful"**.
- **Mesh size:**
Seleccionando un bloque y a continuación apretando espacio accedemos al cuadro de diálogo **Properties for selected block**. En él podemos modificar el tamaño de malla **Mesh size**, desactivando la **casilla Let Triangle choose Mesh Size** y escribiendo el valor que queramos.

-Algoritmos de cálculo:

Finalmente tenemos los algoritmos de cálculo o **solvers**, que serán distintos según el tipo de problema que tengamos. El tiempo de cálculo será proporcional al número de nodos.

Tipo de problema	Solver
Magnético	fkern.exe
Electrostático	belasolv.exe
Térmico	hsolv.exe
Flujo de corriente	csolv.exe



Tabla 2: Algoritmos de cálculo

5.1.2-Tipos de problema. Marco teórico

FEMM se encarga de resolver algunos casos particulares de las ecuaciones de Maxwell. «Las ecuaciones habituales del campo electromagnético se expresan en términos de la intensidad del campo eléctrico \mathbf{E} , la densidad de flujo magnético \mathbf{B} , y la densidad de corriente \mathbf{J} . Para su descripción se usan las **ecuaciones de Maxwell.** » (Baltzis, 2009)

Las ecuaciones utilizadas, ya estudiadas anteriormente, son:

$$\vec{\nabla} * \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} * \vec{B} = \mathbf{0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Y también se cumple la relación:

$$\vec{J} = \sigma * \vec{E}$$

El programa utiliza una serie de magnitudes principales que son las siguientes:

Símbolo	Magnitud	Unidad SI
E	campo eléctrico	N/C , V/m
B	inducción magnética	T
H	Intensidad de campo magnético	A/m
J	densidad de corriente	A/m ²
ρ	densidad de carga	C/m, C/m ² , C/m ³
ϵ	permitividad eléctrica	F/m
μ	permeabilidad magnética	H/m, N/A ²
σ	conductividad media	S/m
k	conductividad térmica	W/(m·K)
T	temperatura	K
q	calor generado por ud. de volumen	W/m ³



Tabla 3: Magnitudes habituales en FEMM

-Problemas magnetostáticos:

Son problemas con corrientes a frecuencia cero. Las corrientes inducidas se desprecian. Los campos son invariantes en el tiempo, entonces:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

Reescribiendo las ecuaciones anteriores:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

La relación entre **B** y **H** es,

$$\mathbf{B} = \mu_0 * \mathbf{H}$$

Entonces estos problemas cumplen con la ecuación:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

Algunos ejemplos de problemas magnetostáticos:

- Bobinas en corriente continua
- Circuitos con imanes permanentes
- Circuitos en general donde las corrientes inducidas sean despreciables

-Problemas electrostáticos:

Son problemas en que aparecen tensiones a frecuencia cero y carga inmóviles. Sólo se considera el campo eléctrico y el campo magnético se desprecia.

Matemáticamente:

$$\vec{\nabla} * \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\vec{E} = - \vec{\nabla} * V$$

$$\vec{\nabla}^2 * V = - \frac{\rho}{\epsilon}$$

Aislantes, aparata de alta tensión y condensadores son algunos ejemplos de problema tipo electrostático.



-Problemas magnéticos de baja frecuencia:

En estos casos la frecuencia es mayor que cero, por lo tanto, los campos varían y se pueden inducir corrientes.

El campo eléctrico inducido tiene que cumplir con:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Algunos problemas magnéticos:

- Motores de inducción
- Transformadores
- Bobinas acopladas
- Hornos de inducción

(Baltzis, *The finite element method magnetics (FEMM)*, 2010)

5.1.3-Aplicaciones al diseño de máquinas eléctricas

Las interfaces de los diferentes tipos de problema son distintas. Los materiales y las propiedades a definir serán diferentes en cada caso. En este apartado se introducen brevemente los pasos que hay que seguir, sea cual sea nuestro tipo de problema, y se resuelven algunos ejemplos.

5.1.3.1-Estudio de un circuito magnético (Toroide)

En este ejemplo se representa un circuito magnético con forma de toroide y nos ocupamos de realizar un estudio del campo magnético producido por el mismo

- Inicio:

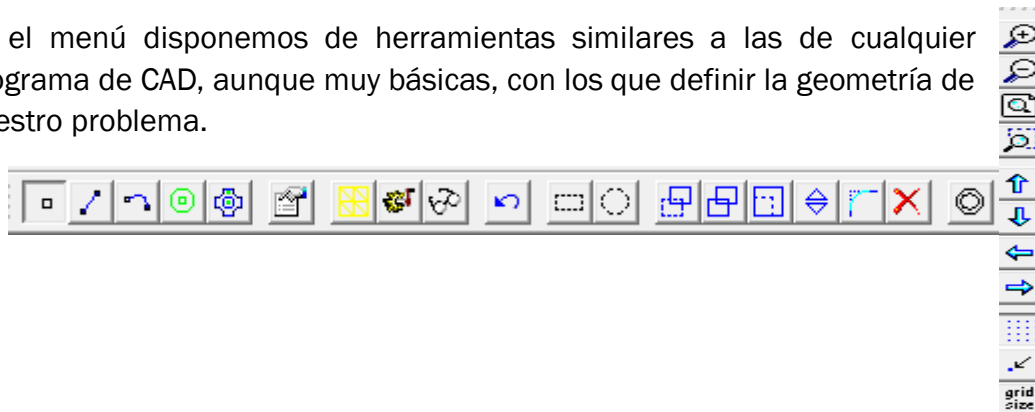
Abrimos **FEMM**, hacemos click en **File > New**.

Aparecerá la ventana '**Create a new problem**' con un desplegable que contiene los cuatro tipos de problema. Elegimos la pestaña de problema magnético.

A continuación, es recomendable ir a la pestaña **Problem**, donde parece una ventana de diálogo. Aquí definimos el tipo de simetría del problema (**planar**), las unidades de longitud, **centímetros** en este caso, la frecuencia en **0 Hz** y profundidad (solo si es planar), **1** en nuestro caso.

- **Diseño:**

En el menú disponemos de herramientas similares a las de cualquier programa de CAD, aunque muy básicas, con los que definir la geometría de nuestro problema.



Es importante poner atención a que las formas estén bien cerradas, ya que una superficie abierta o una mala conexión entre rectas conlleva errores en el mallado. Además, es conveniente simplificar la geometría en la medida de lo posible, evitando líneas o puntos innecesarios, para así reducir el tiempo de cálculo.

En nuestro caso una vez realizado este apartado completo nos ha quedado la siguiente figura:

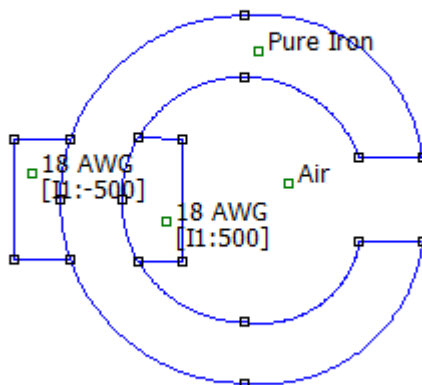


Figura 13: Toroide

Formada por un núcleo y una bobina principalmente.

También existe la posibilidad de importar el diseño desde archivos en formato **.dxf** (dibujos de AutoCAD, Catia, etc.) desde la pestaña **File > Import DXF**.

- **Definir y asignar propiedades:**

El siguiente paso es definir cuáles son los materiales del modelo, y sus propiedades de contorno o de punto. Se puede comenzar por ir a **Properties > Materials Library**. Aparece una ventana con un listado de materiales habituales según el tipo de problema, donde se pueden seleccionar los materiales que formen nuestro modelo, en este caso seleccionamos aire (**Air**), cobre (**18 AWG**) y hierro puro (**Pure Iron**).

Utilizamos el cobre 18 AWG como material de las bobinas,

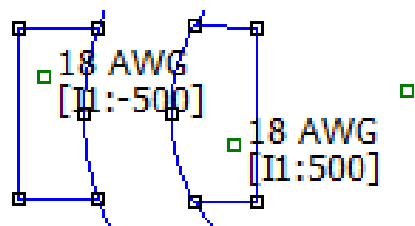


Figura 14: Bobinas de cobre

En **Properties>Circuit>Add Property** añadimos una corriente de **20 A** y lo llamamos **I1** en serie para el circuito de bobinas. A continuación, indicamos el número de vueltas de cada bobina para ello marcamos ambos puntos y vamos a **Properties**, seleccionamos **In Circuit I1** y añadimos el número de vueltas **500** en nuestro caso, se pone un lado en negativo y otro en positivo para que las vueltas vayan en la misma dirección.

El hierro puro lo utilizamos para el núcleo,

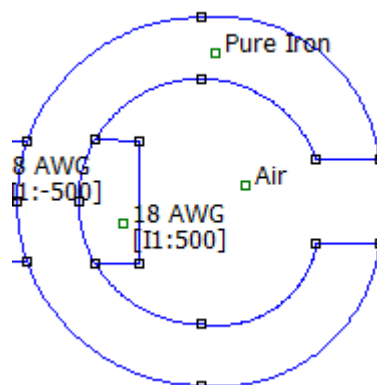


Figura 15: Núcleo magnético

Definimos también la frontera para marcar los límites de nuestra figura de la siguiente forma **Properties > Boundary > Add Property** y dentro de ella se encuentra en Aire (Air),

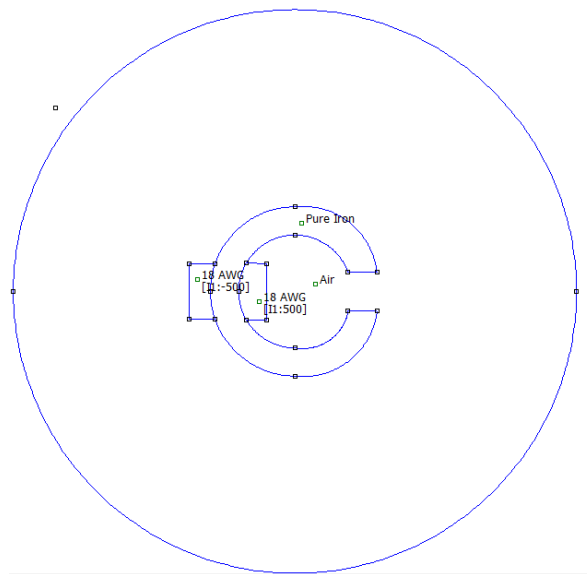


Figura 16: Frontera

Si nuestros materiales no están en la librería o sus propiedades son distintas, podemos crear un nuevo material o modificar uno existente: **Properties > Materials > Add Property / Modify Property**.

- **Mallado y solución.**

Una vez está el modelo definido, solo falta resolver haciendo click en **Run Analysis**. Si interesa ver cómo se realiza la malla antes de resolver, pulsar el **botón Run Mesh Generator**.

Se compila el programa y obtenemos una malla de triángulos formada por **10013 nodes**.

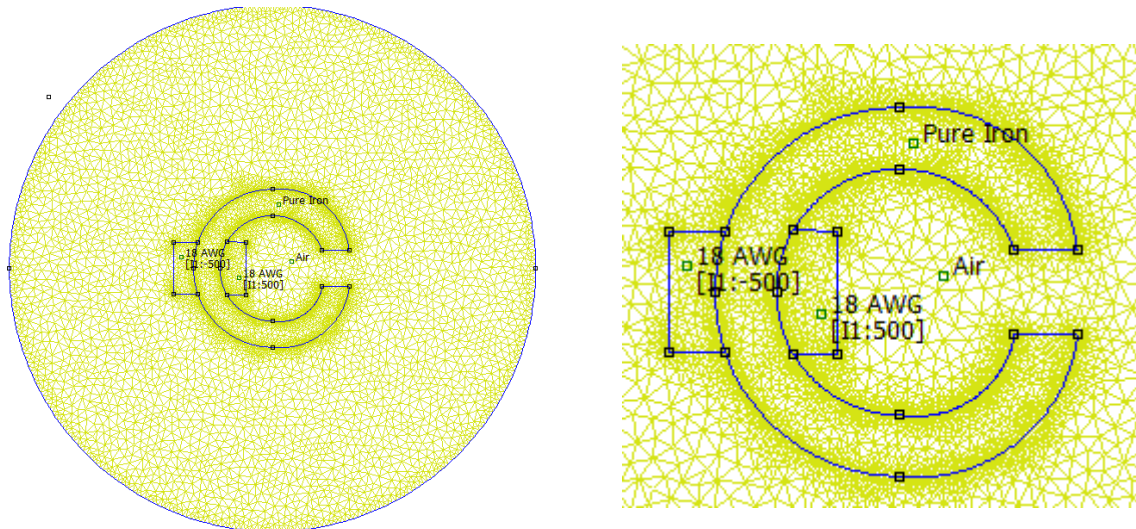


Figura 17: Malla de triángulos

- **Solución:**

Para ver los resultados, habremos de pulsar el botón **View Results**. Así se abrirá una nueva interfaz de postproceso, que cuenta con varias herramientas para extraer información de la solución.

Primero se observa el comportamiento del flujo en el núcleo observando una cierta dispersión por ambos lados del toroide.

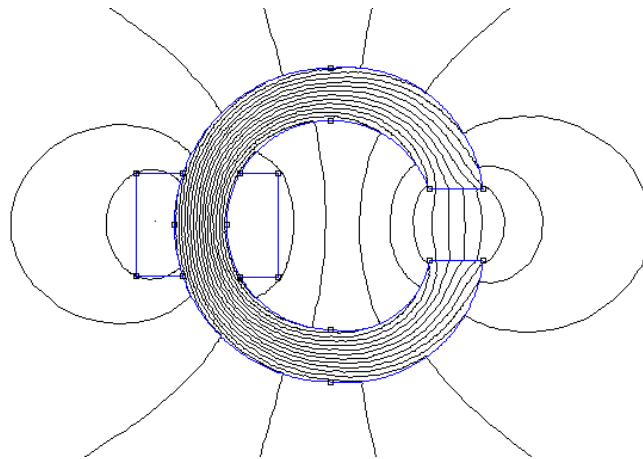


Figura 18: Flujo del núcleo

Lo siguiente que vamos a estudiar del problema es la densidad de flujo con la ayuda de la función *Dialog* y marcando la pestaña de **Show Density Plot**.

Se observa como la densidad de flujo tiene un valor mayor en la parte de las bobinas, además nos aporta una escala de colores donde nos marca el valor de dicha densidad en Teslas (T).

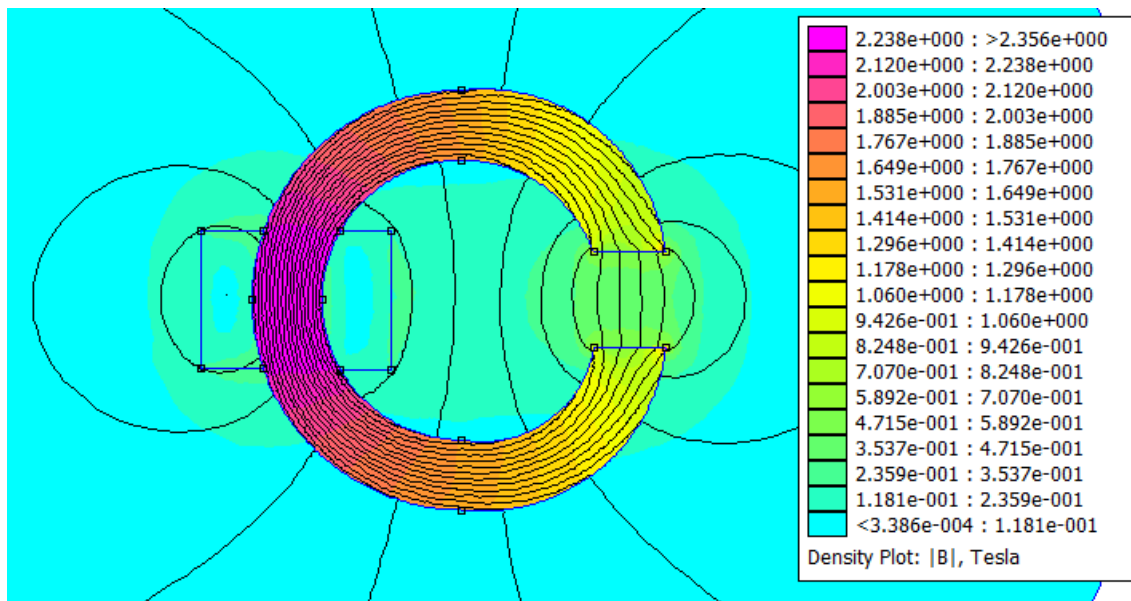


Figura 19: Densidad de flujo Toroide

A partir de la opción **Vector Plot Options** marcamos **B** y se observa el sentido del flujo.

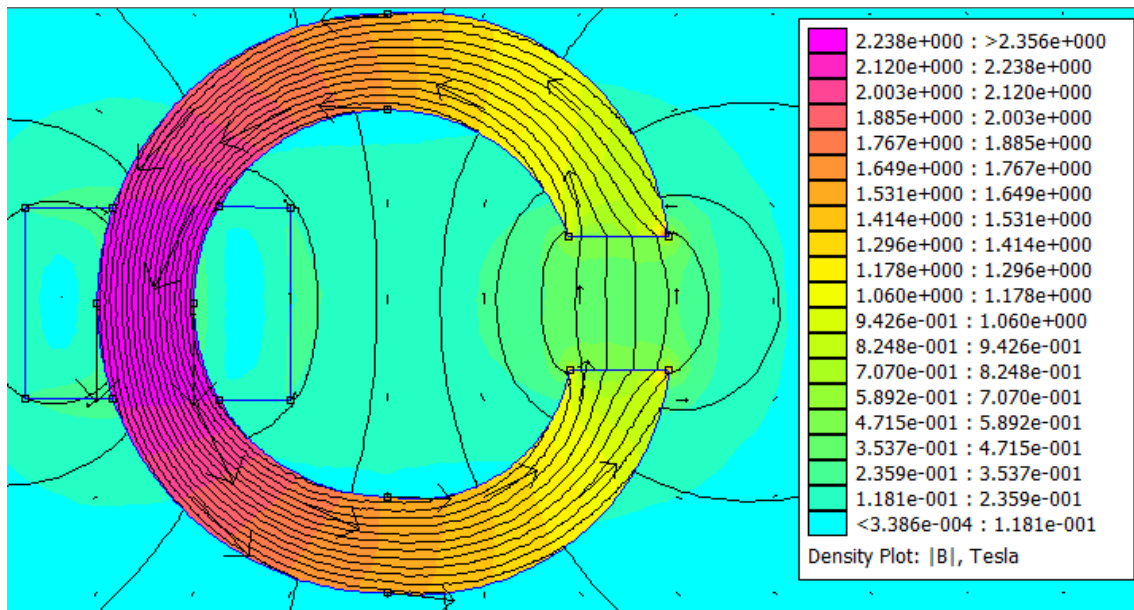


Figura 20: Sentido del flujo

También tenemos la opción de observar las curvas **BH** de nuestro circuito magnético para cualquier material. Dentro de la opción **View>Plot BH Curves** y seleccionando el material que se desee.

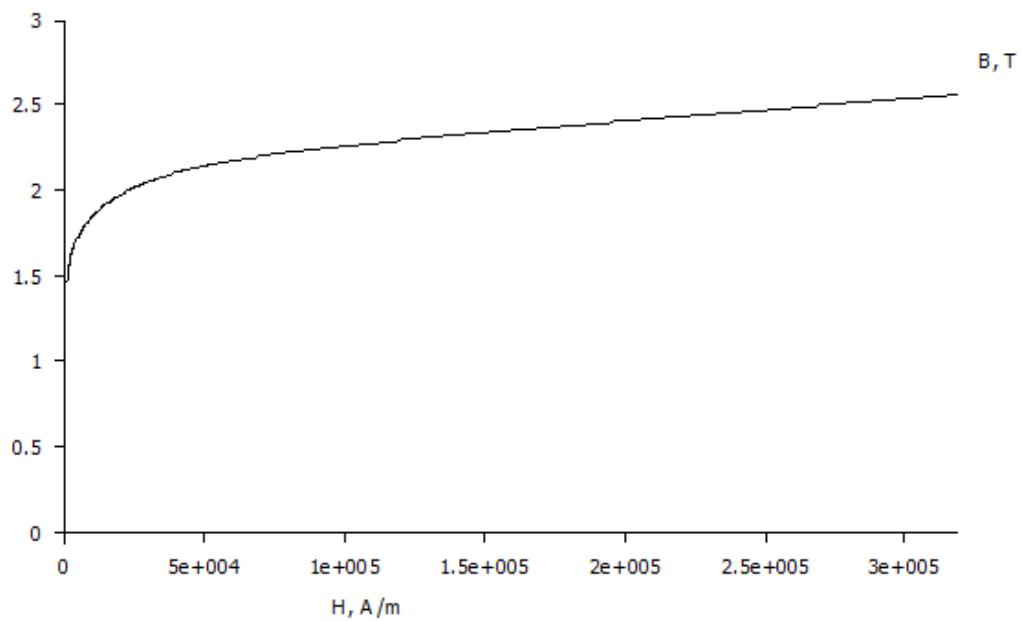


Figura 21: Curva BH Pure Iron

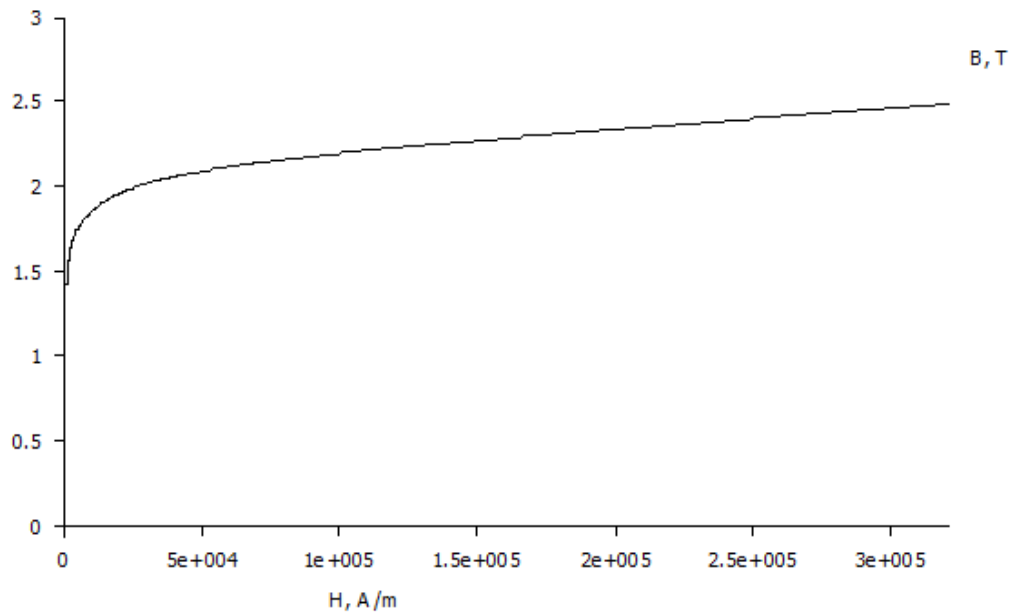


Figura 22: Curva BH M50

Por último, señalando cualquier punto del toroide y seleccionando **Circuits Properties** nos ofrece un resumen de las características de ese punto marcado dentro del circuito.

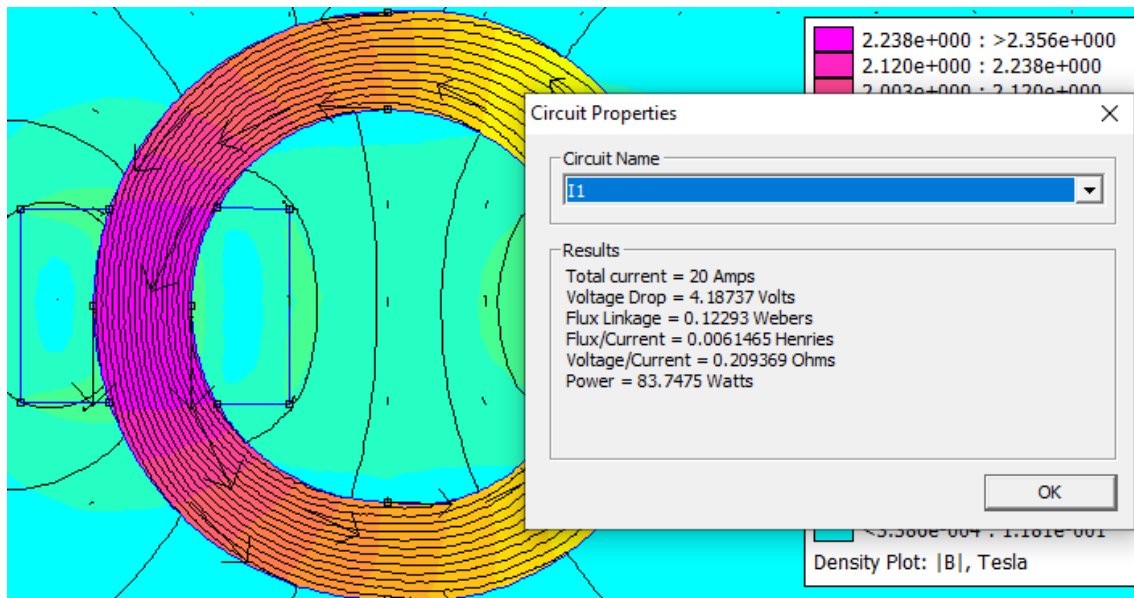


Figura 23: Propiedades Punto del Circuito

5.1.3.2–Motor de reluctancia variable

Vamos a diseñar un motor de reluctancia variable de 4 dientes en el rotor, normalmente utilizado como paso a paso y de tres fases excitadas por corriente continua.

- Inicio:

Definimos el tipo de simetría del problema (**planar**), las unidades de longitud, **milímetros** en este caso, la frecuencia en **0 Hz** y profundidad (solo si es planar), **100** en nuestro caso.

- Diseño:

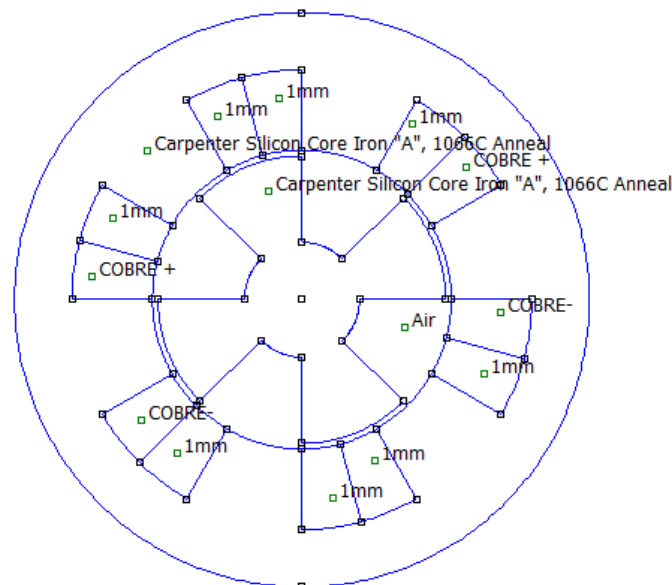


Figura 24: Motor de reluctancia

Formado por el rotor, el estátor, los polos y el bobinado.

- Definir y asignar las propiedades:

Los materiales que forman nuestro modelo, en este caso seleccionamos aire (**Air**), cobre (**1 mm, COBRE +, COBRE-**) y **Carpenter Silicon Core Iron "A"**.

Para el rotor y el estátor utilizamos el material magnético **Carpenter Silicon Core Iron "A"**.

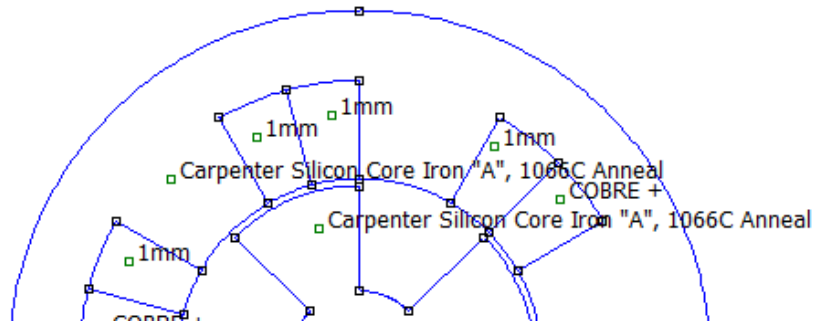


Figura 25: Material rotor y estátor

Para los polos del motor vamos a elegir **Copper Metric Magnet Wire** de **1mm** de espesor.

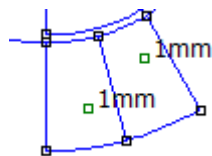


Figura 26: Polo motor

Para el bobinado vamos a crear nosotros un cobre con distintas propiedades a los de la librería para ello crearemos dos **COBRE+** y **COBRE-**. Para ello vamos a **Property Definition > Add**. Para el **COBRE+** elegimos una $\sigma=58$ y una $J=10$, y para el **COBRE-** la única diferencia es $J=-10$.

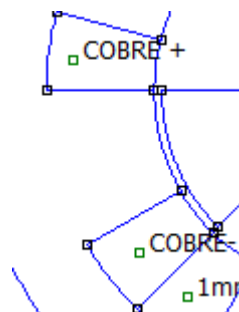


Figura 27: Bobinado motor

- **Mallado y solución:**

Se compila el programa y obtenemos una malla de triángulos formada por **13308 nodes**.

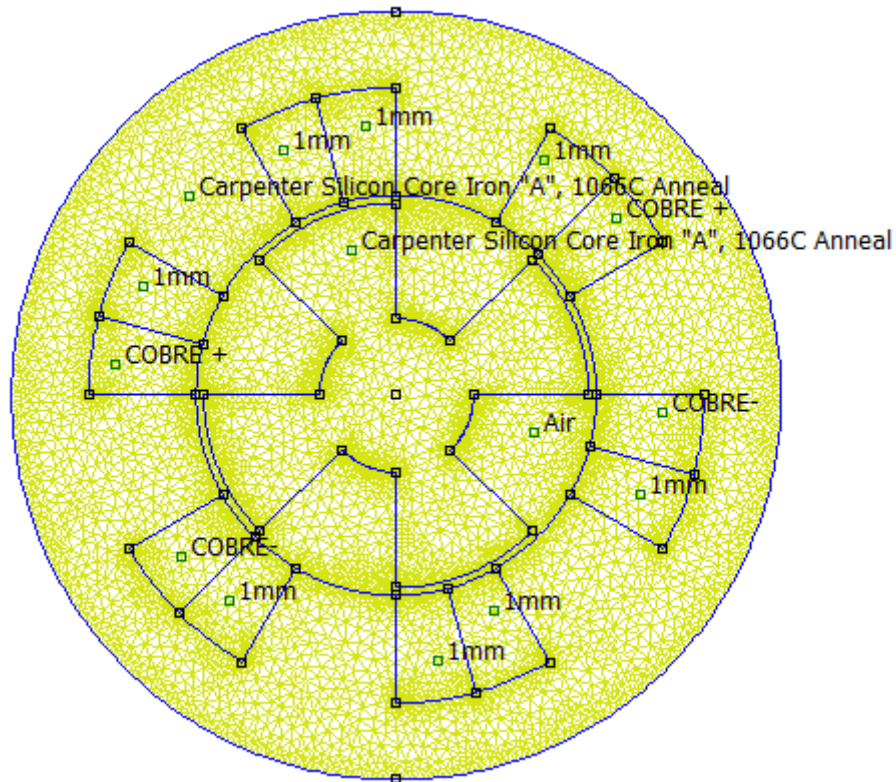


Figura 28: Mallado motor reluctancia

- **Resultados:**

Observamos la densidad de flujo magnético, la permeabilidad e la intensidad magnética de cualquier punto pulsando sobre él y nos muestra los resultados en una ventana auxiliar.

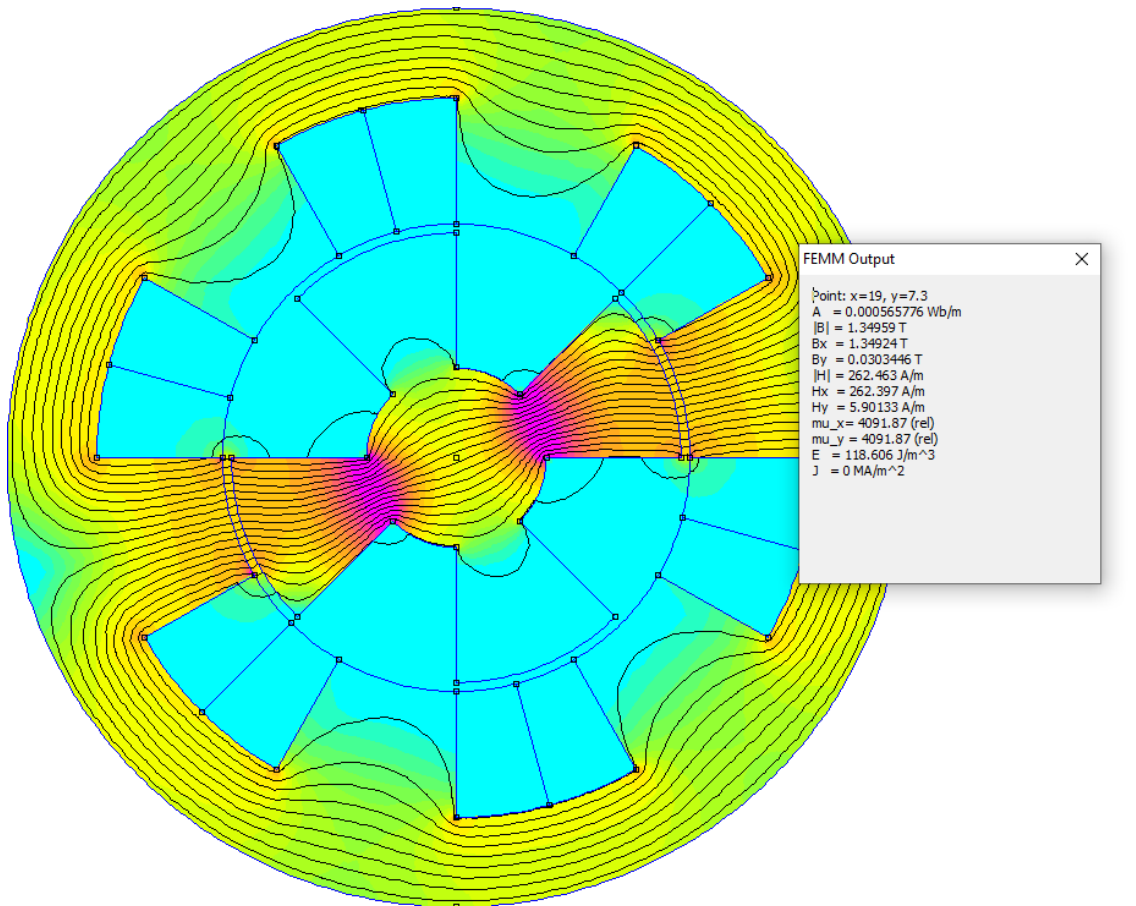


Figura 29: Características de un punto

Al igual que si, por ejemplo, queremos observar la densidad de corriente en las bobinas, que debería ser 10 como pusimos manualmente y, como se observa sucede,

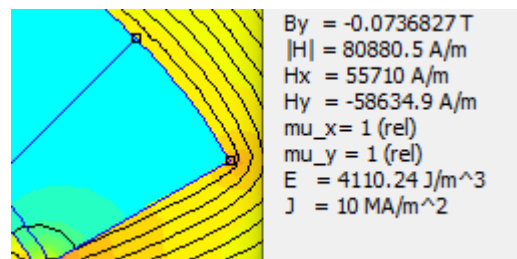


Figura 30: Densidad de corriente en bobina

También podemos observar las pérdidas totales en el cobre; para ello seleccionamos todas las partes que están compuestas por cobre y posteriormente se pulsa el botón de integrar seleccionando la función de todas las pérdidas, obteniendo el valor numérico en la ventana auxiliar.

Observando un valor de **83.4101 W.**

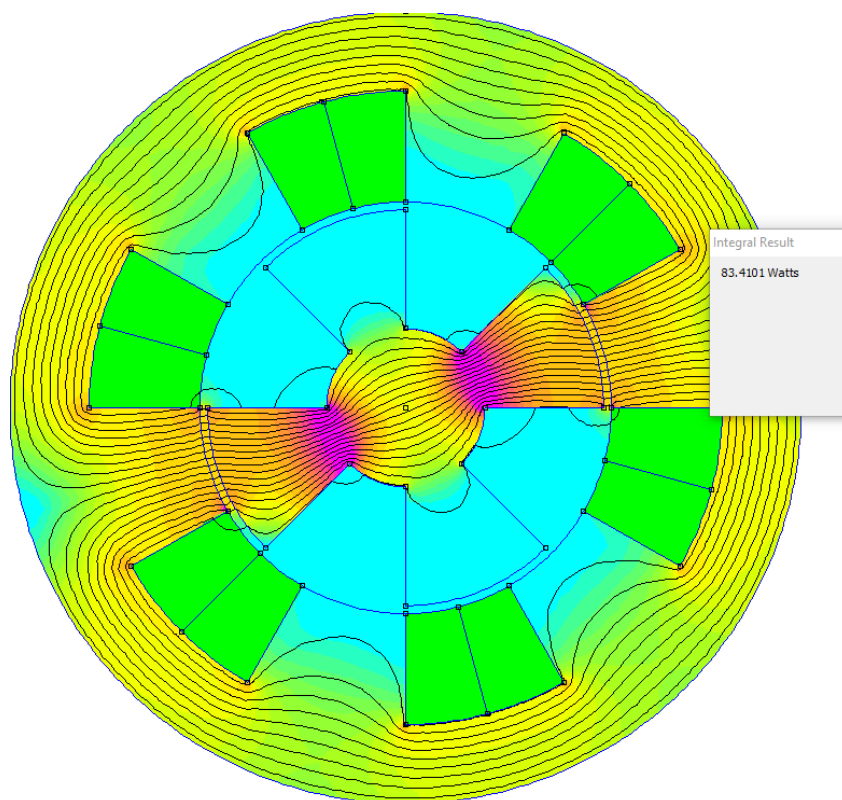


Figura 31: Pérdidas en el cobre

Se puede también calcular el torque del rotor marcando esta vez el rotor, y dentro de la opción de integrar, seleccionando el par motor.

Obteniendo un valor de **-1.17502 N*m**

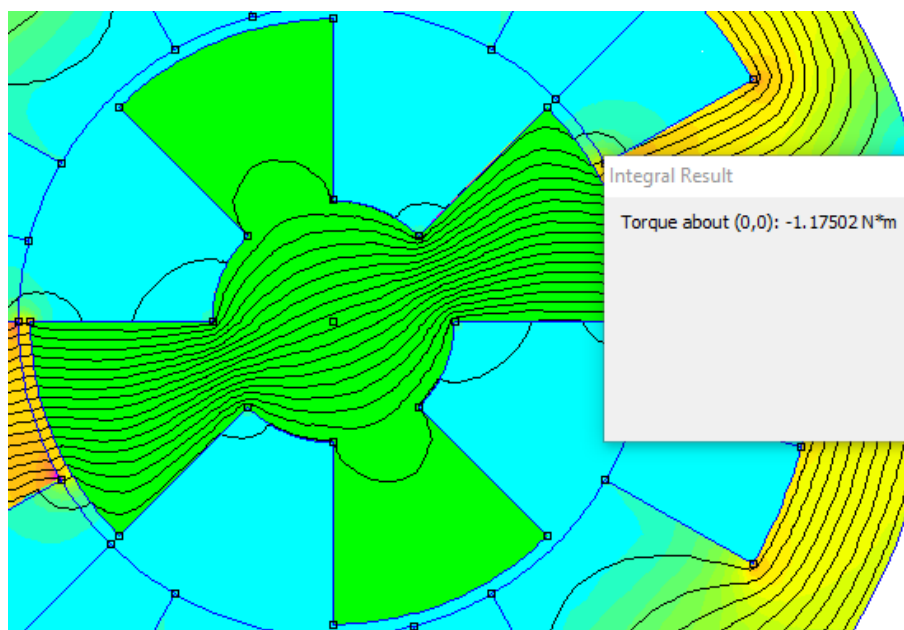


Figura 32: Par motor

5.1.3.3-Transformador

Vamos a diseñar un transformador de tal forma que se genere una densidad de flujo de $B=0,5$ T en la columna central del núcleo.

- **Inicio:**

Definimos el tipo de simetría del problema (**planar**), las unidades de longitud, **milímetros** en este caso, la frecuencia en **0 Hz** y profundidad (solo si es planar), **15** en nuestro caso.

- **Diseño:**

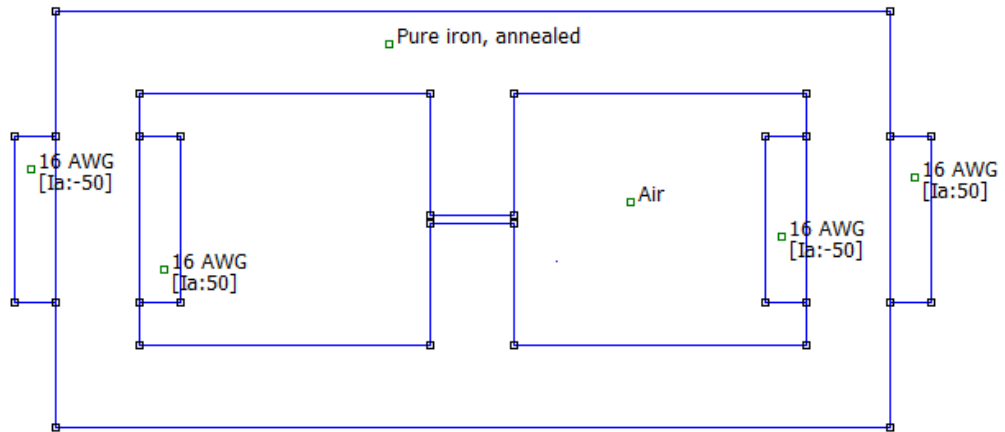


Figura 33: Transformador

Formado por el bobinado y por el núcleo.

- Definir y asignar las propiedades:

Los materiales que forman nuestro modelo, en este caso seleccionamos aire (**Air**), cobre (**16 AWG**) y **Pure iron, annealed**.

Para el núcleo vamos a utilizar el **Pure iron**.

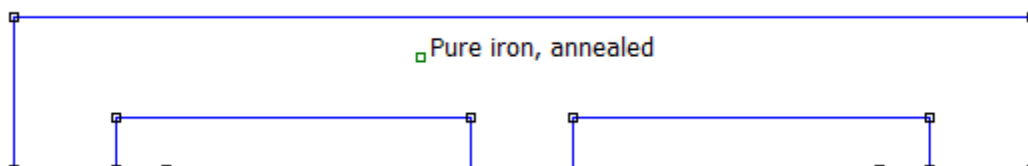


Figura 34: Núcleo del transformador

Para el bobinado elegimos el cobre **16 AWG** con una intensidad $I_a=6$ A (vale cualquiera es simplemente para la construcción) y ± 50 **espiras** dependiendo del sentido de giro.

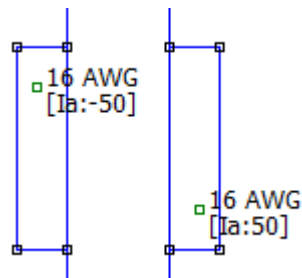


Figura 35: Bobinado transformador.

- **Mallado y solución:**

Se compila el programa y obtenemos una malla de triángulos formada por **7909 nodes**.

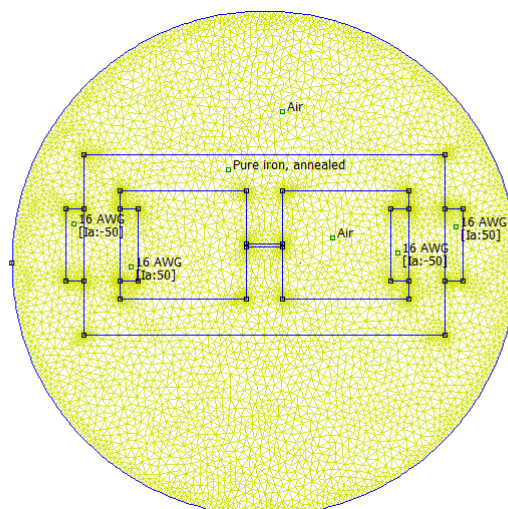


Figura 36: Mallado del transformador

- Resultados:

Observamos como el flujo se centra principalmente en la columna central.

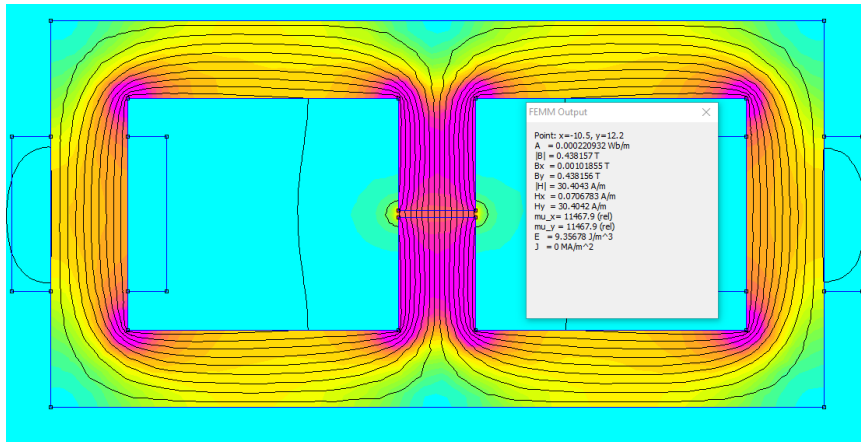


Figura 37: Flujo en el transformador

Para una corriente de **6 A** observamos que **B=0.43 T**, subimos el valor de la corriente hasta que coincida con **0.5 T**.

Con un valor de **7 A** conseguimos el valor que buscábamos.

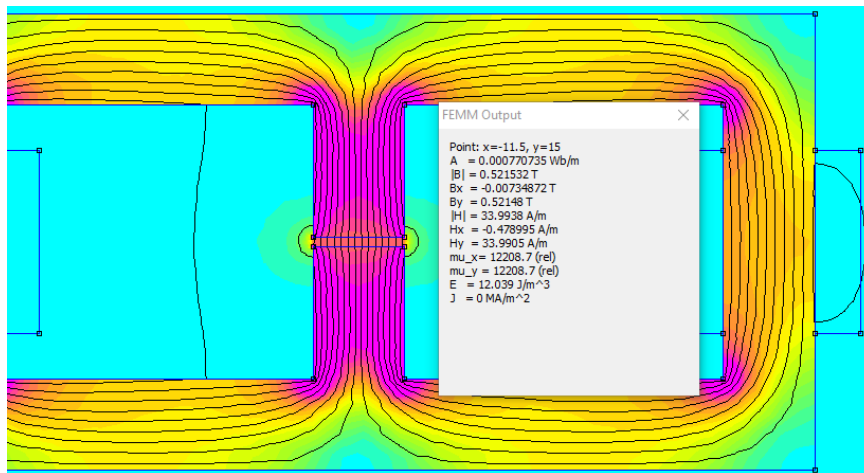


Figura 38: Flujo en el transformador de 0.5 T

5.1.3.4-Resolución de un circuito magnético formado por un imán

Vamos a resolver este problema mediante el programa FEMM para compararlo con los resultados calculados analíticamente.

-Enunciado

Un circuito magnético, de sección cuadrada en todas sus partes e igual a 1 cm^2 , está formado por un núcleo permeable, un imán permanente y un entrehierro según la figura (medidas en cm). Las propiedades magnéticas del material en el Sistema Internacional son:

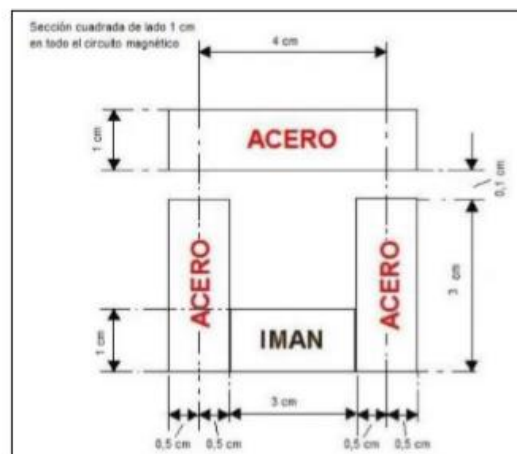
-Permeabilidad absoluta del aire: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

-Permeabilidad relativa del núcleo de acero: $\mu_{rFe} = 100000 \text{ H/m}$

-Remanencia del imán: $B_r = 1 \text{ T}$

-Coercitividad del imán: $H_c = 150000 \text{ A/m}$.

Considere una relación lineal entre B_r y H_c en el 2º cuadrante de la curva B/H . Suponiendo que se trata de un circuito ideal sin pérdidas de flujo magnético.



Se pide determinar:

1. La intensidad de campo magnético en el imán.
2. La densidad de flujo magnético.
3. La intensidad de campo magnético en el entrehierro.
4. El flujo magnético.

-Resolución:

En primer lugar, procederemos a la construcción de la figura y de los materiales según las propiedades que nos han facilitado en el enunciado. Quedando la siguiente figura:

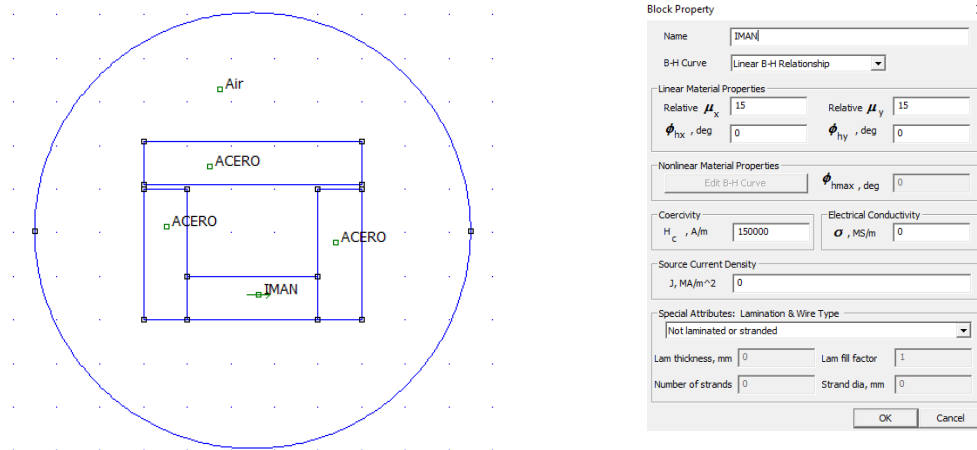


Figura 39: Circuito del problema y propiedades del imán

Una vez completada la figura requerida, compilamos el programa y abordamos la resolución de los apartados pedidos.

1. La intensidad de campo magnético en el imán.

Al compilar obtenemos los vectores de intensidad de campo en toda la figura. En nuestro caso, queremos conocer la del imán, por lo que emplearemos **View/output Window**, pulsando en un punto del imán para observar la intensidad de campo que buscamos.

Vemos como la intensidad de campo en el imán es de 31960 A/m, frente a los 39205.43 A/m obtenidos analíticamente, y comprobamos así que son del mismo orden. Hay que tener en cuenta que tenemos la posibilidad con este programa de conocer la intensidad en cada punto, mientras que en la resolución analítica solamente obtenemos una solución para todo el imán.

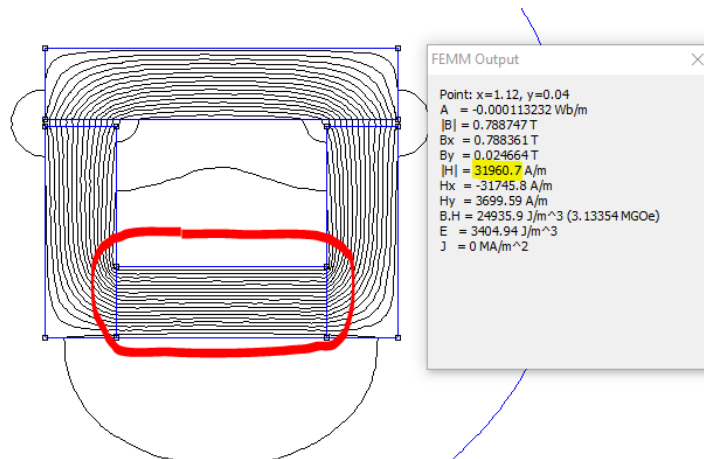


Figura 40: Intensidad del campo magnético del imán

2. La densidad de flujo magnético.

Vemos, que el campo magnético queda representado dentro del círculo que definimos como límites, tal como queríamos. A la derecha del circuito, se encuentra una tabla con los valores que adopta la densidad en cada punto. Como podemos ver, los valores de la densidad de flujo se encuentran entre 0.6 y 0.8 T prácticamente en toda la figura. Podemos exceptuar la zona de color morado, que presenta mayor valor de densidad y de la misma manera, las zonas de las esquinas, las cuales presentan un valor bajo. Lo anterior coincide con los resultados obtenidos en esta zona con el programa Cosmos/M, denotando el poco trabajo magnético que realizan y pudiendo ser, por tanto, eliminadas.

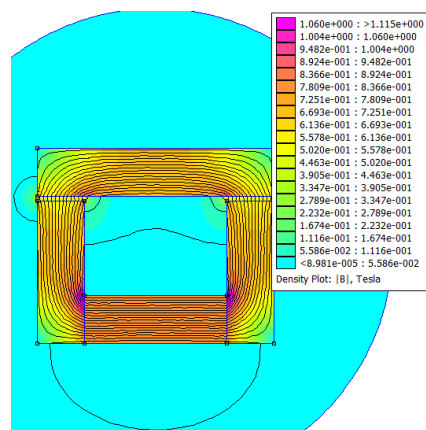


Figura 41: Densidad de flujo magnético del imán

Respecto al sentido de la densidad de flujo magnético en cada elemento, sería la siguiente:

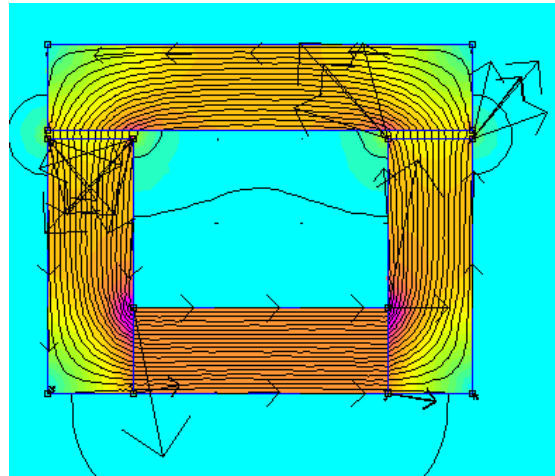


Figura 42: Sentido de la densidad de flujo magnético del imán

3. La intensidad de campo magnético en el entrehierro.

En este caso, el valor obtenido con FEMM es de 422875 A/m frente a los $58.89 \cdot 10^4 \text{ A/m}$ calculados analíticamente. De nuevo vemos que son comparables.

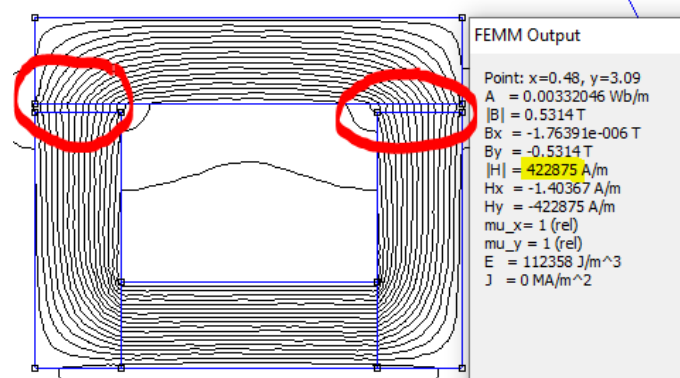


Figura 43: Intensidad del campo magnético en el entrehierro

4. El flujo magnético.

La imagen muestra el flujo magnético presente en nuestra estructura. Podemos destacar que, en la zona del entrehierro, se origina gran dispersión de flujo, como muestran las líneas de flujo en la siguiente imagen.

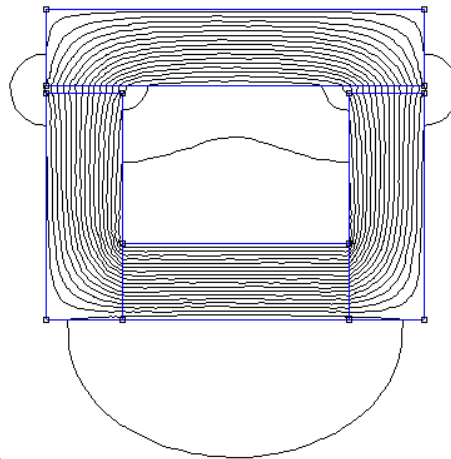


Figura 44: Flujo magnético en el imán

5.1.3.5-Resolución de una máquina de c.c. elemental

Vamos a resolver este problema mediante el programa FEMM para compararlo con los resultados calculados analíticamente y en el COSMOS.

-Enunciado

La máquina elemental que planteamos en esta aplicación es un modelo simplificado de máquina de corriente continua. Así, sus datos tienen una correspondencia relativa con la máquina de referencia. Esta máquina se ha tomado del libro titulado “Cálculo de Máquinas de Corriente Continua”, publicado por la Sección de Publicaciones de la E.T.S.

de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid, cuyo autor es M. Cuesta Saiz.



Se ofrecen, a continuación, los datos de partida de esa máquina y un extracto de los resultados que ofrece el método de cálculo paramétrico, que es el que desarrolla el texto anteriormente mencionado.

Se trata de una máquina de c.c. de las siguientes características nominales:

Potencia: 147 kW

Tensión: 500 V

Velocidad: 300/1500 r.p.m.

Excitación independiente: 240 V

Aislamiento: Tipo F

Ventilación: Forzada

GEOMETRÍA Y OTROS DATOS:

Diámetro del rotor: 55.9 cm

Ángulo abarcado por el arco polar: 62°

Altura del polo: 17.8 cm

Entrehierro: 0.6 cm

Diámetro exterior de la carcasa: 106.7 cm

Carga lineal específica: 310 A/cm

Para simplificar también, a los materiales magnéticos en vez de caracterizarlos mediante su curva B-H, les impondremos una permeabilidad constante, de un valor aproximadamente real. Así, al inducido le impondremos una permeabilidad magnética absoluta de $2.25 \cdot 10^{-3}$ H/m, a las piezas polares $1.25 \cdot 10^{-3}$ H/m, a la culata $2.25 \cdot 10^{-4}$ H/m y finalmente, para el aire se toma, naturalmente, la permeabilidad del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Además, del cálculo de la máquina se deduce que es necesaria una Fuerza Magnetomotriz de 14280 Av por cada par de polos.

-Resolución:

Primero vamos a realizar la construcción de la figura y de los materiales según las propiedades que nos han dado en el enunciado. Quedando la siguiente figura:

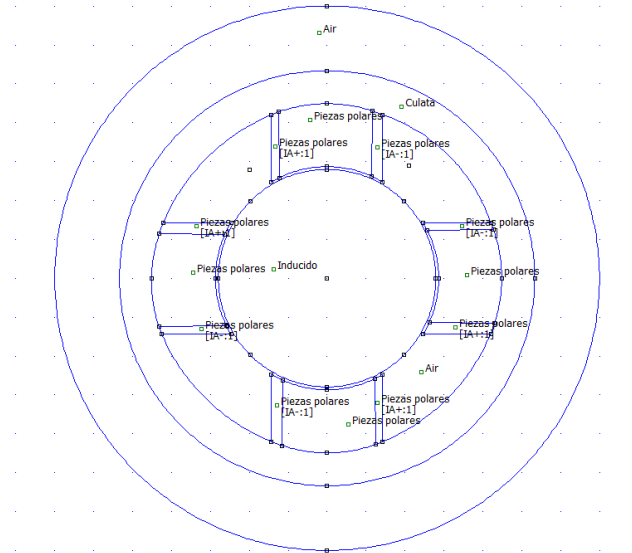


Figura 45: Geometría motor c.c.

A continuación, creamos los materiales con la permeabilidad buscada. Al darnos la permeabilidad absoluta, tenemos que calcular la relativa, que es aquello que nos piden, a través de la fórmula $\mu = \mu_r \mu_0$, de donde obtenemos los siguientes resultados:

-Inducido: 2000.15 H/m

-Piezas polares: 1000.55 H/m

-Culata: 179.05 H/m

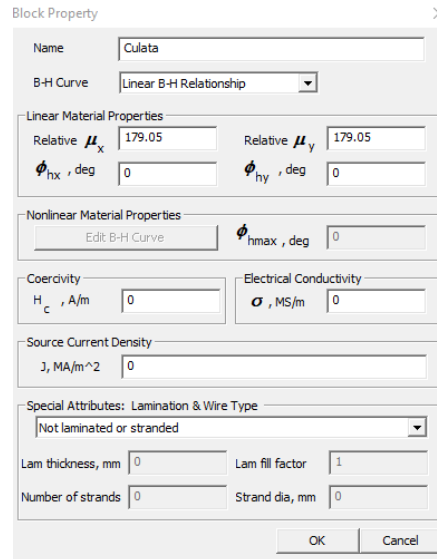


Figura 46: Propiedades piezas polares

Se considera que la máquina no recibe tensión en el inducido, pero si está excitada, es decir, el circuito de excitación está recorrido por una corriente de excitación, que es preciso introducir al modelo.

Este dato se va a concentrar en los nodos de las curvas de los polos. El mallado automático ha dado 30 nodos en cada curva. Se puede imaginar un devanado de excitación de 30 espiras y se calcula la excitación de acuerdo con esta idea.

Se pretende disponer de una Fuerza Magnetomotriz de 14280 Av por cada par de polos, es decir, 7140 Av en cada polo. Para una bobina de 9 espiras, resulta una intensidad de:

$$F = N \cdot I \Rightarrow I = \frac{F}{N} = \frac{7140}{30} \frac{Av}{espira} \approx 238 \text{ A en cada nodo.}$$

Tendremos en cuenta el sentido positivo o negativo de cada polo introduciendo esta intensidad con el valor positivo o negativo.

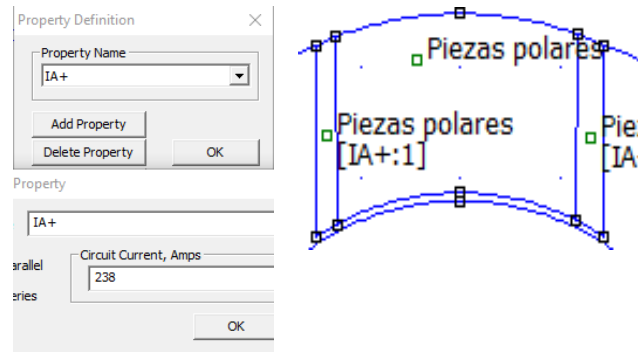


Figura 47: Corrientes piezas polares

INDUCCIÓN MAGNÉTICA, B , en Teslas. MÁQUINA EN VACÍO, CON CORRIENTE DE EXCITACIÓN SOLAMENTE.

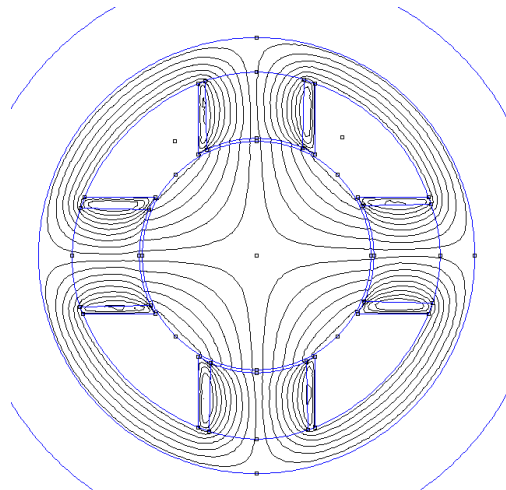


Figura 48: Flujo con corriente de excitación

Tiene la forma y dirección que teóricamente debe tener en flujo si solamente influye la corriente de excitación por lo que parece un resultado correcto.

Representación gráfica de la variación de la densidad de flujo en el entrehierro.

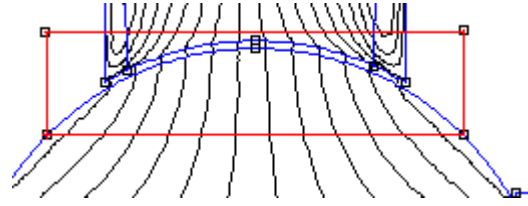


Figura 49: Entrehierro

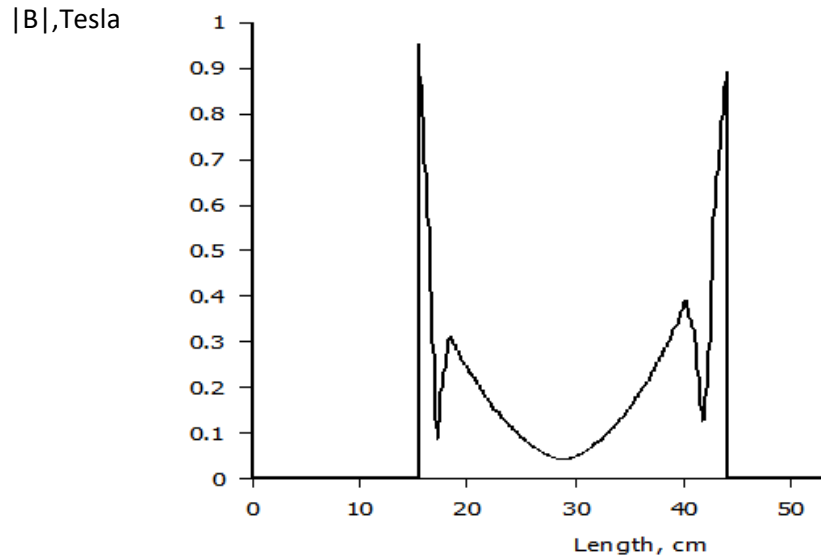


Figura 50: Densidad de flujo en el entrehierro

En la gráfica observamos como los puntos máximos están en los extremos con un valor de aproximadamente **1T** y en el programa COSMOS obteníamos un valor de **1,112 T**, con una forma bastante similar, por lo que la solución con este programa se asemeja bastante a lo buscado. Podríamos concluir que la solución es correcta.



5.2-ONELAB

ONELAB es una interfaz liviana de código abierto para software de elementos finitos. Es completamente libre: el paquete de software **ONELAB** predeterminado contiene el generador de mallas **Gmsh**, el solucionador de elementos finitos **GETDP** y optimización de la biblioteca con **vEKS**. Muchos otros códigos (gratuitos o no) también se pueden interconectar fácilmente.

En el área educativa de la ingeniería eléctrica, particularmente en las universidades, el entrenamiento en metodologías de diseño como el **MEF** se vuelve difícil de incorporar en los planes de estudios debido a los altos costos de las licencias del software comercial. Esto, a su vez, impide a los estudiantes obtener los conocimientos necesarios sobre estas metodologías, complicando su inserción en el campo laboral de manera eficaz.

El uso del software libre **ONELAB**, el cual incorpora los elementos básicos del **MEF** aplicado al electromagnetismo, puede ser considerado como una alternativa importante para resolver esta situación.

El software **ONELAB** está formado por dos programas principales: **Gmsh** y **GetDP**. **Gmsh** es un generador de mallas de geometrías complejas de **2D** y **3D**. Por otra parte, **GetDP** (por sus siglas en inglés: General Environment for the Treatment of Discrete Problems) es un solver en el cual se pueden implementar formulaciones matemáticas del MEF de manera sencilla.

GetDP inició su desarrollo hace casi dos décadas, mientras que **Gmsh**. Suma casi una década desde su origen. Ambos programas han sido evaluados constantemente y han sido utilizados en diversas aplicaciones tanto educativas como industriales.

Algunas de las ventajas más importantes que ofrece **ONELAB**, además de su disponibilidad gratuita, son su interfaz gráfica y su aplicación en diversas plataformas o sistemas operativos, incluyendo aplicaciones móviles para teléfonos móviles y tabletas, tanto en Android como en AppStore.

ONELAB puede interactuar con elementos finitos y software relacionado (**clientes ONELAB**) de dos maneras:

- 1- Al incrustar directamente la biblioteca **ONELAB C ++** o el módulo **ONELAB Python**. Esto es lo que hacen **GetDP**, **Gmsh** y la aplicación móvil **ONELAB**. Cualquier código de **C ++** y **Python** puede hacer lo mismo.
- 2- Al preprocesar los archivos de entrada de cualquier software. Los diferentes pasos de una simulación (mallado, resolución, procesamiento posterior) son controlados por un script de **Python**, que regenera dinámicamente los archivos de entrada.

Elmer , OpenFOAM , Code_Aster , Abaqus o CalculiX pueden, por ejemplo, interactuar fácilmente de esta manera.

La interfaz **ONELAB** permite llamar a dichos clientes y hacer que compartan parámetros e información de modelado. La implementación se basa en un modelo cliente-servidor, con una base de datos del lado del servidor, un front-end gráfico (opcional) y clientes locales o remotos que se comunican en la memoria o mediante sockets **TCP / IP**.

Contrariamente a la mayoría de las interfaces de solución, el servidor **ONELAB** no tiene, a priori, conocimiento sobre cualquier detalle (formato de archivo de entrada, sintaxis, ...) de los clientes. Esto es posible al tener cualquier simulación precedida por una fase de análisis, durante la cual se pide a los clientes que carguen su conjunto de parámetros en el servidor. Los problemas de integridad y consistencia de los conjuntos de parámetros se abordan por completo en el lado del cliente: el papel de **ONELAB** se limita a la centralización, modificación y reenvío de datos.

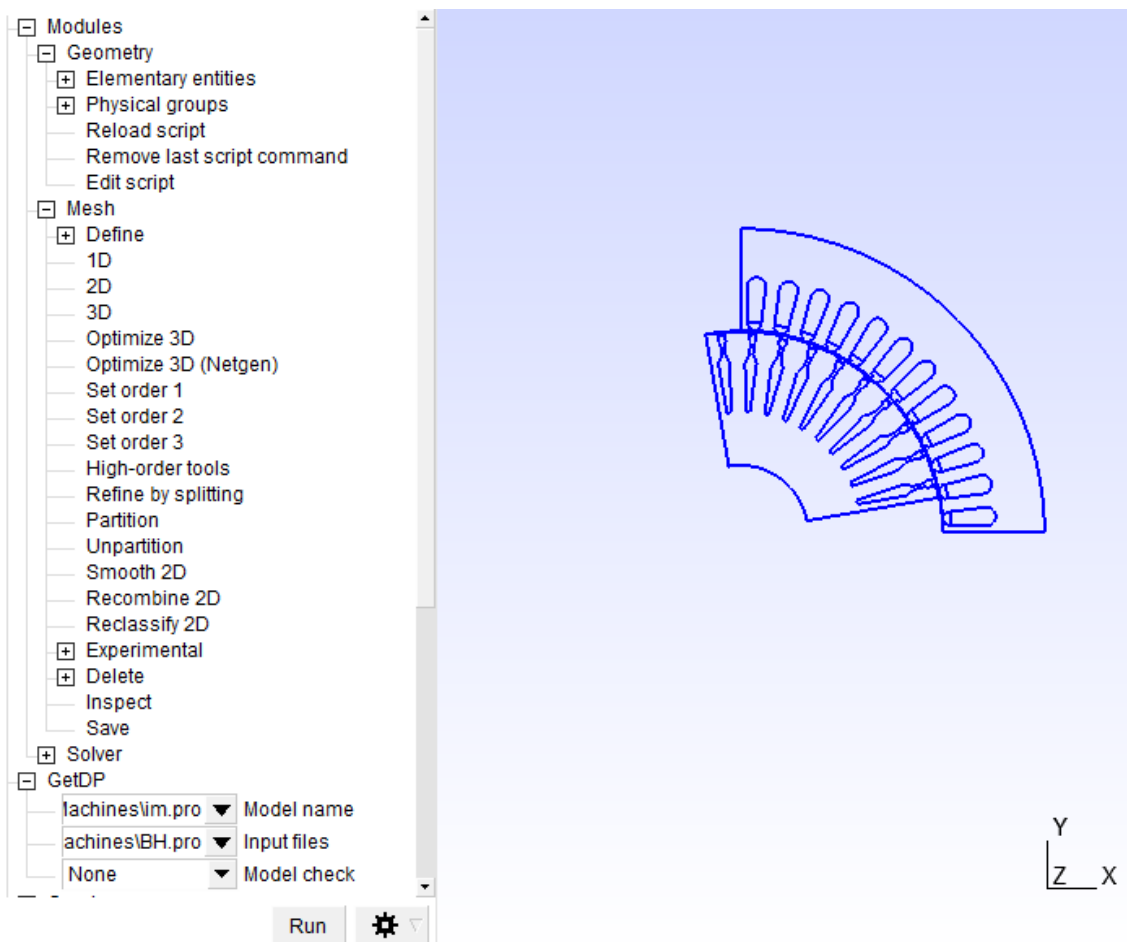


Figura 45: Imagen ONELAB



5.2.1-Características internas del programa

El punto fuerte de **ONELAB** en nuestra investigación es la cantidad de tutoriales que proporciona a distintos problemas.

Para **Gmsh** y **GetDP** nos proporciona las siguientes opciones que introducen nuevas características gradualmente:

1- Línea de microstrip electrostática

- Regiones físicas y regiones abstractas
- Término de rigidez de un problema laplaciano

2- Electroimán magnetostático

- Término del lado derecho de un problema de Poisson
- Variables ONELAB
- Condiciones límite en el infinito

3- Elasticidad lineal - llave2D

- ∇u Formulación específica de GetDP para elasticidad lineal
- Elementos de primer y segundo orden
- Elementos triangulares y cuadrangulares

4- Microcinta electrostática con potenciales flotantes

- Cantidades globales y sus funciones especiales de forma
- Cálculo de la energía dual, es decir, de la carga de la armadura del electrodo.
- Más información sobre los parámetros de ONELAB (indicadores, opciones de modelo, casillas de verificación, menús, ...)

5- Resistencia de contacto térmico y temperatura de flotación.

- Resistencia térmica de contacto (región delgada idealizada con conductividad térmica óptima)
- Electrodo térmico (temperatura flotante en una región de alta conductividad térmica)
- Cálculo del flujo de calor a través de las superficies.
- Importación de un campo fuente desde un archivo

6- Flujo potencial 2D con cálculo de la fuerza de elevación

- Flujo potencial, flujo de irrigación.
- Campo escalar multivalor
- Efecto Lift y Magnus, puntos de estancamiento
- Variables de tiempo de ejecución
- Algoritmos elementales en la sección Resolución
- Iteración no lineal para lograr la condición de Kutta

7- Magnetodinámica 2D: electroimán y transformador

- Problemas actuales de Eddy en el dominio de frecuencia y tiempo
- Soluciones de valor complejo (fasores)
- Uso de una biblioteca de plantillas que contiene formulaciones genéricas.

8- Elemento finito acoplado y ecuaciones de circuito

- Acoplamiento de elementos finitos y circuitos eléctricos.
- Definición de elementos de circuitos agrupados
- Creación de listas de redes que combinan elementos agrupados y cantidades globales de elementos finitos.

9- Magnetostática 3D y fuerzas magnéticas de cuerpo rígido

- Magnetostática 3D
- Formulaciones de potenciales magnéticos vectoriales y escalares duales
- Condición límite en el infinito con elementos infinitos
- Tensor de esfuerzo de Maxwell y fuerzas magnéticas de cuerpo rígido

5.2.2-Modelos ONELAB para GMSH y GETDP

Dentro del propio programa se nos proporcionan una serie de modelos que nos simulan distintas situaciones y nos facilitan datos de su análisis.

Modelos destacados:





- **Dispersión acústica** : dispersión 2D por un número arbitrario de cilindros.
- **Antenas** : modelos 2D y 3D de antenas
- **Modos de Bloch en guías de onda periódicas** : cálculo automático del diagrama de banda de una estructura periódica
- **Rejillas de difracción** : análisis paramétrico de rejillas de difracción 2D
- **Métodos de descomposición de dominio para ondas** : métodos de descomposición de dominio Schwarz optimizados en paralelo para ondas acústicas y electromagnéticas en 2D y 3D
- **Máquinas eléctricas** : modelos 2D estáticos y dinámicos de varias máquinas eléctricas, incluidos efectos no lineales, movimiento y acoplamiento de circuitos.
- **Relé electromecánico** : modelo de actuador con acoplamiento mecánico y engrane dinámico
- **Inductor** : modelo 2D y 3D de un sistema de núcleo inductor
- **Magnetodinámica con condiciones de cohomología** : simulación de calentamiento por inducción 3D usando formulaciones duales y el solucionador de cohomología Gmsh
- **Magnetómetro** : modelo multifísico electromecánico 3D, que incluye acoplamiento débil y análisis modal
- **Magnetostricción** : acoplamiento magneto-mecánico
- **Imanes** : modelo 3D paramétrico que calcula la fuerza entre un número arbitrario de imanes permanentes
- **Blindaje** : cálculo de eficiencia de blindaje electromagnético
- **Superconductores** : modelado no lineal paramétrico 2D y 3D de cables superconductores de alta temperatura, con paso de tiempo adaptativo
- **Conducción térmica** : transferencia de calor 2D y 3D
- **Inversión de tiempo** : simulación 2D de inversión de tiempo para reenfoque de onda acústica
- **Guías de onda** : modelos 2D y 3D de guías de onda metálicas

(Díaz Chacón et al. , Desarrollo de simulaciones electromagnéticas con fines didácticos usando un software libre de elementos finitos 2D, 2016)

<http://revistacid.itslerdo.edu.mx/coninci2016/CID%2041.%20Desarrollo%20de%20Simulaciones%20Electromagn%C3%A9ticas%20con%20Fines%20Did%C3%A1cticos%20usando%20un%20Software%20Libre%20de%20Elementos%20Finitos%202D.pdf>

(“Inicio · Wiki · Documentación / Tutoriales · GitLab” n.d.)

5.2.3-Aplicaciones al diseño de máquinas eléctricas

Dentro de nuestra investigación, lo más interesante de este programa son los ejemplos de máquinas eléctricas con los que cuenta la interfaz y donde lo único que debemos realizar es la ejecución del archivo y del propio programa, que nos da las características estructurales de la máquina que vamos a analizar.

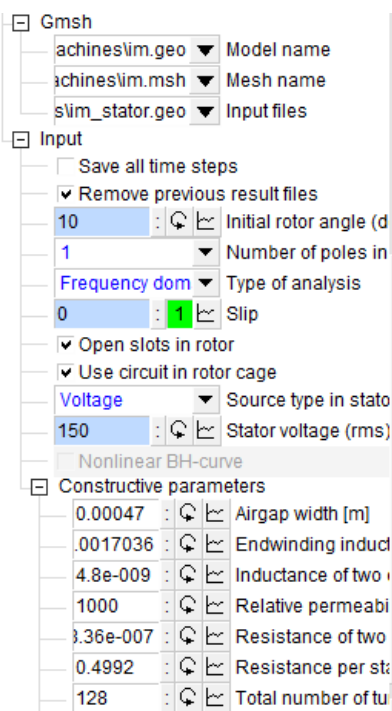


Figura 46: Parámetros de los ejemplos

Algo también muy interesante de este programa es que dentro de estos propios ejemplos se nos da la posibilidad de cambiar ciertos parámetros antes de ejecutarlo (cajas azules).

Una vez elegidos los parámetros que queremos analizar corremos el programa(run) y este nos indicará los resultados obtenidos en nuestra simulación.

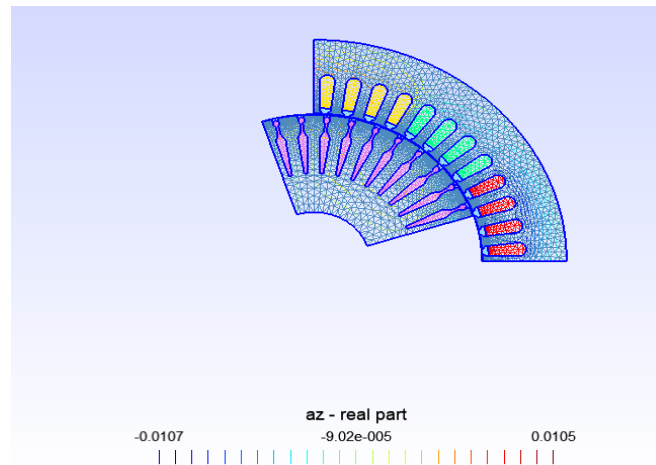


Figura 47: Máquina después de la simulación

Output - Electromagnetics		
Current [A]		
-43.1991	A	
8.31127	B	
41.206	C	
-788.646	rotor	
Voltage [V]		
0	A	
-183.712	B	
183.712	C	
Flux linkage [Vs]		
-0.483221	A	
0.252278	B	
0.221506	C	
Joule Losses [W]		
13041.6	rotor	
0	rotor_fe	
Output - Mechanics		
Torque [Nm]		
26.3273	rotor	
27.571	stator	

Figura 48: Resultados de la simulación

5.2.3.1-Máquinas de imanes permanentes

Abrimos el programa y con la función abrir buscamos los siguientes archivos:

pmsm.pro y **pmsm_cbmag.pro** (dos variaciones de diseño de una máquina síncrona de imanes permanentes de ocho polos), y **lomonova.pro** (otra máquina de imanes permanentes de ocho polos).

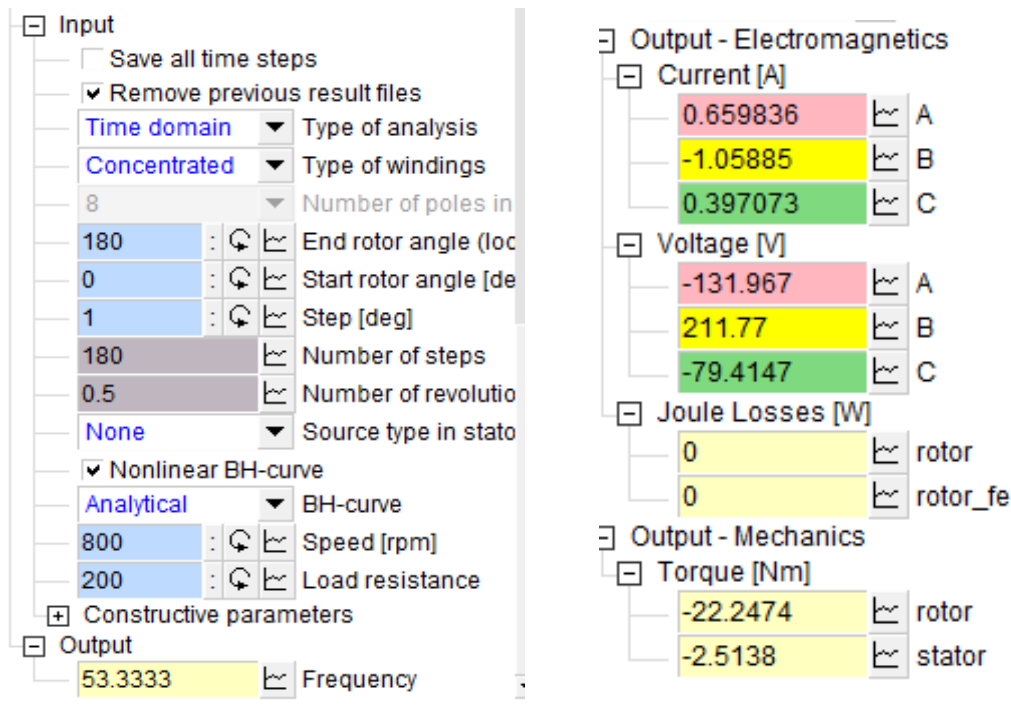


Figura 49: Datos iniciales y resultados máquina de imanes de 8 polos

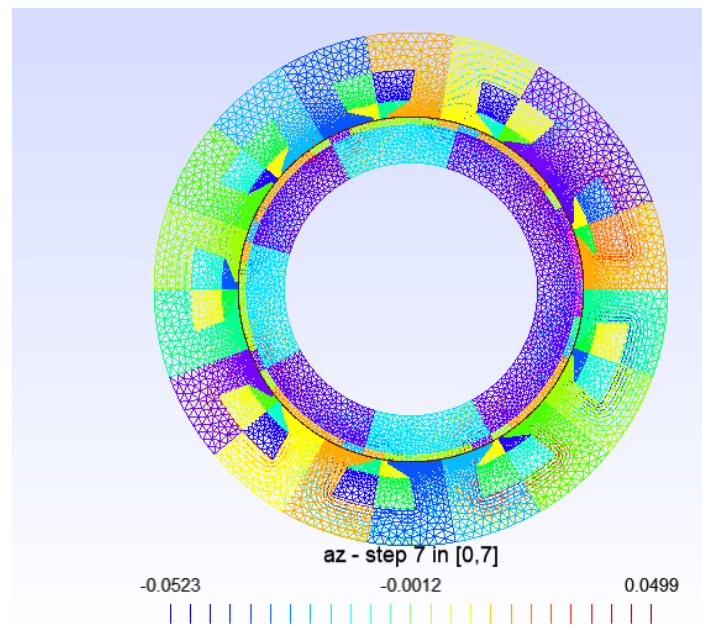


Figura 50: Máquina de imanes de 8 polos

5.2.3.2-Máquina síncrona de campo de cuatro polos

wfsm_4p.pro

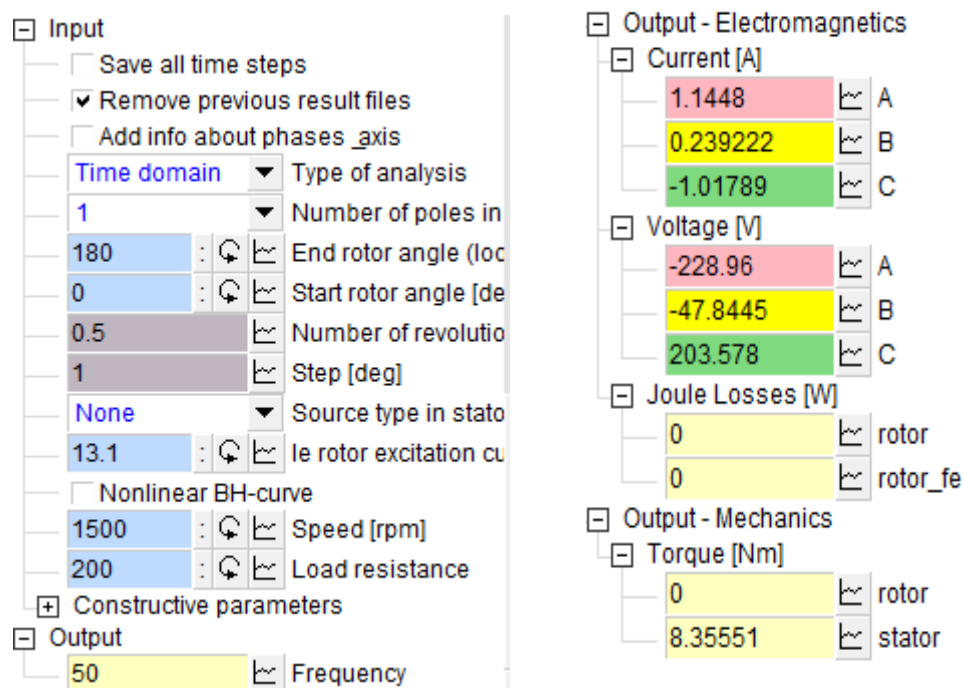


Figura 51: Datos iniciales y resultados máquina de síncrona de 4 polos

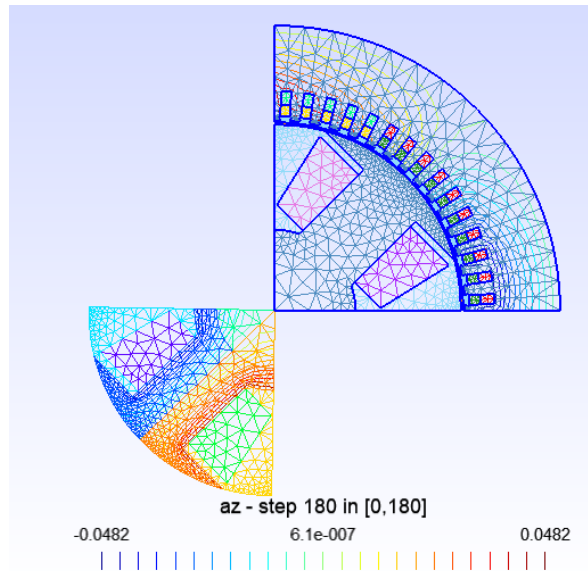


Figura 52: Máquina síncrona de 4 polos

5.2.3.3- Máquinas de inducción

t30.pro (un motor de inducción simple con rotor sólido de los puntos de referencia del taller TEAM), **im_3kw.pro** (una máquina de inducción de cuatro polos) y **im.pro** (una máquina de inducción de barra profunda de cuatro polos).

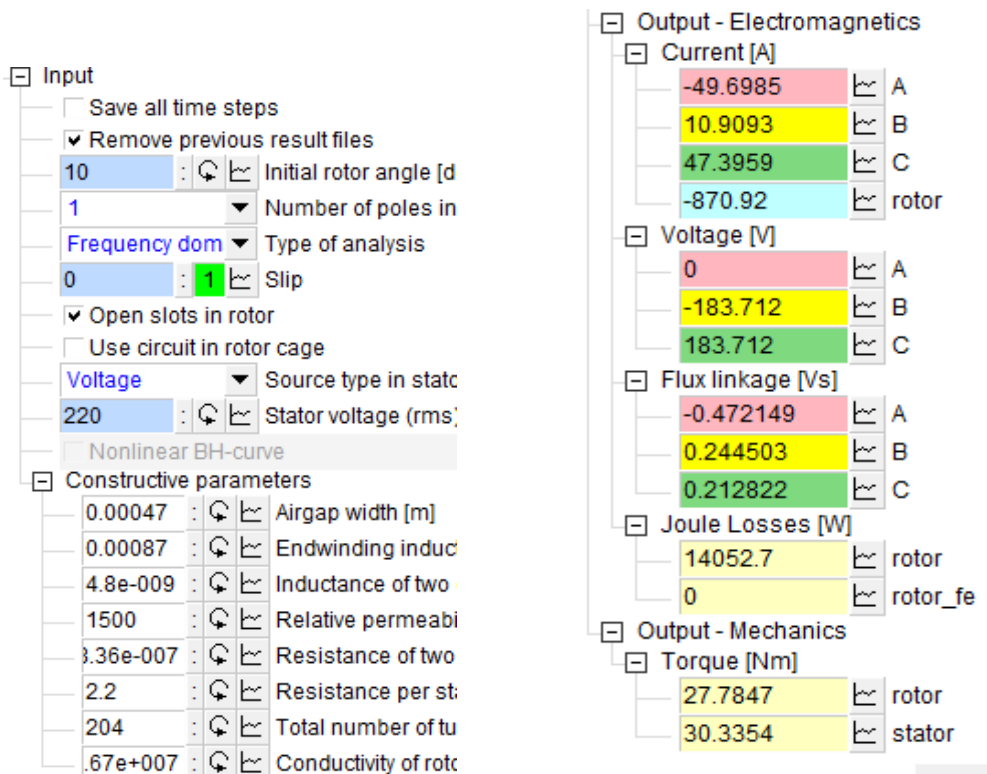


Figura 53: Datos iniciales y resultados máquina de inducción de barra profunda de cuatro polos

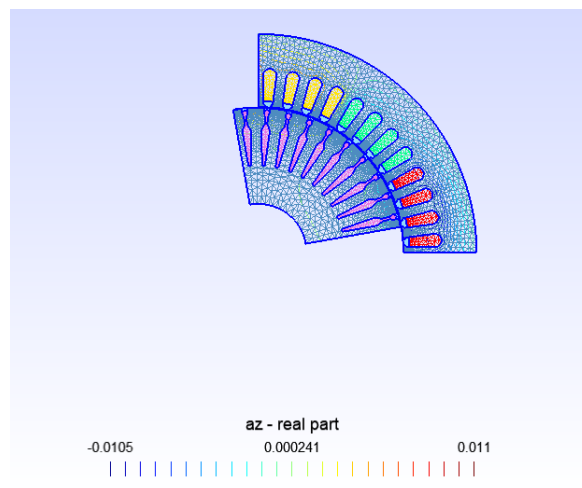


Figura 54: Máquina de inducción de barra profunda de cuatro polos

5.2.3.4-Máquina de reluctancia conmutada

srm.pro

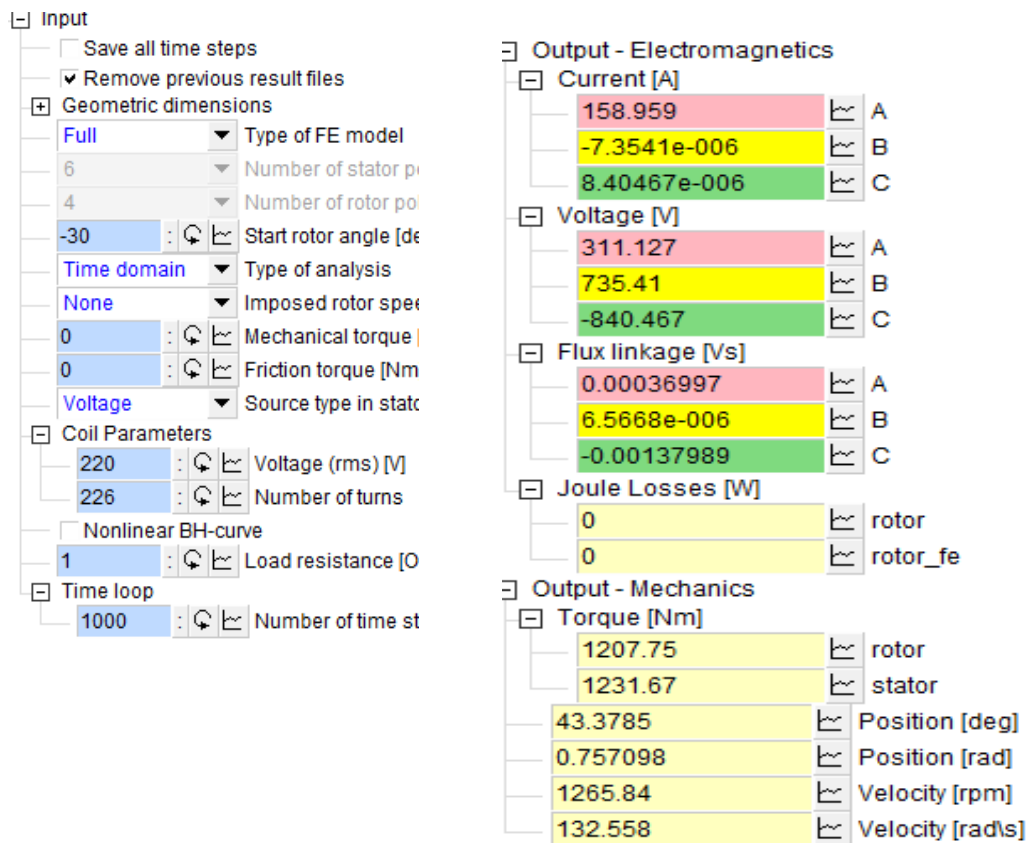


Figura 55: Datos iniciales y resultados máquina de reluctancia conmutada

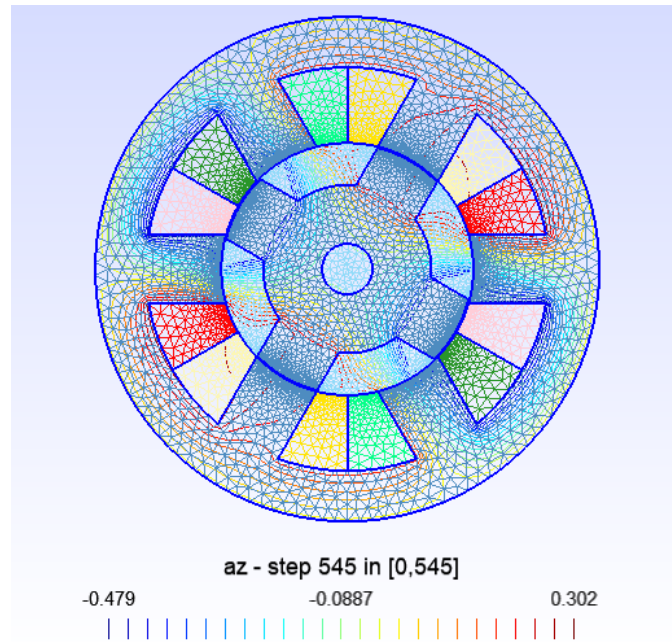


Figura 56: Máquina de reluctancia conmutada

(“Máquinas Eléctricas · Wiki · Documentación / Modelos · GitLab” n.d.)

5.3-ELMERFEM

5.3.1-Características internas del programa

Elmer es un paquete de software de código abierto para modelado FEM, y cuenta con estructura modular. Cada módulo (o 'solucionador' en términos de la documentación de Elmer) puede hacer computación y manipulación de datos.

Elmer incluye módulos para resolver varios problemas físicos. Es un programa puntero en el diseño de máquinas eléctricas, térmicas y de flujo, así como para análisis de problemas mecánicos. Con la estructura modular de Elmer, es posible realizar simulaciones conjugadas de flujo de fluidos y fenómenos térmicos para determinar los requisitos de enfriamiento para equipos simulados. En la misma malla también se puede realizar un análisis electromagnético y mecánico.

Elmer admite cálculos paralelos con MPI, lo que permite resolver un gran problema 3D mediante particiones de malla y paralelización. Elmer se puede compilar para Linux, Windows y MacOS, y se puede ejecutar en una supercomputadora para cálculos paralelos.



El procedimiento de simulación estándar de FEM para el fenómeno electromagnético consta de varias etapas:

- Definición del problema
- Definición de geometría
- Mallado
- Preprocesamiento (condiciones de contorno, propiedades de caras)
- Solución
- Postproceso

(Tutorials, Elmer GUI Tutorials About this document, 2019)

(Ponomarev, FEM Modeling of PMSMs Using Elmer, 2016)

5.3.2-Resolución de problemas

Vamos a realizar un motor síncrono de imán permanente con una topología de rotor IPM con imanes NdFeB integrados y construcción de bobinado de bobina de diente, lo que resulta en una alta densidad de torque de esta máquina. Con datos iniciales TC-IPMSM 6/4 3 rpm 3000 rpm obtenido analíticamente.

Basado en las dimensiones derivadas analíticamente, se construye la geometría de la máquina simulada. Hay varios paquetes de software libre / de código abierto para definir la geometría del modelo, p. Ej. Salomé, FreeCAD, GMSH. En nuestro caso, la geometría se define utilizando GMSH.

La geometría para el caso de ejemplo no está optimizada y modelada con simplificaciones. En lugar de puntas de dientes, se utilizan las cuñas semimagnéticas; no hay barreras de flujo a los lados de los imanes permanentes. La superficie del rotor es circular y lisa. Estas simplificaciones resultan en un peor rendimiento de la máquina. Sin embargo, estas, por otro lado, concuerdan bien con los propósitos principales de este informe: la demostración de un flujo de trabajo de ejemplo básico para el diseño de máquinas eléctricas.

5.3.2.1-GSMH

Gmsh es un generador de cuadrícula de elementos finitos en 3D con un motor CAD incorporado y un postprocesador. Se puede ejecutar en Windows, Linux y MacOS. Su objetivo de diseño consiste en proporcionar una herramienta de malla rápida, ligera y fácil de usar con entrada paramétrica y capacidades de visualización avanzadas. Gmsh se basa en cuatro módulos: geometría, malla, solucionador y posprocesamiento.

Las características principales de GMSH incluyen:

- Describir rápidamente geometrías simples y / o "repetitivas", gracias a funciones definidas por el usuario, bucles, condicionales e incluye:



- Parametrizar estas geometrías. El lenguaje de secuencias de comandos de Gmsh permite que todos los comandos y argumentos de comando dependan de cálculos anteriores;
- Generar mallas de elementos finitos 1D, 2D y 3D (es decir, utilizando segmentos de línea, triángulos y tetraedros) para modelos CAD en su formato nativo (sin traducciones) cuando se vinculan con el núcleo CAD apropiado;
- Especificar los tamaños de los elementos de destino con precisión. Gmsh proporciona varios mecanismos para controlar el tamaño de los elementos en la malla final: mediante la interpolación de tamaños especificados en puntos de geometría o usando campos de tamaño de malla flexibles;
- Crear geometrías y mallas simples extruidas;

También se pueden mencionar varias debilidades a tener en cuenta:

La interfaz de usuario solo expone un número limitado de las funciones disponibles (se requiere tiempo para familiarizarse con todos los comandos de script); Engine El motor CAD interno de Gmsh es bastante limitado: solo maneja primitivas simples y no realiza operaciones geométricas complejas;

- Gmsh produce solo mallas conformes;
- No hay una capacidad global de "deshacer".

A menudo necesitará editar un archivo de texto para corregir errores. La geometría se puede definir en archivos separados para el rotor y el estator que produce dos mallas para dominios estacionarios y rotativos.

5.3.2.2-Geometría con GSMH

Abrimos GMSH y en el menú Archivo seleccione Nuevo y guarde su archivo de geometría con el nombre PMSM.geo.

Luego, en el árbol del proyecto GMSH, selecciono **Módulos> Geometría> Editar archivo** y nos surgirá un editor de texto con el archivo abierto PMSM.geo.

En GMSH, la geometría se define utilizando su propio lenguaje de secuencias de comandos. Las variables y las diferentes estructuras de control se pueden utilizar para definir la geometría y la malla. Entonces, primero, las variables de geometría se definen en base a los datos calculados analíticamente; escribiendo las cadenas en la ventana del editor de texto y guardándolo.

```
PMSM.geo: Bloc de notas
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
// Gmsh project created on Wed May 06 13:00:04 2020
// Dimensions of the machine
DefineConstant[ R_rot_in = { 20}];
DefineConstant[ R_rot_out = { 40}];
DefineConstant[ R_stat_out = { 96}];
DefineConstant[ Gap = { 0.6}];
DefineConstant[ b_d = { 21}];
DefineConstant[ hss_tot = { 32.4}];
DefineConstant[ bridge = { 0.6}];
DefineConstant[ w_PM = { 39}];
DefineConstant[ h_PM = { 4.9}];
DefineConstant[ h_wedge = { 3}];
// Mesh density points
DefineConstant[ mesh_gap = { Gap/2}];
DefineConstant[ mesh_fine = { 0.5}];
DefineConstant[ mesh_normal = { 3}];
DefineConstant[ mesh_coarse = { 10}];
//=====
// Geometry definition
Point(1) = {0, 0, 0, mesh_coarse};
// =====
// ===== Stator Geometry =====
// =====
//Tooth bottom
Point(2) = {Gap+R_rot_out, 0, 0, mesh_gap};
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out))} {
  Duplicata { Point{2}: }
}
```

Figura 57: Script constantes del motor

Introducimos en este archivo tanto los datos de las constantes del problema, como los datos geométricos de cada una de las partes de nuestra figura.

PMSM.geo: Bloc de notas

```
Archivo Edición Formato Ver Ayuda
}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out))} {
  Duplicata { Point{2}; }
}
//Tooth top
Point(5) = {Gap+R_rot_out+hss_tot, 0, 0, mesh_normal};
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+hss_tot))} {
  Duplicata { Point{5}; }
}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+hss_tot))} {
  Duplicata { Point{5}; }
}
Point(8) = {Gap+R_rot_out+h_wedge, 0, 0, mesh_normal};
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+h_wedge))} {
  Duplicata { Point{8}; }
}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+h_wedge))} {
  Duplicata { Point{8}; }
}
//Sector edges
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Pi/6} {
  Duplicata { Point{2, 5, 8}; }
}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Pi/6} {
  Duplicata { Point{2, 5, 8}; }
}
}
Line(1) = {12, 13};
```

Figura 58: Script geometría del motor

Una vez vayamos introduciendo los datos geométricos del problema, irán apareciendo los puntos en el **GMSH** hasta formar la figura final, y mediante la función **solver** observaremos la solución de nuestra figura.

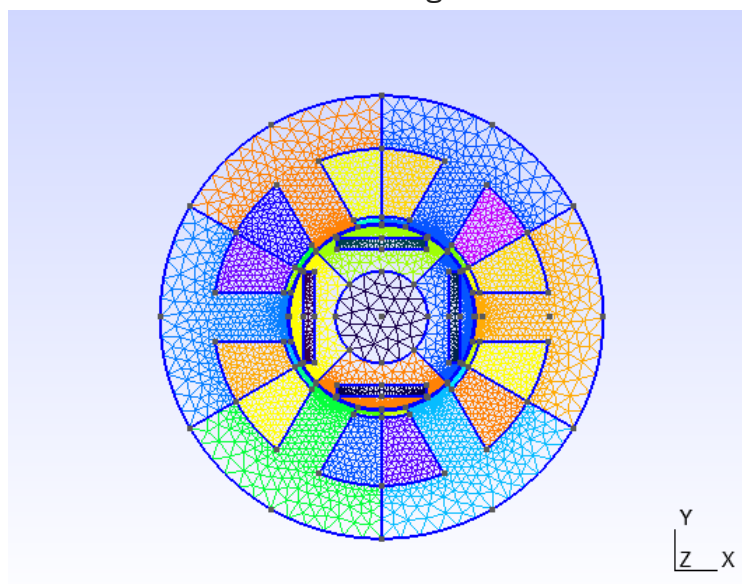


Figura 59: Geometría motor GMSH



Los siguientes datos son los introducidos en el archivo de texto para realizar la geometría:

```
// Dimensions of the machine
DefineConstant[ R_rot_in = { 20};

DefineConstant[ R_rot_out = { 40};

DefineConstant[ R_stat_out = { 96};

DefineConstant[ Gap = { 0.6};

DefineConstant[ b_d = { 21};

DefineConstant[ hss_tot = { 32.4};

DefineConstant[ bridge = { 0.6};

DefineConstant[ w_PM = { 39};

DefineConstant[ h_PM = { 4.9};

DefineConstant[ h_wedge = { 3};

// Mesh density points
DefineConstant[ mesh_gap = { Gap/2};

DefineConstant[ mesh_fine = { 0.5};

DefineConstant[ mesh_normal = { 3};

DefineConstant[ mesh_coarse = { 10};

// Geometry definition
Point(1) = {0, 0, 0, mesh_coarse};

// Stator Geometry
//Tooth bottom
Point(2) = {Gap+R_rot_out, 0, 0, mesh_gap};
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out))} {
  Duplicata { Point{2}; }
}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out))} {
  Duplicata { Point{2}; }
}
//Tooth top
Point(5) = {Gap+R_rot_out+hss_tot, 0, 0, mesh_normal};
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0},
Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+hss_tot))} {
  Duplicata { Point{5}; }
}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -
Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+hss_tot))} {

Duplicata { Point{5}; }
}

Point(8) = {Gap+R_rot_out+h_wedge, 0, 0,
mesh_normal};

Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0},
Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+h_wedge))} {
  Duplicata { Point{8}; }
}

Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -
Asin(b_d/2/(Gap+R_rot_out+h_wedge))} {
  Duplicata { Point{8}; }
}

//Sector edges
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Pi/6} {
  Duplicata { Point{2, 5, 8}; }
}

Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Pi/6} {
  Duplicata { Point{2, 5, 8}; }
}

Line(1) = {12, 13};
Line(2) = {13, 11};
Line(3) = {6, 9};
Line(4) = {9, 3};
Line(5) = {7, 10};
Line(6) = {10, 4};
Line(7) = {15, 16};
Line(8) = {16, 14};
Circle(9) = {15, 1, 7};
Circle(10) = {16, 1, 10};
Circle(11) = {14, 1, 4};
Circle(12) = {4, 1, 2};
Circle(13) = {2, 1, 3};
Circle(14) = {3, 1, 11};
Circle(15) = {9, 1, 13};
Circle(16) = {6, 1, 12};

//Finalize stator yoke segment
Point(17) = {R_stat_out, 0, 0, mesh_coarse};
```



```

Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Pi/6} {
  Duplicata { Point{17}; }
}

Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Pi/6} {
  Duplicata { Point{17}; }
}

Line(17) = {19, 12};
Line(18) = {18, 15};
Circle(19) = {18, 1, 17};
Circle(20) = {17, 1, 19};

//Define plane surface for the steel segment
Line Loop(21) = {19, 20, 17, -16, 3, 4, -13, -12, -6, -5, -9, -18};
Plane Surface(22) = {21};

//Define plane surfaces of the coil (plus and minus of the phase coil) and wedges
Line Loop(23) = {16, 1, -15, -3};
Plane Surface(24) = {23};
Line Loop(25) = {5, -10, -7, 9};
Plane Surface(26) = {25};
Line Loop(27) = {15, 2, -14, -4};
Plane Surface(28) = {27};
Line Loop(29) = {10, 6, -11, -8};
Plane Surface(30) = {29};

//Duplicate stator sectors
For it In {1:5}
  Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, it*Pi/3} {
    Duplicata { Surface{22, 24, 28, 30, 26}; }
  }
EndFor

//
// Rotor geometry
//
Point(379) = {R_rot_in, 0, 0, mesh_coarse};
Point(380) = {R_rot_out, 0, 0, mesh_gap};

//Rotor sector borders
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, Pi/4} {
  Duplicata { Point{379, 380}; }
}

Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, -Pi/4} {
  Duplicata { Point{379, 380}; }
}

Line(176) = {382, 381};
Line(177) = {383, 384};
Circle(178) = {383, 1, 379};
Circle(179) = {379, 1, 381};
Circle(180) = {384, 1, 380};
Circle(181) = {380, 1, 382};

//Magnet points
Point(385) = {(R_rot_out-bridge)*Cos(Asin(w_PM/2/(R_rot_out-bridge))), 0, 0, mesh_normal};
Point(386) = {(R_rot_out-bridge)*Cos(Asin(w_PM/2/(R_rot_out-bridge))), w_PM/2, 0, mesh_gap};
Point(387) = {(R_rot_out-bridge)*Cos(Asin(w_PM/2/(R_rot_out-bridge))), -w_PM/2, 0, mesh_gap};
Point(388) = {(R_rot_out-bridge)*Cos(Asin(w_PM/2/(R_rot_out-bridge)))-h_PM, 0, 0, mesh_normal};
Point(389) = {(R_rot_out-bridge)*Cos(Asin(w_PM/2/(R_rot_out-bridge)))-h_PM, w_PM/2, 0, mesh_normal};
Point(390) = {(R_rot_out-bridge)*Cos(Asin(w_PM/2/(R_rot_out-bridge)))-h_PM, -w_PM/2, 0, mesh_normal};

//PM edges
Line(182) = {389, 386};
Line(183) = {386, 385};
Line(184) = {385, 387};
Line(185) = {387, 390};
Line(186) = {390, 388};
Line(187) = {388, 389};

//PM surface
Line Loop(188) = {184, 185, 186, 187, 182, 183};
Plane Surface(189) = {188};

//Pole sector iron
Line Loop(190) = {181, 176, -179, -178, 177, 180};
Plane Surface(191) = {190, 188};

//Duplicate rotor poles

```



```
For it In {1:3}
Rotate {{0, 0, 1}, {0, 0, 0}, it*Pi/2} {
  Duplicata { Surface{191, 189}; }
}
EndFor
//shaft plane surface
Line Loop(234) = {196, -179, -178, 223, 224, 209, 210, 195};
Plane Surface(235) = {234};
//
// Air gap
//
//sliding surface
Point(529) = {Gap/2+R_rot_out, 0, 0, mesh_gap};
Point(530) = {0, Gap/2+R_rot_out, 0, mesh_gap};
Point(531) = {0, -Gap/2-R_rot_out, 0, mesh_gap};
Point(532) = {-Gap/2-R_rot_out, 0, 0, mesh_gap};
Circle(236) = {529, 1, 530};
Circle(237) = {530, 1, 532};
Circle(238) = {532, 1, 531};
Circle(239) = {531, 1, 529};
//create air gap part of the stator
Line Loop(240) = {13, 14, -57, -39, -38, -52, -86, -68, -67, -81, -115, -97, -96, -110, -144, -126, -125, -139, -173, -155, -154, -168, 11, 12};
Line Loop(241) = {239, 236, 237, 238};
Plane Surface(242) = {240, 241};
//create air gap part of the rotor
Line Loop(243) = {181, 198, 193, 212, 207, 226, 221, 180};
Plane Surface(244) = {241, 243};
//
// Bodies
//
// u+-
Physical Surface(1) = {88, 175};
```

```
Physical Surface(2) = {73, 160};
// v+-
Physical Surface(3) = {26, 117};
Physical Surface(4) = {24, 102};
// w+-
Physical Surface(5) = {59, 146};
Physical Surface(6) = {44, 131};
//Stator iron
Physical Surface(7) = {60, 31, 22, 147, 118, 89};
//Rotor iron
Physical Surface(8) = {206, 192, 191, 220};
//Wedges
Physical Surface(9) = {28, 54, 49, 83, 78, 112, 107, 141, 136, 170, 165, 30};
//shaft
Physical Surface(10) = {235};
//PMs
Physical Surface(11) = {189};
Physical Surface(12) = {205};
Physical Surface(13) = {219};
Physical Surface(14) = {233};
//stator air gap
Physical Surface(15) = {242};
//rotor air gap
Physical Surface(16) = {244};
//
// Boundaries
//
//outer boundary
Physical Line(1) = {32, 33, 61, 62, 90, 91, 119, 120, 148, 149, 19, 20};
//sliding boundary
Physical Line(2) = {239, 236, 237, 238};
```



5.3.2.3-Incidencias

A la hora de pasar el archivo de GMSH a ELMER ha surgido un problema debido a que, por ahora, no es posible cargar dos archivos de malla en ElmerGUI con la revisión actual de Elmer. Elmer permite la definición de dominios estacionarios y rotativos dentro de 1 archivo de malla conforme usando una condición de límite especial (Mortar BC) que permite el movimiento de una parte de la malla.

Por lo tanto, desechamos este programa actualmente como opción.



6-Conclusiones

El propósito principal del trabajo era realizar un modelado de una máquina eléctrica con software de elementos finitos, explorando las posibilidades de hacerlo con software libre, como ya se comentó al principio del estudio, por lo que el mayor tiempo dedicado a este objetivo ha sido invertido en la investigación de distintos programas de software libre disponibles en la red, así como en indagar sobre su utilización en el ámbito académico.

Hemos hallado numerosos programas dedicados a tales fines, sin embargo, no todos concedían las posibilidades de resolución que buscábamos con este trabajo, como por ejemplo el programa **ELMERFEM**, que a la hora de darle geometría a las figuras ha resultado sencillo, pero al tratar de dar solución al ejercicio presentaba ciertos problemas de compatibilidad. El **Onelab** basa su utilidad en los ejemplos que proporciona el propio programa, y por ello, la construcción de nuestros ejemplos presentaba una complejidad mayor, incluso a través de la utilización de algunos programas que no eran de software libre, asunto que, recordemos, era uno de los principales objetivos.

Por otra parte, hemos encontrado el programa **FEMM**, que podría ser calificado como un éxito en cuanto a los objetivos buscados. Consiste en un software sencillo de utilizar y de aprender, que abarca un arco inmenso de posibilidades para el estudio de máquinas eléctricas, y facilita una gran biblioteca de materiales dentro del propio programa, permitiendo con facilidad su modificación y también la creación de nuevos materiales con distintas características. Hemos podido resolver distintos problemas, además de verificar con algunos ejemplos cómo los resultados obtenidos se asemejan bastante a los resultados que teníamos del programa **COSMOS**.

Por lo tanto, podemos concluir que **FEMM** ha sido el único programa de los analizados que ha cumplido con todos los requisitos que se fijaron en un principio; además, con bastante éxito, tanto geométricamente como analíticamente. Su última versión pertenece al año 2019, lo que también nos indica que se trata de un programa que se encuentra actualizado, aspecto importante a la hora de que el software mejore los aspectos posibles, por lo que podría ser un programa utilizado en las asignaturas relativas a esta materia en un tiempo próximo. Además existen múltiples programas útiles para ciertos aspectos buscados, que con la ayuda de programas bajo licencia (CATIA, AutoCAD, etc), podrían servir como apoyo lectivo, sobre todo a la hora de la simulación de ejemplos en 3D, pero también se puede encontrar una amplia gama de programas de análisis de máquinas que posibilitan la posibilidad de comparar resultados.





7-Bibliografía

- Agüero, A, F A Actis, and C.C.R.M. Córdoba. 1997. "EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO A LA INGENIERÍA ELÉCTRICA." *Mecánica Computacional* 18: 717–24.
- Baltzis, Konstantinos B. 2010. "The Finite Element Method Magnetics (FEMM) Freeware Package: May It Serve as an Educational Tool in Teaching Electromagnetics?" *Education and Information Technologies* 15 (1): 19–36. <https://doi.org/10.1007/s10639-008-9082-8>.
- "Campos Electromagnéticos - i-DE - Grupo Iberdrola." n.d. Accessed June 30, 2020. <https://www.i-de.es/distribucion/distribucion-energia/campos-electromagneticos>.
- Díaz Chacón, J. M., V. Mata Brauer, C. Amaro Hernández, and A. Navarro Valle. 2016. "Desarrollo de Simulaciones Electromagnéticas Con Fines Didácticos Usando Un Software Libre de Elementos Finitos 2D." *Ciencia, Ingeniería y Desarrollo Tec Lerdo*, 236–41.
- Fermín, Autor, and Torán Zorrilla. 2015. "Cálculo de Máquinas Eléctricas Por Elementos Finitos Proyecto Final de Grado."
- Fernandez, Juan C. 2004. "Ecuaciones de Maxwell - Electromagnetismo."
- "INICAD - Productos -Cosmos -> Cosmos / EMS." n.d. Accessed June 30, 2020. http://www.inicad.ro/products/cosmos_ems.php.
- "INICAD - Productos - Cosmos -> Cosmos / M." n.d. Accessed June 30, 2020. http://www.inicad.ro/products/cosmos_m.php.
- "Inicio · Wiki · Documentación / Tutoriales · GitLab." n.d. Accessed June 30, 2020. <https://gitlab.onelab.info/doc/tutorials/-/wikis/home>.
- "Las Ecuaciones de Maxwell." n.d. Accessed June 29, 2020. https://webs.um.es/jmz/IntroFisiCompu/Alumnos/05_Alcaraz_Marta/ecmax.html.
- "Máquinas Eléctricas · Wiki · Documentación / Modelos · GitLab." n.d. Accessed June 30, 2020. <https://gitlab.onelab.info/doc/models/-/wikis/Electric-machines>.
- Pereira, Fernando D Quesada. n.d. "Ondas Electromagnéticas Índice de Contenidos."
- Ponomarev, Pavel. 2016. "FEM Modeling of PMSMs Using Elmer" 7 (MAY 2015). <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1721.4886>.
- Tutorials, Elmer Gui. 2019. "Elmer GUI Tutorials About This Document."