



Universidad de Valladolid

ESCUELA DE EDUCACIÓN DE SORIA

Grado en Primaria

TRABAJO FIN DE GRADO

**Análisis de los problemas geométricos
propuestos en los libros de texto de
3º ciclo de Educación Primaria**

Presentado por Marta Fuentes Armero

Tutelado por: Amaya Teresa Marco Buzunáriz

Soria, 1 de julio de 2014

RESUMEN:

Con este trabajo pretendo mostrar la importancia que como docentes tenemos al descubrir y presentar las matemáticas a los alumnos y la forma en la que debemos instruirlos a la hora de conseguir un objetivo fundamental como es la resolución de problemas. Para ello muestro modelos y metodología a utilizar a la hora de la resolución de problemas matemáticos en la Educación Primaria para facilitar su aprendizaje, así como dificultades que podemos encontrar y hacer una correcta elección de libros de texto.

PALABRAS CLAVES:

Matemáticas, geometría, resolución de problemas, dificultades, metodología.

ABSTRACT:

With this work I want to show the importance that the teacher will have to discover and introduce mathematics to our pupils and the way in that we should instruct them to acquire a fundamental objective like the problems solving. For this I show models and methodology to use for the mathematics problems solving in Primary stage to facilitate its learning and the difficulties that we can find too, to do a good book choice.

KEY WORDS:

Mathematics, geometry, problem solving, difficulties, methodology.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	4
1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	5
1.1. JUSTIFICACIÓN	5
1.2. OBJETIVOS.....	7
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	
2.1. ¿QUÉ SON LAS MATEMÁTICAS Y LA GEOMETRÍA?	7
2.2. NIVELES DE RAZONAMIENTO Y FASES DE APRENDIZAJE DE VAN HIELE.....	9
2.3. TEORÍA COGNITIVA DE PIAGET	10
2.4. MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN POLYA	12
2.5. MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MIGUEL DE GUZMÁN.....	16
2.6. TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	19
3. PROPUESTAS METODOLÓGICAS	22
3.1. METODOLOGÍA	22
3.2. ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS GEOMÉTRICOS.....	25
3.3. DIFICULTADES Y ERRORES QUE NOS PUEDEN SURGIR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	31
3.4. ACTIVIDADES PROPUESTAS.....	33
3.4.1.Folios al centro.....	33
3.4.2.¿Qué figura se esconde?.....	35
3.4.3.Geoárea	36
3.6. EVALUACIÓN	36
4. CONCLUSIONES	38
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39
6. ANEXOS	41
Anexo I.....	41
Anexo II	42

INTRODUCCIÓN

En el presente documento se expone la memoria del Trabajo de Fin de Grado de Educación Primaria, realizado por Marta Fuentes Armero y tutelado por Amaya Teresa Marco Buzunáriz.

En el vamos a trabajar aspectos tan importantes como son las matemáticas en general y la geometría en particular, en relación a los problemas matemáticos en el tema "Análisis de los problemas geométricos propuestos en los libros de texto de 3º ciclo de Educación Primaria", captando el interés de los estudiantes y motivando su propia vivencia hacia las matemáticas.

Para su elaboración se ha tenido en cuenta las directrices marcadas en la Resolución de 11 de abril de 2013, del Rector de la Universidad de Valladolid, por la que se acuerda la publicación del reglamento sobre la elaboración y evaluación del Trabajo Fin de Grado, de acuerdo con la regulación del Real Decreto 1393/2007, de 29 octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales modificado por el Real Decreto 861/2010, de 2 de julio en el que uno de los objetivos fundamentales de dicho título de Grado en Maestro de Educación Primaria, es formar profesionales capacitados para afrontar los retos del sistema educativo y adaptar las enseñanzas a las nuevas necesidades formativas además de realizar sus funciones bajo el principio de colaboración y trabajo en equipo.

Dentro del trabajo podemos diferenciar cuatro capítulos teniendo en cuenta lo citado anteriormente:

En el primer capítulo se explica el por qué de la elección del tema así como los objetivos que se pretenden alcanzar, además de ver la importancia que tiene la geometría en nuestra vidas.

En el segundo capítulo se expone una fundamentación teórica, veremos que se entiende por matemáticas y geometría, mostraremos los diferentes métodos de resolución de problemas según varios autores importantes para las matemáticas en el apartado de resolución de problemas y los tipos de problemas que nos encontramos.

En el tercer capítulo veremos la metodología a seguir, analizaremos problemas matemáticos que aparecen en los diferentes editoriales en los libros de 6º de Educación Primaria, contrastando enunciados,

niveles... y realizando una clasificación de los mismos. También se verán las principales dificultades que tienen nuestros alumnos a la hora de la resolución de problemas y actividades que proponemos para conseguir una mayor consecución del objetivo principal, la resolución de problemas. Además de ver una forma de evaluar si os alumnos van trabajando mejor este objetivo.

En el último capítulo haremos una breve reflexión de la investigación realizada, y observación del desarrollo viendo los aspectos positivos, limitaciones...

1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

1.1. JUSTIFICACIÓN

Conocido el tema que vamos a tratar veamos la importancia que tiene para nuestra vida cotidiana la geometría, ya que si echamos la vista atrás, mucho antes de los primeros registros escritos, se han observado dibujos en rocas de patrones geométricos. En las primeras civilizaciones, en monumentos megalíticos aparecen ideas geométricas tales como los círculos, elipses y ternas pitagóricas en su diseño. Siguiendo en la historia de las matemáticas, una vez surgida la escritura usaban tablillas de barro para hacer sus anotaciones, se ve como utilizaban diferentes sistemas de numeración, tenían un valor para el número π , el cual hacía posible conocer la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, trataban ejercicios geométricos y problemas de divisiones entre otros datos. Como no, nombrar también el Papiro de Rhind que nos muestra una colección de 85 problemas matemáticos.

Podríamos seguir mirando en la historia y pasarnos por cientos de civilizaciones que gracias a las matemáticas, anotaciones, descubrimientos han hecho que hoy en día nos permitan conocer desde el tiempo que tarda la tierra en dar una vuelta al sol, conocer las trayectorias de los astros, la altura de las pirámides... de ahí la importancia que han tenido las matemáticas y sigue teniendo en nuestras vidas.

(Salvat Universal Diccionario Enciclopédico, 1992, p. 66-67)

De aquí el motivo de la elección del tema para la realización del TFG ya que veo necesario el conocimiento de los conceptos matemáticos para todas las personas y, por ello, también en el ámbito educativo, teniendo en cuenta que como docentes tenemos un papel muy importante en su enseñanza. Por ello debemos presentarlo como algo que cada uno tiene que ir descubriendo y construyendo, y no como algo cerrado que hay que aprender, consiguiendo con ello una actitud positiva de los alumnos y alumnas.

Por tanto, con este trabajo de investigación, pretendo plasmar una visión sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas, qué métodos resultan más útiles, a qué se deben los problemas que surgen, y sobre todo, conseguir mejorar nuestra práctica docente. Siempre partiendo de principios fundamentales de la legislación vigente :

La finalidad de la educación primaria es proporcionar a todos los niños y niñas una educación que permita afianzar su desarrollo personal y su propio bienestar, adquirir las habilidades culturales básicas relativas a la expresión y comprensión oral, a la lectura, a la escritura y al cálculo, así como desarrollar las habilidades sociales, los hábitos de trabajo y estudio, el sentido artístico, la creatividad y la afectividad.

(Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación, 2006)

También teniendo muy presente el Decreto 40/2007, en el que algunos objetivos que contribuirán al desarrollo de las capacidades de los alumnos/as en el área de las matemáticas son:

g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

l) Comunicarse a través de los medios de expresión verbal, corporal, visual, plástica, musical y matemática, desarrollando la sensibilidad estética, la creatividad y las capacidades de reflexión, crítica y disfrute de las manifestaciones artísticas.

(Decreto 40/2007, de 3 de mayo, 2007)

Para finalizar con este apartado, mencionar la importancia que tiene la geometría para el desarrollo de las competencias básicas según nos refleja el Real Decreto 1513/2006, ya que nos dice:

[...]con el desarrollo de la visualización (concepción espacial, los niños y las niñas mejoran su capacidad para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que les será de gran utilidad en el empleo de mapas, planificación de rutas, diseños de planos, elaboración de dibujos, etc.).

De aquí deducimos la importancia que se le da a la geometría, ya que es una herramienta que proporciona al alumnado un mejor conocimiento del espacio y de las formas que le rodea.

1.2. OBJETIVOS

En cuanto a los objetivos que se pretenden desarrollar con este Trabajo Fin de Grado son:

- Conocer la importancia de las matemáticas y, especialmente de la geometría, en nuestra vida cotidiana.
- Conocer los diferentes métodos de resolución de problemas.
- Aplicar el método de resolución más adecuado en cada situación.
- Descubrir las dificultades más frecuentes que le surgen a los alumnos en la resolución de problemas.
- Investigar y hacer propuestas metodológicas adaptadas al nivel educativo de los niños.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. ¿QUÉ SON LAS MATEMÁTICAS Y LA GEOMETRÍA?

Antes de conocer los niveles de pensamiento matemático, como los métodos para la resolución de problemas pasemos a conocer lo que se entiende por matemáticas y geometría según el Decreto 40/2007, en el que nos dice que las matemáticas se entienden como:

[...]un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan no sólo utilizar cantidades y formas geométricas, sino, y sobre todo, hacerse preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se puedan obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas. Concebidas de esta forma, las matemáticas incorporan las características que les han sido tradicionalmente asignadas y que se identifican con la deducción, la precisión, el rigor, la seguridad, etc., pero son y aportan mucho más de lo que se deduce de estos términos. También son inducción, estimación, aproximación, probabilidad y tentativa, y mejoran la capacidad de enfrentarse a situaciones abiertas, sin solución única y cerrada.[...]

En cuanto a la geometría es describir, analizar propiedades, clasificar y razonar, y no sólo definir. El aprendizaje de la geometría requiere pensar y hacer, y debe ofrecer continuas oportunidades para clasificar, construir, dibujar, modelizar y medir, desarrollando la capacidad para visualizar relaciones geométricas. Todo ello se logra estableciendo relaciones constantes con el resto de los bloques del área y con otros ámbitos como el mundo del arte o de la ciencia, pero también asignando un papel relevante a la parte manipulativa a través del uso de materiales (geoplanos y mecanos, tramas de puntos, libros de espejos, material para formar poliedros, etc.) y de la actividad personal (realizando plegados, construcciones, etc.) para llegar al concepto a través de modelos reales. Dicho esto, hay que tener presente que las matemáticas en general y la geometría en particular, por su grado de abstracción, formalización y complejidad, resultan difíciles de comprender hasta la adolescencia. El sentido de esta área en primaria es eminentemente experimental y partirá pues, de lo más cercano al alumnado abordándose progresivamente conocimientos más complejos a partir de la experiencia, en contextos de resolución de problemas y de contrastes de puntos de vista.[...]

(Decreto 40/2007, de 3 de mayo, 2007)

Por tanto debemos conseguir un desarrollo de su concepción espacial a partir de experiencias propias basadas en construcciones y manipulaciones mentales de figuras en el plano y en el espacio, esto hará que se desarrollen capacidades de resolución de problemas cotidianos, significativos en su vida práctica: empleo de mapas, planificación de rutas, planos... aplicando sus conocimientos matemáticos fuera del ámbito escolar, en ámbitos familiares, de consumo y en general de su vida social.

2.2. NIVELES DE RAZONAMIENTO Y FASES DE APRENDIZAJE DE VAN HIELE

Para conseguirlo vamos a tomar como referencia los niveles de razonamiento de Van Hiele, en el que nos dice que los estudiantes progresan a través de niveles de pensamiento geométrico desde un nivel visual, seguido de niveles cada vez más avanzados de descripción, análisis, abstracción y prueba. Estos niveles, según la teoría, son secuenciales y jerárquicos, de manera que, para que los estudiantes operen adecuadamente en uno de los niveles, deben haber dominado amplias partes de los niveles inferiores. El progreso de un nivel al siguiente, según Van Hiele, depende más de la instrucción que de la edad o maduración del niño/a.

Este modelo de enseñanza y aprendizaje sirve de modelo para la elaboración y estructuración de los contenidos en los currículos de matemáticas. En este se plantean dos grandes apartados, por un lado cómo evoluciona el razonamiento geométrico de los individuos y su progreso, lo que se suele llamar niveles de razonamiento y por otro lado las fases de aprendizaje.

En cuanto a los **niveles de razonamiento** se dividen en cinco niveles:

Nivel 1: Visualización o reconocimiento. Solo se reconocen figuras como un todo, los alumnos no diferencian las partes que lo forman, ni las propiedades que puedan tener.

Nivel 2: Análisis. Ya se reconoce que las figuras geométricas están formadas por distintas partes y pueden analizar propiedades pero no las pueden relacionar entre ellas.

Nivel 3: Ordenación o clasificación. Ya pueden relacionar propiedades, se pueden comprender propiedades y las pueden clasificar.

Nivel 4 y 5: Deducción y rigor. Estos dos niveles no se dan en la educación primaria.

Y como hemos dicho el modelo fija cinco **fases de aprendizaje**:

1. *Fase de información*, donde se presenta el tema de estudio, es decir, les informa sobre lo que van a abordar, se les muestra gráficos, imágenes...

2. *Fase de orientación dirigida*, donde se presenta el material o los problemas y se espera que lo relacionen con situaciones de la vida. Además también se busca que encuentren sus propias relaciones, las compartan y discutan con sus compañeros.

3. *Fase de explicitación*, en la que se intenta que el alumnado explique los resultados y con un lenguaje apropiado.

4. *Fases de orientación libre*, en esta fase se presentarán materiales o propuestas que no son inmediatas, que generarán nuevos planteamientos y aplican los nuevos conocimientos.

5: *Fases de integración*, en esta fase se adquiere una visión global de todo lo que han aprendido y su integración.

(Jaime A., Gutiérrez A., 1990, p. 295-384)

2.3. TEORÍA COGNITIVA DE PIAGET

Otro gran psicólogo importante por su aportes al estudio del pensamiento matemático, al desarrollo cognitivo y de la inteligencia es Piaget que nos muestra su teoría cognitiva sobre los estadios del desarrollo cognitivo desde la infancia hasta la adolescencia. En ella explica cómo las estructuras psicológicas se desarrollan a partir de los reflejos innatos, se organizan durante la infancia en esquemas de conducta, se internalizan durante el segundo año de vida como modelos de pensamiento, y se desarrollan durante la infancia y la adolescencia en complejas estructuras intelectuales que caracterizan la vida adulta. Piaget divide el desarrollo cognitivo en cuatro periodos importantes:

- I. PERIODO
SENSORIOMOTRIZ
- II. PERIODO
PREOPERACIONAL
- III. PERIODO DE
OPERACIONES CONCRETAS
- IV. PERIODO DE
OPERACIONES FORMALES

Ahora paso a explicar de forma breve que ocurre en cada uno de estos periodos:

- I. PERIODO
SENSORIOMOTRIZ

La primera etapa tiene lugar del nacimiento hasta aproximadamente los dos años. En esta etapa, los niños empiezan a ver la relación entre metas y medios para alcanzarlas, y comienzan a utilizar el pensamiento simbólico. Esta etapa se caracteriza por lo que Piaget denominó permanencia del objeto. Ésta consiste en el conocimiento de que los objetos continúan existiendo aunque salgan del alcance de vista. Siendo cierto que en los primeros meses del periodo sensoriomotriz, los niños no buscan los objetos que salen de su campo visual(o se ocultan), lo que implica que no reconocen la existencia de objetos cuando dejan de verlos. Sin embargo, en los últimos meses de este periodo, los niños buscan objetos que se les pone a la vista y luego se le oculta, es decir, entiende que existe la permanencia del objeto.

II.PERIODO

PREOPERACIONAL

En este periodo, de 2 a 7 años, lo que distingue a los niños es el desarrollo de modos simbólicos de representación. Los niños ya no necesitan que los objetos estén presentes para entenderlos. Esta comprensión les permite usar el lenguaje, hacer modelos o dibujar representaciones gráficas de los objetos y las experiencias previas. Hacia el final de esta etapa del desarrollo, los niños pueden participar en la solución de problemas intuitivos, como apilar bloques para copiar un diseño.

Sin embargo, el pensamiento del niño aún tiene varias limitaciones; se caracteriza por ser egocéntrico, irreversible y focalizado. Por tanto son incapaces de ver las cosas desde el punto de vista de otra persona(egocentrismo), resuelven problemas pero no pueden retroceder en sus pasos(irreversibles) y no son capaces de atender a más de una dimensión de los problemas(focalización).

III. PERIODO DE OPERACIONES CONCRETAS

Es este nivel el que tendrá mayor interés para los maestros que cubre entre los 7 y 11 años. En esta etapa, los niños pueden realizar operaciones de primer orden u operaciones sobre objetos. Empiezan a pensar deductivamente, tienen más habilidad para usar la lógica y la objetividad al resolver problemas además de tener mejores destrezas de clasificación. La principal limitación de los niños en la etapa de las operaciones concretas es que sólo pueden realizar operaciones de primer orden; es decir, pueden resolver problemas sobre la base de experiencias que en realidad han tenido o sobre objetos concretos que están presentes y los cuales pueden trabajar, pero por lo general no pueden resolver problemas abstractos. Por ejemplo les resultan más fácil resolver un problema típico de alturas de varias personas y decir quién es más alto cuando tienen presente las imágenes.

IV. PERIODO DE OPERACIONES FORMALES

El cuarto y último periodo es el de las operaciones formales que empieza a los 11 o 12 años hasta los 15 años. Aquí los individuos comienzan a realizar operaciones de segundo orden. Esto significa que pueden

utilizar conceptos que no han experimentado y objetos a los cuales no pueden manipular activamente. Así, en la etapa de las operaciones formales, los niños pueden utilizar reglas lógicas que no por fuerza se sustentan en la realidad. Su pensamiento se vuelve más flexible, abstracto y sistemático.

(Henson, Kenneth T., Eller, Ben F., 1999, p. 50- 54)

Vistas las teorías de Van Hiele y Piaget, podemos ver que comparten algunas importantes características. Coinciden en señalar una evolución del pensamiento de acuerdo con ciertos estadios o niveles. Ambas, resaltan, también, el papel del individuo en la construcción activa de su propio conocimiento. Pero también tienen importantes diferencias. Por ejemplo, Van Hiele enfatiza el papel de los procesos de instrucción para el desarrollo de los procesos de pensamiento, mientras que en Piaget ese desarrollo aparece más ligado a la evolución biológica general del individuo, consecuencia de las interacciones generales con el medio.

Por los que hemos visto podemos decir que desde que el niño nace, establece relaciones con los objetos, los junta, separa, agrupa, cuenta a través de la experiencia cotidiana organizándose y orientándose en el espacio que le rodea. Posteriormente, la experiencia va dando paso a la abstracción y formalización que permitirá corregir errores e irá convirtiendo al conocimiento en más simbólico, abstracto y formal. De aquí la necesidad de la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar que responde, en primer lugar, al papel que la geometría desempeña en la vida cotidiana, ya que, un conocimiento básico es indispensable para desenvolverse en esta mediante: orientación, realización de estimaciones, al hacer cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio, en el arte, en el estudio de los elementos de la naturaleza...

Expuesta la forma de aprendizaje según estos autores, teorías interesante que nos servirán a la hora de presentar las matemáticas ante nuestros alumnos también considero importante conocer los modelos

de resolución de problemas según destacados matemáticos ya que este es el hilo principal del trabajo y nos servirán para poder realizar un estudio más exhaustivo de los problemas geométricos en el 3° ciclo de Educación Primaria.

2.4. MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN POLYA.

Comenzaré este apartado con unas palabras de (Polya, 1965) que aparecen en el prefacio de su libro:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter. Por ello, un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedicas tu tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrán despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello[...].

(Polya, 1965, p. 5)

Si leemos con detenimiento lo cita anteriormente, nos daremos cuenta que nosotros como docentes somos el hilo conductor y el punto de motivación de nuestros alumnos y por ello debemos conseguir que las matemáticas sean para ellos un área de investigación, motivación y curiosidad. Por ello y teniéndolo en cuenta haremos que la resolución de problemas no sea algo que debemos aprender sino algo que queremos hacer, que los alumnos estén involucrados y esperen ese momento de la clase para trabajar.

Dicho autor nos dejó un método encaminado en la resolución de problemas que consta de cuatro pasos:

I. COMPRENDER EL PROBLEMA.

II. CONCEBIR UN PLAN.

-Determinar la relación entre los datos y la incógnita.

-Si no se encuentra una relación inmediata, se deben considerar problemas auxiliares.

- Obtener finalmente un plan de solución.

III. EJECUCIÓN DEL PLAN.

IV. EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA.

Antes de desarrollar los cuatro pasos, debemos tener en cuenta que (Polya, 1965) da mayor importancia al último punto, que normalmente se descuida por los alumnos y maestros, ya que sin él se pierde una visión correcta del problema. Si lo pensamos...¿Cuántos suspensos se podrían haber evitado si hubiéramos comprobado la solución?

Dicho esto pasemos a estudiar

estos cuatro pasos:

COMPRENDER EL

PROBLEMA.

- ¿Entiendes el enunciado? ¿Sabes lo que te pide?
- ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición? ¿Es una condición suficiente para determinar la incógnita?

CONCEBIR UN PLAN.

- ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces un problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Hay que mirar atentamente la incógnita y tratar de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- Si has encontrado un problema relacionado al tuyo y que ya lo has resuelto. ¿Podrías utilizar el resultado? ¿Podrías emplear su método? ¿Te haría falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Podrías enunciar el problema en otra forma? ¿Podrías plantearlo en forma diferente nuevamente? Deberíamos referirnos a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trataremos de resolver primero algún problema similar. ¿Podrías imaginarte un problema análogo un tanto más fácil para ti? ¿Un problema más general? ¿O un problema más particular? ¿Un problema parecido? ¿Puedes resolver una parte del problema? Podemos considerar sólo una parte de la condición, descarta la otra parte: ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros

datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

EJECUCIÓN DEL PLAN.

- Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos.
- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA.

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes verificar el razonamiento?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

(Polya, 1965, p. 28-34)

Expuesto el modelo de resolución de Polya pasamos a conocer el modelo de Miguel de Guzmán.

2.5. MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MIGUEL DE GUZMÁN.

Otro matemático destacado a la hora de resolver problemas sería Miguel de Guzmán, él elaboró una lista de pautas, basada en las ideas de Polya dirigidas a los alumnos y alumnas y con un lenguaje sencillo y nada denso.

Miguel de Guzmán (1986), considera cinco fases:

1ª TRATAR DE
COMPRENDER EL ENUNCIADO.

2ª INTENTA
COMPRENDER EL PROBLEMA.

3ª BUSCA UNAS CUANTAS
ESTRATEGIAS PARA SOLUCIONAR EL
PROBLEMA.

4ª SELECCIONA UNA DE
LAS ESTRATEGIAS Y TRABAJA CON ELLA.

5ª REFLEXIONA SOBRE
EL PROCESO SEGUIDO.

Ahora pasamos a explicar un poco el desarrollo de cada una de ellas.

1ª fase: TRATAR DE
COMPRENDER EL ENUNCIADO.

- Lee el problema despacio.
- Tratar de entender todas las palabras, de no ser así usamos el diccionario.
- Distingue los datos del problema (lo que conoces) de la incógnita (lo que buscas).
- Trata de ver la relación entre los datos y la incógnita.

- Intenta expresar el problema con tus propias palabras.

2ª fase: INTENTA

COMPRENDER EL PROBLEMA.

- Si puedes, haz un dibujo o un esquema de la situación.
- Si los datos del problema no son cantidades muy grandes, intenta expresar la situación jugando con objetos (fichas, botones, papel...)
- Si las cantidades que aparecen en el enunciado son grandes, entonces imagínate el mismo problema con cantidades más pequeñas y haz como dice el punto anterior.
- Si el problema está planteado de forma general, da valores concretos a los datos y trabaja con ellos.

3ª fase: BUSCA UNAS

CUANTAS ESTRATEGIAS PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA.

Estas pueden ser algunas de las estrategias que nos pueden ayudar a una mejor resolución:

- ¿Es semejante a otros problemas que ya conoces? ¿Cómo se resuelven éstos? ¿Alguna idea te podría servir?
- Imagínate un problema más fácil para empezar y así, animarte.
- Experimenta con casos particulares, ¿te dan alguna pista sobre la posible solución?
- ¿Puedes ayudarte de un dibujo o de una representación gráfica?
- ¿Puedes elegir una buena notación para pasar del lenguaje natural al lenguaje matemático?
- Supón el problema resuelto, ¿cómo se relaciona la situación de partida con la situación final?

- Imagínate lo contrario a lo que quieres demostrar, ¿llegas a alguna contradicción?
- ¿El problema presenta alguna simetría o regularidad?. ¿Podemos usar algunos trucos matemáticos?
- ¿Será el caso general más sencillo que éste particular?

DE LAS ESTRATEGIAS Y TRABAJA CON 4ª fase: SELECCIONA UNA ELLA.

- No te detengas fácilmente.
- Si la estrategia que elegiste no va bien, acude a otra de las estrategias que seleccionaste o a una combinación de ellas.
- Trata de llegar hasta el final.

SOBRE EL PROCESO SEGUIDO. 5ª fase: REFLEXIONA

- ¿Cómo ha sido el camino?.¿Dónde te atascaste?
- ¿En qué momento y cómo has salido de los atascos?
- ¿Cuáles han sido los momentos de cambio de rumbo?. ¿Han sido acertados?
- ¿Entiendes bien tu solución?.¿Entiendes por qué marcha?.¿Tiene sentido esta solución o es absurda?
- ¿Sabes hacerlo ahora de manera más sencilla?
- ¿Sabes aplicar el método empleado a casos más generales?
- ¿Puedes resolver otras situaciones relacionadas con el tema que sean más interesantes?
- ¿Cuál ha sido la tendencia de tu pensamiento: visual, analítica,lenta, rápida, segura,dudosa, variada, monótona...?

(Guzmán, 1986,p. 32-54)

Como podemos observar tanto Polya como Guzmán utilizan unos pasos o fases muy parecidas a la hora de resolución de problemas, al igual que otros muchos matemáticos como Schoenfeld, Burton o Mason entre otros. Por ello deberemos tenerlas muy presentes a la hora de la resolución de problemas con nuestros alumnos.

2.6. TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Otro aspecto importante que debemos tener en cuenta a la hora de resolver problemas sería la clasificación que podemos hacer según los tipos de problemas que nos podemos encontrar. Teniendo en cuenta aportaciones como las de Butts,1980 ;Charles y Lester, 1982; Borassi, 1986, realizando una comparación Lorenzo Blanco(1993) los ha clasificado en los siguientes tipos de problemas:

1)Ejercicios _____ de

reconocimiento: Son ejercicios en los que se resuelve, reconoce o recuerda un incógnita, se presenta una definición o se debe trabajar con un teorema.

Ejemplos:

-Ver si una expresión es verdadera o falsa.

-Argumentaciones que llegan a soluciones válidas.

2) Ejercicios algorítmicos o de

repetición: Estos ejercicios se llega a la solución gracias a procesos algorítmicos.

Ejemplos:

-Resolver una ecuación.

-Encontrar el dato que nos falta.

3) Ejercicios de traducción

simple o compleja: Son ejercicios que debemos traducir y entender el enunciado para llegar a la solución, a través de una expresión matemática. Estos problemas son los que podemos ver con mayor cantidad en los libros de texto.

Ejemplo:

-Dado el perímetro de un polígono y un lado, calcular lo que vale el otro.

4) Problemas de procesos:

Son muy parecidos a los anteriores pero en estos no hay una única forma de llegar a la solución.

Ejemplo:

-Calcular dados unas camisetas y unos pantalones las posibilidades que tenemos de combinarlas.(Se puede hacer con dibujos, esquema, cálculos con menos prendas...)

5)Problemas con situaciones reales: En estos ejercicios deber resolver problemas de situaciones de la vida cotidiana utilizando habilidades, conceptos matemáticos.

Ejemplo:

- Calcular las baldosas que se necesitarán para cambiar el suelo de la cocina, el precio que costaría.(Utilizando las áreas...)

6) Problemas de investigación matemática: Son problemas que tienen una alta relación con contenidos matemáticos, no tienen porque tener ninguna estrategia para resolverlos y necesitan un modelo para encontrar la solución. Son problemas que por sus

conceptos difíciles y la necesidad de un alto conocimiento matemático no se realizan en niveles elementales, produciendo un perjuicio a largo plazo a los alumnos.

Ejemplo:

-Son enunciados del tipo "Probar que...", "encontrar todos los ..."

7) Problemas de puzles: Son ejercicios que no se necesita llevar una estrategia ni modelo para su resolución, e intenta mostrar la parte recreativa y lúdica de las matemáticas.

Ejemplo:

-Dividir un cuadrado en triángulos equiláteros.

8) Historias matemáticas: Son libros, cuentos, novelas... que no siendo escritos con esta intención se puede utilizar como material para la enseñanza de las matemáticas ya que provocan la curiosidad del lector.

Ejemplo:

-El libro "Viajes de Gulliver".

Expuesta la clasificación de problemas que podemos utilizar en el aula con nuestros alumnos, he de decir que según Blanco no se utilizan todos privándolos de oportunidades para desarrollar sus actitudes, habilidades, conocimientos y destrezas.

(Blanco, 1993, p. 49-60)

Si seguimos investigando, encontramos otra clasificación de tipos de problemas que podemos encontrar en el aula según Díaz y Poblete(2001), cuya clasificación parte de la rutina y naturaleza de un problema. Pasamos a conocerlos:

1). **PROBLEMAS RUTINARIOS**: que según el contexto los podemos catalogar en:

-Problemas de contexto real: son aquellos que ocurren en la realidad y hacen al alumno participe del mismo.

Ejemplo: Mide el ancho y el largo de tu habitación. ¿Cuál es su perímetro?

-Problemas de contexto realista: cuando puede producirse en la realidad aunque se trata de una simulación de la realidad total o parcial.

Ejemplo: Si un camión ha transportado 12000 kg de arroz.¿Cuánto pueden transportar 20 camiones?

-Problemas de contexto fantasista: Se utilizan contextos irreales y sin fundamento en la vida real.

Ejemplo: Problemas que hablen de superhéroes que necesitan una alimento específico para tener fuerzas y se les pide calcular cuánta poción mágica necesitarían.

-Problemas de contexto puramente matemático: cuando se alude especialmente a conceptos matemáticos, como números, figuras geométricas, operaciones...

-Ejemplo: Si el volumen de una habitación es de 23m^3 .¿Cuáles pueden ser las medidas de dicha habitación.

2). PROBLEMAS NO RUTINARIOS.

Aquellos ejercicios en los que los alumnos no conocen un procedimiento o modelo a seguir.

-Ejemplo: Plantearles un ejercicio de áreas pero de forma contraria, es decir, dada el área de un polígono que conozcamos una fórmula para calcular su área, pedirles que nos den posibles dimensiones de ese polígono. Les pediríamos la medida de los lados de un triángulo, cuadrado, rectángulo... teniendo así que pensar de forma diferente los alumnos.

(Verónica Díaz y Álvaro Poblete, marzo 2001, p. 33-41)

Vistas dos clasificaciones muy diferentes y teniéndolas en cuenta creo que ha llegado el momento de pasar a la metodología que debemos seguir para poder aplicar todo lo presentado con anterioridad.

3. PROPUESTAS METODOLÓGICAS

3.1. METODOLOGÍA

Cada maestro en su aula utilizará una metodología diferente, en mi caso pienso que sería conveniente partir de un enfoque globalizador que según Zabala (1999), lo define como:

[...]Con el término enfoque globalizador, que también podríamos llamar perspectiva globalizadora o visión globalizadora, se concreta la manera de organizar los contenidos desde una concepción de la enseñanza en la que el objeto fundamental de estudio para el alumnado es el conocimiento y la intervención en la realidad. Aceptar esta finalidad quiere decir entender que la función básica de la enseñanza es potenciar en los chicos y las chicas las capacidades que les permitan dar respuestas a los problemas reales en todos los ámbitos de desarrollo personal, ya sean sociales, afectivos o profesionales, y que sabemos por su naturaleza que jamás serán simples. [...]

(Zabala, 1999, p. 30)

También deberíamos conseguir una actividad constructivista en la que el alumno sea el que reelabora y cambia su esquemas de conocimiento, construyendo así su propio aprendizaje. En este caso el maestro actúa como guía y mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje consiguiendo así aprendizajes significativos relacionando las experiencias previas de los alumnos y los contenidos que aprenden; ya que no debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los partes principales del aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los alumnos ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad. Y para ello debemos conseguir que el alumno sea participe de su propio aprendizaje y esto lo conseguiremos haciendo que sea activo en el aula.

Para ello según Godino, Batanero y Font (2003), nos da unas pautas de cómo debe ser el alumno a la hora de trabajar la resolución de problemas, algo parecido a lo que hemos visto anteriormente como son los modelos de Polya y Guzmán. Estos dicen que: el trabajo del alumno en la clase de matemáticas debe ser en ciertos momentos comparable al de los

propios matemáticos: el alumno debe investigar e intentar resolver problemas, pronostica su solución, intenta comprobar que su solución es correcta, crea modelos matemáticos, utiliza conceptos matemáticos, intercambia sus ideas con otros y por último reconoce cuáles de estas ideas son correctas y cuáles les pueden servir.

V. Font, 2003, p. 66-67)

(J. D. Godino, C. Batanero y

Algo que debemos tener muy presente para una correcta enseñanza, sea de las matemáticas como de cualquier otra área es el contexto en el que se va a desarrollar nuestra actividad docente, debemos crear un clima adecuado un entorno de aprendizaje que según Godino et al (2003), estimule el desarrollo de la capacidad matemática de cada estudiante teniendo en cuenta las siguientes pautas:

*Debemos proporcionar y distribuir el tiempo para que investiguen las matemáticas con el tiempo adecuado y consigan la resolución de problemas.

*Usar el aula y los materiales dispuestos adecuados para el aprendizaje matemático.

*Conseguir un contexto que incentive al desarrollo de las destrezas matemáticas.

*Escuchar y valorar las ideas de todos los estudiantes, forma de pensar y ánimo de los alumnos.

*Promover tanto el trabajo de forma independiente como el de colaboración de los alumnos para dar sentido a las matemáticas.

*Tomar riesgos intelectuales mediante el apoyo de ideas con argumentos matemáticos.

(J. D. Godino, C. Batanero y

V. Font, 2003, p. 86)

Además de estas pautas debemos tener en cuenta que el alumno debe estar motivado, atento, activo en su trabajo y como mejor que conseguirlo con estrategias y pautas para conseguir su atención. En esta tabla observamos algunas estrategias a seguir:

<p>Estrategias para conquistar la atención</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comunicar la justificación de los objetivos. - Despertar la curiosidad - Crear disonancias o “choques”. - Modificar el medio físico de aprendizaje. - Variar las condiciones de la instrucción. - Variar los canales sensoriales. - Usar el movimiento. - Usar sistemas de comunicación de forma matizada.
<p>Estrategias para conquistar la participación</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Modificar el medio físico de aprendizaje. - Variar las condiciones de la instrucción. - Variar los canales sensoriales. - Usar el movimiento. - Usar sistemas de comunicación de forma matizada. - Interrogatorio. -Refuerzo.

Tabla 1. *Estrategias y técnicas de motivación en el aula.* Fuente: Principios metodológicos para trabajar la didáctica de las matemáticas en los grados de Ed. Primaria de la UIC, p. 67)

3.2. ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS GEOMÉTRICOS.

Para comenzar con este apartado diremos que aunque hay muchos recursos para la enseñanza de las matemáticas y la resolución de problemas, el recurso didáctico más común es el libro de texto. Es en este donde vamos a fijarnos a la hora de analizar los problemas geométricos tomando como referencia diferentes editoriales.

Algo que debemos tener muy presente es que como educadores, tenemos un papel muy importante en este punto ya que somos nosotros los que debemos elegir el libro adecuado, con el que vamos a trabajar a lo largo del curso escolar.

Según Romberg y Carpenter (1986) indican que "el libro de texto es visto como la autoridad del conocimiento y guía del aprendizaje. La propiedad de las matemáticas descansa en los autores del libro de texto y no en el maestro". (Romberg T.A. , Carpenter T.P., 1988, p. 867).

De esta cita podemos ver el aviso que se nos hace al profesor, en el que nos dice que debemos ser cuidadosos y hacer un uso crítico de los libros de texto teniendo en cuenta que no todos son iguales. Debemos dejar a un lado el formato del libro, que los problemas sean graciosos o interesantes y tener especial cuidado en la selección de éstos para que tengan unos contenidos adecuados y un significado que esté carente de importancia para los alumnos.

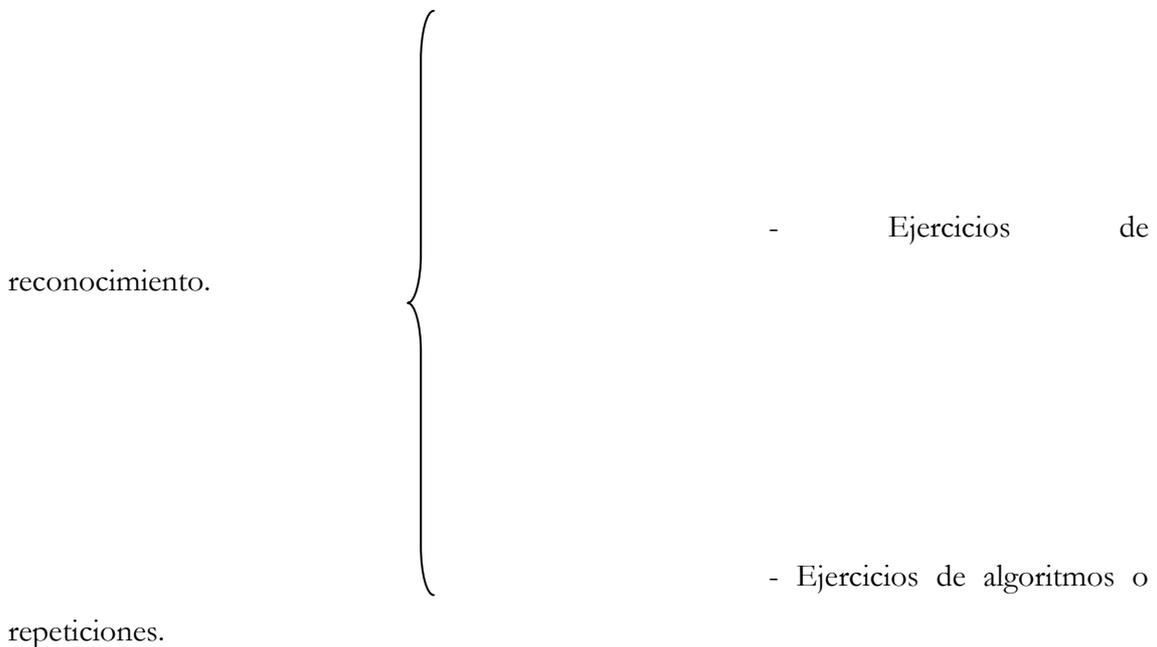
(J. D. Goidno, C. Batanero y V. Font, 2003, p. 129)

Para comenzar con el análisis en cuestión me parece conveniente hacer una pequeña diferencia entre las actividades que

nos encontramos en los libros de texto del curso 6º de Primaria. En ellos podemos ver ejercicios, son las actividades con las que se trabaja de forma más sistemática los conceptos aprendidos y los problemas matemáticos, en los que debemos tener en cuenta dichos conceptos, comprender el enunciado, saber qué nos piden y utilizar alguna estrategia para su resolución.

Al hacer este trabajo de investigación he utilizado varios libros de diferentes editoriales para así poder comparar y analizar cada uno de los tipos de problemas a los que los alumnos se enfrentan en sus clases.

También para este punto del trabajo deberemos tener presente el apartado 2.6. en el que se hace una clasificación de los tipos de problemas que podemos encontrarnos según Blanco (1993), ya que seguiré esta clasificación para el análisis de los mismo. A modo de resumen haré un esquema para tener presentes.



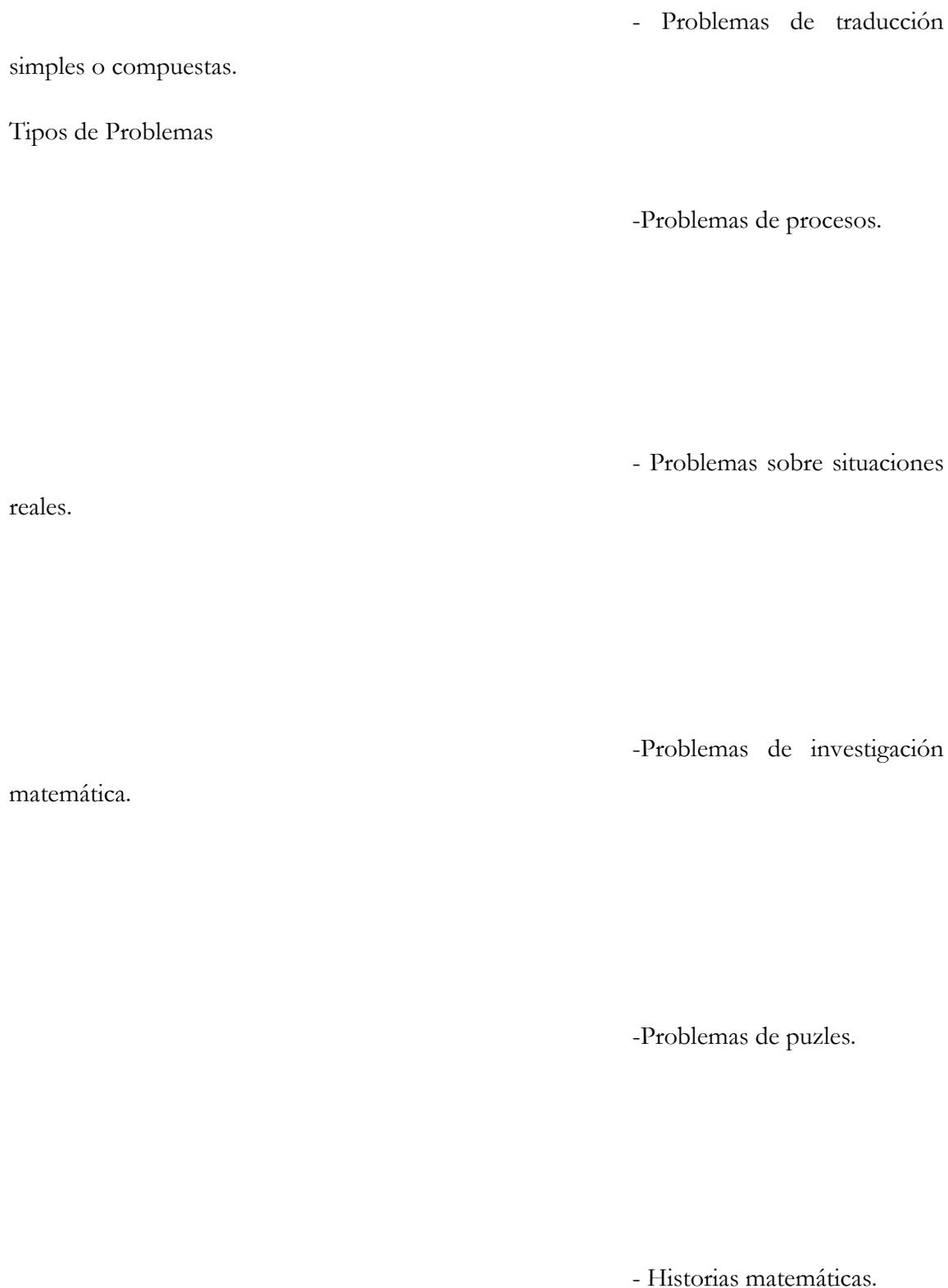


Figura 1: *Esquema- resumen de los tipos de problemas según Blanco.* Fuente: Elaboración propia.

En el trabajo nuestro dos clasificaciones distintas de tipos de problemas y he utilizado esta y no la clasificación de Díaz y Poblete(2001) porque según la clasificación de estos todos los problemas los tendría que clasificar en dos tipos, los problemas realistas y los problemas puramente matemáticos.

Pues bien, dicho esto comenzamos:

1º LIBRO: 6º PRIMARIA. MATEMÁTICAS. ABRE LA PUERTA. ED. ANAYA

Por un lado y teniendo presente la clasificación anterior, en cuanto a los ejercicios se podría decir que tanto para practicar el cálculo del área de un triángulo, como un cuadrado, rombo... se realizan el mismo modelo, un ejemplo: dado un dibujo con las medidas se le pide al alumno que calcule su área o su perímetro.

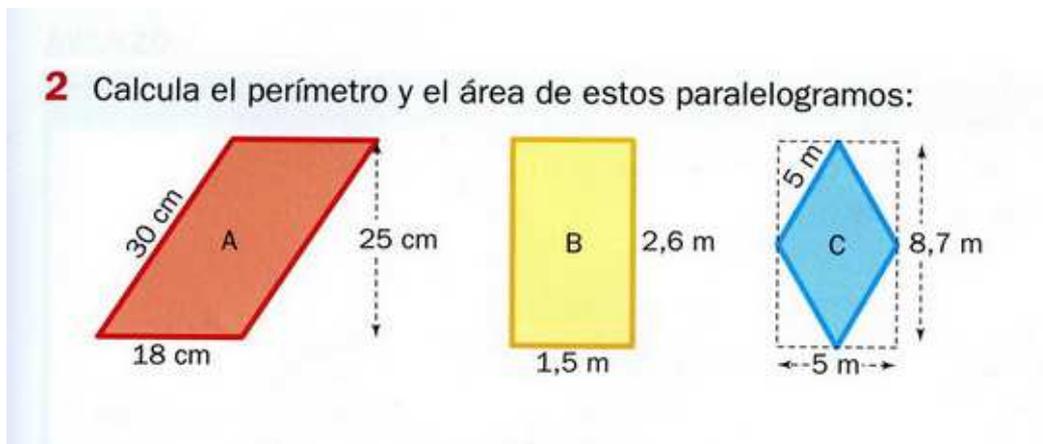


Figura 2: Ejercicio libro 6º de Primaria . Fuente: Libro de 6º.Editorial Anaya

Por otro lado si nos fijamos en los problemas, podremos encontrar algo más de variedad, en la que cada apartado que explica un tipo de área a calcular, nos aparecen algunos problemas para trabajar esos conceptos. Teniendo en cuenta la clasificación de los problemas(figura 1) podemos decir que en este libro encontramos problemas de tres clases como son:

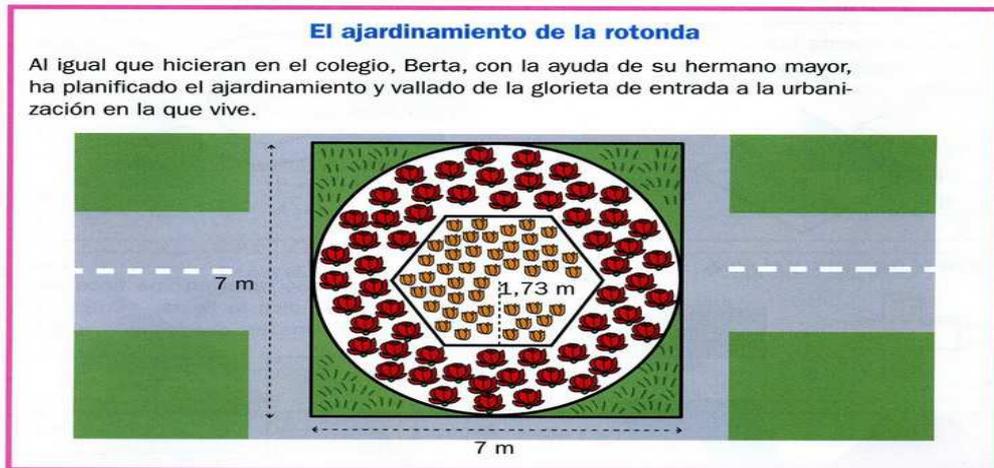
- Problemas de reconocimiento. Ejemplo: nos dan la imagen de una finca y nos dicen que calculemos su área.

-Problemas de traducción simple o compleja. Nos dan un dibujo y en el enunciado pide calcular el área del camino que rodea una rotonda.

-Problemas de situaciones reales. Nos piden calcular el número de baldosas que hace falta para renovar el suelo de un temple.

Por otro lado este libro también nos muestran unos apartados "MIS COMPETENCIAS" y "DOY UN PASO MÁS" en el que al terminar todos los conceptos nos permite trabajar los problemas matemáticos no tan simples, en el que nos permiten utilizar los modelos de Polya y Guzmán para trabajarlos ya que tienen más información y nos piden una serie de incógnitas que debemos ir siguiendo paso a paso. Estos problemas según mi punto de vista son los que deberían aparecer en mayor cantidad para poder trabajar cada vez más las competencias.

■ APRENDO A TRABAJAR: Análisis la información



- 1** Cada una de las zonas de la rotonda será separada de las otras por una pequeña valla cuyo coste es de 2 € el metro, y para realizar el ajardinamiento Berta y su hermano han manejado estos datos:
- Coste del césped, 4 €/m²
 - Coste de los rosales, 7 €/m²
 - Coste de los tulipanes, 5 €/m²
- Realiza los cálculos y completa la tabla en tu cuaderno.

ZONA	PERÍMETRO	COSTE DEL VALLADO	SUPERFICIE	COSTE DEL AJARDINAMIENTO
Tulipanes				
Rosales				
Césped				

- 2** ¿Cuál es el coste total del proyecto?

Figura 3: Problemas del libro 6º

Matemáticas. Fuente: Libro de 6º. Editorial Anaya

2º LIBRO: 6º PRIMARIA. MATEMÁTICAS. EDITORIAL SANTILLANA

Continuando con la comparativa entre los diferentes problemas que nos encontramos para poder utilizar en nuestra aula pasamos a la editorial Santillana. Aquí observamos uno de los principales problemas por lo que los alumnos llegan a la secundaria sin saber bien cómo resolver un problema y que estrategias debemos utilizar ya que si nos fijamos en el tema que estamos analizando encontramos muy poquitos problemas para poder trabajar.

Si prestamos atención localizamos algún problema para utilizar los conceptos matemáticos.

-Problema de traducción simple o compleja. Aparece en un apartado "ERES CAPAZ DE..." en el que se nos pide calcular la pintura que necesitaremos para pintar una habitación.

También en este libro encontramos un apartado "SOLUCIÓN DE PROBLEMAS. Reducir el problema en otro problema conocido" en el que podemos ver que utilizan una estrategia que nos decía Polya y Guzmán, como comparar el problema con otro que ya conocemos o hacerlo más simple.

Solución de problemas

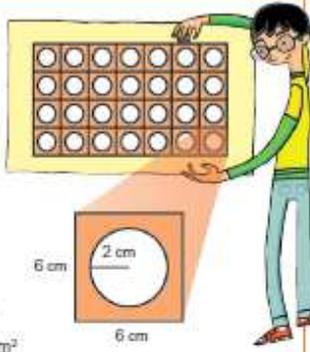
Reducir el problema a otro problema conocido

Resuelve los problemas reduciéndolos primero a un problema que sepas resolver.

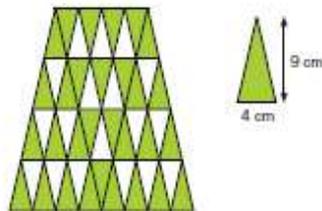
Juan está diseñando un salvamanteles rectangular de corcho que tiene huecos circulares. ¿Qué área de corcho en cm^2 tiene el salvamanteles que diseña Juan?

- ▶ Para resolver el problema lo más adecuado es reducirlo primero a un problema que sabemos hacer: calcular el área de cada una de las piezas cuadradas que componen el salvamanteles.
 - El área de cada pieza es igual al área del cuadrado menos el área del hueco circular.
 - Área del cuadrado $= l^2 = 6^2 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$
 - Área del círculo $= \pi \times r^2 = \pi \times 2^2 \text{ cm}^2 = 12,56 \text{ cm}^2$
 - Área de una pieza $= 36 \text{ cm}^2 - 12,56 \text{ cm}^2 = 23,44 \text{ cm}^2$
 - El salvamanteles tiene 28 (7×4) piezas.
 - El área del salvamanteles es igual a 28 veces el área de una pieza.
 - Área del salvamanteles $= 28 \times 23,44 \text{ cm}^2 = 656,32 \text{ cm}^2$

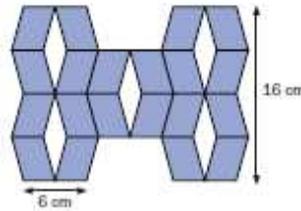
Solución: El salvamanteles que diseña Juan tiene $656,32 \text{ cm}^2$ de corcho.



1. Mamuela ha hecho una alfombra cosiendo triángulos de tela iguales. ¿Cuál es el área de la parte verde?



2. Pilar ha hecho un diseño uniendo romboides iguales. ¿Cuál es el área de la zona morada?



3. **INVENTA.** Escribe un problema similar a los de esta página que pueda resolverse reduciéndolo a otro conocido.

Figura 4: *Problemas de libro de*

matemáticas. Fuente: Libro de 6º. Editorial Santillana

-Problemas de procesos:

Estos problemas 1 y 2 dan al alumno libertad para poder resolver el problema como ellos mejor lo consideren y no nos dan en el enunciado una forma directa de hacerlo. Ejemplo: pueden calcular el área del triángulo y multiplicarlo por los triángulos verdes. Pueden dividirlos en un triángulo y un romboide, calcular el área y luego dividirlo entre dos porque hay la mitad de cada color... cada estudiante será el encargado de elegir la estrategia que mejor le funcione.

Para concluir, decir que en este libro se observan muy poca variedad de ejercicios quedando pobre la práctica de resolución de problemas en este tema en concreto.

3º LIBRO: 6º PRIMARIA. MATEMÁTICAS PLANETA AMIGO. EDITORIAL SM

Siguiendo con el análisis de los libros pasamos a la editorial SM que a diferencia del libro anterior encontramos más problemas para trabajar los conceptos aprendidos. En este libro solamente hay problemas para practicar la resolución al final del tema, en un apartado en el que nos aparece los títulos "PARA APLICAR" Y "PARA PENSAR MÁS".

Aquí encontramos más variedad en los problemas propuestos además de mayor número.

-Problemas de reconocimiento. Muestran la figura de una piscina y nos piden calcular el área de la lona con forma de octógono regular para calcular su área.

-Problemas de traducción simple o compleja. Dado un enunciado, debemos saber traducirlo y llegar a la solución. En este caso nos dan tres fotografías de diferentes tamaños y nos piden saber si podremos colocarlas en una misma cartulina sabiendo las medidas.

-Problemas de procesos. Son muy parecidos a los anteriores pero no hay un único camino de llegar a la solución, se puede llegar con diferentes estrategias. Nos dan varias cometas con sus medidas y se nos pide calcular la tela necesaria para poder construirlas.

-Problemas sobre situaciones reales. Nos dan un dibujo de una cocina, el tamaño de las baldosas y las que se han utilizado y nos piden calcular el área de la pared.

-Problemas de puzles. Este problema se puede encuadrar también en traducción simple, pero al tener que pensar como separar las figuras en polígonos que conocemos sus áreas y calcular he preferido encuadrarlo en este tipo de problemas, ya que el alumno a parte de conocer los conceptos matemáticos debe utilizar la imaginación para separar las figuras.

Estudiados los libros de diferentes editoriales puedo hacer algunas anotaciones. Desde mi punto de vista tanto unos libros como otros aunque en diferente medida carecen de problemas geométricos para poder conseguir que los alumnos trabajen su competencia matemática. Además analizados los diferentes tipos de problemas que me he encontrado, he de decir que no se trabajan todos, por lo menos en la educación primaria y de aquí surgen las dificultades y errores para cursos superiores, ya que desde los cursos pequeños no se trabaja lo necesario la resolución de problemas y es desde abajo donde debemos enseñarles, educarles y motivarles para que la resolución de problemas sea para ellos algo entretenido a la vez que motivador.

Además hay algunos libros que carecen de material, no hay suficientes problemas para los alumnos y deberíamos buscar material complementario y presentarlo a la clase para conseguir un mayor desarrollo de esta competencia ya que cada vez se le está dando mayor importancia.

Dicho esto, debemos tener presente que además de una buena elección del libro también conviene prestar atención a las principales dificultades o errores que los alumnos tienen en la resolución de problemas ya que nos servirá para conseguir nuestro objetivo.

3.3. DIFICULTADES Y ERRORES QUE NOS PUEDEN SURGIR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

Vistos los tipos de problemas que nos encontramos en los libros de texto y atendiendo a lo que como educadores vemos en las aulas vamos a ver diferentes tipos de dificultades y errores que encontramos en la resolución de problemas según diferentes estudios:

Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos.

Sabemos el grado de abstracción y generalización de las matemáticas y de aquí su posible dificultad, añadiendo que en algunas ocasiones el error se produce porque el alumno utiliza lo aprendido de forma errónea, ya que hay conceptos que son válidos para unas circunstancias pero no para otras. Un ejemplo sería cuando se le pide a un alumno que ordene de mayor a menor las longitudes de dos circunferencias, cuyos resultados son 4,37m y la otra 4,250 m, diciendo que "porque 250 es mayor que 37". Y el error viene que

consideran los números naturales como los números decimales. Debemos pensar que si un error si manifiesta en varios alumnos de forma reiterada deberemos buscar su origen en los conocimientos requeridos de los alumnos y no en los propios alumnos.

Dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas. Puede ocurrir que las actividades que como profesores presentamos a nuestros alumnos no sean significativas para ellos por diversos motivos como: que no estructuramos bien los contenidos; por una mala selección de los libros de texto y los problemas propuestos que ya se cito anteriormente (problemas repetitivos, confusos, mal graduados en cuanto al nivel de dificultad...); cuando nuestra presentación no es clara o no está bien organizada, no se nos entiende lo que decimos, hablamos muy rápido, no explicamos los conceptos clave del tema adecuadamente.

Como maestros deben analizar las características de las situaciones didácticas teniendo en cuenta la organización de las actividades (individuales, pequeño grupo...), la edad de los alumnos, sus conocimientos previos y las estrategias a utilizar.

Dificultades que se originan en la organización del centro. Esta dificultad no tiene porque ocurrir en todos los centros pero puede que haya un gran número de alumnos, no se cuente con los recursos y materiales necesarios, el horario dedicado a la materia es insuficiente.

Dificultades relacionadas con la motivación del alumnado. Este es uno de los errores que podemos solucionar ya que somos nosotros el punto de partida. Puede suceder que las actividades que proponemos sean aburridas, repetitivas, no sean motivadoras para ellos o que la metodología que proponemos no sea la adecuada, por ello debemos tener en cuenta que no siempre la resolución de problemas debe realizarse de forma individual y como otros ejercicios más sino utilizar nuevas actividades que consigan esa motivación e interés por la asignatura.

Dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos. En este apartado debemos recordar lo mencionado anteriormente en el trabajo con relación a la teoría de Piaget, ya que puede ocurrir que queramos realizar problemas o ejercicios que todavía por su edad o madurez pertenecen a un estadio que todavía no han llegado. En nuestro caso como estamos ya estamos entre el estadio de las operaciones concretas y el estadio de las operaciones formales es en estos donde deberíamos tener

especial atención. Un ejemplo sería al introducir la fórmula de la longitud de una circunferencia haciéndoles medir diferentes longitudes y diámetros de objetos como ruedas, plato de microondas... y que comprueben que el cociente entre la longitud y el diámetro siempre es el mismo ; sin embargo si el alumno no está en la etapa correspondiente puede no entender la relación.

Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores. Y otro caso contrario al anterior, que el alumno pertenezca al estadio adecuado pero su nivel de conocimientos previos no sea el necesario, por lo tanto hay una gran separación entre el nuevo conocimiento y lo que el alumno sabe. Esta dificultad la podemos detectar en la evaluación inicial.

(J. D. Goidno, C. Batanero y V. Font, 2003, p. 75-77)

Otros estudios señalan que en relación a las diferencias que se enfrentan los profesores, señalaron como la principal dificultad el gran número de estudiantes como decía Godino et al (2003), también dijeron que hay una gran cantidad de contenidos en las programaciones, el poco interés de los alumnos por aprender matemáticas, el poco tiempo que hay para la enseñanza de las mismas.

(C. Alfaro y H. Barrantes , 2008, p.95)

3.4.ACTIVIDADES PROPUESTAS

Revisados los libros y dificultades que nos pueden surgir voy a proponer unas actividades para trabajar la resolución de problemas que pienso nos pueden ayudar a conseguir una mayor consecución de nuestro objetivo utilizando una metodología diferente a la habitual, utilizando juegos.

Guzmán (1989) decía que:

" El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?"

(Guzmán, Juegos y Matemáticas, 1989,p.37)

Por lo tanto y como ya hemos dicho anteriormente el punto de partida principal es conseguir que los alumnos tengan una actitud positiva a las matemáticas y una gran motivación y para ello podemos hacer uso de juegos o actividades en grupo, ya que de esta forma si fallan no se sienten desanimados puesto que ha sido un grupo de alumnos y no el sólo el que no ha llegado a la solución.

En primer lugar los problemas que se proponen en los libros tienen unos enunciados demasiado simples, yo siempre he sido partidaria de alargar los enunciados y dar datos que no son necesarios para la resolución del problema. Con esto estamos consiguiendo que comprendan mejor el enunciado y clasifiquen los datos que son necesarios de los que no.

Algunas actividades serían:

3.4.1.Folios al centro. Esta actividad se haría de forma grupal(3-4 alumnos) dependiendo de lo numerosas que sean las clases.Seríamos nosotros los que haríamos los grupos ya que conocemos el nivel de competencia de cada uno.

Hechos los grupos se les explica que deben resolver un problema que les daríamos en un folio. Siguiendo los pasos de resolución de problemas de Polya o Guzmán(podemos escribirlos en la pizarra al principio de comenzar con la resolución de problemas, aunque ya más adelante lo tendría interiorizado), les pediremos cada alumno se enfrente a una parte en el proceso de resolución. Al principio deberá ser un paso muy guiado por nosotros y explicado con anterioridad para posteriormente ver los resultados que queremos.

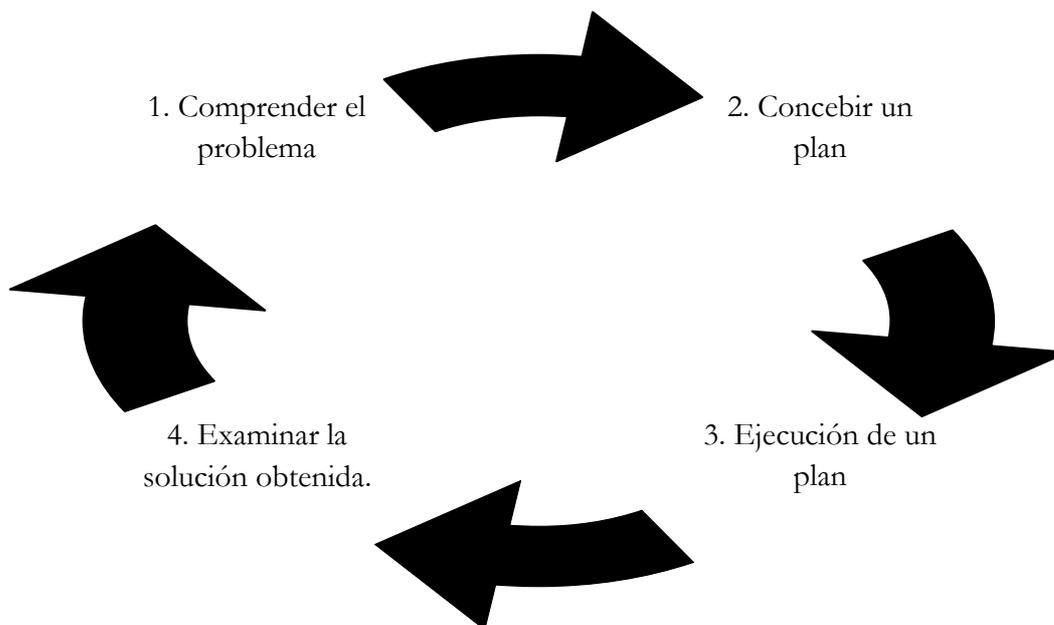


Figura 5. *Esquema de los pasos para la resolución de un problema.* Fuente: Elaboración propia.

Un alumno será el que lea el enunciado las veces que sea necesario para posteriormente explicárselo a sus compañeros. Conocer cuál es la incógnita que nos pides y los datos que son necesarios y los que no. Siempre que algún compañero crea que algo no es correcto se comentará los posibles fallos.

El segundo alumno se ocupará de concebir un plan, verá si conoce algún problema que ya haya resuelto y sea similar, simplificará el problema en otro más simple, hará dibujos para una visualización más clara...

El tercer alumno será el encargado de poner en ejecución dicho plan, realiza los cálculos necesarios, revisa si todos los pasos están bien realizados y si en algún caso observa que el problema no está bien resuelto vuelve a plantear el problema a los compañeros.

Para finalizar y no menos importante, otro alumno comprueba la solución obtenida, mira si los datos numéricos o solución tienen sentido y son adecuados y se plantea la posibilidad de haber llegado a esta solución de una forma más sencilla.

Sé que al principio puede resultar muy lioso o costoso para el profesor, pero si esta metodología se utiliza desde pequeños en la resolución de problemas cuando llegemos a

niveles superiores y problemas más difíciles ya lo tendrán interiorizado y será muy positivo para ellos además de no verlo como algo que no les gusta, sino que estarán deseando llegar a este momento del día o la semana para poner en práctica sus conocimientos.

3.4.2.¿Qué figura se esconde? Para este juego utilizaríamos el tangram, que lo podríamos encajar según la clasificación de Blanco (1993), en los problemas de puzzles, con este juego trabajamos más que los conocimientos matemáticos la imaginación y creatividad que también son muy importantes para resolver problemas en cuestión de calcular áreas de figuras que no son regulares y debemos dividir en polígonos regulares para poder conocer su área.

Hay varias formas de jugar, podemos darles unas imágenes hechas con las figuras del tangram en la que no se diferencian los polígonos que las forman y pedirles que nos dividan esa imagen en los polígonos y su distribución para la realización. Para ello les daremos (Anexo I). Hay varias formas de llegar a la solución, alumnos que la intenten dividir teniendo sólo el dibujo y utilizando regla y lápiz y otros que necesiten los polígonos para de forma práctica y mediante pruebas encuentren la forma de construir la figura, para ello les daríamos una plantilla que deberían recortar para tener las figuras.(Anexo II)

3.4.3.Geoárea. Este juego también se realiza en pequeño grupo y sobre todo es para poner en práctica el cálculo de áreas. Con un geoplano por grupo de alumnos se les pide que un alumno con una goma elástica haga una figura y que el resto de compañeros escriban como sería la fórmula de su área si es un polígono regular o separen la figura en polígonos regulares y después la calculen. Cada vez que acierta un compañero será él el que haga la figura y el resto deben buscar la solución. A modo de ejemplo muestro algunas figuras:

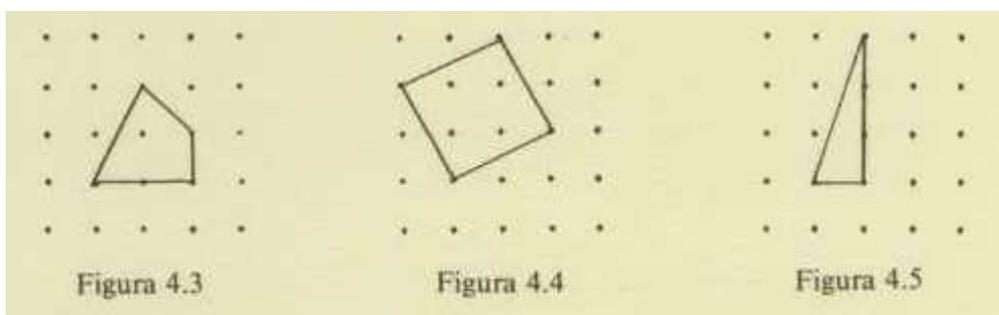


Figura 6: *Figuras con el geoplano.* Fuente: (Gutiérrez A. y Fernández A., 1985) p. 24.

Para terminar, decir que para que conseguir una instrucción positiva deberíamos trabajar de forma semanal los contenidos de resolución de problemas, teniendo una sesión semanal en la que poder trabajar actividades como las propuestas.

3.5. EVALUACIÓN

Para comenzar con este apartado debemos saber que evaluar según la RAE es: "estimar los conocimientos, aptitudes y rendimiento escolar de los alumnos".

(Real Academia Española)

Por ello deberemos tener en cuenta según nos dice el Decreto 40/2007, que "la evaluación deberá ser útil para reorientar los procesos de enseñanza-aprendizaje cuando los resultados alcanzados se alejan significativamente de lo programado".

(Decreto 40/2007, de 3 de mayo, 2007, p. 6)

Debemos tener presente que la evaluación debe ser continua y que tendremos en cuenta aspectos como los procedimientos elegidos, su explicación, la persistencia en encontrar una solución, la variedad de estrategias utilizadas, la participación en las actividades grupales, las comprobaciones que los alumnos hayan realizado, la flexibilidad de las respuestas... hay que tener presente que en la resolución de problemas es mucho más importante la valoración del proceso y la actitud que desarrolle el alumnado que la exactitud de los resultados conseguidos.

A modo de ejemplo planteo una tabla para poder realizar una evaluación del alumnado en el tema que nos concierne, evaluación que podríamos pasar al principio de comenzar a trabajar la resolución de problemas y al finalizar para comprobar el grado de consecución. Para elaborar esta tabla he tenido en cuenta el modelo de Polya e integrado cada una de los cuatro pasos que él considera necesarios para la resolución de problemas.

EVALUACIÓN DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS	
I.Comprender el problema.	1. No comprende el problema. 2. Comprende de forma parcial el

	problema. 3. Comprende de forma total el problema.
II. Concebir un plan.	1. No sabe resolver el problema. 2. Simplifica el problema con alguno que sea similar. 3. Utiliza dibujos, estrategias para la solución del mismo.
III. Ejecución del plan.	1. No comprueba los pasos seguidos. 2. Utiliza una estrategia inadecuada. 3. Comprueba los pasos seguidos para la ejecución de las estrategias. 4. Vuelve a empezar a realizar el problema por considerarlo erróneo.
IV. Examinar la solución obtenida.	1. Comprueba que la solución obtenida es incorrecta. 2. Comprueba que la solución es correcta. 3. Repasa los cálculos encontrando algún error matemático. 4. Encuentra una solución más fácil.

Tabla 2. *Tabla de evaluación.*

Elaboración propia

Con la información obtenida nosotros como docentes podremos analizar la intervención educativa que realizamos, detectar posibles necesidades de los alumnos y remodelar nuestro proceso de enseñanza utilizando otro tipo de metodología si fuera necesario.

4. CONCLUSIONES

Para concluir con el trabajo podemos decir que la resolución de problemas debe convertirse en el objetivo primordial de la actividad matemática ya que su finalidad es la de

aprender matemáticas a partir de la investigación y la conexión de conocimientos matemáticos.

Todo el alumnado con una buena instrucción desde los cursos más pequeños puede resolver problemas, sin embargo debemos tener presente que no todos los alumnos los resolverá de la misma manera. La comunicación permitirá la construcción y modificación de las estrategias utilizadas por cada alumno. Si que es cierto que en los primeros cursos los problemas harán referencia a la realidad cotidiana para pasar posteriormente a un contexto más matemático. También tiene gran importancia que los problemas que se trabajen han de ser variados en la presentación, en la variedad de soluciones, en los métodos de resolución y en los tipos de conceptos que intervienen.

Gracias a la realización de este trabajo he podido comprobar que los libros de texto son muy diferentes unos de otros a pesar de que todos pretenden la consecución de los mismo objetivos en relación a la resolución de problemas. Hay libros que se quedan insuficientes a la hora de trabajar los problemas, ya que hay poca cantidad y variedad de los mismos, enunciados muy simples... y es algo que desde mi punto de vista es necesario trabajar como cualquier objetivo.

Si que es cierto que si nos adentramos en cualquier clase de matemáticas, en un aula de primaria observamos que la mayoría de alumnos tienen dificultades o poca motivación en cuestión a este tema pero en parte es debido como ya se citó con anterioridad en el trabajo, se le dedica poco tiempo a la instrucción y enseñanza de los mismos, la utilización de recursos inadecuados, la metodología y la falta de motivación de los alumnos y es algo que debemos corregir.

Decir que este trabajo me ha servido para mejorar las competencias de mi titulación, ya que aunque llevo años de experiencia no me había parado a reflexionar dónde radicaba las dificultades que hay a la hora de resolver problemas matemáticos. Gracias a este trabajo de investigación he comprendido la necesidad de utilizar otra metodología diferente, modelos y métodos de resolución de problemas que desconocía.

Para terminar, creo que los objetivos propuestos en el trabajo han sido conseguidos ya que hemos aprendido mucho sobre el tema en cuestión, viendo los errores y dificultades y cómo subsanarlos.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gutiérrez A. y Fernández A. (1985). *Actividades con el geoplano*. Valencia: Artes Gráficas Soler.
- Almodóvar J.A. y Rodríguez M. (2009). *Matemáticas 6º Primaria. La Casa del Saber*. Madrid: Santillana.
- Balaguer Fábregas, M.C. ; Vidl Raméntol, S. (2013). Principios metodológicos para trabajar la didáctica de las matemáticas en los cursos de Educación Primaria de la UIC. *Historia y Comunicación Social*. Vol. 18 , 63-74.
- Blanco, L. (1993). *Una clasificación de problemas matemáticos*. Sevilla: Épsilon.
- C. Alfaro y H. Barrantes . (2008). ¿Qué es un problema matemático? *Cuadernos de Investigación y formación en educación matemática* , 83-98.
- Decreto 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en Castilla y León. (2007).
- Ferrero de P. L. y Gazteu A. I. (2008). *Matemáticas 6º Primaria. Abre la puerta*. Madrid: Anaya.
- Guzmán, M. d. (1986). *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Labor.
- Guzmán, M. d. (1989). Juegos y Matemáticas. *Suma nº 4* , 61-64.
- Henson, Kenneth T., Eller, Ben F. (1999). *Psicología educativa para la enseñanza eficaz*. México: International Thomson Editores.
- J. D. Godino, C. Batanero y V. Font. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Edumat- Maestros.
- Jaime A., Gutiérrez A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele*. Capítulo 6º. Sevilla: Alfar.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación. (2006).
- Oro B., Ibarrola B. y Muñoz J.L. (2009). *Matemáticas 6º Primaria*. Madrid: SM.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* . Trillas: México.

Real Academia Española. (s.f.). Recuperado el 3 de junio de 2014, de www.rae.es

Real Decreto 1393/ 2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. (2007).

Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas en la Educación Primaria. (2006).

Real Decreto 861/2010, de 2 de julio. (2010).

Romberg T.A. , Carpenter T.P. (1988). *Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry*. New York: McMillan.

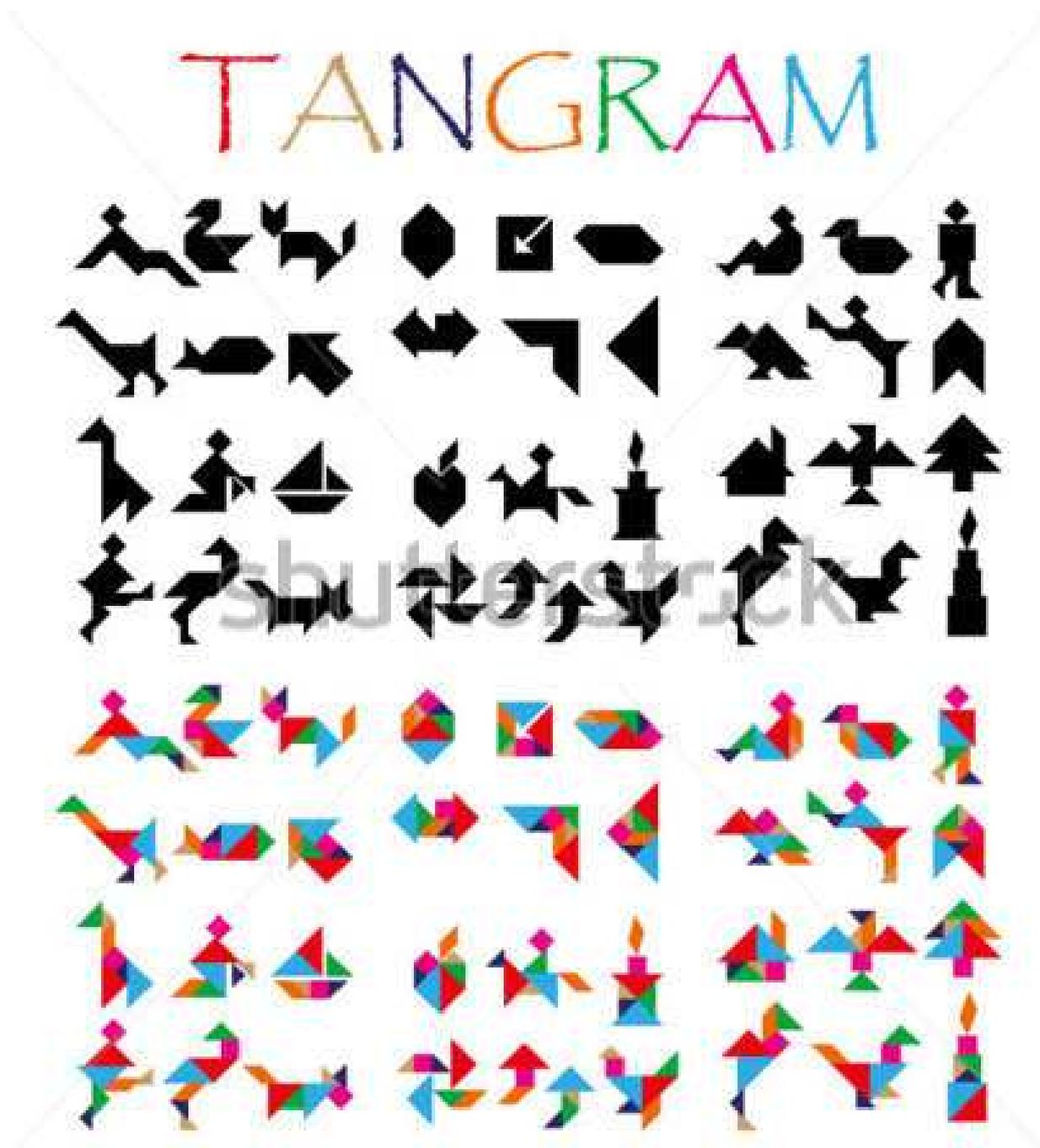
Salvat Universal Diccionario Enciclopédico. (1992). Barcelona: Salvat.

Verónica Díaz y Álvaro Poblete. (marzo 2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Revista de didáctica de las matemáticas* , 33-41.

Zabala, A. (1999). *Enfoque globalizador y pensamiento complejo: una respuesta para la comprensión e intervención en la realidad*. Barcelona: Grao.

6.ANEXOS

Anexo I: Imágenes del juego Tangram con las soluciones.



Anexo II. Plantilla piezas del tangram.

