**Universidad de Valladolid**

**Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales**

## Trabajo de Fin de Grado

## Grado en Economía

# Modelos ''Verdes'' de Crecimiento Económico

Presentado por:

***Cristina del Pozo Palacios***

Tutelado por:

***Julio López Díaz***

*Valladolid, 22 de septiembre de 2020*

**RESUMEN**

El crecimiento económico ha supuesto uno de los estudios más importantes de la teoría económica. Desde su aparición, se han desarrollado modelos explicativos del crecimiento económico cada vez más complejos intentado así llevar un análisis lo más realista posible. En este contexto hacemos referencia a los modelos de crecimiento endógeno, tanto a los modelos de tasa de ahorro constante como los de crecimiento óptimo en su interacción con el medio ambiente debido a que, en base al desarrollo económico de los países se tiene una influencia sobre el medio natural de los mismos. Este es el contexto en el que debe entenderse este Trabajo de fin de Grado, el cual presta una especial atención a vinculación entre crecimiento económico y contaminación ambiental.

Clasificación JEL: F43, O40, Q51, Q56.

Palabras clave: crecimiento económico, crecimiento endógeno, medio ambiente, contaminación ambiental.

**ABSTRACT**

Economic growth has been one of the most important studies in economic theory. Since its emergence, explanatory models of economic growth have been developed with increasing complexity in an attempt to provide the most realistic analysis possible. In this context we refer to the models of endogenous growth, both the models of constant savings rate and optimal growth in its interaction with the environment as, based on the economic development of countries has an influence on the environment of them. This is the context in which this Beachelor's thesis should be understood, which pays special attention to the link between economic growth and environmental pollution.

JEL classification: F43, O40, Q51, Q56.

Keywords: economic growth, endogenous growth, environment, environmental pollution.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

## 1. INTRODUCCIÓN

La importancia del estudio del crecimiento económico queda reflejada en base a dos cuestiones. La primera es que pequeñas diferencias en los ritmos de crecimiento entre países, implican grandes cambios sobre la renta de los mismos al paso del tiempo. La segunda, es que porque siendo importante evitar las pequeñas oscilaciones cíclicas de las economías, los economistas siempre han entendido que lo relevante es saber cómo una economía pobre puede pasar a ser rica, y viceversa, por tanto, el objetivo primordial de investigación es el descubrimiento de los factores que determinan la tasa de crecimiento a largo plazo y las políticas que las pueden afectar.

La historia del estudio del crecimiento económico es tan antigua como el pensamiento económico. Los primeros clásicos como Adam Smith, David Ricardo o Thomas Maltus estudiaron el tema e introdujeron conceptos fundamentales como el de los rendimientos decrecientes y su relación con la acumulación del capital físico o humano. También la relación entre el progreso tecnológico y la especialización del trabajo e incluso, el enfoque competitivo como instrumento de análisis en el equilibrio dinámico lo que llevó a ver que a finales del siglo XVIII Adam Smith hablara de cuál era el motivo de la riqueza de las naciones y junto con éste economista, J.S Mill entre otros.

Asimismo, clásicos como Frank Ramsey, Allwyn Young, Frank Knight o Joseph Schumpeter, contribuyeron de manera fundamental a nuestro conocimiento de los determinantes de la tasa de crecimiento y del progreso tecnológico desarrollándolo a lo largo de los siglos XIX y XX hasta llegar al enfoque de los economistas neoclásicos de la segunda mitad del siglo XX. En ese momento aparece el trabajo de Solow y Swan (1956), el cual trata de dar la primera modelización teórica con un enfoque neoclásico basado en que la función de producción tiene rendimientos decrecientes de capital, es decir, la productividad marginal del capital es positiva pero decreciente, lo que implica que a largo plazo no habrá crecimiento y sí habrá convergencia económica entre dos países. Las décadas de 1950 y 1960 vieron cómo la revolución neoclásica llegaba a la teoría de crecimiento económico y así, sentaron las bases metodológicas utilizadas por todos los macroeconomistas modernos.

Más adelante, el análisis neoclásico se completó con el Modelo de Ramsey – Cass y Koompmans (1965), que reintrodujeron el enfoque de optimización intertemporal para analizar el comportamiento óptimo de los consumidores en un modelo neoclásico. El supuesto neoclásico de rendimientos decrecientes de cada uno de los factores tenía, como consecuencia, la incapacidad de explicar el crecimiento a largo plazo. Es por ello que los investigadores neoclásicos se vieron obligados a introducir el crecimiento tecnológico exógeno para poder explicar el crecimiento a largo plazo.

A partir de ese momento, los modelos proporcionaban refinamientos de los modelos precedentes sin proporcionar respuesta válida a por qué las economías crecen, que no fuese por medio de la introducción del progreso tecnológico exógeno. En consecuencia, la teoría del crecimiento se convirtió en un mundo matemático de alta complejidad y reducida relevancia. El objetivo de los investigadores era cada vez más la pureza y elegancia matemática, y cada vez menos la aplicabilidad empírica. Esta pérdida de contacto con la realidad hizo que las llamadas teorías del desarrollo económico tomaran el relevo y se convirtieran en la única rama que estudiaba el crecimiento a largo plazo.

Tuvo que esperarse hasta mediados de los ochenta para que la teoría del crecimiento económico renaciera como campo de investigación activo, gracias principalmente a los trabajos de Romer (1986) y Lucas (1988). Sus modelos proporcionaban una tasa de crecimiento de largo plazo positiva sin necesidad de suponer que ninguna variable del modelo –como la tecnología- creciera exógenamente, con lo que a estas teorías se las denominó como teorías de crecimiento endógeno.

Los primeros modelos de Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991) y Barro (1991), consiguieron generar tasas positivas de crecimiento, a base de eliminar los rendimientos decrecientes de escala a través de externalidades o introducir el capital humano. Un segundo grupo de aportaciones, Romer (199), Aghion y Howitt (1992, 1998) y Grossman y Heipman (1991) utilizaron el entorno de competencia imprefecta para construir modelos en los que la inversión en investigación y desarrollo (I+D) de las empresas generaba progreso tecnológico de forma endógena.

La capacidad predictiva de cada modelo no depende de su complejidad matemática sino de los supuestos que se hagan en base a su función de producción.

Por su parte, el estudio económico del medio ambiente y de los recursos naturales nace en el siglo XIX y se desarrolla a lo largo del siglo XX. La evolución de los precios de los recursos energéticos, los nuevos mercados en los que se encuentran la oferta y la demanda de dichos recursos, los derechos de contaminación y emisiones, la creciente presencia de control medioambiental, son algunos de los factores que han incrementado la preocupación por el entorno y el uso de éste como un recurso económico. El objetivo fundamental y la importancia que se da a lo largo del tiempo, es incrementar el bienestar de los seres humanos, siendo respetuoso con el medio ambiente.

En este contexto, el presente Trabajo de Fin de Grado expone, a partir de los modelos estándar de crecimiento económico, algunos modelos teóricos que vinculan el crecimiento económico con la contaminación ambiental. Para ello, hay que partir de la base de que el desarrollo económico de los países tiene una influencia importante sobre el medio ambiente puesto que, el volumen de tráfico comercial contribuye de varias maneras a aumentar o paliar la contaminación. Dos impactos diferentes que dependen, entre otras cosas, de los ingresos del país en el que es desarrollada la actividad económica.

Un aumento de la producción y comercialización de los bienes supone también, un incremento de los índices de contaminación. Aunque no siempre se puede aplicar de la misma manera a todos los países dado que, a pesar de que el aumento de la producción y comercialización de los bienes se concibe como un incremento directo en la contaminación, en algunos países desarrollados se puede revertir en efectos positivos. Por el contrario, los países desarrollados sufren un empeoramiento de la calidad del entorno natural con un mayor desarrollo económico.

El trabajo se ha dividido en cinco secciones. Tras esta introducción, en la segunda sección se explica la Curva medioambiental de Kuznets, que relaciona el crecimiento económico y calidad ambiental a lo largo del tiempo y por consiguiente, los efectos distributivos que puede tener la degradación del medio ambiente sobre las distintas clases sociales. En la siguiente sección estableceremos los principios básicos y características de los modelos de tasa de ahorro constante centrándonos en la explicación detalla del Modelo estándar de Solow mediante un análisis de su ecuación fundamental y la dinámica de transición hacia el estado estacionario lo que nos lleva obtener las implicaciones necesarias para obtener el modelo de Solow y Swan ''Verde''.

En la sección cuatro explicaremos características del crecimiento óptimo mediante el análisis del Modelo de Ramsey, analizando primero, el comportamiento de las familias, segundo, el comportamiento de las empresas y tercero, conjuntamente el equilibrio mediante un diagrama de fases que explica la dinámica de transacción de la economía para poder vincular el modelo con la contaminación ambiental y por último hablar de los impuestos de emisiones óptimas. Finalmente, en la sección cinco se detallarán las conclusiones e ideas de mayor importancia que se han adquirido durante la elaboración de este Trabajo de Fin de Grado.

## 2. LA CURVA MEDIOAMBIENTAL DE KUZNETS

Siguiendo a Benegas y Salas (2015) podemos decir que la Curva Medioambiental de Kuznets analiza la relación entre crecimiento económico y calidad ambiental, la cual cambia con el transcurso del tiempo. Así, a corto plazo el crecimiento económico generaría un deterioro medioambiental, mientras que a largo, en la medida que las economías son más ricas, el crecimiento económico sería beneficioso para el medio ambiente. Sin embargo, la anterior evidencia solo se ha encontrado en países desarrollados.

Esta curva es una función de los efectos distributivos de la contaminación y los daños ambientales. Es en el plano cartesiano daño ambiental (degradación del medio ambiente) en relación con el nivel de ingreso per cápita de la población.

La relación de Kuznets tiene una tendencia parabólica. Esta degradación medio ambiental en las sociedades pobres es mínima ya que su actividad económica se concentra en la agricultura y su consumo principalmente es el de subsistencia. En esta fase el ingreso es muy bajo ($y_0$). En las primeras etapas del desarrollo económico el crecimiento del ingreso per cápita supone una relación positiva respecto a la degradación del medio ambiente. Esta fase está representada por la parte ascendente de la Curva de Kuznets ($fase1$). Por ejemplo, la expansión de la industria tiene un fuerte impacto en el medio ambiente en cuanto a la contaminación y degradación se refiere pero, la fase de industrialización en un sistema económico está asociada a un aumento general del empleo, riqueza económica e ingreso per cápita.

La Curva de Kuznets muestra que la correlación positiva entre crecimiento económico (ingreso per cápita) y la degradación del medio ambiente (contaminación) se detiene al llegar a un cierto nivel de bienestar ($y_1$). En el punto $B$ (punto máximo) la relación entre degradación ambiental e ingreso per cápita se invierte, de esta manera la Curva de Kuznets pasa a tener una tendencia decreciente. En conclusión, el crecimiento económico reduce la calidad del medio ambiente hasta cierto punto B, después se invierte la relación. Así, cualquier aumento del ingreso per cápita ($y_2$) reduce la degradación ambiental ($fase\ 2$).

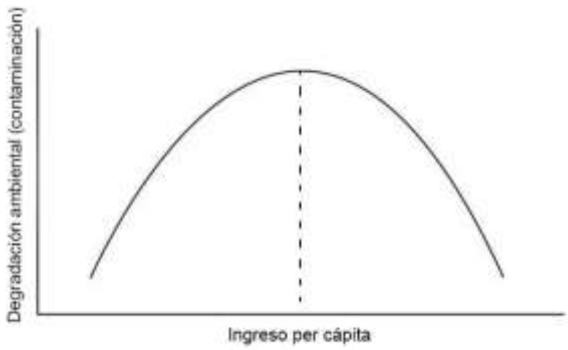


Gráfico 1. Curva Medioambiental de Kuznets.
Fuente: Elaboración propia

Asimismo, analiza la relación entre economía y medio ambiente para los casos de contaminación local y global. En particular, para la contaminación local la degradación del medio ambiente influye negativamente en la población ya que efectos cómo la polución del aire urbano reduce la calidad de vida en las personas. Esto implica que la gente perciba esta degradación como daño directo. En cuanto a la contaminación global, la relación entre economía y medio ambiente no se invierte hasta que las consecuencias son tangibles. Como el caso del efecto invernadero y el agujero de la capa de ozono, no se consideran factores negativos según son percibidos por la gente.

La degradación del medio ambiente puede tener efectos distributivos diferentes en las distintas clases sociales ya que la contaminación no afecta a todas las personas de la misma manera. Las clases con ingresos más bajos son, generalmente, más expuestos a la contaminación que las clases más altas. Además de que estás últimas pueden moverse lejos de la degradación del medio ambiente hacia dónde la calidad ambiental sea mayor.

# 3. MODELOS DE TASA DE AHORRO CONSTANTE

## 3.1 Modelo estándar de Solow (1956).

Voy a seguir a Sala-i-Martin (1999) para describir el modelo de Solow (1956). En primer lugar, obtendré la expresión de su ecuación fundamental de crecimiento, y luego describiré cómo se llega al estado estacionario del modelo.

### 3.1.1. Ecuación fundamental de crecimiento del modelo de Solow y Swan.

El modelo de crecimiento de Solow (1956) se caracteriza fundamentalmente por considerar una función de producción agregada combinación de tres factores productivos (trabajo, capital y tecnología) de naturaleza neoclásica. Ello implica que cumple tres propiedades: rendimientos constantes a escala, la productividad marginal de todos los factores productivos es positiva pero decreciente, y las condiciones de Inada. La función de producción más utilizada es la Cobb-Douglas:

$$Y_t = AK_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha} \qquad [3.1.1]$$

Donde $L_t$ es el trabajo, $K_t$ el capital, y A es la tecnología, que de momento consideraremos constante. También decir que $\alpha$ es el peso del capital en la función de producción (entre 0 y 1).

El modelo incorpora una serie de simplificaciones. Primero, es una economía cerrada al comercio exterior y sin sector público. Segundo, la tasa de ahorro $s$ es constante. Por otro lado, la inversión se destina a incrementar el volumen de producción (inversión neta) o para sustituir el capital que se deprecia. Se supone que la tasa de depreciación $\delta$ es constante, con lo que la inversión vendrá definida por:

$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t \qquad [3.1.2]$$

Donde un punto sobre una variable representa su variación a lo largo del tiempo. Teniendo en cuenta el equilibrio en el mercado de bienes es ahorro igual a inversión, operando obtenemos la siguiente ecuación

$$\dot{K}_t = sAK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} - \delta K_t \qquad [3.1.3]$$

Esta expresión describe la evolución del crecimiento del capital agregado de la economía, resultado del diferencial entre el ahorro agregado y la inversión necesaria para reponer el capital que se deprecia. Se la conoce como Ley de Acumulación del Capital.

Por otro lado, el modelo considera que la tasa de crecimiento de población es constante e igual a n. También que población y trabajo coinciden. Dividiendo la expresión anterior por el trabajo y operando, llegamos a la denominada Ecuación Fundamental del Modelo de Solow:

$$\dot{k}_t = sAk_t^{\alpha} - (\delta + n)k_t \qquad [3.1.4]$$

Donde k representa el capital per cápita de la economía, observándose que el crecimiento del capital per cápita es el resultado del diferencial del ahorro per cápita y la inversión necesaria para reponer el capital per cápita que se deprecia. Intuitivamente se advierte que el incremento de capital depende de varias constantes (s, A, δ, n) y del stock de capital per cápita existente en un momento dado. En términos de tasa de variación:

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = sA{k_t}^{\alpha-1} - (n + \delta) \qquad [3.1.5]$$

Donde el primer término representa la Curva de Ahorro (CA) y el segundo la de depreciación (CD). Ambas ecuaciones aparecen representadas en el gráfico 2.

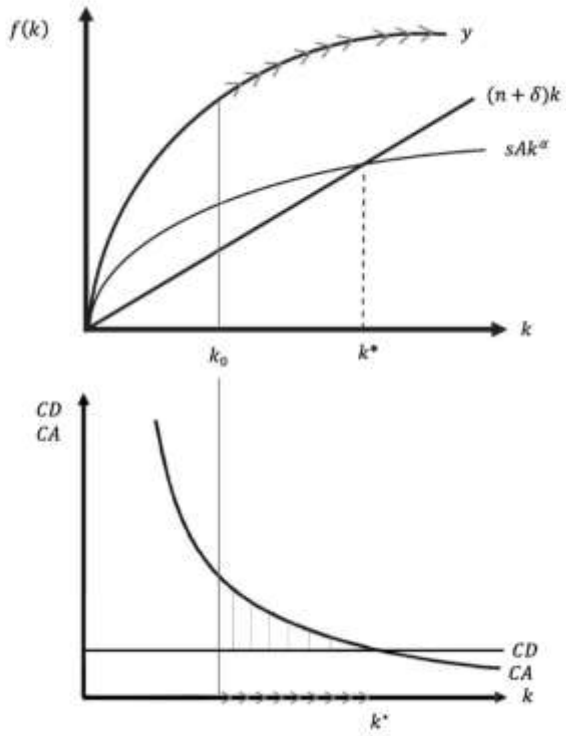


Gráfico 2. Crecimiento en el modelo de Solow

Fuente: Elaboración propia

### 3.1.2 Dinámica de transición hacia el Estado Estacionario.

Tal y como Solow caracteriza el crecimiento, la economía evoluciona hacia un estado estacionario donde la crecerá a un ritmo constante e igual a cero, definido en el gráfico 2 por el punto de corte entre la expresión de la curva de ahorro ($sA{k_t}^{\alpha}$) y la de depreciación ($\delta + n$). Este punto de corte determina un capital de estado estacionario $k^*$, resultado final de un proceso de crecimiento positivo o negativo de una economía, es decir, una vez alcanzado el punto, la economía no crecerá puesto que todo lo que se ahorra será igual a lo que se invierte en reponer el capital que se deprecia y la economía no tendrá recursos para poder incrementar el stock de capital y, por lo tanto, se producirá siempre la misma cantidad. Este estado estacionario se mantendrá siempre y cuando no se produzca un cambio en las variables del modelo.

En el modelo de Solow la tasa de crecimiento de la economía en estado estacionario es cero porque la función de producción es neoclásica y además de tener rendimientos constantes a escala, presenta rendimientos decrecientes de capital. Ello quiere decir que los aumentos del capital generan crecimientos de la renta en menor proporción, y con ella el ahorro, que es función de la renta (la tasa de ahorro es una tasa constante). Por otro lado, la tasa de depreciación es una función del capital que evoluciona al mismo ritmo que este último (es una proporción $\delta + n)$. Si se incrementa el capital, aumentará la producción y la depreciación, pero con la diferencia de que la función de producción tiene rendimientos decrecientes y, por lo tanto, crecerá cada vez menos, mientras que la curva de depreciación crecerá constantemente, lo que hará que el ritmo de crecimiento vaya disminuyendo hasta que se llegue a un punto donde el crecimiento será cero y representado por el stock de capital de estado estacionario $k^*$. La obtención matemática de dicha expresión es sencilla a partir de la ecuación fundamental de crecimiento:

$$k^* = \left[\frac{sA}{(n+\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad [3.1.6]$$

Como $k^*$ es constate, $y^*$ también lo será. Y de igual manera el consumo, que al ser una función de $y$, también es constante y con tasa de crecimiento igual a cero. Por lo tanto, en el estado estacionario, todas las variables per cápita son constantes y su tasa de crecimiento estacionario debe ser nulo.

### 3.2 Modelo verde de Solow.

Siguiendo a Benegas y Salas (2015), la hipótesis dónde se observa el impacto de las fuentes de Crecimiento Económico sobre la Contaminación Ambiental desde una perspectiva de crecimiento equilibrado se incorporan efectos particulares sobre la contaminación ambiental a partir de la participación de los sectores productivos (entre ellos la industrialización).

Desde mediados de los ochenta, el desarrollo sostenible tiene en cuenta el problema teórico entre Crecimiento Económico y Contaminación Ambiental, incluso va cobrando mayor relevancia al igual que los retos para el desarrollo del milenio.

### 3.2.1 Crecimiento Equilibrado.

Considerando las aplicaciones adecuadas para llegar al Estado Estacionario de la economía en el modelo de Solow y Swan, recordamos que el capital de equilibrio de la economía es:

$$k^* = \left[\frac{s_t A_t}{(n_t+\delta_t)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad [3.2.1]$$

Para obtener el Estado Estacionario del producto per cápita, suponemos que la tecnología es variable $(A_t)$, sustituimos $(k^*)$ en $y_t^* = A_t(k_t^*)^\alpha$:

$$y_t^* = A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}\left[\frac{s}{(n+\delta)}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \qquad [3.2.2]$$

De igual forma, es posible obtener la senda de crecimiento equilibrado entre capital y producto per cápita aplicando logaritmos y diferenciando respecto del tiempo, teniendo en cuenta que suponemos variables $A_t$, $s_t$, $n_t$, $\delta_t$.

Para obtener la tasa de crecimiento equilibrado del capital per cápita partimos en base a la expresión del capital de equilibrio de la economía [3.2.1]. Aplicando logaritmos y diferenciando respecto del tiempo, obtenemos:

$$\frac{\dot{k_t}}{k_t} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{s_t}}{s_t} + \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{A_t}}{A_t} - \frac{1}{1-\alpha}\frac{n_t \dot{+} \delta_t}{n_t+\delta_t} \qquad [3.2.3]$$

En cuanto a la tasa de crecimiento estacionario del producto per cápita, partiendo su expresión de estado estacionario [3.2.2], aplicando logaritmos y diferenciando respecto del tiempo, obtenemos dicha tasa de crecimiento estacionario:

$$\frac{\dot{y_t}}{y_t} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{A_t}}{A_t} + \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\dot{s_t}}{s_t} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{n_t \dot{+} \delta_t}{n_t+\delta_t}\right) \qquad [3.2.4]$$

### 3.2.2 Hacia un modelo de Solow y Swan Verde.

La relación básica entre la contaminación ambiental y el crecimiento económico se puede establecer por la siguiente relación:

$$E_t = T_t {Y_t}^\gamma {L_t}^{1-\gamma} \qquad [3.2.5]$$

Dónde $E_t$ representa la emisión de dióxido de carbono como proxy de la contaminación ambiental, $T_t$ es una constante como la contaminación media, $Y_t$ es la producción de la economía y $L_t$ corresponde a la población.

$E_t = T_t {Y_t}^{\gamma} L^{1-\gamma}$ en términos per cápita $e_t = T_t {y_t}^{\gamma}$ dónde $e_t$ es la emisión de dióxido de carbono ($\frac{E_t}{L_t}$) per cápita e $y_t$ el producto per cápita ($\frac{Y_t}{L_t}$).

Se aplica logaritmo y se diferencia respecto al tiempo para obtener la elasticidad de la contaminación ambiental – crecimiento económico:

$$\frac{\dot{e}_t}{e_t} = \frac{\dot{T}_t}{T_t} + \gamma \frac{\dot{y}_t}{y_t} \qquad [3.2.6]$$

Esta última ecuación define la relación cuadrática entre el crecimiento económico y la contaminación ambiental, llamada ecuación de Kuznets que permite apreciar dos efectos esperados.

$$\frac{\dot{e}_t}{e_t} = \frac{\dot{T}_t}{T_t} + \gamma_1 \frac{\dot{y}_t}{y_t} + \gamma_2 \frac{\dot{y}_t}{y_t} \qquad [3.2.7]$$

El crecimiento económico en su término lineal afecta positivamente a la contaminación ambiental $(\gamma_1 > 0)$. Sin embargo, cuando se alcanza un cierto nivel de crecimiento económico, la relación se vuelve negativa $(\gamma_2 < 0)$.

Las expresiones anteriores se pueden vincular a los determinantes de Solow y Swan en el crecimiento económico.

Para ello, en $\frac{\dot{e}_t}{e_t} = \frac{\dot{T}_t}{T_t} + \gamma \frac{\dot{y}_t}{y_t}$ sustituimos la tasa de crecimiento estacionario del producto per cápita hallada anteriormente y obtenemos:

$$\frac{\dot{e}_t}{e_t} = \frac{\dot{T}_t}{T_t} + \gamma \left[\frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{A}_t}{A_t} + \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\dot{s}_t}{s_t} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{\dot{\overline{n_t+\delta_t}}}{n_t+\delta_t}\right)\right] \qquad [3.2.8]$$

Se expresa el crecimiento natural de la contaminación per cápita $(g_e)$ como una constante dado el cambio tecnológico.

$$g_e = \gamma \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)\frac{\dot{A}_t}{A_t} \qquad [3.2.9]$$

Al combinar estas dos últimas expresiones se obtiene el cambio en la emisión de dióxido de carbono per cápita en función de los determinantes del crecimiento económico de Solow y Swan:

$$\frac{\dot{e_t}}{e_t} = g_e + \varphi_1 \frac{\dot{s_t}}{s_t} + \varphi_2 \left(\frac{\dot{n_t + \delta_t}}{n_t + \delta_t}\right) \qquad [3.2.10]$$

El cambio en la contaminación ambiental está en función del cambio porcentual en el nivel de ahorro en la economía, del cambio porcentual también en la depreciación y el crecimiento en la población como ecuación fundamental para determinar el modelo de Solow y Swan verde.

Se espera que $\varphi_1 > 0$ dado que el nivel de ahorro se direcciona hacia la inversión y tiene un efecto positivo sobre el crecimiento económico. Por otra parte, se espera que $\varphi_2 < 0$ ya que un aumento en la tasa de depreciación o crecimiento en la población implica una disminución del crecimiento económico. La relación es inversa con la contaminación ambiental.

## 4. MODELO DE CRECIMIENTO ÓPTIMO

### 4.1 Modelo de Ramsey (1928)

Los modelos de tasa de ahorro constante suponían un ahorro de una proporción constante de la renta ($sY$). En los modelos de crecimiento óptimo los individuos van a tratar de optimizar su consumo a lo largo del tiempo. En este punto, voy a seguir a Sala-i-Martin (1999), para dedicarme al estudio del crecimiento óptimo, en concreto el modelo de Ramsey – Cass – Koopmans, un modelo iniciado por Ramsey en 1928 y desarrollado por Cass y Koompans en 1965 que supuso un avance importante en el estudio de las teorías de crecimiento económico.

El escenario es el de mercados donde, por un lado, obtendremos el comportamiento de las familias cuando se les permite determinar de forma óptima la trayectoria de su consumo. Las familias son las propietarias de los activos financieros que dan un rendimiento neto, (puede ser positivo, o negativo en caso de que tengan deudas), y también son propietarias del factor trabajo. Por tanto, las familias reciben ingresos tanto del sector financiero como de su trabajo. Por otra parte, en un contexto de Competencia Perfecta, las empresas alquilan trabajo a cambio de un salario, alquilan capital a cambio de una tasa de alquiler y venden su producto a cambio de un precio. Por último, una vez que tengamos caracterizado el comportamiento de las familias y las empresas, casaremos sus decisiones en el mercado de factores productivos, de activos financieros y de bienes, para caracterizar el estado estacionario.

### 4.1.1 El comportamiento de las familias en el modelo de Ramsey.

En primer lugar, para el modelo de crecimiento de Ramsey obtendré que las familias maximizan una función de utilidad de la forma:

$$U = \int_0^\infty e^{-pt} u(c_t) L_t dt \qquad [4.1.1]$$

La función de utilidad se plantea en un horizonte intertemporal infinito, donde la familia va a maximizar una función de utilidad instantánea desde el momento presente $(t)$ hacia el futuro. Segundo, la función de utilidad instantánea que se va a maximizar va a depender únicamente del consumo per cápita $u(c_t)$ que multiplicaremos por $L_t$ siendo esta la población en el instante ``$t$´´. A esta función de utilidad se le descuenta la tasa $\rho$ que siempre tiene que ser mayor a 0 representando esta una ponderación mayor hacia la utilidad el consumo presente que a la del consumo futuro.

Para poder definir la función de utilidad que maximizan los individuos, debemos concretar que la consideración del modelo hacia la tasa de crecimiento de la población crece a un ritmo exponencial $n$: $L_t = L_0 e^{nt}$ dónde $n$ es no constante. Y que la función instantánea de utilidad viene definida por una función intertemporal constante y cóncava $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ donde $c_t$ es el consumo per cápita en el momento $t$ y el parámetro $\theta$ que mide el grado de concavidad, debe ser positivo $\theta > 0$.

Por tanto, sustituyendo, obtenemos que la función que van a maximizar los individuos es:

$$U = \int_0^\infty e^{-(p-n)t} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}_t dt \qquad [4.1.2]$$

Los individuos van a maximizar una función de utilidad en un horizonte infinito, por tanto, se impone que $p > n$ para que sea finita y tenga sentido el problema.

Una vez descritas las preferencias de los consumidores, pasamos ahora a su restricción presupuestaria agregada:

$$\dot{B}_t = w_t L_t + r_t B_t - C_t \qquad [4.1.3]$$

Dónde $w_t L_t$ son sus ingresos salariales, $r_t B_t$ sus rendimientos de sus activos financieros o productivos y $C_t$ su consumo. Dividiendo la expresión anterior por el trabajo y operando, llegamos a la restricción presupuestaria intertemporal per cápita a la que se enfrentan las familias en cada instante de tiempo.

$$\dot{b}_t = w_t - c_t + r_t b_t - n b_t \qquad [4.1.4]$$

Donde la minúscula representa cada magnitud en términos per cápita. Para resolver el problema se utiliza el planteamiento del Hamiltoniano con el que obtenemos las tres condiciones de primer orden, la primera para las variables de control, la segunda para las variables estado y de la tercera, obtenemos la condición de transversalidad. Con ello, operamos y obtenemos la tasa de crecimiento del consumo como consecuencia del comportamiento optimizador de las familias:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}[r_t - \rho] \qquad [4.1.5]$$

Esta expresión nos dice que el consumo crecerá o no en función del diferencial $[r_t - \rho]$. El crecimiento del consumo será positivo si $r_t > \rho$, constante o indiferente si $r_t = \rho$ y será negativo si $r_t < \rho$ donde $r_t$ es el premio por no consumir, es decir, si no consumes, lo que ganas es el tipo de interés que recibes. Y $\rho$ es una tasa de descuento subjetiva, que nos dice el coste por no consumir. El ritmo de crecimiento depende de $\theta$ cuanto más baja es, más lineal es la función de consumo y cuanto más alta, más valoro consumir lo mismo todos los días, lo que hace que el crecimiento del consumo sea menor.

### 4.1.2 El comportamiento de las empresas en el modelo de Ramsey.

Las empresas alquilan trabajo y pagan un salario $w_t L_t$, alquilan capital y pagan una renta $R_t K_t$ y producen un precio $P_t Y_t$ (para normalizar, el precio del producto es la unidad). Las empresas maximizarán sus beneficios, los cuales vienen dados por:

$$\pi = Y_t - w_t L_t - R_t K_t \qquad [4.1.6]$$

Para trabajar con esta función de beneficio, vamos a hacer una serie de consideraciones. El propietario del capital tiene unos ingresos y como se da un arbitraje de rentabilidades hasta que la rentabilidad de los activos productivos coincide con la de los activos financieros obtenemos que $R_t = r_t + \delta$ lo que me permite sustituir el pago de las empresas en función del tipo de interés.

La función de producción es neoclásica, y será $Y_t = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$ la misma que la considerada anteriormente en el modelo de Solow (1956), combinación de tres factores productivos (trabajo, capital y tecnología) y cumplidora de las tres propiedades: rendimientos constantes a escala, la productividad marginal de todos los factores productivos es positiva pero decreciente, y las condiciones de Inada. Sustituyendo obtenemos:

$$\pi = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} - w_t L_t - (r_t + \delta)K_t \qquad [4.1.7]$$

Y en términos per cápita:

$$\pi_t = Ak_t^{\alpha} - w_t - (r_t + \delta)k_t \qquad [4.1.8]$$

Maximizando el beneficio, obtenemos los determinantes del comportamiento de las empresas ya que van a producir y demandar capital hasta que el coste de este factor coincida con su productividad marginal y eso viene definido por el tipo de interés y el salario.

Para obtener el tipo de interés operamos derivamos respecto $k_t$ e igualamos a 0

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = 0 \rightarrow \alpha A k_t^{\alpha-1} = (r_t + \delta) \qquad [4.1.9]$$

La productividad marginal del capital per cápita debe coincidir con el precio del capital per cápita. Despejando de la ecuación [4.1.9] obtenemos entonces que:

$$r_t = \alpha A k_t^{\alpha-1} - \delta \qquad [4.1.10]$$

Como en este contexto de Competencia Perfecta los beneficios son 0, se despeja el salario de manera que:

$$w_t = (1-\alpha) A k_t^{\alpha} \qquad [4.1.11]$$

El salario per cápita es la renta per cápita multiplicada por el peso que tiene el trabajo en la función de producción.

### 4.1.3 El equilibrio en el modelo de Ramsey.

Los consumidores y las empresas se encuentran en el mercado: los salarios que pagan los empresarios son iguales a los salarios que reciben los trabajadores, el interés que pagan las empresas es el mismo que reciben las familias y el precio que cobran las empresas por el bien producido es el mismo que pagan los consumidores. Además, debemos imponer la existencia de equilibrio en el mercado financiero. En términos agregados de toda la economía, la suma de todos los activos financieros es 0, por lo que el único activo que tiene un saldo positivo debe ser el capital $b = k$. Por tanto, sustituyendo en las especificaciones [4.1.4], [4.1.5] y en la condición de transversalidad, obtenemos las ecuaciones que caracterizan la dinámica de la economía:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}[\alpha A k_t^{\alpha-1} - \delta] \qquad [4.1.12]$$

$$\dot{k}_t = A k_t^{\alpha} - c_t - (\delta + n) k_t \qquad [4.1.13]$$

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_t k_t \qquad [4.1.14]$$

Lo que resume éste conjunto de ecuaciones son las mismas premisas que tenía el modelo de Solow y Swan, hay un crecimiento de la economía positivo pero transitorio porque a largo plazo se agota debido a los rendimientos decrecientes del capital.

### 4.1.4 Dinámica de transacción de la economía.

La dinámica obtenida por la solución del modelo neoclásico se puede representar utilizando un diagrama de fases. Como ya hemos señalado, el modelo queda determinado por las ecuaciones [4.1.12] [4.1.13] [4.1.14]. Para construir el diagrama de fases, seguiremos los siguientes pasos:

Primero: construimos la curva de valores $c_t$ y $k_t$ para los cuales el capital no crece, en un gráfico donde en el eje horizontal representamos el capital, $k_t$ mientras que en el vertical representamos el consumo, $c_t$. Utilizando la ecuación [4.1.10] e igualando $\dot{k}_t = 0$, obtendremos que $c_t = k_t[Ak_t^{\alpha-1} - (n+\delta)]$ ecuación que define el conjunto de combinaciones consumo – capital para el cual, el capital no crece. La curva pasa por el punto $c_t = 0$ y $[Ak_t^{\alpha-1} - (n+\delta)] = 0$ y en esta última, despejamos $k_t$ para obtener el punto $k^{**} = \left[\frac{A}{n+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$. El máximo de esta curva se corresponde con el capital de la regla de oro que hemos discutido en el Modelo estándar de Solow (1956) lo que significa que el stock de capital de la regla de oro es $k_{oro} = \left[\frac{\alpha A}{n+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ capital para el cual, el consumo de la economía es el máximo posible.

Segundo: analizamos la dinámica del capital asociada con la ecuación [4.1.13] por encima y por debajo de la curva $\dot{k}_t = 0$. En este sentido, nos colocamos por encima y nos preguntamos cómo se moverá stock de capital por tanto, analizando la ecuación [4.4.13] el consumo aparece con un signo negativo, $\dot{k}_t$ será inferior luego decrecerá ($\dot{k}_t < 0$) y todos los puntos que están fuera de la campana irán hacia la izquierda (←). Un procedimiento paralelo nos ayudará a concluir que por debajo de la curva, el consumo es menor, lo que implica que mayor será el crecimiento del capital con lo que la Economía tiene una tendencia a ir hacia la derecha (→).

Tercero: construimos la curva de valores $c_t$ y $k_t$ para los cuales el aumento del consumo es igual a cero ($\dot{c}_t = 0$). Para ello utilizamos la ecuación [4.1.12] pero para que sea más fácil verlo la reescribimos de manera que:

$$\dot{c}_t = c_t \frac{1}{\theta}[\alpha A k_t^{\alpha-1} - \rho - \delta] \qquad [4.1.12'']$$

La variación del consumo va a ser 0 cuándo $c_t = 0$ entonces el consumo se mantiene constante y todo el eje de abscisas es el conjunto de combinaciones capital – consumo que hace que el consumo no crezca. Y cuándo $[\alpha A k_t^{\alpha-1} - \rho - \delta] = 0$ donde al despejar $k_t$ obtenemos el punto $k^* = \left[\frac{A}{\rho+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ que se sitúa a la izquierda del $k_{oro}$ porque ya impusimos al principio que $\rho > n$. En el gráfico 3 esto se representa por una línea vertical en $k^*$.

Cuarto: analizamos la dinámica del consumo asociada a la ecuación [4.1.12] a la izquierda y a la derecha de la curva $\dot{c}_t = 0$. Nos colocamos a la derecha, dónde vemos que el capital disminuye, por tanto la productividad marginal del capital también y con ella el tipo de interés con lo que el consumo disminuye (↓). En el caso de colocarnos a la izquierda, cae el capital lo que implica una caída de la productividad marginal y del tipo de interés por lo que el consumo crece (↑).

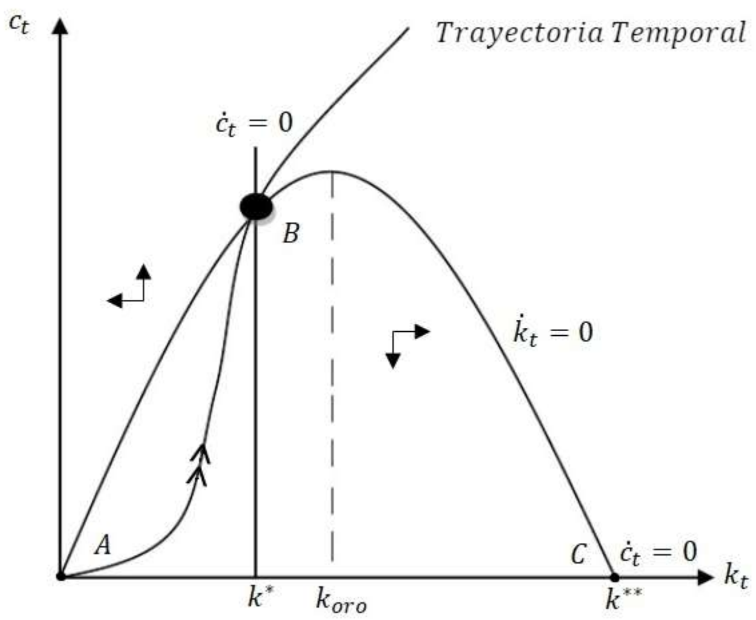


Gráfico 3. Diagrama de fases en el que se mueve la Economía
Fuente: Elaboración propia

Quinto: analizamos los estados estacionarios. El gráfico 3 nos muestra que las curvas $\dot{c}_t = 0$ y $\dot{k}_t = 0$ se cruzan tres veces. En el punto A, en el punto B y en el punto C. Vemos que el origen (punto A) es un estado estacionario inestable, puesto que si empezamos cerca de él pero no exactamente en el punto, tiende a aumentar el consumo y el capital, por tanto, la economía se aleja de ahí. El segundo estado estacionario (C) es completamente estable, dado que todas las flechas que existen a su alrededor apuntan hacia él. sin embargo, no es factible por incumplir la condición de transversalidad. El tercer estado estacionario (B) es un estado estacionario con estabilidad de ``punto de silla´´. Vemos que esto es así porque si seguimos las flechas, podemos llegar a él desde una ``trayectoria estable´´ que converge hacia este estado estacionario. En cualquier otro punto fuera de la trayectoria, la economía tiende a alejarse.

Se demuestra que la economía siempre va a situarse en esta senda de ajuste de la economía con lo que en una situación normal en la que se encuentre en un punto (≫) su trayectoria siempre va a ser a lo largo de la senda de equilibrio hacia el estado estacionario definido por el corte de la vertical $\dot{c}_t$ y la campana que representa la estabilidad del capital.

### 4.2. El modelo de Ramsey con contaminación ambiental

Siguiendo a Xeapepadeas (2005), expondré un modelo de crecimiento óptimo que explique la interacción crecimiento económico y medio ambiente, en un contexto descentralizado. Para ello se supondrá que la contaminación medioambiental es un subproducto del proceso productivo que afectará negativamente a la utilidad de las familias.

*Familias*

La función de utilidad intertemporal a maximizar depende positivamente del consumo per cápita $c_t$, como es habitual, y adicionalmente negativamente del stock total de polución o contaminación $P_t$, con lo que la función de utilidad $U(c_t, P_t)$ en este caso adopta la siguiente expresión:

$$U(c_t P_t) = \frac{{c_t}^{1-\theta} - 1}{1-\theta} - \frac{P^\gamma}{\gamma} \qquad [4.2.1]$$

Con relación al consumo, la función de utilidad es cóncava con pendiente positiva, es decir, la utilidad marginal del consumo es positiva pero decreciente $\lim_{c_{t \to \infty}} U_c(c_t, P_t) = 0$.

A efectos simplificadores se supondrá que no hay crecimiento de la población ni cambio exógeno en la tecnología $n = g = 0$, siendo $n = \frac{\dot{L_t}}{L_t}$ y $g = \frac{\dot{A_t}}{A_t}$

En este contexto, en la medida en que la familia representativa considera el nivel de contaminación dada, el problema de optimización se resume en la maximización respecto del consumo de esta función de utilidad:

$$U = \int_0^\infty e^{-\rho t}\, u(\, c_t, P_t)\, dt \qquad [4.2.2]$$

dónde $\rho$ es la tasa de descuento subjetiva, sujeta a la siguiente restricción presupuestaria intertemporal:

$$U = \int_0^\infty e^{-R_t}\; c_t\, dt = k_0 + U = \int_0^\infty e^{-R_t}\, w_t\, dt \qquad [4.2.3]$$

Dónde $k_0$ representa el capital inicial, y $R_t = \int_{\tau=0}^{t} r_\tau d\tau$ , donde $r_\tau$ es la tasa de interés real en el tiempo $\tau$ por lo que $e^{-R_t}$ es la tasa de descuento objetiva. Por último, $w_t$ es el salario real.

La tasa de crecimiento del consumo según la maximización de las familias incluyendo el stock de contaminación es:

$$\frac{\dot{c_t}}{c_t} = \frac{1}{\eta}\left[r - \rho + \frac{U(c_t P_t)}{U(c_t)}\dot{P}\right] \qquad \eta = -\frac{U(c_t c_t)}{U(c_t)}\, c_t \qquad [4.2.4]$$

Dónde $\dot{P} = \phi \dot{Y_t} - mP$ [4.2.5]

Suponiendo en [4.2.5] que el proceso de producción genera contaminación y bajo el supuesto de que por unidad producida es constante a nivel $\phi$. Asimismo, $m$ refleja la reducción exponencial de la contaminación.

Asociando el multiplicador lagrangiano $\lambda$ a [4.2.3] obtengo que, la condición de primer orden para las familias es $e^{-\rho t} U(c_t P_t) = \lambda e^{-R_t}$ , de dónde tomando logaritmos, diferenciando con respecto al tiempo y usando la definición de $\eta$ anterior, además de la condición de maximización de beneficio en competencia perfecta que implica $f'(k_t) = r_t + \delta$, se obtiene que:

$$\frac{\dot{c_t}}{c_t} = \frac{1}{\eta}\left[f'(k_t) - \rho - \delta + \frac{U(c_t P_t)}{U(c_t)}\dot{P}\right] \qquad [4.2.6]$$

$$\dot{k_t} = f(k_t) - c_t - \delta k \qquad [4.2.7]$$

Obsérvese que si $U(c_t P_t) \leq 0$ , [4.2.6] implica que un aumento de la contaminación no es equivalente a un aumento del crecimiento del consumo y si $U(c_t P_t) < 0$, disminuye la tasa de crecimiento del consumo con respecto al caso de que la contaminación esté en la función de utilidad de las familias. El resultado del estado estacionario no se ve afectado, únicamente la trayectoria para llegar a él.

En base a [4.2.5], el estado estacionario viene determinado por $(c_t^*, k_t^*, P^*)$: $\dot{c}_t = \dot{k}_t = \dot{P} = 0$ . Dicho estado estacionario para $(c_t^*, k_t^*)$ tiene las mismas características que el modelo estándar de Ramsey – Cass – Koopmans sin contaminación ambiental descrito en el apartado 4.1. Solo si $\dot{P} = 0$ (porque en estado estacionario el término $\dot{P}$ es nulo), el stock estacionario de contaminación ambiental se determina a partir del equilibrio económico dónde $P^* = \frac{\phi f(k_t^*)}{m}$.

En cambio, el estado estacionario se modifica si consideramos el problema del planificador social. De tal manera, [4.2.2] se considera como un indicador de bienestar social, por tanto, buscamos la trayectoria en el tiempo del consumo que permita maximizar [4.2.2], sujeto solo a las restricciones determinadas por [4.2.7] y [4.2.5]. De esta manera, se sabe que en ausencia de externalidades, existe una equivalencia entre el resultado del problema del planificador social y el resultado del equilibrio económico lo que nos lleva a ver este principio, como la dualidad entre mercados y planificación óptima. Cuándo existe una externalidad ambiental, esta equivalencia deja de darse.

Ahora, el valor del Hamiltoniano que plantea el problema del planificador es el siguiente

$$\mathcal{H} = U(c_t, P_t) + q_t(f(k_t - c_t - \delta k_t) + \lambda_t(\phi f(k_t) - mP) \qquad [4.2.8]$$

En el Hamiltoniano [4.2.8], dónde $\lambda_t < 0$ se interpreta como la depreciación del stock de contaminación, las condiciones necesarias para su optimización, implican:

$$U_c(c_t P_t) = q_t \qquad [4.2.9]$$

$$\dot{q}_t = (\rho + \delta - f'(k_t)q - \lambda_t \phi f'(k) \quad [4.2.10]$$

$$\dot{\lambda}_t = (\rho + m)\lambda_t - U_P(c_t P_t) \quad [4.2.11]$$

Mediante [4.2.7] y [4.2.5] derivo con respecto al tiempo en [4.2.9] y usando el resultado para eliminar $\dot{q}_t$ en [4.2.10], obtenemos la dinámica de la economía como:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\eta}\left[f'(k_t)\left(1 + \frac{\lambda_t \phi}{U_c(c_t P_t)}\right) - \rho - \delta + \frac{U_{cP}}{U_c}\dot{P}\right] \quad [4.2.12]$$

Por tanto, en las ecuaciones [4.2.7], [4.2.11] y [4.2.5] asumimos que $U_{cP} = 0$ ya que la función de utilidad es separable y así, obtenemos que el sistema económico obtenido en [4.2.7] y [4.2.12] se ajusta al equilibrio de estado estacionario más rápido que el sistema ambiental obtenido en [4.2.5] y [4.2.11].

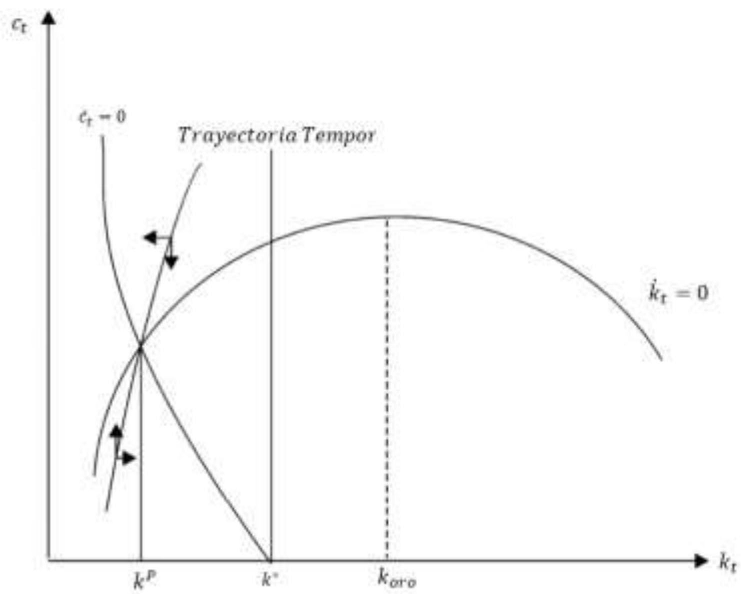


Gráfico 4. El modelo de Ramsey incluyendo la contaminación
Fuente: Elaboración propia

Siguiendo la aproximación definida por Van der Ploeg y Withagen (1991) la cual, consiste en tratar como fijas las variables que tienen una dinámica lenta y por tanto asumiendo que $\dot{P} = 0$ llegamos a la solución caracterizada por:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\eta}[f'(k_t)\left(1 + \frac{\lambda_t \phi}{U_c(c)}\right) - \rho - \delta] \quad [4.2.13]$$

$$f'(k_t)\left(1+\frac{\lambda_t\phi}{U_c(c)}\right)=\rho+\delta \quad f(k_t)=c_t+\delta k_t \qquad [4.2.14]$$

Dónde $\lambda_t$ también es constante y queda definida en $\lambda_0$.

La diferencia entre la solución del modelo de Ramsey donde incluimos la contaminación y el diagrama de fases en el que se mueve la Economía (Gráfico 3) se hace evidente si comparamos [4.2.6] con [4.2.13], ya que para la función de utilidad dada del modelo de Ramsey con contaminación, la compensación que se muestra en el Gráfico 4, dónde $\dot{c}_t=0$ en el espacio $(c_t, k_t)$ no es una línea vertical como en el Gráfico 3, aunque tiene pendiente negativa. Como resultado, el stock de capital en estado estacionario y el stock de contaminación en equilibrio, es menor y por consiguiente, en este modelo de Ramsey, los daños ambientales afectan a los niveles de estado estacionario de las variables.

### 4.2.1 Impuesto sobre emisiones óptimas

Se puede demostrar que el óptimo social en este modelo se puede lograr en una economía descentralizada mediante un impuesto de emisión óptimo adecuado. Éste impuesto depende de la variable tiempo y se define de la siguiente manera:

$$\tau_t=\frac{-\lambda_t}{U_c(c,P)} \qquad [4.2.15]$$

En [4.2.15] todas las variables se evalúan a lo largo de una trayectoria óptima. Está claro que el impuesto de emisión refleja los daños sociales derivados del aumento en la acumulación de contaminación por unidad de producción, que es $\phi\lambda_t$, lo dividimos por la utilidad marginal del consumo que se realiza por unidad de producción y obtenemos que, bajo el impuesto de emisiones, una empresa maximizadora de sus ganancias resuelve

$$\max_{k_t}\pi=f(k_t)-(r+\delta)k_t-\tau[\phi f(k_t)]$$

Aplicando la condición de primer orden obtenemos que:

$$f'(k_t)\left(1+\frac{\phi\lambda_t}{U_c(c,P)}\right)=r+\delta \qquad [4.2.16]$$

Operando y sustituyendo [4.2.16] en [4.2.4] para obtener [4.2.12] que explica que la senda de crecimiento óptimo regulado bajo el impuesto de emisión [4.2.15] coincide con la trayectoria del óptimo social.

En cuanto al planificador social, puede alcanzar los niveles socialmente óptimos de contaminación mediante la imposición del impuesto a las emisiones, es decir, los niveles de equilibrio de la contaminación del producto y el capital serán más bajos respectivamente que la economía competitiva no regulada. Estas pérdidas corresponden al coste de internalizar las externalidades de contaminación.

## 5. CONCLUSIONES

Este Trabajo de Fin de Grado ha intentado exponer cómo cambian los modelos teóricos estándar de crecimiento neoclásico (Solow (1956) y Ramsey (1965)) al incorporar la variable contaminación medioambiental al mismo, lo que les dota de una mayor dosis de realismo al incorporar la externalidad negativa de la contaminación provocada por el proceso productivo de un país, algo que empíricamente puso de manifiesto Kutznets.

Más allá de considerandos matemáticos ya explicados a lo largo del trabajo, que llevan a influencias notables de las variables medioambientales tanto en los equilibrios de largo plazo de ambos modelos como en las dinámicas de transición hacia dichos estados estacionarios, los denominados modelos verdes de crecimiento económico permiten escenificar el lado negativo que los procesos productivos acarrean en términos medio ambientales.

Sí, porque los modelos de crecimiento económico estándar se centran en la bondad de la actividad económica. Por un lado, los ingresos de aquellos sectores que producen más, lo que supone una mayor capacidad de gasto de las familias. En segundo lugar, al producir y vender más, aumenta la recaudación tributaria pues el gobierno aumenta los ingresos que provienen de los impuestos y la idea es que ese dinero proveniente del crecimiento económico se destine como beneficio de los ciudadanos y se exprese en mayor calidad de educación y saludo públicas, mejores infraestructuras y seguridad ciudadana, etc. Además, en tercer lugar si se produce más, se tiende a aumentar el empleo.

Pero por otro lado, no debemos olvidar que cuanta más actividad económica se produzca, mayor será el consumo de energía y de servicios como el transporte, un hecho que implica más costes ambientales. Por lo tanto, un tráfico comercial muy alto es nocivo y tiene peores consecuencias en la calidad medio ambiental. Asimismo, los países desarrollados con ingresos altos, probablemente adapten su producción a leyes, normas y reglamentos que regulan la contaminación. En cambio, los estados en desarrollo no cuentan con normas tan severas para la producción de sus bienes, por lo que la fabricación y comercialización de sus productos deja peor impacto medioambiental que en los países ricos.

Aun así, hay indicios para pensar que una mayor actividad económica puede tener un impacto positivo en el medio ambiente. Así, para lograr un crecimiento económico sano y mantener una buena relación con nuestro entorno, el crecimiento de los beneficios de la producción y comercialización de productos deben ir acompañados de inversiones en constantes mejoras en todos los procesos de la actividad comercial para reducir la contaminación al mínimo posible. Esto implica apoyo a la investigación, aplicación de las medidas apropiadas, desarrollo y adaptación de las nuevas tecnologías para la creación de industrias limpias, etc.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

Benegas, R. A. y Salas, J. (2015): ''Inversión, industrialización y crecimiento sustentable: un modelo de Solow y Swan ''Verde'' para Bolivia'', pp. 1-14.

Carrera Restepo, F.J, Velasco Ramírez A.F, Pérez Montoya, C (2005): ''La curva medioambiental de Kuznets'' en Revista Semestre Económico, Universidad de Medellín. Disponible en: https://docplayer.es/39320638-Semestre-economico-issn-universidad-de-medellin-colombia.html

Correa Restrepo, FJ.: ''Crecimiento económico y medio ambiente: una revisión analítica de la hipótesis de la curva ambiental de Kuznets''. UDEM. Facultal de ciencias económicas y empresariales. https://revistas.udem.edu.co/index.php/economico/article/view/1131

Gil Garcia, D.: ''Cómo influye el crecimiento económico en el medio ambiente''. Universitat de València. Facultad d'Economia. https://www.uv.es/uvweb/master-politica-economica-economia-publica/es/master-universitario-politica-economica-economia-publica-1285906412842.html

Koopmans, Tjalling C. (1965). ''On the Concept of Optimal Economic Growth'', en The Econometric Approach to Development Planning, Amsterdam, North Holland (1965).

Sala – i – Martin, X (1999): Apuntes de crecimiento económico. Editorial Antoni Bosh, 2º edición. Antoni Bosh, Barcelona. Pp. 3-85. Disponible en https://www.academia.edu/32208344/Apuntes_de_crecimiento_econ%C3%B3mico_Xavier_Sala_i_Martin

Solow, Robert M. (1956), ''A Contribution to the Theory of Economic Growth'', Quarterly Journal of Economics, 70, 1 (febrero), pp. 65-94.

Solow, Robert M. (1969). ''Investment and Technical Change'', en Kenneth J. Arrow. Mathematical Methods in the Social Sciencesm Palo Alto, Stanford University Press.

Swan, Trevor W. (1956). ''Economic Growth and Capital Accumulation'', Economic Record, 32 (noviembre). Pp, 334 – 368.

Xepapadeas, A (2005): ''Handbook of Environmental Economics'', Volume 3. Edited by K.-G Mäler and J.R Vincent. Elsevier B.V, pp. 1233-1238. Disponible en https://econpapers.repec.org/bookchap/eeeenvhes/3.htm