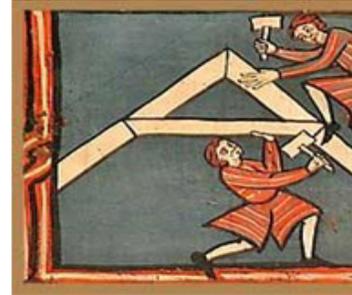


LA TÉCNICA DEL HOLE_DRILLING EN ESTRUCTURAS DE MADERA EXISTENTES PARA DETERMINACIÓN DE SU ESTADO TENSIONAL

CALIBRACIÓN MEDIANTE ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS



TRABAJO DE FIN DE MASTER (SEPTIEMBRE DE 2014)
AUTOR: MARIA ISABEL FERNÁNDEZ RODRÍGUEZ
TUTOR: LUIS ALFONSO BASTERRA OTERO
(MASTER DE INVESTIGACIÓN EN ARQUITECTURA. ETSAVA 2013/2014)

I. INTRODUCCIÓN

I.A. JUSTIFICACIÓN E HIPÓTESIS

La madera es uno de los materiales estructurales más presentes en la construcción histórica, pero a la vez más impredecibles por su variedad y heterogeneidad. Por sus características en cuanto a biodegradabilidad, higroscopicidad, singularidades –nudos, fendas, gemas...- y ortotropía, las estructuras de madera en servicio plantean desafíos especiales a los profesionales encargados de su conservación. Afortunadamente, la tendencia actual es conservar estas estructuras, habituales en edificios históricos, por su valor cultural, económico o meramente estético. Para conservarlas de forma segura, como en cualquier otro material estructural alternativo, es necesario un exhaustivo análisis y diagnóstico previos.

En el Código Técnico de la Edificación, en concreto en su Anejo D referido a la evaluación estructural de edificios existentes (DB SE Resistencia, estabilidad y Aptitud al servicio, 2009), se expresa literalmente que ‘no es adecuada la utilización directa de las normas y reglas establecidas por él mismo en la evaluación estructural de edificios existentes’, ya que:

- › La evaluación debe realizarse teniendo en cuenta las características y las condiciones reales de cada edificio.
- › Las normas actuales suelen estar basadas en exigencias diferentes y generalmente más estrictas que las vigentes en el momento en que se proyectó el edificio, por lo cual, muchos edificios existentes se clasificarían como no fiables si se evaluaran según las normas actuales.
- › Se puede considerar, en muchos casos, un período de servicio reducido, lo que se traduce también en una reducción de las exigencias.
- › Se pueden emplear modelos de análisis más afinados (a través de inspecciones, ensayos, mediciones in situ o consideraciones teóricas).

La exhaustividad en el diagnóstico y comprensión de cualquier bien sobre el que intervenir, es un valor que ya nadie discute y que ha de ir parejo con la calidad histórico artística del bien. En una región en la que se conserva uno de los conjuntos patrimoniales más numerosos y de mayor calidad de carpintería de armar, principalmente de los siglos XIV, XV y XVI, desarrollar nuevas técnicas de diagnóstico, o depurarlas para perfeccionarlas, es nuestro principal objetivo.

Aunque tradicionalmente este estudio diagnóstico se venía realizando mediante inspección visual, cada vez se han

desarrollado más técnicas no destructivas o pseudo no destructivas encaminadas a caracterizar las propiedades mecánicas de la madera. Las técnicas avaladas por el uso, tales como los ultrasonidos por transmisión, las vibraciones inducidas, el resistógrafo, el penetrómetro, o la detección acústica de insectos xilófagos, aplicables según norma UNE_41805-8, se encaminan a ello. Sin embargo, ninguna de ellas contempla una cuestión tan fundamental como la constatación de las tensiones a las que está sometida la pieza en servicio.

Una vez obtenidas las propiedades mecánicas y la sección útil, el arquitecto procede al cálculo estructural para comprobar la viabilidad de la estructura, asignando las cargas siguiendo un modelo teórico de comportamiento estructural no siempre ajustado a la realidad. Afrontar este tipo de análisis contando con datos reales de tensión de los elementos constructivos haría el cálculo mucho más acertado.

El método más conocido para medir tensiones de compresión es el “gato plano” y el “doble gato plano”, de aplicación muy restringida a estructuras de fábrica.

El método Hole Drilling para la determinación experimental de esfuerzos residuales es un método mecánico pseudo-no destructivo que se puede aplicar a estructuras en servicio. Se basa en la medición de las deformaciones obtenidas tras la perforación controlada de un material tensionado.

Utilizando formulaciones empíricas, definidas inicialmente en normas ASTM para materiales isótropos en régimen elástico, se obtienen las tensiones a partir de las deformaciones.

Aplicadas estas consideraciones a la evaluación de una estructura de madera existente, se puede afirmar que la forma más precisa de afrontar el análisis es la comparación entre las propiedades mecánicas de los elementos -que se pueden deducir a partir de determinados ensayos no destructivos-, y los estados tensionales -que pueden ser medidos en los mismos a partir del "hole drilling"- . Conocer las características y las condiciones reales del edificio es lo que puede permitir afinar el cálculo, puesto que no acumulamos supuestos que pudieran resultar erróneos, tales como una estimación de cargas o un irreal modelo estructural.

Adicionalmente, y en términos inversos, la técnica del "hole-drilling" que estamos desarrollando permitiría también deducir características mecánicas haciendo variar de forma controlada las solicitaciones, por ejemplo mediante pruebas de carga.

I.B. OBJETIVOS

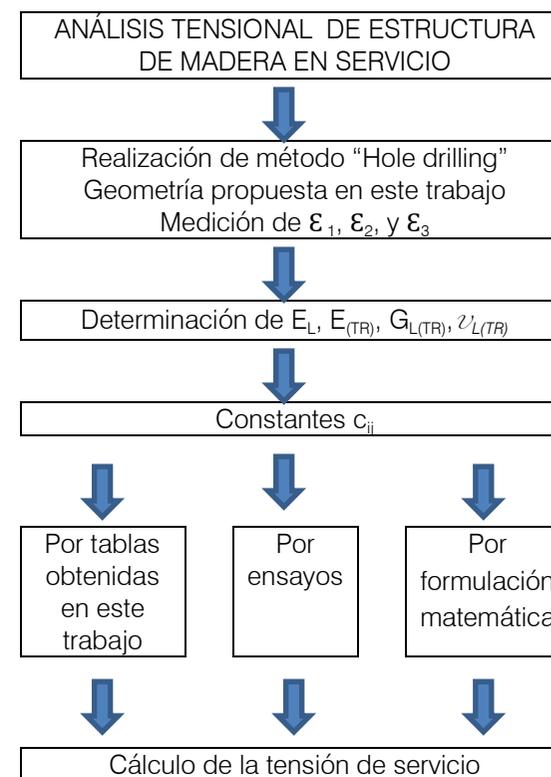
El principal objetivo de la investigación es mejorar las técnicas de estudio de estructuras lígneas del patrimonio construido, con el fin de contribuir a su conservación.

El objetivo concreto de este proyecto es estudiar y poner a punto para su realización en obra la técnica del "hole drilling" como ensayo pseudo-no destructivo, orientada a la obtención de tensiones en elementos estructurales de madera de edificios existentes.

Objetivos parciales derivados de los anteriores serían:

- › Comprobación del cálculo por elementos finitos como herramienta eficaz de apoyo para el método "hole-drilling", al reducir costes de experimentación o tiempos de análisis matemático.
- › Propuesta de normalización tanto para el diámetro de la localización de las galgas como para el diámetro y profundidad de taladro, adecuada para la utilización de la técnica del hole-drilling" en estructuras de madera en servicio.
- › Realización de cálculos por el Método de Elementos Finitos para obtener las constantes de conformidad que relacionan tensión-deformación de las maderas habituales en estructuras, introduciendo las variables derivadas del carácter ortotrópico de la madera, para la geometría del ensayo propuesta.
- › Confrontación de los datos obtenidos con ensayos y con formulación matemática realizada por otros autores.

- › Desarrollo de la metodología para la realización del ensayo en obra. A partir de las constantes halladas, será posible calcular las tensiones a las que está sometida una pieza estructural de madera en obra, de una forma directa y sencilla.



II. ESTADO DEL ARTE

II.A. ELASTICIDAD EN LA MADERA

A.1. LAS CONSTANTES ELÁSTICAS

El término elasticidad, en el campo de la física, designa la propiedad mecánica de ciertos materiales de sufrir deformaciones reversibles cuando se encuentran sujetos a la acción de fuerzas exteriores y de recuperar la forma original si estas fuerzas exteriores se eliminan.

Anatómicamente, y de forma simplificada, la madera puede describirse como un conjunto de tubos orientados en la dirección del eje del árbol, al que se añaden, a modo de cosido transversal, otro conjunto de fibras, los radios leñosos. Debido a esto, la madera como material se considera ortótropo, es decir, tiene propiedades mecánicas diferentes en la dirección de tres ejes perpendiculares entre sí (en coordenadas cilíndricas, no cartesianas): longitudinal, radial y tangencial. El eje longitudinal es paralelo a la fibra, el eje radial R es perpendicular a los anillos de crecimiento y el eje tangencial T es tangente a ellos.

Además, las propiedades mecánicas también varían en función del ángulo de la veta con respecto al eje longitudinal¹.

¹ BRÉMAUD, Iris; GRIL, Joseph; THIBAUT, Bernard. Anisotropy of wood vibrational properties: dependence on grain angle and review

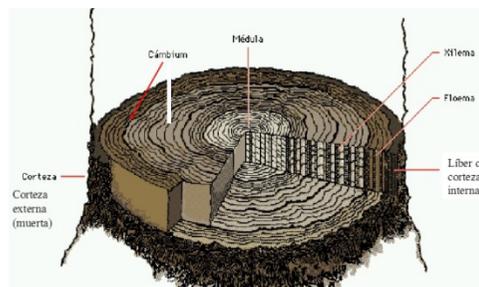


Figura 1. Sección transversal del árbol

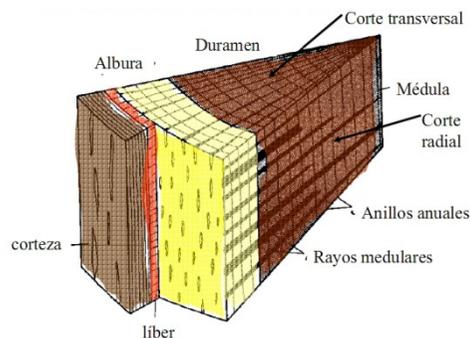


Figura 2. Macroestructura de la madera

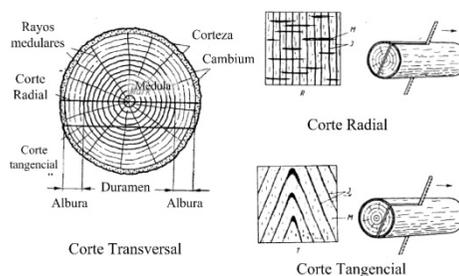


Figura 3. Direcciones de corte

of literature data. Wood Science and Technology, 2011, vol. 45, no 4, p. 735-754.

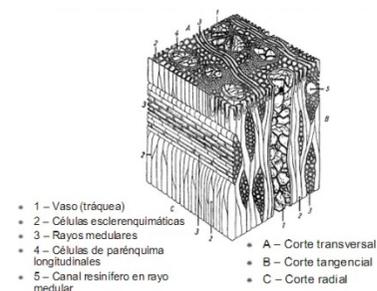
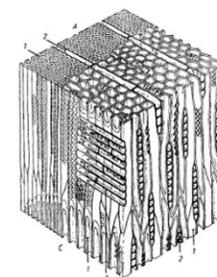


Figura 4. Microestructura de latifoliadas



A - Corte Transversal (CTr) • 1 - Traqueidas
B - Corte Tangencial (Cta) • 2 - Rayos medulares
C - Corte Radial (CR)

Figura 5. Microestructura de coníferas

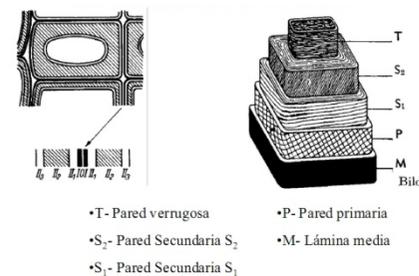


Figura 6. Esquema de la pared celular de una traqueida de conífera. Fuente figuras 1-6 <http://es.scribd.com/doc/42794575/Estructura-de-La-Madera>

Los cuerpos ortótropos se definen elásticamente a través de doce constantes, de las que nueve son independientes entre sí: tres módulos de elasticidad E, tres módulos de rigidez G y seis coeficientes de Poisson.

Los tres módulos de elasticidad, E_L , E_R , y E_T , dan cuenta de la relación entre la tensión y el alargamiento unitario en la dirección correspondiente. En madera, normalmente el módulo E_L se obtiene por ensayos de flexión, por lo que hay que tener en cuenta el efecto del cortante, aunque puede obtenerse directamente por ensayos de compresión, y los valores E_R , y E_T no forman parte de los ensayos habituales de caracterización.

Los tres módulos de elasticidad transversal o de rigidez, según autores, G_{RT} , G_{LT} , y G_{LR} dan cuenta de la relación entre la tensión tangencial y la distorsión en el plano correspondiente.

Los coeficientes de Poisson establecen la relación entre la deformación unitaria transversal respecto de la axial ante tensión axial. Se denominan ν_{LR} , ν_{LT} , ν_{RT} , ν_{RL} , ν_{TL} , ν_{TR} , siendo la primera letra la que hace referencia a la dirección de la tensión y la segunda a la dirección transversal. Los módulos de elasticidad y los coeficientes de Poisson se relacionan según la expresión, para $i, j = L, T, R$:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (1)$$

No obstante, esta relación ideal entre los módulos de elasticidad y los coeficientes de Poisson no siempre se ratifica en los valores experimentales; dos de los coeficientes de Poisson son muy pequeños, lo que aporta cierta imprecisión de los datos obtenidos en laboratorio (Green *et al*, 1999, y Kretschmann, 2010).

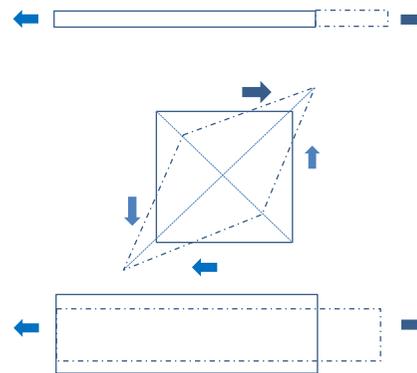


Figura 7. Esquemas de deformación elástica

Es importante subrayar que las constantes elásticas de la madera varían entre las distintas especies, con la densidad y con la humedad.

En España, las maderas tradicionalmente usadas en carpintería de armar son los pinos, el eucalipto, el castaño, el roble y el

chopo, en diferentes especies. En la actualidad, la mayor parte de las estructuras de madera se llevan a cabo con especies importadas de Europa y América, normalmente pinos y abetos de distintas especies. No se cuenta con una caracterización elástica sistemática de estas maderas, ya que las propiedades más estudiadas para valorar la capacidad estructural son las que determinan la resistencia, siendo dentro de los valores elásticos el más caracterizado el módulo de elasticidad longitudinal, para poder cuantificar flechas de elementos trabajando a flexión.

En la siguiente tabla se detallan valores de Poisson para algunas especies usadas en estructuras de madera, así como algunos valores medios propuestos por diferentes autores.

Especie	Referencia	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	ν_{TR}	ν_{RL}	ν_{TL}
FRONDOSAS							
<i>Quercus rubra</i> (Roble rojo)	Kretschmann, 2010	0.350	0.448	0.56	0.292	0.064	0.033
<i>Quercus alba</i> (Roble blanco)	Kretschmann, 2010	0.369	0.428	0.618	0.300	0.074	0.036
<i>Valores medios sugeridos (frondosas)</i>							
	Guitard, 1987	0.390	0.460	0.670	0.380	0.048	0.033
	Bodig y Jayne, 1993	0.370	0.500	0.670	0.330	0.044	0.027
CONIFERAS							
<i>Pseudotsuga menziesii</i> (Douglas)	Kretschmann, 2010	0.292	0.449	0.39	0.374	0.036	0.029
<i>Tsuga heterophylla</i> (Cicuta occidental)	Kretschmann, 2010	0.485	0.423	0.442	0.382	—	—
<i>Larix occidentalis</i> (Alerce occidental)	Kretschmann, 2010	0.355	0.276	0.389	0.352	—	—
<i>Pinus contorta</i> (Lodgepole)	Kretschmann, 2010	0.316	0.347	0.469	0.381	—	—
<i>Picea sitchensis</i> (Picea de Sitka)	Kretschmann, 2010	0.372	0.467	0.435	0.245	0.040	0.025
<i>Picea engelmannii</i> (Picea Engelmann)	Kretschmann, 2010	0.422	0.462	0.53	0.255	0.083	0.058
<i>Valores medios sugeridos (coníferas)</i>							
	Guitard, 1987	0.390	0.430	0.510	0.310	0.030	0.020
	Bodig y Jayne, 1993	0.370	0.420	0.470	0.350	0.041	0.033

A.2. LA LEY DE HOOKE

La ley de elasticidad de Hooke, originalmente formulada para casos de estiramiento longitudinal, establece que el alargamiento unitario que experimenta un material elástico es directamente proporcional a la fuerza aplicada F . En el caso de materiales ortótropos, con ejes L , T y R , puede formularse mediante la conocida ecuación de Hooke generalizada o ecuación de Lamé-Hooke, que de forma genérica se puede escribir:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_R \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{TR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & \frac{1}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TR}} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_R \\ \tau_{LT} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{TR} \end{Bmatrix}$$

Y de forma simplificada toma la notación:

$$\{\varepsilon\} = [f] \{\sigma\} \quad (2)$$

Conocidas las deformaciones, las tensiones se pueden deducir a partir de la matriz de rigidez, inversa de la anterior:

$$\{\sigma\} = [k] \{\varepsilon\} \quad (3)$$

Siendo $[k] = [f]^{-1}$

Para resolver mediante elementos finitos problemas de tensiones y deformaciones de piezas de madera, es habitual reducir el esquema a análisis planos. Se adopta en estos casos un valor medio entre las constantes transversales y las radiales, justificado por las diferentes orientaciones que se pueden dar en los anillos de las

secciones transversales de las distintas piezas (Argüelles et al, 2013).

En piezas enterizas, la orientación de los anillos hace que sea la tangencial la constante definitoria de las propiedades a nivel superficial, pero en madera aserrada o laminada puede darse el caso que sea la tangencial o la radial, en función del corte de despique.

Aplicada a dos dimensiones, y adaptada a valores entre los referidos a los ejes radial y transversal, la ley de Hooke para el análisis plano de madera se puede escribir:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_{(TR)} \\ \gamma_{L(TR)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{(TR)L}}{E_{(TR)}} & 0 \\ -\frac{\nu_{L(TR)}}{E_L} & \frac{1}{E_{(TR)}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{L(TR)}} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_{(TR)} \\ \tau_{L(TR)} \end{Bmatrix}$$

Esta ecuación puede expresarse de forma adimensional en términos referidos a las relaciones entre las constantes $E_L/E_{(TR)}$ y $E_L/G_{L(TR)}$, además del coeficiente de Poisson $\nu_{L(TR)}$, por lo que establecer estas dos relaciones y determinar este único coeficiente de Poisson resulta suficiente para definir la matriz de conformidad C.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_{(TR)} \\ \gamma_{L(TR)} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_L} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{L(TR)} & 0 \\ -\nu_{L(TR)} & \frac{E_L}{E_{(TR)}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_L}{G_{L(TR)}} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_{(TR)} \\ \tau_{L(TR)} \end{Bmatrix}$$

De forma simplificada:

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{E_L} [C] \{\sigma\} \quad (4)$$

A.3. ÍNDICES DE ANISOTROPÍA

Los datos referidos a la caracterización elástica de la madera son relativamente escasos, y la información es bastante dispersa. Las relaciones entre los módulos de elasticidad varían en función de la especie de madera y con el contenido de humedad y la densidad, pero podemos encontrar investigaciones encaminadas a encontrar relaciones genéricas entre los distintos valores, que se puedan utilizar en ausencia de datos de ensayos para cada especie.

En 1987, Guitard y El Amri contrastan humedad, densidad y propiedades elásticas de 80 maderas, y mediante análisis estadístico proponen dos modelos de comportamiento elástico, aplicables a maderas duras y blandas respectivamente.

Green et al (1999) desde el *Forest Products Laboratory* estadounidense, y con posterioridad, Kretschmann (2010) desde la misma institución, proponen relaciones entre

el módulo de elasticidad longitudinal, en muchos de los casos el único dato habitualmente conocido, y el resto de módulos de elasticidad y de rigidez, para diferentes especies a un contenido de humedad del 12%. Aunque advierten que los valores indicados pueden no ser característicos por la toma de datos a partir de muestreos inadecuados, sí son representativos de los valores que pueden tomar las relaciones elásticas en las diferentes especies.

Los trabajos de Guitard y El Amri (1987) y Green et al. (1999) entre otros, sirven de base a Brémaud, Grill y Thibaut (2010) para promediar relaciones entre algunas de las constantes elásticas, que refieren a 40 maderas duras y 23 maderas blandas. Se recogen sus resultados en la siguiente tabla.

Especie	Referencia	E_L/G_{RL}	E_L/G_{RL}	E_L/E_T	E_L/E_R	G_{RL}/E_T	G_{RL}/E_R
FRONDOSAS							
<i>Quercus rubra</i> (Roble rojo)	Kretschmann, 2010	12.3	11.2	12.2	6.5		
<i>Quercus alba</i> (Roble blanco)	Kretschmann, 2010		11.6	13.9	6.1		
<i>Valores medios sugeridos</i> <i>40 hardwoods</i>	Guitard y El Amri, 1987 Brémaud et al, 2010	14.8 15.5	11.4 11.6	14 17.1	8 8.6	0.9 1.11	0.7 0.75
CONIFERAS							
<i>Pseudotsuga menziessii</i> (Douglas)	Kretschmann, 2010	12.8	15.6	20	14.7		
<i>Tsuga heterophylla</i> (Cicuta occident)	Kretschmann, 2010	26.3	31.3	32.3	17.2		
<i>Larix occidentalis</i> (Alerce occidental)	Kretschmann, 2010	15.9	14.5	15.4	12.7		
<i>Pinus contorta</i> (Lodgepole)	Kretschmann, 2010	21.7	20.4	14.7	9.8		
<i>Picea sitchensis</i> (Picea de Sitka)	Kretschmann, 2010	16.4	15.6	23.3	12.8		
<i>Picea engelmannii</i> (Picea Engelmann)	Kretschmann, 2010	8.3	8.1	16.9	7.8		
<i>Valores medios sugeridos</i> <i>23 softwoods</i>	Guitard y El Amri, 1987 Brémaud et al, 2010	17.6 16.6	15.2 15.6	20.6 19.2	13.1 12.5	1.2 1.3	0.9 0.8

Observan que en maderas duras las relaciones entre el módulo de elasticidad longitudinal con el radial y el tangencial - índices de anisotropía de elasticidad axial E_L/E_T y E_L/E_R , son más constantes, y ambas relaciones disminuyen con el peso específico; mientras que en maderas blandas estos valores son más variables y menos ligados a la densidad.

Con respecto a las relaciones entre el módulo de elasticidad longitudinal con los de rigidez en su plano - índices de anisotropía de elasticidad axial-transversal E_L/G_{TL} y E_L/G_{RL} , destacan que tanto en maderas blandas como duras los valores se mantienen correlacionados con un R^2 de 0,76.

Harrison (2006) encuentra mayores diferencias para este índice, y el abanico se abre no sólo entre diferentes especies y grado de humedad, sino entre los diferentes tipos de ensayos normalizados para determinar el módulo de rigidez.

La norma UNE-EN 384:2010, referida a la determinación de los valores característicos de las propiedades mecánicas y la densidad de la madera estructural, dispone que en caso de que no se dispongan de resultados de ensayo con probetas de dimensiones reales de uso, se debe calcular el módulo de elasticidad perpendicular a la fibra medio según las siguientes ecuaciones:

Para coníferas: (5)

$$E_{90,medio} = \frac{E_{0,medio}}{30}$$

Para frondosas: (6)

$$E_{90,medio} = \frac{E_{0,medio}}{15}$$

Y que el valor medio del módulo de elasticidad transversal se debe calcular para cualquier especie como:

$$G_{medio} = \frac{E_{0,medio}}{16} \quad (7)$$

Estas relaciones se corresponden con los valores característicos definidos para las diferentes clases resistentes en la norma UNE-EN 338:2010, erratum 2011.

Esta aparente discrepancia en las ratios obedece a distintas causas:

Por una parte, normalmente los ensayos para determinar el módulo de elasticidad E_0 son ensayos de flexión, que llevan aparejada una deformación por cortante. Kretschmann (2010) cifra esta aportación, y defiende que E_L se corresponde con el valor obtenido en ensayo de flexión para E_0 , con un incremento del 10%.

Por otro lado, hay que resaltar que en la actualidad, las propiedades mecánicas de la madera para uso estructural se obtienen a partir de ensayos sobre piezas con dimensiones similares a las utilizadas en obra, mientras que para el análisis de otras particularidades se siguen usando probetas de pequeñas dimensiones y libres de defectos. Argüelles et al (2013) hablan incluso de que se podría considerar como materiales diferentes a la madera libre de defectos y a la madera con calidades comerciales.

II.B. CARACTERIZACIÓN TENSIONAL. EL MÉTODO HOLE_DRILLING

B.1. DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN UN PLANO ORTOTRÓPICO CON UN AGUJERO CIRCULAR.

En un material tensionado, la presencia de un hueco genera un aumento de las tensiones en ciertos puntos y una relajación en otros, cambiando las tensiones en las proximidades del vacío, en comparación con el mismo material compacto. El estudio de este fenómeno en materiales ortótropos tiene dos figuras clave a mediados del siglo XX.

En 1944, Smith estudia los efectos de la existencia de un agujero circular o elíptico en placas de madera, realizando un análisis matemático de la distribución de las tensiones considerando el material como ortotrópico.

Desarrolla una formulación matemáticamente compleja para predecir el estado tensional y los desplazamientos provocados por un agujero en una placa teóricamente infinita, y contrasta los resultados obtenidos con resultados experimentales con ensayos en piceas, midiendo en puntos alejados hasta diez veces el diámetro del orificio.

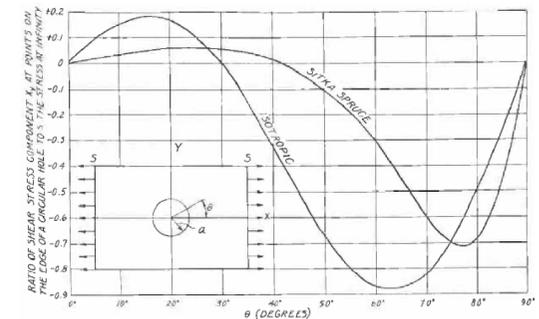


Figura 8. Esfuerzo cortante en el borde del agujero entre 0° y 90° . Fuente: Smith, 1944

Otro autor que desarrolla este tema es Lekhnitskii. En su libro *Anisotropic Plates*, de 1968, expone en uno de sus capítulos las cuestiones relacionadas con la determinación de las tensiones alrededor del agujero en una placa debilitada por una apertura y deformada por las fuerzas que actúan en su plano. Detalla la concentración de esfuerzos generada en una placa debilitada por una abertura elíptica o circular, y deformada por fuerzas que se distribuyen a lo largo del borde de la abertura, considerando la placa infinita para soslayar la influencia del borde periférico.

B.2. TENSIÓN UNIFORME. MÉTODO “HOLE DRILLING”

2.a. Método general. Determinación de tensión residual en materiales isótropos

Existen diversos trabajos publicados basándose en el mencionado método “Hole Drilling” para la medición de esfuerzos residuales y el método se encuentra bien

desarrollado en comparación con otros no destructivos. La técnica es relativamente simple y el equipo requerido para realizar las mediciones tiene un costo razonable. Arranca con los primeros trabajos realizados por Mathar (1934), quien empleó un extensómetro mecánico para la medir los desplazamientos alrededor de un orificio circular perforado en una placa tensionada. Posteriormente, Soete y Vancrombrugge (1950) mejoraron la exactitud de las mediciones mediante el uso de galgas extensométricas. En 1956, Kelsey publicó el primer trabajo de investigación respecto a la variación de esfuerzos residuales con la profundidad usando este método.

La aplicación moderna del método de "hole drilling" para esfuerzos residuales uniformes se basa en el trabajo realizado por Rende y Dignes en 1966, quienes lo desarrollaron hacia un procedimiento sistemático y de fácil reproducción y, además, definieron la geometría de la roseta del estándar ASTM E-837. El método de "hole drilling" implica la eliminación localizada de material bajo esfuerzo y la medición de las deformaciones relajadas en el material adyacente. Para ello se perfora un pequeño orificio, normalmente de 1 a 4 mm de diámetro, a una profundidad aproximadamente igual a su diámetro. Se utiliza una galga especial tipo roseta de tres elementos para medir las deformaciones superficiales relajadas en el material alrededor del orificio perforado. Finalmente, los esfuerzos residuales existentes en el

material antes de la perforación del orificio pueden ser calculados a partir de las deformaciones relajadas tomadas mediante extensómetros.

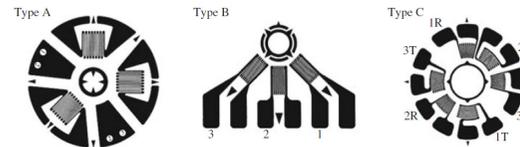


Figura 9. Rosetas estandarizadas según norma ASTM

"Hole drilling", en su forma convencional, está considerado como un método pseudo-no destructivo, ya que el material eliminado es escaso, y normalmente la ausencia de material puede ser tolerable o, en su defecto, reparada fácilmente.

El método del anillo es una variante en el que el área de medición se encuentra en el centro y el "agujero" toma una forma anular que la rodea. Los dos métodos son idénticos matemáticamente, y sólo se diferencian en las constantes numéricas utilizadas para las evaluaciones de tensiones residuales. El método del anillo tiene mayor capacidad para medir tensiones residuales elevadas, cerca del límite de elasticidad del material. Sin embargo, el método de perforación convencional es el más comúnmente utilizado debido a su mayor facilidad de uso y menor daño producido al espécimen ensayado.

Otra variante es el "hole drilling" en profundidad, usado para determinar las tensiones residuales en el interior de ejemplares de grandes dimensiones, donde la tensión residual superficial puede diferir sustancialmente de la interior. La diferencia más significativa radica en que las mediciones se realizan por el interior del orificio en vez de en la superficie.

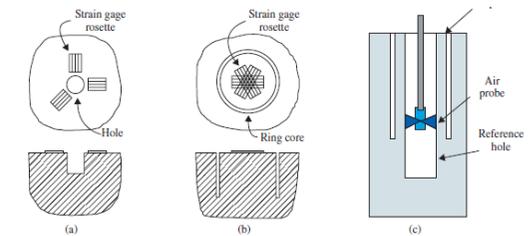


Figura 10 Métodos de "Hole drilling": a-convencional, b- en anillo y c-en profundidad. Fuente Springer, 2010

A partir de los años 1980 y 1990, se han introducido varias técnicas ópticas como sistemas de medición alternativa para la deformación de la superficie en la evaluación de esfuerzos residuales por el método de "hole drilling". Estas técnicas, basadas en cámaras, tienen la ventaja de proporcionar los datos del campo completo, en contraposición a la información muy localizada proporcionada por las galgas extensométricas, lo que permite promediar los datos y comprobar errores. Se está trabajando con la interferometría de Moiré (Cárdenas-García et al, 2005), con la interferometría holográfica (Focht y Schiffner, 2003), y con la correlación de imágenes

digitales (DIC) (Nelson, Makino, y Schmidt, 2006).

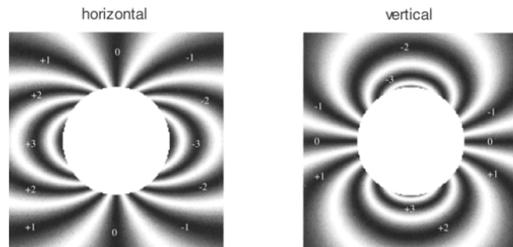


Figura 11. Imágenes de interferometría de Moiré. Fuente: Cárdenas-García et al, op. cit.

2.b. Método Donostia. Aplicación en fábricas de piedra

La aplicación de la técnica en paramentos de fábrica fue llevada a cabo por Sánchez-Beitia (2002), quien la denominó método Donostia. El método propuesto se enmarca en el campo de los ensayos pseudo-no Destructivos (Minor Destructive Testing) para cuantificar las tensiones reales de servicio a la que están sometidas las fábricas pétreas y las de ladrillo como elementos portantes en construcciones históricas. La bautizada como 'Técnica Donostia' consiste, por tanto, en adaptar experimentalmente un procedimiento normalizado para la cuantificación de las Tensiones Residuales a la medición de Estados Tensionales en Servicio. En vez de utilizar tres bandas extensométricas, como propone la Norma ASTM E837-95, para el análisis de las fábricas de sillería Sánchez Beitia emplea ocho bandas, con el objeto de eliminar o modular posibles errores experimentales.

La citada Norma ASTM no es posible aplicarla directamente al análisis de los estados tensionales en fábricas pétreas y de ladrillo puesto que las dimensiones empleadas para este caso en el taladrado y en el diámetro de la posición de las galgas son al menos treinta veces mayores que las descritas en dicho documento, lo que justifica la investigación experimental puesta en marcha por Sanchez-Beitia.

Por dicho inconveniente experimental, las constantes A y B que relacionan las deformaciones captadas en las galgas con los estados tensionales que las originan no pueden deducirse a partir de unos parámetros (a y b) definidos en la norma ASTM en función de variables geométricas (profundidad y radio taladrado y radio de medición) y del material testado (a través del módulo de Young y del coeficiente de Poisson). En materiales isotropos, dichas constantes A y B pueden determinarse de forma teórica, o bien experimentalmente mediante un ensayo basado en la realización de un taladro idéntico al llevado a cabo en el elemento portante en servicio, pero en este caso en una probeta paralelepípedica de similar calidad al material ensayado 'in situ'.

Pero tal método convencional sólo puede usarse en régimen elástico y con materiales isotropos. La proliferación de nuevos materiales de características ortotrópicas, tales como materiales compuestos reforzados con fibras, ha hecho que diversos autores se preocupen por buscar diferentes

sistemas que permitan aplicar el "hole drilling" a estos materiales.

2.c. Aplicación en materiales ortotrópicos

En 1994, Schajer y Yang, desarrollan los planteamientos iniciados por Smith (1944) e introdujeron una nueva formulación matemática basada en la ley de Hooke, que resuelve el problema a través de siete constantes de calibración para una amplia gama de materiales ortotrópicos en comportamiento lineal elástico y para sistemas bidimensionales. Sistematizan el campo de esfuerzos presente en placas atravesadas por un agujero circular y relacionan los desplazamientos y las componentes cartesianas de las tensiones residuales que hay que deducir, según:

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}} \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Introducen el término $1/(E_x E_y)^{0.5}$ para que las constantes c_{ij} sean adimensionales, y dependan solamente de las propiedades elásticas del material, y de los diámetros de perforación y de los medidores. Estas constantes de calibración, coeficientes de influencia o constantes de complicidad, según autores, se pueden hallar utilizando las ecuaciones para el campo de desplazamiento alrededor de un agujero en una placa ortotrópica estresada.

Al hacer coincidir las direcciones x e y de la roseta coinciden con el tensor de tensiones del material ortotrópico, las constantes c_{12} y c_{32} se igualan a cero.

Además publican constantes de calibración para una serie de materiales ortótropos, siempre considerando una geometría normalizada según ASTM.

En materiales isotrópos, para orificios ciegos, la profundidad de taladro sólo es determinante hasta alcanzar una longitud en el que las soluciones convergen. Esta longitud en estos materiales es, aproximadamente, el radio de taladrado. Schajer y Yang (Op. cit) defienden que su solución puede ser aplicada a taladros ciegos en materiales gruesos, siempre que la profundidad del taladrado sea suficiente. Lo justifican por que la medición de los desplazamientos se realiza sobre la superficie del material. En materiales ortótropos, esta profundidad límite depende de la relación entre los módulos de cizallamiento perpendiculares al plano y los módulos axiales del plano. Cuanto menor sea esta relación, más rápidamente se alcanza la profundidad necesaria para poder aplicar el método bidimensional a un espécimen grueso.

Pagliari y Zucarello (2007) inciden en el planteamiento del campo de desplazamientos, y desarrollan las fórmulas teóricas para cada coeficiente de influencia, ampliando los posibles materiales ortótropos

a los que aplicar el método a los laminados. Para ellos, la relación de conformidad es:

$$\frac{1}{E_x} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Y para esta relación listan coeficientes de influencia, deducidos de su formulación analítica, para un amplio espectro de materiales, con geometría basada en la norma ASTM-E-837.

Estos autores analizan de forma pormenorizada los coeficientes de influencia, destacando que el valor absoluto de los coeficientes c_{ij} es una función del índice de anisotropía de elasticidad axial E_L/E_T monótona creciente, mientras que la influencia del índice de anisotropía transversal-axial G_{LT}/E_T varía en cada coeficiente.

Destacan también que, en la práctica, los coeficientes c_{ij} varían linealmente con los valores de Poisson, mientras que la influencia de la relación entre los radios es una relación cuadrática.

Pagliari y Zucarello (op.cit.) amplían el concepto de sensibilidad en materiales isotrópos, definida como la relación entre la máxima elongación medida en la galga relajada y la máxima deformación debida a un estado de tensión residual uniaxial (Ajovalasit, 1989), y lo extrapolan a

materiales ortótropos. Definen para ello tres sensibilidades distintas: la sensibilidad S_L a la tensión residual longitudinal σ_L , la sensibilidad a S_T a la tensión residual transversal σ_T , y la sensibilidad S_{LT} a la tensión residual τ_{LT} . En presencia de un estado uniaxial de tensión residual ($\sigma_L \neq 0$, $\sigma_T = \tau_{LT} = 0$), la sensibilidad S_L se define:

$$S_L = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_L} \right| = \left| \frac{c_{11} \sigma_L/E_L}{\sigma_L/E_L} \right| = |c_{11}| \quad (10)$$

Considerando un estado tensional residual uniaxial paralelo el eje transversal ($\sigma_T \neq 0$, $\sigma_L = \tau_{LT} = 0$), la sensibilidad S_T se define:

$$S_T = \left| \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_T} \right| = \left| \frac{c_{32} \sigma_T/E_L}{\sigma_T/E_T} \right| = \left| \frac{E_T}{E_L} c_{32} \right| \quad (11)$$

Y por último, para un estado tensional residual puro a cizalla ($\tau_{LT} \neq 0$, $\sigma_L = \sigma_T = 0$), la sensibilidad S_{LT} se define:

$$S_{LT} = \left| \frac{\varepsilon_2}{\gamma_{LT}/2} \right| = \left| \frac{c_{23} \tau_{LT}/E_L}{\tau_{LT}/2G_{LT}} \right| = \left| \frac{2G_{LT}}{E_L} c_{23} \right| \quad (12)$$

Investigaciones más recientes se centran en la aplicación de las técnicas de medición para llevar a cabo el "hole drilling" sobre materiales ortótropos (Ajovalasit, 2011). El autor hace referencia a la compensación de

la potencia térmica, la medición de los coeficientes de expansión térmica, la determinación del estado de tensión y el estrés, la influencia de la desalineación, el efecto de refuerzo, la determinación del factor de intensificación de estrés y el efecto de la sensibilidad transversal.

2.d. Aplicación en madera

Sanchez-Beitia (2012) ha realizado una serie de ensayos iniciales para tantear la posible aplicación de la técnica de perforación en madera, con el objetivo de deducir las tensiones de tracción o compresión de un elemento estructural. En laboratorio ha realizado pruebas sometiendo a piezas de madera a una carga conocida para comparar los resultados deducidos para las tensiones con el método "hole drilling". Los resultados muestran desviaciones debido a que el esquema matemático responde a un material isótropo.

Para un material ortótropo, como es la madera, las constantes de calibración son siete, por lo que no se pueden utilizar las sencillas ecuaciones trigonométricas válidas para materiales isótropos. La aplicación del método "hole drilling" en madera requiere adaptarse tanto a una geometría de taladro y profundidad no regladas, como a las

particularidades anisótropas del propio material.

En la actualidad, la arquitecta doctoranda Maite Crespo de Antonio, tutorada por el profesor Santiago Sanchez-Beitia, está llevando a cabo una serie de ensayos experimentales de "Hole drilling" en madera, para la puesta a punto del método.

Es obligado reseñar en este punto que el profesor Sánchez Beitia forma parte del Grupo de investigación en Estructuras y Tecnología de la Madera de la Universidad de Valladolid, dirigido por el tutor de esta investigación, por lo que está asegurada la coordinación de los trabajos que, en paralelo y con los mismos objetivos, se están llevando a cabo en la ETSA de la Universidad del País Vasco.

B.3. TENSION NO UNIFORME: MÉTODO HOLE DRILLING INCREMENTAL

Para tensiones residuales o de servicio no uniformes, se aplica un método denominado incremental, ya que en este caso el agujero se realiza por incrementos sucesivos de profundidad. Autores como Rendler y Vigness (1966), Flaman y Manning (1985), o Schajer (1988) han realizado aproximaciones para materiales isótropos, y la norma ASTM recoge un "método integral" para la aplicación de este método incremental, pero los resultados arrastran desviaciones substanciales en magnitud y signo (Flaman y Boag, 1990)

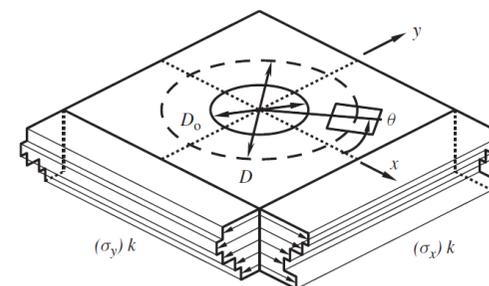


Figura 12. Variación de la tensión residual con la profundidad, paso a paso, usando el método integral. Fuente: ASTM E837

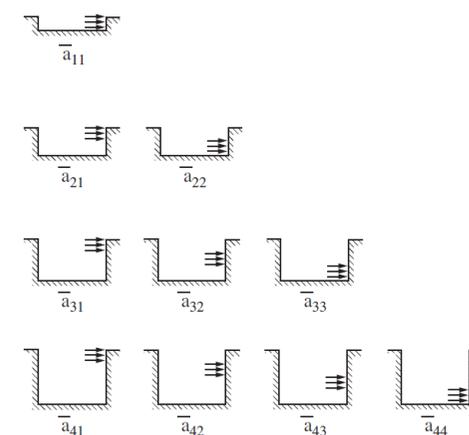


Figura 13. Interpretación física de los coeficientes "a" para el método "hole drilling" integral. Fuente: ASTM E837

II.C. ELEMENTOS FINITOS Y HOLE DRILLING

El método de los elementos finitos establece una simplificación de las ecuaciones establecidas por la Teoría de la Elasticidad, que determina para un problema dado las relaciones matemáticas exactas en forma diferencial. En este método, la forma diferencial se sustituye por un conjunto discreto de ecuaciones y de sus respectivas condiciones de contorno para su posterior resolución. La discretización del problema se lleva a cabo mediante un proceso de modelado para convertirlo en un número finito de elementos ensamblados entre sí en puntos llamados nodos, el planteamiento de las ecuaciones de desplazamientos para dichos nodos y la imposición de las condiciones de contorno apropiadas en términos de compatibilidad de desplazamiento nodal. De la resolución del mismo como un todo, se obtendrá el campo de desplazamientos para cada uno de los nodos y, a partir de él y si fuera necesario, el campo de tensiones.

C.1. EXTENSÓMETROS Y ELEMENTOS FINITOS

Un extensómetro, galga extensiométrica o "strain gage" es un dispositivo que se utiliza para la medición electrónica de diversas magnitudes mecánicas. Se basan en el descubrimiento realizado por Lord Kelvin en 1856, que observó que al aplicar una fuerza sobre un hilo conductor o un semiconductor éste presenta una variación en su resistencia eléctrica. Este principio permite medir

mínimas deformaciones, causadas por fuerzas pequeñas.

Consiste en un elemento metálico muy fino dispuesto en forma de rejilla. Esta rejilla, maximiza la cantidad de metal dispuesto en la dirección paralela al esfuerzo. La rejilla está pegada a un fino respaldo llamado "carrier". El esfuerzo experimentado por la pieza sobre la que se ha adherido es transferido directamente al extensómetro, quien responde con cambios lineales de resistencia eléctrica.

Se pueden utilizar dispuestas en rosetas para medir estados tensionales no puramente axiales.

Debido a la necesidad de detectar cambios muy pequeños de resistencia se usa habitualmente el circuito de puente Wheatstone.



Figura 14. Galga extensiométrica. Fuente: <http://catalogue.techno-test.com/products/images>

Poner en relación los desplazamientos obtenidos por elementos finitos, con las elongaciones medidas por un extensómetro, resulta de gran interés para poder comparar datos teóricos y experimentales.

En 1993, Schajer, en *Use of displacement data to calculate strain gauge response in non-uniform strain fields*, defiende una formulación sencilla para vincular los datos de desplazamiento con las deformaciones medidas por extensómetros en campos no uniformes. Aunque en muchas de las aplicaciones de las galgas extensiométrica, éstas se colocan de forma que el campo de deformaciones cubierto por el área del medidor sea uniforme, esto no es posible para el método de "Hole drilling", ya que al taladrar se produce una elevada concentración de tensiones alrededor del agujero, lo que provoca un campo altamente irregular de deformaciones. En casos como éste, la elongación indicada por el extensómetro representa una media de las elongaciones producidas sobre el área cubierta por la galga.

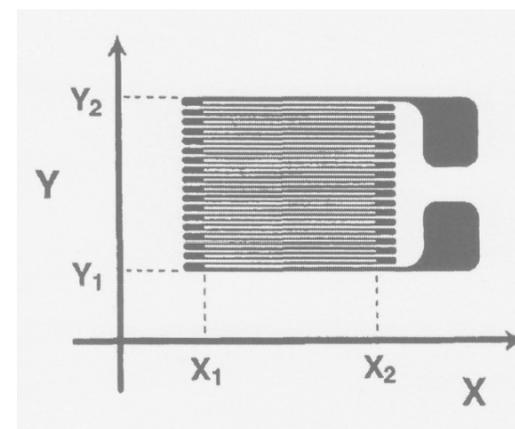


Figura 15. Esquema de notación para fórmula 13. Fuente: Schajer, 1993

Matemáticamente, el problema se venía solucionando mediante una doble integración del campo de deformaciones sobre la longitud y anchura del área del medidor (Kabiri, 1986). Schajer argumenta que en la práctica, un extensómetro no es un continuo, sino que consiste en una serie de hilos paralelos. Usando el teorema del valor medio, la formulación se resuelve de forma aproximada mediante un sumatorio. Para galgas alineadas con las tensiones principales, queda:

$$\varepsilon^* \approx \frac{\sum_{j=1}^n (U(X_2, Y_{(j)}) - U(X_1, Y_{(j)}))}{n (X_2 - X_1)} \quad (13)$$

Donde $Y_{(j)}$ es el valor medio de los valores Y de las n líneas de rejilla. Se comprueba que la elongación ε depende solamente de los desplazamientos relativos a lo largo de los bordes interior X_1 y exterior X_2 , y de la longitud de la galga, y no de la distribución de los desplazamientos o de las deformaciones en la totalidad del área.

Otros autores, como Pagliaro y Zucarello (op.cit.), recogen con una notación más sencilla esta misma formulación, donde u_i y u_e son, respectivamente, el desplazamiento radial medio de los bordes interno y externo de la galga, y l es la longitud de la rejilla.

$$\varepsilon_k = \frac{\bar{u}_e - \bar{u}_i}{l} \quad (14)$$

C.2. HOLE DRILLING Y ELEMENTOS FINITOS

El cálculo por elementos finitos del método del "hole drilling" ha venido siendo una práctica habitual para contrastar datos experimentales o datos obtenidos analíticamente, normalmente buscando los coeficientes de calibración para materiales isotrópicos, también llamados coeficientes de influencia para materiales ortotrópicos.

En 1981, Schajer difunde las posibilidades de esta herramienta en su artículo *Application of finite element calculations to residual stress measurements*, donde recoge a modo de ejemplos los trabajos con FEM y tensión residual de Kelsey (1956), Rendler y Vigness (1966), Bathgate (1968) y Dini, Benedetti y Johnson (1976).

Con posterioridad, este tipo de análisis se generaliza. Aoh (2003) valida a partir de un modelo FEM tridimensional los coeficientes de calibración para el método de "hole drilling" estudiando la flexión de una viga en voladizo.

Ghasemi (2012) modela un material ortótropo, llegando a una elevada correlación entre los coeficientes de influencia obtenidos numéricamente por Shajer-Yang (op.cit.) y los derivados del FEM.

El método de la perforación profunda para establecer tensiones residuales ha sido

modelado por Hossain (2012), introduciendo en elementos finitos el comportamiento elastoplástico de los materiales, y realizando la simulación mediante un método incremental.

III. METODOS Y RESULTADOS DEL CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS DEL HOLE-DRILLING EN MADERA CON TENSIÓN UNIFORME

La perforación de un agujero circular pasante en una placa inicialmente tensionada, provoca una relajación parcial alrededor del taladro. Estas tensiones vienen dadas por la diferencia entre la distribución de las tensiones después de horadar y las tensiones iniciales. De igual manera, en un modelo elástico, las elongaciones relajadas ϵ_R se corresponden a la diferencia entre las elongaciones obtenidas después y antes de taladrar, ϵ_{AD} y ϵ_{BD} respectivamente. Este principio de superposición es la base teórica de los modelados, realizados en dos fases:

- en una primera fase se aplican fuerzas para obtener tensiones iniciales en una placa infinita
- en una segunda fase se simula la perforación sobre la placa tensionada, consiguiendo por sustracción los valores referidos a los desplazamientos provocados al horadar.

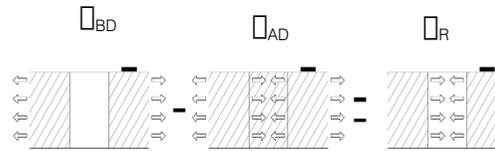


Figura 16: Esquema de la base teórica de los modelados

III.A. MODELOS BIDIMENSIONALES.

A.1. METODOLOGÍA

En el cálculo por elementos finitos, se ha utilizado el programa ANSYS 14.0. Se ha realizado el modelo en 2D por considerar que una aproximación bidimensional al problema aporta la suficiente fiabilidad, y el proceso de cálculo se simplifica y agiliza en alto grado. Para describir el modelado, se va a seguir de forma general el proceso típico de realización de un análisis con software comercial de Elementos Finitos.

En *PREFERENCIAS* se ha elegido cálculo estructural por el método h, lo que simplemente realiza un filtrado de los menús activos ofrecidos al usuario (GUI) para realizar un cálculo estructural.

En la *ETAPA DE PREPROCESADO* se construye el modelo. La geometría del modelo se realizará con áreas, por lo que resulta adecuado elegir como tipo de elemento el *PLANE 183*, elemento

bidimensional definido por 8 o 6 nodos, que le permitirá adecuarse a formas irregulares. Se ha trabajado sin espesor, con tensión plana y haciendo corresponder las direcciones del material con las del elemento, para lo que se han definido las correspondientes opciones al añadir el elemento.

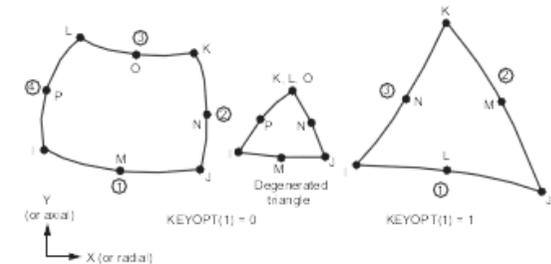


Figura 17. Elemento PLANE 183. Fuente: ANSYS - Mechanical APDL Element Reference, 2010

Definir el material constituye el siguiente paso. Hay que definir un material elástico ortótropo, para lo que se introducen los tres módulos de elasticidad, tres de los seis coeficientes de Poisson y los tres módulos de rigidez que determinan este tipo de materiales.

MP, Lab Value	Units	Description
EX		Elastic modulus, element x direction
EY	Force/Area	Elastic modulus, element y direction
EZ		Elastic modulus, element z direction
PRXY		Major Poisson's ratio, x-y plane
PRYZ		Major Poisson's ratio, y-z plane
PRXZ		Major Poisson's ratio, x-z plane
NUXY	None	Minor Poisson's ratio, x-y plane
NUYZ		Minor Poisson's ratio, y-z plane
NUXZ		Minor Poisson's ratio, x-z plane
GXY		Shear modulus, x-y plane
GYZ	Force/Area	Shear modulus, y-z plane
GXZ		Shear modulus, x-z plane

Figura 18. Caracterización en ANSYS de Material ortótropo. Fuente: ANSYS - Mechanical APDL Material Reference, 2011

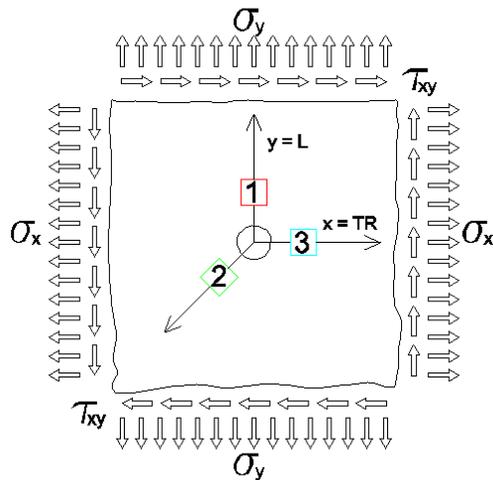


Figura 19. Esquema del modelo con el criterio de signos adoptado.

El criterio de signos adoptado iguala el eje cartesiano y con la dirección de la fibra,

equiparando de forma intuitiva el tronco y la verticalidad de su dirección de crecimiento. Se corresponde también con la localización de la galga 1.

Al asimilar el eje y con la dirección paralela a la fibra, el módulo de elasticidad E_y es superior al E_x , lo que en notación de Ansys implica que el coeficiente de Poisson ν_{yx} se corresponde con NU_{xy} , por lo que se definen los módulos de Poisson mediante sus términos secundarios (NU) en sus distintos planos xy , yz , xz , en vez de los principales (PR) en los planos xy , yz , xz .

(15)

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y}$$

(16)

$$\frac{PR_{xy}}{E_x} = \frac{NU_{xy}}{E_y}$$

Para facilitar procesos de selección de elementos, se crean materiales con distintos nombres pero con las mismas características elásticas, asignando al área que simulará la perforación un material diferente.

La geometría se define mediante áreas como elementos primarios, sobre las que posteriormente se realizan operaciones booleanas de traslape; además de las áreas que definen el taladro y las galgas, se definen círculos concéntricos que ayudarán tanto en el mallado como en el

postprocesado, todo inserto en una placa cuadrada.

El posterior proceso de mallado equivale a la construcción del modelo de Elementos Finitos. Es una fase fundamental del análisis donde se define el número y tamaño de los elementos que conformarán el conjunto del diseño y tendrá como consecuencia inmediata y directa, la exactitud de los resultados. Esto se logra realizando una aproximación discreta del problema en base a puntos o nodos. Estos nodos se conectan para formar pequeños elementos cuyo ensamblaje forma el volumen total del material.

El mallado realizado difiere en cuanto a densidad de unos modelos a otros, pero en todos ellos las galgas se han mallado de forma mapeada con elementos cuadrangulares, y el resto de forma libre con elementos triangulares, lo que permite la identificación inmediata en gráficas y facilita la selección de elementos.

Las cargas se han asignado mediante presiones sobre elementos lineales para los casos 1 y 3, y mediante fuerzas aplicadas en nodos para el caso 2. Para que el modelo se asemeje a una placa infinita no se han impuesto restricciones en desplazamientos ni giros: el programa avisa en cada cálculo de que se está trabajando sin apoyos, pero realiza el cálculo correctamente siempre y cuando las fuerzas aplicadas estén equilibradas. Se realizan tres cálculos por

modelo, correspondientes a los tres casos de carga.

La *ETAPA DE SOLUCIÓN* se corresponde al momento del análisis en el que se marcan las opciones para que el programa ensamble las matrices de rigidez y resuelva el sistema de ecuaciones.

Se ha elegido dentro de los distintos tipos de análisis estructural el análisis estático, válido para determinar desplazamientos y tensiones bajo condiciones de carga estáticas.

El análisis no es lineal, debido al cambio que sufrirá la geometría, estamos en una primera fase a la que le seguirá otra, y este es el momento de introducir este parámetro. El programa utiliza el enfoque de Newton-Raphson para resolver problemas no lineales, de forma que la carga se subdivide en una serie de incrementos de carga. La siguiente figura ilustra el uso de iteraciones de equilibrio de Newton-Raphson en un análisis no lineal de un solo grado de libertad.

La orden NROPT especifica la opción usada para resolver ecuaciones no lineales en un cálculo estático o dinámico. Se ha introducido como opción NROPT,FULL.

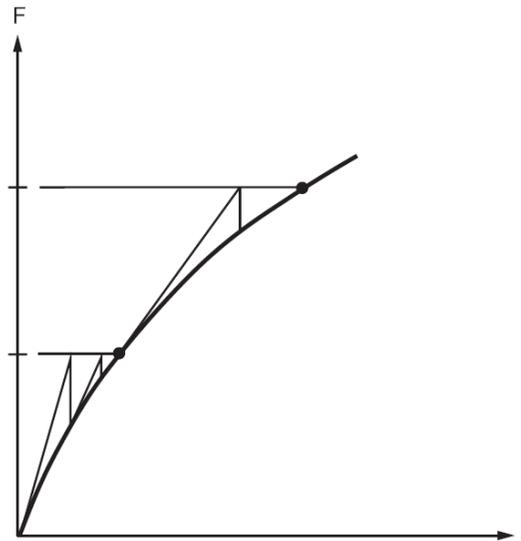


Figura 20. Método iterativo de Newton-Raphson. Fuente: ANSYS - Mechanical APDL Structural Analysis Guide, 2010

Se procede a resolver, y el programa advierte de que el modelo no cuenta con restricciones de desplazamiento o giro² (apoyos) y que por defecto ha adjudicado el tiempo de esta fase³.

La *ETAPA DE POSTPROCESADO* es la que corresponde a la visualización de datos, bien gráfica o numéricamente. Aunque se han

2 *** WARNING ***

No constraints have been defined using the D command.

3 *** NOTE ***

Present time 0 is less than or equal to the previous time. Time will default to 1.

consultado diversos resultados gráficos y numéricos de tensiones y desplazamientos, los datos más relevantes son los desplazamientos sufridos por los nodos del perímetro de las galgas en esta primera fase, donde el modelo sólo se ha visto afectado por las cargas que provocan las tensiones que en la puesta en obra serán las tensiones de servicio a las que se encuentra sometida la pieza. Los desplazamientos se listan y se exportan.

En una *SEGUNDA ETAPA DE SOLUCIÓN*, tras reiniciar el cálculo dentro de las opciones de tipo de análisis, se introduce la técnica de vida y muerte de elementos, para simular el taladro.

Ésta es una técnica común de muchos programas de elementos finitos, que habitualmente se ha utilizado para simular la soldadura. Se basa en la posibilidad de desactivar o reactivar elementos, aparentando la adicción o sustracción de materia al sistema. Para aplicarla hay que tener en cuenta que todos los elementos, incluidos los que han de nacer en etapas posteriores del análisis, se deben definir de antemano, durante la creación del modelo, ya que no se pueden introducir nuevos elementos al reiniciar un cálculo.

Esta desactivación de un elemento o "muerte", como se le llama, no se logra en realidad por la supresión real de estos elementos, sino por disminuir drásticamente su rigidez. Se ha adoptado el valor de reducción por defecto, que es $1,0 \text{ E} - 6$,

para la nueva rigidez de los elementos a eliminar como consecuencia del taladrado.

No todos los elementos del programa admiten ésta técnica, lo que ya se ha tenido en cuenta al elegir el *Plane 183*. También es la opción adecuada la introducida para Newton-Raphson, *-nropt,full-* en estos análisis.

ANSYS recomienda para análisis estructurales con esta técnica, activar los efectos de largas deformaciones (*NLGEOM,ON*). En el caso que nos ocupa, al no producirse reanimaciones de elementos que pudieran renacer con su geometría de configuración inicial, no se considera necesario.

Si el material es elástico y el modelo lineal a excepción del uso de nacimiento y muerte de elementos, se puede calcular con las opciones por defecto de esta etapa (*SOLCONTROL, ON*) al no ser imprescindible definir tiempos, ni pasos intermedios, aunque el programa avisará para ofrecer la posibilidad de subsanar posibles errores.

Para facilitar la selección de los elementos que han de desaparecer para fingir el taladro, se les adjudicó en la etapa de preprocesado un material con otro nombre, por lo que se seleccionan los elementos a partir del material, y se los elimina con la orden *Ekill,all*. Es importante recordar que hay que volver a seleccionar todos los elementos (*esel,all*) antes de resolver, ya que

en caso contrario el programa, sin avisar, se interrumpe.

En una *SEGUNDA ETAPA DE POSTPROCESADO*, se listan y exportan los desplazamientos de los nodos situados en los bordes exterior e interior del perímetro de las galgas.

Los listados de los desplazamientos obtenidos en ambas fases de cálculo se importan al programa *Excel 2010*, donde, con una hoja de cálculo, se hallan las medias de los vectores desplazamiento y se toma la componente del desplazamiento paralela a la longitud de la galga; siendo la componente y para el medidor 1, la componente x para el medidor 3 y para el medidor 2 se ha deducido a través de la correspondiente ecuación trigonométrica.

Aplicando el principio de superposición en el que se basa el proceso, al sustraer de las elongaciones obtenidas en la fase II, las deducidas en la fase I, se obtienen las elongaciones provocadas por la relajación parcial producida al taladrar, que son las que podemos medir directamente en los extensómetros. Basándonos en la notación descrita (ecuación (13)), podemos hallar estas elongaciones ε para $K=1,2,3$

$$\varepsilon_K = \varepsilon_{KII} - \varepsilon_{KI} \quad (17)$$

$$\varepsilon_K = \frac{\overline{U_{II\ ext}} - \overline{U_{II\ int}}}{l} - \frac{\overline{U_{I\ int}} - \overline{U_{I\ int}}}{l} \quad (18)$$

A partir de estos valores, se deducen los de los distintos coeficientes de influencia definidos por Schajer y Yang (1994), que servirán para relacionar las elongaciones medidas en las galgas extensométricas con las tensiones de servicio, a la hora de aplicar el método "hole drilling" en estructuras.

El siguiente esquema reproduce todos los pasos a seguir para definir las constantes de conformidad para cada material, para una geometría de radios de perforación y medición, y tamaño de extensómetros



A.2. MODELO A. Modelado en 2D, geometría del modelo según ASTM.

a Definición de geometría y materiales.

Con el fin de poder establecer comparaciones con la literatura existente, se ha modelado una placa en la que la geometría responde a la definida según norma ASTM E-837, para Roseta tipo A, con denominación 1/8 pulgadas, y un radio de taladro de 0.464 veces el radio de la roseta. La norma marca el diámetro de la roseta donde se disponen los medidores, las dimensiones de las galgas y los diámetros de taladro recomendados, como se refleja en tabla adjunta.

En este caso, con una relación de 0.464, el radio de taladro, para la roseta 1/8, es de 2.38 mm.

La placa, de 100x100 mm, se ha mallado con cuatro círculos concéntricos, con el fin de ir aumentando la densidad de mallado en las zonas más interesantes sin necesidad de densificar todo el modelo, y tres áreas cuadradas correspondientes a las tres galgas. Se han definido en total 49824 elementos, con 210 elementos cuadrangulares en cada una de las tres superficies correspondientes a los medidores.

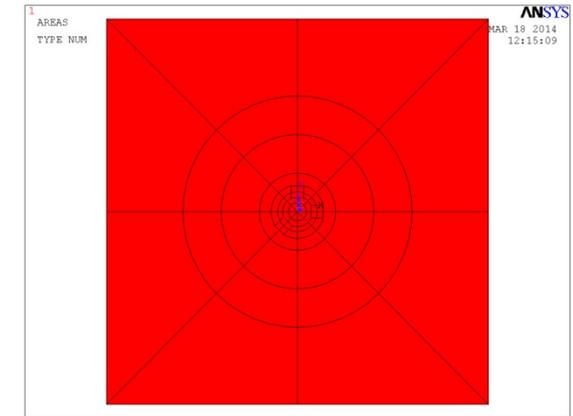
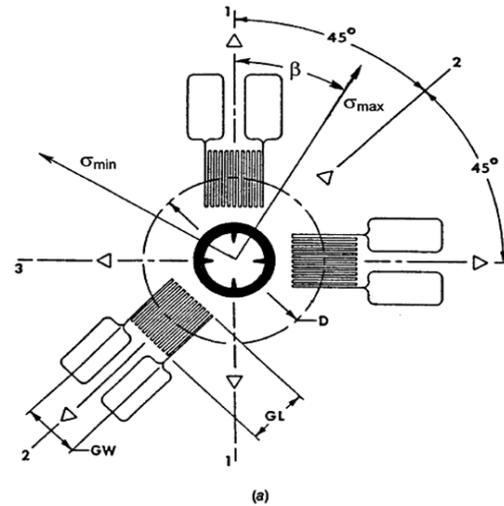


Figura 22. Geometría del modelo A. Placa 100x100 mm

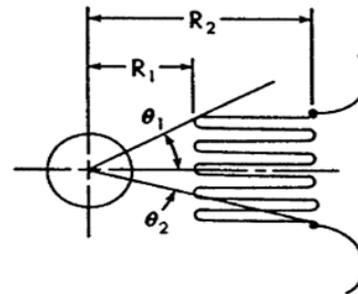


Figura 21 Esquema de la geometría definida por la norma. Fuente: ASTM E-837

D	GL	GW	R ₁	R ₂
10.26	3.18	3.18	3.54	6.72

Características en mm para Roseta 1/8

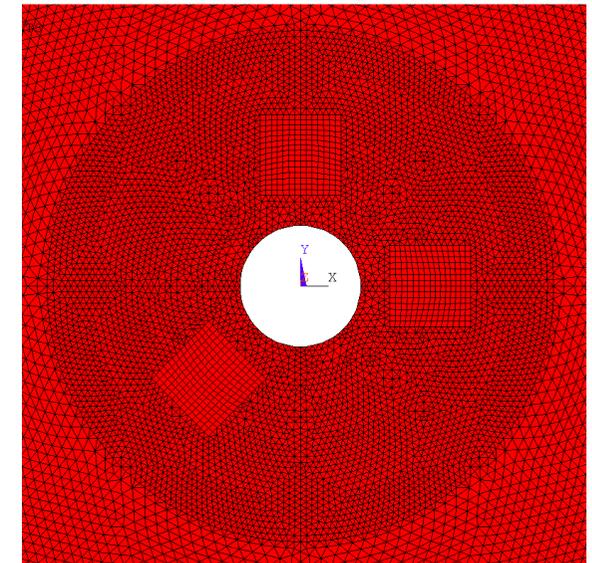


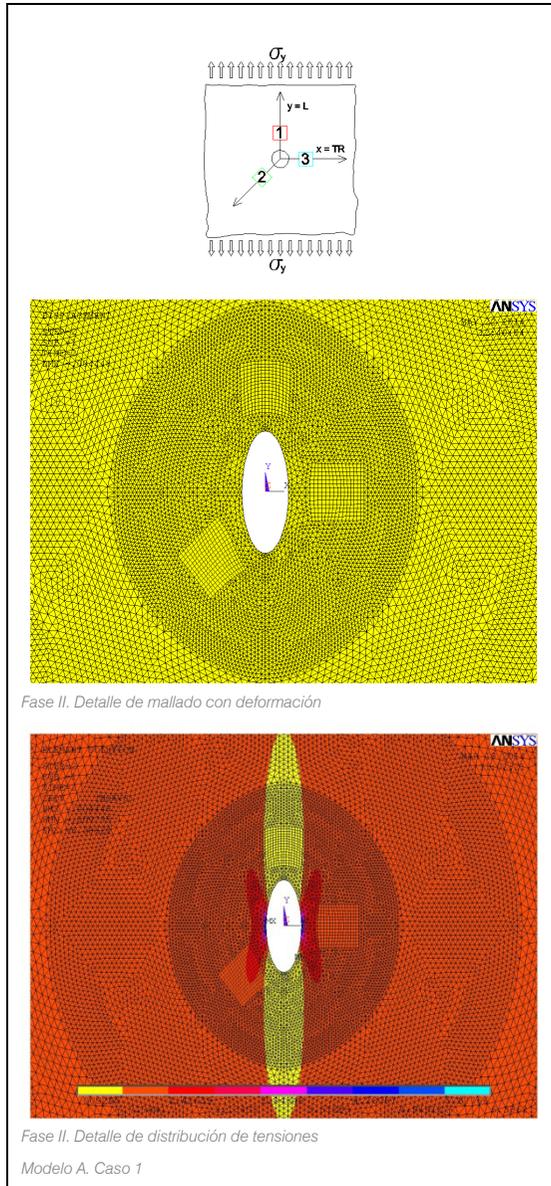
Figura 23. Mallado del modelo A

Con respecto a la definición del material, se ha trabajado con un material asemejable a la madera dentro de los caracterizados por Schajer-Yang (1994) y Pagliaro-Zucarello (2007) para geometría según ASTM, con las siguientes relaciones elásticas:

$$E_y/E_x = 16 \quad \nu_{yx} = 0.25 \quad G_{xy}/E_x = 0.80$$

Para ello, se ha definido un material con las constantes detalladas a continuación, ya que Ansys pide la definición del material ortótropo a través de nueve de sus constantes elásticas, independientemente de que el modelo sea bidimensional y de que con los ejes definidos en este caso sólo importen E_y , E_x , ν_{yx} , y G_{xy} :

$$\begin{array}{lll} E_x = 750 & E_y = 12000 & E_z = 750 \\ \nu_{yx} = 0.25 & \nu_{zy} = 0.025 & \nu_{zx} = 0.025 \\ G_{xy} = 600 & G_{yz} = 600 & G_{xz} = 100 \end{array}$$



2.b. Resultados

o Caso 1

El caso 1 corresponde a la aplicación de una fuerza conocida -en este caso unitaria-uniformemente repartida a lo largo de los bordes $y=-50$ e $y=50$ de la placa de 100×100 mm, para obtener una tensión unitaria en la dirección de la galga 1. Permite calcular los términos c_{11} , c_{21} , y c_{31} , de la matriz de conformidad definida por Schajer-Yang (1994) al ser $\sigma_y=1$, $\tau_{yx}=0$, $\sigma_x=0$, según los ejes de referencia tomados.

$$\frac{1}{\sqrt{ExEy}} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$c_{11} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_1 \quad (20)$$

$$c_{21} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_2 \quad (21)$$

$$c_{31} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_3 \quad (22)$$

Se han recogido datos de tensión de Von Mises -por su capacidad de aportar datos equivalentes en los tres casos de carga- y desplazamientos en las fases I y II.

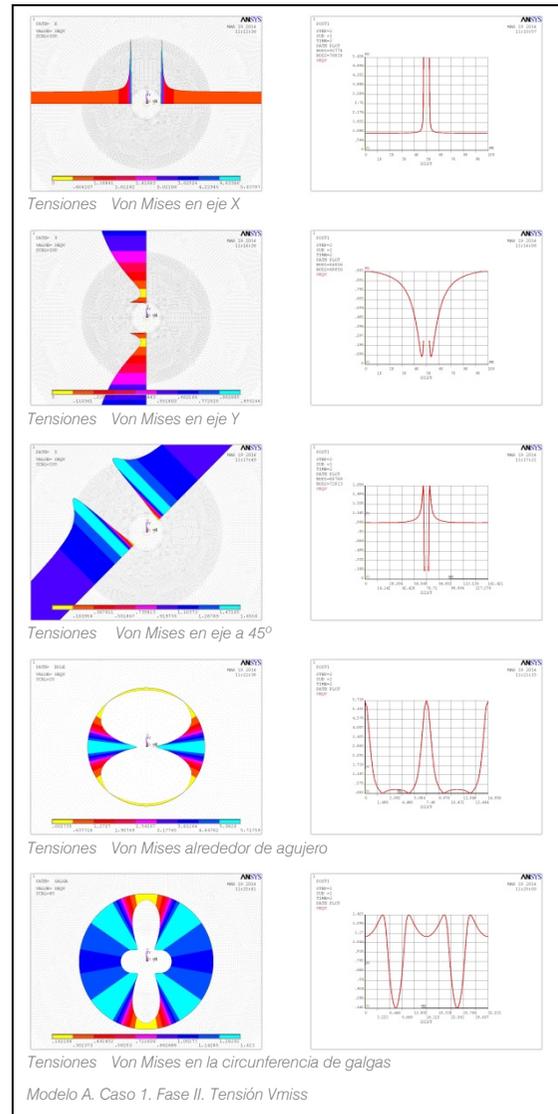
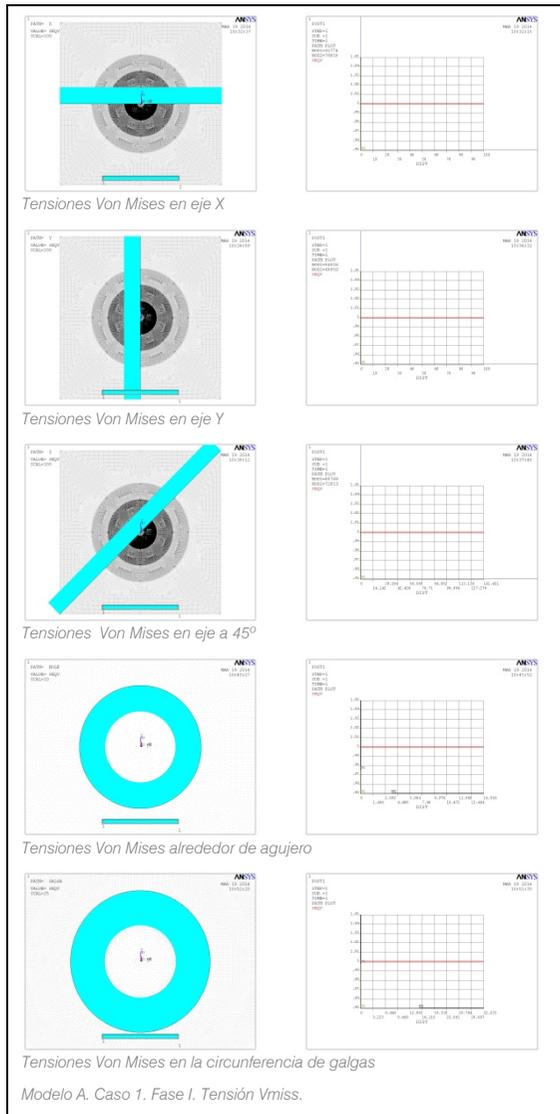
La tensión de Von Mises es una magnitud física proporcional a la energía de distorsión, que puede calcularse a partir de las tensiones principales del tensor tensión en un punto de un sólido deformable, mediante la expresión:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

Y para dos dimensiones, queda:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (23)$$

En la fase I se ha comprobado que la tensión de Von Mises es constante y unitaria en toda la placa, lo que se ha plasmado en gráficas sobre cuadrantes y sobre geometría del modelo, a través de caminos definidos por el eje x, el eje y, la diagonal que marca la galga 2, el círculo del taladro y el círculo definido por el centro de las galgas.

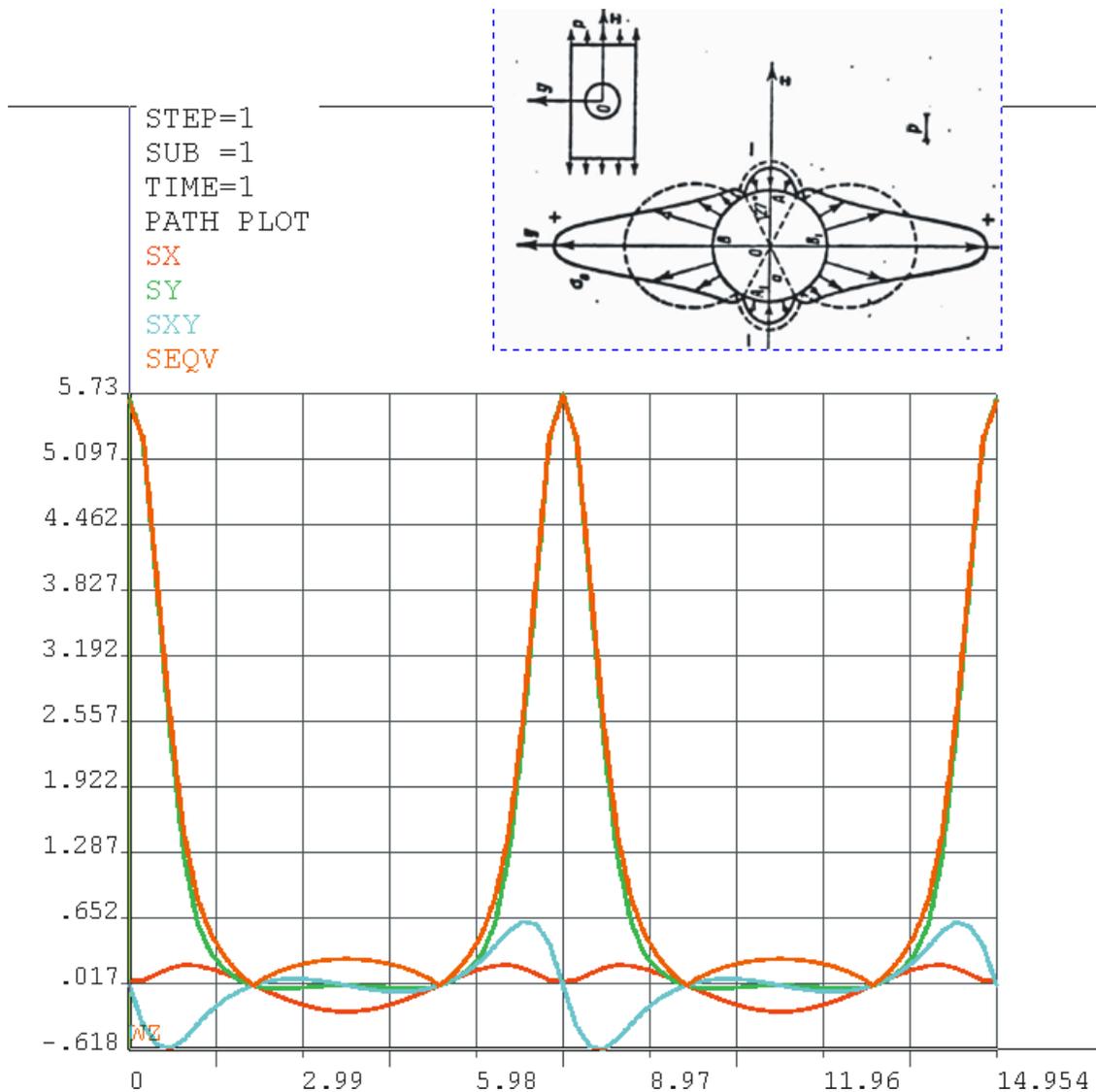


En la fase II se comprueba, a través de los mismos caminos, que se ha producido una nueva distribución de tensiones, con variaciones más acentuadas en las inmediaciones del agujero.

Como se puede observar en la figura adjunta, en el eje x, la tensión Von mises aumenta en las inmediaciones del agujero; en el eje y decrece, produciéndose una significativa relajación parcial; y en la diagonal definida por la galga 2, la tensión se incrementa en las inmediaciones de la galga para disminuir en las proximidades del taladro.

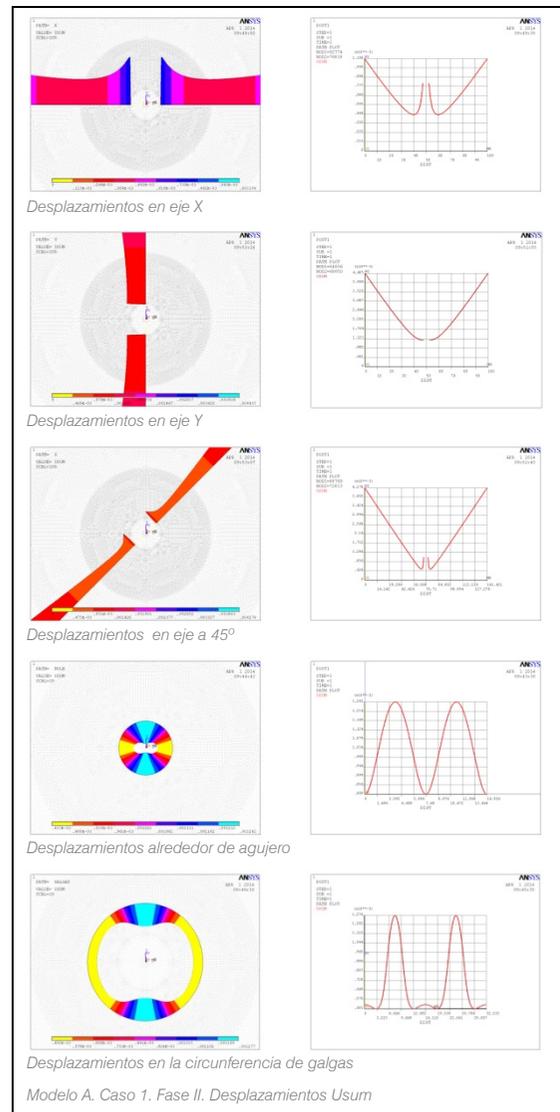
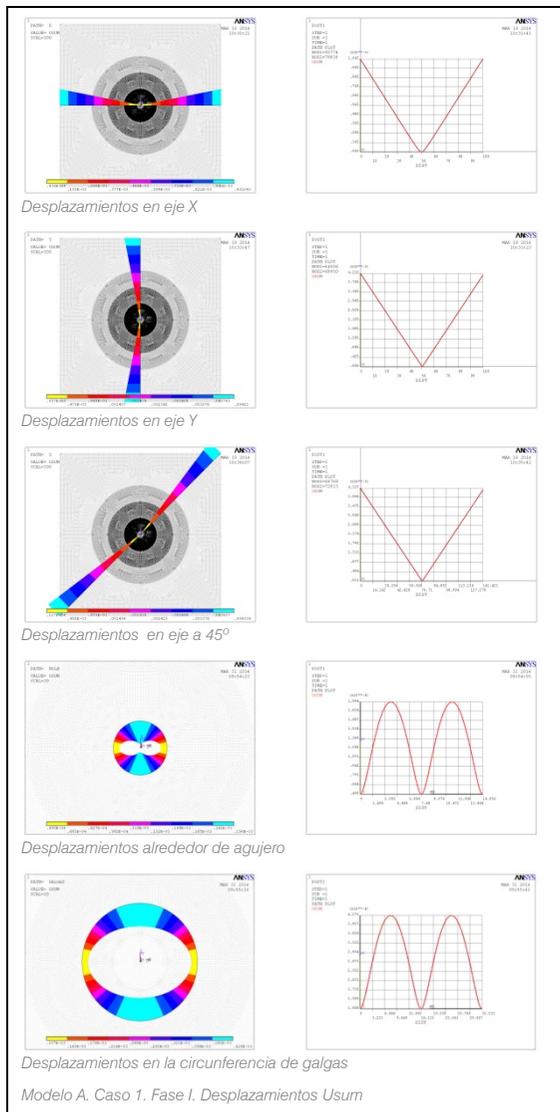
Siguiendo la circunferencia definida por el taladro, destaca la práctica relajación en los arcos de 45° a 135° y de 225° a 315°, alcanzándose valores muy próximos a 0, mientras que la tensión se acentúa hasta valores cercanos a 6 veces el inicial en el eje x.

Ya en la circunferencia definida por los centros geométricos de las galgas, se advierte que las diferencias de tensión son mucho menores, variando entre 0.16 y 1.41; con valores máximos en las diagonales y mínimos en el eje y.



El estudio de la concentración de esfuerzos alrededor de un agujero en una placa ortótropa tensionada es uno de los temas desarrollados por Lekhnitskii (1968). Con intención de establecer relaciones, se han incluido en el gráfico adjunto el diagrama desarrollado por este autor para el caso de carga que nos ocupa, y los diagramas de tensión S_x , S_y , S_{xy} o S_{eqv} -Von Mises- recorriendo el camino de la apertura. Aunque estas relaciones serán cualitativas, no cuantitativas, ya que el material definido por este autor para realizar su gráfica de tensiones anexa tiene otras características elásticas, el interés proviene del contraste de resultados analíticos con datos derivados del cálculo por elementos finitos. En línea discontinua, Lekhnitskii ha definido el caso isótropo.

En el caso de fuerzas exteriores paralelas al eje con mayor módulo de elasticidad, la tensión principal SY toma valores máximos en el eje de abscisas, puntos donde se anulan las tensiones secundarias. La tensión SX se hace máxima en el eje vertical, y toma el signo contrario. Las tensiones se anulan en los puntos a $\pm 40^\circ$ y $\pm 140^\circ$.

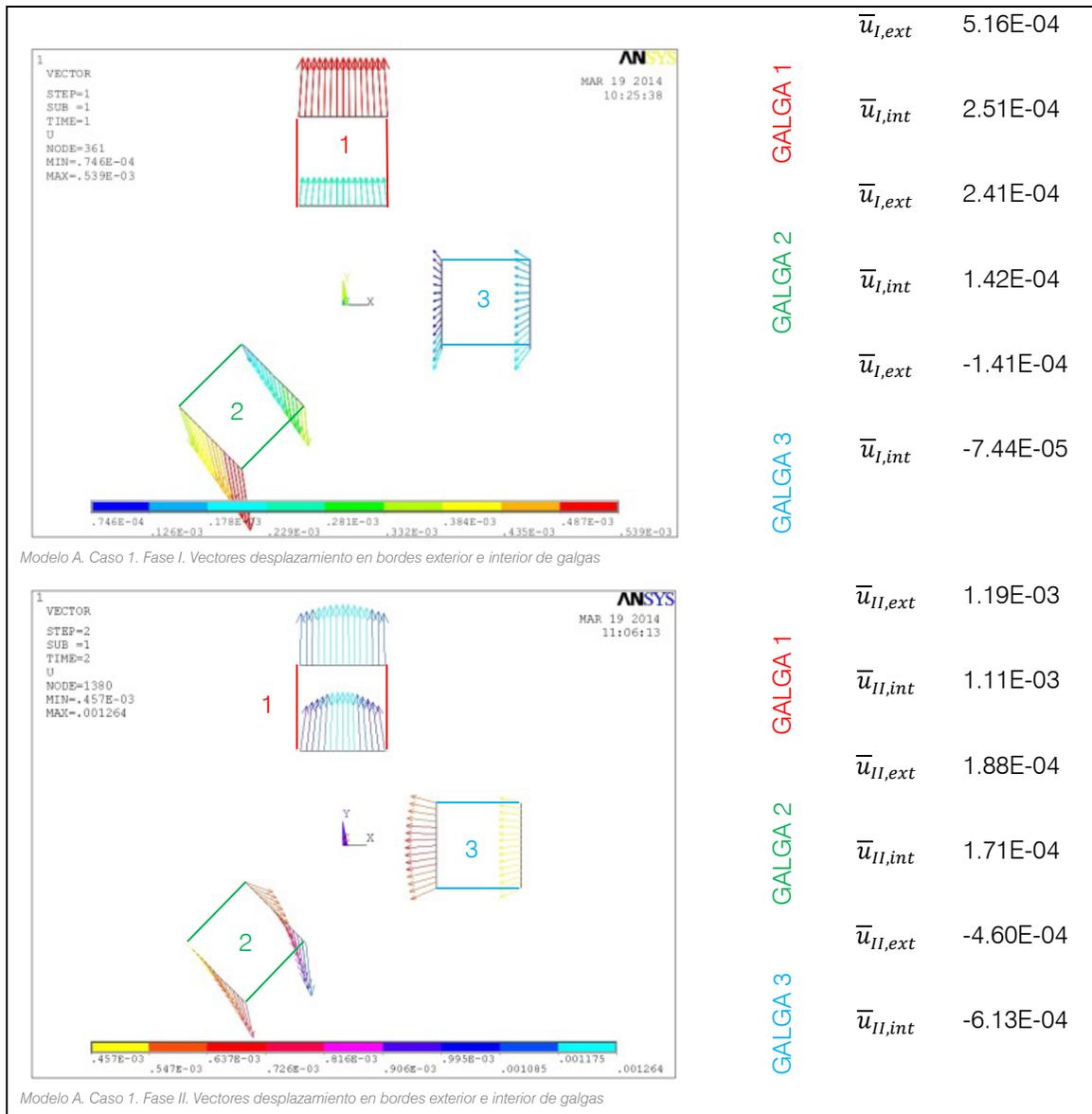


Con respecto a los desplazamientos obtenidos en ambas fases de carga dentro de este caso 1, se incide en que al simular la placa como infinita, debido a la ausencia de apoyos que introduzcan peculiaridades de borde, se observan desplazamientos simétricos en ambas fases, lo que facilita la comprensión del fenómeno.

Antes de simular el taladro, en fase I, los desplazamientos son nulos en el centro geométrico de la placa, elegido también como centro del agujero. Tanto el borde que definirá el vacío, como en la circunferencia de las galgas, los máximos valores están en el eje y ($1.948E-04$ en el primer caso, $4.275E-04$ en el segundo), con los mínimos en el eje x ($0.495E-04$ en el primer caso, $1.068E-04$ en el segundo).

Ya en fase II, cabe destacar la gráfica referida a los desplazamientos en el eje de abscisas: se produce un incremento al aproximarse al agujero que da cuenta de la ocupación del vacío por los elementos aledaños. La misma tendencia, pero con menor intensidad, se refleja en la gráfica de desplazamientos en eje a 45° .

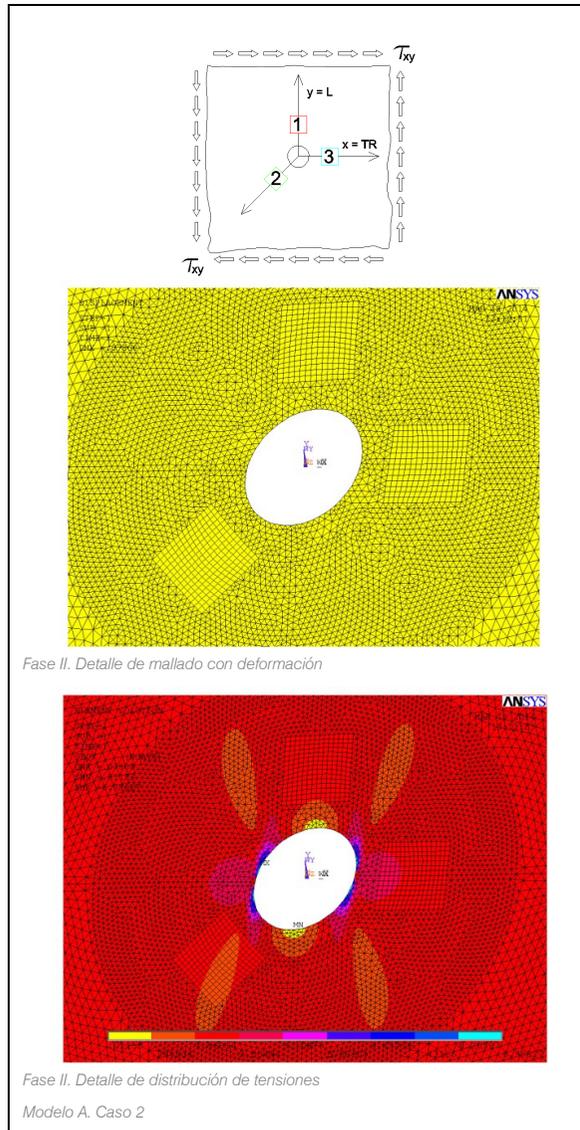
Las gráficas de los *path* circulares marcan el mismo posicionamiento de máximos que las de fase anterior; sin embargo los mínimos de la circunferencia exterior se desplazan ligeramente.



Con respecto a los vectores de desplazamiento trazados en el borde exterior e interior de las galgas, se puede destacar que en una primera fase de carga, sin simular el taladro, observamos en la galga 1 desplazamientos muy uniformes tanto en su borde exterior como en el interior, y de componente claramente vertical, matizado sólo ligeramente por el efecto Poisson; en la galga 2 los vectores definen áreas trapezoidales y en la tres, trapecios isósceles, con componente horizontal de desplazamiento uniforme. En las tres galgas, los desplazamientos en los bordes interiores son menores que en los bordes exteriores.

En la fase II, se aprecia como el taladro afecta con mayor intensidad a los bordes interiores de las galgas, y los componentes de los vectores desplazamientos ya no son uniformes.

Los desplazamientos obtenidos sólo por efecto del taladro, serían la diferencia entre los vectores de la fase II y la fase I

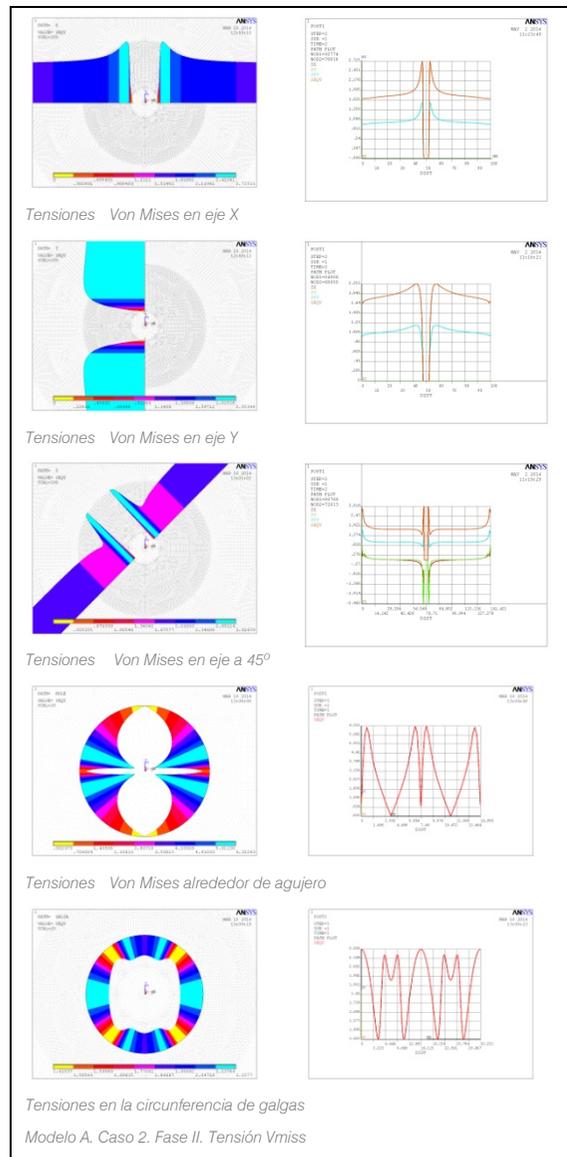
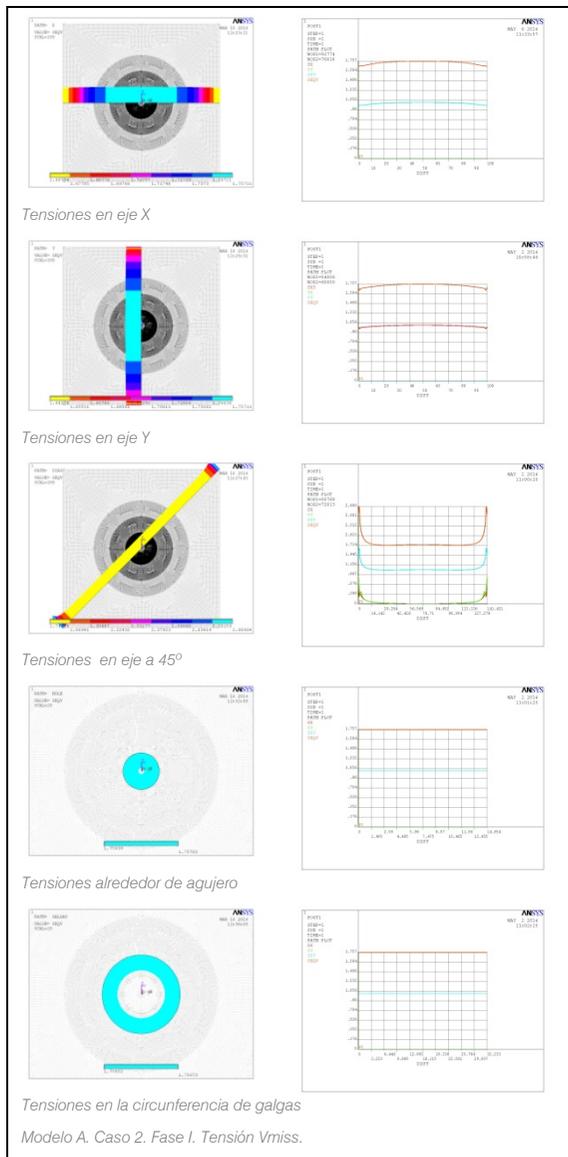


○ **Caso 2**

El caso 2 corresponde a la aplicación de fuerzas en los nodos según la figura adjunta, lo que permite obtener una tensión conocida en la dirección de la galga 2. Permite calcular los término c_{22} de la matriz de conformidad definida por Schajer-Yang (*op.cit*) al ser $\sigma_y=0$, $\tau_{yx}=1$, $\sigma_x=0$, según los ejes de referencia tomados.

$$\frac{1}{\sqrt{ExEy}} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

$$c_{22} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_2 \quad (25)$$



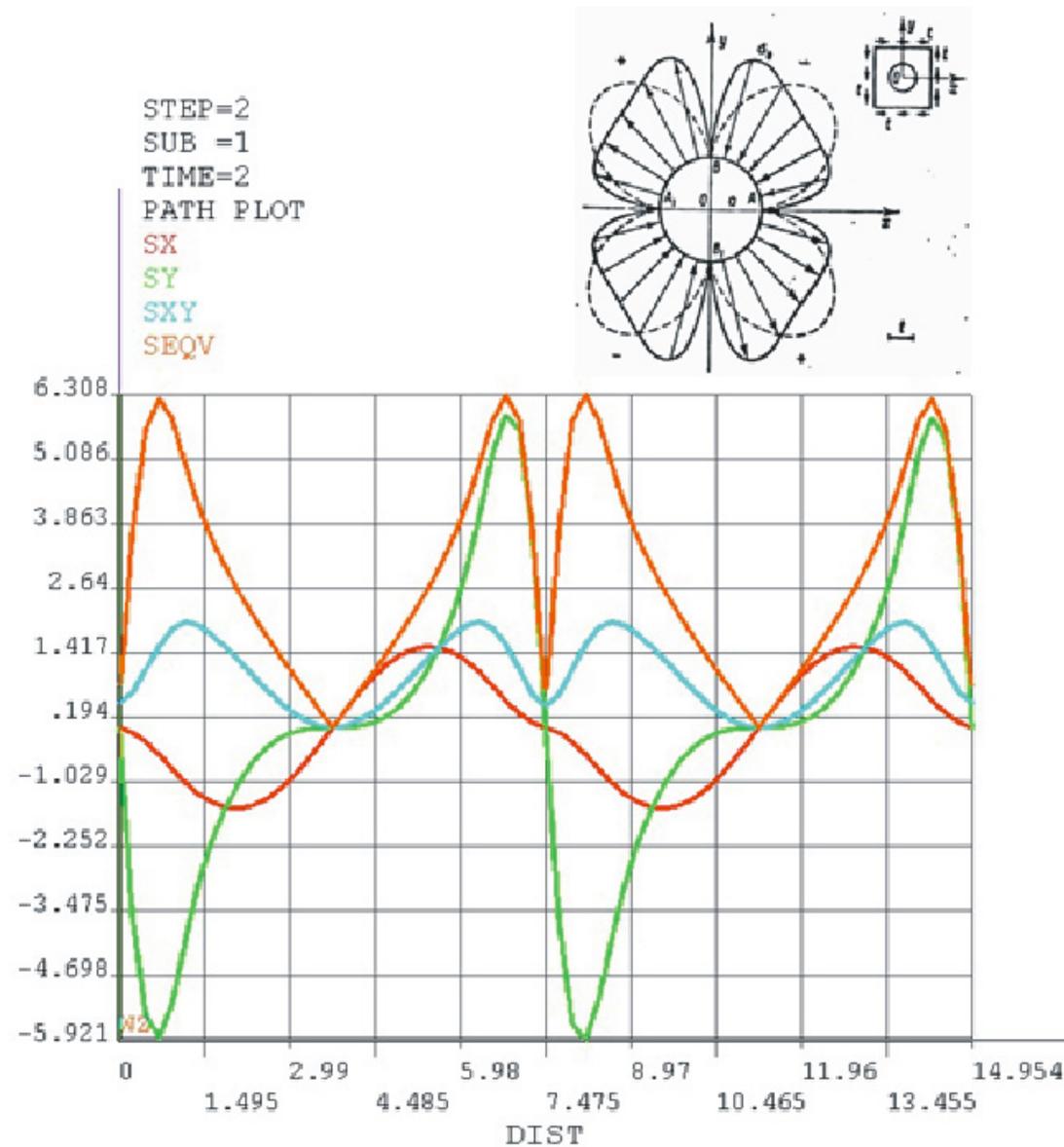
En la tabla de tensiones correspondiente a este modelo A en su caso 2, se aprecia en la fase I pequeñas alteraciones de borde. Tanto a lo largo del eje x como del eje y, las tensiones SX como SY son nulas, pero la tensión SXY adquiere mínimas desviaciones de la unidad, que se refleja en la tensión de Von Mises en ligeras variaciones del valor $3^{0,5}$, de 1,642 a 1,757.

En el eje a 45°, estas variaciones afectan también a las tensiones SX e SY, no sólo a las SXY, con fuertes incrementos en las esquinas de la placa.

Por el contrario, en el centro de la placa, tanto en torno a la perforación como en el entorno de las galgas, la tensión SXY es unitaria y constante, y son nulas la tensión SX y la tensión SY. Se pueden considerar válidos los resultados obtenidos a pesar de las afecciones de borde, ya que en las proximidades del vacío la tensión SXY es uniforme y unitaria.

Ya en la fase II, se observa que las tensiones SX y SY siguen siendo nulas a lo largo de los ejes de abscisas y ordenadas, y la tensión SXY sufre una fuerte reducción en las proximidades del vacío modelado.

En el eje a 45°, se acentúa el incremento de la tensión Von Mises por la influencia de las tensiones SX y SY

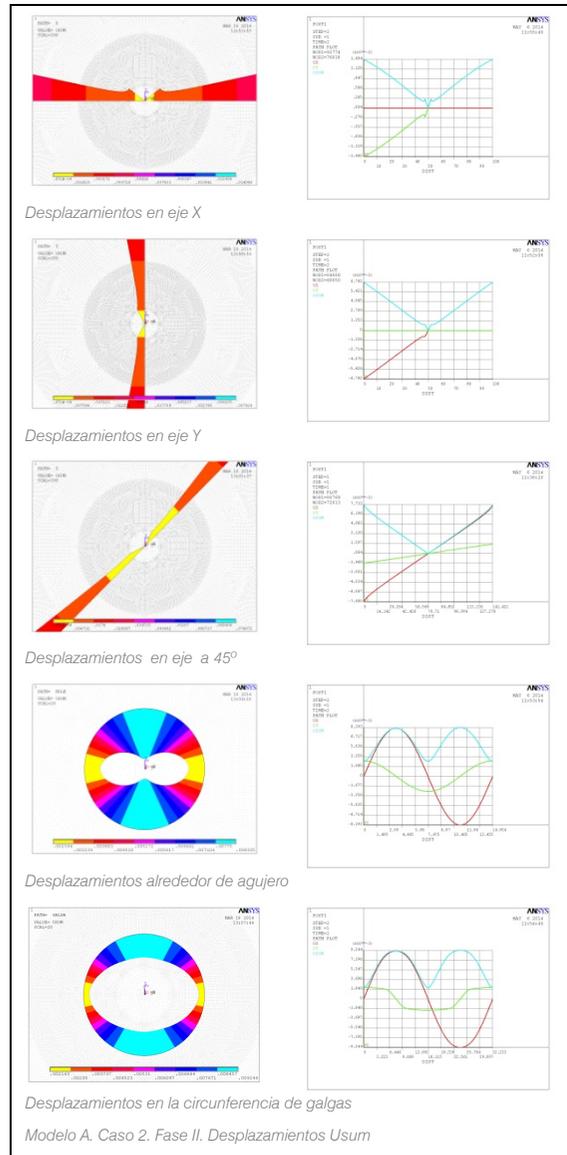
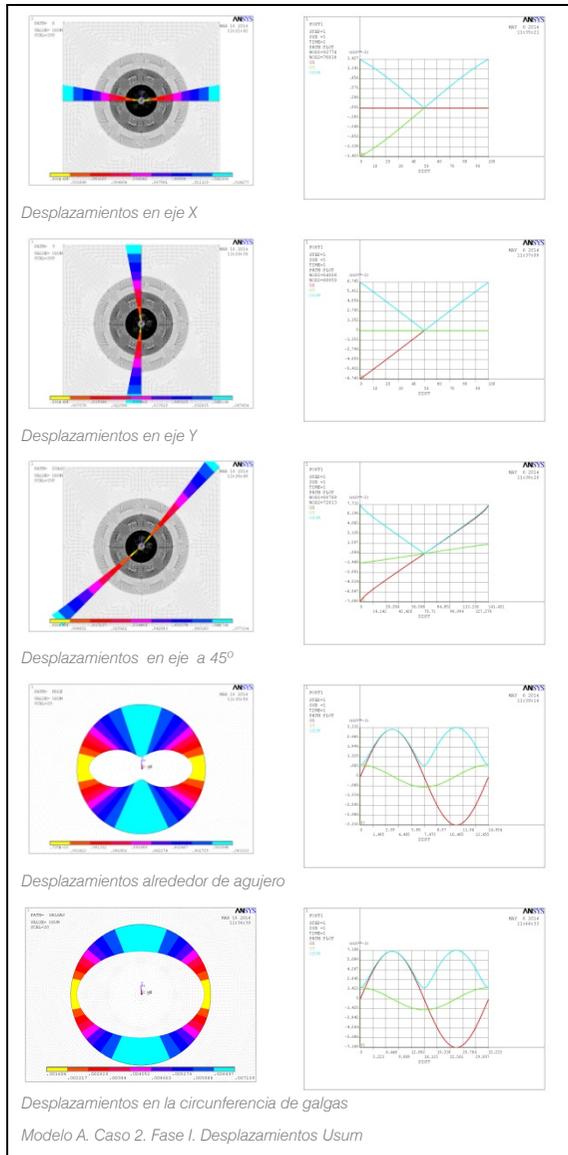


Lekhnitskii (1968) también estudia y dibuja el caso de la placa infinita trabajando con tensiones SXY , en la que se realiza una perforación, dibujo que se anexa al gráfico de tensiones obtenido por cálculo de elementos finitos para el camino de borde de agujero para el modelo A, caso 2, fase II. En línea discontinua, define el caso isótropo.

Para establecer paralelismos es necesario aclarar que en su caso, el valor E_x es mayor que el valor E_y , al contrario de lo que ocurre con el criterio de signos establecido para el modelo A. Con este criterio de signos, la gráfica de Lekhnitskii sería la simétrica en cada cuadrante con respecto a un eje a 45° .

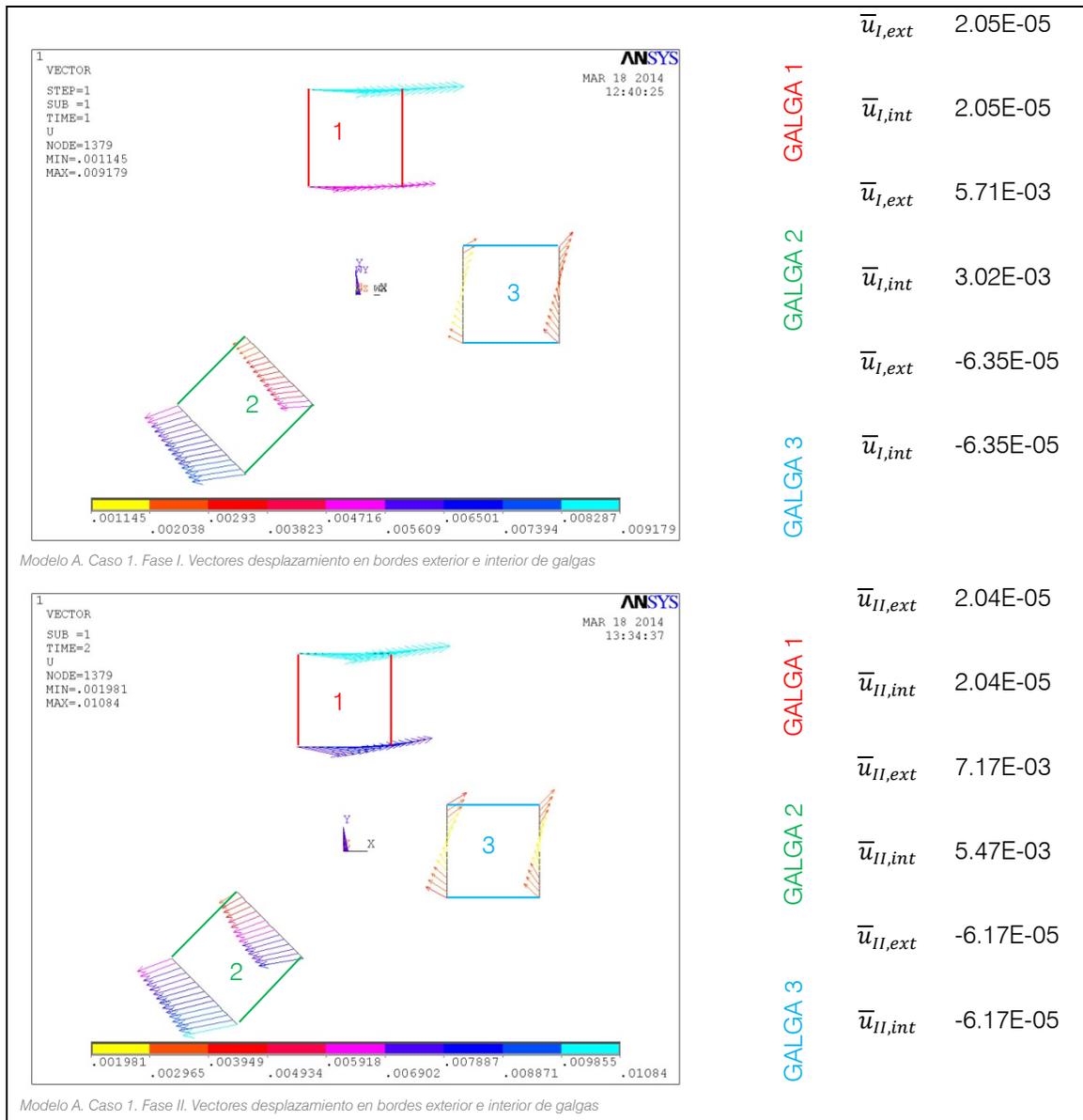
En cualquiera de los casos, las tensiones se anulan en los ejes de coordenadas cartesianas.

Las tensiones SX y SY toman valores negativos en el primer y tercer cuadrante, y positivos en el segundo y cuarto.



En ambas fases, se constata que en el eje de abscisas, sólo existe desplazamiento vertical, mientras que en el eje de ordenadas, sólo existe desplazamiento horizontal. Se aprecia igualmente tanto en el borde del agujero como en la circunferencia de los medidores, a 0°, 90°, 180° y 270°.

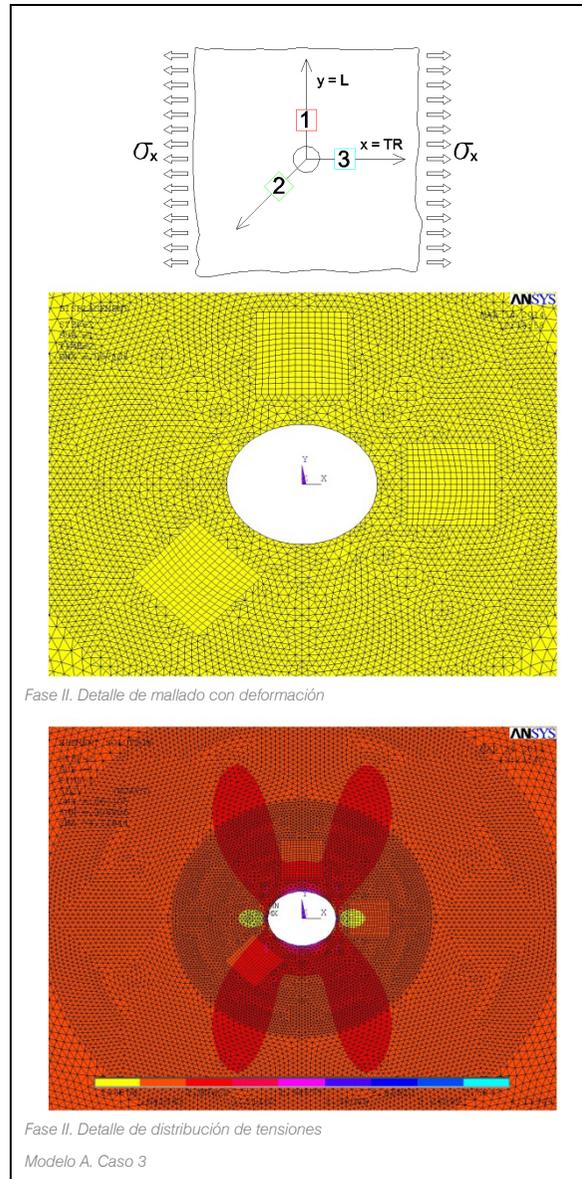
Es el eje a 45° el que aporta datos referentes a la galga 2, que es la única con interés para este caso, ya que en las otras dos, al coincidir los ejes principales con ellas, el valor es nulo.



	$\bar{u}_{I,ext}$	2.05E-05
GALGA 1	$\bar{u}_{I,int}$	2.05E-05
	$\bar{u}_{I,ext}$	5.71E-03
GALGA 2	$\bar{u}_{I,int}$	3.02E-03
	$\bar{u}_{I,ext}$	-6.35E-05
GALGA 3	$\bar{u}_{I,int}$	-6.35E-05
	$\bar{u}_{II,ext}$	2.04E-05
GALGA 1	$\bar{u}_{II,int}$	2.04E-05
	$\bar{u}_{II,ext}$	7.17E-03
GALGA 2	$\bar{u}_{II,int}$	5.47E-03
	$\bar{u}_{II,ext}$	-6.17E-05
GALGA 3	$\bar{u}_{II,int}$	-6.17E-05

Centrados en los vectores de desplazamiento en este caso de carga, en sus dos fases, los valores obtenidos en las galgas 1 y 3, tanto en sus bordes interiores como en los exteriores, son tan parecidos en sus valores medios que prácticamente se anulan entre sí al restar los resultados. No hay movimiento relativo entre el borde exterior y el interior del medidor, no se producen elongaciones, como era de esperar.

En la segunda galga, se puede destacar que en la primera fase de carga, los vectores desplazamiento llevan un trazado sensiblemente trapezoidal, convergente, y son mayores en el borde exterior. Con el taladro simulado, la galga segunda, sobre todo en su borde interior, pierde la proporción lineal.



o **Caso 3**

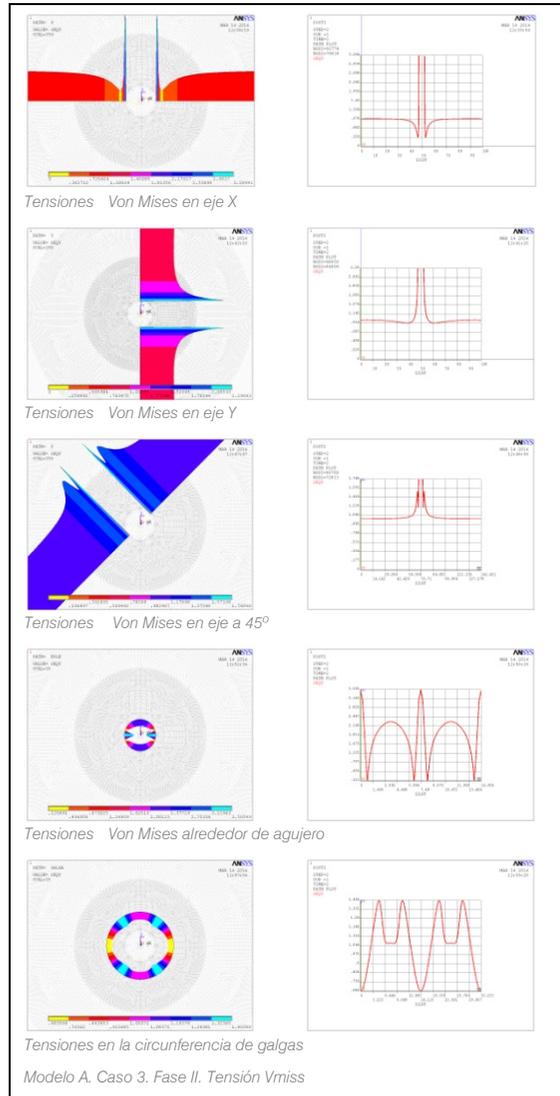
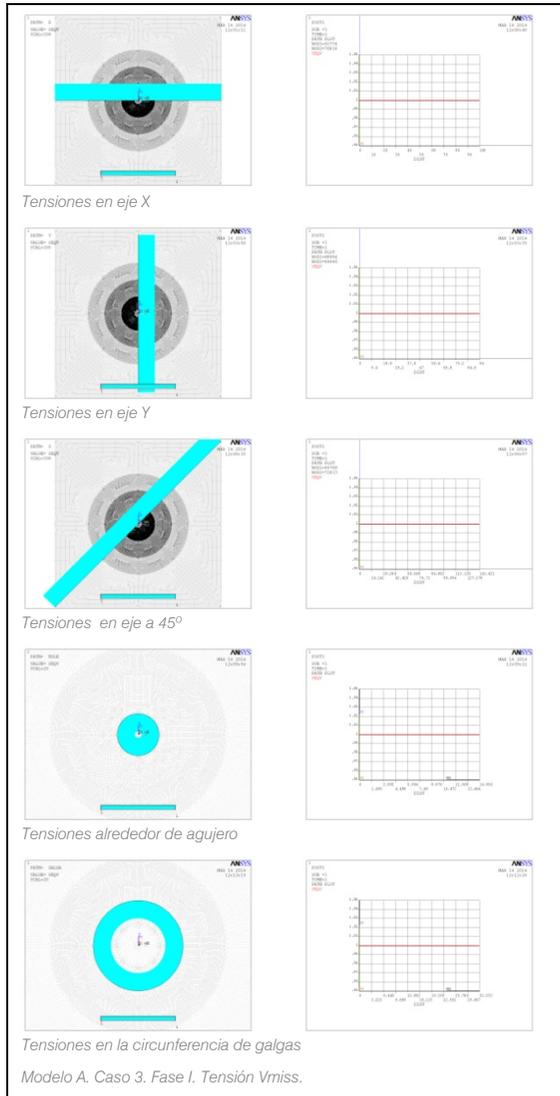
El caso 3 corresponde a la aplicación de una fuerza conocida -en este caso unitaria- uniformemente repartida a lo largo de los bordes $x=-50$ y $x=50$ de la placa de 100×100 mm, para obtener una tensión unitaria en la dirección de la galga 3. Permite calcular los términos c_{13} , c_{23} , y c_{33} , de la matriz de conformidad definida por Schajer-Yang (*op.cit*) al ser $\sigma_y=0$, $\tau_{yx}=0$, $\sigma_x=1$, según los ejes de referencia tomados.

$$\frac{1}{\sqrt{ExEy}} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$c_{13} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_1 \quad (27)$$

$$c_{23} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_2 \quad (28)$$

$$c_{33} = \sqrt{ExEy} \varepsilon_3 \quad (29)$$

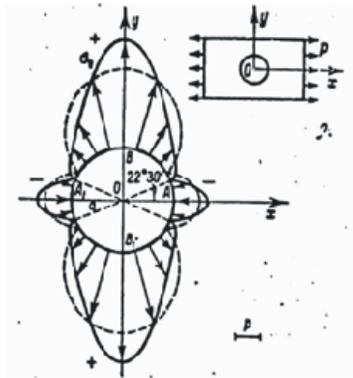
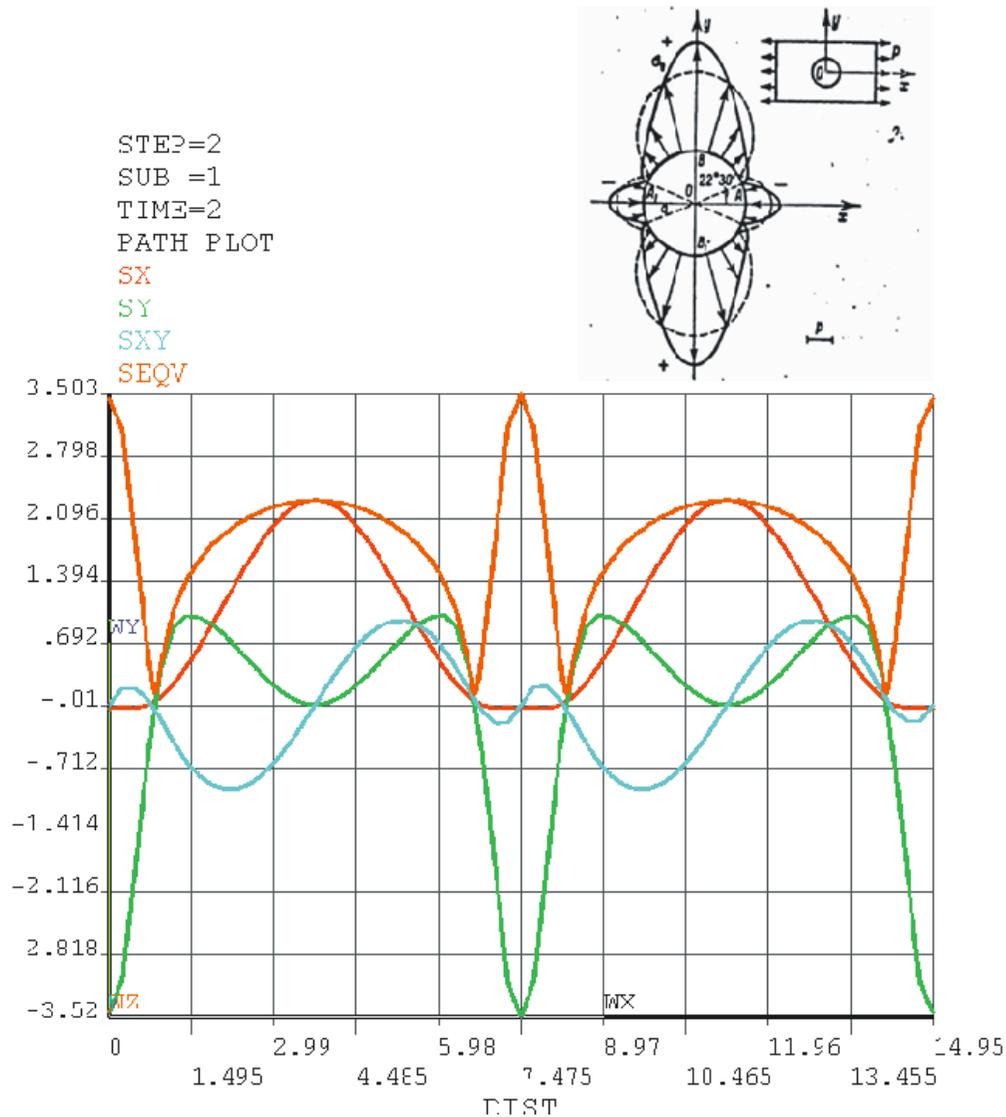


Tras comprobar que en la fase I la tensión de Von Mises es constante y unitaria en toda la placa, como se refleja en la figura adyacente, se verifica la nueva distribución de tensiones en la fase II, con relajaciones parciales, a través de gráficas cartesianas y sobre geometría del modelo, mediante los caminos (*path* en nomenclatura de ANSYS) ya conocidos.

En esta caso la tensión Von mises aumenta en las proximidades del agujero tanto en el eje x como en los ejes y o diagonal, de forma más o menos acentuada.

Siguiendo la circunferencia definida por el taladro, destaca la práctica relajación en los puntos a 20°, 160°, 200° y 340°, con cifras cercanas a 0, mientras que la tensión máxima se sitúa en valores cercanos a 3.50 veces el inicial, y se sitúa en el eje x.

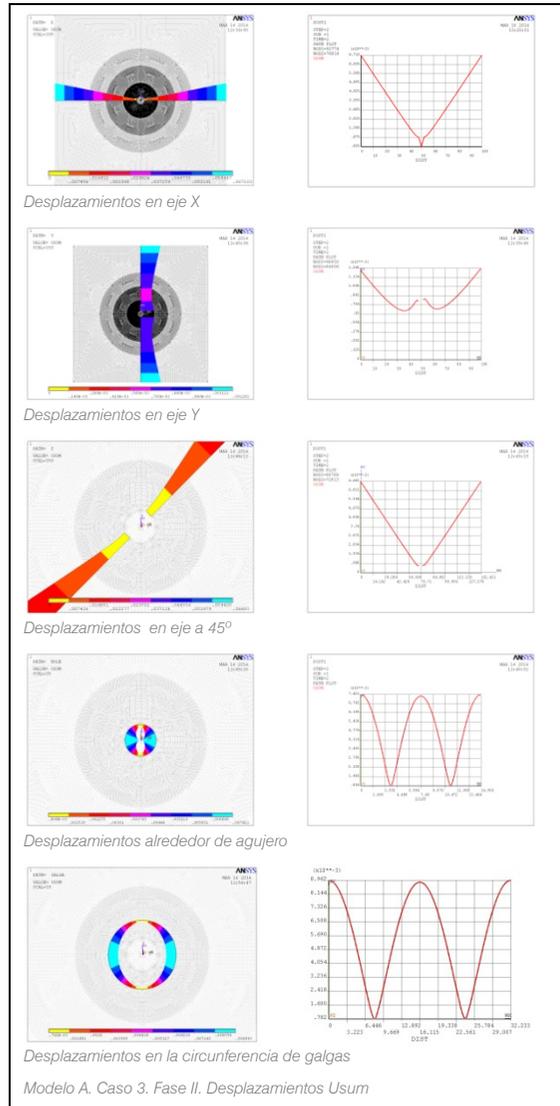
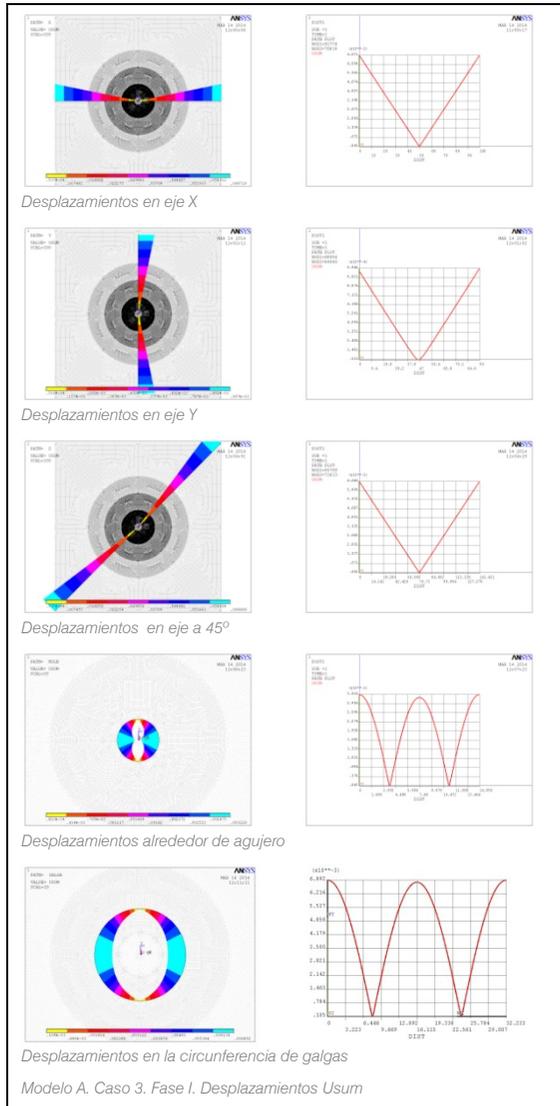
Siguiendo el trazado de la circunferencia de los medidores, se constata que las tensiones se van igualando, variando entre unos máximos de 1.40 en las diagonales y mínimos de 0.70 en el eje x; tiende a la unidad en el eje y.



Para el caso 3, donde las fuerzas exteriores son paralelas al eje de menor módulo elástico, Lekhnitskii (*op. cit.*) grafía las tensiones alrededor del borde para un material específico según el diagrama adjunto.

Son significantes las diferencias que se establecen entre sus resultados y los obtenidos en el presente trabajo, debido al elevado índice de anisotropía axial del material de referencia en el modelo A, $E_y/E_x=16$. En este modelo, se encuentran los valores máximos en los puntos correspondientes a 0° y 180° claramente alejados de lo que correspondería al caso isotropo; estos valores máximos decrecen rápidamente hasta anularse en puntos próximos. Vuelve a incrementarse hasta un máximo parcial a 90° y 270° , pero con pendiente menos acentuada, a menor ritmo, y la transición entre valores en aumento y en descenso es más suave.

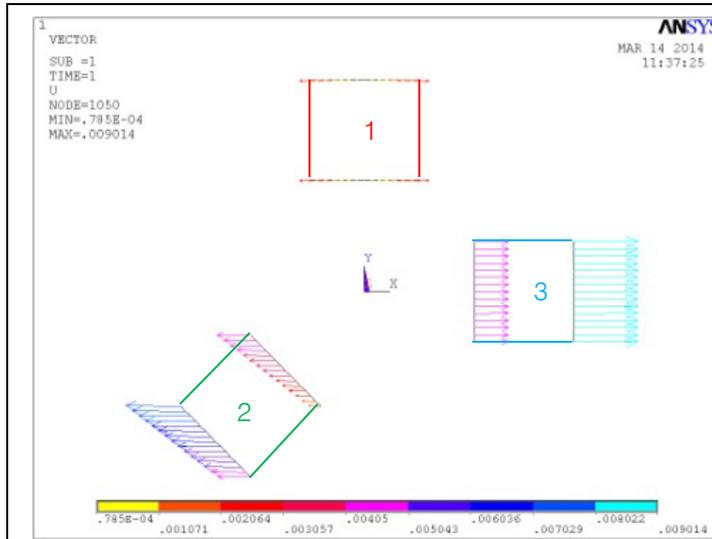
Con un material con un índice de anisotropía axial menor, como el de Lekhnitskii, los valores de tensión en el eje de abscisas no son los valores máximos, sino que se acercan en mayor medida al modelo isotropo, y los máximos se establecen en el eje de ordenadas.



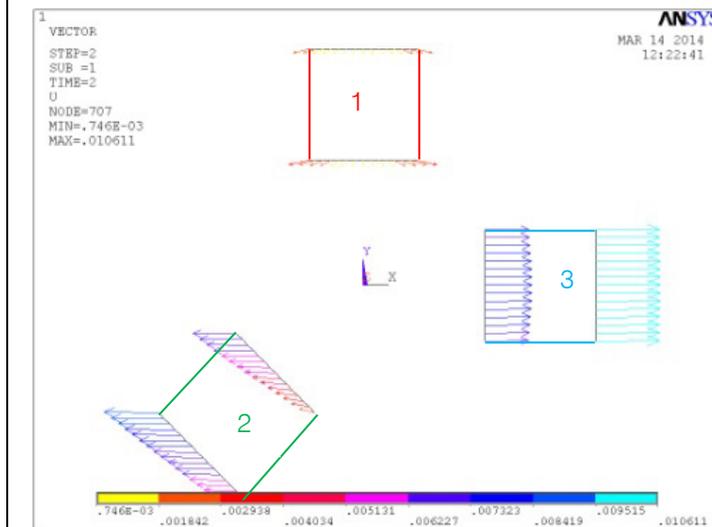
En el apartado de desplazamientos, es reseñable el significativo incremento de los mismos en las proximidades de la perforación ya simulada en el eje de ordenadas.

Estableciendo comparaciones entre los desplazamientos obtenidos en los casos 1 y 3, se puede destacar que los valores máximos y mínimos intercambian posiciones respecto a sus ejes de coordenadas. Además, los valores máximos en fase I son 16 veces mayores en el caso 3, como corresponde a la relación E_y / E_x . Los valores mínimos son muy similares.

	CASO 1	U max	U min
Fase I	hole	1,98E-04	4,95E-05
	galga	4,28E-04	1,07E-04
Fase II	hole	1,26E-03	8,09E-04
	galga	1,28E-03	4,91E-04
CASO 3			
Fase I	hole	3,23E-03	6,20E-05
	galga	6,89E-03	1,05E-04
Fase II	hole	7,42E-03	8,04E-04
	galga	8,96E-03	7,82E-04



Modelo A. Caso 1. Fase I. Vectores desplazamiento en bordes exterior e interior de galgas



Modelo A. Caso 1. Fase II. Vectores desplazamiento en bordes exterior e interior de galgas

GALGA 1	$\bar{u}_{I,ext}$	-1.28E-04
	$\bar{u}_{I,int}$	-6.20E-05
GALGA 2	$\bar{u}_{I,ext}$	4.36E-03
	$\bar{u}_{I,int}$	2.28E-03
GALGA 3	$\bar{u}_{I,ext}$	9.01E-03
	$\bar{u}_{I,int}$	4.77E-03
GALGA 1	$\bar{u}_{II,ext}$	-6.81E-04
	$\bar{u}_{II,int}$	-7.25E-04
GALGA 2	$\bar{u}_{II,ext}$	5.05E-03
	$\bar{u}_{II,int}$	3.40E-03
GALGA 3	$\bar{u}_{II,ext}$	1.06E-02
	$\bar{u}_{II,int}$	7.50E-03

En las figuras que recogen los vectores de desplazamiento trazados en el borde exterior e interior de las galgas, en este caso 3 de carga, se vuelve a constatar la linealidad de los desplazamientos en la fase I y la variabilidad de los obtenidos en fase II, acentuada la inconstancia de los valores en los bordes interiores de los medidores.

En ambas fases, los desplazamientos hallados para la galga 3 en este caso son sensiblemente superiores a los hallados para el caso 1 en la galga 1, como corresponde a la relación de anisotropía axial del modelo A.

Del mismo modo, se comprueba que los desplazamientos de la galga 1 en este caso 3 son inferiores a los obtenidos en el caso 1 para la galga 3.

Con los datos obtenidos en ambas fases de los tres casos, se obtienen las elongaciones ϵ , según la ecuación (18), que permitirán hallar las constantes c_{ij} , según las ecuaciones (20)(21)(22)(25)(27)(28)(29).

2.c. Análisis de resultados

Para analizar los resultados se han comparado con los datos publicados por Schajer-Yang y Pagliaro-Zucarello en sus obras citadas.

En el primer caso, la comparación se puede hacer directamente con las constantes establecidas por los autores para geometría según ASTM para una relación entre radios de 0.464, y con un material definido por las siguientes relaciones elásticas:

$$E_x/E_y = 16 \quad \nu_{xy} = 0.25 \quad G_{xy}/E_y = 0.80$$

La variación de los ejes no influye, ya que en cualquier caso la galga 1 se orienta con las tensiones del caso 1. La única corrección a establecer es el signo de la constante c_{22} , ya que su criterio de signos implica para el caso 2 unas cargas simétricas a las que se han definido en este trabajo, por lo que en la galga 2 las elongaciones se convierten en contracciones.

Pagliaro y Zucarello también publican en su artículo de 2007 una base de datos con los valores de los coeficientes de influencia obtenidos para geometría ASTM y un amplio abanico de materiales ortótropos, deducidos a partir de su formulación matemática. Para poder comparar resultados es necesario realizar una serie de transformaciones: hay que interpolar sus resultados para ajustarlos a la relación entre los radios y el valor de

Poisson establecidos en el modelo aquí desarrollado, además de introducir el factor $(E_x/E_y)^{0.5}$ y cambiar dos columnas de orden para adaptar las formulaciones de los autores, ya que los coeficientes de influencia c_{ij} se refieren en los primeros autores a:

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}} \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (30)$$

Y en los segundos a:

$$\frac{1}{E_x} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

La interpolación se ha realizado linealmente, como se recomienda en el artículo, a partir de los siguientes valores c_{ij} definidos para

$$E_x/E_y = 16 \quad G_{xy}/E_y = 0.80$$

y valores variables de Poisson y relación entre diámetros.

$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=0 \\ R/r = 0.4 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,62 & & 0,436 \\ -0,136 & 3,064 & -1,32 \\ 0,67 & & -3,394 \end{array} \right|$$

$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=0 \\ R/r = 0.5 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,782 & & 0,507 \\ -0,359 & 4,481 & -1,952 \\ 1,008 & & -5,218 \end{array} \right|$$

$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=1 \\ R/r = 0.4 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,601 & & 0,276 \\ -0,24 & 2,82 & -1,301 \\ 0,553 & & -3,307 \end{array} \right|$$

$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=1 \\ R/r = 0.5 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,747 & & 0,244 \\ -0,497 & 4,032 & -1,923 \\ 0,801 & & -5,088 \end{array} \right|$$

Promediando:

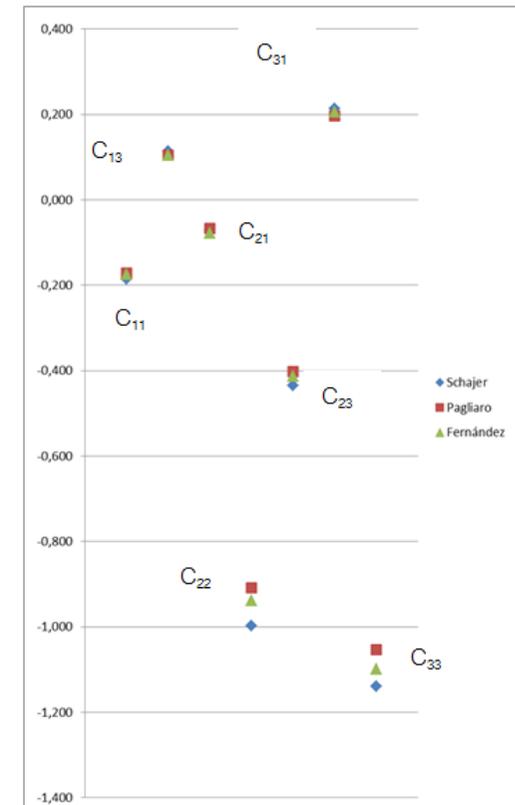
$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=0 \\ R/r = 0.464 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,695 & & 0,469 \\ -0,239 & 3,721 & -1,613 \\ 0,827 & & -4,240 \end{array} \right|$$

$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=1 \\ R/r = 0.464 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,669 & & 0,261 \\ -0,359 & 3,382 & -1,590 \\ 0,668 & & -4,133 \end{array} \right|$$

Realizando la última interpolación:

$$C_{ij} \text{ para } \begin{array}{l} \nu_{xy}=0.25 \\ R/r = 0.464 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} -0,689 & & 0,417 \\ -0,269 & 3,637 & -1,607 \\ 0,787 & & -4,214 \end{array} \right|$$

CASO 1	CASO 2	CASO 3	(S) Schajer and Yang(1994) (P) P. Pagliaro and Zuccarello(1997) (F) Presente trabajo
C_{11} (S) -0.186 (P) -0.172 (F) -0.174	C_{12} 0	C_{13} (S) 0.113 (P) 0.104 (F) 0.104	GALGA 1 (90°)
C_{21} (S) -0.071 (P) -0.067 (F) -0.078	C_{22} (S) -0.997 (P) -0.909 (F) -0.938	C_{23} (S) -0.435 (P) -0.402 (F) -0.413	GALGA 2 (225°)
C_{31} (S) 0.214 (P) 0.197 (F) 0.206	C_{32} 0	C_{33} (S) -1.140 (P) -1.053 (F) -1.099	GALGA 3 (0°)



Los resultados derivados del presente trabajo toman en general valores comprendidos entre los de los autores de referencia, a excepción del coeficiente de influencia C_{21} . Divergen con respecto a los de Schajer y Yang en valores inferiores a un 10%, y en términos generales se aproximan más a los de Pagliaro y Zucarelo, con

desviaciones inferiores al 5%, excepto en el citado coeficiente C_{21} , que es el valor más pequeño.

Se asume el error provocado por el hecho de que las galgas se han dispuesto según una geometría inicial, y que esa geometría sufre unas deformaciones derivadas de las

tensiones iniciales inducidas, mientras que en la aplicación en obra del método, los medidores se colocarán sobre un elemento en el que la tensión de servicio ya ha provocado la deformación consecuente, y no hay desviación geométrica de los puntos considerados.

A.3. MODELO B. Modelado en 2D, geometría del modelo según ensayo.

3.a. Definición de geometría y materiales

La estructura macroscópica y microscópica de la madera impide considerarla como un material homogéneo en escalas pequeñas. Para asemejar su comportamiento a un material continuo, hemos de trabajar con geometrías distintas a las sugeridas por la norma ASTM E-837, lo que además facilita la ejecución en obra para el análisis de estructuras de madera en servicio.

Desde la ETSA de Universidad del País Vasco, la arquitecta doctoranda Maite Crespo de Antonio, tutorada por el profesor Santiago Sanchez-Beitia, está llevando a cabo una serie de ensayos del "Hole drilling" en madera. La geometría que define este Modelo B es la equivalente en dos dimensiones a la testada en laboratorio, con el fin de poder establecer comparaciones. También permitirá obtener los coeficientes de influencia c_{ij} para una geometría del método adecuada a la madera puesta en obra.

Están trabajando con una roseta de 40 mm de diámetro, con la galga 1 colocada a 90° , la galga 2 a 225° y la galga 3 a 0° . El taladro se realiza de 18 mm de diámetro y con una profundidad de 16 mm. Las galgas extensométricas son del tipo 1-LY11-10/120 de HBM, de dimensiones netas 10.0 mm x 4.9 mm (lo que es puramente el sensor)

y dimensiones brutas 18.5 mm x 9.5 mm (con la protección de plástico).

Se ha modelado una placa de 100x100 mm, con un radio de taladro de 0.45 veces el radio de la roseta (9/20). Se resumen en la tabla adjunta ambos diámetros, y las dimensiones de los medidores.

D	d	GL	GW	R ₁	R ₂
40	18	10	4.9	15	25
Características en mm para Modelo B					

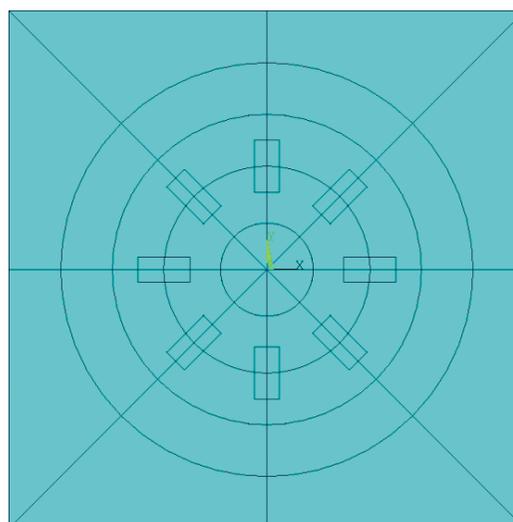


Figura 24. Geometría de modelo B. Placa 100x100 mm.

Para definir los materiales de los que resulta interesante obtener las constantes de calibración, se ha optado por abordar el

cálculo introduciendo relaciones elásticas en vez de intentar modelar diferentes especies de madera, debido a la dispersión y escasez de los datos publicados en cuanto a elasticidad de las maderas de uso estructural. Se necesita por lo tanto definir las maderas en función de $E_L/E_{(TR)}$; $G_{L(TR)}/E_{(TR)}$ o $E_L/G_{L(TR)}$; y $\nu_{L(TR)}$ (Schajer y Yang, 1994).

No se modelan solamente las diferentes clases resistentes definidas por norma europea y española, aunque se incluyen dentro de las variables manejadas, sino que se amplían los campos para valorar los índices de anisotropía definidos por otros autores (Guitar y El Amri ,1987; Brémaud, Grill y Thibaut , 2010).

Al reducir el esquema a análisis planos, no se ha adoptado en este caso un valor medio entre las constantes transversales y las radiales, sino que se han considerado como valores posibles para el módulo de elasticidad transversal-radial con el que se trabaja, $E_{(TR)}$, los valores extremos de ambos, dado que se pueden dar ambos casos en función del corte practicado a la pieza de madera.

Para maderas de uso estructural, las relaciones entre el módulo de elasticidad longitudinal con el radial y el tangencial - índices de anisotropía de elasticidad axial E_L/E_T y E_L/E_R -, se hallan comprendidos entre valores cercanos a 5 para E_L/E_R en algunas frondosas (por ejemplo, el roble) y próximos a 30 para E_L/E_T en la cicuta (Green et al,1999), que además es el valor que indica

la UNE-EN 384:2010 para coníferas. Para el Modelo B del presente trabajo, se consideran valores para $E_L/E_{L(TR)}$ de 5, 10, 15, 20, 25 y 30.

Se trabaja con el índice de anisotropía de elasticidad axial-transversal, $E_L/G_{L(TR)}$ por ser un valor más habitual en madera que el índice G_{xy}/E_x , propuesto por Schajer-Yang o Pagliaro-Zucarello para relacionar en una generalidad de materiales módulos de elasticidad con módulos de rigidez. La norma UNE-EN 384:2010 fija este valor E_{0medio}/G_{medio} en 16, valor correlacionado con los propuestos por Guitar y El Amri (1987) y Brémaud, Grill y Thibaut (2010). Para este trabajo, se han considerado los valores 12, 16 y 20, para recoger las desviaciones de los valores medios constatados por Harrison (2006).

Como valores de $\nu_{L(TR)}$, se toman como valores extremos el 0.30 de algunas piceas para ν_{LR} y el 0.50 de algunas frondosas para ν_{LT} (Green *et al*, 1999, y Kretschmann, 2010), abarcando los valores recomendados por Guitar y El Amri (1987) y Brémaud, Grill y Thibaut (2010). No se considera necesario estudiar más casos debido a que la influencia de los valores de Poisson en las constantes de conformidad es sensiblemente lineal (Pagliaro y Zucarello, 1997)

En la tabla adjunta, se definen los índices de anisotropía considerados para definir los 36 materiales que van a caracterizar este

modelo B, que han de servir de referencia para un amplio espectro de maderas, interpolando los resultados de los coeficientes de influencia. Se detallan las constantes elásticas introducidas en cada caso en el programa de cálculo ANSYS.

A continuación se detallan los valores obtenidos de las constantes de conformidad para cada uno de esos materiales, con la geometría de taladro y medidores definida en este modelo B. Para realizar una medición del estado tensional de una pieza de madera, el procedimiento se puede resumir en las siguientes fases:

Realización del método “Hole drilling” con la geometría propuesta en este trabajo.

Medición de ϵ_1 , ϵ_2 , y ϵ_3

Determinación de los índices de anisotropía y el índice de Poisson requeridos para el material a testar y el plano de trabajo en el que se realizará el ensayo.

Determinación de las constantes C_{ij} por interpolación lineal a partir de la tabla de resultados siguiente.

Cálculo de la tensión de servicio a partir de la formulación de Schajer.



Figura 25. Probeta de laboratorio, antes de realizar el “hole drilling”. Fuente: Maite Crespo de Antonio



Figura 26 Probeta de laboratorio, después de realizar el “hole drilling”. Fuente: Maite Crespo de Antonio

id	material	$E_L/E_{(TR)}$	$E_{(L)}/G_{L(TR)}$	$\nu_{L(TR)}$	$E_{(TR)}$	E_L	E_z	$\nu_{L(TR)}$	ν_{yz}	ν_{zx}	$G_{L(TR)}$	G_{yz}	G_{xz}
		E_V/E_x	E_V/G_{XY}	ν_{yx}									
01	05/12/0,3	5	12	0,3	2400	12000	2400	0,3	0,03	0,03	1000	1000	100
02	05/12/0,5	5	12	0,5	2400	12000	2400	0,5	0,05	0,05	1000	1000	100
03	05/16/0,3	5	16	0,3	2400	12000	2400	0,3	0,03	0,03	750	750	75
04	05/16/0,5	5	16	0,5	2400	12000	2400	0,5	0,05	0,05	750	750	75
05	05/20/0,3	5	20	0,3	2400	12000	2400	0,3	0,03	0,03	600	600	60
06	05/20/0,5	5	20	0,5	2400	12000	2400	0,5	0,05	0,05	600	600	60
07	10/12/0,3	10	12	0,3	1200	12000	1200	0,3	0,03	0,03	1000	1000	100
08	10/12/0,5	10	12	0,5	1200	12000	1200	0,5	0,05	0,05	1000	1000	100
09	10/16/0,3	10	16	0,3	1200	12000	1200	0,3	0,03	0,03	750	750	75
10	10/16/0,5	10	16	0,5	1200	12000	1200	0,5	0,05	0,05	750	750	75
11	10/20/0,3	10	20	0,3	1200	12000	1200	0,3	0,03	0,03	600	600	60
12	10/20/0,5	10	20	0,5	1200	12000	1200	0,5	0,05	0,05	600	600	60
13	15/12/0,3	15	12	0,3	800	12000	800	0,3	0,03	0,03	1000	1000	100
14	15/12/0,5	15	12	0,5	800	12000	800	0,5	0,05	0,05	1000	1000	100
15	15/16/0,3	15	16	0,3	800	12000	800	0,3	0,03	0,03	750	750	75
16	15/16/0,5	15	16	0,5	800	12000	800	0,5	0,05	0,05	750	750	75
17	15/20/0,3	15	20	0,3	800	12000	800	0,3	0,03	0,03	600	600	60
18	15/20/0,5	15	20	0,5	800	12000	800	0,5	0,05	0,05	600	600	60
19	20/12/0,3	20	12	0,3	600	12000	600	0,3	0,03	0,03	1000	1000	100
20	20/12/0,5	20	12	0,5	600	12000	600	0,5	0,05	0,05	1000	1000	100
21	20/16/0,3	20	16	0,3	600	12000	600	0,3	0,03	0,03	750	750	75
22	20/16/0,5	20	16	0,5	600	12000	600	0,5	0,05	0,05	750	750	75
23	20/20/0,3	20	20	0,3	600	12000	600	0,3	0,03	0,03	600	600	60
24	20/20/0,5	20	20	0,5	600	12000	600	0,5	0,05	0,05	600	600	60
25	25/12/0,3	25	12	0,3	480	12000	480	0,3	0,03	0,03	1000	1000	100
26	25/12/0,5	25	12	0,5	480	12000	480	0,5	0,05	0,05	1000	1000	100
27	25/16/0,3	25	16	0,3	480	12000	480	0,3	0,03	0,03	750	750	75
28	25/16/0,5	25	16	0,5	480	12000	480	0,5	0,05	0,05	750	750	75
29	25/20/0,3	25	20	0,3	480	12000	480	0,3	0,03	0,03	600	600	60
30	25/20/0,5	25	20	0,5	480	12000	480	0,5	0,05	0,05	600	600	60
31	30/12/0,3	30	12	0,3	400	12000	400	0,3	0,03	0,03	1000	1000	100
32	30/12/0,5	30	12	0,5	400	12000	400	0,5	0,05	0,05	1000	1000	100
33	30/16/0,3	30	16	0,3	400	12000	400	0,3	0,03	0,03	750	750	75
34	30/16/0,5	30	16	0,5	400	12000	400	0,5	0,05	0,05	750	750	75
35	30/20/0,3	30	20	0,3	400	12000	400	0,3	0,03	0,03	600	600	60
36	30/20/0,5	30	20	0,5	400	12000	400	0,5	0,05	0,05	600	600	60

TABLA DE MADERAS DEFINIDAS POR INDICES ELÁSTICOS PARA MODELO B.

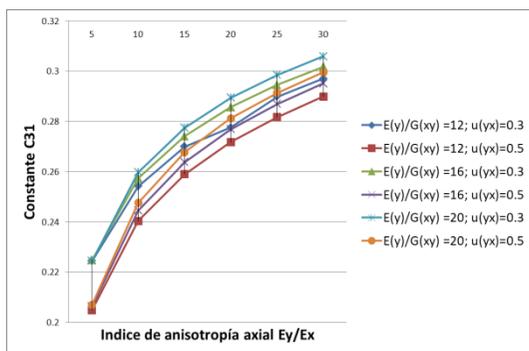
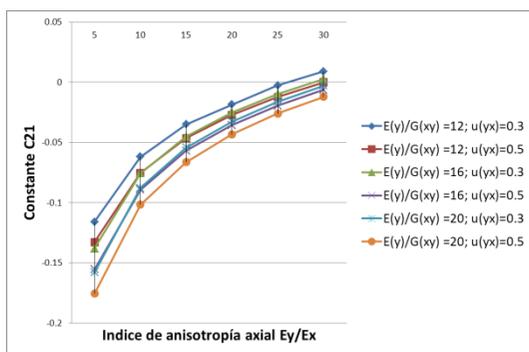
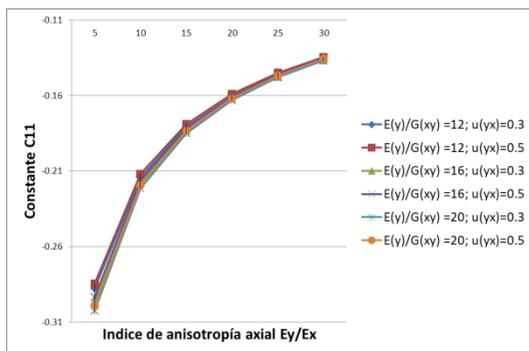
Se adjuntan los valores de las nueve constantes elásticas por las que se modela cada material en el programa ANSYS. En gris, los valores que no entran en cálculo.

3.b. Resultados

id	material	$E_L/E_{(TR)}$ E_y/E_x	$E_{(L)}/G_{L(TR)}$ E_y/G_{xy}	$\nu_{L(TR)}$ ν_{yx}	C_{11}	C_{21}	C_{31}	C_{22}	C_{13}	C_{23}	C_{33}
01	05/12/0,3	5	12	0,3	-0.288	-0.116	0.224	-0.857	0.131	-0.293	-0.827
02	05/12/0,5	5	12	0,5	-0.285	-0.133	0.205	-0.830	0.110	-0.293	-0.818
03	05/16/0,3	5	16	0,3	-0.297	-0.138	0.225	-0.936	0.119	-0.347	-0.912
04	05/16/0,5	5	16	0,5	-0.294	-0.155	0.206	-0.911	0.098	-0.348	-0.905
05	05/20/0,3	5	20	0,3	-0.303	-0.158	0.225	-1.009	0.110	-0.395	-0.981
06	05/20/0,5	5	20	0,5	-0.300	-0.176	0.207	-0.985	0.089	-0.398	-0.974
07	10/12/0,3	10	12	0,3	-0.214	-0.062	0.254	-0.862	0.131	-0.299	-0.878
08	10/12/0,5	10	12	0,5	-0.212	-0.075	0.240	-0.843	0.115	-0.295	-0.869
09	10/16/0,3	10	16	0,3	-0.218	-0.076	0.257	-0.927	0.120	-0.349	-0.979
10	10/16/0,5	10	16	0,5	-0.216	-0.089	0.244	-0.909	0.104	-0.346	-0.972
11	10/20/0,3	10	20	0,3	-0.221	-0.088	0.260	-0.988	0.111	-0.394	-1.065
12	10/20/0,5	10	20	0,5	-0.219	-0.102	0.248	-0.971	0.096	-0.392	-1.059
13	15/12/0,3	15	12	0,3	-0.181	-0.035	0.270	-0.884	0.128	-0.312	-0.899
14	15/12/0,5	15	12	0,5	-0.179	-0.046	0.259	-0.869	0.115	-0.307	-0.891
15	15/16/0,3	15	16	0,3	-0.183	-0.045	0.274	-0.942	0.118	-0.358	-1.004
16	15/16/0,5	15	16	0,5	-0.182	-0.057	0.264	-0.927	0.105	-0.354	-0.997
17	15/20/0,3	15	20	0,3	-0.185	-0.054	0.277	-0.996	0.110	-0.401	-1.096
18	15/20/0,5	15	20	0,5	-0.183	-0.066	0.268	-0.982	0.097	-0.397	-1.090
19	20/12/0,3	20	12	0,3	-0.160	-0.018	0.278	-0.909	0.125	-0.327	-0.911
20	20/12/0,5	20	12	0,5	-0.159	-0.027	0.272	-0.896	0.113	-0.322	-0.904
21	20/16/0,3	20	16	0,3	-0.162	-0.025	0.286	-0.961	0.116	-0.370	-1.016
22	20/16/0,5	20	16	0,5	-0.161	-0.036	0.277	-0.949	0.104	-0.365	-1.010
23	20/20/0,3	20	20	0,3	-0.163	-0.032	0.289	-1.012	0.108	-0.411	-1.110
24	20/20/0,5	20	20	0,5	-0.162	-0.043	0.281	-1.000	0.097	-0.406	-1.105
25	25/12/0,3	25	12	0,3	-0.146	-0.003	0.290	-0.932	0.122	-0.343	-0.921
26	25/12/0,5	25	12	0,5	-0.145	-0.012	0.282	-0.921	0.111	-0.337	-0.914
27	25/16/0,3	25	16	0,3	-0.147	-0.010	0.295	-0.982	0.114	-0.384	-1.025
28	25/16/0,5	25	16	0,5	-0.146	-0.019	0.287	-0.971	0.102	-0.378	-1.019
29	25/20/0,3	25	20	0,3	-0.148	-0.016	0.298	-1.029	0.106	-0.422	-1.119
30	25/20/0,5	25	20	0,5	-0.147	-0.026	0.291	-1.019	0.096	-0.417	-1.113
31	30/12/0,3	30	12	0,3	-0.136	0.009	0.297	-0.961	0.119	-0.359	-0.929
32	30/12/0,5	30	12	0,5	-0.134	0.000	0.290	-0.944	0.109	-0.353	-0.922
33	30/16/0,3	30	16	0,3	-0.136	0.003	0.302	-1.001	0.111	-0.397	-1.031
34	30/16/0,5	30	16	0,5	-0.135	-0.006	0.295	-0.992	0.101	-0.392	-1.025
35	30/20/0,3	30	20	0,3	-0.137	-0.003	0.306	-1.046	0.104	-0.434	-1.124
36	30/20/0,5	30	20	0,5	-0.136	-0.012	0.300	-1.037	0.094	-0.429	-1.119

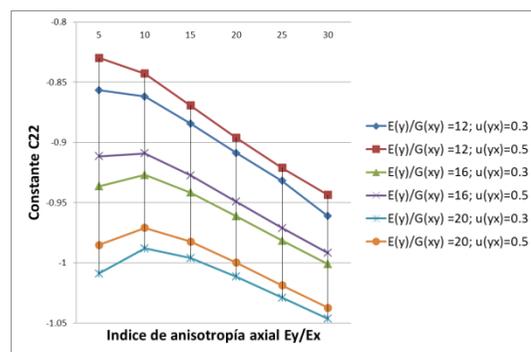
TABLA DE CONSTANTES DE CONFORMIDAD PARA ENSAYO HOLE-DRILLING.
FORMULACIÓN DE SCHAJER. PARA GEOMETRÍA DEFINIDA EN MODELO B

3.c. Análisis de resultados



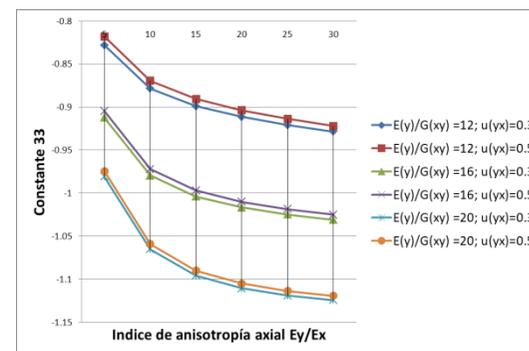
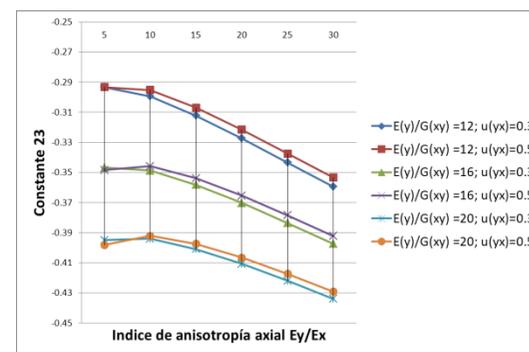
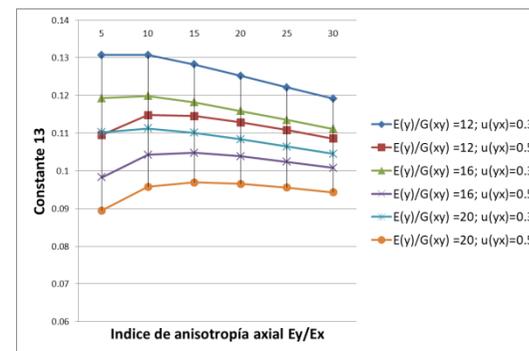
Se puede constatar la influencia de cada parámetro (índices de anisotropía y Poisson) en cada constante, con la ayuda de las siguientes tablas. Con respecto a la anisotropía axial, cabe destacar la no linealidad de los resultados, que se acentúa en sus valores inferiores.

Es interesante subrayar la escasa relevancia que los valores de anisotropía axial-transversal y Poisson toman para la constante C_{11} , que es la que se ha obtenido en el medidor 1, colocado en el eje de mayor módulo de elasticidad, y con tensión paralela al mismo.

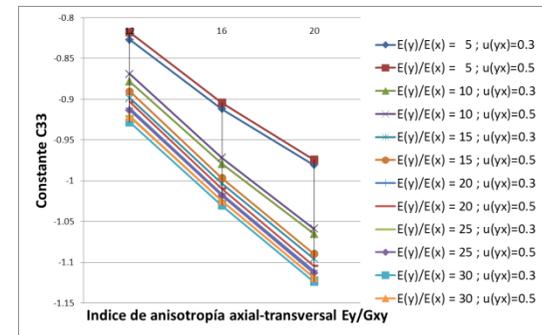
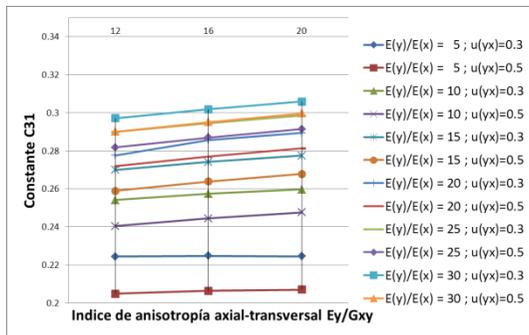
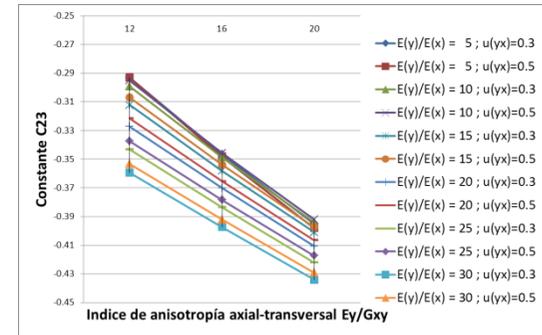
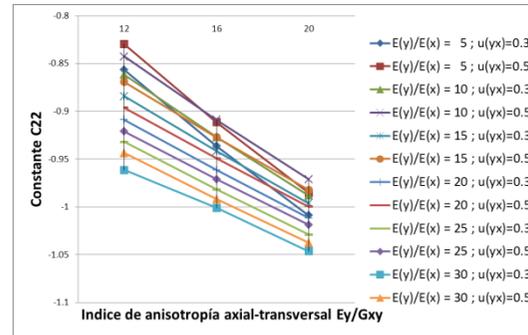
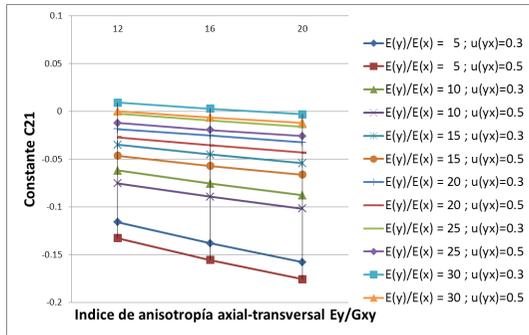
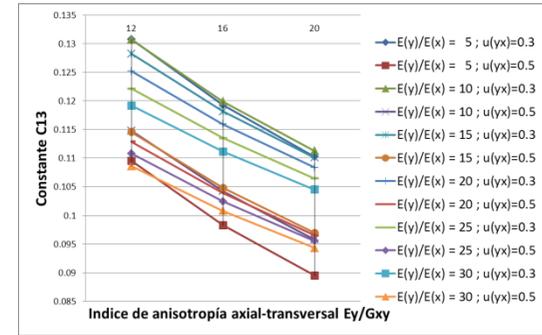
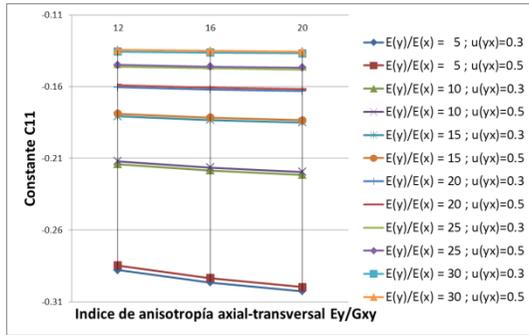


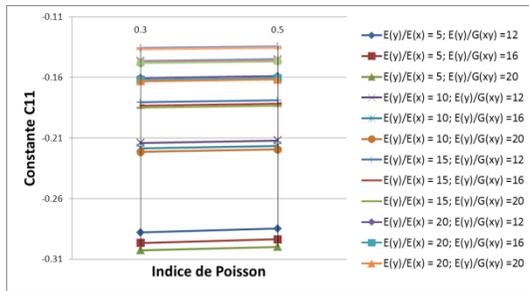
Asimismo, resulta muy claro la menor trascendencia de los índices de Poisson para las constantes C_{22} , C_{23} y C_{33} con respecto a la anisotropía axial-transversal: las curvas que definen materiales con diferentes índices de Poisson tienen un trazado muy similar si el resto de las variables son iguales.

Por el contrario, para la constante C_{13} , el valor de Poisson adquiere relevancia.

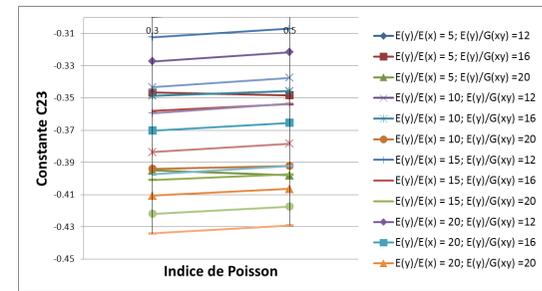
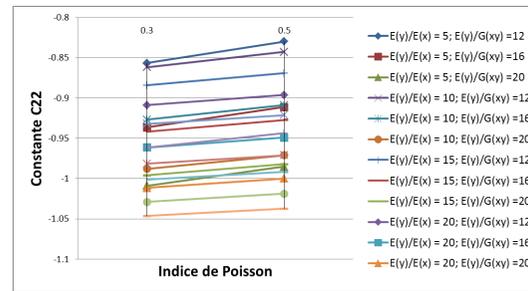
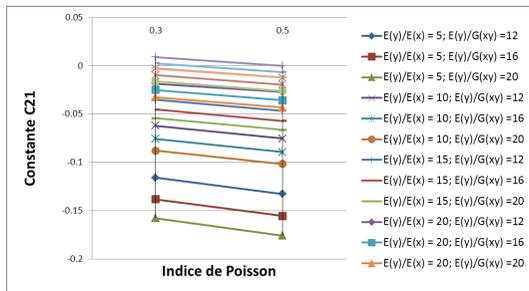
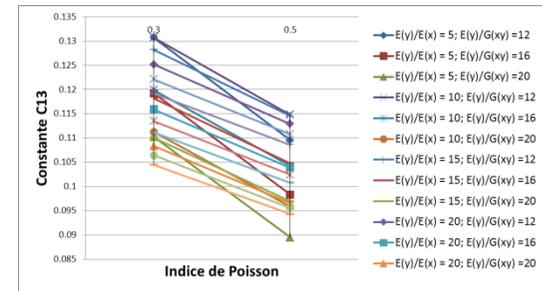


En las tablas que relacionan las constantes con los valores definidos como índices de anisotropía axial-transversal, se aprecia como este valor resulta más notorio para las constantes C_{22} , C_{13} , C_{23} y C_{33} . Para las constantes C_{11} y C_{21} es prácticamente irrelevante para las maderas más anisótropas axialmente, tendencia que se invierte en la constante C_{31} , para la que son las maderas menos anisótropas axialmente las más constantes.

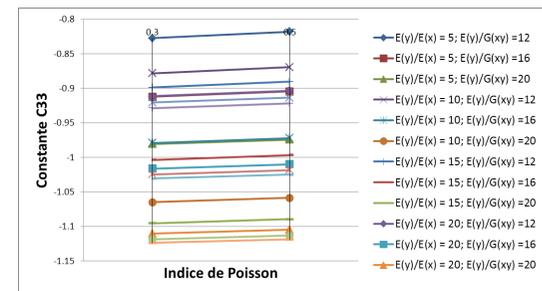
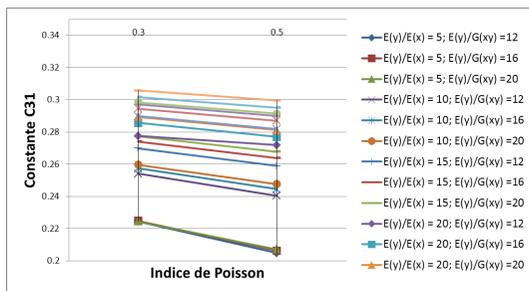


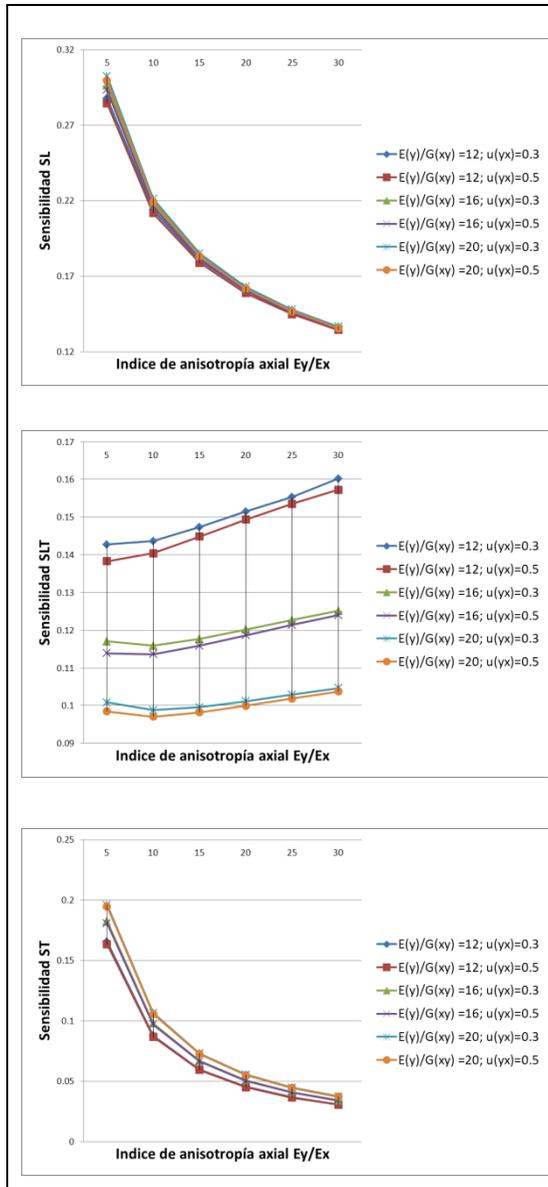


Con respecto a la influencia del índice de Poisson en las constantes de calibración, las tablas adjuntas reflejan la escasa relevancia del mismo en las constantes C_{11} y C_{33} , constantes que derivan de medidores paralelos a la tensión inicial inducida.



Por el contrario, adquiere notabilidad en las constantes deducidas a partir de extensómetros no paralelos a esta tensión inicial, principalmente en el caso de la constante C_{13} , sobre todo en maderas con bajo índice de anisotropía axial.





Otro aspecto a destacar es la variación de la sensibilidad de las diferentes maderas siguiendo las definiciones planteadas por Pagliaro y Zucarello (op.cit.).

La sensibilidad S_L a las tensiones de servicio longitudinales, según la fórmula (10), depende básicamente de la relación E_y/E_x , y es mayor cuanto menos anisótropa axialmente es la madera. La relación es directa con el índice de anisotropía axial-transversal, e inversa con el índice de Poisson. Las mayores sensibilidades longitudinales las encontramos en el caso de maderas de frondosas en corte radial.

Para la sensibilidad S_T a las tensiones de servicio transversales, según la fórmula (11), el índice de Poisson es despreciable, y la relación es inversa con el índice de anisotropía axial, y directa con el índice de anisotropía axial-transversal.

Con respecto a la sensibilidad S_{LT} , referida a las tensiones de cizalla, según la fórmula (12), se puede constatar que aumenta con la anisotropía axial, y disminuye con la anisotropía axial-transversal y Poisson.

A modo de comprobación, y para cuantificar la desviación de los valores de las constantes de conformidad obtenidas a partir de la tabla anterior, se ha modelado el material ensayado por Maite Crespo de Antonio. Sus ensayos en *pino radiata* determinaron un módulo de elasticidad longitudinal medio de 9.535 Mpa, y un

módulo de elasticidad transversal medio de 398 Mpa para las probetas en las que realizó el hole_drilling.

Sin ensayos que determinen el resto de propiedades elásticas, se ha tomado como módulo de elasticidad transversal, o de rigidez, el valor estimativo definido en la norma UNE-EN 384:2010, como la dieciseisava parte del módulo de elasticidad longitudinal. Para el índice de Poisson, se ha tomado un valor $\nu_{yx} = 0.4$.

Se ha modelado, por lo tanto, con estas constantes elásticas:

$$\begin{array}{lll}
 E_x = 398 & E_y = 9535 & E_z = 398 \\
 \nu_{yx} = 0.4 & \nu_{zy} = 0.04 & \nu_{zx} = 0.04 \\
 G_{xy} = 596 & G_{yz} = 596 & G_{xz} = 60
 \end{array}$$

Para estos valores, las constantes de calibración halladas mediante cálculo directo por elementos finitos son:

$$\begin{array}{ll}
 C_{11} = -0.1493 & C_{13} = 0.1084 \\
 C_{21} = -0.0176 & C_{22} = -0.9720 \quad C_{23} = -0.3781 \\
 C_{31} = 0.2889 & C_{33} = -1.0200
 \end{array}$$

Y las constantes halladas por interpolación lineal a partir de las tablas son:

$$\begin{array}{ll}
 C_{11} = -0.1497 & C_{13} = 0.1084 \\
 C_{21} = -0.0179 & C_{22} = -0.9719 \quad C_{23} = -0.3782 \\
 C_{31} = 0.2888 & C_{33} = -1.0199
 \end{array}$$

La proximidad entre estos valores reafirma la validez en cuanto a operatividad del uso de las tablas para la obtención de las constantes de conformidad, por las pequeñas desviaciones constatadas.

Del mismo modo, a partir de la anterior tabla, se pueden determinar los valores que toman estas constantes de calibración para frondosas y coníferas, según la determinación de los valores característicos de las propiedades mecánicas definidos en la norma UNE-EN 384:2010, para índices de Poisson variables entre 0.3 y 0.5.

FRONDOSAS según UNE EN 384: 2010			
$E_0/E_{90} =$	15	$E_0/G =$	16
$u =$			0.3
$C_{11} =$	-0.183	$C_{13} =$	0.118
$C_{21} =$	-0.045	$C_{22} =$	-0.942
$C_{31} =$	0.274	$C_{23} =$	-0.358
		$C_{33} =$	-1.004
$E_0/E_{90} =$	15	$E_0/G =$	16
$u =$			0.5
$C_{11} =$	-0.182	$C_{13} =$	0.105
$C_{21} =$	-0.057	$C_{22} =$	-0.927
$C_{31} =$	0.264	$C_{23} =$	-0.354
		$C_{33} =$	-0.997

CONIFERAS según UNE EN 384: 2010			
$E_0/E_{90} =$	30	$E_0/G =$	16
$u =$			0.3
$C_{11} =$	-0.136	$C_{13} =$	0.111
$C_{21} =$	0.003	$C_{22} =$	-1.001
$C_{31} =$	0.302	$C_{23} =$	-0.397
		$C_{33} =$	-1.031
$E_0/E_{90} =$	30	$E_0/G =$	16
$u =$			0.5
$C_{11} =$	-0.135	$C_{13} =$	0.101
$C_{21} =$	-0.006	$C_{22} =$	-0.992
$C_{31} =$	0.295	$C_{23} =$	-0.392
		$C_{33} =$	-1.025

Otro aspecto a considerar es el corte de la madera. Por ser el método de "hole drilling" un método superficial, el corte de la madera puede ser importante, pues dependiendo de que el corte sea tangencial o radial, las características elásticas son diferentes. Para evaluar la trascendencia del tipo de corte de la pieza en un ensayo "hole drilling", se han comparado las constantes halladas para los valores medios sugeridos para frondosas y coníferas por Guitard y El Amri,(1987) mediante interpolación lineal a partir de la anterior tabla; para corte tangencial -plano LT-, y para corte radial -plano LR-, suponiendo una nula intervención de la componente complementaria, con planos de corte puros.

Se aprecian diferencias importantes tanto en frondosas como en coníferas, siendo en ambos casos la constante C_{21} la más afectada, a nivel teórico, por el corte de la madera.

FRONDOSAS		Valores medios sugeridos Guitard y El Amri,1987	
Corte tangencial			
E_L/E_T	14	E_L/G_{LT}	14.8
u_{LT}			0.46
$C_{11} =$	-0.188	$C_{13} =$	0.110
$C_{21} =$	-0.058	$C_{22} =$	-0.909
$C_{31} =$	0.260	$C_{23} =$	-0.339
		$C_{33} =$	-0.962
Corte radial			
E_L/E_R	8	E_L/G_{LR}	11.4
u_{LR}			0.39
$C_{11} =$	-0.242	$C_{13} =$	0.124
$C_{21} =$	-0.088	$C_{22} =$	-0.840
$C_{31} =$	0.235	$C_{23} =$	-0.289
		$C_{33} =$	-0.841
Desviación			
C_{11}	77.79%	C_{13}	89.03%
C_{21}	65.59%	C_{22}	108.13%
C_{31}	110.89%	C_{23}	117.19%
		C_{33}	114.28%

CONIFERAS		Valores medios sugeridos Guitard y El Amri,1987	
Corte tangencial			
E_L/E_T	20.6	E_L/G_{LT}	17.6
u_{LT}			0.43
$C_{11} =$	-0.160	$C_{13} =$	0.105
$C_{21} =$	-0.033	$C_{22} =$	-0.976
$C_{31} =$	0.283	$C_{23} =$	-0.385
		$C_{33} =$	-1.051
Corte radial			
E_L/E_R	13.1	E_L/G_{LR}	15.2
u_{LR}			0.39
$C_{11} =$	-0.198	$C_{13} =$	0.106
$C_{21} =$	-0.071	$C_{22} =$	-0.975
$C_{31} =$	0.265	$C_{23} =$	-0.388
		$C_{33} =$	-1.063
Desviación			
C_{11}	80.83%	C_{13}	99.12%
C_{21}	46.64%	C_{22}	100.13%
C_{31}	106.59%	C_{23}	99.17%
		C_{33}	98.84%

IV. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

IV.A. Conclusiones

En el presente trabajo, el método hole-drilling se ha simulado por Elementos Finitos, buscando las constantes de conformidad que permitan la aplicación del método en estructuras de madera en servicio. Se ha trabajado en régimen elástico y con tensiones constantes, considerando la ortotropía de la madera y la viabilidad de la geometría del método para su aplicación en madera.

El análisis con programas de elementos finitos proporciona otros datos además de los estrictamente necesarios para el cálculo de las constantes de conformidad. Esto permite ir comprobando que no hay errores, ya que se pueden ir verificando valores sencillos de obtener por cálculo matemático, tales como la relación entre desplazamientos longitudinales y transversales, que ha de corresponder con el índice de anisotropía axial, o los puntos en los que tensiones o desplazamientos han de ser nulos.

Los resultados se han comparado con los resultados analíticos disponibles. La convergencia de los resultados muestra la fiabilidad del proceso de modelado presentado en este estudio. La ventaja del método presentado en esta investigación es su versatilidad: introducir materiales diferentes a través de sus constantes

elásticas, o establecer nuevas geometrías de taladro o medición son procesos sencillos que permiten abarcar un amplio abanico de variables, a partir de las cuales es posible establecer conclusiones.

La elección de una geometría, tanto de taladro como de medición, ajustada a las particularidades de la madera y al mercado actual de galgas extensiométricas, ensayada desde la ETSA de Universidad del País Vasco, permite utilizar realmente los resultados presentados para las constantes de calibración de estructuras lógicas en servicio.

Los materiales que se han analizado a través de sus relaciones elásticas, abarcan un amplio espectro de maderas estructurales cuyas constantes de conformidad se pueden deducir por interpolación lineal.

Con estas constantes, la obtención de las tensiones de servicio a partir de las elongaciones determinadas por medición tras realizar el ensayo hole-drilling, se resuelve mediante una sencilla operación matemática.

En estructuras de madera, para piezas sometidas a tensión uniforme, lo habitual es que las tensiones principales se orienten en la dirección longitudinal de la pieza, aunque en piezas singulares, tales como zapatas, las tensiones principales tomen una dirección transversal. El caso general corresponde a pilares o tirantes, elementos estructurales sometidos principalmente a

carga axial, aunque en el caso de los tirantes el peso propio de los mismos introduzca tensiones secundarias no uniformes. Para este caso general, las constantes de conformidad que adquieren mayor relevancia son C_{11} , C_{21} , C_{31} . Para la definición de estas constantes, el valor que toma más importancia es el índice de anisotropía axial, siendo menos determinantes la anisotropía axial transversal y el coeficiente de Poisson. Teniendo en cuenta que son menos habituales los ensayos encaminados a la definición de estas constantes elásticas que los que establecen los módulos de elasticidad axial, se constata que los errores que se pueden arrastrar por establecer a partir de formulaciones generales el índice de anisotropía axial-transversal o a partir de tablas el coeficiente de Poisson, son inferiores para el caso de tensiones paralelas a la fibra, que es el caso habitual, que para tensiones perpendiculares.

IV.B. Líneas futuras

Con la herramienta de elementos finitos, se puede ampliar los casos desarrollados en el presente trabajo en dos vertientes diferentes, además del modelado en tres dimensiones, para verificar la idoneidad de la profundidad de taladro, que constituye el punto actual de la investigación.

Por un lado, introducir la tensión no uniforme en madera, en este caso principalmente vigas a flexión. En un primer acercamiento al problema, se podría modelar una viga trabajando a flexión y simular el taladro en la cara traccionada de la misma. Buscando una tensión superficial lo más uniforme posible, habría que descartar las caras laterales, y normalmente, en estructuras de madera, las vigas trabajan biapoyadas, y la cara comprimida suele tener un acceso restringido. Constatar las desviaciones producidas respecto a la tensión realmente uniforme cerraría este capítulo. En un análisis más pormenorizado, se podría simular el taladro por fases, como se analizan actualmente las tensiones no uniformes en materiales isótropos. Para este análisis, sería interesante incorporar el comportamiento elastoplástico del material, para acercarse en lo posible al comportamiento real de piezas de madera trabajando a flexión.

Otro aspecto sería la aplicación del método en nuevos materiales, tales como los microlaminados o contralaminados de madera. Es de prever, por el carácter superficial del método hole-drilling, que la

madera laminada se comporte de forma similar a la madera maciza, al menos en uno de los planos, ya que los laminados se realizan habitualmente a partir de piezas de 3 o 4 cm, sin cambiar la dirección de los elementos conformantes, y el taladro no perforaría más de una lámina. En microlaminados o contralaminados, se va cambiando la dirección de las láminas, por lo que sus características elásticas son diferentes a la de la madera maciza.

El paso siguiente al análisis mediante elementos finitos ha de ser necesariamente la comparación entre resultados de ensayos y resultados analíticos. Con los test realizados por la arquitecta doctoranda Maite Crespo de Antonio, desde la ETSA de la Universidad del País Vasco, se podrán establecer paralelismos y discrepancias.

Con carácter más general y desde una nueva perspectiva, se plantea un nuevo uso del método de hole-drilling: conocidas las tensiones a las que está sometida una pieza de madera, y las elongaciones medidas en los extensómetros, deducir matemáticamente las constantes elásticas de la madera podría ser útil para la caracterización de la misma.

V. ANEXO

Se adjunta la transcripción del archivo log⁴ correspondiente al modelo B, para el material 25 en su caso 1, como ejemplo de modelización.

```
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
KEYW,PR_CFD,0
/GO
/PREP7
ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,6,0
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,480
MPDATA,EY,1,,12000
MPDATA,EZ,1,,480
MPDATA,NUXY,1,,0.3
MPDATA,NUYZ,1,,0.03
MPDATA,NUXZ,1,,0.03
MPDATA,GXY,1,,1000
MPDATA,GYZ,1,,1000
MPDATA,GXZ,1,,100
MPTEMP,,,,,,,,
```

⁴ Los archivos log son archivos creados por Ansys para cada sesión. Contienen todas las órdenes dadas por el usuario, y al ser archivos de texto ASCII pueden leerse, modificarse y ejecutarse, sirviendo como copia de seguridad.

```
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,480
MPDATA,EY,2,,12000
MPDATA,EZ,2,,480
MPDATA,NUXY,2,,0.3
MPDATA,NUYZ,2,,0.03
MPDATA,NUXZ,2,,0.03
MPDATA,GXY,2,,1000
MPDATA,GYZ,2,,1000
MPDATA,GXZ,2,,100
K,-50,0,,
K,-50,-50,,
K,-50,50,,
K,0,50,,
K,0,0,,
K,0,-50,,
K,50,-50,,
K,50,50,,
K,50,0,,
BLC5,0,20,4.9,10
CSYS,1
FLST,3,1,5,ORDE,1
FITEM,3,1
AGEN,8,P51X,, ,45, , ,0
CYL4, , ,9
CYL4, , ,20
CYL4, , ,30
CSYS,0
FLST,2,3,3
FITEM,2,3
FITEM,2,5
FITEM,2,4
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,5
FITEM,2,4
FITEM,2,8
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,5
FITEM,2,8
```

```
FITEM,2,9
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,5
FITEM,2,9
FITEM,2,7
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,5
FITEM,2,7
FITEM,2,6
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,5
FITEM,2,6
FITEM,2,2
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,2
FITEM,2,5
FITEM,2,1
A,P51X
FLST,2,3,3
FITEM,2,1
FITEM,2,5
FITEM,2,3
A,P51X
FLST,2,20,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-20
AOVLAP,P51X
FLST,5,8,5,ORDE,2
FITEM,5,21
FITEM,5,-28
CM,_Y,AREA
ASEL, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
```

```

CMDELE,_Y1
FLST,2,48,5,ORDE,4
FITEM,2,37
FITEM,2,-68
FITEM,2,77
FITEM,2,-92
AESIZE,P51X,0.25,
FLST,2,8,5,ORDE,2
FITEM,2,21
FITEM,2,-28
AESIZE,P51X,0.4,
FLST,2,8,5,ORDE,2
FITEM,2,69
FITEM,2,-76
AESIZE,P51X,0.8,
FLST,2,8,5,ORDE,2
FITEM,2,29
FITEM,2,-36
AESIZE,P51X,1.5,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,32,5,ORDE,2
FITEM,5,37
FITEM,5,-68
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FLST,2,48,5,ORDE,4
FITEM,2,37
FITEM,2,-68
FITEM,2,77
FITEM,2,-92
AESIZE,P51X,.4,
FLST,5,32,5,ORDE,2
FITEM,5,37
FITEM,5,-68

```

```

CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
ACLEAR,_Y1
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
MSHAPE,1,2D
MSHKEY,0
FLST,5,40,5,ORDE,4
FITEM,5,21
FITEM,5,-36
FITEM,5,69
FITEM,5,-92
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FLST,2,8,5,ORDE,2
FITEM,2,29
FITEM,2,-36
AESIZE,P51X,1.2,
FLST,5,8,5,ORDE,2
FITEM,5,29
FITEM,5,-36
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
ACLEAR,_Y1
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1

```

```

CMDELE,_Y2
FINISH
/SOL
ANTYPE,0
esel,all
nropt,full
SOLVE
ESEL,S,MAT,,2
ekill,all
esel,all
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,LAST

```

VI. BIBLIOGRAFÍA

ANSYS - DesignModeler User Guide, 2010
<https://www.yumpu.com/en/document/view/7800150/designmodeler-user-guide-ansys>

ANSYS - Mechanical APDL Advanced Analysis Techniques Guide, 2011
<https://www.yumpu.com/en/document/view/7799750/mechanical-apdl-advanced-analysis-techniques-guide-ansys>

ANSYS - Mechanical APDL Command Reference, 2011
<https://www.yumpu.com/en/document/view/7801148/mechanical-apdl-command-reference-customer-portal-ansys>

ANSYS - Mechanical APDL Element Reference, 2010
<https://www.yumpu.com/en/document/view/21563900/mechanical-apdl-element-reference-ansys-teamansys-v2->

ANSYS - Mechanical APDL Material Reference, 2011
<https://www.yumpu.com/en/document/view/7801539/mechanical-apdl-material-reference-ansys>

ANSYS - Mechanical APDL Structural Analysis Guide, 2010
<https://www.yumpu.com/en/document/view/5683184/mechanical-apdl-structural-analysis-guide-ansys>

ANSYS - Mechanical APDL Tutorials, 2010
<https://www.yumpu.com/en/document/view/7358459/mechanical-apdl-tutorials-ansys>

ANSYS - Modeling and Meshing Guide, 2009
<https://www.yumpu.com/en/document/view/10636078/modeling-and-meshing-guide-ansys>

ASTM E837 – 13a, "Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method" ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013, www.astm.org.

AJOVALASIT, Augusto. Review of Some Development of the Hole Drilling Method. *En Applied Stress Analysis*. Springer Netherlands, 1990. p. 60-71.

AJOVALASIT, AUGUSTO. Advances in strain gauge measurement on composite materials. *Strain*, 2011, vol. 47, no 4, p. 313-325.

ARGÜELLES, Ramón, et al. Estructuras de madera. Bases de cálculo. AITIM, Madrid, 2013.

AOH, Jong-Ning; WEI, Chung-Sheng. On the Improvement of Calibration Coefficients for Hole-drilling Integral Method: Part II— Experimental Validation of Calibration Coefficients. *Journal of engineering materials and technology*, 2003, vol. 125, no 2, p. 107-115.

BALDI, Antonio. Full Field Methods and Residual Stress Analysis in Orthotropic Material. I Linear Approach. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol. 44, no. 25, pp. 8229-8243.

BALDI, Antonio. Full Field Methods and Residual Stress Analysis in Orthotropic Material. II: Nonlinear Approach. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol. 44, no. 25, pp. 8244-8258.

BATHGATE, R. G. Measurement of non-uniform bi-axial residual stresses by the hole drilling method. *Strain*, 1968, vol. 4, no 2, p. 20-29.

BERBINAU, P.; FILIOU, C. and SOUTIS, C. Stress and Failure Analysis of Composite Laminates with an Inclusion Under Multiaxial Compression-Tension Loading. *Applied Composite Materials*, 2001, vol. 8, no. 5, pp. 307-326.

BERT, Charles W.; and THOMPSON, Gary L. A Method for Measuring Planar Residual Stresses in Rectangularly Orthotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, 1968, vol. 2, no. 2, pp. 244-253.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. Mechanics of Wood Composites. Reprinted edition. 1993.

BRÉMAUD, Iris; GRIL, Joseph; THIBAUT, Bernard. Anisotropy of wood vibrational properties: dependence on grain angle and review of literature data. *Wood Science and Technology*, 2011, vol. 45, no 4, p. 735-754.

BUCUR, V.; and ARCHER, RR. Elastic Constants for Wood by an Ultrasonic Method. *Wood Science and Technology*, 1984, vol. 18, no. 4, pp. 255-265.

BUCUR, Voichita; and RASOLOFOSAON, Patrick NJ. Dynamic Elastic Anisotropy and Nonlinearity in Wood and Rock. *Ultrasonics*, 1998, vol. 36, no. 7, pp. 813-824.

CÁRDENAS-GARCÍA, J. F., et al. Non-Linear Least-Squares Solution to the Moiré Hole Method Problem in Orthotropic Materials. Part I: Residual Stresses. *Experimental Mechanics*, 2005, vol. 45, no. 4, pp. 301-313 SCOPUS. ISSN 00144851.

CÁRDENAS-GARCÍA, J. F., et al. Non-Linear Least-Squares Solution to the Moiré Hole Method Problem in Orthotropic Materials. Part II: Material Elastic Constants. *Experimental Mechanics*, 2005, vol. 45, no. 4, pp. 314-324 SCOPUS. ISSN 00144851.

DINI, J. W.; BENEDETTI, G. A.; JOHNSON, H. R. Residual stresses in thick electrodeposits of a nickel-cobalt alloy. *Experimental Mechanics*, 1976, vol. 16, no 2, p. 56-60.

FLAMAN, M. T.; MANNING, B. H. Determination of residual-stress variation with depth by the hole-drilling method. *Experimental mechanics*, 1985, vol. 25, no 3, p. 205-207.

FLAMAN, M. T.; BOAG, J. M. Comparison of residual-stress variation with depth-analysis techniques for the hole-drilling method. *Experimental Mechanics*, 1990, vol. 30, no 4, p. 352-355.

FOCHT, G.; SCHIFFNER, K. Determination of residual stresses by an optical correlative hole-drilling method. *Experimental mechanics*, 2003, vol. 43, no 1, p. 97-104.

GHASEMI, AG; and AKBARZADEH, M. Calibration Coefficients for Residual Stress Measurement in Composite Materials using Finite Element Method. *Am.J.Engg.& Applied Sci*, 2012, vol. 5, no. 1, pp. 25-28.

GREEN, David W.; WINANDY, Jerrold E. and KRETSCHMANN, David E. Mechanical Properties of Wood. *Wood Handbook: Wood as an Engineering Material*, 1999.

GUIARD, D.; EL AMRI, F. Modèles prévisionnels de comportement élastique tridimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. En *Annales des sciences forestières. EDP Sciences*, 1987. p. 335-358.

HARRISON, S. Kate. Comparison of Shear Modulus Test Methods. 2006. Tesis Doctoral. Virginia Polytechnic.

HOSSAIN, S.; TRUMAN, C. E.; SMITH, D. J. Finite element validation of the deep hole drilling method for measuring residual stresses. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2012, vol. 93, p. 29-41.

KABIRI, Majid. Toward more accurate residual-stress measurement by the hole-drilling method: analysis of relieved-strain coefficients. *Experimental Mechanics*, 1986, vol. 26, no 1, p. 14-21.

KELSEY, RA. Measuring Non-Uniform Residual Stresses by the Hole Drilling Method. *Proc Soc Exp Stress Anal*, 1956, vol. 14, pp. 181-194.

LEKHNITSKII, S. G. Anisotropic Plates, 1968.

LEKHNITSKII, SG. Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body. Holden-Day, 1963.

LOMBILLO, I., et al. Mechanical Characterization of Rubble Stone Masonry Walls using Non and Minor Destructive Tests. *Construction and Building Materials*, 2013, vol. 43, pp. 266-277.

LOMBILLO, I.; and VILLEGAS, L. Campaña Experimental Cuasi-no Destructiva Desarrollada En Elementos Estructurales De Fábrica: Ensayos in Situ y En Laboratorio.

MASCIA, Nilson Tadeu; and LAHR, Francisco Antônio Rocco. Remarks on Orthotropic Elastic Models Applied to Wood. *Materials Research*, 2006, vol. 9, no. 3, pp. 301-310.

MATHAR, JOSEF. Determination of Initial Stresses by Measuring the Deformation Around Drilled Holes. *Trans.ASME*, 1934, vol. 56, no. 4, pp. 249-254.

MORAIS, JL, et al. Mechanical Behaviour of Wood in the Orthotropic Directions. , 2001.

NELSON, D. V.; MAKINO, A.; SCHMIDT, T. Residual stress determination using hole drilling and 3D image correlation. *Experimental Mechanics*, 2006, vol. 46, no 1, p. 31-38.

PAGLIARO, P.; and ZUCCARELLO, B. Residual Stress Analysis of Orthotropic Materials by the through-Hole Drilling Method. *Experimental Mechanics*, 2007, vol. 47, no. 2, pp. 217-236.

PRASAD, CB; PRABHAKARAN, R.and TOMPKINS, S. Determination of Calibration Constants for the Hole-Drilling Residual Stress

Measurement Technique Applied to Orthotropic composites—Part I: Theoretical Considerations. *Composite Structures*, 1987, vol. 8, no. 2, pp. 105-118.

PRASAD, CB; PRABHAKARAN, R.and TOMPKINS, S. Determination of Calibration Constants for the Hole-Drilling Residual Stress Measurement Technique Applied to Orthotropic composites—Part II: Experimental Evaluations. *Composite Structures*, 1987, vol. 8, no. 3, pp. 165-172.

RENDLER, NJ; and VIGNESS, Irwin. Hole-Drilling Strain-Gage Method of Measuring Residual Stresses. *Experimental Mechanics*, 1966, vol. 6, no. 12, pp. 577-586.

SÁNCHEZ-BEITIA, Santiago; ZULUETA, A. and CALONGE, J. Barallo. El Método Donostia En Torno a Los 20 KP/CM². *Ingeniería Civil*, 2002, no. 125, pp. 113-124.

SÁNCHEZ-BEITIA, Santiago. Stresses Analysis at the Altes Museum of Berlin by Means of the Hole-Drilling Technique (Donostia Method). *Construction and Building Materials*, 2007, vol. 21, no. 8, pp. 1680-1687.

SÁNCHEZ-BEITIA, Santiago. Stress Analysis of the Piers of the Tarazona Cathedral (Zaragoza–Spain) by Means of the Hole-Drilling Technique. *Construction and Building Materials*, 2008, vol. 22, no. 5, pp. 966-971.

SÁNCHEZ-BEITIA, Santiago; and SCHUEREMANS, Luc. The Hole Drilling Technique for on Site Deduction of the Stresses States in Stone Masonry by using Eight Strain Gages. *Construction and Building Materials*, 2009, vol. 23, no. 5, pp. 2041-2046.

SÁNCHEZ-BEITIA, Santiago; SCHUEREMANS, Lucand VAN BALEN, Koenraad. On-Site Stress Measurement on the Piers of the Saint Jacobs Church in Leuven, Belgium. *International Journal of Architectural Heritage*, 2009, vol. 3, no. 2, pp. 110-125.

SANCHEZ-BEITIA, S., et al. The Hole Drilling Technique on Timber Structures: Previous Tests, 15 octubre 2012. STRUCTURAL ANALYSIS OF HISTORICAL CONSTRUCTIONS, VOLS 1-3. JASIENKO, J. ed., Wroclaw, POLAND 2012

SCHAJER, G. S. Application of finite element calculations to residual stress measurements. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1981, vol. 103, no 2, p. 157-163.

SCHAJER, G. S. Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling Method. *Journal of Engineering Materials and Technology* 1988, 110(4) Part I:338–343, Part II:344–349.

SCHAJER, G. S. Non-uniform residual stress measurements by the hole drilling method. *Strain*, 1992, vol. 28, no 1, p. 19-22.

SCHAJER, Gary S. Use of displacement data to calculate strain gauge response in non-uniform strain fields. *Strain*, 1993, vol. 29, no 1, p. 9-13.

SCHAJER, GS; and YANG, L. Residual-Stress Measurement in Orthotropic Materials using the Hole-Drilling Method. *Experimental Mechanics*, 1994, vol. 34, no. 4, pp. 324-333.

SMITH, CB. Effect of Elliptic Or Circular Holes on the Stress Distribution in Plates of Wood Or Plywood Considered as Orthotropic Materials., 1944. Revisado 1956.

SOETE, W.; and VANCROMBRUGGE, R. An Industrial Method for the Determination of Residual Stresses. *Proc SESA*, 1950, vol. 8, no. 1, pp. 17-28.

YANG, Guoyu, et al. The anisotropic Hooke's law for cancellous bone and wood. *Journal of Elasticity*, 1998, vol. 53, no 2, p. 125-146.

Wood handbook: wood as an engineering material. Forest Products Laboratory, 2010. KRETSCHMAN, D. E. Mechanical properties of Wood (5-1 a 5-3)