MODELO NEWSVENDOR PARA LA GESTIÓN EFICIENTE DEL EFECTIVO EN ATMS

De JULIA GARCÍA CABELLO (*)

Recibido 17/04/2013// Aceptado 16/06/2013// Publicado on line 17/06/2013

La Gestión Eficiente del Efectivo (GEE) es una de las mayores preocupaciones de las entidades bancarias. Así, todo programa de optimización de gestión de efectivo es un tema relevante: por ejemplo, la gestión del efectivo para ATMs de una entidad bancaria.

La autora desarrolla en este artículo un modelo GEE que predice la cantidad para introducir en el ATM de una entidad bancaria satisfaciendo la demanda de efectivo de los usuarios al tiempo que maximizando los beneficios esperados de la entidad. La obtención de dicho modelo se enmarca dentro de la Teoría del Inventario (clásico modelo Newsvendor). Con él se pretende impulsar el uso de modelos GEE por parte de de las entidades bancarias, dado el desfase desproporcionado entre cantidades introducidas en el ATM y dispensadas, lo que podría estar generando a las entidades bancarias cuantiosas pérdidas en costes de oportunidad.

Bank liquidity management has become one of the main concerns of a bank. Then, any programme of optimization of activities involving liquidity management are relevant issues: for instance, cash management in ATMs.

The author develops in this paper a EEM program (Efficient Effective Management) to decide the amount of money that will be placed in the ATM for both satisfying the customers uncertain demand and maximizing the bank companies expected profits . The procedure used to obtain the present EEM may be located under the Inventory Theory point of view (Newsvendor model). With the proposed EEM program, the author would like to stimulate the general use of such methods to prevent from the huge differences between the amount of cash charged into the ATMs and the real needs of cash of the ATMs users, what would provoke large losses for bank companies due to opportunity costs.

PALABRAS CLAVE: Gestión Eficiente del Efectivo, ATMs, programas GEE, modelo Newsvendor, maximización de beneficios.

CLASIFICACIÓN JEL: C02, E50, O32

(*)cabello@ugr.es
Dpto. de Matemática Aplicada, Facultad C.C.E.E. y Empresariales, Campus de Cartuja
Universidad de Granada, Granada 18071 (España) Teléfono: +34 958 249 031

1. INTRODUCCIÓN Y REVISIÓN DE LA LITERATURA EXISTENTE

Junto con el riesgo, la gestión de efectivo constituye una de las mayores razones que justifica la existencia de entidades bancarias en la teoría clásica de intermediación financiera (ver, por ejemplo, (Allen and Santomero 1998) o (Allen and Gale, 2004)). Durante la presente crisis económica y financiera, que comenzó en 2007, la liquidez de las entidades bancarias se ha convertido en un tema de vital trascendencia, lo que ha hecho que dichas entidades desarrollen múltiples programas para captar nuevos depósitos y retener los existentes (ver (Fecht, Nyborg y Rocholl, 2011) o (Loutskina, 2011)).

A pesar de la extensa literatura desarrollada sobre efectivo en entidades bancarias desde muy diversas perspectivas, es sorprendente la escasez de estudios que analicen la optimización de los recursos líquidos de las entidades bancarias mediante una posible recolocación del efectivo existente en los diversos productos/servicios a fin de optimizar su uso, comenzando por las propias sucursales bancarias. La excepción la constituye el trabajo de Pokutta y Schmaltz (Pokutta y Schmaltz, 2011) quienes estudian cómo mejorar el uso de los recursos líquidos bancarios a nivel de sucursales. Otros estudios, sin embargo, abordan el problema de la optimización de los recursos líquidos, no al nivel de las entidades bancarias, sino al nivel de Firmas, haciendo uso de Teoría del Inventario (Estocástico) para proponer diversos modelos de gestión de efectivo.

De entre estas aproximaciones, la más cercana a nuestros propósitos es la desarrollada en Ferstl y Weissensteiner (Ferstl y Weissensteiner, 2011), quienes abordan la gestión del efectivo de una Compañía a través de la minimización del valor condicionado en riesgo de la riqueza total. El instrumento empleado a tal efecto por Ferstl y Weissensteiner es la programación estocástica multifunción (SLP) en una propuesta donde la compañía puede escoger en cada paso del programa entre productos libres de riesgo (cash) y otras inversiones, de forma que el portafolio se equilibra en cada paso del programa. Otros autores como Castro (Castro, 2009) analizan este problema desde la óptica de la Investigación Operativa, definiendo programas estocásticos para mejorar la gestión del efectivo que introducen las entidades bancarias en sus ATMs. Si la literatura de optimización de efectivo al nivel de sucursales bancarias es escasa, la que debate la optimización del efectivo en la red de ATMs de las entidades bancarias es prácticamente inexistente a día de hoy.

Éste es el principal objetivo del presente artículo: desarrollar un programa de gestión eficiente de efectivo para ATMs basado en una oportuna generalización del clásico modelo Newsvendor, sobre el que volveremos posteriormente. Nuestra intención es contribuir a aumentar la muy escasa literatura en torno a la gestión de los activos líquidos que la entidad deposita diariamente en su red de ATMs a fin de cubrir una demanda incierta de cash por parte de los usuarios. El problema que se pretende solucionar no es baladí: si la entidad no deposita líquido suficiente en su red de ATMs, la demanda de los usuarios queda insatisfecha, en tanto que si el efectivo introducido en los ATMs es excesivo, la entidad generará pérdidas por costes de oportunidad, ya que el líquido excedente generaría beneficios si la entidad lo recolocara en otros productos bancarios que sí producen interés. Por otra parte, la necesidad de desarrollar programas de optimización para la gestión de efectivo en ATMs como el propuesto en el presente artículo no es una necesidad imaginaria: estudios empíricos realizados en entidades bancarias españolas revelan como práctica habitual por parte de las entidades bancarias la sobrecarga de efectivo en la red de ATMs, lo que podría estar generando cuantiosas pérdidas, ver (García Cabello, 2013b).

Como decimos, el buen funcionamiento de una terminal de ATM está basado en la decisión clave por parte de la entidad bancaria de determinar qué cantidad de efectivo debe cargarse en el ATM al principio de la jornada, a fin de que sea suficiente para cubrir las necesidades de los usuarios que así lo requieran. Actualmente, este problema es resuelto por parte de las entidades bancarias usando su archivo histórico de datos, lo que significa que la sucursal viene registrando en el tiempo dos parámetros y el resultado que producen: el tipo de día (día laborable o vacacional, día de principios de semana o día de fin de semana, etc.) así como la cantidad de efectivo que introdujo en el cajero tal día como ése, y el resultado producido: éxito o fracaso, dependiendo de si la cantidad que se introdujo en el ATM fue suficiente para cubrir las necesidades de los usuarios o, por el contrario, no lo fue. A la vista de este histórico de datos, la sucursal imita los días en los que la cantidad introducida en el ATM tuvo éxito.

Sin embargo, tal y como hemos mencionado, el uso de este método (histórico de datos) está causando un enorme desfase entre la cantidad que las entidades introducen en sus ATMs y las que realmente dispensan, como se muestra en (García Cabello, 2013b), lo que puede estar acarreando a las entidades elevadas pérdidas en costes de oportunidad. Por eso, como decimos, es acuciante el desarrollo de métodos de gestión eficiente de efectivo como el propuesto en el presente artículo, prácticamente ausentes en la literatura actual. A partir de ahora y a lo largo de todo este artículo, renombraremos estos programas de Gestión Eficiente de Efectivo como programas GEE (en inglés, EEM programs, Efficient Effective Management programs).

En esta dirección, esta misma autora desarrolló un método GEE en (García Cabello, 2013a), fundamentado en el tema clásico de la Transacción de Demanda de Dinero (Baumol, 1952), (Tobin, 1956) y (Álvarez y Lippi, 2009). De forma resumida, el problema de la Transacción de Demanda de Dinero consiste en la gestión de un inventario de distintos productos de efectivo de dinero, como si de dos cuentas bancarias distintas se tratase: una cuenta 1 que rinde beneficios periódicos y otra, dedicada a cubrir una serie de gastos periódicos, la cuenta 2 de modo que, para garantizar que los gastos que soporta la cuenta 2 son satisfechos, se precisa un trasvase de efectivo de una cuenta a la otra con cierta periodicidad, teniendo en cuenta que la cantidad transferida debe ser lo suficientemente grande como para cubrir los gastos programados, y lo suficientemente pequeña como para no ocasionar costes de oportunidad, derivados del hecho de dejar de producir intereses si el dinero en exceso que se ha trasvasado a la cuenta de gastos periódicos se hubiese mantenido en la cuenta que sí produce beneficios. Entonces, en (García Cabello, 2013a), la autora diseñó el método GEE minimizando los costes del proceso, en la línea de la Transacción de Demanda de Dinero. Una de las características de este método era su extrema sencillez, tanto en su concepción como en su facilidad para implementarse en las entidades bancarias. Éstas son características deseables para los métodos de gestión de efectivo, por lo que proponemos que sean éstas señas de identidad de un modelo GEE.

El presente artículo pretende abrir una nueva línea de investigación en el diseño de programas GEE de gestión eficiente de efectivo para ATMs, sugiriendo un nuevo método GEE basado en otro tema clásico como es el modelo Newsvendor. Como método GEE, entre las características del método propuesto en el presente artículo están la sencillez y la facilidad de implementación en las entidades, lo que conlleva un ahorro en costes extra de formación del personal y de implementación de nuevas tecnologías. De este modo la contribución del presente artículo se extenderá en tres direcciones: en primer lugar pretendemos poner de manifiesto la imperiosa necesidad de mejorar la gestión del efectivo en la red de ATMs de las entidades bancarias y, junto al problema, proponemos la solución: el diseño de un (simple) programa GEE que permite adecuar la carga de cash del ATM a las necesidades de los usuarios, facilitando en consecuencia la recolocación del posible excedente de efectivo en otros productos bancarios. En segundo lugar, el método que proponemos, con la característica básica de sencillez que asumimos para los métodos GEE, irrumpe en una nueva línea de investigación dado que deja la puerta abierta a la implementación del método para otras distribuciones de probabilidad distintas de las que aquí proponemos, especialmente aquéllas que se diseñen ad hoc para cubrir los diferentes niveles de necesidad de efectivo, fruto de las distintas peculiaridades de las sucursales bancarias. En este sentido, el presente método suple posibles carencias del método anterior, (García Cabello, 2013a), al incorporar la posibilidad de adaptarlo a una función de probabilidad específica que recoja las necesidades concretas de demanda de los usuarios de ATM, como decimos, fruto de las singularidades de la sucursal como pueden ser, por ejemplo, su localización geográfica o su volumen de negocios. Además, el método propuesto en este artículo supone un análisis de la maximización de los beneficios (valor esperado del total de activos) de la entidad bancaria asociados a la demanda de cash en ATMs, cuando los pocos autores que han abordado el tema de la gestión eficiente de cash en ATMs lo han hecho desde la perspectiva de la minimización de costes (Castro, 2009) y (García Cabello, 2013a). En tercer y último lugar, con el modelo del presente artículo aumentaremos el número de aplicaciones del Newsvendor con la optimización de cash en el marco de las entidades bancarias, algo que no se ha hecho hasta ahora, a pesar de la infinidad de direcciones en las que el modelo Newsvendor se ha aplicado.

Puesto que la metodología que empleamos para el diseño del método GEE propuesto está fundamentada en una conveniente versión (adaptando los supuestos clásicos) del modelo Newsvendor, comenzamos por recordar en qué consiste dicho modelo.

El problema de mantenimiento de stock suficiente de un cierto bien al objeto de satisfacer una demanda aleatoria (exactamente el mismo tipo de problema al que pretendemos dar solución) inevitablemente nos sitúa en el contexto del conocido modelo Newsvendor. Este modelo, básico en Control (Estocástico) de Inventarios, se encuentra profusamente presente en la literatura de corte económico y ha sido ampliamente utilizado en el análisis de cadenas de suministro, reposición inteligente de inventarios, al tiempo que aplicado a otros muchos temas de Eficiencia Operacional.

En su formulación primera, el modelo Newsvendor plantea y resuelve el problema de decidir qué cantidad de un cierto bien debe requerirse para cubrir una demanda incierta, sabiendo que dicho bien quedará obsoleto al final de la jornada. Por esta razón se hace necesario que la cantidad que se desea pedir se ajuste a la demanda existente en la mayor medida posible, puesto que la parte de la mercancía que no haya sido vendida al final de la jornada derivará en pérdidas asociadas.

Concretamente, el modelo Newsvendor toma su nombre de un vendedor de periódicos que debe decidir a primeras horas de la jornada cuántos periódicos solicitar para vender a lo largo del día, sabiendo que, si el pedido es demasiado pequeño dejará de ganar por la venta de los periódicos que no solicitó, pero si es demasiado grande, al final del día los periódicos se convertirán en una mercancía obsoleta que no podrá vender al día siguiente. Por supuesto, el pedido se realiza al objeto de maximizar el beneficio esperado del vendedor de periódicos, aunque formulaciones alternativas del modelo Newsvendor proponen minimizar gastos (en vez de maximizar beneficios). En líneas generales, el modelo Newsvendor plantea entonces el cálculo de la cantidad precisa de un cierto bien, bajo la restricción de no generar ni un exceso ni un defecto de inventario. Es, como decíamos, un tema básico en Control de Inventarios (ver (Porteus, 2002) para una revisión completa sobre esta temática).

Desde su formulación original, dicho modelo se ha extendido en muchas y muy diversas direcciones: cualquier búsqueda en un portal de investigación con las palabras Newsvendor model, genera cientos de entradas sobre artículos relacionados con este problema: ver (Choi, 2012) para una revisión extensiva de las diversas líneas de generalización propuestas, así como aplicaciones de este modelo. Asimismo, con el tiempo, los supuestos originales han sufrido modificaciones tales como el abandono de la hipótesis de que el ítem en inventario sea perecedero.

Una de las direcciones de generalización del modelo Newsvendor consiste en incorporar al mismo ciertas variables consideradas como exógenas por la literatura original, como ciertos parámetros de mercado tales como el precio de venta del producto (selling price). En este sentido, Wintin (Wintin, 1955) fue el primero en formular un modelo Newsvendor con implicaciones sobre el precio de venta, incluyendo una demanda cuya distribución de probabilidad dependía del precio de venta unitario. Mills, (Mills, 1959, 1962), refinó esta formulación especificando de forma explícita la demanda media como una función del precio de venta del producto. Petruzzi y Dada, (Petruzzi y Dada, 1998) se unen a esta línea de incorporación de variables consideradas típicamente exogéneas, analizando de forma paralela la cantidad inventariada en stock junto con el precio de mercado.

Otras extensiones del marco clásico del modelo Newsvendor consideran un único/múltiple vendedor suministrando a un único/múltiple comprador para un único producto, ver (Goyal y Gupta, 1989). Para una revisión de la investigación sobre dicho modelo habiéndose incorporado la interacción vendedor/comprador, ver (Hill, 1997 y 1999). El modelo Newsvendor se ha aplicado también con éxito a diversos estudios del flujo de efectivo para Firmas (empresas privadas), comenzando con Edgeworth (Edgeworth, 1888).

Debido a que, recientemente, los investigadores sobre abastecimiento de cadenas de producción han decubierto la bondad de mezclar dos o más tipos de contratos en la reposición de inventarios, otra rama de generalización del modelo Newsvendor recoge el diseño de contratos de abastecimiento mixtos, donde la palabra mixto representa un contrato de ventas total integrado por contratos parciales, alguno de ellos en la línea del clásico Newsvendor, mientras que otro(s) contiene(n) opciones más realísticas. Así, por ejemplo, en (Burnetas y Ritchen, 2005), la función de distribución de demanda de los minoristas está influenciada por las decisiones del mercado sobre la fijación del precio de venta. En (Martínez de Albéniz y Simchi-Levi, 2005) las ofertas de los abastecedores son exogéneas, mientras que otros autores, al contrario, contemplan la posibilidad de que sí haya competencia entre abastecedores. Esta rama puede enmarcarse dentro de la Teoría de Juegos como instrumento comúnmente usado por muchos de estos autores.

En definitiva, la cantidad de direcciones en las que se ha generalizado el modelo Newsvendor clásico es tan elevada, que es prácticamente imposible mencionarlas todas. A pesar de la abrumadora cantidad de generalizaciones y aplicaciones de este modelo, es sin embargo manifiesto que la principal línea de aplicación del mismo ha venido siendo la planificación de cadenas de producción para el suministro y reposición de inventarios.

Aunque las aplicaciones del Newsvendor son muy numerosas, hasta donde esta autora conoce, dicho modelo no ha sido nunca aplicado a la gestión eficiente de efectivo para entidades bancarias. Como hemos comentado anteriormente, ésta es una de las aportaciones de este artículo a la investigación existente: modificar el modelo Newsvendor en los aspectos necesarios para poder aplicarlo de forma eficiente a la optimización de efectivo de las entidades bancarias, concretamente a la gestión del efectivo de la red de ATMs de las entidades bancarias.

Con este objetivo en mente, tanto el modelo original como cualquiera de sus generalizaciones, deben ser oportunamente rectificadas antes de ser aplicadas al nuevo escenario que proponemos en este artículo (ATMs de entidades bancarias), ya que variables significativas en el modelo clásico o en sus aplicaciones, dejan de serlo en el presente marco. Así por ejemplo, el precio del producto en stock -que en nuestro nuevo escenario es dinero en efectivo- no es una variable tan representativa como lo es en las generalizaciones mencionadas anteriormente ya que, la demanda de este bien (léase las veces que los usuarios sacarán efectivo del ATM) no depende del precio de venta del mismo, como sí sucede en el marco habitual de aplicación del modelo Newsvendor, donde el precio de venta es usualmente variable significativa en la demanda del bien.

Aunque hemos hecho un pequeño recorrido por las aplicaciones del modelo Newsvendor con anterioridad, para situar con precisión nuestro artículo debemos mencionar una dirección más de aplicación del Newsvendor: ésta consiste en incorporar a las decisiones de producción, ciertas líneas de financiación para la reposición y mantenimiento del inventario, propias o ajenas a la Firma. Esta nueva dirección del Newsvendor engloba entonces a aquellas empresas que gestionan de forma paralela dos inventarios: el inventario de un bien (material) y un segundo inventario (flujo de cash) dedicado en parte a la reposición del inventario, mientras que el resto permanece depositado en otros productos bancarios produciendo intereses. El primero en incorporar líneas de financiación al inventario de material fue (Buzacott y Zhang, 2004), seguido más recientemente de (Dada y Hu, 2008) entre otros. Ésta es la línea de trabajo más cercana al presente artículo, donde proponemos gestionar de forma paralela un primer inventario cuyo bien es el efectivo del ATM, y un segundo inventario/flujo de cash, dedicado en parte a la reposición del inventario, en tanto que el resto del capital se mantiene en otros productos/servicios bancarios que producen beneficios.

La estructura de este artículo es la siguiente: la primera sección desarrolla una introducción al problema tratado, al tiempo que sitúa nuestro artículo en el adecuado marco teórico dentro de la literatura relacionada con él. Puesto que abordamos la construcción de un método GEE de optimización de efectivo para ATMs de entidades bancarias desde la óptica del clásico modelo Newsvendor, la sección segunda está dedicada a recordar las bases de dicho modelo, así como a modificar debidamente los supuestos del modelo original para adaptarlo a nuestro caso específico.

La sección tercera está dedicada al diseño del modelo GEE: para ello se construye en primer lugar, de forma explícita, la función de beneficios (valor esperado del total de activos) de la entidad bancaria asociados a la demanda de cash en ATMs que se desea optimizar, en la línea del modelo Newsvendor. Se analiza dicha función a la luz del objetivo marcado -optimizar la gestión del efectivo de ATMs- completando su construcción con la restricción adecuada para garantizar que la demanda de efectivo de los usuarios de ATMs se verá, entonces, satisfecha como una de las premisas básica del problema que estamos tratando. Esto conduce al establecimiento de un problema de optimización con restricciones, cuya resolución se aborda en este mismo epígrafe. Con ello, y como solución al problema original que dio lugar a este escrito, se demuestra el resultado central de este artículo, que caracteriza la cantidad óptima para introducir en un ATM a través de las funciones de distribución y de densidad de la variable aleatoria que modela la demanda de efectivo del ATM, lo que conforma el resultado clave del modelo GEE.

La sección cuarta recoge algunos casos particulares de variables aleatorias que pueden representar de forma efectiva la demanda de cash de los usuarios de un ATM, dejándose la puerta abierta a otras muchas posibilidades (de función de distribución) para variables aleatorias que reflejen igualmente los comportamientos deseados de los usuarios de ATM. Finalmente, la sección quinta de conclusiones hace un breve resumen del artículo, al tiempo que apunta líneas abiertas para futuras investigaciones.

2. EL MODELO NEWSVENDOR

Puesto que es una referencia básica para el presente artículo, en este epígrafe recordaremos los principales supuestos en los que se basa el modelo Newsvendor, haciendo especial énfasis en las características fundamentales del Newsvendor generalizado con cuya dirección de extensión del modelo clásico se alinea este artículo: (Buzacott y Zhang, 2004), (Dada y Hu, 2008) entre otros.

Existen dos tipos generales de sistemas (o modelos) de inventarios:

- los modelos de cantidad fija (o económica) de pedido (cantidad económica de pedido, Economic Order Quantity), modelos EOQ, y
- los modelos de período de tiempo fijo, conocidos como modelos P.

La diferencia fundamental entre unos y otros es que en los modelos EOQ se realiza un pedido cuando se alcanza un cierto nivel que justifique el pedido (el nivel de reserva) mientras que en el segundo tipo de modelos se hace un nuevo pedido invariablemente transcurrido un cierto periodo de tiempo. Observemos que en los sistemas de inventario EOQ la reposición del stock puede suceder en cualquier momento del tiempo. Los modelos EOQ son, por tanto, independientes del tiempo, mientras que son dependientes de la demanda aleatoria que se intenta suplir: cuando la demanda aumente, el stock del bien disminuirá hasta el nivel de reserva, superado el cual, el bien puede agotarse.

Hacemos esta distinción entre sistemas de inventarios no sólo por completitud teórica, sino también por manifestar que en este artículo proponemos sustituir el sistema actual de inventario de efectivo de los ATMs, basado en un modelo temporal (un modelo P) por un modelo EOQ. En efecto, como hemos comentado con anterioridad, actualmente las entidades bancarias reponen el efectivo de sus ATM de forma temporal basándose en su histórico de datos.

El problema central del modelo Newsvendor consiste en calibrar y cubrir la demanda aleatoria D de un único producto, cuyo stock necesita ser repuesto periódicamente, de modo que las reposiciones de este bien se reciben prácticamente en el momento en que se solicitan. Cada uno de estos pedidos, de tamaño q, incurre en ciertos costes asociados, que incluyen costes propios del pedido, de transporte y de oportunidad. En la formulación original existen también costes derivados del exceso o el defecto de inventario. El objeto de este modelo es entonces satisfacer dicha demanda aleatoria D al tiempo que se maximizan los beneficios asociados a la venta de este bien, para una adecuada función de beneficios.

Como indicamos en la Introducción, nuestro artículo se enmarca dentro de la línea del modelo Newsvendor que aborda la situación de aquellas organizaciones empresariales o financieras que han de tomar decisiones sobre 2 inventarios interrelacionados entre sí: por una parte el inventario del bien que se desea comercializar y por otra parte el inventario de efectivo (flujo de capital). La interrelación entre ambos se basa en la dedicación de parte del capital a la financiación del material inventariado para la venta, mientras que el capital restante se mantiene en diversos productos bancarios que sí producen beneficios a un cierto interés. El objetivo es entonces maximizar la riqueza esperada al final de cierto horizonte, denotada por B.

Dado que hemos de optimizar conjuntamente dos inventarios (el del bien para comercializar y el del flujo de capital), la función objetivo puede descomponerse en dos sumandos:

$$B = R + K,$$

donde R representa los beneficios derivados de la venta del bien (R= realized revenue from inventory) y K representa los beneficios obtenidos del capital que, recordemos, se mantiene en productos que rentan cierto interés descontada la parte dedicada a la reposición del inventario de material.

Ambas funciones pueden expresarse entonces como sigue:

$$\mathrm{R} = \mathrm{R}(\mathrm{D}, \mathrm{q}) = \mathrm{p}\,\mathrm{q} - (\mathrm{p} - \mathrm{s})[\mathrm{q} - \mathrm{D}]^{+}$$

sabiendo que $[x]^{+} = max\{x, 0\}$ y por tanto, $[q - D]^{+} = q - min\{q, D\}$.

Además,

- q= cantidad que se solicita para reposición del inventario
- p= precio de venta
- s= precio de salvamento, es decir, el precio a que pueden venderse las unidades de producto que no se vendieron dentro del periodo indicado (saldos).

Por otra parte,

$$K = K(q, x_z) = c(x_z - q)(1 + i),$$

- c= coste de realizar un pedido para reposición del inventario
- x_z= parte del capital que se dedica a reponer el inventario
- i= interés medio de los productos en los que se ha depositado la parte del capital que no se destina a reposición del inventario.

Observemos que en la construcción de la función K estamos presuponiendo

- que la cantidad que se solicita q está medida en unidades monetarias, es decir, q es observada en este caso como el capital que produciría si se vende al precio p. En tal caso, nos referiremos a q como capital/inventario. Y
- que la parte del capital que se destina a reposición del inventario de bienes, x_z es mayor que el capital/inventario q, por lo que existe un excedente de capital x_z-q que produce beneficios a un cierto interés i. Si se tratase de una empresa, quizá existiese la posibilidad de x_z<q, lo que haría necesario solicitar un préstamo para financiar el abastecimiento del inventario. Sin embargo, el segundo supuesto,

x_z≥q, es totalmente lógico para la aplicación que nos ocupa en este artículo, dado que la empresa es una entidad bancaria.

3. EL MODELO NEWSVENDOR

Este epígrafe está dedicado a la aplicación del modelo Newsvendor, esbozado en la sección anterior, al caso práctico que nos ocupa: la determinación de la cantidad de efectivo que se debe depositar en un ATM para satisfacer la demanda de los usuarios de una entidad bancaria.

Como hemos mencionado, el buen funcionamiento de una terminal de ATM se basa en la decisión de determinar qué cantidad de efectivo debe cargarse en el ATM al principio de la jornada, a fin de que sea suficiente para cubrir las necesidades de los usuarios que así lo requieran. Llamaremos x_0 a esta cantidad (nótese que x_0 se corresponde con q del modelo Newsvendor), y sea D la demanda de cash de los usuarios de ATM que la entidad bancaria desea satisfacer. En otras palabras, D denota demanda al tiempo que denota total Dispensado, es decir, el total del efectivo retirado por los usuarios de la entidad a través de esa terminal, dado que ambos conceptos coinciden en su significado (y en su inicial). Sean F, f la función de distribución y de densidad de la variable aleatoria D, respectivamente.

Por tanto, nos enfrentamos a la gestión paralela de dos inventarios: el inventario de un bien, que en este caso es el dinero en efectivo del ATM y un segundo inventario (flujo de cash o resto de recursos líquidos de la entidad bancaria) del que una parte se dedica a la reposición del cash del ATM mientras que el resto permanece depositado en otros productos bancarios produciendo intereses.

Observamos que en nuestro escenario, el stock de efectivo no va disminuyendo progresivamente a causa de la venta del producto, sino porque los usuarios del ATM retiran el dinero de él. En consecuencia, la función de beneficios de la entidad bancaria se reduce al segundo sumando:

$$B(x_0\ , x_z\ ) = c\,(x_z\ -\ x_0\ )(1+i),$$

donde

- c= coste de realizar un pedido para reposición del efectivo del ATM
- x_z= parte del capital que se dedica a reponer este efectivo
- i= interés medio de los productos en los que se ha depositado la parte del capital que no se destina a reposición del inventario.

Sin embargo, al prescindir del primer sumando R de la función beneficios general, no estamos considerando la necesidad de que la demanda de cash por parte de los usuarios del ATM debe ser satisfecha. Esta carencia se suple añadiendo una restricción al programa de optimización de la función beneficios: que x_0=D , o más concretamente,

$$x_0\text{=valor esperado de D al final de la jornada,}$$

lo que se traduce en que

$$x_0 = \int_0^{x_0} (x_0 - \mathrm{t})\, f(t)dt.$$

Así pues, el programa de optimización para el efectivo del ATM se expresa como

$$\begin{aligned} &Max \quad c\,(x_z - x_0)(1+i) \\ &s.a.\ x_0 = \int_0^{x_0} (x_0 - \mathrm{t})\, f(t)dt \end{aligned}$$

Resolvemos este programa sustituyendo el valor de x_0 en la función objetivo, y aplicando las condiciones de primer y segundo orden que garanticen la existencia de máximo x_0. La función que se desea maximizar es, entonces,

$$B(x_0, x_z) = c\,(1+i)\,(x_z - \int_0^{x_0} (x_0 - \mathrm{t})\, f(t)dt)\ .$$

Las condiciones de primer orden son

$$\frac{\partial B}{\partial x_z} = -c(1+i) > 0$$

$$\frac{\partial B}{\partial x_0} = -c(1+i)\,F(x_0),$$

de modo que

$$\frac{\partial B}{\partial x_0} = -c(1+i)F(x_0) = 0 \text{ si y solamente si } F(x_0) = 0,$$

ya que $-c(1+i) \neq 0$.

En cuanto a las condiciones de segundo orden se refiere, nos apoyaremos en el hecho de que todo punto crítico de una función cóncava es un máximo de la función. Observamos que se verifican las siguientes propiedades:

- $\frac{\partial^2 B}{\partial {x^2}_0}, \ \frac{\partial^2 B}{\partial {x^2}_z} \leq 0.$
- $\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 B}{\partial {x^2}_0} & \frac{\partial^2 B}{\partial x_0 \partial x_z} \\ \frac{\partial^2 B}{\partial x_z \partial x_0} & \frac{\partial^2 B}{\partial {x^2}_z} \end{vmatrix} \geq 0,$

consecuencia del hecho de que

$$\frac{\partial^2 B}{\partial {x^2}_0} = -c(1+i)f(x_0)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial {x^2}_z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x_0 \partial x_z} = 0$$

siempre y cuando $f(x_0)$ sea positivo. Por tanto, si denominamos óptimo para el ATM a todo máximo de la función

$$B(x_0, x_z) = c\,(1+i)\,(x_z - \int_0^{x_0} (x_0 - \mathrm{t})\, f(t)dt)$$

es decir, a toda cantidad de efectivo que verifica simultáneamente

que satisface la demanda D de los usuarios del ATM, y

que maximiza los beneficios esperados de la entidad,

para D una variable aleatoria con función de distribución F y de densidad f, el resultado fundamental que hemos alcanzado es entonces el siguiente:

La cantidad de efectivo óptima para ATM es toda cantidad x_0 que verifica

- $F(x_0) = 0$ y
- $f(x_0) > 0.$

Como vemos, esta caracterización de la cantidad óptima para introducir en el ATM x_0, es de una sencillez manifiesta:

$$x_0 \text{ es óptima para ATM si y solamente si } F(x_0) = 0, f(x_0) > 0,$$

al tiempo que abre la puerta a un gran número de posibilidades prácticas y/o teóricas, al permitir el uso como variable aleatoria D de todas aquellas variables continuas, viables para describir un flujo de efectivo, y para las que $F(x_0) = 0, f(x_0) > 0$.

En la sección siguiente, haremos uso de algunas de las posibles variables aleatorias para describir la demanda (total dispensado) D.

4. CASOS PARTICULARES DE TOTAL DE EFECTIVO DISPENSADO (DEMANDA)

Una vez que en la sección anterior hemos enunciado y demostrado el resultado central de este artículo, este epígrafe estará dedicado a aplicar dicho resultado teórico a distintos casos de variables aleatorias continuas que describan el total dispensado D.

A. Distribución Normal: un caso con características especialmente relevantes se muestra cuando la variable demanda D es normal.

Teniendo en cuenta que el comportamiento de un usuario de ATM es independiente del comportamiento del resto de usuarios (tanto en la frecuencia de veces en que hace uso del ATM como en las cantidades de efectivo que extrae), la variable normal D se ajusta muy bien al diseño de esta demanda para un número de usuarios. En efecto, gracias al Teorema Central del Límite, D normal representa el comportamiento (independiente o débilmente dependiente) de un número n elevado de usuarios.

Recordemos que la función de densidad de una variable normal $D = N(\mu, \sigma)$ es siempre positiva:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \geq 0$$

en particular lo será para la cantidad x_0 que se ha de depositar en el ATM: $f(x_0) > 0$.

Por otra parte la función de distribución de una variable normal $D = N(\mu, \sigma)$ es $F(z) = Pr[D \leq z]$, por lo que la cantidad de efectivo óptima x_0 es tal que

$$F(x_0) = Pr[D \leq x_0] = 0 \text{ si y solamente si } x_0 = F^{-1}(0),$$

lo que puede calcularse mediante tablas o mediante otros procedimientos al uso (por ejemplo, con hojas de excel mediante el comando NORMSINV(0)).

Es importante insistir en el hecho de que, en el caso particular en que la demanda D sea una variable normal, el Teorema Central del Límite se verifica para un n suficientemente grande: $n \to \infty$.Teniendo en cuenta entonces que este n es un contador de usuarios de ATM, el Teorema Central del Límite justifica entonces la interpretación del resultado anterior como que la cantidad óptima obtenida según la caracterización de la sección anterior representa una mejor aproximación al total dispensado cuanto mayor sea el número de usuarios del ATM. Esto nos induce a pensar que, bajo el uso de la variable normal para representar la demanda D, la observación anterior presenta a las sucursales bancarias con mayor volumen de usuarios (n mayor) como aquéllas en las que la estimación producida por el método GEE del presente artículo daría mejores resultados.

B. Distribución LogNormal: cuando el coeficiente de variación σ/μ es considerable, la distribución normal no es apropiada ya que, en esta coyuntura, se asigna una probabilidad significativa para valores de demanda negativos. Estos casos suelen estar entonces bien escenificados mediante una distribución lognormal. La distribución lognormal proporciona, en una gran gama de situaciones, una distribución adecuada para valores de σ/μ grandes: en efecto, Log ( ) tiende a reducir la asimetría positiva dado que, al tomar logaritmos, se reducen en mayor proporción los datos mayores que los menores.

La distribución lognormal se obtiene en aquellas variables cuyos logaritmos se describen mediante una distribución normal. Es decir, se dice que una variable aleatoria X es lognormal si la variable aleatoria Log (X) tiene distribución normal. Esta distribución posee dos parámetros,

μ= media aritmética del logaritmo de los datos y

σ= desviación estándar del logaritmo de los datos,

y es utilizada también para modelar variables no negativas tales como la vida de ciertos aparatos electrónicos formados por múltiples componentes. Esta distribución es idónea entonces para modelar situaciones que son a su vez resultado de numerosas cantidades aleatorias, como sucede con la demanda de los usuarios de un ATM (que es el resultado de la demanda independiente de cada uno de estos usuarios).

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

que se revela positiva para cantidades positivas. En cuanto a su función de distribución, ésta puede calcularse mediante la función de distribución de una normal, usando el cambio de variable

$$Z = \frac{\ln X - \mu}{\sigma},$$

de donde se obtiene que

$$P[x_1 < X < x_2] = P[z_1 < Z < z_2],$$

para los valores

$$z_1 = \frac{\ln \mathrm{x}_1 - \mu}{\sigma},$$

$$z_2 = \frac{\ln \mathrm{x}_2 - \mu}{\sigma}.$$

Esto permite el cálculo de la cantidad x_0 dada por

$$F(x_0) = Pr[D \leq x_0] = 0 \text{ si y solamente si } x_0 = F^{-1}(0),$$

mediante tablas u otros procedimientos al uso (excel), como en el caso de la distribución normal.

No podemos terminar este epígrafe sin mencionar de forma expresa que la versatilidad del resultado central de la anterior sección permite el uso de otras muchas opciones de variable aleatoria demanda D. En efecto, la generalidad con que se ha probado dicho resultado es tal que ofrece multitud de posibilidades para variables aleatorias distintas de las dos que aquí mencionamos, con la única restricción de que su función de densidad sea positiva para valores positivos de la variable. Incluso sería posible aplicar dicho resultado a variables aleatorias generadas mediante adecuados algoritmos, diseñadas ad hoc para reflejar los comportamientos deseados de los usuarios de ATM, o las peculiaridades de las distintas sucursales.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se ha diseñado un método GEE para determinar la cantidad de efectivo que ha de introducirse en los ATM de las entidades bancarias, al objeto de satisfacer la demanda de los usuarios, al tiempo que maximizar los beneficios esperados de ese capital. Este desarrollo se ha obtenido como aplicación de un tema clásico en Teoría del Inventario, como es el modelo Newsvendor.

Con este modelo de Gestión Eficiente de Efectivo para ATMs se da un paso más en la promoción de métodos que contribuyan a aumentar la escasa literatura existente enfocada a paliar el ejercicio actual de las entidades bancarias de sobrecargar sus ATMs, con cantidades desproporcionadamente superiores al total de efectivo que dispensan. Como característica principal que se pretende asumir para los métodos GEE, el modelo expuesto goza de una gran sencillez, tanto en su naturaleza como en la facilidad que presenta para su implementación en las entidades, lo que conlleva un ahorro en costes extra de formación del personal y de implementación de nuevas tecnologías.

El resultado central de este modelo caracteriza la tal cantidad óptima como un punto crítico (estacionario) de la función de distribución de la variable aleatoria que diseña la demanda de los usuarios, de tal forma que la función de densidad en dicho punto sea positiva. Al haberse probado dicho resultado con tal generalidad, se deja abierta la posibilidad de múltiples aplicaciones para las diversas variables aleatorias susceptibles de modelar la demanda de los usuarios de un ATM , por lo que el modelo pretende iniciar una nueva línea de investigación al dejar la puerta abierta a la implementación de este método para otras distribuciones de probabilidad distintas de las que aquí proponemos, especialmente aquéllas que se diseñen ad hoc para cubrir los diferentes niveles de necesidad de efectivo, fruto de las distintas peculiaridades de las sucursales bancarias.

Es decir, ya que el resultado probado descansa en gran parte sobre la función que diseñe las necesidades de efectivo de la sucursal, queda abierta la posibilidad de adaptar el método a una función de probabilidad específica, diseñada para recoger las necesidades concretas de demanda de los usuarios de ATM fruto de las singularidades de la sucursal tales como, por ejemplo, localización geográfica o volumen de negocios.

BIBLIOGRAFÍA

Allen, F.y Gale, D. (2004). “Financial intermediaries and markets” en Econometrica, 72, pp. 1023-1061.

Allen, F. y Santomero, A. M. (1998). “The theory of financial intermediation” en Journal of Banking and Finance, 21, pp. 1461-1485.

Álvarez, F. y Lippi, F. (2009). “Financial Innovation and the Transactions Demand for Cash” en Econometrica, 77(2), pp.363-402.

Baumol, W.J., 1952. The transaction Demand for the Cash: An Inventory Theoretic Approach, Quarterly Journal of Economics, 66, pp.545-556.

Barth, J.R.; Caprio, G. y Levine, R. (2004). “Bank regulation and supervision: what works best?” en Journal of Financial Intermediation 13, pp. 205-248.

Bolt, W. y Humphrey, D.B. (2010). "Bank Competition Efficiency in Europe: A Frontier Aproach" en Journal of Banking and Finance, 34, pp. 1808-1817.

Burnetas A. y Ritchen P. (2005). "Option pricing with downward-sloping demand curves: the case of supply chain options" en Management Science, 51(4), pp. 566-580.

Buzzacott, J.A. y Zhang, R.Q. (2004). "Inventory management with assets-based financing" en Management Science, 50(9), pp. 1274-1292.

Carbó, S. y Humphrey, D.B. (2009). "Technological Innovation in Banking: The Shift to ATM's and Implicit Pricing of Network Convenience" en Financial Innovation in Retail and Corporate Banking, pp. 89-110.

Castro, J. (2009). "A Stochastic Programming approach to Cash Management in Banking" en European Journal of Operation Research, 192, pp.963-974.

Choi T.M. (2012). "Handbook of Newsvendor Problems, Models, Extensions and Applications": Springer.

Dada, M. y Hu, Q. (2008). "Financing newsvendor inventory" en Operations Research Letters, 36(5), pp.569-573.

Diamond, D. W. y Dybvig, P. (1983). "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity" en Journal of Political Economy, 91(3), pp. 401-409.

Diamond, D. W. y Rajan, R. C. (2011). "Fear of fire sales, illiquidity seeking, and credit freezes" en Quarterly Journal of Economics, 126, pp.557-591.

Edgeworth, F. (1888). "The mathematical theory of banking" en Journal of Royal Statistics Society, 51, pp. 113-127.

Ferstl, R. y Weissensteiner, A.(2008). "Cash management using multi-stage stochastic programming" en Quantitative Finance, 10, pp. 209-219.

Fecht, F.; Nyborg, K. G. y Rocholl, J.(2011). "The price of liquidity: The effects of market conditions and bank characteristics" en Journal of Financial Economics, 102, pp. 344-362.

Fielitz, B. y Loeffler, T. (1979). "A linear programming model for commercial bank liquidity management" en Financial Management, 8, pp. 41-50

Gallego, G. y Moon, I. (1993). "The distribution free newsboy problem: review and extensions" en Journal of Operational Research Society, 44, pp. 825-834.

García Cabello, J. (2013a). "An efficient liquidity management for ATMs" en Aestimatio The IEB International Journal of Finance, 6, pp. 50-75.

García Cabello, J. (2013b). "ATMs: source of losses for bank entities?" working paper.

Humphrey, D.B.; Pulley, L.B. y Vesala, J.M. (1996). "Cash, Paper, and Electronic Payments: A Cross-Country Analysis" en Journal of Money, Credit and Banking, 28(4), pp. 914-39.

Karlin, S. y Carr, C.R. (1962). "Prices and optimal inventory policy" en Studies in Applied Probability and Management Science. Stanford University Press CA: 159-172.

Keown, A. (1978). "A chance-constrained goal programming model for bank liquidity management" en Decision Sciences, 9, pp. 93-106.

Loutskina, E. (2011). "The role of securitization in bank liquidity and funding management" en Journal of Financial Economics, 100, pp. 663-684.

Martínez de Albéniz, V. y Simchi-Levi, D. (2005). "A portfolio approach to procurement contracts" en Production and Operation Management, 14(1), pp. 90-114.

Miller, M. y Orr, D. (1966). "A model of the Demand of Money by Firms" en Quarterly Journal of Economics, 80, pp. 413-35.

Mills, E.S. (1959). "Uncertainty and price theory" en Quarterly Journal of Economics, 73, pp. 116-130.

Pokutta, S. y Schmaltz, C. (2011). "Managing liquidity: Optimal degree of centralization" en Journal of Banking and Finance, 35, pp. 627-638.

Porteus, E.L. (2002). Foundations of Stochastic Inventory Theory: Stanford University Press.

Petruzzi, N.C. y Dada, M. (1998). "Pricing and the newsvendor problem: a review with extensions" en Operations Research, 47, pp. 183-194.

Santos, J.A.C. (1999). "Bank Capital and Equity Investments Regulation" en Journal of Banking and Finance, 23, pp. 1095-1120.

Tobin, J., (1956). "The Interest Elasticity of the Transaction Demand for the Cash, Review of Economics and Statistics", 38(3), pp.241-247.