

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA



ANÁLISIS DINÁMICO DE LOS PLANES DE
PENSIONES DE EMPLEO DESDE DIFERENTES
ENFOQUES. SU INTEGRACIÓN CON EL SISTEMA
DE LA SEGURIDAD SOCIAL

Ana García González

VALLADOLID, 2010

**Análisis Dinámico de los Planes de
Pensiones de Empleo desde Diferentes
Enfoques. Su Integración con el Sistema
de la Seguridad Social**

Ana García González

*Memoria presentada para optar al grado de Doctor
por la Universidad de Valladolid*

Directores: Francisco José Cabo García y Francisco José Peláez Feroso

Departamento de Economía Aplicada

Universidad de Valladolid

Valladolid, febrero de 2010

A mis padres,

a Paco y a Marina

Agradecimientos

En primer lugar, deseo expresar mi más sincero agradecimiento a Francisco José Cabo García y a Francisco José Peláez Feroso, directores de esta tesis, por su ayuda, su apoyo y su amistad constantes e incondicionales, sin los cuales esta tesis nunca hubiera visto la luz.

También quiero extender mi agradecimiento a mis compañeros del Departamento de Economía Aplicada, en especial al que fue director del antiguo Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas), Julio García Villalón, por su preocupación y por su ejemplo de entusiasmo en el trabajo; a Guiomar Martín Herrán, por estar siempre disponible para prestar su ayuda y su tiempo; a María Teresa Peña García, por su amistad y ánimo en todo momento; y a Luis Carlos Meneses Poncio, mi compañero de despacho, por su compañía y apoyo día tras día durante todos estos años.

Por último, agradezco a mi familia, en especial a mis padres, a Paco, a Marina y a Isidro, su cariño y su paciencia, pero por encima de todo, la confianza que han demostrado siempre hacia mí.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 15 |
| 1.1. Revisión histórica | 15 |
| 1.2. Integración de los planes de pensiones con la Seguridad Social . | 27 |
| 1.2.1. Conceptos básicos de la integración de los planes de pen- siones | 29 |
| 1.2.2. Métodos de integración | 32 |
| 1.3. Análisis de los planes de pensiones mediante la Dinámica de Sistemas | 36 |
| 1.4. Planes de pensiones integrados con el sistema de la Seguridad Social | 39 |
| 1.5. Planes de pensiones públicos frente a privados. Un juego dife- rencial a la Stackelberg | 41 |
| 2. Análisis de los fondos de planes de pensiones del sistema de empleo de prestación definida mediante la Dinámica de Siste- mas | 47 |
| 2.1. Introducción | 47 |

| | |
|---|------------|
| 2.2. Variables y parámetros | 49 |
| 2.3. Hipótesis de los modelos y Diagrama Causal | 52 |
| 2.4. Plan de pensiones de prestación definida sin ganancia actuarial | 56 |
| 2.4.1. Evolución del fondo del plan | 57 |
| 2.4.2. Análisis de la estabilidad del fondo del plan | 61 |
| 2.5. Plan de pensiones de prestación definida con ganancia actuarial | 64 |
| 2.5.1. Dinámica del plan de pensiones | 73 |
| 2.5.2. Análisis numérico. | 87 |
| 2.5.3. Análisis de sensibilidad | 97 |
| 2.6. Conclusiones | 102 |
| 2.7. Apéndice: La Dinámica de Sistemas | 106 |
| 2.7.1. Estructura de los sistemas | 115 |
| 2.7.2. Retrasos | 118 |
| 2.7.3. Análisis de sensibilidad | 122 |
| 3. Planes de pensiones del sistema de empleo de prestación de- | |
| finida integrados con el sistema de la Seguridad Social | 127 |
| 3.1. Introducción | 127 |
| 3.2. Variables, parámetros e hipótesis del modelo | 130 |
| 3.3. El modelo | 136 |
| 3.3.1. Simulación del modelo | 138 |
| 3.3.2. Método Offset | 143 |
| 3.3.3. Método Excess | 152 |

| | |
|---|------------|
| 3.3.4. Offset versus Excess | 161 |
| 3.4. Conclusiones | 163 |
| 4. Planes de pensiones públicos frente a privados. Un juego diferencial a la Stackelberg | 177 |
| 4.1. Introducción | 177 |
| 4.2. Integración de un plan de pensiones privado con la Seguridad Social | 179 |
| 4.3. El modelo | 187 |
| 4.3.1. Funciones de pérdidas | 187 |
| 4.4. Juego a la Stackelberg Gobierno-Empresario | 193 |
| 4.4.1. Resolución del juego a la Stackelberg | 195 |
| 4.4.2. Equilibrio de estados estacionarios | 199 |
| 4.4.3. Estabilidad | 200 |
| 4.4.4. Deuda pública vs. Fondo de reserva de la Seguridad Social | 202 |
| 4.4.5. Comparación de resultados bajo un Gobierno estático vs un Gobierno dinámico | 205 |
| 4.5. Gobierno como único agente decisor | 208 |
| 4.6. Porcentaje de Offset como variable de decisión estratégica | 211 |
| 4.7. Comparativa | 214 |
| 4.8. Planes no integrados versus planes integrados a un porcentaje de Offset óptimo | 221 |
| 4.9. Conclusiones | 224 |

| | |
|---------------------------------|-----|
| Futuras líneas de investigación | 229 |
| Bibliografía | 233 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Revisión histórica

La concepción que se tiene de los seguros sociales lleva a la necesidad de que la sociedad organice la provisión de los mismos sin tener que depender de la caridad voluntaria o casual, es decir, ahondando en la idea de que el individuo tiene derecho a protegerse de esos riesgos. No es fácil precisar en qué consiste la transición de la previsión social al sistema de la Seguridad Social que actualmente existe, si bien, la ampliación del ámbito personal de cobertura es una de sus características fundamentales. En numerosos países, los seguros sociales iniciales se establecieron para los trabajadores por cuenta ajena de la industria y con bajos niveles salariales. Posteriormente, se extendieron a los trabajadores agrarios y de servicios, a los autónomos y en la actualidad a la mayoría de los ciudadanos e, incluso, a los residentes de cada país, hasta configurar la estructura y dimensión que en la actualidad tiene el sistema público de la Seguridad Social.

El sistema público de previsión social puede definirse como el conjunto de medidas establecidas por el Estado para proteger y ayudar a los ciudadanos en determinadas situaciones de riesgo, desamparo o siniestro, así como para

la prevención de las mismas. En este contexto, Alonso Olea y Tortuero Plaza (2002), definen el sistema de la Seguridad Social como *“el conjunto integrado de medidas públicas de ordenación de un sistema de solidaridad para la prevención y remedio de riesgos personales mediante prestaciones individualizadas y económicamente evaluables, agregando la idea de que tendencialmente tales medidas se encaminan hacia la protección general de todos los residentes contra las situaciones de necesidad, garantizando un nivel mínimo de rentas”*. En el mismo manual, estos autores recogen la definición que Beveridge dio de la Seguridad Social en su segundo, y menos conocido de sus informes, como *“el conjunto de medidas adoptadas por el Estado para proteger a los ciudadanos contra aquellos riesgos de concreción individual que jamás dejarán de presentarse, por óptima que sea la situación del conjunto de la sociedad en que vivan”*. Esta definición, aún válida actualmente, hace referencia a una serie de riesgos susceptibles de acaecer sobre una determinada población y a las diferentes medidas o mecanismos de protección necesarias para subsanarlos. A este respecto, la Asociación Internacional de la Seguridad Social (A.I.S.S.) define el sistema de la Seguridad Social¹ como *“todo programa de protección social establecido por una ley o por cualquier otro acuerdo obligatorio que ofrezca a las personas un cierto grado de seguridad de ingresos cuando afrontan las contingencias de la vejez, supervivencia, incapacidad, invalidez, desempleo o educación de los hijos. También puede ofrecer acceso a cuidados médicos curativos o preventivos. La Seguridad Social, tal y como la define la Asociación Internacional de la Seguridad Social, puede incluir programas de Seguridad Social, programas de asistencia social, programas universales, programas de mutuas, cajas de previsión nacionales y otros sistemas, incluidos los enfoques orientados al mercado que, de conformidad con la legislación o práctica nacional, formen parte del sistema de Seguridad Social de un país”*.

¹<http://issa.int/esl/layout/set/print/layout/set/print/view/full/36987>

Los riesgos susceptibles de ser cubiertos por el actual sistema público de previsión social han existido mucho antes de que comenzara a hablarse de un sistema de la Seguridad Social como tal. Entre todos estos riesgos, cabe destacar por su especial relevancia actual el asociado a la vejez. Ello es debido, en parte, al crecimiento cada vez más acentuado de la esperanza de vida de la población, que conlleva un importante incremento de los costes que, en forma de pensiones, están relacionados con la cobertura de tal situación. La relevancia de la vejez, tanto desde el punto de vista histórico como desde la perspectiva futura, hace que sea el eje centralizante de la protección y de la política social de los poderes públicos. Por ello, entendemos necesario, como punto de partida del estudio de los sistemas de previsión social tanto públicos como privados, un análisis de los orígenes y de cómo ha ido evolucionando la protección de esta contingencia.

Las técnicas de protección de la vejez no aparecen como tales hasta finales del siglo XIX. Ello fue debido, principalmente, a la baja esperanza de vida que existía hasta esa época y, por otra parte, a la inexistencia de una edad límite para dejar el trabajo activo. La protección de la vejez, como estado de necesidad de una parte de la población, tiene lugar en las sociedades industriales como consecuencia de las técnicas productivas introducidas por la revolución industrial, originando éstas una mayor intensidad en la producción y una incapacidad del trabajador para desempeñar las funciones más habituales en la vejez. Posteriormente, con la aparición de las crisis de las sociedades industriales y con la llegada de las sociedades postindustriales, se considera la jubilación, como una figura o institución que, además de la protección de una necesidad social, es utilizada por la mayoría de los Gobiernos como un instrumento de política de empleo, de tal modo que en estas sociedades vejez y jubilación no se superponen.

La aparición, a finales del siglo XIX, de los denominados seguros sociales

obligatorios va a suponer un cambio radical en la intensidad protectora de esta contingencia, que alcanza la relevancia que actualmente tiene a partir de la segunda mitad del siglo XX. A continuación se describen brevemente los principales hitos que configuran la evolución de los sistemas de previsión social tanto públicos como privados en los países donde más relevancia alcanzan éstos y, de forma particular, en España.

Fue la Revolución Industrial, durante los siglos XVIII y XIX, la principal impulsora del cambio económico y social que tuvo lugar en Europa y, sobre todo, en el mundo anglosajón. Esta profunda transformación de las estructuras sociales y el nacimiento de una nueva clase social trabajadora, fue lo que impulsó a mejorar las condiciones laborales, sociales y económicas de la población asalariada, preconizando mayores salarios y mejores coberturas de tipo económico y social a partir del cese en la actividad laboral. Todo ello, junto con las crisis económicas que tuvieron lugar a finales del siglo XIX y principios del XX, contribuye a la creación en Alemania, en 1883, del primer sistema público de protección social, obra del canciller Bismark. Su principal objetivo era la cobertura de las contingencias derivadas de la incapacidad laboral por enfermedad e invalidez, ya que la cobertura de la prestación por jubilación apenas si se consideraba debido al escaso número de trabajadores que sobrevivían a la misma. Este modelo Bismarkiano, de carácter profesional, sólo cubría a ciertos colectivos de trabajadores asalariados, estando financiado tanto por trabajadores como por empresarios.

En el Reino Unido, Beveridge (1989), en su segundo informe de 1942, afirma que *“el problema de la naturaleza y de la extensión de la provisión que ha de hacerse para la gente de edad avanzada es el más importante y, en algunos aspectos, el más difícil de todos los problemas de la Seguridad Social”*. Con ello, sienta las bases de la reforma del sistema público de pensiones en dicho país entre los años 1945 y 1948. Este modelo anglosajón, de carácter universal,

financiado por el Estado y cuyo objetivo era tratar de cubrir las necesidades fundamentales de toda la población, tiene un importante componente de redistribución de las rentas y deja la puerta abierta a la aparición posterior de los sistemas privados de previsión complementarios al sistema público de pensiones. Para una comparativa entre los sistemas Bismarkianos y Beverigianos, véase Conde-Ruiz y Profeta (2007, 2002).

Es a partir de la finalización de la segunda guerra mundial y con la Declaración Universal de los Derechos Humanos en 1948, que preconizaba la pertenencia de la Seguridad Social al sector público como elemento estructural de la sociedad, cuando tuvo lugar un desarrollo importante de los sistemas públicos de pensiones en la mayoría de los países industrializados. Es en los países europeos como Alemania, Holanda y Francia, donde los sistemas públicos de previsión social se desarrollan en mayor medida. Por contra, en los países anglosajones, los sistemas públicos de pensiones tienen un menor desarrollo al preconizar éstos la cobertura de una protección mínima para toda la población, siendo los sistemas de previsión privada los que complementen aquellas parcelas no cubiertas por el sector público.

Los primeros atisbos de carácter privado relacionados con el estudio de los sistemas de previsión social, aparecen en el seno de determinadas sociedades empresariales. Así, en Inglaterra, en 1853, la London and Girmingan Railway Company fue la primera compañía que creó un plan de previsión de carácter privado y obligatorio para algunos de sus trabajadores. En este plan, las aportaciones que financiaban las contingencias cubiertas corrían a cargo tanto de la compañía como de sus empleados. En Estados Unidos, en 1875, la American Express Company fue la primera empresa que establece un plan de previsión para sus trabajadores, el cuál cubría algunas de las posibles contingencias susceptibles de acaecer a sus empleados, como la vejez o la invalidez, como se describe en Munnell (1987). Fue precisamente el deseo de estabilidad

financiera el que motivó la expansión en el último cuarto del siglo XIX de los planes privados de pensiones en las economías industriales.

Es al comienzo de los años treinta cuando tiene lugar de forma acusada el desarrollo y crecimiento de los planes de pensiones de carácter ocupacional en el seno de las empresas. Al mismo tiempo, las compañías de seguros comienzan a interesarse por este tipo de mercado, ofreciendo a las empresas promotoras de este tipo de planes, pólizas de vida para grupos o colectivos de trabajadores. En Estados Unidos fue a partir de los años cincuenta cuando los sistemas privados de previsión social comenzaron a desarrollarse en el mundo empresarial. A ello contribuyó de forma notable el escaso desarrollo que el sistema público de pensiones tenía en su economía. Por contra, en Europa, como consecuencia del mayor desarrollo alcanzado por el sistema público de previsión social, la proliferación de estos sistemas privados de previsión fue mucho más ralentizada, siendo las propias empresas norteamericanas que se ubicaron después de la posguerra en Europa, responsables en gran medida de la expansión de estos sistemas en las empresas como instrumento de motivación y fidelización de sus trabajadores. De esta manera, en los años sesenta, las empresas con planes de pensiones ocupacionales comenzaron a gestionar ellas mismas sus propios fondos de pensiones.

En España, la protección de la vejez en la antigüedad era un privilegio de las personas más acomodadas, siendo las agrupaciones profesionales de artesanos y comerciantes, las Cofradías y las Hermandades de Socorro en la Edad Media las primeras manifestaciones donde se articularon diferentes sistemas de protección de carácter social. Como expone Ávalos Muñoz (1993), el sistema público de la Seguridad Social en España tiene su antecedente en el Mutualismo de los siglos XVII y XVIII y en los denominados Montepíos de finales del siglo XVIII, cuya finalidad era constituir fondos para ciertos sectores de trabajadores, los cuales se nutrían de aportaciones periódicas, por medio de

las cuales se cubrían determinados tipos de contingencias.

El origen legal de la protección pública en España data de 1900 con la aparición de la Ley de Accidentes de Trabajo, la cuál establece la responsabilidad del empresario respecto de la cobertura de las prestaciones económicas sustitutivas del salario ante accidentes de trabajo que podían afectar a sus empleados, corriendo a cargo del empresario la financiación de su coste. En 1908, el Instituto Nacional de Previsión establece como uno de sus principales objetivos el difundir e inculcar la previsión popular, especialmente la realizada en forma de pensiones de jubilación. No es hasta 1919 cuando aparece el primer seguro público de pensiones con la creación del denominado Retiro Obrero Obligatorio, cuyo campo de aplicación cubría toda la población asegurada, excepto a los trabajadores del sector agrícola y a los funcionarios públicos. La financiación de este tipo de seguro público corría a cargo tanto del Estado como de los empresarios y de los propios trabajadores. En 1939, el anterior sistema de previsión se transforma en el denominado Subsidio Obligatorio de Vejez, en el cual la financiación corre a cargo exclusivamente del empresario y se fundamenta en el sistema financiero de reparto. Posteriormente, en 1947, se crea el Seguro Obligatorio de Vejez e Invalidez. Al mismo tiempo se expande del sistema público de protección social en España, comienzan a desarrollarse los Montepíos y, posteriormente, las Mutualidades Laborales. Siguiendo a Maldonado Molina (2001), los primeros montepíos, que se crearon con carácter generalmente obligatorio y por iniciativa oficial entre los empleados del Estado, eran financiados por los trabajadores y por las subvenciones estatales, y estaban dirigidos a proteger las contingencias de viudedad y orfandad. Las Mutualidades Laborales solían organizarse bajo un criterio profesional, adoptaron diferentes sistemas de financiación para la instrumentalización de los fondos gestionados y su fin era paliar, en la medida de lo posible, las deficiencias de carácter económico y financiero que presentaba el sistema público de pensiones en aquel momento.

Posteriormente, se promulga en España la Ley 193/1963 de Bases de la Seguridad Social, que supone un salto cualitativo en la intensidad protectora del sistema público de previsión social hasta ese momento y cuyo objetivo principal era tratar de subsanar la escasa cobertura e insolidaridad que hasta este momento caracterizaba a este sistema, como recogen Desdentado Bonete et al. (1986). Esta Ley, defiende un modelo único e integrado de previsión social, la generalización de la protección a toda la población activa, una mayor participación del Estado en su financiación, un carácter obligatorio en la cotización de los trabajadores afiliados al sistema y la utilización de un sistema de reparto para la financiación de las distintas pensiones que cubre. Posteriormente, la promulgación de la Ley 24/1972 del Régimen General de la Seguridad Social y el Texto Refundido de la Ley General de la Seguridad Social de 1974, intentan principalmente corregir los problemas financieros propios del sistema de la Seguridad Social. En 1978, con la creación del denominado Instituto Nacional de la Seguridad Social, la protección social se estructura y centraliza de forma más acusada, lo que da lugar a la práctica desaparición de las Mutualidades Laborales, que pasan a ser, en la mayoría de los casos, un mero instrumento de gestión del sistema público de la Seguridad Social. Puede decirse, que el desarrollo de las Mutualidades en España ha sido proporcionalmente inverso al experimentado por el sistema público de la Seguridad Social. En 1994, con la promulgación del Texto Refundido de la Ley de la Seguridad Social y, posteriormente, con el desarrollo de la Ley 24/1997 de Consolidación y Racionalización del sistema de la Seguridad Social, actualmente vigente con las modificaciones posteriores realizadas, se refuerza el carácter profesional y contributivo de las pensiones, de forma especial la de jubilación. A este respecto, como describen Herce y Alonso Meseguer (2000), la aprobación del denominado Pacto de Toledo en 1995, contribuye de forma importante a la necesidad de plantear una reforma del sistema público de pensiones en España y a potenciar el desarrollo de los sistemas privados de previsión social con el fin de

garantizar la sostenibilidad futura del sistema público de pensiones.

En paralelo al sistema público de la Seguridad Social se desarrollan en la mayoría de los países y también en España, los denominados sistemas privados de previsión social complementarios, que tienen su origen principalmente en la necesidad del sistema público de pensiones de reducir las prestaciones por él garantizadas. Monereo Pérez, en el prólogo del manual de Fernández Bernal (2007), señala que el campo más genuino de la protección social complementaria es, en la actualidad, el de las fórmulas de previsión voluntarias, de carácter normalmente complementario y externo al sistema de la Seguridad Social y que suelen canalizarse a través de las Entidades de Previsión Social o de los Planes y Fondos de Pensiones, contratos privados de previsión estos últimos y de expresión de autonomía de determinados grupos sociales. Es adecuado resaltar la importancia que han adquirido en las últimas décadas los sistemas complementarios de jubilación, constatándose de hecho la potenciación que los poderes públicos hacen de los mismos. Como señala Huerta de Soto (1984), los Estados, desde una posición más liberal, tienen la tendencia cada vez más acentuada de reducir su acción protectora, a fin de mantener en el tiempo la viabilidad financiera del sistema público de previsión social. Esto hace que sea la previsión social complementaria, de carácter privado y voluntario, la que atienda las contingencias o necesidades previsibles de orden social y económico no cubiertas por el sistema público de pensiones. La previsión social complementaria tratará de cubrir a los trabajadores de diversas contingencias que el anterior sistema no alcanza a cubrir, en especial la de jubilación. A este respecto, Veganzones Calvo (1981), define los sistemas de previsión complementarios a la Seguridad Social como *“aquéllos sistemas que mejoran y amplían la acción social de la Seguridad Social y que se refieren principalmente al ámbito de las prestaciones por pensiones de jubilación, viudedad, orfandad e invalidez y, en muy escasa medida, a la asistencia sanitaria.”*

En este contexto, en 1987, aparecen en el mercado español los denominados Planes y Fondos de Pensiones, instrumentos financieros de ahorro a largo plazo, que tratan de reducir las múltiples formas de previsión social que existían hasta este momento, entre las que caben señalar los Fondos Internos, las Mutualidades de Previsión Social y las Fundaciones Laborales. Su carácter es privado, voluntario y complementario del sistema público de la Seguridad Social. Están actualmente regulados a través del Texto Refundido de la Ley de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones, aprobado por el Real Decreto Legislativo 1/2002, que integra la originaria Ley 8/1987 de Regulación de los Planes y Fondos de pensiones y sus sucesivas modificaciones; por el Real Decreto 304/2004, por el que se aprueba el Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones y por la Orden EHA/407/2008, por la que se desarrolla la normativa de planes y fondos de pensiones en materia financiero-actuarial. Estos planes de pensiones potencian de forma directa el desarrollo de la economía y se sitúan en el segundo y tercer nivel de la estructura actual del sistema público de la previsión social en España y en la mayoría de los países (el primer nivel pertenece al ámbito estatal, público y obligatorio para toda la población, cubre las necesidades básicas con pensiones mínimas y asistencia sanitaria, estando a cargo del Estado, los trabajadores y los empresarios la financiación de dichas prestaciones).

Entre los principales motivos que dan lugar a la aparición en el mercado financiero español de los planes y fondos de pensiones, complementarios que no sustitutivos del sistema público de pensiones de la Seguridad Social, caben señalar, entre otros, las dificultades de financiación inherentes a este último sistema; el envejecimiento progresivo de la población objeto de protección, motivado por un crecimiento progresivo de la esperanza de vida; la aparición de altas tasas de desempleo y bajas tasas de natalidad y el incremento notable de las prestaciones que cubre el actual sistema de la Seguridad Social y, en particular, las que se refieren a las pensiones de jubilación que, como

recogen Devesa y Devesa (2008), dan lugar a un desequilibrio financiero de dicho sistema, que hace que, en el largo plazo, la sostenibilidad financiera del mismo quede en entredicho. En este contexto, la Ley 30/1995 de Ordenación y Supervisión de los Seguros Sociales, señala a los Planes y Fondos de Pensiones del Sistema de Empleo como medio de instrumentalización de los nuevos compromisos por pensiones asumidos por las empresas, a la vez que obliga a éstas a la externalización de los ya asumidos hasta esta fecha. Este tipo de planes son contratos colectivos realizados en las empresas que recogen un acuerdo de previsión pactado entre los trabajadores y el empresario promotor del plan y cuyas aportaciones se materializan en el correspondiente fondo de pensiones donde aquél se integra. En la instrumentalización de las aportaciones que tanto los partícipes y/o el promotor del plan han de realizar al fondo de pensiones se ha de utilizar el sistema financiero de capitalización individual.

Estos planes de pensiones del Sistema de Empleo se crean por las propias empresas en favor de sus trabajadores y son refrendados a través del correspondiente convenio colectivo. A este respecto, Sáenz de Yubera (1991), señala que un plan de pensiones de empresa juega un importante papel como elemento de integración del trabajador en la misma. Dentro de este tipo de planes de pensiones de empleo cabe describir dos modalidades: los planes de pensiones de empleo de Aportación Definida, que se caracterizan por definir la cuantía de las aportaciones sistemáticas a realizar al fondo de pensiones tanto por el empresario promotor y/o por los trabajadores; y los planes de pensiones de empleo de Prestación Definida, que definen las prestaciones que garantizan a sus posibles beneficiarios en función del salario previo a su jubilación, del salario medio de toda su vida laboral, o en relación con la pensión otorgada por el sistema de la Seguridad Social, como caracteriza a los planes de pensiones integrados con dicho sistema. Con la implementación por parte de las empresas de este último tipo de planes de pensiones se persigue conseguir diferentes objetivos: reducir el riesgo que soportan las empresas al garantizar

prestaciones más reducidas al trabajador; asegurar la permanencia del trabajador en la empresa; incrementar la productividad de éste; diferir salarios a la jubilación del trabajador para mantener un poder adquisitivo semejante al que tenía previamente a su retiro y subsanar, en la medida de lo posible, el nivel de discriminación que el sistema público de la Seguridad Social tiene con los trabajadores cualificados con niveles salariales más elevados.

Cada vez es más notoria la dificultad que en la actualidad tienen los sistemas públicos de pensiones para cubrir las crecientes demandas que, en forma de prestaciones económicas, realiza la población. Como ya se ha comentado, estas dificultades irán acentuándose progresivamente en las próximas décadas. Esto se debe, en parte, al sistema financiero de reparto que la Seguridad Social aplica para financiar las prestaciones que cubre y sobre el que tiene una incidencia directa la relación existente entre los afiliados activos del sistema y los pensionistas. A este respecto, otro de los aspectos a tener en cuenta es el progresivo envejecimiento de la población a nivel mundial y, en particular, en España, así como las tasas de natalidad y fecundidad relativamente bajas. Todos estos factores contribuyen a la necesidad de crear un nuevo marco operativo para el sistema de la Seguridad Social, estableciendo qué tipo de contingencias está dispuesto a cubrir y, sobre todo, cuál es la cuantía de prestaciones económicas correspondientes.

Como sea que la viabilidad financiera del actual sistema público de la Seguridad Social ante estas perspectivas está en entredicho, los gobiernos están tratando de paliar estas carencias con la potenciación de otros sistemas de previsión social de carácter complementario al anterior y, entre los que sobresalen de forma relevante los Planes y Fondos de Pensiones y, dentro de éstos, los de modalidad del Sistema de Empleo tradicionales y los integrados con el sistema de la Seguridad Social, de gran relevancia estos últimos en el Reino Unido y en Estados Unidos, si bien, en España, apenas se han desarrollado.

Los planes de pensiones integrados con el sistema de la Seguridad Social son aquellos que se caracterizan porque las prestaciones económicas que cubren se determinan en función de las otorgadas por el sistema público de pensiones. Es en este contexto, donde centramos los objetivos de esta Tesis Doctoral, en la que se realizará un análisis dinámico desde diferentes enfoques de los planes y fondos de pensiones del Sistema de Empleo tanto tradicionales como integrados.

1.2. Integración de los planes de pensiones con la Seguridad Social

En 1935, en Estados Unidos, la nueva legislación sobre Seguridad Social² hizo pensar a algunos colectivos que se podría reducir la necesidad de considerar las pensiones privadas, ya que esta necesidad podría ser satisfecha por las prestaciones de la Seguridad Social. Por el contrario, otros vieron la Seguridad Social como una pensión básica que debería ser complementada por medio de iniciativas privadas. Fue a estos últimos a los que el tiempo les concedió la razón. Los planes privados que, originalmente, nacieron para proporcionar una jubilación conveniente por sí mismos, se han ido rediseñando para proporcionar prestaciones de jubilación adecuadas en combinación con las pensiones de la Seguridad Social. De hecho, los planes que coordinan ambos sistemas existieron muchos años antes de que se estableciera una legislación formal sobre su integración.

Poco después, aparecen los primeros atisbos de regulación para la integración de los denominados *Planes Cualificados*, entendiéndose por tales aquellos que según el Internal Revenue Service (IRS) merecen un tratamiento fiscal favorable. Este tratamiento privilegiado incluye la deducción de las contribuciones del empresario de su renta imponible, y la exención a los empleados de

²Social Security Act of 1935.

tributar por las contribuciones que, en su nombre, los empresarios realizan a los planes de pensiones, así como por las ganancias obtenidas por la inversión de los activos del fondo de pensiones, hasta el momento en que dichos empleados empiezan a percibir las prestaciones (ver, por ejemplo, Schulz y Leavitt (1983)). El Decreto 1942 *Revenue Act* no menciona específicamente el término “integración”, pero establece que un plan cualificado no puede ser discriminatorio³ en favor de los altos cargos de las empresas ni de los empleados con mayores ganancias salariales (ver Anderson (1976) o Dyer (1977)).

No será hasta 1943 cuando aparecen reguladas las primeras fórmulas para calcular las prestaciones de los planes de pensiones integrados con la Seguridad Social⁴. A partir de este momento, se suceden varios cambios en dichas fórmulas debidos a diversos factores, entre otros, las continuas enmiendas a los decretos de la Seguridad Social que aumentan la cuantía de las prestaciones y el montante de ganancias salariales sujeto a la recaudación de la Seguridad Social, así como a los cambios en el porcentaje de las prestaciones de la Seguridad Social correspondientes a las contribuciones del empresario.

A principios de la década de los 80, Chang et al. (1982) ponen de manifiesto la inexistencia hasta ese momento de un consenso sobre cuál podría ser un buen conjunto de normas sobre integración que recogiera los diferentes puntos de vista sociales y políticos sobre el tema. Estos autores comienzan su trabajo técnico sobre la integración sentando previamente ciertas premisas, tanto políticas como sociales, centrándose en la sustitución de la renta que los trabajadores obtenían antes de la jubilación. Defienden que en una economía libre, las ganancias salariales de un individuo vienen determinadas mayorita-

³Según Schmitt (1974), la motivación original de una legislación que introdujo la “no discriminación” en los planes de pensiones, fue la interpretación por parte de algunos empresarios estadounidenses de una cláusula perteneciente al 1926 *Revenue Act* (ver, por ejemplo, Dearing (1954)), en la que se concedían privilegios fiscales a los planes de pensiones que favorecían a los empleados con mayores ganancias salariales.

⁴Mimeograph 5539, IRS, julio 1943.

riamente por el mercado y representan una medida aproximada de cómo es percibida su contribución a la sociedad. Estas ganancias pueden incluir prestaciones que se reciban con cierto diferimiento, en forma de prestaciones de jubilación. El incentivo que tendría un empresario para contribuir a las futuras prestaciones de pensión, estaría basado en su deseo de retener los servicios actuales de dicho empleado.

El último gran cambio en los planes de pensiones integrados con la Seguridad Social se produce en Estados Unidos con la denominada 1986 *Tax Reform*, cuyos efectos aparecen recogidos en la literatura por numeros autores, como por ejemplo, Gregory (1998), Kagan (1988) y Olsen et al. (1997). Esta reforma impide la utilización de fórmulas de integración que dejen sin pensión a los trabajadores con menores salarios. Según Kollman et al. (1994), el número de planes integrados disminuyó coincidiendo con la aparición de la 1986 *Tax Reform* debido a este endurecimiento en las condiciones de aplicación.

El papel atribuido al Estado es el de fomentar este diferimiento en las ganancias salariales de un trabajador, ya que, de otro modo, si éste percibiera durante su vida activa la totalidad de sus retribuciones, y no fuera capaz de mantener un nivel de ahorro adecuado, se convertiría en una auténtica carga para el Estado durante sus años de jubilado.

1.2.1. Conceptos básicos de la integración de los planes de pensiones

Varias son las interpretaciones que se le ha dado en la literatura al concepto de integración. Desde un punto de vista formal de la regulación de esta materia, Schulz y Leavitt (1983) o Bender (1999, 2001), explican la integración como un conjunto de técnicas de coordinación que permiten al empresario calcular las prestaciones de los planes de pensiones de sus empleados una vez conocidas las prestaciones de la Seguridad Social, cualquiera que sea el nivel salarial de

éstos.

Otra interpretación más centrada en los objetivos que en las bases formales, define la integración como un conjunto de técnicas de coordinación dirigidas a proporcionar un nivel de renta adecuado después de la jubilación para todos los trabajadores, independientemente de su nivel salarial (Chang et al. (1982)). El objetivo consiste en que todos los trabajadores que se jubilen conserven el mismo nivel de vida que tenían cuando estaban en activo.

La integración también puede ser descrita en términos de “no discriminación”. Debido a que el sistema de la Seguridad Social proporciona, en términos relativos, menores prestaciones a los trabajadores con mayores niveles salariales, los planes integrados intentan compensar esta discriminación: los trabajadores con mayores ganancias recibirán proporcionalmente mayores prestaciones que los trabajadores con ganancias inferiores.

Se podría definir la integración como una herramienta que asegura a los empleados contra cambios en sus prestaciones de jubilación futuras (ver por ejemplo, Merton et al. (1987)). Adicionalmente, la incertidumbre acerca de la estructura financiera futura de los sistemas públicos de pensiones se reduce parcialmente a través de los planes de pensiones integrados.

Una interpretación más reciente se encuentra en Bender (2009), donde, después de la reforma que tiene lugar en 1986, se describe la integración de las pensiones privadas con la Seguridad Social como la capacidad por parte del plan de proporcionar prestaciones de pensión diferenciadas entre los distintos grupos de ganancias salariales.

En consecuencia, los motivos que pueden llevar a un empresario a integrar un plan de pensiones con la Seguridad Social se pueden resumir en los siguientes:

- Como indica Graham (1994), la integración permite reducir los costes

del empresario relativos a sus contribuciones a la Seguridad Social en favor de sus trabajadores.

- Según Merton et al. (1987), la integración se podría emplear como un seguro para el caso en el que en el futuro se diera una reducción en las prestaciones de la Seguridad Social de los trabajadores con salarios más altos.
- Siguiendo a Bender (2001), la integración serviría para proporcionar una remuneración extraordinaria a los trabajadores con niveles salariales más altos, ya que en general, la posibilidad de recompensar a estos trabajadores está limitada por razones de “no discriminación” si se trata de un plan cualificado.
- Una razón estratégica para integrar los planes de pensiones con la Seguridad Social en empresas en las que existen mercados de trabajo internos, consiste en que la remuneración diferida incentivará la permanencia de los trabajadores que han sido formados en el seno de la propia empresa y será un aliciente para aumentar la productividad de los mismos (ver, por ejemplo, Dorsey y McPherson (1997), o Dorsey et al. (1998)).
- La integración, como sostienen, por ejemplo Bender (2009) o Ippolito (1997, 2002), se podría utilizar por las empresas como un mecanismo de clasificación: ya que este tipo de planes proporciona mayores prestaciones de jubilación a los trabajadores con salarios más altos, los trabajadores más cualificados y productivos se verían atraídos a estas empresas, ya que, previsiblemente, se encontrarían en el grupo de los mejor pagados.
- Como argumentan Anderson (1976) y Chang et al. (1982), la integración trata de paliar la discriminación, que caracteriza al actual sistema público de pensiones, respecto de las rentas obtenidas por los trabajadores con más alta cualificación profesional y salarios más elevados, frente a

aquéllos que obtienen rentas salariales más bajas. Debido a que el sistema público de pensiones proporciona, en términos relativos, menores prestaciones a los trabajadores con salarios más elevados, la integración de ambos sistemas debería tratar de compensar este sesgo y, por tanto, que los trabajadores con mayores salarios puedan percibir, proporcionalmente, prestaciones más altas que los trabajadores que menos ganen.

1.2.2. Métodos de integración

Tanto los planes de pensiones de prestación definida como los de aportación definida pueden ser integrados. Para determinar la cuantía de las prestaciones económicas que garantizan estos sistemas de previsión social, se utilizan diferentes procedimientos o métodos para su integración. Como especifican Schulz y Leavitt (1983), los métodos de integración más habitualmente utilizados para este fin son el método Offset y el método Excess, que se detallan a continuación.

Método Offset

Según este método se calcula, en primer lugar, la prestación que se otorgaría a un trabajador si el plan no estuviera integrado. Una vez calculada esta prestación, es reducida en un determinado porcentaje⁵, bien de la prestación de la Seguridad Social de dicho trabajador o bien de la propia prestación del plan de pensiones sin integrar. Este porcentaje es fijado para todos los trabajadores, y es independiente de su nivel salarial. El porcentaje de Offset debe permanecer invariable a partir del momento de la jubilación, de forma que ningún incremento en las prestaciones de la Seguridad Social después de que

⁵En Estados Unidos, el porcentaje máximo de Offset vigente en la actualidad es el 50 %, que corresponde a la parte de la prestación de la Seguridad Social de un trabajador financiada por las contribuciones del empresario. En España, no se encuentra regulado, si bien, el porcentaje de financiación de las contribuciones atribuible al empresario asciende al 80 % aproximadamente.

el empleado se haya jubilado pueda reducir la prestación que está recibiendo del plan de pensiones. Algunos autores, como por ejemplo Bender (2009), abogan que un porcentaje de Offset deseable sería el porcentaje de la prestación de jubilación cubierta por el sistema de la Seguridad Social equivalente a la cuantía financiada por el empresario a través de sus contribuciones al sistema público de pensiones durante la vida activa de cada trabajador.

Método Excess

Los planes de pensiones que utilizan el método Excess para la integración con el sistema de la Seguridad Social se caracterizan porque calculan la prestación de jubilación que éstos garantizan una vez establecida por el empresario una determinada cuantía, el denominado *Nivel de Integración*, relacionado en el caso español con las Bases de Cotización⁶. Según este método de integración, la prestación de jubilación de cada partícipe se determina deduciendo dicha cuantía de las ganancias salariales finales o medias para un cierto número de años previos a la jubilación del trabajador. Este método Excess se caracteriza porque actúa de forma directa a la hora de establecer las prestaciones económicas de jubilación que desea garantizar a los trabajadores a partir de su retiro. De esta forma, el promotor del plan de pensiones tiene en sus manos que todos o sólo unos pocos empleados reciban prestaciones con sólo elevar o reducir el nivel de integración. Así, si se toman como referencia las Bases de Cotización y dependiendo de si se desea que la mayoría de los trabajadores perciban prestaciones del plan de pensiones, o sólo lo hagan los trabajadores con mayores ganancias salariales, se fijará como nivel de integración las Bases de Cotización mínimas o las máximas. Si el nivel de integración se fija en una determinada cuantía, entonces se dice que el plan está integrado estática-

⁶En el caso de Estados Unidos, se relaciona con la denominada *Taxable Wage Base*, que, según Graham (1994), se define como la cantidad sobre la que pagan, tanto el empresario como el trabajador, una tasa equivalente para financiar las prestaciones de la Seguridad Social.

mente. Si, por el contrario, el nivel de integración de un plan de pensiones se ajusta a los cambios en las Bases de Cotización entonces se dice que el plan está integrado dinámicamente.

Se define el *porcentaje de integración*⁷ como el tanto por ciento que se aplica a las ganancias salariales que se encuentran por encima del nivel de integración⁸.

Método Step-Rate Excess

En este método, las prestaciones o las contribuciones se calculan teniendo en cuenta todas las ganancias salariales del trabajador. El porcentaje que se aplica para el cálculo de dichas prestaciones o contribuciones es superior para aquellas ganancias salariales que se encuentran por encima del nivel de integración que para las que están por debajo de éste. Por tanto, la diferencia entre estos planes y los planes que aplican métodos Excess puros radica en que, en estos últimos, las ganancias salariales que se encuentran por debajo del nivel de integración no computan a la hora de calcular las prestaciones o las contribuciones de un trabajador, mientras que sí son tenidas en cuenta en los planes que emplean el método *Step-Rate Excess*. Con la entrada en vigor de la reforma de 1986, en Estados Unidos las fórmulas Excess puras han ido cayendo en desuso, quedando vigente en la actualidad la modalidad *Step-Rate Excess*.

Como muestran Bell y Hill (1984) o McGill et al. (2005), entre otros, los planes de pensiones pueden englobarse en dos grandes categorías: los planes *Final-Pay* y los planes *Career-Pay*. En los primeros, las prestaciones del plan se ponen en relación con las ganancias salariales que corresponden a los tra-

⁷En Estado Unidos, en la actualidad, el porcentaje aplicado a las ganancias salariales que se encuentran por encima del nivel de integración no puede ser superior a dos veces el porcentaje aplicado a las ganancias por debajo de dicho nivel.

⁸Al igual que sucedía con el nivel de integración, el IRS también establece cuál debe ser el *porcentaje de integración máximo*.

bajadores en el momento de su jubilación, o con un promedio de las ganancias consideradas para un determinado número de años previos a ésta. En los planes *Career-Pay*, la prestación del plan en el momento de la jubilación se define en función de las ganancias salariales medias a lo largo de todos los años de actividad laboral del empleado. Tanto en los planes de pensiones *Final-Pay* como en los planes *Career-Pay* se pueden aplicar las modalidades *flat benefit* y *unit benefit* para calcular la cuantía de las pensiones. En el caso de los planes de tipo *flat benefit*, se aplica sobre las ganancias salariales un determinado porcentaje fijo que no varía con los años de servicio. En cambio, si se trata de planes de tipo *unit benefit*, se aplica sobre dichas ganancias un cierto porcentaje por año trabajado (ver Martocchio (2003)). Tanto los planes *Final-Pay* como los planes *Career-Pay*, en cualquiera de sus dos modalidades, pueden ser integrados empleando el método Offset o el método Excess (o Step-Rate Excess). Sin embargo, debido a la forma en la que cada uno de estos métodos está planteado, es usual que los planes *Career-Pay* utilicen el método Excess (o Step-Rate Excess), mientras que los planes de tipo *Final-Pay* emplean el método Offset.

Como se menciona al comienzo de esta sección, tanto los planes de prestación definida como los de aportación definida pueden ser integrados. Si bien entre los planes integrados, los planes de aportación definida superan en número a los de prestación definida, no obstante, la mayoría de los partícipes que pertenecen a un plan integrado, se encuentran en un plan de prestación definida (véase, por ejemplo, Perun (2003), que presenta un estudio empírico para Estados Unidos). Esto se debe a que el tamaño de los planes de pensiones, en número de trabajadores, es superior en los de prestación definida que en los de aportación definida. En Bender (2001), se menciona que los planes de aportación definida se integran usualmente con un método Step-Rate Excess, que proporcione distintos tantos de contribución del empresario dependiendo del nivel de ganancias del trabajador.

Finalmente, en Slusher (1998), se recoge la incidencia que tendrían posibles reformas de la Seguridad Social sobre la integración. En primer lugar, habla de una privatización, a través de la cual los trabajadores accedieran a planes individuales. Si esta privatización se llevara a cabo, es posible que los trabajadores demandaran planes de prestación definida para contrarrestar la creciente variabilidad en los resultados del nuevo sistema. Se esperaría que algunos de esos planes de prestación definida fueran integrados, prefiriendo entonces, los trabajadores, fórmulas Offset tradicionales que les aseguren contra rendimientos bajos inesperados de un sistema privado. Una segunda reforma, consistente en una reducción de las prestaciones de la Seguridad Social, supondría que muchos planes que emplean el método Offset se dejarían de utilizar, moviéndose hacia planes Excess o dejando de estar integrados. Las empresas, incluso, podrían dejar de ofrecer pensiones, ya que una de las justificaciones para integrar un plan de pensiones es que permite al empresario recuperar, a través de ésta, parte de las contribuciones a la Seguridad Social que realiza en favor de sus trabajadores durante su actividad laboral en la empresa.

1.3. Análisis de los planes de pensiones mediante la Dinámica de Sistemas

El capítulo 2 persigue, como objetivo principal, analizar la evolución y la estabilidad del fondo de un plan de pensiones, empleando métodos analíticos cuando lo permita el modelo, o llevando a cabo una simulación numérica mediante la Dinámica de Sistemas, cuando no sea posible.

Se va a estudiar un plan de pensiones del sistema de empleo de prestación definida. El método actuarial de distribución del coste empleado es el método del Crédito Unitario Tradicional, que se caracteriza porque las prestaciones totales a percibir a partir de la jubilación por cada uno de sus partícipes se

determinan en función de la prestación acreditada anualmente durante cada uno de los años de servicio activo del mismo en la empresa promotora.

El gestor de un plan de pensiones debe ser capaz de conocer la situación económica en que se encuentra y las decisiones que ha de tomar con el fin de adecuarlo a la finalidad para la cual se creó, que no es otra que la de servir de instrumento para cubrir las prestaciones económicas garantizadas a sus beneficiarios desde el momento de su jubilación.

En este segundo capítulo, se analizan dos modelos. El primero, es un modelo simplista en el que no existen desviaciones entre las hipótesis actuariales establecidas a la implantación del plan y la realidad. Tampoco se consideran los ciclos que experimenta la economía, lo que va a suponer que el tipo de interés técnico de valoración del plan y el tipo de interés efectivo o tasa de rendimiento de las inversiones permanecen constantes. La inflación tampoco es tenida en cuenta, lo que equivale a considerar las variables en términos reales. En segundo lugar, se analiza un segundo modelo más complejo que sí tiene en cuenta las desviaciones que se originan en la realidad con respecto a las hipótesis iniciales estimadas para cada una de las diferentes causas de salida que se considera influyen sobre el colectivo de partícipes del plan y que originan las denominadas pérdidas y ganancias actuariales, así como su posterior modelización e interpretación. En general, los diferentes autores que analizan éstas, las denominan simplemente ganancias actuariales (ver, por ejemplo Anderson (1992), Aitken (1994) o Peña Esteban (2000)) tanto si éstas son positivas (ganancias) como si son negativas (pérdidas). Además, en este modelo se incluyen tanto los ciclos económicos que experimenta la economía como la inflación, lo que, en conjunto, supone que existirán variables que oscilan con el tiempo, atendiendo tanto a la evolución del ciclo como a la posibilidad de desviaciones de las hipótesis actuariales de partida. Al tener en cuenta explícitamente la inflación, las variables se miden en términos nominales.

Se plantea un modelo matemático representativo de cada plan, cuya simulación servirá al gestor del plan para comprobar la incidencia que la variación de los parámetros de dicho modelo tiene sobre la evolución de las variables más relevantes que lo caracterizan como son, el fondo de pensiones, la provisión matemática no financiada y las contribuciones realizadas sistemáticamente al plan. En el segundo modelo, se plantean dos posibles comportamientos del gestor del plan de pensiones. En primer lugar, se supone que el gestor tiene un comportamiento *miope* y no percibe los ciclos de la economía, suponiendo constantes a lo largo del tiempo la inflación teórica, el crecimiento de los salarios, el nivel de contrataciones y el tipo de interés técnico. Desde una perspectiva alternativa, se considera que el gestor del plan tiene un comportamiento *no miope*, y tiene en cuenta los ciclos de la economía a la hora de estimar la inflación y el tipo de interés técnico de valoración del plan, así como el número de entradas y salidas del mismo. Incluso en este último caso, podrán producirse desviaciones entre los valores efectivos y los valores estimados de ciertas variables. Este tipo de errores determinan ganancias o pérdidas actuariales y vienen recogidas en el modelo a través de variables aleatorias, descritas a través de una función de distribución normal.

Para construir estos modelos, se emplea la metodología de la Dinámica de Sistemas, aplicada por diversos autores para analizar el comportamiento de diferentes sistemas económicos y sociales (ver, por ejemplo, Alfeld y Graham (1976) o Sterman (2000)). Esta metodología se caracteriza por la construcción del diagrama de flujos o diagrama de Forrester, donde se recogen de forma gráfica las variables y parámetros que caracterizan al sistema y las interrelaciones existentes entre ellos. A partir de este diagrama pueden definirse las ecuaciones en diferencias asociadas a cada una de las variables de nivel del modelo y a través de su resolución, determinar su evolución en el tiempo.

Este capítulo se estructura en diversas secciones. Tras una breve intro-

ducción en la primera sección, en la segunda se especifican las variables y parámetros más relevantes que los dos modelos tienen en común. En la tercera sección se enumeran las hipótesis de partida comunes a ambos modelos y, más adelante, las hipótesis específicas asociadas a cada uno de ellos. Las secciones cuarta y quinta plantean el problema dinámico que define la evolución del fondo y de las variables más relevantes para cada uno de los modelos. Se calcula la solución de forma analítica para el modelo más simple y se lleva a cabo una simulación numérica para el caso más complejo. Cuando sea necesario, se especificarán las hipótesis que deben verificarse para la resolución analítica, y se describirá la metodología empleada para la resolución numérica en el caso más complejo. Al final de la quinta sección, se realiza un análisis de la sensibilidad del segundo modelo, con el fin de comprobar cuáles son los parámetros cuya variación afecta en mayor medida a las distintas variables que definen la evolución del plan de pensiones y de qué modo éstas se ven modificadas. Para ello se emplea el denominado *método de las pasadas sucesivas*, que consiste en realizar variaciones en los parámetros respecto de los cuales se quiere estudiar la sensibilidad y observar los cambios que éstas producen en el modelo. Finalmente, se presentan las conclusiones en la sexta sección.

1.4. Planes de pensiones integrados con el sistema de la Seguridad Social

En el capítulo 3 se estudia un plan de pensiones del sistema de empleo de prestación definida integrado con el sistema de la Seguridad Social.

La finalidad última de los planes de pensiones integrados con el sistema público de pensiones es conseguir una combinación, lo más adecuada posible, de las prestaciones económicas garantizadas por ambos sistemas de previsión social, tratando de alcanzar un nivel de ingresos posterior a la jubilación semejante al nivel salarial de cada trabajador previo a la finalización de su actividad

laboral. Otra de las metas que busca la integración de los planes de pensiones con el sistema público de pensiones es tratar de paliar, en la medida de lo posible, la discriminación del sistema público de pensiones respecto de las rentas obtenidas por los trabajadores con más alta cualificación profesional y salarios más elevados, frente a aquéllos que obtienen rentas salariales más bajas. Debido a que el sistema público de pensiones proporciona, en términos relativos, menores prestaciones a los trabajadores con salarios más altos, los planes integrados compensan esta penalización y, por tanto, los trabajadores con mayores salarios recibirán, proporcionalmente, prestaciones más altas que los trabajadores que obtienen menores ganancias salariales.

Con estos objetivos a la vista, para la realización de este análisis, se calcularán, en primer lugar, las prestaciones otorgadas por la Seguridad Social para los trabajadores de la empresa que promueve el plan de pensiones. Estos trabajadores se van a distribuir de forma homogénea en 15 grupos recogidos en la Clasificación Nacional de Ocupaciones⁹ (CNO-94). Una vez conocidas estas prestaciones y sus correspondientes tasas de sustitución, se calculan las prestaciones del plan de pensiones aplicando los dos métodos de integración anteriormente citados: el método Offset y el método Excess.

La aplicación del método Offset se lleva a cabo desde dos perspectivas. En primer lugar, se emplean las prestaciones proporcionadas por la Seguridad Social, detrayendo un porcentaje de éstas a las prestaciones que proporcionaría el plan si no estuviera integrado. En segundo lugar, se realiza este mismo análisis sustituyendo las prestaciones de la Seguridad Social por las propias prestaciones del plan sin integrar. Tanto para un caso como para el otro, se han elegido cuatro posibles valores para el porcentaje de Offset aplicado,

⁹La Clasificación Nacional de Ocupaciones (CNO-94) utilizada en este análisis se obtiene de la Encuesta de Estructura Salarial realizada por el INE en el 2002 y es una adaptación española de la comunitaria ISCO-88 COM, en la que se contemplan grupos ocupacionales con un nivel máximo de agregación.

recogiendo así distintos objetivos del empresario que promueve el plan.

Las prestaciones calculadas mediante el método Excess se basan bien en un promedio de los últimos salarios de los trabajadores, o bien en toda la carrera profesional de los mismos, dependiendo de si se elige un plan *Final-Pay* o un plan *Career-Pay*, respectivamente. Para cada una de estas dos modalidades, los cálculos se realizan aplicando a las ganancias salariales de los empleados, tanto porcentajes fijos, independientemente del número de años que hayan permanecido en la empresa, como porcentajes por año trabajado en la misma, según se empleen planes de tipo *flat benefit* o *unit benefit*. Teniendo en cuenta alternativamente los diversos supuestos, es posible comparar entre sí las prestaciones de los planes calculados según el método Excess y a su vez, realizar la comparación con respecto a las prestaciones calculadas anteriormente con el método Offset

El capítulo se estructura como sigue. En la sección 1, se realiza una breve introducción. En la sección 2 se describen las principales variables y parámetros, así como las hipótesis del modelo. En la sección 3 se plantea el modelo estableciendo la forma de calcular las prestaciones del plan de pensiones. A continuación, se simula el modelo y se aplican los métodos Offset y Excess de integración, realizando una comparación entre ellos. Por último, en la sección 4 se presentan las conclusiones.

1.5. Planes de pensiones públicos frente a privados. Un juego diferencial a la Stackelberg

En el capítulo 4 también se estudia un plan de pensiones integrado con la Seguridad Social. Se analiza la interacción estratégica entre el sistema público de pensiones y un empresario representativo que proporcionan prestaciones de jubilación.

Las pensiones de jubilación han sido analizados a menudo como un problema intergeneracional entre los trabajadores actuales y los jubilados. Este tipo de problema ha recibido una atención significativa en la literatura, especialmente en lo que respecta a las pensiones públicas (ver, por ejemplo, Tabellini (1990)). La formulación que se utiliza en este capítulo posee una dimensión intergeneracional porque las decisiones sobre los gastos en pensiones públicas actuales afectan directamente a la evolución de los niveles de deuda pública y, por tanto, a las pérdidas del Gobierno y las pensiones públicas. Por el contrario, las decisiones del empresario no tienen un efecto dinámico directo, porque no afectan al déficit público ni a la deuda pública.

La interacción dinámica entre el Gobierno y una empresa representativa ha sido frecuentemente analizado como un juego diferencial en la literatura. Gradus (1989) y Withagen (1990) analizan cómo las decisiones del Gobierno sobre los impuestos influyen en las inversiones y en el crecimiento de las empresas. Hennlock (2005), estudia un problema similar que se centra en la calidad medioambiental como un derivado (*by-product*) de la producción. En Miravete (2003), se estudian también las políticas arancelarias del Gobierno para proteger la industria nacional como un juego diferencial. Sin embargo, hasta donde conocemos, ésta es la primera vez que se estudia la provisión de pensiones públicas frente la provisión de pensiones privadas por parte del empresario como un juego diferencial.

Como es común en la literatura, se asume un juego a la Stackelberg con el Gobierno actuando como líder. Este supuesto se hace, por ejemplo, en Gradus (1991), en su juego diferencial entre el Gobierno y la empresa; en Koskela y Schob (2002), relacionado con la tasación óptima de los distintos factores productivos (capital y trabajo); en Lindner y Strulik (2004), para el efecto de la política impositiva en el crecimiento económico; o en Amacher y Malik (1998), que estudian el nivel óptimo de las tasas de emisiones o los estándares

de emisiones en un problema de reducción de la contaminación.

Considerar trabajadores heterogéneos con diferentes salarios (de aquí en adelante, la población de trabajadores), añade una dimensión redistributiva o intrageneracional al problema. Se va a suponer que el plan de pensiones privado es un plan del Sistema de Empleo de prestación definida, integrado mediante el *método Offset*.

Para entender la interacción dinámica entre el empresario representativo y el Gobierno, han de clarificarse sus motivaciones para proporcionar pensiones de jubilación. Las pensiones privadas se basan en la existencia de imperfecciones en el mercado de trabajo según la literatura en pensiones ocupacionales (ver McCarthy (2006)). La disponibilidad de pensiones de jubilación privadas permite a los empresarios ofrecer paquetes de compensación más atractivos que pueden atraer y retener a los trabajadores más valiosos en la empresa. Esta estrategia se encuentra en la literatura sobre integración de la Seguridad Social, que justifica la integración para retener a los empleados más productivos, compensándoles por la discriminación a la que se ven sometidos por parte de la Seguridad Social (ver, por ejemplo, McGill et al. (2005)).

En la literatura pueden encontrarse múltiples razones que defienden la preocupación del Gobierno por proporcionar pensiones públicas de jubilación (ver, Banks y Emmerson (2000) y Barr y Diamond (2006)). Este análisis se va a centrar en la preocupación paternalista y redistributiva hacia los trabajadores que no están incluidos en la categoría de los mejor pagados. Este supuesto puede justificarse considerando un Gobierno que maximiza sus expectativas de voto. Cuanto mayor sea la proporción de personas mayores (jubilados y trabajadores cercanos a su edad de jubilación), y mayor sea la desigualdad salarial entre los trabajadores, se crean mayores incentivos para formar una coalición que respalde pensiones más altas (Tabellini (1990), Persson y Tabellini (2002) y Cukierman y Meltzer (1989)).

Como se ve en Prskawetz (1998), las preferencias del Gobierno no sólo reflejan factores políticos (como su preocupación por los jubilados con menores rentas), sino también objetivos macroeconómicos estándar, como por ejemplo, unas finanzas públicas saneadas. Muestras de este segundo objetivo pueden ser tanto la estrategia financiera a medio plazo implementada por el Gobierno Thatcher, o la política de estabilización macroeconómica en la Unión Monetaria Europea.

De las motivaciones de empresarios y Gobierno en las pensiones de jubilación, se puede inferir la interacción estratégica entre ellos. Debido a que las pensiones privadas intentan atraer y retener empleados, parece razonable pensar que con una mayor prestación por parte de la Seguridad Social, los trabajadores no le darían tanta importancia a las pensiones privadas. Por tanto, el empresario tendría un menor incentivo para proporcionar pensiones privadas, las cuales se verían reducidas. Este efecto *trade-off* o compensación es menos marcado si la pensión pública está muy sesgada hacia los empleados con menores salarios. Es ese caso, los trabajadores con mayores niveles salariales valorarían mucho más la pensión privada, porque sería un mecanismo eficiente para contrarrestar la discriminación que experimentan por parte de la Seguridad Social.

Un Gobierno con una deuda pública grande puede desear reducir los gastos en pensiones actuales, induciendo así un superávit público que puede ayudar a reducir la deuda pública futura. Una menor deuda pública incrementaría directamente el bienestar de un Gobierno preocupado por unas fianzas públicas saneadas, y también permitirá proporcionar mayores pensiones públicas para los futuros jubilados. Sin embargo, el nivel de vida de los jubilados no sólo depende del Gobierno, sino también de las decisiones del empresario sobre las pensiones de jubilación. En este juego a la Stackelberg, cuando el Gobierno-líder determina la trayectoria óptima para las pensiones públicas durante el

periodo de planificación, sabe cómo el empresario-seguidor fijaría a cambio las prestaciones privadas de jubilación.

La mayor parte de la literatura sobre integración estudia (principalmente de forma empírica o a través de simulaciones) la adecuación y la equidad de las tasas de sustitución de los planes integrados frente a los planes no integrados¹⁰ (ver, por ejemplo, Bender (2001) y las referencias contenidas). Aunque estos temas se tratan aquí, este es, por lo que nosotros sabemos, el primer trabajo que analiza el nivel óptimo de integración en un marco estratégico-dinámico.

El capítulo se organiza de la siguiente manera: La primera sección corresponde a una breve introducción. En la segunda sección se presenta la integración de un plan de pensiones privado con la Seguridad Social. En la tercera sección se presenta el modelo, describiendo las funciones de pérdidas y los costes para el Gobierno y el empresario. A continuación, se distinguen tres escenarios, recogidos, respectivamente, en las secciones cuarta, quinta y sexta: el juego descentralizado con un porcentaje de Offset exógeno, el Gobierno como único agente decisor y el juego con un porcentaje de Offset como variable de decisión estratégica. En la séptima sección se comparan los niveles promedio y la disparidad en los ratios de sustitución para los tres escenarios. En la octava sección se estudia el caso de no integración frente al de integración como variable de decisión estratégica. Finalmente, en la novena sección se presentan las conclusiones.

¹⁰Una excepción es Merton et al. (1987), que estudia cómo la integración altera el nivel de riesgo que es soportado por los trabajadores, los empresarios y el Gobierno.

Capítulo 2

Análisis de los fondos de planes de pensiones del sistema de empleo de prestación definida mediante la Dinámica de Sistemas

2.1. Introducción

El principal objetivo que se pretende con la realización de este capítulo consiste en analizar la evolución y la estabilidad del fondo de un plan de pensiones. En el análisis y comparación de los resultados obtenidos se emplearán métodos analíticos cuando el modelo así lo permita, y cuando esto no sea posible, se realizará una simulación numérica utilizando la metodología de la Dinámica de Sistemas, herramienta que se ha revelado de gran utilidad en el estudio de los sistemas socio-económicos (ver Sterman (2000)).

El plan de pensiones analizado es un plan del sistema de empleo de prestación definida, es decir, promovido por un empresario en favor de sus traba-

jadores a los cuales se compromete a pagar una prestación específica a partir del momento de su jubilación. El método actuarial de distribución del coste utilizado es el método del Crédito Unitario Tradicional, que se caracteriza porque las prestaciones reconocidas por el plan a cada uno de sus partícipes se determinan en función de la prestación acreditada anualmente por cada año trabajado. En el plan estudiado las contribuciones son realizadas exclusivamente por el promotor, no realizando aportación alguna los partícipes del plan de pensiones.

En este análisis se distinguen dos modelos. El primero de ellos recoge una estructura simplificada de un plan de pensiones en el que las hipótesis actuariales establecidas a la implantación del plan se verifican en cada momento de valoración del mismo, y por lo tanto, no existe ganancia actuarial. Tampoco se tienen en cuenta los ciclos que experimenta la economía, por lo que el tipo de interés técnico de valoración del plan y el tipo de interés efectivo o tasa de rendimiento de las inversiones permanecerán constantes. Asimismo, no considerar la inflación equivale a considerar las variables en términos reales. En el segundo modelo se tienen en cuenta las posibles desviaciones de las hipótesis actuariales de partida respecto a la posterior evolución del plan, lo que da lugar a la aparición de la denominada ganancia actuarial. También se contemplan los ciclos experimentados por la economía y la existencia de inflación. En consecuencia, la inflación, el tipo de interés técnico, el tipo de interés efectivo y la contratación de nuevos trabajadores no se mantienen constantes, sino que oscilan con el tiempo, atendiendo tanto a la evolución del ciclo como a la posibilidad de desviaciones de las hipótesis actuariales de partida.

El fondo del plan de pensiones constituye la variable fundamental del modelo, de la cual se estudia su evolución y, si es posible, su estabilidad, toda vez que proporciona al gestor financiero de un plan de pensiones la información adecuada para, en todo momento, ser capaz de conocer en qué situación

económica se encuentra y qué decisiones han de ser tomadas para que el plan pueda hacer frente a todas las prestaciones económicas que se devengan a favor de sus beneficiarios en el momento de su jubilación. El análisis de sensibilidad servirá para comprobar la incidencia que la variación de ciertos parámetros del modelo tiene sobre la evolución y la estabilidad del fondo del plan de pensiones.

2.2. Variables y parámetros

A continuación, se realiza una descripción de las variables y de los parámetros comunes a los modelos, con y sin ganancia actuarial y ciclos económicos, que van a ser estudiados en este capítulo.

$F(t)$. Fondo del plan donde se materializan las aportaciones sistemáticas realizadas por el promotor, junto con los rendimientos producidos por sus inversiones hasta el momento t . De este fondo se detraen las cantidades necesarias para el pago de las prestaciones de jubilación y otros gastos asociados al plan de pensiones. El control adecuado de esta variable es fundamental para garantizar la solvencia y estabilidad de cualquier plan de pensiones de prestación definida.

$AL(t)$. Valor actuarial, en el momento t , de las prestaciones que cubren los compromisos contraídos por el plan con sus partícipes hasta ese momento. Constituye la provisión matemática o fondo ideal que debería tener constituido el plan para hacer frente al pago de tales responsabilidades. En el modelo, su valor viene definido por:

$$AL(t) = \sum_{A_t} AL_x(t) = \sum_{A_t} B_x(t) \ddot{a}_r^{(m)}(t) {}_{r-x}E_x^r(t),$$

siendo $AL_x(t)$, la provisión matemática para cada partícipe de edad x en el momento t ; A_t , el conjunto de partícipes activos en el momento t de valoración

del plan; $B_x(t)$, la prestación acumulada en t a la edad alcanzada x de cada partícipe, definida como, $B_x(t) = \sum_{i=e}^{x-1} b_i(t-x+i)$, es decir, la suma de las prestaciones acumulativas anuales para cada edad x desde la edad de entrada e ; ${}_{r-x}E_x^\tau(t)$, el valor actuarial en t de un capital diferido unitario que se pagará a un partícipe de edad x si sobrevive hasta la edad r de jubilación a todas las posibles causas de salida, τ ; y $\ddot{a}_r^{(m)}(t)$, el valor actuarial en t de una renta vitalicia, unitaria, prepagable, inmediata y pagadera por m -ésimos de año a favor de un partícipe desde la edad de jubilación, r , hasta su fallecimiento.

$NC(t)$. Coste normal que serviría para financiar la provisión matemática del plan si las hipótesis iniciales se verificasen exactamente en t .

$$NC(t) = \sum_{A_t} b_x(t) \ddot{a}_r^{(m)}(t) {}_{r-x}E_x^\tau(t).$$

$UAL(t)$. Provisión matemática no constituida del plan en el momento t de su valoración, que representa la cuantía económica no garantizada por el fondo del plan respecto de los compromisos adquiridos por el mismo. Viene definida por la diferencia existente entre la provisión matemática del plan y el nivel alcanzado por el fondo en ese momento. Representa el nivel de déficit o de superávit en la financiación del fondo real del plan respecto del que debería tener constituido en ese momento:

$$UAL(t) = AL(t) - F(t). \tag{2.1}$$

En esta expresión, si $UAL(t) > 0$, denota la existencia de un déficit o carencia en el respaldo económico del fondo del plan y si $UAL(t) < 0$, un excedente o superávit.

$SC(t)$. Coste suplementario anual en t . Este coste adicional sirve para amortizar la provisión matemática no constituida generada por el reconocimiento de derechos económicos pasados o por el déficit de financiación del

fondo del plan respecto de los compromisos asumidos por éste con sus partícipes. El coste suplementario en t se determina por la equivalencia financiera, a esa fecha, de la provisión matemática no constituida y los costes suplementarios que amortizan la misma en un número determinado de años, n , establecido por el gestor del plan, considerando el tipo de interés técnico utilizado en la valoración del mismo:

$$UAL(t) = SC(t) \ddot{a}_{\overline{n}|i_T}, \quad (2.2)$$

de donde se obtiene el coste suplementario¹ en t :

$$SC(t) = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n}|i_T}} UAL(t) = z UAL(t), \quad (2.3)$$

con $z = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n}|i_T}} \in (0, 1)$, el porcentaje² de amortización de la provisión matemática no constituida en el periodo $(t, t + 1)$.

$C(t)$. Contribución total aportada por el promotor del plan al fondo de pensiones al comienzo del periodo $(t, t + 1)$:

$$C(t) = NC(t) + SC(t). \quad (2.4)$$

$P(t)$. Valor de las prestaciones devengadas a favor de los partícipes que alcanzan la edad r de jubilación en t , cantidad que es detraída del fondo del plan en ese momento:

$$P(t) = B_r(t) J(t) \ddot{a}_r^{(m)}(t),$$

con $J(t)$, el número de partícipes que se jubilan al comienzo del periodo $(t, t + 1)$, y $B_r(t) = \sum_{i=e}^{r-1} b_i(t - x + i)$, la prestación total devengada a favor de cada partícipe que se jubila a la edad r y que entró en el plan a la edad e .

¹En su cálculo ha de tenerse en cuenta lo dispuesto en el Artículo 8.3 de la Orden EHA/407/2008, de 7 de febrero, por la que se desarrolla la normativa de planes y fondos de pensiones en materia financiero-actuarial, de régimen de inversiones y procedimientos registrales.

²Su cálculo se realiza utilizando el modelo externo de términos constantes, como se describe en Peña Esteban (2000).

$i(t)$. Tasa de rendimiento efectivo producido en t por las inversiones de los activos donde se materializan los recursos monetarios del fondo del plan de pensiones.

$i_T(t)$. Tipo de interés técnico³ anual utilizado en la valoración del plan y al cual se deberán realizar todos los cálculos.

$RF(t + 1)$. Rendimientos anuales de las inversiones del fondo del plan obtenidos al final del periodo $(t, t + 1)$:

$$RF(t + 1) = i(t) [F(t) + C(t) - P(t) - gF(t)],$$

con $gF(t)$, el gasto anual en el que incurre el plan por la gestión financiera del fondo donde se integra, el cual viene definido como un porcentaje, g , del valor del fondo alcanzado en cada momento de tiempo t .

2.3. Hipótesis de los modelos y Diagrama Causal

En esta sección se explicitan las hipótesis que van a ser comunes para los modelos sin y con ganancia actuarial, ciclos económicos e inflación. Las hipótesis específicas de cada modelo se presentan en su correspondiente sección.

Las prestaciones por jubilación son una parte importante entre los elementos de compensación, distintos al salario, que los trabajadores obtienen una vez finalizada su vida laboral. Suponiendo un plan de pensiones consolidado y promovido por una empresa que realiza una actividad con carácter indefinido, se analizará un plan de pensiones operativo considerando un horizonte temporal infinito.

El tiempo se mide de forma discreta, asociando cada periodo de tiempo a una anualidad. El plan de pensiones analizado se considera de nueva creación

³El Artículo 3.1.a de la Orden EHA/407/2008, de 7 de febrero, recoge que la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones establecerá anualmente el tipo de interés máximo aplicable en la valoración de los planes y fondos de pensiones.

con un nivel inicial del fondo nulo, $F(0) = 0$, existiendo una provisión matemática no constituida inicial, originada por el reconocimiento a los partícipes del plan de los servicios prestados en la empresa promotora con anterioridad al momento de su implantación. Así, se define: $UAL(0) = AL(0)$.

Todos los empleados que entran a formar parte del plan de pensiones lo hacen a la misma edad e , de 25 años, suponiendo que esta edad se alcanza al comienzo del año correspondiente. Asimismo se jubilan a la edad r , de 65 años, si permanecen en la empresa antes de alcanzar dicha edad.

Se supone un porcentaje de amortización de la provisión matemática no constituida, $z \in (0, 1)$, constante. Del mismo modo, también se supone que g es constante y está definido en el intervalo $[0, 0,025]$, cuyo límite superior es el valor máximo legal permitido para la comisión de gestión más la comisión de depósito⁴.

Finalmente, se supone que tanto las contribuciones anuales, aportadas por el promotor del plan al fondo de pensiones, como el pago de las prestaciones devengadas a favor de los partícipes que se jubilan son realizados al comienzo de cada año. Siguiendo a Aitken (1994), la prestación que percibe un trabajador que se retira, se detrae íntegra del fondo en el momento en el que se produce la jubilación, sin perjuicio de que esta prestación pueda ser entregada a otra entidad que se encargue de su gestión en años posteriores.

A continuación se define la estructura básica que subyace tanto bajo el modelo más sencillo, como en el que incorpora la existencia de ganancia actuarial, ciclos económicos e inflación. Para el planteamiento de los modelos que se describen a continuación, se emplea la metodología de la Dinámica de Sistemas (Forrester (1968)). Al final de este capítulo se añade un apéndice técnico explicando esta metodología.

⁴Artículo 84, Capítulo I, Título IV del Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones aprobado en el Real Decreto 304/2004, de 20 de febrero.

Según esta metodología, y siguiendo a autores como Forrester (1986), Aracil (1992) y Aracil y Toro (1993), para describir el comportamiento real del sistema objeto de estudio una vez fijadas las *variables de nivel*, las *variables exógenas*, las *variables auxiliares* y las *constantes*, las relaciones que existen entre ellas se describen por medio de un *diagrama causal*. Este diagrama, presentado en la Figura 2.1, permite representar la estructura del sistema dinámico a través de las variables que en él aparecen y de las relaciones causa-efecto entre dichas variables. Si la variación que experimentan dos variables relacionadas tiene el mismo sentido (resp. sentido opuesto), la relación causa-efecto se considera positiva (resp. negativa) y se representa en el diagrama mediante un signo “+” (resp. “-”).

En el diagrama se observan tres bucles de realimentación en torno al fondo del plan (trayectorias de retorno a la variable inicial), dos negativos y uno positivo. La realimentación positiva se observa entre el fondo del plan y los rendimientos obtenidos por el mismo. Por contra, existe una realimentación negativa entre el fondo del plan de pensiones y los gastos de su gestión. Asimismo, un aumento del fondo del plan reduce la provisión matemática no constituida, lo que, a su vez, disminuye el coste suplementario, por lo que las contribuciones del empresario habrán de ser menores, lo que lleva a una disminución del fondo del plan de pensiones. El comportamiento del modelo depende de cuál de los bucles sea dominante en cada momento, teniendo en cuenta que los bucles de realimentación positiva conllevan expansiones o depresiones de los sistemas, mientras que los bucles de realimentación negativa conducen a la estabilización de los mismos.

A lo largo de este capítulo se analiza la evolución temporal del fondo del plan de pensiones, distinguiendo dos escenarios. En primer lugar se considera un plan de pensiones bajo el supuesto de inexistencia de inflación. Esta hipótesis implica que las variables que definen el plan de pensiones vienen medidas

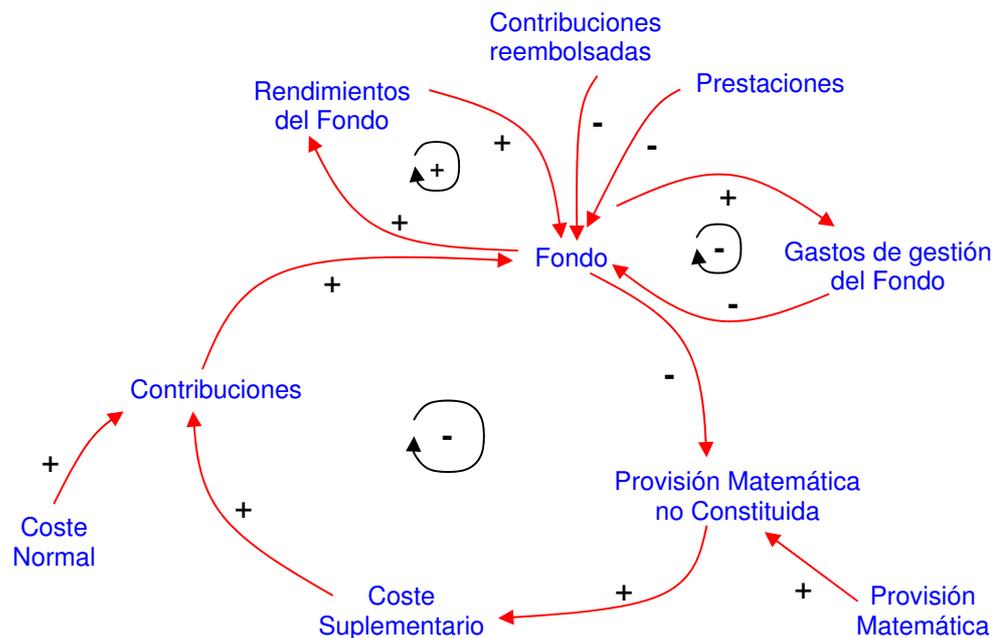


Figura 2.1. Diagrama Causal

en términos reales. Asimismo, ignora la posibilidad de ganancias actuariales por desviaciones entre los valores estimados por el empresario y los valores efectivos. Tampoco se tiene en cuenta la existencia de ciclos en la economía. Bajo estas hipótesis, es posible analizar las condiciones que garantizan que las principales variables que definen el plan de pensiones tienden hacia su estabilización a niveles constantes.

En un segundo análisis, cuando se da cabida a la inflación, a la existencia de ciclos económicos y a la posibilidad de desviaciones y la consiguiente ganancia actuarial, es posible observar un comportamiento oscilante o cíclico en torno a una tendencia creciente.

2.4. Plan de pensiones de prestación definida sin ganancia actuarial

En este primer modelo, las hipótesis actuariales establecidas en el momento de la implantación del plan se verifican en cada instante de valoración del mismo. Esto implica que no exista divergencia entre la tasa de rendimiento de las inversiones de los recursos financieros del fondo del plan, $i(t)$, y el tipo de interés técnico de valoración del plan, $i_T(t)$. Además, ambos se considerarán constantes: $i(t) = i_T(t) = i \in (0,1)$. Al no producirse desviaciones entre las previsiones del promotor del plan y lo realmente acaecido, la ganancia actuarial en cada instante será nula. Asimismo, considerar una tasa nula de inflación equivale a suponer que las variables que definen el plan de pensiones no se expresan en términos nominales, sino reales. Finalmente, se ignora la posibilidad de que se produzcan ciclos en la economía.

Por otra parte, se supone que el colectivo de partícipes que integra el plan cuenta con N individuos. Este colectivo se mantiene estacionario, puesto que por un lado, no existe ninguna causa de salida del plan anterior a la jubilación, y por otro, el número de partícipes que entran y salen del plan es idéntico y no varía de un periodo al siguiente. Así, el número de partícipes de cada cohorte que corresponde a cada una de las edades comprendidas entre la edad de entrada al plan, e , y la edad de jubilación, r , también es constante e idéntico para todas las edades, $n = N/(r - e)$.

A partir de estos supuestos se deduce que, una vez elegido el tipo de interés técnico por el gestor financiero, la provisión matemática, el coste normal y las prestaciones del plan permanecerán constantes para todo el horizonte temporal de planificación, denotándose AL , NC y P , respectivamente.

A continuación las relaciones estáticas y dinámicas mostradas en el diagrama causal, y las principales hipótesis del modelo, se traducen en ecuaciones

algebraicas y ecuaciones en diferencias que gobiernan el comportamiento del fondo del plan de pensiones a lo largo del tiempo. A partir de estas ecuaciones, se estudia la evolución del fondo del plan y su estabilidad.

El principal objetivo planteado en este primer escenario consiste en encontrar las condiciones bajo las cuales tanto el fondo como el resto de variables que definen el plan de pensiones siguen una trayectoria convergente, estabilizándose en unos determinados valores.

2.4.1. Evolución del fondo del plan

Teniendo en cuenta el periodo $(t, t+1)$, el nivel alcanzado por el fondo en el instante t , $F(t)$, se ve incrementado en dicho momento por las contribuciones del promotor, $C(t)$, y reducido en la cuantía de las prestaciones⁵, P , y los gastos de gestión, $gF(t)$. Una vez añadidas y sustraídas dichas cantidades, los recursos económicos del fondo deberán ser invertidos⁶ a lo largo del periodo con criterios de seguridad, rentabilidad y diversificación y en concordancia con la naturaleza y duración de las futuras prestaciones previstas en el plan⁷, a un tipo de interés, i . De esta forma, los intereses se hacen efectivos en el instante final, $t+1$. La dinámica asociada al fondo del plan de pensiones se define mediante la siguiente ecuación en diferencias:

$$F(t+1) = F(t) + C(t) - P - gF(t) + i[F(t) + C(t) - P - gF(t)]. \quad (2.5)$$

Teniendo en cuenta la definición de la provisión matemática no constituida en (2.1), del coste suplementario en (2.3) y de la contribución en (2.4), esta

⁵Al considerar una población y unos salarios estacionarios, el nivel de prestaciones permanece constante en el tiempo.

⁶Miguel Domínguez et al. (1994) describen modelos matemáticos de comportamiento de los decisores y del mercado, y establecen una cartera óptima que maximice el rendimiento esperado de una combinación de títulos para un determinado nivel de riesgo.

⁷A este respecto, ver el Artículo 69.5, Capítulo IV del Reglamento de Planes y Fondos de Pensiones, aprobado por el Real Decreto 304/2000, de 20 de febrero.

última puede escribirse como:

$$C(t) = NC + z(AL - F(t)). \quad (2.6)$$

Sustituyendo la expresión (2.6) en (2.5), definiendo el factor de capitalización al tipo de interés efectivo como $p = (1 + i)$ y reordenando, se tiene:

$$F(t + 1) - p(1 - g)F(t) = [z(AL - F(t)) + NC - P]p.$$

La diferencia entre el fondo del plan en $t + 1$ y el fondo en t , descontados los gastos de gestión y capitalizado al instante $t + 1$, coincide con la diferencia entre el coste suplementario más el coste normal, es decir, la contribución al fondo del plan, y las prestaciones otorgadas por el plan en el mismo momento, también capitalizadas al mismo tipo de interés efectivo al instante $t + 1$. Equivalentemente, la ecuación puede escribirse:

$$F(t + 1) - p(1 - g - z)F(t) = p(zAL + NC - P). \quad (2.7)$$

Solución general de la ecuación en diferencias

Se resuelve a continuación esta ecuación en diferencias, lineal, de primer orden, no homogénea y con coeficientes constantes. La solución general de la ecuación homogénea correspondiente a (2.7) viene dada por:

$$F_H(t) = C_1 \lambda^t, \quad \lambda = p(1 - g - z). \quad (2.8)$$

Un incremento marginal del fondo en t , tiene un doble efecto sobre el fondo en $t + 1$. Un primer efecto directo, tras sustraer las tasas de gestión y capitalizar un año, se traduce en un incremento de $p(1 - g)$ en $t + 1$. El segundo efecto es indirecto y se basa en que el aumento del fondo en t supone una disminución en la provisión matemática no financiada en dicho instante, $UAL(t) = AL - F(t)$, lo que conlleva un menor coste suplementario, $SC(t) = zUAL(t)$ y, en consecuencia, un decrecimiento del fondo de zp en

$t + 1$. Así, $\lambda = p(1 - g - z)$ representa la variación del fondo en $t + 1$, $F(t + 1)$, ante un incremento marginal de su nivel en t .

Para simplificar los cálculos, de aquí en adelante se supone que la tasa de amortización de la provisión matemática no constituida, no supera la proporción del fondo que persiste tras el pago de los gastos de gestión :

$$z < 1 - g. \quad (2.9)$$

Teniendo en cuenta que el tope máximo legal de la comisión de gestión es de 0,025, esta condición equivale a impedir que la provisión matemática no constituida se amortice de una sola vez. Esta condición, que se mantendrá hasta el final del presente capítulo, garantiza que el efecto directo y positivo de un incremento del fondo en t , sea más fuerte que el efecto indirecto y negativo, incrementándose el fondo en $t + 1$.

Al ser constante la parte no homogénea de la ecuación (2.7), para calcular una solución particular se distinguen dos casos dependiendo de si la solución general de la ecuación homogénea es también constante ($\lambda = 1$) o no ($\lambda \neq 1$):

- a) *Caso 1* ($\lambda = 1$): la solución particular es de la forma $F_p(t) = tK$.
- b) *Caso 2* ($\lambda \neq 1$): la solución particular es de la forma $F_p(t) = K$.

■ ***Caso 1*** ($\lambda = 1$)

Bajo este supuesto “filo de navaja”, el gestor del plan determina como porcentaje de amortización el valor $z = 1 - g - 1/p$, que es el que garantiza que variaciones del fondo del plan de pensiones en t , lleven asociadas idénticas variaciones del fondo en $t + 1$. Este valor de z será positivo si y sólo si el efecto directo de un aumento del fondo en t , tiene como consecuencia un aumento más que proporcional del fondo en $t + 1$, $p(1 - g) > 1$ (o equivalentemente, $i > g/(1 - g)$). Esto significa que

los ingresos por intereses en un periodo superan a los correspondientes gastos de gestión en dicho periodo.

La solución particular es de la forma $F_p(t) = tK$, donde la constante K se obtiene sustituyendo esta solución particular en (2.7):

$$K = p(zAL + NC - P).$$

■ **Caso 2** ($\lambda \neq 1$)

Teniendo en cuenta la condición (2.9), el valor de $\lambda = p(1 - g - z)$ es superior o inferior a la unidad, dependiendo de si el porcentaje de amortización decidido por el gestor del plan, z , toma valores en los intervalos $(0, 1 - g - 1/p)$ o $(1 - g - 1/p, 1 - g)$. Un porcentaje de amortización mayor (resp. menor) que $1 - g - 1/p$, implica que una variación del fondo del plan en t lleve asociada una variación menos (resp. más) que proporcional del fondo en $t + 1$. La existencia de dos intervalos de variación para z descansa en el supuesto de que los intereses, una vez deducidos los gastos de gestión, incrementan el fondo, es decir, $p(1 - g) > 1$. Caso contrario, para cualquier valor no negativo del porcentaje de amortización, $\lambda < 1$ siempre.

En este caso, la solución particular es de la forma $F_p(t) = K$, y sustituyendo esta expresión en (2.7), se obtiene:

$$K = \frac{p(zAL + NC - P)}{1 - p(1 - g - z)}.$$

La solución general de la ecuación (2.7) será la suma de la solución general de la ecuación homogénea (2.8) más una solución particular. Teniendo en cuenta la condición inicial para el fondo del plan $F(0) = 0$, la solución para cada uno de los dos casos estudiados anteriormente, será:

1. *Caso 1* ($\lambda = 1$)

$$F(t) = p(zAL + NC - P)t. \quad (2.10)$$

2. *Caso 2* ($\lambda \neq 1$)

$$F(t) = \frac{p(zAL + NC - P)}{1 - \lambda}(1 - \lambda^t). \quad (2.11)$$

2.4.2. Análisis de la estabilidad del fondo del plan

En el equilibrio se ha de verificar que $F^*(t+1) = F^*(t) = F^*$. Sustituyendo en la ecuación en diferencias descrita en (2.7), se obtiene:

$$F^* - p(1 - g - z)F^* = p(zAL + NC - P). \quad (2.12)$$

En el *caso 1* se parte de $\lambda = p(1 - g - z) = 1$, de donde se deriva la inexistencia de equilibrio salvo en el supuesto en el que la prestación en cada instante, P , coincidiese con la contribución que aporta el promotor en el instante inicial cuando la provisión matemática es no constituida en su totalidad, $UAL(0) = AL$, (ya que se ha supuesto un fondo inicial nulo, $F(0) = 0$), $P = zAL + NC$. Bajo este supuesto, el fondo se encontraría en equilibrio para cualquier valor de F , si bien, bajo los supuestos del modelo, sólo $F^* = 0$ es alcanzable.

El estado de equilibrio en el *caso 2* será:

$$F^* = \frac{p(zAL + NC - P)}{1 - \lambda}. \quad (2.13)$$

Una vez determinado el estado de equilibrio, se analiza la estabilidad del modelo para este segundo caso, buscando los valores de los parámetros que proporcionen estados de equilibrio atractores, es decir, aquellos estados en los

que, partiendo de unas condiciones iniciales, el fondo del plan tiende hacia su estado de equilibrio. Teniendo en cuenta la condición (2.9) y que $p = (1+i)$, se deduce que λ siempre es positivo. Por tanto, la condición para la estabilidad del equilibrio, $|\lambda| < 1$, puede escribirse:

$$\lambda \equiv p(1 - g - z) < 1. \quad (2.14)$$

Esta inecuación, junto con la condición (2.9), proporcionan un intervalo de variación para el porcentaje de amortización de la provisión matemática no constituida, z :

$$z \in \left(1 - g - \frac{1}{p}, 1 - g \right). \quad (2.15)$$

Cuando z verifica (2.15), partiendo de cualquier condición inicial del fondo, éste siempre converge hacia la situación de equilibrio, $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = F^*$.

De la expresión (2.13), que define el estado de equilibrio para el fondo del plan de pensiones, F^* , y de la condición (2.14) que garantiza su estabilidad, se deduce que F^* tomará valores positivos si y sólo si la contribución en el instante inicial en el que la provisión matemática no constituida coincide con el total de la provisión matemática, $NC + zAL$, es superior a las prestaciones del plan de pensiones.

La evolución del fondo de pensiones, así como la existencia y la estabilidad del equilibrio de estado estacionario pueden estudiarse mediante simulaciones numéricas empleando la Dinámica de Sistemas. Para la utilización de esta metodología, se explicitan todas las variables y sus relaciones en el llamado *diagrama de flujos* o *diagrama de Forrester*, recogido en la Figura 2.2, a partir del diagrama causal de la Figura 2.1 y las hipótesis establecidas para este modelo simplista. Este diagrama recoge la información contenida en la ecuación en diferencias (2.7), que define el comportamiento y la evolución del fondo del plan, así como las principales relaciones entre variables que definen el plan de pensiones, explicadas en las ecuaciones precedentes.

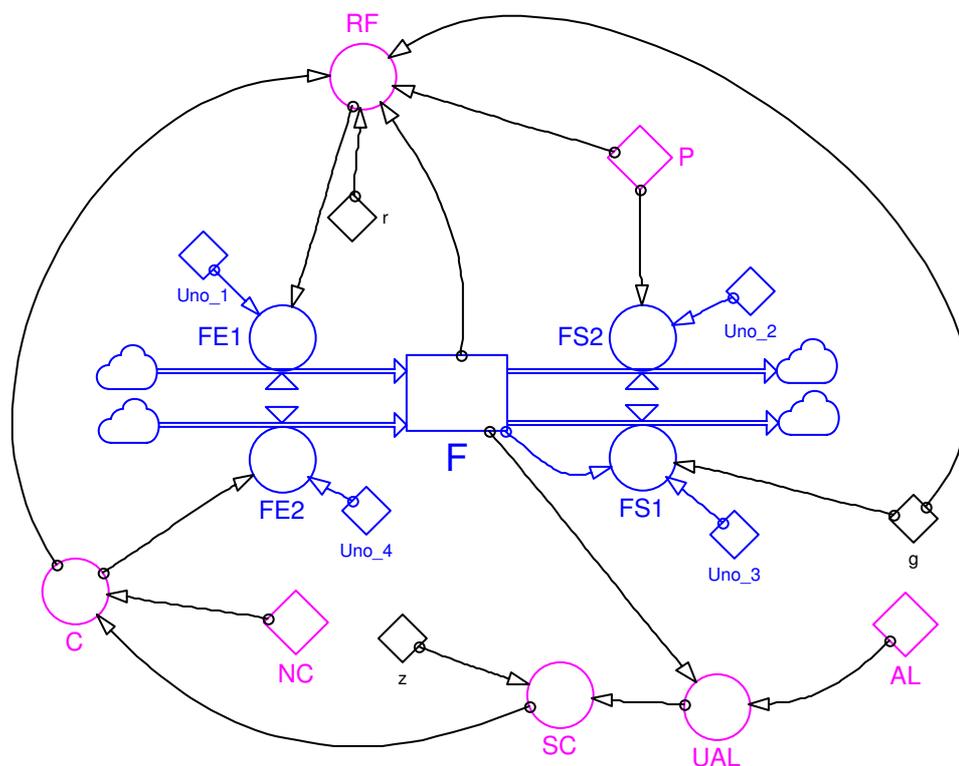


Figura 2.2. Diagrama de Flujos

En el diagrama de flujos mostrado en la Figura 2.2, F representa el fondo del plan, la variable nivel del modelo. El coste normal, la provisión matemática, la prestación, la tasa anual de amortización, los tipos de interés efectivo y técnico y el gasto anual de gestión son constantes según las hipótesis consideradas, y se representan por NC , AL , P , z , i y g , respectivamente. Las variables auxiliares C , RF , SC y UAL , denotan las contribuciones del promotor, los rendimientos de las inversiones del fondo, el coste suplementario y la provisión matemática no constituida, respectivamente. Finalmente, $FE1$, $FE2$, $FS1$, $FS2$ denotan los flujos de entrada y de salida de la variable de

nivel, definidos como:

$$\begin{aligned} FE1 &= i [F(t) + C(t) - P - gF(t)], \\ FE2 &= C(t) = NC + z[AL - F(t)], \\ FS1 &= gF(t), \\ FS2 &= P. \end{aligned}$$

En el instante t , $FE1$ representa el rendimiento de las inversiones realizadas en ese instante y que se hacen efectivas en $t + 1$; $FE2$ denota las contribuciones totales; $FS1$ es el gasto por la gestión financiera del fondo del plan de pensiones; y $FS2$ recoge las prestaciones por jubilación. Las variables Uno_1 , Uno_2 , Uno_3 y Uno_4 son constantes unitarias cuya única función es el ajuste en las unidades de medida de los flujos de entrada y salida.

Asignando valores a las constantes y variables exógenas, y un valor inicial a la variable de nivel, que representa al fondo del plan de pensiones, se obtienen las trayectorias temporales para éste y el resto de variables que definen el plan de pensiones. Según los valores de los parámetros verifiquen o no las condiciones obtenidas anteriormente para garantizar, en cada caso, la estabilidad del fondo del plan, las simulaciones muestran la convergencia o no del mismo hacia su estado de equilibrio.

2.5. Plan de pensiones de prestación definida con ganancia actuarial

Este segundo modelo tiene una vocación más generalista. Se amplía el modelo básico en numerosas direcciones, eliminando algunos de los supuestos simplistas previamente considerados. Si bien se sigue considerando que las contribuciones son realizadas exclusivamente por el promotor del plan, se supone que en cada periodo de su valoración pueden producirse desviaciones entre

la experiencia real y las hipótesis establecidas de partida, lo que puede dar lugar a unos resultados económicos positivos (ganancias) o negativos (pérdidas) para el plan. Estas desviaciones, que constituyen la denominada ganancia actuarial del plan, dan lugar a un incremento o disminución de la provisión matemática no constituida del mismo, hecho que deberá ser tenido en cuenta en todo momento por el gestor financiero del plan.

Además de considerar la ganancia actuarial, en este modelo las variables dejan de medirse en términos reales, dando entrada a la inflación. Este supuesto elimina la posibilidad de alcanzar estados estacionarios en las principales variables del modelo. Así, los salarios y, por tanto, las prestaciones de jubilación no se mantienen constantes de un periodo al siguiente, sino que muestran una tendencia creciente y, en consecuencia, lo mismo sucederá con las contribuciones y con el nivel del fondo. Una tercera ampliación permite abordar la influencia de los ciclos económicos sobre la evolución del plan de pensiones. La existencia de estos ciclos se plasma en un movimiento oscilante de variables como la inflación (y por ende, la tasa de crecimiento de los salarios), los tipos de interés técnico y efectivo, el número de partícipes del plan y el número de partícipes que se jubilan al comienzo de cada año. Así, el fondo del plan y el resto de componentes que definen la dinámica del plan cambian a lo largo del tiempo en función de esas variables, cuyo valor fluctúa de forma periódica según marca la existencia de ciclos.

A continuación se establece el comportamiento cíclico de aquellas variables relevantes para introducir el ciclo económico en la modelización del plan de pensiones.

En primer lugar, es prudente advertir, citando a King et al. (1987), que *“(...) el desarrollo de hechos estilizados que no se encuentren enmarcados en un modelo dinámico teórico es, en el mejor de los casos, difícil”*. De hecho, a la hora de establecer regularidades estadísticas, los resultados son muy sensibles

al filtrado para la eliminación de la tendencia. Los estudios empíricos en el marco de la teoría de ciclos económicos reales RBC, analizan la evolución periódica de las distintas series de tiempo y su correlación midiendo, asimismo, el grado de retraso o adelanto, con el PNB real. Así, el ciclo económico hace referencia a las oscilaciones de esta variable.

Resulta difícil establecer la longitud del periodo del ciclo. De hecho, no existe uno único, sino varios tipos de ciclos, desde el ciclo de inventarios de Kitchin (3-5 años), hasta el ciclo de Kondratiev (45-60 años). No obstante, siguiendo la literatura sobre el ciclo económico real, se fijarán estos ciclos entre 6 y 32 trimestres (en King y Watson (1996)) o en el intervalo más reducido de 2 a 8 años (en Christiano y Fitzgerald (1998)).

En relación a este ciclo, que define un comportamiento oscilante de la producción, se han de situar las distintas variables. Por lo que respecta al empleo, se supone que es una variable fuertemente procíclica, con un retraso de un trimestre (respecto al output) para la economía española (véase, por ejemplo, King y Watson (1996) o Dolado et al. (1993)).

Por su parte, el tipo de interés nominal, puede considerarse como un indicador contracíclico adelantado (6 trimestres), pero al mismo tiempo también es un variable procíclica que sigue al ciclo con un retraso de entre 2 y 4 trimestres. Asimismo, se seguirá a Cooley y Hansen (1995), que establecen una relación procíclica entre la inflación y el output con un retraso de dos trimestres.

En resumen, la existencia de un ciclo económico real, que se concreta en un comportamiento oscilante de la producción, conlleva una política de contratación en las empresas acorde con el ciclo y con un retraso de un trimestre. La fase expansiva (resp. recesiva) del ciclo irá asociada con una posterior subida (resp. bajada) de los precios dos trimestres más tarde. Este comportamiento de la inflación llevará a la autoridad monetaria a actuar sobre el tipo de interés en la misma dirección, con un retraso máximo (sobre la inflación) de dos

trimestres. El aumento del tipo de interés busca paliar la subida de precios, mientras que su reducción intenta abaratar el precio del dinero reactivando la economía.

En el presente modelo, al no aparecer explícitamente la producción en la economía, la referencia del ciclo económico recaerá en las contrataciones. Así, teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, los retrasos con respecto a éstas se supondrán de un trimestre para la inflación, d_σ , y de hasta tres trimestres para el tipo de interés, d_i .

El colectivo de partícipes que componen el plan de pensiones se ve incrementado con las nuevas contrataciones y disminuido en el número de trabajadores que alcanzan la edad de jubilación. Adicionalmente, el plan contempla como posibles causas de salida del colectivo de activos, previas a la edad de jubilación, el fallecimiento, la invalidez y el abandono, si bien únicamente cubre la prestación por jubilación. A partir de dicha edad, la única causa operante de eliminación del colectivo de jubilados es el fallecimiento. Para cada una de las posibles causas de salida del colectivo de activos previas a la jubilación, se utilizarán diferentes tantos que se estima definen la probabilidad anual de salida del mismo. De este modo, es posible analizar diferentes escenarios según el grado de estabilidad del trabajador en el plan. Se considera, por tanto, que el número de partícipes del plan de pensiones se ve influido por las bajas en dicho plan por fallecimiento, invalidez o abandono del mismo. Asimismo, la existencia de ciclos en la economía conlleva que el número de trabajadores que entran en el plan de pensiones también oscile. La empresa realizará más contrataciones en las épocas de crecimiento que en las épocas de recesión. Lógicamente, estas mismas oscilaciones pueden observarse en el número de partícipes que se jubilan al comienzo de cada año.

Medir las variaciones en términos nominales se plasma, en primer lugar, en unos salarios crecientes. La evolución de los salarios de los trabajadores

del plan de pensiones estará sujeta a la evolución cíclica de la economía, suponiendo que cada año los salarios aumentan en la parte correspondiente a la inflación de dicho periodo. Asimismo, el crecimiento de los salarios también muestra una componente asociada a la antigüedad del trabajador en la empresa.

La prestación de jubilación que recibirá cada trabajador cuando alcance la edad estipulada, se define en función de su salario al final o en el último tramo de su vida activa. Así, el ciclo económico tiene un doble efecto sobre las prestaciones pagadas por el plan de pensiones. El salario de los trabajadores que se jubilan fluctúa de acuerdo a la inflación; y el número de partícipes que se jubilan también oscila según éstos entren en el plan en la fase expansiva o recesiva del ciclo.

A partir de los anteriores supuestos se deduce que, en este modelo, variables como el coste normal o la provisión matemática del plan ya no permanecen constantes. La consecuencia inmediata que deviene de este cambio es que el fondo del plan de pensiones nunca alcanzará un estado de equilibrio, sino que oscilará alrededor de una tendencia creciente a lo largo del tiempo, por lo que no tendrá sentido estudiar la estabilidad de esta variable, salvo en ciertos casos particulares en los que se hará necesario el establecimiento de nuevas hipótesis. Al mostrar un comportamiento oscilante, tampoco su tasa de crecimiento converge hacia un valor constante. Así, este segundo modelo no se centrará en el equilibrio de estado estacionario de largo plazo. En consecuencia, se limita el horizonte temporal a un periodo finito analizando de qué modo los principales supuestos de este modelo pueden afectar a la evolución y el nivel alcanzado por el fondo del plan y las variables relacionadas con éste al finalizar dicho periodo. El estudio de la evolución de estas variables se realizará a través de la simulación numérica del modelo utilizando el programa Powersim, ya que la resolución analítica del sistema de ecuaciones en diferencias que representa

a dicho modelo se hace inviable tras abandonar los supuestos simplistas del primer modelo.

El estudio de este segundo modelo se aborda desde dos perspectivas. En primer lugar, se supone que el gestor del plan muestra un comportamiento *miope* y no percibe los ciclos de la economía. En consecuencia, supone que la inflación teórica y el tipo de interés técnico permanecen constantes a lo largo del tiempo. Desde una segunda perspectiva se considera que el gestor del plan tiene un comportamiento *no miope*, y tiene en cuenta los ciclos de la economía a la hora de estimar la inflación y el tipo de interés técnico de valoración del plan, así como el número de entradas y salidas del mismo.

Aun cuando el gestor del plan muestre un comportamiento no miope, podrán producirse desviaciones entre los valores efectivos y los valores estimados de variables como la inflación, el tipo de interés, las probabilidades de salida del plan y la componente del incremento salarial asociada con la antigüedad del trabajador en la empresa. Este tipo de errores determinan ganancias o pérdidas actuariales y vienen recogidas en el modelo a través de variables aleatorias, descritas a través de una función de distribución normal.

Bajo el supuesto de un comportamiento miope del gestor del plan, a estos errores aleatorios por exceso o por defecto, hay que sumar las oscilaciones del ciclo que muestran las variables efectivas, pero que no fueron previstas por el gestor en sus estimaciones. Las desviaciones entre valores reales y efectivos mostrarán, por tanto, una componente oscilante, asociada al ciclo, y una componente aleatoria, similar al supuesto no miope.

Una función de distribución de media nula, indica que el error no se encuentra sesgado en ningún sentido. Asimismo, la desviación estándar se iguala a un determinado porcentaje del nivel de la variable estimada, indicando que la magnitud que puede llegar a alcanzar el error es proporcional al nivel de dicha variable.

La empresa que crea el plan de pensiones es una empresa representativa de la economía que, en consecuencia, se ve afectada por los ciclos experimentados por la economía a la hora de contratar nuevos empleados para reemplazar a los trabajadores que se jubilan cada año. De este modo, los años en los que la producción esté en fases alcistas del ciclo la contratación será mayor que cuando se encuentre en fases recesivas.

Por simplicidad se supone que todos los empleados acceden a la empresa a la edad de 25 años. Las nuevas contrataciones dependen del momento del ciclo en que se encuentre la economía, oscilando en torno a una determinada media, \bar{n} , de acuerdo con la siguiente expresión:

$$n_{25}(t) = \bar{n} + A_n \sin\left(\frac{2\pi t}{\widehat{P}}\right),$$

donde $n_{25}(t)$ representa las nuevas entradas al plan de pensiones que se producen cada año; \bar{n} es el valor constante⁸ alrededor del cual oscilan las nuevas incorporaciones; \widehat{P} es el periodo del ciclo descrito con anterioridad y A_n representa la amplitud, es decir, la magnitud de las oscilaciones de las nuevas entradas respecto de la media \bar{n} .

Para calcular el valor teórico del tipo de interés, un gestor miope estima que la inflación se mantiene constante en un determinado valor σ_m . A partir de este valor calcula el interés técnico, i_m , suponiendo que éste es igual a la inflación teórica, σ_m , más una determinada cantidad constante que define el interés técnico real, un salto denominado s_{i_σ} .

$$i_m = \sigma_m + s_{i_\sigma}. \tag{2.16}$$

Un gestor no miope se percata de la existencia del ciclo económico y es consciente de que la inflación no se mantiene constante en σ_m . Por el contrario,

⁸Suponer una media de contrataciones constante significa que la empresa no aumenta de tamaño en cuanto a número de trabajadores. Alternativamente, podría suponerse un comportamiento oscilante en torno a una tendencia creciente, pudiendo ésta ser definida a través de una función afín o cóncava.

ahora la inflación estimada, $\sigma_T(t)$, fluctúa alrededor de σ_m siguiendo el ciclo económico:

$$\sigma_T(t) = \sigma_m + A \sin\left(\frac{2\pi(t - d_\sigma)}{\widehat{P}}\right). \quad (2.17)$$

En este modelo sin output, el ciclo económico se referencia a la contratación de nuevos trabajadores. Las fluctuaciones de la inflación presentan la misma longitud de ciclo o periodo, \widehat{P} , que el ciclo económico, si bien con un cierto retraso, d_σ . La amplitud con la que oscila la inflación viene definida por A .

El tipo de interés técnico considerado por un gestor del plan no miope, $i_T(t)$, fluctuará alrededor del valor estimado por el gestor miope, i_m , en la expresión (2.16), con la misma amplitud y periodo que la inflación teórica, $\sigma_T(t)$, pero con un retraso respecto del ciclo de las contrataciones, d_i , aún mayor que el de ésta.

$$i_T(t) = i_m + A \sin\left(\frac{2\pi(t - d_i)}{\widehat{P}}\right), \quad (2.18)$$

con $d_i > d_\sigma$.

Una vez calculados los valores teóricos del tipo de interés y de la tasa de inflación, se definen los valores efectivos de ambas variables. La realidad económica certifica la existencia de oscilaciones idénticas con independencia de si el gestor del plan es o no miope. En consecuencia, los valores efectivos del tipo de interés y la tasa de inflación se comportan de acuerdo a la previsión del gestor no miope recogida en (2.17) y (2.18). No obstante, se supone que al llevar a cabo estas estimaciones, el gestor, si bien anticipa el ciclo económico, comete errores no sistemáticos, por lo que los valores efectivos difieren de los estimados. Así, la inflación y el tipo de interés efectivo vienen dados, respectivamente, por:

$$\sigma(t) = \sigma_T(t) + \epsilon_\sigma(t); \quad i(t) = i_T(t) + \epsilon_i(t),$$

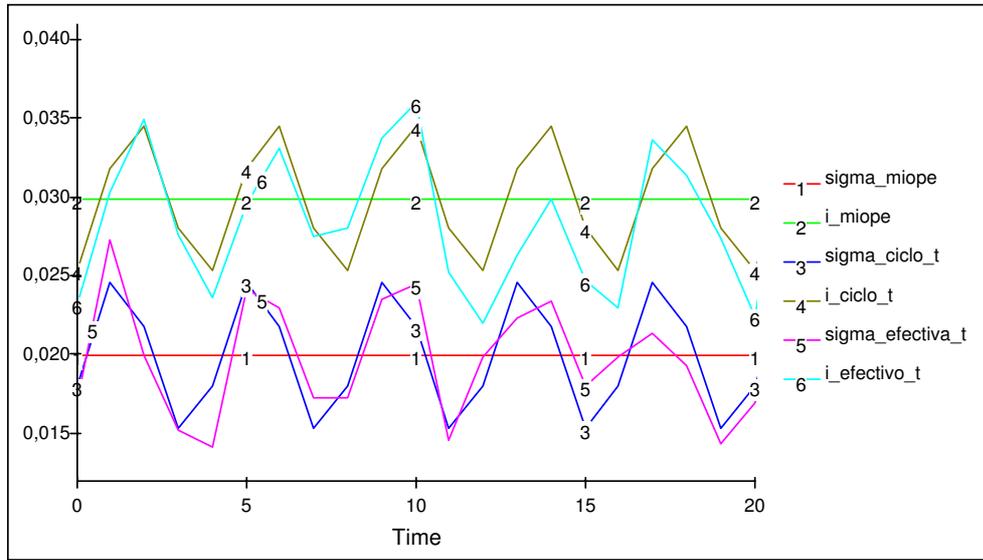


Figura 2.3.

donde $\epsilon_\sigma(t)$ y $\epsilon_i(t)$ son los errores de estimación descritos a través de variables aleatorias con distribución normal de media cero y desviación estándar proporcional al nivel de $\sigma_T(t)$ y de $i_T(t)$, respectivamente.

Los trabajadores cubiertos por el plan de pensiones pueden salir del plan antes de la jubilación por diversas causas: fallecimiento, invalidez o abandono de la empresa. El gestor del plan ha de tener esto en cuenta, para lo que ha de estimar la probabilidad de salida del plan. Se define $q_x(t)$ como el porcentaje efectivo de individuos de edad x que salen del plan antes de alcanzar la edad $x + 1$ por cualquiera de las tres causas consideradas. Estas estimaciones viene dadas por las probabilidades teóricas de salida de la tabla de servicio o de salidas múltiples, q_x^T , que lógicamente dependen de la edad del trabajador, pero se supone se mantienen constantes en el tiempo. A estos valores teóricos hay que añadir el posible error que cada año los separa de los valores efectivos:

$$q_x(t) = q_x^T + \epsilon_{q_x}(t), \tag{2.19}$$

donde se supone que el error viene definido por una distribución normal de media cero, y desviación estándar proporcional a q_x^T .

Finalmente, el gestor ha de tener en cuenta el crecimiento de los salarios para estimar las futuras prestaciones de jubilación. Así, se define Δ_x^T como la tasa teórica de incremento salarial entre la edad x y la edad $x + 1$, por razón de antigüedad en la empresa, que el gestor del plan de pensiones utiliza en sus previsiones. Esta tasa teórica, estimada para el caso español a partir de los datos proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística, la suponemos dependiente de la edad del trabajador pero no del tiempo. El valor estimado por el gestor del plan difiere de la componente efectiva de incremento salarial asociada con la antigüedad del trabajador en la empresa. Así, el valor efectivo de esta variable se define:

$$\Delta_x(t) = \Delta_x^T + \epsilon_{\Delta_x}(t),$$

donde el error $\epsilon_{\Delta_x}(t)$ toma el valor de una normal de media cero y desviación estándar igual a un determinado porcentaje de la variable Δ_x^T .

Para estudiar la evolución de este modelo, en primer lugar se plantea el sistema de ecuaciones en diferencias que recoge su comportamiento a lo largo del tiempo, teniendo en cuenta los dos tipos de gestores del plan anteriormente citados, el miope y el no miope.

2.5.1. Dinámica del plan de pensiones

La ecuación que representa el comportamiento del fondo del plan en este modelo coincide con la del modelo más simple. Para el periodo $(t, t + 1)$, el valor del fondo en $t + 1$ viene dado por su valor en t , más las contribuciones del promotor y menos las prestaciones y los gastos de gestión que se producen en t . Asimismo, el fondo se ve incrementado por el rendimiento de las inversiones

llevadas a cabo a lo largo del periodo.

$$F(t + 1) = F(t) + C(t) + RF(t + 1) - P(t) - gF(t). \quad (2.20)$$

La contribución del promotor al plan de pensiones, según la expresión (2.4), es la suma del coste normal más el coste suplementario, siendo la expresión que define el coste normal⁹:

$$NC(t) = \sum_{A_t} b_x(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) {}_{65-x}E_x^T(t) = \sum_x b_x(t) n_x(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) {}_{65-x}E_x^T(t). \quad (2.21)$$

Las expresiones $\ddot{a}_{65}^{(12)}(t)$ y ${}_{65-x}E_x^T(t)$ se calculan en base al tipo de interés técnico estimado por el gestor del plan, y mientras $\ddot{a}_{65}^{(12)}(t)$ tiene en cuenta la probabilidad de supervivencia a partir de la jubilación, ${}_{65-x}E_x^T(t)$ considera la probabilidad de que un individuo de edad x alcance la edad de jubilación dentro de la empresa, estando expuesto a salir de la misma por diferentes causas de salida.

En el enfoque miope el interés técnico y la inflación teórica se suponen constantes al no tenerse en cuenta el efecto del ciclo económico. En consecuencia, $\ddot{a}_{65}^{(12)}$ y ${}_{65-x}E_x^T$ también permanecen constantes. Por contra, bajo el enfoque no miope, el gestor del plan tiene en cuenta los ciclos de la economía y tanto la renta como el capital diferido cambian con el tiempo.

El valor de $\ddot{a}_{65}^{(12)}(t)$, se ha calculado teniendo en cuenta de las tablas de mortalidad general *GRM 95*¹⁰ para distintos valores del tipo de interés técnico, $i_T \in \{0,03, 0,04, 0,05\}$ (véase, por ejemplo, Peláez Feroso y García González (2004)). A partir de estos datos es fácil estimar el valor de $\ddot{a}_{65}^{(12)}(t)$ como función afín de i_T :

$$\ddot{a}_{65}^{(12)}(t) = 18,26825665 - 126,689698 i_T(t). \quad (2.22)$$

⁹En adelante se considera $e = 25$ como edad de entrada al plan y $r = 65$ como edad de jubilación normal.

¹⁰Véase al respecto Instituto de Actuarios Españoles (1996), Mateos Cruz (2001) y Circular 1/2000 de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones.

Igualmente, teniendo en cuenta las diversas causas de salida de la empresa, el valor de ${}_{65-x}E_x^{\tau}(t)$ se ha calculado a partir de las tablas de servicio para $i_T \in \{0,03, 0,04, 0,05\}$ y puede expresarse como función del tipo de interés según una regresión lineal para cada edad x comprendida entre los 25 y los 64 años:

$${}_{65-x}E_x^{\tau}(t) = a_x + b_x i_T(t). \quad (2.23)$$

El número de individuos de cada edad que hay en el plan en cada momento de tiempo, $n_x(t)$, depende de factores como la mortalidad, la invalidez o el abandono de la empresa por parte de los trabajadores. Para su cálculo se han empleado las tablas de servicio. El número de trabajadores de edad x comprendida entre 26 y 64 años que hay en el plan en el momento t se calcula como el número de empleados que en $t - 1$ tenían la edad $x - 1$, a los cuales se les aplican los porcentajes efectivos de permanencia en la empresa. Así,

$$n_x(t) = n_{x-1}(t - 1) \cdot p_{x-1}(t - 1), \quad \forall x \in [26, 27, \dots, 63, 64]. \quad (2.24)$$

El porcentaje $p_{x-1}(t)$ se define como $1 - q_{x-1}(t)$, donde $q_{x-1}(t)$ es el porcentaje efectivo de partícipes de edad $x - 1$ que salen del plan antes de alcanzar la edad x por cualquiera de las causas ya especificadas.

Para obtener el número de individuos de cada edad en el instante inicial, $n_x(0)$, se ha estimado la contratación en los años anteriores al comienzo del plan, teniendo en cuenta el ciclo económico hacia atrás. Una vez calculado el número de trabajadores contratados $x - 25$ años antes de comenzar el plan, se tiene en cuenta la probabilidad de que se hayan mantenido activos dentro de la empresa hasta el comienzo del mismo.

Finalmente, retomando la expresión (2.21) correspondiente al coste normal, $NC(t)$, se define $B_{65}(t)$ como la prestación anual de pensión estimada que, repartida en mensualidades, recibirá cada uno de los trabajadores tras la jubilación.

Aunque existen diversas formas de calcular la prestación de jubilación para cada trabajador, $B_{65}(t)$, (véase Aitken (1994), Anderson (1992) o Peña Esteban (2000), entre otros), en el presente modelo se obtiene como un determinado porcentaje, k , de la media de los salarios teóricos que el gestor del plan estima alcanzará cada partícipe los últimos \tilde{n} años trabajados en la empresa. A partir de esta expresión, la variable $b_x(t)$, se define como la parte de la prestación total estimada que es acreditada anualmente para cada uno de los partícipes del plan, con $x \in [25, 26, \dots, 63, 64]$. Suponiendo una misma porción acreditada cada uno de los años de vida activa del trabajador, la expresión general para $b_x(t)$ se calcula como el cociente de la prestación total en el momento de su jubilación, $B_{65}(t + 65 - x)$, entre el número de años que el trabajador permanece en la empresa, si no abandona este colectivo por ninguna de las causas contempladas anteriormente:

$$b_x(t) = \frac{B_{65}(t + 65 - x)}{40}, \quad (2.25)$$

donde $B_{65}(t + 65 - x)$ se define para cada partícipe de edad x en t que se jubila en el instante $t - 65 - x$ como un cierto porcentaje, k , del salario teórico medio de los \tilde{n} últimos años de vida activa. Así, $b_{25}(t - (x - 25)) = b_{26}(t - (x - 26)) = \dots = b_x(t) = \dots = b_{64}(t + 64 - x)$, es decir, la prestación acreditada anualmente para cada trabajador es constante a lo largo de su vida laboral.

Es, por tanto, necesario conocer los últimos \tilde{n} salarios teóricos de cada empleado, lo cual supone una dificultad debido al carácter dinámico del modelo. Suponiendo, por simplicidad, la existencia de una cláusula de revisión salarial, los salarios crecen al mismo ritmo que la inflación. Además, se añade otra dimensión, que se podría calificar como “vertical” si es que asignamos una cierta “horizontalidad” al transcurso del tiempo. Así, se considera que dentro del colectivo de partícipes que integran el plan de pensiones, la antigüedad en la empresa supone una mayor retribución. Por lo tanto, dos son los factores que hacen que un trabajador perteneciente al plan de pensiones vea aumen-

tado su salario año tras año: por una parte la inflación, y por otra parte, su mayor experiencia al aumentar su antigüedad dentro de la empresa.

Debido a que la prestación acreditada anualmente, $b_x(t)$, se define como una función de los salarios teóricos, es necesario emplear en su cálculo, por una parte, la inflación teórica prevista por el gestor del plan, y, por otra, la tasa teórica de incremento del salario entre la edad x y la edad $x + 1$, Δ_x^T , supuesta constante para cada edad x .

En el momento inicial de la implantación del plan de pensiones, los trabajadores obtienen distintos salarios dependiendo de su antigüedad dentro de la empresa. Así, el vector de salarios inicial, $\omega(0)$, se obtiene a partir de la Encuesta de Estructura Salarial del año 2002 del INE. Esta encuesta recoge la ganancia salarial por trabajador distinguiendo seis categorías para la antigüedad. A partir de esos seis grupos se interpola el salario según la antigüedad año a año, pudiendo también así obtener las tasas de incremento salarial para cada año de antigüedad, Δ_x^T , al comienzo del plan. Así, $\omega(0)$ puede escribirse como:

$$\omega(0) = 14711,87 \left[1, \prod_{x=25}^{25} (1 + \Delta_x^T), \prod_{x=25}^{26} (1 + \Delta_x^T), \dots, \prod_{x=25}^{63} (1 + \Delta_x^T) \right]. \quad (2.26)$$

Una vez conocidos los salarios de los trabajadores y su tasa de crecimiento atendiendo al nivel de antigüedad en el instante inicial, la expresión general para $b_x(t)$ dependerá una vez más de si el gestor del plan es o no miope respecto de los ciclos de la economía. En primer lugar, en el caso miope, la definición de $b_x(t)$ viene dada por:

$$b_x(t) = \frac{k}{40} \left[\frac{\omega_{64}^T(t) \Phi_m(\tilde{n}) (1 + \sigma_m)^{(64-x)}}{\tilde{n}} \right] \quad \forall x \in [25, 26, \dots, 63, 64]. \quad (2.27)$$

El factor $\omega_{64}^T(t)$ representa el salario teórico para un trabajador que en

el momento t tiene 64 años. Es el último componente del vector de salarios teóricos $\omega^T(t)$, y su valor en t puede obtenerse, conocido $\omega(0)$, teniendo en cuenta su dinámica temporal:

$$\omega_x^T(t) = \begin{cases} \omega_x^T(t-1)(1 + \sigma_m) & \text{si } x = 25, \\ \omega_{x-1}^T(t-1)(1 + \sigma_m)(1 + \Delta_{x-1}^T) & \text{si } x > 25. \end{cases}$$

En consecuencia, partiendo del salario de un trabajador de 25 años de edad sin experiencia, éste se incrementa según la tasa teórica de incremento salarial por motivo de antigüedad en la empresa, Δ_x^T , así como por la tasa de inflación supuesta constante por un gestor miope.

Por último, la variable $\Phi_m(\tilde{n})$ se define como:

$$\Phi_m(\tilde{n}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{n} = 1, \\ 1 + \sum_{y=1}^{\tilde{n}-1} \frac{1}{(1 + \sigma_m)^y \prod_{h=1}^y (1 + \Delta_{64-h}^T)} & \text{si } \tilde{n} > 1. \end{cases}$$

La expresión $\omega_{64}^T(t)\Phi_m(\tilde{n})(1 + \sigma_m)^{(64-x)}/\tilde{n}$ representa el salario teórico promedio los \tilde{n} últimos años de vida activa del trabajador que en el instante t tiene edad x .

En segundo lugar, se calcula el valor de $b_x(t)$ suponiendo un gestor del plan de pensiones no miope, que es consciente de que la inflación no permanece constante sino que varía de acuerdo con el ciclo de la economía. La expresión general de la prestación acreditada anualmente puede escribirse:

$$b_x(t) = \frac{k}{40} \left[\frac{\omega_{64}^T(t) \Phi_x(\tilde{n}, t) \Psi_x(\tilde{n}, t)}{\tilde{n}} \right] \quad \forall x \in [25, 26, \dots, 63, 64].$$

En esta expresión, la evolución del salario teórico de un trabajador que en t tiene x años se obtiene teniendo en cuenta el incremento en el salario por antigüedad, así como la inflación teórica en (2.17), que lejos de mantenerse

constante, oscila de acuerdo al ciclo económico. Así,

$$\omega_x^T(t) = \begin{cases} \omega_x^T(t-1)(1 + \sigma_T(t-1)) & \text{si } x = 25, \\ \omega_{x-1}^T(t-1)(1 + \sigma_T(t-1))(1 + \Delta_{x-1}^T) & \text{si } x > 25. \end{cases}$$

Para un trabajador que en el instante t tiene edad x , la expresión $\Phi_x(\tilde{n}, t)$ permite obtener su salario promedio durante sus \tilde{n} últimos años de vida activa, conocido el salario de un trabajador de 64 años \tilde{n} años antes de que se jubile el trabajador de edad x en t para el cual se está calculando la prestación. Esta expresión puede escribirse:

$$\Phi_x(\tilde{n}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{n} = 1, \\ \frac{1}{(1 + \Delta_{63}^T) + (1 + \sigma_T(t + 64 - x - 1))} & \text{si } \tilde{n} = 2, \\ \frac{1}{\prod_{y=1}^{\tilde{n}-1} (1 + \Delta_{64-y}^T)} + \sum_{j=2}^{\tilde{n}-1} \left(\frac{\prod_{h=j}^{\tilde{n}-1} (1 + \sigma_T(t + 64 - x - h))}{\prod_{m=1}^{j-1} (1 + \Delta_{64-m}^T)} \right) + \prod_{\nu=1}^{\tilde{n}-1} (1 + \sigma_T(t + 64 - x - \nu)) & \text{si } \tilde{n} > 2. \end{cases}$$

Finalmente, $\Psi(\tilde{n}, t)$ es un vector que recoge el efecto de la inflación prevista sobre los salarios teóricos hasta la jubilación de los distintos trabajadores según su antigüedad. La inflación en este escenario ya no permanece constante como

en el caso miope. Así, $\Psi(\tilde{n}, t)$ se define como sigue:

$$\Psi(\tilde{n}, t) = \begin{cases} \left(\prod_{h=0}^{38} (1 + \sigma_T(t+h)), \prod_{h=0}^{37} (1 + \sigma_T(t+h)), \dots, (1 + \sigma_T(t)), 1 \right) & \text{si } \tilde{n} = 1, \\ \left(\prod_{h=0}^{39-\tilde{n}} (1 + \sigma_T(t+h)), \dots, (1 + \sigma_T(t)), 1, \frac{1}{(1 + \sigma_T(t-1))} \right), \\ \left(\prod_{h=-2}^{-1} \frac{1}{(1 + \sigma_T(t+h))}, \dots, \prod_{h=-(\tilde{n}-1)}^{-1} \frac{1}{(1 + \sigma_T(t+h))} \right) & \text{si } \tilde{n} > 1. \end{cases}$$

La expresión $\omega_{64}^T(t)\Psi_x(\tilde{n}, t)$ es el salario de un trabajador de edad 64, \tilde{n} años antes de que se jubile el trabajador para el que se está calculando la prestación que en t tiene la edad x , es decir, $\omega_{64}^T(t + 65 - x - \tilde{n})$.

El segundo componente de la contribución del promotor al plan de pensiones, en la ecuación (2.4), se refiere al coste suplementario, $SC(t)$, definido en (2.3) como el producto de la provisión matemática no constituida en ese periodo, $UAL(t)$, por el porcentaje de amortización de dicha provisión.

Siguiendo a Aitken (1994) y a Anderson (1992), cuando se emplean métodos actuariales individuales de coste, se puede determinar el valor de la ganancia actuarial originada al final del periodo de valoración $(t, t+1)$, $G(t+1)$, teniendo en cuenta las provisiones matemáticas no constituidas real y esperada, que se definen, respectivamente, como:

$$UAL(t+1) = AL(t+1) - F(t+1), \quad (2.28)$$

$$\widetilde{UAL}(t+1) = [AL(t) - F(t) + NC(t) - C(t)](1 + i_T(t)). \quad (2.29)$$

De esta manera, la ganancia actuarial del plan recoge las desviaciones que se producen entre la experiencia real y las hipótesis actuariales asumidas para la

valoración del plan de pensiones. Su expresión es:

$$G(t+1) = \widetilde{UAL}(t+1) - UAL(t+1). \quad (2.30)$$

Cuando $G(t+1) > 0$ (ganancia actuarial), el valor del fondo del plan mejora frente a las garantías que, en forma de prestaciones, éste se ha comprometido a cubrir con sus beneficiarios. Lo contrario sucede en el caso en el que $G(t+1) < 0$ (pérdida actuarial).

El segundo de los procedimientos para calcular la ganancia actuarial al final del periodo $(t, t+1)$, viene determinado por la suma de dos componentes: la ganancia por inversión, ${}^I G$, y la ganancia por responsabilidad, ${}^R G$:

$$G(t+1) = {}^I G(t+1) + {}^R G(t+1). \quad (2.31)$$

La ganancia por inversión se produce cuando los ingresos de los rendimientos efectivos generados por los recursos financieros del fondo invertidos en el mercado al tipo de interés efectivo, $i(t)$, difieren de los esperados teniendo en cuenta el tipo de interés técnico, $i_T(t)$:

$${}^I G(t+1) = RF(t+1) - \widetilde{RF}(t+1), \quad (2.32)$$

donde los ingresos efectivos y esperados vienen dados, respectivamente, por:

$$RF(t+1) = i(t)(F(t) + C(t) - P(t) - gF(t)), \quad (2.33)$$

$$\widetilde{RF}(t+1) = i_T(t)(F(t) + C(t) - P(t) - gF(t)). \quad (2.34)$$

Tanto en (2.33) como en (2.34), las prestaciones devengadas en favor de los trabajadores que se jubilan durante el periodo, $P(t)$, se detraen del fondo del plan al comienzo del mismo. Asimismo, la contribución anual que se prevé se realice al fondo de pensiones también se realiza al comienzo del año.

De estas definiciones, inmediatamente se deduce que la ganancia por inversión se generará cuando la tasa de rendimiento efectivo de las inversiones

es diferente al tipo de interés técnico al que se realiza la valoración del plan, $i(t) > i_T(t)$.

$${}^I G(t+1) = [F(t) + C(t) - P(t) - gF(t)](i(t) - i_T(t)).$$

El valor de la ganancia por inversión depende de si el gestor es o no miope. En el primer caso, el interés teórico de valoración del plan se supone constante, i_m , mientras que un gestor no miope fijará el interés técnico $i_T(t)$ según la expresión (2.18) que fluctúa de acuerdo con el ciclo y que, en general, se encuentra más cercano al interés efectivo.

Cuando el rendimiento efectivo del fondo es desconocido, la ganancia por inversión puede determinarse, de manera alternativa, comparando los niveles esperado y real del fondo del plan:

$${}^I G(t+1) = F(t+1) - \tilde{F}(t+1) \quad (2.35)$$

El segundo componente de la ganancia actuarial en la ecuación (2.31) es la ganancia por responsabilidad, ${}^R G(t+1)$, que engloba, a su vez, diversos componentes. Por un lado puede hablarse de ganancias por fallecimiento, invalidez, o abandono de la empresa, resumidas en un único concepto, denominado en adelante ganancia por salidas, ${}^S G(t+1)$. Este tipo de ganancia actuarial se produce cuando el número de empleados que sale del plan antes de la edad de jubilación difiere del estimado. En segundo lugar, la evolución imprevista de los salarios puede dar lugar a discrepancias entre las prestaciones de jubilación previstas y las efectivas al final del periodo $(t, t+1)$, denominadas ganancias por jubilación ${}^J G(t+1)$. Así, ${}^R G(t+1) = {}^S G(t+1) + {}^J G(t+1)$.

Para determinar las ganancias por salidas, se denotan por $D(t)$, $IN(t)$ y $AB(t)$, los conjuntos de partícipes que fallecen, se invalidan, y abandonan la empresa, respectivamente, en el periodo de valoración $(t, t+1)$. Así, la expresión general que define la ganancia actuarial por salidas en $(t+1)$, incluyendo

cada una de estas posibles causas de salida para los partícipes de edad x en el instante t , es la siguiente:

$${}^S G(t+1) = \sum_{H(t)} (AL_{x+1}(t+1) - {}^i P_H(t)) - \sum_{A_t} q_x^h(t) (AL_{x+1}(t+1) - {}^i P_H(t)), \quad (2.36)$$

donde $H(t) = \{D(t), IN(t), AB(t)\}$, con $h \in \{d, in, ab\}$, esto es, fallecimiento, invalidez y abandono de la empresa; q_x^h , es la probabilidad de que un partícipe de edad x salga del colectivo de partícipes activos en el momento t de valoración del plan, A_t , por la causa h -ésima antes de alcanzar la edad $x + 1$; ${}^i P_H$, representa las cuantías detraídas del fondo del plan para cubrir las prestaciones que garantiza el plan cuando acaece de forma independiente cada una de las citadas contingencias durante el periodo señalado, junto con los intereses que se dejan de percibir por las cuantías de dichas prestaciones, desde que se hace efectivo su pago hasta el final del periodo. La ganancia se produce debido a que el número estimado de partícipes que salen del colectivo por cualquiera de las causas anteriormente citadas no coincide con los que realmente causan baja, por lo que la diferencia entre la provisión matemática constituida hasta ese momento para cada uno de los individuos que realmente salen del plan y las prestaciones que reciben, será mayor o menor que la misma diferencia estimada, dependiendo del sentido en el que se cometa el error.

En este modelo se contemplan como posibles causas de salida previas a la jubilación el fallecimiento, la invalidez y el abandono, pero se supone que el plan no cubre ninguna de estas contingencias, únicamente se compromete a cubrir la prestación por jubilación.

La ganancia por salidas implica que el gestor del plan subestima o sobreestima la provisión matemática y es debida a la discrepancia entre el número de empleados que se esperaba dejaran el plan (por fallecimiento, invalidez o abandono de la empresa), y el que realmente lo hizo. Esta desviación se mide en la ecuación (2.19) mediante el error cometido entre la estimación y la reali-

dad, $\epsilon_{q_x^T}(t)$. El valor de la ganancia por salidas es igual a cero en el instante inicial en el que aún no se ha dado ninguna desviación. Desde ese momento, y teniendo en cuenta la hipótesis de que la empresa sólo paga prestaciones por jubilación, de la ecuación (2.36) se tiene:

$$\begin{aligned} {}^S G(t+1) &= \sum_{H(t)} AL_{x+1}(t+1) - \sum_{A_t} q_x^h(t) AL_{x+1}(t+1) \\ &= \sum_x q_x(t) n_x(t) AL_{x+1}(t+1) - \sum_x q_x^T(t) n_x(t) AL_{x+1}(t+1) \\ &= \sum_x \epsilon_{q_x^T}(t) n_x(t) AL_{x+1}(t+1). \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la prestación acreditada anualmente para un trabajador, la provisión matemática de cada partícipe de edad x , $AL_x(t)$, puede definirse como:

$$AL_x(t) = B_x(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) {}_{65-x}E_x^\tau(t) = b_x(t)(x-25) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) {}_{65-x}E_x^\tau(t),$$

donde $(x-25)$ denota el número de años trabajados en la empresa hasta el momento t . Por tanto, la provisión matemática del plan, se obtiene de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} AL(t) &= \sum_{A_t} AL_x(t) = \sum_{A_t} B_x(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) {}_{65-x}E_x^\tau(t) \\ &= \sum_x b_x(t)(x-25) n_x(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) {}_{65-x}E_x^\tau(t). \end{aligned}$$

La ganancia por jubilación, ${}^J G(t)$, es nula en el momento inicial de constitución del plan. En adelante, se obtiene como la diferencia entre la prestación calculada teóricamente, $P_T(t)$, y la prestación realmente proporcionada al conjunto de trabajadores que se jubilan al comienzo de cada año, $P(t)$:

$${}^J G(t) = P_T(t) - P(t) = J(t)[P_J^T(t) - P_J(t)]. \quad (2.37)$$

El número de partícipes que se jubilan cada año, $J(t)$, (igual a cero en el momento de implantación del plan de pensiones) se calcula como el número

de trabajadores de edad 64 el año anterior multiplicado por la probabilidad de permanecer un año más en la empresa, teniendo dicha edad:

$$J(t) = n_{64}(t-1)p_{64}(t-1).$$

La prestación teórica de cada individuo que se jubila en el instante t , $P_J^T(t)$, se define como el valor actuarial en t de las prestaciones totales de pensión estimadas que recibirá mensualmente desde que se jubile y en tanto sobreviva. Así, la prestación teórica total, $P_T(t)$, viene dada por el producto de esta prestación individual por el número de individuos que se jubilan al comienzo de ese periodo, después de haber trabajado un total de 40 años, es decir:

$$P_T(t) = J(t) B_{65}(t) \ddot{a}_{65}^{(12)} = J(t) 40 b_{65}(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}.$$

Bajo el supuesto de un comportamiento miope, la previsión sobre el incremento salarial de un empleado tiene en cuenta tanto la antigüedad del trabajador en la empresa como la inflación, que se considera constante a lo largo del tiempo. Así, a partir de (2.27) puede calcularse el valor de $b_{65}(t)$:

$$b_{65}(t) = \frac{k}{40\tilde{n}} \sum_{y=0}^{\tilde{n}-1} \omega_{64-y}^T(t - (y+1))$$

$$= \frac{k \omega_{64}^T(t)}{40\tilde{n} (1 + \sigma_m)} \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{n} = 1, \\ 1 + \sum_{y=1}^{\tilde{n}-1} \left(\frac{1}{\prod_{h=1}^y (1 + \sigma_m)^y (1 + \Delta_{64-h}^T)} \right) & \text{si } \tilde{n} > 1. \end{cases}$$

En el enfoque no miope, cuando la inflación teórica sí tiene en cuenta la exis-

tencia del ciclo económico, el valor de $b_{65}(t)$ puede calcularse como:

$$b_{65}(t) = \frac{k}{40\tilde{n}} \sum_{y=0}^{\tilde{n}-1} \omega_{64-y}^T(t-(y+1))$$

$$= \frac{k \omega_{64}^T(t)}{40\tilde{n} (1 + \sigma_T(t-1))} \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{n} = 1, \\ 1 + \sum_{y=1}^{\tilde{n}-1} \left(\frac{1}{\prod_{h=2}^{y+1} (1 + \sigma_T(t-h)) \prod_{h=1}^y (1 + \Delta_{64-h}^T)} \right) & \text{si } \tilde{n} > 1. \end{cases}$$

La segunda parte de la ganancia por jubilación, recogida en (2.37), es la prestación efectiva, $P(t)$. Dicha prestación se define como el valor actuarial en t de las prestaciones de jubilación efectivas para los partícipes que se jubilan en ese momento, que serán percibidas de forma mensual hasta que se produzca su fallecimiento. Estas prestaciones se calculan como un porcentaje, k , (el mismo utilizado en el cálculo de la prestación teórica) del salario promedio efectivo de los últimos \tilde{n} años activos en la empresa.

$$P(t) = J(t) \ddot{a}_{65}^{(12)}(t) \frac{k}{\tilde{n}} \sum_{y=0}^{\tilde{n}-1} \omega_{64-y}(t - (y + 1)),$$

donde $\omega_x(t)$ es el salario que realmente percibe un trabajador de edad x en el año t . Será, pues, necesario determinar el valor del salario efectivo en un determinado momento.

Los salarios efectivos y teóricos coinciden en el momento de implantación del plan, dados por el vector $w(0)$ en la expresión (2.26). A partir de ese momento, la evolución del salario efectivo viene dada por:

$$\omega_x(t) = \begin{cases} \omega_x(t-1)(1 + \sigma(t-1)) & \text{si } x = 25, \\ \omega_{x-1}(t-1)(1 + \sigma(t-1))(1 + \Delta_{x-1}(t-1)) & \text{si } x > 25. \end{cases}$$

De esta manera, el salario efectivo de un trabajador de edad x , se corresponde con el salario que este empleado tenía en el anterior periodo cuando contaba con la edad $x - 1$, capitalizado un año al tanto de la inflación efectiva de dicho periodo, y al que se le aplica la correspondiente subida efectiva por un año más de antigüedad mediante el factor $\Delta_{x-1}(t - 1)$.

Para completar la definición del modelo, la expresión del coste suplementario puede definirse ya, de forma precisa, a partir de las ecuaciones (2.3) y (2.30):

$$SC(t) = z [AL(t-1) - F(t-1) + NC(t-1) - C(t-1)](1 + i_T(t-1)) - G(t).$$

2.5.2. Análisis numérico.

Teniendo en cuenta un plan de pensiones con ganancia actuarial, ciclos económicos e inflación, esta sección compara la evolución de las principales variables del plan según el gestor del mismo presente o no un comportamiento miope con respecto a la existencia del ciclo económico. Asimismo, para ambos tipos de comportamiento, se lleva a cabo un análisis de la sensibilidad de los resultados ante variaciones en los principales parámetros empleados. Dada la complejidad de este modelo, más realista que el considerado en la sección 2.4, ambas tareas se llevan a cabo a través de simulaciones numéricas del modelo empleando la Dinámica de Sistemas.

En primer lugar, y al igual que se hizo para el modelo simplista, se explicitan en la Figura 2.4 todas las variables y sus relaciones en el *diagrama de flujos* o *diagrama de Forrester*. Este diagrama se traduce en una serie de ecuaciones en diferencias que definen el comportamiento y la evolución del fondo del plan de pensiones. F_t representa el fondo del plan en el momento t , y en este modelo, es la principal variable de nivel. Las principales variables auxiliares, NC_t , AL_t , SC_t , C_t , P_t , RF_t y UAL_t representan, respecti-

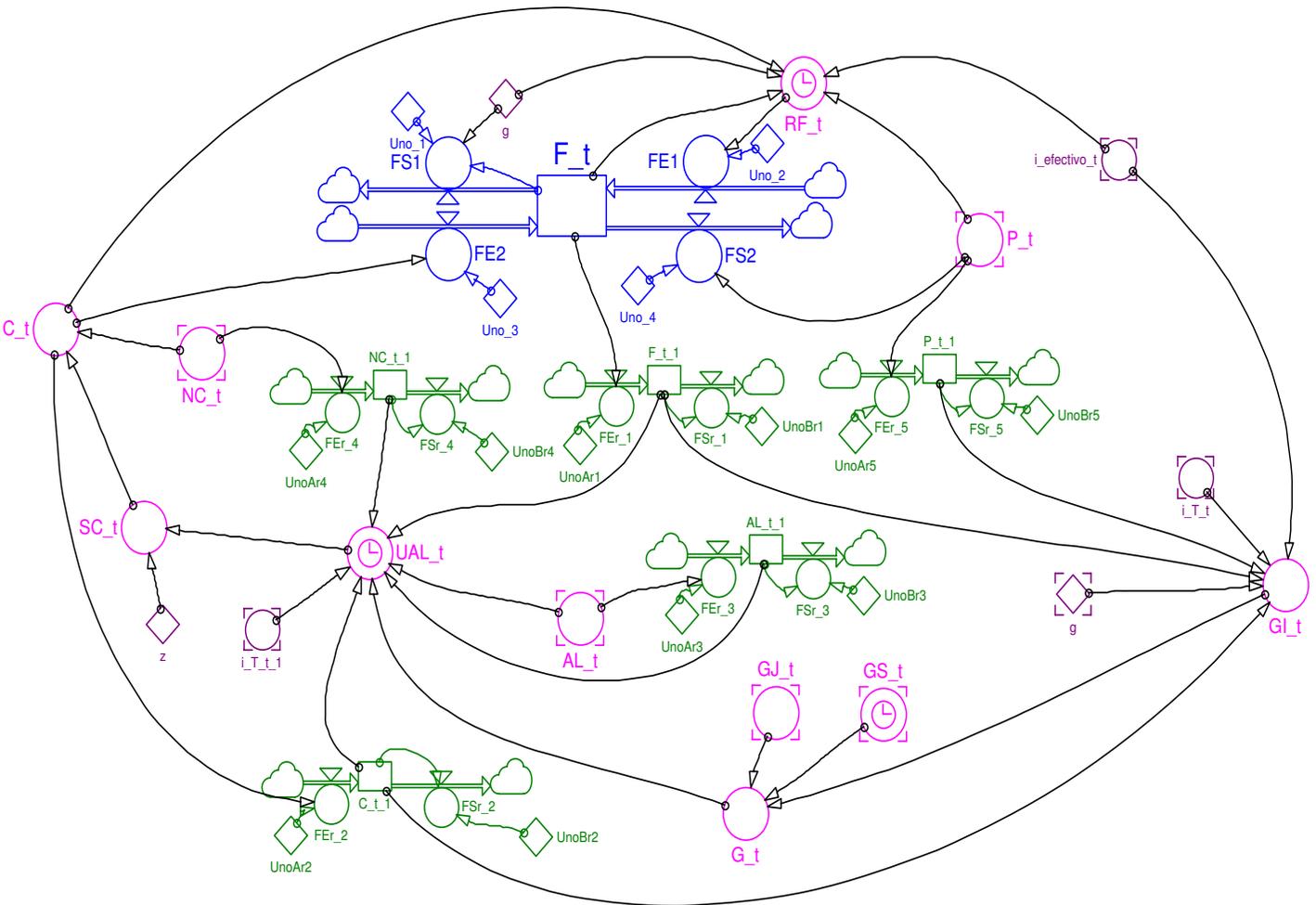


Figura 2.4. Diagrama de Forrester

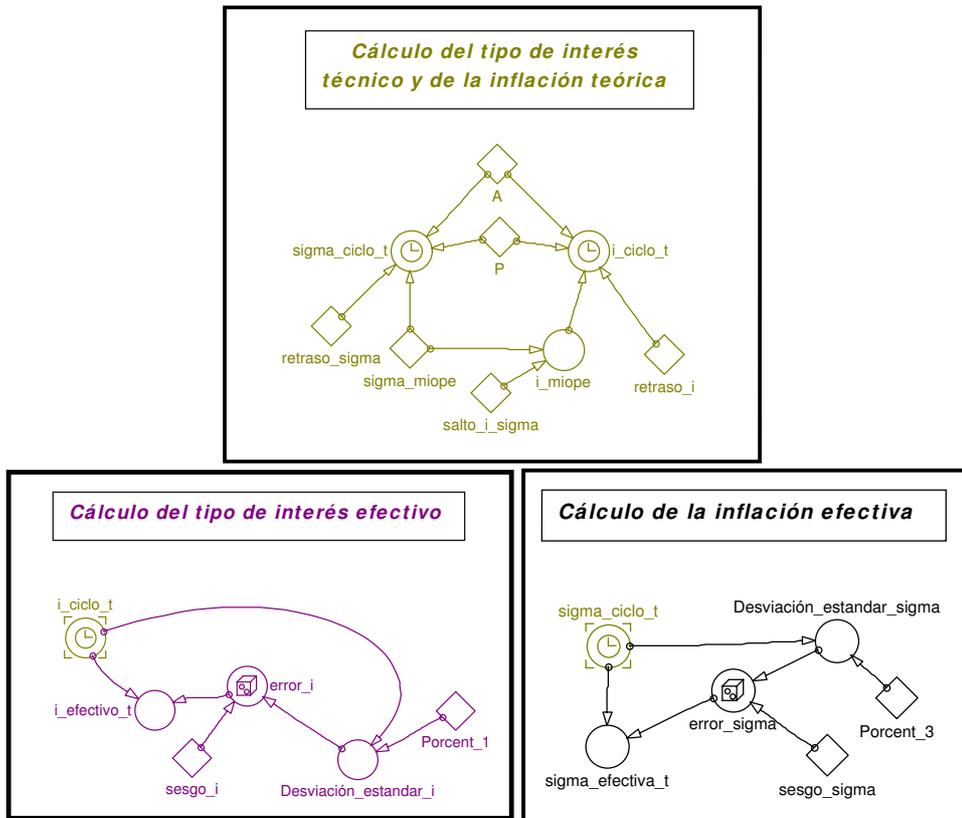


Figura 2.5.

vamente, el coste normal, la provisión matemática, el coste suplementario, las contribuciones del promotor, las prestaciones de jubilación, los rendimientos de las inversiones del fondo y la provisión matemática no constituida del plan de pensiones. La ganancia actuarial del plan, G_t , es igualmente una variable auxiliar que se calcula como la suma de otras tres variables auxiliares: la ganancia actuarial por inversión, la ganancia actuarial por salidas y la ganancia actuarial por jubilación, respectivamente, GL_t , GS_t y GJ_t . El tipo de interés efectivo así como el valor teórico del tipo de interés, son asimismo variables auxiliares en este modelo, representadas, respectivamente, por L_t y L_T_t .

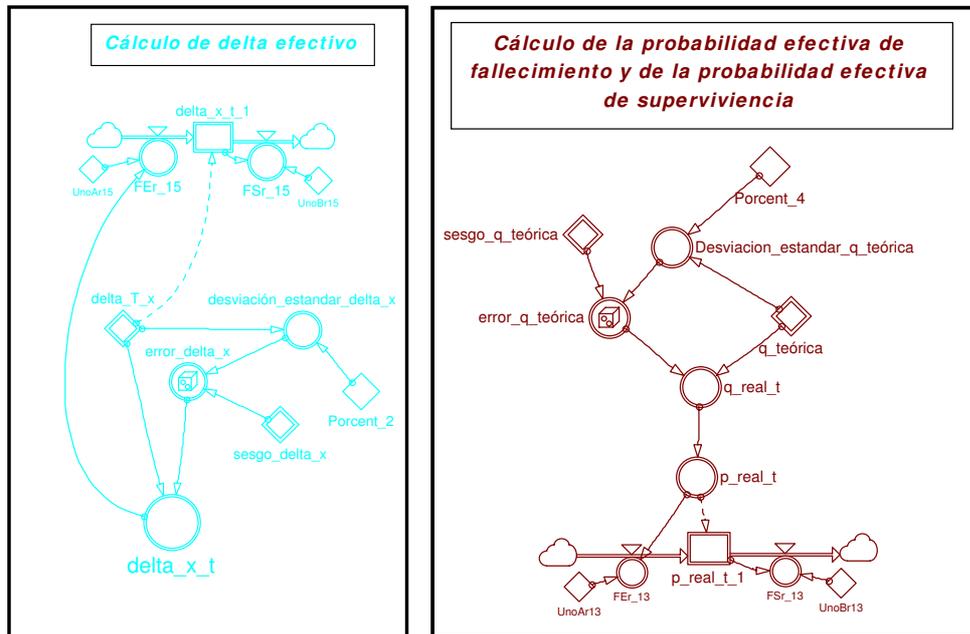


Figura 2.6.

El gasto anual de gestión, g , y la tasa anual de amortización, z , se suponen constantes. Existen cuatro flujos principales: $FE1$, $FE2$, de entrada, y $FS1$ y $FS2$, de salida. Al igual que en el primer modelo, los primeros representan los rendimientos de las inversiones del fondo del plan y las contribuciones, y los últimos representan los gastos por la gestión del fondo y las prestaciones de jubilación.

El resto de variables que aparecen en la Figura 2.4 corresponden a las necesarias para calcular los valores retrasados de ciertas magnitudes, así como una serie de constantes unitarias que permiten el ajuste en las unidades de medida de los flujos de entrada y salida.

En la simulación numérica del modelo el valor inicial del fondo se supondrá nulo. Se considera un ciclo económico de $\hat{P} = 4$ años. El tipo de

interés fluctúa alrededor de $i_m = 0,03$ con una amplitud de $A = 0,005$ y un retraso respecto al nivel de contrataciones de tres trimestres, $d_i = 0,75$. La inflación oscila con esa misma amplitud en torno a $\sigma_m = 0,02$ con un retraso de un trimestre, $d_\sigma = 0,25$.

Las variables correspondientes a la inflación teórica y la la inflación efectiva se representan en el diagrama de flujos, respectivamente, por $\sigma_{T,t}$ y σ_t . Los errores cometidos al estimar los valores efectivos del interés y de la inflación, $\epsilon_{i_T}(t)$ y $\epsilon_\sigma(t)$, se definen en el diagrama de flujos como $error_i$ y $error_sigma$, y vienen descritas por una variable aleatoria distribución normal de media cero y desviación estándar de 0.1 veces el nivel alcanzado por la correspondiente variable. La Figura 2.5 recoge la dinámica de las anteriores variables.

En el diagrama de flujos se ha insertado una variable dual llamada *switch*, que actuará como “interruptor” en el modelo, de manera que cuando esta variable tome el valor 0, estaremos ante el supuesto no miope, mientras que si toma el valor 1, será el supuesto miope el que esté presente.

A la hora de calcular los salarios, se ha supuesto que éstos no sólo crecen anualmente según la inflación, sino que también existe un componente de crecimiento debido a la antigüedad en la empresa, $\Delta_x^T(t)$, llamado *delta_T_x* en el diagrama de flujos, que se estima a partir de los datos del Instituto Nacional de Estadística. En la Figura 2.6 se puede ver que el valor efectivo de esta variable, en el diagrama de flujos *delta_x_t*, se diferencia de su valor teórico en un error, $\epsilon_{\Delta_x^T}(t)$, (*error_delta_x* en el diagrama), que toma el valor de una normal de media cero y desviación estándar 0.1 veces el nivel alcanzado por la variable $\Delta_x^T(t)$.

Asimismo, en la Figura 2.6 se observa que el porcentaje efectivo de individuos de edad x que salen del plan antes de alcanzarla edad $x + 1$, $q_x(t)$, (representado para las distintas edades por el vector *q_efectiva_t*) se calcula como el

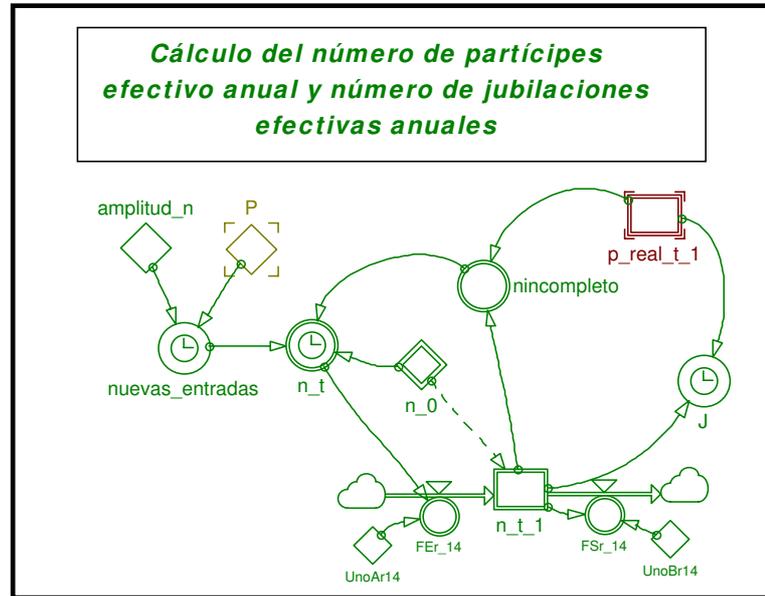


Figura 2.7.

valor teórico de esta variable ($q_{-teorica}$), dado por las probabilidades teóricas de salida de las tablas de servicio, incrementado por el error que separa esta variable de su valor efectivo, $\epsilon_{q_x^T}(t)$, (en el diagrama *error_q-teorica*), definido también por una distribución normal de media cero y desviación estándar 0.1 veces el nivel de $q_x^T(t)$.

El nivel de contratación a la edad de 25 años (*nuevas_entradas*) fluctúa alrededor de $\bar{n} = 100$ con amplitud $A_n = 3,42$. El número de trabajadores de edad $x \in [26, 27, \dots, 64]$ en cada momento t se calcula, tal como se observa en la Figura 2.7, multiplicando el número de trabajadores que en $t - 1$ tenían la edad $x - 1$ (n_{-t_1}) por la probabilidad de haber permanecido en la empresa ($p_{-efectiva_t_1}$). Para calcular la prestación total de pensión, se supone que ésta es un determinado porcentaje $k = 0,2$ del salario teórico medio de los \bar{n} últimos años trabajados. En este cálculo resulta determinante que el gestor

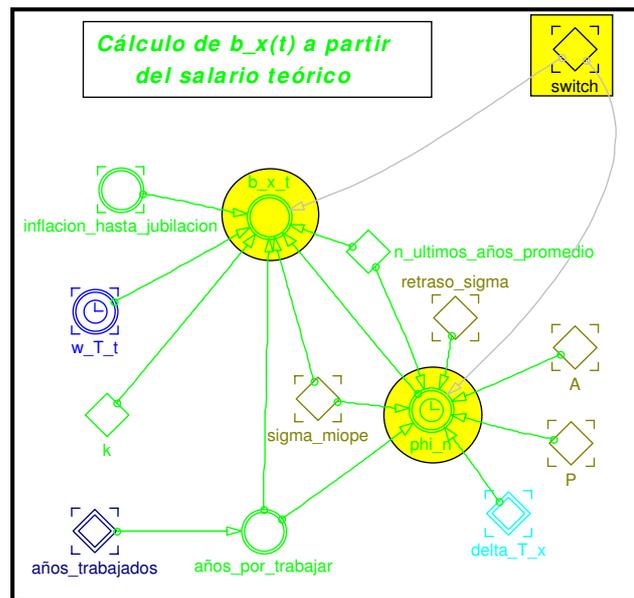


Figura 2.8.

del plan tenga o no un enfoque miope. Por ello, para hacer el cálculo, en las Figuras 2.8 y 2.9 aparece la variable “interruptor” que, con un simple cambio en su valor, permite resolver uno u otro enfoque. Para el cálculo de $b_x(t)$ se toma la última componente del vector del salario teórico, correspondiente a la edad 64. El número de los últimos años trabajados utilizados para calcular el salario promedio se permite variar desde 1 hasta 5. Introduciendo un valor en la variable $n_ultimos_años_promedio$, se calcula automáticamente la media de los salarios para el número de años elegidos. Para el cálculo de los salarios teóricos, se parte del valor de $\omega(0)$ (w_0 en la Figura 2.9), obtenido a partir de la Encuesta de Estructura Salarial de 2002 del INE. A partir de ese momento inicial, el resto de salarios teóricos se calculan en base a los valores de los mismos en el periodo anterior (w_{T-t-1}) incrementándolos con la inflación correspondiente, sigma_{T-t-1} y teniendo en cuenta el incremento

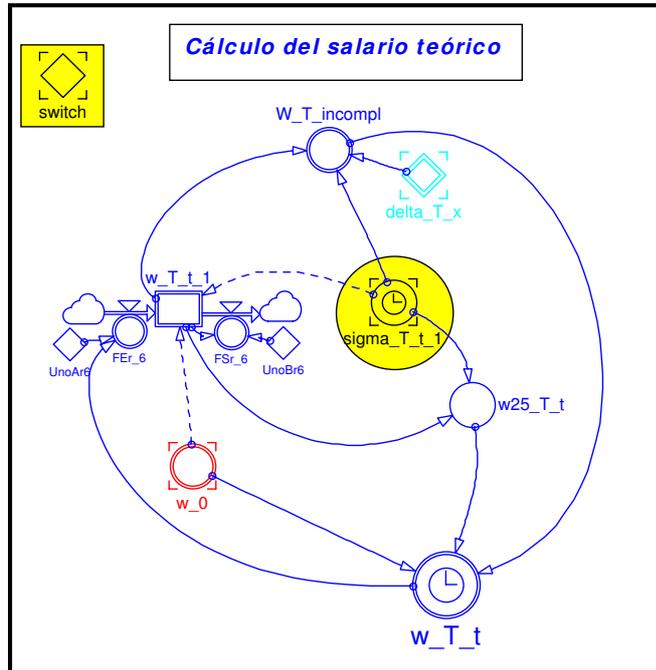


Figura 2.9.

por antigüedad, $delta_T_t_x$.

El cálculo del coste normal y de la provisión matemática del plan, aparecen en la Figura 2.10, donde el valor actuarial de la renta $\ddot{a}_{65}^{(12)}(t)$ y el capital diferido ${}_{65-x}E_x^\tau(t)$ se obtienen, respectivamente, de las expresiones (2.22) y (2.23).

Los gastos por gestión financiera alcanzan un $g = 0,02$ del valor del fondo del plan, y la tasa de amortización es $z = 0,2$.

En el supuesto de un gestor miope (Figura 2.11), el fondo del plan sigue una curva suave y creciente, cóncava en un primer período, en el que las contribuciones son mayores con objeto de amortizar la provisión matemática no constituida, y convexa a partir de un determinado instante. La provisión ma-

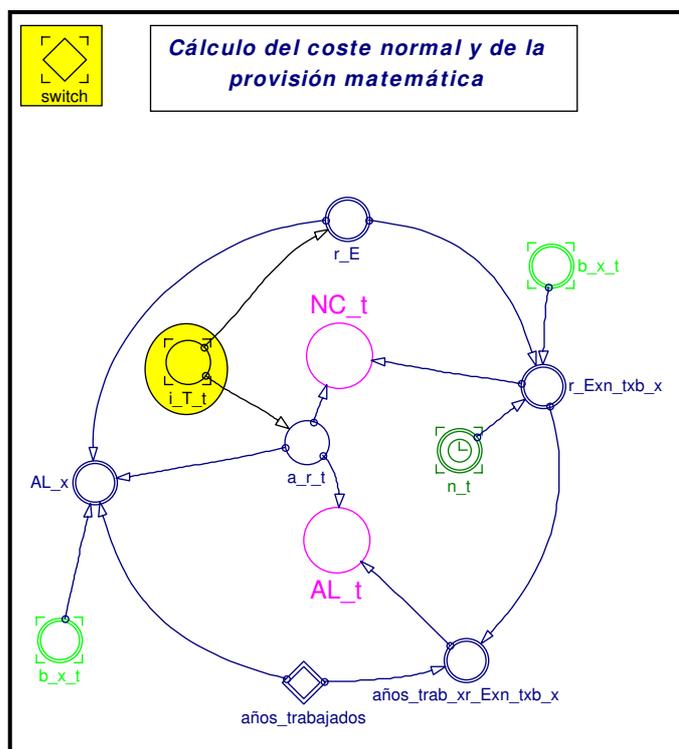


Figura 2.10.

temática muestra un comportamiento suave y con un crecimiento exponencial durante todo el período, al igual que el coste normal. Las gráficas en forma de U de la contribución, el coste suplementario y la provisión matemática no constituida muestran un primer periodo en el que el coste disminuye a medida que se amortiza dicha provisión matemática no constituida del plan. A partir de un mínimo, estas variables crecen toda vez que la inflación y la experiencia en la empresa hacen crecer los salarios y, por tanto, las prestaciones a pagar a los trabajadores jubilados. Estas últimas fluctúan al igual que lo hace el número de trabajadores que se jubilan en cada instante. Igualmente, los rendimientos oscilan alrededor de una tendencia creciente según se ve incrementado

el fondo del plan. Por su parte las ganancias actuariales por jubilación, por salidas y por inversión muestran un comportamiento aleatorio alrededor de cero, con una variabilidad creciente (al mismo tiempo que se ven incrementados los niveles del resto de variables que definen el modelo).

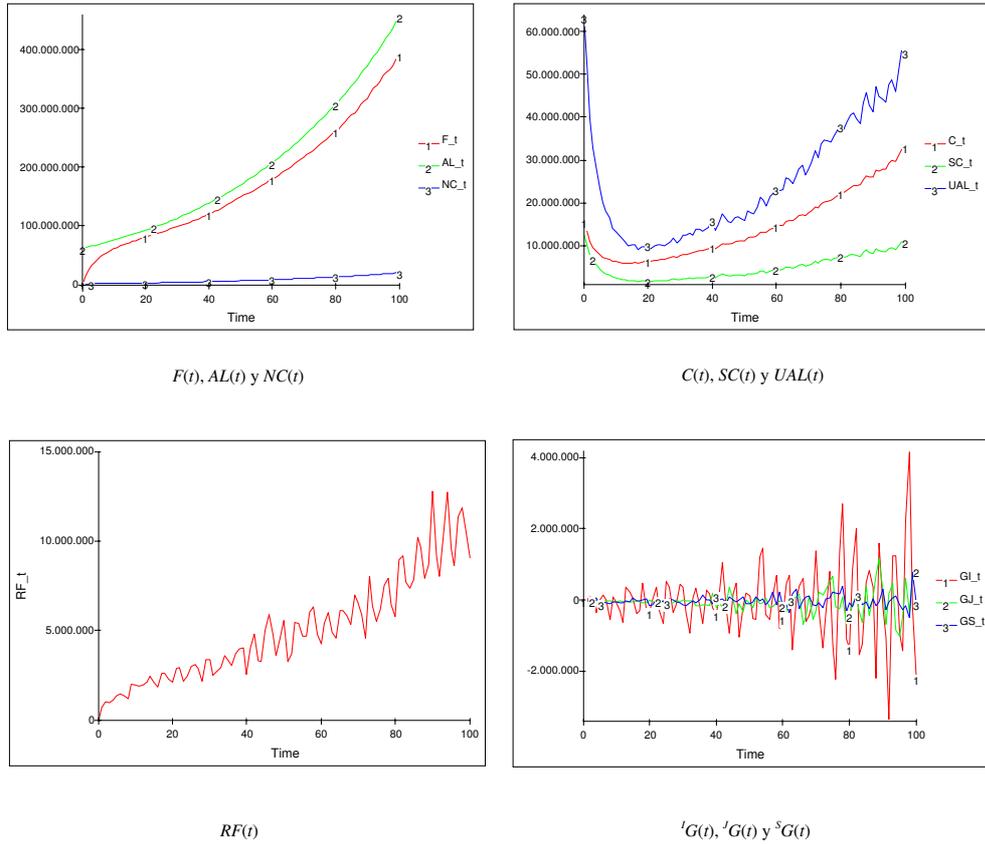


Figura 2.11. Supuesto Miope

Cuando el gestor del plan no sigue un comportamiento miope (Figura 2.12), la evolución del fondo del plan oscila alrededor de la tendencia creciente, inicialmente cóncava y posteriormente convexa del supuesto miope. Por lo que respecta a la provisión matemática constituida y la no constituida, la contri-

bución, el coste normal y el coste suplementario del plan, todos ellos oscilan alrededor de sus valores bajo el supuesto miope. Como se observa en la Figura 2.13, la variabilidad de la ganancia por inversión es menor cuando se considera un gestor no miope, que prevé las oscilaciones del tipo de interés, de la inflación y del número de trabajadores contratados. Por contra, la variabilidad de las ganancias por jubilación y las ganancias por salidas no depende de que el gestor sea o no miope. Como muestra la Figura 2.14, las prestaciones teóricas previstas por el empresario miope difieren de las prestaciones efectivas, pagadas con posterioridad, en mayor medida que las de un empresario que sí prevé la evolución del ciclo económico. Llevando a cabo sucesivas simulaciones puede concluirse que, en promedio, las prestaciones reales obtenidas por los trabajadores jubilados son superiores a las conseguidas por un gestor miope (Figura 2.15).

2.5.3. Análisis de sensibilidad

Una vez llevada a cabo la integración numérica en los supuestos miope y no miope, se plantea ahora la pregunta de cómo estos resultados se ven afectados por cambios en los valores de los parámetros. A continuación, se lleva a cabo un análisis de sensibilidad de los resultados ante desviaciones en los valores de los principales parámetros del modelo. Para cada parámetro, el análisis se lleva a cabo, en primer lugar, para el supuesto miope, explicando a continuación sus posibles discrepancias con el caso no miope.

Incremento del porcentaje de amortización de la provisión matemática no constituida del plan, z :

Cuanto mayor sea esta tasa, más rápidos son el crecimiento del fondo del plan y de su rendimiento. Durante los primeros años la provisión matemática no constituida se amortiza más rápidamente, creciendo más lentamente en años sucesivos. No obstante, este efecto depende del nivel inicial de z . Así, aumentos

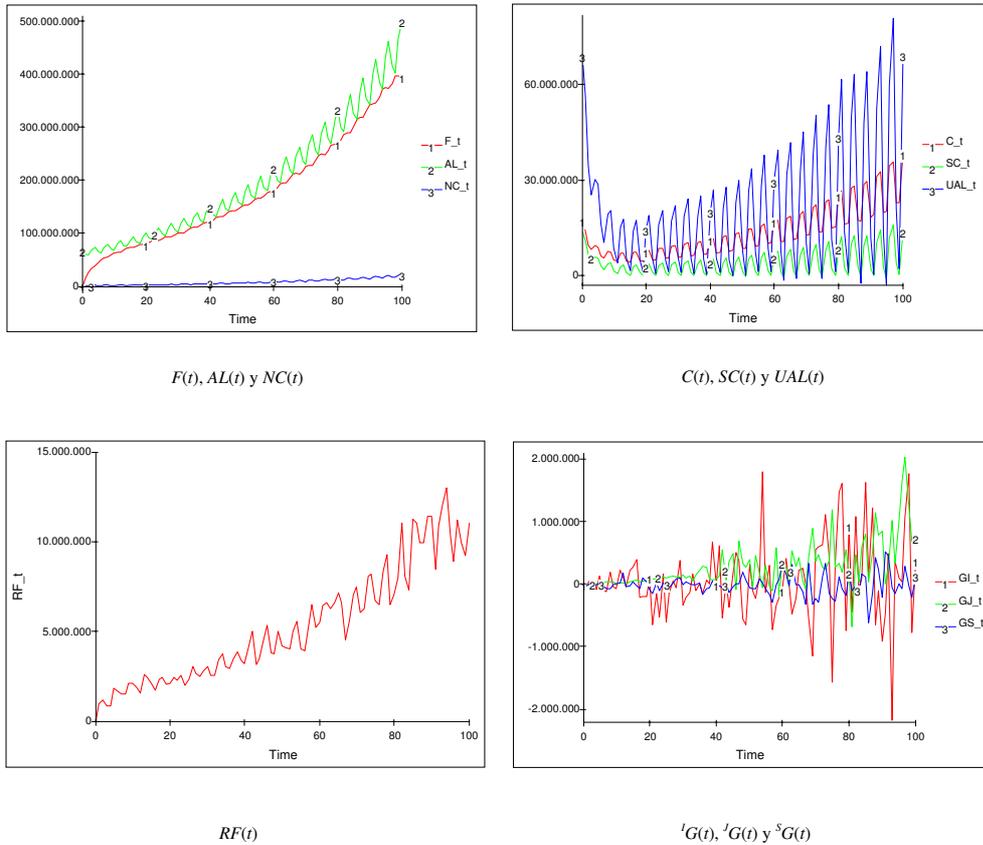


Figura 2.12. Supuesto no Miope

de z tienen cada vez un menor efecto sobre las citadas variables. Inicialmente, una mayor tasa de amortización conlleva un mayor coste suplementario y por tanto, una mayor contribución. No obstante, dado que la provisión matemática no constituida disminuye más rápidamente, aún con un porcentaje de amortización más alto, el coste suplementario y la contribución también disminuyen más rápidamente alcanzando niveles más bajos. A continuación, a medida que aumenta la provisión matemática no constituida del plan, el efecto de un incremento de z sobre estas variables se anula. En resumen, un

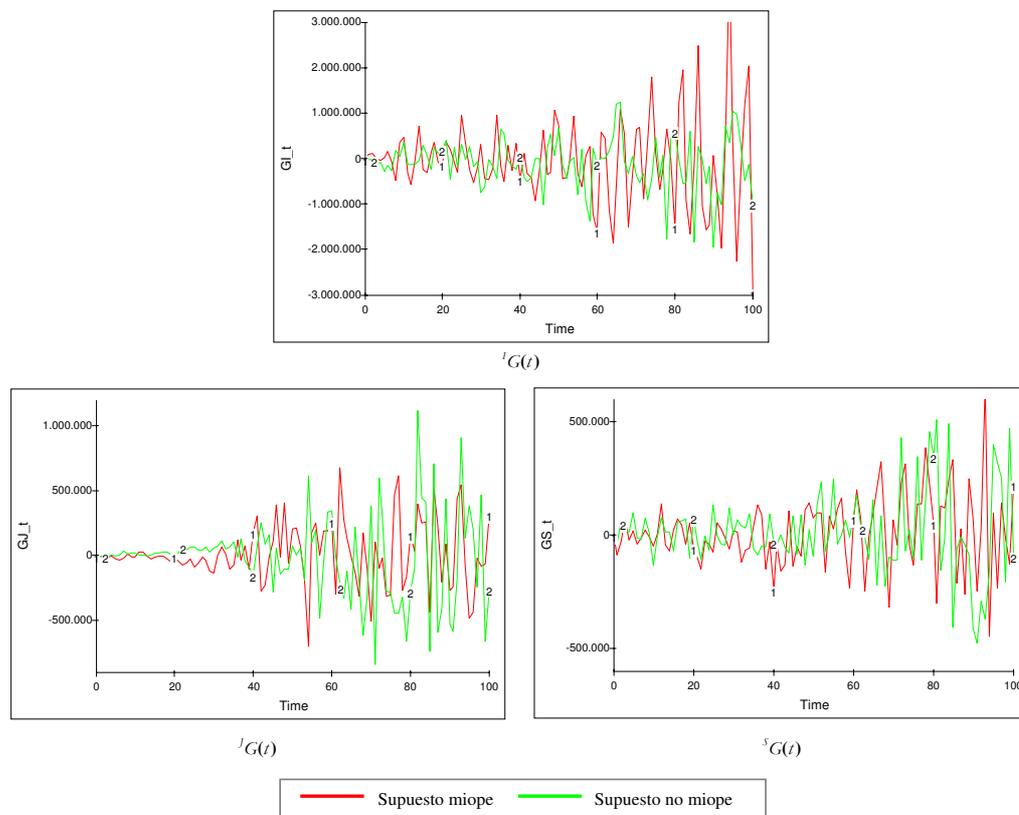


Figura 2.13. Ganancias por Inversión, por Jubilación y por Salidas

mayor porcentaje de amortización implica una mayor contribución en el corto plazo, menor en el medio plazo e idéntica en el largo plazo. La prestación por jubilación y los diversos tipos de ganancia actuarial no se ven afectados por z .

Aumentos de la tasa de amortización en el supuesto no miope tienen un efecto similar al explicado en el caso miope. La principal diferencia radica en el efecto sobre la contribución y el coste suplementario, que inicialmente también es positivo, si bien se anula a partir de un determinado momento. Bajo este supuesto, un mayor porcentaje de amortización no implica mayores contribu-

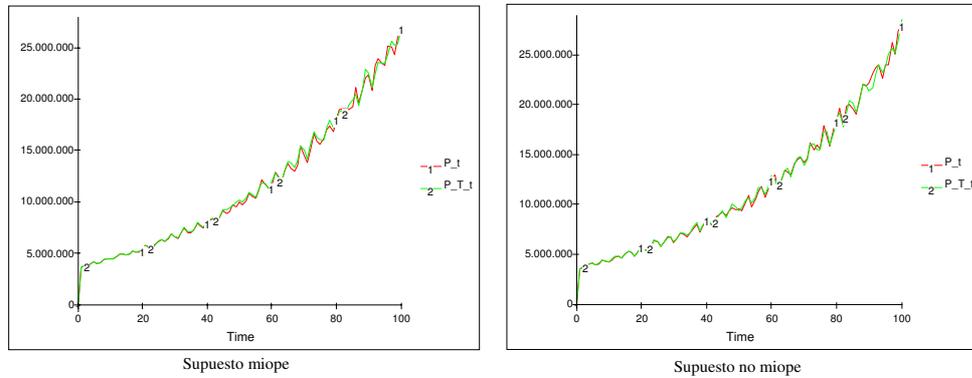


Figura 2.14. Prestación Efectiva y Teórica

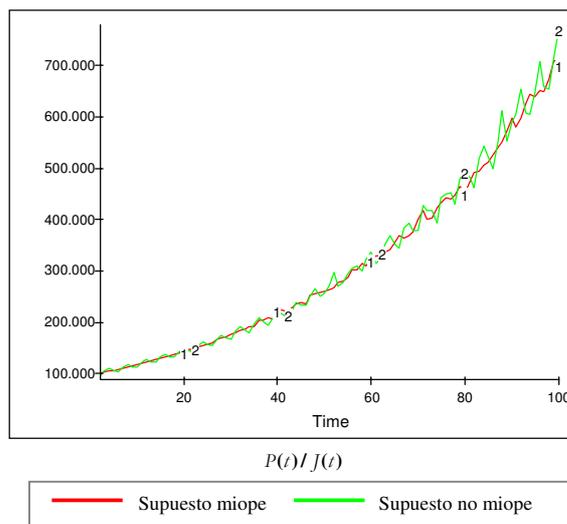


Figura 2.15. Prestación Efectiva por Jubilado

ciones en el largo plazo. Asimismo, junto con lo anteriormente expuesto, cabe añadir un aumento de la variabilidad del fondo y la provisión matemática no constituida del plan.

Incremento de la amplitud del ciclo para el tipo de interés y la tasa de inflación, A :

En el supuesto de un gestor miope, un incremento de esta amplitud da lugar a una mayor variabilidad del fondo (y de los rendimientos), la provisión matemática no constituida, la contribución y el coste suplementario. Asimismo, la ganancia por inversión ve incrementada su volatilidad, no así las ganancias actuariales por jubilación o por salidas.

Cuando el gestor del plan prevé el comportamiento del ciclo, la variabilidad de la ganancia por inversión no se verá afectada por incrementos de A . Por contra, un aumento de la amplitud no sólo lleva aparejado una mayor fluctuación del fondo, sino también un mayor nivel del mismo. Bajo un tipo de comportamiento no miope todas las variables presentan mayores oscilaciones, salvo los diversos tipos de ganancia actuarial.

Incremento de la amplitud del ciclo para el número de trabajadores contratados, A_n :

Con independencia de si el gestor es o no miope, un incremento en la amplitud de la contratación genera, lógicamente, mayores oscilaciones en las prestaciones pagadas a los jubilados. Los diferentes tipos de ganancia actuarial no se ven afectados por A_n . Finalmente, el incremento en la variabilidad del fondo, la contribución y la provisión matemática del plan es poco significativo en el caso miope e inexistente en el supuesto no miope.

Incremento del número de años para calcular el promedio de los últimos salarios, \tilde{n} :

Debido al supuesto de salarios crecientes, un aumento del número de años empleados en el cálculo del salario promedio, a partir del cual se define la pensión

de jubilación, significa una menor pensión de jubilación. En consecuencia, se reduce el fondo (y sus rendimientos), la provisión matemática, la contribución, el coste normal y las prestaciones del plan. La ganancia actuarial, sin embargo, no se ve afectada. El efecto de \tilde{n} es independiente de que el gestor prevea o no la existencia del ciclo.

Incremento de la variabilidad de los valores efectivos frente a los valores teóricos para el tipo de interés, $\epsilon_{i_T}(t)$, la inflación, $\epsilon_\sigma(t)$, la probabilidad de salidas del plan, $\epsilon_{q_x^T}(t)$, y el tanto de incremento salarial, $\epsilon_{\Delta_x^T}$:

Incrementos en la desviación estándar de las variables aleatorias que definen la diferencia entre los valores efectivos y los teóricos de estas cuatro variables no tienen un efecto significativo sobre los niveles del fondo o del resto de las principales variables que definen el plan de pensiones. Sí dan lugar a una mayor variabilidad de las mismas, en general poco significativa. Su principal efecto, lógicamente, se muestra en los distintos tipos de ganancia actuarial, aunque no en su nivel, sino en su variabilidad. Así, una mayor desviación estándar de $i_T(t)$ incrementa la volatilidad de los rendimientos del fondo y, con ello, la volatilidad de la ganancia por inversión. Un incremento en la desviación estándar de $\sigma(t)$ no tiene efecto apreciable sobre la volatilidad de las ganancias actuariales. Un aumento de la desviación estándar de $q_x^T(t)$ incrementa la volatilidad de la ganancia por salidas. Y finalmente, un aumento de la desviación típica de Δ_x^T genera una mayor variabilidad de la ganancia por jubilación.

2.6. Conclusiones

En este capítulo se ha estudiado la dinámica de un plan de pensiones del sistema de empleo de prestación definida no integrado con el sistema de la Seguridad Social. Esto significa que la prestación privada que reciben los trabajadores jubilados, en términos relativos a su salario, no depende de su

nivel de ingresos. Esta dinámica se resume en la evolución del fondo del plan, a partir de la cual pueden obtenerse las trayectorias temporales del resto de variables que definen el plan de pensiones.

Cuando se analiza el modelo más simplista, en el que las previsiones del gestor del plan se verifican en la realidad, es posible calcular explícitamente la trayectoria temporal del fondo del plan. Ésta depende crucialmente de los valores del porcentaje de amortización, la comisión de gestión y el tipo de interés técnico de valoración del plan. El fondo del plan de pensiones converge hacia su valor de estado estacionario únicamente si, en un instante determinado, los gastos de gestión junto con los pagos para amortizar la provisión matemática no constituida (realizados al comienzo del período) superan a los intereses que se obtendrían de invertir la cantidad remanente (no se tiene aquí en cuenta ningún otro flujo de entrada o salida del plan).

El segundo modelo contempla la posibilidad de que las hipótesis actuariales establecidas por el promotor del plan no coincidan con sus valores en todo momento. Esto posibilita la aparición de las denominadas ganancias actuariales. Las desviaciones entre los valores estimados y los efectivos son representadas a través de variables aleatorias. Asimismo, se considera la existencia de ciclos en la economía. Esto permite distinguir entre un gestor miope y uno no miope según sea incapaz o pueda prever el ciclo económico (aunque no necesariamente acierte en cuanto a su amplitud o duración). Finalmente, se analiza el efecto de la inflación sobre el plan de pensiones, por lo que las variables no se miden en términos reales sino nominales. La resolución analítica de este modelo no es factible, por lo que se ha llevado a cabo un estudio numérico apoyado en la metodología de la Dinámica de Sistemas.

El fondo del plan, en términos nominales, crece de forma menos que proporcional en los primeros años en los que hay que amortizar la provisión matemática no constituida, asociada al reconocimiento del derecho a una pensión

de jubilación a todos los trabajadores de la empresa en el instante inicial. Pasados estos primeros años, el plan sigue un crecimiento exponencial dado que, al existir inflación, los precios y los salarios no son estacionarios, sino que crecen a tasas constantes. Por lo que respecta a las contribuciones al plan, estas disminuyen durante los primeros años conforme se amortiza la provisión matemática no constituida. Posteriormente, en términos nominales, las contribuciones crecen con la inflación.

El comportamiento del fondo y de las contribuciones del plan, bajo el supuesto de un gestor que prevé la existencia del ciclo, será oscilante alrededor de la evolución que estas variables mostraban en el caso de un gestor miope. Debido a la existencia de incertidumbre, tanto en el modelo miope como en el no miope, los resultados de las simulaciones para ambos modelos tienen una componente estocástica. A este respecto, se observa que la variabilidad de la ganancia por inversión es menor en el supuesto de un gestor que anticipa las oscilaciones asociadas al ciclo económico. Asimismo, comparando las prestaciones que realmente obtienen los trabajadores, se observa una ligera mejoría cuando el gestor no ignora la existencia de ciclos.

Si bien se ha estudiado la sensibilidad de los resultados ante variaciones de los diferentes parámetros, resulta especialmente interesante el efecto del porcentaje de amortización de la provisión matemática no constituida, dado que, aunque se trata como un parámetro, es un valor que puede determinar el gestor del plan, dentro de los márgenes establecidos por la normativa la respecto. Un aumento de este porcentaje implica incremento de las contribuciones en el corto plazo (cuando se amortiza la provisión matemática no constituida más intensamente), una reducción de las contribuciones en el medio plazo y un efecto prácticamente nulo, sobre éstas, en el largo plazo.

Los resultados de este capítulo se plasman en diversos artículos presentados en congresos nacionales e internacionales y publicados en el artículo:

Peláez Feroso, F.J. y García González, A. (2004): “Análisis de la Estabilidad y Solvencia del Fondo de un Plan de Pensiones de Prestación Definida”. *Rect@*. 5(1), pp. 109-136.

Una versión más definitiva de éste, ha sido expuesta en el seminario *Analyse dynamique d'un fonds de pension non contributif*, organizado por Chair in Game Theory and Management and GERAD, en Montreal, Canada, en Junio de 2007.

2.7. Apéndice: La Dinámica de Sistemas

Siguiendo a Aracil (1992), el origen de la dinámica de sistemas se encuentra en la década de los años 30, en la que se desarrolló la teoría de los servomecanismos, que se caracterizan por la existencia en los mismos de una realimentación de la información, proceso por el cual, al actuar sobre un determinado sistema, se obtiene continuamente información sobre los resultados de las decisiones que se han tomado, información que, a su vez, se emplea en la toma de decisiones sucesivas.

Estas ideas se aplicaron inmediatamente al estudio de otro tipo de problemas que trataban de procesos cuyos componentes eran tecnológicos, mecánicos, eléctricos..., hasta que se intentó su generalización al estudio de procesos socioeconómicos, lo que comportó la dificultad añadida de que en estos últimos, se desconocen en gran medida las leyes que rigen las interacciones en el seno de los mismos, al contrario de lo que sucede con los procesos tecnológicos.

Históricamente, el desarrollo de una aplicación práctica para la compañía Sprague Electric, que fabricaba componentes electrónicos de alta precisión, constituyó el origen de la dinámica de sistemas. J.W. Forrester analiza las grandes oscilaciones observadas en la demanda a mediados de los 50. Este estudio descubre el papel primordial de las estructuras de realimentación en el desarrollo del proceso: el origen de las oscilaciones parecía encontrarse en la combinación de los retrasos en la transmisión de la información con las estructuras de realimentación. Tras una observación de los elementos que formaban parte del proceso y de las relaciones entre los mismos, descubrió cadenas de realimentación negativas, que justificaban la existencia de las oscilaciones. A partir de ahí, surgió lo que se denominó *dinámica industrial* (véanse, Forrester (1968, 1986a) y Roberts (1978)).

A mediados de los 60, Forrester propone la aplicación a sistemas urbanos

de la técnica que en un principio había aplicado a los estudios industriales, surgiendo así la dinámica urbana en la que las variables consideradas eran los habitantes de un área urbana, las viviendas, las empresas, etc. (ver, Alfeld y Graham (1976) y Forrester (1986b)).

A finales de los 60, se produce el primer informe al Club de Roma sobre los límites del crecimiento, en el que se analizaba la evolución previsible de ciertas magnitudes agregadas a nivel mundial en un mundo finito, como la población, los recursos y la contaminación (ver, por ejemplo Forrester (1974) o Meadows (1992)). Finalmente, se comprendió que la metodología era suficientemente potente como para poder tratar los sistemas sociales, cambiándose entonces la denominación de dinámica industrial o dinámica urbana por la definitiva dinámica de sistemas.

Últimamente, el campo de la dinámica de sistemas se ha ampliado hasta abarcar los sistemas ecológicos y medioambientales, donde se han estudiado problemas tanto de dinámica de poblaciones como de difusión de la contaminación (véase, Gutiérrez (1980) y Meadows y Meadows (1973)). Asimismo se ha aplicado a sistemas energéticos, para definir estrategias de empleo de recursos energéticos (ver, Choucri (1981) y Naill (1977)).

Se puede considerar la dinámica de sistemas como un lenguaje para la expresión de sistemas sociales cuya característica esencial radica en que en el interior de los mismos se generan fuerzas que determinan su evolución en el tiempo. El concepto básico para la comprensión del comportamiento dinámico de un sistema radica en los bucles de realimentación entre los elementos que forman dicho sistema (Forrester (1998)). Sólo estudiando el sistema completo, especialmente si está formado por múltiples bucles de realimentación, se puede llegar a comprender su comportamiento (Forrester (1995), Meadows (1997)).

Un *sistema* es un conjunto de elementos en interacción. Al hablar de la dinámica de un sistema, se quiere expresar que las distintas variables sufren

cambio a lo largo del tiempo, como consecuencia de las interacciones que se producen entre ellas. Estas variables se clasifican en *endógenas* y *exógenas*. Las primeras, describen los efectos sobre el sistema susceptibles de ser modificados desde el exterior, mientras que las segundas, representan los elementos cuyo comportamiento está totalmente determinado por la estructura del sistema.

Diagrama Causal

Una vez conocidos los elementos que forman parte del sistema, las relaciones que existen entre ellos se representan por medio del denominado *diagrama causal*, que recoge las relaciones entre cada par de variables, aunque no contiene información cuantitativa sobre la naturaleza de dichas relaciones.

Supuestas dos variables del sistema, si A influye en B, se dice que A es la variable *causa* y B la variable *efecto*. La relación causa-efecto entre ambas variables, se representa por medio de una flecha, cuyo sentido denota el de la relación causal, e indica que B es una función de A, aún cuando se desconozca la expresión matemática de la función:

$$A \longrightarrow B$$

Las relaciones causa-efecto pueden ser tanto positivas (cuando la variación que experimentan las dos variables tiene el mismo sentido), como negativas (cuando esta variación tiene sentido contrario). La relación se representa con un signo “+” (o “-”) sobre la flecha correspondiente:

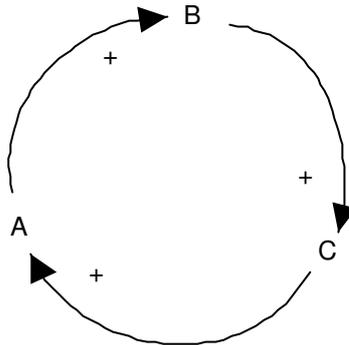
$$A \overset{+}{\longrightarrow} B \quad A \overset{-}{\longrightarrow} B$$

Según el diagrama causal, pueden clasificarse las estructuras causales de los sistemas en dos tipos básicos:

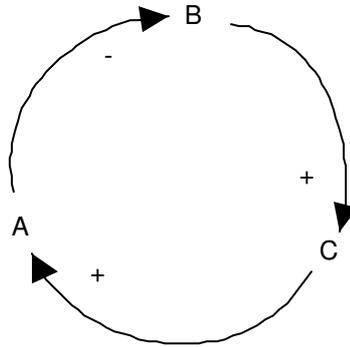
- *Sistemas de estructura causal compleja*: son aquéllos que poseen cadenas cerradas de relaciones causa-efecto denominadas *bucles o ciclos de realimentación*. En ellos, podemos volver a la variable de partida siguiendo las relaciones causa-efecto.
- *Sistemas de estructura causal simple*: son aquéllos que no poseen cadenas cerradas y donde unas variables actúan sobre otras sin que se produzca ningún tipo de interacción entre ellas.

Los bucles de realimentación pueden ser de dos clases:

- *Bucles de realimentación positiva*: son aquéllos en los que la variación de un elemento se propaga a lo largo del bucle de manera que se refuerza la variación inicial. Se caracterizan porque el número de relaciones causa-efecto negativas es par o nulo.



- *Bucles de realimentación negativa*: son aquéllos en los que la variación de un elemento se transmite a lo largo del bucle de manera que determina una variación de signo contrario en el mismo elemento, es decir, se contrarresta la variación inicial. Se caracterizan porque el número de relaciones causa-efecto negativas es impar.



Los bucles de realimentación positivos conducen bien a una expansión o bien a una depresión del sistema, mientras que los negativos llevan a una estabilización del mismo.

En un diagrama causal donde coexisten bucles de realimentación positivos y negativos, la interacción entre ellos determinará el comportamiento global del sistema, que dependerá de qué bucles sean dominantes en cada momento.

Diagrama de Forrester

Entre los distintos elementos que aparecen en los nodos de un diagrama causal, algunos representan variaciones respecto al tiempo de ciertas magnitudes consideradas en ese mismo diagrama. Esa influencia, puede ser representada de forma general por la expresión:

$$\frac{dX}{dt} \rightarrow X$$

La variación de X con respecto al tiempo influye en el crecimiento de la propia variable X . En este hecho se basa el que podamos decir que en la estructura está implícito el comportamiento del sistema.

La variable X se denomina *variable de nivel* o *variable de estado*. La variable dX/dt se denomina *variable de flujo*, y va asociada a la variable de nivel

para determinar su variación a lo largo del tiempo. Por último, una tercera clase de variables, llamadas *variables auxiliares*, representan los pasos intermedios para la determinación de las variables de flujo a partir de las variables de nivel.

El diagrama que se obtiene a partir de un diagrama causal, clasificando sus nodos en variables de nivel, de flujo o auxiliares y asociando a cada una de esas variables unos iconos específicos, se conoce como *diagrama de Forrester*. Estas variables, junto con otras que completan el conjunto de variables que aparecen en un diagrama de Forrester, se examinan a continuación:

1. *Variables de nivel*



Las variables de nivel son aquéllas cuya evolución es significativa para el estudio del sistema. Representan depósitos en los que se acumula materia.

La variación de las variables de nivel tiene lugar por medio de las variables de flujo; ambas estarán unidas por un canal material. Las variables de flujo llenan o vacían los niveles, y, como mínimo, cada nivel tiene asociado un flujo. Dos niveles no pueden estar unidos por canales materiales a menos que exista un flujo que los conecte.

A cada nivel se le puede asociar un flujo de entrada y un flujo de salida, FE y FS respectivamente. La evolución del nivel vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$N(t) = N(0) + \int_0^T (FE(t) - FS(t)) dt,$$

o, de otra forma,

$$\frac{dN}{dt} = FE - FS. \quad (2.38)$$

Esta ecuación se puede escribir, de forma aproximada, como:

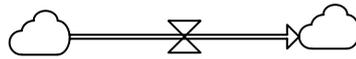
$$N(t + \Delta t) = N(t) + \Delta t [FE(t) - FS(t)]. \quad (2.39)$$

El valor de un nivel en el momento $t + \Delta t$ es igual al valor de ese nivel en t más la cantidad de materia que entra por su flujo de entrada menos la que sale por su flujo de salida durante el intervalo de amplitud Δt .

Un modelo podrá representarse mediante un sistema que tendrá tantas ecuaciones como variables de nivel. Toda ecuación ha de ser válida desde el punto de vista dimensional, es decir, que las unidades de las variables han de ser homogéneas.

El sistema de ecuaciones puede resolverse en tiempo discreto, asignando a Δt el valor 1 en las ecuaciones a las que se hace referencia en (2.39), obteniendo así un sistema de ecuaciones en diferencias; o bien en tiempo continuo considerando el sistema de ecuaciones diferenciales en (2.38).

2. Variables de flujo



Las variables de flujo son aquéllas que determinan la variación de los niveles introduciendo o extrayendo materia en/de éstos. Si la materia es introducida se denomina *flujo de entrada* y si es extraída, *flujo de salida*.

A este tipo de variables se asocian las *ecuaciones de flujo*, que recogen toda la información que les llega de forma multiplicativa. Dicha información puede provenir de cualquiera de las variables del diagrama de

Forrester excepto de otra variable de flujo (dos variables de flujo nunca pueden estar conectadas entre sí).

La forma normal que suelen tomar las ecuaciones de flujo es:

$$F(t) = TN \cdot M(t) \cdot N(t), \quad (2.40)$$

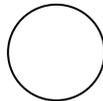
donde TN , representa el flujo normal, $N(t)$, un nivel y $M(t)$, un multiplicador del flujo normal que recoge el efecto de otros factores sobre la variable de nivel:

$$M(t) = M_1[V_1(t)] \cdot M_2[V_2(t)] \cdots M_k[V_k(t)], \quad (2.41)$$

donde $M_i[V_i(t)]$ es una función no necesariamente lineal de una variable V_i , que puede a su vez ser un nivel o una variable auxiliar.

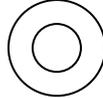
Todo nivel lleva asociada al menos una variable de flujo a la que va unido mediante un canal material. Al resto de las variables, se unen exclusivamente a través de canales de información.

3. Variables auxiliares



Estas variables representan etapas intermedias en la determinación de los valores de los flujos a partir del valor de los niveles. Pueden recibir información desde cualquier variable del diagrama de Forrester, incluso de otras variables auxiliares, aunque frecuentemente se trata de niveles, y envían información a uno o varios flujos o variables auxiliares.

4. *Variables exógenas*



Son variables determinadas desde fuera del sistema, representando una acción del medio sobre éste e influyendo sobre él. Pueden variar en el tiempo.

5. *Constantes*



Son elementos invariantes del sistema. No se modifican con el tiempo.

A todas las variables, salvo a los niveles, les puede llegar información a través de los denominados *canales de información*, que transmiten ésta, pero no necesariamente la conservan. Los niveles no reciben la información directamente, sino que lo hacen a través de los flujos.

Los niveles son las únicas variables a las que puede llegar materia a través de los denominados *canales materiales*, que son aquéllos que transmiten una magnitud física que se conserva. La materia les llega a través de un flujo, y puede provenir de otro nivel, o de una *nube*, que es un pozo o una fuente de materia infinita para el sistema. Estas nubes constituirán el comienzo y el final de los canales materiales.

2.7.1. Estructura de los sistemas

Los bucles de realimentación son el fundamento del comportamiento dinámico de los sistemas. A continuación, se estudian algunos sistemas dotados de estructuras simples que serán la base para la comprensión de los sistemas más complejos.

Sistemas de primer orden

Los sistemas de primer orden son aquéllos con la estructura más elemental: poseen una única variable de nivel.

Para resolver este tipo de sistemas, bastará con solucionar una única ecuación diferencial o en diferencias, dependiendo de si se trabaja en tiempo continuo o discreto, respectivamente.

Los tipos de estructuras simples que se encuentran más comúnmente son:

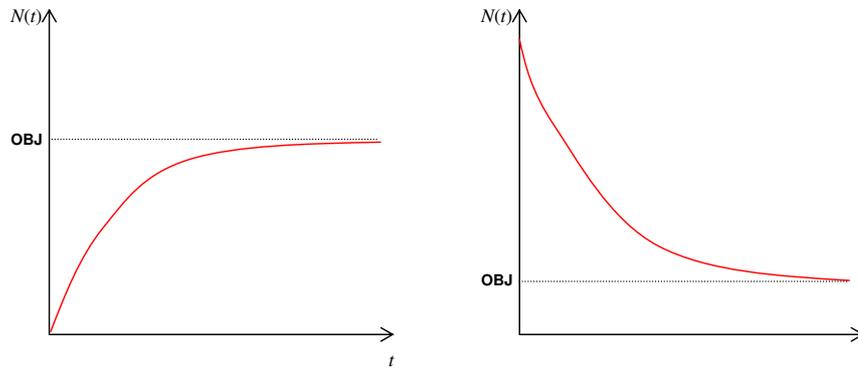
1. *Sistemas de primer orden con bucles de realimentación negativa*

Este tipo de sistemas va encaminado a que la variable de nivel, que constituye la acumulación de todas las acciones pasadas, alcance un objetivo determinado exteriormente. Da lugar a procesos de autorregulación o estabilización.

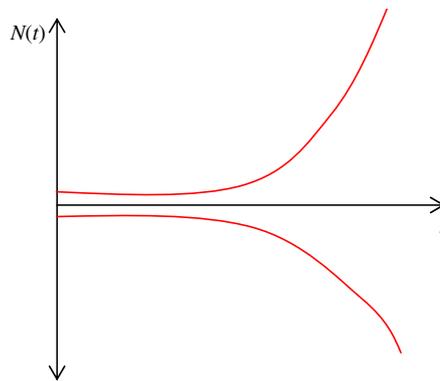
El sistema tendrá un comportamiento en el tiempo creciente/decreciente asintóticamente hacia el objetivo, dependiendo de si el objetivo a conseguir es superior /inferior al nivel inicial.

2. *Sistemas de primer orden con bucles de realimentación positiva*

Los sistemas con bucles de realimentación positiva dan lugar a procesos de crecimiento/decrecimiento sin límite.

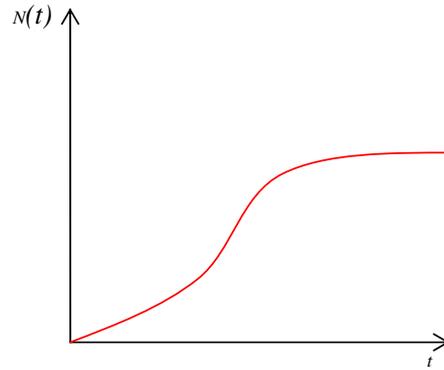


Se producen cuando el flujo que introduce/detrae materia dentro del nivel es una proporción positiva y constante de dicho nivel. De esta manera, un aumento/reducción en la variable de nivel, provoca un aumento/reducción del flujo, lo que a su vez provoca un nuevo aumento/reducción de la variable de nivel, es decir, se produce un crecimiento/decrecimiento exponencial, a diferencia de los sistemas con bucles de realimentación negativa, que daban lugar a crecimientos asintóticos hacia los objetivos. Para ello, es necesario imponer la condición de que el valor del nivel inicial ha de ser distinto de cero.



3. *Sistemas de primer orden con crecimiento en S*

Estos sistemas se caracterizan por una primera zona de crecimiento exponencial y una segunda zona de crecimiento asintótico.



El comportamiento en la zona de crecimiento exponencial corresponde al de los sistemas con bucles de realimentación positiva, y en la zona de crecimiento asintótico, al de los sistemas con bucles de realimentación negativa. Es propio de los sistemas que poseen dos bucles, uno positivo, y otro negativo.

En un sistema de primer orden no pueden aparecer comportamientos oscilatorios: el sistema ha de ser siempre creciente o siempre decreciente, y el nivel nunca puede tomar el mismo valor en dos momentos distintos de tiempo.

Sistemas de segundo orden en adelante

Son aquellos sistemas cuya estructura está formada por dos o más niveles. Constan de varios bucles de realimentación de los cuales, los bucles principales conectan entre sí los niveles, y los bucles secundarios conectan niveles consigo mismos.

Los niveles pueden estar unidos directamente por canales materiales, en

cuyo caso existirá al menos un flujo que los conecta; o indirectamente a través de canales de información, saliendo entonces la información de un nivel para entrar en otro a través de un flujo o de una variable auxiliar.

Este tipo de sistemas se caracteriza por un sistema de tantas ecuaciones diferenciales o en diferencias como niveles existan.

Según sean los autovalores del sistema linealizado, el comportamiento del sistema puede ser asintótico, exponencial u oscilante.

A diferencia de los sistemas de primer orden, la realidad presenta con frecuencia estructuras muy complejas, acoplándose entre sí varias estructuras simples. El predominio de alguno de los bucles de realimentación sobre los demás es lo que principalmente va a motivar el comportamiento del sistema en conjunto.

2.7.2. Retrasos

Al construir el diagrama causal de un sistema es necesario estimar si la transmisión de información o de materia que tiene lugar a través de las relaciones causa-efecto se produce de forma inmediata, o si se produce un retraso. Así, se pueden definir los *retrasos* como el tiempo que transcurre desde que se produce la causa hasta que el efecto se hace patente.

La existencia de un retraso va a suponer que, bien la materia, bien la información que se transmiten a través de sus respectivos canales, se acumulan durante cierto tiempo en algún lugar. Por tanto, aparecerán nuevos niveles en el modelo.

Los retrasos pueden ser de dos clases, según que el elemento retrasado sea la materia o la información.

Retrasos Materiales

Son los retrasos producidos cuando lo que se transmite es la materia. Los retrasos materiales estarán situados entre variables que se unan por canales materiales: los niveles y los flujos. Será necesario introducir en el sistema nuevos niveles y flujos que retengan la materia durante un cierto tiempo. El número de nuevas variables a introducir dependerá de la magnitud del retraso. Cada nivel adicional introducido incrementará el número de ecuaciones de nivel del sistema.

Forrester considera dos tipos de retrasos materiales:

1. *Retrasos materiales de primer orden*

Se modelizan introduciendo un nivel y un flujo adicionales en el sistema. Si la variable de entrada al retraso es un flujo, primero se introduce el nivel de retraso. Si, por el contrario, se trata de un nivel, se introduce primero el flujo de retraso.

La magnitud del retraso se incluye en el modelo a través del denominado *tiempo de ajuste*, (*T.A.*), o tiempo medio empleado en un retraso material en cada uno de los niveles.

$$T.A. = \frac{R}{n},$$

con R , el retraso y n , el número de niveles.

En el caso de retrasos de primer orden, al introducir un único nivel, el tiempo de ajuste coincidirá con el retraso.

Para que el modelo sea correcto desde el punto de vista dimensional, será necesario introducir una constante de ajuste, K , que se define como el inverso del tiempo de ajuste:

$$K = \frac{1}{T.A.} = \frac{1}{R}.$$

2. Retrasos materiales de tercer orden

Se modelizan introduciendo tres niveles y tres flujos adicionales en el sistema. El orden en el que se introducen las nuevas variables dependerá de cuál sea la variable de entrada al retraso.

En este caso, el tiempo de ajuste y la constante de ajuste serán, respectivamente:

$$T.A. = \frac{R}{n} = \frac{R}{3}; \quad K = \frac{1}{T.A.} = \frac{3}{R}.$$

Forrester sólo considera necesarios estos dos tipos de retraso, debido a que la diferencia entre un retraso de primer orden y otro de tercer orden es muy pequeña, por lo que no se consideran retrasos de segundo orden. Si fuera necesario introducir más de tres niveles de retraso, el sistema original estaría mal modelizado y habría que volver a plantearlo.

Para determinar el orden del retraso material, Forrester especifica la siguiente fórmula:

$$n < \frac{R}{2\Delta t},$$

con n , el número de niveles de retraso a introducir, R , el número de unidades de tiempo de retraso y Δt , el intervalo de tiempo en el que varía el nivel.

Retrasos de Información

Estos retrasos surgen cuando se presenta la necesidad de almacenar y retener la información ante de la toma de ciertas decisiones. Se producirán entre variables que se encuentren unidas mediante canales de información. Como variable de entrada tendrán cualquier variable del modelo de la cual pueda salir información, y como variable de salida, cualquiera a la que pueda llegar información, excepto los niveles.

Citando a Aracil (1992), el retraso debe introducirse cuando el tiempo de ajuste esté comprendido entre $1/20$ y 10 veces el horizonte temporal del modelo.

Se van a considerar dos enfoques para estudiar los retrasos de información:

1. *Retrasos producidos con información correspondiente a un único periodo de tiempo*

En un sistema, existe un retraso de información de orden n cuando la información llega a una variable con n unidades de tiempo de retraso.

Para su simulación es necesario introducir en el diagrama de Forrester n niveles y flujos ficticios, siendo n el orden del retraso (Forrester contempla la posibilidad de que existan retrasos de información de orden uno y de orden tres). El tiempo de ajuste, ($T.A.$), se determina igual que en los retrasos materiales. El número de ecuaciones del sistema se incrementa según el orden del retraso.

2. *Retrasos producidos con información correspondiente a un promedio de varios periodos de tiempo*

En este caso las decisiones se toman en función de promedios. El valor que tomará una variable será el valor promedio de dicha variable de una serie de periodos anteriores.

Este procedimiento presenta, entre otros, el inconveniente de que es necesario trabajar con un gran número de datos, que pueden ser desconocidos para ciertos periodos. Además, en la realidad se tiende a dar más peso a los datos más recientes. Para ello, se calcula el promedio o media exponencial, que, como menciona Aracil (1992), consiste en ponderar los datos disponibles de manera que los más recientes influyan en

el promedio de forma más significativa que los más antiguos:

$$\text{PROM}(t + 1) = \text{PROM}(t) + \frac{V(t) - \text{PROM}(t)}{T.A.},$$

donde $V(t)$, es el valor de la variable a promediar en el instante t ; $\text{PROM}(t)$, es el promedio o media exponencial de la variable $V(t)$ en el instante t , y $T.A.$; el tiempo de ajuste o número de periodos para los que se calcula el promedio.

Ésta será una ecuación de nivel más y, por tanto, habrá que introducir un nuevo nivel y un nuevo flujo asociado en el diagrama de Forrester.

2.7.3. Análisis de sensibilidad

Es conveniente estudiar cómo se modifican los niveles ante ciertas variaciones de sus valores iniciales o de alguno de sus parámetros. Si los niveles experimentan grandes modificaciones ante pequeñas variaciones en algún parámetro o condición inicial, estaremos ante un modelo muy sensible a dicho parámetro o condición inicial, y será necesaria una estimación muy precisa para considerar válido el modelo.

Normalmente, en dinámica de sistemas, tanto la simulación de los modelos como su posterior análisis de sensibilidad se realiza en tiempo discreto. Así, tendremos sistemas de la forma:

$$N(t + 1) = f(N(t), p, N(0)), \tag{2.42}$$

donde $N(t)$ es el vector de los n niveles del sistema en el momento t ; $N(0)$, el vector de las n condiciones iniciales; p , el vector de los m parámetros del sistema; y f , la función que relaciona los niveles entre los momentos de tiempo t y $t + 1$.

El análisis de sensibilidad estudia la modificación en la trayectoria de cada nivel ante una variación de un parámetro o condición inicial.

Existen dos métodos para realizar el análisis de sensibilidad de un modelo:

Método de las pasadas sucesivas

Este método consiste en calcular las diferencias existentes entre las trayectorias originales que sigue cada nivel, $N(t)$, y unas nuevas trayectorias, $N'(t)$, que vienen dadas por la ecuación $N'(t+1) = f(N'(t), p', N'(0))$, donde p' o $N'(0)$ tienen las mismas componentes que p y $N(0)$ excepto una, es decir, la nueva trayectoria procede de una modificación del valor de un parámetro o de una condición inicial.

La sensibilidad es una medida de la distancia existente entre los valores de los niveles en las dos trayectorias para cada instante de tiempo t .

Método de los coeficientes de sensibilidad

En este método se analiza la sensibilidad de los niveles ante variaciones en los parámetros o condiciones iniciales a partir de los coeficientes de sensibilidad, que se definen como la derivada parcial del nivel respecto del parámetro o condición inicial seleccionada en el momento t :

$$\sigma(N_\alpha, t) = \frac{\partial N(t)}{\partial \alpha},$$

donde α es el parámetro o condición inicial respecto del cual se está calculando la sensibilidad para el nivel $N(t)$.

Para calcular los coeficientes de sensibilidad, éstos se relacionan en dos momentos de tiempo consecutivos ($\sigma(N_\alpha, t+1)$ con $\sigma(N_\alpha, t)$) para obtener su ley de recurrencia. Para ello, se deriva la expresión (2.42) respecto de cada

uno de los parámetros y condiciones iniciales, obteniendo:

$$\begin{aligned}\sigma(N_p, t + 1) &= \frac{\partial f}{\partial N(t)} \cdot \sigma(N_p, t) + \frac{\partial f}{\partial p} \\ &= \mathcal{J}^t f[N(t)] \cdot \sigma(N_p, t) + \mathcal{J}^t f[p], \\ \sigma(N_{N(0)}, t + 1) &= \frac{\partial f}{\partial N(t)} \cdot \sigma(N_{N(0)}, t) + \frac{\partial f}{\partial N(0)} \\ &= \mathcal{J}^t f[N(t)] \cdot \sigma(N_{N(0)}, t) + \mathcal{J}^t f[N(0)],\end{aligned}$$

con $\sigma(N_p, t)$ y $\sigma(N_{N(0)}, t)$, las matrices de los coeficientes de estabilidad en el momento t ; $\mathcal{J}^t f[N(t)]$, la traspuesta de la matriz jacobiana de f respecto de $N(t)$; y $\mathcal{J}^t f[p]$ y $\mathcal{J}^t f[N(0)]$, las traspuestas de las matrices jacobianas de f respecto de p y $N(0)$, respectivamente.

Así, por ejemplo, para calcular los coeficientes de sensibilidad asociados a un parámetro cualquiera, α , se tiene:

$$\sigma(N_\alpha, t + 1) = \frac{\partial N(t + 1)}{\partial \alpha} = \frac{\partial f}{\partial N(t)} \cdot \frac{\partial N(t)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \alpha} = \frac{\partial f}{\partial N(t)} \cdot \sigma(N_\alpha, t) + \frac{\partial f}{\partial \alpha}.$$

Partiendo de las condiciones iniciales de los parámetros, se pueden calcular los coeficientes de sensibilidad. Los coeficientes iniciales serán nulos excepto los coeficientes de los niveles respecto de sus niveles iniciales, que serán igual a la unidad:

$$\sigma(N_p, 0) = \frac{\partial N(0)}{\partial p} = 0; \quad \sigma(N_{N(0)}, 0) = \frac{\partial N(0)}{\partial N(0)} = 1.$$

Coefficientes de sensibilidad relativos

Hasta este momento se ha estudiado la modificación que experimenta un nivel ante la variación de un parámetro o condición inicial, pero sin especificar qué parte de esa modificación corresponde a la variación del parámetro o condición inicial y qué parte corresponde a la magnitud de dicho parámetro

o condición inicial. Por tanto, los valores proporcionados por los anteriores coeficientes de sensibilidad no pueden compararse entre sí.

Los coeficientes de sensibilidad relativos estudian la modificación experimentada por un nivel ante una variación en algún parámetro o condición inicial, independientemente de la magnitud de la variación, es decir, expresan la variación relativa del nivel con respecto a la variación relativa del parámetro o condición inicial. Para obtener valores comparables, los coeficientes de sensibilidad relativos se definen:

$$\sigma'(N_p, t) = \frac{d(\ln N(t))}{d(\ln p)} = \frac{p}{N(t)} \cdot \sigma(N_p, t),$$

$$\sigma'(N_{N(0)}, t) = \frac{d(\ln N(t))}{d(\ln N(0))} = \frac{N(0)}{N(t)} \cdot \sigma(N_{N(0)}, t).$$

El nivel será más sensible relativamente respecto de un parámetro o condición inicial cuanto más se aleje el correspondiente coeficiente de sensibilidad de la unidad.

Capítulo 3

Planes de pensiones del sistema de empleo de prestación definida integrados con el sistema de la Seguridad Social

3.1. Introducción

Uno de los principales motivos que mueven a un empresario a implantar en su empresa un plan de pensiones es el tratamiento fiscal favorable que tienen las contribuciones que realiza al plan de pensiones. Además, el plan también supone un incentivo para los empleados, pues se trata de una retribución más que éstos percibirán de forma diferida a partir de su jubilación. Sin embargo, la creación de un plan de pensiones puede no resultar atractiva para aquellos empresarios que ven en ello un coste demasiado gravoso. Por ello, una posible solución reside en la consideración de Planes de Pensiones integrados con la Seguridad Social. Estos planes son aquéllos que se caracterizan porque las prestaciones económicas que garantizan dependen de las otorgadas por el

sistema público de pensiones.

El objeto del estudio de este capítulo se centra en la descripción y posterior análisis de un plan de pensiones del Sistema de Empleo de prestación definida, integrado con el sistema público de la Seguridad Social.

Los objetivos que se persiguen son, entre otros:

- Determinación de las prestaciones de jubilación que en el momento del retiro del partícipe-trabajador y, en términos de tasas de sustitución, cubren tanto el plan de pensiones como el sistema de la Seguridad Social en España.
- Descripción y análisis de un modelo que recoge el proceso de integración de un plan de pensiones de empleo de prestación definida con el sistema público de la Seguridad Social en España.
- Estudio de la variación en el grado de discriminación del sistema de la Seguridad Social cuando se procede a integrar este sistema con un plan de pensiones de prestación definida, teniendo en cuenta los diferentes grupos de ocupación profesionales a los que pertenece cada uno de los trabajadores afiliados al Régimen General de la Seguridad Social.

Dos son los métodos más habitualmente utilizados en el proceso de integración de ambos sistemas de previsión social, el *método Offset* y el *método Excess*.

En los planes integrados mediante el método Offset se especifica la prestación que proporcionaría el plan de pensiones si no estuviera integrado, así como una reducción en la misma que consiste en un porcentaje de la prestación que se espera que el trabajador reciba, bien del sistema de la Seguridad Social, o bien del propio plan de pensiones. Este porcentaje es el mismo para todos los empleados de la empresa promotora del plan de pensiones, cualquiera que sea

su nivel salarial. El Offset debe permanecer invariable a partir del momento de la jubilación, de forma que ningún incremento en las prestaciones de la Seguridad Social después de que el empleado se haya jubilado pueda reducir la prestación que está recibiendo del plan de pensiones.

Los planes de pensiones que utilizan el método de integración *Excess* se caracterizan principalmente porque establecen previamente un determinado *Nivel de Integración* con el fin de poder determinar la prestación de jubilación que garantiza el plan de pensiones. Para determinar la prestación de jubilación que cubre el plan a cada partícipe, estos planes deducen de las ganancias salariales finales o medias previas a la jubilación, una cuantía igual al denominado nivel de integración, que podrá ser fijado por el propio plan de pensiones, y sobre este excedente se aplica un determinado porcentaje, bien fijo, bien dependiente del número de años que se hayan trabajado, superior al porcentaje que se aplica a la parte de las ganancias salariales que queda por debajo de dicho nivel de integración.

Para calcular las prestaciones de los planes de pensiones, se pueden utilizar como referencia las ganancias salariales obtenidas por un trabajador durante los últimos años de su vida laboral, en cuyo caso se habla de planes *Final-Pay*, o bien se pueden utilizar los salarios obtenidos a lo largo de toda su carrera profesional, tratándose entonces de planes *Career-Pay*. Tanto en unos como en otros, para calcular la cuantía de las pensiones, se puede aplicar sobre las ganancias salariales un determinado porcentaje fijo sobre una cantidad global, como es el caso de los planes de tipo *flat benefit*, o bien un cierto porcentaje por año trabajado, si se trata de planes de tipo *unit benefit* (ver Martocchio (2003)).

3.2. Variables, parámetros e hipótesis del modelo

A continuación, se realiza una descripción de las variables y de los parámetros que van a ser estudiados en este capítulo.

B_r^s . Prestación de jubilación de la Seguridad Social. Para su determinación se tiene en cuenta la Base Reguladora de la pensión¹, el número de años trabajados y la edad de jubilación de cada afiliado al sistema de la Seguridad Social. Así se tiene que $B_r^s = BR\alpha\gamma$, siendo α el porcentaje de cotización que se aplica a la Base Reguladora de la pensión de jubilación que corresponde a cada partícipe en el momento de su retiro. Este porcentaje es función del número de años trabajados como activo, durante los cuales, ha contribuido a financiar con sus aportaciones al sistema público de la Seguridad Social. Por su parte, γ , es un porcentaje que depende de la edad de jubilación, r , y deberá ser aplicado a la Base Reguladora de la pensión. La ley establece una determinada reducción sobre la Base Reguladora de la pensión por cada año que se adelanta la jubilación de cada trabajador respecto de la edad normal establecida para la misma, los 65 años².

S_r . Salario alcanzado por cada partícipe del plan de pensiones a la edad de

¹La Base Reguladora de la pensión, en su modalidad contributiva, se tiene en cuenta para calcular la prestación de jubilación concedida por el sistema de la Seguridad Social a cada trabajador que cesa en su actividad laboral. Según se recoge en el Artículo 162 del Texto Refundido de la Ley General de la Seguridad Social, aprobado por Real Decreto legislativo 1/1994, de 20 de junio, junto con las modificaciones introducidas en la Ley 24/1997, de 15 de julio, de Consolidación y Racionalización del Sistema de la Seguridad Social, dicha Base Reguladora viene definida en la actualidad por la expresión

$$BR = \left[\sum_{j=1}^{24} BCCC_j + \sum_{j=25}^{180} BCCC_j \frac{IPC_{25}}{IPC_j} \right] / 210.$$

En esta fórmula, BR denota la Base Reguladora de la pensión de jubilación; $BCCC_j$ la Base de Cotización para contingencias comunes del j -ésimo mes anterior a la jubilación; e IPC el Índice de Precios al Consumo correspondiente al j -ésimo mes previo a la jubilación.

²Artículo 163 de la Ley General de la Seguridad Social de 1994, con las modificaciones introducidas por la Ley 24/1997, de 15 de julio, de Consolidación y Racionalización del Sistema de la Seguridad Social y por la Ley 40/2007, de 4 de diciembre, de medidas en materias de Seguridad Social.

jubilación. Para estimar este salario a partir de una edad anterior se considera la tasa anual de crecimiento esperado de los salarios, que está relacionada con los Índices de Precios al Consumo³ correspondientes a cada periodo.

${}_nS_r$. Salario promedio de los últimos n años previos al retiro de cada partícipe-trabajador del plan de pensiones.

B_r^p . Prestación de jubilación del plan de pensiones. Es aquella que el plan se compromete a garantizar anualmente a cada partícipe del mismo. Esta prestación estará relacionada con la otorgada por la Seguridad Social o con las Bases de Cotización consideradas para el cálculo de tal prestación.

p . Porcentaje que, para un trabajador, se aplica al salario final o a la media de los salarios de un cierto número de años previos a su retiro en el momento de su jubilación, con el fin de calcular la prestación del plan de pensiones sin integrar. Su valor representa el compromiso que en términos de prestaciones de jubilación desee cubrir el plan a sus partícipes, y es independiente del número de años que lleve el trabajador en la empresa que lo promueve.

w . Porcentaje que, para calcular la prestación del plan de pensiones sin integrar, se aplica al salario final o al salario promedio de los últimos n años previos al retiro de cada partícipe, multiplicado por el total de años trabajados en la empresa. Este porcentaje favorecerá a los empleados con carreras profesionales más largas.

B_r . Prestación de jubilación total. Denota la suma de las prestaciones cubiertas por el plan de pensiones y por el sistema de la Seguridad Social.

$$B_r = B_r^p + B_r^s.$$

³ Siguiendo a Escuder y Escuder (2009), los Índices de Precios al Consumo (IPC) de cada país son indicadores económicos que tratan de captar las variaciones relativas de magnitudes socio-económicas, suelen tomarse como medida de la inflación y a ellos se vinculan, entre otros, la revalorización de la pensiones y la fijación de los salarios en muchos convenios colectivos.

R^s . Tasa de Sustitución de la Seguridad Social. Denota el porcentaje que la prestación de jubilación otorgada por este sistema representa sobre el salario final de cada trabajador.

$$R^s = \frac{B_r^s}{S_r}.$$

R^p . Tasa de Sustitución del plan de pensiones. Denota el porcentaje que supone la prestación del plan de pensiones sobre el salario final de cada trabajador.

$$R^p = \frac{B_r^p}{S_r}.$$

R . Tasa de Sustitución Total. Viene establecida como el porcentaje del salario final bruto que es sustituido por la prestación total de jubilación para cada trabajador.

$$R = \frac{B_r}{S_r}.$$

q . Porcentaje de reducción aplicado a la prestación de jubilación otorgada bien por el sistema de la Seguridad Social, bien por el propio plan de pensiones a cada trabajador que se retira. Es el Offset considerado en el proceso de integración.

NI . Nivel de integración. Cuantía que se deduce de las ganancias finales, o medias previas a la jubilación del trabajador, para calcular la prestación económica que desea garantizar el plan integrado con la Seguridad Social. Este valor es elegido por el empresario, teniendo como tope el nivel de integración máximo. Este nivel de integración puede ser fijado en una cuantía constante (planes integrados estáticamente) o variable, en función de los cambios que experimentan, por lo general, las Bases de Cotización de cada trabajador para cada año (planes integrados dinámicamente).

\overline{NI} . Nivel de integración máximo. Normalmente está relacionado con las Bases de Cotización máximas a la Seguridad Social sobre las que se calculan las contribuciones del empresario y de los trabajadores a dicho sistema. El nivel de integración máximo puede ser constante o crecer anualmente según lo hacen las Bases de Cotización. A este respecto, conviene precisar que en planes de pensiones *Final-Pay*, el nivel de integración máximo se calcula como el promedio de las Bases de Cotización máximas para los últimos años previos al retiro del trabajador, mientras que en planes de pensiones *Career-Pay*, el nivel de integración máximo se calcula como el promedio de las Bases de Cotización máximas para todos los años que integran la carrera laboral de cada trabajador.

λ . Porcentaje aplicable a la parte de las ganancias salariales de un empleado que exceden del nivel de integración en los planes de tipo *flat benefit*.

ρ . Porcentaje aplicable a la parte de las ganancias salariales de un trabajador que quedan por debajo del nivel de integración en los planes de tipo *flat benefit*, con $\lambda > \rho$.

β . Porcentaje que se aplica en los planes *Final-Pay* de tipo *unit benefit* a la parte de las ganancias salariales de un empleado que exceden del nivel de integración.

δ . Porcentaje que se aplica en los planes *Final-Pay* de tipo *unit benefit* a las ganancias salariales de un trabajador que quedan por debajo del nivel de integración, con $\beta > \delta$.

ν . Porcentaje aplicable a la parte de las ganancias salariales de un empleado que exceden del nivel de integración en los planes *Career-Pay* de tipo *unit benefit*.

η . Porcentaje aplicable a la parte de las ganancias salariales de un trabajador que quedan por debajo del nivel de integración en los planes *Career-Pay*

de tipo *unit benefit*, con $\nu > \eta$.

Para poder trabajar con este modelo, se describen a continuación un conjunto de hipótesis que es necesario establecer sobre los parámetros y variables que en él intervienen:

- La prestación de jubilación concedida por el sistema público de la Seguridad Social es conocida para cada trabajador retirado, ya que se establece en función de los salarios computables para un determinado número de años. Los salarios computables que se consideran en las Bases de Cotización para el cálculo de la Base Reguladora de la pensión de jubilación de la Seguridad Social para cada trabajador, en su modalidad contributiva, se determinan suponiendo conocidos los valores que van a tomar los parámetros más relevantes del modelo considerado.
- Todos los trabajadores pertenecientes al plan de pensiones han trabajado 35 años, cotizando durante todos ellos de forma ininterrumpida al Régimen General de la Seguridad Social y que al final del año 2019 cumplen 65 años (ver, por ejemplo, Graham (1994), Bender (1999, 2001)). En consecuencia, les corresponde percibir el total de la Base Reguladora de la pensión que se utiliza para determinar la cuantía de la prestación de jubilación⁴ otorgada por este sistema público de pensiones.
- Para la determinación de los salarios que corresponden a cada año del período 1985-2019, objeto de estudio, se toman como referencia los salarios descritos en la Encuesta de Estructura Salarial⁵ del año 2002 del

⁴El Artículo 163 de la Ley General de la Seguridad Social, con las posteriores modificaciones introducidas en la Ley 24/1997, contiene las normas para determinar la cuantía de la pensión (prestación) de jubilación que el sistema de la Seguridad Social concede a cada trabajador que se retira, siempre que no exceda del tope máximo establecido anualmente para esta pensión en los Presupuestos Generales del Estado.

⁵La Encuesta de Estructura Salarial (EES), realizada por primera vez por el INE en el año 1995, es una operación estadística de periodicidad cuatrienal llevada a cabo en el marco de

INE, y la tasa media de crecimiento salarial deducida de las Series Enlazadas de Índices de Costes Laborales (ICL) con la Encuesta de Salarios de la Industria y de los Servicios⁶ del INE para el período 1981-2001 y, posteriormente, con la Encuesta Trimestral de Coste Laboral (ETCL).

- Los salarios computables en las Bases de Cotización⁷ para el período 2002-2019 se calculan capitalizando los mismos a la tasa media de crecimiento salarial y para el período 2002-1985 actualizando a dicha tasa dichos salarios. Durante el intervalo 2006-2019 se supone que el IPC y, por tanto, los salarios crecen a una tasa anual acumulativa constante del 2%. Además, desde 1985, cada 7 años, se estima en un 10% el crecimiento de los salarios atribuido a la permanencia del empleado en la empresa.
- La Base Reguladora de la pensión de cada trabajador, según el año y grupo de ocupación al que pertenece, se determina considerando que las Bases de Cotización máximas crecen desde el año 2006 a una tasa anual media estimada del 3,3% y que no existen lagunas de cotización, es decir,

la Unión Europea con criterios comunes de metodología y contenidos, a fin de obtener unos resultados comparables sobre la estructura y distribución de los salarios entre los Estados Miembros. La Encuesta de Estructura Salarial del año 2002, investiga la distribución de las ganancias salariales medias por trabajador y año según la Clasificación Nacional de Ocupaciones (CNO-94) realizada en función de distintas variables como el sexo, rama de actividad, antigüedad, tamaño de la empresa y ocupación. Esta última es la que se considera en la realización de este trabajo.

⁶Las Series Enlazadas de Índices de Costes Laborales (ICL) con la Encuesta de Salarios de la Industria y de los Servicios (ES), realizadas por el INE para el período 1981-2001, tienen como finalidad proporcionar información sobre los niveles y la evolución de las ganancias salariales medias brutas de cada trabajador (antes de la deducción de impuestos y cotizaciones a la Seguridad Social). De los datos recogidos en las mismas obtenemos los tantos de crecimiento salarial para cada uno de los períodos que comprende este análisis. A partir del año 2001 la Encuesta de Salarios de la Industria y de los Servicios ha sido sustituida por la denominada Encuesta Trimestral de Coste Laboral (ETCL) del INE.

⁷Los componentes que integran los salarios que se computan en las Bases de Cotización para cada trabajador vienen descritos en el Artículo 110 de la Ley General de la Seguridad Social, con carácter general, y en la Ley de Presupuestos Generales del Estado para cada año, de forma particular.

períodos en los que el trabajador no ha tenido la obligación de cotizar.

- El análisis de los planes de pensiones integrados con el sistema de la Seguridad Social sólo se realiza para las prestaciones de jubilación, y suponiendo que en la empresa promotora del plan hay trabajadores representativos de todos los grupos de ocupación considerados.

3.3. El modelo

En este trabajo se define un modelo que recoge la estructura de un plan de pensiones del sistema empleo de prestación definida integrado con el sistema público de la Seguridad Social (véase McGill et al. (1984) y Herce (1989)). Para su análisis, se calculan en primer lugar las prestaciones de jubilación cubiertas por el sistema público de la Seguridad Social para cada trabajador retirado, estableciéndose éstas en función de los salarios percibidos durante un número determinado de años. A continuación se determinan las prestaciones de jubilación cubiertas por el plan de pensiones teniendo en cuenta las prestaciones otorgadas por el sistema público.

Para obtener la prestación de jubilación que proporciona el plan de pensiones integrado, se utilizan usualmente dos métodos: el método Offset y el método Excess. Como recogen Anderson (1976) y Bender (1999, 2001, 2009), el propósito de un plan integrado es garantizar a cada trabajador, a partir del momento de su jubilación, una prestación económica que compense la diferencia existente entre la pensión de jubilación otorgada por la Seguridad Social y las ganancias salariales que obtenía antes de retirarse.

En este contexto, cuando se emplea el método Offset⁸ para la integración de un plan de pensiones con el sistema de la Seguridad Social se tiene en

⁸El método Offset es empleado principalmente en planes de prestación definida, siendo raro encontrarlo en planes de aportación definida (ver, por ejemplo, Graham (1994) y Bender (2009)).

cuenta, en primer lugar, un plan de pensiones de tipo *flat benefit*. Entonces, si la reducción de la prestación del plan sin integrar se realiza sobre la prestación de la Seguridad Social, como se constata en Schulz y Leavitt (1983), la prestación de jubilación será de la forma:

$$B_r^p = \begin{cases} p_n S_r - q B_r^s & \text{si } p_n S_r > q B_r^s, \\ 0 & \text{si } p_n S_r < q B_r^s. \end{cases}$$

Cuando la reducción de la prestación del plan sin integrar se realiza sobre la propia prestación del plan, entonces vendría dada a través de la expresión:

$$B_r^p = \begin{cases} p_n S_r - q p_n S_r & \text{si } q < 1, \\ 0 & \text{si } q = 1. \end{cases}$$

Si, por el contrario, el plan de pensiones es del tipo *unit benefit*, las anteriores prestaciones se definen, respectivamente, como:

$$B_r^p = \begin{cases} w k_n S_r - q B_r^s & \text{si } w k_n S_r > q B_r^s, \\ 0 & \text{si } w k_n S_r < q B_r^s; \end{cases}$$

$$B_r^p = \begin{cases} w k_n S_r - q w k_n S_r & \text{si } q < 1, \\ 0 & \text{si } q = 1, \end{cases}$$

donde k es el número de años trabajados por el empleado en la empresa promotora del plan de pensiones.

Cuando se emplea el método *Excess*⁹ para la integración de un plan de pensiones de tipo *flat benefit* con la Seguridad Social, con independencia de si se consideran las ganancias medias finales (planes *Final-Pay*) o las de toda la carrera laboral (planes *Career-Pay*), la prestación de jubilación del plan viene definida por la expresión:

$$B_r^p = \begin{cases} \lambda(n S_r - \overline{NI}) + \rho \overline{NI} & \text{si } n S_r > \overline{NI}, \\ \rho n S_r & \text{si } n S_r < \overline{NI}. \end{cases} \quad (3.1)$$

⁹El método *Excess* puro, en el que las prestaciones sólo se calculan sobre la parte de las ganancias salariales que se encuentran por encima del nivel de integración, no es el que se emplea usualmente (ver Bell y Hill (1994)), por lo que se estudiará sólo el método *Step-Rate Excess*, en el que además de tener en cuentas las ganancias salariales que superan el nivel de integración, también se consideran las que quedan por debajo de éste, de manera que todos los trabajadores reciban una pensión por parte del plan de pensiones.

En la integración del sistema público de pensiones y de un plan de pensiones de tipo *unit benefit*, la prestación de jubilación del plan, considerando las ganancias salariales medias finales (planes *Final-Pay*), viene definida como:

$$B_r^p = \begin{cases} \beta k(nS_r - \overline{NI}) + \delta k\overline{NI} & \text{si } nS_r > \overline{NI}, \\ \delta k nS_r & \text{si } nS_r < \overline{NI}, \end{cases} \quad (3.2)$$

donde β representa el porcentaje devengado por cada año de servicio considerado para calcular dicha prestación, que es aplicado a las ganancias salariales medias por encima del nivel de integración, y δ , el porcentaje aplicable por cada año de servicio a las ganancias salariales por debajo del nivel de integración.

En el caso de que se considere toda la carrera profesional (planes *Career-Pay*), la prestación de jubilación del plan se calcula a través de la siguiente expresión:

$$B_r^p = \sum_{t=1}^z B_t^p, \quad \text{con } B_t^p = \begin{cases} \nu(S_t - \overline{NI}_t) + \eta\overline{NI}_t & \text{si } S_t > \overline{NI}_t, \\ \eta S_t & \text{si } S_t < \overline{NI}_t, \end{cases} \quad (3.3)$$

donde z , representa el último año de la carrera laboral del trabajador y \overline{NI}_t la Base de Cotización máxima del año t .

3.3.1. Simulación del modelo

A efectos prácticos de simulación y análisis del modelo establecido, se considera que los trabajadores se distribuyen de manera homogénea entre los 15 grupos ocupacionales considerados en la Clasificación Nacional de Ocupaciones (CNO-94), a los que se les ha asignado un valor numérico para mejor identificación, como se puede apreciar en la Tabla 3.1. Se normaliza a uno el número de trabajadores en cada uno de estos grupos. La Ley General de la Seguridad Social de 1994, como recoge Gala Vallejo (1999), contempla otra clasificación de los trabajadores por categorías profesionales considerando diferentes grupos

| Clasificación Nacional de Ocupaciones (CNO-94) | Grupos de Ocupación |
|--|---------------------|
| Dirección de empresas de diez o más asalariados | 1 |
| Profesiones asociadas a Titulaciones de 2º y 3er Ciclo Universitario y afines | 2 |
| Profesiones asociadas a una Titulación de 1er Ciclo Universitario y afines | 3 |
| Trabajadores cualificados de la metalurgia, la construcción de maquinaria y asimilados | 4 |
| Operadores de instalaciones industriales, de maquinaria fija; montadores y ensambladores | 5 |
| Técnicos y profesionales de apoyo | 6 |
| Conductores y operadores de maquinaria móvil | 7 |
| Trabajadores cualificados de la construcción, excepto los operadores de máquina | 8 |
| Trabajadores de servicios de protección y seguridad | 9 |
| Empleados de tipo administrativo | 10 |
| Trabajadores cualificados de industrias de artes gráficas, textil y de la confección, de la elaboración de alimentos ebanistas, artesanos y otros asimilados | 11 |
| Dependientes de comercio y asimilados | 12 |
| Trabajadores de los servicios de restauración y de servicios profesionales | 13 |
| Peones de la construcción, industrias manufactureras y transportes | 14 |
| Trabajadores no cualificados en servicios (excepto transportes) | 15 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.1.

de cotización¹⁰. En la primera columna de la Tabla 3.1 se recogen los grandes grupos ocupacionales, exceptuando los trabajadores de la agricultura y de la pesca así como los trabajadores de las industrias extractivas que vienen descritos en la CNO-94, ya que se va a tener en cuenta exclusivamente el Régimen

¹⁰El Artículo 26.3 del Reglamento General sobre Cotización, Liquidación y otros derechos de las Seguridad Social, aprobado por el Real Decreto 2064/1995, de 22 de diciembre, establece que la asimilación a las categorías profesionales se efectuará por la Tesorería General de la Seguridad Social previo informe de la Inspección de Trabajo y de la Seguridad Social. La Ley General de la Seguridad Social, de 20 de junio de 1994, y el Real Decreto 2064/1995, de 22 de diciembre, por el que se aprueba el Reglamento General de Cotización, Liquidación y otros derechos de la Seguridad Social, clasifica a los trabajadores por categorías profesionales en once grupos de cotización.

| Grupos de Ocupación | Salario Base Bruto (2002) | Salario Final Bruto, S_r (2019) | Prestación S.S., B_r^s (2019) | R^s (2019) |
|---------------------|---------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--------------|
| 1 | 54658 | 104458 | 39885 | 0,3818 |
| 2 | 34386 | 65716 | 39885 | 0,6069 |
| 3 | 25667 | 49054 | 39885 | 0,8131 |
| 4 | 21869 | 41794 | 35662 | 0,8533 |
| 5 | 21620 | 41318 | 35255 | 0,8533 |
| 6 | 21595 | 41271 | 35216 | 0,8533 |
| 7 | 18019 | 34436 | 29383 | 0,8533 |
| 8 | 17800 | 34018 | 29027 | 0,8533 |
| 9 | 16244 | 31044 | 26489 | 0,8533 |
| 10 | 14922 | 28518 | 24334 | 0,8533 |
| 11 | 14829 | 28340 | 24182 | 0,8533 |
| 12 | 14110 | 26966 | 23010 | 0,8533 |
| 13 | 13049 | 24938 | 21279 | 0,8533 |
| 14 | 12337 | 23577 | 20118 | 0,8533 |
| 15 | 10829 | 20696 | 17660 | 0,8533 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y elaboración propia

Tabla 3.2.

General de la Seguridad Social, perteneciendo estos trabajadores a Regímenes Especiales fuera del ámbito de este estudio.

Para analizar los planes de pensiones integrados con el sistema público de la Seguridad Social, se parte de los salarios medios que corresponden a los trabajadores de cada grupo de ocupación por categorías profesionales tomados de la Encuesta de Estructura Salarial realizada por el INE en el año 2002.

De la simulación del modelo, en la Tabla 3.2, se recogen en primer lugar estos salarios, que constituirán la base del posterior análisis. Para determinar las prestaciones de jubilación otorgadas por la Seguridad Social, se calcula la Base Reguladora de la pensión según establece la legislación vigente y suponiendo que todos los trabajadores han cotizado a la Seguridad Social durante los 15 últimos años. Así, la tercera columna recoge los salarios estimados para

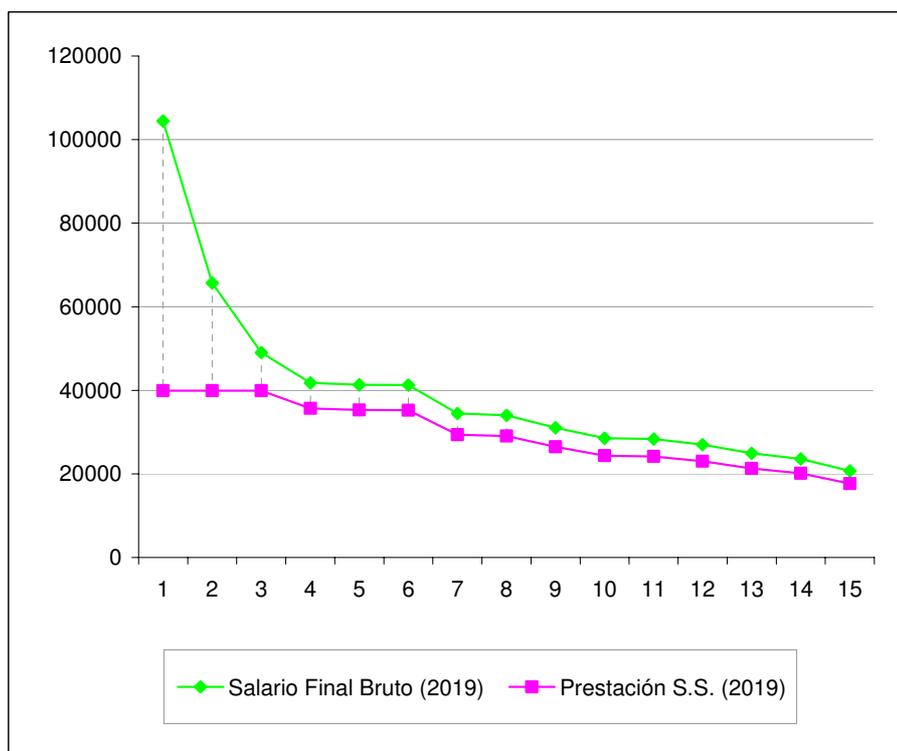


Figura 3.1.

el año 2019, último año antes de la jubilación de los trabajadores considerados. En la cuarta columna aparecen las prestaciones de jubilación otorgadas por la Seguridad Social y calculadas a partir de la Base Reguladora de la pensión.

Las Bases de Cotización de cada trabajador recogen los salarios percibidos cada año, con excepción de los dos primeros grupos de ocupación, correspondientes a *dirección de empresas de diez o más asalariados* y *profesiones asociadas a titulaciones de 2^o y 3^{er} ciclo universitario y afines*, ya que las ganancias salariales de estos trabajadores sobrepasan las Bases de Cotización máximas¹¹ para cada uno de los años considerados. En lugar del salario anual

¹¹Las Bases de Cotización máximas se han obtenido de los Anuarios de Estadísticas La-

para estos dos grupos se toma el valor de la Base de Cotización máxima de cada año. Por hipótesis, todos los empleados han trabajado 35 años y se jubilan a la edad de 65 años, por lo que la prestación de jubilación de la Seguridad Social coincide con la Base Reguladora de la pensión para cada trabajador jubilado, respetando las pensiones máximas correspondientes a cada año.

La Figura 3.1 recoge los valores de los salarios finales brutos para cada uno de los 15 grupos de ocupación considerados. Se aprecia una gran diferencia existente entre el primer grupo y el segundo, reduciéndose ésta para los siguientes grupos de ocupación, y manteniéndose bastante estable a partir del cuarto grupo en adelante.

En la Figura 3.1 también están representadas las prestaciones otorgadas por la Seguridad Social. Las mayores prestaciones vuelven a ser las correspondientes a los primeros grupos, aunque las diferencias entre éstos y los últimos grupos son muy inferiores a las existentes en el caso del salario final bruto, lo que pone de manifiesto la pérdida de poder adquisitivo que la pensión pública supone para los trabajadores con mayores ganancias salariales. Pueden compararse entre sí los salarios finales brutos y las prestaciones de la Seguridad Social. Es sobre todo en los dos primeros grupos donde las diferencias son más apreciables en términos absolutos, disminuyendo paulatinamente para el resto de trabajadores.

Para tener una medida del porcentaje de salario final bruto que realmente es sustituido por la pensión de jubilación de la Seguridad Social, en la última columna de la Tabla 3.1 se calculan las tasas de sustitución de la Seguridad Social que se encuentran representadas en la Figura 3.2. Se observa que las tasas de sustitución son más altas para los trabajadores que pertenecen a los grupos con menores niveles salariales, es decir, que los empleados con mayores gan-

borales y de Asuntos Sociales publicados por el Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales entre 1985 y 2006.

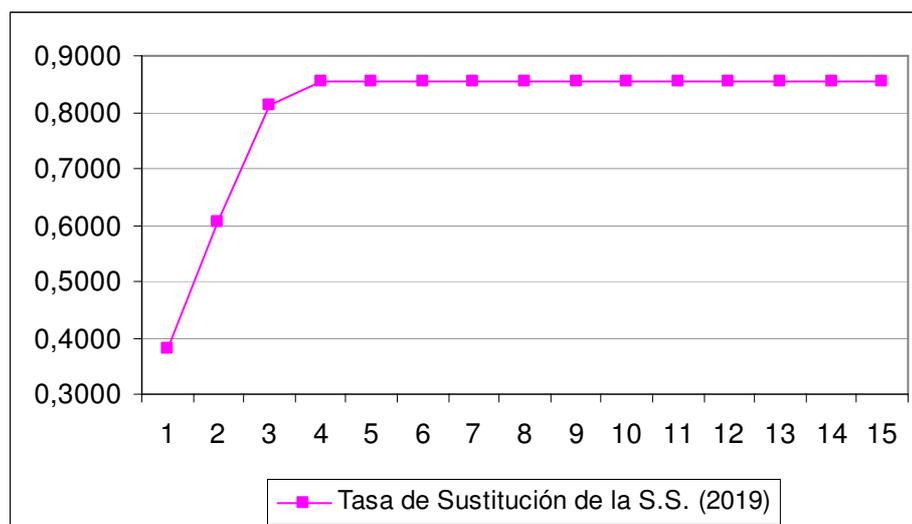


Figura 3.2.

cias salariales están claramente discriminados en cuanto a las prestaciones que reciben de la Seguridad Social.

A continuación, se aplican los dos métodos de integración anteriormente citados para calcular las prestaciones de jubilación que proporciona el plan de pensiones.

3.3.2. Método Offset

En la aplicación de este método de integración, se debe calcular la prestación que otorgaría el plan de pensiones sin integrar. En el modelo, esta prestación se construye de dos formas alternativas. En primer lugar, se define la misma en función del número de años trabajados en la empresa promotora del plan de pensiones. Siguiendo a Graham (1994), se supone un porcentaje $\omega = 1,5\%$ por año trabajado (lo que supone trabajar con un plan de tipo *unit benefit*) aplicable a la media de los tres últimos salarios de un trabajador

(es decir, en un plan *Final-Pay*). En este análisis, al suponer que todos los trabajadores se jubilan a los 65 años tras una carrera profesional de $k = 35$ años, equivale a considerar un porcentaje fijo $p = 52,5\%$ (plan de tipo *flat benefit*) de la media de los tres últimos salarios de cada empleado.

$$B_r^p = k w {}_3S_r = 35 \cdot 0,015 {}_3S_r = p {}_3S_r = 0,525 {}_3S_r.$$

Un segundo mecanismo consiste en definir la prestación de jubilación como la media de los tres últimos salarios de cada trabajador, lo que equivale a suponer un porcentaje $p = 100\%$ de esta cantidad.

$$B_r^p = p {}_3S_r = {}_3S_r.$$

Una vez calculada esta prestación, se procede a integrar el plan de pensiones. Se han elegido cuatro valores para el porcentaje de Offset aplicado bien a la prestación de jubilación de la Seguridad Social, bien a la prestación del plan, $q = 1, 0,8, 0,5$ y $0,25$. El primero, es el máximo que el empresario puede reducir de la prestación del plan de pensiones sin integrar; el segundo, se corresponde, aproximadamente, con la parte de la prestación de jubilación de la Seguridad Social de los trabajadores que ha sido financiada a través de las contribuciones del empresario, lo cual compensaría, en cierta medida, este coste.

El análisis se realiza, en primer lugar, aplicando el porcentaje q a las prestaciones de la Seguridad Social, obteniendo la nueva prestación del plan integrado como:

$$B_r^p = \begin{cases} p {}_3S_r - q B_r^s & \text{si } p {}_3S_r > q B_r^s, \\ 0 & \text{si } p {}_3S_r < q B_r^s. \end{cases} \quad (3.4)$$

En segundo lugar, el porcentaje q se aplica a las propias prestaciones del plan sin integrar, de manera que la nueva prestación del plan integrado será:

$$B_r^p = \begin{cases} p {}_3S_r - qp {}_3S_r & \text{si } q < 1, \\ 0 & \text{si } q = 1. \end{cases} \quad (3.5)$$

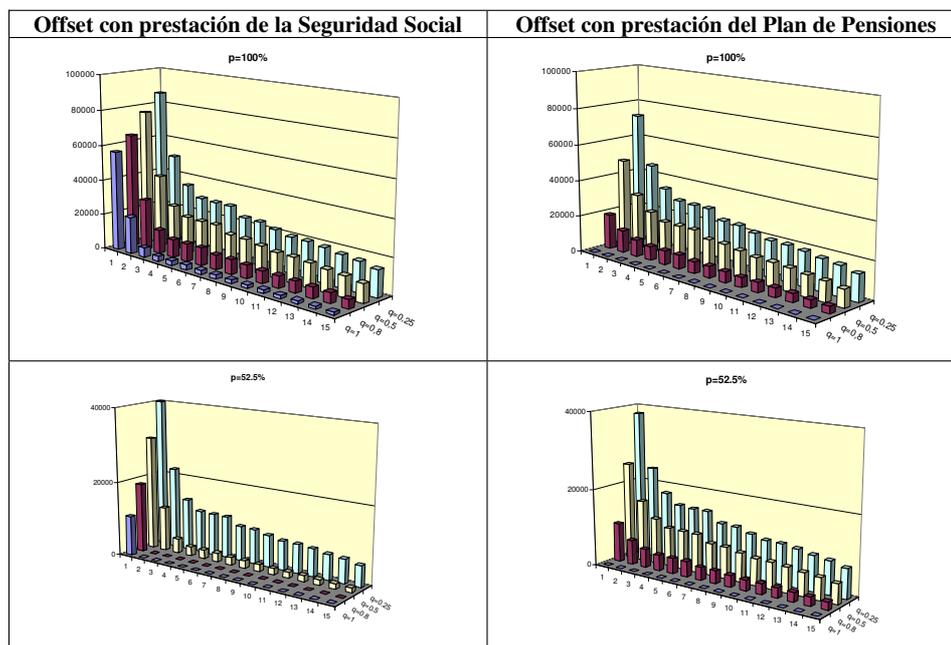


Figura 3.3. Prestaciones del Plan de Jubilación Integrado con el Método Offset

Los resultados se encuentran en las Tablas¹² 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6. A la vista de las mismas y de la Figura 3.3, en primer lugar se observa que cuando disminuye el porcentaje de salario final bruto que proporciona la prestación del plan sin integrar, p , las prestaciones de jubilación que otorga el plan integrado son cada vez más pequeñas para cada porcentaje de Offset, q , elegido. Si el porcentaje de Offset se aplica sobre las prestaciones del plan antes de integrar cuando $p = 100\%$, el plan integrado proporciona en todos los casos prestaciones inferiores a las calculadas aplicando el Offset a las prestaciones de la Seguridad Social. Sin embargo, cuando $p = 52,5\%$ se invierte esta tendencia a partir del segundo grupo de ocupación, debido a que a partir de dicho grupo, las prestaciones del plan integrado son inferiores a las de las Seguridad Social, mientras que en

¹²Las tablas de resultados se presentan al final del capítulo.

el caso anterior las prestaciones del plan sin integrar eran en todo momento superiores a las de la Seguridad Social. Asimismo, se observa que, para cada porcentaje p , cuanto mayor es el porcentaje de Offset, q , menor es la prestación proporcionada por el plan de pensiones integrado, pudiendo incluso llegar a ser nula para ciertos grupos de ocupación cuando las expresiones (3.4) y (3.5) son negativas, y esta diferencia es mucho más acusada cuando se descuenta de las prestaciones del plan sin integrar que cuando se utilizan las prestaciones de la Seguridad Social. Sin embargo, exceptuando el caso de $q = 1$, en el que por la forma de definir las prestaciones del plan integrado en (3.5), éstas siempre serán nulas cualquiera que sea p , al utilizar para el Offset las prestaciones del propio plan de pensiones ningún trabajador se queda sin percibir prestación por parte del plan. Esto sí puede suceder tomando las prestaciones de la Seguridad Social para el Offset, siendo tanto más probable cuanto menores sean los valores de p y más grandes los de q . En estos casos, normalmente sólo reciben prestaciones los empleados situados en los primeros grupos de ocupación, que tienen los salarios más altos. Además, en este caso, la diferencia entre las prestaciones recibidas por los trabajadores con mayores salarios y las que obtienen los que ganan menos es mucho menor que en el caso en el que se realiza el Offset con las prestaciones de la Seguridad Social, es decir, son prestaciones más equitativas.

Dependiendo de cuál sea el objetivo del empresario promotor del plan, éste optará por una modalidad u otra y elegirá los porcentajes p y q que estime más oportunos. Elegir las prestaciones del plan para realizar el Offset supone más equidad, ya que todos los trabajadores tienen garantizada una pensión (excepto en el caso¹³ $q = 1$). Si el Gobierno deseara intervenir para conseguir este objetivo de equidad social, lo ideal sería elegir un porcentaje de Offset que proporcionara prestación a todos los empleados partícipes del plan, de

¹³Este caso está prohibido según la legislación de ciertos países, como por ejemplo, Estados Unidos (ver, por ejemplo, Slusher(1998) y McGill et al. (2005)).

tal forma que las tasas de sustitución de los mejor pagados no difirieran excesivamente de las que obtendrían aquéllos con menores ganancias salariales, penalizando con la supresión de las ventajas fiscales a los planes de pensiones que no respetaran esta política (véase Perun (2003)). Sin embargo, si lo que se desea es incentivar o premiar a los trabajadores más cualificados, que pertenecen a los grupos de ocupación superiores, empleará las prestaciones de la Seguridad Social para la integración, ya que las prestaciones del plan integrado para este colectivo son muy superiores a las de los trabajadores menos cualificados y proporcionan mayores tasas de sustitución total. Una vez calculada la prestación del plan de pensiones, se obtiene la prestación total bruta que recibe cada trabajador jubilado como la suma de la prestación de la Seguridad Social más la prestación del plan de pensiones.

En la Figura 3.4 se representan de forma esquemática las prestaciones totales junto con la trayectoria del salario final bruto, lo que permite realizar una comparación de las ganancias salariales obtenidas por cada trabajador antes y después de la jubilación.

Existe una serie de resultados apreciables: En las dos primeras filas de la Figura 3.4 se representan las variaciones de las prestaciones totales de jubilación para un objetivo de sustitución del 100% de la media de los tres últimos salarios (en la primera fila, tomando la prestación de la Seguridad Social para calcular el Offset y, en la segunda fila, tomando la prestación del plan sin integrar para el mismo propósito), cuando varía el porcentaje q de Offset. En las dos últimas filas, la representación de las prestaciones totales es similar, pero tomando un porcentaje $p = 0,525$ como objetivo de sustitución de la media de los tres salarios finales de cada trabajador partícipe del plan de pensiones.

En los cuatro casos, cuanto menor es el porcentaje de Offset, la prestación total es mayor, lo que se puede constatar en la Figura 3.4, donde se ponen en relación las prestaciones totales con el salario final bruto. El segundo re-

sultado, válido para cualquier valor de p , consiste en que cuanto menor es el porcentaje de Offset, mayor es la proporción que representa la prestación del plan integrado en la prestación total bruta de cada trabajador.

Realizando el análisis de la Figura 3.4 por columnas, se aprecia que sólo cuando el porcentaje de Offset es $q = 0,5$ o $q = 0,25$, el plan de pensiones integrado proporciona prestaciones a cada uno de los 15 grupos de ocupación y, en todos los casos, mayores cuanto más grande es el valor del parámetro p . Además, se observa que, en general, las prestaciones totales superan o permanecen muy próximas al salario final bruto excepto en el caso de los primeros grupos de ocupación, para ciertos valores de los parámetros p y q , lo cual proporciona información sobre el nivel de corrección en la discriminación que estos trabajadores experimentan por parte del sistema de la Seguridad Social.

Cuanto mayor es el porcentaje de Offset, menor es la prestación del plan de pensiones y, consecuentemente, la prestación total. En el caso en el que el porcentaje de Offset es igual a la unidad, lógicamente sólo reciben prestaciones del plan los trabajadores cuyas prestaciones se calculan aplicando el porcentaje q a las prestaciones de la Seguridad Social y, dentro de este grupo, cuando $p = 0,525$, sólo los trabajadores que pertenecen al primer grupo de ocupación. La prestación total del resto de empleados se compone exclusivamente de la prestación de la Seguridad Social. En la siguiente columna, donde $q = 0,8$, la situación mejora relativamente, puesto que aunque se repita la misma situación para trabajadores que basan el cálculo de su Offset en las prestaciones de la Seguridad Social cuando $p = 0,525$, cuando este cálculo se basa en las prestaciones del plan todos los empleados obtienen prestaciones y, por tanto, la prestación total se acerca más al último salario bruto que en la columna precedente. En los casos restantes, $q = 0,5$ y $q = 0,25$, todos los empleados reciben prestaciones del plan, mayores cuanto menor es el porcentaje q empleado.

Los casos extremos analizados en la primera columna de la Figura 3.4, excepto la primera celda, son, de forma indiscutible, totalmente indeseables desde el punto de vista social: el empresario está aplicando una fórmula para el cálculo de las prestaciones del plan, que deja sin cobertura a la práctica totalidad de sus empleados, lo cual, no sería metodológicamente incorrecto, incluso podría beneficiarse de las ventajas fiscales de la promoción de un plan de pensiones. Se hace necesario, por tanto, el establecimiento de unos límites legales, ciertos porcentajes máximos de Offset permitidos para que el plan, aunque cumpla con el objetivo de paliar en cierta medida la pérdida que experimentan los trabajadores con salarios más elevados, cumpla también objetivos de equidad respecto al resto de empleados.

Las tasas de sustitución totales, detalladas en las Tablas 3.7, 3.8, 3.9 y 3.10, representan el porcentaje del salario final bruto que es sustituido por la prestación total de jubilación. En la Figura 3.5 se pueden apreciar estas tasas, así como la tasa de sustitución de la Seguridad Social y la tasa de sustitución de la prestación total de jubilación para un plan sin integrar respecto del salario final bruto.

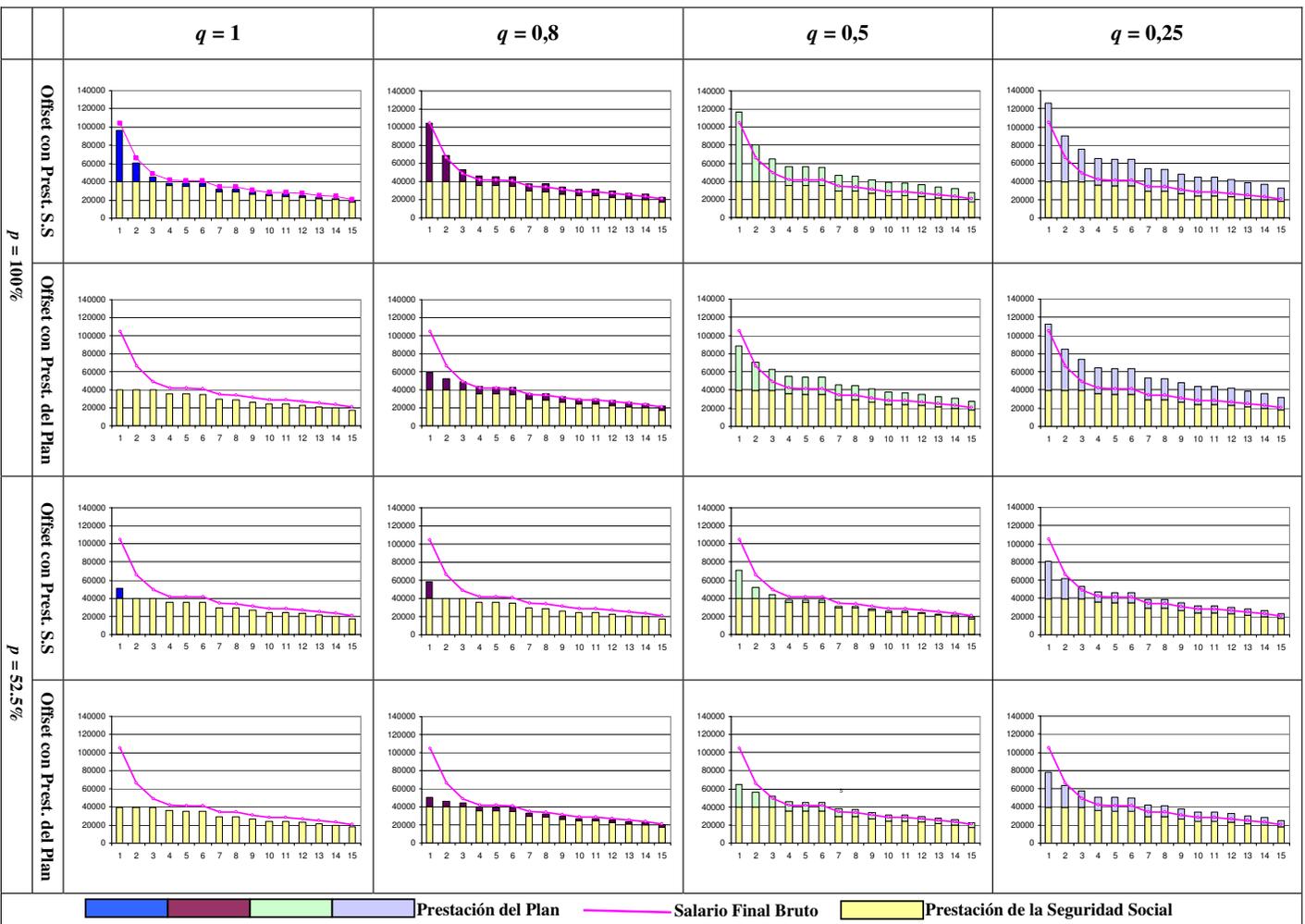


Figura 3.4. Prestaciones Totales de Jubilación.

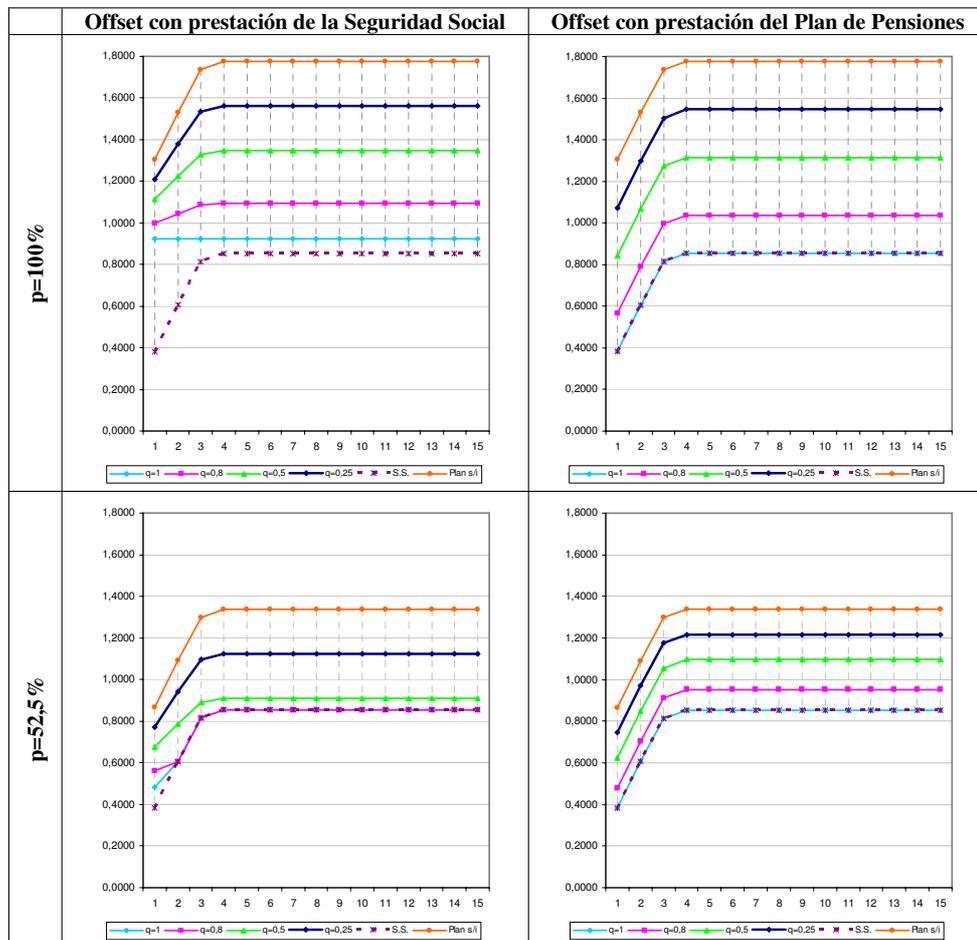


Figura 3.5. Tasas de Sustitución Totales para el Método Offset.

Para cada uno de los casos, se aprecia que las tasas de sustitución totales para el plan integrado se encuentran entre la tasa de sustitución de la Seguridad Social y la tasa de sustitución total para el plan sin integrar. Cuanto mayor es el porcentaje p con el que se calcula la prestación del plan sin integrar, más separadas entre sí están las tasas correspondientes al plan integrado para distintos niveles de Offset. Si se utilizan las prestaciones del plan a la

hora de calcular la prestación del plan integrado, las tasas de sustitución totales son menores para cada porcentaje q respecto de las obtenidas cuando se emplean las prestaciones de la Seguridad Social en el proceso de Offset. Cuando se emplean las prestaciones de la Seguridad Social, se consigue reducir la desigualdad entre los distintos grupos de ocupación, en mayor medida cuanto mayor sea el porcentaje q seleccionado, por lo que los empleados con mayores ganancias salariales previas a la jubilación estarán menos discriminados. Sin embargo, si lo que se pretende es que todos los trabajadores disfruten de prestaciones de jubilación por parte del plan, (exceptuando el caso límite en el que $q = 1$), se realizará el Offset con las prestaciones del plan sin integrar.

3.3.3. Método Excess

Al igual que en el método Offset de integración, en primer lugar se define la prestación que otorgaría el plan de pensiones si éste no estuviera integrado. Siguiendo un razonamiento paralelo con el anterior método, se supondrá que esta prestación se calcula tomando como base la media de los salarios de los tres últimos años trabajados en la empresa¹⁴ por cada partícipe del plan. Se considera de nuevo que el plan sin integrar proporciona un porcentaje $\omega = 1,5\%$ de esta media, lo que equivale a un porcentaje fijo $p = 0,525$, ya que se supone igualmente que cada trabajador se jubila a la edad de 65 años después de haber trabajado durante 35 años. Siguiendo el método Excess, la comparación que se puede realizar entre el plan integrado y el plan sin integrar depende de los porcentajes aplicados a las ganancias salariales de cada trabajador, tanto antes como después de la integración.

Para integrar el plan de pensiones, se van a tener en cuenta dos tipos de planes a la hora de calcular las prestaciones. En primer lugar, se considera

¹⁴En la literatura se encuentran diversas formas de realizar este cálculo, por ejemplo, en Amoroso (1982), se calcula como el promedio de los cinco salarios más altos de la carrera profesional de un trabajador.

un plan *Final-Pay* en el que la prestación se calcula teniendo en cuenta, igual que en el plan sin integrar, las ganancias salariales de los últimos tres años de cada trabajador. El segundo, corresponde a un plan *Career-Pay*, en el que la prestación de jubilación se calcula tomando toda la carrera laboral de los empleados. Será necesario, por tanto, definir en cada caso el nivel de integración que se va a establecer, y a continuación, los porcentajes aplicables por encima y por debajo de dicho nivel.

Dependiendo del objetivo que se desee conseguir con la integración, se utilizarán unos porcentajes u otros. Si se desea incentivar especialmente a los trabajadores más cualificados, el porcentaje aplicable a las ganancias salariales por debajo del nivel de integración debe ser, como máximo, el utilizado en el plan sin integrar, y el aplicable por encima de dicho nivel, en todo caso, superior. Si el porcentaje aplicable a las ganancias salariales por encima del nivel de integración es igual al del plan sin integrar, entonces todos los trabajadores obtendrán menores tasas de sustitución del plan de pensiones, y por tanto, menores tasas de sustitución totales, aunque seguirán siendo los grupos superiores los más beneficiados con prestaciones mayores.

Para cada tipo de plan, se estudiarán dos casos. El primero, consiste en equiparar el porcentaje aplicable a las ganancias salariales por encima del nivel de integración al porcentaje empleado en el cálculo de la prestación del plan sin integrar. En el segundo caso, se toma un porcentaje superior al del plan sin integrar.

Cuando se considera un plan *Final-pay*, teniendo en cuenta las expresiones (3.1) y (3.2), correspondientes, respectivamente, a planes de tipo *flat benefit* y *unit benefit*, se define el nivel de integración máximo que se aplica al integrar como la media de las Bases de Cotización máximas de los tres últimos años de la vida laboral de cada trabajador. A continuación, se definen los porcentajes aplicables a las ganancias salariales medias de cada trabajador. En un plan de

tipo *unit benefit* se considera un primer caso en el que se aplica un porcentaje $\beta = 1,5\%$ (idéntico al del plan sin integrar) a la parte de las ganancias salariales que están por encima del nivel de integración y un porcentaje $\delta = 1\%$ a las ganancias salariales que quedan por debajo de éste. En el segundo caso considerado, se aplica un porcentaje $\beta = 2\%$, (superior al del plan sin integrar), a las ganancias salariales que superan el nivel de integración, y al resto, $\delta = 1,5\%$. En planes de tipo *flat benefit*, a la hora de establecer los porcentajes fijos aplicables a las ganancias salariales medias, se va a suponer que el porcentaje fijo aplicable a las ganancias salariales que superan el nivel de integración coincide con el producto del porcentaje anual de los planes *unit benefit* por el número de años trabajados en la empresa, para individuos con carreras laborales de 35 años. De esta manera, se podrá estudiar posteriormente la incidencia que tiene la duración de la carrera profesional a la hora de elegir un tipo u otro de plan. Por tanto, en el primer caso, el porcentaje fijo que se aplica por encima del nivel de integración es $\lambda = 52,5\%$ y por debajo de dicho nivel se aplica un porcentaje $\rho = 35\%$. En el segundo caso, los porcentajes correspondientes son, respectivamente, $\lambda = 70\%$ y $\rho = 52,5\%$. Debido a este supuesto en la definición de los porcentajes en los planes de tipo *flat benefit*, las dos últimas columnas en las Tablas 3.11 y 3.12, en las que se muestran las prestaciones calculadas para ambos tipos de planes (*flat benefit* y *unit benefit*), coinciden.

Cuando se tiene en consideración un plan *Career-Pay*, las prestaciones se calcularán según las expresiones (3.1) y (3.3), teniendo en cuenta todos los años trabajados. Para calcular el nivel de integración máximo que se va a emplear en planes de tipo *flat benefit*, se realiza la media de todas las Bases de Cotización máximas correspondientes a cada uno de los 35 años que ha trabajado cada empleado, mientras que un plan de tipo *unit benefit* toma cada una de estas Bases de Cotización máximas como nivel de integración máximo anual. Respecto a los porcentajes que se aplican a las ganancias salariales medias de los trabajadores, se supone que van a coincidir con los que se han

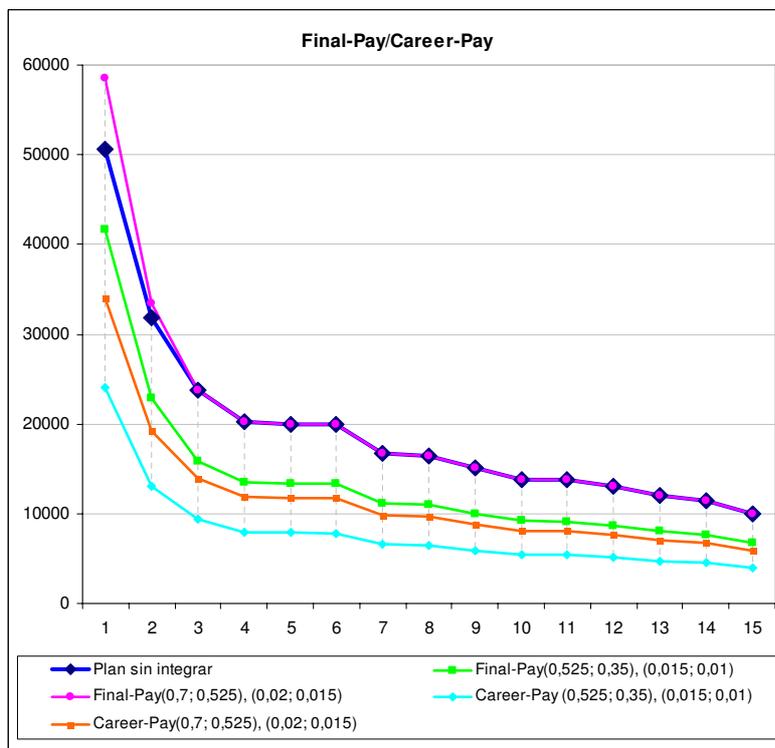


Figura 3.6. Prestaciones del Plan Integrado con el Método Excess

tomado para los planes *Final-Pay*, es decir, para un plan de tipo *flat benefit*, $\lambda = 52,5\%$ y $\rho = 35\%$ en el primer caso, y $\lambda = 70\%$ y $\rho = 52,5\%$ en el segundo caso, y para un plan de tipo *unit benefit*, unos porcentajes anuales de $\nu = 1,5\%$ y $\eta = 1\%$ en el primer caso, y $\nu = 2\%$ y $\eta = 1,5\%$ en el segundo caso. Los resultados, se encuentran en las Tablas 3.13 y 3.14. La explicación para la coincidencia de los valores de las dos últimas columnas de estas tablas, es similar a la ofrecida para los planes *Final-Pay*.

En la Figura 3.6 se recogen las prestaciones que otorga el plan de pensiones que se acaba de describir. Se representan los resultados obtenidos al utilizar planes de tipo *flat benefit* o *unit benefit*, que son coincidentes por la forma

en la que está planteado el modelo. Se puede observar que sólo en los planes *Final-Pay*, cuando para las ganancias salariales que superan el nivel de integración establecido se emplea un porcentaje superior al utilizado en el plan sin integrar, y sólo para los dos primeros grupos de ocupación, las prestaciones son más altas que las correspondientes en el plan no integrado. El resto, permanecen en todo caso por debajo o, como mucho, se igualan a éstas. Así, los empresarios que deseen retener o motivar a los trabajadores más cualificados, tienen incentivo para ofrecer planes *Final-Pay* con porcentajes mayores para ganancias salariales por encima del nivel de integración que los porcentajes de los planes sin integrar.

También se observa que las prestaciones que proporcionan los planes *Final-Pay* son siempre superiores a las obtenidas en los planes *Career-Pay*, cualesquiera que sean los porcentajes de integración utilizados. Y, como es lógico suponer, cuanto mayores sean los porcentajes de integración aplicados a las ganancias salariales, mayores son las prestaciones obtenidas, independientemente del tipo de plan utilizado. Asimismo, se puede concluir que los planes de tipo *Final-Pay* discriminan más en favor de los trabajadores perteneciente a los grupos de ocupación más altos que los correspondientes planes *Career-Pay*; y que, en cualquiera de los supuestos integrados, esta discriminación es más notoria que en los planes sin integrar.

A continuación se detallan las tasas de sustitución totales, que representan el porcentaje del salario final bruto que es sustituido por las prestaciones totales de jubilación. Éstas se determinan como la suma de las prestaciones de la Seguridad Social más las prestaciones otorgadas por el plan de pensiones y se calculan mediante el método Excess. Sus valores aparecen recogidos en las tablas 3.15, 3.16, 3.17 y 3.18. Los valores de estas tasas, como se puede apreciar en la Figura 3.7, se mueven entre los correspondientes a los proporcionados por el sistema de la Seguridad Social y los obtenidos cuando se considera un

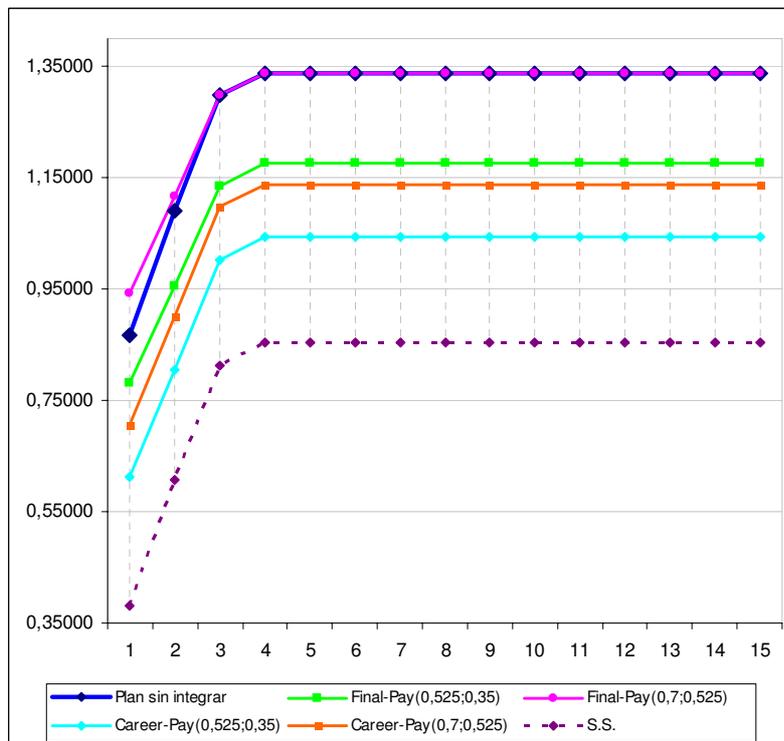


Figura 3.7. Tasas de Sustitución Totales para el Método Excess

plan de pensiones sin integrar, exceptuando el caso de los dos primeros grupos de ocupación cuando se tiene un plan *Final-Pay* que aplica un porcentaje del 2% a las prestaciones que superan el nivel de integración, siendo éste el mejor escenario posible para estos dos grupos. Todos los grupos de ocupación obtienen tasas de sustitución más altas cuando se emplean las ganancias salariales finales para calcular las prestaciones en lugar de tener en cuenta toda la carrera profesional, ya que los porcentajes se aplican, en el primer caso, a los salarios más altos de cada empleado, mientras que en el segundo caso, se realiza una ponderación con los salarios iniciales de los trabajadores, que son de menor cuantía. En todos los casos, la discriminación experimentada por los

grupos con mayores niveles salariales por parte de la Seguridad Social disminuye, puesto que se acorta la distancia con respecto a los grupos con menores niveles de renta. Asimismo, se observa que esta discriminación es menor cuando se utilizan planes *Final-Pay*, ya que, como puede apreciarse en las tablas correspondientes, las distancias entre las tasas de sustitución de los grupos con mayores y menores ganancias salariales es menor en este tipo de planes que en los planes *Career-Pay*.

Método Excess para planes con carreras profesionales de distintas duraciones

A continuación, se va a estudiar el caso en el que las carreras profesionales tienen una duración inferior a 35 años, para ver el impacto de la duración de la vida laboral sobre las prestaciones proporcionadas por este tipo de planes integrados. Este enfoque es más interesante que el anterior, ya que ahora sí influirá en las prestaciones el elegir un plan de tipo *flat benefit* o de tipo *unit benefit*.

Para este análisis, se distinguen tres escenarios, en cada uno de los cuales la permanencia en la empresa ha sido de 10, 20 y 30 años para cada trabajador¹⁵ perteneciente a cada grupo de ocupación considerado. Se tiene en cuenta únicamente el caso en el que el porcentaje aplicable a las ganancias salariales por encima del nivel de integración es igual al del plan sin integrar, siendo menor el porcentaje aplicable a las ganancias por debajo de dicho nivel.

En el caso de planes *Final-Pay* no es necesario recalcular el nivel de integración, ya que éste sigue siendo la media de las Bases de Cotización máximas de los tres últimos años trabajados. Los porcentajes aplicables, siguen siendo los mismos que en el supuesto anterior, es decir, $\lambda = 53,5\%$ y $\rho = 35\%$ para

¹⁵Se supone que, independientemente del número de años que hayan permanecido en la empresa, todos se jubilan al final del año 2019 con 65 años, después de haber cotizado 35 años al Régimen General de la Seguridad Social.

planes de tipo *flat benefit*, y $\beta = 1,5\%$ y $\delta = 1\%$ para planes de tipo *unit benefit*.

Los resultados en el caso *Final-Pay* que aparecen en la Tabla 3.19 muestran que, cualquiera que sea el tipo de plan, las prestaciones son inferiores a las del plan no integrado comparando con la segunda columna de la Tabla 3.11. Respecto a los planes *flat benefit*, las prestaciones no cambian, independientemente del número de años que haya trabajado un empleado en la empresa. Sin embargo, si se consideran planes de tipo *unit benefit*, la permanencia en la empresa afecta directamente a la forma de calcular las prestaciones, como se constata en (3.2). Así, se observa cómo la prestación de jubilación crece según se incrementa el número de años trabajados en la empresa.

Para los planes *Career-Pay*, sí es necesario recalcular los niveles de integración, ya que éstos se definen en función de la carrera profesional del trabajador. En planes de tipo *flat benefit*, el nivel de integración se define como la media de las Bases de Cotización máximas de todos los años trabajados en la empresa. En el supuesto anterior eran 35 años, sin embargo, ahora hay tres nuevos niveles de integración, uno para cada nuevo escenario, tomando, respectivamente, 10, 20 y 30 años para su cálculo. Igualmente, es necesario recalcular el valor del salario medio de los últimos n años que se recoge en (3.1). De nuevo, se obtienen tres valores para este salario medio, dependiendo de cuál sea el escenario elegido. Los porcentajes aplicables no cambian respecto al supuesto anterior, siendo $\lambda = 52,5\%$ y $\rho = 35\%$. Respecto a los planes de tipo *unit benefit*, las prestaciones calculadas según la fórmula (3.3) siguen manteniendo los valores de los porcentajes aplicados con anterioridad, $\nu = 1,5\%$ y $\eta = 1\%$, pero para cada escenario, cambiará el valor de z , último año de la carrera laboral de un trabajador en la empresa. Los resultados obtenidos en esta simulación se recogen en la Tabla 3.20. En los tres escenarios elegidos se constata que incluso las menores prestaciones proporcionadas por planes de tipo *flat benefit*, cuando

la carrera en la empresa es de 10 años, son superiores a la máxima prestación proporcionada por un plan de tipo *unit benefit*, cuando el número de años de permanencia es 30. Además, se observa que cuantos menos años de vida laboral tenga un empleado bajo un tipo de plan *flat benefit*, mayores prestaciones obtiene, y sin embargo, sucede lo contrario en los planes de tipo *unit benefit* en los que, al igual que en los planes *Final-Pay*, la prestación de jubilación crece según se incrementa número de años trabajados en la empresa.

Comparando entre sí los resultados de las Tablas 3.19 y 3.20 puede observarse que, en todos los tipos de planes y para todos los escenarios posibles, siempre son superiores las prestaciones de planes de tipo *Final-Pay* que las correspondientes de planes *Career-Pay*, y que los planes de tipo *flat benefit* siempre proporcionan prestaciones superiores que los planes *unit benefit*, bien se suponga un plan *Final-Pay* un plan *Career-Pay*. Por ello, se puede concluir que las prestaciones más altas que se pueden proporcionar cuando se emplea el método Excess de integración son las correspondientes a los planes de pensiones *Final-Pay* de tipo *flat benefit*.

Respecto a las tasas de sustitución total presentadas en las Tablas 3.21 y 3.22, también se puede afirmar que para cada escenario seleccionado, los planes *Final-Pay* ofrecen tasas de sustitución mayores que los planes *Career-Pay*. Asimismo, en planes de tipo *flat benefit* las tasas más altas se alcanzan cuando el número de años de la carrera laboral de los trabajadores es más alto, sucediendo lo contrario en los planes de tipo *unit benefit*. También se aprecia que un plan *Final-Pay* de tipo *flat benefit*, es el que proporciona tasas de sustitución más semejantes entre los trabajadores con ganancias salariales más altas respecto de los que ganan menos. Por el contrario, para los planes de tipo *unit benefit* (referidos bien a planes *Final-Pay* o a planes *Career-Pay*) la discriminación a los trabajadores con mayores ganancias salariales en comparación con los empleados de los grupos inferiores, es mayor cuanto más

corta sea su carrera profesional en la empresa.

Por tanto, si se desea incentivar a trabajadores productivos, o atraer a nuevos empleados cualificados, se emplearán planes integrados que no prioricen la permanencia en la empresa, sino que proporcionen prestaciones altas con pocos años de permanencia, como en el caso de los planes de tipo *flat benefit*. Si lo que se desea es premiar la fidelidad o la permanencia en la empresa, se emplearán planes de tipo *unit benefit*, cuyas prestaciones aumenten con el número de años trabajados en dicha empresa.

3.3.4. Offset versus Excess

Por último, se comparan los resultados obtenidos al calcular las prestaciones del plan de pensiones integrando mediante los métodos Offset y Excess. Para ello, se ha tomado un plan de tipo *Final-Pay* (el usualmente empleado en la integración mediante el método Offset) y se ha supuesto que todos los empleados poseen carreras laborales de 35 años en la empresa. Para calcular la prestación del plan sin integrar, se sigue suponiendo que éste proporciona un 1,5% de la media de los tres últimos salarios de cada trabajador por año trabajado.

Se analizan dos porcentajes de Offset: $q = 0,8$ (el que corresponde aproximadamente a la parte de la prestación de la Seguridad Social que ha sido financiada mediante las contribuciones del empresario) y $q = 0,25$ (el porcentaje más favorable para los empleados de los cuatro considerados). Para cada porcentaje de Offset analizado, se calculan las prestaciones del plan de pensiones teniendo en cuenta bien las pensiones de la Seguridad Social, o bien las propias prestaciones del plan. Respecto al método Excess, se consideran tanto los planes de tipo *flat benefit* como los de tipo *unit benefit*.

En la Figura 3.8 se representan, además de la prestación otorgada por

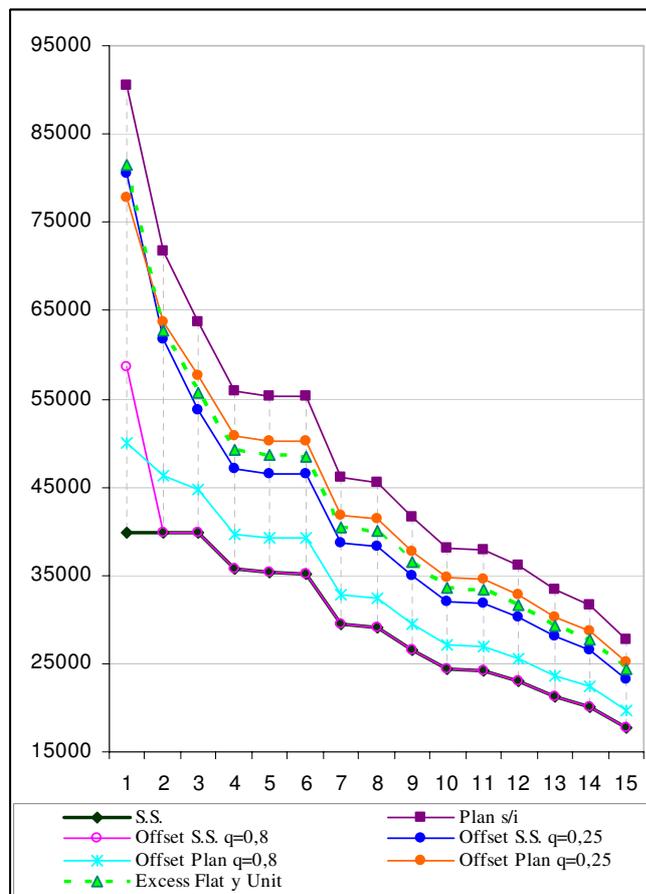


Figura 3.8. Comparación Prestaciones Totales Offset/Excess

la Seguridad Social, las prestaciones totales obtenidas a partir del plan sin integrar y de los planes integrados mediante los métodos Offset y Excess.

La prestación más alta es la proporcionada por el plan sin integrar (el único caso en el que ésta era superada, y sólo para los dos primeros grupos de ocupación, era el caso en el que se consideraban planes *Final-Pay* de tipo *flat benefit* en los que el porcentaje aplicable a las ganancias salariales por encima del nivel de integración era superior al empleado en el plan sin integrar,

permaneciendo igual para las ganancias salariales que se encuentran por debajo de este nivel). Las menores prestaciones son las calculadas mediante el método Offset cuando $q = 0,8$ (y entre éstas, la prestación será menor cuando en el Offset se emplea la pensión de la Seguridad Social, que cuando se utiliza la prestación del plan, excepto para el primer grupo de ocupación, en el que sucede lo contrario). Respecto al resto, las prestaciones calculadas mediante el método Excess se encuentran por encima de la correspondiente al método Offset con $q = 0,25$ cuando se emplea la pensión de la Seguridad Social, pero por debajo de ésta misma cuando se emplea la prestación del plan. De nuevo, con la excepción del primer grupo de ocupación, para el cual el método más favorable es el Excess, seguido del Offset referenciado a la prestación de la Seguridad Social.

El método Offset que utiliza las prestaciones de la Seguridad Social y un porcentaje $q = 0,8$, es el método que consigue paliar en mayor medida la discriminación relativa, por parte de la Seguridad Social, para los empleados con mayores ganancias salariales respecto de los que ocupan los últimos grupos de ocupación. Éste es el método en el que las tasas de sustitución totales de los primeros y últimos grupos de ocupación se encuentran más próximas. Lo contrario sucede cuando se emplean las prestaciones del plan a la hora de integrar mediante el método Offset. Si bien las prestaciones son más elevadas para todos, es más acusada la discriminación de los empleados con mayores ganancias salariales respecto de los trabajadores con menores salarios.

3.4. Conclusiones

En este capítulo se han calculado las prestaciones por jubilación que los trabajadores obtienen tanto de un plan de pensiones del sistema de empleo de prestación definida promovido por el empresario, como del sistema de la Seguridad Social. El plan de pensiones se considera integrado con el sistema

público de la Seguridad Social.

Una de las principales cuestiones analizadas en la literatura sobre este tema es el concepto de equidad en las prestaciones obtenidas por trabajadores con distintos niveles de renta. Así, se han considerado distintos grupos de ocupación, que definen la heterogeneidad de los trabajadores. Por lo demás, se considera que los trabajadores son homogéneos respecto al número de años trabajados y a las edades de entrada y jubilación.

Teniendo en cuenta las tasas de sustitución de la Seguridad Social, es inmediato concluir que este sistema discrimina a los trabajadores con mayores salarios. Los planes de pensiones integrados pueden contrarrestar este sesgo, en mayor medida cuanto mayor sea el nivel de integración. Su efecto también depende, en gran parte, del método a través del cual se lleva a cabo la integración y del objetivo de sustitución que tenga el empresario.

Cuando se integra el plan utilizando el método Offset, se observa que la desigualdad se reduce en mayor medida cuando este método detrae prestaciones de la Seguridad Social. Por contra, cuando el método Offset emplea las prestaciones del propio plan sin integrar, se garantiza que el plan sustituya el mismo porcentaje del salario a todos los trabajadores.

Al elegir el método Excess para la integración, se ha calibrado de forma que la prestación de jubilación de un plan de tipo *flat benefit* coincida con la de un plan de tipo *unit benefit* en el que los trabajadores se mantienen 35 años en la empresa. En estos planes, dado que el nivel salarial aumenta a lo largo de la vida activa, las tasas de sustitución de un plan *Final-pay* (que tiene en cuenta los últimos tres años trabajados) son superiores a las de un plan *Career-pay* (que considera la vida laboral completa de los empleados). En cualquier caso, estas tasas son superiores a las de la Seguridad Social e inferiores a las del plan sin integrar (excepto para los trabajadores con mayores ingresos, y en el caso en que el porcentaje aplicado a las ganancias salariales por encima del

nivel de integración supera al empleado en el plan sin integrar).

Cuando se considera el método *Excess*, es posible observar que una vida laboral más larga siempre supone una mayor tasa de sustitución cuando se tiene en cuenta un plan de tipo *unit benefit*. Para los planes de tipo *flat benefit* la duración de la vida activa no tiene un efecto directo sobre la prestación obtenida por los trabajadores. Sin embargo, sí existe un efecto indirecto en los planes *Career-pay*, ya que una vida laboral más prolongada implica un salario promedio menor y, por ende, unas menores prestaciones de jubilación.

La comparación de los diversos métodos se realiza para un plan *Final-pay* y suponiendo carreras profesionales de 35 años para todos los trabajadores. Esta comparación se realiza para dos porcentajes de Offset: $q = 0,8$, que corresponde aproximadamente a la parte de la prestación de la Seguridad Social que ha sido financiada mediante las contribuciones del empresario, y $q = 0,25$, el menor de los porcentajes considerados. La prestación de jubilación bajo el método *Excess* (para todos los grupos de ocupación) se encuentra por encima de la obtenida bajo el método Offset cuando emplea las prestaciones del propio plan, pero por encima de las obtenidas cuando el método Offset tiene en cuenta las prestaciones de la Seguridad Social. Todas ellas son inferiores a las de un plan sin integrar (excepto para los trabajadores con mayores salarios en el caso particular ya comentado).

Los resultados de este capítulo se plasman en diversos artículos presentados en congresos nacionales e internacionales que se compendian en la publicación del artículo:

Peláez Fermoso, F.J. y García González, A. (2007): “La Discriminación en los Planes de Pensiones Integrados con el Sistema de la Seguridad Social”. *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*, XVII, pp. 109-126.

| PRESTACIÓN DEL PLAN; $p = 100\%$ | | | | | |
|----------------------------------|-----------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | $p_n S_r$ | B_r^p (Offset con prestación de la S.S.) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 96387 | 56502 | 64479 | 76444 | 86416 |
| 2 | 60638 | 20753 | 28730 | 40696 | 50667 |
| 3 | 45263 | 5379 | 13356 | 25321 | 35292 |
| 4 | 38565 | 2903 | 10035 | 20734 | 29649 |
| 5 | 38125 | 2870 | 9921 | 20498 | 29311 |
| 6 | 38082 | 2867 | 9910 | 20474 | 29278 |
| 7 | 31775 | 2392 | 8268 | 17083 | 24429 |
| 8 | 31390 | 2363 | 8168 | 16876 | 24133 |
| 9 | 28645 | 2156 | 7454 | 15401 | 22023 |
| 10 | 26315 | 1981 | 6848 | 14148 | 20231 |
| 11 | 26150 | 1968 | 6805 | 14059 | 20105 |
| 12 | 24882 | 1873 | 6475 | 13378 | 19130 |
| 13 | 23011 | 1732 | 5988 | 12372 | 17692 |
| 14 | 21755 | 1638 | 5661 | 11696 | 16726 |
| 15 | 19097 | 1437 | 4969 | 10267 | 14682 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.3.

| PRESTACIÓN DEL PLAN; $p = 100\%$ | | | | | |
|----------------------------------|-----------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | $p_n S_r$ | B_r^p (Offset con prestación del Plan) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 96387 | 0 | 19277 | 48193 | 72290 |
| 2 | 60638 | 0 | 12128 | 30319 | 45479 |
| 3 | 45263 | 0 | 9053 | 22632 | 33948 |
| 4 | 38565 | 0 | 7713 | 19282 | 28924 |
| 5 | 38125 | 0 | 7625 | 19063 | 28594 |
| 6 | 38082 | 0 | 7616 | 19041 | 28562 |
| 7 | 31775 | 0 | 6355 | 15888 | 23831 |
| 8 | 31390 | 0 | 6278 | 15695 | 23542 |
| 9 | 28645 | 0 | 5729 | 14323 | 21484 |
| 10 | 26315 | 0 | 5263 | 13157 | 19736 |
| 11 | 26150 | 0 | 5230 | 13075 | 19613 |
| 12 | 24882 | 0 | 4976 | 12441 | 18662 |
| 13 | 23011 | 0 | 4602 | 11506 | 17259 |
| 14 | 21755 | 0 | 4351 | 10878 | 16316 |
| 15 | 19097 | 0 | 3819 | 9549 | 14323 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.4.

| PRESTACIÓN DEL PLAN; $p = 52,5\%$ | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | $p_n S_r$ | B_r^p (Offset con prestación de la S.S.) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 50603 | 10718 | 18695 | 30661 | 40632 |
| 2 | 31835 | 0 | 0 | 11893 | 21864 |
| 3 | 23763 | 0 | 0 | 3821 | 13792 |
| 4 | 20247 | 0 | 0 | 2416 | 11331 |
| 5 | 20016 | 0 | 0 | 2388 | 11202 |
| 6 | 19993 | 0 | 0 | 2385 | 11189 |
| 7 | 16682 | 0 | 0 | 1990 | 9336 |
| 8 | 16480 | 0 | 0 | 1966 | 9223 |
| 9 | 15039 | 0 | 0 | 1794 | 8416 |
| 10 | 13815 | 0 | 0 | 1648 | 7732 |
| 11 | 13729 | 0 | 0 | 1638 | 7683 |
| 12 | 13063 | 0 | 0 | 1559 | 7311 |
| 13 | 12081 | 0 | 0 | 1441 | 6761 |
| 14 | 11422 | 0 | 0 | 1363 | 6392 |
| 15 | 10026 | 0 | 0 | 1196 | 5611 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.5.

| PRESTACIÓN DEL PLAN; $p = 52,5\%$ | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | $p_n S_r$ | B_r^p (Offset con prestación del Plan) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 50603 | 0 | 10121 | 25302 | 37952 |
| 2 | 31835 | 0 | 6367 | 15917 | 23876 |
| 3 | 23763 | 0 | 4753 | 11882 | 17822 |
| 4 | 20247 | 0 | 4049 | 10123 | 15185 |
| 5 | 20016 | 0 | 4003 | 10008 | 15012 |
| 6 | 19993 | 0 | 3999 | 9997 | 14995 |
| 7 | 16682 | 0 | 3336 | 8341 | 12511 |
| 8 | 16480 | 0 | 3296 | 8240 | 12360 |
| 9 | 15039 | 0 | 3008 | 7519 | 11279 |
| 10 | 13815 | 0 | 2763 | 6908 | 10361 |
| 11 | 13729 | 0 | 2746 | 6864 | 10297 |
| 12 | 13063 | 0 | 2613 | 6532 | 9797 |
| 13 | 12081 | 0 | 2416 | 6041 | 9061 |
| 14 | 11422 | 0 | 2284 | 5711 | 8566 |
| 15 | 10026 | 0 | 2005 | 5013 | 7520 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.6.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL; $p = 100\%$ | | | | | |
|--|--------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | $R = (B_r^s + B_r^p)/S_r$ (Offset: S.S.) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 104458 | 0,9227 | 0,9991 | 1,1136 | 1,2091 |
| 2 | 65716 | 0,9227 | 1,0441 | 1,2262 | 1,3779 |
| 3 | 49054 | 0,9227 | 1,0854 | 1,3293 | 1,5326 |
| 4 | 41794 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 5 | 41318 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 6 | 41271 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 7 | 34436 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 8 | 34018 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 9 | 31044 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 10 | 28518 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 11 | 28340 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 12 | 26966 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 13 | 24938 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 14 | 23577 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |
| 15 | 20696 | 0,9227 | 1,0934 | 1,3494 | 1,5627 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.7.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL; $p = 100\%$ | | | | | |
|--|--------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | $R = (B_r^s + B_r^p)/S_r$ (Offset: Plan) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 104458 | 0,3818 | 0,5664 | 0,8432 | 1,0739 |
| 2 | 65716 | 0,6069 | 0,7915 | 1,0683 | 1,2990 |
| 3 | 49054 | 0,8131 | 0,9976 | 1,2745 | 1,5051 |
| 4 | 41794 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 5 | 41318 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 6 | 41271 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 7 | 34436 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 8 | 34018 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 9 | 31044 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 10 | 28518 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 11 | 28340 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 12 | 26966 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 13 | 24938 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 14 | 23577 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |
| 15 | 20696 | 0,8533 | 1,0378 | 1,3146 | 1,5453 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.8.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL; $p = 52,5\%$ | | | | | |
|---|--------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | $R = (B_r^s + B_r^p)/S_r$ (Offset: S.S.) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 104458 | 0,4844 | 0,5608 | 0,6754 | 0,7708 |
| 2 | 65716 | 0,6069 | 0,6069 | 0,7879 | 0,9396 |
| 3 | 49054 | 0,8131 | 0,8131 | 0,8910 | 1,0943 |
| 4 | 41794 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 5 | 41318 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 6 | 41271 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 7 | 34436 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 8 | 34018 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 9 | 31044 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 10 | 28518 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 11 | 28340 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 12 | 26966 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 13 | 24938 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 14 | 23577 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |
| 15 | 20696 | 0,8533 | 0,8533 | 0,9111 | 1,1244 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.9.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL; $p = 52,5\%$ | | | | | |
|---|--------|--|-----------|-----------|------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | $R = (B_r^s + B_r^p)/S_r$ (Offset: Plan) | | | |
| | | $q = 1$ | $q = 0,8$ | $q = 0,5$ | $q = 0,25$ |
| 1 | 104458 | 0,3818 | 0,4787 | 0,6240 | 0,7452 |
| 2 | 65716 | 0,6069 | 0,7038 | 0,8491 | 0,9703 |
| 3 | 49054 | 0,8131 | 0,9100 | 1,0553 | 1,1764 |
| 4 | 41794 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 5 | 41318 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 6 | 41271 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 7 | 34436 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 8 | 34018 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 9 | 31044 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 10 | 28518 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 11 | 28340 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 12 | 26966 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 13 | 24938 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 14 | 23577 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |
| 15 | 20696 | 0,8533 | 0,9502 | 1,0955 | 1,2166 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.10.

| PRESTACIÓN DEL PLAN: FINAL-PAY | | | |
|--------------------------------|-----------|---------------------------------|-------------------------------|
| Grupos de Ocupación | $p_n S_r$ | B_r^p (Flat Benefit) | B_r^p (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 52,5\%; \rho = 35\%$ | $\beta = 1,5\%; \delta = 1\%$ |
| 1 | 50603 | 41672 | 41672 |
| 2 | 31835 | 22904 | 22904 |
| 3 | 23763 | 15842 | 15842 |
| 4 | 20247 | 13498 | 13498 |
| 5 | 20016 | 13344 | 13344 |
| 6 | 19993 | 13329 | 13329 |
| 7 | 16682 | 11121 | 11121 |
| 8 | 16480 | 10986 | 10986 |
| 9 | 15039 | 10026 | 10026 |
| 10 | 13815 | 9210 | 9210 |
| 11 | 13729 | 9153 | 9153 |
| 12 | 13063 | 8709 | 8709 |
| 13 | 12081 | 8054 | 8054 |
| 14 | 11422 | 7614 | 7614 |
| 15 | 10026 | 6684 | 6684 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.11.

| PRESTACIÓN DEL PLAN: FINAL-PAY | | | |
|--------------------------------|-----------|---------------------------------|-------------------------------|
| Grupos de Ocupación | $p_n S_r$ | B_r^p (Flat Benefit) | B_r^p (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 70\%; \rho = 52,5\%$ | $\beta = 2\%; \delta = 1,5\%$ |
| 1 | 50603 | 58540 | 58540 |
| 2 | 31835 | 33516 | 33516 |
| 3 | 23763 | 23763 | 23763 |
| 4 | 20247 | 20247 | 20247 |
| 5 | 20016 | 20016 | 20016 |
| 6 | 19993 | 19993 | 19993 |
| 7 | 16682 | 16682 | 16682 |
| 8 | 16480 | 16480 | 16480 |
| 9 | 15039 | 15039 | 15039 |
| 10 | 13815 | 13815 | 13815 |
| 11 | 13729 | 13729 | 13729 |
| 12 | 13063 | 13063 | 13063 |
| 13 | 12081 | 12081 | 12081 |
| 14 | 11422 | 11422 | 11422 |
| 15 | 10026 | 10026 | 10026 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.12.

| PRESTACIÓN DEL PLAN: CAREER-PAY | | | |
|---------------------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------|
| Grupos de Ocupación | $\omega k_n S_r$ | B_r^p (Flat Benefit) | B_r^p (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 52,5\%; \rho = 35\%$ | $\nu = 1,5\%; \eta = 1\%$ |
| 1 | 50603 | 24073 | 24073 |
| 2 | 31835 | 13034 | 13211 |
| 3 | 23763 | 9318 | 9318 |
| 4 | 20247 | 7939 | 7939 |
| 5 | 20016 | 7849 | 7849 |
| 6 | 19993 | 7840 | 7840 |
| 7 | 16682 | 6542 | 6542 |
| 8 | 16480 | 6462 | 6462 |
| 9 | 15039 | 5897 | 5897 |
| 10 | 13815 | 5417 | 5417 |
| 11 | 13729 | 5384 | 5384 |
| 12 | 13063 | 5123 | 5123 |
| 13 | 12081 | 4737 | 4737 |
| 14 | 11422 | 4479 | 4479 |
| 15 | 10026 | 3932 | 3932 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.13.

| PRESTACIÓN DEL PLAN: CAREER-PAY | | | |
|---------------------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------|
| Grupos de Ocupación | $\omega k_n S_r$ | B_r^p (Flat Benefit) | B_r^p (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 70\%; \rho = 52,5\%$ | $\nu = 2\%; \eta = 1,5\%$ |
| 1 | 50603 | 33994 | 33994 |
| 2 | 31835 | 19275 | 19275 |
| 3 | 23763 | 13977 | 13977 |
| 4 | 20247 | 11909 | 11909 |
| 5 | 20016 | 11773 | 11773 |
| 6 | 19993 | 11760 | 11760 |
| 7 | 16682 | 9812 | 9812 |
| 8 | 16480 | 9693 | 9693 |
| 9 | 15039 | 8846 | 8846 |
| 10 | 13815 | 8126 | 8126 |
| 11 | 13729 | 8075 | 8075 |
| 12 | 13063 | 7684 | 7684 |
| 13 | 12081 | 7106 | 7106 |
| 14 | 11422 | 6718 | 6718 |
| 15 | 10026 | 5897 | 5897 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.14.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL: FINAL-PAY | | | |
|--------------------------------------|--------|---------------------------------|---------------------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | R (Flat Benefit) | R (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 52,5\%; \rho = 35\%$ | $\nu = 1,5\%; \eta = 1\%$ |
| 1 | 104458 | 0,78076 | 0,78076 |
| 2 | 65716 | 0,95546 | 0,95546 |
| 3 | 49054 | 1,13604 | 1,13604 |
| 4 | 41794 | 1,17624 | 1,17624 |
| 5 | 41318 | 1,17624 | 1,17624 |
| 6 | 41271 | 1,17624 | 1,17624 |
| 7 | 34436 | 1,17624 | 1,17624 |
| 8 | 34018 | 1,17624 | 1,17624 |
| 9 | 31044 | 1,17624 | 1,17624 |
| 10 | 28518 | 1,17624 | 1,17624 |
| 11 | 28340 | 1,17624 | 1,17624 |
| 12 | 26966 | 1,17624 | 1,17624 |
| 13 | 24938 | 1,17624 | 1,17624 |
| 14 | 23577 | 1,17624 | 1,17624 |
| 15 | 20696 | 1,17624 | 1,17624 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.15.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL: FINAL-PAY | | | |
|--------------------------------------|--------|---------------------------------|---------------------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | R (Flat Benefit) | R (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 70\%; \rho = 52,5\%$ | $\nu = 2\%; \eta = 1,5\%$ |
| 1 | 104458 | 0,94224 | 0,94224 |
| 2 | 65716 | 1,11694 | 1,11694 |
| 3 | 49054 | 1,29752 | 1,29752 |
| 4 | 41794 | 1,33772 | 1,33772 |
| 5 | 41318 | 1,33772 | 1,33772 |
| 6 | 41271 | 1,33772 | 1,33772 |
| 7 | 34436 | 1,33772 | 1,33772 |
| 8 | 34018 | 1,33772 | 1,33772 |
| 9 | 31044 | 1,33772 | 1,33772 |
| 10 | 28518 | 1,33772 | 1,33772 |
| 11 | 28340 | 1,33772 | 1,33772 |
| 12 | 26966 | 1,33772 | 1,33772 |
| 13 | 24938 | 1,33772 | 1,33772 |
| 14 | 23577 | 1,33772 | 1,33772 |
| 15 | 20696 | 1,33772 | 1,33772 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.16.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL: CAREER-PAY | | | |
|---------------------------------------|--------|---------------------------------|---------------------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | R (Flat Benefit) | R (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 52,5\%; \rho = 35\%$ | $\nu = 1,5\%; \eta = 1\%$ |
| 1 | 104458 | 0,61228 | 0,61228 |
| 2 | 65716 | 0,80526 | 0,80526 |
| 3 | 49054 | 1,00305 | 1,00305 |
| 4 | 41794 | 1,04324 | 1,04324 |
| 5 | 41318 | 1,04324 | 1,04324 |
| 6 | 41271 | 1,04324 | 1,04324 |
| 7 | 34436 | 1,04324 | 1,04324 |
| 8 | 34018 | 1,04324 | 1,04324 |
| 9 | 31044 | 1,04324 | 1,04324 |
| 10 | 28518 | 1,04324 | 1,04324 |
| 11 | 28340 | 1,04324 | 1,04324 |
| 12 | 26966 | 1,04324 | 1,04324 |
| 13 | 24938 | 1,04324 | 1,04324 |
| 14 | 23577 | 1,04324 | 1,04324 |
| 15 | 20696 | 1,04324 | 1,04324 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.17.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL: CAREER-PAY | | | |
|---------------------------------------|--------|---------------------------------|---------------------------|
| Grupos de Ocupación | S_r | R (Flat Benefit) | R (Unit Benefit) |
| | | $\lambda = 70\%; \rho = 52,5\%$ | $\nu = 2\%; \eta = 1,5\%$ |
| 1 | 104458 | 0,70727 | 0,70727 |
| 2 | 65716 | 0,90025 | 0,90025 |
| 3 | 49054 | 1,09803 | 1,09803 |
| 4 | 41794 | 1,13822 | 1,13822 |
| 5 | 41318 | 1,13822 | 1,13822 |
| 6 | 41271 | 1,13822 | 1,13822 |
| 7 | 34436 | 1,13822 | 1,13822 |
| 8 | 34018 | 1,13822 | 1,13822 |
| 9 | 31044 | 1,13822 | 1,13822 |
| 10 | 28518 | 1,13822 | 1,13822 |
| 11 | 28340 | 1,13822 | 1,13822 |
| 12 | 26966 | 1,13822 | 1,13822 |
| 13 | 24938 | 1,13822 | 1,13822 |
| 14 | 23577 | 1,13822 | 1,13822 |
| 15 | 20696 | 1,13822 | 1,13822 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.18.

| PRESTACIÓN DEL PLAN; FINAL-PAY | | | | |
|--------------------------------|-------|-----------|-----------|-----------|
| Grupos de Ocupación | Flat | Unit (30) | Unit (20) | Unit (10) |
| 1 | 41672 | 35719 | 23813 | 11906 |
| 2 | 22904 | 19632 | 13088 | 6544 |
| 3 | 15842 | 13579 | 9053 | 4526 |
| 4 | 13498 | 11569 | 7713 | 3856 |
| 5 | 13344 | 11438 | 7625 | 3813 |
| 6 | 13329 | 11425 | 7616 | 3808 |
| 7 | 11121 | 9533 | 6355 | 3178 |
| 8 | 10986 | 9417 | 6278 | 3139 |
| 9 | 10026 | 8594 | 5729 | 2865 |
| 10 | 9210 | 7894 | 5263 | 2631 |
| 11 | 9153 | 7845 | 5230 | 2615 |
| 12 | 8709 | 7465 | 4976 | 2488 |
| 13 | 8054 | 6903 | 4602 | 2301 |
| 14 | 7614 | 6527 | 4351 | 2176 |
| 15 | 6684 | 5729 | 3819 | 1910 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.19.

| PRESTACIÓN DEL PLAN; CAREER-PAY | | | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Grupos de Ocupación | Flat (30) | Flat (20) | Flat (10) | Unit (30) | Unit (20) | Unit (10) |
| 1 | 26690 | 31966 | 37499 | 22877 | 18267 | 10714 |
| 2 | 14530 | 17543 | 20625 | 12514 | 10024 | 5893 |
| 3 | 10265 | 12175 | 14243 | 8798 | 6957 | 4069 |
| 4 | 8745 | 10373 | 12135 | 7496 | 5928 | 3467 |
| 5 | 8646 | 10255 | 11997 | 7411 | 5860 | 3428 |
| 6 | 8636 | 10243 | 11983 | 7402 | 5853 | 3424 |
| 7 | 7206 | 8547 | 9999 | 6176 | 4884 | 2857 |
| 8 | 7118 | 8443 | 9878 | 6102 | 4825 | 2822 |
| 9 | 6496 | 7705 | 9014 | 5568 | 4403 | 2575 |
| 10 | 5967 | 7078 | 8281 | 5115 | 4045 | 2366 |
| 11 | 5930 | 7034 | 8229 | 5083 | 4019 | 2351 |
| 12 | 5643 | 6693 | 7830 | 4837 | 3825 | 2237 |
| 13 | 5218 | 6190 | 7241 | 4473 | 3537 | 2069 |
| 14 | 4934 | 5852 | 6846 | 4229 | 3344 | 1956 |
| 15 | 4331 | 5137 | 6009 | 3712 | 2935 | 1717 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.20.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL; FINAL-PAY | | | | |
|--------------------------------------|---------|-----------|-----------|-----------|
| Grupos de Ocupación | Flat | Unit (30) | Unit (20) | Unit (10) |
| 1 | 0,78076 | 0,72377 | 0,60979 | 0,49581 |
| 2 | 0,95546 | 0,90567 | 0,80609 | 0,70651 |
| 3 | 1,13604 | 1,08991 | 0,99763 | 0,90536 |
| 4 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 5 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 6 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 7 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 8 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 9 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 10 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 11 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 12 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 13 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 14 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |
| 15 | 1,17624 | 1,13010 | 1,03783 | 0,94555 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.21.

| TASA DE SUSTITUCIÓN TOTAL; CAREER-PAY | | | | | | |
|---------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Grupos de Ocupación | Flat (30) | Flat (20) | Flat (10) | Unit (30) | Unit (20) | Unit (10) |
| 1 | 0,63734 | 0,68785 | 0,74082 | 0,60084 | 0,55670 | 0,48440 |
| 2 | 0,82803 | 0,87388 | 0,92079 | 0,79736 | 0,75947 | 0,69661 |
| 3 | 1,02234 | 1,06129 | 1,10345 | 0,99245 | 0,95492 | 0,89605 |
| 4 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 5 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 6 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 7 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 8 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 9 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 10 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 11 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 12 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 13 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 14 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |
| 15 | 1,06253 | 1,10148 | 1,14364 | 1,03264 | 0,99511 | 0,93624 |

FUENTE: Instituto Nacional de Estadística y Elaboración Propia

Tabla 3.22.

Capítulo 4

Planes de pensiones públicos frente a privados. Un juego diferencial a la Stackelberg

4.1. Introducción

En el presente capítulo se analiza la provisión de pensiones de jubilación por parte de la Seguridad Social en combinación con las que proporciona el empresario. Así, se analiza la interacción estratégica entre la Seguridad Social y un empresario representativo que proporcionan prestaciones de jubilación. Bajo el supuesto de que estos dos agentes intentan conseguir un nivel de vida adecuado para los trabajadores que se jubilan, las pensiones públicas y privadas óptimas se determinan teniendo en cuenta la combinación entre las prestaciones del plan privado más las de la Seguridad Social. En consecuencia, un mayor esfuerzo por parte de uno de los proveedores de pensiones permitiría reducir el de su oponente, y viceversa.

El plan privado de jubilación es un plan de empleo de prestación definida, que afecta al total del colectivo de trabajadores que componen la empresa. Dicho plan se encuentra integrado con la Seguridad Social. Como se especificó en

el capítulo introductorio, la mayoría de los partícipes de un plan integrado, pertenecen a un plan de prestación definida. El mayor tamaño de este tipo de planes en número de trabajadores frente a los de aportación definida, es una característica que hace que este tipo de planes sean más apropiados cuando, como en el presente capítulo, se pretende estudiar un plan con una gran diversidad de trabajadores, en lo que respecta a su productividad y salario.

Considerar trabajadores heterogéneos con diferentes salarios (de aquí en adelante, la población de trabajadores), añade una dimensión redistributiva o intrageneracional al problema. El sistema público de pensiones discrimina claramente a favor de los trabajadores con menores ingresos. La tasa de sustitución pública (definido como el porcentaje del salario reemplazado por la pensión pública) disminuye con el salario para los trabajadores con niveles salariales más altos. Sin embargo, las pensiones de jubilación del empresario pueden ser diseñadas de manera que las prestaciones que proporcionen sean proporcionales a los salarios que se obtuvieron antes de la jubilación. Una alternativa en el diseño de planes de pensiones privados consiste en integrar dichos planes con el sistema público de la Seguridad Social (ver, por ejemplo, Schulz y Leavitt (1983)).

Se va a suponer que el plan de pensiones privado integrado con la Seguridad Social es un plan del sistema de empleo de prestación definida, y que la integración se lleva a cabo mediante el *método Offset*. De esta manera, una parte de la prestación de la Seguridad Social de un individuo se detrae de la prestación privada que le corresponde para determinar la cuantía que el empresario le proporcionará. Debido a que los trabajadores con mayores salarios reciben prestaciones proporcionalmente menores de la Seguridad Social, recibirán proporcionalmente más por parte del empresario. Así, los planes privados integrados están sesgados a favor de los empleados con mayor nivel salarial, lo que de alguna manera, contrarresta la discriminación negativa que la Segu-

ridad Social impone a estos trabajadores (ver, por ejemplo, Slusher (1998)). La dicotomía entre pensiones públicas y privadas bajo este marco, juega un papel fundamental en la redistribución de la renta.

En este capítulo se va a analizar la interacción dinámica entre el Gobierno y el empresario bajo tres posibles escenarios. En cada uno de ellos se comparan el nivel promedio y la distribución de las pensiones de jubilación entre los trabajadores heterogéneos. Se estudia la interacción estratégica entre el Gobierno y el empresario representativo, suponiendo un planificador central, donde el Gobierno no sólo fija la cuantía de las pensiones públicas, sino que también puede imponer al empresario el nivel de pensión privada. Por otro lado, el caso estratégico puede ser dividido, a su vez, en dos escenarios, dependiendo de si el grado de integración con la Seguridad Social (el porcentaje de offset) es una constante exógena o puede ser determinado de forma óptima por el Gobierno. Esta separación permite la comparación entre el caso en el que no existe integración (el caso particular de un porcentaje de offset exógeno nulo) y el caso en el que la integración es óptima y se puede conocer qué ganan el Gobierno, el empresario y los trabajadores permitiendo la integración de la Seguridad Social.

4.2. Integración de un plan de pensiones privado con la Seguridad Social

La empresa representativa objeto de estudio está constituida por un conjunto heterogéneo de trabajadores, con distinta productividad y, en consecuencia, con distintos salarios. Los trabajadores están indexados en un intervalo compacto, $[0, 1]$, ordenados de menor a mayor salario. En este sentido, el salario del j -ésimo empleado se describe mediante una función afín de pendiente positiva, $w(j) : [0, 1] \rightarrow [1 - \mu, 1 + \mu]$, con $w(j) = 1 - \mu + 2\mu j$. El parámetro $\mu \in (0, 1)$ es una medida del grado de discrepancia entre los salarios de los

trabajadores. La función $w(j)$ verifica $\int_0^1 w(j) dj = 1$, cualquiera que sea el valor de μ . Así, un incremento de μ significa una mayor distancia entre los salarios altos y bajos, sin embargo, no modifica el coste laboral de la empresa en su conjunto. Los salarios no constituyen la única retribución percibida por los trabajadores, sino que el empresario también les proporciona un plan de pensiones en el momento de su jubilación. Por conveniencia, se asume una duración idéntica de la vida laboral de todos los trabajadores. Los salarios de los trabajadores, aunque heterogéneos, se miden en términos reales y se consideran constantes a lo largo del tiempo. Así, tanto las prestaciones privadas como las públicas de cada empleado se definirán exclusivamente como una función de su salario previo a la jubilación.

La prestación de la Seguridad Social que percibe un trabajador retirado en el instante t , a la edad de jubilación normal, se define como una renta vitalicia con mensualidad constante¹ a partir de dicho instante. La Seguridad Social sustituye el mismo porcentaje, $s(t) \in (0, 1)$, del salario real a los trabajadores con menores ganancias. Éstos, son los empleados que obtienen salarios por debajo de un determinado umbral, denominado *Base de Cotización máxima*, \bar{w} . Toda renta que quede por encima de este umbral no es tenida en consideración a la hora de calcular las prestaciones públicas de jubilación. Así, los trabajadores con salarios más altos, percibirán una porción $s(t)$ de la Base de Cotización máxima, con independencia de en cuánto supere su salario dicho umbral.

La pensión pública de jubilación para el j -ésimo trabajador que se retira en el momento t puede escribirse como:

$$B_G^j(t) = \begin{cases} s(t)w(j) & \text{si } w(j) < \bar{w}, \\ s(t)\bar{w} & \text{si } w(j) \geq \bar{w}. \end{cases} \quad (4.1)$$

La tasa de sustitución de la Seguridad Social para el trabajador j -ésimo se define como el cociente entre la prestación de la Seguridad Social y el salario

¹La consideración de una mensualidad constante permite definir la prestación de la Seguridad Social haciendo referencia a dicha cantidad mensual.

real del empleado:

$$R_G^j(t) \equiv \frac{B_G^j(t)}{w(j)} = \begin{cases} s(t) & \text{si } w(j) < \bar{w}, \\ s(t) \frac{\bar{w}}{w(j)} & \text{si } w(j) \geq \bar{w}. \end{cases} \quad (4.2)$$

El valor de $j \in [0, 1]$ para el cual $w(j) = \bar{w}$, que denotaremos por J representa el porcentaje de trabajadores cuyos salarios se encuentran por debajo de la Base de Cotización máxima. Equivalentemente, $1 - J$ es el porcentaje de trabajadores con salarios altos. Para la función $w(j)$, se obtiene $J = [\bar{w} - (1 - \mu)] / (2\mu)$. Los sistemas públicos de pensiones consideran al colectivo de trabajadores con salarios más altos como menos numeroso que el colectivo de trabajadores con menores retribuciones (ver, por ejemplo, Slusker (1998)). De esta manera, se supone $J \in (1/2, 1]$, o equivalentemente, $\bar{w} \in (1, 1 + \mu]$.

En todo momento, la tasa de sustitución de la Seguridad Social es idéntica para todos los empleados con salarios bajos. Por el contrario, para los trabajadores con salarios altos, la tasa de sustitución de la Seguridad Social será tanto menor cuanto mayor sea la parte del salario real que queda por encima de la Base de Cotización máxima. Es en este sentido en el que el sistema público de pensiones es discriminatorio para los trabajadores con salarios más altos.

A partir de la ecuación (4.2), la tasa de sustitución promedio de la Seguridad Social puede ser obtenida fácilmente:

$$\bar{R}_G(t) = \int_0^1 R_S^j(t) dj = s(t)\Omega,$$

donde

$$\Omega \equiv \Omega(\mu, \bar{w}) = \int_0^J dj + \int_J^1 \frac{\bar{w}}{w(j)} dj \in \left[\frac{\ln(2)}{2}, 1 \right].$$

La expresión de Ω es función del grado de discrepancia en los salarios, μ , y de la Base de Cotización máxima, \bar{w} , que divide el conjunto de empleados en trabajadores con salarios altos y bajos. Esta expresión representa una medida

inversa de la discriminación de la Seguridad Social en favor de los trabajadores con menores salarios.

Es sencillo comprobar² que $\forall \bar{w} \in (1, 1 + \mu)$, $\Omega_{\bar{w}}(\mu, \bar{w}) > 0$ y $\Omega_{\mu}(\mu, \bar{w}) < 0$. Cuanto menor sea la discrepancia salarial, μ , y mayor sea la Base de Cotización máxima, \bar{w} , mayor será Ω . No existe discriminación en el caso extremo en el que ningún trabajador supera \bar{w} ($J = 1$). En tal caso, Ω alcanza su valor máximo, la unidad. Esto puede suceder $\forall \bar{w} \in (1, 1 + \mu]$ cuando todos los trabajadores tienen el mismo salario, $\mu = 0$, $\lim_{\mu \rightarrow 0} \Omega(\mu, \bar{w}) = 1$. Asimismo, tampoco existe discriminación cuando, aún existiendo discrepancia en los salarios, $\mu > 0$, la Base de Cotización máxima es mayor o igual al salario más alto dentro de la empresa, $\Omega(\mu, \bar{w}) = 1 \forall \bar{w} \geq 1 + \mu$. Por contra, la discriminación de la Seguridad Social en favor de los trabajadores con menor salario alcanza el máximo cuando \bar{w} es mínimo y μ es máximo: $\lim_{(\mu, \bar{w}) \rightarrow (1, 1)} \Omega(\mu, \bar{w}) = (1 + \ln(2))/2$.

Los trabajadores jubilados obtienen ingresos no sólo del sistema público de pensiones, sino también del plan de pensiones promovido por la empresa. En una primera etapa, se considera un plan que otorga a cada jubilado el mismo porcentaje, $p(t)$, de sus salarios reales en el momento de la jubilación. Partiendo de aquí, la integración con la Seguridad Social permite al empresario tener en cuenta las prestaciones públicas a la hora de determinar las pensiones privadas. A través de la integración con la Seguridad Social y siguiendo el método Offset (Schultz y Leavitt (1983), Muller (2005), Bender (2009)), la pensión privada de jubilación se reduce en un determinado porcentaje, $q(t)$, de la prestación de jubilación de la Seguridad Social, que a partir de ahora

²Las derivadas parciales de $\Omega(\mu, \bar{w})$ son:

$$\Omega_{\bar{w}}(\mu, \bar{w}) = \frac{1}{2\mu} \ln \frac{1+\mu}{\bar{w}} > 0 \quad \forall \bar{w} \in (1, 1 + \mu),$$

$$\Omega_{\mu}(\mu, \bar{w}) = \frac{[1 + \mu - \bar{w}] - \bar{w}(1 + \mu) \ln \frac{1 + \mu}{\bar{w}}}{2\mu^2(1 + \mu)} = \frac{\bar{w}}{2\mu^2} [\phi(\bar{w}) - \phi(1 + \mu)], \text{ con } \phi(x) = \ln x + 1/x,$$

$$\bar{w} \in (1, 1 + \mu) \wedge \phi'(x) > 0 \quad \forall x > 1 \Rightarrow \Omega_{\mu}(\mu, \bar{w}) < 0.$$

se denominará porcentaje de *Offset*, o simplemente *Offset*. Así, la pensión de jubilación que el empresario proporciona al j -ésimo trabajador es:

$$B_E^j(t) = \begin{cases} (p(t) - q(t)s(t)) w(j) & \text{si } w(j) < \bar{w}, \\ p(t)w(j) - q(t)s(t)\bar{w} & \text{si } w(j) \geq \bar{w}. \end{cases} \quad (4.3)$$

La tasa de sustitución del empresario para el trabajador j -ésimo se obtiene como la pensión privada dividida por el salario real del trabajador:

$$R_E^j(t) \equiv \frac{B_E^j(t)}{w(j)} = \begin{cases} p(t) - q(t)s(t) & \text{si } w(j) < \bar{w}, \\ p(t) - q(t)s(t)\frac{\bar{w}}{w(j)} & \text{si } w(j) \geq \bar{w}. \end{cases} \quad (4.4)$$

A través del método *Offset* utilizado para integrar el plan de pensiones, las prestaciones de jubilación privadas se reducen en un porcentaje, $q(t)$, de la prestación pública de cada empleado. Los planes privados de jubilación integrados proporcionan la misma tasa de sustitución para todos los empleados con salarios bajos. Por el contrario, para los trabajadores mejor remunerados, dado que en términos relativos las pensiones públicas son menores cuanto mayor sea la parte del salario por encima de \bar{w} , la tasa de sustitución será más grande cuanto mayor sea su salario. Esta mayor pensión privada, en términos relativos, les compensa, en cierta medida, por la discriminación a la que, en este sentido, les somete la Seguridad Social. Integrando la expresión (4.4), para el conjunto de jubilados heterogéneos, se obtiene la tasa de sustitución promedio de la empresa promotora del plan de pensiones:

$$\bar{R}_E(t) = p(t) - s(t)q(t)\Omega.$$

La tasa de sustitución total para el j -ésimo trabajador se obtiene sumando las tasas de sustitución públicas y privadas:

$$R^j(t) = \begin{cases} p(t) + (1 - q(t))s(t) & \text{si } w(j) < \bar{w}, \\ p(t) + (1 - q(t))s(t)\frac{\bar{w}}{w(j)} & \text{si } w(j) \geq \bar{w}. \end{cases} \quad (4.5)$$

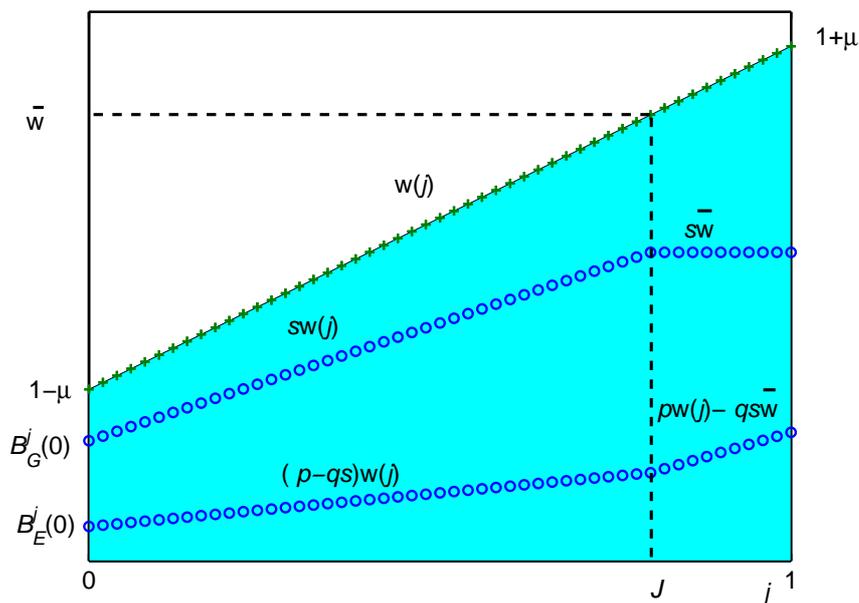


Figura 4.1. Salarios y Prestaciones de Pensión para Trabajadores Heterogéneos

Igualmente, la tasa de sustitución promedio total es:

$$\bar{R}(t) = p(t) + (1 - q(t))s(t)\Omega.$$

Cuanto mayor sea el porcentaje de Offset aplicado, más favorece el plan privado a los trabajadores con mayores salarios, y más homogénea será la tasa de sustitución total entre todos los empleados.

Con objeto de determinar el gasto global de pensiones en que incurren tanto el empresario como el Gobierno, se define a continuación el colectivo total de trabajadores activos, que contribuyen al sistema público de pensiones, y el colectivo de trabajadores retirados, que reciben tanto una pensión pública como una privada.

Se supone que el conjunto de trabajadores de una compañía representativa crece a una tasa constante y exógena, η , que coincide con la tasa de crecimiento

de la población en la economía. Asimismo se supone que todos los empleados comienzan a trabajar a la edad e y se jubilan a la edad r . No existe otra causa de salida de este colectivo distinta de la de jubilación; la tasa de mortalidad para los trabajadores activos se supone nula. Sin embargo, la tasa de fallecimiento para los jubilados, λ , es positiva, y por simplicidad se supone constante (independiente de la edad). Así, la población de edad a en el momento t se define como:

$$n(a, t) = e^{\eta(r-a)} e^{\eta t} e^{-\lambda_a(a-r)}, \quad \text{donde } \lambda_a = \begin{cases} 0 & \forall a < r \quad (\text{activos}), \\ \lambda & \forall a > r \quad (\text{jubilados}). \end{cases}$$

Agregando para distintas edades puede obtenerse el colectivo de trabajadores activos, $N_A(t)$, y jubilados, $N_R(t)$, en el momento t :

$$N_A(t) = \int_e^r n_A(a, t) da = e^{\eta t} \frac{e^{\eta(r-e)} - 1}{\eta}, \quad N_R(t) = \int_r^\infty n_R(a, t) da = \frac{e^{\eta t}}{\lambda + \eta}.$$

Los dos colectivos crecen a la misma tasa, η , por tanto, el ratio de jubilados por trabajador activo:

$$\Psi = \frac{N_R(t)}{N_A(t)} = \frac{\eta}{(\lambda + \eta)(e^{\eta(r-e)} - 1)},$$

es independiente del tiempo, con $\Psi_\lambda < 0$, $\Psi_r < 0$, $\Psi_e > 0$, y si $\eta > 0$ entonces $\Psi_\eta < 0$ (aquí, Ψ_x denota la derivada parcial de Ψ con respecto a x).

Las expresiones (4.1) y (4.3) representan las prestaciones de jubilación públicas y privadas para el trabajador j -ésimo. De estas definiciones, y teniendo en cuenta los supuestos sobre la dinámica poblacional de trabajadores activos y jubilados, la prestaciones que proporciona tanto la Seguridad Social como la empresa promotora del plan de pensiones, pueden ser definidas para todos los empleados que se jubilan en el momento t como:

$$b_G(t) = s(t)\Delta e^{\eta t}, \quad b_E(t) = [p(t) - q(t)s(t)\Delta] e^{\eta t},$$

donde

$$\Delta \equiv \Delta(\mu, \bar{w}) = \int_0^J w(j) dj + \int_J^1 \bar{w} dj \in [3/4, 1],$$

puede interpretarse como una medida inversa de la discriminación de la Seguridad Social hacia los trabajadores con salarios más altos en el mismo sentido que Ω .

La agregación de prestaciones de jubilación para el colectivo de pensionistas, jubilados en el momento t y con anterioridad, proporciona las prestaciones de jubilación agregadas, públicas y privadas, en términos absolutos:

$$B_G(t) = \frac{s(t)\Delta}{\lambda + \eta} e^{\eta t}, \quad B_E(t) = \frac{p(t) - q(t)s(t)\Delta}{\lambda + \eta} e^{\eta t}.$$

Las prestaciones agregadas crecen al igual que el colectivo de pensionistas: Se trata de funciones dependientes del tiempo. Sin embargo, dividiendo estas cantidades absolutas entre el número de trabajadores activos, permite medir los gastos derivados de las prestaciones de pensiones de jubilación, no en términos absolutos, sino relativos. Los gastos de pensiones soportados por trabajador activo no dependen directamente del argumento temporal, lo cual conduce a un problema autónomo:

$$\hat{B}_G(t) = \frac{B_G(t)}{N_A(t)} = s(t)\Delta\Psi, \quad \hat{B}_E(t) = \frac{B_E(t)}{N_A(t)} = [p(t) - q(t)s(t)\Delta]\Psi.$$

Una vez definida la tasa de sustitución total para cada trabajador y los gastos en que empresario y Gobierno incurren para la provisión de las pensiones de jubilación, el siguiente paso es establecer la valoración que cada jugador hace de las pensiones de jubilación y los gastos asociados a las mismas. Así, la siguiente sección define las funciones de pérdida de empresario y Gobierno, para, a continuación, representar la relación entre ambos agentes como un juego dinámico en el que ambos jugadores determinan la prestación de jubilación que minimiza su función de pérdidas a lo largo del tiempo.

4.3. El modelo

En esta sección se describe la interacción dinámica entre un empresario representativo, que promueve un plan privado de pensiones, y el Gobierno, que proporciona pensiones de jubilación públicas a los trabajadores. El empresario considera las prestaciones de jubilación como una renta diferida para sus empleados (ver, por ejemplo, Martocchio (2003)). Así considerada, la pensión privada no se trata de un pago temporal u ocasional, sino que es una parte de las retribuciones del empresario a sus trabajadores. Se trata de un pago sostenido que continuará mientras la empresa subsista. Asimismo, las pensiones públicas constituyen el núcleo de la Seguridad Social, y como tales, están fuertemente consolidadas. Este sentido de continuidad es el que conduce a considerar un horizonte temporal infinito.

Para definir las funciones de pérdidas, hay que tener en cuenta, en primer lugar, que tanto empresario y Gobierno tienen distintos intereses en lo que se refiere a las tasas de sustitución totales para el conjunto heterogéneo de trabajadores jubilados. En segundo lugar, los costes asociados a las pensiones privadas y públicas se consideran asimétricos, es decir, son percibidos de manera diferente por ambos agentes.

4.3.1. Funciones de pérdidas

El empresario ofrece un paquete de compensaciones laborales compuesto por los salarios actuales de los empleados más sus futuras pensiones privadas de jubilación. Por simplicidad se supone que las contribuciones a la Seguridad Social son realizadas exclusivamente por el empresario promotor del plan de pensiones en favor de sus trabajadores, aunque en muchas ocasiones las contribuciones se comparten entre el empresario y el trabajador³. La parte

³Las contribuciones a la Seguridad Social son pagadas por el empresario en un determinado porcentaje, y el resto es deducido del salario de cada trabajador por la Seguridad Social.

correspondiente a la componente privada de la pensión de jubilación del trabajador es financiada directamente por la empresa, mientras que la pensión pública es financiada indirectamente por ésta a través de las contribuciones realizadas a la Seguridad Social en favor de sus empleados. Un objetivo de los empresarios es que las prestaciones totales (públicas más privadas) sean proporcionales a los salarios de los trabajadores, que son un reflejo de sus capacidades o habilidades. Esta idea se ve reforzada en la literatura sobre la integración de planes de pensiones privados dentro de la Seguridad Social. En dicha literatura, se justifica la integración con el objeto de compensar la discriminación que sufren los trabajadores con mayores salarios por parte de la Seguridad Social (ver, por ejemplo, McGill et al. (2005)), buscando retener en la empresa a los trabajadores más productivos. Un objetivo adicional para el empresario consiste en que todos los trabajadores jubilados mantengan un nivel de poder adquisitivo similar al que tenían antes de que cesara su vida laboral. Reuniendo estas dos ideas, el empresario minimiza las desviaciones de la tasa de sustitución total del nivel deseado, un valor constante, δ . Así, la función de pérdidas del empresarios viene dada por:

$$\Gamma_E(p, s, q) = \int_0^1 (R^j - \delta)^2 dj = (\delta - p)^2 + (1 - q)^2 s^2 \Lambda - 2(\delta - p)(1 - q)s\Omega,$$

con $0 < \Lambda = \int_0^J dj + \int_J^1 [\bar{w}/w(j)]^2 dj < \Omega$. En lo sucesivo, el argumento temporal se omite cuando no se cause confusión.

La función $\Gamma_E(p, s, q)$ penaliza desviaciones de la tasa de sustitución total de un nivel objetivo, δ , para empleados con salarios heterogéneos. Por simplicidad, la penalización se supone simétrica con independencia de si las tasas de sustitución exceden o no alcanzan el nivel deseado.

La proporción en que empresario y empleado se reparten el pago de las cotizaciones difiere entre países. No obstante, independientemente de cuál sea esta proporción, dado que la parte cotizada por cada trabajador es determinada por la legislación y detraída de su salario, se puede realizar el supuesto de que directa o indirectamente, es el empresario el que paga las cotizaciones a la Seguridad Social en su totalidad.

El sistema público de pensiones tiene como principal objetivo garantizar una adecuada tasa de sustitución, en particular para el colectivo más vulnerable (véase, por ejemplo, Orszag y Shoven (2005)). Este objetivo también es consecuente con el supuesto de un Gobierno que intenta maximizar su popularidad, es decir, el porcentaje de voto esperado. En lo que respecta a la generosidad de las pensiones públicas, las preferencias de los votantes no son únicas, sin que dependen tanto de su edad como de su nivel salarial. Cuanto mayor sea la proporción de personas de edad avanzada (jubilados y empleados cercanos a la edad de jubilación), y cuanto mayor sea la desigualdad en las rentas antes de impuestos, más probable será la coalición entre las personas de más edad y los trabajadores con menores salarios para apoyar pensiones públicas altas (ver, por ejemplo, Tabellini (1990) o Persson y Tabellini (2002)). Así, se considera un Gobierno paternalista que busca garantizar tasas de sustitución apropiadas, cercanas a un determinado nivel deseado, en particular para los empleados con menores salarios. Las tasas de sustitución para los empleados con salarios más altos han sido ajustadas al alza mediante la integración de la pensión privada con la Seguridad Social para alcanzar a las de los trabajadores con salarios bajos, en consecuencia, no son una prioridad para el Gobierno. Así, éste minimiza desviaciones de la tasa de sustitución total del nivel deseado, pero sólo para aquellos trabajadores con salario inferior a la Base de Cotización máxima. La función de pérdidas del Gobierno es:

$$\Gamma_G(p, s, q) = \int_0^J (R^j - \delta)^2 dj = (\delta - p)^2 + (1 - q)^2 s^2 - 2(\delta - p)(1 - q)s.$$

No se conoce de ningún estudio empírico que permita decidir si la tasa de sustitución que el empresario busca para todos los jubilados es mayor o menor que la tasa de sustitución que el Gobierno desea para los empleados con menores salarios. Se trata de los objetivos de dos agentes distintos y para dos colectivos diferentes, lo que dificulta decantarse por una u otra alternativa. En consecuencia y por simplicidad, se analiza el caso de idéntico objetivo, δ .

Las prestaciones de jubilación representan un doble coste para el empresario. Por un lado, para sostener el sistema público de la Seguridad Social, contribuye con un porcentaje constante, c , del salario de cada trabajador, cualquiera que sea su nivel salarial. Así, la contribución total del empresario en el instante t es:

$$C(t) = \int_e^r n_A(a, t) da \int_0^1 c w(j) dj = c N_A(t).$$

El empresario proporciona asimismo una pensión de jubilación de prestación definida, siendo $\hat{B}_E(t)$ los costes de las pensiones privadas por trabajador activo en el momento t . La suma de las contribuciones del empresario al sistema público de pensiones más los gastos de las pensiones pagadas por la empresa proporciona el coste total para el empresario de las prestaciones de jubilación. El coste por cada trabajador activo puede expresarse como:

$$c + [p - qs\Delta]\Psi.$$

Mientras que los costes de las pensiones para las empresas se definen en términos monetarios, el coste del sistema de la Seguridad Social para el Gobierno se define a través de las discrepancias respecto de sus niveles ideales de déficit presupuestario y de deuda pública. Las empresas privadas pagan contribuciones a la Seguridad Social, que son utilizadas para proporcionar pensiones públicas a los jubilados. Cuando los gastos para la provisión de pensiones públicas son superiores (inferiores) a las contribuciones se genera un déficit (superávit) primario en el presupuesto público, cuya acumulación aumenta (reduce) la deuda pública. La deuda pública se financia a través de bonos públicos, cuyo tipo de interés, denotado por i , se supone constante⁴. Asimismo, en caso de una deuda negativa, el Gobierno obtendría por sus

⁴Considerar un tipo de interés constante es un supuesto simplista, que facilita la resolución analítica del juego diferencial. Considerar un tipo de interés directamente dependiente del nivel de deuda pública constituiría una extensión interesante del modelo.

inversiones el mismo rendimiento que paga por su deuda. Así, la evolución dinámica de la deuda pública por trabajador activo puede describirse a través de una ecuación diferencial lineal de primer orden:

$$\dot{D}(t) = s(t)\Delta\Psi + iD(t) - c. \quad (4.6)$$

El déficit presupuestario por trabajador activo se define como la suma del déficit primario, $s(t)\Delta\Psi - c$, y de los intereses de la deuda pública, $iD(t)$. El déficit primario sólo considera la distancia que separa las prestaciones de la pensión pública y las contribuciones a la Seguridad Social. La función del Gobierno como proveedor de bienes públicos y recaudador de impuestos no será considerada en esta definición de deuda pública. Equivalentemente, se está suponiendo que el presupuesto público, fuera de los ingresos y gastos relativos a la provisión de pensiones públicas, se encuentra equilibrado, proveyendo la deuda pública, exclusivamente de desequilibrios en la Seguridad Social.

Dos de los principales argumentos que justifican por qué los países industrializados intentan sanear sus finanzas públicas se asocian con el incremento del tipo de interés causado por la deuda pública: el efecto *crowding-out* (que vincula grandes déficits con una reducción en la inversión privada y en el crecimiento de capital), y el efecto inflacionario de la deuda pública (véase Ploeg (2005)). En nuestro marco, el tipo de interés se supone constante, lo que debilita estos dos argumentos, no obstante, se considera que el Gobierno incluye el déficit presupuestario y la deuda pública en su función de pérdidas. La autoridad nacional intenta no desviarse sustancialmente de un cierto nivel objetivo para la deuda pública y para el déficit presupuestario (ambos se suponen iguales a cero por simplicidad). Los votantes pueden percibir los déficits o la deuda pública como un riesgo para las futuras pensiones. En particular, en la Unión Monetaria Europea, los países han de cumplir con ciertos niveles de déficit presupuestario y deuda pública, incluso se enfrentan a la posibili-

dad de sanciones asociadas con déficits excesivos. Al mismo tiempo, superávits presupuestarios o una deuda pública negativa pueden ser percibidos como un síntoma de una mala gestión gubernativa, que puede estar poniendo de manifiesto tanto contribuciones demasiado elevadas, como prestaciones demasiado bajas. Así, el déficit presupuestario y la deuda pública están incluidos en la función de pérdidas del Gobierno como una combinación convexa de funciones cuadráticas, que penalizan las desviaciones del déficit o de la deuda, de sus niveles nulos deseados:

$$\sigma (s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1 - \sigma)\frac{D^2}{2},$$

donde $\sigma \in [0, 1]$ representa cómo el Gobierno pondera el objetivo a corto plazo de presupuesto equilibrado frente al objetivo a largo plazo de la deuda nula.

La función de pérdidas del empresario se construye como la combinación de su preocupación por unas adecuadas tasas de sustitución total y los costes que para él suponen las prestaciones por jubilación pública y privada:

$$\theta\Gamma_E(p, s, q) + c + (p - qs\Delta)\Psi, \quad \theta > 0.$$

El gasto en pensiones por trabajador activo se define como una cantidad monetaria, mientras el interés por unas tasas de sustitución adecuadas es un concepto subjetivo medido a través de la discrepancia entre las tasas de sustitución totales y su nivel deseado, Γ_E . En consecuencia, la ponderación θ representa la preocupación del empresario por unas tasas de sustitución totales cercanas a un nivel deseado. El interés por unos niveles adecuados de la pensión global puede ser superior o inferior al coste efectivo que ésta supone para el empresario, pudiendo así, θ , tomar valores por encima o por debajo de la unidad.

El coste del sistema de la Seguridad Social es una medida subjetiva. La función de pérdidas para el Gobierno también recoge un doble objetivo. Por un lado, desea unas tasas de sustitución totales cercanas a un determinado nivel,

si bien su preocupación se centra en los trabajadores con menores salarios. Por otro lado, el Gobierno tiene en cuenta el coste del sistema de la Seguridad Social, que es una medida subjetiva construida como la combinación entre el déficit corriente y la deuda pública acumulada. El primer objetivo es ponderado a la tasa α , frente a su objetivo de finanzas públicas, ponderado por $1 - \alpha$. Así, su función de pérdidas es una combinación convexa de ambos objetivos:

$$\alpha \Gamma_G(p, s, q) + (1 - \alpha) \left(\sigma (s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1 - \sigma) \frac{D^2}{2} \right), \quad \alpha \in (0, 1).$$

Una vez definidas las funciones de pérdida de ambos jugadores, a continuación se describe y resuelve el juego a la Stackelberg entre el Gobierno y el empresario.

4.4. Juego a la Stackelberg Gobierno-Empresario

Tanto el empresario representativo como el Gobierno han de tener en cuenta el comportamiento de su oponente al establecer sus estrategias de gasto en pensiones. La interacción estratégica entre estos jugadores se analiza de forma dinámica. El empresario considera las prestaciones de jubilación como una renta diferida para los trabajadores, que será recibida al término de sus carreras laborales (ver, por ejemplo, Martocchio (2003)). Así, las pensiones privadas no se consideran como un pago temporal u ocasional, sino como una retribución para los trabajadores, que continuará en tanto la empresa perdure. Al mismo tiempo, las pensiones públicas constituyen el núcleo del estado de bienestar, y como tal, están fuertemente consolidadas. Este sentido de continuidad en las pensiones tanto públicas como privadas es la base para suponer un horizonte temporal infinito.

La autoridad nacional determina la tasa de sustitución de la Seguridad Social para los trabajadores con menores salarios⁵, s , que en adelante se cono-

⁵Si bien s es la tasa de sustitución de los empleados cuyos salarios en el momento de la

cerá como *tasa de sustitución pública*. Los gastos en pensiones públicas tienen un impacto directo en el presupuesto de la Seguridad Social, y por tanto, en la dinámica y el nivel de deuda pública. Además, el stock de deuda pública tiene incidencia sobre la función de pérdidas del Gobierno y al mismo tiempo se ve afectado por las decisiones óptimas de este jugador. Así, el problema dinámico para el Gobierno consiste en minimizar las pérdidas a lo largo del tiempo descontadas a una tasa constante, ρ , sujeto a la evolución dinámica del stock de deuda pública:

$$\begin{aligned} \min_s \int_0^\infty \left[\alpha \Gamma_G(p, s, q) + (1-\alpha) \left(\sigma (s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1-\sigma) \frac{D^2}{2} \right) \right] e^{-\rho t}, \quad (4.7) \\ \text{s.a. } \dot{D} = s\Delta\Psi + iD - c, \quad D(0) = D_0. \end{aligned}$$

Las pensiones proporcionadas por el empresario antes de la aplicación del método Offset de integración se definen como el porcentaje p de las ganancias previas a la jubilación para cada trabajador, independientemente de su salario. La integración a través del método Offset reduce dicha tasa, p , en un cierto porcentaje, q , de la tasa de sustitución pública. A partir de ahora, esta tasa será conocida como *tasa de sustitución privada autónoma* (pues sería la tasa de sustitución en ausencia de integración, i.e. $q = 0$). La elección de este porcentaje p por parte del empresario es independiente del tiempo y aunque afecte a la tasa de sustitución total, no influye directamente en la dinámica del stock de deuda pública. Asimismo, la función de pérdidas del empresario tampoco se ve directamente afectada por la deuda. En consecuencia, el problema de optimización para el empresario no es dinámico, sino que se trata de un problema de decisión estático:

$$\min_p [\theta \Gamma_E(p, s, q) + c + (p - qs\Delta) \Psi]. \quad (4.8)$$

Se considera un juego a la Stackelberg en el que el Gobierno actúa co-

 jubilación no superaban \bar{w} , también determina la tasa de sustitución de quienes sí superaban este límite, $s\bar{w}/w(j) < 1$.

mo líder, mientras que el empresario es el seguidor. La caracterización del Gobierno como líder se debe a su capacidad para comprometerse a una determinada tasa de sustitución pública y que este compromiso sea creíble por el empresario. Una vez que el Gobierno anuncia la tasa de sustitución pública, el empresario fijará la tasa de sustitución privada autónoma que minimice su función de pérdidas.

En este tipo de juegos el Gobierno tiene una ventaja comparativa. Esta ventaja proviene del hecho de que la estrategia anunciada sea creíble por el empresario, cuya “reacción” a la misma es conocida por el Gobierno. Así, el Gobierno determina la pensión pública óptima teniendo en cuenta la reacción del empresario a la misma.

4.4.1. Resolución del juego a la Stackelberg

A continuación se calculan las estrategias de equilibrio de Markov no degenerado para el juego a la Stackelberg con el Gobierno como líder y el empresario como seguidor. Así, el Gobierno anuncia cuál es la tasa de sustitución pública que el empresario considera veraz. Resuelve el problema dinámico (4.7) conociendo la respuesta óptima del empresario para cada nivel de la tasa de sustitución pública. En consecuencia, en primer lugar, se calcula la función de reacción del empresario, como solución del problema estático (4.8). Suponiendo una solución interior, esta tasa óptima es función de la tasa de sustitución pública fijada por el Gobierno, si bien también depende del porcentaje de Offset:

$$p(s, q) = \delta - (1 - q)s\Omega - \frac{\Psi}{2\theta}. \quad (4.9)$$

La función de reacción del empresario frente a cualquier tasa de sustitución pública implica que la tasa de sustitución total promedio, $\bar{R}(t)$, siempre esté por debajo de su nivel deseado, δ , en la cantidad $\Psi/2\theta$. Así, cuanto me-

nor sea el número de jubilados por trabajador activo, o cuanto mayor sea la preocupación del empresario por la tasa de sustitución, más cerca estará la tasa de sustitución total de su nivel deseado.

En este juego a la Stackelberg, considerar estrategias de ciclo abierto tiene sentido toda vez que el Gobierno es el único jugador que resuelve un problema dinámico. El empresario se comporta como un jugador miope que no tiene en cuenta la evolución futura del stock de deuda pública. De hecho, su estrategia óptima ni tan siquiera depende del stock de deuda en cada instante. No obstante, para posibilitar la adaptación de la estrategia óptima del Gobierno ante choques externos que puedan modificar el nivel de deuda pública en un momento determinado, se estudian equilibrios de Markov caracterizados por un Gobierno que fija la tasa de sustitución pública como función de la deuda pública y del tiempo, $\phi_G(D, t)$. En la búsqueda de esta estrategia óptima, el Gobierno conoce la función de reacción del empresario, $p(s, q)$, y busca minimizar su función de pérdidas a lo largo del tiempo.

Para resolver este tipo de problemas, se define en cada momento t , la función valor para el Gobierno, $V(D, t)$ como el valor óptimo de su funcional objetivo desde este momento t , en adelante. El problema de optimización para el Gobierno es un problema autónomo con horizonte temporal infinito. Para este problema, considerando una solución estacionaria, $\phi_G(D)$, la función valor es independiente del argumento temporal, y sólo depende de la deuda pública, $V(D)$. La resolución de este tipo de problemas en la práctica resulta imposible debido a que $\phi_G(D)$ puede ser cualquier función. La forma más sencilla de limitar el espacio de funciones factibles para el Gobierno y permitir la resolución de estos problemas, es considerar $\phi_G(D)$ como una función afín en la deuda pública. La resolución detallada de este tipo de problemas puede encontrarse, por ejemplo, en Dockner et al. (2000).

Las condiciones necesarias de optimalidad se obtienen a partir de la ecua-

ción de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB):

$$\rho V(D) = \max_s \left\{ -\alpha \Gamma_G(p(s, q), s, q) - (1-\alpha) \left(\sigma (s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1-\sigma) \frac{D^2}{2} \right) + V'(D) [s\Delta\Psi + iD - c] \right\}.$$

Suponiendo soluciones interiores, de las condiciones necesarias de optimalidad se obtienen los equilibrios no degenerados de Markov que, para este juego a la Stackelberg, definen la tasa de sustitución pública y la tasa de sustitución privada autónoma óptimas como funciones del stock de la deuda pública:

$$\phi_G(D) = \frac{\Psi}{2\theta} \frac{\alpha(1-q)(1-\Omega) + 2\theta(1-\alpha)\Delta\sigma(c - Di) + \Delta\theta V'(D)}{\alpha(1-q)^2(1-\Omega)^2 + \Delta^2\Psi^2\sigma(1-\alpha)}, \quad (4.10)$$

y sustituyendo s por $\phi_G(D)$ en la ecuación (4.9), la tasa de sustitución privada autónoma óptima también puede ser expresado como una función del stock de deuda pública.

$$\phi_E(D) = p(\phi_G(D), q) = \delta - (1-q)\phi_G(D)\Omega - \frac{\Psi}{2\theta}. \quad (4.11)$$

Si, para un determinado stock de deuda pública, incrementos marginales en dicho stock reducen la función valor del Gobierno, $V'(D) < 0$, entonces, la tasa de sustitución pública es menor que la fijada en el caso estático, y en consecuencia, el empresario establece una mayor tasa de sustitución privada autónoma. El resultado a la inversa, cuando el valor marginal de la deuda pública es positivo, también es cierto.

De la expresión (4.11) se deduce que variaciones en las pensiones públicas (debidas a incrementos o reducciones en la deuda pública) se contrarrestan en cierta medida con variaciones de signo contrario en las pensiones privadas. La tasa de sustitución viene dada por $(1-q)\Omega$.

Para encontrar la expresión exacta de las políticas óptimas de Gobierno y empresario, así como la trayectoria óptima de la deuda, dada la estructura

lineal cuadrática del juego, se conjetura un función valor cuadrática para el Gobierno:

$$V(D) = v_2 D^2 + v_1 D + v_0, \quad (4.12)$$

donde v_2, v_1 y v_0 son las incógnitas a determinar. Dado que las soluciones consideradas son estacionarias, estas incógnitas son independientes del tiempo. Para esta función valor las soluciones estacionarias óptimas en (4.10) y (4.11) son funciones afines del stock de deuda pública. Sustituyendo estas funciones en la ecuación de HJB, y agrupando términos para potencias iguales de D , se obtiene un sistema de tres ecuaciones de Riccati. Los coeficientes desconocidos son las soluciones de este sistema de ecuaciones. Debido a la no linealidad de este sistema se obtienen dos ternas de soluciones con signos diferentes en v_2 . Las soluciones para v_2, v_1 y v_0 se pueden obtener gracias a la capacidad analítica de Mathematica.

La expresión de v_0 resulta extraordinariamente compleja y, dado que no aparece en $V'(D)$, no tiene efecto sobre las trayectorias óptimas de las tasas de sustitución pública y privada óptimas, ni sobre la deuda pública, no será incluida aquí. Por lo que respecta a las expresiones de los coeficientes v_2 y v_1 , pueden escribirse como:

$$v_2 = \frac{\pm \sqrt{[(1-\alpha)\varepsilon\rho - \alpha\beta(2i-\rho)]^2 + 4(1-\alpha)\Delta^2\Psi^2[(1-\alpha)\varepsilon(1-\sigma) + \alpha\beta(1-\sigma + i^2\sigma)]}}{2\Delta^2\Psi^2} + \frac{(1-\alpha)\varepsilon\rho - \alpha\beta(2i-\rho)}{2\Delta^2\Psi^2}, \quad (4.13)$$

$$v_1 = -\frac{\alpha(1-q)(1-\Omega)[v_2 - (1-\alpha)\sigma i][2\theta(1-q)(1-\Omega)c - \Delta\Psi^2]}{\theta[(1-\alpha)\varepsilon + \alpha\beta]\rho - (v_2\Delta^2\Psi^2 + \alpha\beta i)}, \quad (4.14)$$

donde $\beta = (1-q)^2(1-\Omega)^2 > 0$ y $\varepsilon = \Delta^2\Psi^2\sigma > 0$.

Las dos soluciones de este sistema de ecuaciones de Riccati presentan distinto signo para el coeficiente v_2 . La expresión de v_2 en la que la raíz cuadrada tiene signo negativo se corresponde con $v_2 < 0$, y viceversa. Sólo la solución con $v_2 < 0$ está asociada con una función valor cóncava en D . Para esta solución,

a continuación se comprueba que se verifica la condición de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(D)e^{-\rho t} = 0,$$

donde $D(t)$ es la trayectoria óptima de la deuda pública que se obtiene sustituyendo s por su valor óptimo, $\phi_G(D)$, en la dinámica de la deuda pública:

$$\dot{D} = \phi_G(D)\Delta\Psi - c + iD, \quad D(0) = D_0. \quad (4.15)$$

Esta dinámica puede reescribirse, teniendo en cuenta (4.10) y (4.12) como:

$$\begin{aligned} \dot{D} = \phi_G(D)\Delta\Psi - c + iD = D \left[\frac{\alpha\beta i + \Delta^2\Psi^2 v_2}{\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon} \right] + \\ \frac{\theta\Delta^2\Psi^2 v_1 + \alpha(1-q)(1-\Omega)\Delta\Psi^2 - 2\theta\alpha\beta c}{2\theta[\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon]}, \quad D(0) = D_0. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Teniendo en cuenta una función valor cuadrática, la condición de transversalidad requiere una trayectoria óptima para la deuda pública que verifique que D^2 crezca a una tasa inferior a ρ , o, equivalentemente:

$$\frac{\alpha\beta i + \Delta^2\Psi^2 v_2}{\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon} < \frac{\rho}{2},$$

que teniendo en cuenta (4.13), es equivalente a:

$$\frac{\pm\sqrt{[(1-\alpha)\varepsilon\rho - \alpha\beta(2i-\rho)]^2 + 4(1-\alpha)\Delta^2\Psi^2[(1-\alpha)\varepsilon(1-\sigma) + \alpha\beta(1-\sigma+i^2\sigma)]}}{\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon} < 0.$$

Esta inecuación se verifica únicamente en el caso $v_2 < 0$. En consecuencia, queda demostrado que la solución con $v_2 < 0$ asociada con una función valor cóncava, satisface las condiciones suficientes de optimalidad. Esta será la solución considerada en adelante.

4.4.2. Equilibrio de estados estacionarios

A partir de la dinámica de la deuda pública en (4.16), su valor de estado estacionario puede calcularse fácilmente:

$$D^* = -\frac{\theta\Delta^2\Psi^2 v_1 + \alpha(1-q)(1-\Omega)\Delta\Psi^2 - 2\theta\alpha\beta c}{2\theta[\alpha\beta i + \Delta^2\Psi^2 v_2]},$$

que, teniendo en cuenta la expresión de v_1 como función de v_2 en (4.14), puede escribirse como:

$$D^* = \frac{\Upsilon}{\Upsilon\rho - \Phi} \frac{\alpha(1-q)(1-\Omega)(\rho-i)\Theta}{2\theta\Phi}, \quad (4.17)$$

donde $\Upsilon = \alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon > 0$, $\Theta = 2\theta(1-q)(1-\Omega)c - \Delta\Psi^2$ y $\Phi = \alpha\beta i + \Delta^2\Psi^2 v_2$.

Conocida la deuda pública óptima de estado estacionario, las pensiones públicas y privadas también pueden ser caracterizadas en el estado estacionario. La tasa de sustitución pública y la tasa de sustitución privada autónoma, así como la tasa de sustitución total promedio, se pueden expresar en el estado estacionario como:

$$s^* = \frac{c - D^*i}{\Delta\Psi}, \quad p^* = \delta - \frac{(1-q)(c - \Omega D^*i)}{\Delta\Psi} + \frac{\Theta}{2\theta\Delta\Psi}, \quad \bar{R}^* = \delta - \frac{\Psi}{2\theta}.$$

La demostración es inmediata a partir de la definición de \bar{R} , de la dinámica de la deuda pública en (4.6) y de la expresión $p(s, q)$ en (4.9).

4.4.3. Estabilidad

La trayectoria óptima de la deuda hacia su valor de estado estacionario se obtiene inmediatamente a partir de la ecuación diferencial (4.16):

$$D(t) = (D_0 - D^*)e^{\frac{\Phi}{\Upsilon}t} + D^*, \quad D(0) = D_0. \quad (4.18)$$

Conocido $D(t)$, las trayectorias óptimas para la tasa de sustitución pública y la tasa de sustitución privada autónoma también son conocidas a partir de las expresiones $\phi_G(D)$ y $\phi_E(D)$ en (4.10) y (4.11).

De la trayectoria óptima para la deuda pública en (4.18) se obtiene una caracterización para la convergencia de la deuda a su estado estacionario:

$$\Phi \equiv \alpha\beta i + \Delta^2\Psi^2 v_2 < 0.$$

Teniendo en cuenta la expresión de v_2 , es posible escribir esta inecuación como una condición sobre α . Definiendo Φ como función de α , $\Phi(\alpha)$, es fácil probar que

$$\Phi(0) = \frac{\Delta^2 \Psi^2 \sigma}{2} \left[\rho - \sqrt{\rho^2 + 4 \frac{1-\sigma}{\sigma}} \right] < 0 \quad \forall \sigma \in (0, 1).$$

Además, encontrar las soluciones de la ecuación $\Phi(\alpha) = 0$ es equivalente a calcular las raíces del polinomio de orden 2 en α :

$$\begin{aligned} & [(1-\alpha)\varepsilon - \alpha\beta]^2 \rho^2 + \alpha\beta(1-\sigma + i^2\sigma) - [(1-\alpha)\varepsilon\rho - \alpha\beta(2i-\rho)]^2 \\ & - 4\Delta^2 \Psi^2 (1-\alpha)[(1-\alpha)\varepsilon(1-\sigma)]. \end{aligned}$$

Este polinomio tiene dos raíces reales:

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 - \frac{(1 - (1-q)^2 \Omega)^2}{\varepsilon}}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{1 + \frac{\beta i (\rho - i) \sigma}{\varepsilon (1 - \sigma)}}.$$

Dependiendo del signo de su denominador, α_1 puede ser bien negativo o bien mayor que uno, pero nunca tomará valores en el intervalo $(0, 1)$. La segunda raíz, α_2 , puede tomar valores dentro o fuera del intervalo $(0, 1)$ dependiendo de los valores de i y de ρ . Teniendo en cuenta que $\Phi(\alpha)$ es una función continua con $\Phi(0) < 0$, distinguimos los siguientes casos:

$$\begin{aligned} \blacksquare \rho < i & \begin{cases} \rho < i - \frac{\varepsilon(1-\sigma)}{\beta\sigma i} & \alpha_2 < 0, \\ i - \frac{\varepsilon(1-\sigma)}{\beta\sigma i} < \rho < i & \alpha_2 > 1, \end{cases} \Rightarrow \Phi(\alpha) < 0 \quad \forall \alpha \in [0, 1]. \\ \blacksquare \rho > i & \quad \alpha_2 \in (0, 1) \Rightarrow \begin{cases} \Phi(\alpha) < 0 & \forall \alpha \in [0, \alpha_2), \\ \Phi(\alpha) > 0 & \forall \alpha \in (\alpha_2, 1]. \end{cases} \end{aligned}$$

Se puede afirmar que si el Gobierno descuenta a una tasa inferior al coste de la deuda, el tipo de interés de los bonos del tesoro, $\rho < i$, la deuda pública siempre converge a su valor de estado estacionario con independencia de la preocupación del Gobierno por unas cuentas públicas saneadas. En el caso

contrario, si el Gobierno es muy impaciente y la tasa de descuento es mayor que el tipo de interés, $\rho > i$, la convergencia de la deuda pública hacia el estado estacionario exige que el peso que el Gobierno asigna a la consecución de tasas de sustitución adecuadas, α , no sea excesivo frente al peso otorgado al objetivo de unas finanzas públicas saneadas, $1 - \alpha$, con independencia del peso relativo que el Gobierno conceda al déficit frente a la deuda, σ . Por el contrario, si $\alpha > \alpha_2$, el desinterés del Gobierno por unas finanzas públicas saneadas conduciría a un comportamiento explosivo bien de la deuda pública o bien del fondo de reserva de la Seguridad Social, dependiendo de si el valor inicial de la deuda pública se encuentra por encima o por debajo de su nivel de estado estacionario. Este comportamiento explosivo es más probable cuando el Gobierno está más preocupado por el objetivo de corto plazo de un presupuesto equilibrado, que en el objetivo de largo plazo de una deuda controlada. Es decir, cuando σ es cercano a 1, α_1 es próximo a 0.

Bajo las condiciones que garantizan la convergencia de la deuda hacia su valor de estado estacionario, el signo de este valor puede ser completamente caracterizado. Así, la siguiente sección describe las situaciones que conducen, bien a una deuda pública positiva, o por el contrario, a un fondo de reserva de la Seguridad Social.

4.4.4. Deuda pública vs. Fondo de reserva de la Seguridad Social

Bajo la hipótesis de convergencia, es decir, para $\Phi < 0$, de la expresión (4.17) inmediatamente se deduce que $\text{signo}(D^*) = \text{signo}(\Theta(i - \rho))$. Para dotar de una interpretación a este resultado, es importante entender el significado del signo de Θ . Considerando un déficit primario nulo, es decir, una equivalencia entre contribuciones y prestaciones públicas de jubilación, se calcula a continuación la distancia entre la tasa de sustitución total de los trabajadores

con menores ingresos, \bar{R}^{lw} , y el objetivo del Gobierno, δ , en el equilibrio de estado estacionario. En el equilibrio, el empresario fija la tasa de sustitución autónoma privada óptima, $p(s, q)$, en (4.9). En consecuencia,

$$\bar{R}^{lw} - \delta = \frac{1}{J} \int_0^J R^j dj - \delta = (1 - q)(1 - \Omega)s - \frac{\Psi}{2\theta}.$$

Si, además, el déficit primario fuese nulo, es decir $s\Delta\Psi = c$, entonces,

$$\bar{R}^{lw} - \delta = (1 - q)(1 - \Omega) \frac{c}{\Delta\Psi} - \frac{\Psi}{2\theta} = \frac{\Theta}{2\theta\Delta\Psi}.$$

Bajo el supuesto de un déficit primario nulo, si Θ es negativo, entonces la suma de las tasas de sustitución pública y privada para los trabajadores con salarios bajos no alcanza el objetivo deseado por el Gobierno, δ . El sistema de pensiones es incapaz de alcanzar la tasa de sustitución total que el Gobierno considera adecuada para los trabajadores con menores ingresos (y obviamente, la expresión (4.5) muestra que tampoco para los trabajadores con salarios más altos). A la inversa, un Θ positivo implica que, si las finanzas del Gobierno están equilibradas, es decir, no existe déficit o superávit presupuestario, entonces los empleados con salarios más bajos obtienen una tasa de sustitución total demasiado grande, al menos desde el punto de vista del Gobierno.

Suponiendo una situación inicial sin deuda pública ni déficit primario, un Θ negativo representa un escenario donde \bar{R}^{lw} no alcanza el nivel objetivo, δ . Si el Gobierno es muy impaciente (tiene una tasa de descuento alta), incrementaría s elevando los gastos en pensiones públicas, $s\Delta\Psi$, por encima de las contribuciones, c , lo cual incrementaría R^{lw} hacia el objetivo del Gobierno, δ . No obstante, mayores gastos en pensiones darían lugar a déficits presupuestarios y por tanto, a una deuda pública positiva. El Gobierno debería pagar los intereses de la deuda, y quedarían menos recursos disponibles para los gastos en pensiones en el futuro y, por tanto, \bar{R}^{lw} distaría aún más de alcanzar el nivel objetivo, δ . En el largo plazo, el estado estacionario de la economía se

caracteriza por la existencia de deuda pública y una tasa de sustitución total baja para los trabajadores con menores salarios.

A la inversa, un Gobierno paciente ante una situación de costes elevados de la deuda pública (o, ingresos altos del fondo de reserva de la Seguridad Social) en términos relativos, $\rho < i$, soportaría la carga inicial de unas tasas de sustitución demasiado bajas, \bar{R}^{lw} por debajo de δ , e incluso incrementaría dicha brecha reduciendo las prestaciones públicas de jubilación, lo que produciría superávits presupuestarios, que conducirían a un fondo de reserva de la Seguridad Social. En el estado estacionario, los ingresos por los intereses procedentes de este fondo aumentarían los gastos en pensiones públicas, incrementando la tasa de sustitución total para los trabajadores con menores salarios hacia el objetivo δ . Se podría aplicar el razonamiento opuesto para un Θ positivo.

Bajo el supuesto de cuentas públicas equilibradas, un Θ negativo, es decir, una tasa de sustitución total para trabajadores de bajos ingresos por debajo del nivel deseado por el Gobierno, es tanto más probable cuanto menor sean el interés del empresario por unas tasas de sustitución adecuadas, θ , o las contribuciones a la Seguridad Social, c . Por el contrario, un valor positivo de Θ , asociado con una tasa de sustitución total por encima del nivel deseado por el Gobierno, es más probable cuanto mayor sea la discrepancia entre las tasas de sustitución para los trabajadores con salarios altos y bajos. Las tasas de sustitución totales muestran una mayor desigualdad cuanto mayor sea la discriminación de la Seguridad Social en contra de los trabajadores con salarios más altos, o cuanto menor sea el porcentaje de Offset (que permite contrarrestar la discriminación). Igualmente, un valor positivo de Θ viene asociado con bajos ratios de jubilados por trabajador activo. En resumen, $\Theta > 0$ se puede asociar con un fuerte interés del empresario por unas adecuadas pensiones de jubilación, un fuerte sesgo de las pensiones públicas en favor de los trabaja-

dores con salarios más bajos, un moderado nivel de integración y un pequeño porcentaje de jubilados por trabajador activo, y viceversa.

4.4.5. Comparación de resultados bajo un Gobierno estático vs un Gobierno dinámico

El problema estático para un Gobierno que actúe como líder en un juego a la Stackelberg con el empresario, podría plantearse como:

$$\max_s \left\{ -\alpha \Gamma_G(p(s, q), s, q) - (1 - \alpha) \left(\sigma(s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1 - \sigma)\frac{D^2}{2} \right) \right\},$$

donde $p(s, q)$ es la estrategia óptima del empresario en (4.9).

Derivando con respecto a s e igualando a cero, la tasa de sustitución pública estática óptima, es:

$$s_s(D) = \frac{\Psi \alpha(1 - q)(1 - \Omega) + 2\theta(1 - \alpha)\Delta\sigma(c - Di)}{2\theta \alpha\beta + (1 - \alpha)\varepsilon}.$$

Sustituyendo s por $s_s(D)$ en (4.6) y resolviendo la ecuación diferencial en D , se obtiene la trayectoria óptima de la deuda pública:

$$D_s(t) = (D_0 - D_s^*)e^{\frac{\Phi_s}{\Upsilon}t} + D_s^*, \quad (4.19)$$

donde $\Phi_s = \alpha\beta i > 0$. Asimismo, igualando a cero esta ecuación diferencial, se obtiene la deuda pública en el estado estacionario:

$$D_s^* = \frac{\Theta}{2\theta(1 - q)(1 - \Omega)i}. \quad (4.20)$$

Toda vez que $\Phi_s/\Upsilon > 0$, la deuda pública óptima explota hacia más o menos infinito dependiendo de si D_0 se encuentra por encima o por debajo de D_s^* . Únicamente se mantendrá en su nivel de estado estacionario si inicialmente se encuentra en dicho valor.

En el supuesto de un Gobierno miope, partiendo de una situación de ausencia de deuda pública en la que la contribución es empleada en su totalidad

para pagar las pensiones públicas, si $\Theta < 0$ entonces $\bar{R}^{lw} < \delta$ y el Gobierno incrementará las prestaciones para acercar la tasa de sustitución total de los trabajadores con salarios bajos a su nivel deseado, δ . Esto producirá un déficit que genera un problema de deuda pública. Los intereses pagados por los bonos emitidos para financiar la deuda reducen aun más la disponibilidad de recursos para las pensiones públicas, lo que obliga al Gobierno a un mayor endeudamiento para pagar dichas prestaciones a los desempleados. Se produce así una espiral en la que un mayor déficit acrecienta la deuda y ésta, asimismo, exige de un mayor déficit para acercar la tasa de reposición a su nivel deseado. Por el contrario, si $\Theta > 0$ entonces $\bar{R}^{lw} > \delta$ y el Gobierno reducirá las prestaciones para acercar la tasa de sustitución de los trabajadores con salarios bajos a su nivel deseado, δ . Esto producirá un superávit que genera un fondo de reserva de la Seguridad Social. Los intereses generados por ese fondo no son necesarios para pagar pensiones públicas, realimentando dicho fondo.

La deuda pública de estado estacionario puede ser comparada en los supuestos estático y dinámico si en el supuesto dinámico se verifica la condición de estabilidad $\Phi > 0$, y en el estático el nivel inicial de deuda pública coincide con D_s^* . Bajo estos supuestos, la comparación depende del signo de Θ y de si los intereses asociados a los bonos del tesoro superan o son inferiores a la tasa a la que el Gobierno descuenta el futuro. Suponiendo que se cumplen las condiciones para que $\Phi < 0$, de las expresiones (4.17) y (4.20), pueden compararse la deuda pública estática y la dinámica en el estado estacionario. Así, para $\Theta > 0$, $D_s^* > D^*$ si y sólo si:

$$\frac{1}{(1-q)(1-\Omega)i} > \frac{\rho - i}{\Phi} \frac{\alpha(1-q)(1-\Omega)(\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon)}{(\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon)\rho - \Phi},$$

que para $\Phi < 0$, es equivalente a:

$$\Phi[(\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon)\rho - \Phi] < (\rho - i)\alpha\beta(\alpha\beta + (1-\alpha)\varepsilon)i.$$

Tras realizar algunos cálculos, esta desigualdad puede escribirse como:

$$-[(1 - \alpha)\varepsilon]^2 \frac{1 - \sigma}{\sigma} - \alpha\beta(1 - \alpha)\varepsilon \frac{1 - \sigma}{\sigma} < 0,$$

válido $\forall \sigma \in (0, 1)$. Siguiendo el mismo razonamiento para $\Theta < 0$ resulta $D_s^* < D^*$. Asimismo, teniendo en cuenta que $\text{signo}(D_s^*) = \text{signo}(\Theta)$ y $\text{signo}(D^*) = \text{signo}(\Theta(i - \rho))$, queda demostrado:

| | $\Theta > 0$ | $\Theta < 0$ |
|------------|-------------------|-------------------|
| $i > \rho$ | $D_s^* > D^* > 0$ | $D_s^* < D^* < 0$ |
| $i < \rho$ | $D_s^* > 0 > D^*$ | $D_s^* < 0 < D^*$ |

Cuadro 1

Una mayor deuda de estado estacionario lleva asociado un menor gasto en pensiones públicas y, por tanto, una mayor tasa de sustitución privada autónoma. Así, $D^* \geq D_s^* \Leftrightarrow s^* \leq s_s^* \Leftrightarrow p^* \geq p_s^*$.

La demostración de estas equivalencias es inmediata a partir de la definición de D^* , D_s^* , s^* , p^* , y teniendo en cuenta que las expresiones de s_s^* y p_s^* coinciden con las de s^* y K^* reemplazando D^* por D_s^* .

Teniendo en cuenta que el valor de estado estacionario en el supuesto estático no es, en general, estable, una vez comparado su valor con el obtenido en el caso dinámico, lo que interesa comparar es la trayectoria temporal de la deuda pública en el supuesto estático (que se aleja de su valor de estado estacionario), frente a la trayectoria de la misma en el caso dinámico (que converge hacia su valor de estado estacionario). A continuación se describen las trayectorias partiendo de un mismo valor inicial de deuda nula. Cuando $\Theta < 0$, la tasa de sustitución para los trabajadores con bajo salario en el supuesto de déficit primario nulo no alcanza el nivel deseado. La deuda pública de estado estacionario en el supuesto estático tiene signo negativo. Partiendo de una deuda nula, un Gobierno miope entra en una espiral de endeudamiento con una deuda pública positiva y cada vez más alta. Por contra, en el supuesto dinámico

se genera deuda hasta alcanzar un nivel finito de estado estacionario si $i < \rho$, o bien, se crea un fondo de reserva también con un nivel finito si $i > \rho$.

Bajo el supuesto $\Theta > 0$, la tasa de sustitución estacionaria para los trabajadores con menores salarios cuando el déficit primario es nulo supera el nivel deseado. En el supuesto estático la deuda pública de estado estacionario toma un valor positivo. Partiendo de una situación inicial de inexistencia de deuda pública, un Gobierno miope, que afronta unas prestaciones de jubilación con tasas de sustitución por encima de las que considera adecuadas, reduciría estas prestaciones generando un superávit que alimenta un fondo de reserva de la Seguridad Social. De nuevo se entra en una espiral que genera un fondo (o, equivalentemente, una deuda negativa) cada vez mayor, que se aleja de su valor de estado estacionario. En consecuencia, la deuda en el supuesto estático es inferior a la del caso dinámico, que converge a un valor positivo si $i > \rho$ o a un fondo de reserva de tamaño limitado si $i < \rho$.

4.5. Gobierno como único agente decisor

En este escenario las decisiones sobre prestaciones por jubilación, tanto públicas como privadas son tomadas por un único agente decisor: el Gobierno. Así, no se analiza aquí un juego, sino un problema dinámico de optimización para un planificador central. Las decisiones óptimas tomadas por el Gobierno bajo este escenario constituyen un *first best*, que se contrastará con las soluciones del juego a la Stackelberg.

En este escenario de referencia se considera un Gobierno que no sólo determina la tasa de sustitución pública, s , sino que también puede imponer la tasa de sustitución privada autónoma, p , al empresario. El problema dinámico para el Gobierno es equivalente a (4.7), si bien en este caso la tasa de sustitución privada autónoma no es elegida por el empresario estático en (4.9), sino

que es una segunda variable de control para el Gobierno, junto con la tasa de sustitución pública.

Cuando el Gobierno controla la tasa de sustitución pública y la tasa de sustitución privada autónoma, definiendo $F(D)$ como la función valor del Gobierno en este escenario *first best*, la ecuación de HJB puede escribirse como:

$$\rho F(D) = \max_{s,p} \left\{ -\alpha \Gamma_G(p, s, q) - (1-\alpha) \left(\sigma (s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1-\sigma) \frac{D^2}{2} \right) + F'(D) [s\Delta\Psi + iD - c] \right\}. \quad (4.21)$$

Conjeturando una función valor cuadrática: $F(D) = f_2 D^2 + f_1 D + f_0$, tomando derivadas con respecto a los dos controles e igualando a cero, se obtienen las expresiones óptimas para las tasas de sustitución pública y privada⁶:

$$s_f(D) = \frac{c - Di}{\Delta\Psi} + \frac{2f_2 D + f_1}{2\Delta\Psi(1-\alpha)\sigma}, \quad p_f(D) = \delta - (1-q)s_f(D). \quad (4.22)$$

Sustituyendo la función valor conjeturada y las expresiones de las estrategias óptimas (4.22) en la ecuación de HJB, (4.21), e identificando coeficientes para las mismas potencias de D , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones de Riccati:

$$\rho f_2 = \frac{f_2^2 - (1-\alpha)^2(1-\sigma)\sigma}{(1-\alpha)\sigma}, \quad (4.23)$$

$$\rho f_1 = \frac{f_2 f_1}{(1-\alpha)\sigma}, \quad (4.24)$$

$$\rho f_0 = \frac{f_1^2}{4\sigma(1-\alpha)}. \quad (4.25)$$

Cuando el objetivo de un déficit equilibrado y una deuda pública controlada son valorados con un peso no nulo, es decir, $\sigma \in (0, 1)$ y $\alpha < 1$, este sistema tiene dos conjuntos de soluciones, con $f_1 = f_0 = 0$ y

$$f_2 = \frac{(1-\alpha)\sigma}{2} \left[\rho \pm \sqrt{\rho^2 + 4\frac{1-\sigma}{\sigma}} \right].$$

⁶De aquí en adelante, la letra f como subíndice hará referencia a este escenario *first best*.

La solución con $f_2 = (1 - \alpha)\sigma \left[\rho - \sqrt{\rho^2 + 4(1 - \sigma)/\sigma} \right] / 2 < 0$, garantiza una función valor cóncava en D , y será considerada en adelante. Así, a partir de esta solución y las ecuaciones (4.22), la tasa de sustitución pública y la tasa de sustitución privada autónoma óptimas, pueden reescribirse como:

$$s_f(D) = \frac{c - Di}{\Delta\Psi} - \frac{\xi D}{\Delta\Psi}, \quad p_f(D) = \delta - (1 - q)s_f(D), \quad (4.26)$$

con $\xi = - \left[\rho - \sqrt{\rho^2 + 4(1 - \sigma)/\sigma} \right] / 2 = f_2 / ((1 - \alpha)\sigma) > 0$.

Un incremento en el nivel de deuda pública empujaría al Gobierno a reducir la tasa de sustitución pública e incrementar la tasa de sustitución privada autónoma. La tasa a la que las pensiones privadas compensan variaciones en las pensiones públicas (generadas por variaciones en el nivel de deuda pública), es mayor que en el juego a la Stackelberg (véase ec. (4.9)), $1 - q > (1 - q\Omega)$.

Teniendo en cuenta la tasa de sustitución pública óptima en (4.26), la ecuación dinámica para la deuda pública en (4.6) se puede reescribir como:

$$\dot{D}(t) = \frac{D}{2} \left[\rho - \sqrt{\rho^2 + 4\frac{1 - \sigma}{\sigma}} \right] = -D\xi.$$

A partir de esta ecuación diferencial, la trayectoria óptima para la deuda pública se deduce inmediatamente:

$$D_f(t) = (D_0 - D_f^*)e^{-\xi t} + D_f^*, \quad (4.27)$$

con $D_f^* = 0$. Dado que $\xi > 0$, la deuda pública converge hacia su valor nulo de estado estacionario, D_f^* , para cualquier valor inicial de dicho stock. Una deuda pública positiva induciría al Gobierno a fijar una tasa de sustitución pública por debajo del valor que equilibra el presupuesto, $(c - Di)/\Delta\Psi$. Esto generaría un superávit con el cual reducir la deuda pública. Se aplica el razonamiento opuesto si la deuda pública es negativa y existe un fondo de reserva de la Seguridad Social. La velocidad de ajuste hacia el estado estacionario con deuda pública nula, ξ , es más rápida cuanto menores sean la preocupación de corto

plazo del gobierno por un presupuesto equilibrado, σ , (en términos relativos a su preocupación de largo plazo por una deuda pública controlada, $1 - \sigma$) y el grado de impaciencia del gobierno: $\xi_\sigma, \xi_\rho < 0$.

Nótese que $-2\xi < \rho$, de donde inmediatamente se deduce el cumplimiento de la condición de transversalidad:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(D(t))e^{-\rho t} = 0,$$

donde $D(t)$ es la solución de la ecuación de estado (4.15). Así, esta solución satisface las condiciones suficientes de optimalidad.

Conocida la deuda pública de estado estacionario, $D_f^* = 0$, de las expresiones en (4.26) que definen las estrategias óptimas y de la definición de \bar{R} , se obtienen la tasa de sustitución pública y la tasa de sustitución privada autónoma, así como la tasa de sustitución total promedio en el estado estacionario:

$$s_f^* = \frac{c}{\Delta\Psi}, \quad p_f^* = \delta - \frac{(1-q)c}{\Delta\Psi}, \quad \bar{R}_f^* = \delta - (1-q)(1-\Omega)\frac{c}{\Delta\Psi} = \delta - \frac{\Psi}{2\theta} - \frac{\Theta}{2\theta\Delta\Psi}.$$

4.6. Porcentaje de Offset como variable de decisión estratégica

En este último escenario la soberanía para decidir sobre la tasa de sustitución privada autónoma es devuelta al empresario, cuya decisión, de nuevo, no afecta ni se ve influenciada directamente por el stock de deuda pública. Resuelve el problema estático de minimización en (4.8) y establece como política óptima $p(s, q)$ en la ecuación (4.9) como función de la tasa de sustitución pública y del porcentaje de Offset.

Hasta este momento se ha supuesto que cuando el Gobierno determinaba las pensiones públicas, era consciente del proceso de integración con la Seguridad Social, que coordina el plan promovido por la empresa con el sistema público de pensiones. El Gobierno conocía el método Offset para calcular la

pensión privada del empresario detrayendo a cada trabajador un porcentaje, q , de su pensión pública. Este porcentaje era considerado como una constante exógena. En esta sección el Gobierno no sólo va a determinar la tasa de sustitución pública, sino que también decide estratégicamente el porcentaje de Offset, q , con el objeto de minimizar sus pérdidas a lo largo del tiempo.

Para este juego en el que el empresario decide la tasa de sustitución privada autónoma de forma estática, mientras el Gobierno controla la tasa de sustitución pública y el porcentaje de Offset, la función valor para el Gobierno se denota como $I(D)$. Así, la ecuación de HJB para este jugador puede escribirse como:

$$\rho I(D) = \max_{s,q} \left\{ -\alpha \Gamma_G(p(s,q), s, q) - (1-\alpha) \left(\sigma (s\Delta\Psi + iD - c)^2 + (1-\sigma) \frac{D^2}{2} \right) + I'(D) [s\Delta\Psi + iD - c] \right\}. \quad (4.28)$$

Tomando derivadas respecto de s y q , e igualando a cero, se calculan las estrategias óptimas de Markov para el Gobierno:

$$s_I(D) = \frac{c - Di}{\Delta\Psi} + \frac{I'(D)}{2\Delta\Psi(1-\alpha)\sigma}, \quad q_I(D) = 1 - \frac{\Psi}{2\theta(1-\Omega)s_I(D)}. \quad (4.29)$$

A partir de estas expresiones y de la ecuación (4.9), se obtiene la tasa autónoma privada de sustitución de equilibrio:

$$p_I = p(s_I(D), q_I(D)) = \delta - \frac{\Psi}{2\theta(1-\Omega)}. \quad (4.30)$$

Si se conjetura aquí una función valor cuadrática, $I(D) = \tau_2 D^2 + \tau_1 D + \tau_0$, se sustituyen las estrategias óptimas $s_I(D)$, p_I y $q_I(D)$ en la ecuación de HJB (4.28), agrupando términos para idénticas potencias de D , se obtiene un sistema de tres ecuaciones de Riccati en las variables τ_2, τ_1 y τ_0 . Este sistema es equivalente al obtenido en el escenario anterior en el que el Gobierno era el único decisor, en las ecuaciones (4.23) a (4.25). Así, $\tau_2 = f_2$, $\tau_1 = f_1$, $\tau_0 = f_0$, la función $I(D)$ coincide con la función valor en el caso *first best* y,

en consecuencia, la tasa de sustitución pública coincide con la tasa obtenida por el Gobierno cuando es el único agente decisor:

$$s_I(D) = \frac{c - Di}{\Delta\Psi} + \frac{2f_2D + f_1}{2\Delta\Psi(1 - \alpha)\sigma} = \frac{c - Di}{\Delta\Psi} - \frac{\xi D}{\Delta\Psi} = s_f(D). \quad (4.31)$$

La decisión óptima sobre la tasa de sustitución privada autónoma p , es tomada por el empresario, un optimizador estático que fija una tasa de sustitución privada autónoma como función de reacción ante las decisiones óptimas del Gobierno. El Gobierno, líder en este juego a la Stackelberg, al determinar sus estrategias óptimas sobre la tasa de sustitución pública y sobre el porcentaje de Offset, conoce cómo afecta a las prestaciones privadas de modo directo, a través del mecanismo Offset de integración, y de forma indirecta, ya que conoce la reacción del empresario frente a sus decisiones sobre s y q . Cuando el Gobierno puede determinar la política óptima de cada una de estas dos herramientas, la tasa de sustitución privada autónoma, p_I , no coincide con la que fijaría el Gobierno en el escenario en el que es el único agente decisor, pero donde el porcentaje de Offset es una variable exógena. No obstante, la función valor del Gobierno cuando determina las pensiones pública y privada, siendo exógeno el porcentaje de Offset, coincide con su función valor cuando las pensiones privadas las fija el empresario, pero el porcentaje de Offset no es exógeno sino que constituye una segunda variable de decisión para el Gobierno.

Teniendo en cuenta que $s_I(D) = s_f(D)$, de su expresión en (4.31) la ecuación dinámica (4.6) se deduce que $D_I^* = D_f^* = 0$ y, por tanto, $s_I^* = s_f^* = c/\Delta\Psi$. Asimismo, toda vez que los coeficientes de la función valor, cuando la tasa Offset es endógenamente determinada por el Gobierno, coinciden con los obtenidos en el *first best* del Gobierno cuando el Offset es una variable exógena pero el Gobierno es el único agente decisor en materia de pensiones, $D_I(t) = D_f(t)$.

Como conclusión a esta sección, puede decirse que los valores de estado

estacionario y las trayectorias óptimas para la deuda pública, D_I^* , $D_I(t)$, y para la tasa de sustitución pública, s_I^* , $s_I(t)$, coinciden con las del escenario anterior, cuando el Gobierno era el único agente decisor. Asimismo, a partir de las estrategias óptimas en (4.29) y (4.30) y de la definición de \bar{R} , la tasa de sustitución privada autónoma, el porcentaje de Offset y la tasa de sustitución total promedio en el estado estacionario se pueden escribir como:

$$p_I^* = p_I = \delta - \frac{\Psi}{2\theta(1-\Omega)}, \quad q_I^* = 1 - \frac{\Delta\Psi^2}{2\theta(1-\Omega)c}, \quad \bar{R}_I^* = \delta - \frac{\Psi}{2\theta}.$$

Interesa recalcar que el porcentaje de Offset en el estado estacionario, q_I^* , coincide con el valor que anula Θ . Así, en el estado estacionario, con una deuda pública nula, la tasa de sustitución total para los trabajadores con menores salarios, \bar{R}^{lw} , alcanza el objetivo del Gobierno, δ . Sin embargo, la tasa de sustitución total promedio para todos los jubilados permanece por debajo del nivel deseado por el empresario, que se ha supuesto coincide con δ .

4.7. Comparativa

A la hora de analizar la interacción entre las pensiones públicas y las pensiones promovidas por el empresario, se han estudiado tres escenarios. El primer escenario considera un juego a la Stackelberg entre el Gobierno y el empresario, actuando el primero como líder y el segundo como seguidor. La pensión privada se integra con el sistema de la Seguridad Social suponiendo un porcentaje de Offset exógeno. El segundo es un escenario “de referencia” en el cual las decisiones sobre prestaciones públicas y privadas no se toman de forma estratégica, sino que ambas son determinadas por un Gobierno todopoderoso. El último escenario vuelve a considerar un juego a la Stackelberg aunque le confiere al Gobierno el control no sólo sobre las pensiones públicas, sino también sobre el grado de integración de las pensiones privadas con la Seguridad Social, definido mediante el porcentaje de Offset.

El objetivo de esta sección es comparar las prestaciones públicas y privadas obtenidas por los jubilados bajo cada uno de los tres escenarios establecidos. Este análisis se lleva cabo en dos dimensiones: por un lado se comparan los niveles alcanzados por la tasa de sustitución pública, la privada y la total; y por otro, se confrontan los rangos de variación de las tasas de sustitución entre jubilados con diferentes salarios previos a la jubilación, es decir, el grado de heterogeneidad en las tasas de sustitución.

A partir de la definición de $\bar{R}_G(t)$, $\bar{R}_E(t)$ y $\bar{R}(t)$, así como de los valores de estado estacionario de s , p , y q bajo cada escenario, es posible comparar las tasas de sustitución promedio en el estado estacionario para los tres escenarios considerados.

La comparación entre las tasas de sustitución totales depende del signo que tome Θ :

$$\bar{R}_I^* = \bar{R}^* \gtrless \bar{R}_f^* \Leftrightarrow \Theta \gtrless 0. \quad (4.32)$$

Asimismo, para comparar las tasas de sustitución públicas y las tasas de sustitución privadas, lo relevante es el signo de D^* .

Cuando el stock de deuda pública de estado estacionario, D^* , es positivo, es decir, $\Theta(i - \rho) > 0$, entonces:

$$\bar{R}_G^* < (\bar{R}_G^*)_I = (\bar{R}_G^*)_f, \text{ y } (\bar{R}_E^*) > (\bar{R}_E^*)_I (\gtrless (\bar{R}_E^*)_f \Leftrightarrow \Theta \gtrless 0 \Leftrightarrow i \gtrless \rho). \quad (4.33)$$

Por el contrario, si en el estado estacionario no existe un problema de deuda pública, sino que se mantiene un fondo de reserva de la Seguridad Social, entonces:

$$\bar{R}_G^* > (\bar{R}_G^*)_I = (\bar{R}_G^*)_f, \text{ y } (\bar{R}_E^*) < (\bar{R}_E^*)_I (\gtrless (\bar{R}_E^*)_f \Leftrightarrow \Theta \gtrless 0 \Leftrightarrow i \lesseqgtr \rho). \quad (4.34)$$

La comparación de las distintas tasas de sustitución en el estado estacionario para los tres escenarios considerados, suponiendo $\Phi < 0$, se resume en el

Cuadro 2:

| | $i > \rho$ | $i < \rho$ |
|--------------|--|--|
| $\Theta > 0$ | $D^* > 0$ $\bar{R}_G^* < (\bar{R}_G)_I = (\bar{R}_G)_f$ $\bar{R}_E^* > (\bar{R}_E)_I > (\bar{R}_E)_f$ $\bar{R}_I^* = \bar{R}^* > \bar{R}_f$ | $D^* < 0$ $\bar{R}_G^* > (\bar{R}_G)_I = (\bar{R}_G)_f$ $\bar{R}_E^* < (\bar{R}_E)_I > (\bar{R}_E)_f$ $\bar{R}_I^* = \bar{R}^* > \bar{R}_f$ |
| $\Theta < 0$ | $D^* < 0$ $\bar{R}_G^* > (\bar{R}_G)_I = (\bar{R}_G)_f$ $\bar{R}_E^* < (\bar{R}_E)_I < (\bar{R}_E)_f$ $\bar{R}_I^* = \bar{R}^* < \bar{R}_f$ | $D^* > 0$ $\bar{R}_G^* < (\bar{R}_G)_I = (\bar{R}_G)_f$ $\bar{R}_E^* > (\bar{R}_E)_I < (\bar{R}_E)_f$ $\bar{R}_I^* = \bar{R}^* < \bar{R}_f$ |

Cuadro 2

En el supuesto descentralizado, cuando el empresario determina su función de reacción ante las decisiones óptimas anunciadas por el Gobierno, la tasa óptima de sustitución privada autónoma en (4.9) es la que hace que la tasa de sustitución total promedio para el conjunto de los jubilados sea $\delta - \Psi/2\theta$, con independencia de si el Gobierno únicamente determina la tasa de sustitución pública o también puede elegir el porcentaje óptimo de Offset. En consecuencia, la prestación total que obtienen los jubilados en promedio no depende de si el porcentaje de Offset es exógeno o una variable de decisión, sino únicamente de si la decisión sobre la prestación privada la toma el empresario o un planificador central. A la hora de comparar la tasa de sustitución total con la obtenida cuando la prestación privada no es determinada por el empresario, sino por el Gobierno como un planificador central, y el porcentaje de Offset es una constante exógena, es importante resaltar que el porcentaje de Offset óptimo en el estado estacionario cuando éste es determinado por el Gobierno, q_I^* , es el valor que hace que Θ sea igual a cero. Por lo tanto, un Θ positivo (negativo) representa una situación con un porcentaje de Offset por debajo (por encima) de su valor óptimo de estado estacionario, es decir, una situación de infraintegración o de sobreintegración. Así, suponiendo un Θ positivo (negativo), el porcentaje de Offset exógeno en el supuesto de un planificador

central será inferior (superior) al que el Gobierno decidiría de forma óptima. En consecuencia, la tasa de sustitución total promedio en el estado estacionario cuando el porcentaje de Offset viene dado de forma exógena es menor (mayor) que el que se obtendría cuando el porcentaje de Offset es determinado endógenamente.

Nótese que hacer referencia a un Θ positivo (negativo) cuando el estado estacionario se caracteriza por la existencia de deuda pública, es equivalente a un Gobierno apenas (altamente) impaciente respecto a los intereses pagados por los bonos del estado, $i > \rho$ ($i < \rho$). Por contra, cuando la Seguridad Social mantiene un fondo de reserva en el estado estacionario, $\Theta > 0$ (< 0) es equivalente a $i < \rho$ ($i > \rho$).

A continuación se compara la proporción de prestación total que es soportada por la Seguridad Social y por el empresario en cada uno de los escenarios considerados. Para esta comparación es relevante la existencia bien de una deuda pública o bien de un fondo de reserva de la Seguridad Social en el estado estacionario de un juego a la Stackelberg considerando el porcentaje de Offset como una variable exógena. Suponiendo que el juego a la Stackelberg con q como variable exógena está relacionado con una deuda pública de estado estacionario positiva, $D^* > 0$, la tasa de sustitución pública será menor que el fijado por un Gobierno que eligiera estratégicamente el porcentaje de Offset (caso en el que la deuda pública es siempre nula). Por el contrario, un Gobierno que controlase el porcentaje de Offset conduciría a una menor tasa de sustitución privada. El incremento en pensiones públicas coincide con la reducción en las pensiones privadas, por lo que la tasa de sustitución total no se ve afectada.

Finalmente se comparan las tasas de sustitución públicas y privadas cuando se considera un porcentaje de Offset endógeno, frente al caso *first best*, es decir, un planificador central con poder para decidir, no sólo la prestación

pública, sino también la privada, pero con un porcentaje de Offset exógeno. Si bien la tasa de sustitución pública coincide en ambos escenarios, la tasa de sustitución privada será inferior (superior) cuando el Gobierno es el único agente decisor si la tasa de sustitución para los trabajadores con menores salarios y asociada con un déficit primario nulo está por encima (por debajo) de su nivel deseado, es decir, de si Θ es positivo (negativo). La caracterización de Θ positivo (negativo) es equivalente (la existencia de deuda pública positiva en el supuesto descentralizado) con un Gobierno poco (altamente) impaciente, o la aparición de un fondo de reserva junto con un gobierno muy (escasamente) impaciente.

Hasta aquí, se han comparado las tasas de sustitución pública, privada y total en el estado estacionario, bajo los tres escenarios considerados. La siguiente cuestión a responder es: ¿Cuál es el grado de discrepancia en las tasas de sustitución total entre los pensionistas con diferentes salarios previos a la jubilación? Es decir, ¿bajo cuál de los escenarios es mayor la heterogeneidad en las tasas de sustitución totales entre los pensionistas?

De la definición de tasa de sustitución total para el j -ésimo empleado en (4.5), el rango de variación en las tasas de sustitución totales puede medirse por la varianza:

$$\begin{aligned} var &= \int_0^1 (R^j - \bar{R})^2 dj = \int_0^J [(1-q)s(1-\Omega)]^2 dj \\ &+ \int_J^1 \left[(1-q)s \left(\frac{\bar{w}}{w(j)} - \Omega \right) \right]^2 dj = (1-q)^2 s^2 (\Lambda - \Omega^2), \end{aligned}$$

o de forma más sencilla, a través de la desviación estándar:

$$s_d = (1-q)s\sqrt{\Lambda - \Omega^2}. \quad (4.35)$$

De las definiciones de Λ y Ω y teniendo en cuenta la desigualdad de Jensen⁷, se tiene que $\Lambda - \Omega^2 > 0$. La heterogeneidad en las tasas de sustitución totales

⁷Podemos redefinir Λ y Ω como:

crece con esta diferencia, pero también con la tasa de sustitución pública, s . Por el contrario, cuanto mayor sea el porcentaje de Offset, q , más efectivo es el proceso de integración de la pensión privada con la Seguridad Social para compensar por la discriminación causada por la pensión pública y, en consecuencia, menor será la varianza.

La comparación del rango de variación de las tasas de sustitución en el estado estacionario para los tres diferentes escenarios considerados se presenta en el siguiente Cuadro⁸:

| | $\Theta > 0$ | $\Theta < 0$ |
|------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $i > \rho$ | $s_{-d_I^*} < s_{-d^*} < s_{-d_f^*}$ | $s_{-d_I^*} > s_{-d^*} > s_{-d_f^*}$ |
| $i < \rho$ | $s_{-d_I^*} < s_{-d_f^*} < s_{-d^*}$ | $s_{-d_I^*} > s_{-d_f^*} > s_{-d^*}$ |

Cuadro 3

La demostración de los resultados recogidos en el Cuadro 3 es sencilla a partir de (4.32), (4.33) y (4.34) y de la definición de la desviación estándar en (4.35), de donde se obtiene:

$$s_{-d_f^*} \geq s_{-d^*} \Leftrightarrow (1-q)s_f^* \geq (1-q)s^* \Leftrightarrow s_f^* \geq s^* \Leftrightarrow \Theta(i-\rho) \geq 0 \Leftrightarrow D^* \geq 0. \quad (4.36)$$

$$s_{-d_I^*} \geq s_{-d_f^*} \Leftrightarrow (1-q_I^*)s_I^* \geq (1-q)s_f^* \equiv (1-q)s_I^* \Leftrightarrow q_I^* \leq q \Leftrightarrow \Theta \leq 0. \quad (4.37)$$

Finalmente, la comparación de las desviaciones estándar $s_{-d_I^*} \geq s_{-d^*}$ es equivalente a:

$$(1 - q_I^*)s_I^* \geq (1 - q)s^* \Leftrightarrow \frac{\Theta}{2\theta(1 - \Omega)(1 - q)i} \leq D^*,$$

$$\Lambda = \int_0^1 x_j^2 dj, \quad \Omega = \int_0^1 x_j dj, \quad \text{con } x_j = \begin{cases} 1 & j \leq J, \\ \frac{\bar{w}}{w(j)} & j \geq J. \end{cases}$$

y teniendo en cuenta la desigualdad de Jensen:

$$\Omega \equiv \left[\int_0^1 x_j dj \right]^2 \leq \int_0^1 x_j^2 dj \equiv \Lambda.$$

⁸La desviación estándar en el estado estacionario en cada escenario se denota con un asterisco y el correspondiente subíndice.

que se puede escribir como:

$$\frac{\Theta}{(1-q)(1-\Omega)i} \leq \frac{\rho-i}{\Phi} \frac{\Theta\alpha(1-q)(1-\Omega)(\hat{\beta}+\hat{\varepsilon})}{(\hat{\beta}+\hat{\varepsilon})\rho-\Phi},$$

donde $\hat{\beta} = \alpha\beta$ y $\hat{\varepsilon} = (1-\alpha)\varepsilon$.

Suponiendo que $\Theta > 0$, y considerando $\Phi < 0$, la última expresión es equivalente a:

$$\Phi[(\hat{\beta}+\hat{\varepsilon})\rho-\Phi] \geq (\rho-i)\hat{\beta}(\hat{\beta}+\hat{\varepsilon})i,$$

que, teniendo en cuenta la expresión de v_2 , puede escribirse como:

$$\frac{(\hat{\varepsilon}+\hat{\beta})^2\rho^2-[\hat{\varepsilon}\rho-(2i-\rho)\hat{\beta}]^2}{4} - \hat{\varepsilon}\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\hat{\varepsilon} + \frac{1-\sigma}{\sigma}\hat{\beta} + \hat{\beta}i^2\right) - \hat{\beta}(\hat{\beta}+\hat{\varepsilon})(\rho-i)i \geq 0,$$

y tras algunos cálculos, se obtiene:

$$-\hat{\varepsilon} \frac{1-\sigma}{\sigma} (\hat{\varepsilon} + \hat{\beta}) < 0.$$

Si se supusiera un $\Theta < 0$, se obtendría el signo opuesto para esta desigualdad. En consecuencia,

$$s_d^* \leq s_d^* \Leftrightarrow \Theta \geq 0. \tag{4.38}$$

De (4.36), (4.37) and (4.38), se obtienen los resultados presentados en el Cuadro 3.

Cuando un déficit primario nulo está asociado con tasas de sustitución totales para trabajadores con salarios bajos por encima del nivel deseado por el Gobierno, es decir, $\Theta > 0$, la disparidad en las tasas de sustitución es mínima en el caso descentralizado, cuando el porcentaje de Offset es elegido de forma óptima por el Gobierno. Cuando las decisiones acerca de las pensiones públicas y privadas están descentralizadas y se toman de una manera estratégica, pero el porcentaje de Offset es una constante exógena, la heterogeneidad en las tasa de sustitución es menor (o mayor) que la asociada a la solución *first best* del

Gobierno si y sólo si el Gobierno tiene un bajo (o alto) grado de impaciencia con respecto al tipo de interés.

Por el contrario, para un Θ negativo, la disparidad en las tasas de variación es máxima cuando la integración es una decisión estratégica. La desviación estándar en el caso descentralizado con un porcentaje de Offset exógeno es mayor (o menor) que bajo el *first best* del Gobierno si el tipo de interés está por encima (o por debajo) de la tasa de descuento.

4.8. Planes no integrados versus planes integrados a un porcentaje de Offset óptimo

En esta última sección, se supone que la integración no juega ningún papel en el juego descentralizado entre la Seguridad Social y un empresario representativo, que coincide con el juego a la Stackelberg estudiado en la Sección (4.4) con $q = 0$.

La primera cuestión que surge es si el Gobierno estaría de acuerdo con la integración, cuando el porcentaje de Offset es elegido de forma óptima. La integración de la Seguridad Social reduce el nivel de las pensiones privadas (especialmente para los empleados con menores salarios), y aumenta el grado de homogeneidad en la distribución de las tasas de sustitución.

Desde el punto de vista del Gobierno, la integración del plan privado con la Seguridad Social sólo es interesante si $\Theta_{q=0} > 0$. En ausencia de integración, las contribuciones junto con las pensiones privadas, han de ser más que suficientes para satisfacer los objetivos del Gobierno hacia los trabajadores con menores salarios (suponiendo que las contribuciones coinciden con las prestaciones públicas). Sólo bajo este supuesto el Gobierno estará de acuerdo con la integración. Por el contrario, si $\Theta_{q=0} < 0$, entonces el porcentaje de Offset óptimo en el estado estacionario sería negativo, $q_I^* < 0$. El Gobierno no estaría

interesado en una reducción, sino en un incremento inviable de las pensiones privadas. Así, de ahora en adelante, se supone un juego descentralizado sin integración y con altas tasas de sustitución para los trabajadores con menores salarios, $\Theta_{q=0} > 0$.

En el juego a la Stackelberg sin integración, $\Theta_{q=0} > 0$ implica altas tasas de sustitución totales para los trabajadores con menores salarios suponiendo un déficit primario nulo. Si el tipo de interés fuese mayor que la tasa de descuento, el estado estacionario estaría caracterizado por una deuda pública positiva, cuyos intereses reducirían los gastos en pensiones y harían bajar las tasas de sustitución totales hacia el nivel objetivo. Por el contrario, se constituiría un fondo de reserva de la Seguridad Social si la tasa de descuento fuese mayor que el tipo de interés.

Sea cual sea el grado de impaciencia del Gobierno, la tasa de sustitución total promedio en el estado estacionario es mayor cuando la prestación privada de jubilación no la determina un planificador central, sino que es fijada estratégicamente por el empresario en un juego a la Stackelberg. El nivel alcanzado por esta tasa es independiente de que el porcentaje de Offset sea considerado una variable endógena o exógena, $\bar{R}_I^* = \bar{R}^* > \bar{R}_f^*$. Así, independientemente de si la deuda pública es positiva o negativa en el juego descentralizado, los jubilados tendrán, en promedio, el mismo poder adquisitivo cuando no hay integración y cuando las pensiones privadas están integradas con la Seguridad Social y la decisión acerca del porcentaje de Offset es tomada de forma óptima por el empresario.

Cuando el Gobierno no miope descuenta el futuro a una tasa muy alta en relación al tipo de interés, $i < \rho$, el estado estacionario del juego a la Stackelberg sin integración, se caracteriza por una deuda pública negativa, es decir, por un fondo de reserva de la Seguridad Social. Por el contrario, cuando el porcentaje de Offset se elige de manera óptima en el estado estacionario, el fondo

de reserva de la Seguridad Social desaparece. En un juego a la Stackelberg, el Gobierno proporciona menores tasas de sustitución públicas al cambiar de un plan privado de pensiones no integrado, $q = 0$, a un plan integrado donde el porcentaje de Offset es determinado por el Gobierno. Para mantener una misma tasa de sustitución total promedio el empresario tiene que incrementar sus pensiones privadas para compensar la reducción en los gastos de la Seguridad Social. Tanto un mayor porcentaje de Offset (que es nulo sin integración), como una menor pensión pública, reducen el grado de disparidad en las tasas de sustitución de los jubilados con diferentes salarios anteriores al retiro.

En un segundo escenario, un Gobierno no demasiado impaciente en contraposición a unos altos tipos de interés, $i > \rho$, genera una deuda pública positiva si los planes privados no están integrados. Por contra, la integración de los planes privados dentro de la Seguridad Social con un porcentaje de Offset determinado por el Gobierno, lleva a éste a acrecentar la pensión pública, mientras que la tasa de sustitución proporcionada por el empresario se reduce en promedio. El incremento en los gastos del Gobierno, s , hace aumentar el rango de variación de las tasas de sustitución. No obstante, este incremento en la disparidad es más débil que la reducción debida a la integración del plan de pensiones privado, por lo que la heterogeneidad en las tasas de sustitución también disminuye en este caso.

Teniendo en cuenta que el porcentaje estacionario de Offset, q_I^* , es independiente de la distancia entre el tipo de interés y la tasa de descuento, $i - \rho$, de (4.35) se deduce que la reducción en el grado de disparidad es más acusado cuando el Gobierno descuenta el futuro a una tasa alta y el tipo de interés es bajo, $i < \rho$. En este caso, cuando no existe integración el Gobierno genera un fondo de reserva de la Seguridad Social. En consecuencia, las pensiones públicas de estado estacionario son mayores que cuando la integración se elige estratégicamente. Mayores pensiones públicas propician una mayor disparidad

en las tasas de sustitución. El razonamiento inverso se aplica cuando $i > \rho$ y la deuda pública estacionaria sin integración es positiva, lo que da lugar a menores pensiones públicas y así, menor discriminación de la Seguridad Social hacia los empleados con mayores salarios.

4.9. Conclusiones

Este capítulo analiza la relación entre las prestaciones por jubilación provistas por un empresario representativo, y las pagadas por la Seguridad Social, a un colectivo heterogéneo de pensionistas. Esta relación se describe a través de un Juego Diferencial a la Stackelberg, en el que el empresario actúa como seguidor, mientras la Seguridad Social tiene el papel de líder y, en consecuencia, toma sus decisiones conociendo la función de reacción del empresario. Este último, además es un agente miope, cuyas decisiones sobre pensiones privadas no dependen del nivel de deuda pública ni afectan a la dinámica de esta variable de estado que, por tanto, no supone una restricción en su proceso de toma de decisiones. Las decisiones sobre provisión de pensiones públicas sí determinan la dinámica de la deuda pública que, a su vez, afecta a la función de pérdidas del Gobierno. Por tanto, éste debe resolver un problema de optimización dinámico, que se supone tiene un horizonte temporal infinito.

Se consideran dos escenarios descentralizados según el porcentaje Offset (que define el grado de integración) sea una constante exógena, o esté determinado por el Gobierno. Asimismo, también se analiza el supuesto “de referencia” en el que un Gobierno “todopoderoso” tuviese la potestad de determinar tanto las pensiones públicas como las pensiones privadas pagadas por el empresario. La comparación de los diferentes escenarios nos servirá para establecer las condiciones bajo las cuales, en el estado estacionario se produce un problema de deuda pública, o por el contrario, se constituye un fondo de reserva de la Seguridad Social. Igualmente, es posible analizar y comparar el nivel

y el grado de dispersión de las pensiones pública, privada, y de la pensión total agregada, bajo cada escenario. En general, es fácil garantizar la estabilidad de los equilibrios de estado estacionarios bajo condiciones bastante generales.

Un primer resultado importante hace referencia al stock de deuda pública en el juego de Stackelberg cuando el porcentaje Offset es considerado como una constante exógena. El estado estacionario se caracteriza por una deuda pública positiva cuando, bajo el supuesto de que las pensiones públicas coinciden con la contribución a la Seguridad Social, la diferencia entre la tasa de sustitución total para los trabajadores con menores salarios y su nivel objetivo presenta el mismo signo que la diferencia entre el tipo de interés y el grado de impaciencia del Gobierno. Por el contrario, cuando estas diferencias muestran distinto signo se generará un fondo de reserva de la Seguridad Social. Tanto en el caso del Juego a la Stackelberg cuando el porcentaje de Offset es determinado por el Gobierno, como en el supuesto de un Gobierno “todopoderoso” con capacidad para imponer al empresario la pensión privada, la deuda pública de estado estacionario es nula.

La tasa de sustitución pública en el estado estacionario disminuye con el nivel de deuda pública. Así, situaciones de deuda pública positiva están asociadas con menores pensiones públicas que las de deuda pública nula o negativa, es decir, cuando se genera un fondo de reserva de la Seguridad Social.

El principal resultado que se desprende del análisis es que un Gobierno que actúa de manera estratégica, jugando a la Stackelberg como líder frente a un empresario seguidor, puede obtener el mismo bienestar que el que obtendría si pudiese imponerle a éste último la prestación privada. Para conseguir este bienestar “de referencia”, es preciso que, en el juego a la Stackelberg, el Gobierno pueda determinar el porcentaje de Offset óptimo, en lugar de considerarlo una constante exógena como en el supuesto de un planificador central. Si bien la función valor del Gobierno coincide bajo estos dos escenarios, así co-

mo las prestaciones pagadas por la Seguridad Social, no sucede lo mismo con las pensiones privadas, ni con el rango de dispersión en las tasas de sustitución.

Cuando existe un problema de deuda pública, la tasa de sustitución privada, en el supuesto de un Gobierno que jugase a la Stackelberg pudiendo determinar el porcentaje óptimo de Offset, es superior (inferior) al que obtendría un Gobierno “todopoderoso” si éste descuenta débilmente (fuertemente) el futuro frente al tipo de interés; o equivalentemente, si las contribuciones son más que suficientes (insuficientes) para satisfacer el objetivo fijado por el Gobierno. Resultado opuesto se obtiene cuando la deuda pública de estado estacionario es negativa, es decir, cuando se genera un fondo de reserva de la Seguridad Social.

Finalmente, se comparan los resultados del juego cuando la pensión privada pasa de ser independiente a estar integrada con la Seguridad Social a un porcentaje de Offset óptimo. Es decir, el porcentaje de Offset pasa de ser nulo a tomar el valor óptimo determinado por el Gobierno. Éste, decidirá un porcentaje de Offset positivo únicamente si las contribuciones a la Seguridad Social junto con la pensión privada sin integrar exceden el objetivo fijado por el Gobierno para los trabajadores con menores salarios. Bajo este supuesto, la determinación del porcentaje de Offset de forma endógena no modifica la tasa de sustitución total promedio de estado estacionario. Sí se ve modificada la distribución de estos gastos en pensiones entre el empresario y el Gobierno. Si el grado de impaciencia del Gobierno es bajo en contraposición al tipo de interés, en el estado estacionario, cuando el porcentaje de Offset es una variable de decisión, el Gobierno incrementará las pensiones públicas. Si bien este incremento de las pensiones públicas no modifica las tasas de sustitución totales, sí promueve el aumento de la desigualdad en estas tasas. Sin embargo, la reducción en la disparidad de las tasas de sustitución asociadas con el método Offset es mayor y la desigualdad en las tasas de sustitución se reduce. Por el

contrario, un Gobierno más impaciente conduciría, en el estado estacionario, a una disminución en las pensiones públicas. En el equilibrio de estado estacionario, el incremento en las pensiones privadas contrarresta exactamente esta reducción. Como consecuencia, las tasas de sustitución no se ven modificadas en promedio, sin embargo, el método Offset de integración conduce a una reducción en la desigualdad de las tasas de sustitución.

Los resultados de este capítulo han sido presentados en varios congresos internacionales y se resumen en la publicación:

Cabo, F. y García González, A. (2009): “Public versus Private Retirement Pensions: A Stackelberg Differential Game”, *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 47(2), pp. 153-165.

Futuras líneas de investigación

En el capítulo dos se realiza un análisis de la estabilidad y solvencia del fondo de un plan de pensiones de empleo y de prestación definida tradicional, teniendo en cuenta diferentes puntos de vista del gestor del plan. Este mismo enfoque podría ser objeto futuro de estudio para analizar planes y fondos de pensiones de empleo de Aportación Definida, con menor riesgo que los anteriores para el empresario promotor de ese tipo de planes. En este último caso, la mayoría del riesgo de cobertura de las prestaciones que cubriesen iría a cargo de los trabajadores partícipes del plan. De esta manera, se podría realizar un análisis en términos semejantes a los realizados para los planes de Prestación Definida y una comparativa real entre los riesgos y cuantía de las prestaciones que garantizan. Este estudio, podría ampliarse también a las prestaciones de invalidez y de viudedad susceptibles de cubrirse por el plan de pensiones.

En el capítulo tres se describe un plan de pensiones de empleo de prestación definida integrado con el sistema público de la Seguridad Social. A través del modelo que en él se describe, se analizan las repercusiones que la integración del plan tiene sobre la prestación total a percibir por el trabajador. En este contexto y, ante las perspectivas económicas que en la actualidad presenta dicho sistema en cuanto a su viabilidad y sostenibilidad en el tiempo, otra posible vía de investigación sería aquélla que trata de analizar las reper-

cusiones que tiene sobre la pensión de jubilación la consideración de nuevas metodologías a aplicar y diferentes escenarios para los valores de las variables y parámetros que intervienen en el cálculo de la pensión, teniendo en cuenta la normativa legal vigente. Así, se considerarían distintos valores para las Bases de Cotización máximas y mínimas; el número de años de trabajo a tener en cuenta en el cálculo de la Base Reguladora de la pensión; los datos de variables relacionadas con el sistema público de pensiones a nivel individual suministrados por la Muestra Continua de Vidas Laborales para cada trabajador cotizante o pensionista relacionado con el sistema de la Seguridad Social; la jubilación flexible y la determinación de la posible evolución de los salarios desde diferentes puntos de vista.

El capítulo cuarto presenta una aplicación de la teoría de Juegos Diferenciales al estudio, desde una perspectiva dinámica, de la interacción entre dos agentes que proveen a los trabajadores de una pensión de jubilación. Por lo que nosotros sabemos este es el primer intento de utilización de la teoría de Juegos Diferenciales para modelizar las prestaciones por jubilación, abriendo lo que consideramos una prometedora línea de investigación.

Esta afirmación podemos sustentarla en dos aspectos importantes que caracterizan a la problemática de las pensiones de jubilación. En primer lugar, la provisión de prestaciones de jubilación es, por definición, un problema dinámico, con independencia de que sean públicas o privadas. Adicionalmente, existen tres actores involucrados en esta problemática, cuyos intereses pueden (y, de hecho, lo hacen frecuentemente) entrar en conflicto: los trabajadores, los empresarios y el Gobierno (o la Seguridad Social).

En la actualidad, siguiendo esta línea de investigación, estamos utilizando la teoría de Juegos Diferenciales para analizar el conflicto entre el Gobierno y un empresario representativo a la hora de proveer de pensiones de jubilación a trabajadores con distinto nivel salarial. La pensión pública garantizada por

el Estado, en contraposición a las contribuciones que recibe el sistema público de la Seguridad Social, puede dar lugar a un déficit (o superávit) presupuestario, acumulado en forma de deuda pública o de un fondo de reserva de la Seguridad Social. La generación, bien de un stock de deuda pública, o bien de un fondo de reserva repercutirá en las prestaciones de jubilación en el futuro. Por lo que respecta al empresario, los costes asociados a una pensión suponen un freno a su capacidad de inversión y, por lo tanto, un crecimiento más lento de la economía. En consecuencia, tanto el Gobierno como el empresario representativo han de tener en cuenta el efecto de sus decisiones no sólo sobre las pensiones actuales, sino también las de las generaciones futuras. No obstante, no se trata únicamente de un problema dinámico. Toda vez que tanto el empresario como el Gobierno desean unas tasas de sustitución totales adecuadas, esto significa que un aumento en las prestaciones de jubilación de uno de los dos agentes permite minorar las de su oponente. En consecuencia, ambos agentes han de actuar de forma estratégica, teniendo en cuenta a su oponente, para conseguir unas prestaciones de jubilación óptimas, tanto en su nivel como en su distribución entre los trabajadores con salarios dispares.

La posibilidad de establecer comportamientos estratégicos y dinámicos se amplía si tenemos en cuenta un tercer agente: los trabajadores. Esto abre una nueva vía para este tipo de análisis. Pudiendo estudiar la interacción entre un trabajador representativo, que decide el momento en el que desea jubilarse, bien sea con anterioridad o con posterioridad a la edad legal de jubilación. Por su parte, el Gobierno puede determinar la intensidad del castigo para jubilaciones anticipadas o recompensa para jubilaciones tardías. En este juego las decisiones de ambos agentes no sólo han de tener en cuenta la función de reacción de su contrincante, sino también la situación de las cuentas públicas, expresada a través del nivel de deuda pública. Las decisiones de ambos jugadores habrán de depender de esta variable, cuya evolución en el tiempo es, asimismo, determinada por las estrategias óptimas del juego. El análisis

de las decisiones sobre jubilación temprana o tardía puede también plantearse como un juego entre un trabajador representativo y el empresario para el que trabaja. En este caso, las decisiones de ambos afectarán y habrán de estar referenciadas a la evolución de la empresa, habitualmente representada por el stock de capital por trabajador activo. En este juego puede también ser interesante considerar como variable de estado el stock de capital humano.

Bibliografía

- [1] Aitken, W.H. (1994): *A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation*. ACTEX Publications, Winsted, Connecticut.
- [2] Alfeld, L. y Graham, A. (1976): *Introduction to Urban Dynamics*. Wright-Allen Press, Cambridge.
- [3] Alonso Olea, M. y Tortuero Plaza, J.L. (2002): *Instituciones de Seguridad Social*. Civitas Ediciones, Madrid.
- [4] Amacher, G.S. y Malik, A.S. (1998): “Instrument choice when regulators and firms bargain”, *Journal of Environmental Economics and Management*, 35, pp. 225-241.
- [5] Amoroso, V. (1982): “IRS limitations on integration of defined benefit pension plans with United States Social Security”. *Transactions of Society of Actuaries*, 34, pp. 195-213.
- [6] Anderson, A.W. (1976): “Social Security integration”, *Transactions of Society of Actuaries*, 28, pp. 287-325.
- [7] Anderson, A.W. (1992): *Pension Mathematics for Actuaries*. ACTEX Publications, Winsted, Connecticut.
- [8] Aracil, J. (1992): *Introducción a la dinámica de sistemas*. Alianza Universidad Textos, Madrid.

- [9] Aracil, J. y Toro, M. (1993): *Métodos Cualitativos en Dinámica de Sistemas*. Universidad de Sevilla, Sevilla.
- [10] Ávalos Muñoz, L.M. (1993): "Sistemas mixtos de previsión social en la empresa". *Dirección y Progreso*, 131, pp. 11-23.
- [11] Banks, J. y Emmerson, C. (2000): "Public and private pension spending: principles, practice and the need for reform", *Fiscal Studies*, 21, pp. 1-63.
- [12] Barr, N. y Diamond, P. (2006): "The economics of pensions", *Oxford Review of Economic Policy*, 22, pp. 1-14.
- [13] Bell, D. y Hill, D. (1984): "How Social Security payments affect private pensions", *Monthly Labor Review*, 107(5), pp. 15-20.
- [14] Bender, K.A. (1999): "Characteristics of individuals with integrated pensions", *Social Security Bulletin*, 62(3), pp. 28-40.
- [15] Bender, K.A. (2001): "Pension integration and retirement benefits", *Monthly Labor Review*, 124(2), pp. 49-58.
- [16] Bender, K.A. (2009): "How are pension integration and pension benefits related?", *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 49, pp. 26-41.
- [17] Beveridge, W.H. (1989): *Seguro Social y Servicios Afines*. Traducción y coordinación de Carmen López Alonso. Ministerio de Trabajo y Seguridad Social. Colección Clásicos, 6, Madrid.
- [18] Cabo, F. y García González, A. (2009): "Public versus private retirement pensions: a Stackelberg differential game", *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 47(2), pp. 153-165.
- [19] Chang, Y., Feldtmose, J.N., Furnish, J., Gulotta, M.J., Hodes, D.M., Lhamon, F.T., Margel, L.N., Mitchell, K., Nagler, S.G., Rohlfs, A.F., Sanning,

- D.E. y Schnitzer, R.J. (1982): "Integration of private pension plans with Social Security", *Transactions of Society of Actuaries*, 34, pp. 247-276.
- [20] Chermoff, J. (1996): "Report lists barriers to integration", *Pensions and Investments*, 24(3), pp. 14-17.
- [21] Christiano, L.J. y Fitzgerald, T.J. (1998): "The business cycle: It's still a puzzle", *Economic Perspectives, Federal Reserve Bank of Chicago*, 22(4), pp. 56-83.
- [22] Choucri, N. (1981): *International Energy Futures*. The MIT Press, Cambridge.
- [23] Cooley, T.F. y Hansen, G.D. (1995): "Money and the business cycle", en T.F. Cooley (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press, Princeton.
- [24] Conde-Ruiz, J.I. y Profeta, P. (2002): "What Social Security: Beveridgean or Bismarckian?", *UPF Economics and Business Working*, Paper 633.
- [25] Conde-Ruiz, J.I. y Profeta, P. (2007): "The redistributive design of Social Security Systems", *Economic Journal*, 117(520), pp. 686-712.
- [26] Cukierman, A. y Meltzer, A.H. (1989): "A political theory of government debt and deficits in a Neo-Ricardian framework", *The American Economic Review*, 79, pp. 713-732.
- [27] Dearing, C.L. (1954): *Industrial Pensions*. The Brookings Institution, Washington D.C.
- [28] Desdentado Bonete, A., Fernández Fernández, B. y González-Sancho López, E. (1986): *Las Reformas de las Pensiones de la Seguridad Social*. Editorial Cívitas, Madrid.

- [29] Devesa, J.E. y Devesa, M. (2008): “Desequilibrio financiero-actuarial en el sistema de pensiones de jubilación del Régimen General”, *Revista de Economía Aplicada*, 16(46), pp. 85-118.
- [30] Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (2000): *Circular 1/2000, relativa a la elección de las Tablas de Mortalidad y Supervivencia*, Madrid.
- [31] Dockner, E.J., Jorgensen, S., Long, N. Van y Sorger, G. (2000): *Differential Games in Economics and Management Science*. Cambridge University Press, Cambridge. UK.
- [32] Dolado, J.J., Sebastián, M. y Vallés, J. (1993): “Cyclical patterns of the Spanish economy”, *Investigaciones Económicas*, XVII, pp. 445-473.
- [33] Dorsey, S., Cornwell, C. y McPherson, D.A. (1998): *Pensions and productivity*. W.E. Upjohn Institute for Employment Research, Kalamazoo, Michigan.
- [34] Dorsey, S. y McPherson, D.A. (1997): “Pensions and training”, *Industrial Relations*, 36(1), pp. 81-96.
- [35] Dyer, J.K. (1977): “Concept of pension-Social Security integration”, en D. McGill (Ed.) *Social Security and Private Pension Plans: Competitive or Complementary?*, pp. 123-133, Pension Research Council, Philadelphia.
- [36] Escuder, J. y Escuder, R. (2009): “Síntesis histórica y metodológica de los Índices de Precios al Consumo españoles: 1939-2006”, *Revista Estadística Española*, 51(171), pp. 257-280.
- [37] Fernández Bernat, J.A. (2007): *Los Planes de Pensiones del Sistema de Empleo*. Editorial Thomson-Aranzadi, Pamplona.

- [38] Forrester, J.W. (1968): *Principles of Systems*. Wright-Allen Press, Cambridge.
- [39] Forrester, J.W. (1974): *World Dynamics*. Productivity Press, Cambridge.
- [40] Forrester, J.W. (1986): *Industrial Dynamics*. Productivity Press, Cambridge.
- [41] Forrester, J.W. (1986): *Urban Dynamics*. Productivity Press, Cambridge.
- [42] Forrester, J.W. (1995): *Counterintuitive Behavior of Social Systems*. System Dynamics Group, Sloan School, Cambridge.
- [43] Forrester, J.W. (1998): *Designing the Future*. Universidad de Sevilla.
<http://sysdyn.clexchange.org/sdep/papers/Designjf.pdf>.
- [44] Gala Vallejo, C. (1999): *El Sistema de la Seguridad Social en España*. Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales. Colección Textos Legales, 31-C, Madrid.
- [45] García, E., Herce, J.A. y Jimeno, J.F. (2004): *La reforma de la pensiones. El papel de los mercados financieros*. Centro de Investigación Económica y Financiera. Fundación Caixa Galicia, A Coruña.
- [46] Goldberg, S. (1986): *Introduction to Difference Equations*. Dover Publications, Inc., New York.
- [47] Graham, A.D. (1994): "Coordinating private pension benefits with Social Security", *Monthly Labor Review*, 117(3), pp. 35-38
- [48] Gradus, R. (1989): "A differential game between government and firms: A non-cooperative approach", *Journal of Economics*, 50, pp. 237-256
- [49] Gradus, R. (1991): "Optimal dynamic profit taxation: the derivation of feedback stackelberg equilibria", *Metroeconomica*, 42, pp. 157-177.

- [50] Gregory, J. (1998): "Possible Employer Responses to Social Security Reform", *Prospects for Social Security Reform*, Olivia Mitchell, Robert Myers and Howard Young (eds.), Pension Research Council: University of Pennsylvania Press.
- [51] Gutiérrez, L. y Fey, W. (1980): *Ecosystem Succession*. The MIT Press, Cambridge.
- [52] Hennlock, M. (2005): "A differential game on the management of natural capital subject to emissions from industry production", *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 141, pp. 411-436.
- [53] Herce, J.A. (1989): "Cobertura de la Seguridad Social y sistemas complementarios", *Papeles de Economía*, 26, Madrid.
- [54] Herce, J.A. y Alonso Meseguer, J. (2000): *La Reforma de las Pensiones ante la Revisión del Pacto de Toledo*. Fedea y Caja de Ahorros de Pensiones de Barcelona. Servicios de Estudios la Caixa. Colección Estudios Económicos, 19, Barcelona.
- [55] Huerta de Soto, J. (1984): *Planes de Pensiones Privados*. Ed. San Martín, Madrid.
- [56] Instituto de Actuarios Españoles (1996): "Dossier: probabilidades de mortalidad de las tablas GRMF 95, GKMF 95 y EVK 90", *Actuarios*, 13, Madrid.
- [57] Instituto Nacional de Estadística (INE): "Encuesta de Estructura Salarial (EES), Año 2002", *INEbase*, Madrid. <http://www.ine.es/>
- [58] Instituto Nacional de Estadística (INE): "Encuesta de Salarios en la Industria y los Servicios (ES), Años 1981-2000", *INEbase*, Madrid. <http://www.ine.es/>

- [59] Instituto Nacional de Estadística (INE): “Encuesta Trimestral de Coste Laboral (ETCL), Años 2001-2008”, *INEbase*, Madrid. <http://www.ine.es/>
- [60] Instituto Nacional de Estadística (INE): “Índice de Precios al Consumo (IPC). Bases 1983, 1992, 2001 y 2006”, *INEbase*, Madrid. <http://www.ine.es/>
- [61] Instituto Nacional de Estadística (INE): “Series Enlazadas de Índices de Costes Laborales (ICL) con la Encuesta de Salarios en la Industria y los Servicios (ES), Años 1981-2001, *INEbase*, Madrid. <http://www.ine.es/>
- [62] Ippolito, R.A. (1997): *Pension plans and employee performance: evidence, analysis, and policy*, University of Chicago Press, Chicago.
- [63] Ippolito, R.A. (2002): “Stayers as workers and savers: toward reconciling the pension-quit literature”, *Journal of Human Resources* 37, pp. 275-308.
- [64] Kagan, A.B. (1988): “The unwinding of small pension plans in the United States”, *The Pension Forum*, 4(2), pp. 1-9.
- [65] Jefatura del Estado (1963): *Ley 193/1963, de 28 de diciembre, de bases de la Seguridad Social*. B.O.E. 312, de 30 de diciembre de 1963, Madrid.
- [66] Jefatura del Estado (1972): *Ley 24/1972, de 21 de junio, de financiación y perfeccionamiento de la acción protectora del Régimen General de la Seguridad Social*. B.O.E. 149, de 22 de junio de 1972, Madrid.
- [67] Jefatura del Estado (1987): *Ley 8/1987, de 8 de junio, de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones*. B.O.E. 137, de 9 de junio de 1987, Madrid.
- [68] Jefatura del Estado (1995): *Ley 30/1995, de 8 de noviembre, de ordenación y supervisión de los Seguros Privados*. B.O.E. 268, de 9 de noviembre de 1995, Madrid.

- [69] Jefatura del Estado (1997): *Ley 24/1997, de 15 de julio, de consolidación y racionalización del Sistema de la Seguridad Social*. B.O.E. 169, de 16 de julio de 1997, Madrid.
- [70] Jefatura del Estado (2007): *Ley 40/2007, de 4 de diciembre, de medidas en materia de Seguridad Social*. B.O.E. 291, de 5 de diciembre de 2007, Madrid.
- [71] King, R.G., Plosser, C.I. y Rebelo, S.T. (1987): "Production, growth and business cycles", *Journal of Monetary Economics*, 21, pp. 195-232.
- [72] King, R.G. y Watson, M.W. (1996): "Money, prices, interest rates and the business cycle", *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, 78(1) pp. 35-53.
- [73] Kollman, G., Schmitt, R. y Harlan, M. (1994): "Effect of Pension Integration on Retirement Benefits", *CRS Report for Congress (94-974 EPW)*.
- [74] Koskela, E., y Schob, R. (2002): "Optimal factor income taxation in the presence of unemployment", *Journal of Public Economic Theory*, 4, pp. 387-404.
- [75] Lindner, I. and Strulik, H. (2004): "Distributive politics and economic growth: the Markovian Stackelberg solution", *Economic Theory*, 23, pp. 439-444.
- [76] Maldonado Molina, F.J. (2001): *Las Mutualidades de Previsión Social como Entidades Aseguradoras*. Editorial Comares, Granada.
- [77] Martocchio, J.J. (2003): *Employee Benefits. A Primer for Human Resource Professionals*. McGraw-Hill, Boston, USA.
- [78] Mateos Cruz, A. (2001): "Tablas actuariales", en *Actuarios*, 19, Instituto de Actuarios Españoles, Madrid.

- [79] McCarthy, D. (2006): "The rationale for occupational pensions", *Oxford Review of Economic Policy*, 22, pp. 57-65.
- [80] McGill, D.M., Brown, K.N., Haley, J.J. y Schieber, S.J. (2005): *Fundamentals of private Pensions*, Oxford University Press, Oxford, UK.
- [81] Meadows, D.H. (1997): "Places to intervene in a system", *Whole Earth*, 91, pp.78-84.
- [82] Meadows, D.H. y Meadows, D.L. (1973): *Toward Global Equilibrium*. Wright-Allen Press, Cambridge.
- [83] Meadows, D.H., Meadows, D.L. y Randers, J. (1992): *Más Allá de los Límites del Crecimiento*. El País Aguilar, Madrid.
- [84] Merton, R., Bodie, Z. y Marcus, A.J. (1987): "Pension plan integration as insurance against Social Security risk", en *Pension Economics (NBER)*, pp. 147-172, The University of Chicago Press, Chicago.
- [85] Miguel Domínguez, J.C. de, Castro Cotón, M., Ramos Calvo, A. y Estévez Núñez, J.C. (1994): "Selección de una cartera óptima en condiciones de borrosidad. Una aplicación al mercado de valores de la bolsa de Madrid", *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, 3(2), pp. 117-130.
- [86] Ministerio de Economía (2002): *Real Decreto Legislativo 1/2002, de 29 de noviembre, por el que se aprueba el Texto Refundido de la Ley de Regulación de los Planes y Fondos de Pensiones*. B.O.E. 298, de 13 de diciembre de 2002, Madrid.
- [87] Ministerio de Economía (2002): *Real Decreto 304/2004, de 20 de febrero, por el que se aprueba el Reglamento de Planes y fondos de Pensiones*. B.O.E. 48, de 25 de febrero de 2004, Madrid.

- [88] Ministerio de Economía y Hacienda (2008): *Orden EHA/407/2008, de 7 de febrero, por la que se desarrolla la normativa de planes y fondos de pensiones en materia financiero-actuarial, del régimen de inversiones y de procedimientos registrales*. B.O.E. 45, de 21 de febrero de 2008, Madrid.
- [89] Ministerio de Trabajo (1974): *Decreto 2065/1974, de 30 de mayo, por el que se aprueba el Texto Refundido de la Ley General de la Seguridad Social*. B.O.E. 173, de 20 de julio de 1974, Madrid.
- [90] Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales (1985-2006): *Anuarios de Estadísticas Laborales y de Asuntos Sociales*. Subsecretaría de Trabajo y Asuntos Sociales, Madrid.
- [91] Ministerio de Trabajo y Seguridad Social (1994): *Real Decreto Legislativo 1/1994, de 20 de junio, por el que se aprueba el Texto Refundido de la Ley General de la Seguridad Social*. B.O.E. 154, de 29 de junio de 1994, Madrid.
- [92] Miravete, E.J. (2003): “Time-consistent protection with learning by doing”, *European Economic Review*, 47, pp. 761-790.
- [93] Muller, L.A. (2005): “Coordination between Social Security and defined benefit plans: how might Social Security reform affect defined benefit pensions”, *Benefits-Quarterly*, 21, pp. 56-68.
- [94] Naill, R.F. (1977): *Managing the Energy Transition: A System Dynamics Search for Alternatives to Oil and Gas*. Ballinger Publishing Co, Cambridge.
- [95] Olsen, K., VanDerhei, J. y Salisbury, D.L. (1997): “A framework for analyzing and comparing Social Security policies”, *Assesing Social Security Reform Alternatives*. Employee Benefit Research Institute ERF Policy Forum.

- [96] Orszag, P.R. y Shoven, J.B. (2005): "Social Security", en *Restoring Fiscal Sanity 2005*, Eds. A.M. Rivlin e I. Sawhill, Brookings, pp. 55-72.
- [97] Peláez Feroso, F.J. y García González, A. (2004): *Los Planes y Fondos de Pensiones. Un Análisis Financiero-Actuarial*. Secretariado de Publicaciones e Intercambio Cultural, Universidad de Valladolid, Valladolid.
- [98] Peláez Feroso, F.J. y García González, A. (2004): "Análisis de la estabilidad y solvencia del fondo de un plan de pensiones de prestación definida", *Rect@*, 5(1), pp. 109-136.
- [99] Peláez Feroso, F.J. y García González, A. (2007): "La discriminación en los planes de pensiones integrados con el sistema de la Seguridad Social", *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*, XVII, pp.109-126.
- [100] Peña Esteban, J.I. de la (2000): *Planes de Previsión Social*. Ediciones Pirámide, Madrid.
- [101] Persson, T. y Tabellini, G. (2002): "Political economics and public finance", en *Handbook of Public Economics*, Eds. A.J. Auerbach y M. Feldstein, Amsterdam, Elsevier Science, North-Holland, 3, pp. 1549-1659.
- [102] Perun, P. (2003): "Social Security and the private pension system: the significance of integrated plans", *Benefits Quarterly*, Brookfield, 19(2), pp. 36-50.
- [103] Prskawetz, A. (1998): "Government debt, budget surplus, and popularity of politicians", *Journal of Optimization Theory and Applications*, 98, pp. 131-149.
- [104] Roberts, E.B. (1978): *Managerial Applications of System Dynamics*. The MIT. Press, Cambridge, MA.

- [105] Sáenz de Yubera Álvarez, P. (1991): *Aspectos Económicos de los Planes y Fondos de Pensiones. Una Especial Referencia a la Normativa Española*. Instituto de Contabilidad y Auditoría de Cuentas. Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.
- [106] Schmitt, R. (1974): “Integration of private pension plans with Social Security”, en *Financing Retirement Income*, Paper 18.
- [107] Schulz, J.H. y Leavitt, T.D. (1983): *Pension Integration: Concepts, Issues and Proposals*. EBRI (Employee Benefit Research Institute), Washington.
- [108] Slusher, C. (1998): “Pension integration and Social Security reform”, *Social Security Bulletin*, 61(3), pp. 20-27.
- [109] Sterman, J. (2000): *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Irwin/McGraw-Hill, .
- [110] Tabellini, G. (1990): “A positive theory of Social Security”, *NBER Working Paper Series*, 3272.
- [111] Van der Ploeg, F. (2005): “Macroeconomics of fiscal policy and government debt”, en *Multidisciplinary Economics: The Birth of a New Economics Faculty in the Netherlands*, Eds. P. Gijssels y H. Schenk, Dordrecht, Springer, pp. 187-208.
- [112] Veganzones Calvo, J. (1981): *Fondos de Pensiones y Seguridad Social*. Editorial Gesinca, Madrid.
- [113] Withagen, C. (1990): “A differential game between government and firms: Comments”, *Journal of Economics*, 52, pp. 285-290.