



---

**Universidad de Valladolid**  
**Campus de Palencia**

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE INGENIERÍAS AGRARIAS**

**Máster en Ingeniería de Montes**

**Determinación del Módulo de Elasticidad por  
vibraciones. Influencia de la relación  
longitud/altura**

**Alumno: Rodrigo Santillán García**

**Tutor: Luis Acuña Rello**

**Junio de 2013**

Copia para el tutor/a

# ÍNDICE

1. Resumen	3
2. Antecedentes	5
2.1. Introducción	6
2.1.1. Los bosques	6
2.1.2. Industrias de la madera	7
2.2. El chopo y su cultivo	10
2.2.1. El chopo	10
2.2.2. Populicultura	10
2.2.3. <i>Populus x euramericana</i>	12
2.2.4. <i>Populus x euramericana</i> (Doce) Guinier "I-214"	13
2.3. El pino silvestre	14
2.3.1. El género <i>Pinus</i>	14
2.3.2. <i>Pinus sylvestris</i>	15
2.4. Propiedades de la madera	16
2.4.1. Propiedades físicas de la madera	17
2.4.2. Propiedades mecánicas de la madera	20
2.5. Relación con estudios anteriores	21
2.5.1. Método de vibración transversal en muestras sujetas en voladizo	22
3. Objetivos	23
4. Material y métodos	25
4.1. Material	26
4.2. Metodología empleada	26
4.3. Tratamiento estadístico de los datos	30
4.3.1. Descriptiva. Medidas de centralidad y dispersión	30
4.3.2. Comparativa	31
4.3.3. Funciones de predicción	31
5. Resultados y discusión	33
5.1. Estadística descriptiva	34
5.2. Estadística comparativa	37
5.2.1. Comparación de la posición de golpeo	37
5.2.2. Comparación cara-canto	41
5.2.3. Comparación por especie	41
5.3. Estadística predictiva	42
5.3.1. Influencia de la longitud libre	42
5.3.2. Influencia de la densidad	45
5.3.3. Modelo general lineal	47
5.3.4. Predicción del módulo de elasticidad	49
6. Conclusiones	52

---

7. Bibliografía	55
ANEJO I. Estadística	57
I.1. Estadística descriptiva	58
I.2. Estadística comparativa	70
I.2.1. Comparación de la posición de golpeo	70
I.2.2. Comparación por especie	72
I.3. Estadística predictiva	73
I.3.1. Influencia de la longitud libre	73
I.3.2. Predicción del módulo de elasticidad	77
I.3.3. Análisis de residuos de las regresiones	85

# RESUMEN

## 1. Resumen

En el presente estudio se pretende obtener la relación existente entre el módulo de elasticidad de una viga y su frecuencia principal de vibración en empotramiento.

Se ha trabajado con dos especies diferentes, chopo (*Populus x euramericana* I-214) y pino silvestre (*Pinus sylvestris*) para poder comparar el comportamiento de ambas especies.

Para conseguirlo, se realizó un ensayo en vigas que simulan un empotramiento, situadas en voladizo. Este ensayo se realizó a diferentes relaciones longitud/altura de la viga, desde los 50 cm hasta los 200 cm de longitud libre en voladizo en el caso de las vigas de chopo, y desde los 50 cm hasta los 250 cm de longitud libre en voladizo en el caso de las vigas de pino, en ambos casos haciendo las diferentes mediciones cada 25 cm.

La frecuencia de vibración libre en estos ensayos se obtiene gracias a la vibración libre del material. Estas vibraciones se provocan a través de un impacto producido por un martillo y se recogen con un micrófono, y a través del software FFT Analyser (Fast Fourier Transform Analyser) de Fakopp, se transforma la onda en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Finalmente se obtuvo el Módulo de Elasticidad Global de Canto en la máquina universal de ensayos de la casa "Ibertest". Con estos valores se estudia la relación existente entre la frecuencia de vibración de los ensayos y el módulo de elasticidad.

Se han estudiado una serie de parámetros para ver la relación que tienen con las variables que nos interesa conocer. De este modo se ha visto la relación existente entre la frecuencia y la longitud libre de la viga y la densidad de la misma, así como la relación que hay entre el módulo de elasticidad y varios parámetros independientes (frecuencia a una determinada longitud libre, especie y densidad). También se han hecho comparaciones para ver si existen diferencias significativas entre algunas variables (especie, posición de golpeo, etc.).

Por último se han creado diferentes ecuaciones mediante regresiones y realizando Modelos Generales Lineales, introduciendo valores cuantitativos obtenidos al realizar los ensayos, y valores categóricos. Así se ha obtenido una ecuación que nos relaciona el módulo de elasticidad con la densidad de la madera, la especie y la frecuencia de la onda detectada a una determinada longitud libre.

# ANTECEDENTES

## 2. Antecedentes

### 2.1. Introducción

#### 2.1.1. Los bosques

El hombre ha influido en la composición de los bosques y su estructura. Así, se puede definir el bosque como un ecosistema vivo y en constante cambio que sólo puede ser comprendido en una escala temporal muy grande (cientos de años). El bosque es una matriz de relaciones ecológicas en la que se dan cita variables tan complejas como la dinámica de las poblaciones animales, los procesos formadores de suelo, la tamización de la luz solar o los mecanismos de respuesta a agentes renovadores. Los actores que forman parte de ese juego (especies animales y vegetales, y otros grupos menos conocidos), los puntos de partida (ciertas estructuras forestales) e incluso las reglas por las que se rige (por ejemplo, los regímenes naturales de incendios) son diferentes hoy de los que existían en el neolítico y en gran medida irre recuperables (GIL & TORRE, 2007).

Un aspecto importantísimo y que hay que tener muy presente es que los ecosistemas que hay en los bosques constituyen un valioso patrimonio natural y un importante recurso económico. Estos ecosistemas forestales tienen una capacidad de autoregeneración y reciclado de nutrientes, realizan una gran labor protectora contra la erosión del suelo, actúan como sumideros de carbono y también tienen un papel productivo muy importante, sobre todo de madera y en menor medida de otros recursos como pueden ser los hongos, la resina, el corcho, etc.

Según el Tercer Inventario Forestal Nacional (proyecto encaminado a obtener el máximo de información posible sobre la situación, régimen de propiedad y protección, naturaleza, estado legal, probable evolución y capacidad productora de todo tipo de bienes de los montes españoles), en España tenemos los siguientes datos por Comunidades Autónomas:

Tabla 1. Principales datos del IFN por Comunidades Autónomas. Fuente: [www.magrama.gob.es/es/biodiversidad/temas/inventarios-nacionales/inventario-forestal-nacional/](http://www.magrama.gob.es/es/biodiversidad/temas/inventarios-nacionales/inventario-forestal-nacional/)

Comunidad Autónoma	SUPERFÍCIES (ha)							TOTAL
	Bosque no adehes.	Bosque adehes.	Monte arbolado ralo y disperso	Total monte arbolado	Monte desarbolado	Total de uso forestal	Total de uso no forestal	
<b>Galicia</b>	1.396.106	0	27.988	1.424.094	606.587	1.579.681	926.766	2.957.447
<b>I. Baleares</b>	170.967	0	15.410	186.377	37.224	223.601	275.565	499.166
<b>Murcia</b>	289.435	0	26.857	316.292	169.727	486.019	645.241	1.131.260
<b>Asturias</b>	434.903	0	16.213	451.116	313.481	764.597	295.760	1.060.357
<b>Cantabria</b>	209.611	0	4.646	214.257	145.202	359.459	172.680	532.139
<b>Navarra</b>	423.308	0	13.771	437.079	157.277	594.356	444.713	1.039.069
<b>La Rioja</b>	163.206	0	6.346	169.552	131.924	301.476	203.051	504.527
<b>Madrid</b>	225.402	19.466	25.217	270.086	150.007	420.093	382.676	802.769
<b>Extremadura</b>	783.838	1.035.976	101.436	1.921.250	805.982	2.727.233	1.436.221	4.163.453

Alumno: Rodrigo Santillán García  
 UNIVERSIDAD DE VALLADOLID (CAMPUS DE PALENCIA) – E.T.S. DE INGENIERÍAS AGRARIAS  
 Titulación de: Máster en Ingeniería de Montes

<b>Cataluña</b>	1.541.244	0	84.968	1.626.212	304.270	1.930.482	1.280.886	3.211.368
<b>Canarias</b>	122.102	0	11.989	134.091	429.554	563.645	181.050	744.695
<b>Cas. y León</b>	2.435.329	396.881	150.106	2.982.317	1.825.414	4.807.731	4.614.812	9.422.543
<b>Cas. La Man.</b>	2.238.000	266.803	234.794	2.739.598	825.182	3.564.779	4.378.493	7.943.272
<b>Aragón</b>	1.458.277	0	119.714	1.577.991	1.030.321	2.608.312	2.163.683	4.771.996
<b>País Vasco</b>	395.268	0	2.563	397.831	97.224	495.055	228.409	723.464
<b>Valencia</b>	680.069	0	74.390	754.459	500.879	1.255.338	1.070.114	2.325.52
<b>Andalucía</b>	2.046.437	665.245	257.397	2.969.079	1.422.720	4.391.800	4.367.791	8.759.590

Ciñéndonos a nuestra comunidad, los bosques de Castilla y León ocupan el 51% del total de la superficie de la región. En la siguiente tabla se muestra cómo está distribuida la superficie total de monte en Castilla y León, por provincias y tipo de vegetación:

Tabla 2. Distribución de la superficie de monte de Castilla y León. Fuente: [www.magrama.gob.es/es/biodiversidad/temas/inventarios-nacionales/inventario-forestal-nacional/](http://www.magrama.gob.es/es/biodiversidad/temas/inventarios-nacionales/inventario-forestal-nacional/)

Provincia	SUPERFICIES (ha)							TOTAL
	Bosque no adehes.	Bosque adehes.	Monte arbolado ralo y disperso	Total monte arbolado	Monte desarbolado	Total de uso forestal	Total de uso no forestal	
<b>Salamanca</b>	188.557	320.808	24.019	533.384	262.295	795.679	439.316	1.234.995
<b>Ávila</b>	177.870	41.898	19.539	239.307	286.242	525.549	279.466	805.015
<b>Valladolid</b>	121.198	0	4.688	125.886	19.250	145.137	665.912	811.049
<b>Zamora</b>	201.854	26.058	17.590	245.502	237.102	482.604	573.522	1.056.126
<b>Burgos</b>	457.157	0	18.642	475.800	205.335	681.135	747.969	1.429.104
<b>Palencia</b>	163.706	0	10.054	173.760	77.378	251.138	554.113	805.251
<b>León</b>	508.875	0	17.695	526.570	473.744	1.000.313	557.772	1.558.085
<b>Soria</b>	397.402	0	21.249	418.650	178.493	597.143	433.499	1.030.642
<b>Segovia</b>	218.710	8.117	16.631	243.458	85.574	329.033	363.243	692.275

## 2.1.2. Industrias de la madera

El aprovechamiento forestal de la madera tiene como objetivo la extracción de la misma para ponerla a disposición de los usuarios. Este proceso implica que la materia prima cambia de propietario, pasando de los propietarios forestales a las industrias de transformación. A este mercado de la madera antes de su primera transformación se le conoce como mercado de la madera en rollo.

En un sentido general, la industria de la madera abarca la transformación de la misma en productos de consumo. Haciendo una clasificación sencilla, se puede distinguir entre industria de primera transformación (aquella que partiendo de la madera en rollo obtiene un producto de valor comercial, pero que para su uso necesita una nueva transformación al no ser directamente consumible) y de segunda transformación (aquella que partiendo de materia prima o semielaborada desarrolla productos listos para su uso) (CASADO SANZ, 2012).

Las empresas de primera transformación agrupan a las dedicadas al aprovechamiento forestal, a las industrias de aserrado, fábricas de chapa y

contrachapado, industrias de tablero de fibras y partículas, y la industria de pasta celulósica. Dentro de las de segunda transformación están las fábricas de muebles, las carpinterías, la industria del papel, etc.

En cuanto al volumen de cortas de madera que se realiza en España, en la siguiente tabla se muestra la serie histórica de cortas de madera desde 1990:

Tabla 3. Serie histórica de cortas de madera desde 1990 hasta 2010. Fuente: Anuario de Estadística Forestal 2010. Magrama.

CORTAS DE MADERA					
AÑO	Coníferas (millones m <sup>3</sup> c.c.)	Fronchosas (millones de m <sup>3</sup> c.c.)	Sin clasificar (millones de m <sup>3</sup> c.c.)	TOTAL (millones de m <sup>3</sup> c.c.)	Valor en cargadero (miles de euros)
1990	8.517	4.229	2.714	15.460	523.806
1991	7.200	4.301	3.347	14.848	523.305
1992	6.711	4.142	3.221	14.074	471.945
1993	6.372	4.197	3.027	13.596	444.743
1994	7.549	4.601	3.244	15.394	536.499
1995	7.882	5.068	2.623	15.573	602.025
1996	7.507	4.662	2.571	14.739	595.719
1997	8.160	5.116	2.378	15.654	655.085
1998	7.981	5.710	2.183	15.874	685.953
1999	7.816	5.447	2.099	15.362	669.298
2000	6.838	5.058	2.193	14.090	627.945
2001	6.148	5.407	2.546	14.101	623.529
2002	5.525	5.382	3.806	14.713	666.321
2003	6.631	5.582	3.396	15.609	750.391
2004	6.037	5.409	3.353	14.799	718.811
2005	7.804	5.578	2.466	15.848	730.484*
2006	8.270	5.260	3.523	17.053	743.657*
2007	7.406	5.408	1.281	14.095	720.647*
2008	6.501	5.788	4.761	17.050	871.714*
2009	5.318	5.038	3.754	14.110	721.416*
2010	6.164	5.788	1.288	13.239	n.d.

\*: Valor obtenido a partir de las Cuentas Económicas de la Selvicultura de 2007.

Madera sin clasificar: madera que se ha extraído pero no ha quedado recogida en las estadísticas. Se obtiene del Balance de la Madera y las industrias de primera transformación son las que proporcionan los datos principales para el cálculo.

n.d.: no disponible en este momento.

Se observa un aumento en las cifras de cortas de coníferas y frondosas, que son las que proceden de los datos facilitados por las comunidades autónomas. Este incremento de la madera cortada se debe a que aumentaron las cortas de las tres especies principales; se cortaron unos 700.000 m<sup>3</sup> más de eucalipto, 500.000 m<sup>3</sup> más de *Pinus radiata* y 300.000 m<sup>3</sup> más de *Pinus pinaster*.

En el siguiente gráfico se ve la evolución de los últimos años:

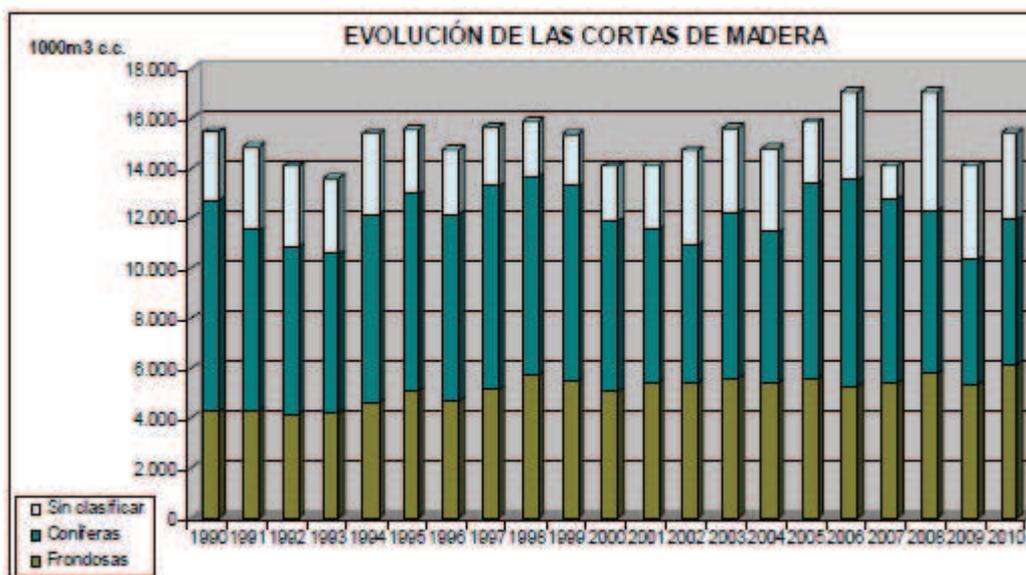


Figura 1. Evolución de las cortas de madera desde 1990. Fuente: Anuario de Estadística Forestal 2010. Magrama.

En cuanto a la relación entre coníferas y frondosas, por comunidades autónomas, se puede ver en el siguiente gráfico:

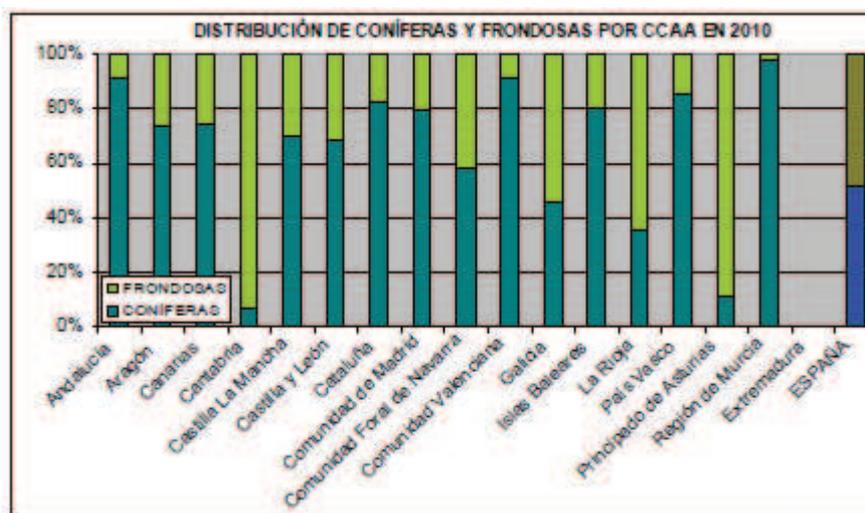


Figura 2. Distribución de coníferas y frondosas por comunidad autónoma en 2010. Fuente: Anuario de Estadística Forestal 2010. Magrama.

En el análisis por comunidad autónoma se observa que sólo en Asturias y Cantabria las cortas de frondosas representan más del 90% del total de sus cortas. En La Rioja y Galicia superan el 50%. Para el resto de las autonomías las cortas de coníferas representan más de la mitad del total de cortas. En Murcia, Comunidad Valenciana y Andalucía más del 90% de las cortas son de especies de coníferas.

Si nos centramos en Castilla y León, vemos que cerca del 70% del total de las cortas corresponden con coníferas, siendo las principales especies *Pinus nigra* y *Pinus sylvestris*, y en cuanto a frondosas la principal especie aprovechada es el chopo.

## 2.2. El chopo y su cultivo

### 2.2.1. El chopo

El chopo pertenece a la familia botánica de las Salicáceas, cuyos miembros tienen preferencia por hábitats húmedos, llanuras inundables y riberas fluviales. Las especies que lo conforman en general son de temperamento robusto y crecimiento rápido.

El chopo es un árbol esbelto de porte cilíndrico. Su tronco es recto con la corteza lisa de color gris verdoso al principio, que posteriormente se va oscureciendo y agrietando. Tiene flores masculinas y femeninas dispuestas en árboles diferenciados que aparecen en amentos generalmente colgantes. El fruto es capsular y sus semillas están recubiertas por un penacho algodonoso que favorecen su diseminación por el viento.

Se trata de una especie colonizadora con gran capacidad de reproducción tanto sexual (mediante semillas) como asexual (estaquillas, brotes de cepa, etc.). Gracias a esta facilidad que posee para multiplicarse, se ha tenido la posibilidad de usar clones que proporcionan gran homogeneidad a las plantaciones y permiten un manejo sencillo de las mismas.

El cultivo de chopo va en aumento en toda Europa, aumento relacionado con los cambios que se han producido en la agricultura que intentan reconvertir terrenos tradicionalmente agrícolas en cultivos más extensivos. De toda la superficie ocupada por plantaciones de chopo en España, el 50% se encuentra en la cuenca del Duero y el 25% en la del Ebro. Concretamente, y según los inventarios realizados por las diferentes Administraciones regionales y nacionales, en Castilla y León los cultivos de chopo ocupan una superficie de más de 44.000 hectáreas, destacando la provincia de León. Con todo ello, Castilla y León es la primera región española en cuanto a producción de madera de chopo, con 300.000 m<sup>3</sup> al año aproximadamente.

Las zonas más adecuadas para las plantaciones de chopos son las vegas, zonas próximas a los cursos de agua por ser el chopo una especie que necesita tener un contacto directo con el agua. El óptimo altitudinal de plantación está entre los 500 y los 1.000 m, en terrenos con nula o muy escasa pendiente. Los suelos más frecuentes y aptos son los ligeros (francos, franco-arenosos o franco-arcillosos).

### 2.2.2. Populicultura

La populicultura es la técnica que trata del cultivo del chopo. Dentro de esta ciencia o técnica, cobra gran importancia la clonología. La reproducción vegetativa por estaquilla es extremadamente fácil, lo que ha contribuido significativamente al

desarrollo de una amplia clonología en la que se sustenta el cultivo del chopo. Esta facilidad para la propagación asexual ha proporcionado y continua haciéndolo, ventajas sustanciales a la mejora, en la medida en que diferentes efectos genéticos que controlan características de interés, pueden usarse de manera fácil en la selección. Esto ha posibilitado incrementar la producción, y también poder cultivar en situaciones más adversas (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

Los clones son un grupo de “ramets” procedentes de un único individuo mediante propagación vegetativa, y proporcionan un abanico de elección extraordinario a la hora de abordar las plantaciones, de modo que es posible encontrar la opción adecuada al objetivo productivo fijado y a las características de la estación. De igual modo, la clonología aporta homogeneidad y facilidad de manejo en las plantaciones para muchas de las tareas a realizar, si bien esta homogeneidad puede en ocasiones no ser deseable ya que se reduce la variabilidad y puede verse incrementada la susceptibilidad a ciertas plagas y enfermedades (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

El cultivo de las distintas especies del género *Populus* constituye en la actualidad una alternativa rentable para proporcionar madera a turnos cortos, resultando una opción interesante para muchos terrenos agrícolas excedentarios. Se puede afirmar que el cultivo intensivo del chopo requiere de la utilización de un material de calidad, en el sitio adecuado y aplicando los cuidados necesarios.

Los principales usos de la madera de chopo producida en nuestro país son el desarrollo y el aserrío, para la de mayor calidad, o bien el tablero de partículas, la celulosa o la quema para la producción de energía para la de menor calidad (en los últimos años la apuesta por incrementar las fuentes de energía renovable para reducir la dependencia energética exterior, contribuir a reducir la cantidad de gases de efecto invernadero y dar salida a buena parte de terrenos excedentarios de la agricultura, está favoreciendo el desarrollo de cultivos cuyo objetivo es la producción de biomasa para energía, entre ellos el chopo) (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

En los inicios del cultivo del chopo, las plantaciones se hacían en las vegas de los ríos, aplicando escasos tratamientos culturales. La ampliación de la superficie a plantar estaba limitada por la competencia por el agua de riego con otros cultivos, siendo este factor el más limitante para la persistencia y producción de los chopos. Por ello, a mediados de los años sesenta, dio comienzo una línea experimental basada en la plantación a raíz profunda, en la que lo que se pretende es poner en contacto el sistema radicular del árbol a lo largo del periodo vegetativo con la capa freática en su nivel de estiaje, de modo que no es necesario la aplicación de riegos. De este modo se establecieron unas parcelas de ensayo en las que se comparó plantación superficial con aplicación de riego con la plantación profunda sin riego, y los resultados mostraron que en terrenos de calidad, las producciones obtenidas eran mayores con esta segunda técnica. A parte de esta mayor producción, la principal ventaja que tiene la plantación a raíz profunda frente a la plantación a raíz superficial, es la ventaja que supone no tener que aplicar riegos, lo que implica supresión de obstáculos, de forma que se facilita la mecanización de otras tareas y se ahorra en mano de obra y material necesario para el riego, y la posibilidad de plantar en terrenos donde no sea posible la nivelación. A pesar de todas estas ventajas, es importante tener en cuenta que en lugares en los que la oscilación de la capa freática sea muy significativa, o bien se

encuentre a una profundidad superior a los 2,5-3 m, este tipo de plantación no es la más adecuada (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

En cuanto a la preparación del sitio de plantación, las tareas que hay que abordar para ello están generalmente condicionadas por el uso anterior del terreno así como por la técnica de plantación. El destoconado será necesario en terrenos en los que anteriormente haya habido instalada una chopera, siendo habitual eliminar los tocones de manera mecánica, aunque también se puede recurrir al empleo de herbicidas adecuados. En terrenos agrícolas excedentarios podemos tener el problema de competencia entre los árboles y las malas hierbas, al tratarse de suelos que cuentan con un importante banco de semillas. Su control se hará mediante tratamientos mecánicos (laboreo superficial y cruzado) o químicos. Por último hay que destacar la nivelación como operación imprescindible si se va a plantar a raíz superficial y por lo tanto va a ser necesario aplicar riegos, para que el agua se distribuya correctamente. Además, la nivelación siempre facilita la adecuada aplicación de otros cuidados culturales, como pueden ser las podas, los tratamientos sanitarios, las fertilizaciones, etc. (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

El aspecto más importante a la hora de hacer la plantación es el espaciamiento, que tiene gran influencia sobre el turno, ya que a medida que disminuye el espaciamiento lo hace también el turno y por consiguiente se corta antes la chopera. Lo más correcto es orientarse a la elección de amplios marcos de plantación, equivalentes a turnos más largos, para obtener una gran gama de productos (a mayor volumen unitario del árbol corresponde un precio más elevado, obteniendo una mayor variedad de productos destinados a diferentes industrias).

El turno es la edad que tiene la chopera en el momento de la corta. Los turnos largos (de unos 20 años) y amplios espaciamientos (más de 36 m<sup>2</sup>/planta) proporcionan madera de grandes diámetros, ideal para desarrollo con destino al contrachapado industrial. El problema de estos turnos largos es que se necesitan precios muy altos de la madera para compensar la ausencia de rentas durante tantos años. En la actualidad se usan turnos más cortos, de entre 10 y 15 años con espaciamientos de 25 a 36 m<sup>2</sup>/planta, que permiten obtener madera ideal para desarrollo con destino al contrachapado (cajas para fruta, palillos, etc.) (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

### **2.2.3. *Populus x euramericana***

Es la especie básica de la populicultura europea y española. Crece muy bien en el área mediterránea. Procede de la hibridación de *Populus deltoides* (chopo negro americano, que actúa como parental femenino) con *Populus nigra* (chopo negro europeo, que actúa como parental masculino).

Es un árbol de hasta 30 metros de altura, de crecimiento muy rápido, originado a mediados del siglo XVIII.

Tiene el tronco sin abultamientos, las hojas anchamente deltoideas con pelos cortos en los bordes o en la cara inferior, y los amentos bastante largos; los femeninos con cápsulas más globosas que las del chopo común y dehiscentes a veces en 3 o 4 valvas (normalmente en 2) (LÓPEZ GONZÁLEZ, 2004).

Requieren suelos fértiles, con la capa freática alta, abundante y renovada, y climas templados o templado-fríos. No es necesario que vivan en las orillas de los ríos si se cumplen estas condiciones, pero por el contrario no van bien en suelos permanentemente encharcados o con aguas sin movimiento, así como en zonas cálidas de invierno suave.

Los cultivares interesantes tienen maderas muy blandas y ligeras, blancas y sin corazón diferenciado, de fibra homogénea, por lo que son aptos para aserrío, chapa plana, desarrollo y fabricación de pasta (RUIZ DE LA TORRE, 1971).

#### **2.2.4. *Populus x euramericana* (Doce) Guinier “I-214”**

El clon I-214 es un clon italiano hembra. Pertenece a la especie *Populus x euramericana* (Doce) Guinier. Obtenido en el Instituto Casale Monferrato en 1929, comenzó a extenderse en Italia al finalizar la 2ª Guerra Mundial, y más tarde en la populicultura mediterránea.

Las características principales de este clon son las siguientes:

- Crecimiento muy rápido.
- Fuste ligeramente tortuoso.
- Corteza lisa y fina.
- Tendencia a formar rápidamente ramas gruesas. Muy exigente en podas para evitar horquillamientos.
- Copa bastante amplia, poca dominancia apical.
- Madera lisa y ligera, válida para todas las aplicaciones industriales. Baja densidad (en torno a 0,300 Kg/m<sup>3</sup>).
- Foliación precoz, defoliación a medio plazo. Buen aprovechamiento del periodo vegetativo.
- Plasticidad muy alta. Prefiere suelo fértil y ligero.
- Propagación vegetativa excelente.
- Sensibilidad a heladas precoces y tardías.
- Su producción alcanza los 30-40 m<sup>3</sup>/ha-año en España.
- Es el clon más utilizado en la populicultura española. El 90% de las choperas de Castilla y León lo utilizan. Debido a su facilidad de cultivo y a su crecimiento rápido, se conocen muchos datos del I-214 al usarse como patrón testigo en ensayos experimentales con otros clones.

- Generalmente se usa con turno silvícola de 12 a 14 años.

## 2.3. El pino silvestre

### 2.3.1. El género *Pinus*

Taxonómicamente *Pinus sylvestris* se encuadra en la clase *Coniferopsida* (coníferas), familia *Pinaceae*, y pertenece al género *Pinus*.

La familia de las pináceas es relativamente pequeña, formada por 12 géneros y unas 220 especies muy repartidas por todo el Hemisferio Norte. Es sin ninguna duda la familia de coníferas de mayor importancia forestal, que marca con sus bosques el límite actitudinal y latitudinal en la distribución de la vegetación arbórea.

Posee gran importancia económica, ya que sus bosques, ya sean naturales o de repoblación, suministran un alto porcentaje de las maderas comerciales. Son en conjunto las más utilizadas, y sobre todas destaca el pino albar (LÓPEZ GONZÁLEZ, 2004).

El género *Pinus* comprende alrededor de cien especies leñosas y resinosas, en su mayoría árboles que pueden alcanzar los 80 metros de talla, aunque en ocasiones no pasan de arbustos. Presentan sus semillas aladas, en estróbilos secos de escamas imbricadas, recogiendo dos semillas por escama.

Los conos o piñas son de maduración bienal o trienal. Las escamas de la piña están lignificadas a la madurez, y en la parte engrosada pueden distinguirse una zona central, por lo común más prominente y de diferente coloración, denominada ombligo, y el conjunto de la parte visible cuando la piña madura está cerrada, que se conoce como apófisis.

Las flores masculinas se insertan en la base de los brotes del año, apareciendo al comienzo del periodo vegetativo.

Las especies del género se agrupan en secciones establecidas de acuerdo con el número de acículas por vaina, la forma de la piña y de sus escamas, el tipo de engrosamiento de éstas, el desarrollo del ala con relación al piñón e inserción de la misma, el plazo de maduración de la piña, la posición de los canales resiníferos en el parénquima de la acícula y el número de ciclos anuales de crecimiento.

Los pinos presentan troncos rectos con mayor frecuencia que tortuosos, la copa, cónica en la juventud por lo común, puede conservarse regular, piramidal, ancha o esférica, o adoptar formas lobuladas o aparasoladas. Las hojas de primera edad, que aparecen a continuación de las cotiledonares, son aciculares aplanadas, algo anchas, grises o glaucas. Las acículas definitivas que empiezan a aparecer hacia los dos años, tienen por lo común el ápice agudo y los bordes finamente aserrados. Las semillas o piñones suelen ser ovoideos, comprimidos, provistos de una cubierta exterior dura y una interior membranosa y llevan un ala más o menos desarrollada, a veces rudimentaria o nula, generalmente articulada, rara vez fija, más o menos persistente o fácilmente caduca.

Las maderas de los pinos son más o menos resinosas, formadas fundamentalmente por traqueidas longitudinales, radios medulares longitudinales y transversales y canales resiníferos.

Los suelos de pinar son suelos azonales. Los pinares de carácter serial presentan un intenso dinamismo de la vegetación, con rápida sucesión de comunidades, lo que exige una actuación silvícola adecuada.

En conjunto, los pinos son especies de crecimiento medio o rápido y longevidad media. Por su fácil implantación en terrenos rasos, sus condiciones de crecimiento y la utilidad de sus maderas, se han empleado extensamente como especies de repoblación forestal (RUIZ DE LA TORRE, 1971).

### **2.3.2. *Pinus sylvestris***

El pino silvestre es una de las especies con mayor importancia forestal en España, tanto por la superficie que ocupa como por las múltiples funciones que cumplen sus masas, siendo una de las especies con más tradición selvícola. Las masas de *Pinus sylvestris* cubren una superficie forestal de aproximadamente 1.280.000 hectáreas, de las que unas 600.000 corresponden a pinares naturales. Ese más de un millón de hectáreas de pinares naturales y artificiales supone unas existencias de madera con corteza de 91.338.295 m<sup>3</sup> (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

El pino albar o de Valsáin forma masas con un elevado valor protector que sirven de refugio y como lugar de nidificación a numerosas especies de animales. Sus troncos cilíndricos y rectos como si fueran velas (que toman porte de bandera en las montañas cuando están sometidos a fuertes vientos), pueden alcanzar los 40 metros de altura y más de 1 metro de diámetro. En el tercio superior del tronco posee una característica corteza de color salmón que contrasta con el color glauco de sus acículas.

Esta especie florece en primavera y las influorescencias masculinas producen enormes cantidades de polen en lo que se conoce como "lluvia de azufre".

Las piñas miden de 3 a 6 cm de longitud, son de color pardo amarillento, mates y de escamas poco prominentes. Maduran en el segundo otoño y los pájaros ya aprovechan sus pequeños piñones a finales de otoño o invierno (ORIA DE RUEDA SALGUEIRO, 2011).

Las acículas pueden permanecer en el árbol 3 o 4 años, son cortas (alrededor de los 5 cm) y estrechas (1 mm de grosor). Se agrupan en parejas y están reviradas entre ellas. Son de color verde azulado o glauco.

El pino albar es una especie vecera que produce grandes cosechas intermitentes cada 3 años, aunque bien es cierto que siempre hay una cierta producción anual. Las primeras piñas las produce en torno a los 12 años, y es a los 25 cuando comienza a producir abundante semilla en el caso de que esté aislado (si está en masas densas esta abundante producción se puede retrasar hasta los 40 años).

El silvestre es la especie de su género de área mundial más amplia, formando bosques desde Siberia Oriental hasta la Península Ibérica, situándose sus poblaciones más meridionales en España. En nuestro país ocupa las zonas montañosas de la mitad norte (Sistema Central, Sistema Ibérico, Pirineos y montaña cantábrica) y de manera más local en Levante y Sierra Nevada. Si nos centramos en Castilla y León, ocupa unas 230.000 hectáreas, constituyendo en general la vegetación arbórea de mayor nivel evolutivo que se puede instalar en las zonas de mayor altitud. Las principales extensiones se encuentran en nuestra orla montañosa entre los 1.000 y los 1.800 m en las provincias de Burgos, Soria y Segovia, con alguna masa natural relicta en la Cordillera Cantábrica (ATLAS FORESTAL DE CASTILLA Y LEÓN, 2007).

En cuanto a la silvicultura de la especie, los aclareos sucesivos en sus distintas modalidades son generalmente los métodos de regeneración que mejor se adaptan. La necesidad de una ligera cubierta para la instalación y primer desarrollo de los brinzales de pino silvestre en ámbitos mediterráneos, obliga a mantener parte de la masa adulta durante esta fase de regeneración, para posteriormente poner en luz el regenerado en la fase de establecimiento y eliminar la competencia con el arbolado adulto. Una de las principales dificultades de la aplicación de los aclareos sucesivos es el desconocimiento de la espesura exacta hacia la que hay que conducir la masa en las diferentes fases del método para conseguir una adecuada regeneración. Es casi imposible sistematizar y generalizar la aplicación de las distintas fases debido a la distinta respuesta en función de la estructura de la masa adulta y de la estación. Por ello, a veces se aplican las denominadas cortas a "la esperilla", en las que se espera obtener un buen regenerado para intervenir en la masa adulta. En ciertas ocasiones se emplea otro tratamiento diferente al aclareo sucesivo, que es la corta a hecho, la que generalmente va ayudada de labores de ayuda a la regeneración, preparación del suelo y siembra (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

Según las tablas de producción de la especie, el crecimiento corriente máximo en volumen se produce en torno a los 40-60 años, con valores que oscilan entre 11 y 24 m<sup>3</sup>/ha-año en el Sistema Central, 7 y 20 m<sup>3</sup>/ha-año en el Sistema Ibérico y 4,4 y 9,1 m<sup>3</sup>/ha-año en Pirineos. Los máximos crecimientos medios en volumen tienen lugar entre los 75 y los 85 años, en función de la calidad de estación. De acuerdo con estos datos de crecimiento, el turno de máxima renta en especie varía entre 75-85 años según la calidad de estación, siendo menor cuanto mejor sea la calidad de estación (SERRADA, MONTERO & REQUE, 2008).

## 2.4. Propiedades de la madera

La madera es uno de los materiales más usados por el hombre desde que éste ocupa la Tierra, y siempre ha estado muy ligada al progreso de la humanidad.

Durante años, este material ha sido usado para diferentes fines:

- Como arma en el caso de lanzas y arcos.
- Aperos de labranza.
- Transporte, ya sea terrestre, aéreo o marítimo.
- Fuente de energía.
- Construcción.
- Arte.

Por todo ello se puede asegurar que el hombre ha utilizado la madera como principal materia prima en sus diversas actividades.

Se considera madera al conjunto de tejidos de las raíces, troncos y ramas de los vegetales leñosos, desprovistos de corteza. No todos los vegetales son leñosos, incluso hay árboles de gran tamaño que no lo son. Por ello no se considera como madera propiamente dicha los troncos de las monocotiledóneas.

Por tanto, una pieza de madera es un trozo de un ser vivo, por lo que está formada por células que en el árbol vivo, cumplen funciones vitales. Estas células tienen forma de tubos con longitudes, diámetros y espesor de las paredes variables según la función principal a desarrollar, y por supuesto, la especie. La mayoría están orientadas de forma paralela al eje del árbol, unidas entre sí por una laminilla intercelular y trabadas a su vez por otras células de naturaleza similar pero menores en número, perpendiculares a las anteriores, que forman los radios leñosos.

La pared celular está formada fundamentalmente por dos componentes: celulosa y lignina. La celulosa es higroscópica y muy resistente a la tracción, mientras que la lignina es prácticamente insoluble en agua y muy resistente a la compresión. Las cadenas de celulosa se unen entre sí mediante puentes de hidrógeno para formar fibrillas elementales, y éstas se unen entre sí para formar las microfibrillas, que se colocan sin una orientación determinada en la pared primaria, mientras que en la pared secundaria están colocadas de forma helicoidal. Todo este conjunto fibrilar está incrustado en la lignina.

La madera se forma a partir de una fina capa llamada cambium que está entre la madera y la corteza, y en la que se encuentran las células generadoras del crecimiento en espesor. Cuando las condiciones son favorables, las células cambiales producen células de madera hacia dentro y de corteza hacia fuera mediante un proceso de división celular, añadiendo cada periodo vegetativo una nueva capa de madera que cubre a la anterior, y de este modo es como aumenta año tras año el espesor del árbol.

### 2.4.1. Propiedades físicas de la madera

Las propiedades físicas de la madera son aquéllas que determinan su comportamiento antes los distintos factores que intervienen en el medio ambiente normal, sin producir ninguna modificación mecánica o química en su estructura (JIMÉNEZ PERIS, 1999).

Se clasifican en diferentes grupos:

#### 1. Comportamiento ante la iluminación:

- a. *Color*. El color de la madera lo definen las sustancias que están en el lumen celular o impregnan sus paredes (pigmentos, resinas, etc.). También influye la orientación de las fibras, que produce fenómenos de reflexión y refracción.

- b. *Brillo*. No tiene mucha importancia desde el punto de vista industrial, ya que se pueden emplear técnicas que permiten graduar el brillo sin alterar el color.
- c. *Estructura, textura y grano*. La ordenación y distribución de los diferentes tipos de células de que está constituida la madera da origen a la estructura de la misma. Por otra parte, el diámetro relativo de los elementos constitutivos, nos permite señalar el grano. Finalmente, la relación entre el ancho de la zona de madera de verano (zona más oscura), dentro del anillo de crecimiento, y el ancho total del anillo, se llama textura.

## 2. Posibilidades de emisión de partículas gaseosas:

- a. *Olor y gusto*. Para tener olor, una sustancia tiene que tener la propiedad de emitir moléculas libres en el aire. La sensación de olor es diferente según las personas y según los animales.
- b. *Maderas perjudiciales para la salud*. Los elementos constitutivos de la madera (celulosa y lignina) no son nocivos para el hombre, pero las sustancias extrañas que pueden impregnarla pueden serlo, y pueden provocar en el hombre dermatitis, vómitos, náuseas o inflamación de órganos.

## 3. Comportamiento frente a la gravedad:

- a. *Densidad*. Relación entre masa y volumen. Hay que distinguir entre densidad real (sólo se considera como volumen el ocupado por las paredes de las células) y densidad aparente (considera como volumen el ocupado tanto por la pared celular como por los huecos interiores de las células). Un factor que puede hacer variar de forma considerable la densidad de una pieza es la humedad (la cantidad de agua que tiene la madera en su interior depende de las condiciones en que se encuentre).
- b. *Peso específico*. Relación entre el peso y el volumen. En el caso de la madera, el volumen y el peso vienen influidos por la humedad de la madera, por lo que para obtener números comparables es necesario especificar las condiciones de humedad a que se hacen las medidas. Así, podemos distinguir entre diferentes pesos específicos en la madera: anhidro (0% humedad), húmedo (según el % de humedad; cuando esta humedad es del 12% se llama peso específico normal).

## 4. Interrelación madera y agua:

- a. *Humedad*. Relación del peso del agua contenida en la madera, al peso de la madera anhidra. Se calcula:  $H = (P_h - P_0) / P_0$ , donde  $P_h$  es el peso original y  $P_0$  el peso de la madera anhidra. En la madera el agua se puede encontrar en diferentes formas: agua de constitución (forma parte de los compuestos químicos que constituyen la

madera), agua de impregnación (agua retenida por la pared celular hasta su saturación completa) y agua libre (agua existente dentro del lumen de las células). La segunda forma es la más importante por su trascendencia en la mayor parte de las propiedades físicas y químicas de la madera, la estabilidad dimensional de ésta y su resistencia al ataque de los hongos.

## 5. Propiedades eléctricas de la madera:

- a. *Conductividad eléctrica.* La madera muy seca es un excelente aislante; si se puede mantener en su estado anhidro, se aproxima a los aislantes más efectivos. El inconveniente que existe es que la resistencia eléctrica se ve rebajada con el aumento de la humedad.
- b. *Constante dieléctrica.* Es una medida de la energía potencial por unidad de volumen almacenada en el material en la forma de polarización eléctrica cuando el material está en un campo eléctrico dado.
- c. *Factor de potencia dieléctrico.* Cuando un no conductor es situado en un campo eléctrico, absorbe y almacena energía potencial. Esa cantidad de energía almacenada por unidad de volumen depende de la constante dieléctrica y de la magnitud del campo aplicado. El factor de potencia es una medida de esa porción de la energía almacenada convertida en calor.

## 6. Propiedades térmicas de la madera:

- a. *Dilatación.* Un aumento en la temperatura de los cuerpos sólidos viene acompañado por un aumento en las oscilaciones de sus moléculas (las distancias entre moléculas se hacen más grandes conforme crece la temperatura).
- b. *Calor específico de la madera.* Cantidad de calor en kilocalorías necesaria para aumentar en 1°C la temperatura de 1 kilogramo de madera. Para madera seca el valor medio entre 0°C y 100°C es de 0,324 kcal/kg °C. El calor específico de la madera es pequeño comparado con el del agua, lo que es importante desde el punto de vista de muchos procesos técnicos (secado, impregnación, destilación...).
- c. *Conductividad térmica de la madera.* La madera es un mal conductor térmico debido a la escasez de electrones libres y debido a su porosidad, por ello se usa este material y sus productos derivados como aislantes térmicos en construcción, en vagones frigoríficos, etc.
- d. *Radiación del calor por la madera.* Como todos los materiales, la madera, si no está al cero absoluto de temperatura, emite o absorbe energía. Los cuerpos que absorben energía radiante, emiten

radiación. Cuanto más oscura y rugosa sea la superficie de la madera, mayor es su poder de absorción y emisión.

## 7. Propiedades acústicas de la madera:

- a. Debido a sus propiedades acústicas, la madera se usa para fabricación de instrumentos musicales, y también como material de construcción, a parte de ser utilizada en ensayos no destructivos para clasificar piezas individuales de madera según su resistencia. En cuanto a la utilización como material constructivo, hay tres aspectos distintos a tener en cuenta: la absorción del sonido (los materiales porosos absorben el sonido al permitirle entrar en los poros de la superficie y ser disipado), la pérdida de transmisión del sonido (cuanto mayor es la masa por unidad de área del tabique, mayor es la pérdida de transmisión) y el aislamiento de impactos (grado para no transmitir el ruido generado por pisadas u otros impactos).

### 2.4.2. Propiedades mecánicas de la madera

La función principal de los árboles es crecer, y para ello transforma los elementos minerales que hay en la tierra, en su propio ser. Este proceso se realiza mediante la fotosíntesis, consumiendo en ella energía solar. Pero además de nutrirse, el árbol necesita sostenerse, y por tanto su parte maderable ha de ser lo suficientemente resistente como para mantenerlo en pie sin que su propio peso u otras tensiones ocasionadas lo rompa, dando lugar a su muerte (JIMÉNEZ PERIS, 1999).

El gran secreto de las grandes resistencias mecánicas de la madera, con relación a su peso, está en la estructura de la pared celular. Como ya se ha dicho, los dos componentes fundamentales de la pared celular son la celulosa y la lignina. La primera de una en haces dando lugar a fibrillas elementales y microfibrillas, teniendo éstas una disposición helicoidal alrededor del elemento celular. En la celulosa encuentra la madera su gran resistencia a la tracción. La lignina por el contrario tiene poca resistencia a la tracción (100 Kg/mm<sup>2</sup>) pero gran resistencia a la compresión. (JIMÉNEZ PERIS, 1999). El árbol fabrica uno u otro producto según sus necesidades, si necesita una mayor resistencia a la compresión debido a su inclinación, producirá un exceso de lignina, y por el contrario, si esa zona estuviera sometida a excesos de fuerza de tracción, aumentaría la celulosa y variaría el ángulo de inclinación de las fibrillas.

Las propiedades de la madera pueden ser definidas como las aptitudes de la misma para resistir cambios en su forma o tamaño, al ser sometida a un esfuerzo. Si el esfuerzo es interno (el originado por cambios de humedad, fenómenos de hinchazón, etc.), no se trata de propiedades mecánicas, sino físicas (JIMÉNEZ PERIS, 1999).

Las características mecánicas de la madera son las siguientes:

1. *Tracción*. Como ya se ha visto, la resistencia de la madera a la tracción se debe a las moléculas de celulosa que constituyen la pared celular. El grado de polimerización de la celulosa influye en la resistencia a la tracción,

debilitándose ésta con el debilitamiento de aquélla. Debido a la gran resistencia a la tracción que tiene la madera, es lógico pensar que este material se puede usar sin dificultad en esfuerzos de este tipo, pero hay algunos aspectos que hay que tener en cuenta, como la zona de agarre o los defectos de la madera (nudos, inclinación de las fibras, etc.), que disminuyen su resistencia en una proporción mucho más alta que en los esfuerzos de compresión. Hay diferentes factores que afectan a la resistencia a la tracción: la humedad, la temperatura, los nudos y la inclinación de la fibra.

2. *Compresión*. La madera, en la dirección de las fibras, resiste menos a compresión que a tracción, siendo la relación del orden de 0,5. Los factores que influyen en la resistencia a la compresión son la inclinación de la fibra, la densidad, la humedad, la temperatura, los nudos y la constitución química.
3. *Flexión estática*. El ensayo se hace con una viga apoyada en los extremos y una carga central, de modo que la parte superior trabaja a compresión y la inferior a tracción. Los factores que la afectan son la inclinación de la fibra, el peso específico, el contenido de humedad, la temperatura, las dimensiones de la probeta con la que se ensaye, los nudos y fendas y la fatiga.
4. *Resistencia al choque*. Mide el comportamiento de la madera bajo la influencia de un impacto. La resistencia al choque de un cuerpo depende de la aptitud para absorber energía y disiparla mediante las deformaciones. En esta resistencia al choque influyen el tamaño de la pieza, la inclinación de la fibra, el peso específico, la humedad, la temperatura y la estructura de la pared celular.
5. *Resistencia a la hienda*. Mide la adherencia entre las fibras. Se mide realizando un ensayo de tracción transversal aplicado al extremo de una pieza entallada con el objeto de despegar las fibras. Esta resistencia es proporcional al peso específico.
6. *Resistencia al corte*. Muy relacionada con la resistencia a la torsión. Depende del peso específico y de la humedad.
7. *Dureza*. Es la resistencia que opone un cuerpo a la penetración de otro mediante una fuerza exterior. Los factores de los que depende la dureza de la madera son su densidad y su humedad.

## 2.5. Relación con estudios anteriores

La realización del presente estudio en el que se determina el módulo de elasticidad a través de frecuencias de vibración es muy interesante principalmente por dos razones, la primera que se trata de un método no destructivo y la segunda porque es muy económico y está al alcance de cualquiera.

La utilización de propiedades vibratorias para determinar las propiedades elásticas de los materiales tiene su auge en los años cincuenta, aunque uno de los primeros en usarlas fue Goens (1931) quien ya determinó el módulo de elasticidad a través de vibraciones transversales.

También fue un trabajo muy bueno el que realizó Hearmon (1958) quien determinó el módulo en muestras libres de defectos a través de su vibración. Más tarde, en 1966, describió los procedimientos básicos para determinar el módulo de elasticidad y cortante sobre la base de las frecuencias de vibración transversal, longitudinal y de torsión de las muestras examinadas en forma de prisma.

Han sido numerosas las investigaciones que se han realizado con el fin de determinar las propiedades mecánicas de elementos de madera mediante el análisis de las características de propagación de ondas elásticas. Al medir las vibraciones inducidas longitudinales así como su transmisión a través del medio, es posible determinar dos características principales, que son la velocidad y el grado de atenuación de la onda.

### **2.5.1. Método de vibración transversal en muestras sujetas en voladizo**

La determinación del coeficiente de correlación del módulo de elasticidad dinámico respecto a la frecuencia de vibración de una muestra sujeta en voladizo ha sido estudiada por Merhar y Bucar en vigas de madera de haya (*Fagus sylvatica*). Inicialmente examinaron la frecuencia de vibración transversal en muestras con los extremos libres (muestras biapoyadas) usando un micrófono como captador de esa vibración.

Posteriormente la muestra fue fijada en voladizo a diferentes longitudes libres. Los valores medidos fueron capturados por un PC con el software LabVIEW y una tarjeta de medición AT MIO 16E-1 producida por National Instruments.

# OBJETIVOS

### 3. Objetivos

Los objetivos que se pretenden alcanzar con el presente estudio son los siguientes:

1. Determinar el módulo de elasticidad (MOE) en madera de chopo (*Populus x euramericana* I-214) y madera de pino silvestre (*Pinus sylvestris*) a partir de la frecuencia de vibración elástica en vigas en voladizo.
2. Determinar la influencia de la relación longitud/altura sobre el módulo de elasticidad dinámico (MOE<sub>d</sub>) en las vigas empotradas en voladizo.
3. Comparar los valores obtenidos en las dos especies.
4. Analizar la fiabilidad del método de determinación del módulo de elasticidad dinámico para predecir el módulo de elasticidad estático.

# MATERIAL Y MÉTODOS

## 4. Material y métodos

### 4.1. Material

En el presente estudio se ha trabajado con 12 vigas de chopo (*Populus x euramericana* I-214) y otras 12 vigas de pino silvestre (*Pinus sylvestris*), teniendo las de chopo una longitud de 2,50 m y una sección de 15x5 cm, y las de pino una longitud de 3 m y una sección igual que las anteriores, de 15x5 cm.

Se determinó la frecuencia de vibración elástica en voladizo, donde se hicieron un total de 1.152 ensayos (504 en las vigas de chopo y 648 en las de pino). Las pruebas se hicieron con las dos secciones diferentes de la viga, 15x5 y 5x15.

La longitud libre se fue modificando para obtener la frecuencia de vibración elástica a diferentes secciones de longitud/altura. Concretamente, en cada viga se tomaron medidas desde los 50 cm libres, cada 25 cm, hasta los 200 cm libres en el caso de las vigas de chopo y hasta los 250 cm libres en el caso de las vigas de pino.

### 4.2. Metodología empleada

La frecuencia de vibración fue determinada mediante el software FFT Analyser (Fast Fourier Transform Analyser- Transformada Rápida de Fourier), de Fakopp. Este software devuelve la frecuencia principal de vibración (f) en Hertzios y en su caso, otras frecuencias armónicas de la principal. Transforma las ondas del dominio del tiempo que transmite la viga provocado por impacto, al dominio de la frecuencia.

En la siguiente imagen vemos cómo aparece el software en la pantalla del ordenador. En la parte superior aparece el dibujo de la onda de vibración al recibir el impacto (onda de vibración en el tiempo). El dibujo inferior destaca la frecuencia de esa vibración, tras los cálculos que conlleva la transformada rápida de Fourier, se representa la frecuencia asociada a esa onda de vibración. En el margen derecho se pueden ver algunos valores, entre los que está el de dicha frecuencia expresada en Hertzios.

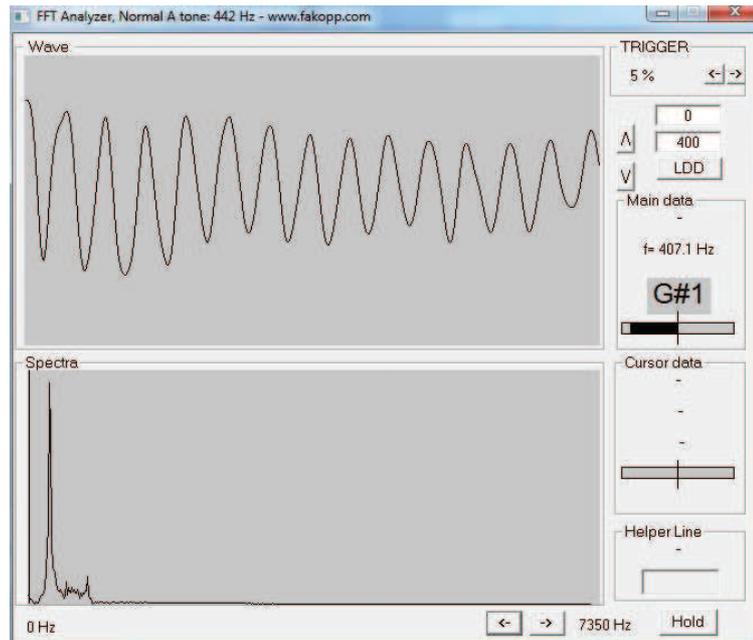


Figura 3. Imagen del software FFT Analyser.

Todos los valores los obtiene el programa gracias a un micrófono que recoge las vibraciones de las vigas cuando son sometidas a un impacto producido con un martillo.



Figuras 5 y 6. Material de trabajo: martillo y micrófono.

Para realizar estos ensayos de las vigas en voladizo, se simula el empotramiento con un sistema de presión en la mesa de trabajo, colocando en el borde de la mesa las distintas vigas dejando la longitud libre deseada. Sobre la viga, se colocaba una pieza de madera para evitar cualquier tipo de movimiento no deseado. Una vez colocada la viga sobre la mesa, se sujetaba con los sistemas de presión de modo que la viga únicamente podía moverse en la sección libre, donde se golpeaba con un martillo en dirección vertical (de arriba hacia abajo). Justo en la zona intermedia de la sección libre se colocaba el micrófono que recogía las vibraciones.



Figuras 7 y 8. Fotografías del ensayo.



Figura 9. Material de trabajo: gatos de sujeción.

Por último se hicieron ensayos en las vigas con la máquina "Ibertest" para determinar el módulo de elasticidad global de canto a flexión (MOEGTO).



Figura 10. Ensayo en la máquina "Ibertest".

La máquina está conectada a un ordenador, el cual lleva instalado un software para la realización de diferentes ensayos. Permite introducir los datos específicos para cada ensayo (ancho y alto de la viga, longitud, etc.).

Para obtener el módulo de elasticidad global MOEG ( $E_{mg}$ ), en la máquina universal se colocó un soporte de dimensiones adecuadas a la viga a ensayar, apoyando ésta en dos puntos separados el uno del otro una distancia 18 veces la altura del canto, según la norma UNE-EN 408:2011, y siendo aplicadas las cargas en dos puntos distantes entre sí 6 veces dicha altura.

Se debe utilizar un sensor de la deformación o extensómetro instalado sobre un soporte de manera que permanezca siempre vertical. Este extensómetro debe quedar colocado a la altura del punto medio de la viga por debajo de ésta.



Figura 11. Fotografía del extensómetro.

### 4.3. Tratamiento estadístico de los datos

El tratamiento estadístico de los datos se ha realizado mediante el software “StatGraphics Centurion XV.II”. Para ello los datos han sido recopilados en bases de datos Microsoft Excel desde donde se importan al programa estadístico para trabajar con ellos.

En primer lugar se hace la estadística descriptiva para la frecuencia de vibración de las vigas. A continuación, se estudia la existencia de diferencias entre las distintas variables: comparación de la posición de golpeo (1, 2 y 3), comparación de la orientación de golpeo (cara y canto) y comparación entre las dos especies ensayadas (pino y chopo). Y por último, a través de regresiones y del modelo general lineal, se definen ecuaciones para predecir el comportamiento de la frecuencia y del módulo de elasticidad.

#### 4.3.1. Descriptiva. Medidas de centralidad y dispersión

- N°: número total de mediciones para esa variable.
- Media aritmética o promedio: medida de centralidad de una muestra. Se define como la suma de todos los valores de la distribución dividida por el número total de datos.
- C.V. (coeficiente de variación): medida de dispersión que se calcula como:

$$CV = \text{Desv. Estándar} / \text{Promedio}$$

Donde la desviación estándar se calcula como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

- Mínimo: se define como el valor mínimo el total de valores de la variable.
- Máximo: se define como el valor máximo del total de valores de la variable.
- Sesgo: se define como la diferencia entre la esperanza matemática y el valor numérico del parámetro que estima.
- Curtosis: es una medida de la forma. Trata de estudiar la proporción de la varianza que se explica por la combinación de datos extremos respecto a la media en contraposición con datos poco alejados de la misma. Una mayor curtosis implica una mayor concentración de datos muy cerca de la media de la distribución coexistiendo al mismo tiempo con una relativamente elevada frecuencia de datos muy alejados de la misma.
- Normalidad: indica si la población procede de una distribución normal, o no.

#### 4.3.2. Comparativa

La estadística comparativa tiene como objetivo contrastar diferencias entre grupos en torno a sus medias y varianzas. Sirve para comparar si los valores de un conjunto de datos numéricos son significativamente distintos a los valores de otro u otros conjuntos de datos.

El procedimiento para comparar estos valores está basado en la varianza global observada en los grupos de datos numéricos a comparar. Típicamente el análisis de varianza ANOVA de un factor se utiliza para asociar una probabilidad a la conclusión de que la media de un grupo de mediciones es distinta a la media de otro grupo de mediciones.

Para realizar el test ANOVA primero hay que comprobar que se cumplen las condiciones de homocedasticidad que exige el test. Para ello se realiza la verificación de la varianza de los valores a comparar; si se determina que no existe diferencia estadísticamente significativa entre sus desviaciones estándar, se considera que el test ANOVA es válido.

Otro tipo de análisis comparativo que se realiza es comparar las muestras pareadas teniendo en cuenta la premisa de que cuando tengo dos muestras con igual media, al hacer la media de la resta de las dos muestras me dará cero, y lo mismo pasará con sus intervalos de confianza.

### **4.3.3. Funciones de predicción**

Se van a usar regresiones para definir las ecuaciones de la frecuencia de vibración de las vigas. Se van a realizar regresiones de todas las vigas, de tal modo que se pueda ver el comportamiento que sigue la frecuencia en función de la longitud libre y la densidad para cada especie y orientación.

También se definirán ecuaciones para predecir el valor del módulo de elasticidad en función de parámetros independientes, como son la especie, la densidad de la viga y la frecuencia de vibración de esa viga a una longitud libre determinada.

# RESULTADOS Y DISCUSIÓN

## 5. Resultados y discusión

### 5.1. Estadística descriptiva

En primer lugar hay que aclarar que al realizar los ensayos se han detectado tipos diferentes de ondas, una onda principal y uno o dos armónicos, como se ve en los siguientes gráficos:

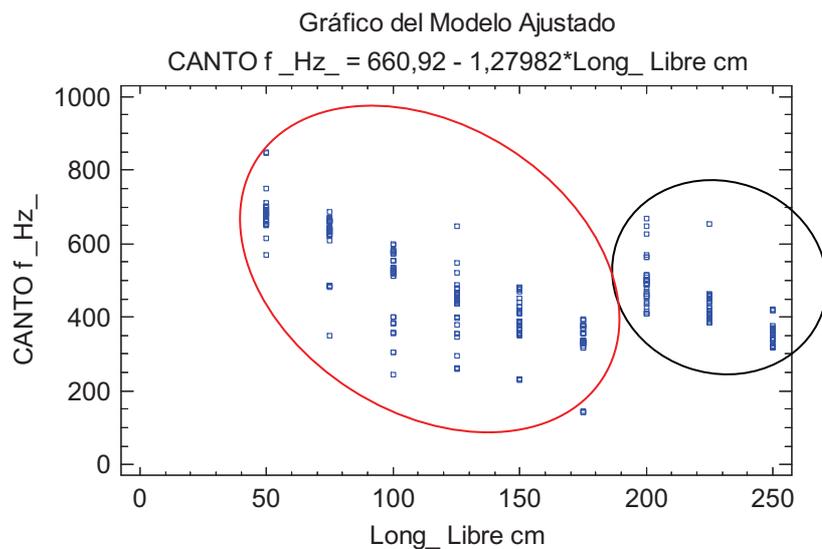


Imagen 12. Relación entre la frecuencia detectada al golpear en el canto y la longitud libre de las vigas de pino.

Rodeado por un círculo rojo tenemos el gráfico generado por la onda principal, y rodeado por un círculo negro tenemos el gráfico generado por el primer armónico.

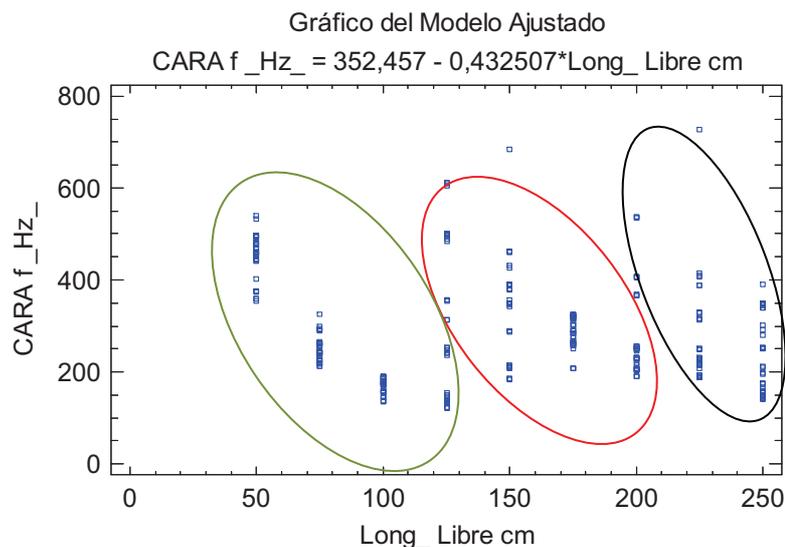


Imagen 13. Relación entre la frecuencia detectada al golpear en la cara y la longitud libre de las vigas de pino.

En este caso vemos la onda principal rodeada de rojo y los armónicos de verde y de negro.

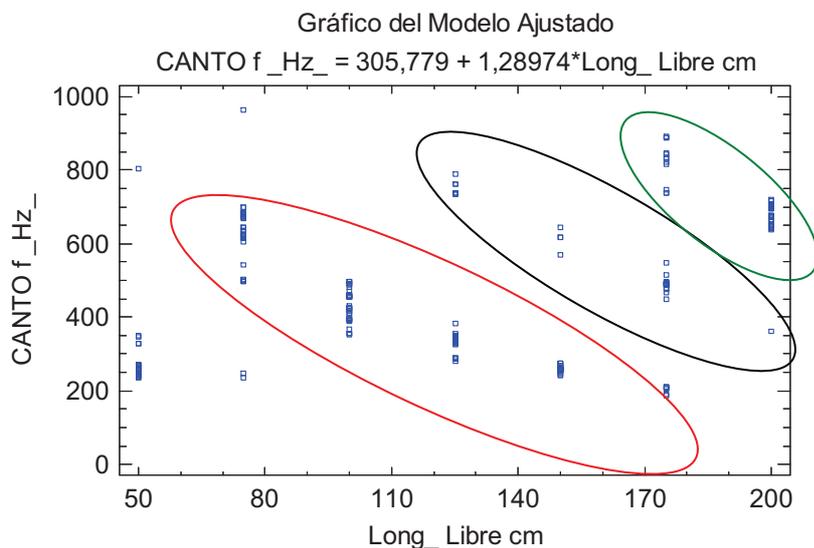


Imagen 14. Relación entre la frecuencia detectada al golpear en el canto y la longitud libre de las vigas de chopo.

En este caso también se aprecian bien los tres tipos diferentes de ondas detectadas, la principal, rodeada de rojo, y los dos armónicos.

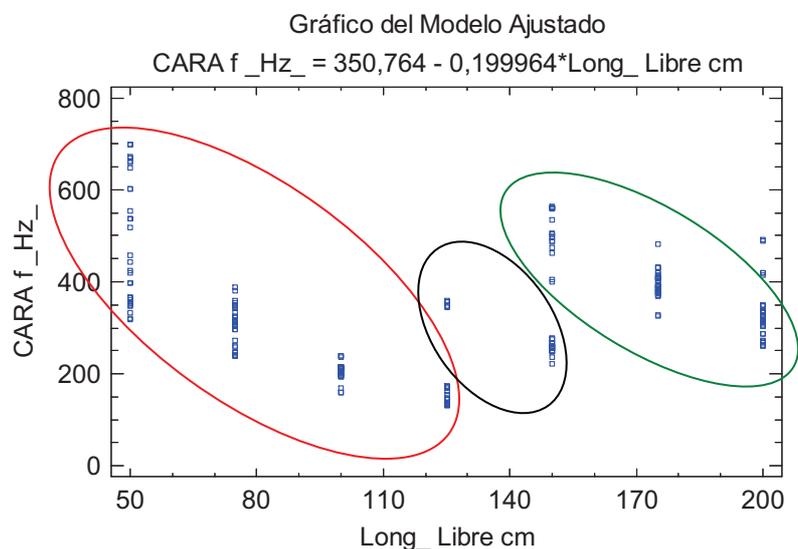


Imagen 15. Relación entre la frecuencia detectada al golpear en la cara y la longitud libre de las vigas de chopo.

Igual que en el caso anterior, en este gráfico también se ve de forma clara la onda principal, rodeada de rojo, y los dos armónicos.

A partir de ahora siempre trabajaremos sólo con la onda principal, no teniendo en cuenta los armónicos, ya que la principal es la más homogénea de las ondas y con la que podremos obtener mejores resultados de su estudio. Los gráficos anteriores teniendo en cuenta sólo las ondas principales quedan de la siguiente manera:

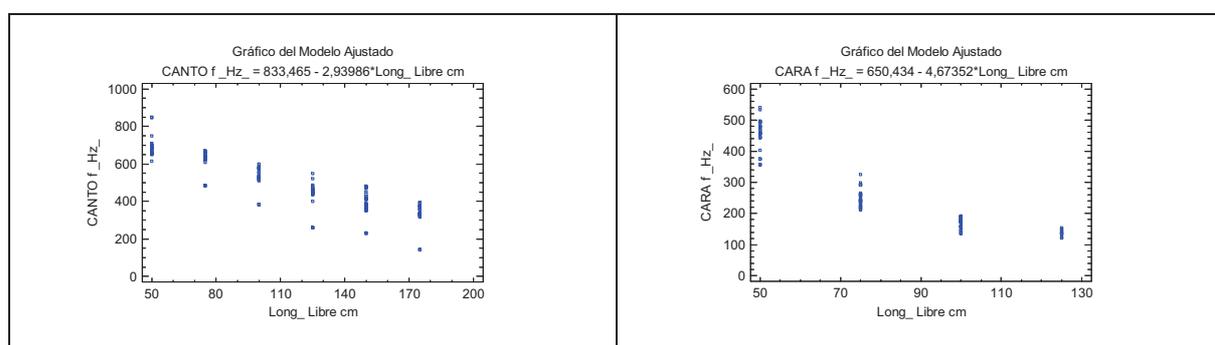


Imagen 16. Ondas principales detectadas en las vigas de pino.

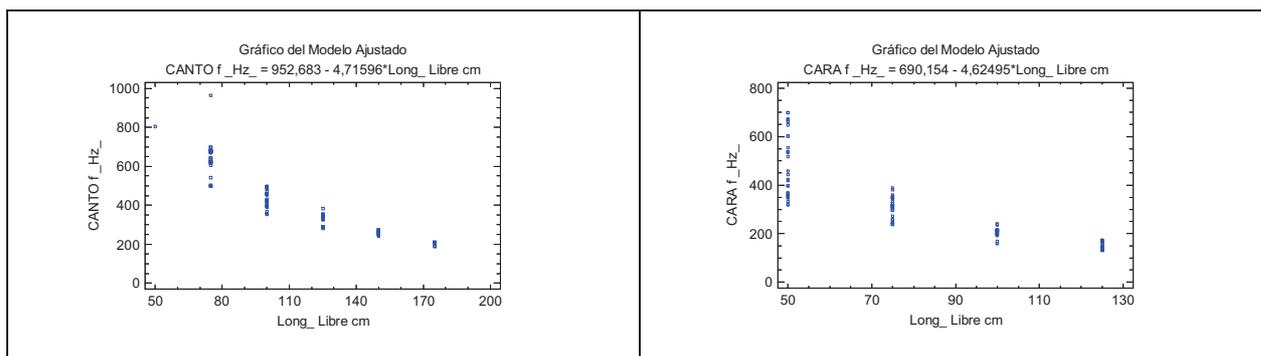


Imagen 17. Ondas principales detectadas en las vigas de chopo.

Una vez aclarado este primer punto, se muestra a continuación un cuadro en el que se presentan en forma de resumen estadístico los valores medios por especie, orientación (canto o cara) y posición de golpeo (recordamos que para cada orientación y cada longitud libre de las vigas, se golpeó a éstas en tres posiciones diferentes):

Tabla 4. Valores medios por especie, orientación y posición de golpeo.

	PINO						CHOPO					
	Frec. Canto			Frec. Cara			Frec. Canto			Frec. Cara		
Posición	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Nº	63	64	64	40	40	41	45	48	46	46	46	46
Media	497,5	495,0	494,3	273,3	277,0	274,2	425,4	404,7	415,4	291,0	294,8	293,2
C.V. %	29,6	29,2	27,9	45,7	46,9	47,5	36,5	42,2	37,1	50,3	51,9	51,6
Mín.	143,3	142,1	146,2	122,4	121,8	122,9	208,3	185,6	208,7	130,9	133,2	131,9
Máx.	847,8	847,3	699,8	497,3	532,8	539,5	803,0	962,5	697,8	698,0	699,4	699,4
Sesgo	0,23	0,16	-0,46	1,76	1,83	1,88	1,63	3,00	1,83	3,64	3,38	3,30
Curtosis	-1,08	-1,10	-1,43	-1,37	-1,32	-1,29	-0,94	1,33	-1,17	1,92	1,24	1,16
Normalidad*	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si

\*Ver en anejos las pruebas de normalidad. Atendiendo a que el sesgo y la curtosis están dentro de un rango aceptable, asumimos que la distribución es normal.

## 5.2. Estadística comparativa

### 5.2.1. Comparación de la posición de golpeo

Como ya se ha visto anteriormente, los ensayos se hacían golpeando la viga en su parte libre. Esta longitud libre empezaba en los 50 cm (50 cm libres y 200 cm empotrados en el caso de las vigas de chopo y 50 cm libres y 250 cm empotrados en las vigas de pino) y se iba aumentando de 50 en 50 cm. Para todos los ensayos se golpeaba la parte libre de la viga en tres posiciones diferentes, la primera cercana a la parte empotrada de la viga, la segunda en el punto medio de la parte libre y la tercera en el extremo de la parte libre de la viga.

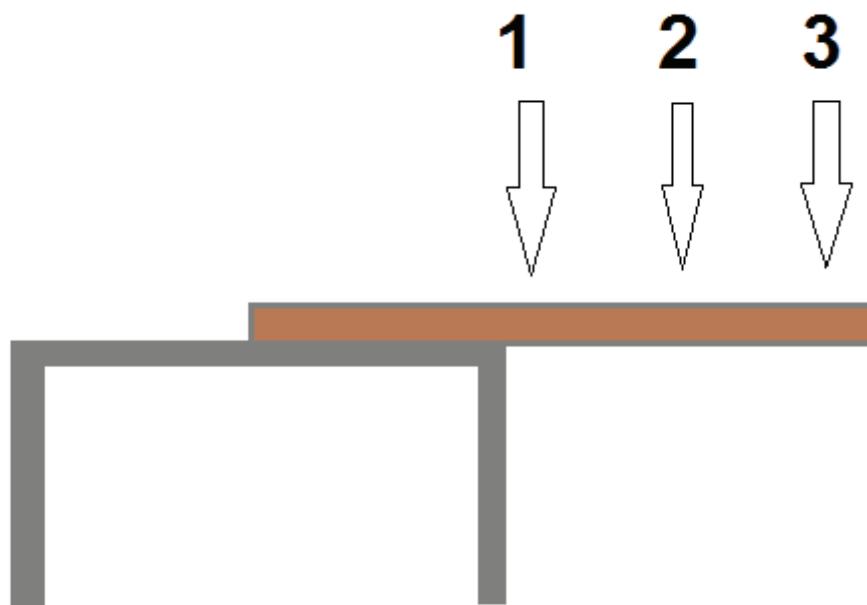


Imagen 18. Posiciones de golpeo al hacer los ensayos.

En primer lugar se determinará si hay diferencias significativas en las frecuencias atendiendo a la posición en la que se golpea la longitud libre de la viga. Para ello se analizan con un test ANOVA los diferentes valores, siempre que se cumpliesen las condiciones de homocedasticidad exigidas por el test.

El test se realiza cuatro veces: pino golpeando en el canto, pino golpeando en la cara, chopo golpeando en el canto y chopo golpeando en la cara, y en los cuatro se obtiene el mismo resultado, que el valor-P de la razón-F es mayor o igual que 0,05, y por lo tanto no existe una diferencia estadísticamente significativa entre un nivel de posición y otro, con un nivel del 95% de confianza.

Tabla 5. Tabla ANOVA para la especie pino orientación canto.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Entre grupos	365,01	2	182,505	0,01	0,9912
Intra grupos	3,85989E6	188	20531,3		
Total (Corr.)	3,86026E6	190			

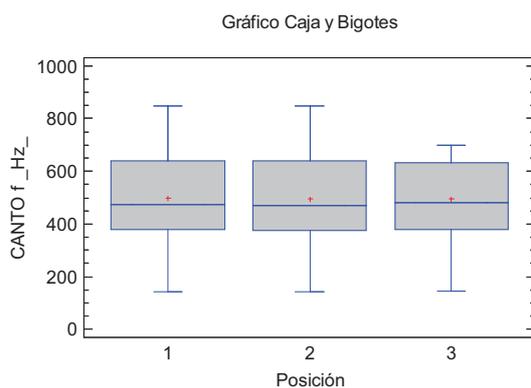


Imagen 19. Gráfico de caja y bigotes para la especie pino orientación canto.

Tabla 6. Tabla ANOVA para la especie chopo orientación canto.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Entre grupos	9961,48	2	4980,74	0,19	0,8240
Intra grupos	3,49452E6	136	25695,0		
Total (Corr.)	3,50448E6	138			

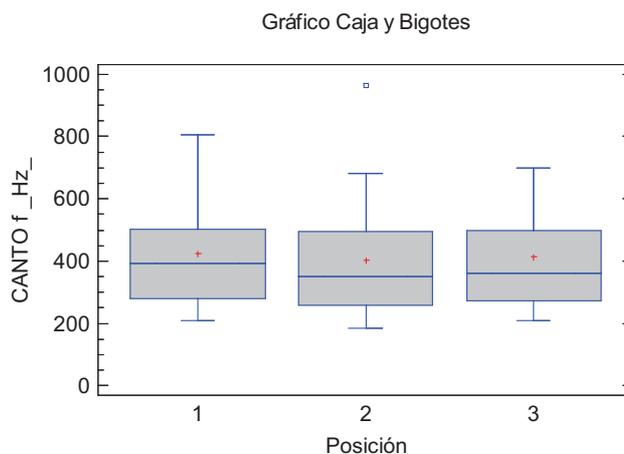


Imagen 20. Gráfico de caja y bigotes para la especie chopo orientación canto.

Tabla 7. Tabla ANOVA para la especie pino orientación cara.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Entre grupos	294,83	2	147,415	0,01	0,9911
Intra grupos	1,94653E6	118	16496,0		
Total (Corr.)	1,94683E6	120			

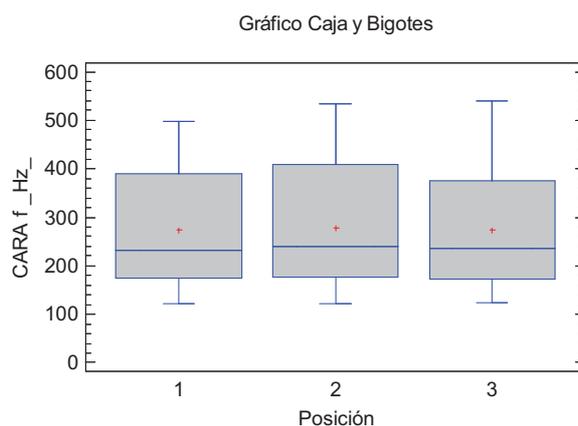


Imagen 21. Gráfico de caja y bigotes para la especie pino orientación cara.

Tabla 8. Tabla ANOVA para la especie chopo orientación cara.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Entre grupos	332,659	2	166,33	0,01	0,9927
Intra grupos	3,04878E6	135	22583,5		
Total (Corr.)	3,04911E6	137			

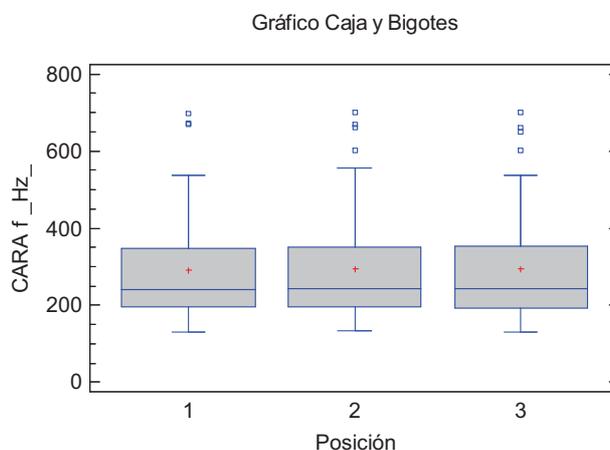


Imagen 22. Gráfico de caja y bigotes para la especie chopo orientación cara.

Con esto se puede afirmar que la frecuencia de la onda detectada al golpear una viga, con una determinada longitud libre, en la posición 1 es similar a la frecuencia detectada si golpeamos esa misma viga con esa misma longitud libre en la posición 2 y también es similar a la frecuencia detectada si golpeamos esa misma viga con la misma longitud libre en la posición 3.

### 5.2.2. Comparación cara-canto

Todos los ensayos, tanto en chopo como en pino, se han hecho de dos formas diferentes, primero golpeando la cara de la viga y posteriormente golpeando el canto. En el siguiente análisis comparativo se verá si existen o no diferencias entre un tipo de ensayo y otro.

Lo que haremos es comparar las muestras pareadas teniendo en cuenta la premisa de que cuando tengo dos muestras con igual media, al hacer la media de la resta de las dos muestras, me dará cero, y lo mismo pasará con sus intervalos de confianza.

En la siguiente tabla vemos los diferentes intervalos de confianza obtenidos en cada comparación:

Tabla 9. Intervalos de confianza. Comparación cara-canto.

	PINO	CHOPO
<b>Intervalos de confianza del 95% para la media:</b>	[296,526; 332,301]	[239,351; 273,982]

Como se ve en la tabla, los intervalos de confianza están muy alejados del cero, por lo que se puede afirmar que las medias de las muestras son diferentes, por lo que se concluye que los resultados de golpear las mismas vigas en la cara y en el canto son diferentes, es decir, la frecuencia de la onda detectada al golpear una viga en la cara es diferente que la frecuencia de la onda detectada al golpear la misma viga, en la misma posición, pero esta vez en el canto.

### 5.2.3. Comparación por especie

En último lugar hay que comprobar si hay diferencias entre ambas especies ensayadas, chopo y pino.

Para realizar esta comparación se usará el mismo método que en el caso anterior, observar los intervalos de confianza.

Tabla 10. Intervalos de confianza. Comparación pino-chopo.

	CANTO	CARA
<b>Intervalos de confianza del 95% para la media:</b>	[-113,549; -47,8195]	[-15,9971; 52,3922]

Observando la tabla se ve que para el caso de orientación de golpeo de canto, el intervalo de confianza está alejado del cero, por lo que se puede afirmar que las medias de las muestras son diferentes. En cambio, el intervalo de confianza en el caso de la orientación de golpeo de cara contiene al cero, por lo que se puede llegar a la conclusión de que la frecuencia detectada al golpear una viga de chopo y una pino en

su cara es similar, es decir, no hay grandes diferencias entre las dos especies cuando se hace el ensayo golpeando en la cara de la viga, pero sí cuando se hace golpeando en el canto de las mismas.

### 5.3. Estadística predictiva

Se determinará la influencia que tienen sobre la frecuencia de las ondas detectadas las diferentes variables de las vigas que se han medido.

#### 5.3.1. Influencia de la longitud libre

En primer lugar vamos a ver cómo influye la longitud libre de la viga en la frecuencia de la onda que se detecta al golpearla. Esta predicción se hace para las dos especies (pino y chopo) y para las dos orientaciones de golpeo (cara y canto).

##### 1. Pino-canto

Tabla 11. Análisis de varianza. Especie pino orientación canto.

<i>Fuente</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	3,176E6	1	3,176E6	877,25	0,0000
Residuo	684257,	189	3620,4		
Total (Corr.)	3,86026E6	190			

Coefficiente de correlación = -0,907052

R-cuadrado (ajustada para g.l.) = 82,1805%

Como vemos en la tabla, el Valor-P es menor de 0,05, lo que implica que el modelo utilizado es significativo, obteniéndose un coeficiente de correlación muy alto entre las dos variables (-0,907052) y un  $R^2$  ajustado de más del 82%.

La ecuación resultante obtenida es:

$$\text{CANTO } f_{\text{Hz}} = 833,465 - 2,93986 * \text{Long\_ Libre cm}$$

## 2. Pino-cara

Tabla 12. Análisis de varianza. Especie pino orientación cara.

<i>Fuente</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	1,61647E6	1	1,61647E6	582,28	0,0000
Residuo	330355,	119	2776,09		
Total (Corr.)	1,94683E6	120			

Coefficiente de correlación = -0,911214

R-cuadrado (ajustada para g.l.) = 82,8885%

Como vemos en la tabla, el Valor-P es menor de 0,05, lo que implica que el modelo utilizado es significativo, obteniéndose un coeficiente de correlación muy alto entre las dos variables (-0,911214) y un R<sup>2</sup> ajustado de más del 82%.

La ecuación resultante obtenida es:

$$\text{CARA } f_{\text{Hz}} = 650,434 - 4,67352 \cdot \text{Long\_ Libre cm}$$

## 3. Chopo-canto

Tabla 13. Análisis de varianza. Especie chopo orientación canto.

<i>Fuente</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	2,97784E6	1	2,97784E6	774,65	0,0000
Residuo	526642,	137	3844,1		
Total (Corr.)	3,50448E6	138			

Coefficiente de correlación = -0,921804

R-cuadrado (ajustada para g.l.) = 84,9723%

Como vemos en la tabla, el Valor-P es menor de 0,05, lo que implica que el modelo utilizado es significativo, obteniéndose un coeficiente de correlación muy alto entre las dos variables (-0,921804) y un R<sup>2</sup> ajustado de más del 84%.

La ecuación resultante obtenida es:

$$\text{CANTO } f_{\text{Hz}} = 952,683 - 4,71596 \cdot \text{Long\_ Libre cm}$$

#### 4. Chopo-cara

Tabla 14. Análisis de varianza. Especie chopo orientación cara.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	2,21807E6	1	2,21807E6	362,99	0,0000
Residuo	831041,	136	6110,59		
Total (Corr.)	3,04911E6	137			

Coefficiente de correlación = -0,852906

R-cuadrado (ajustada para g.l.) = 72,7448%

Como vemos en la tabla, el Valor-P es menor de 0,05, lo que implica que el modelo utilizado es significativo, obteniéndose un coeficiente de correlación muy alto entre las dos variables (-0,852906) y un R<sup>2</sup> ajustado de más del 72%.

La ecuación resultante obtenida es:

$$\text{CARA } f_{\text{Hz}} = 690,154 - 4,62495 \cdot \text{Long\_Libre cm}$$

A continuación se muestran los gráficos de los cuatro modelos ajustados:

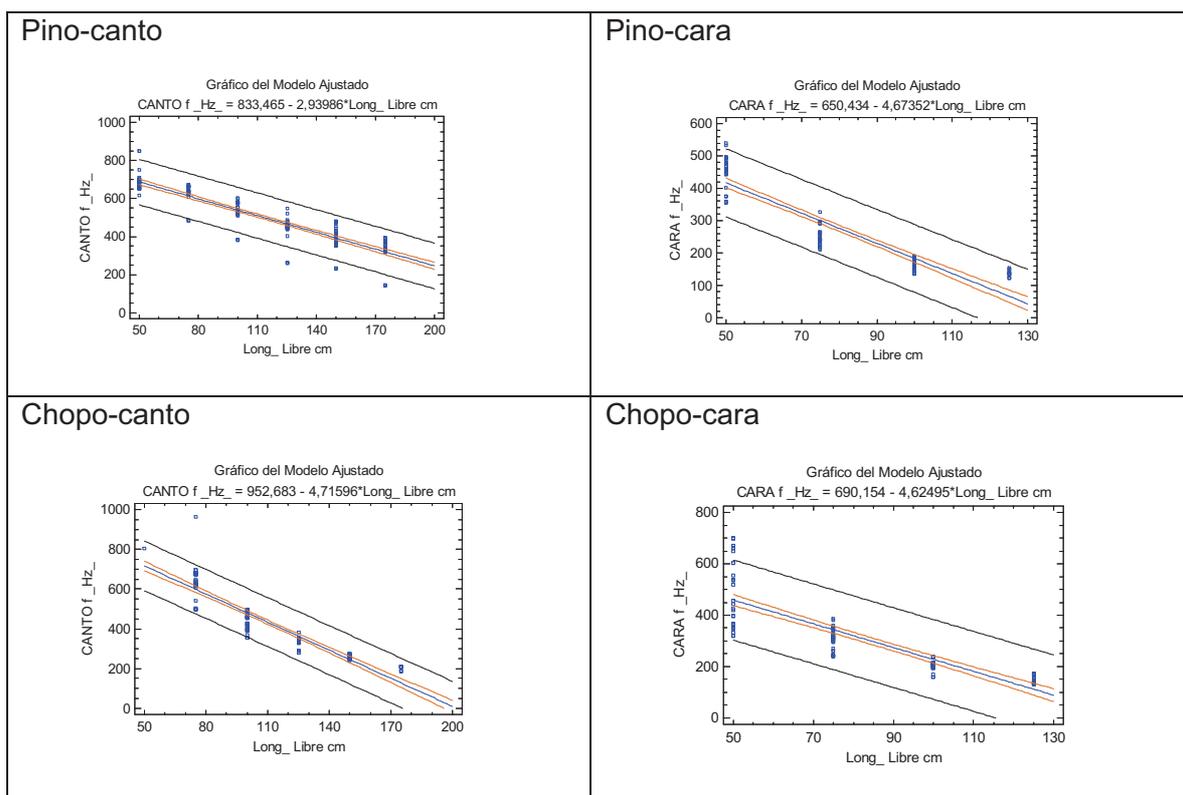


Figura 23. Gráficos de los cuatro modelos ajustados.

### 5.3.2. Influencia de la densidad

A continuación se va a comprobar si, a parte de la longitud libre, hay más variables que expliquen y puedan predecir de mejor manera la frecuencia de la onda emitida al golpear la viga.

La única variable medida que se puede estudiar es la densidad de la madera. Para ver la posible relación de ésta con la frecuencia de la onda y con la longitud libre, se realiza una regresión múltiple. Los resultados son los siguientes:

Tabla 15. Datos de la regresión múltiple. Frecuencia en función de la longitud libre y la densidad.

Especie y orientación	Razón-F	Valor-P	Rcuadrado ajustado	Valor-P (long.libre)	Valor-P (densidad)
Pino-canto	672,92	0,0000	87,6128%	0,0000	0,0000
Pino-cara	288,80	0,0000	82,7488%	0,0000	0,8499
Chopo-canto	388,80	0,0000	84,8948%	0,0000	0,2578
Chopo-cara	181,59	0,0000	72,4999%	0,0000	0,3788

Las ecuaciones de los modelos son las siguientes:

Pino-canto: CANTO  $f_{\text{Hz}} = 198,764 - 2,93869 \cdot \text{Long\_ Libre cm} + 1,37578 \cdot \text{Densidad}$

Pino-cara: CARA  $f_{\text{Hz}} = 633,685 - 4,67305 \cdot \text{Long\_ Libre cm} + 0,036147 \cdot \text{Densidad}$

Chopo-canto: CANTO  $f_{\text{Hz}} = 1001,22 - 4,71956 \cdot \text{Long\_ Libre cm} - 0,11728 \cdot \text{Densidad}$

Chopo-cara: CARA  $f_{\text{Hz}} = 737,061 - 4,63435 \cdot \text{Long\_ Libre cm} - 0,112011 \cdot \text{Densidad}$

Vistos los datos anteriores, se llega a las siguientes conclusiones:

#### 1. Pino-canto

Puesto que el valor-P es menor de 0,05, se puede asegurar que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95%.

El estadístico R-cuadrado ajustada es de 87,6128%, que mejora el 82,1805% del modelo que relacionaba la frecuencia sólo con la longitud libre, por lo que este modelo con dos variables (longitud libre y densidad) es mejor que el modelo que sólo usaba una variable (longitud libre) para el caso del pino con orientación de golpeo canto.

El valor-P más alto de las variables es 0,0000 (tanto para longitud libre como para densidad). Puesto que este valor-P es menor que 0,05, ambos términos son estadísticamente significativos con un nivel de confianza del 95%. Consecuentemente, no se eliminaría ninguna variable del modelo.

## 2. Pino-cara

Puesto que el valor-P es menor de 0,05, se puede asegurar que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95%.

El estadístico R-cuadrado ajustada es de 82,7488%, ligeramente inferior al del modelo que relacionaba frecuencia con longitud libre (82,8885%), por lo que este nuevo modelo no mejora al anterior.

El valor-P más alto de las variables independientes es de 0,8499, que corresponde a la densidad. Puesto que este valor es mayor o igual que 0,05, ese término no es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95% o mayor. Consecuentemente, se debería eliminar la densidad del modelo.

## 3. Chopo-canto

Puesto que el valor-P es menor de 0,05, se puede asegurar que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95%.

El estadístico R-cuadrado ajustada es de 84,8948%, ligeramente inferior al del modelo que relacionaba frecuencia con longitud libre (84,9723%), por lo que este nuevo modelo no mejora al anterior.

El valor-P más alto de las variables independientes es de 0,2578, que corresponde a la densidad. Puesto que este valor es mayor o igual que 0,05, ese término no es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95% o mayor. Consecuentemente, se debería eliminar la densidad del modelo.

## 4. Chopo-cara

Puesto que el valor-P es menor de 0,05, se puede asegurar que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95%.

El estadístico R-cuadrado ajustada es de 72,4999%, ligeramente inferior al del modelo que relacionaba frecuencia con longitud libre (72,7448%), por lo que este nuevo modelo no mejora al anterior.

El valor-P más alto de las variables independientes es de 0,3788, que corresponde a la densidad. Puesto que este valor es mayor o igual que 0,05, ese término no es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95% o mayor. Consecuentemente, se debería eliminar la densidad del modelo.

### 5.3.3. Modelo general lineal

En este punto se verá si además de con la longitud libre y con la densidad, hay algún factor más con el que se mejore la predicción (es decir, que haga aumentar el R cuadrado).

Se va a estudiar la influencia que tiene en la frecuencia (variable dependiente) cuatro factores independientes, dos de ellos categóricos (especie y colocación) y dos de ellos cuantitativos (longitud libre y densidad).

Tabla 16. Modelo Lineal Generalizado. Análisis de la varianza para la frecuencia.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	1,40467E7	4	3,51167E6	601,20	0,0000
Residuo	3,41122E6	584	5841,14		
Total (Corr.)	1,74579E7	588			

Tabla 17. Modelo Lineal Generalizado. Suma de cuadrados tipo III.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Especie	63843,5	1	63843,5	10,93	0,0010
Colocación	9,92699E6	1	9,92699E6	1699,50	0,0000
Long_Libre cm	9,27927E6	1	9,27927E6	1588,61	0,0000
Densidad	7745,25	1	7745,25	1,33	0,2500
Residuo	3,41122E6	584	5841,14		
Total (corregido)	1,74579E7	588			

R-cuadrado ajustada = 80,3265%

La ecuación del modelo es la siguiente:

$$\text{FRECUENCIA} = 697,901 - 12,4281 \cdot I1(1) + 144,659 \cdot I2(1) - 3,69318 \cdot \text{Long\_ Libre cm} + 0,0912742 \cdot \text{Densidad}$$

En donde

$$I1(1) = 1 \text{ si Especie=Chopo, } -1 \text{ si Especie=Pino}$$

$$I2(1) = 1 \text{ si Colocación=CANTO, } -1 \text{ si Colocación=CARA}$$

En la primera tabla (tabla 16) se ve que el valor-P es menor de 0,05, por lo que se puede asegurar que hay una relación estadísticamente significativa entre la frecuencia y las variables predictivas (especie, colocación, longitud libre y densidad) con un nivel de confianza del 95%.

La segunda tabla (tabla 17) prueba la significancia estadística de cada factor. El valor-P más alto es 0,25, y corresponde con la densidad. Dado que este valor-P es mayor o igual que 0,05, se considera que ese término no es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95%, por lo que se debería eliminar la

densidad del modelo. Si lo hacemos y buscamos un modelo en el que sólo aparezcan como variables independientes la especie, la colocación y la longitud libre, se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 18. Modelo Lineal Generalizado. Análisis de la varianza para la frecuencia.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	1,40389E7	3	4,67964E6	800,71	0,0000
Residuo	3,41897E6	585	5844,39		
Total (Corr.)	1,74579E7	588			

Tabla 19. Modelo Lineal Generalizado. Suma de cuadrados tipo III.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Especie	125924,	1	125924,	21,55	0,0000
Colocación	9,92434E6	1	9,92434E6	1698,10	0,0000
Long_ Libre cm	9,29165E6	1	9,29165E6	1589,84	0,0000
Residuo	3,41897E6	585	5844,39		
Total (corregido)	1,74579E7	588			

R-cuadrado ajustada = 80,3155%

La ecuación de este nuevo modelo es la siguiente:

$$\text{FRECUENCIA} = 737,918 - 14,7446 \cdot I_1(1) + 144,637 \cdot I_2(1) - 3,69506 \cdot \text{Long\_ Libre cm}$$

en donde

$I_1(1) = 1$  si Especie=Chopo,  $-1$  si Especie=Pino,

$I_2(1) = 1$  si Colocación=CANTO,  $-1$  si Colocación=CARA,

En este caso vemos en la tabla 18 que el valor-P es menor de 0,05, por lo que se puede asegurar que hay una relación estadísticamente significativa entre la frecuencia y las variables predictivas (especie, colocación, longitud libre y densidad) con un nivel de confianza del 95%.

La tabla 19 prueba la significancia estadística de cada factor. El Valor-P de todos los factores es 0, por lo que todos los términos son estadísticamente significativos con un nivel de confianza del 95%, por lo que no se debería eliminar ninguno de ellos del modelo.

Basándonos en lo anterior, se va a estudiar cuáles son los factores que pueden predecir de mejor manera el módulo de elasticidad de las vigas. Simularemos un modelo en el que influirán las siguientes variables: especie, posición, frecuencia, longitud libre y densidad.

Tabla 20. Modelo Lineal Generalizado. Análisis de la varianza el módulo de elasticidad.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	2,20605E9	6	3,67674E8	228,60	0,0000
Residuo	5,19495E8	323	1,60834E6		
Total (Corr.)	2,72554E9	329			

Tabla 21. Modelo Lineal Generalizado. Suma de cuadrados tipo III.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Especie	1,57119E9	1	1,57119E9	976,90	0,0000
Posición	67445,9	2	33723,0	0,02	0,9793
FRECUENCIA	3,27271E7	1	3,27271E7	20,35	0,0000
Long_Libre cm	2,91713E7	1	2,91713E7	18,14	0,0000
Densidad	3,3958E8	1	3,3958E8	211,14	0,0000
Residuo	5,19495E8	323	1,60834E6		
Total (corregido)	2,72554E9	329			

R-cuadrado ajustada = 80,5857%

En las tablas anteriores se resumen los resultados del modelo estadístico que relaciona al módulo de elasticidad con 5 factores predictivos (especie, posición, frecuencia, longitud libre y densidad).

Dado que el valor-P es menor de 0,05, se puede asegurar que hay una relación estadísticamente significativa entre el módulo de elasticidad y las variables predictivas con un nivel de confianza del 95%.

En la segunda tabla se ven los resultados de cada variable por separado. El valor-P más alto es 0,9793, y corresponde a la variable "posición". Dado que ese valor es mayor o igual que 0,05, se puede asegurar que ese término no es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95%, por lo que se debería eliminar del modelo.

### 5.3.4. Predicción del módulo de elasticidad

Por último, se va a predecir el comportamiento del módulo de elasticidad relacionándolo con las variables independientes que hemos visto que tienen influencia estadística significativa: la especie, la densidad y la frecuencia detectada a una longitud libre determinada (se usa la frecuencia a una longitud libre determinada para simplificar el modelo y homogeneizar los posibles ensayos que se hagan en un futuro usando este modelo). Para esta última variable se ha usado la ecuación que relaciona la frecuencia de cada viga con la longitud libre y se ha calculado esa frecuencia para dos longitudes libres diferentes, 100 y 150 cm.

Lo primero que se debe hacer es estudiar si entre el módulo de elasticidad y los tres factores predictivos existe una relación estadísticamente significativa. Esto se comprueba realizando un modelo general lineal. En nuestro caso se realizarán dos, ya

que se van a usar dos frecuencias distintas como variable independiente, primero la frecuencia cuando la longitud libre es 100 cm y a continuación la frecuencia cuando la longitud libre es 150 cm:

Tabla 22. Modelo Lineal Generalizado. Análisis de la varianza el módulo de elasticidad (x=100cm).

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	1,51726E8	3	5,05753E7	53,23	0,0000
Residuo	1,71036E7	18	950199,		
Total (Corr.)	1,6883E8	21			

Tabla 23. Modelo Lineal Generalizado. Suma de cuadrados tipo III (x=100cm).

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Especie	7,90067E7	1	7,90067E7	83,15	0,0000
Frecuencia_x_100cm	5,79735E6	1	5,79735E6	6,10	0,0237
Densidad	2,06875E7	1	2,06875E7	21,77	0,0002
Residuo	1,71036E7	18	950199,		
Total (corregido)	1,6883E8	21			

R-cuadrado ajustada = 88,1809%.

La segunda tabla ANOVA para Mód\_Elasticidad\_ prueba la significancia estadística de cada factor conforme fue introducido al modelo. Nótese que el valor-P más alto es 0,0237, que corresponde a la frecuencia. Dado que el valor-P es menor que 0,05, ese término es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95,0%. Consecuentemente, no se eliminará ninguna de las variables del modelo.

Tabla 24. Modelo Lineal Generalizado. Análisis de la varianza el módulo de elasticidad (x=150cm).

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	1,51617E8	3	5,05391E7	52,85	0,0000
Residuo	1,72123E7	18	956238,		
Total (Corr.)	1,6883E8	21			

Tabla 25. Modelo Lineal Generalizado. Suma de cuadrados tipo III (x=150cm).

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Especie	1,03682E8	1	1,03682E8	108,43	0,0000
Frecuencia_x_150cm	5,68864E6	1	5,68864E6	5,95	0,0253
Densidad	1,9048E7	1	1,9048E7	19,92	0,0003
Residuo	1,72123E7	18	956238,		
Total (corregido)	1,6883E8	21			

R-cuadrado ajustada = 88,1058%.

La segunda tabla ANOVA para Mód\_Elasticidad\_ prueba la significancia estadística de cada factor conforme fue introducido al modelo. Nótese que el valor-P más alto es 0,0237, que corresponde a la frecuencia. Dado que el valor-P es menor que 0,05, ese término es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95,0%. Consecuentemente, no se eliminará ninguna de las variables del modelo.

Una vez que se ha visto que existe relación estadística significativa entre el módulo de elasticidad y las tres variables predictivas, el objetivo es obtener una ecuación que nos dé el valor del módulo de elasticidad de una viga en función de su especie, su densidad y su frecuencia a una determinada longitud libre.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

1. Para x = 100 cm:

$$\text{Mód\_Elasticidad\_} = 4774,45 + 2587,78 \cdot I1(1) - 11,9356 \cdot \text{Frecuencia\_x\_100cm\_} + 23,847 \cdot \text{Densidad}$$

en donde

$$I1(1) = 1 \text{ si Especie=Chopo, } -1 \text{ si Especie=Pino}$$

2. Para x = 150 cm:

$$\text{Mód\_Elasticidad\_} = 750,301 + 2719,43 \cdot I1(1) - 4,64251 \cdot \text{Frecuencia\_x\_150cm\_} + 22,6994 \cdot \text{Densidad}$$

en donde

$$I1(1) = 1 \text{ si Especie=Chopo, } -1 \text{ si Especie=Pino}$$

Con las ecuaciones anteriores se puede predecir el valor del módulo de elasticidad de una viga conociendo su especie (si es chopo o pino), su densidad, y su frecuencia de vibración con una longitud libre de 100 o 150 cm. De este modo haciendo sólo el ensayo a esa longitud libre se podrá conocer cuál es el módulo de elasticidad de la viga.

Es importante tener en cuenta que estos modelos serían válidos para las especies estudiadas, *Populus x euramericana* I-214 y *Pinus sylvestris*. Con otras especies diferentes de pinos y chopos los resultados serían diferentes, por lo que el modelo a utilizar debería ser otro.

# CONCLUSIONES

## 6. Conclusiones

A continuación se exponen las conclusiones generales de los resultados obtenidos en los ensayos realizados sobre las vigas de madera de *Populus x euramericana* I-214 y *Pinus sylvestris*:

En primer lugar es importante destacar ante de exponer las conclusiones del estudio, que se ha trabajado con un material heterogéneo como es la madera, pero el número de muestras y de ensayos realizados ha sido suficiente como para que los resultados puedan considerarse robustos.

1. Se ha llegado a la conclusión de que la posición de golpeo al realizar el ensayo (ya sea en un extremo de la longitud libre o en el centro de la misma) no influye significativamente en la frecuencia de vibración de la onda.
2. La frecuencia de la onda detectada si se hace el ensayo de canto es diferente de la frecuencia detectada si se ensaya esa misma viga de cara.
3. Al hacerse la comparación entre especies se ha llegado a la conclusión de que si se hace el ensayo de cara, no hay grandes diferencias entre las vigas de chopo y las de pino, pero estas diferencias sí que aparecen entre las dos especies si se hace el ensayo de canto.
4. Para las dos especies y para las dos orientaciones (canto y cara) se ha visto que entre la frecuencia y la longitud libre existe una relación estadística significativa. Concretamente, conforme se aumenta la longitud libre, disminuye la frecuencia de vibración:
  - a. Pino-canto:  $F = 833,465 - 2,93986 * \text{Long\_ Libre cm}$
  - b. Pino-cara:  $F = 650,434 - 4,67352 * \text{Long\_ Libre cm}$
  - c. Chopo-canto:  $F = 952,683 - 4,71596 * \text{Long\_ Libre cm}$
  - d. Chopo-cara:  $F = 690,154 - 4,62495 * \text{Long\_ Libre cm}$
5. Salvo para la especie pino, orientación canto, para el resto de combinaciones (pino cara, chopo canto y chopo cara) no existe relación estadística significativa entre la frecuencia de vibración y la densidad de la viga.
6. Se ha obtenido una ecuación para predecir la frecuencia de vibración en función de tres variables combinadas: especie, orientación y longitud libre:

$$\text{FRECUENCIA} = 737,918 - 14,7446 \cdot I1(1) + 144,637 \cdot I2(1) - 3,69506 \cdot \text{Long\_ Libre cm}$$

en donde

$$I1(1) = 1 \text{ si Especie=Chopo, } -1 \text{ si Especie=Pino}$$

$$I2(1) = 1 \text{ si Colocación=CANTO, } -1 \text{ si Colocación=CARA}$$

7. Se han estimado los factores que influyen de manera significativa en el módulo de elasticidad y se ha obtenido una ecuación que relaciona a éste con la especie, la densidad y la frecuencia de vibración a una determinada longitud libre:

Para x = 100 cm:

$$\text{Mód\_Elasticidad\_} = 4774,45 + 2587,78 \cdot I1(1) - 11,9356 \cdot \text{Frecuencia\_x\_100cm\_} + 23,847 \cdot \text{Densidad}$$

$$I1(1) = 1 \text{ si Especie=Chopo, } -1 \text{ si Especie=Pino}$$

Para x = 150 cm:

$$\text{Mód\_Elasticidad\_} = 750,301 + 2719,43 \cdot I1(1) - 4,64251 \cdot \text{Frecuencia\_x\_150cm\_} + 22,6994 \cdot \text{Densidad}$$

$$I1(1) = 1 \text{ si Especie=Chopo, } -1 \text{ si Especie=Pino}$$

# **BIBLIOGRAFÍA**

## 7. Bibliografía

CASADO SANZ, M. (2012). *Apuntes de "Industrias de primera transformación de la madera"*. Universidad de Valladolid. ETSIIAA (Palencia).

GIL SÁNCHEZ, L. & TORRE ANTÓN, M. (2007). *Atlas Forestal de Castilla y León*. Junta de Castilla y León. Consejería de Medio Ambiente.

JIMÉNEZ PERIS, F.J. (1999). *La madera: propiedades básicas*. Madrid. Grupo Estudios Técnicos.

LÓPEZ GONZÁLEZ, G. (2004). *Guía de los árboles y arbustos de la Península Ibérica y Baleares*. Madrid. Ediciones Mundi-Prensa.

ORIA DE RUEDA SALGUEIRO, J.A. (2011). *Los bosques de Castilla y León*. Unidad Editorial. Información Regional S.A.

RUIZ DE LA TORRE, J. (1971). *Árboles y arbustos de la España peninsular*. Madrid.

SERRADA, R.; MONTERO, G. & REQUE, J.A. (2008). *Compendio de Selvicultura aplicada en España*. Madrid. Coedición: Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Ministerio de Educación y Ciencia.

VARIOS AUTORES. *Anuario de Estadística Forestal 2010*. MAGRAMA.

# ANEJO I. ESTADÍSTICA

## ANEJO I. Estadística

### I.1. Estadística descriptiva

A continuación se muestran las pruebas de normalidad de los análisis de la frecuencia en función de la longitud libre. La prueba se hace para cada especie seis veces (tres posiciones de golpeo y dos orientaciones).

#### 1. Especie chopo, orientación cara, posición de golpeo 1

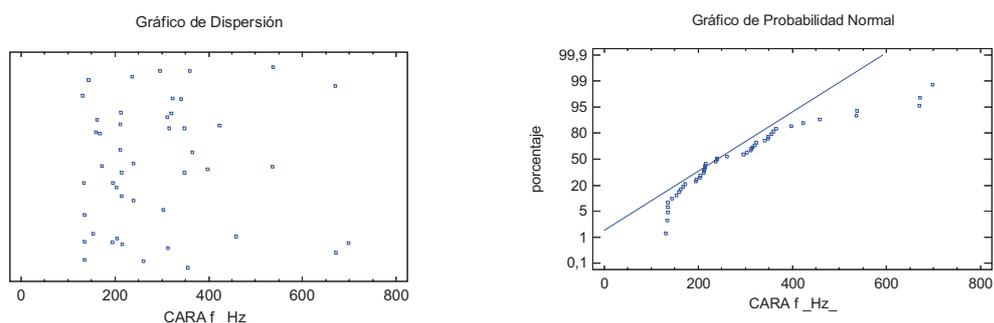


Figura 24. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

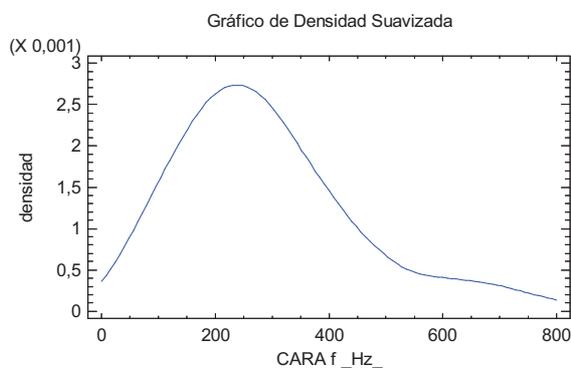


Figura 25. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 26. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,855433	0,00000809935

2. Especie chopo, orientación cara, posición de golpeo 2

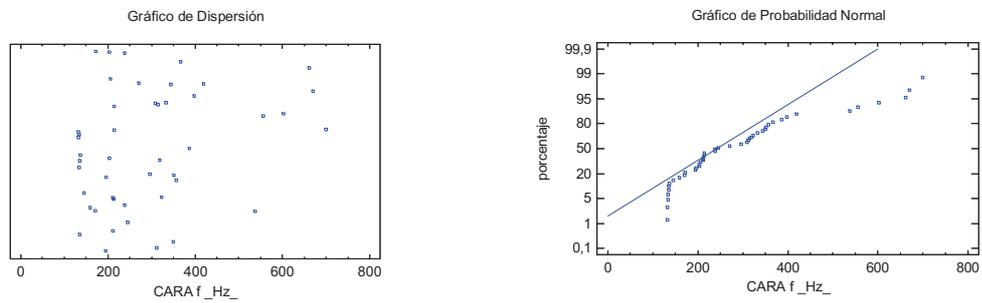


Figura 26. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

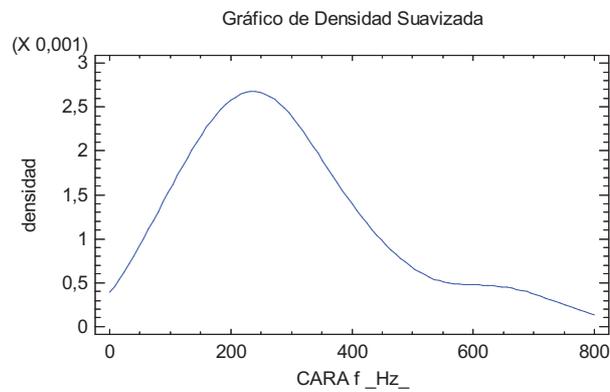


Figura 27. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 27. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,853382	0,00000671309

3. Especie chopo, orientación cara, posición de golpeo 3

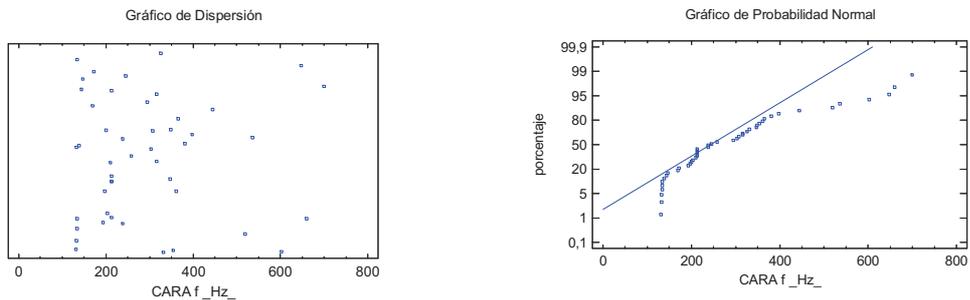


Figura 28. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

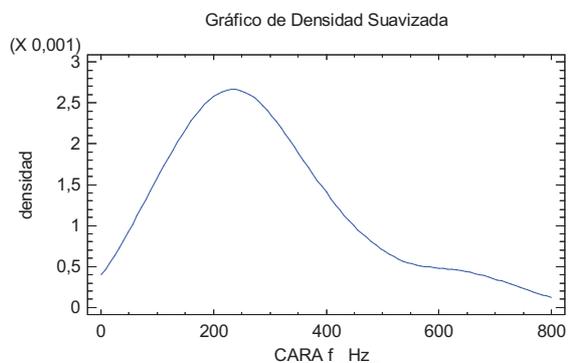


Figura 29. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 28. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,861192	0,0000137641

4. Especie chopo, orientación canto, posición de golpeo 1

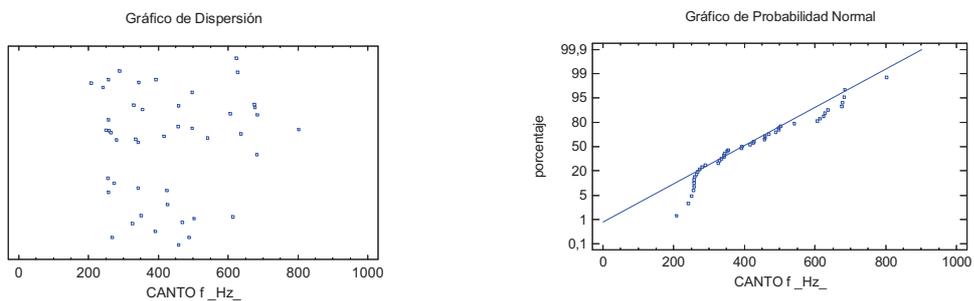


Figura 30. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

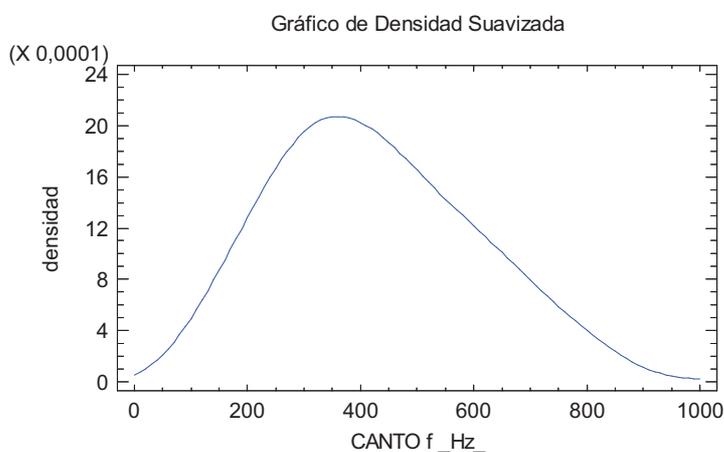


Figura 31. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 29. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,915981	0,00306933

5. Especie chopo, orientación canto, posición de golpeo 2

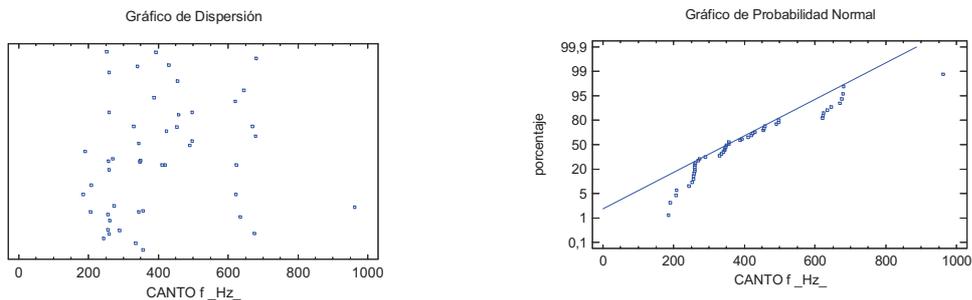


Figura 32. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

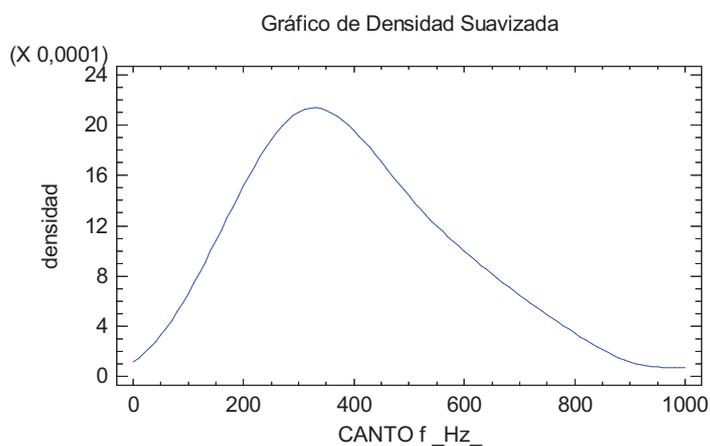


Figura 33. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 30. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,894567	0,00021958

6. Especie chopo, orientación canto, posición de golpeo 3

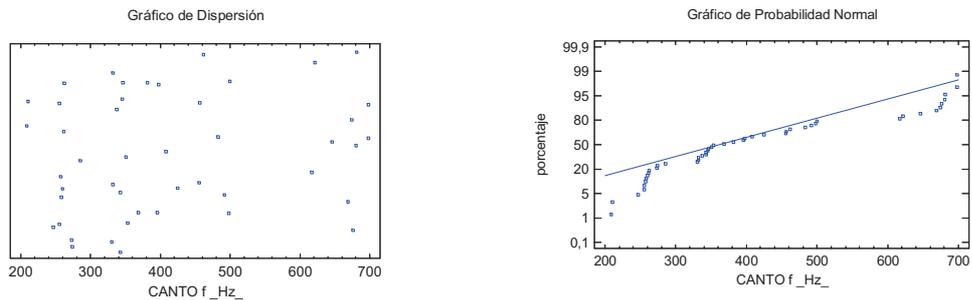


Figura 34. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

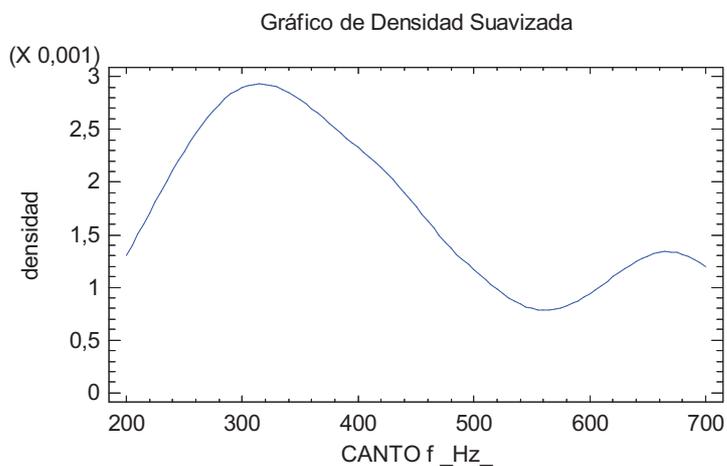


Figura 35. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 31. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,874829	0,0000492302

7. Especie pino, orientación cara, posición de golpeo 1

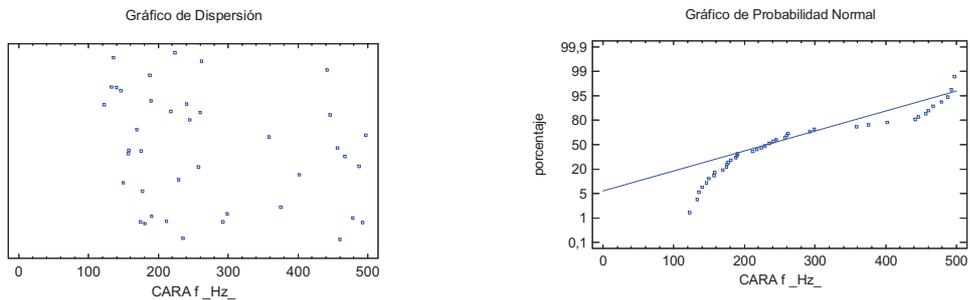


Figura 36. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

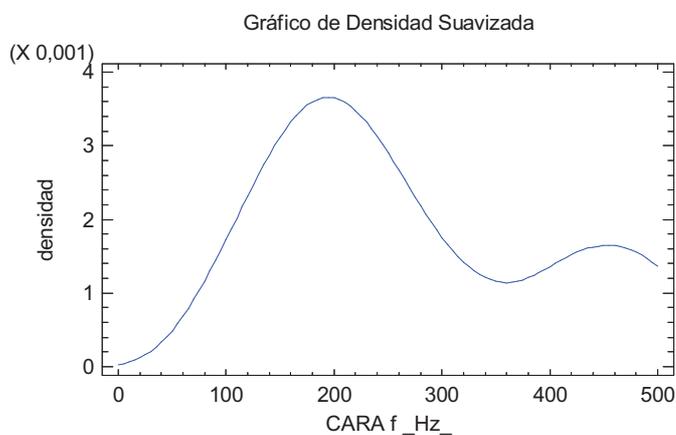


Figura 37. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 32. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,8511	0,0000325417

8. Especie pino, orientación cara, posición de golpeo 2

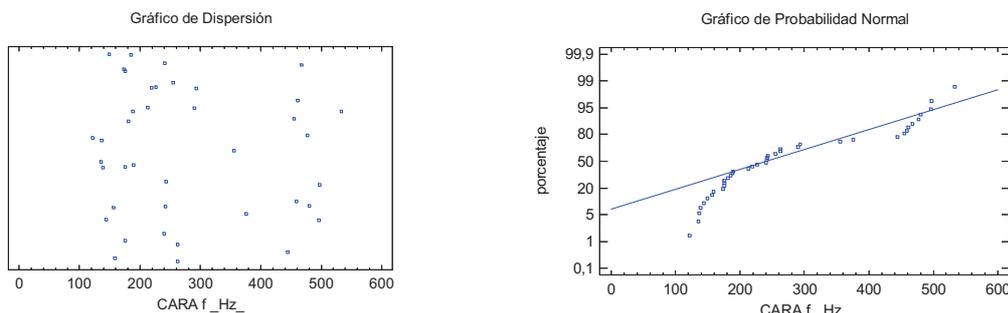


Figura 38. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

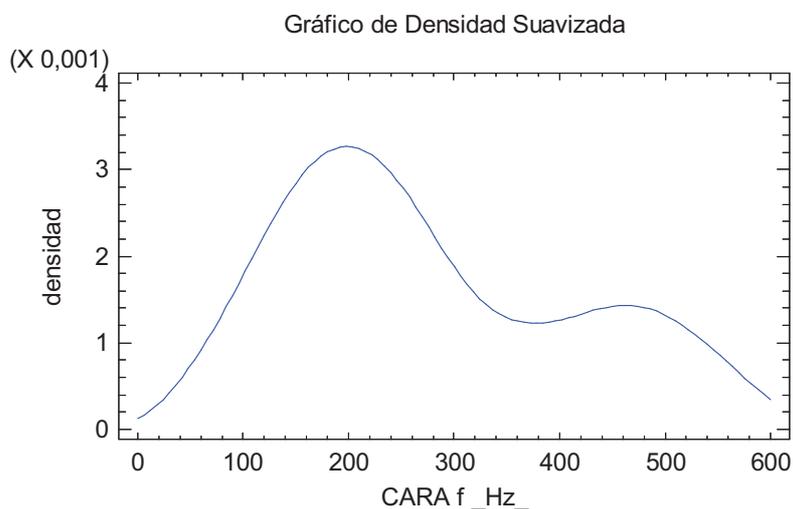


Figura 39. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 33. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,848916	0,0000275254

9. Especie pino, orientación cara, posición de golpeo 3

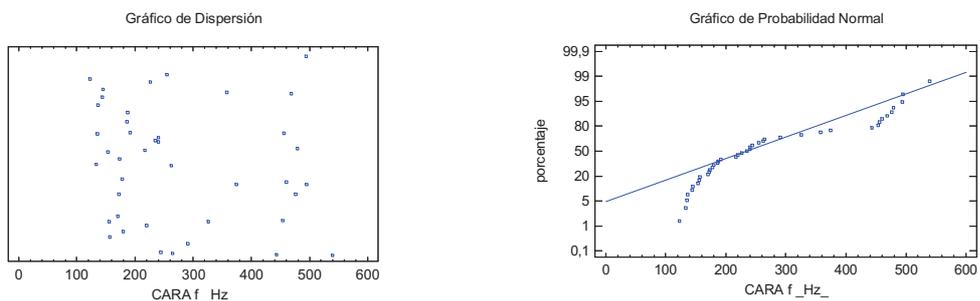


Figura 40. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

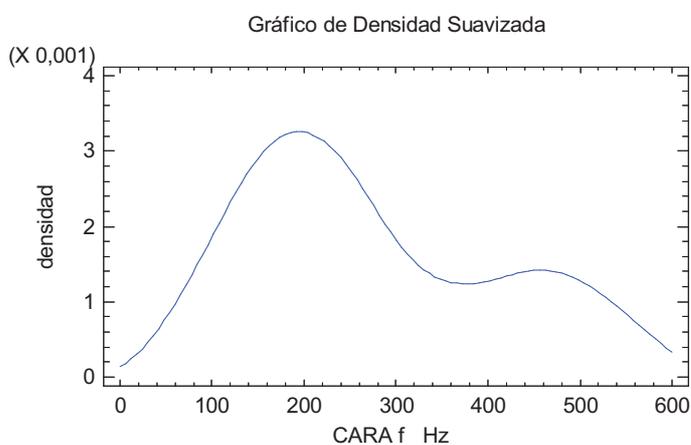


Figura 41. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 34. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,849573	0,000215568

10. Especie pino, orientación canto, posición de golpeo 1

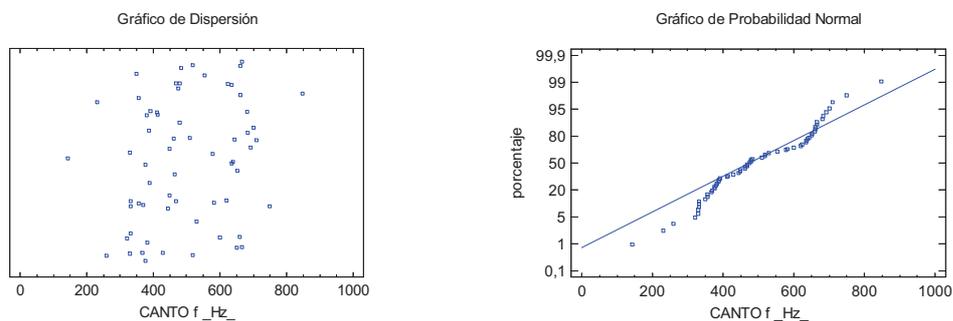


Figura 42. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

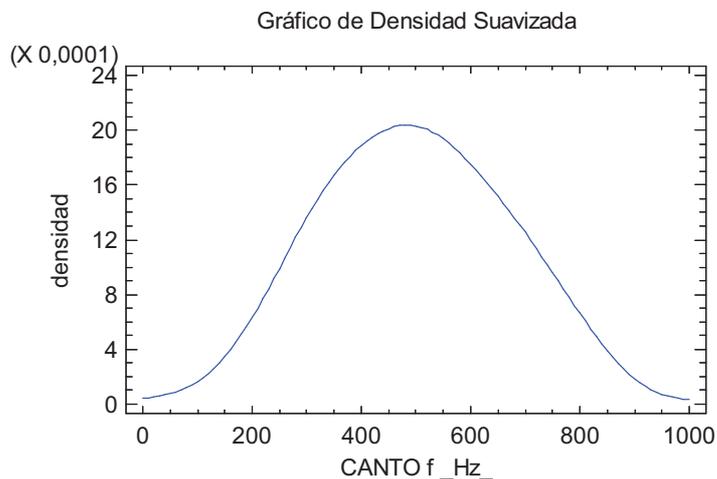


Figura 43. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 35. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,96177	0,115353

11. Especie pino, orientación canto, posición de golpeo 2

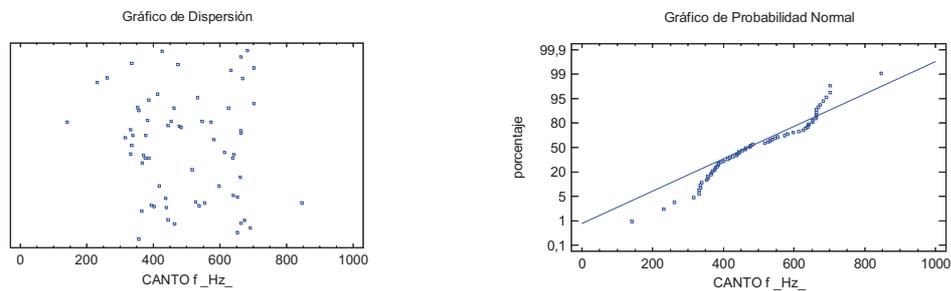


Figura 44. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

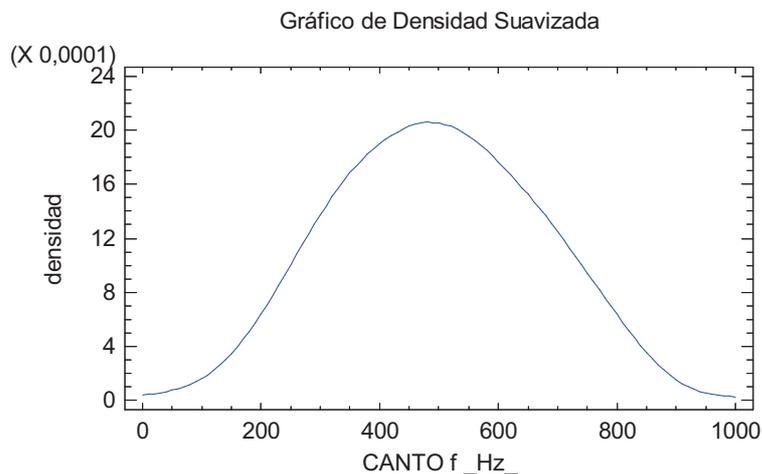


Figura 45. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 36. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,955419	0,050284

12. Especie pino, orientación canto, posición de golpeo 3

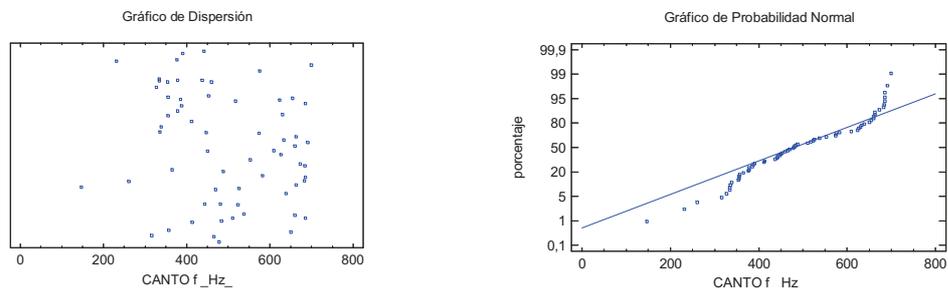


Figura 46. Gráfico de dispersión y de probabilidad normal.

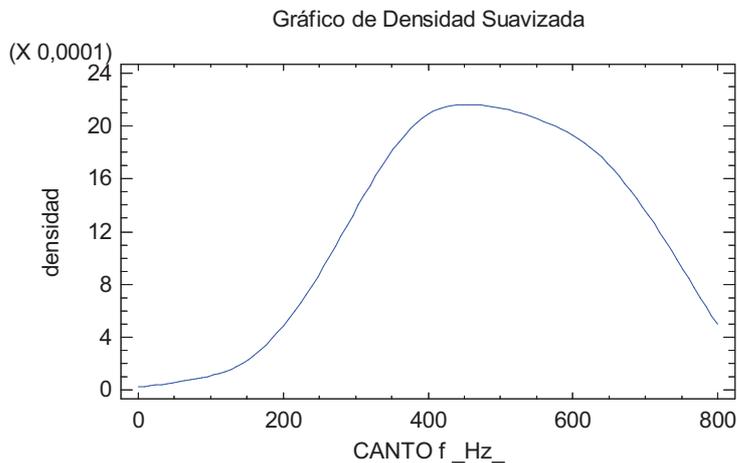


Figura 47. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 37. Prueba de normalidad.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,934054	0,00264565

## I.2. Estadística comparativa

### I.2.1. Comparación de la posición de golpeo

Se vio que no existía diferencia estadísticamente significativa entre las tres posiciones para las cuatro combinaciones posibles: pino-canto, pino-cara, chopo-canto y chopo cara.

#### 1. Pino-canto

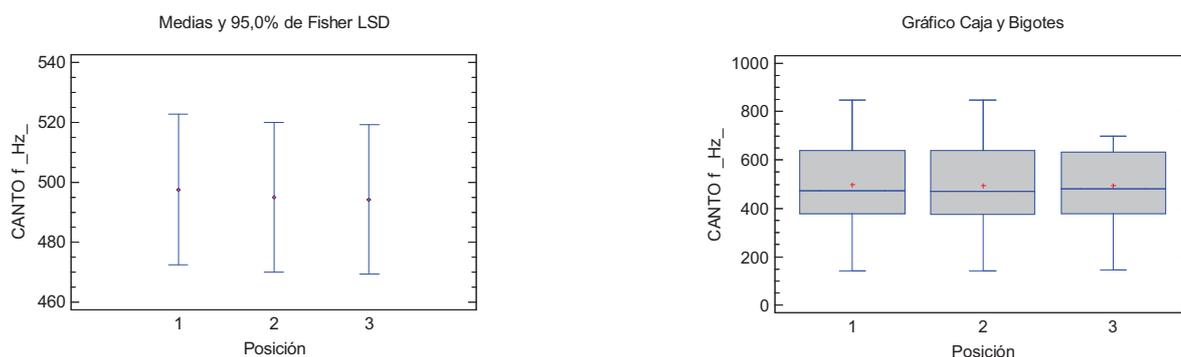


Figura 48. Medias y 95% de Fisher y Gráfico de Caja y Bigotes.

#### 2. Pino-cara

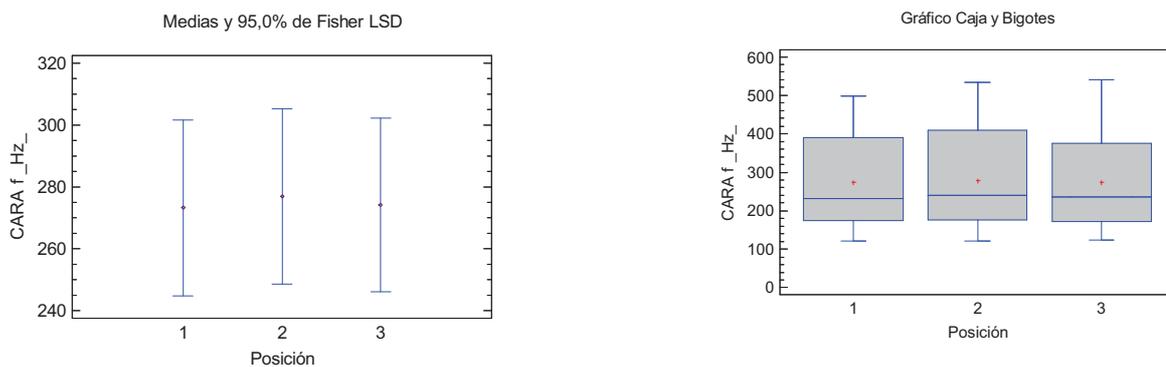


Figura 49. Medias y 95% de Fisher y Gráfico de Caja y Bigotes.

### 3. Chopo-canto

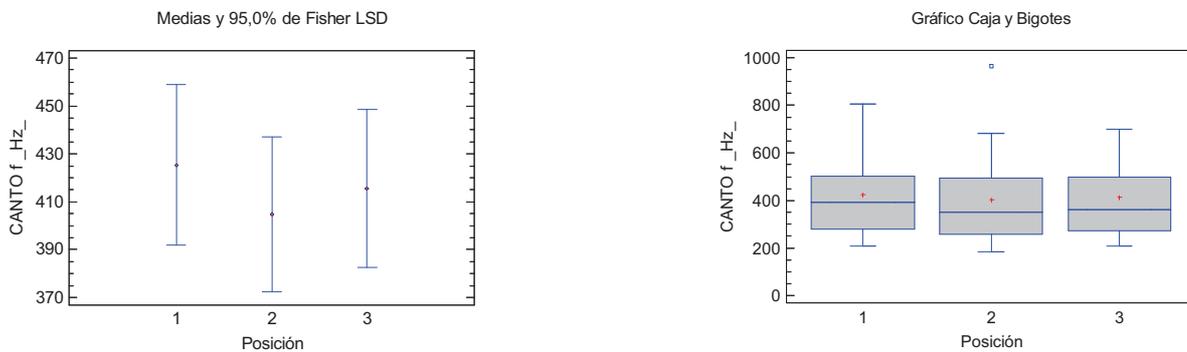


Figura 50. Medias y 95% de Fisher y Gráfico de Caja y Bigotes.

### 4. Chopo-cara

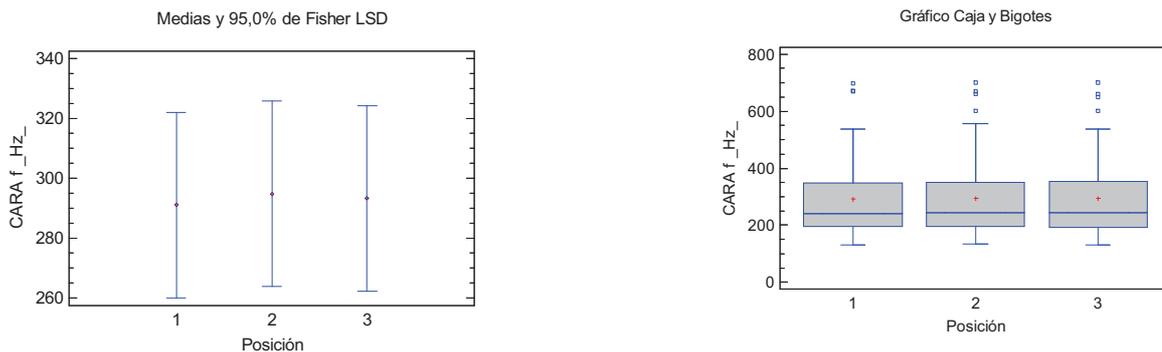


Figura 51. Medias y 95% de Fisher y Gráfico de Caja y Bigotes.

## I.2.2. Comparación por especie

Se ha visto que no hay diferencias estadísticas significativas entre las dos especies cuando se hace el ensayo golpeando en la cara de la viga, pero sí las hay cuando el ensayo se hace golpeando el canto de las mismas:

### 1. Comparación por especie-canto

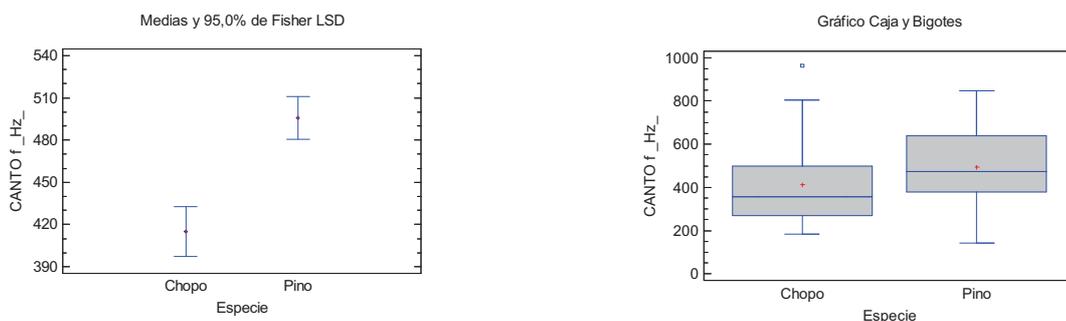


Figura 52. Medias y 95% de Fisher y Gráfico de Caja y Bigotes.

### 2. Comparación por especies-cara

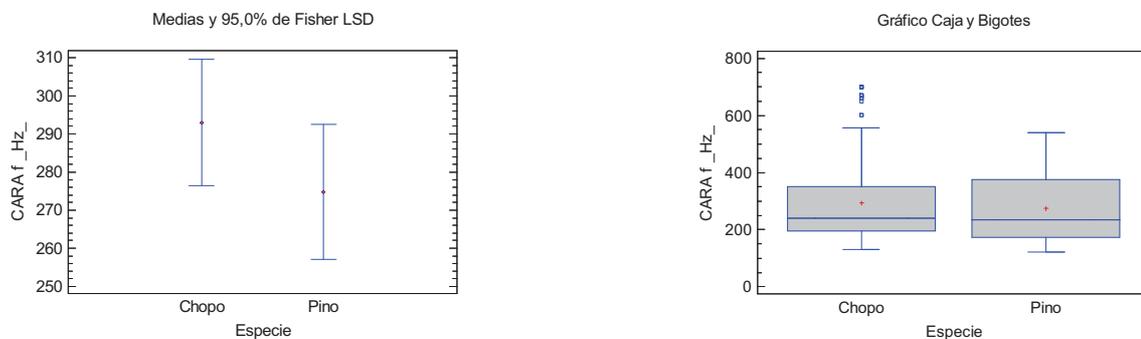


Figura 53. Medias y 95% de Fisher y Gráfico de Caja y Bigotes.

### I.3. Estadística predictiva

#### I.3.1. Influencia de la longitud libre

##### 1. Pino-canto. Análisis de residuos de la regresión

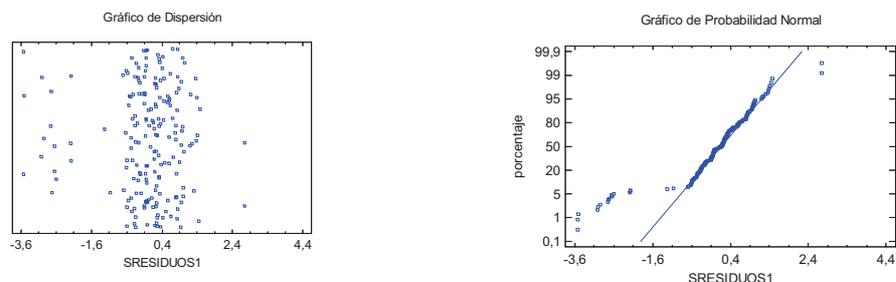


Figura 54. Gráfico de Dispersión y gráfico de Probabilidad Normal.

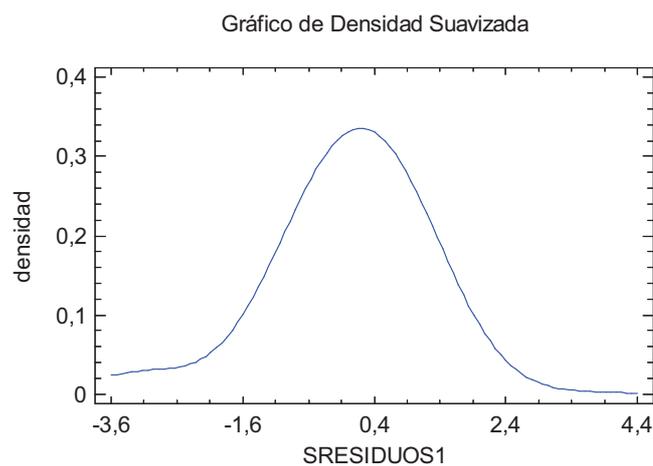


Figura 55. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 38. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	131,822	2,10942E-15
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,852754	0,0
Valor-Z para asimetría	4,46459	0,00000802945
Valor-Z para curtosis	4,45171	0,00000852624

2. Pino-cara. Análisis de residuos de la regresión

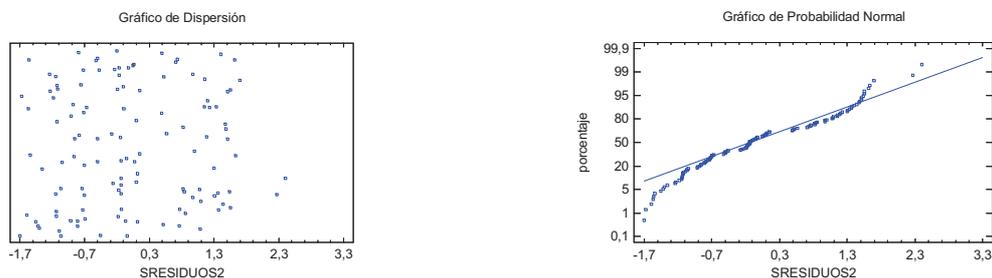


Figura 56. Gráfico de Dispersión y gráfico de Probabilidad Normal.

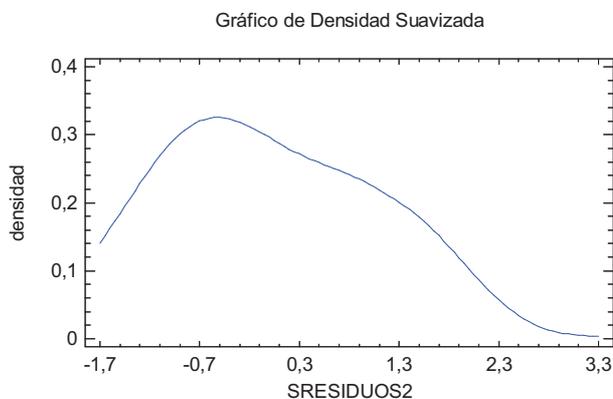


Figura 57. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 39. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	66,157	0,00000469702
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,937968	0,0000160089
Valor-Z para asimetría	0,884602	0,37637
Valor-Z para curtosis	-4,04779	0,0000517286

3. Chopo-canto. Análisis de residuos de la regresión

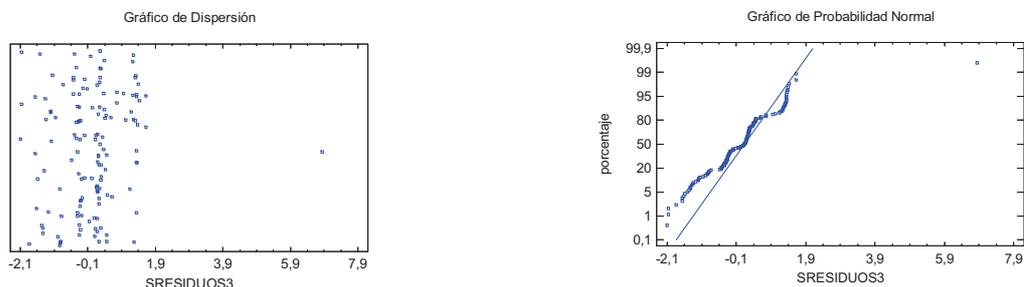


Figura 58. Gráfico de Dispersión y gráfico de Probabilidad Normal.

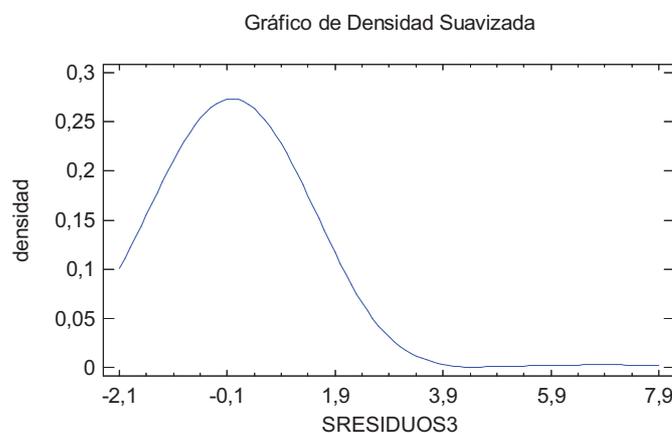


Figura 59. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 40. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	106,554	4,83047E-12
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,889176	8,88178E-16
Valor-Z para asimetría	4,57798	0,0000046995
Valor-Z para curtosis	6,33619	2,36567E-10

4. Chopo-cara. Análisis de residuos de la regresión

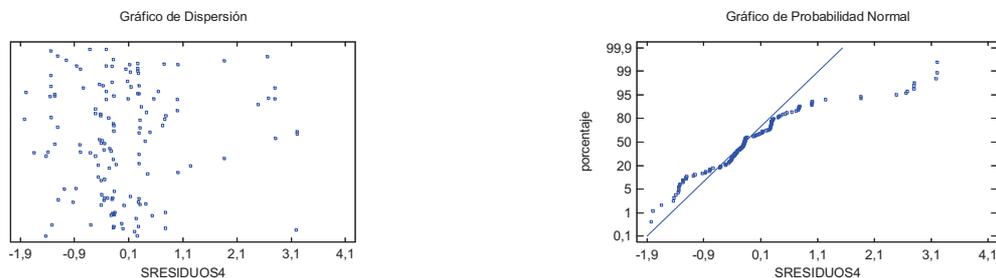


Figura 60. Gráfico de Dispersión y gráfico de Probabilidad Normal.

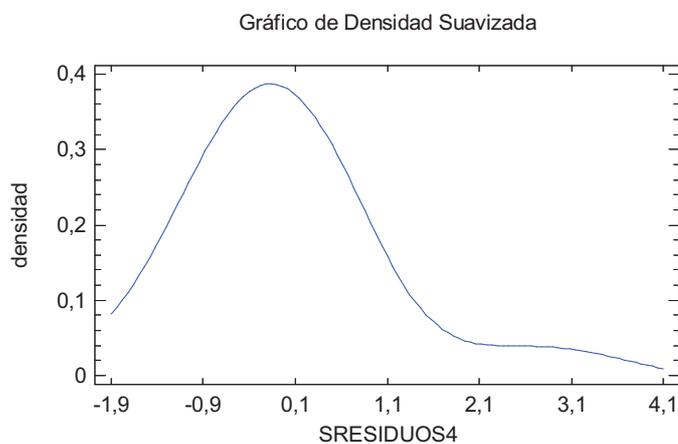


Figura 61. Gráfico de Densidad Suavizada.

Tabla 41. Prueba de normalidad.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	140,609	0,0
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,878338	0,0
Valor-Z para asimetría	3,57473	0,000350671
Valor-Z para curtosis	3,22455	0,00126183

### I.3.2. Predicción del módulo de elasticidad

Se ha obtenido un modelo para predecir el módulo de elasticidad relacionándolo con una serie de factores, entre los que está la frecuencia a una longitud libre determinada (concretamente se ha hecho para una longitud libre de 100 y 150 cm). A continuación se muestran los modelos ajustados de todas las vigas.

#### 1. Chopo-cara

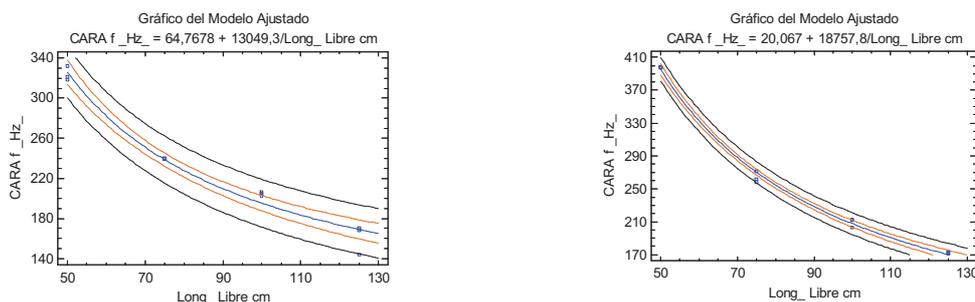


Figura 62. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 1 y 2.

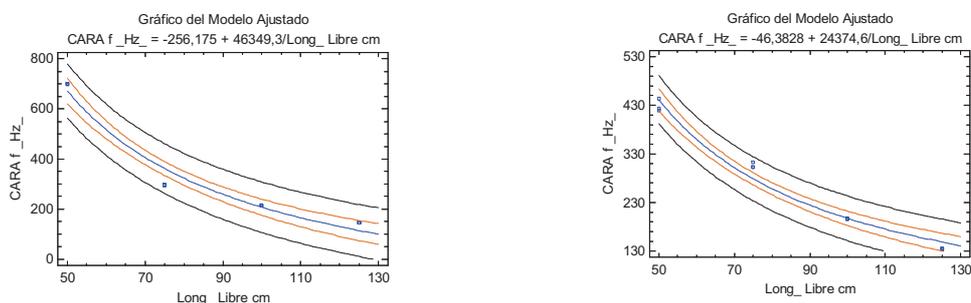


Figura 63. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 3 y 4.

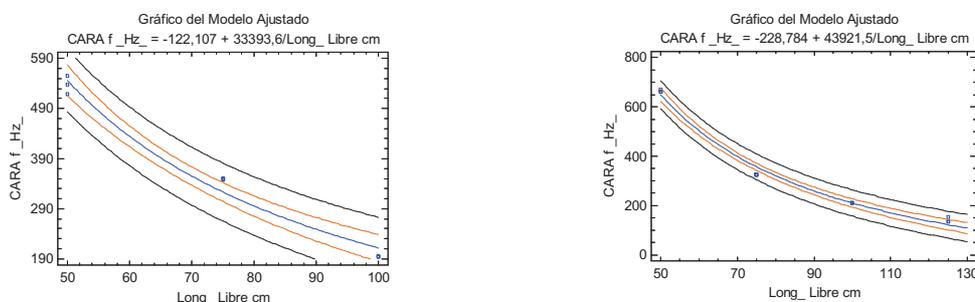


Figura 64. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 5 y 6.

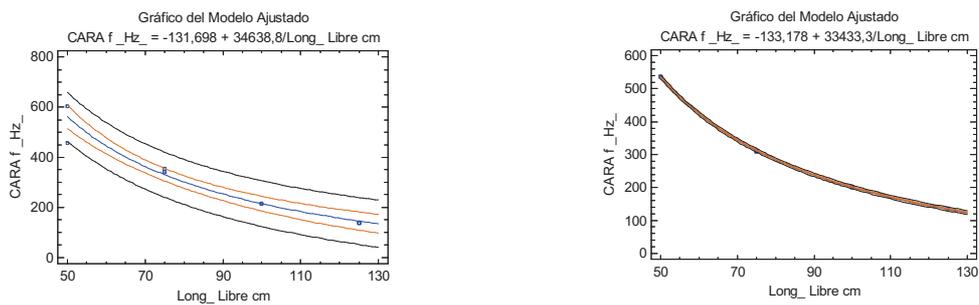


Figura 65. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 7 y 8.

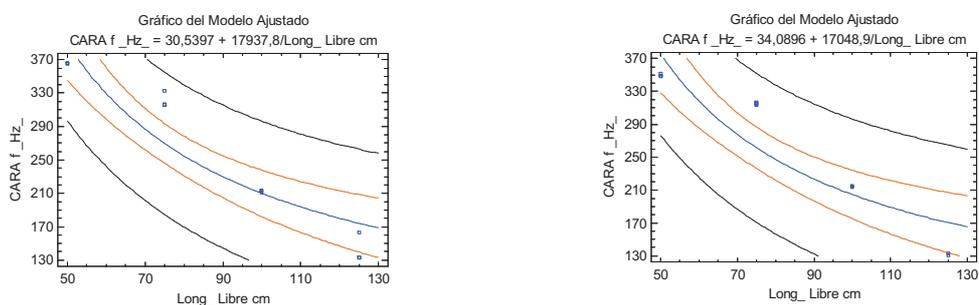


Figura 66. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 9 y 10.

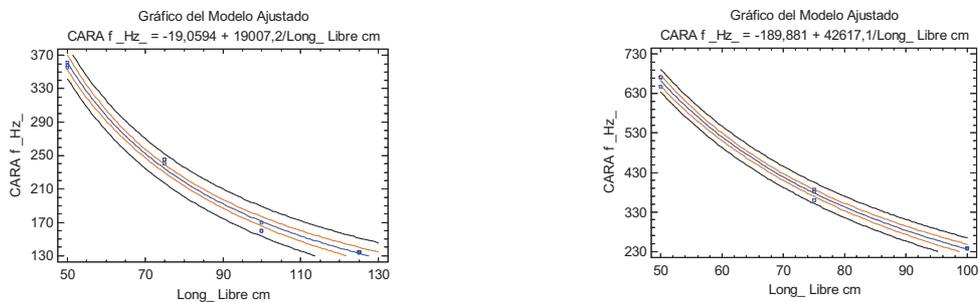


Figura 67. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 11 y 12.

2. Chopo-canto

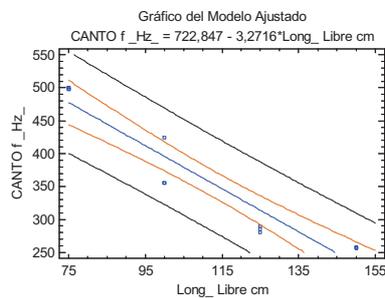
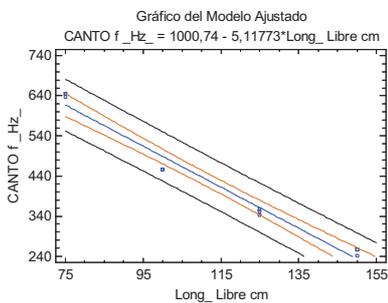


Figura 68. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 1 y 2.

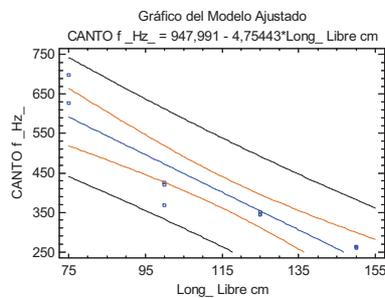
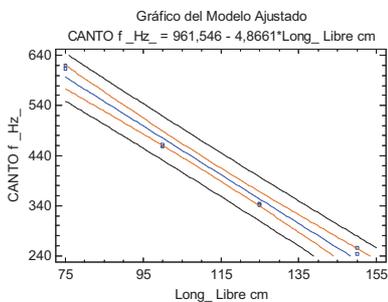


Figura 69. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 3 y 4.

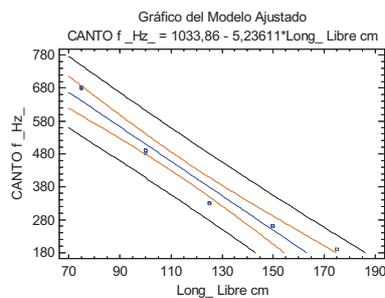
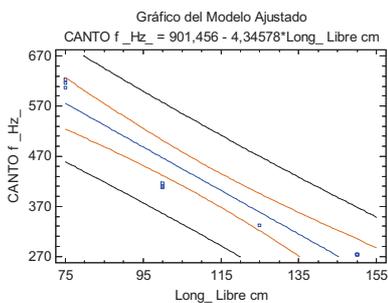


Figura 70. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 5 y 6.

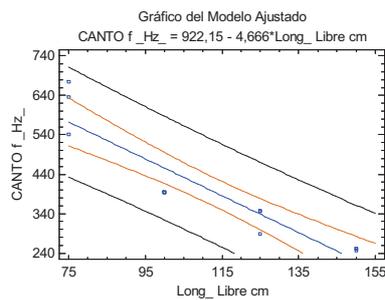
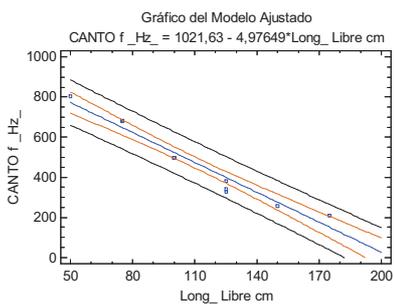


Figura 71. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 7 y 8.

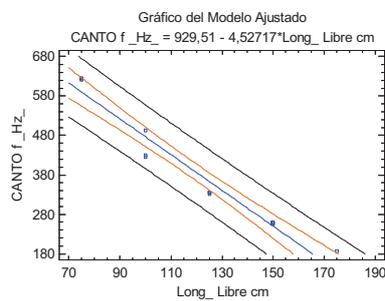
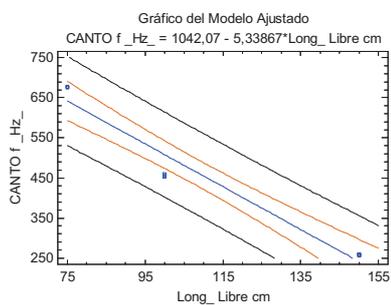


Figura 72. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 9 y 10.

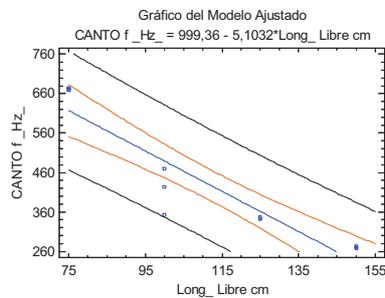
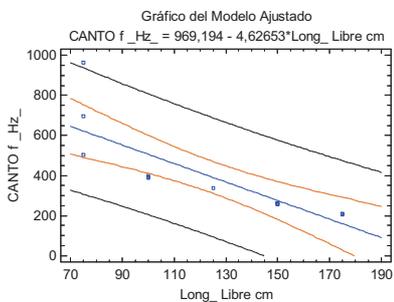


Figura 73. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 11 y 12.

### 3. Pino-cara

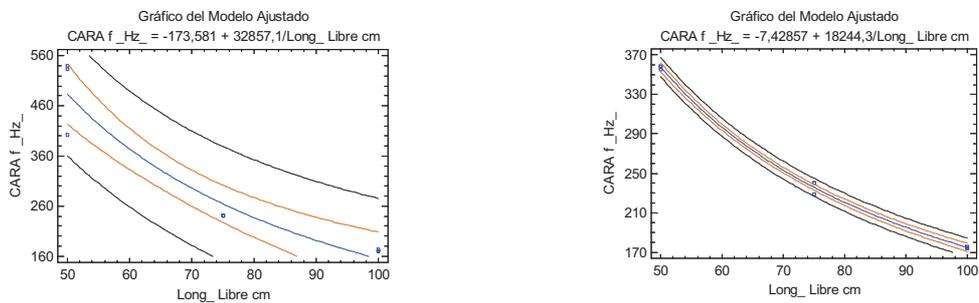


Figura 74. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 1 y 2.

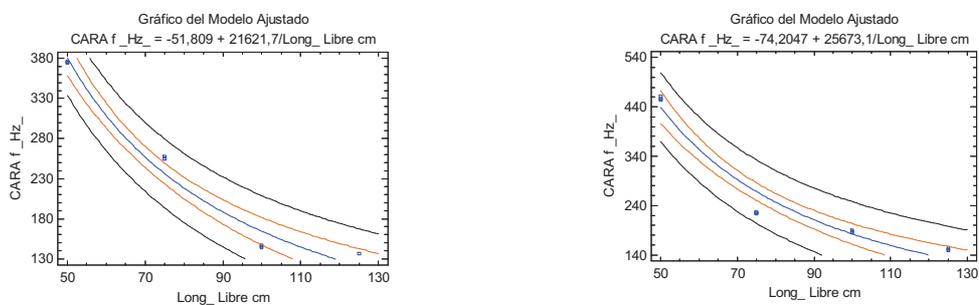


Figura 75. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 3 y 4.

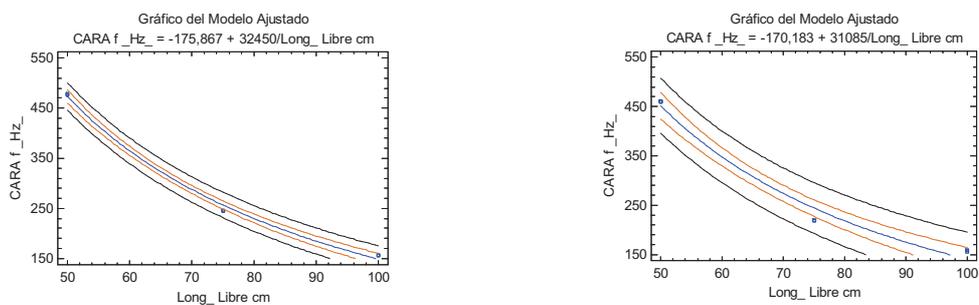


Figura 76. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 5 y 6.

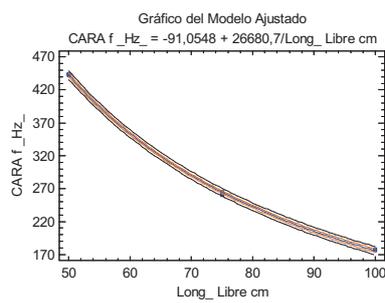
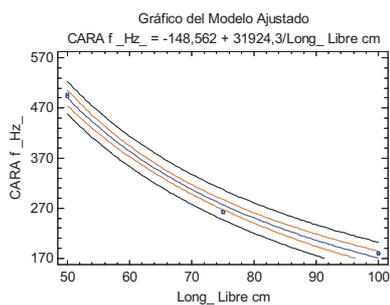


Figura 77. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 7 y 8.

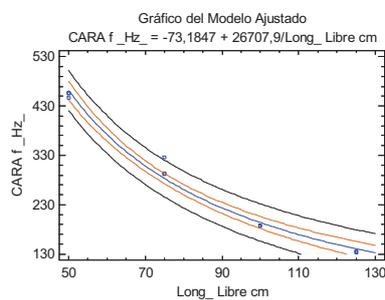
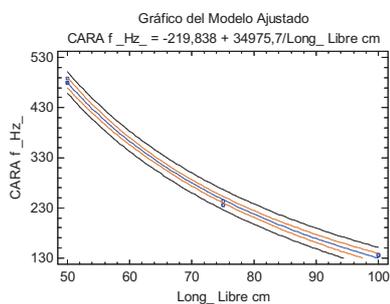


Figura 78. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 9 y 10.

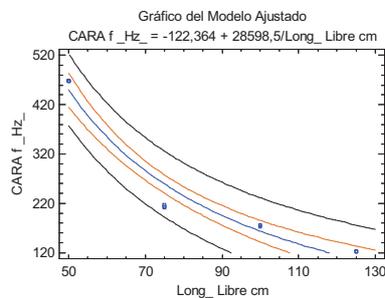
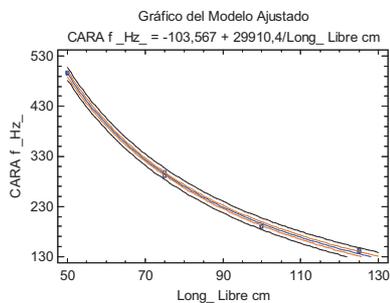


Figura 79. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 11 y 12.

4. Pino-canto

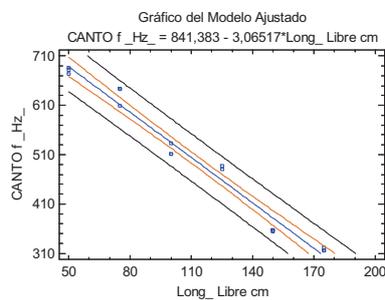
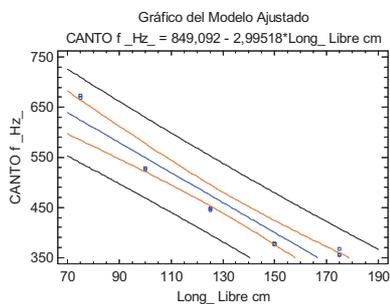


Figura 80. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 1 y 2.

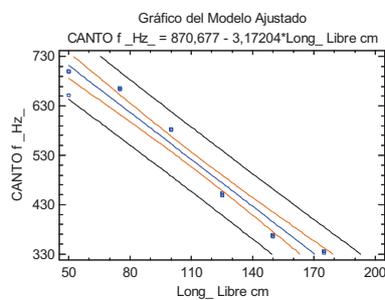
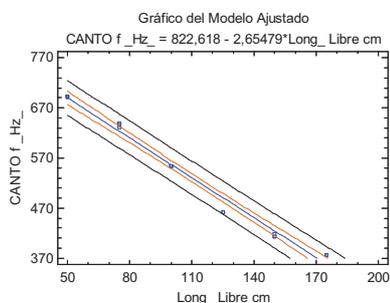


Figura 81. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 3 y 4.

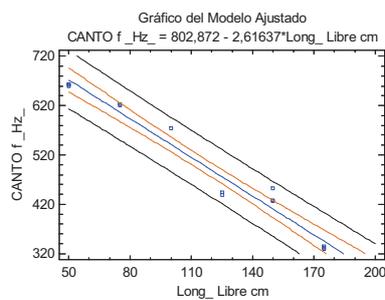
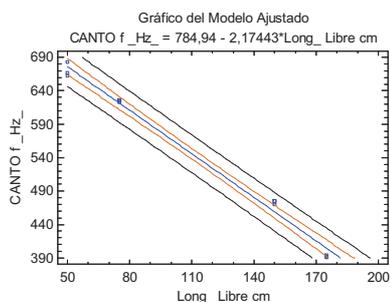


Figura 82. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 5 y 6.

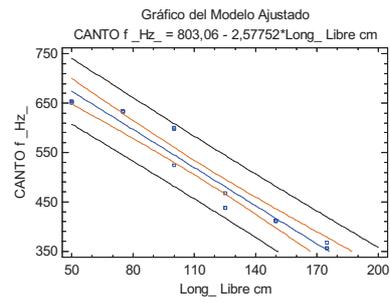
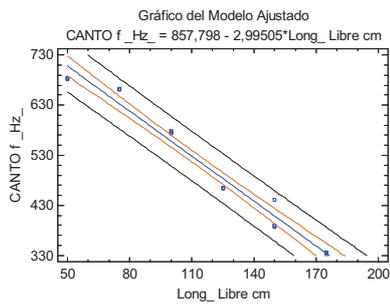


Figura 83. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 7 y 8.

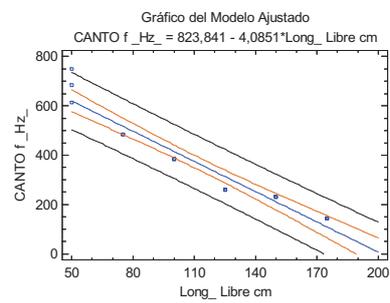
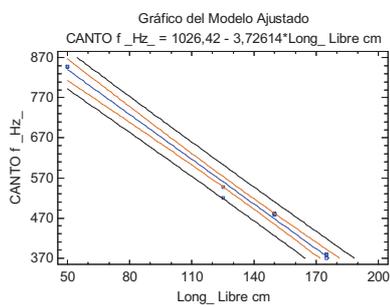


Figura 84. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 9 y 10.

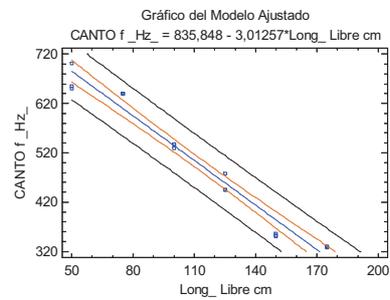
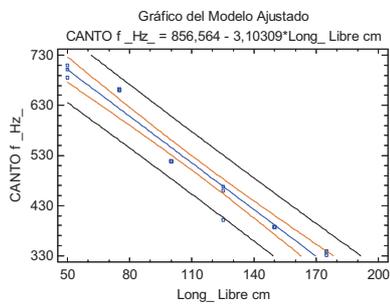


Figura 85. Gráfico del modelo ajustado. Vigas 11 y 12.

### I.3.3. Análisis de residuos de las regresiones

#### 1. Chopo-cara

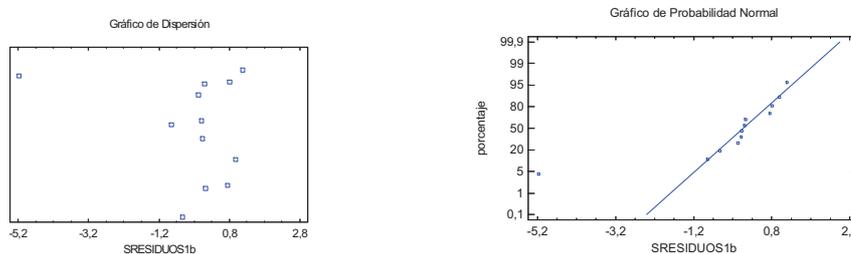


Figura 86. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga1.

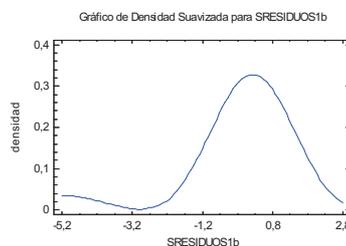


Figura 87. Gráfico de Densidad Suavizada viga 1.

Tabla 42. Prueba de Normalidad viga 1.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,666534	0,000214121

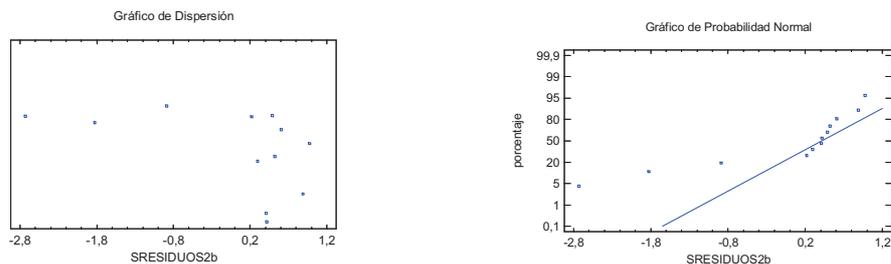


Figura 88. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga2.

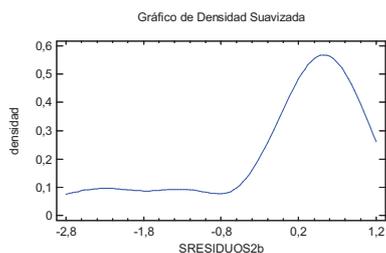


Figura 89. Gráfico de Densidad Suavizada viga 2.

Tabla 43. Prueba de Normalidad viga 2.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,764502	0,0028947

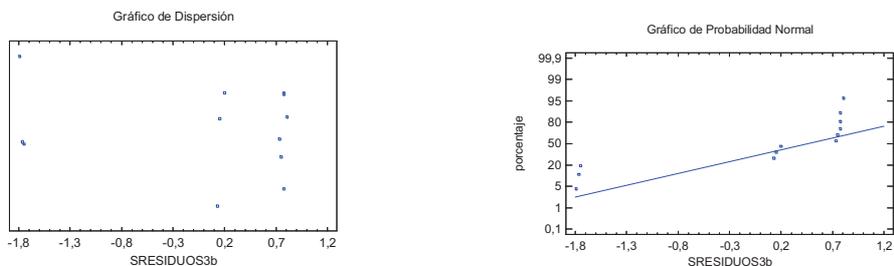


Figura 90. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga3.

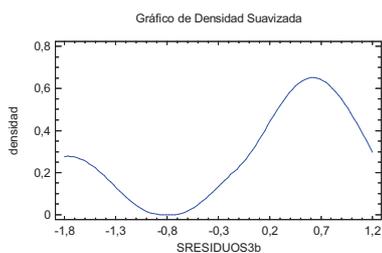


Figura 91. Gráfico de Densidad Suavizada viga 3.

Tabla 44. Prueba de Normalidad viga 3.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,711391	0,00068499

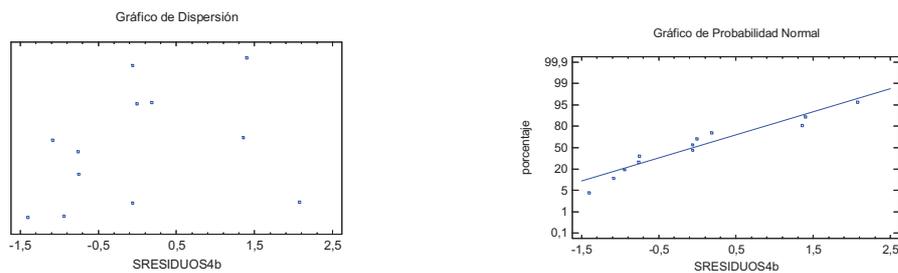


Figura 92. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 4.

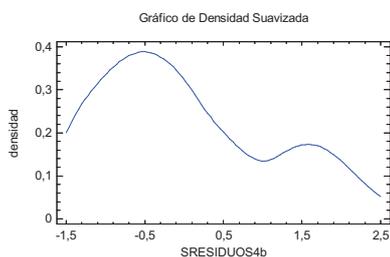


Figura 93. Gráfico de Densidad Suavizada viga 4.

Tabla 45. Prueba de Normalidad viga 4.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,915559	0,238392

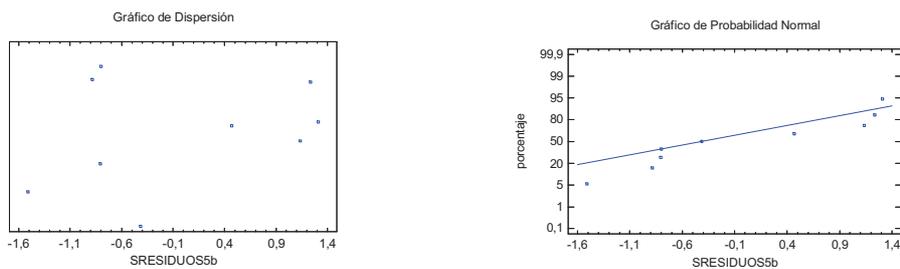


Figura 94. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 5.

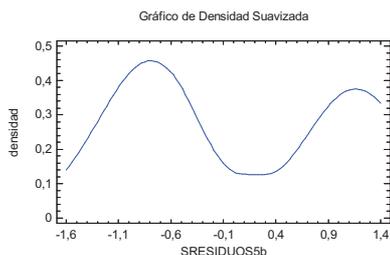


Figura 95. Gráfico de Densidad Suavizada viga 5.

Tabla 46. Prueba de Normalidad viga 5.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,881718	0,160928

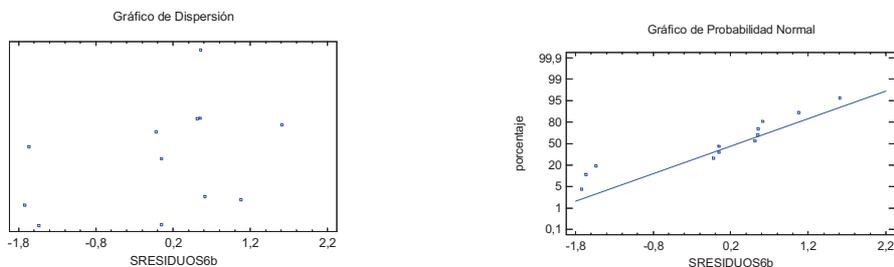


Figura 96. Gráfico de Dispersion y de Probabilidad Normal viga 6.

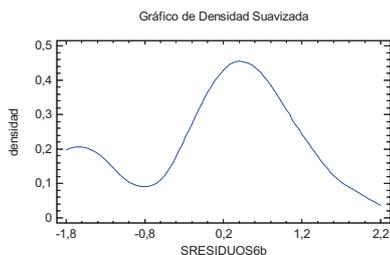


Figura 97. Gráfico de Densidad Suavizada viga 6.

Tabla 47. Prueba de Normalidad viga 6.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,879853	0,0832686

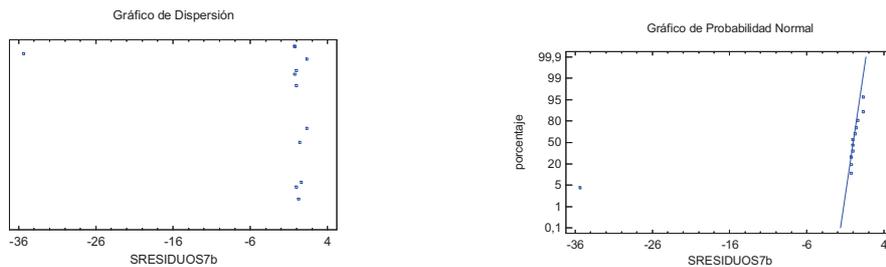


Figura 98. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 7.

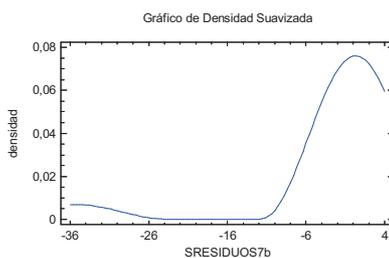


Figura 99. Gráfico de Densidad Suavizada viga 7.

Tabla 48. Prueba de Normalidad viga 7.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,368335	2,57349E-7

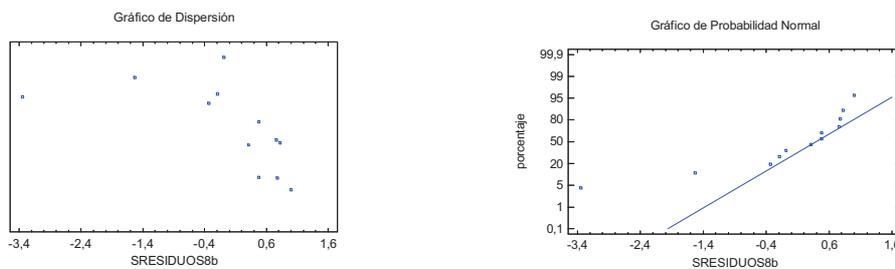


Figura 100. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 8.

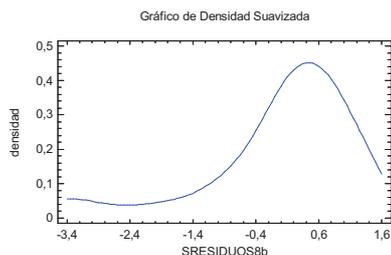


Figura 101. Gráfico de Densidad Suavizada viga 8.

Tabla 49. Prueba de Normalidad viga 8.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,770193	0,00339264

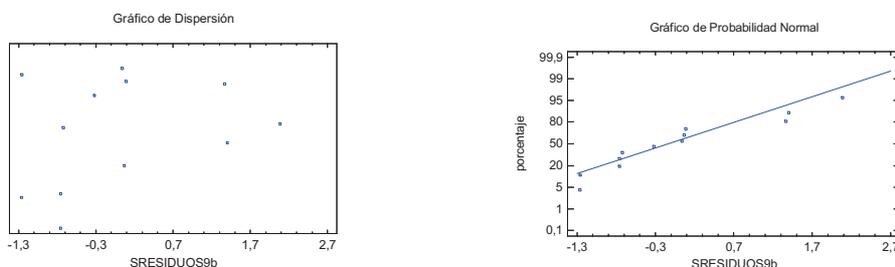


Figura 102. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 9.

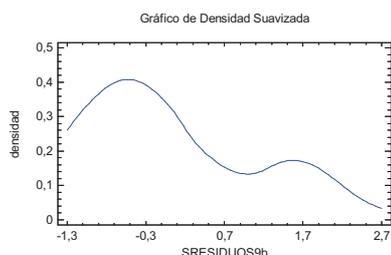


Figura 103. Gráfico de Densidad Suavizada viga 9.

Tabla 50. Prueba de Normalidad viga 9.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,899815	0,150765

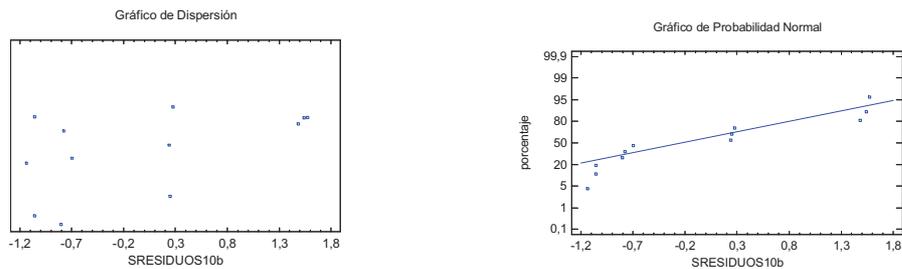


Figura 104. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 10.

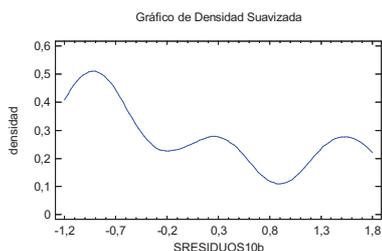


Figura 105. Gráfico de Densidad Suavizada viga 10.

Tabla 51. Prueba de Normalidad viga 10.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,843905	0,0284829

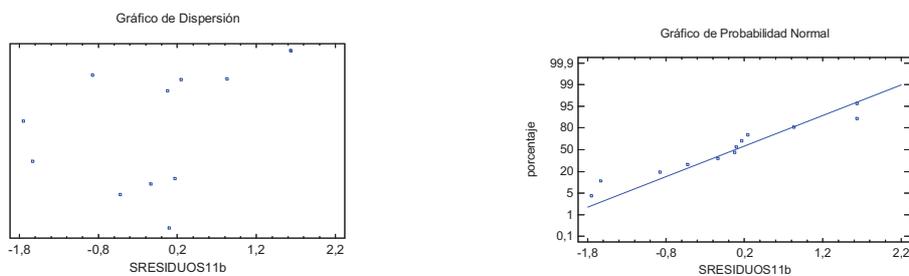


Figura 106. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 11.

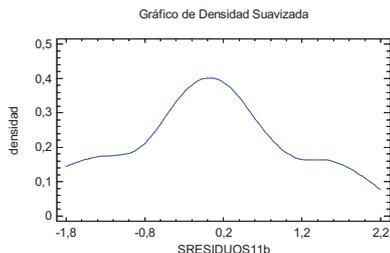


Figura 107. Gráfico de Densidad Suavizada viga 11.

Tabla 52. Prueba de Normalidad viga 11.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,944954	0,524449

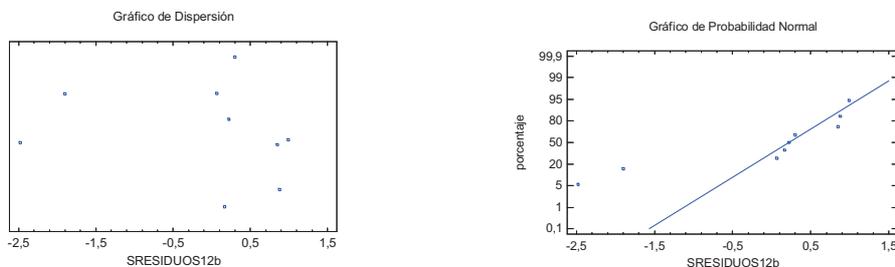


Figura 108. Gráfico de Dispensión y de Probabilidad Normal viga 12.

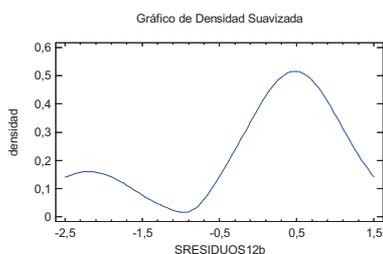


Figura 109. Gráfico de Densidad Suavizada viga 12.

Tabla 53. Prueba de Normalidad viga 12.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,786013	0,0146727

2. Chopo-canto

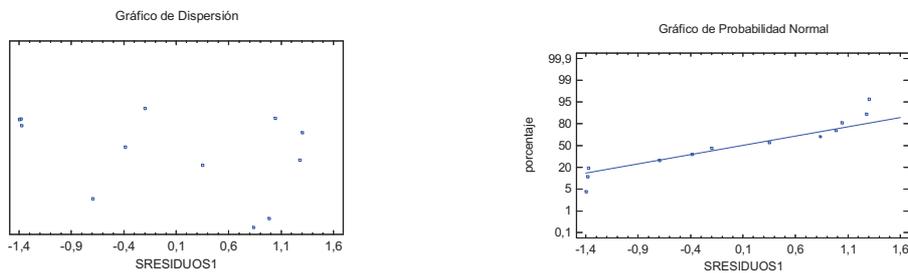


Figura 110. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 1.

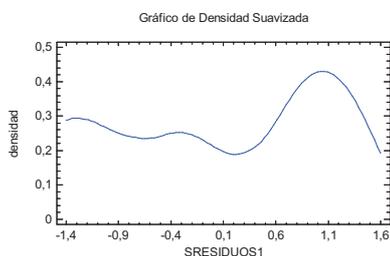


Figura 111. Gráfico de Densidad Suavizada viga 1.

Tabla 54. Prueba de Normalidad viga 1.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,882187	0,0892828

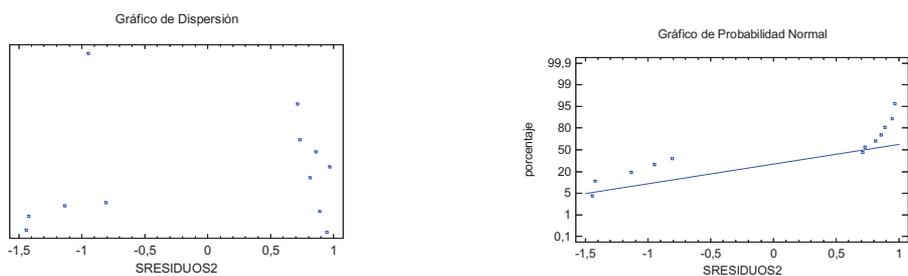


Figura 112. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 2.

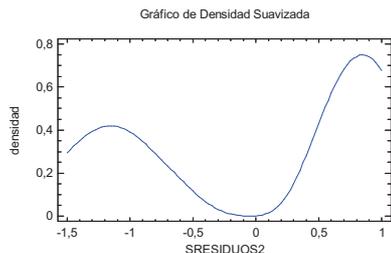


Figura 113. Gráfico de Densidad Suavizada viga 2.

Tabla 55. Prueba de Normalidad viga 2.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,765241	0,00295486

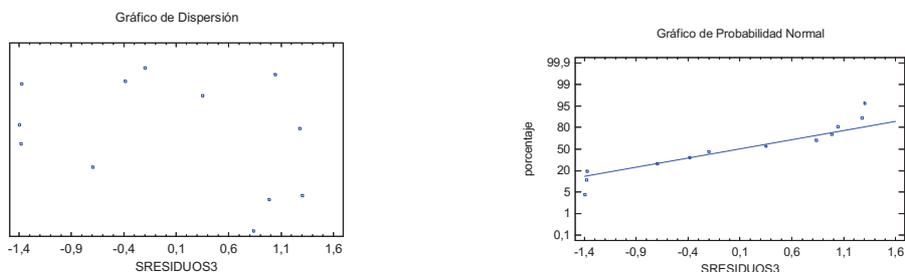


Figura 114. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 3.

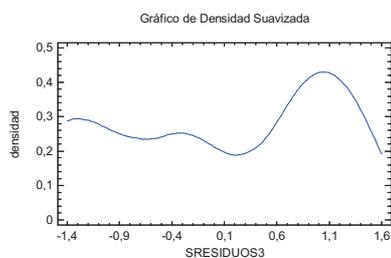


Figura 115. Gráfico de Densidad Suavizada viga 3.

Tabla 56. Prueba de Normalidad viga 3.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,882187	0,0892828

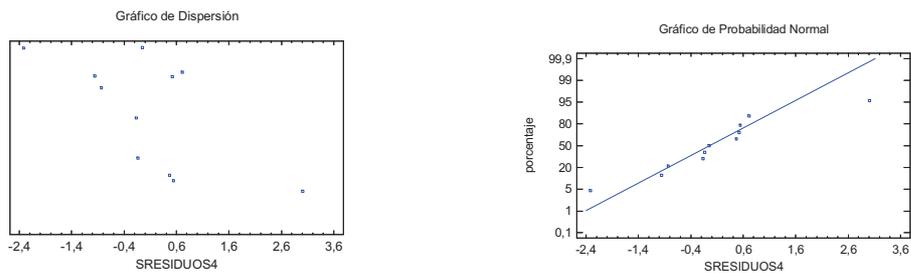


Figura 116. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 4.

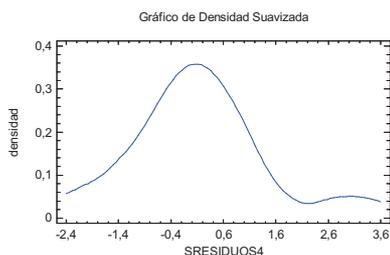


Figura 117. Gráfico de Densidad Suavizada viga 4.

Tabla 57. Prueba de Normalidad viga 4.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,913591	0,256535

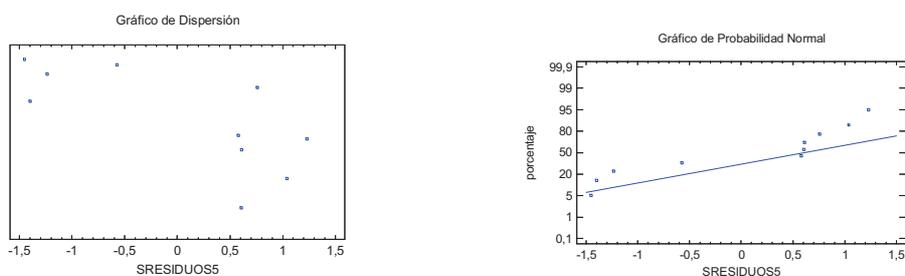


Figura 118. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 5.

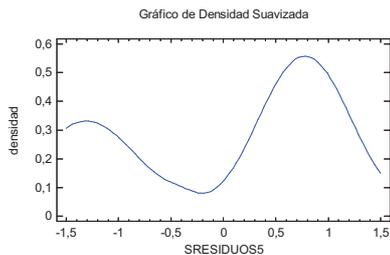


Figura 119. Gráfico de Densidad Suavizada viga 5.

Tabla 58. Prueba de Normalidad viga 5.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,840723	0,043717

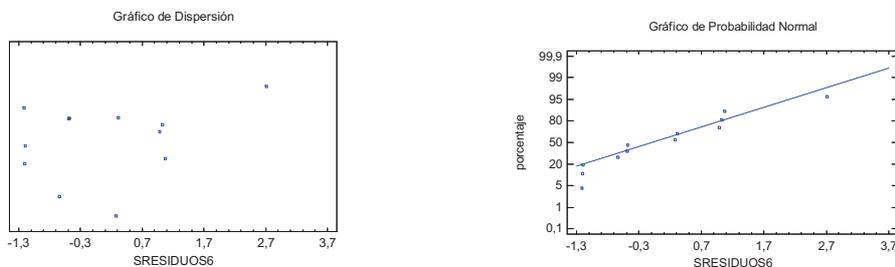


Figura 120. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 6.

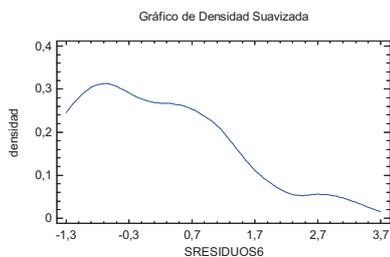


Figura 121. Gráfico de Densidad Suavizada viga 6.

Tabla 59. Prueba de Normalidad viga 6.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,905909	0,180304

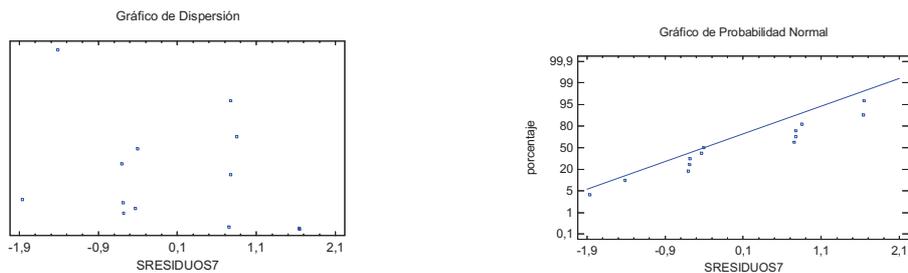


Figura 122. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 7.

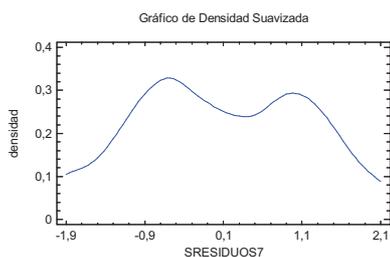


Figura 123. Gráfico de Densidad Suavizada viga 7.

Tabla 60. Prueba de Normalidad viga 7.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,927168	0,299021

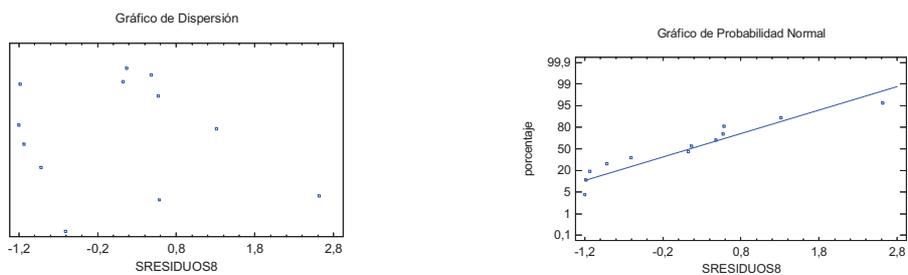


Figura 124. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 8.

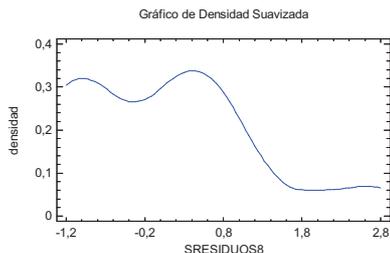


Figura 125. Gráfico de Densidad Suavizada viga 8.

Tabla 61. Prueba de Normalidad viga 8.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,906693	0,184479

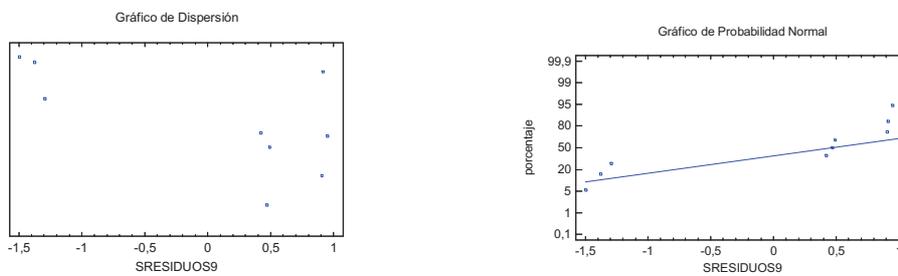


Figura 126. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 9.

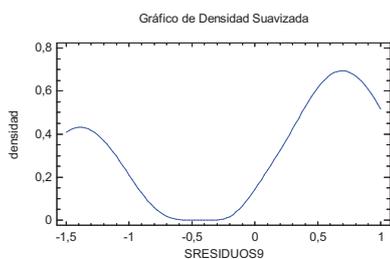


Figura 127. Gráfico de Densidad Suavizada viga 9.

Tabla 62. Prueba de Normalidad viga 9.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,769477	0,00965688

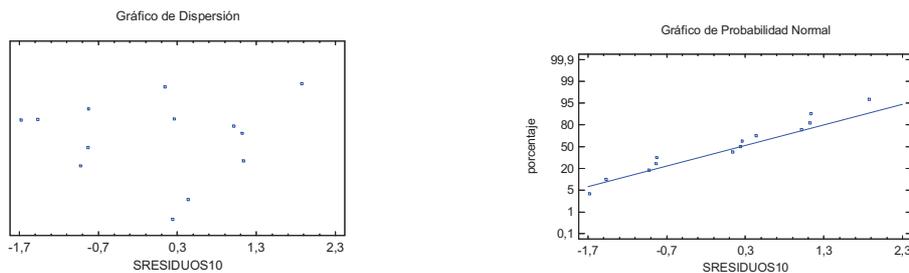


Figura 128. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 10.

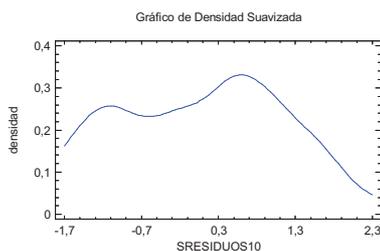


Figura 129. Gráfico de Densidad Suavizada viga 10.

Tabla 63. Prueba de Normalidad viga 10.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,951465	0,581013

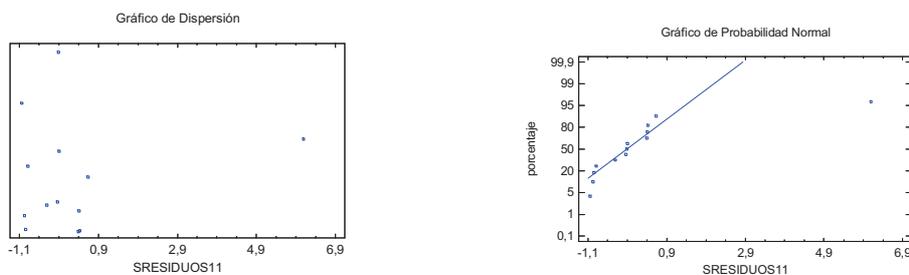


Figura 130. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 11.

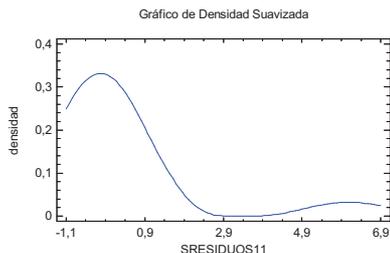


Figura 131. Gráfico de Densidad Suavizada viga 11.

Tabla 64. Prueba de Normalidad viga 11.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,603249	0,0000303231

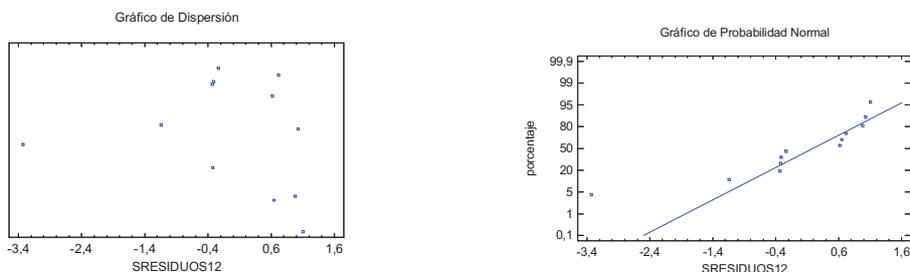


Figura 132. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 12.

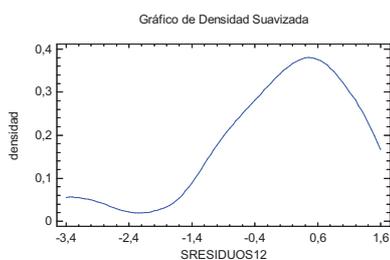


Figura 133. Gráfico de Densidad Suavizada viga 12.

Tabla 65. Prueba de Normalidad viga 12.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,806299	0,00946773

3. Pino-cara

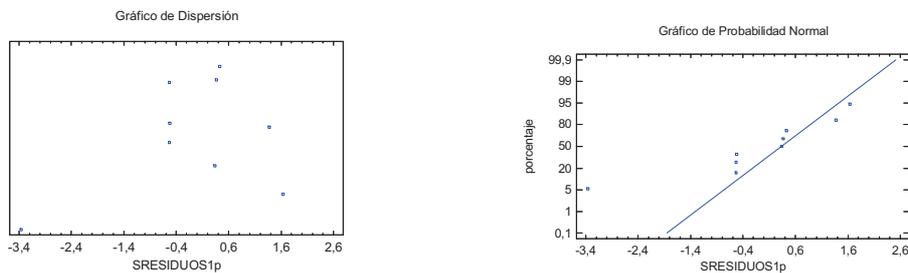


Figura 134. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 1.

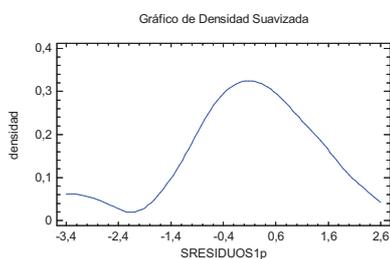


Figura 135. Gráfico de Densidad Suavizada viga 1.

Tabla 66. Prueba de Normalidad viga 1.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,860023	0,0947034

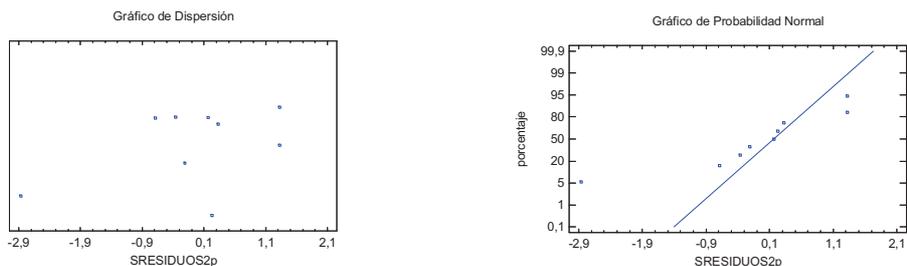


Figura 136. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 2.

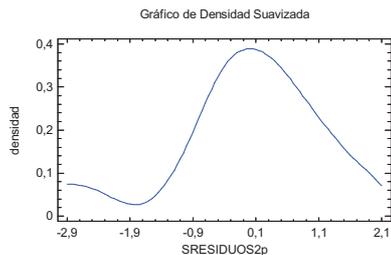


Figura 137. Gráfico de Densidad Suavizada viga 2.

Tabla 67. Prueba de Normalidad viga 2.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,868486	0,116669

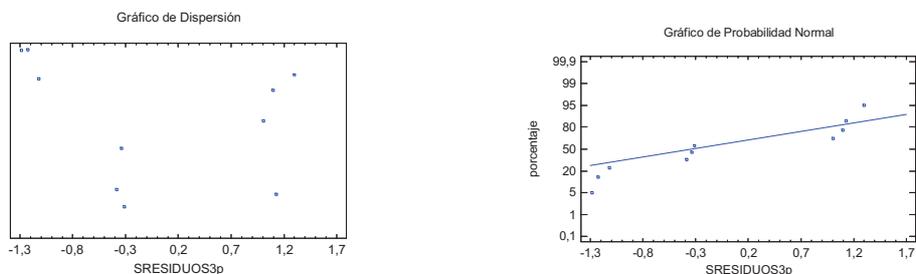


Figura 138. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 3.

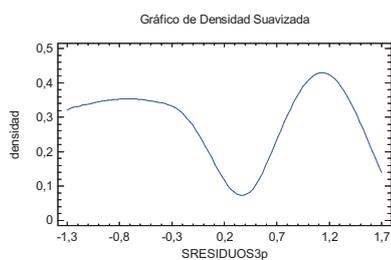


Figura 139. Gráfico de Densidad Suavizada viga 3.

Tabla 68. Prueba de Normalidad viga 3.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,853746	0,0619685

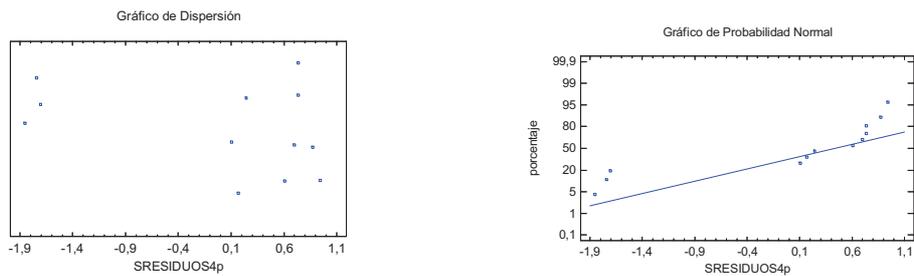


Figura 140. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 4.

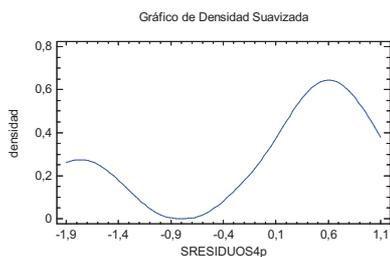


Figura 141. Gráfico de Densidad Suavizada viga 4.

Tabla 69. Prueba de Normalidad viga 4.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,754861	0,00221647

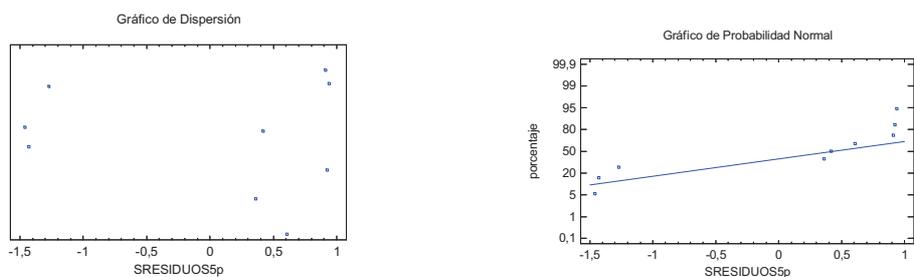


Figura 142. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 5.

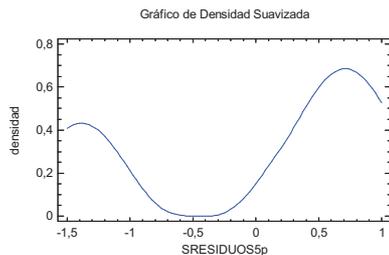


Figura 143. Gráfico de Densidad Suavizada viga 5.

Tabla 70. Prueba de Normalidad viga 5.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,770412	0,00988775

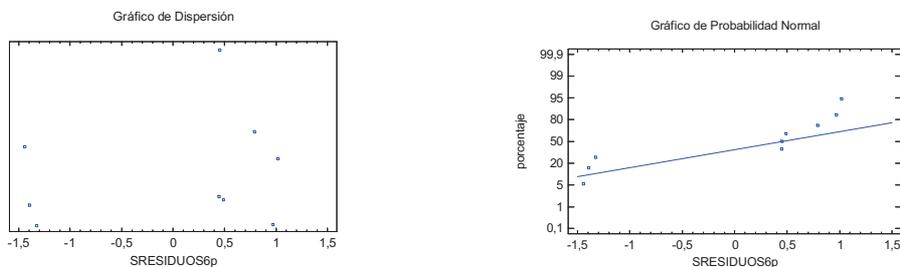


Figura 144. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 6.

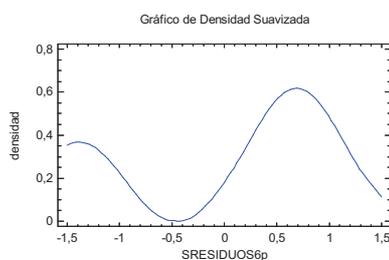


Figura 145. Gráfico de Densidad Suavizada viga 6.

Tabla 71. Prueba de Normalidad viga 6.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,774529	0,0109723

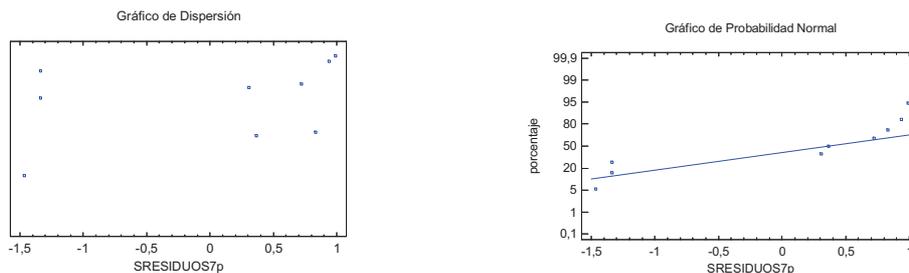


Figura 146. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 7.

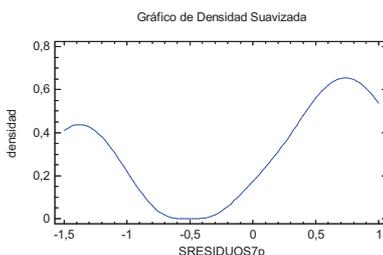


Figura 147. Gráfico de Densidad Suavizada viga 7.

Tabla 72. Prueba de Normalidad viga 7.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,784271	0,0140393

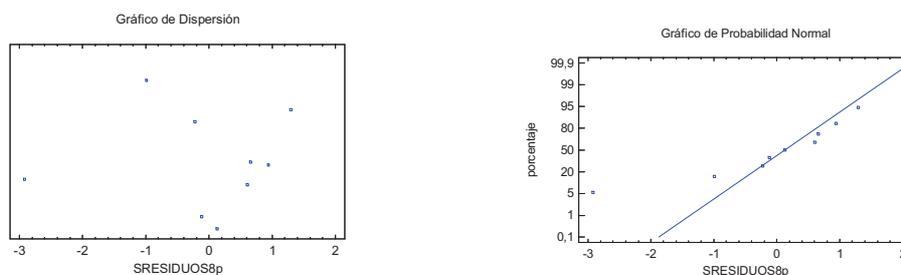


Figura 148. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 8.

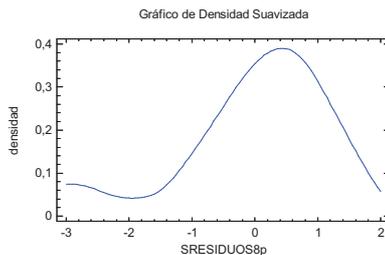


Figura 149. Gráfico de Densidad Suavizada viga 8.

Tabla 73. Prueba de Normalidad viga 8.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,867485	0,113839

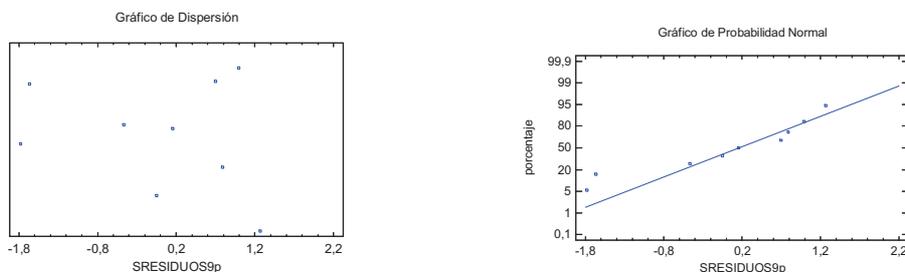


Figura 150. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 9.

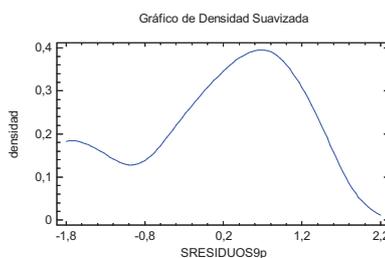


Figura 151. Gráfico de Densidad Suavizada viga 9.

Tabla 74. Prueba de Normalidad viga 9.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,898664	0,24018

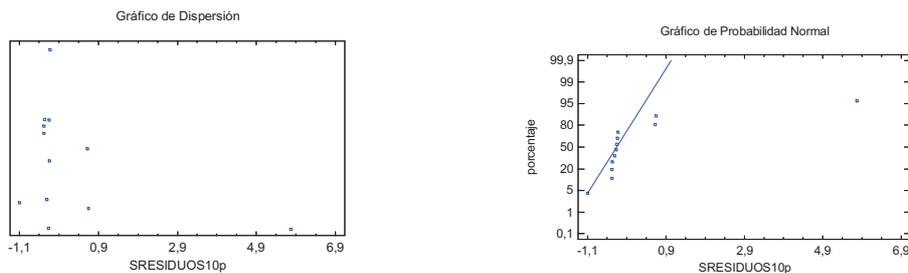


Figura 152. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 10.

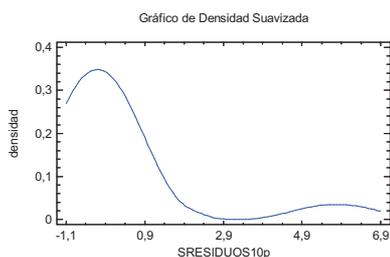


Figura 153. Gráfico de Densidad Suavizada viga 10.

Tabla 75. Prueba de Normalidad viga 10.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,536658	0,000009457

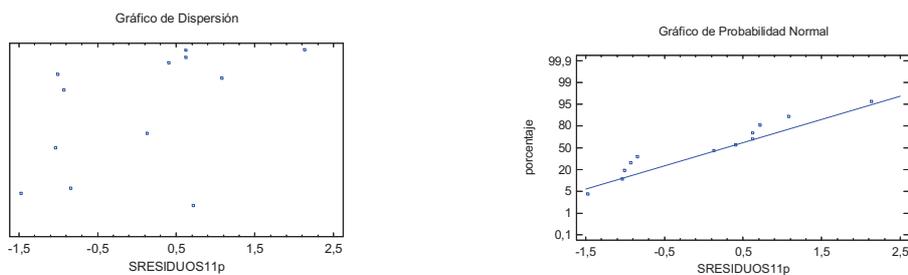


Figura 154. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 11.

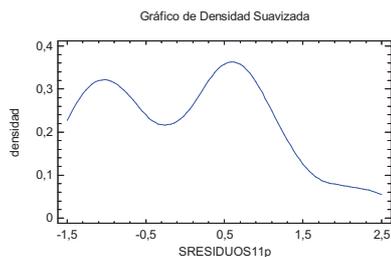


Figura 155. Gráfico de Densidad Suavizada viga 11.

Tabla 76. Prueba de Normalidad viga 11.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,928412	0,341685

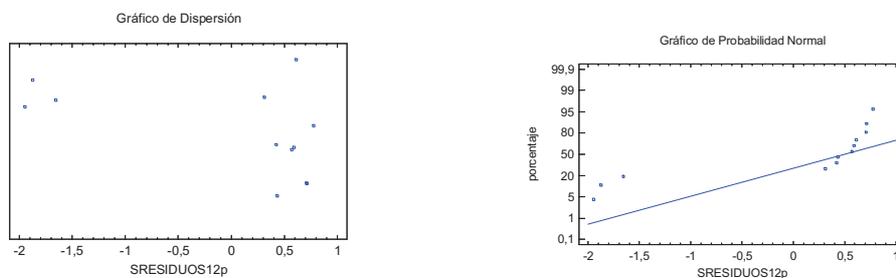


Figura 156. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 12.

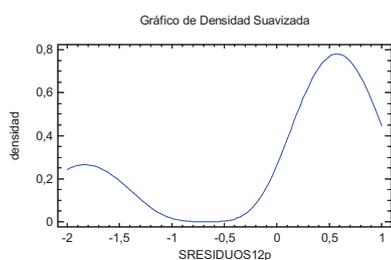


Figura 157. Gráfico de Densidad Suavizada viga 12.

Tabla 77. Prueba de Normalidad viga 12.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,675296	0,000267716

4. Pino-canto

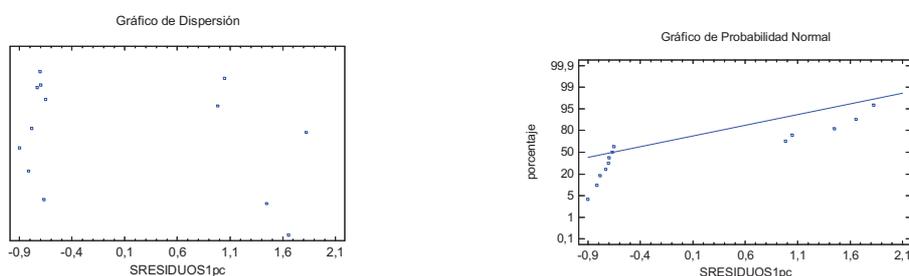


Figura 158. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 1.

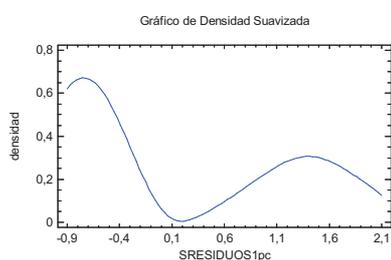


Figura 159. Gráfico de Densidad Suavizada viga 1.

Tabla 78. Prueba de Normalidad viga 1.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,753135	0,00153196

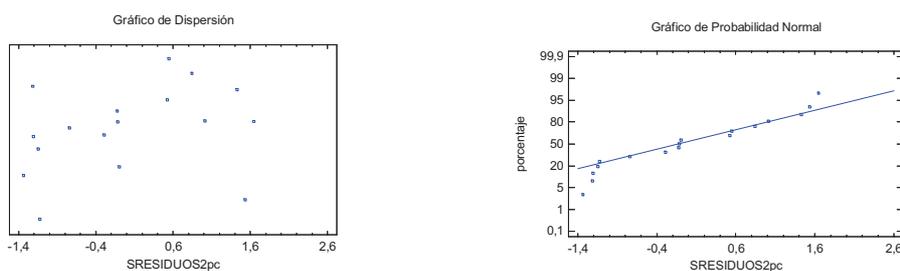


Figura 160. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 2.

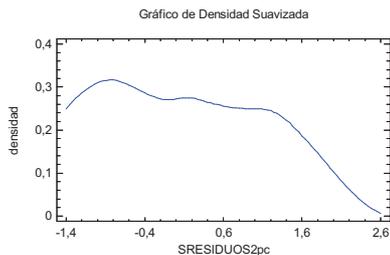


Figura 161. Gráfico de Densidad Suavizada viga 2.

Tabla 79. Prueba de Normalidad viga 2.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,913954	0,118735

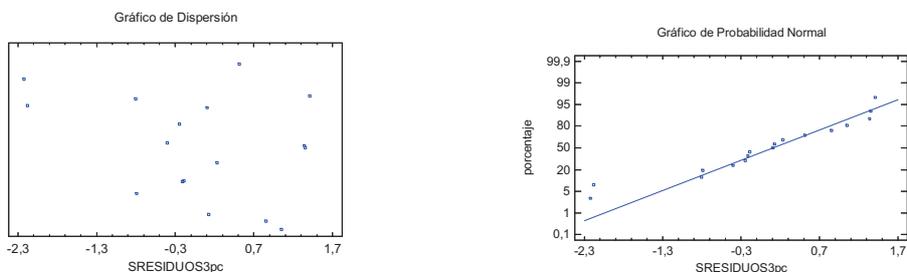


Figura 162. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 3.

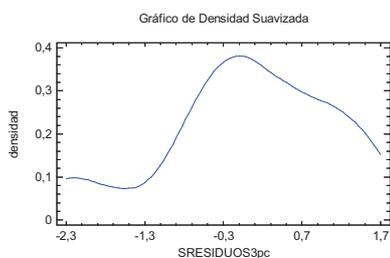


Figura 163. Gráfico de Densidad Suavizada viga 3.

Tabla 80. Prueba de Normalidad viga 3.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,921688	0,160309

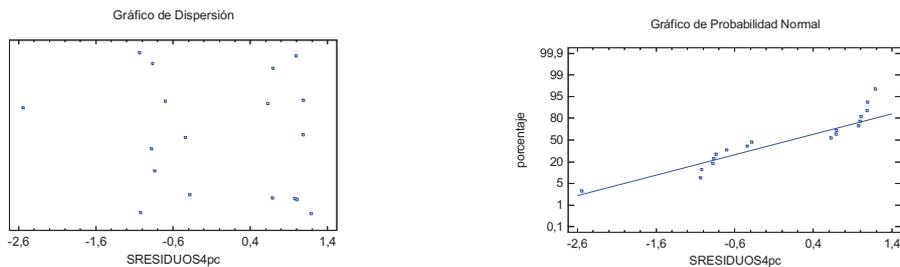


Figura 164. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 4.

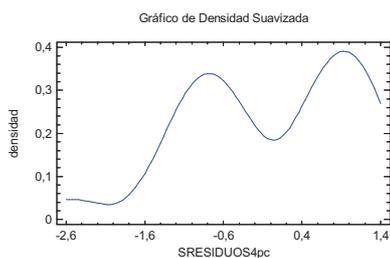


Figura 165. Gráfico de Densidad Suavizada viga 4.

Tabla 81. Prueba de Normalidad viga 4.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,868874	0,0159779

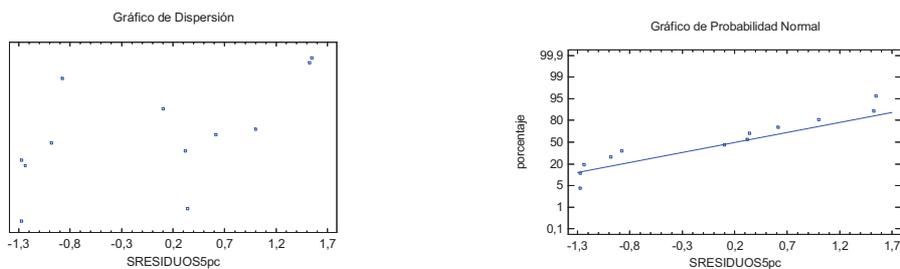


Figura 166. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 5.

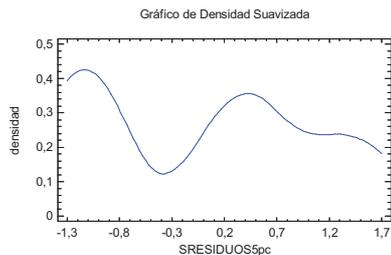


Figura 167. Gráfico de Densidad Suavizada viga 5.

Tabla 82. Prueba de Normalidad viga 5.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,891545	0,118012

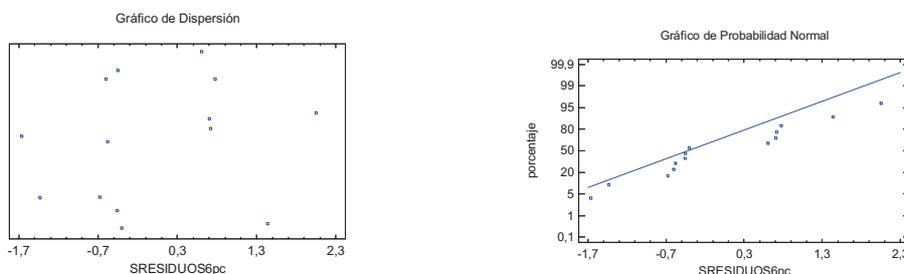


Figura 168. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 6.

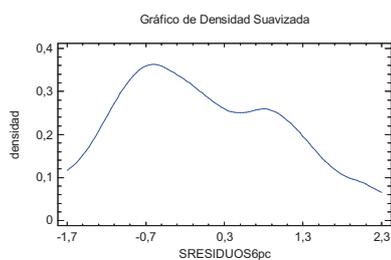


Figura 169. Gráfico de Densidad Suavizada viga 6.

Tabla 83. Prueba de Normalidad viga 6.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,943294	0,441188

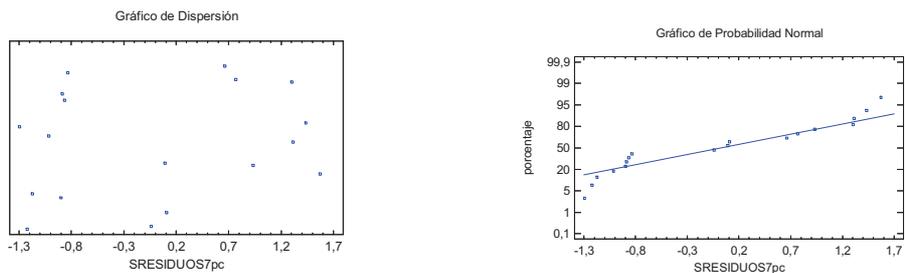


Figura 170. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 7.

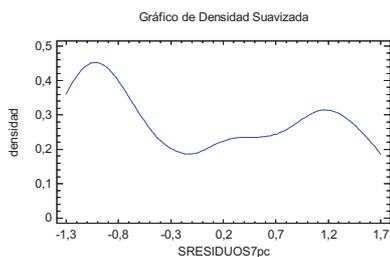


Figura 171. Gráfico de Densidad Suavizada viga 7.

Tabla 84. Prueba de Normalidad viga 7.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,881019	0,0263017

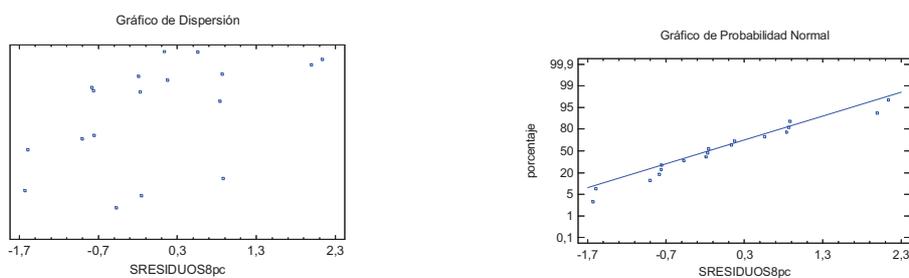


Figura 172. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 8.

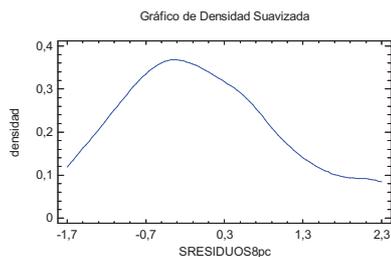


Figura 173. Gráfico de Densidad Suavizada viga 8.

Tabla 85. Prueba de Normalidad viga 8.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,9519	0,455326

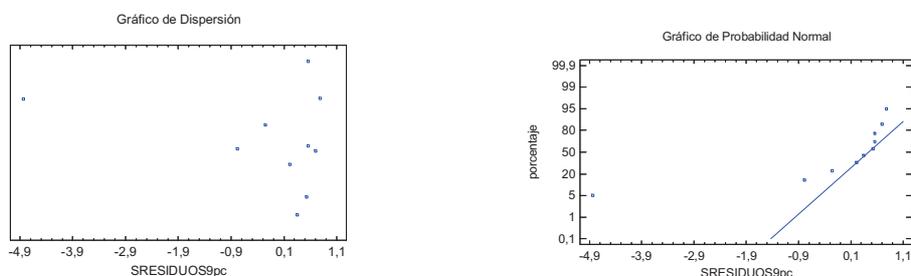


Figura 174. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 9.

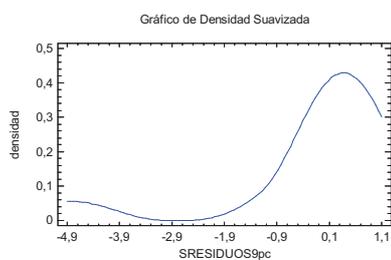


Figura 175. Gráfico de Densidad Suavizada viga 9.

Tabla 86. Prueba de Normalidad viga 9.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,596537	0,0000869604

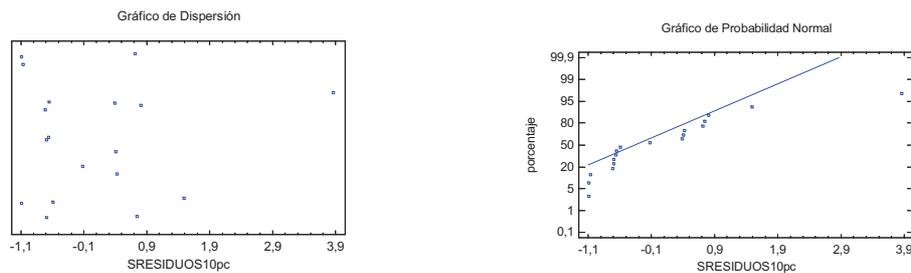


Figura 176. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 10.

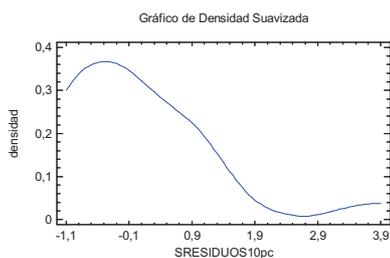


Figura 177. Gráfico de Densidad Suavizada viga 10.

Tabla 87. Prueba de Normalidad viga 10.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,809019	0,00150955

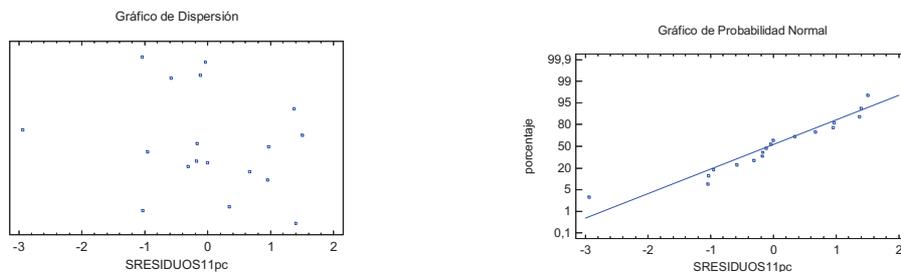


Figura 178. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 11.

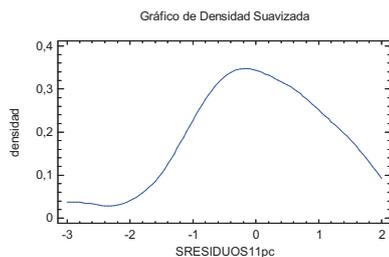


Figura 179. Gráfico de Densidad Suavizada viga 11.

Tabla 88. Prueba de Normalidad viga 11.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,927576	0,180047

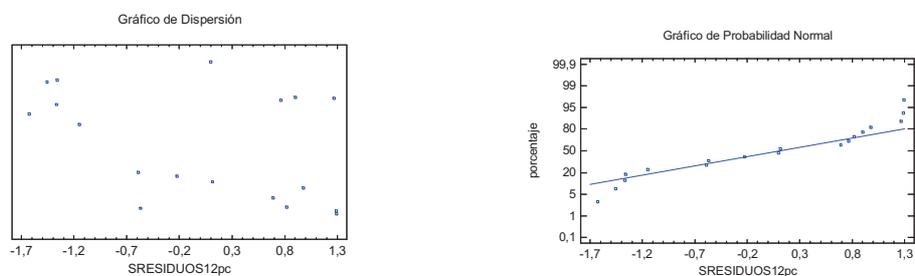


Figura 180. Gráfico de Dispersión y de Probabilidad Normal viga 12.

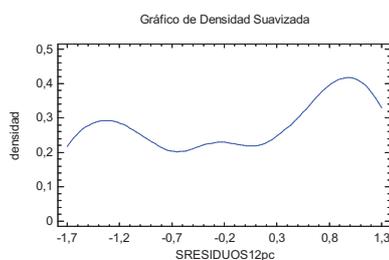


Figura 181. Gráfico de Densidad Suavizada viga 12.

Tabla 89. Prueba de Normalidad viga 12.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,893073	0,0433222