



**Universidad de Valladolid**

Facultad de Educación y Trabajo Social

Dpto. de Ciencias Experimentales, Sociales y de las Matemáticas

TRABAJO FIN DE GRADO:

**MATERIALES MANIPULATIVOS EN EL  
PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE  
LAS MATEMÁTICAS**

Presentado por Beatriz Prieto Abarquero para optar al Grado de

Educación Primaria por la Universidad de Valladolid

Tutelado por:

Rosa María Fernández Barcenilla

## **RESUMEN:**

El presente Trabajo de Fin de Grado es un recorrido por los autores más importantes que han investigado acerca de la inclusión de los materiales manipulativos en el aula de matemáticas. Además, contiene una propuesta de intervención educativa, diseñada para mostrar cómo estos materiales pueden ser integrados en el aula. En dicha propuesta se utilizarán materiales como el mecano, los palillos, el pentominó y, finalmente, el tangram. Las actividades que se proponen están enfocadas para el tercer ciclo de primaria, concretamente el sexto curso. Para finalizar, contiene el análisis de los resultados de la puesta en práctica en el aula, una reflexión sobre la incidencia de los mismos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

## **PALABRAS CLAVE:**

Matemáticas – materiales didácticos – materiales manipulativos – geometría – Educación Primaria - didáctica de las matemáticas

## **ABSTRACT**

This Final Project Work is a tour of the most important authors who have researched on the inclusion of manipulatives in the mathematics classroom. It also contains a proposal for educational intervention, designed to show how these materials can be integrated into the classroom. This proposal contains how materials like Meccano, toothpick's activities, the pentomino and finally the tangram can be used. The proposed activities are focused in the third cycle of primary, namely the sixth grade. Finally, it contains the analysis of the results of the implementation in the classroom, a reflection on the impact thereof on the teaching-learning process.

## **KEYWORDS**

Mathematics – teaching resources - manipulatives – geometry – primary – maths teaching

# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	5
1. JUSTIFICACIÓN .....	6
2. OBJETIVOS.....	10
3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	11
3.1 ASPECTOS PSICOLÓGICOS:.....	11
3.2 ANTECEDENTES DE LOS MATERIALES MANIPULATIVOS.....	13
3.3 MATEMÁTICAS Y JUEGO.....	14
3.4 EL MATERIAL MANIPULATIVO EN EL AULA.....	17
3.4.1 Clasificación del material manipulativo.....	18
3.4.2 Utilización de los materiales manipulativos.....	21
4.- PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA: .....	24
4.1 CONTEXTO.....	24
4.2 OBJETIVOS.....	25
4.3 CONTENIDOS.....	26
4.4 METODOLOGÍA .....	26
4.5 RECURSOS .....	28
4.6 ACTIVIDADES .....	28
4.6.1 Mecano .....	29
4.6.2 Actividades con palillos .....	31
4.6.3 Pentominó.....	32

4.6.4 Tangram .....	34
4.7 TEMPORALIZACIÓN .....	36
4.8 EVALUACIÓN .....	36
4.9 RESULTADOS DE EVALUACIÓN .....	37
5. CONCLUSIONES .....	42
6.1 BIBLIOGRAFÍA .....	44
6.2 WEBGRAFÍA .....	45
6.3 NORMATIVA .....	46
7. ANEXOS .....	47
ANEXO 1: Hacemos caminos .....	47
ANEXO 2: Construimos polígonos de 3 y 4 lados.....	49
ANEXO 3: Actividades con palillos.....	53
ANEXO 5: Construimos de rectángulos.....	62
ANEXO 6: Medimos áreas y perímetros.....	64
ANEXO 7: Construimos figuras semejantes. ....	67
ANEXO 8: Construimos el tangram.....	71
ANEXO 9: Hacemos figuras.....	73
ANEXO 10: Figuras ocultas.....	74
ANEXO 11: Dibujamos con las figuras. ....	77
ANEXO 12.....	78
ANEXO 13.....	80

# INTRODUCCIÓN

Debido a que las matemáticas se encuentran presentes en el día a día de las personas, es conveniente que se produzca un cambio en la percepción que se tiene de ellas. La mayor parte de las personas recuerdan las matemáticas como una asignatura que odiaban en la etapa escolar debido a la falta de comprensión de sus contenidos, cuyo aprendizaje se basaba en la memorización de ejercicios. A pesar de que los tiempos han cambiado, y las didácticas han evolucionado, al preguntar a niños/as de la etapa de educación primaria, muchos, siguen respondiendo que les cuesta, que no les gusta o que no las entienden. Por ello, este Trabajo de Fin de Grado tiene como fin presentar una alternativa a la enseñanza tradicional de las matemáticas.

En nuestro día a día, y nuestras rutinas, estamos en contacto con las matemáticas; desde que nos levantamos hasta que nos acostamos. Calculamos cuánto tiempo hemos dormido, la distancia que hay desde nuestra casa hasta el lugar al que queremos llegar o reconocemos figuras geométricas en las señales de tráfico o edificios.

El presente documento se estructura en dos partes: la fundamentación teórica y la propuesta de intervención educativa.

En primer lugar se hará una recopilación de los diversos autores que han investigado acerca de las etapas de desarrollo psicológico de los niños, las cuales se enfocarán en la concreción de la competencia matemática. El tipo de metodología que se va a utilizar, está basada en el aprendizaje significativo. Posteriormente se enunciarán los autores más importantes en la investigación de la eficiencia de los materiales manipulativos en el aula, así como una clasificación de los mismos y unas pautas sobre cómo conseguir la utilización correcta de los mismos.

La otra parte de la que consta el trabajo, es una propuesta de intervención educativa. Esta propuesta ha sido diseñada siguiendo las pautas establecidas por los autores enunciados en el apartado de fundamentación teórica. Consta de actividades, organizadas de modo que se desarrollen durante diez sesiones, en las que se adquiera conocimiento relacionado con la geometría a través de la manipulación de los materiales. Cada una de las actividades ya sean de construcción, descomposición o reconocimiento, van a permitir que el alumnado adquiera de manera eficaz los conocimientos abordados.

Esta propuesta de intervención diseñada para el tercer ciclo de la etapa de educación primaria, más concretamente para el sexto curso, ha sido llevada a cabo en un aula real, aprovechando la estancia del periodo de prácticas. Gracias a su puesta en práctica, se puede hacer

una reflexión y valoración de la incidencia de este tipo de metodología en la que se utilizan materiales manipulativos para los procesos de aprendizaje en lugar de los métodos tradicionales de enseñanza. Por ello, en esta parte del trabajo, se va a hacer una evaluación de cómo los recursos utilizados han influido, ya sea positiva o negativamente, en el aprendizaje del alumnado, y sobre todo, en si estos materiales han contribuido en la mejora de la percepción de las matemáticas de los estudiantes.

## 1. JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de este tema “materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas” se debe a la necesidad de encontrar el modo de cambiar la percepción que los alumnos/as tienen de las matemáticas. El hecho de que aún los niños/as sigan teniendo una percepción negativa de las matemáticas me produce como futuro docente la preocupación y la necesidad de promover un cambio. Es cierto que las matemáticas presentan un grado de dificultad para el alumnado, por lo que necesitan hacer un esfuerzo para comprenderlas, ya que las perciben como algo abstracto y sin significado.

Por ello, se debe buscar alternativas en la metodología utilizada, ya que la enseñanza tradicional basada en la explicación por parte del maestro/a y la realización de ejercicios en el cuaderno y, su posterior corrección en la pizarra, no resulta del todo eficaz. Con una metodología expositiva en el que el docente se limita a explicar, utilizando exclusivamente el libro de texto, y en el que el alumnado solo escucha, es decir, se encuentra en un segundo plano, solo se consigue que este aprendizaje sea memorístico, mecánico y apenas adquiere significado para ellos/as. En ocasiones este tipo de metodología desemboca en fracaso escolar.

De modo que se va a plantear un tipo de metodología en el que el alumno/a sea el protagonista, participe en cada uno de los procesos de aprendizaje que se le proponen y que sobre todo, los alumnos/as vean las matemáticas como un juego, como un reto y, por tanto, les motive. Esta motivación es la necesaria para que el alumnado despierte su interés por la asignatura, que tenga curiosidad por ir descubriendo cosas nuevas. De modo que este trabajo de fin de grado tiene como objetivo dar un giro de 180 grados a la enseñanza de la geometría en educación primaria mediante la construcción y manipulación.

Esta cita de M<sup>a</sup> Antonia Canals resume lo anteriormente dicho:

*“La mejora de la educación matemática no depende básicamente de los cambios administrativos, ni del aumento de las dotaciones económicas, ni de la supuesta eficacia de los nuevos currículos. Todos estos factores influyen, sin duda*

*alguna, pero los verdaderos cambios dependen sobretudo del cambio de mentalidades y de las actitudes profundas de las personas. [...] Éstos son los cambios más profundos, y por ello son también los más difíciles. Personalmente creo que son los únicos realmente interesantes.” (M<sup>a</sup>. Antònia Canals 2007, p.83).*

Es necesario un cambio en la mentalidad de los docentes, concienciarles de que la enseñanza basada en otro tipo de recursos, y como es en este caso, los materiales manipulativos, contribuyen al buen desarrollo de la competencia matemática y a la eficacia del proceso de adquisición de los conceptos y conocimientos.

El material se puede utilizar en diversos momentos, como pueden ser: el estudio de nuevos conceptos, el refuerzo para los niños y las niñas que lo necesiten y como ampliación para los que terminen pronto la tarea.

Si se pretende que el material utilizado en el aula tenga un efecto positivo en el alumnado, las actividades en el área de matemáticas deben:

- Favorecer las destrezas mentales del alumnado, desarrollar la facultad de discurrir y por tanto, la inteligencia. También tendrá que potenciar el razonamiento lógico.
- Estimular el pensamiento y el interés del alumnado, ya que tienen que resultar actividades motivadoras y divertidas, a la vez que favorecedoras de la adquisición de los conocimientos y conceptos.
- Proporcionar situaciones abiertas, en las cuales exista una intercomunicación con los conocimientos. Situaciones dinámicas, que favorezcan el estudio de estrategias.
- Conectar y crear uniones entre los contenidos curriculares y los temas transversales, de modo que no se estudien de forma aislada e individualizada.

Además la utilización de los materiales manipulativos va a permitir al alumnado adquirir las competencias que deben ser desarrolladas durante la etapa de educación primaria como son:

- *Conocimiento e interacción con el mundo físico:* debido a que las situaciones de aprendizaje a las que van a estar expuestos los alumnos/as estarán relacionadas con aspectos de su vida cotidiana, con objetos y formas que pertenecen a su día a día, por lo que podrán relacionar sus conocimientos con su entorno.

- *Autonomía e iniciativa personal:* esta competencia se va a desarrollar gracias a que el alumno tendrá que tomar decisiones a la hora de llevar a cabo las actividades planteadas, tendrá que decidir

cómo construir figuras o reconocerlas, por ejemplo. De modo que va a potenciar la autonomía del alumno/a ya que por sí mismos van a tratar de resolver los ejercicios.

- *Competencia cultural y artística*: la utilización de materiales manipulativos, va a permitir a los alumnos/as desarrollar su creatividad, ya que en muchas de las actividades se comienza por el juego libre, que estimulará su imaginación.

- *Aprender a aprender*: a través de los materiales no solo aprenderán una única manera de resolver un problema o actividad, sino que se les planteará diversas formas de llegar a un mismo resultado.

- *Competencia social y ciudadana*: debido a que las actividades se van a realizar en un ambiente dinámico y de participación, van a provocar en los alumnos/as mejorar la relación entre los compañeros/as, prestando ayuda unos a otros, contando cómo lo han resuelto y sobre todo, creando un ambiente de respeto hacia el resto, en el que se valorarán de forma positiva las opiniones de los demás.

- *Competencia en comunicación lingüística*: cada una de las actividades van a ser verbalizadas, tanto por parte del maestro/a como por parte del alumnado, de modo que va a existir un ambiente de comunicación constante, en el que se adquiera tanto el lenguaje específico de las matemáticas, como se potencie la comprensión, la competencia comunicativa y la capacidad de crítica en los alumnos/as.

Además, con este Trabajo de Fin de Grado se pone de manifiesto las competencias adquiridas a lo largo del Grado, recogidas en la Memoria del Plan de Estudios del Título de grado Maestro/a en Educación Primaria por la Universidad de Valladolid. Son las siguientes:

- 1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio –la Educación– que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.**

En este documento se puede observar que está presente la utilización de una terminología específica que deriva de la educación, al igual que se conocen las características propias de la edad y etapa en la que se encuentra dirigida la propuesta de intervención adjunta en este documento. Propuesta que ha sido diseñada en función de los objetivos, contenidos curriculares y criterios de

evaluación acordes con la etapa. Además, este trabajo propone una alternativa a la metodología utilizada normalmente en las aulas.

**2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio –la Educación–.**

Con la realización de este trabajo, se puede comprobar la capacitación para planificar una propuesta de intervención eficaz y acorde con los procesos de enseñanza-aprendizaje. Al igual, que se demuestra la capacidad de analizar y reflexionar el trabajo realizado.

**3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales de índole social, científica o ética.**

En este trabajo se pone de manifiesto la capacidad para interpretar los datos procedentes de la observación de la puesta en práctica de la propuesta diseñada, en la cual se hace una reflexión sobre la práctica educativa. Del mismo modo se demuestra la capacidad de búsqueda de información en todo tipo de soportes para la realización de este trabajo.

**4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.**

Se pone de manifiesto la habilidad para expresar y comunicar todos los aspectos relacionados con el tema, que tras seleccionar las ideas más relevantes de cada uno de los autores, se presentan de manera que cualquier persona que lea el documento, tanto si es docente como no, pueda entender el fin y el desarrollo del mismo.

**5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.**

La concreción de esta competencia se manifiesta mediante el aprendizaje de nuevas metodologías, la recopilación de información que existe sobre el tema tratado y la capacidad para crear una propuesta en la que se aborden técnicas alejadas de las convencionales.

**6. Que los estudiantes desarrollen un compromiso ético en su configuración como profesionales, compromiso que debe potenciar la idea de educación integral, con actitudes críticas y responsables; garantizando la igualdad efectiva de mujeres y hombres, la**

**igualdad de oportunidades, la accesibilidad universal de las personas con discapacidad y los valores propios de una cultura de la paz y de los valores democráticos.**

El planteamiento de este trabajo está dirigido hacia que todo tipo de docente pueda ponerlo en práctica, al igual que todo tipo de alumnado puede realizar las actividades propuestas, haciendo las adaptaciones oportunas. Se trata de un trabajo que no excluye a nadie por su contenido, de hecho trata de que las dificultades que encuentran los alumnos/as puedan ser trabajadas y así convertirlo en un aprendizaje eficaz.

## **2. OBJETIVOS**

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es promover el uso de los materiales manipulativos en el área de matemáticas en las aulas, que mediante recursos y actividades actúen como medio para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje, mejoren la adquisición de la competencia matemática y la percepción que el alumnado tiene de la asignatura de matemáticas.

El presente trabajo tiene como objetivos en los docentes:

- Sensibilizar sobre la utilidad y la relevancia del uso de los materiales manipulativos en el área de matemáticas.
- Concienciar sobre las ventajas del buen uso de los materiales manipulativos en los procesos de enseñanza- aprendizaje.
- Presentar un modelo de diseño y elaboración de los posibles materiales.
- Dotar al profesorado de orientaciones y pautas para la utilización de dichos materiales.
- Dotar de posibles modelos de actividades para llevar al aula.
- Conseguir que los alumnos/as modifiquen la perspectiva que tienen sobre las matemáticas.
- Potenciar el aprendizaje significativo en los alumnos/as.

## 3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### 3.1 ASPECTOS PSICOLÓGICOS:

La enseñanza de las matemáticas debe estar basada en procesos de descubrimiento. Esta no se basa únicamente en la transferencia de contenidos, sino que se otorga más relevancia a su enseñanza a través de procesos matemáticos derivados de la resolución de problemas. Esta forma de ver la enseñanza de las matemáticas implica que los objetivos han de estar basados en lo manipulativo y concreto, con el fin de llevar al alumnado hasta lo simbólico y lo abstracto. “*Las Matemáticas no se aprenden, sino que se hacen.*” (Sánchez Huete, 1998: 143).

Es necesario hacer referencia a los principios del aprendizaje que plantean diversos autores, que adecuados a la fase evolutiva en la que se encuentren los alumnos, van a permitir el desarrollo de la didáctica más adecuada para el alumnado.

En primer lugar, es primordial hacer referencia a uno de los autores más importantes en cuanto al aprendizaje, Piaget (1948). Éste propone cuatro periodos evolutivos de los niños, los cuales van avanzando en función de la edad del alumnado. Este trabajo está dirigido hacia el alumnado de tercer ciclo de primaria, es decir, los que se encuentran entre el periodo de operaciones concretas y el periodo lógico-formal. Para llegar a estos periodos, lo que conlleva a la construcción del conocimiento, es necesario la formación de conceptos matemáticos, formados gracias a la propia experiencia.

También hay que hacer referencia a su teoría del desarrollo de los conceptos espaciales. En esta distingue entre: percepción y representación o imagen mental. La primera, que implica el contacto directo con los objetos con el fin de su conocimiento; y el segundo que se refiere a la evocación de los objetos cuando no están presentes. En su obra *La representación del espacio* (1948) desarrolla sus ideas fundamentales sobre la adquisición de los conceptos espaciales. Los cuales se van adquiriendo en los diferentes estadios de desarrollo.

Piaget (1948) en esta obra diferencia tres propiedades geométricas: **las topológicas**, respectivas a las propiedades independientes de la forma o del tamaño; **las proyectivas**, referidas a la capacidad del niño para predecir qué aspecto tiene un objeto desde diferentes ángulos; y por último **las euclídeas**, relativas a los tamaños, distancias y direcciones, que conducen a la medición de longitudes, ángulos y áreas.

Por otro lado, cabe mencionar a Vygostky (1934), el cual hace referencia al papel fundamental que desempeña el lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas, ya que éste interviene en el desarrollo psicológico. Aprendizaje que se produce en un foco inicial que es la sociedad, lo que se transmite a lo individual. Definiendo también, la zona de desarrollo próximo, que es la distancia existente entre las habilidades del alumno y las que puede llegar a desarrollar mediante apoyos externos.

Es necesario señalar a Ausubel (1983) en el tema a tratar, ya que él plantea que el aprendizaje deber ser significativo, es decir, el alumno debe integrar los nuevos conocimientos en los que ya tiene adquiridos. Por tanto, Ausubel huye de los aprendizajes mecánicos y memorísticos, para él, el aprendizaje se debe a la relación de los conocimientos previos con los nuevos.

Para Burton (1970) el proceso de aprendizaje debe llevarse a cabo a través de la experimentación de la acción que se desea aprender. Pero es necesario que exista una motivación hacia la tarea ya que junto con la madurez y la experiencia del propio alumnado hacen que el proceso de aprendizaje se ajuste y evolucione de manera positiva, estableciendo el alumno las relaciones existentes entre las distintas tareas.

En cuanto al aprendizaje de la geometría, hay que hacer alusión al matrimonio Van Hiele (1958). Éstos exponen que en el razonamiento de la geometría del alumnado existen varios niveles de desarrollo, necesarios para comprender los conceptos nuevos que han de adquirir.

Existen cuatro niveles, los cuales tienen dependencia entre sí ya que si no se alcanza uno, no se puede avanzar al siguiente. El primero consiste en reconocer las figuras geométricas de manera global (color, forma, tamaño y nombre); en el siguiente ya se reconocen las propiedades elementales de las figuras y pueden dar una definición de ellas. En el tercer nivel, existe un carácter deductivo y pueden abstraer las propiedades implícitas de una figura, y por último, en el cuarto nivel, el alumnado ya puede entender y hacer demostraciones, es decir, alcanzan el nivel de deducciones formales.

Tras analizar lo que los grandes autores plantean, se llega a la conclusión de que las matemáticas tienen un gran valor formativo y al mismo tiempo, un papel fundamental socializador, ya que éstas forman parte de la vida real, es decir, de nuestro entorno. Por ello, se debe plantear las matemáticas como un juego, proporcionando a los docentes herramientas y recursos necesarios para mejorar la adquisición de las mismas, en los que se van a encontrar los recursos y actividades lúdico-manipulativos, que iremos abordando a lo largo de todo este trabajo.

### 3.2 ANTECEDENTES DE LOS MATERIALES MANIPULATIVOS

El uso de materiales para la realización de operaciones matemáticas se remonta a tiempos antiguos, en los cuales se utilizaban diversos objetos para calcular como los nudos en cuerdas, quemaduras en madera, piedras y otros objetos.

Es necesario hacer referencia al ábaco, el cual establece la conexión entre la escritura de números y la operación. Hecho que provocó una división entre los partidarios del ábaco y los partidarios de los algoritmos, encabezados respectivamente por Pitágoras y Boethius, en el siglo VI antes de Cristo.

El filósofo empirista Comenius (1592-1670) tuvo una gran influencia en la educación, ya que propuso utilizar objetos de la vida real o imágenes de ella en la clase, sosteniendo que el origen y desarrollo del conocimiento se basa en los sentidos. Podemos observar que en las pinturas del artista Jacopo Barbaria del siglo XVI están presentes la regla geométrica y el compás.

El pedagogo suizo Pestalozzi (1746-1827), reformó la educación del siglo XVIII, fue el artífice del aprendizaje de las matemáticas por medio de los sentidos, creando tres tablas para enseñar la aritmética a sus pupilos, basada en la descomposición del cuadrado en partes iguales, y así explicar el sistema decimal. También cabe destacar Fröebel (1782-1850), fundador de la primera escuela infantil en Alemania, por su método educativo, el cual mediante el juego, los alumnos utilizaban material didáctico repartido en diversas cajas llamados dones.

Además, mencionar la influencia de Itard (1774-1836) y Séguin (1812-1880), quienes basaron su método en la utilización materiales didácticos por medios de los sentidos para la enseñanza a niños y niñas con dificultades en el aprendizaje. (González, 2010).

Para otros autores como Decroly (1871-1932) y Montessori (1870-1952), el aprendizaje debe partir de la respuesta de los sentidos, partiendo de lo concreto y no partiendo de la facultad intelectual como otros autores apuntan. Aunque existe una diferencia entre ambos autores, Decroly no apuesta por el material para construir, sino que se basa en fenómenos a través de la observación analítica. Por el contrario, Montessori apuesta por el uso de materiales artificiales.

Piaget, desde su perspectiva psicológica, entiende el material como medio de aprendizaje, destacando: *“el interés del niño no sea atraído por el material en sí, sino más bien por las operaciones sobre el objeto y sus entes”* (Castelnuovo, 1970).

Puig Adam, ya en el siglo XX, didacta español y miembro de la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza Matemática (CIEAEM), organismo mundial en el que buscan mejorar la enseñanza de la matemática; escribe: “El material de la enseñanza matemática”, con motivo de la XI reunión de esta comisión (abril, 1957), donde podemos encontrar varios modelos y materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas.

Éste nombra al profesor Servais (1958), que pone de manifiesto el valor de los métodos intuitivos sobre la enseñanza tradicional, ya que afirma que existen tres tipos de intuición: la sensible de lo concreto, la de las representaciones y la matemática. Este último tipo, tiene como fin traducir, originar y sugerir ideas matemáticas al alumnado, ya que se busca dejar de lado los métodos tradicionales, modelos pasivos; y basarse en métodos en los que los alumnos y las alumnas sean partícipes de su propio aprendizaje mediante la manipulación de materiales.

Este certamen fue el que marcó el inicio y difusión de los materiales manipulativos, pues se demostró que el uso de estos materiales lleva a la interiorización de propiedades y conceptos matemáticos.

### **3.3 MATEMÁTICAS Y JUEGO**

Debido al planteamiento que se hace de las matemáticas, viendo y abordándolas como un juego, hay que conceptualizarlo mediante diversos autores. Piers y Erikson (1982) consideran el juego como una actividad, mediante la cual el alumnado realiza un proceso de adaptación a la realidad. Cabe mencionar también a Bettelheim (1987), quién considera que el juego es una actividad de contenido simbólico por medio del cual, los niños y niñas intentan resolver inconscientemente, problemas que ellos no pueden resolver en la realidad, y adquieren la sensación de control. Por lo que el juego será para los niños y las niñas el vehículo que les va a conducir a su propia autonomía y al desarrollo de esquemas de conducta.

Desde principios del siglo XX, numerosos psicólogos/as, pedagogos/a, docentes y otros expertos han investigado sobre la adquisición y el desarrollo de conocimientos matemáticos a través de la manipulación de materiales didácticos.

Alsina y Planas (2008) plantean que para los niños y las niñas la manipulación de materiales no solo es una manera divertida de adquirir conocimiento, sino que se trata de una forma de aprender más eficaz, lo que no implica que sea necesariamente más rápida. También este tipo de materiales promueven la autonomía de los aprendices, pues los adultos solo van a participar en momentos clave del aprendizaje.

Por ello se va a hacer referencia al Decálogo del juego en clase de matemáticas, que se puede encontrar en el libro de Alsina (2004) titulado “Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos”, en el cual afirma que:

1. El juego compone la parte más real de los niños y niñas, y que, utilizándolo como recurso metodológico, se consigue trasladar su realidad a la escuela y que éstos descubran la importancia y utilidad de aprender matemáticas.
2. Las actividades lúdicas crean en el alumnado una motivación, lo que provoca que se impliquen mucho más y las tomen más en serio que en las actividades tradicionales.
3. Se aborda diferentes tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia esta materia.
4. Mediante el juego se consigue reducir el miedo al fracaso en las matemáticas.
5. Este tipo de metodología permite que el alumnado aprenda de sus propios errores y del resto de compañeros y compañeras.
6. Respeta la heterogeneidad del alumnado, ya que todos pueden participar a pesar de las diferencias que existen entre las capacidades de unos y de otros.
7. Favorece la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y búsqueda de estrategias, procesos psicológicos fundamentales en el aprendizaje matemático.
8. Contribuye en el proceso de socialización e integración, al mismo tiempo que favorece la autonomía personal de los niños y las niñas.
9. El Currículum actual hace hincapié en la utilización de estos materiales lúdicos en el área de matemáticas y su acercamiento a la realidad.
10. Favorece y desarrolla el aprendizaje significativo.

Continuando con la justificación de por qué los materiales manipulativos son esenciales en el aula hay que destacar a una de las precursoras de los materiales manipulativos, María Montessori (1914), quien asegura que “el niño tiene la inteligencia en la mano”, ya que sostiene que el aprendizaje de conceptos se desarrolla por medio de recursos manipulativos y la experimentación de los objetos.

Entre todos los investigadores se destacan:

Canals (2001) “Si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada en cada edad, y a partir de aquí fomentar el dialogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitara en manera, porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo”.

Decroly (1965) considera que la observación de la naturaleza y la manipulación son la clave para despertar el interés y la intuición del alumnado.

Dienes (1970) creador de los bloques lógicos, demostró que desde las primeras edades se pueden enseñar las estructuras matemáticas a través de materiales.

Estalella (1918) propone la resolución de problemas o enigmas partiendo de la experimentación y así construir modelos. Propone un equilibrio entre la manipulación y los aspectos formales de las matemáticas.

Freinet (1968) defiende que es necesario partir de las propias experiencias para adquirir nuevos conocimientos. Apoya el uso de materiales y defiende la relación existente entre los conocimientos matemáticos y el entorno.

Mialaret (1984) defiende que la manipulación de materiales es necesaria, pero que se debe completar con procesos como el lenguaje, es decir, no solo sirve el contacto con los materiales sino que es necesaria la verbalización de la acción.

Tras las afirmaciones de los anteriores autores, se puede considerar la manipulación de materiales didácticos como un medio imprescindible para la adquisición de las matemáticas. Aunque también hay que señalar, que esta manipulación de materiales tiene que ir acompañada de otros métodos y recursos, puesto que su utilización aislada no va a ser tan eficaz como si es complementaria con otros.

Cascallana (1988) en su libro “Iniciación a la matemática”, hace una distinción entre la libre manipulación y la guiada por el docente. La libre manipulación permite al alumnado percibir las propiedades físicas del objeto. Por el contrario, la manipulación de materiales dirigida por el maestro o la maestra, debe estar enmarcada en un fin concreto, con una serie de actividades programadas, de modo que el alumnado podrá avanzar en el proceso de abstracción de los conocimientos matemáticos.

Los niños y las niñas van aprendiendo y desarrollándose gracias a las experiencias que su propio ambiente les ofrece. Esto significa que, un niño o una niña que se encuentre en un ambiente

con más y mejores estímulos, va a verse favorecido por un mejor desarrollo cognoscitivo y perceptual motor superior. Aunque la calidad del entorno va a depender de dos factores: por un lado, el agente humano, y por otro, las herramientas que el agente tiene para causar interacciones inteligentes.

### **3.4 EL MATERIAL MANIPULATIVO EN EL AULA**

Existen varias concepciones sobre el significado del término “material”, entre ellas destacamos:

Alsina, Burgués y Fortuny (1988); consideran que la palabra “material” agrupa a todos los objetos, aparatos o medios de comunicación mediante los cuales se propicia el descubrimiento, el entendimiento y la consolidación de los principales conceptos de cada una de las fases del aprendizaje, y por tanto, del conocimiento matemático.

Hernán y Carrillo (1988), hablan de material y recurso, incluyendo dentro de los recursos los materiales. En cambio, en Carretero, Coriat y Nieto (1995) se hace distinción entre los recursos y los materiales didácticos, definiendo los recursos como materiales cuyo fin no fue específicamente el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, como pueden ser la tiza, la pizarra, el papel, entre otros muchos. Por el contrario, defienden que el material didáctico ha sido diseñado con una finalidad específica, en este caso un fin educativo.

Álvarez (1996) define el material como “Todo objeto, juego, medio técnico, etc. capaz de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas”.

Cascallana (1970) propone otro punto de vista en la enseñanza de la geometría, ya que afirma que dentro de la sociedad, y en concreto, dentro de un aula, existe una gran heterogeneidad. Lo implica que la utilización de una sola estrategia no contempla las diferencias entre el alumnado y sobretodo, las necesidades de cada alumno o alumna. Por ello sostiene la importancia de utilizar otros medios o recursos como pueden ser los materiales manipulativos. Además, rechaza las explicaciones verbales, la única utilización de la pizarra y el trabajo individual como único recurso. Debido a que este tipo de enseñanza hace que produzca una mayor desigualdad entre el alumnado de bajo nivel y el de alto, ya que unos no llegan a comprender las explicaciones y los otros por el contrario, se aburren. Por lo que solo saldría beneficiado los de nivel medio.

### 3.4.1 Clasificación del material manipulativo

Teniendo en cuenta las definiciones sobre materiales manipulativos de diversos autores citadas anteriormente, podemos hacer una clasificación de los materiales atendiendo a diversos criterios:

1. Según su funcionalidad, Cascallana (1988), autor nombrado anteriormente, va a proponer una clasificación de los materiales didácticos para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos en función de su estructuración: material no estructurado y material estructurado.

2. En función de la versatilidad o de la variedad de formas en la que el material puede ser utilizado para el estudio de una mayor o menor cantidad de distintos conceptos y propiedades matemáticas.

3. Diferenciando entre materiales manipulativos y virtuales o no manipulativos (González, 2010),

4. En función de su utilidad y el formato en el que se presenta (Flores y otros, 2010).

5. Distinguiendo entre tres momentos en los que se el material manipulativo se puede utilizar. Corbalán (1994):

- Pre-instruccional: se utiliza al comienzo de la clase con el fin de introducir un concepto.
- Co-instruccional: se utiliza para trabajar el concepto en el desarrollo de la clase.
- Post-instruccional: se utiliza al final de la clase para repasar el concepto que se ha estado trabajando.

6. De acuerdo con el fin que se persigue mediante la utilización de materiales manipulativos, encontramos:

- Mostrar-observar
- Proponer-manipular
- Plantear-resolver problemas
- Buscar-desarrollar estrategias

7. Por último, podemos clasificarlo en función del tipo de aprendizaje que se busca con la utilización de los materiales manipulativos:

- Memorizar, retener y recuperar información
- Comprender, hacer relaciones
- Resolver problemas
- Aplicar algoritmos
- Ejercitarse, dominar la técnica

En primer lugar, se va a desarrollar la clasificación dada por Cascallana. Autor que como hemos mencionado anteriormente, propone dos tipos de materiales, materiales no estructurados y materiales estructurados.

**El material no estructurado** es cualquier objeto del entorno que el niño o la niña manipula durante su crecimiento y evolución; y además, les sirve para favorecer su desarrollo cognitivo. La primera toma de contacto que tienen con estos materiales, se produce cuando juegan con los sonajeros, las llaves, los bloques de construcciones, los coches, los animales etc. Estos objetos despiertan su interés y contribuyen a la adquisición y desarrollo de sus propios esquemas perceptivos y motores. Asimismo, la manipulación de estos objetos contribuye a la generalización de conceptos, ya que permiten establecer relaciones con el entorno físico y social, y por tanto descubrir qué son y para qué sirven.

Por otro lugar, se encuentran **el material estructurado**. Éstos tienen como fin la enseñanza de las matemáticas, y han sido diseñadas exclusivamente con esa intención. Este tipo de materiales no son figurativos, lo que implica que necesiten una mayor capacidad de abstracción.

A pesar de que cada material ha sido diseñado para la enseñanza específica de un concepto, éstos pueden servir como material para la adquisición de otros conceptos y con otros objetivos, por lo que podríamos llamarles, multiusos. Al igual que un material no es exclusivo para un edad concreta, pues realizando las adaptaciones pertinentes, pueden ser utilizadas en diferentes edades.

Ambos tipos de materiales son complementarios, ya que, a pesar de que los materiales estructurados hayan sido diseñados con un fin didáctico en concreto, los materiales no estructurados pueden servirnos de apoyo y ayuda para la adquisición de estos conceptos.

Asimismo, es necesario hacer referencia a la clasificación propuesta por Flores y otros (2010), teniendo como criterio la utilidad dada al material manipulativo, centrándonos en el material manipulativo como medio de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Área (2010) afirma que el material manipulativo guía y permite un buen proceso de enseñanza y aprendizaje en los alumnos y alumnas, ya que éstos experimentan por su propia vivencia situaciones, en las que el aprendizaje se lleva a cabo mediante la manipulación; lo que les proporciona la posibilidad de conocer, comprender e interiorizar los conceptos por medio de las sensaciones.

Estas sensaciones que se perciben mediante los sentidos son el medio natural, el cual brinda la oportunidad de conocer nuestro entorno y el mundo e interpretarlo. Por lo que es la base de nuestro conocimiento.

Por ello, el profesor pasa a un segundo plano en el aprendizaje, actuando como mediador del mismo. Área (2010) afirma:

*En un proceso educativo, el educando o educanda construye su aprendizaje paso a paso, avanzando pero también con retrocesos. En la tarea de aprender nadie le puede sustituir: tiene que implicarse y esforzarse y tiene que aprender a autorregular su propio proceso de aprendizaje (aprender a aprender). La función del docente es ayudarlo en este proceso de aprendizaje, acompañándole y tomando las decisiones necesarias y poniendo todos los recursos posibles, entre ellos los materiales didácticos. (Área, 2010, p.16).*

Según Castro y otros (1997) la utilización de los materiales manipulativos u otros materiales estructurados, permiten al alumnado la adquisición de conceptos y el desarrollo de procedimientos matemáticos.

Destacamos la clasificación de las familias de materiales didácticos propuesta por Alsina et al. (1998), en la que se organizan de acuerdo a la función que ejercen:

1. *Materiales dedicados a la comunicación audiovisual:* pizarras, proyectores, diapositivas, vídeos, sonidos.
2. *Materiales para dibujar:* reglas, compases, trasladadores, cartabones, escuadras; que sirven para entender gráficamente problemas y llegar a resolverlos.
3. *Materiales para leer:* libros, cuentos, comics; presentados como materiales autosuficientes, alternativos y en ocasiones complementarios, respecto a otros tipos de materiales.

4. *Materiales para hacer medidas directas o indirectas:* reglas graduadas, transportadores, metros; cuyo fin es la medición de diferentes magnitudes.
5. *Materiales que son modelos:* poliedros, polígonos, mosaicos, superficies; la simple representación de ellos constituye una actividad en la que se pueden adquirir y profundizar en los conceptos y sus propiedades, que en ocasiones no se llegan a asimilar únicamente mediante la descripción verbal.
6. *Materiales para el descubrimiento de conceptos:* estos materiales son los que mediante su uso lleva al descubrimiento de nuevos conceptos o propiedades, en los que se encuentran materiales como los bloques lógicos, el geoplano o las regletas.
7. *Materiales para mostrar aplicaciones:* son los que nos hacen descubrir nuevas aplicaciones de conceptos y propiedades, los cuales se basan y combinan con los conocimientos adquiridos anteriormente mediante la experiencia y sus posibilidades.
8. *Materiales para resolver problemas:* los rompecabezas, las piezas de mosaicos, los mecanos; son materiales que hacen posible la resolución de problemas de una manera más interesante.
9. *Materiales para demostraciones y comprobaciones:* destacan en la Geometría, ya que nos ayudan a presentar y demostrar los teoremas relativos a los polígonos y sus áreas y al teorema de Pitágoras entre muchos otros.

### **3.4.2 Utilización de los materiales manipulativos**

Los materiales didácticos que son utilizados en la enseñanza de las Matemáticas tienen tres objetivos diferentes:

1.- *Favorecer la adquisición de rutinas:* encontramos un tipo de material didáctico que ha sido diseñado con un fin muy específico, fundamentalmente de consolidación de conceptos o ejercitación de procedimientos.

2.- *Modelizar ideas y conceptos matemáticos:* los materiales didácticos nos conceden una presentación en un soporte físico de algunos conceptos. Un ejemplo de esto es el geoplano, que nos propone un modelo para el estudio de alguna de las propiedades geométricas que caracterizan las figuras planas. El modelo suele ofrecer un esquema al usuario, que sustituye al concepto original y se adapta para resolver el problema.

3.- *Plantear y resolver problemas*: varios ejemplos de recursos y materiales didácticos que generan cuestiones, problemas abiertos y actividades de investigación son el tangram y el plegado de papel. Alsina, Burgués y Fortuny (1988) señalan que en ocasiones el propio material puede ser el problema. Lo general es que todos los materiales se utilicen con el fin de plantear problemas.

Aunque también hay que tener en cuenta las posibilidades didácticas que brindan los materiales didácticos. Por ello se clasifica en tres ejes o formas de utilización, las cuales están relacionadas entre sí.

a.- *Los materiales didácticos como instrumento y recurso*: se refiere al material como medio para desarrollar los componentes metodológicos del currículum. De modo que, sirven de ayuda en la adquisición y construcción del conocimiento. Se convierten en mediadores de las situaciones de enseñanza y de los procesos de aprendizaje.

b.- *Los materiales didácticos como medio de expresión y comunicación*: forman parte del proceso de comunicación entre las personas, ya que, para que se produzca el intercambio de información necesitamos hacer uso del lenguaje. La comunicación es necesaria, debido a que nos permite la conceptualización y la adquisición de conocimientos, los cuales van a estar influidos por la percepción y la experiencia del alumno. Este intercambio de información se da tanto entre el alumnado y el maestro, como entre los propios alumnos. Este intercambio se va a hacer posible gracias a los materiales, ya que permiten la interacción entre los alumnos y alumnas y el maestro.

c.- *Los materiales didácticos como medio en el análisis crítico de la información*: es necesario que los alumnos sean capaces de analizar y reflexionar sobre lo que aprenden. Mediante la utilización de los materiales manipulativos, se va a capacitar al alumnado de actitudes y habilidades que les permitan el adecuado tratamiento de la información.

La importancia del material se debe al hecho de que son considerados soportes de las acciones sobre las que el aprendiz va construyendo su conocimiento, puesto que producen que éste reflexione. Normalmente, estas acciones son guiadas y dirigidas por el maestro o la maestra, de modo que buscan que el alumnado adquiera y consolide el concepto. Debido a este planteamiento, es necesario hacer referencia a los principios de Dienes (1970):

1. *Principio dinámico*: la construcción de conocimiento requiere que el alumno o alumna esté en contacto con el concepto, ya que exige que realice experiencias concretas con el material en forma de juego. Por ello, Dienes propone que estos conceptos matemáticos se van a formar en la medida en que cada tipo de juego es introducido, en su momento correspondiente.

- *Juegos preliminares o de manipulación libre*: permiten al estudiante familiarizarse y adaptarse a los materiales. Debido a que el docente no va a dar ninguna instrucción de cómo utilizarlo, van a ir descubriendo por sí mismos, mediante la manipulación del material, las propiedades matemáticas en los materiales.

- *Juegos estructurados*: en este caso, la actividad estará orientada y dirigida por el docente. De modo que, permitirá al alumnado percibir información que estará relacionado con el concepto matemático. Éstos deben ser variados, ya que mediante diferentes materiales y procesos se tiene que llegar al mismo concepto, así desarrollar distintas experiencias.

- *Juegos de práctica*: la utilización de los materiales tienen como finalidad facilitar al alumnado la adecuada práctica para que asimilen y afiancen los conceptos construidos.

2. *Principio de constructividad*: el aprendizaje de la Matemática tiene que ser concebido como una actividad constructiva, la cual precederá siempre al análisis, ya que este último no se desarrolla hasta los 12 años. Por lo tanto, el alumnado tiene que construir y elaborar dichos conceptos.

3. *Principio de la variabilidad matemática*: los conceptos matemáticos que estén formados por más de una variable, deben ser estudiados de modo que su estudio mediante experiencias, supongan el conocimiento del mayor número de variables posibles. Consiste en hacer variar, de todas las maneras posibles, las diferentes variables que aparecen en la formación de un concepto.

4. *Principio de la variabilidad perceptiva*: un mismo concepto deberá ser presentado y trabajado de diferentes maneras, con formas perceptivas diferentes y equivalentes, de modo que los alumnos vayan adquiriendo el sentido matemático de una abstracción.

A pesar de que la utilización de materiales puede ser muy positiva para los alumnos, como anteriormente se ha señalado, es necesario evitar una serie de errores, ya bien generados en el momento de su diseño o bien, en el momento de su utilización. Son por ejemplo:

- *La sofisticación del material*: un material, el cual contenga en sí mismo muchas complejidades puede adular el objetivo con el que fue diseñado.
- *La intocabilidad del material*: el hecho de que los aprendices no puedan manipular los materiales que se utilizan para la enseñanza, puede reducir el interés hacia ese material. Por ejemplo, si el material solo es utilizado por el maestro y los alumnos y las alumnas únicamente observan.

- *La poca cantidad de material:* cuando hay más alumnado que material y éste necesita ser utilizado de manera individual y personal, el resultado de la actividad no va a ser el deseado.
- *La adecuación de los conceptos presentados por el material:* es necesario que el material se adapte en función del nivel y la edad de los estudiantes, ya que hay conceptos que no son adecuados según la etapa en la que se encuentre.
- *El creer que el material ya asegura un concepto:* es incorrecto pensar que un concepto presentado mediante materiales didácticos va a ser directamente adquirido. Este proceso de adquisición necesita una revisión de los conceptos y un seguimiento, ya que puede que debido a los factores culturales e históricos, este tipo de materiales no sean útiles en el aula.

En el momento de elegir el material y preparar las actividades será de gran ayuda:

- Conocer cuáles son los conocimientos previos del alumnado y qué se tiene que enseñar.
- Fijar los objetivos respecto al tema o los conceptos que se van a trabajar.
- Preparar la cantidad necesaria de material que se va a necesitar, de modo que ningún a ningún alumno o alumna se queden sin él, u organizar en grupos la actividad para que todos puedan participar.
- Programar las actividades que se van a llevar a cabo con los materiales manipulativos, pero teniendo una actitud de flexibilidad, de modo que, si hay que modificar alguna se modifique, tanto por propuestas nuevas del maestro o maestra como por las de los alumnos y alumnas.
- Plantear y organizar el espacio en el que se van a realizar las actividades.

## **4.- PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA:**

### **4.1 CONTEXTO**

La siguiente propuesta de intervención didáctica del área de Matemáticas, ha sido llevada a cabo en el Colegio Santa María la Real de Huelgas, situado en la capital de Valladolid. En concreto, se ha realizado en el grupo-clase de 6ºA de Educación Primaria, aprovechando el periodo de

prácticas en dicho centro, correspondiente a la asignatura de Prácticum II del grado en Educación Primaria.

El centro se encuentra ubicado en la calle Huelgas 19, en una zona urbana céntrica y es de Titularidad Privada. Depende de la Consejería de educación de Castilla y León y es un centro concertado y mixto. Se caracteriza por tener secciones bilingües de inglés en toda la etapa de educación primaria y catalogado como centro de atención a la diversidad para alumnos con necesidades educativas especiales. El centro tiene carácter confesionalmente católico. Imparte los niveles de educación infantil (desde 2 años), primaria y secundaria con dos líneas cada uno, y siendo un total de 630 alumnos, de los cuales 294 están escolarizados en la etapa de educación primaria.

El grupo-clase en el cual se va a llevar a cabo la propuesta, está compuesto por 24 alumnos y alumnas en total, de los cuales 15 son niñas y 9 niños. De los 24 alumnos y alumnas hay dos alumnos que han repetido 6º. También hay que señalar que en la clase hay dos alumnas que acuden a apoyo específico y tienen necesidades educativas especiales, por lo que ellas, estas actividades las van a realizar con la maestra especialista en pedagogía terapéutica, la cual programará y adaptará las actividades a sus ritmos de aprendizaje y a sus correspondientes niveles de comprensión. Se trata en general, de un grupo en el cual hay un buen ambiente de trabajo y estudio, en el que apenas hay que llamar la atención para que sigan las explicaciones.

Debido a que en este curso se abordan conceptos y contenidos relacionados con la geometría, y que el estudio de ésta, se podía trabajar mediante materiales manipulativos, se consideró conveniente aprovechar la experiencia del Prácticum para poder aplicar los materiales en el aula. Esta oportunidad de intervención también brinda la posibilidad de hacer una reflexión sobre la incidencia de los materiales manipulativos en la adquisición de conocimientos matemáticos en el alumnado.

## **4.2 OBJETIVOS**

- Reconocer los elementos de un ángulo y dominar su clasificación.
- Distinguir y dominar la clasificación de ángulos según el vértice y los lados, y según el resultado de la suma de sus ángulos.
- Dominar el concepto de polígono y sus elementos.
- Conocer la clasificación de los polígonos en función de su número de lados.

- Conocer la clasificación de triángulos en función de sus lados y de sus ángulos
- Conocer la clasificación de cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.
- Comprender la diferencia entre el perímetro y el área de una figura, y conocer cómo calcular ambas.
- Manipular materiales con el fin de investigar las propiedades geométricas.

### **4.3 CONTENIDOS**

Los contenidos que van a ser abordados en esta propuesta aparecen en el DECRETO 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. Los contenidos que se van a abordar pertenecen al tercer ciclo de Educación Primaria.

El bloque de contenidos elegido es el tercero, correspondiente a la Geometría. Siendo los contenidos que se van a abordar los siguientes:

- Ángulos en distintas posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice...
- Figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.
- Relaciones entre lados y entre ángulos de un triángulo.
- Clasificación de cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados. Clasificación de los paralelepípedos.
- Concavidad y convexidad de figuras planas.
- Identificación denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- Cálculo del perímetro y el área de polígonos elementales.

### **4.4 METODOLOGÍA**

La metodología utilizada en esta propuesta, va a estar basada en el aprendizaje significativo. Mediante este tipo de metodología, se pretende que el alumnado relacione los conocimientos, en

este caso los relacionados con la geometría, con la vida real y que establezca relaciones entre los conocimientos y experiencias previas y los nuevos aprendizajes; y que de este modo adquieran significado para ellos.

También, es importante que se propicie la interacción entre el alumnado y el maestro, así como la interacción entre los propios alumnos/as. Esta interacción facilitará la construcción del aprendizaje significativo y la adquisición de contenidos de componente cultural y social.

Hay que tener en cuenta las peculiaridades del grupo y conocer cuál es el ritmo de aprendizaje de cada niño. En este caso, en el grupo de 6ºA, existen diferentes ritmos de aprendizaje, por lo que algunos niños necesitarán más ayuda, tanto por parte de los iguales mediante la cooperación, como del maestro, que les guiará en este proceso de aprendizaje.

A parte de seguir estos principios del aprendizaje significativo, se va a basar el *cómo enseñar* en los siguientes principios metodológicos:

1. Actividad: se va a plantear situaciones problemáticas con dificultades asequibles, en las cuales los alumnos/as deberán pensar, y así conseguir que aprendan haciendo. Esto va a favorecer el trabajo autónomo y el autoaprendizaje del alumnado. Se centra la actividad como investigación.

2. Individualización: como ya se ha señalado anteriormente, se va a tener en cuenta las necesidades del grupo y las específicas de cada alumno y alumna. De modo que, se va a procurar que el alumnado con más dificultades realicen las actividades junto a los compañeros y compañeras que menos problemas tienen, y así, propiciar el aprendizaje entre iguales.

3. Socialización: mediante la aplicación del anterior principio, se va a conseguir desarrollar éste. Debemos procurar que los alumnos/as aprendan a cooperar y aceptarse mutuamente, ya que es esencial que exista un ambiente de ayuda y de respeto en el aula.

4. Globalización: los contenidos deben estar organizados de manera que el alumnado los perciba como un todo integrado, es decir, que estén relacionados entre sí, y que formen parte de las experiencias que viven ellos a diario.

5. Autonomía: la consecución de todos estos principios y mediante el aprendizaje por descubrimiento; va a potenciar y favorecer la autonomía del alumnado. La toma de decisiones y el aprendizaje por sí mismos van a ser claves en el desarrollo de ésta.

Cada uno de los materiales propuestos, se van a utilizar con un fin. Como anteriormente se ha señalado, cada material puede clasificarse de varias maneras en función del criterio que tome.

Como Cascallana propone, en esta propuesta va a haber materiales no estructurados como es el caso de los palillos y por otra parte, materiales estructurados: el mecano, el pentominó y el tangram.

Otra clasificación que se ha tenido en cuenta a la hora de diseñar esta propuesta, es la enunciada por Alsina et al. Cada material va a ser utilizado con un fin distinto, aunque cada material en sí, puede tener varios fines. En primer lugar, hacer referencia a los materiales cuyo fin es el descubrimiento de conceptos, el caso del mecano y el pentominó. En segundo lugar, se encuentran materiales para mostrar aplicaciones, las actividades con palillos y el pentominó formarían este tipo de material. En tercer lugar, los materiales para resolver problemas, todos los materiales van a ser utilizados con este fin. Y por último, los materiales para demostraciones y comprobaciones, el tangram sirve de gran utilidad para alcanzar este fin.

Tras enmarcar cada uno de los materiales en los fines propuestos, se puede observar que un material puede ser utilizado con varios objetivos, es decir, los materiales no tienen un único fin, sino que pueden servir para distintas actividades cuyo objetivo no sean el mismo.

## 4.5 RECURSOS

- Humanos: durante el desarrollo de esta propuesta, aparte del alumnado, se va a contar con la presencia de la maestra titular, que va a actuar como espectadora y también ayudará en la realización de las actividades.
- Ambientales: el aula en el que se pondrá en práctica la propuesta.
- Materiales: los materiales manipulativos utilizados en las actividades: el mecano, los palillos, el tangram y el pentominó.

## 4.6 ACTIVIDADES

A lo largo de esta propuesta de intervención se van a realizar una serie de actividades, en las cuales se utilizarán diferentes materiales manipulativos. Gracias a este tipo de material, el alumnado estará en contacto con el conocimiento y aprenderá haciendo, ya que cada uno de los alumnos y alumnas va a contar con material para que realice las actividades individualmente.

En las siguientes actividades van a ser tratados conocimientos y conceptos relacionados con la geometría mediante materiales como el mecano, los palillos, el pentominó y el tangram.

#### **4.6.1 Mecano**

##### Descripción:

El primero de los materiales manipulativos que van a ser utilizados en la propuesta de intervención es el mecano, se trata de un juego que está formado por tiras pero para que este material se adapte a la escuela, ha sido realizado personalmente en cartulinas plastificadas. Cada una de las tiras tendrá agujeros, de manera que se puedan unir con encuadernadores en este caso y así formar líneas abiertas, cerradas o figuras.

##### Utilidad:

Este juego, a pesar de ser simple, nos ofrece muchas posibilidades en la enseñanza de la geometría, debido a que permite construir y reconocer diferentes figuras. Además potencian la creatividad y la habilidad manual del alumnado.

Este recurso va a permitir al alumnado aprender los siguientes conocimientos:

- Reconocimiento y distinción entre las líneas abiertas y cerradas.
- Reconocimiento de los tipos de ángulos.
- Construcción de polígonos.
- Conocimiento de la clasificación de los polígonos y de sus elementos.
- Transformación de unos polígonos en otros debido a la movilidad de sus lados.
- Composición y descomposición de figuras.

##### Metodología:

#### **1. Juego libre con el mecano**

Objetivo: familiarizarse y manipular libremente el material.

Desarrollo: Para comenzar se les repartirá a cada uno de los alumnos 7 piezas de mecano y varios encuadernadores. Se dejará un tiempo para que los alumnos manipulen el material y vayan formando caminos, figuras. En esta actividad el docente solo se dedicará a observar al alumnado.

## **2. Hacemos caminos:**

Objetivo: discriminar entre líneas abiertas y cerradas; dominar la clasificación de ángulos.

Desarrollo: después de que el alumnado haya manipulado libremente el material, y ya tenga una idea general sobre él, se va a comenzar con las actividades guiadas. En esta actividad, los alumnos/as tendrán que ir haciendo caminos con las piezas que anteriormente se les había entregado. El final de estos caminos no deberá unirse con el comienzo, se pueden construir todo tipo de laberinto y en todas las direcciones.

Aprovechando a que en la construcción de estos caminos se forman ángulos, vamos a utilizarlos para repasar la identificación de los ángulos: agudos, rectos y obtusos, ya que en el curso pasado se han abordado estos conceptos de manera constructiva mediante la utilización de abanicos.

Después de realizar lo enunciado anteriormente, se pedirá al alumnado que una los extremos y así introducir el concepto de polígono, que será abordado en las siguientes actividades. Se pedirá a los alumnos/as que con las piezas que tienen del mecano construyan los diferentes tipos de ángulos: agudo, recto, obtuso, llano, consecutivos, opuestos por el vértice, complementarios y suplementarios. (Anexo 1)

## **3. Construimos polígonos de tres lados y cuatro lados:**

Objetivo: identificar y dominar la clasificación de triángulos por sus lados y ángulos, y la de los cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados.

Desarrollo: en esta actividad se comienza pidiendo a los alumnos/as que realicen una figura cerrada, la que ellos prefieran. Cuando ya la han realizado, se les sugiere que realicen una figura cerrada con el menor número de piezas posible. Cuando todos hayan realizado un triángulo, y tras haber demostrado que con dos piezas no se puede cerrar una figura, se trabajará con el triángulo. Se pasará entonces, a construir los diferentes tipos de triángulos, con piezas de diferentes tamaños e iguales, y a descubrir cómo moviendo sus ángulos pueden ser acutángulos, rectángulos y obtusángulos.

Cuando ya han sido trabajados todos los posibles triángulos que existen, se pedirá al alumnado que añadan una pieza más y así, formar un cuadrilátero. Si se comienza por la realización de un

cuadrilátero cuyas piezas midan lo mismo formando cuatro ángulos rectos, tendremos un cuadrado. Es importante hacer hincapié en que los cuadrados tienen todos sus lados iguales. Posteriormente se sugerirá cambiar la longitud de dos de los lados y así construir un rectángulo.

La falta de rigidez de las uniones del material, nos permite hacer transformaciones en las figuras, convirtiéndolas así, en rombos y romboides. Gracias a esta característica del material, los alumnos podrán ver la diferencia que existe entre un cuadrado girado y un rombo, ya que a simple vista les parece que no hay ninguna variación entre uno y otro. Por lo que se trabajará el principio de variabilidad perceptiva enunciado por Dienes.

Para finalizar se hará un repaso de los tipos de cuadriláteros, tanto de los paralelogramos como de los no paralelogramos, mediante la construcción de los mismos con las tiras del mecano. (Anexo 2)

#### **4. Construimos polígonos:**

**Objetivo:** dominar la clasificación de polígonos y conocer los diferentes elementos por los que están compuestos los polígonos.

**Desarrollo:** continuando con la actividad realizada anteriormente, se va seguir construyendo polígonos. En este caso comenzaremos con los polígonos de cinco lados. Primero se pedirá que los construyan con tiras de diferentes tamaños y posteriormente con tiras de igual tamaño; y así, introducir los conceptos de polígono irregular y polígono regular. Posteriormente, se trabajará con las partes de los polígonos, y añadiendo tiras por el interior, se recordará lo que es una diagonal. También se pueden ir colocando más tiras y formar así polígonos de más lados. Demostrar que todo polígono puede ser triangulado y que no se pueden construir cualquier triángulo con tres tiras de mecano cualquiera, ya que la suma de dos de los lados tiene que ser mayor que el de mayor medida.

##### **4.6.2 Actividades con palillos**

**Descripción:** los palillos tienen una serie de características que los hacen ideales para su empleo como material escolar.

**Utilidad:** aparte de ser materiales de bajo coste, éstos pueden ser utilizados como elementos de sustitución de fichas en muchos juegos. Cumpliéndose así, el principio de dinamismo de Dienes. Mediante este material se va a jugar con la orientación espacial, además de tratar conceptos de la geometría, en la que la manipulación va a tener un papel esencial.

Metodología: en primer lugar se repartirá a los alumnos 24 palillos a cada uno, se les concederá unos minutos para el juego libre, de modo que ellos vayan descubriendo y formando caminos, figuras, letras, dibujos. Posteriormente se pasará a una relación de ejercicios en los que el alumno deberá utilizar su ingenio para conseguir mediante el movimiento de los palillos, las figuras que se les pide. (Anexo 3)

### 4.6.3 Pentominó

Descripción: las primeras referencias que se pueden encontrar de este material vienen de la mano del matemático norteamericano Solomon W. Golomb, en su artículo “Checker Board and Poyominos” (Tablero de Damas y Poliminós). Definió los poliminós como las configuraciones que recubren cuadros adyacentes de un tablero de ajedrez. Es decir, un grupo de cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tiene al menos un lado común.

Estos se clasifican según el número de cuadrados que lo componen, en nuestro caso va estar formado por cinco cuadrados, por lo que se denominará: pentominó.

El pentominó (en griego πέντε / pente) consta de doce piezas diferentes, que se nombran con letras del abecedario debido a su semejanza con ellas. Se pueden construir doce diseños iguales, considerando idénticas las rotaciones y simetrías. Para recordar cada una de las piezas de las que está compuesto, utilizaremos usaremos las consonantes y una I de la palabra FILiPiNo, junto con las últimas siete letras del abecedario (TUVWXYZ).

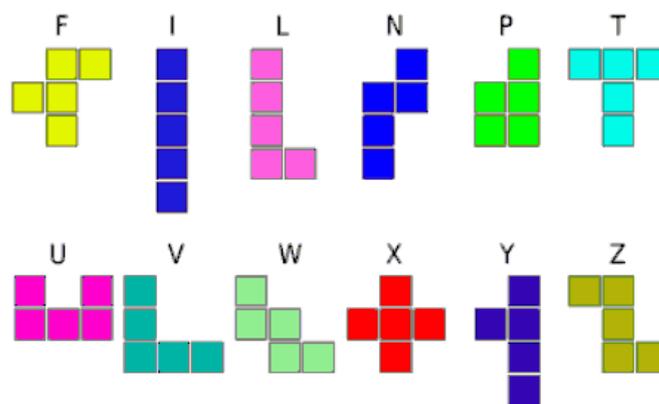


Figura 1: Piezas del pentominó

Utilidad: este tipo de material nos ofrece un sinfín de posibilidades, como la formación de rectángulos y cuadrados de diferentes tamaños, de figuras como castillos o animales, medir áreas y perímetro o conocer sus figuras semejantes que tienen.

## Metodología:

### **1. Construimos el pentominó:**

Objetivo: construir y conocer cada una de las piezas por las que está formado un pentominó.

Desarrollo: para poder realizar las siguientes actividades mediante la utilización del pentominó, los alumnos tendrán que construir su propio material. Para ello, se entregará a cada uno de los alumnos una cartulina con la cuadrícula necesaria dibujada. A continuación, se les pedirá que averigüen por ellos mismos las piezas del material. Se indicará que cada una de las piezas debe estar compuesta por cinco cuadrados, de modo que compartan entre sí al menos un lado. La unión de todas las piezas tiene que formar un rectángulo perfecto. Tras conocer cada una de las piezas, éstas se pintarán y posteriormente, se plastificarán y se recortará.

### **2. Actividades sobre plantillas:**

Objetivo: reconocer las piezas necesarias para la construcción de las figuras.

Desarrollo: se repartirá a cada uno de los alumnos/as unas plantillas, a la misma escala que el material, para construir figuras y así conseguir que los alumnos/as se vayan familiarizando con las piezas. En estas plantillas estarán delimitadas cada una de las piezas en su posición exacta. (Anexo 4)

### **3. Construimos rectángulos:**

Objetivo: dominar la composición y descomposición de figuras.

Desarrollo: se proporcionará a cada uno de los alumnos/as plantillas con diferentes tamaños de rectángulos. De modo que las primeras figuras que realicen serán con patrones marcados, pero según vaya avanzando la actividad, solo estará presente en la plantilla el rectángulo cuadriculado. (Anexo 5)

### **4. Medimos áreas y perímetros:**

Objetivo: dominar los conceptos de perímetro y área.

Desarrollo: en primer lugar se entregará a cada uno de los alumnos/as una ficha en la que aparece una tabla. En esta tabla, deberán de señalar el perímetro y el área de cada uno de las piezas del material en cuestión. Posteriormente realizarán los ejercicios de construcción de figuras con el mismo área y perímetro, figuras con el mismo perímetro y diferente área. (Anexo 6)

## **5. Construimos figuras semejantes:**

Objetivo: reconocer figuras semejantes en diferentes tamaños.

Desarrollo: en primer lugar se construirá figuras semejantes con solo dos piezas del pentominó. A continuación, se propondrá reproducir una figura del pentominó, cuya escala será el triple, utilizando nueve de las doce piezas y responderán a una serie de cuestiones. (Anexo 7)

### **4.6.4 Tangram**

Descripción: se trata de un juego que tiene su origen en China. Está compuesto por siete piezas de las cuales: cinco son triángulos de tres tamaños diferentes, un cuadrado y un paralelogramo. Si unimos todas estas piezas se forma un cuadrado

Utilidad: en el campo de la enseñanza, no se utilizan todas las piezas para formar figuras como ocurre cuando lo utilizan los adultos. Esto se debe a que se utiliza para que los niños/as puedan aprender las figuras geométricas mediante la composición y descomposición de las mismas. Este material permite ser utilizado tanto en el juego libre como en el juego pautado; y además, va a contribuir en al desarrollo y mejora de la creatividad de los niños, debido a las diferentes posibilidades para combinar las piezas y formar figuras que este material nos ofrece.

Los tangram que los alumnos van a utilizar serán de cartulina plastificada, debido a que se debe ajustar el material al ámbito en el que nos encontramos.

Metodología:

#### **1. Construimos el tangram:**

Objetivo: construir y conocer cada una de las piezas por las que está formado un tangram.

Desarrollo: se entregará a cada alumno/a una cartulina. En esta, los alumnos deberán ir siguiendo unos pasos para construir el material. Este proceso les va a permitir conocer de dónde viene cada una de las piezas. (Anexo 8)

#### **2. Jugamos con el tangram:**

Objetivo: descubrir las posibilidades del material mediante la manipulación libre.

Desarrollo: en esta actividad, los alumnos/as utilizarán el material libremente, explorando cada una de las piezas que lo componen, formando las figuras que ellos crean conveniente de manera

individual. Posteriormente, se pasará al juego pero por parejas. En este tipo de juego los alumnos/as deberán mezclar sus piezas y crear figuras más complejas pero siguiendo en la tónica del juego libre.

### **3. Hacemos figuras:**

Objetivo: reconocer las figuras en el plano.

Desarrollo: se entregará a cada uno de los alumnos/as una serie de plantillas, en las que aparecen figuras formadas con las piezas del tangram, que tendrán su contorno definido a la misma escala que las piezas. En esta actividad se jugará con las posiciones y giros de las piezas y su reconocimiento. Estas plantillas irán incrementando en dificultad. (Anexo 9)

### **4. Las figuras ocultas:**

Objetivo: reconocer la composición de las figuras a partir de elementos simples.

Desarrollo: continuando con el ejercicio anterior, se les entregará al alumnado, unas fichas con una serie de figuras geométricas a la misma escala que las piezas. En estas fichas aparecerán figuras como triángulos, cuadriláteros; los cuales deben ser formados con piezas del tangram. De modo que, los alumnos tendrán que reconocer mediante unas pautas qué piezas forman la figura pedida. (Anexo 10)

### **5. Medimos las figuras:**

Objetivo: dominar el cálculo del perímetro de una figura.

Desarrollo: para comenzar, se pedirá a los alumnos/as que formen la figura que quieran con las siete piezas. Tras construir la figura, se les entregará hilo, con el que bordearán la figura entera y que luego cortarán y medirán. A continuación, se sugerirá que formen otra figura diferente y que vuelvan a medir el perímetro, para ver si es el mismo o es diferente.

Posteriormente, los alumnos dibujarán en un folio el contorno de cada una de las piezas, y calcularán cuál es su perímetro.

### **6. Hacemos dibujos con las figuras:**

Objetivo: desarrollar y potenciar la creatividad a partir de la composición de figuras geométricas.

Desarrollo: para finalizar con este material, se entregará por parejas, una cartulina. Sobre la cual, mediante una serie de patrones de piezas de monigotes, objetos y animales, los alumnos tendrán que dibujar una escena o un paisaje utilizando las figuras del tangram. De modo que cada pareja tendrá que ponerse de acuerdo para dibujar el contorno de las piezas. (Anexo 11)

## **4.7 TEMPORALIZACIÓN**

Esta propuesta de intervención educativa será puesta en práctica durante el periodo de tiempo de dos o tres semanas. Está programada para realizarla en 10 sesiones pero podrá variar en función del ritmo de aprendizaje que el alumnado tenga.

## **4.8 EVALUACIÓN**

Según el Real DECRETO 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, la evaluación de los procesos de aprendizaje del alumnado debe ser continua, global, formativa y personalizada.

Por lo que se deberá tener en cuenta la evolución en el proceso de adquisición del alumnado, así como valorar la tarea escolar que realiza, orientándose en la optimización de la enseñanza.

Con la intención de diseñar esta propuesta de intervención, se ha realizado previamente una observación y análisis del grupo-clase para ver el nivel del mismo y poder programarla en función de sus características.

Al comienzo de la propuesta, se realizará una evaluación cualitativa del nivel del alumnado, de lo que recuerdan de otros cursos, de lo que han olvidado...

Durante toda la puesta en práctica de las actividades, se realizará una evaluación continua de modo que se observará y tomará nota de la evolución de los alumnos, del ritmo de aprendizaje, cuáles son los aspectos en los que se percibe que tienen mayores dificultades o cuáles son más sencillos.

Por último, se realizará una evaluación final de lo que los alumnos han adquirido a lo largo de esta propuesta mediante un examen, en el que aparezcan los contenidos y conceptos tratados. Pero no solo se va a evaluar en los alumnos lo que han adquirido, sino que también se evaluará mediante un cuestionario qué les ha parecido la utilización de los materiales manipulativos, cuáles

les han gustado más y por el contrario, cuáles no les han gustado, y si estos materiales han contribuido a ver las matemáticas como una asignatura más atractiva, divertida y fácil. (Anexo 12)

Además, se evaluará también nuestra práctica educativa mediante un observador externo, en este caso la maestra con la se realizó el periodo de prácticas. En esta evaluación se tendrá en cuenta de forma cualitativa si el enfoque de las actividades era correcto, qué se debería mejorar, si le ha parecido enriquecedora la utilización de los materiales en cuestión y si éstos tienen una incidencia positiva en los alumnos. (Anexo 13)

Por último, se realizará una autoevaluación como creador de toda la propuesta, en la que se tendrá en cuenta los problemas que se han encontrado en el proceso, dificultades y errores en los conceptos, si el enfoque es correcto o por el contrario, está mal planteado y desarrollado. Además se desarrollará, si existe, alguna propuesta de mejora en la planificación e intervención. Para finalizar se realizará una evaluación final cualitativa de todo el proyecto en su conjunto.

## **4.9 RESULTADOS DE EVALUACIÓN**

En este apartado se van a presentar los resultados de las evaluaciones obtenidos durante la realización de la propuesta de intervención educativa. Estas evaluaciones, enunciadas en el anterior apartado, han sido desarrolladas durante toda la propuesta, al comienzo, durante el desarrollo y al fin de la misma.

En la evaluación inicial, realizada al comienzo de la unidad, se analizó la situación en la que se encontraba el grupo, es decir, el nivel que el alumnado tenía. Antes de realizar esta evaluación inicial ya se conocía cómo trabajaba el grupo y cada niño/a, y sus dificultades, pero estas percepciones eran generales. Por ello, se realizó un análisis de la situación del alumnado en cuanto a los conceptos y contenidos que iban a ser desarrollados, en este caso, la geometría. Se trata de una evaluación cualitativa, ya que los resultados obtenidos provienen de lo que se percibió en aquel momento. Los alumnos/as sí que recordaban la mayor parte de los conceptos, o al menos las ideas generales que se plantearon. Aunque también, hay que señalar que existen algunos alumnos/as con más carencias que el resto del alumnado y es un aspecto a tener en cuenta a lo largo del desarrollo de la propuesta. Presentaban una actitud positiva ante las actividades que se les había propuesto.

Durante el desarrollo de la propuesta se observó el comportamiento de los alumnos ante las situaciones de aprendizaje a las que estaban expuestos. Se podía observar que los alumnos estaban deseando saber qué se iba a realizar con los materiales que se les entregaba. Algunos iban experimentando por sí solos e iban realizando figuras con las piezas. El comenzar con el mecano

fue un acierto, ya que se debían abordar los conceptos relacionados con los ángulos. Mediante las piezas del mecano y la posibilidad que brinda este material de movimiento, se fueron aplicando los conceptos al material. También fue acertado utilizar el mecano para la construcción de polígonos de tres lados y cuatro lados, ya que este material permite hacer modificaciones en los ángulos de cada uno de los polígonos y también cambiar el tamaño de las piezas.

En segundo lugar se puso en práctica las actividades con palillos, pese a su sencillez, se pudo ver que este tipo de actividad le había fascinado al alumnado. Ejercicios pautados en los que el alumnado tenía que utilizar el ingenio para poder transformar las figuras iniciales en las finales que les pedían. Con este tipo de material se pudo observar que los alumnos disfrutaron más que con el mecano, que quizás no les pareció tan dinámico y emocionante como éste.

Para abordar los contenidos referentes al cálculo de perímetros y áreas se utilizó el pentominó. Al comienzo de las actividades se vio que no funcionaban si en estas no se utilizaban como ayuda las plantillas. Los alumnos/as respondieron positivamente al cambio, y se podía apreciar cómo mediante de la realización de las actividades aprendían y a la vez disfrutaban con la manipulación del material. También mediante este material se abordaron las figuras geométricas, su composición y descomposición. Tras estas actividades se pudo observar que los alumnos/as habían comprendido de forma correcta los contenidos abordados.

El último material en ser utilizado fue el tangram. Durante la realización de las actividades se observó que los alumnos/as tenían más dificultades al construir una figura con varias piezas, ya que en ocasiones los giros y movimientos de las piezas en el espacio. Se percibió que fue el material que más complejo les resultó, ya que muchas de las posiciones de las piezas no eran capaces de verlas.

También hay que señalar, la falta de tiempo para poder realizar las actividades más pausadamente y que los niños y las niñas disfrutaran más y mejor de la experiencia; por lo que la temporalización de la propuesta debería ser ampliada, al menos para este grupo. Hay ejercicios que se tuvieron que llevar a cabo rápidamente para poder pasar a otros que se creyó que eran más convenientes. Además algunas de las actividades tuvieron que ser adaptadas al grupo, ya que se tuvo que hacer modificaciones o dar pistas porque les resultaba demasiado difícil. Pero en general el resultado de esta propuesta es más que satisfactorio, pues se puede ver que los alumnos/as han disfrutado con ella.

En cuanto a la evaluación final, que los propios alumnos han realizado mediante el cuestionario anteriormente citado, se ha observado que la gran mayoría del alumnado no había

utilizado ni había oído hablar antes de este tipo de materiales, por lo que se entiende que existe un gran desconocimiento en el alumnado de este tipo de materiales. También nos indicia, que ni si quiera en edades tempranas, donde estos materiales deben ser imprescindibles, han aparecido en las aulas.

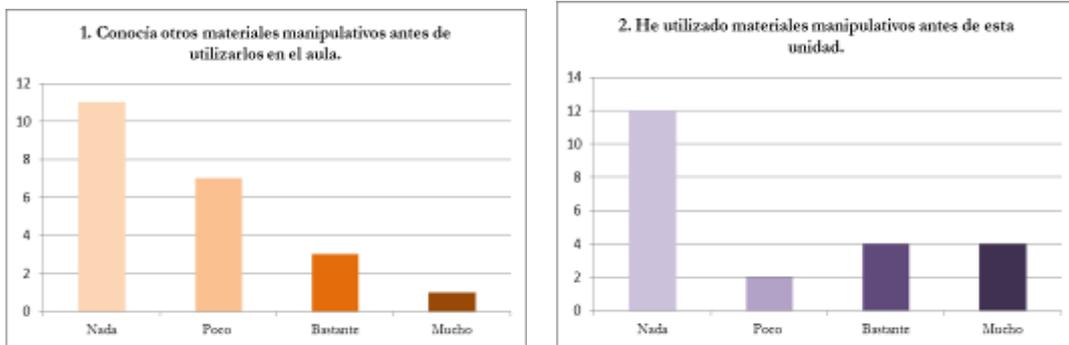


Gráfico 1 y 2: Resultados a las preguntas del cuestionario de los alumnos.

A pesar de que apenas tres alumnos conocían algún material manipulativo, el resultado final de estos ha sido más que positivo, ya que todos han respondido que les ha gustado mucho las actividades con los materiales, a excepción de tres que han respondido que bastante. Así mismo hay que subrayar la importancia que tiene el hecho de que los alumnos hayan respondido que se divertido realizando las actividades, y por tanto, aprendiendo. Lo que va a producir que este aprendizaje sea más eficaz y les resulte más motivador.

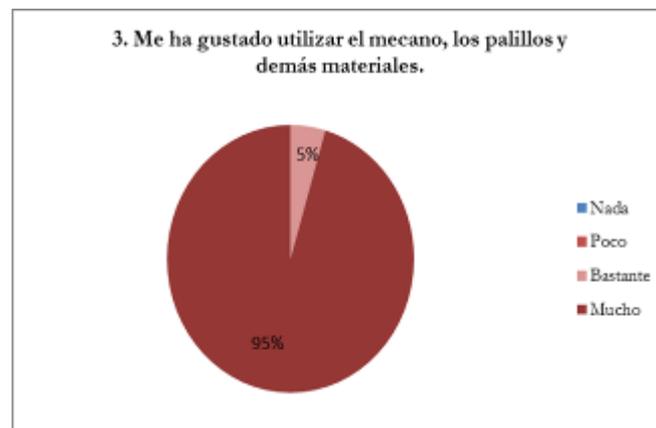
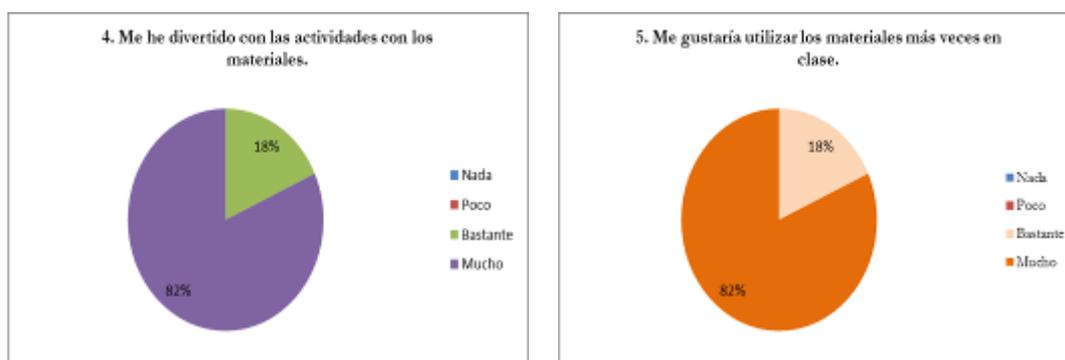


Gráfico 3: Resultados de los materiales manipulativos en el alumado.

En general, a todos los alumnos y alumnas les gustaría volver a tratar actividades del área de matemáticas con estos materiales, ya que en su totalidad han respondido que les gustaría

bastante o mucho utilizarlos de nuevo. El hecho de que quieran volver a utilizarlos, indica que les ha parecido interesante y que por consiguiente, han tenido un efecto positivo en ellos.



Gráficos 4 y 5: cómo han influido dichos materiales en el alumnado.

Además, hay que tener en cuenta el dato positivo que se percibe cuando responden que sí que han aprendido. El fin de la utilización de estos materiales no es solo que disfruten y se lo pasen bien haciendo actividades relacionadas con las matemáticas, sino que también es necesario que estos aprendan con su uso.



Gráfico 5: Utilidad y eficacia de los materiales manipulativos en las matemáticas.

Otro aspecto a tener en cuenta es que en casi todos los alumnos la percepción que tenían sobre las matemáticas ha cambiado para mejor, ya que gracias al empleo de estos materiales, han descubierto la parte interesante y lúdica de las matemáticas. Todos coinciden en que la manipulación de estos materiales ha sido positiva para ellos, ya que han utilizado una forma de aprender alejada del libro de texto y de las actividades en el cuaderno.

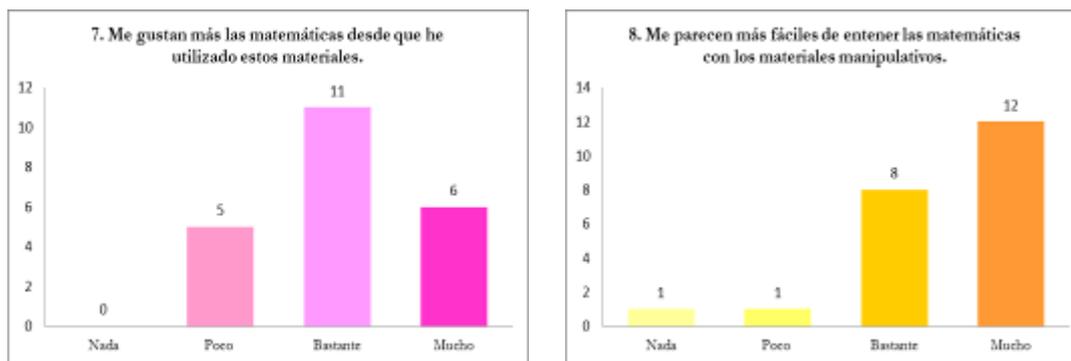


Gráfico 6 y 7: Cambio en la percepción de las matemáticas.

El material que más les ha gustado en general, es el pentominó. Esto se debe a que las actividades realizadas con este, requerían su atención y que pensaran lo que incentivaba su interés. Les llamó la atención la forma que tenían ya que no eran formas geométricas convencionales. Por el contrario, el material que menos les ha gustado a la mayoría es el mecano, probablemente sea consecuencia de que las actividades realizadas no eran tan motivadoras o interesantes para los alumnos, y no captaron su atención del modo esperado. Los palillos a pesar de ser sencillos, se pudo observar que fue una actividad en la que el alumnado participó activamente y se divertieron, al mismo tiempo que descubrieron con se puede construir una figura partiendo de otra y haciendo modificaciones.



Figura 8 y 9: Preferencias de los materiales manipulativos

Por parte del observador externo, en este caso la maestra de la clase, que tras estar presente en todas y cada una de las sesiones y actividades nos aporta más información sobre la valoración de la propuesta llevada a cabo. Es necesaria su evaluación como agente externo, ya que se trata de una maestra con casi cuarenta años de experiencia docente, por lo que la información que nos aporte va a ser muy relevante para saber si el diseño de esta propuesta es correcto y eficaz.

Además, a esta evaluación cuantitativa de la incidencia de los materiales manipulativos en el aula, hay que sumarle la parte cualitativa de la misma. Por lo general, los niños y las niñas de la clase piensan que los materiales les han sido útiles para el estudio y la comprensión de los conceptos relacionados con la geometría. También, la gran mayoría opina que se deberían utilizar más este tipo de recursos para las unidades de matemáticas, e incluso, un niño propone que exista una asignatura en la que los materiales manipulativos sean los protagonistas de la misma.

En cuanto al enfoque elegido para tratar el bloque de la geometría, piensa que es muy correcto e interesante, ya que ha despertado la parte más creativa de los alumnos. Añade también, que la persona que ha diseñado y llevado a cabo esta propuesta ha desarrollado un trabajo muy bueno y muy bien presentado aunque apunta que el tiempo durante el cual se ha desarrollado no ha sido suficiente. Hace hincapié en el hecho de que los alumnos han demostrado un mayor interés que los del año anterior, también ha observado que los niños/as tenían ganas de manipular y así trabajar de forma más relajada. Además indica, que cree que los resultados de los alumnos y las alumnas, teniendo en cuenta sus niveles y dificultades individuales, han mejorado notablemente y que esto se debe en gran medida por la influencia de los materiales manipulativos en el aula. En conclusión, cree que este tipo de materiales en el área de matemáticas son muy positivos para los alumnos, de hecho en cursos próximos los integrará en sus explicaciones.

## **5. CONCLUSIONES**

Con la realización de este Trabajo de Fin de Grado se pretende acercar a la comunidad educativa una nueva perspectiva de la educación. Una perspectiva existente desde hace muchos años pero que o bien por comodidad, o por falta de conocimiento de ella, no es habitual ver que en las aulas se utiliza materiales manipulativos para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Son diversos los autores que han investigado acerca de la utilización de estos en las aulas y han reflexionado sobre el efecto positivo que tienen en la educación si se hace un buen uso de los mismos.

El objetivo principal de este trabajo es concienciar a los docentes sobre todo, de la importancia que se debe dar al uso de este tipo de materiales, ya que desde la escuela que es donde los alumnos van a adquirir la mayor parte de los contenidos relacionados con las matemáticas, es interesante que se busquen alternativas de enseñanza como es esta. Se necesita que existan diferentes tipos de recursos en la enseñanza que, complementándose unos con otros, consigan que el aprendizaje de los alumnos sea eficaz.

Tras llevar a un aula real la propuesta de intervención educativa diseñada a propósito de la realización de este Trabajo de Fin de Grado, se ha podido ver la incidencia real de los materiales manipulativos en el aprendizaje de los alumnos/as y lo más importante, el efecto positivo que éstos han tenido sobre el interés del alumnado por la asignatura de matemáticas. Al comienzo de la propuesta había un ambiente de incertidumbre, ya que la mayor parte del alumnado no había oído hablar de este tipo de material, o no los reconocían como tal. A medida que se iban realizando las actividades diseñadas, se podía observar cómo los alumnos estaban expectantes por ver cuál era la siguiente tarea, qué iban a tener que construir. Se pudo percibir la existencia de un cambio de actitud por parte del alumnado en las sesiones de matemáticas en las que se utilizaron dichos recursos. Se mostraban más participativos e interesados en el desarrollo y realización de las actividades.

También influye el cambio de metodología en esta propuesta, ya que los alumnos y las alumnas eran los y las que participaban en su propio aprendizaje, es decir, no se dedicaban a escuchar la explicación y a realizar actividades del libro de texto en el cuaderno. Por lo que se ha podido comprobar que este cambio de metodología ha tenido una respuesta positiva por parte de los estudiantes, que son quienes realmente importan. Puede que para el docente sea mucho más sencillo y cómodo utilizar métodos como la explicación tradicional en la que se basa en el libro de texto, pero los resultados que estos materiales han tenido en el grupo animan a promover el uso de los mismos en las aulas con el fin de conseguir una enseñanza de las matemáticas más eficiente en todos los sentidos.

El cuestionario que han respondido los alumnos/as, así como la reflexión-evaluación realizada por la maestra observadora de la puesta en práctica, acompañado de las percepciones propias, han demostrado que la incidencia de este tipo de materiales en el aula de primaria tiene un efecto positivo. Por tanto, se ha podido comprobar que lo enunciado al principio del trabajo, concretamente, las ideas principales de las investigaciones de diversos autores se corresponden con la realidad. Se ha percibido que existe un cambio en la conducta del alumnado con la presencia de los materiales manipulativos en el aula. Probablemente se deba a que les parece atractivo realizar actividades fuera del cuaderno y el lápiz.

Tras el recorrido realizado en este trabajo de fin de grado, en el cual se hace una recapitulación de los autores más importantes, el diseño de una propuesta de intervención, la realización de la misma en un aula y su posterior análisis; se comprueba la necesidad existente en los centros de un cambio de metodología. Dicho cambio en el que se combinaran estos recursos con los recursos tradicionales que se llevados al aula desde hace años, provocaría en la educación una mejora notable, y sobre todo, un cambio en la percepción de la matemáticas que el alumnado tiene.

## 6. REFERENCIAS

### 6.1 BIBLIOGRAFÍA

Alsina Català, C., Burgués Flamerich, C, y Fortuny Aymemi, J. M. (1988). <i>Materiales para construir la geometría</i> . Madrid: Síntesis.
Alsina i Pastells, Á. (2008). <i>Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico -manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años</i> (3ª ed.). Madrid: Narcea.
Alsina i Pastells, Á. y Planas, N. <i>Matemática inclusiva: Propuestas para una educación matemática accesible</i> . Madrid: Narcea.
Biniés Lanceta, P. (2010). <i>Conversaciones matemáticas con María Antònia Canals: O cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante</i> . Barcelona: Graó.
Cascallana, M. T. (2002). <i>Iniciación a la matemática: Materiales y recursos didácticos</i> . Madrid: Santillana.
Castro Martínez, E. (2001). <i>Didáctica de la matemática en la educación primaria</i> . Madrid: Síntesis.
Chamorro Plaza, M. d. C. y Belmonte Gómez, J. M. (2005). <i>Didáctica de las matemáticas para primaria</i> (reimp ed.). Madrid: Prentice Hall.
Fernández Sucasas, J. y Rodríguez Vela, M. I. (1991). <i>Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental</i> (1ª reimp ed.). Madrid: Síntesis.
Ferrero, L. (1991). <i>El juego y la matemática</i> . Madrid: La muralla.
Gattegno, J. y Medina, G. (1967). <i>El material para la enseñanza de las matemáticas</i> (2ª ed.). Madrid: Aguilar.
Hernán Siguero, F. y Carrillo Quintela, E. (2008). <i>Recursos en el aula de matemáticas</i> (5ª reimp ed.). Madrid: Síntesis.
Hernández Pina, F. y Soriano Ayala, E. (1999). <i>Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en</i>

*educación primaria: Diseño y evaluación de programas.* Madrid: La muralla.

Sánchez Pesquero, C. y Casas García, L. M. (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas.* (pp. 301). Madrid: Centro de Investigación y Documentación Educativa.

## 6.2 WEBGRAFÍA

García, M. y Rupérez, J.A. La Graduación de Dificultad en Puzzles y Rompecabezas.  
[http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/matematicas\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/matematicas_01.pdf). (Consultado: 29 de Abril de 2014)

Jarque, J. Juego de Tangram

[http://docuteka.net/pdf/tangram-familia-y-cole-portal-educativo-de-jesus\\_2755da779c1c50148e71f6cb9a5c8252](http://docuteka.net/pdf/tangram-familia-y-cole-portal-educativo-de-jesus_2755da779c1c50148e71f6cb9a5c8252) (Consultado: 10 de abril de 2014)

Moreno, I. (2004). La utilización de medios y recursos didácticos en el aula.

<http://pendientedemigracion.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>  
(Consultado: 23 de abril de 2014)

Mimath, (2009). Actividades geométricas con mecano

<http://mipombo1950.blogspot.com.es/2009/07/actividades-geometricas-con-mecano.html> (Consultado: 17 de abril de 2014)

Valenzuela, M. (2012) uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

[http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macarena%20Valenzuela\\_.pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macarena%20Valenzuela_.pdf) (Consultado: 20 de abril de 2014)

<http://es.scribd.com/doc/29320155/Pen-to-Mi-Nos> (Consultado: 20 de abril de 2014)

<http://es.scribd.com/doc/29320126/Pent-a-Mi-Nos> (Consultado: 20 de abril de 2014)

<http://es.scribd.com/doc/29320139/PENTAMINOS> (Consultado: 20 de abril de 2014)

### 6.3 NORMATIVA

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE 106, 4 de mayo de 2006.
Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. BOE 293,8 de diciembre de 2006.
Decreto 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. BOCYL 89, 9 de mayo de 2007.
Resolución de 3 de febrero de 2012, del Rector de la Universidad de Valladolid, por la que se acuerda la publicación del Reglamento sobre la elaboración y evaluación del Trabajo de Fin de Grado. BOCYL 32/2012, 15 de febrero de 2012.

## 7. ANEXOS

### ANEXO 1: Hacemos caminos.

Para realizar las actividades propuestas del mecano utilizaremos diferentes tamaños de piezas con las que se formarán diferentes figuras,

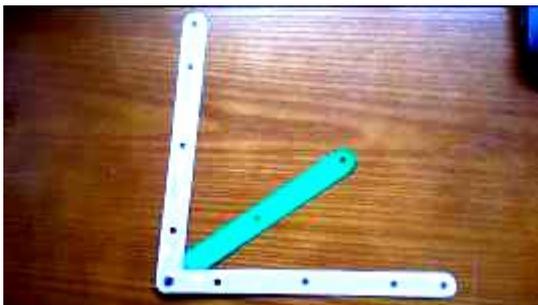


Con la ayuda del mecano se interiorizará el concepto de ángulo.

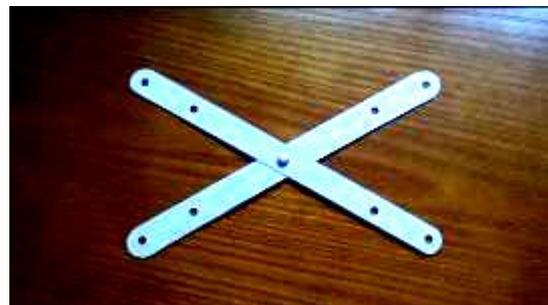
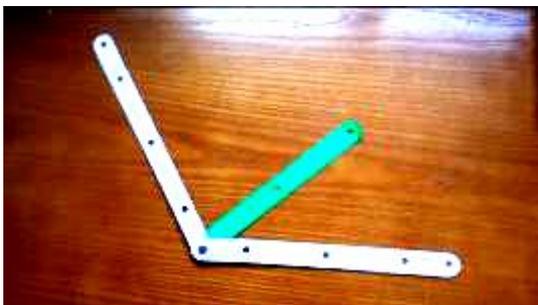




Construye ángulos en función del resultado de la suma de sus lados.

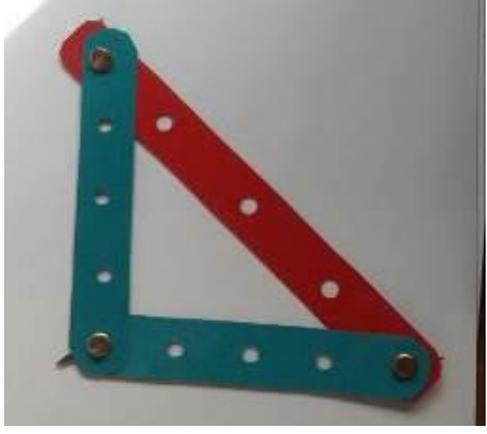


Construye un ángulo en función del vértice y sus lados.



## ANEXO 2: Construimos polígonos de 3 y 4 lados.

Ponemos los siguientes ejemplos. Con esta actividad asimilarán los conceptos de la clasificación de los triángulos según sus lados o sus ángulos. Lo mismo ocurrirá con los cuadriláteros, que serán clasificados según si son todos lados son paralelos, si solo lo son dos lados y si no tienen ningún lado paralelo

POR SUS LADOS	POR SUS ÁNGULOS
Equilátero	Rectángulo
	
Isósceles	Acutángulo
	

Escaleno	Obtusángulo
 A scalene triangle constructed from three sticks. The two slanted sides are red, and the base is yellow. Each stick has four holes, and they are connected at the vertices by small metal fasteners.	 An obtuse triangle constructed from three sticks. The top-left side is yellow, the top-right side is red, and the bottom side is orange. Each stick has four holes, and they are connected at the vertices by small metal fasteners.

PARALELOGRAMOS	
Cuadrado	Rombo
	
RECTÁNGULO	ROMBOIDE
	

TRAPECIOS

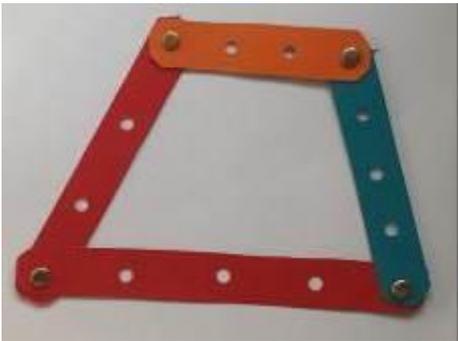
Trapezio rectángulo



Trapezio isósceles



Trapezio escaleno



TRAPEZOIDE



### ANEXO 3: Actividades con palillos.

Construye con 12 palillos:

- Un cuadrado
- Un rectángulo
- Un triángulo con tres lados iguales
- Un triángulo con solo dos lados iguales
- Un triángulo con tres lado desiguales
- Un rombo
- Una estrella

Sitúa sobre la mesa 12 palillos formando la siguiente figura:

- Quita cuatro palillos y quedará un cuadrado solo.
- Forma dos cuadrados iguales quitando cuatro palillos.



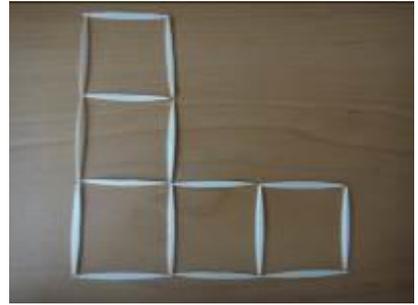
Coloca sobre la mesa 12 palillos como en el dibujo:

- Quita 4 palillos y dejarás formados 2 rombos.
- Mueve 6 palillos y quedarán formados 3 rombos.



Con 16 palillos forma la figura:

- Mueve 2 palillos y deja 2 rectángulos y 2 cuadrados
- Mueve 3 palillos y forma 3 rectángulos
- Mueve 4 palillos y deja formados 2 rectángulos y un cuadrado.



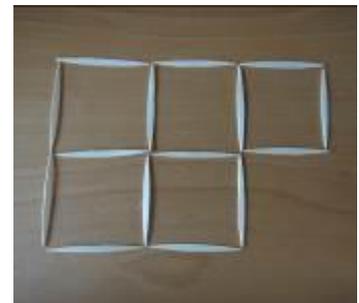
Con 14 palillos forma la figura:

- Elimina 5 palillos y deja dos triángulos de distinto tamaño.
- Elimina 4 palillos y deja 3 triángulos (pueden ser de distinto tamaño).
- Elimina 3 palillos y deja 4 triángulos.



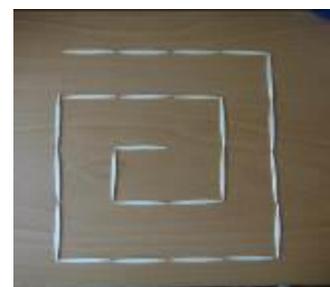
Sitúa sobre la mesa 15 palillos tal como se muestra en la imagen:

- Elimina 4 palillos y desaparecen 2 cuadrados.
- Mueve 3 palillos y haz desaparecer un cuadrado.



Sitúa sobre la mesa 24 palillos creando una espiral.

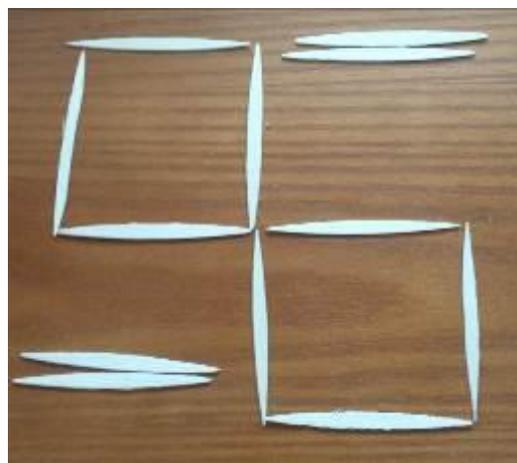
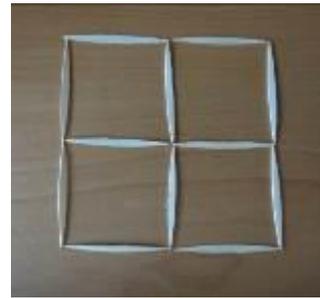
- Mueve 2 palillos y convierte la figura en 2 cuadrados
- Mueve 4 palillos y convierte la figura en 3 cuadrados.



## SOLUCIONES:

Sitúa sobre la mesa 12 palillos formando la siguiente figura:

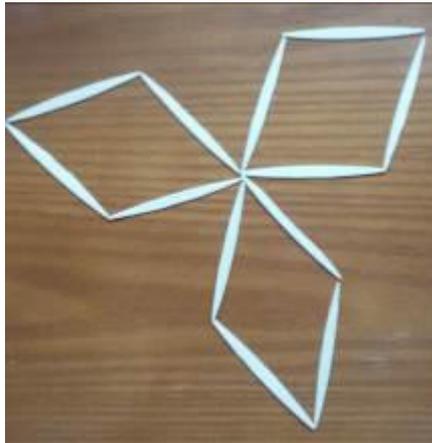
- Quita cuatro palillos y quedará un cuadrado solo.
- Forma dos cuadrados iguales quitando cuatro palillos.



Coloca sobre la mesa 12 palillos como en el dibujo:

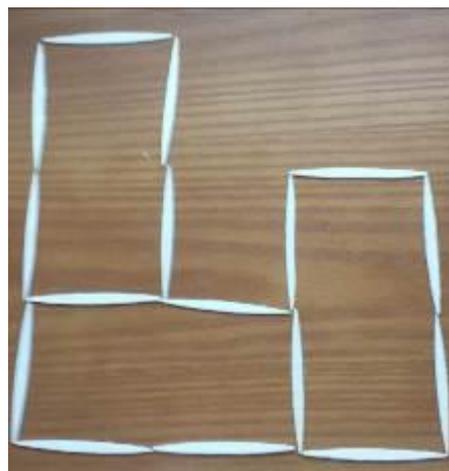
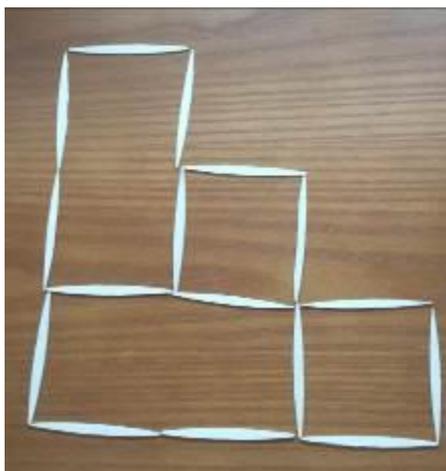
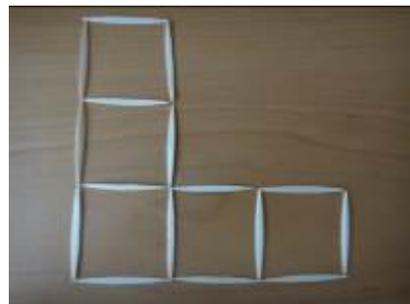
- Quita 4 palillos y dejarás formados 2 rombos.
- Mueve 6 palillos y quedarán formados 3 rombos.





Con 16 palillos forma la figura:

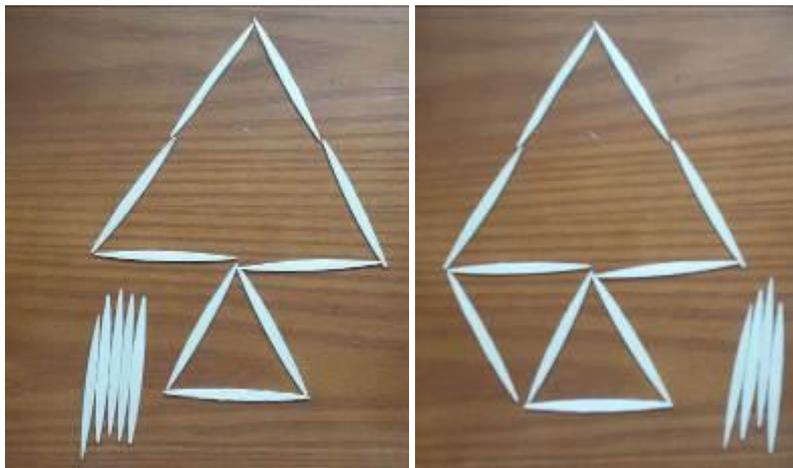
- Mueve 2 palillos y deja 2 rectángulos y 2 cuadrados
- Mueve 3 palillos y forma 3 rectángulos
- Mueve 4 palillos y deja formados 2 rectángulos y un cuadrado.

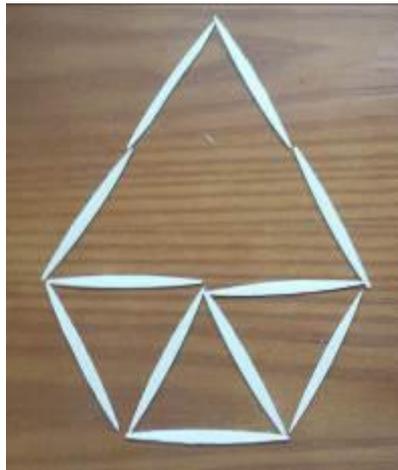




Con 14 palillos forma la figura:

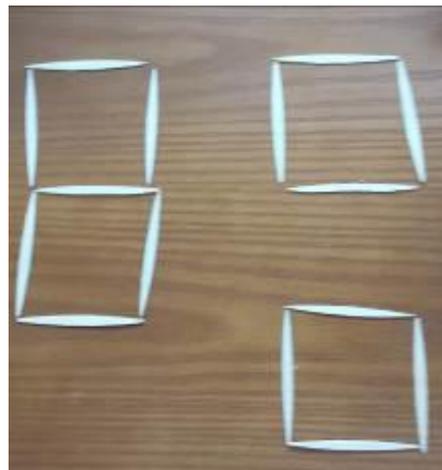
- Elimina 5 palillos y deja dos triángulos de distinto tamaño.
- Elimina 4 palillos y deja 3 triángulos (pueden ser de distinto tamaño).
- Elimina 3 palillos y deja 4 triángulos.





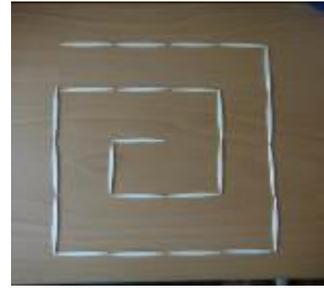
Sitúa sobre la mesa 15 palillos tal como se muestra en la imagen:

- Elimina 4 palillos y desaparecen 2 cuadrados.
- Mueve 3 palillos y haz desaparecer un cuadrado.



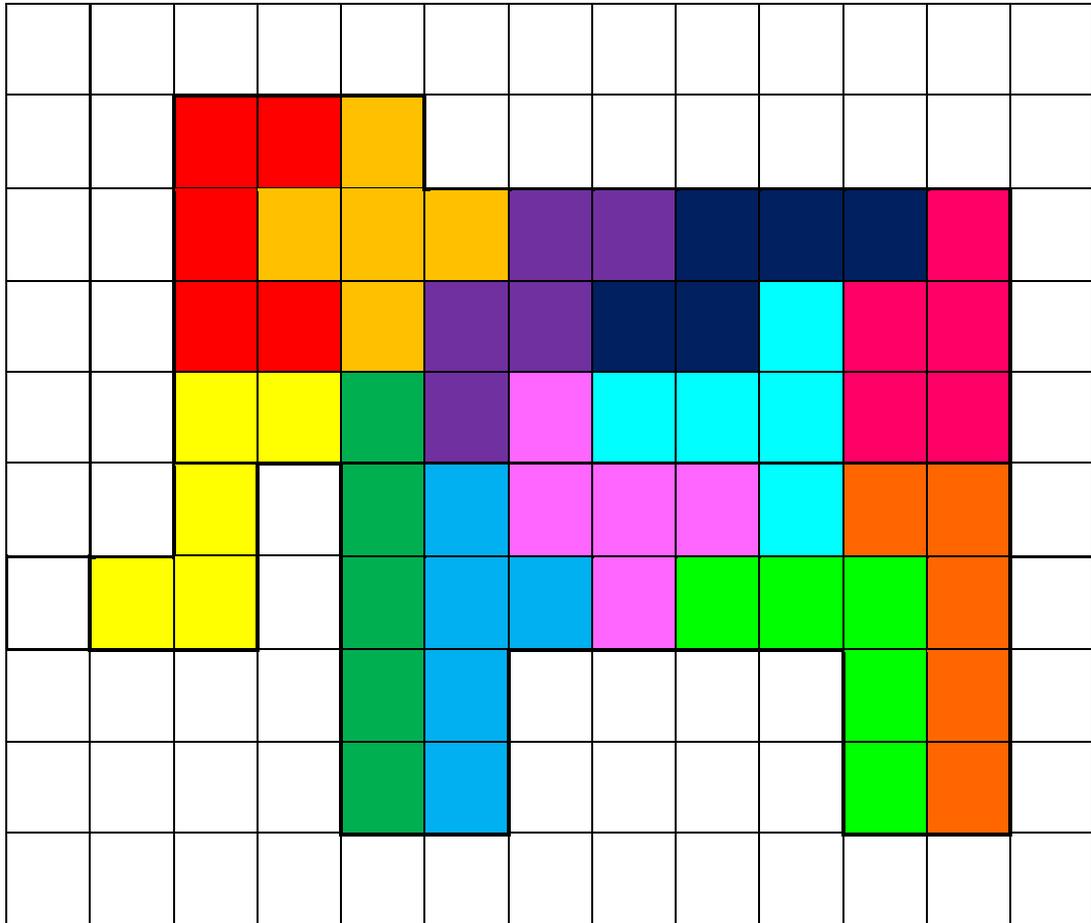
Sitúa sobre la mesa 24 palillos creando una espiral.

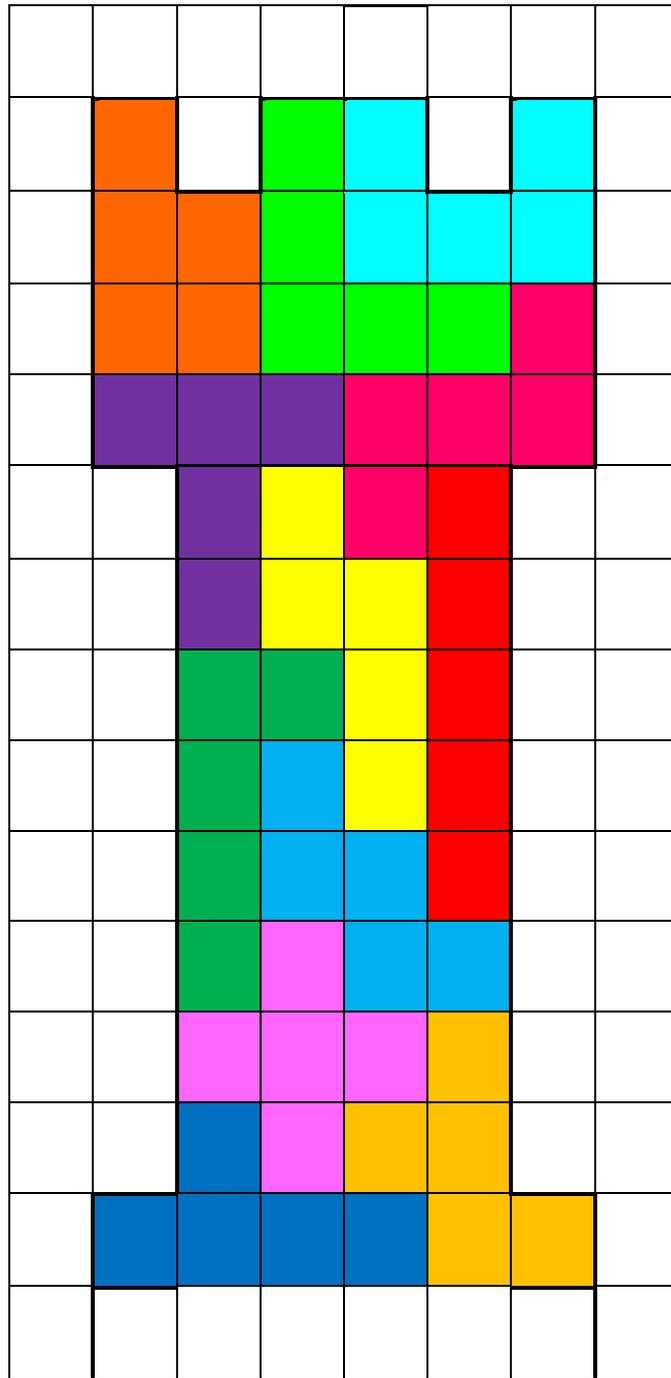
- Mueve 2 palillos y convierte la figura en 2 cuadrados
- Mueve 4 palillos y convierte la figura en 3 cuadrados.



ANEXO 4: Actividades sobre plantillas.

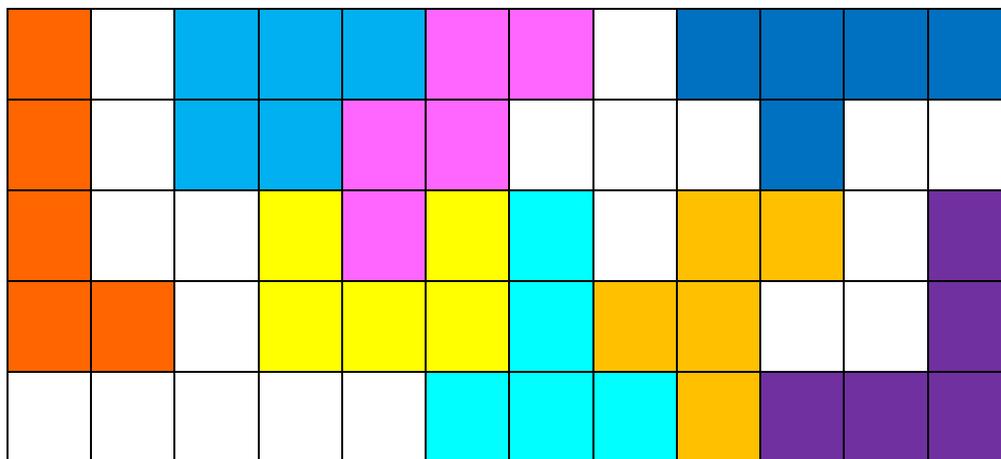
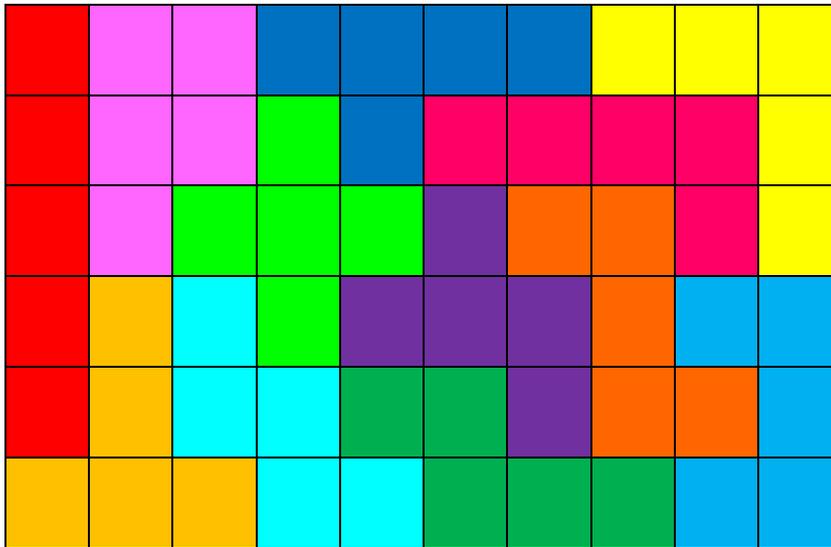
Construye con las piezas del pentominó las siguientes figuras.

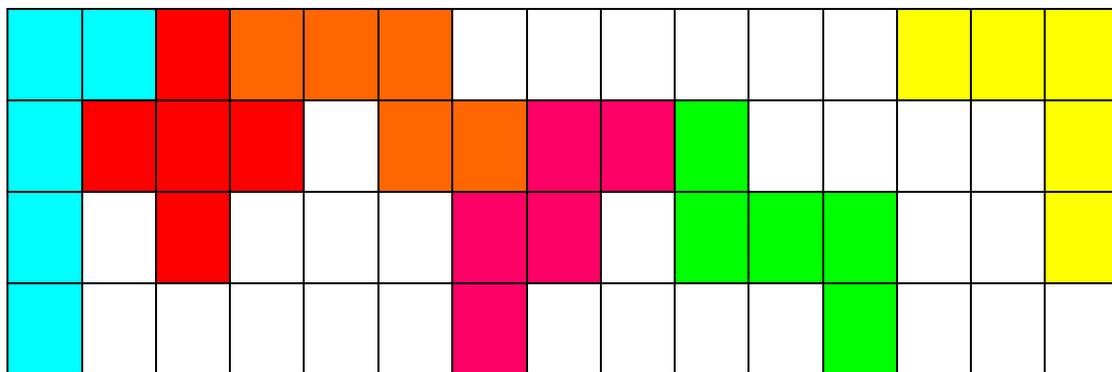




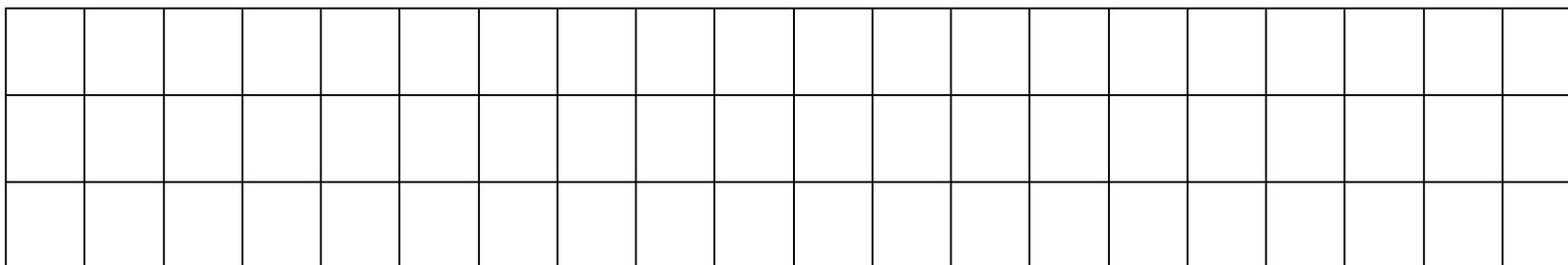
## ANEXO 5: Construimos de rectángulos.

Construye los siguientes rectángulos con todas las piezas del pentominó.





Completa el siguiente rectángulo.



## ANEXO 6: Medimos áreas y perímetros.

Calcula el área y el perímetro de cada una de las piezas del pentominó.

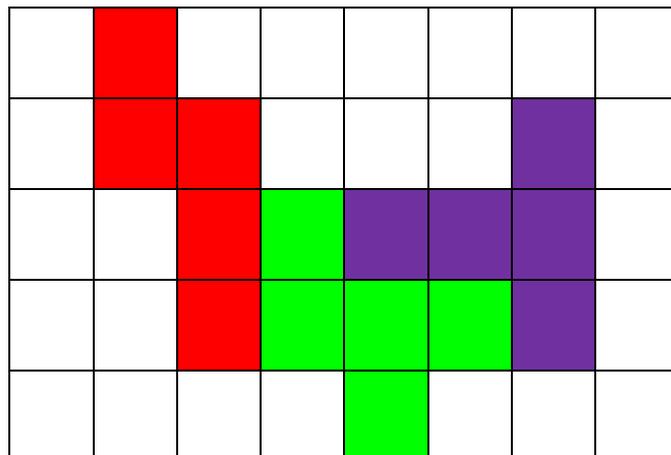
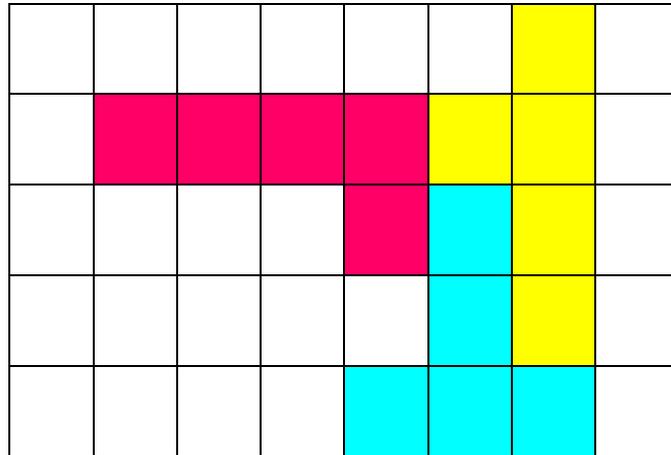
PENTOMINÓ	PERÍMETRO	ÁREA
T		
U		
V		
W		
X		
Y		
Z		
F		
I		
L		
P		
N		

Tras completar la tabla, construye con las distintas piezas dos figuras que tengan:

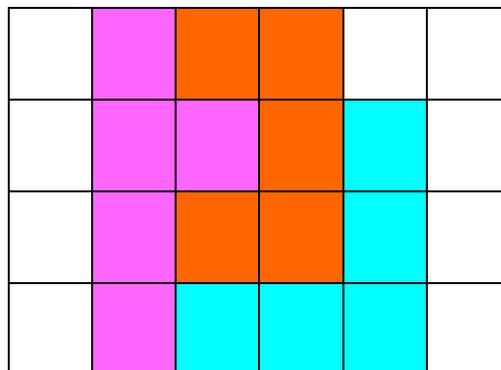
- Mismo área y perímetro
- Mismo perímetro y distinta área

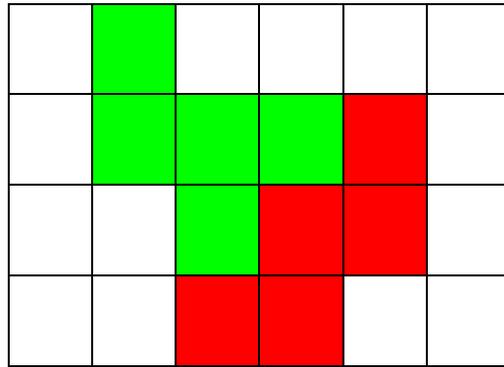
Ejemplos:

Área 15 y Perímetro 24



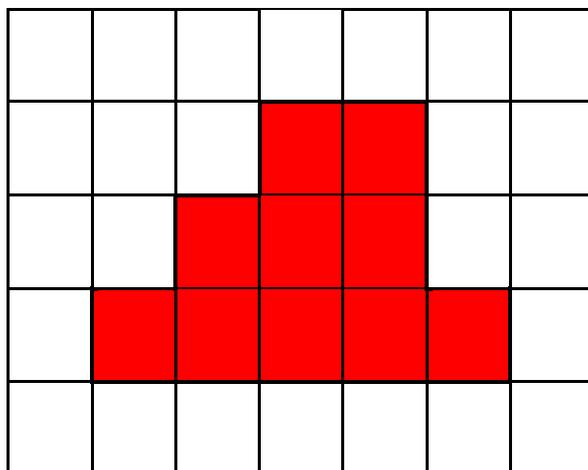
Área 15 y perímetro 16



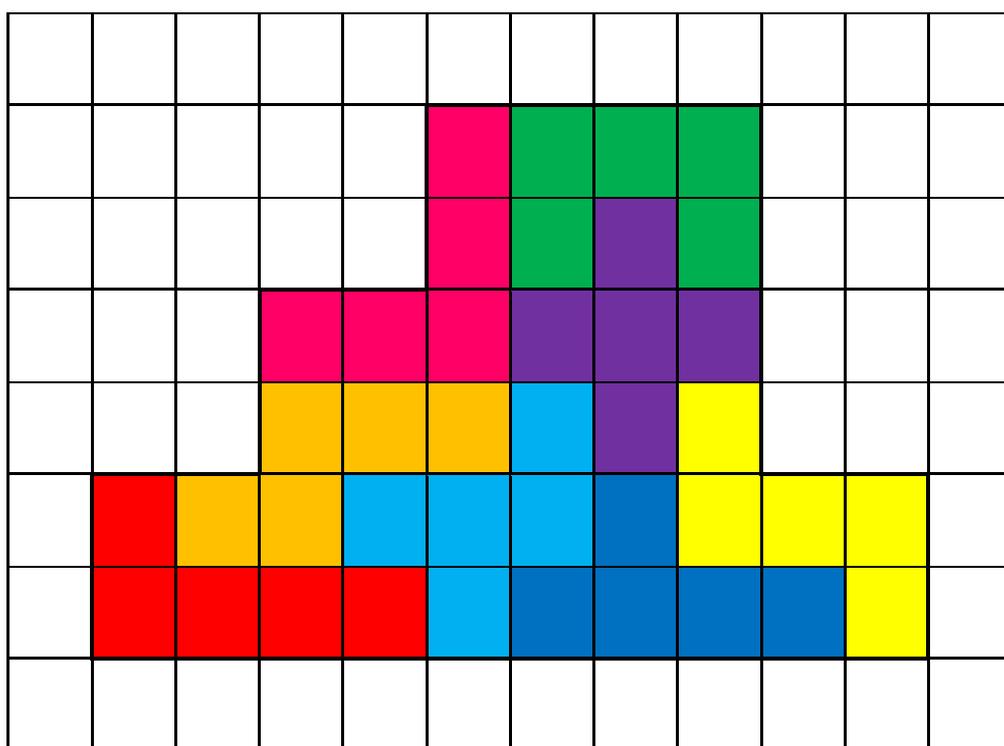


## ANEXO 7: Construimos figuras semejantes.

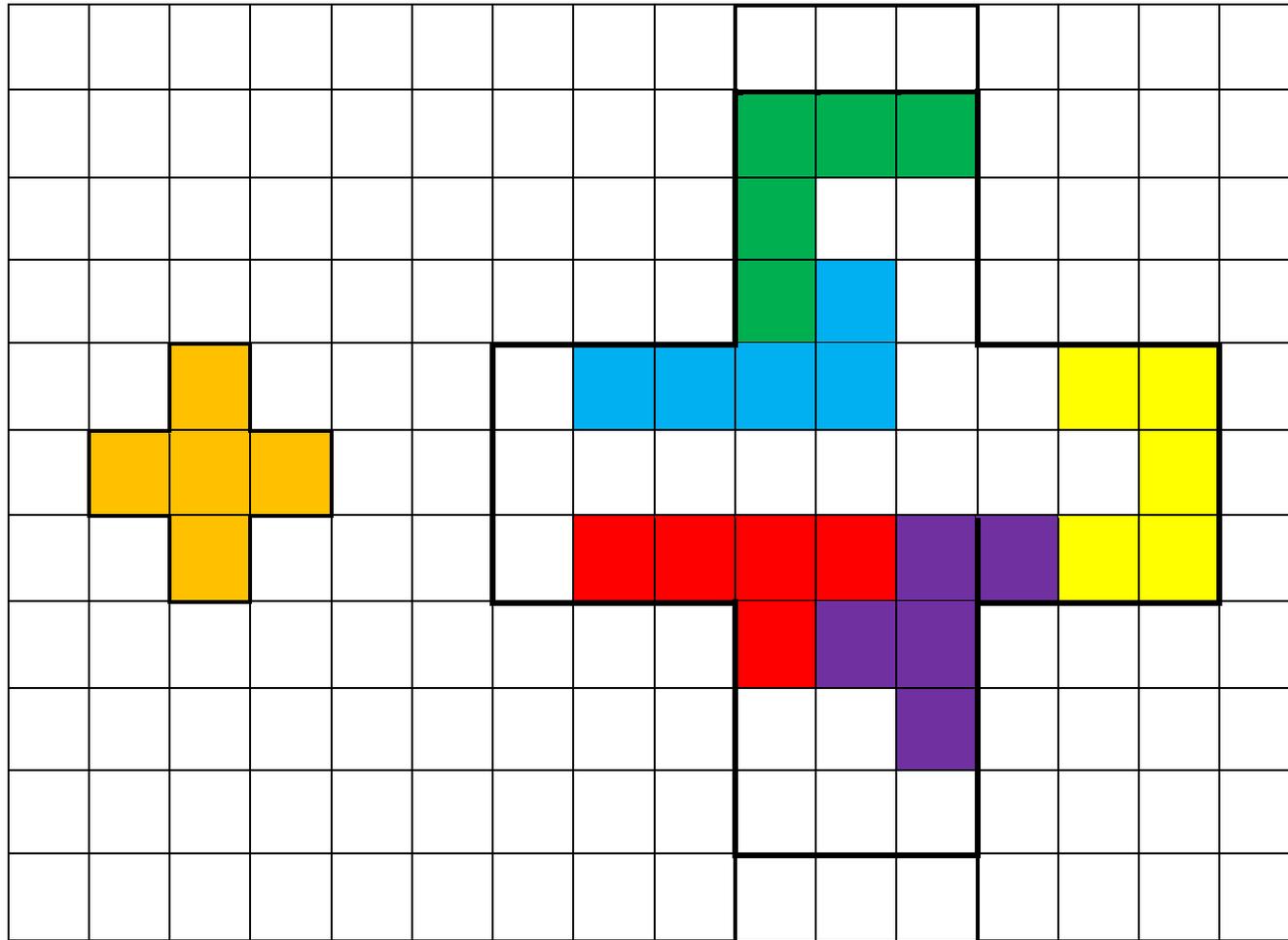
Forma la siguiente figura con dos pares de piezas del pentominó:

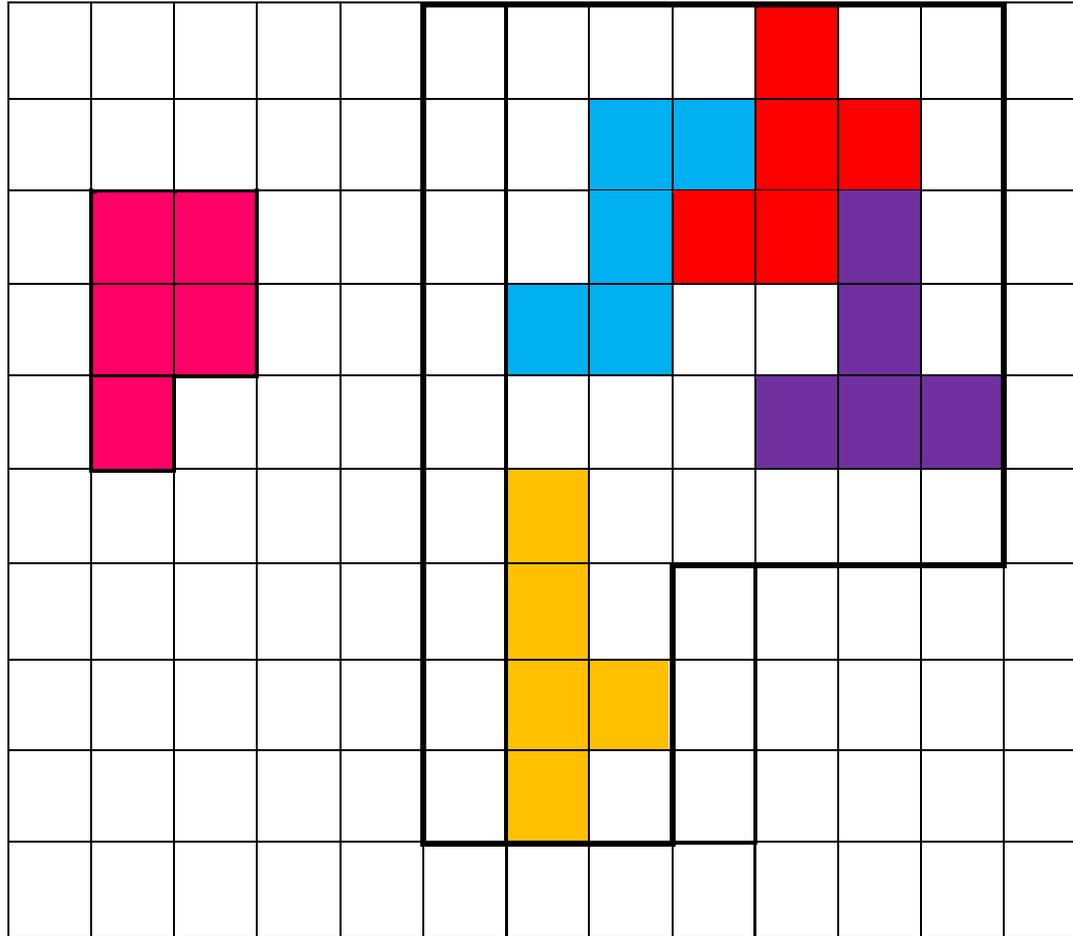


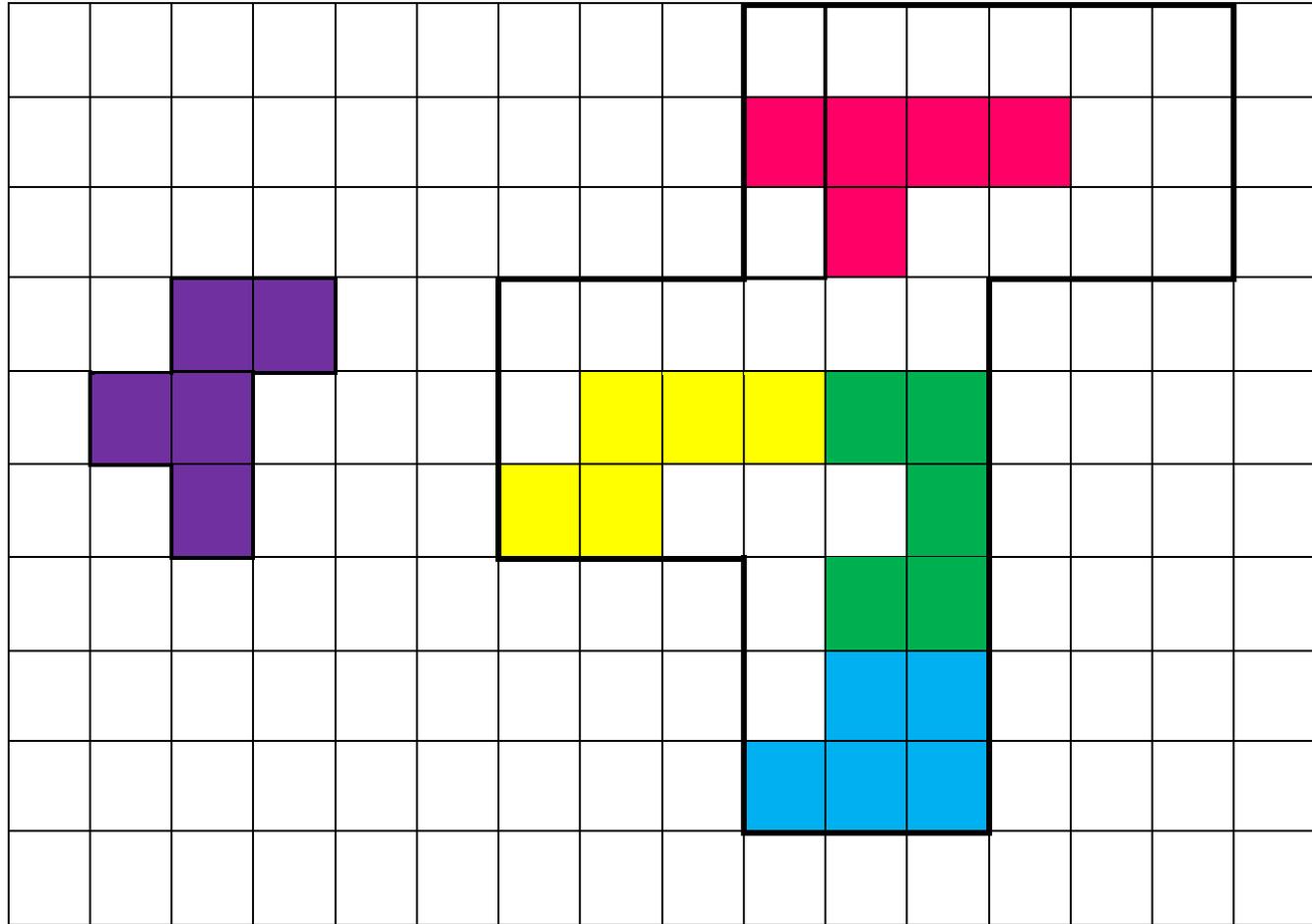
A continuación, con ocho de las piezas que han sobrado construye la figura semejante de tamaño dos veces más grande.



Completa con las piezas que faltan las siguientes figuras semejantes.





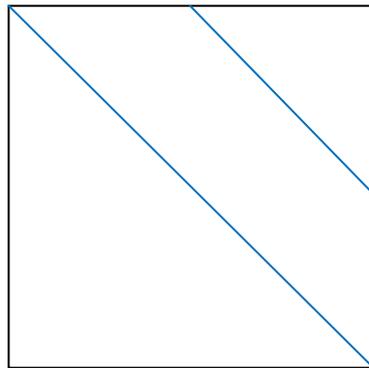


## ANEXO 8: Construimos el tangram.

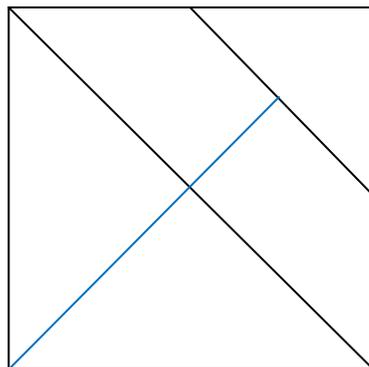
### Actividad de construcción del tangram:

Para construir el tangram, cada uno de los alumnos en una cartulina y seguirán los siguientes pasos:

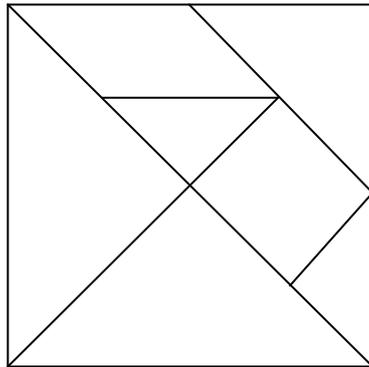
- Dibuja un cuadrado de 10 cm de lado.
- Traza una diagonal del cuadrado y la recta paralela a la diagonal, que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado. Es decir a 5cm, la mitad de cada lado.



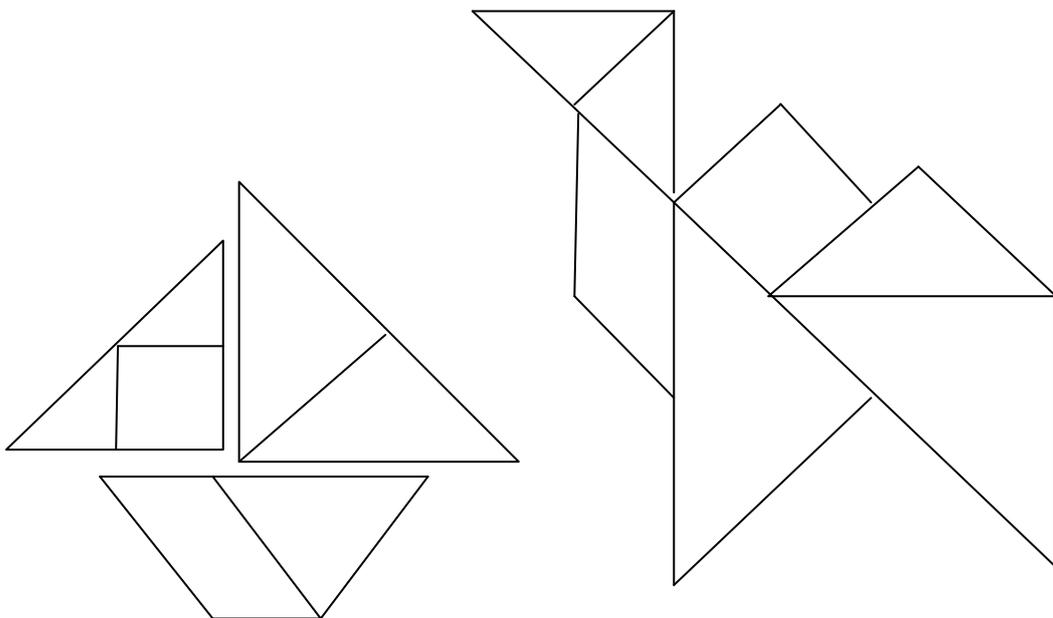
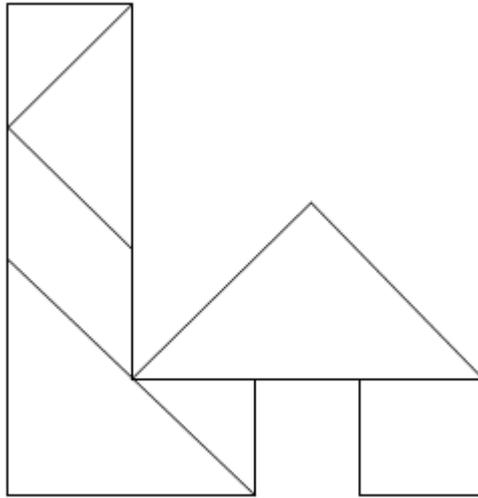
- Traza la otra diagonal del cuadrado, pero esta no llegará hasta el otro extremo, sino que se cortará en la segunda línea paralela que hemos dibujado.



- La primera diagonal que se dibujó, ahora hay que dividirla en cuatro partes iguales es decir, cada parte medirá 2,5 cm. Y unimos mediante rectas de la siguiente manera:

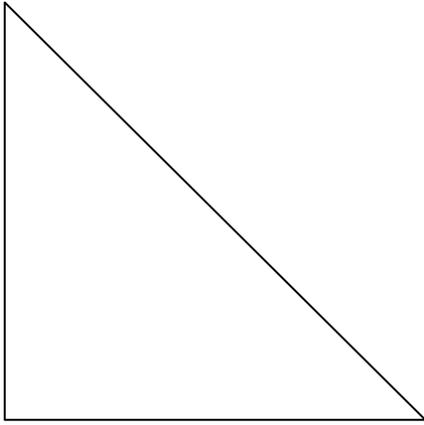


**ANEXO 9: Hacemos figuras.**



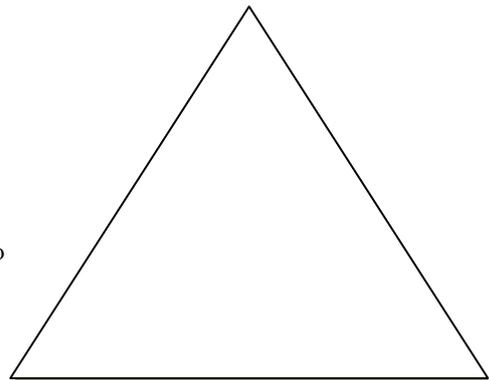
## ANEXO 10: Figuras ocultas.

Con dos piezas del tangram construye un triángulo rectángulo:



Con tres piezas del tangram construye un triángulo

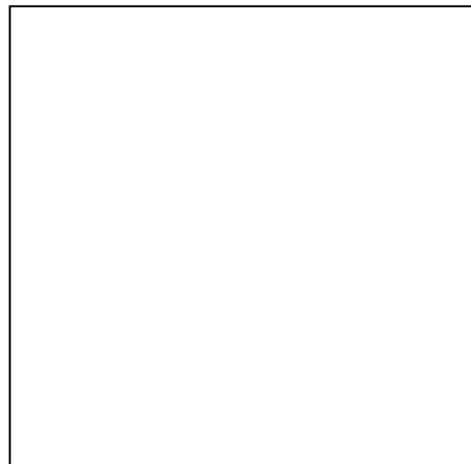
Con cuatro piezas del tangram construye un triángulo



Forma un cuadrado con dos piezas del tangram

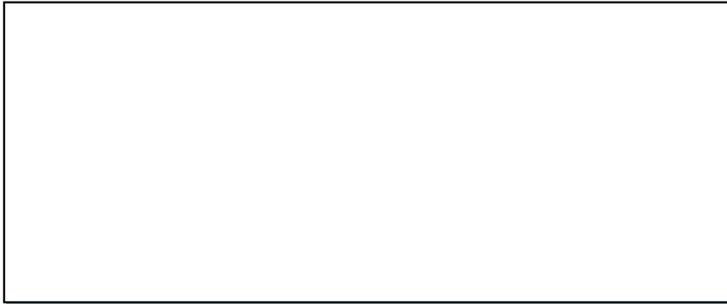
Forma un cuadrado con tres piezas del tangram

Forma un cuadrado con cuatro piezas del tangram

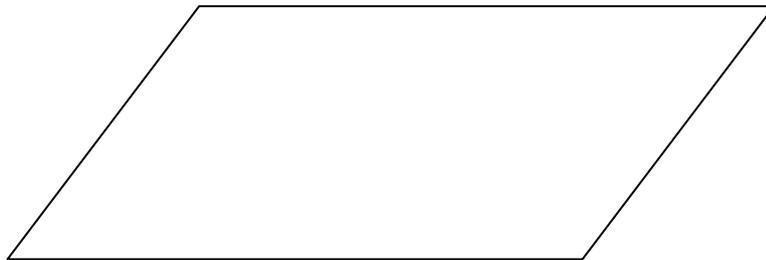


Construye un rectángulo con tres triángulos, dos pequeños y el mediano

- ¿Se puede hacer utilizando otras piezas?

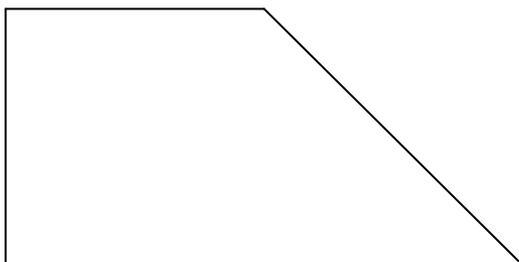


Construye un romboide con dos piezas, ¿puedes construir uno con tres piezas? ¿y con cuatro?



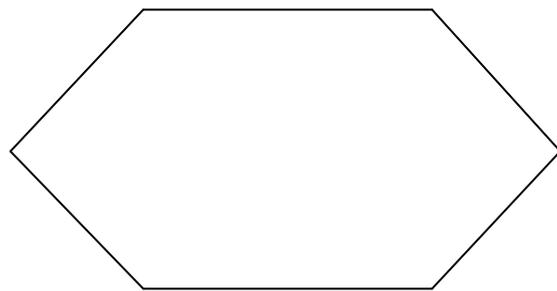
Utiliza dos piezas para formar un trapecio.

- Añade otra pieza y forma otro trapecio.
- ¿Se puede con más piezas?





Construye la siguiente figura utilizando el romboide, el cuadrado y los dos triángulos pequeños.



# ANEXO 11: Dibujamos con las figuras.



## ANEXO 12

Chico       Chica

Este cuestionario realizado a los alumnos y alumnas de 6ºA de Educación Primaria del Colegio Santa María La Real de Huelgas con el fin de recoger información acerca de la puesta en práctica de los materiales manipulativos en el aula, es totalmente anónimo.

1. Nada      2. Poco      3. Bastante      4. Mucho

1. Conocía otros materiales manipulativos antes de utilizarlos en el aula	
2. He utilizado materiales manipulativos antes de esta unidad	
3. Me ha gustado utilizar el mecano, los palillos y los demás materiales	
4. Me he divertido con las actividades con los materiales	
5. Me gustaría utilizar los materiales más veces en clase	
6. He aprendido utilizando los materiales manipulativos	
7. Me gustan más las matemáticas desde que he utilizado estos materiales	
8. Me parecen más fáciles de entender las matemáticas con los materiales manipulativos.	

9. Qué material de los utilizados en clase me ha gustado más

- Mecano
- Palillos
- Pentominó
- Tangram

10. Qué material de los utilizados me ha gustado menos:

- Mecano
- Palillos
- Pentominó
- Tangram

Observaciones:

## ANEXO 13

### VALORACIÓN DE LA INTERVENCIÓN CON MATERIALES MANIPULATIVOS

1. ¿El enfoque de las actividades era correcto?
2. ¿Qué le ha parecido la puesta en práctica en el aula de los materiales manipulativos?
3. ¿Qué debería ser mejorado?
4. En cuanto al alumnado, ¿existe mucha diferencia entre los alumnos que cursaron 6º el año anterior y los alumnos del presente curso?
5. ¿Existe una mejora de los resultados este año? O por el contrario, ¿cree que han empeorado?
6. ¿Cree que ha influido en las calificaciones el uso de materiales manipulativos?