

Universidad de Valladolid



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

Modelado CFD de estenosis en arterias

coronarias usando modelos Newtonianos y no

Newtonianos

Autor: Martín Vega, Adela

Tutor:

Sierra-Pallares, José Departamento de Ingeniería Energética y Fluidomecánica

Valladolid, septiembre 2020.

RESUMEN

En este trabajo de fin de grado se pretende explicar de qué manera influyen las hipótesis tomadas a la hora de simular un modelo de arteria con estenosis. Más concretamente, la influencia de suponer la sangre como un fluido Newtoniano o no, y dentro de este último caso, qué supone asumir un modelo u otro para el cálculo de la viscosidad. Para ello, se ha llevado a cabo la simulación de cuatro modelos con las mismas especificaciones geométricas y de contorno, variando únicamente el tratamiento del fluido. Se ha podido comprobar que sí que existen diferencias notables entre los modelos de fluido estudiados. Dicha simulación se ha llevado a cabo mediante fluidodinámica computacional, con el programa Ansys Fluent.

PALABRAS CLAVE

CFD, Estenosis, Newtoniano, Arterioesclerosis, Fluent

ABSTRACT

This end-of-degree work is intended to explain how the hypotheses taken to simulate an artery model with stenosis influence. More specifically, the influence of assuming blood as a Newtonian fluid or not, and within the latter case, what it means to assume one model or another for the calculation of viscosity. To do this, the simulation of four models with the same geometric and contour specifications has been carried out, varying only the treatment of the fluid. This simulation has been carried out using computational fluid analysis, with the Ansys Fluent program.

KEYWORDS

CFD, Stenosis, Newtonian, Arteriosclerosis, Fluent

ÍNDICE

RESU	MEN		1
PALA	BRAS	CLAVE	1
ABST	RACT		1
KEYV	VORD	S	1
INDICE			3
ÍNDICE	DE TA	BLAS	9
INTROD	UCCI	ON Y OBJETIVOS	11
PRES	ENTA	CIÓN	11
OBJE	TIVOS		11
DESARF	ROLLO	DEL TFG	13
1. M	ORFOI	LOGÍA DE LAS ARTERIAS Y COMPOSICIÓN DEL TORRENTE SANGUÍNEO	14
1.1.	EL S	SISTEMA CARDIOVASCULAR	14
1.1	l.1.	Arterias Coronarias	15
1.2.	PAF	REDES ARTERIALES	16
1.3.	CÉL	ULAS SANGUÍNEAS Y PLASMA	17
1.4.	AR	FERIOESCLEROSIS	18
2. DII	NÁMI	CA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL	23
2.1.	DEF	FINICIÓN	23
2.2.	DIS	CRETIZACIÓN ESPACIAL	24
2.2.1.		Mallados estructurados	25
2.2.2. Mallados no estructurados		Mallados no estructurados	26
2.3.	DIS	CRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES	28
2.3	3.1.	Método de los volúmenes finitos	28
2.4.	ESC	QUEMAS DE DISCRETIZACIÓN	28
2.4	1.1.	Esquema de discretización por diferencias centradas	30
2.4	1.2.	Esquema de discretización Upwind	30
2.4.3.		Esquema de discretización híbrido	31
2.4	1.4.	Esquema de discretización QUICK	31
2.5.	ALC	GORITMO SIMPLE	32
2.6.	2.6. MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DISCRETIZADAS		33
2.7.	SO	TWARE DE SIMULACIÓN	33

3. ESPECIFICACIÓN DEL PROBLEMA			35
3.1. PRE-ANÁLISIS			35
3.1.1. Fluido real		ido real	36
3.1.	2. Viso	cosidad dinámica	37
3.	.1.2.1.	Ley de potencias ("Power Law")	38
3.1.2.2.		Modelo Carreau	38
3.	.1.2.3.	Modelo de Cross	39
3.1.	3. Fluj	jo incompresible	39
3.1.4	4. Fluj	jo pulsátil	39
3.1.	5. Fluj	jo laminar	40
3.1.	6. Elas	sticidad de la pared arterial	42
3.1.	7. Fluj	jo axil-simétrico	44
3.1.3	8. Cor	nsideraciones del flujo sanguíneo	44
3.2.	GEOMET	TRÍA	44
3.3.	MALLAD	00	46
3.4.	CONDIC	IONES DE CONTORNO	47
3.4.	1. Per	fil de velocidad a la entrada	47
3.4.	2. Pre	sión a la salida	49
3.4.	3. Par	red arterial	49
3.5.	CARACT	ERÍSTICAS DE LOS MATERIALES	49
3.5.	1. Flui	ido Newtoniano	49
3.5.	2. Flui	ido no Newtoniano	50
3.	.5.2.1.	Ley de potencias	50
3.	.5.2.2.	Modelo Carreau	51
3.	.5.2.3.	Modelo de Cross	52
3.6.	PARÁME	ETROS DE INFLUENCIA Y ESTUDIO	52
3.6.	1. Par	ámetros de entrada	52
3.6.2	2. Par	ámetros de salida	53
4. RES	ULTADOS	5	55
4.1.	REGRESI	IÓN: BONDAD DE AJUSTE	56
4.2.	MWSS		58
4.3.	PÉRDIDA	A DE CARGA	61
4.4.	CONTOR	RNOS DE VELOCIDAD	63

4.5.	PRESIÓN		88
5. EST	5. ESTUDIO ECONÓMICO		97
5.1.	INTE	RODUCCIÓN	97
5.2.	JERA	ARQUÍA DE LA ORGANIZACIÓN	97
5.3. FASES DEL PROYECTO		ES DEL PROYECTO	98
5.4.	ESTU	JDIO ECONÓMICO	101
5.4.	1.	Días efectivos anuales	101
5.4.	2.	Costes directos	102
5.4.	3.	Costes indirectos	104
5.4.4.		Costes totales	104
CONCLUSIONES		107	
LÍNEAS FUTURAS		108	
BIBLIOGRAFÍA		109	

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Esquema del sistema cardiovascular [1]	14
Figura 2: El corazón y las arterias coronarias [2]	15
Figura 3: Arteria grande y arteria muscular [3]	16
Figura 4: Comparativa del área transversal de distintos vasos sanguíneos [4]	17
Figura 5: Composición de la sangre [3]	18
Figura 6: Arteria normal y con depósito de placa o ateroma [5]	19
Figura 7: Estructura de un mallado [7]	24
Figura 8: Ejemplos de mallados estructurados [7]	26
Figura 9: Ejemplos de mallas no estructuradas [7]	27
Figura 10: Ejemplos de mallados en dos dimensiones [8]	27
Figura 11: Esquema de mallado estructurado cartesiano regular [7]	29
Figura 12: Discretización lineal [7]	30
Figura 13: Discretización Upwind [7]	30
Figura 14: Esquema de discretización QUICK [7]	31
Figura 15: Esquema algoritmo SIMPLE [7]	32
Figura 16: Geometría idealizada de arteria con arterioesclerosis [9]	35
Figura 17: Perfil de velocidad fluido ideal [10]	36
Figura 18: Perfil de velocidad fluido real [10]	36
Figura 19: Esfuerzo cortante frente a velocidad de deformación [10]	37
Figura 20: Flujo laminar y turbulento [10]	40
Figura 21: Régimen de flujo según la curva caudal-caída de presión [10]	41
Figura 22: Relación tensión-deformación en dos tipos de materiales [10]	42
Figura 23: Relación presión-volumen y volumen-presión [10]	43
Figura 24: Geometría modelada	45
Figura 25: Dimensiones de la geometría	45
Figura 26: Mallado	46
Figura 27: Velocidad media a la entrada	48
Figura 28: Viscosidad - Índice de deformación (Ley de la potencia)	51
Figura 29: Viscosidad - Índice de deformación (Modelo Carreau)	51
Figura 30: Viscosidad - Índice de deformación (Modelo de Cross)	52
Figura 31: Ejemplo de superficie de respuesta [11]	56
Figura 32: Bondad de ajuste	58
Figura 33: MWSS - Radio de la arteria	59
Figura 34: MWSS - Radio de la estenosis	60
Figura 35: Pérdida de carga - Radio de la arteria	62
Figura 36: Pérdida de carga - Radio de la estenosis	63
Figura 37: Velocidad para t = 0	64
Figura 38: Velocidad a lo largo del eje para t = 0	65
Figura 39: Velocidad para t = 0.08	67
Figura 40: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.08	68
Figura 41: Velocidad para t = 0.16	70

Figura 42: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.16	71
Figura 43: Velocidad para t = 0.24	72
Figura 44: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.24	73
Figura 45: Velocidad para t = 0.32	75
Figura 46: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.32	76
Figura 47: Velocidad para t = 0.40	78
Figura 48: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.40	79
Figura 49: Velocidad para t = 0.48	80
Figura 50: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.48	81
Figura 51: Velocidad para t = 0.56	82
Figura 52: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.56	83
Figura 53: Velocidad para t = 0.64	84
Figura 54: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.64	85
Figura 55: Velocidad para t = 0.72	86
Figura 56: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.72	87
Figura 57: Presión a lo largo del eje para t = 0	88
Figura 58: Presión a lo largo del eje para t = 0.08	89
Figura 59: Presión a lo largo del eje para t = 0.16	90
Figura 60: Presión a lo largo del eje para t = 0.24	90
Figura 61: Presión a lo largo del eje para t = 0.32	91
Figura 62: Presión a lo largo del eje para t = 0.40	92
Figura 63: Presión a lo largo del eje para t = 0.48	93
Figura 64: Presión a lo largo del eje para t = 0.56	94
Figura 65: Presión a lo largo del eje para t = 0.72	95
Figura 66: Presión a lo largo del eje para t = 0.64	95
Figura 67: Jerarquía de la organización	98
Figura 68: Fases del proyecto	99

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Propiedades de la sangre y la pared arterial en fluido Newtoniano	50
Tabla 2: Parámetros Ley de Potencias	50
Tabla 3: Parámetros Modelo Carreau	51
Tabla 4: Parámetros Modelo de Cross	52
Tabla 5: Experimentos numéricos	55
Tabla 6: Coeficiente de determinación	57
Tabla 7: Coste horario mano de obra	102
Tabla 8: Coste total mano de obra	103
Tabla 9: Coste horario de los equipos	103
Tabla 10: Coste total equipos	104
Tabla 11: Coste total del proyecto	104

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

PRESENTACIÓN

Este trabajo de fin de grado tiene como objetivo el análisis mediante Dinámica de Fluidos Computacional de las diferencias analíticas en un modelo de estenosis en arterias coronarias cuando se toma la sangre como fluido Newtoniano o bien como fluido no Newtoniano, y ha sido dirigido por el profesor José Sierra-Pallares del departamento de Ingeniería Energética y Fluidomecánica.

El modelo de arteria coronaria se ha llevado a cabo mediante un programa de Dinámica de Fluidos Computacional denominado ANSYS Fluent.

ANSYS es una empresa que lleva a cabo el desarrollo de software de simulación para prestar soporte a la Ingeniería; de tal modo que ANSYS Fluent es un software específico dentro de la gama de productos de la empresa que permite modelar procesos con fluidos, flujos, transferencias de calor...

OBJETIVOS

La hipótesis a investigar se basa en que existen diferencias significativas y relevantes en los resultados procedentes de la medición de parámetros utilizados en el seguimiento de pacientes con arterioesclerosis (y más en concreto estenosis), cuando se toma la sangre como un fluido Newtoniano y cuando no. Ya que la sangre en realidad no es un fluido Newtoniano, pero muy frecuentemente se toma como tal para simplificar los cálculos.

Objetivo principal: Establecer una parametrización geométrica de una arteria coronaria con estenosis y modelar dicha geometría mediante el software de simulación Ansys Fluent, con modelos Newtonianos y no Newtonianos.

Objetivo secundario: Analizar las diferencias presentes entre los modelos en términos de esfuerzo cortante medio en la pared, pérdidas de carga y flujo local. Cuantificar dichas diferencias para poder establecer la variabilidad de los parámetros de análisis en función del modelo de fluido que se utilice.

DESARROLLO DEL TFG

1. MORFOLOGÍA DE LAS ARTERIAS Y COMPOSICIÓN DEL TORRENTE SANGUÍNEO

1.1. EL SISTEMA CARDIOVASCULAR

El sistema cardiovascular está constituido por corazón, grandes vasos sanguíneos (arterias y venas), pequeños vasos sanguíneos (capilares) y la sangre. Por lo tanto, dicho sistema en realidad y en su mayor parte está estructurado en una serie de tubos de calibre variable a lo largo del cuerpo humano.

Todos estos elementos son los encargados de transportar el oxígeno procedente del aire desde los pulmones al resto del organismo. El corazón bombea la sangre rica en oxígeno a través de una red de vasos sanguíneos (las arterias) al resto del organismo. Una vez liberado el oxígeno en los tejidos, las células de estos tejidos liberan productos de deshecho, los cuales son transportados por la sangre a través de otra red de vasos sanguíneos (las venas) y de nuevo al corazón. Podemos verlo de manera esquemática en la Figura 1: Esquema del sistema cardiovascular [1].

Por lo tanto, se puede entender el sistema cardiovascular como una especie de sistema cerrado, con diferentes presiones a lo largo del mismo.

Debido a que en este trabajo vamos a analizar la estenosis en arterias coronarias, nos centraremos en esta red de vasos sanguíneos.



Figura 1: Esquema del sistema cardiovascular [1]

1.1.1. Arterias Coronarias

Las arterias coronarias son aquellas encargadas de enviar sangre al músculo cardíaco proporcionando de esta manera un suministro continuo tanto de oxígeno como de nutrientes para lograr un buen funcionamiento del mismo. Son las encargadas de regular el suministro de sangre al corazón, dependiendo de la cantidad de oxígeno que necesite atendiendo a la frecuencia cardíaca, presión arterial, la fuerza de contracción y el grosor del músculo cardíaco.

Respecto a la anatomía de las arterias coronarias, podemos ver su disposición en la Figura 2: El corazón y las arterias coronarias [2]. El ventrículo izquierdo bombea sangre a la arteria principal del cuerpo, denominada aorta. Próximas al corazón, se ubican las dos arterias coronarias principales, ramificadas desde la aorta. La arteria coronaria izquierda principal es un vaso corto que se divide en la arteria descendente anterior izquierda (la cual suministra sangre a la parte frontal, parte del costado y a la parte superior del ventrículo izquierdo y a la pared que divide los ventrículos) y la arteria circunfleja (suministra sangre a la pared lateral del ventrículo izquierdo). La arteria coronaria derecha suministra sangre al ventrículo derecho y, a través de la rama marginal derecha, a las paredes posterior e inferior del ventrículo izquierdo.



Figura 2: El corazón y las arterias coronarias [2]

La gran importancia de las arterias coronarias reside en que, como ya hemos destacado anteriormente, son las encargadas de llevar oxígeno al músculo cardíaco, sin el cual puede debilitarse o morir.

1.2. PAREDES ARTERIALES

Las paredes arteriales están compuestas por tres capas distintas: la túnica íntima, túnica media y túnica externa, tal y como podemos ver en la Figura 3: Arteria grande y arteria muscular [3], en la parte superior arteria grande y en la parte inferior arteria muscular.

La túnica íntima es la más interior de las tres y por tanto es la única en contacto con la sangre y está compuesta por células endoteliales y tejido conectivo. La túnica media está compuesta por células de músculo liso en anillos concéntricos, normalmente es la capa más gruesa. La túnica externa está compuesta por tejido conectivo y colágeno y es casi tan gruesa como la túnica media.



Figura 3: Arteria grande y arteria muscular [3]

La velocidad de la sangre será proporcional al área trasversal de un vaso sanguíneo. Esto se obtiene de aplicar la ecuación de conservación de la masa, por lo que si el área trasversal disminuye la velocidad aumenta y viceversa. Sin embargo, se sabe que en los capilares la velocidad de la sangre es menor. Este resultado aparentemente contradictorio ocurre porque se debe considerar el área total de todos los capilares. En la Figura 4: Comparativa del área transversal de distintos vasos sanguíneos [4] se puede ver una comparación entre el área transversal de distintos vasos.



Figura 4: Comparativa del área transversal de distintos vasos sanguíneos [4]

1.3. CÉLULAS SANGUÍNEAS Y PLASMA

La sangre está compuesta por dos componentes principales; los componentes celulares y el plasma. En un humano adulto promedio el volumen sanguíneo es de aproximadamente cinco litros, de los cuales al rededor del 55% - 60% es plasma y el resto es celular. Más del 99% de los componentes celulares son glóbulos rojos.

En la Figura 5: Composición de la sangre [3], se muestran con mayor detalle los componentes del torrente sanguíneo.

Cellular Component (~40%)	Cell Type	Cell Concentration	Characteristic Shape/Dimensions
	Red Blood Cell (Erythrocyte – ~99.7%)	\sim 5,000,000/µL	Biconcave Discs/8 µm Diameter 2.5 µm Thickness
	White Blood Cell (Leukocyte − ~0.2%)	\sim 7,500/ μ L	Spherical 20-100 μm Diameter
	Platelet (Thrombocyte $- \sim 0.1\%$)	$\sim\!250,\!000/\mu\mathrm{L}$	Ellipsoid 4 μm Long Axis 1.5 μm Short Axis
Plasma Component (~60%)	Composition	Major Contributors	Function
	Water (~92%)	H ₂ O	Reduce Viscosity
	Plasma Proteins (~7%)	Albumin (~60%) Globulins (~35%) Fibrinogen (~3%) Others (~2%)	Osmotic Pressure Immune Function Clotting Enzymes/Hormones
	Other Solutes ($\sim 1\%$)	Electrolytes Nutrients Wastes	Homeostasis Cellular Energy Excretion

Figura 5: Composición de la sangre [3]

1.4. ARTERIOESCLEROSIS

La arterioesclerosis o también conocida como estenosis aterosclerótica, es un síndrome que se caracteriza por la acumulación de sustancias lipídicas en la capa íntima de las arterias de mediano y gran calibre, produciendo un estrechamiento de las mismas y los consecuentes problemas derivados.

Hay una progresión en la formación del ateroma. Cuando el torrente sanguíneo contiene un exceso de lipoproteína de baja densidad (LDL), esta se incrusta en la capa íntima de la arteria provocando que los glóbulos blancos lleguen al sitio de la lesión y se adhieran a las moléculas. Este cuerpo formado, es llevado al interior de la arteria y una vez allí, los monocitos cubren la LDL para desecharla, pero si la cantidad con la que se encuentran es demasiado grande, se juntan volviéndose espumosos. Estas células acaban por estallar y formar una masa de macrófagos, ácidos grasos, colesterol y demás lipoproteínas, la cual se denomina ateroma.

En la Figura 6: Arteria normal y con depósito de placa o ateroma [5], arriba (A) se muestra una arteria normal, con flujo normal de sangre, de tal modo que en la ilustración del recuadro se observa un corte transversal de dicha arteria normal. Abajo (B) se muestra una arteria con depósito de placa o ateroma, mientras que en la ilustración del recuadro correspondiente se observa un corte transversal de dicha arteria con terma que en la ilustración del recuadro correspondiente se observa un



Figura 6: Arteria normal y con depósito de placa o ateroma [5]

La arterioesclerosis es un factor de riesgo muy importante, ya que puede causar problemas graves, como angina de pecho, infarto de miocardio, ictus o accidentes cerebrovasculares e incluso la muerte.

La condición patológica que supone ser la arterioesclerosis puede llegar a afectar a cualquiera de las arterias del cuerpo, incluidas las del corazón, el cerebro, los brazos, las piernas, la pelvis o los riñones, y como consecuencia pueden presentarse diferentes enfermedades según las arterias afectadas; aunque dados los objetivos de este trabajo nos interesa referirnos especialmente a la enfermedad coronaria, conocida también como enfermedad de las arterias coronarias, que ocurre, lógicamente, cuando la placa se acumula dentro de dichas arterias coronarias, que como ya hemos señalado son las que llevan sangre rica en oxígeno al corazón.

La placa estrecha las arterias y reduce el flujo sanguíneo al músculo del corazón o músculo cardíaco y además aumenta la probabilidad de que se formen coágulos de sangre en las arterias. Los coágulos de sangre pueden bloquear la circulación de la sangre parcial o completamente.

Si el flujo de sangre que llega al músculo cardíaco está reducido o bloqueado, se puede producir angina (dolor o molestias en el pecho) o bien un ataque cardíaco o infarto de miocardio.

La placa también puede formarse en las arterias más pequeñas del corazón. Esta enfermedad se conoce como enfermedad coronaria microvascular. En ella, la placa no causa bloqueos en las arterias como lo hace en la enfermedad coronaria.

La causa exacta de la arterioesclerosis no se conoce. Sin embargo, ciertas características, trastornos o hábitos pueden elevar el riesgo de padecerla; son los llamados "factores de riesgo", de tal modo que mientras más factores de riesgo tenga una persona, más probabilidades tendrá de presentar arterioesclerosis. La mayoría de los factores de riesgo se pueden controlar, con lo cual se ayuda a prevenir o retrasar la aparición de la arterioesclerosis. Sin embargo, hay otros factores de riesgo que no se pueden controlar.

Los principales factores de riesgo de arterioesclerosis son, según el NIH (National Institutes of Health de los Estados Unidos):

- Las concentraciones de colesterol en la sangre, cuando el colesterol LDL está alto (se conoce también como "colesterol malo") y el colesterol HDL está bajo (también se llama "colesterol bueno").
- La presión arterial alta, si permanece en 140/90 mmHg o más por un período de tiempo.
- El hábito de fumar, que puede lesionar y estrechar los vasos sanguíneos, elevar las concentraciones de colesterol y subir la presión arterial. Además, no permite que llegue suficiente oxígeno a los tejidos del cuerpo.
- La diabetes. En esta enfermedad las concentraciones de glucosa en la sangre son demasiado altas porque el organismo no produce suficiente insulina o no usa la insulina adecuadamente.
- El sobrepeso o la obesidad, es decir un peso corporal superior al que se considera saludable para una estatura determinada.
- La falta de actividad física, que puede empeorar otros factores de riesgo de la arterioesclerosis.
- La alimentación poco saludable. Los alimentos ricos en grasas saturadas, grasas trans, colesterol, sodio (sal) y azúcar pueden empeorar otros factores de riesgo de la enfermedad.
- La edad avanzada. Al envejecer aumenta el riesgo de sufrir arterioesclerosis. A medida que una persona envejece hay factores genéticos o de estilo de vida que pueden ocasionar depósitos de placa en las arterias. Para cuando la persona esté en la edad madura o sea mayor, se habrá acumulado suficiente placa como para causar signos o síntomas. En los hombres, el riesgo aumenta después de los 45 años. En las mujeres aumenta después de los 55 años.

 Los antecedentes familiares de enfermedad coronaria de aparición temprana. El riesgo de sufrir arterioesclerosis aumenta si el padre o a un hermano tuvo enfermedad coronaria antes de los 55 años, o si la madre o una hermana la tuvo antes de los 65 años.

Actualmente se están estudiando otros posibles factores de riesgo de la arterioesclerosis:

Las concentraciones altas de una proteína llamada proteína C reactiva (PCR) en la sangre que indican que hay inflamación en el cuerpo. La inflamación es la respuesta del organismo frente a una lesión o infección. La lesión de las paredes internas de las arterias parece desencadenar el proceso de inflamación y contribuir al crecimiento de la placa.

Las concentraciones altas de triglicéridos en la sangre también pueden elevar el riesgo de sufrir arterioesclerosis, especialmente en las mujeres. Los triglicéridos son un tipo de grasa.

Finalmente, se están llevando a cabo estudios para averiguar si en el riesgo de presentar arterioesclerosis intervienen factores genéticos.

Otros factores también pueden elevar el riesgo de sufrir arterioesclerosis. Entre ellos se cuentan:

- La apnea del sueño, un trastorno en el que se hace una o más pausas en la respiración o respira de manera superficial durante el sueño.
- El estrés, tras un acontecimiento que cause alteración emocional, especialmente si se trata de uno que implique ira.
- El consumo de alcohol. Beber en exceso puede lesionar el músculo cardíaco y empeorar otros factores de riesgo de la arterioesclerosis. Los hombres no deberían tomar más de dos bebidas alcohólicas al día. Las mujeres no deben tomar más de una bebida alcohólica al día

En definitiva y por lo que nos interesa para los objetivos de este trabajo, conviene señalar que la arterioesclerosis produce un estrechamiento en la arteria, y este estrechamiento altera y dificulta el flujo sanguíneo en el interior de la misma, de tal modo que podemos definir el porcentaje de área taponada según la Ecuación 1: Porcentaje de área taponada [6].

$$A_t = \left(1 - \frac{A_S}{A_0}\right) \cdot 100$$

Ecuación 1: Porcentaje de área taponada [6]

Donde:

At es el porcentaje de área taponada.

 $A_{s} \, es \, el \, {\rm área} \, de$ la arteria taponada.

A₀ es el área inicial de la arteria.

2. DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

2.1. DEFINICIÓN

La dinámica de fluidos computacional es el área de estudio que trata la simulación numérica de flujos fluidos, transferencia de calor y fenómenos relacionados (reacciones químicas, aeroacústica...). Es la combinación de la mecánica de fluidos y el cálculo numérico.

La estrategia utilizada en dinámica de fluidos computacional es la discretización del dominio a estudiar, es decir, reemplazar un problema definido en un dominio continuo por un dominio discreto, especificado por medio de una malla computacional. De esta manera todas las variables del flujo quedan definidas únicamente en los nodos que forman la malla computacional, este proceso es la discretización espacial y temporal.

El esquema principal que sigue la fluidodinámica computacional es el siguiente:

- Discretización del flujo continuo, como ya hemos visto anteriormente, aproximar las variables de campo a un número finito de valores en los nodos de la malla.
- 2. Discretizar las ecuaciones de movimiento, es decir, aproximarlas en función de los valores en los nodos, pasando de ecuaciones en forma integral (continuas) a ecuaciones algebraicas (discretas).
- 3. Resolver el sistema de ecuaciones algebraicas resultante de la discretización, obteniendo así el valor de las variables de campo en los nodos del mallado computacional.

A la hora de realizar un análisis con dinámica de fluidos computacional, es necesario seguir una serie de pasos para resolver el problema, siendo los siguientes:

- 1. Cálculos previos:
 - Formular el problema y plantear las ecuaciones que lo gobiernan
 - Establecer las condiciones de contorno
 - Generar la malla computacional adecuada
- 2. Solución de las ecuaciones: es la etapa principal del análisis, en ella tiene lugar la solución numérica de las ecuaciones que gobiernan el problema.
- 3. Analizar los resultados: Representación gráfica de las variables que gobiernan el flujo, para poder tener una visión rápida de los resultados.

Comparar los datos obtenidos con otros sacados de otro análisis, datos experimentales, publicaciones anteriores...

La dinámica de fluidos computacional tiene aplicaciones en muchos campos, especialmente en el ámbito de la ingeniería, tales como aerodinámica, motores, electrónica, hidráulica...

2.2. DISCRETIZACIÓN ESPACIAL

La generación de un mallado adecuado es una de las partes más importantes en dinámica de fluidos computacional ya que, de plantearse de manera incorrecta, puede llevar a resultados erróneos.

En la Figura 7: Estructura de un mallado [7] podemos ver la terminología empleada en el método de volúmenes finitos para las diferentes partes que forman la estructura de una malla.



Figura 7: Estructura de un mallado [7]

Todo mallado debe satisfacer una serie de principios básicos:

- 1. Debe generarse con previsión del tipo de flujo que se va a resolver.
- 2. Es preciso que el mallado presente mayor resolución en aquellas zonas de flujo donde el gradiente de la variable fluida a resolver es grande.
- 3. Debe ser regular a través de todo el dominio discretizado.
- 4. Debe evitarse el uso de elementos muy deformados en la elaboración del mallado.
- 5. Debe ajustarse a la capacidad computacional disponible.

De acuerdo con el tipo de conectividad entre las diferentes celdas, podemos clasificar los mallados en dos tipos, estructurados y no estructurados.

2.2.1. Mallados estructurados

Son aquellos en los que la retícula de celda se construye a partir de una red de familias de líneas coordenadas, como podemos ver en la parte derecha de la Figura 7: Estructura de un mallado [7]. Son la elección más natural cuando la geometría es sencilla y podamos disponer la malla alineada con el flujo a resolver. La malla estructurada ideal es aquella con una distribución cartesiana uniforme de los nodos, es decir, aquella en las que las celdas sean cuadrados (dos dimensiones) o cubos (tres dimensiones). Este tipo de malla es la que proporciona la mayor precisión posible en el método de los volúmenes finitos.

Frente al mallado no estructurado, presentan mejores características de acuerdo con el tiempo de resolución, precisión y consumo de memoria.

Podemos distinguir dos tipos de mallados estructurados:

- Mallas cartesianas uniformes: las celdas son cuadrados (2D) o cubos (3D). Sólo aplicables a geometrías sencillas.
- Mallas cartesianas no uniformes: la malla sigue siendo ortogonal pero ya no es regular en todas las direcciones. Estas a su vez puedes ser distribuidas o quadtree u octree (en estas últimas se permite refinar localmente el mallado introduciendo nodos colgantes o suspendidos).
- Mallas body-fitted estructuradas: la malla se hace curvilínea, para poder adaptarse lo máximo posible a la forma geométrica del dominio.
- Mallas multibloque: combinación de mallas estructuradas que aplican varias topologías en diferentes zonas del dominio.

Respecto a las mallas cartesianas, existen distintos métodos para adaptar el mallado a la geometría curva del elemento a modelar, tales como:

- Immersed Boundary Method: mantiene la malla cartesiana y se define la condición de contorno en el método numérico empleado.
- Staircase shape: Los contornos sólidos se aproximan mediante dientes de sierra o escalones.
- Cut cell: En la intersección del contorno de la geometría con el mallado se definen celdas con formas arbitrarias.

En la Figura 8: Ejemplos de mallados estructurados [7] podemos ver diferentes casos de mallas estructuradas, de izquierda a derecha: mallado cartesiano no uniforme, mallado body-fitted estructurado en C y malla multibloque estructurada.



Figura 8: Ejemplos de mallados estructurados [7]

2.2.2. Mallados no estructurados

Las mallas no estructuradas, al contrario que las estructuradas, no presentan ningún tipo de dirección preferente en la retícula de sus celdas. Se han convertido en un estándar en la dinámica de fluidos computacional a nivel industrial, debido a que la mayoría de las veces es imposible generar mallados estructurados de forma automática en las geometrías a modelar. Sin embargo, posee una gran ventaja frente a las estructuradas, y es que se puede refinar el mallado sin necesidad de afectar a la distribución del resto de celdas.

Atendiendo a la topología del mallado no estructurado, se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Mallas triangulares (2D) o tetraédricas (3D): su gran ventaja es la extremada flexibilidad que presentan a la hora de adaptarse a la geometría del dominio de manera automática.
- Mallas cuadriláteras (2D) o hexaédricas (3D): este tipo de mallado suele ser más eficiente a la hora de la resolución.
- Mallado híbrido: formado por una malla estructurada en la capa límite del dominio, mientras que la parte restante utiliza un mallado no estructurado.

En la Figura 9: Ejemplos de mallas no estructuradas [7] vemos las diferencias de manera gráfica entre un mallado estructurado y no estructurado.

En la Figura 10: Ejemplos de mallados en dos dimensiones [8] podemos ver de forma gráfica algunos de los tipos que hemos descrito anteriormente.



Figura 9: Ejemplos de mallas no estructuradas [7]



Figura 10: Ejemplos de mallados en dos dimensiones [8]

- a) Mallado estructurado cartesiano no uniforme
- b) Mallado no estructurado triangular
- c) Mallado no estructurado cuadrilátero

Es importante tener en cuenta ciertos factores de la malla para minimizar la pérdida de precisión debido al uso de mallados no uniformes, tales como la suavidad, continuidad, distorsión de las celdas y degeneración de las mismas respecto a la celda cartesiana ideal.

2.3. DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES

Existen varios métodos de discretización de las ecuaciones, siendo los más comunes los siguientes:

- · Método de diferencias finitas
- · Método de elementos finitos

• Método de volúmenes finitos: este último es el más utilizado en dinámica de fluidos computacional, por lo que lo veremos con más detalle.

Mediante estos métodos se intercambia, como ya hemos visto antes, las ecuaciones continuas (en forma integral) por las discretas (ecuaciones algebraicas), donde un conjunto de volúmenes de control es utilizado para representar el dominio original. Al tener todas las variables definidas en los nodos de la malla computacional, la forma algebraica de la ecuación de transporte es resuelta en cada uno de los volúmenes de control del mallado, mediante el apoyo de softwares de Fluidodinámica Computacional.

2.3.1. Método de los volúmenes finitos

Partiendo del dominio discretizado como hemos visto en el apartado anterior, este método utiliza directamente las ecuaciones de conservación en forma integral y las discretiza en cada poliedro del dominio.

Una de las grandes ventajas de este método es que impone la conservación de la variable de estudio de forma discreta, es decir, los principios de conservación de la masa, momento y energía son respetados por las ecuaciones discretas deducidas por el método de volúmenes finitos, lo cual supone una ventaja fundamental de este método, porque garantiza la discretización conservativa. Además, es un método muy flexible, ya que puede implementarse tanto en mallas estructuradas como no estructuradas. Por todo esto, es el método más utilizado en dinámica de fluidos computacional hoy en día.

2.4. ESQUEMAS DE DISCRETIZACIÓN

A la hora de discretizar las variables de la ecuación de conservación, existen distintos métodos para llevarlo a cabo, cada cual con sus ventajas e inconvenientes. Teóricamente, la calidad del resultado obtenido mediante la discretización podría ser tanto mejor cuanto más aumentemos el número de nodos de la malla. Sin embargo, en la práctica esto tiene una clara limitación, ya que la capacidad computacional es limitada. Teniendo esto en cuenta, un buen esquema de discretización deberá cumplir tres requisitos:

- Conservativos: Deben cumplir la conservación global de la variable estudiada, para ello, el flujo a través de una cara común a dos celdas debe ser representado utilizando la misma expresión.
- Acotados: La posterior solución de las ecuaciones discretizadas requiere de métodos iterativos, por lo tanto, habrá que partir de una distribución inicial de la variable a resolver en todo el dominio, para ir refinándola a partir de dicha solución inicial. Por tanto, hay que tener en cuenta otro factor muy importante en los métodos iterativos, la convergencia (lo analizaremos con más profundidad posteriormente). Es deseable que se cumpla la dominancia diagonal en la matriz de coeficientes resultante del método iterativo para satisfacer la acotación del sistema.
- Transportividad: Es la relación entre la dirección de influencia, la dirección del flujo y la magnitud del número de Peclet (relación entre el término convectivo y difusivo), y es importante que el esquema de discretización la verifique.

Partiendo de un esquema básico de mallado, como el que vemos en la Figura 11: Esquema de mallado estructurado cartesiano regular [7].



Figura 11: Esquema de mallado estructurado cartesiano regular [7]

A continuación, se muestran algunos de los métodos de discretización más relevantes, aclarar que todos ellos son consistentes, es decir, su error de discretización tiende a cero a medida que se densifica la malla de manera infinita.

2.4.1. Esquema de discretización por diferencias centradas

Este método se basa en una simple interpolación lineal entre los centroides, donde tenemos almacenado el valor de la variable, para poder calcular su valor en las caras de las celdas. En la Figura 12: Discretización lineal [7] podemos ver un ejemplo.

$$\phi_{\theta} = \frac{\phi_{P} + \phi_{E}}{2} \qquad \phi_{w} = \frac{\phi_{W} + \phi_{P}}{2}$$

Figura 12: Discretización lineal [7]

Uno de los mayores problemas que presenta este esquema es que es insensible a la dirección del flujo, por lo que no verifica la transportividad.

2.4.2. Esquema de discretización Upwind

Este esquema resuelve el problema de la insensibilidad a la dirección del flujo que presenta el de diferencias centradas, se trata de una discretización "aguas arriba" en el que el valor de la cara se sustituye directamente por el valor en el centroide más cercano aguas arriba del flujo. Por lo tanto, tomando el ejemplo visto en la Figura 11: Esquema de mallado estructurado cartesiano regular [7] y considerando el caso de que el flujo circule de izquierda a derecha obtenemos el valor de la variable en las caras de la Figura 13: Discretización Upwind [7].

 $\phi_{\mathbf{W}} = \phi_{\mathbf{W}} \quad \forall \quad \phi_{\mathbf{\theta}} = \phi_{\mathbf{P}}$

Figura 13: Discretización Upwind [7]

Este esquema es conservativo, produce matrices diagonalmente dominantes y tienen en cuenta la dirección del flujo verifica la transportividad). Sin embargo, únicamente produce una aproximación de primer orden, y esto acarrea un problema mayor, la falsa difusión o difusión numérica. Esto implica que a la hora de tener que mostrar cambios abruptos de variable (por ejemplo, que pase de 0 a 100 en un nodo dado) el esquema Upwind muestra los resultados suavizados, como si de una progresión moderada se tratase. Es cierto que este problema es aliviado con el refinamiento de la malla, pero ya hemos visto que eso trae limitaciones debido al esfuerzo computacional.

2.4.3. Esquema de discretización híbrido

Es una combinación del esquema de diferencias centradas y el Upwind. En función del número de Peclet en el problema, si aplica un método u otro. El esquema híbrido explota las características positivas del esquema de ambos sistemas, y por tanto cumple con todos los requisitos iniciales que le exigíamos a un buen esquema de discretización. Pero sigue arrastrando el problema que da la precisión de primer orden.

2.4.4. Esquema de discretización QUICK

La clara ventaja de este esquema frente a los que hemos visto hasta ahora es que es un esquema de discretización de tercer orden, QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics). Utiliza una interpolación basada en tres puntos aguas arribas del flujo, obteniendo así el valor de la variable en las caras de la celda de estudio. Tomando el ejemplo de la Figura 11: Esquema de mallado estructurado cartesiano regular [7] y teniendo en cuenta que el flujo circula de izquierda a derecha (habrá que tener también en cuenta el siguiente nodo a la izquierda del "W", llamémosle "WW"), el valor de la variable en las caras "w" y "e" serán los representados en la Figura 14: Esquema de discretización QUICK [7], siendo dependientes de los valores de la variable en los nodos.

 $\phi_{w} = \frac{6}{8}\phi_{W} + \frac{3}{8}\phi_{P} + \frac{1}{8}\phi_{WW}$ $\phi_{\theta} = \frac{6}{8}\phi_{P} + \frac{3}{8}\phi_{E} + \frac{1}{8}\phi_{W}$

Figura 14: Esquema de discretización QUICK [7]

El problema que nos encontramos a la hora de utilizar este esquema es que en las condiciones de contorno no habrá nodos para poder calcular el valor de la variable, por lo que es necesario incluir nodos espejo. Adicionalmente no siempre se encuentra acotado, produciendo matrices que no son diagonalmente dominantes para números de Peclet bajos. Adicionalmente, supone métodos de resolución del sistema de ecuaciones algebraico resultante más pesados. También produce oscilaciones numéricas que llevan a resultados no físicos. Pese a todo, frente al resto de esquemas, presenta mejores propiedades frente a la difusión numérica debido a que utiliza, como hemos visto, perfiles cuadráticos de interpolación.

2.5. ALGORITMO SIMPLE

A la hora de discretizar las ecuaciones de conservación, aparece un problema: la presión aparece en la ecuación de conservación de cantidad de movimiento, pero no en la de continuidad. Existentes diferentes soluciones iterativas para resolver este problema, vamos a ver la más común, el Algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations). Se trata de un método cuyo fin es elaborar una ecuación discretizada (o ecuación de corrección) para la presión a partir de la ecuación de continuidad.

El esquema que sigue el algoritmo se representa en la Figura 15: Esquema algoritmo SIMPLE [7].



Figura 15: Esquema algoritmo SIMPLE [7]

Existen otros algoritmos similares para solucionar el problema de la presión, como el algoritmo SIMPLER (SIMPLE Revised), que se trata del algoritmo SIMPLE mejorado, cuya novedad principal es la resolución de una ecuación discreta para la presión, en vez de ir corrigiéndola de manera iterativa como en el algoritmo anterior. También es común el algoritmo PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators), este método es una extensión mejorada del algoritmo SIMPLE con un paso corrector adicional, muy conveniente para el estudio de flujos transitorios.

2.6. MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DISCRETIZADAS

Como ya hemos visto en los epígrafes anteriores, mediante los métodos de discretización de las ecuaciones de conservación obtenemos un sistema de ecuaciones lineales algebraicas que hay que resolver para poder realizar el estudio del flujo. Existen dos tipos de métodos fundamentalmente: directos e iterativos. Vamos a centrarnos en este último tipo, ya que son los más habituales en dinámica de fluidos computacional.

Cuando se emplean métodos iterativos de resolución, hay que tener en cuenta un concepto fundamental para que los resultados obtenidos sean satisfactorios, la convergencia. Tendremos que fijar un criterio de parada del algoritmo de resolución para un valor relativamente pequeño del residuo. Realmente, el error en la discretización se minimiza cuando dicho residuo alcanza un valor constante. Es importante monitorizar al menos una de las variables para vigilar la convergencia de nuestra simulación, además hay factores que ayudan a mejorar dicha convergencia:

- Iniciar con una estimación realista del campo de velocidades.
- Optimizar los factores de sub-relajación.
- No resolver todas las ecuaciones al mismo tiempo.

2.7. SOFTWARE DE SIMULACIÓN

Para realizar la simulación del modelo de arteria se ha utilizado el software de dinámica de fluidos computacional Ansys, en concreto el software Ansys Fluent.

ANSYS, Inc. fue fundada en Estados Unidos durante 1970 por el Dr. John Swanson, como herramienta que lograra disminuir el tiempo de cálculo y análisis de los ingenieros.

El esquema principal que sigue la estructura de la herramienta puede dividirse en tres bloques: pre-procesador (creación de la geometría y el mallado), procesador (se introducen las condiciones de contorno y se obtienen los resultados) y post-procesador (visualización de resultados, verificación y validación). En concreto se ha utilizado el producto de Ansys Fluent, diseñado para la simulación de procesos con fluidos, flujos, transferencias de calor o reacciones químicas en dinámica de fluidos computacional.

3. ESPECIFICACIÓN DEL PROBLEMA

3.1. PRE-ANÁLISIS

En este apartado vamos a establecer las bases para poder abordar el problema y modelarlo mediante el software de dinámica de fluidos computacional.

Como se ha detallado anteriormente, la simulación va a consistir en el modelo de una arteria coronaria con arterioesclerosis, analizando las diferencias entre variables de análisis cuando se supone la sangre como un fluido Newtoniano y no Newtoniano. Por lo tanto, se trata de varios modelos distintos, con una posterior comparación entre ellos.

Para el estudio de la arteria en todos los casos se va a partir de una geometría idealizada, con un análisis en dos dimensiones, como la de la Figura 16: Geometría idealizada de arteria con arterioesclerosis [9].



Figura 16: Geometría idealizada de arteria con arterioesclerosis [9]

Por lo tanto, se trata de un tramo arterial paramétrico.

Analizar los factores que determinan el flujo sanguíneo es relativamente complejo, principalmente porque se trata de un flujo pulsátil, debido a las contracciones del corazón y que además discurre por un circuito cerrado con múltiples ramificaciones de calibre variable. Además, la sangre es un fluido con propiedades no lineales formado, como ya hemos visto, por elementos formes (glóbulos rojos y blancos, leucocitos, plaquetas, etc.) y líquido (plasma, formado principalmente por agua). Esto provoca que se recurra a modelos simplificados, debido a la complejidad de algunas de sus características. Dichas simplificaciones se justifican a continuación.
3.1.1. Fluido real

En este apartado se explican las diferencias entre fluido ideal y real, para así poder concluir argumentando por qué la sangre pertenece al segundo tipo de fluido.

<u>Fluido ideal</u>: Aquel que no ofrece resistencia al desplazamiento, en el cual todas las láminas de fluido se desplazan a la misma velocidad. No se tiene en cuenta la fricción interna entre las partículas del fluido, se desprecia el efecto de la viscosidad y no se consideran pérdidas de energía en su estudio. Esto provoca que su perfil de velocidad sea plano, como podemos ver en la Figura 17: Perfil de velocidad fluido ideal [10].



Figura 17: Perfil de velocidad fluido ideal [10]

 <u>Fluido real</u>: En este tipo de fluidos sí que se tiene en cuenta el efecto de la viscosidad y las pérdidas de energía por rozamiento viscoso. Al tener en cuenta estos aspectos, el perfil de velocidad ya no sea plano, como puede apreciarse en la Figura 18: Perfil de velocidad fluido real [10].



Figura 18: Perfil de velocidad fluido real [10]

Por lo tanto, debido a los componentes de la sangre, parece evidente que se trata de un fluido real, en el que no podemos obviar la viscosidad ni la fricción.

3.1.2. Viscosidad dinámica

Como ya hemos concluido que la sangre es un fluido real, es necesario tener en cuenta su viscosidad. En este apartado se analiza dicho parámetro del flujo.

La viscosidad dinámica, comúnmente representada por el símbolo μ , es la propiedad que relaciona el esfuerzo o tensión local en un fluido en movimiento con la velocidad de deformación de las partículas fluidas. Representa, por tanto, la resistencia del fluido a que sus distintas láminas deslicen entre sí.

Existen dos tipos de fluidos dependiendo de cómo pueda considerarse su viscosidad:

- <u>Fluido Newtoniano</u>: Se considera que un fluido es Newtoniano cuando se puede asumir que su viscosidad permanece constante. Los ejemplos de fluido Newtoniano más comunes son el agua, la gasolina o el aire (todos ellos en condiciones normales). Por tanto, la relación entre el esfuerzo cortante y su velocidad de deformación es lineal.
- <u>Fluido no Newtoniano</u>: Son aquellos fluidos cuya viscosidad varía en función de la temperatura y de la tensión cortante aplicada. Esto implica que no tenga un valor de viscosidad definido y constante, a diferencia de los fluidos Newtonianos. Los ejemplos más comunes son la leche, la pintura y, precisamente, la sangre.

En la Figura 19: Esfuerzo cortante frente a velocidad de deformación [10], podemos ver la diferencia gráficamente entre el comportamiento de un fluido Newtoniano y no Newtoniano.



Velocidad de deformación $d\theta = \frac{du}{dv}$

Figura 19: Esfuerzo cortante frente a velocidad de deformación [10]

En este proyecto se van a analizar las diferencias cuando se realiza la simulación asumiendo que la sangre es un fluido Newtoniano y no Newtoniano, y dentro de fluido no Newtoniano, se compararán tres modelos distintos. En el primer caso se despreciará la dependencia de la viscosidad con la presión, sin

embargo, en el segundo caso de estudio no se considerará despreciable. En el caso de fluido no Newtoniano se van a estudiar a su vez tres distintos modelos de sangre, sacados del artículo M.M. Molla, M.C. Paul. "LES of non-Newtonian physiological blood Flow in a model of arterial stenosis" [2012].

3.1.2.1. Ley de potencias ("Power Law")

Este modelo es una modificación del modelo Newtoniano con la velocidad de deformación ($\dot{\gamma}$) elevada a una potencia que incluye un índice no Newtoniano. Este comportamiento es la base para el resto de modelos no newtonianos, y se expresa mediante la Ecuación 2: Viscosidad según la Ley de Potencias

 $\mu=\mu_0(\dot{\gamma})^{n-1}$

Ecuación 2: Viscosidad según la Ley de Potencias

Siendo:

 μ_0 : la viscosidad límite a razón de deformación por presión cero.

n: índice no Newtoniano. Es una constante de ajuste determinada experimentalmente, cuanto más alejado se encuentre de la unidad, más pronunciadas serán las características no Newtonianas del fluido.

3.1.2.2. Modelo Carreau

Este modelo asume que la viscosidad del fluido varía siguiendo la Ecuación 3: Viscosidad según el modelo de Carreau

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{n}}$$

Ecuación 3: Viscosidad según el modelo de Carreau

Siendo:

 μ_0 , μ_∞ : las viscosidades límites a razones de deformación por presión cero e infinito, respectivamente.

λ: la constante de relajación

n: índice no Newtoniano. Es una constante de ajuste determinada experimentalmente, cuanto más alejado se encuentre de la unidad, más pronunciadas serán las características no Newtonianas del fluido.

3.1.2.3. Modelo de Cross

Este modelo fue propuesto con motivo de describir las regiones Newtonianas a velocidades de cizalla bajas y altas. Es un modelo definido por la Ecuación 4: Viscosidad según el modelo de Cross:

$$\mu=\mu_\infty+\frac{\mu_0-\mu_\infty}{1+(m\dot{\gamma})^{1-n}}$$

Ecuación 4: Viscosidad según el modelo de Cross

Siendo:

 μ 0, $\mu\infty$: las viscosidades límites a razones de deformación por presión cero e infinito, respectivamente.

m: Índice de consistencia. Es una constante de ajuste determinada de manera experimental, cuanto más alto sea su valor más viscoso es el fluido.

n: índice no Newtoniano. Es una constante de ajuste determinada experimentalmente, cuanto más alejado se encuentre de la unidad, más pronunciadas serán las características no Newtonianas del fluido.

3.1.3. Flujo incompresible

Recordando la constitución del plasma sanguíneo (parte líquida), que representa aproximadamente el 55% de los componentes de la sangre, está mayoritariamente formado por agua. Esto le otorga al torrente sanguíneo unas características de incompresibilidad muy similares a las del agua, por lo que también se tomará como hipótesis para el estudio de este proyecto la condición de incomprensibilidad del flujo.

3.1.4. Flujo pulsátil

Debido al bombeo del corazón, el flujo sanguíneo es pulsátil, no estacionario. Esto supone una complicación a la hora de estudiarlo, ya que el gradiente de presión no es constante, depende del tiempo. Se comporta como una función periódica, lo que hace que el flujo sea pulsátil durante el ciclo cardíaco. Como veremos en el apartado 4.4.1, se ha definido un perfil a la entrada para acercarse lo máximo posible al flujo real en la arterioesclerosis, imponiendo un perfil a la entrada realista.

3.1.5. Flujo laminar

Determinar si el flujo a estudiar es laminar o turbulento, es un factor clave en la dinámica de fluidos. Se detallan las principales diferencias a continuación:

- Flujo laminar: corriente ordenada, estratificada, suave. El fluido se mueve en láminas paralelas sin entremezclarse, y cada partícula del fluido sigue una trayectoria suave, denominada línea de corriente.
- Flujo turbulento: corriente turbulenta, movimiento de un fluido de forma caótica, las partículas se mueven de forma desordenada y sus trayectorias forman pequeños remolinos no coordinados. El flujo turbulento es menos eficiente que el laminar, ya que necesita más diferencia de presión para obtener el mismo caudal.

En la Figura 20: Flujo laminar y turbulento [10] podemos ver la diferencia del movimiento de las partículas entre ambos tipos de flujos.



Figura 20: Flujo laminar y turbulento [10]

En una tubería cilíndrica recta, las partículas se mueven en capas concéntricas si están en flujo laminar, pero a medida que se aumenta la velocidad el flujo sufre oscilaciones crecientes, hasta transformarse en flujo turbulento.

Para distinguir en qué tipo de régimen se mueve un flujo, existe un número adimensional, el número de Reynolds (Re), que representa la relación entre los efectos inerciales y los efectos viscosos, según las fórmulas representadas en la Ecuación 5: Número de Reynolds para fluidos Newtonianos y no Newtonianos

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} \qquad Re = \frac{D^n \bar{v}^{2-n} \rho}{K8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n}$$

Ecuación 5: Número de Reynolds para fluidos Newtonianos y no Newtonianos

Donde:

- ρ: Densidad del fluido (kg/m3)
- \bar{v} : Velocidad media del fluido (m/s)
- D: Diámetro del tubo (m)
- μ: Viscosidad dinámica (Pas)
- K: Índice de consistencia (N·s/m2)
- n: Índice de comportamiento del flujo

El comportamiento del flujo se determina dependiendo de si el número de Reynolds está por debajo (laminar) o por encima (turbulento) del número de Reynolds crítico, como podemos ver en la Figura 21: Régimen de flujo según la curva caudal-caída de presión [10]. Para el flujo sanguíneo, el número de Reynolds crítico según [10] N. Westerhof, N. Stergiopulos, M.I.M Noble, "Snapshots of Hemodynamics" [2005], en tramos rectos y considerándolo estacionario es de Re_{crítico} = 2200. Por lo tanto, si nuestro número de Reynolds se encuentra por debajo de este valor el flujo tiene un comportamiento laminar.



Figura 21: Régimen de flujo según la curva caudal-caída de presión [10]

En condiciones normales de reposo, el flujo arterial es laminar. Sin embargo, cuando una persona realiza ejercicio intenso, pude llegar a incrementar su flujo sanguíneo hasta cinco veces, lo que se traduce en un aumento del número de Reynolds por encima del crítico, por lo que el régimen pasaría a ser turbulento. En este proyecto se van a considerar condiciones normales del torrente sanguíneo, por lo que se toma como hipótesis que el flujo es laminar. Además, el número de Reynolds crítico especificado con anterioridad no es válido cuando se toma la sangre como lo que es, un flujo pulsátil. Para este tipo de flujos la transición de régimen tiene lugar a Reynolds más elevados, lo que refuerza la hipótesis de flujo laminar.

3.1.6. Elasticidad de la pared arterial

El parámetro que mide la rigidez de un material es el módulo de Young (E). Se trata de una constante de rigidez que se puede representar con una gráfica tensión-deformación, como se puede ver en la Figura 22: Relación tensión-deformación en dos tipos de materiales [10].



Figura 22: Relación tensión-deformación en dos tipos de materiales [10]

Cuando la relación es lineal estamos ante un material elástico lineal, y que por tanto obedece a la Ley de Hooke, siendo el módulo de Young directamente proporcional a la pendiente de la recta tensión-deformación, según la fórmula de la Ecuación 6: Ley de Hooke

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Ecuación 6: Ley de Hooke

Sin embargo, en los tejidos biológicos la relación tensión-deformación no es lineal, sino que es una curva, tal y como se representa en la Figura 22: Relación tensión-deformación en dos tipos de materiales [10]. La pendiente en cada punto de la curva representa el módulo de Young incremental (E_{inc}), que aumenta con la tensión (cuanto mayor es la tensión, más rígido se vuelve el material).

Por otro lado, cabe destacar que el tejido vascular está compuesto por elastina, (con un módulo de Young constante y formado por fibras muy elásticas) y colágeno (de elevada rigidez y módulo de Young unas 1000 veces superior al de la elastina). Para bajas tensiones, se puede asumir que el módulo de Young de la pared arterial es igual al de la elastina, y para tensiones altas igual al del colágeno. Esto supone una pared arterial cada vez más rígida con un módulo de Young incremental alto.

También es importante tener en cuenta que la mayoría de los materiales biológicos son viscoelásticos, es decir, presentan propiedades tanto viscosas como elásticas al deformarse. Dicha deformación depende fundamentalmente del tiempo, y la velocidad de deformación puede ser distinta de cero incluso en ausencia de fuerzas.

La relación entre la presión y el volumen en una arteria no es lineal. Esta relación da lugar a dos conceptos estructurales (dependiendo de la orientación de los ejes de coordenadas) representados en la Figura 23: Relación presión-volumen y volumen-presión [10], la complianza y la elastancia.

La complianza de un vaso sanguíneo hace alusión a su distensibilidad, es decir, será tanto más elástico cuanto mayor sea su complianza. En el caso de las arterias, la complianza es aproximadamente veinte veces menor que en las venas, debido en gran parte a que las paredes venosas son más delgadas.



Figura 23: Relación presión-volumen y volumen-presión [10]

Esto, junto con la consideración de que las arterias enfermas (como es el caso de este proyecto) sufren una disminución muy considerable de su complianza (y por tanto un importante aumento de rigidez) sostienen la hipótesis tomada a cerca de la estructura de la pared arterial simulada, la condición de rigidez de la pared arterial.

3.1.7. Flujo axil-simétrico

La última hipótesis tomada para el modelo de estudio es la condición de flujo axil-simétrico. Por un lado, parece lógico pensar que la simetría no puede cumplirse en una estructura biológica como es una arteria, sin embargo, tal y como se ha representado en la Figura 16: Geometría idealizada de arteria con arterioesclerosis [9], la geometría simulada que se ha utilizado en este proyecto es una idealización de una arteria coronaria con arterioesclerosis, por lo que sí se cumple la condición de simetría respecto del eje.

3.1.8. Consideraciones del flujo sanguíneo

Por tanto, como se ha argumentado en los epígrafes anteriores, se han tomado las siguientes hipótesis comunes a ambos modelos:

- Fluido real
- Flujo incompresible
- Flujo pulsátil
- Flujo laminar
- Pared arterial rígida
- Flujo axil-simétrico

Todas las consideraciones son aproximaciones, el modelo simulado en este trabajo podría aplicarse a un caso real si se conociesen las geometrías y condiciones de contorno de un paciente específico.

El flujo sanguíneo simulado en este proyecto circula por una arteria coronaria con arterioesclerosis y, por tanto, se toman los datos y características medias reales de este tipo de vaso sanguíneo.

También se toman las condiciones medias normales del flujo sanguíneo, que serán especificadas más adelante, en el epígrafe 4.5.

3.2. GEOMETRÍA

En este epígrafe se especifica la geometría modelada en el proyecto, común para todos los casos de estudio, cuando se toma el fluido como Newtoniano y no Newtoniano (Ley de Potencias, Carreau y Cross). Como hemos adelantado en el pre-análisis, se trata de una geometría idealizada en dos dimensiones de una arteria con arterioesclerosis. Cabe destacar que sólo se representa la mitad de la geometría, como podemos ver en la Figura 24: Geometría modelada debido a que el flujo es axil-simétrico basta con modelar una parte, ya que es simétrico respecto del eje central del tramo arterial.



Figura 24: Geometría modelada

Se ha llevado a cabo el estudio con un modelo paramétrico, pero se muestran los resultados de una geometría con dimensiones estándar de un tramo arterial por brevedad.

Las dimensiones se detallan a continuación, junto con la Figura 25: Dimensiones de la geometría, donde podemos verlas representadas.

Donde:

- H13 = 20 mm
- H16 = 30 mm
- V14 = 3 mm
- V17 = 4 MM
- R12 = 1,5 mm



Figura 25: Dimensiones de la geometría

3.3. MALLADO

Como hemos visto con anterioridad, unas de las partes más importantes a la hora de obtener una correcta simulación en dinámica de fluidos computacional es prestarle especial atención al mallado. En este proyecto se ha llevado a cabo una estructuración de la malla ajustando el "Element size" (tamaño de las cuadrículas) a 0,0001 m, o lo que es lo mismo, a 0,1 mm. Se ha obtenido el mallado final representado en la Figura 26: Mallado.



Figura 26: Mallado

3.4. CONDICIONES DE CONTORNO

Otra de las partes más importantes a la hora de definir un problema es especificar correctamente las condiciones de contorno. En este apartado se exponen las condiciones de contorno definidas para nuestro problema de flujo sanguíneo en una arteria con arterioesclerosis.

3.4.1. Perfil de velocidad a la entrada

Con el fin de acercase al flujo real en una estenosis en arterias coronarias, se prefiere imponer un perfil de velocidad a la entrada físicamente realista. Por lo tanto, se impone como condición de contorno las velocidades en la entrada del dominio. Estas velocidades dependen del tiempo y el espacio. Para mayor simplicidad, se supone la velocidad como un producto de soluciones dependientes del tiempo y el espacio, representado en la Ecuación 7: Perfil de velocidad a la entrada

$$u(r,t) = u_{max}(t) \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{10} \right]$$

Ecuación 7: Perfil de velocidad a la entrada

Como se puede ver en la Ecuación 7: Perfil de velocidad a la entrada la parte dependiente del espacio está representada por un perfil elevado a diez. Dicho perfil es muy parecido a uno parabólico, con la excepción de que presenta un flujo central plano.

El primer paso para la obtención del perfil es el cálculo del caudal sanguíneo a través de la transformada rápida de Fourier de 14 armónicos. Una vez obtenido el caudal, que es únicamente dependiente del tiempo, podemos calcular la velocidad máxima, tal y como se expresa en la Ecuación 8: Caudal como integral de superficie del perfil de velocidad en la superficie de entrada

$$Q = \int \int u_{max}(t) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{10} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = u_{max} \cdot \frac{5R^2}{12}$$

Ecuación 8: Caudal como integral de superficie del perfil de velocidad en la superficie de entrada Definiendo la velocidad media (umedia) como el caudal entre el área, y a su vez relacionándololo con el resultado obtenido en la Ecuación 8: Caudal como integral de superficie del perfil de velocidad en la superficie de entrada, obtenemos la Ecuación 9: Velocidad máxima en función del caudal.

$$u_{media} = \frac{Q}{A} = u_{max} \cdot \frac{5}{6} \quad ; \quad u_{max} = \frac{6Q}{5A}$$

Ecuación 9: Velocidad máxima en función del caudal

Una vez calculada la velocidad máxima ya está definido el perfil de velocidad a la entrada siendo, como se ha explicado con anterioridad, dependiente del tiempo y el espacio.

A continuación, en la Figura 27: Velocidad media a la entrada, se muestra el perfil de velocidad a la entrada. Cabe detallar que nuestro ciclo cardíaco tiene un periodo de 0,8 segundos.



Figura 27: Velocidad media a la entrada

Los valores negativos de la velocidad se producen debido al flujo reverso.

Este perfil de velocidades procede de una medida Doppler de la velocidad en una coronaria real, tomada del artículo [12] F. Kajiya "Evalutation of Local Blood

Flow Velocity in Proximal and Distal Coronary Arteries by Laser Doppler Method" [1985].

3.4.2. Presión a la salida

En todos los casos, fluido Newtoniano y no Newtoniano (Ley de Potencias, Carreau y Cross), se toma un valor de presión manométrica a la salida del tramo arterial estudiado de 120 mmHg. Como ya se ha justificado con anterioridad, en este proyecto se toman las condiciones estándares del flujo sanguíneo de una persona en reposo, que en este caso serían los 120 mmHg tomados.

3.4.3. Pared arterial

Para el caso de la pared arterial se impone la condición de pared estacionaria y no deslizamiento, ya que se considera como una superficie sólida, rígida y no porosa.

3.5. CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES

En este apartado se exponen los distintos parámetros que caracterizan la sangre y la pared arterial en los casos de fluido Newtoniano y no Newtoniano, siendo todos ellos los correspondientes a los valores medios de la sangre y la pared arterial en condiciones estándar, obtenidos a través de pruebas empíricas.

3.5.1. Fluido Newtoniano

Para el caso de estudio en el que tomamos la sangre como fluido Newtoniano, únicamente ha sido necesario especificar la densidad y la viscosidad para el fluido (la sangre), ambos valores constantes, y la densidad para el sólido (la pared arterial). Todos los valores se exponen la Tabla 1: Propiedades de la sangre y la pared arterial en fluido Newtoniano

Densidad de la sangre	1060 kg/m ³
Viscosidad de la sangre	0,0035 N⋅s/m²
Densidad de la pared arterial	1100 kg/m ³

Tabla 1: Propiedades de la sangre y la pared arterial en fluido Newtoniano

Los valores han sido seleccionados de acuerdo con las condiciones normales del flujo sanguíneo.

3.5.2. Fluido no Newtoniano

Al tratarse de un fluido más complejo de analizar, ha sido necesario introducir más parámetros para la sangre, en cambio para la pared arterial se han mantenido las consideraciones previas.

La obtención de los parámetros se hace a través de la curva de flujo (o relación entre el esfuerzo y la velocidad cortantes). Para este proyecto se toman los valores estándares, para condiciones normales del flujo sanguíneo. Los valores de densidad de la sangre y de la pared arterial, serán los mismos que para el caso de fluido Newtoniano.

A continuación, se exponen los diferentes parámetros tomados para los distintos casos de estudio de fluido no Newtoniano, sacados del artículo [11] M.M MOLLA, M.C. PAUL [2012] LES of non-Newtonian physiological blood Flow in a model of arterial stenosis.

3.5.2.1. Ley de potencias

Índice n

0,7755

Índice de consistencia

 $0,01467 (kg \cdot s^{(n-2/m)})$

Tabla 2: Parámetros Ley de Potencias



Figura 28: Viscosidad - Índice de deformación (Ley de la potencia)

3.5.2.2. Modelo Carreau

Viscosidad de corte cero	0,056 (kg/m·s)
Viscosidad de corte infinito	0,0035 (kg/m·s)
Índice n	0,3568
Constante de relajación	3,313 (s)

Tabla 3: Parámetros Modelo Carreau



Figura 29: Viscosidad - Índice de deformación (Modelo Carreau)

3.5.2.3. Modelo de Cross

Viscosidad de corte cero	0,0564 (kg/m·s)
Constante de relajación	11,5 (s)
Índice n	0,689

Tabla 4: Parámetros Modelo de Cross



Figura 30: Viscosidad - Índice de deformación (Modelo de Cross)

3.6. PARÁMETROS DE INFLUENCIA Y ESTUDIO

3.6.1. Parámetros de entrada

También conocidos como parámetros de influencia, afectan directamente a la simulación y le otorgan la forma a nuestro modelo geométrico.

Dentro de los parámetros de entrada vamos a distinguir entre aquellos fijos, que definen la simulación, pero sobre los que no sacaremos conclusiones al analizar los resultados obtenidos (se consideran menos relevantes a la hora de estudiar los distintos casos) y los variables. Estos últimos son los responsables de definir el bloque de experimentos, así como de servir para analizar la fidelidad con la que dichos experimentos representen el comportamiento general del modelo.

Como parámetros de entrada variables para nuestros cuatro casos de estudio tenemos los siguientes:

- Radio de la arteria: se le asigna un rango de variable entre 3 y 5 mm.

- Radio de la estenosis: para este parámetro se le asigna un rango de variable entre 1,5 y 3,5 mm.

Se han tomado estos valores porque representan una variación significativa de la luz de la arteria.

Se consideran los dos parámetros de entrada cuya variabilidad más influye en nuestro modelo.

3.6.2. Parámetros de salida

La definición de los parámetros de salida es crucial a la hora de formar el modelo, ya que son el objeto final de estudio de nuestra simulación. Son independientes del diseño de experimentos y se formulan mediante el análisis de los datos resultantes al simular los distintos casos de estudio.

El estudio de experimentos se lleva a cabo para poder hacer una comparación y ver las diferencias entre los modelos. Se simula nuestro modelo en una serie de situaciones diferentes, para así tener una serie de casos en los que se relacionan los parámetros de entrada y salida del sistema.

En nuestro caso, serán considerados los siguientes parámetros de salida:

 "Mean Wall Shear Stress" o el esfuerzo cortante medio en la pared, representado en la Ecuación 10: Esfuerzo cortante en la pared

$$\tau = \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

Ecuación 10: Esfuerzo cortante en la pared

Donde:

- τ : Esfuerzo cortante
- μ: Viscosidad dinámica

 $\frac{\partial u}{\partial y}$: Gradiente de velocidad en la dirección normal al flujo.

- Pérdida de carga. Se calcula mediante una media ponderada por área respecto a la entrada de la arteria. Estos parámetros se consideran relevantes en el estudio de arterias con estenosis porque están muy relacionados con el riesgo de ruptura de la pared arterial. Es una de las consecuencias más graves de las enfermedades cardiovasculares, ya que da lugar a una hemorragia interna, de consecuencias imprevisibles en función del tamaño y la localización de la arteria.

4. RESULTADOS

En este apartado se van a recopilar, analizar, comparar y justificar los diferentes resultados obtenidos de cada uno de los cuatro casos de estudio, con la finalidad de poder concluir si existen o no diferencias notables en la medición de los parámetros de salida estudiados al tomar la sangre como fluido Newtoniano o no Newtoniano (y dentro de este, qué diferencias existen al tomar cada uno de los modelos).

A continuación, se incluye la tabla de experimentos numéricos, en la Tabla 5: Experimentos numéricos:

Experimento	Radio de la arteria (mm)	Radio de la estenosis (mm)
0 (Actual)	3	1,5
1	4,25	1,55
2	4,75	1,65
3	3,55	1,75
4	3,75	1,85
5	4,05	1,95
6	3,95	2,05
7	3,35	2,15
8	4,95	2,25
9	4,85	2,35
10	3,25	2,45
11	3,85	2,55
12	4,15	2,65
13	3,45	2,75
14	4,45	2,85
15	4,55	2,95
16	4,35	3,05
17	4,65	3,15
18	3,05	3,25
19	3,65	3,35
20	3,15	3,45

Tabla 5: Experimentos numéricos

4.1. REGRESIÓN: BONDAD DE AJUSTE

Para llevar a cabo la comparación entre modelos, se ha definido una superficie de respuesta, que es una correlación de variables de entrada con otras de salida, en n dimensiones, donde n es la cantidad de parámetros de entrada y salida. De tal modo que la superficie de respuesta se podrá representar gráficamente hasta tres dimensiones, pero a partir de ahí se formulará matemáticamente sin representación gráfica posible.

A continuación, se incluye un ejemplo de la curva de respuesta, en la Figura 31: Ejemplo de superficie de respuesta. Los parámetros de entrada en este ejemplo son la temperatura y la presión en una reacción química, siendo el parámetro de salida la producción de ácido sulfúrico.



Figure 1.1. (a) A response curve. (b) A response surface.

Figura 31: Ejemplo de superficie de respuesta [11]

Habrá que implementar un método de interpolación para que la superficie de respuesta pueda aproximar mediante curvas los conjuntos de puntos discretos resultantes. ([13] E.P.Box, George, Norman R. Drpaer "Empirical Model Building and Response" [2007]).

En este trabajo se ha escogido la "Standard Response Surface – Full 2nd Order Polynomials" (Superficie de Respuesta Estándar – Polinomios Completos de segundo orden). Se ha escogido este modelo porque es muy flexible, puede asumir una amplia variedad de funciones y formas, por lo que puede funcionar bien como aproximación a la verdadera superficie de respuesta (como demostraremos después). Además, existe una considerable experiencia práctica que avala que los modelos de segundo orden funcionan bien en la resolución de problemas reales de superficie de respuesta ([14] Kathleen M. Carley, Natalia Y. Kamneva, Jeff Reminga "Response Surface Methodology" [2004]).

Se simula cada uno de los experimentos mediante dinámica de fluidos computacional, para a continuación recoger los parámetros de salida, que es sobre lo que se aplica la superficie de respuesta.

En este epígrafe se analiza la fidelidad del ajuste realizado a través de la superficie de respuesta, y se hará mediante el análisis de un parámetro estadístico, considerado el más relevante:

El coeficiente de determinación, también denominado error R² es un parámetro estadístico cuyo principal propósito es determinar la calidad del modelo para replicar los resultados, y la proporción de variación de los mismos que puede explicarse por el modelo. Cuanto más próximo sea este parámetro a la unidad, más fiel será el modelo.

Los valores de coeficiente de determinación obtenidos se muestran a continuación en la Tabla 6: Coeficiente de determinación:

MWSS-Newtoniano	0,99976
Pérdida de carga-Newtoniano	0,99843
MWSS-Ley de Potencia	0,99972
Pérdida de carga-Ley de Potencia	0,99914
MWSS-Carreau	0,99905
Pérdida de carga-Carreau	0,99887
MWSS-Cross	0,99952
Pérdida de carga-Cross	0,99901

Coeficiente de determinación

Tabla 6: Coeficiente de determinación

En la Figura 32: Bondad de ajuste podemos ver representada la bondad del ajuste, lo que verifica que nuestro modelo es bastante fidedigno, ya que todos los valores son muy próximos a la unidad.



Figura 32: Bondad de ajuste

4.2. MWSS

En este epígrafe se va a analizar el primer parámetro de salida, el MWSS (Mean Wall Shear Stress, o esfuerzo cortante medio en la pared).

Es importante decir que, pese a que se muestren representaciones evaluando el MWSS en 2D, nuestra simulación tiene dos parámetros de entrada (el radio de la arteria y el radio de la estenosis), lo que implica que sólo es posible dar una estimación válida del valor de los parámetros de salida concretando todos los parámetros de entrada.

Pese a ello, se considera relevante la representación parcial de los parámetros, ya que nos da una idea de su influencia en el modelo simulado.

El estudio del esfuerzo cortante en la pared es clave en la predicción y evaluación del estado de la arterioesclerosis. Debido a esto, es nuestro primer

parámetro de salida y se va a analizar la relevancia de la elección del modelo de fluido que se escoge a la hora de simular arterias con arterioesclerosis.

En la Figura 33: MWSS - Radio de la arteria podemos ver la influencia del radio de la variación del radio de la arteria respecto al MWSS para los cuatro modelos simulados.



Figura 33: MWSS - Radio de la arteria

Con el gráfico anterior podemos deducir que el radio de la arteria tiene una clara influencia a la hora de medir el MWSS. También parece evidente que el modelo que presenta más variación del MWSS respecto al radio de la arteria es el de Carreau, seguido por el de la Ley de Potencias y Cross. Se puede apreciar también que el modelo que menos variación presenta es el de fluido Newtoniano.

Por lo tanto, el modelo más sensible a la variación del radio arterial es el modelo de Carreau, con basten diferencia, especialmente para valores del radio pequeños. El modelo que ha resultado menos sensible a esta variación ha sido el Newtoniano.

Con estos datos podemos afirmar que efectivamente el modelo de fluido que se escoja para la simulación sí es relevante cuando se analiza el MWSS, sobre

todo si quiere aplicarse la simulación a estudios de diferentes pacientes, cuyo radio de arteria variará entre unos y otros.

A continuación, se representa la gráfica de variación del MWSS respecto al radio de la estenosis que, como ya dijimos con anterioridad, es el segundo parámetro de entrada de nuestra simulación. Podemos ver los resultados obtenidos en la Figura 34: MWSS - Radio de la estenosis.



Figura 34: MWSS - Radio de la estenosis

En relación con la gráfica de la variación del MWSS respecto al radio de estenosis, podemos ver que el modelo más sensible a la variación de este parámetro de entrada es, nuevamente, el de Carreau, siendo otra vez el menos sensible de ellos el de fluido Newtoniano, igual que ha ocurrido en el caso del radio de la arteria.

Sin embargo, a diferencia de la gráfica representada en la Figura 33: MWSS -Radio de la arteria, vemos que ahora cuando mayor sensibilidad presentan los modelos es para radios de estenosis grandes (mayor obstrucción en la arteria).

Se aprecia en ambas gráficas similitudes entre los modelos de fluido Newtoniano y la Ley de Potencias. Lo que queda confirmado con este análisis es la influencia en la elección del modelo de fluido cuando se va a analizar un parámetro tan importante en el diagnóstico de cardiopatías como es la tensión media en la pared.

4.3. PÉRDIDA DE CARGA

En este apartado se pretende hacer un análisis del segundo parámetro de entrada seleccionado para este modelo, la pérdida de carga. Las gráficas que se van a utilizar para ello son similares a las que se han empleado en el caso del MWSS. Primero se analizará con respecto a la variación del radio de la arteria, para posteriormente hacerlo con la variación del radio de la estenosis y poder sacar las conclusiones oportunas.

Podemos ver representados los datos de la pérdida de carga en función de la variación del radio de la arteria en la gráfica de la Figura 35: Pérdida de carga - Radio de la arteria.

Respecto a la gráfica de la variación de la pérdida de carga respecto al radio de la arteria, vemos que en este caso sigue siendo el modelo de Carreau el más sensible a la variación del radio arterial. De nuevo el que mantiene valores más constantes de la pérdida de carga a medida que varía el radio de la arteria es el modelo de fluido Newtoniano, seguido por el de Cross y a continuación por el de la Ley de Potencias.

Además, se observa mayor sensibilidad para valores bajos del radio de la arteria, al igual que en el caso del MWSS.

De nuevo vemos la relevancia en la elección del modelo del fluido, ya que, al analizar la variación del radio de la arteria con respecto a la pérdida de carga, también se aprecian diferencias entre los casos simulados.



Figura 35: Pérdida de carga - Radio de la arteria

Seguidamente se van a analizar los datos de variación de la pérdida de carga respecto a la variación del radio de la estenosis. Podemos verlo en la Figura 36: Pérdida de carga - Radio de la estenosis.

Viendo esta última gráfica, podemos concluir que el modelo más sensible a la variación del radio es nuevamente el de Carreau, y el menos sensible otra vez resulta ser el de fluido Newtoniano, como ha ocurrido en las cuatro gráficas mostradas (tanto para el MWSS como para la pérdida de carga).

Esto implica que la elección del modelo sí es importante al estudiar los parámetros de salida seleccionados (que tienen una gran importancia en el diagnóstico de enfermedades coronarias por estar relacionados con la ruptura de la pared arterial, como se explicó con anterioridad). Sobre todo, cuando se busca utilizar esta herramienta como posible ayuda en el diagnóstico de la arterioesclerosis, ya que se van a simular zonas arteriales de distintos pacientes, con radios de estenosis y de arteria distinto para cada uno de ellos.



Figura 36: Pérdida de carga - Radio de la estenosis

4.4. CONTORNOS DE VELOCIDAD

A continuación, se pretende dar una visión de la distribución de la velocidad y las diferencias que existen entre los distintos casos de estudio a lo largo del tramo arterial simulado.

Para ello, se representan a continuación distintos diagramas y gráficos para el mismo instante del ciclo cardíaco, lo que permitirá ver la influencia de tomar la sangre como fluido Newtoniano o no Newtoniano (y el modelo de no Newtoniano que escojamos).

Lo primero a analizar será los contornos de velocidad en distintos instantes del ciclo cardíaco. Como ya hemos definido con anterioridad, nuestro ciclo tiene un periodo de 0,8 segundos, por lo que se analizará en 10 instantes de tiempo (desde 0 segundos a 0,72 segundos) equiespaciados durante el ciclo.

Empezaremos analizando lo que ocurre en el instante inicial, como podemos ver en la Figura 37: Velocidad para t = 0.



Figura 37: Velocidad para t = 0

En el primer instante estudiado podemos ver que antes de llegar a la zona de la estenosis el flujo es prácticamente igual en los cuatro modelos. Sin embargo, al pasar el estrechamiento se producen diferencias destacables, apreciando la mayor de ellas entre el modelo Newtoniano y el de Cross. Se pueden ver también similitudes entre los modelos de Cross y Carreau, y el de fluido Newtoniano y la Ley de Potencias.

En el modelo de Cross, al pasar el tramo de estenosis, se produce una deceleración del fluido mayor que en los otros tres casos (sobre todo que en el modelo Newtoniano, donde se produce un aumento de velocidad y además de manera mucho más lineal).

De esta manera podemos ver como el efecto de la viscosidad hace mella en el desarrollo del fluido desde t=0.

También puede apreciarse que a lo largo de todo el tramo arterial el valor máximo de la velocidad entre los cuatro modelos se da en el caso de fluido Newtoniano.

A continuación, se incluye una gráfica en la que se representa el valor de la velocidad a lo largo del eje del tramo arterial simulado en el instante inicial, podemos verlo en la Figura 38: Velocidad a lo largo del eje para t = 0:



Figura 38: Velocidad a lo largo del eje para t = 0

Con esta gráfica podemos apreciar de forma más visual lo concluido con la evolución de la velocidad a lo largo de todo el tramo arterial, ya que se comparan los valores para los cuatro modelos al mismo tiempo. Se ve la clara relación entre los modelos hasta llegar a la estenosis, a partir de la cual en los modelos de Cross y Carreau la velocidad disminuye de manera pronunciada, mientras que en el modelo de la Ley de Potencias se produce de manera más gradual y en el de fluido Newtoniano se mantienen en el mismo rango incluso aumentando.

El modelo en el que más estabilización de la velocidad al final del tramo arterial se produce es en el de Cross. También se ve mejor la relación entre los modelos de Cross y Carreau, por un lado, y entre el de la Ley de Potencias y fluido Newtoniano por otro.

A continuación, se expone el mismo diagrama para el segundo instante estudiado, podemos verlo en la Figura 39: Velocidad para t = 0.08.



Figura 39: Velocidad para t = 0.08

En el segundo instante estudiado, representado en la Figura 39: Velocidad para t = 0.08, se aprecian todavía más diferencias entre los modelos, desde antes incluso de atravesar la zona de la estenosis.

Mientras que en el modelo Newtoniano se produce un aumento de la velocidad progresiva del fluido una vez atraviesa la zona de la estenosis, en los casos de fluido no Newtoniano se aprecian heterogeneidades provocadas por el efecto de una viscosidad no constante.

Podemos ver de nuevo similitudes entre los modelos de Cross y Carreau, ya que ambos presentan una evolución muy similar de la velocidad a lo largo del tramo arterial. Aunque sí se ve una disminución de la velocidad más prematura en el modelo de Cross, ambos casos siguen tendencias muy parecidas.

A diferencia del instante inicial, en este momento el máximo valor de la velocidad a lo largo de la arteria no se corresponde con el modelo de fluido Newtoniano, si no con el de Carreau.

De nuevo podemos ver en la Figura 40: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.08 representados los cuatro modelos de manera conjunta, analizando la velocidad a lo largo del eje de la arteria.



Figura 40: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.08

Confirmamos el parecido entre los modelos de Cross y Carreau, que siguen prácticamente la misma tendencia a lo largo de todo el eje. Gracias a este gráfico podemos apreciar la evolución mucho más lineal de la velocidad en el modelo de fluido Newtoniano en comparación con el resto de modelos.

También nos sirve para ver como en este segundo instante, a diferencia del inicial, las discrepancias entre modelos antes del tramo con estenosis son más notables.

A continuación, se expone el mismo diagrama para el tercer instante estudiado, podemos verlo en la Figura 41: Velocidad para t = 0.16.



Figura 41: Velocidad para t = 0.16

En este instante los modelos se hacen más semejantes entre sí, incluso tras atravesar la zona de estenosis arterial. Es, hasta el momento, donde más similitudes podemos encontrar entre los cuatro modelos, ya que prácticamente parecen iguales hasta más allá de la mitad del tramo arterial.

Se incluye a continuación el mismo gráfico que en los instantes estudiados con anterioridad, para poder visualizar en qué momento se producen las variaciones de velocidad a lo largo del eje entre unos modelos y otros. Podemos verlo reglejado en la Figura 42: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.16.



Figura 42: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.16

Claramente se aprecia en esta imagen la similitud entre los modelos, a diferencia del resto de instantes estudiados anteriormente. Vemos que, tanto en todo el tramo arterial como a lo largo del eje, el valor máximo de la velocidad se da para el modelo de fluido Newtoniano.

En el tramo final del eje de la arteria se vuelve a producir una similitud entre los modelos de Cross y de Carreau que no siguen los modelos de la Ley de Potencias y fluido Newtoniano. En los dos primeros se produce un aumento de velocidad más pronunciado, para continuar con un descenso y finalmente estavilizarse el valor en el tramo final. Sin embargo, los dos últimos tienen ambos un aumento gradual, para en un último instante diferenciarse, ya que el modelo Newtoniano sigue aumentando su velocidad al final del eje, pero en el de la Ley de Potencias la velocidad se disminuye en el tramo final.

A continuación se muestra de nuevo el contorno de velocidad para el cuarto instante estudiado, en la Figura 43: Velocidad para t = 0.24.


Figura 43: Velocidad para t = 0.24

Llegado el instante t = 0.24 ya se ha tenido lugar el pico de velocidad a la entrada del ciclo cardíaco, que se da entre 0.16 y 0.24 segundos.

Encontramos un rango de velocidades a lo largo del tramo arterial más acotado que en el instante anterior para todos los modelos.

Estos contornos de velocidad vuelven a parecerse más a los encontrados en el instante inicial, con evoluciones y valores muy similares hasta que el fluido entra en la zona de la estenosis, donde empiezan a aparecer las discrepancias entre los modelos.

De nuevo puede apreciarse la similitud entre los modelos de Cross y Carreau, que siguen evoluciones muy similares entre sí.

A continuación, se muestra la evolución de la velocidad a lo largo del eje para el instante estudiado, como podemos ver en la Figura 44: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.24.



Figura 44: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.24

A través de este gráfico, se puede ver de manera más gráfica las similitudes entre los modelos de Cross y Carreau, y los valores prácticamente iguales de los cuatro casos hasta llegar a la zona de la estenosis. También sirve para apreciar las diferencias en las oscilaciones que sufre la velocidad al atravesar la zona de la estenosis entre los distintos modelos. En el caso de fluido Newtoniano y de la Ley de Potencias, se aprecia una pequeña caída, con una recuperación posterior y una nueva caída de mayor valor para finalmente ascender en los últimos milímetros de tramos arterial.

Por otro lado, los modelos de Carreau y Cross presentan una pequeña subida inicial cuando los otros dos casos ya presentan disminución de la velocidad, para a continuación, mostrar una caída en los valores de velocidad hasta valores más bajos que los modelos de la Ley de Potencias y fluido Newtoniano. La fase de recuperación de la velocidad empieza antes que en los otros dos casos y, pese a partir de valores inferiores, llega a alcanzar los picos de velocidad (mayor para el caso de Carreau) y nuevamente disminuir en los últimos milímetros del tramo arterial.

Por lo tanto, se pueden ver similitudes, no sólo entre los modelos de Carreau y Cross, sino también entre los de la Ley de Potencias y fluido Newtoniano.

Pese a las coincidencias que presentan los modelos al principio del tramo arterial, vemos que en este instante también siguen siendo relevantes las diferencias que se ven entre unos modelos y otros, especialmente si se compara el modelo de Carreau con el de fluido Newtoniano, ya que, hasta este momento, son los que mayores diferencias han expresado.

A continuación, procedemos a analizar el siguiente instante estudiado. Podemos ver el mismo tipo de diagrama que se ha utilizado para el resto de casos, en la Figura 45: Velocidad para t = 0.32.



Figura 45: Velocidad para t = 0.32

En el siguiente caso estudiado vemos unos contornos de velocidad muy diferentes a los de los instantes anteriores, con valores más bajos de la velocidad en casi todo el tramo arterial y los máximos acotados en la zona de la estenosis para los cuatro modelos.

Estas diferencias tan notables con los instantes anteriores se deben a que llegados a este momento ya se ha empezado a producir el flujo reverso (lo que ocasiona valores negativos de la velocidad en la entrada), el cual comienza entre t igual a 0.24 y 0.32 segundos.

Pese a que los valores máximos en los modelos no difieren mucho al resto de instantes (aunque sí son algo menores), estos están acotados en el tramo de la estenosis de la arteria.

Se aprecia por primera vez hasta ahora valores bajos de la velocidad en las zonas próximas al eje de la arteria, dándose los menores en el modelo de Cross, luego Carreau, seguido por el de la Ley de Potencias y finalmente el de fluido Newtoniano.

Desde prácticamente la entrada de la arteria ya se produce un desacoplamiento del modelo de fluido Newtoniano con respecto a los otros tres, lo que vamos a poder apreciar mejor con la Figura 46: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.32.



Figura 46: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.32

Podemos ver el desacoplamiento al principio de la arteria del que hablábamos anteriormente. También se aprecia que los cuatro modelos toman valores similares de la velocidad hasta que se llega a la zona de la estenosis, donde vuelven a diferenciarse, especialmente el caso de fluido Newtoniano de nuevo. En este instante vemos un ejemplo más de los parecidos entre Cross y Carreau a la hora de los contornos de velocidad.

También gracias a este gráfico podemos visualizar mejor los valores bajos de velocidad que se alcanzan en las zonas próximas al eje, como comentamos con anterioridad. Podemos ver en el eje las dos zonas en las que se produce ese descenso de velocidad en el eje, la primera justo después de la estenosis y la segunda llegan al final del tramo arterial. También se puede verificar que, como habíamos comentado, los valores más bajos se dan para el modelo de Cross.

Por tanto, en este momento, debido a las consecuencias del flujo reverso, vemos una evolución de velocidades mucho menos lineal que en otras situaciones anteriores, con mayores subidas y bajadas, nuevas zonas de velocidad baja y una concentración de los valores más altos en la zona de la estenosis.

El siguiente instante se muestra en la Figura 47: Velocidad para t = 0.40.



Figura 47: Velocidad para t = 0.40

En este instante volvemos a encontrarnos con unos contornos de velocidad que nada tienen que ver con los que hemos visto hasta ahora.

Las zonas que en el instante anterior habían empezado por primera vez hasta entonces a mostrar valores bajos de velocidad (zonas cercanas al eje de la arteria) ahora se han estendido. Vemos que incluso la zona del eje anterior a la estenosis ya presenta valores bajos de velocidad, y que la zona posterior a la misma se ha propagado a lo largo del eje.

De nuevo parece haber correlación entre los valores del modelo de Cross y de Carreau, y un desacoplamiento del modelo de fluido Newtoniano con respecto a los otros tres al principio del tramo arterial, como en el instante anterior.



Para ver mejor la evolución de la velocidad a lo largo del eje, se han reflejado los datos obtenido en la Figura 48: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.40.

Figura 48: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.40

En esta figura podemos apreciar las continuas subidas y bajadas de la velocidad a lo largo del eje de una manera muy visual. Se ve que antes de llegar a la zona de la estenosis la velocidad llega a ser cero para varios de los modelos hasta en dos ocasiones, y se acerca mucho a este valor en uno de los tramos finales, antes de llegar al final de la arteria.

Todas estas características del flujo tan diferentes a otros instantes se debe de nuevo a que sigue habiendo flujo reverso, al igual que en el instante anterior.

A continuación se estudia el caso siguiente, como vemos en la Figura 49: Velocidad para t = 0.48.



Figura 49: Velocidad para t = 0.48

Podemos ver en este instante que las zonas próximas al eje con velocidades bajas van volviendo a hacerse menores. Esto se debe a que en este instante ya no hay flujo reverso, y el fluido se está recuperando de las consecuencias que le ha provocado este.

En cuanto a las diferencias entre modelos, se aprecia de nuevo el desacoplamiento del modelo de fluido Newtoniano respecto a los otros tres modelos, especialmente al principio de la arteria y en la zona de la estenosis.

El modelo que, en este caso, presenta más área cercana al eje con velocidades mínimas, es el de Carreau, seguido de cerca por el de Cross. Vemos que en estas zonas el modelo de la Ley de Potencias se asimila al de fluido Newtoniano.

Todo esto podemos visualizarlo mejor en la Figura 50: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.48.



Figura 50: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.48

Además de verificar todo lo analizado anteriormente, esta imagen nos sirve para ver las subidas y bajadas de la velocidad a lo largo del eje. Se ve como, respecto al caso anterior, el flujo va recuperando su estabilidad, disminuyendo el número de variaciones bruscas, aunque siguen estando muy presente en este instante.

Se representan los contornos de velocidad para el siguiente instante en la Figura 51: Velocidad para t = 0.56.



Figura 51: Velocidad para t = 0.56

En este instante vemos unos contornos de velocidad que, si bien tampoco se asemejan a los que habíamos visto hasta ahora, ya empiezan a tender a los que habíamos visto antes de que el flujo reverso hiciese mella en el flujo.

Vemos que el fluido parece empezar a tender de nuevo a lo que veíamos en un primer instante, pero con los valores de velocidad máxima muy acotados en la zona de la estenosis.

También parece claro que el modelo de fluido Newtoniano difiere durante prácticamente todo el tramo arterial en este instante de los otros tres modelos, los cuales presentan valores muy similares entre sí.

Todo esto podemos reforzarlo con la Figura 52: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.56.



Figura 52: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.56

Vemos que las irregularidades prácticamente han desaparecido, teniendo una velocidad con valores muy estables en todo el tramo arterial, excepto en la zona de la estenosis.

Parece que llegados a este punto, poco a poco el fluido va a terminar de recuperarse de los efectos del flujo reverso para volver a dar valores más similares a los que veíamos en un principio.

Podemos ver los contornos de velocidad del siguiente instante en la Figura 53: Velocidad para t = 0.64.



Figura 53: Velocidad para t = 0.64

Podemos apreciar que, como predijimos en el instante anterior, el flujo va volviendo a tener una forma estable, más incluso que en el instante inicial simulado.

Se sigue apreciando una zona muy acotada de velocidades máximas en las estenosis, especialmente para el modelo de Cross, seguido de Carreau y la Ley de Potencias. Donde menos acotación se ve es en el modelo de fluido Newtoniano, que parece tener un descenso más lineal de la velocidad a lo largo del tramo arterial.

A continuación, se muestra la evolución de la velocidad a lo largo del eje para los cuatro modelos juntos, como hemos hecho con anterioridad. Podemos verlo en la Figura 54: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.64.



Figura 54: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.64

Prácticamente vemos que ya no existen irregularidades tan pronunciadas en la evolución de la velocidad, excepto en la zona de la estenosis. Con esta gráfica también se aprecia muy bien que el modelo de fluido Newtoniano es el que menos acotada tiene esta zona, pudiendo apreciar una disminución mucho más gradual de la velocidad tras atravesar la estenosis que en el resto de modelos.

Vemos, una vez más, que los modelos de Cross y Carreau son los que más similitudes muestran entre sí.

Finalmente, se muestra el contorno de velocidad del último instante en la Figura 55: Velocidad para t = 0.72.



Figura 55: Velocidad para t = 0.72

Para el último instante podemos ver un flujo muy parecido al instante anterior, pero más estabilizado. Hay menos discrepancias antes de entrar en la zona de la estenosis entre los cuatro modelos.

Las velocidades más altas siguen estando bastante acotadas a la zona de la estenosis, pero menos que en el caso anterior. Especialmente para el caso de fluido Newtoniano, que presenta una disminución de la velocidad muy gradual. El resto de modelos, aunque sigue siendo una bajada más pronunciada, van estabilizándose también llegados a este instante del pulso.

A continuación se muestra la evolución de la velocidad a lo largo del eje, en la Figura 56: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.72.



Figura 56: Velocidad a lo largo del eje para t = 0.72

Con esta gráfica podemos ver que efectivamente la evolución de la velocidad es más estable que en el caso anterior, y que el área de velocidades más altas no está tan acotado.

También se ve cómo la reducción de la velocidad se produce de una manera mucho más gradual para el caso de fluido Newtoniano que para el resto de modelos.

Una vez más, vemos que los modelos que presentan valores más similares a lo largo de todo el eje son los de Cross y Carreau.

4.5. PRESIÓN

En este apartado se pretende dar una visión de la distribución de la presión y las diferencias que existen entre los distintos casos de estudio a lo largo del tramo arterial simulado.

Para ello, en esta ocasión se van a representar únicamente las gráficas en los distintos instantes estudiados de la evolución de la presión a lo largo del eje. Esto es debido a que no se aprecian diferencias importantes de los valores de presión para una misma zona a lo largo de la arteria entre la parte del eje y la de la pared arterial.



Comenzamos analizando el instante inicial, a través de la gráfica representada en la Figura 57: Presión a lo largo del eje para t = 0.

Figura 57: Presión a lo largo del eje para t = 0

Se puede apreciar que, al contrario que en el desarrollo de la velocidad, los valores de los modelos convergen hacia el final del tramo arterial simulado, a partir de la zona de la estenosis. Esto es lógico, ya que la velocidad se impuso como condición de contorno a la entrada de la arteria y la presión como condición de contorno a la salida de la misma.

Podemos ver que, de nuevo, se produce una relación entre los resultados obtenidos mediante el modelo de Carreau y Cross, al igual que veíamos en los resultados de la velocidad. Si bien es verdad que ahora también parece haber más similitudes entre los modelos de fluido Newtoniano y la Ley de Potencias.

Los valores de presión a lo largo del eje son prácticamente siempre más bajos para el modelo de Carreau, y los más altos durante la mayor parte del tramo arterial los del modelo de fluido Newtoniano.

A continuación, se incluye el diagrama para el segundo instante en la Figura 58: Presión a lo largo del eje para t = 0.08.



Figura 58: Presión a lo largo del eje para t = 0.08

En este caso vemos que los valores de presión presentan muchas más discrepancias para todos los modelos entre sí, no llegando a converger hasta prácticamente en final de tramo arterial (debido a la condición de contorno a la salida).

En este instante sí que vemos diferencias muy significativas al estudiar la presión dependiendo de qué modelo cojamos.

Sin embargo, nuevamente podemos ver las similitudes entre los modelos de Cross y Carreau. Destacar que los resultados para el modelo de fluido Newtoniano y Ley de Potencias son los más distintos entre sí, dando el primero los valores más elevados de presión y el segundo los más bajos de los cuatro modelos simulados.

Hemos visto en este instante una distribución de potencias que nada tiene que ver con el primero, y en donde sí se aprecian diferencias notables dependiendo del modelo de fluido que se escoja.

A continuación, se incluye el mismo diagrama para el tercer instante, en la Figura 59: Presión a lo largo del eje para t = 0.16.



Figura 59: Presión a lo largo del eje para t = 0.16

Vemos de nuevo una evolución de la presión a lo largo del eje que recuerda al primer instante y nada al segundo. Se produce una depresión al entrar en la zona de la estenosis, con una posterior recuperación de la presión hasta el tramo final de la arteria.

Si bien es verdad, en este caso a diferencia del primero, los cuatro modelos parecen prácticamente iguales, por lo que es un momento en el que podríamos decir que la elección del modelo de fluido no parece tan relevante como en los casos anteriores.

A continuación, en la Figura 60: Presión a lo largo del eje para t = 0.24, podemos ver la evolución de la presión a lo largo del eje de la arteria para el siguiente instante estudiado.



Figura 60: Presión a lo largo del eje para t = 0.24

En este caso sí son claras las diferencias entre los modelos. Se puede ver que se parecen mucho los resultados obtenidos en los casos de Cross y Carreau, por un lado, y de fluido Newtoniano y Ley de Potencias por otro. Pese a que en alguna ocasión habíamos visto ciertas similitudes entre los modelos de fluido Newtoniano y la Ley de Potencias (cuando Cross y Carreau no se parecían a ninguno de estos dos), nunca habían sido resultados tan similares entre sí.

Se sigue viendo la depresión clásica en la zona de la estenosis, que continua con el posterior aumento tras ella. En el caso de fluido Newtoniano y ley de Potencias, la subida de la presión tras la estenosis es mucho más moderada que en los modelos de Carreau y Cross.

Hasta ahora parece haber cierta correlación entre los instantes estudiados en orden impar (t=0, t=0.16) y los estudiados en orden par (t=0.08, t=0.24). A continuación, se incluye la gráfica correspondiente al siguiente instante de estudio, como podemos ver en la Figura 61: Presión a lo largo del eje para t = 0.32, y veremos si dicha relación entre instante sigue o desaparece:



Figura 61: Presión a lo largo del eje para t = 0.32

Efectivamente, es un perfil de presiones que sí recuerda al primer y tercer instante estudiados. Analizando los tres en su conjunto se ve que a medida que avanzamos en el ciclo cardíaco, la presión a la entrada va disminuyendo, al igual que la caída de presión que sufre la zona de la estenosis, cada vez más imperceptible.

Por lo tanto, de nuevo estamos en un instante en el que no se aprecian apenas diferencias entre unos modelos y otros al estudiar la presión a lo largo del eje. Este gráfico nos ha servido para confirmar que de momento sí que parece haber una correlación entre los instantes estudiados en orden impar.

Se muestra a continuación la gráfica para el sexto instante, en la Figura 62: Presión a lo largo del eje para t = 0.40:



Figura 62: Presión a lo largo del eje para t = 0.40

En este instante vemos que se rompe el ciclo de resultados similares que veníamos viendo hasta ahora. Nos encontramos con un perfil de presiones que se asemeja a los resultados obtenidos en los instantes de orden impar.

El modelo de fluido Newtoniano discrepa de los otros tres casos, que sacan resultados muy similares entre sí. Se sigue apreciando, aunque cada vez menos, una zona de bajada de presión antes de la zona de estenosis. Sin embargo, sí vemos que la presión a la entrada baja con respecto al instante interior, aumentando casi de forma lineal para los cuatro modelos hasta llegar a la salida del tramo arterial simulado.

Se ve que los valores más elevados de presión son para el modelo de fluido Newtoniano, y lo más bajos para el caso de Cross, quien es más parecido al de la Ley de Potencias en este instante que al de Carreau.

Se muestra a continuación, en la Figura 63: Presión a lo largo del eje para t = 0.48, la gráfica para el próximo instante estudiado.



Figura 63: Presión a lo largo del eje para t = 0.48

En este momento vemos un cambio radical en la evolución de la presión a lo largo del eje de la arteria. En todos los modelos la presión máxima se da a la entrada, cuando hasta ahora esta zona era la de menor presión.

Prácticamente ya no se aprecia la zona de bajada de presión antes de entrar en la estenosis, teniendo una disminución prácticamente lineal para todos los modelos.

En este caso donde más diferencias se aprecian es al inicio de la arteria, y a partir de aquí vemos cómo los resultados de los cuatro modelos van convergiendo hasta la salida.

Los valores más altos de presión en este caso los da el modelo de Carreau, seguido por el modelo de fluido Newtoniano. En este caso, los modelos más dispares entre sí son lo de Carreau y Cross. Con esto podemos ver que, aunque en la mayor parte de los casos los resultados obtenidos mediante los métodos de Cross y Carreau puedan ser los más similares, no siempre tiene por qué ser así, lo que refuerza la importancia en la elección del modelo de fluido que se toma para la simulación.

A continuación, se procede a analizar el siguiente instante estudiado, mediante la gráfica representada en la Figura 64: Presión a lo largo del eje para t = 0.56:



Figura 64: Presión a lo largo del eje para t = 0.56

Podemos ver una evolución de la presión muy similar al instante anterior. La mayor diferencia entre ese momento y este es que aquí hay aún más discrepancia entre los modelos.

Además, ahora el caso que menos valores de la presión da es el de fluido Newtoniano (antes era el segundo que valores más altos mostraba), mientras que el que muestra los valores más elevados sigue siendo el modelo de Carreau.

Aquí volvemos a ver la relación entre los modelos de Cross y Carreau. Vuelve a apreciarse también la bajada de presión antes de entrar en la zona de estenosis, que se estaba perdiendo hasta llegar a este instante.

En los dos últimos instantes estudiados, como vamos a ver a continuación en las figuras Figura 66: Presión a lo largo del eje para t = 0.64Figura 65: Presión a lo largo del eje para t = 0.72, vamos a encontrar una distribución de presiones muy similar a este último caso.

Podemos ver como a medida que se avanza en el ciclo cardíaco vuelve a hacerse más perceptible la bajada de presión a la entrada de la estenosis. También podemos afirmar que las diferencias entre los modelos son notables en ambos casos, por lo que refuerza la teoría de que sí es importante la selección del modelo de fluido.

También vemos que, desde el antepenúltimo instante al último, han ido aumentado los valores de presión a la entrada en los cuatro modelos.



Figura 66: Presión a lo largo del eje para t = 0.64



Figura 65: Presión a lo largo del eje para t = 0.72

En estos dos casos los valores más altos de presión son los que da el modelo de Carreau, y los más bajos lo de fluido Newtoniano.

Por lo tanto, mediante el estudio de diferentes experimentos numéricos hemos podido ver que la elección del modelo de fluido sí es relevante, ya que cada uno de los casos presenta variaciones en los resultados.

Primero en los parámetros de salida (MWSS y la pérdida de carga): se ha podido apreciar que cada modelo presenta una sensibilidad a la variación del radio arterial y de la estenosis. Esto tiene especial relevancia en el caso de modelar tramos arteriales para distintos pacientes, ya que cada uno va a tener unas características geométricas y de contorno, por lo que nuestro modelo debe ajustarse a estas variaciones.

También al analizar los contornos de velocidad y presión para unas mismas condiciones hemos podido ver que los modelos no han generado los mismos resultados. En ocasiones incluso muy dispares entre unos casos y otros.

Con todo esto podemos afirmar que la elección del modelo de fluido sí es relevante a la hora de analizar parámetros del flujo tales como la pérdida de carga, la tensión media en la pared, los contornos de velocidad y la presión.

5. ESTUDIO ECONÓMICO

5.1. INTRODUCCIÓN

La finalidad de este proyecto es comparar los resultados obtenidos al modelar un mismo tramo arterial con estenosis mediante cuatro modelos de fluido distintos.

Por lo tanto, este trabajo no supone un gasto material, ya que no conlleva la construcción de ningún prototipo, se ha llevado a cabo mediante una herramienta informática con el fin de poder establecer si existen diferencias o no entre los modelos simulados.

Esto implica que en el estudio económico no va a valorarse más que la mano de obra que ha sido necesaria para la elaboración del proyecto. Se ha supuesto que una empresa externa contrata a una consultora de ingeniería para llevar a cabo este estudio.

5.2. JERARQUÍA DE LA ORGANIZACIÓN

En este epígrafe se describe al grupo de trabajo que llevaría a cabo el proyecto, indicando sus funciones y puesto.

- Jefe de proyecto: sus funciones consisten en coordinar y dirigir al resto del equipo dentro del proyecto. Será por tanto el máximo responsable dentro del mismo y encargado de valorar el resultado final previa entrega al cliente.

- Ingeniero: es el que se encarga de toda la parte técnica relacionada con la ingeniería del proyecto. Debe aportar los conocimientos de ingeniería Fluidomecánica, verificando que los resultados obtenidos tras la simulación sean fidedignos con la realidad de la dinámica de fluidos. Es el encargado por tanto de realizar la mayor parte del proyecto, ya que, al desarrollarse con una herramienta de dinámica de fluidos, él será el encargado de elaborar la simulación y contrastar los resultados.

- Médico: en este proyecto tendrá un papel consultor, verificando que tanto los datos como los resultados obtenidos se correspondan con la realidad de la anatomía humana. Será el encargado de proporcionar los datos necesarios al ingeniero para llevar a cabo la simulación de la manera más realista posible.

Por lo tanto, dentro del proyecto existiría una jerarquía piramidal, en la que el jefe del proyecto tendrá a su cargo al Ingeniero y al Médico, quienes deben colaborar entre sí para sacar adelante el proyecto. Se esquematiza dicha jerarquía en la Figura 67: Jerarquía de la organización.



Figura 67: Jerarquía de la organización

5.3. FASES DEL PROYECTO

Al tratarse de un proyecto llevado a cabo mediante una herramienta informática por una consultora de ingeniería, habrá que analizar las fases que compondrán la elaboración del mismo desde este punto de vista. Se analizan a continuación las fases estándar de un proyecto de estas características. Por supuesto, dichas fases podrán variar en función de la persona que dirija el proyecto, sin embargo, se definirán las más comunes. Podemos ver un esquema en la Figura 68: Fases del proyecto.



Figura 68: Fases del proyecto

- 1. Análisis de la petición: Es la primera etapa del proyecto. En ello hay que analizar qué es lo que el cliente está solicitando, cuáles son los precedentes y las líneas de actuación para llevarlo a cabo de la manera más satisfactoria posible.
- Estimación de los recursos y tiempos necesarios: Una vez se tiene claro en qué va a consistir el proyecto, hay que realizar una estimación de cuántos recursos y qué tiempos va a suponer para nuestra empresa, para poder tener un presupuesto estimado del coste que va a suponer el proyecto.
- 3. Elección del software de simulación: En esta etapa habrá que seleccionar con qué software de los que disponga la consultora va a llevarse a cabo el proyecto. Hay que tener en cuenta tanto las licencias disponibles, las capacidades en el manejo de los softwares de simulación del ingeniero responsable de la elaboración del proyecto y la adecuación del programa al modelo que se quiere simular.
- 4. Elección de los modelos a comparar y características anatómicas de la arteria: En este punto, el Ingeniero y el Médico tendrán que trabajar de forma conjunta para elaborar las propuestas de modelos de fluido, condiciones geométricas y características de los materiales biológicos que se van a simular para que se adecuen lo máximo posible a la realidad.
- 5. Desarrollo de la simulación: Una vez acordados todos los parámetros, el ingeniero debe crear la simulación de todos los modelos seleccionados.
- 6. Análisis y verificación de los resultados: De nuevo, el Ingeniero y el Médico deben trabajar de manera conjunta para analizar los resultados obtenidos tras las simulaciones. En este punto deben definir si se corresponde con un comportamiento realista de lo simulado, para posteriormente dejarle la verificación al jefe de proyecto y que pueda corroborar que los resultados son correctos y que se han obtenido resultados satisfactorios con el proyecto.
- 7. Elaboración de conclusiones: Los tres miembros del equipo deben trabajar de manera conjunta llegados a este punto, para poder elaborar las conclusiones que se han obtenido con la elaboración del proyecto y poder prepararlo para la entrega al cliente.
- 8. Entrega del proyecto: Finalmente, el jefe del proyecto entrega al cliente el trabajo realizado.

5.4. ESTUDIO ECONÓMICO

En este apartado se va a realizar un informe sobre los costes que le supondría a la consultora de ingeniería llevar a cabo el proyecto.

Como ya se ha explicado, se trata de un proyecto que tendrá un coste mayoritariamente asociado a la mano de obra, ya que se supone que los integrantes del proyecto poseen tanto ordenadores como la licencia del software seleccionado para poder llevar a cabo el trabajo.

Se distingue a continuación entre costes directos (aquellos directamente relacionados con la elaboración del proyecto) e indirectos (los gastos generales de la empresa, aquellos que no se pueden relacionar directamente con la elaboración del proyecto).

Costes directos:

- Mano de obra: en este coste se incluyen las horas que han de invertir los integrantes del equipo para la elaboración del proyecto.

- Amortización de los equipos utilizados: se ha de tener en cuenta que los equipos utilizados para llevar a cabo el proyecto (ordenadores y licencia de software) servirán para otros proyectos a parte de este, por lo que no se le puede aplicar todo el coste sin tener en cuenta una amortización.

- Coste de material: materias primas, documentación, material de oficina...

Costes indirectos:

- Consumo eléctrico, líneas telefónicas, calefacción, aire acondicionado...

5.4.1. Días efectivos anuales

Para poder tener en cuenta las horas efectivas anuales de las que dispondrán los integrantes del proyecto, primero hay que analizar los días efectivos anuales (quitando vacaciones, fines de semana, festivos...).

- Como cada año consta de 52 semanas y de cada una de ellas 2 días son considerados fines de semana, eso hace un total de 104 días al año.
- Cada año a un trabajador medio le corresponden 22 días de vacaciones.
- Hay un total de 12 días festivos al año en España en cada provincia.

- Cada trabajador puede cogerse de media 15 días por asuntos personales.

Si restamos todos estos días de los 365 que tiene un año, nos queda un total de **212 días efectivos anualmente.**

5.4.2. Costes directos

Considerando una jornada laboral de 8 horas diarias de lunes a viernes, se calcula el coste horario de los integrantes del proyecto, teniendo en cuenta los días efectivos anuales calculados anteriormente. Se toman como salarios anuales los considerados como estándar para cada puesto de trabajo, obteniendo los resultados reflejados en la Tabla 7: Coste horario mano de obra.

Puesto de trabajo	Salario bruto anual (€/año)	Seguridad social empresa (35%)	Coste total por trabajador (Salario + SS)	Coste horario (€/h)
Jefe de proyecto	70.000	24.500	94.500	55,72
Ingeniero	40.000	14.000	54.000	31,84
Médico	50.000	17.500	67.500	39,80

Tabla 7: Coste horario mano de obra

A continuación, en la Tabla 8: Coste total mano de obra se realiza una estimación del número de horas necesarias para llevar a cabo el proyecto, desglosado por cada uno de los empleados que colaborarán en él, junto con el coste horario de acuerdo a lo calculado en la Tabla 7: Coste horario mano de obra.

Puesto de trabajo	Horas necesarias (h)	Coste total (€)
Jefe de proyecto	110	6.129,2
Ingeniero	225	7.164
Médico	70	2.786

Tabla 8: Coste total mano de obra

Por lo tanto, sumando los tres costes debido a la mano de obra de cada uno de los integrantes del proyecto, tenemos un **coste total de personal de 16.079,2** €.

A continuación, se van a calcular los costes debidos a los equipos utilizados, pero hay que tener en cuenta como ya se ha explicado con anterioridad, la amortización de los mismos. En la Tabla 9: Coste horario de los equipos, podemos ver el conjunto de equipos que se estima se van a necesitar, junto con la vida útil, las horas de utilización al día y al año, y el coste horario que le supone a la empresa.

Equipo	Coste de adquisión (€)	Vida útil (años)	Utilización equipos (h/día)	Utilización anual (h/año)	Coste horario (€/h)
Ordenador portátil	700	5	2	424	0,33
Ordenador sobremesa	1.200	7	8	1696	0,10
Licencia	5.000	4	6	1272	0,98

Tabla 9: Coste horario de los equipos

Una vez conocido el coste horario de cada uno de los equipos, y teniendo en cuenta que la duración del proyecto se ha estimado de 405 horas en total (lo que con una jornada laboral de 8 horas diarias hace un total de 50,625 días efectivos), obtenemos los cotes reflejados en la Tabla 10: Coste total equipos.

Equipo	Coste horario (€/h)	Horas de trabajo (h)	Coste Total (€)
Ordenador portátil	0,33	101,125	33,37
Ordenador sobremesa	0,10	405	40,5
Licencia	0,98	303,75	297,68

Tabla 10: Coste total equipos

Por lo tanto, el coste total de los equipos teniendo en cuenta su amortización es de 371,88 €.

5.4.3. Costes indirectos

Como ya se ha explicado, son aquellos que no pueden relacionarse de manera directa con la elaboración del proyecto. Entre los costes indirectos se consideran: el consumo eléctrico, la calefacción, el aire acondicionado...

Se estima que este proyecto supone a la empresa un coste indirecto de 350 €.

5.4.4. Costes totales

Finalmente se exponen a continuación los costes totales del proyecto, teniendo en cuenta todos los datos calculados con anterioridad. Podemos verlo reflejado en la Tabla 11: Coste total del proyecto.

Tipo de coste		Coste (€)
Costes directos	Mano de obra	16.079,2
	Equipos	371,88
Costes indirectos		350
COSTE TOTAL		16.801,08€

Tabla 11: Coste total del proyecto

Por lo tanto, el proyecto supondrá un **coste total para la consultora de ingeniería de 16.801,08 €.**

CONCLUSIONES

Tras haber finalizado este estudio, se puede concluir que:

- I. Se ha conseguido establecer una parametrización geométrica para una arteria coronaria con estenosis de manera satisfactoria.
- II. Se ha llevado a cabo la simulación de cuatro modelos distintos, uno de fluido Newtoniano y tres de ellos de fluido no Newtoniano, todos ellos para la misma geometría paramétrica establecida. Todos los modelos han sido capaces de adaptarse a las condiciones de contorno y geométricas generales, comunes a los cuatro casos, de manera satisfactoria, sin necesidad de adaptar estas características a cada uno de los casos en la simulación.
- III. Se ha podido analizar las diferencias entre los cuatro modelos en términos de esfuerzo cortante medio en la pared, pérdidas de carga y flujo local. Podemos concluir que, en lo que al análisis de estos cuatro términos se trata, sí existen diferencias notables dependiendo de qué modelo de fluido se seleccione. Por lo tanto, sí parece que hava que tenerse en cuenta a la hora de realizar una simulación de arteria coronaria con estenosis. Se han encontrado las diferencias más notables entre los modelos de fluido Newtoniano y los de Cross y Carreau. Al analizar el MWSS y la pérdida de carga los modelos Newtoniano de Carreau presentan grandes diferencias, mostrando el primero muy poca sensibilidad a los parámetros de entrada. Al estudiar los contornos de velocidad, hemos visto muchas similitudes entre Carreau y Cross, siendo el primero el que casi siempre se ha diferenciado más del modelo Newtoniano. En el análisis de la presión, sin embargo, hemos podido ver una relación mucho más estrecha entre los cuatro modelos, donde en algunas ocasiones sí han podido resultar comparables.

Por lo tanto, podemos descartar que el parámetro donde más afecta la elección del modelo de fluido es la presión, dentro de los estudios de flujo local.

Al comparar las diferencias entre los modelos en los resultados del MWSS y la pérdida de carga, el primero resulta ser el que más porcentaje de variación medio tiene entre los datos de fluido Newtoniano y Carreau, 60'56%. Aunque el segundo no presenta poco porcentaje de variación, ya que tiene una media de 55'10%. Concluyendo, han resultado ser, en todos los estudios, los modelos

de Carreau y fluido Newtoniano los más diferentes entre sí.
LÍNEAS FUTURAS

Como ya se ha explicado, con este trabajo se ha pretendido establecer si es necesario tener en cuenta la condición de fluido no Newtoniano a la hora de hacer futuras simulaciones con la sangre como fluido.

De la misma manera, se ha pretendido poder dar una simulación más realista de cara a la diagnosis y evaluación del estado de pacientes con arterioesclerosis, analizando el flujo sanguíneo.

A continuación, se mencionan algunas ideas de cara a poder hacer estas simulaciones lo más realistas posibles, y poder usarse como herramienta en el diagnóstico clínico:

- Modelos en tres dimensiones, capaces de representar las asimetrías presentes en la anatomía humana, sin necesidad de simplificaciones geométricas. Esto supondría un gasto computacional mucho mayor que el de este trabajo.
- b) Mayor precisión a la hora de establecer la presión. En este trabajo, con motivo de simplificar los cálculos, se ha supuesto una presión a la salida de O Pa como condición de contorno. Para aproximar la simulación aún más a un caso real, habría que establecer un perfil de presión a la salida, que se ajusten a las condiciones reales del paciente.
- c) Características variables de la pared arterial. Sería óptimo poder adaptar las características de la pared arterial a cada paciente en concreto.
- d) Desarrollo de un modelo adaptable a cada situación. La elaboración de dicho modelo sería una herramienta realmente útil para la diagnosis de pacientes con arterioesclerosis, o para seguir la evolución de pacientes ya diagnosticados. Mediante el estudio de los parámetros que rigen el flujo sanguíneo, se podría ver a priori si un paciente se encuentra en un nivel u otro de desarrollo de la enfermedad.

Estas son sólo algunas propuestas de mejora para continuar con el desarrollo de lo que se propone en este trabajo de fin de grado, pero que nos hemos visto obligados a rechazar por falta de tiempo y recursos. Todas estas mejoras supondrían un mayor coste computacional inasumible a nivel académico, pero que, pudiendo llegar a realizarse, darían un gran impulso a la diagnosis de enfermedades coronarias.

BIBLIOGRAFÍA

- Fernández-Obanza Windscheid, E. Cardio Sau Ferrol: El sistema cardiovascular. España. http://cardiosaudeferrol.com/el-sistemacardiovascular/ [2018]
- [2] Simon C, Everitt H, Kendrick T. Handbook of General Practice. 3^a ed.
 Oxford: Oxford University Press, [2010]
- [3] Rubenstein D, Wei Y, Marco M. Biofluid Mechanics. 2ª ed. Elservier [2015]
- [4] Costanzo, Linda S. Fisiología. 6ª ed. Elsevier [2018]
- [5] National Institutes of Health de los Estados Unidos (NIH) https://www.nhlbi.nih.gov/health-topics/espanol/aterosclerosis
- [6] Gómez Muñoz, LM. Estudio del patrón de flujo alrededor de un hilo de stent. Trabajo fin de grado. Universidad de Valladolid. [2016]
- [7] Apuntes Modelado Numérico de Sistemas Sólidos y Fluidos. Escuela de Ingenieros Industriales Universidad de Valladolid. [2018-2019]
- [8] Cengel YA, Boles MA. Termodinámica. Mc Graw Hill [2007]
- Shadden ShC, Hendabadi S. Potential Fluid mechanic pathways of platelet activation. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology. V. 12, p. 467–474 [2013]
- [10] Westerhof N, Stergiopulos N, Noble, MIM, Westerhof B. Snapshots of Hemodynamics. An Aid for Clinical Research and Graduate Education. Springer [2019]
- [11] Molla M, Paul MC. LES of non-Newtonian physiological blood Flow in a model of arterial stenosis. Medical Engineering & Physics 34(8):1079-87
 [2011]

- [12] Kajiya F, Tomonaga G, Tsujioka K, Ogasawara Y, Nishihara H. Evalutation of Local Blood Flow Velocity in Proximal and Distal Coronary Arteries by Laser Doppler Method. J Biomech Eng; 107(1):10-5. [1985]
- [13] Box GEP, Draper NR. Empirical Model Building and Response. Willey [2007]
- [14] Carley KM, Kamneva NY, Reminga J. Response Surface Methodology. Carnegie Mellon University. School of Computer Science ISRI - Institute for Software Research International CASOS - Center for Computational Analysis of Social and Organizational Systems [2004]

OTRA BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Equipo de Información Salud de Bupa BUPASALUD. Sistema cardiovascular. España. www.bupasalud.com/salud/sistema-cardiovascular [2020]

Fortoul Van Der Goes T. Histología y Biología Celular. McGraw-Hill [2017]

Husney, A. Anatomía macroscópica: Un panorama general. Capítulo 4: El corazón. ACCESS MEDICINA McGraw-Hill Medical [2016]

Rakesh, K. Pai. CIGNA. Arterias coronarias y funcionamiento cardíaco. https://www.cigna.com/individuals-families/health-wellness/hw-enespanol/temas-de-salud/arterias-coronarias-y-funcionamiento-cardacotx4099abc [2019]

Meyer, Ph. Physiologie Humaine. Flammarion, Paris. [1977]

Kloner, A. HARRISON Principios de Medicina Interna. Capítulo 291e: Patogenia, prevención y tratamiento de la aterosclerosis. ACCESS MEDICINA McGraw-Hill Medical [2016]

Mountcastle, VB. Medical Physiology. Mosby Co. Saint Louis [1974]

Apuntes Dinámica de fluidos. Escuela de Ingenieros Industriales Universidad de Valladolid. [2018-2019]

Equipo de ESSS. Dinámica de fluidos computacional: ¿qué es? www.esss.co/es/blog/dinamica-de-fluidos-computacional-que-es/ [2016]

Apuntes Fluidodinámica Computacional. Escuela Superior de Ingenieros Universidad Politécnica de Madrid. [2018-2019]

Calvo Plaza, FJ. Simulación del flujo sanguíneo y su interacción con la pared arterial mediante modelos de elementos finitos. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. [2006]

Deparis, S. Numerical Analysis of Axisymmetric Flows and Methods for Fluid-Structure Interaction Arising in Blood Flow Simulation. Tesis Doctoral, EPFL, Suiza. [2004]

McDonald, DA. Blood flow in arteries. Edward Arnold Ltd. Londres. [1974]