



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Diseño y optimización del chasis de un  
monoplaza Formula Student mediante el  
método de elementos finitos**

**Autor:**

**Monge Francés, Samuel**

**Tutor:**

**Magdaleno Martín, Jesús  
Departamento: CMeIM / EGI /  
ICGF/ IM /IPF**

**Valladolid, Julio 2017.**



## **RESUMEN**

El presente proyecto se focaliza en diseño optimizado del chasis de un monoplaza de la competición Formula Student formado por perfiles tubulares.

Para obtener dicho resultado se utilizarán dos procesos de optimización mediante elementos finitos, habiendo definido con anterioridad el objetivo y restricciones en cada uno de ellos, siendo la restricción más importante la rigidez a torsión del chasis, ya que ésta nos ayudará a un correcto funcionamiento del resto de componentes de monoplaza en sus condiciones de uso.

La primera optimización aplicada será la optimización topológica del volumen disponible para disponer los perfiles, obteniendo así los caminos de carga y la disposición más óptima de los mismos.

Con la segunda optimización aplicada se tratará de obtener las dimensiones de sección en los diferentes perfiles tubulares, teniendo en cuenta las dimensiones normalizadas.

**Palabras clave:**

**Optimización Topológica Forma Chasis Tubular**



	Página
0. ÍNDICE	1
1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	3
1.1. ENUNCIADO	3
1.2. JUSTIFICACIÓN	3
1.3. OBJETIVO	3
1.4. PLANIFICACIÓN	4
2. ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE	5
2.1. TEORÍA DE ELEMENTOS FINITOS	5
2.2. BREVE HISTORIA DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	6
2.3. ASPECTOS GENERALES DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	8
2.4. TIPOS DE ELEMENTOS MÁS COMUNES	10
2.5. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE RIGIDEZ DE ELEMENTOS FINITOS	14
2.6. OPTIMIZACIÓN MEDIANTE MODELOS FEM	16
2.7. OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA, DE PROPIEDADES Y FORMA	20
2.8. FUNDAMENTOS DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA	21
2.9. EJEMPLOS DE COMPONENTES Y EMPRESAS QUE UTILIZAN ESTE PROCESO	22
3. ANÁLISIS DE NORMATIVA	25
3.1. DIMENSIONADO DEL CHASIS	25
3.2. ELEMENTOS OBLIGATORIOS POR SEGURIDAD	27
3.3. DIMENSIONES Y MATERIAL APLICABLE A LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES	31
4. DISEÑO DEL MODELO	33
4.1. SOFTWARE UTILIZADO	34
4.2. ELEMENTOS UTILIZADOS Y TIPOS DE CONEXIONES	35
4.3. CONDICIONES DE CONTORNO	36
4.4. ESTADOS DE CARGA	36
5. OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA	49
5.1. OBJETIVO Y RESTRICCIONES	49
5.2. PRE-PROCESADO	51
5.3. POST-PROCESADO	52
6. OPTIMIZACIÓN DE LA SECCIÓN DE LOS ELEMENTOS	55
6.1. OBJETIVO Y RESTRICCIONES	55
6.2. PRE-PROCESADO	56
6.3. POST-PROCESADO	58
7. CONCLUSIONES	61
8. BIBLIOGRAFÍA	63



## **1- JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS**

### **1.1- ENUNCIADO**

El presente proyecto forma parte del diseño y desarrollo de un coche mono plaza para la competición internacional Formula Student, en la cual participa el equipo Pisuerga Sport en representación de la Universidad de Valladolid.

Las necesidades que se tratan de cubrir son el diseño y cálculo de un chasis innovador, económico y con una muy buena resistencia a torsión y a flexión en relación con el peso del mismo, formado por perfiles tubulares de acero ASI1018, mediante la utilización de las herramientas CAE.

### **1.2- JUSTIFICACIÓN**

Las mejoras en el diseño de componentes estructurales se consiguen a menudo mediante el método de prueba y error guiado por el know-how.

La experiencia del diseñador debe seguir siendo un aspecto fundamental, este enfoque es probable que permita mejoras de producto. Pero en el caso que nos atañe no tenemos ese conocimiento desarrollado durante diversos años de experiencia, por lo que se necesita un enfoque diferente al diseño estructural y éste podría ser alcanzado por medio de los métodos de optimización estructurales vinculadas con el análisis de elementos finitos.

### **1.3- OBJETIVO**

La finalidad, a la hora de calcular y diseñar la estructura que formará el chasis tubular, es la de obtener el producto con menos masa cumpliendo todos los requisitos mínimos funcionales, como son por ejemplo, unas mínimas resistencias a la torsión y a la flexión, deformación máxima de los anclajes de la suspensión en caso de frenada, paso por curva, aceleración, etc.

Dicha objetivo se alcanzará tanto mediante la utilización de la optimización topológica, como la optimización paramétrica.

#### 1.4- PLANIFICACIÓN

Partiendo del volumen disponible para el diseño del chasis, y después de haber decidido que la estructura del chasis esté compuesta por perfiles tubulares de acero por su relación resistencia/precio, aplicamos la optimización topológica para conocer los caminos de carga dentro del dicho volumen y poder situar más eficientemente las barras que compondrán el chasis.



Figura 1.4

El segundo paso es la optimización del diámetro y espesor de los perfiles de cada barra, ya que no todas tendrán las mismas solicitaciones, y así podremos reducir el peso de la estructura al máximo. Dicha optimización será de valores discretos para cumplir con las medidas estándar ofertadas en el mercado.

El tercer y último paso es el de validación del diseño, aplicando todos los estados de carga y corroborando el cumplimiento de todos los requisitos exigidos al diseño.

## 2 ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

### 2.1 TEORÍA DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos, es una herramienta para obtener una solución numérica sobre un dominio (medio continuo), mediante la cual se aplicarán una serie de ecuaciones diferenciales, integrando una gran cantidad de subdominios (elementos, analizados más adelante), y debido a su alto grado de complejidad (geometrías complejas, diferentes tipos de cargas, propiedades materiales,...), solo es posible llegar a una solución mediante técnicas de computación que aplican dichas ecuaciones.

Entre las áreas de la ingeniería en las que la aplicación del método de elementos finitos es utilizado para la solución de problemas destacan: el análisis de estructura, problemas de transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masa así como el cálculo de potencial electromagnético.

Se entiende por solución analítica a aquellas expresiones matemáticas que arrojan valores para alguna determinada incógnita, la cual es válida a lo largo del cuerpo estudiado. Estas soluciones analíticas, generalmente requieren la solución de ecuaciones diferenciales ya sean parciales u ordinarias, las cuales, debido a que se analizan geometrías complejas, cargas no distribuidas y determinación de propiedades de materiales, no son posibles de resolver.

Sin embargo la formulación que se propone por medio del uso del método de elementos finitos, permite que el problema sea planteado como una serie de ecuaciones algebraicas simultaneas, en lugar de requerir la resolución de ecuaciones diferenciales complejas, pero, dado que el problema tiene que ser “discretizado”, este método numérico, al igual que todos los métodos numéricos, arrojan valores aproximados de las incógnitas, las cuales dependen directamente, del número de elementos usados para la discretización de la pieza.

Además se ha de tener siempre en cuenta el tipo de análisis o estudio que se quiere desarrollar, ya que hay dos tipos fundamentales que afectan directamente al tiempo de computación y a la convergencia del resultado.

Estos tipos de análisis son los explícitos e implícitos. En el caso de los análisis explícitos el tiempo de computación es menor ya que las

ecuaciones de estado intervinientes no se ven modificadas, teniendo el riesgo de que el estudio no converja. En el caso del análisis implícito el tiempo de computación es considerablemente más alto ya que en cada iteración se modifican las ecuaciones de estado, teniendo que ser resueltas en cada una de ellas, estos tipos de estudios son útiles para análisis en los que habrá variaciones geométricas (crash), cambio de las propiedades materiales y cambio de las condiciones de contorno del mismo.

## 2.2 BREVE HISTORIA DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

En este apartado se presenta un breve resumen de la historia del método de elementos finitos.

Aunque el nombre del MEF se ha definido recientemente, el concepto se ha usado desde hace varios cientos de años. El empleo de métodos de discretizado espacial y temporal y la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas ingenieriles o físicos es conocido desde antiguo. El concepto de “elementos finitos” parte de esa idea.

Para encontrar ejemplos de este tipo de cálculos podríamos retroceder a la época de la construcción de las pirámides egipcias. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides. Arquímedes (287-212 a.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de áreas. En oriente también aparecen métodos de aproximación para realizar cálculos. Así el matemático chino Liu Hui (300 d.C.) empleaba un polígono regular de 3072 lados para calcular longitudes de circunferencias con lo que conseguía una aproximación al número Pi de 3,1416.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural fundamentalmente en el campo aeroespacial. Ya en el siglo XX, en 1940 Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares. Específicamente en el campo de ingeniería estructural, con los trabajos de Hrennikoff en 1941 y McHenry en 1943, proponen el uso de líneas en una dimensión para representar elementos como barras o vigas para el cálculo de esfuerzos en sólidos con sección transversal continua.

En 1947 Levy desarrolló el método de flexibilidad y fuerza, y en 1953 su trabajo, derivó en la aplicación de un nuevo método, el método de

rigidez y desplazamiento, el cual podría ser considerado como una alternativa viable para el análisis estático redundante de estructuras aeronáuticas. Sin embargo, sus ecuaciones exigían una gran dedicación y labor para su solución a mano, por lo que su método de solución numérica tuvo que esperar al desarrollo de las actuales computadoras digitales de alta velocidad de procesamiento.

En 1945 Argyris y Kelsey desarrollaron el análisis estructural por medio de matrices empleando por primera vez métodos energéticos. Este desarrollo, marcaría una tendencia y ejemplificaría la importancia que jugarían en los principios de análisis energéticos en la evolución técnica de elementos finitos.

La primera vez que se trató de analizar cuerpos de 2 dimensiones, fue con los trabajos de Turner, quien en 1956 logró la implementación de matrices de rigidez para la determinación de armaduras, elementos conformados por vigas y algún otro cuerpo bidimensional conformado por triángulos y rectángulos sometidos a esfuerzo simple. Este procedimiento, fue comúnmente conocido como “El método directo de rigidez” y se basaba principalmente en obtener una matriz de rigidez de la estructura estudiada. Al mismo tiempo del desarrollo de las computadoras digitales de alta velocidad a finales de los años 50, trabajos como los de Turner, desarrollaron ecuaciones de rigidez fundadas en el método de elementos finitos para la solución matricial de estructuras. Pero no fue hasta 1960, cuando la frase “Elementos Finitos” fue introducida para describir este tipo de trabajos.

Pero fue hasta el año de 1961 cuando Martin extendió los alcances y aplicaciones del método de elementos finitos a problemas tridimensionales con el desarrollo de matrices de rigidez tetraédricas. Trabajos adicionales realizados por Galagher en 1962 y Argyris en 1964, complementaron la técnica de matrices tetraédricas para el caso de estudio de sólidos simétricos en los ejes.

La mayoría de los trabajos desarrollados para la técnica de elementos finitos hasta principios de los 60, se enfocaron en la modelación matemática de problemas mecánicos que contemplaran únicamente deformaciones elásticas, desplazamientos cortos y concentraciones de esfuerzos bajos, en condiciones de modelación de cargas estáticas y materiales elásticos. Sin embargo, deflexiones de gran magnitud y análisis térmico así como la modelación de materiales no lineales aparecieron hasta 1964, con los trabajos de Galagher quien además de comenzar la modelación matemática de materiales no lineales, también

introdujo el concepto de pandeo de columnas en modelaciones matemáticas con elementos finitos. Trabajos como los de Zienkiewicz complementaron aún más la técnica, extendiendo los alcances del método a problemas de involucran visco elasticidad en 1968.

Este nuevo giro que tomó en los 60s el análisis por elementos finitos, tomaba como referencia los trabajos de modelación matemática a través de métodos energéticos, ya que con la finalidad de tener modelos más confiables, se exploraba la aplicación de estos modelos de energía aplicados ya anteriormente a la mecánica de sólidos, para la determinación de fallas de material como es el criterio de falla Von Misses, o también conocido dentro de la literatura como, “Criterio de Máxima Energía de Distorsión”.

(Referencias extraídas de Wikipedia)

### **2.3 ASPECTOS GENERALES DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Típicamente, para el análisis de un problema estructural de esfuerzos, el ingeniero analista, busca la determinación de esfuerzos y desplazamientos en la estructura estudiada, la cual se encuentra en equilibrio ya que es sometida a cargas determinadas. Para la gran mayoría de los análisis estructurales, es difícil determinar la distribución de deformaciones usando métodos convencionales por lo que el método de elementos finitos entra en escena.

Existen dos acercamientos generales asociados al entendimiento y aplicación del método FEA (Finite Element Analysis). El primer acercamiento, es llamado el “método de Fuerza o Flexibilidad”, el cual se basa en el uso de fuerzas internas como las incógnitas del problema. Para la obtención de las ecuaciones gobernantes, tienen que emplearse primero las ecuaciones de equilibrio. Después es necesario introducir ecuaciones adicionales generadas por las ecuaciones de compatibilidad. El resultado es el arreglo de ecuaciones algebraicas redundantes que determinan las fuerzas internas desconocidas.

El segundo acercamiento del método, es el llamado “método de Desplazamiento, o método de Rigidez”, el cual asume el desplazamiento de nodos como las incógnitas del problema.

Por requerimiento del método de Rigidez, se necesita que los elementos estudiados se interconecten por nodos comunes entre sí, a lo largo de un eje común o una superficie común de tal manera que aun después de que la deformación se presente, los nodos permanezcan conectados

al nodo común. Las ecuaciones gobernantes son expresadas en términos de desplazamientos nodales usando las ecuaciones de equilibrio en cada nodo, de tal forma que se pueda aplicar la ley de relaciona la fuerza con los desplazamientos.

Estos dos métodos utilizan dos diferentes incógnitas (fuerzas y desplazamientos) en el análisis y usan diferentes matrices asociadas a sus planteamientos (flexibilidad y rigidez). Como ya ha sido mencionado, para aplicación de modelos computacionales a la solución de problemas, el método por matrices de rigidez, es mucho más fácil de implementar ya que el planteamiento del problema es mucho más sencillo. Sin embargo la gran mayoría de programas de aplicaron general para la solución de problemas estructurales empleando el método de elementos finitos, ha incorporado el planteamientos de desplazamientos para la solución de problemas.

El método de elementos finitos involucra la modelación de una estructura empleando pequeños elementos interconectados llamados elementos finitos. Una función de desplazamiento es asociada a cada elemento. Cada elemento interconectado, está ligado entre sí, directa o indirectamente a través de interfaces comunes, como lo pueden ser: nodos, superficies comunes, bordes. Al usar incógnitas de propiedades de materiales en donde se estudie el esfuerzo/deformación, se puede determinar el comportamiento de un nodo determinado en términos de las propiedades de cualquier otro elemento en la estructura.

La resolución total de las ecuaciones, describen el comportamiento de cada nodo en una serie de ecuaciones algebraicas las cuales se expresan en notación matricial para su mejor entendimiento y menos complicada solución.

## 2.4 TIPOS DE ELEMENTOS MÁS COMUNES

Procedemos a una sencilla explicación de los elementos más comunes a la hora de realizar un modelo de elementos finitos, los cuales vienen incluidos en una biblioteca de elementos en los programas para aplicarlos en el pre-procesado.

### 2.4.1 Elementos 1D

Se trata de elementos que pueden ser lineales, los cuales tienen un determinado comportamiento o rigidez en una dirección dada, o no lineales, en cuyo caso no tienen una dirección de actuación si no que no tienen una dimensión perceptible en el espectro visual, un ejemplo muy utilizado son las masas puntuales.

#### CROD

El elemento CROD es el elemento lineal más simple, cuyas propiedades son constantes a lo largo del elemento. El elemento CROD tiene dos nodos, uno a cada extremo, y soporta únicamente fuerza axial (tracción y compresión) y torsión axial, con una sección circular.

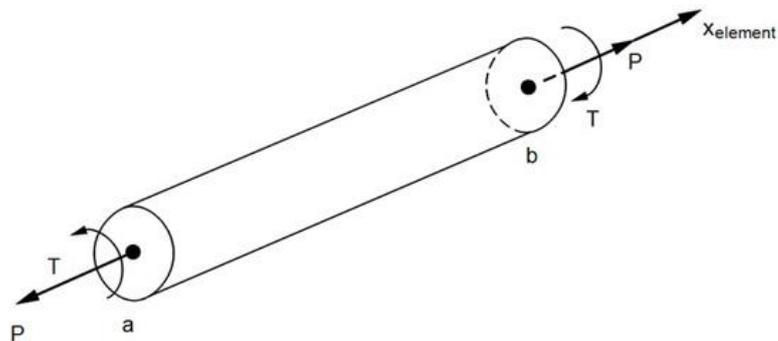


Figura 2.4.1.a

#### CBAR

El elemento CBAR es otro elemento lineal, pero en este caso se introduce el concepto de inercias en los planos ortogonales que tienen en común al eje principal del elemento, en la figura XX representados como "Plano 1" y "Plano 2".

Estos elementos están más estandarizados, y no son capaces de tener en cuenta la torsión o la flexión debidas a las fuerzas axiales o cortantes

sobre el elemento, para esto se utilizan los elementos lineales más completos, conocidos como CBEAM.

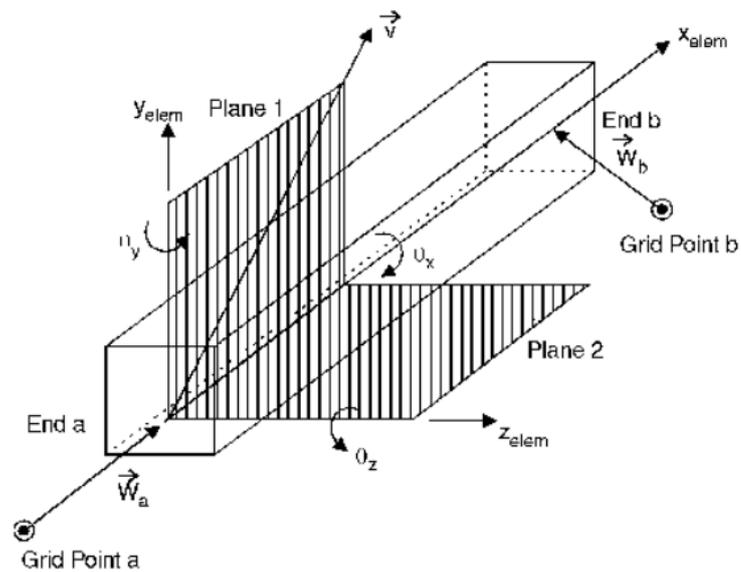


Figura 2.4.1.b

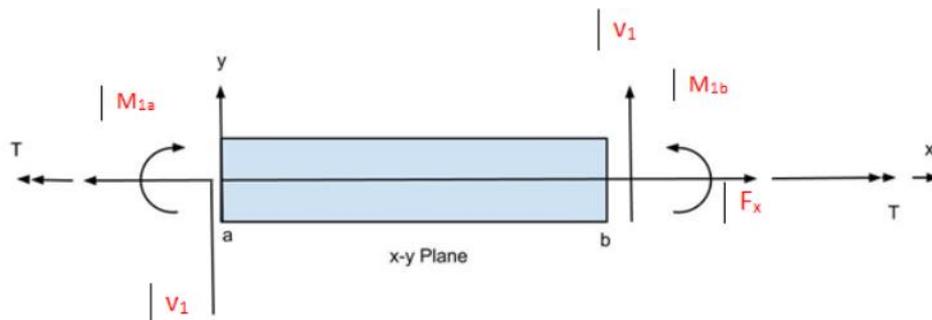


Figura 2.4.1.c

## CBEAM

Los CBEAM tienen la ventaja de ser los más completos para modelizar una viga, pero requieren de más memoria de computación que el resto mencionado anteriormente.

En estos elementos se tienen en cuenta todos los momentos de torsión y flexión debidos a las fuerzas axiales o cortantes, y como particularidad pueden tener una sección variable a lo largo del mismo.

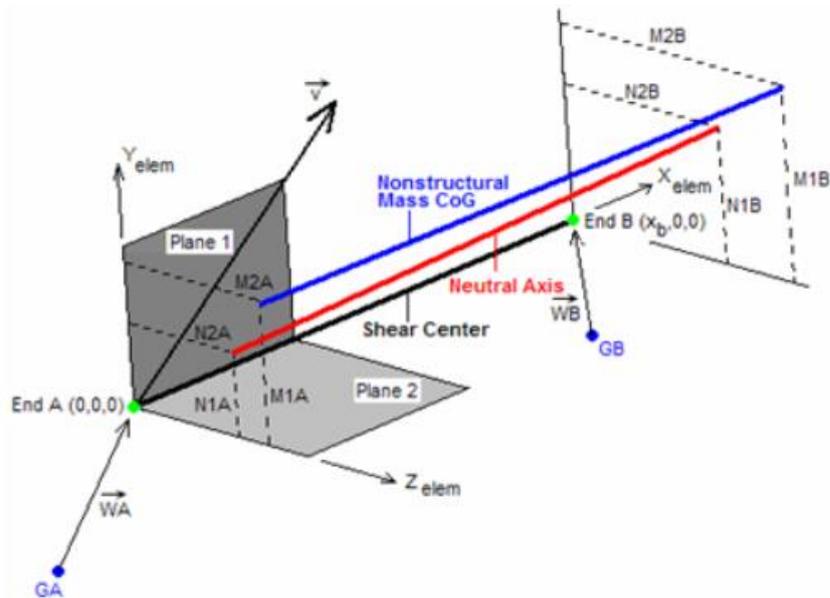


Figura 2.4.1.d

### CBUSH

Son unos elementos que trabajan como un muelle, lo que significa que todo su comportamiento puede estar relacionado con la rigidez y rigidez a torsión.

Estos elementos son unos de los más interesantes ya que se pueden extraer las fuerzas resistentes que soportan, y además determinar el sistema de coordenadas de actuación de los mismos.

### 2.4.2 Elementos 2D

Este tipo de elementos suelen ser denominados "Shell", cáscara o lámina, los cuales son utilizados para modelizar elementos planos y elementos con un espesor constante, siendo este espesor varios ordenes de magnitud menos que las otras dimensiones de los elementos 2D.

### TRIA3

Formado por la superficie generada entre tres nodos. Se caracterizan por ser excesivamente rígidos y trabajan en el plano formado por los nodos.

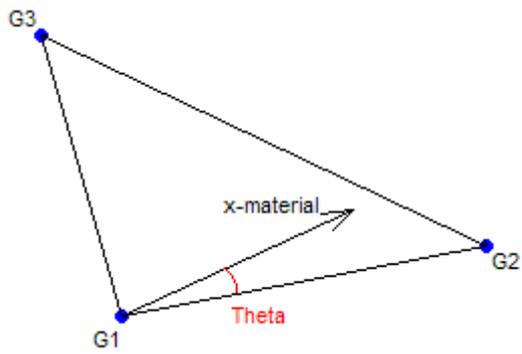


Figura 2.4.1.e

### QUAD4

En este caso la superficie viene definida por cuatro nodos y también trabajan en plano como los TRIA3, pero tienen menos rigidez.

Al ser de forma “rectangular” son unos de los elementos más útiles para modelizar superficies formadas por fibra de carbono, ya que los nodos pueden estar alineados con la dirección de la fibra y así tener un modelo con menos porcentaje de error.

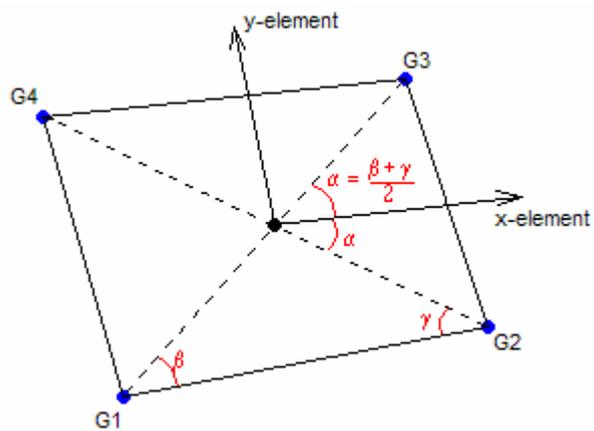


Figura 2.4.1.f

### 2.4.3 Elementos 3D

Son elementos destinados a la representación de sólidos. Los elementos más comunes son los tetraedros, hexaedros y pentaedros.

## **TETRA**

Elemento de tres dimensiones formado por 4 nodos (10 si elemento utiliza formulación de segundo orden), y 4 caras, con tres grados de libertad por cada nodo. La formulación de segundo orden es preferible para este tipo de elementos, ya que de lo contrario, éstos tienden a ser muy rígidos.

## **HEXA**

En este caso el elemento está formado por 8 nodos (20 nodos utilizando formulación de segundo orden). Estos ofrecen un muy buen resultado siendo elementos de primer orden, lo que disminuye enormemente el tiempo de computación.

## **PENTA**

Elemento definido por 6 nodos y 18 en ser un elemento de segundo orden. Se les considera como los elementos que ofrecen un comportamiento medio en cuanto a tiempo de computación y rendimiento ya que tienen menos nodos que los HEXA y son menos rígidos que los TETRA.

## **2.5 INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE RIGIDEZ DE ELEMENTOS FINITOS**

Durante el siguiente apartado, se hará una introducción a las bases del método de rigidez. En primer lugar será descrito el método de resortes lineales que este provee de los conceptos básicos para el entendimiento del método de la rigidez.

Primero comenzaremos con la matriz de rigidez y después llegaremos a los conceptos de la matriz de rigidez que describan el comportamiento lineal y elástico de un elemento de resorte.

A continuación se ilustrará como crear un ensamble total de la matriz de rigidez para elementos estructurales compuestos por elementos de resorte usando los principios mecánicos de equilibrio y compatibilidad. Es importante mencionar que dicho ensamble matricial es obtenido a partir de la superposición de matrices de rigidez que describen el comportamiento de los elementos elásticos que intervienen de forma directa en el sistema. A esta técnica de ensamble se matrices se le conoce con el nombre de “Método de rigidez directo”.

Una vez definidos los conceptos del ensamble de la matriz de rigidez, se ilustrará como aplicar las condiciones de contorno para los casos homogéneos y no homogéneos.

Después se explicara cómo obtener la solución completa del sistema matricial de los desplazamientos nodales y las reacciones obtenidas.

Más adelante también veremos una breve descripción del concepto de energía potencial mínima, el cual se aplica para lograr obtener las ecuaciones de los elementos de tipo resorte y se usa para resolver problemas de ensambles elásticos.

### 2.5.1 Definición de la Matriz de Rigidez

Para un mejor entendimiento de la matriz de rigidez es esencial entender que es el método de rigidez. Se define matriz de rigidez como el elemento K, el cual es la matriz que conforma la ecuación  $f=KD$  donde K se relaciona con la coordenadas locales de desplazamiento D en donde afectan las fuerzas f para un solo elemento.

En un medio continuo o una estructura compuesta por una serie de elementos elásticos, la matriz de rigidez k relaciona las coordenadas globales (x,y,z), los desplazamientos nodales D y las fuerzas globales F de todo el medio o la estructura. Es importante recalcar que esta matriz global esta referenciada a la matriz que describe el comportamiento local para cada elemento que conforma todo del sistema.

$$\{F\}=[K]\{d\}$$

Ecuación 2.5.1

### 2.5.2 Forma de Obtención de la Matriz de Rigidez para simular resortes

En este apartado describiremos la forma de obtención de la matriz de rigidez para un sistema de resorte lineal unidimensional, un resorte que obedece a la Ley de Hooke, la cual sólo analiza fuerzas en la dirección de elemento elástico.

Las fuerzas nodales locales son  $F_{1x}$ ,  $F_{2x}$  para un elemento de resorte asociado al eje local X. El eje local actúa en la dirección de resorte de tal forma que nosotros podemos medir de forma directa los desplazamientos que son causados por las fuerzas a lo largo del resorte.

Los desplazamientos nodales locales son de  $1x$  y  $2x$  para un elemento de resorte. Estos desplazamientos nodales son llamados

“Grados de libertad de cada nodo”. Una dirección positiva para las fuerzas y desplazamientos de cada nodo van en dirección del eje. El símbolo “K” es conocido como la “Constante de elasticidad” o la “Rigidez de un resorte”.

Una vez que se ha definido el sistema que conforma un resorte, sus ejes coordenados, las fuerzas y los desplazamientos que lo afectan, el paso que sigue es el desarrollar las relaciones entre las fuerzas nodales y los desplazamientos para el elemento resorte. Estas relaciones se ilustran por medio de ecuaciones matriciales siguiendo la “Ley de Hooke”, a este conjunto se lo conoce como “Matriz de Rigidez”.

La matriz de rigidez que se describe en la ecuación 2.5.1 ejemplifica el comportamiento de un solo elemento elástico que actúa en una sola dimensión o unidimensional, pero es importante tener en mente que para tener soluciones aplicables, las matrices de rigidez se componen de más elementos. Durante este texto el lector será introducido al ensamble de matrices de rigidez de distintos elementos elásticos interconectados.

Asumiendo que todas las interconexiones entre todos los nodos puede ser simulada como que un resorte los uniera, pero con diferentes matrices de rigidez dependiendo del material o del tipo de conexión nodal, se puede generar un sistema de ecuaciones matriciales en las cuales aparezcan todas las fuerzas experimentadas por los nodos, los diferentes valores de rigidez de cada propiedad y los desplazamientos de los nodos. Con ello conseguimos englobar muchos diferentes comportamientos y propiedades en un sistema de ecuaciones “reducido”, los cuales pueden ser resueltos de forma explícita o implícita.

## **2.6 OPTIMIZACIÓN MEDIANTE MODELOS FEM**

Antes de emprender cualquier estudio de optimización, es importante definir los límites del sistema que se investiga.

Generalmente, el diseño que se pretende optimizar pertenece a un conjunto mayor, y estos límites son las acotaciones que lo separan del mismo.

Sirven para aislar el sistema de su entorno, puesto que para su análisis, todas las interacciones entre el sistema y su entorno se suponen invariables a un determinado nivel.

El problema de optimización del diseño se entiende actualmente como aquél que plantea determinar el valor de una serie de variables de manera que se minimice (o maximice) el valor de una función objetivo, a la vez que se cumplen una serie de restricciones impuestas.

### **2.6.1 Variables de diseño**

En primer lugar, es necesario distinguir entre las magnitudes que intervienen en un diseño, cuyos valores pueden ser modificados (variables a optimizar), y aquellas magnitudes cuyos valores están fijados por factores externos (en la mayoría de las ocasiones estos parámetros representan las restricciones), y por tanto fuera de los límites del diseño.

Los parámetros del problema representan magnitudes cuyo valor es constante durante todo el diseño y son consecuencia, en general, de una serie de condiciones impuestas externamente al problema. Por el contrario, las variables hacen referencia a magnitudes cuyos valores pueden cambiar a lo largo de la evolución del diseño.

En el caso más general, se distinguen cuatro tipos de variables:

- Propiedades de la sección de la pieza: área, momentos de inercia, y de torsión, etc.
- Geometría de la estructura: altura, longitud, espesor, etc.
- Topología de la estructura: densidad del material, perímetro total, etc.
- Propiedades constitutivas: módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson, etc.

Actualmente, no existen aún técnicas de optimización que consideren eficientemente los cuatro tipos de variables.

Según su campo de existencia, las variables se pueden clasificar en continuas y discretas.

En el caso que nos atañe se realizarán dos estudios de optimización, un primero mediante optimización topológica del volumen disponible para el diseño, para obtener los caminos de carga y con ello disponer en esas posiciones los tubos que conformarán la estructura, y una segunda optimización, que tiene como objetivo definir el diámetro y espesores óptimos para cada tubo.

### 2.6.2 Función objetivo

Una vez que hemos construido y delimitado el problema de interés, el siguiente paso es elegir un criterio con el que evaluar los diseños, de forma que podamos identificar cual es el “mejor” diseño según este criterio. Por tanto, la función objetivo suele ser una función escalar de las variables que intervienen en el diseño, y la condición habitual que se le exige a dicha función es que para la solución óptima tome un valor mínimo (o máximo).

Hasta el momento, la función objetivo que se ha utilizado con mayor frecuencia es la masa del diseño, debido a que las primeras optimizaciones estructurales se desarrollaron en el campo de la aeronáutica, en la cual el valor del peso resulta un condicionamiento esencial.

El planteamiento tradicional es pues, expresar la masa de la pieza en función de las variables de diseño, y tratar de obtener el mínimo valor para dicha masa.

Esta práctica se sigue realizando actualmente con una gran eficacia, puesto que la masa estructural está directamente relacionada con el coste total de la misma. Cuanto menos material se utilice, más económica será la pieza en términos generales.

Sin embargo, en la evaluación del coste total entran en juego aspectos tales como: costes de fabricación, mano de obra, tiempo de producción mínimo, máxima tasa de producción, mínima energía utilizada, máxima carga, etc.

Estos aspectos pueden llegar a ser decisivos a la hora de evaluar la rentabilidad de uno u otro diseño, y es por ello que conviene tenerlos en cuenta al plantear la expresión de la función objetivo. Asimismo, pueden emplearse como función objetivo otros estimadores: coste anual, beneficio anual neto, tasa coste-beneficio, fiabilidad estructural, frecuencias naturales, tensión máxima, desplazamientos en puntos críticos, rigidez de la estructura, etc.

### 2.6.3 Restricciones

La mayoría de los casos prácticos se formulan como problemas con restricciones. Esto se debe a que en la mayor parte de los problemas complejos, como es el diseño de una estructura, no pueden tratarse libremente teniendo en cuenta todas las elecciones posibles, sino que debe de descomponerse en sub-problemas separados. En donde, cada uno de estos sub-problemas tienen restricciones que han sido impuestas para acotar el campo de exploración.

Por lo tanto, las restricciones son condiciones que debe de cumplir el diseño para que pueda ser considerado como válido, planteándose en función de las variables, a las que se les exige tener un valor o mantenerse dentro de unos límites.

Una primera clasificación de las restricciones las divide en explícitas o implícitas. Las primeras actúan directamente imponiendo condiciones a una variable (o un grupo de ellas), mientras que las segundas imponen condiciones sobre magnitudes que dependen a su vez de las variables. Es importante la distinción entre ambas porque las restricciones explícitas tienen un tratamiento más sencillo en la mayoría de los métodos de diseño, por lo que es recomendable su utilización.

Una segunda división de las restricciones las agrupa en restricciones de igualdad o desigualdad. Las restricciones de igualdad suelen estar asociadas a las relaciones que fijan el comportamiento de la estructura, tales como condiciones de equilibrio, compatibilidad, ley de comportamiento del material, etc.

Otras relaciones de igualdad están asociadas a las relaciones entre las variables de diseño del problema (condiciones de simetría, tangencia, curvatura, etc.).

Las restricciones de desigualdad suelen estar asociadas con limitaciones impuestas a la respuesta del elemento estructural, tales como tensiones, desplazamientos máximos, frecuencias de vibración, etc., así como, aquellas que delimitan el rango de los valores posibles de las variables, y por ello, estas son las más comúnmente aplicadas.

## 2.7 OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA, DE PROPIEDADES Y FORMA

Los diferentes tipos de optimización estructural dependen de cuáles sean las variables de diseño utilizadas.

De los cuatro tipos de variables, el material de la estructura suele plantearse como un parámetro, siendo fijado inicialmente por el diseñador.

Quedan pues, como variables de diseño más habituales, las propiedades de la sección, la geometría, y la topología de la estructura. Estos tres tipos de variables son el origen de tres tipos de optimización estructural distintos, cuyas características se pasan a exponer.

En la optimización de propiedades, las variables de diseño están asociadas a propiedades geométricas de la sección transversal de los elementos que componen la estructura (áreas de las barras, momentos de inercia, etc.). Éste es el tipo más sencillo de optimización estructural, y sus fundamentos están bastante establecidos. En el caso de estructuras continuas, las variables de diseño suelen ser los espesores de los elementos.

Ahora bien, dado que el análisis suele resolverse mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF), habría que asignar una variable por cada uno de los elementos resultantes de la división, lo que obligaría a adoptar, algún tipo de relación, que reduzca el excesivo número de variables de diseño.

En la optimización de forma, también denominada de geometría, además de las variables empleadas en la optimización de propiedades, son utilizadas variables asociadas a la forma de la estructura. Estas variables controlan la geometría del diseño y requieren a menudo de un modelo de análisis que se readapte durante el proceso de optimización. El creciente interés por la optimización de forma se debe a dos motivos: en primer lugar, proporciona diseños mucho mejores que la optimización de propiedades; y en segundo lugar, la mayor disponibilidad actual de herramientas de análisis, y optimización que permite resolver de forma más eficiente este tipo de problemas.

Un factor crucial para alcanzar un diseño óptimo es la topología de la estructura. Es decir, la definición del número de elementos (o cavidades) que configuran la estructura. En este sentido, la optimización de forma tradicional no resulta válida dado que, en este tipo de problemas el género topológico (número de cavidades) del modelo permanece invariable durante la optimización, es decir la topología

inicial y final es la misma. Sin embargo, en muchos problemas es conveniente introducir cavidades interiores no existentes en el diseño de partida, a través de las cuales se puede por ejemplo, disminuir el peso de la estructura sin que por ello, se viole obligatoriamente alguna de las restricciones impuestas.

Por tanto, podemos resumir que la diferencia esencial entre la optimización de forma y la optimización de topología es que en la primera la mejora de la función objetivo depende exclusivamente de la forma del contorno para un género dado, y en la optimización de topología depende de la variación del mismo.

## **2.8 FUNDAMENTOS DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA**

Los avances en el diseño de componentes estructurales suelen estar fundamentados en las guías básicas del “prueba-error”, lo cual hace esencial la experiencia del diseñador, pero nuevos métodos de diseño como la optimización topológica te permite llegar a soluciones o conceptos de diseño muy cercanos al óptimo, sin tener una gran experiencia para las soluciones que se tratan de resolver.

El fundamento de las optimizaciones topológicas se basa en que, teniendo un volumen disponible de diseño, la densidad de cada elemento podrá variar entre cero (sin material) y uno (con material) en cada iteración, con la intención de cumplir el objetivo que se haya impuesto (decisión del diseñador) y pudiendo introducir una serie de restricciones propias del diseño final.

Una de las ventajas de utilizar este método no es la obtención directa del diseño final, sino una primera idea de cómo realizar el diseño final, para posteriormente realizar varias iteraciones con el fin de llegar al diseño más óptimo dentro de las especificaciones necesarias. Además, para el caso que nos atañe, es muy útil porque nos da una idea de cuáles son los caminos más óptimos por los que se transmiten las tensiones en el chasis, consiguiendo así la situación en la cual podremos disponer los tubos que compondrán el chasis.

## 2.9 EJEMPLOS DE COMPONENTES Y EMPRESAS QUE UTILIZAN ESTE PROCESO

### 2.9.1 AIRBUS

Una de las aplicaciones más importantes de la optimización topológica es en la industria aeronáutica, ya que cada kg extra conlleva más gasto de combustible y ser menos competitivos que el resto de compañías.

Por esta razón Airbus decidió aplicar esta técnica para optimizar en conjunto de costillas (ribs) que forman la parte estructural de una ala.

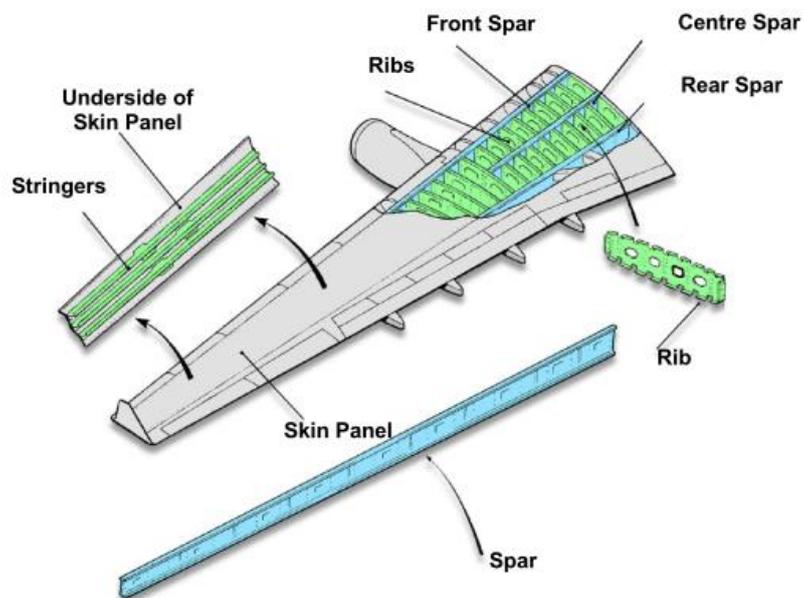


Figura 2.9.1.a

La aplicación de esta técnica ha sido utilizada en el modelo A380, llegando a reducir alrededor de 1000kg por avión.

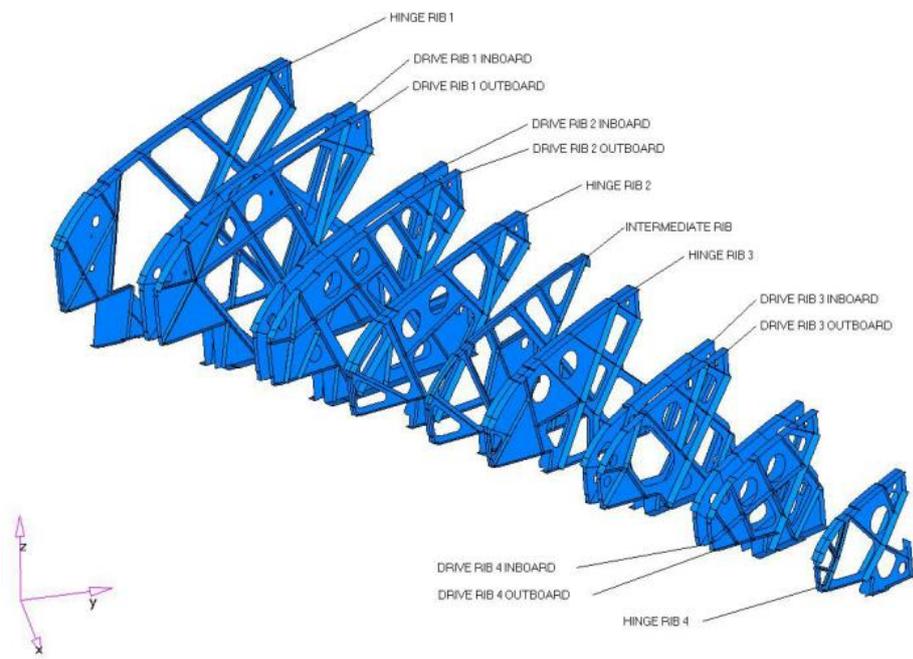


Figura 2.9.1.b



### 3- ANÁLISIS DE NORMATIVA

Para la correcta participación en la competición Formula Student, la organización te exige el cumplimiento de unas normas (2015 Formula SAE Rules) que abarcan desde el diseño en cuanto a dimensiones y materiales utilizados, hasta en el control económico desplegado por cada equipo, tratando de simular el comportamiento real de cualquier equipo de “motor-sport” en la actualidad.

Además de la normativa impuesta por la organización, el equipo se autoimpuso una serie de normas para el mejor funcionamiento del mismo, como por ejemplo considerar el origen de coordenadas del vehículo el punto medio del eje delantero (0, 0, 0).

#### 3.1- DIMENSIONADO DEL CHASIS

El perímetro que se diseñará y calculará en este TFG será el del chasis, por lo que sólo se tendrán en cuenta artículos que afecten tanto directa como indirectamente a éste.

En primer lugar existe la posibilidad de desarrollar dos chasis completamente diferentes para los cuales hay diferentes criterios a cumplir, un chasis tubular y otro monocasco de fibra de carbono. En el caso que nos atañe se decidió diseñar un chasis tubular ya que es mucho más económico tanto en la materia prima como en el proceso de montaje.

Una de las dimensiones a tener en cuenta, son las necesarias para asegurar el correcto dimensionado del habitáculo del cockpit, lo cual es muy importante para asegurar una ágil evacuación del vehículo en caso de emergencia.

Las medidas necesarias aparecen en la figura 3.1.a, las cuales se inspeccionarán en la competición asegurando una profundidad de 350mm desde la parte superior de las barras que conformen el lateral del chasis. Durante dicha inspección, la columna de dirección y asiento podrán ser retiradas, por lo que no han de ser tenidas en cuenta en el volumen a respetar.

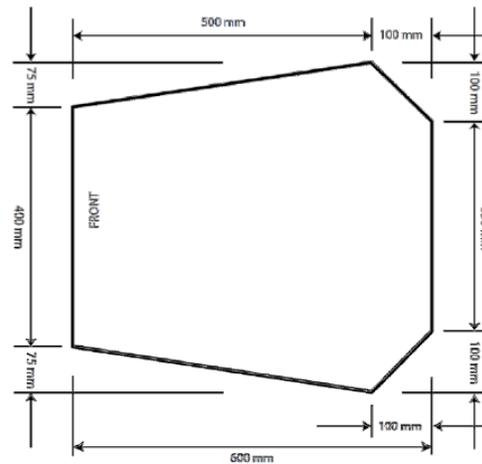


Figura 3.1.a

Además, se ha de respetar el volumen que habrá entre el volumen antes mencionado hasta 100mm antes del pedal, estando el pedal en la posición de no funcionamiento, verificando este volumen con una plantilla que simula las piernas del piloto.

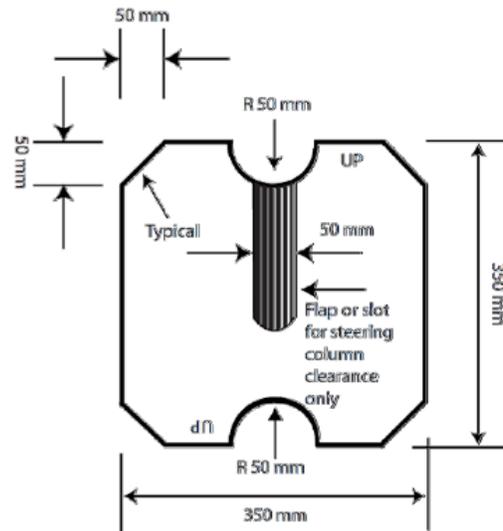


Figura 3.1.b

A parte de los volúmenes mencionados, existen una serie de barras con funciones específicas de seguridad que también **delimitan las dimensiones del chasis, pero serán tratados en el siguiente punto**

### 3.2- ELEMENTOS OBLIGATORIOS POR SEGURIDAD

En este apartado la organización de la competición es muy clara, para asegurar la integridad física de todos los participantes en la competición, que no hay que olvidar, son en su gran mayoría amateurs.

Los siguientes elementos son los de obligada instalación en los monoplazas:

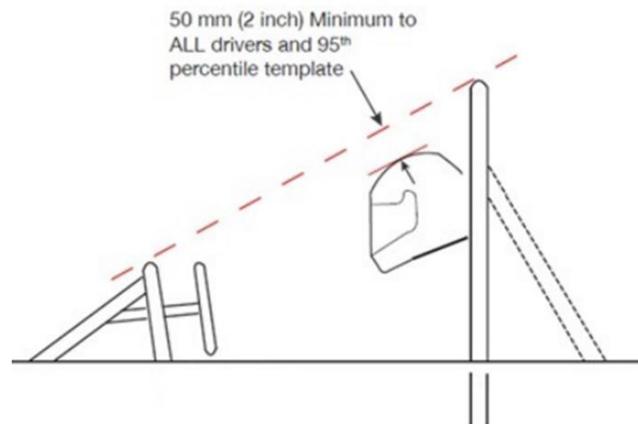
#### 3.2.1- Main Roll Hoop y Front Roll Hoop

##### (Arco de seguridad principal y arco de seguridad delantero)

La primera indicación en cuanto a seguridad que marca la norma es que ni la cabeza ni las manos del piloto podrán estar en contacto con el suelo o asfalto en caso de que el monoplaza voltee de cualquier forma.

Para ello la norma te exige a incluir en tu diseño dos arcos de seguridad, uno a la altura del volante y otro en la parte posterior del casco, estos arcos serán denominados Front y Main Roll Hoops respectivamente.

Como aporte interesante, este dispositivo fue introducido como obligatorio en la fórmula uno en 1961.



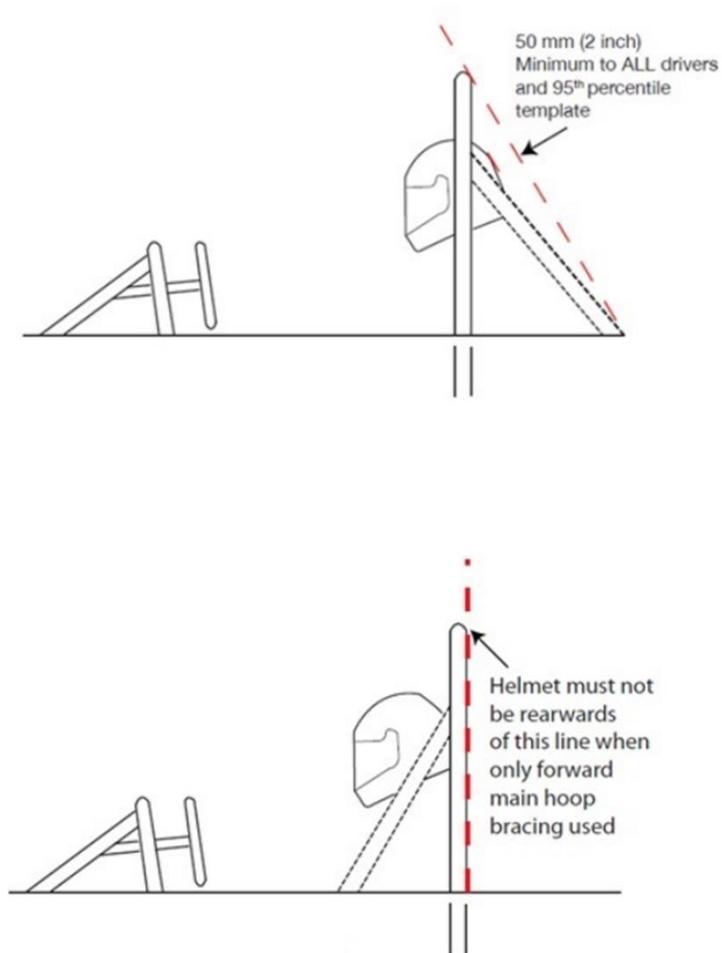


Figura 3.2.1

Como se puede observar en las imágenes es necesario cumplir que entre la línea que una la parte externa de los dos arcos y la posición del casco del piloto tendrá que haber por lo menos 50mm, otros 50mm entre la parte externa del Main Hoop y el anclaje de los tirantes de éste con el chasis, y en el caso de que los tirantes se unan al resto del chasis por la parte delantera, el casco del piloto no podrá sobrepasar la parte trasera del Main Hoop.

El Main Hoop deberá ser construido en una pieza sola sin cortes y continua, sin tener una inclinación mayor de 10°, con respecto al vertical visto desde el lateral, desde el punto de anclaje al resto del chasis hacia abajo.

En el caso del Front Hoop, deberá recoger o estar anclado a los miembros tanto altos como bajos que compongan el chasis y transiten por esa zona. Este componente podrá estar formado por más de una pieza tubular, su parte superior no puede estar por debajo de la superficie superior del volante en cualquier posición, y no puede estar separado del volante más de 250mm medidos en horizontal.

### 3.2.2- Main Hoop Bracing (Soportes del arco de seguridad principal)

El arco de seguridad principal deberá estar soportado por dos brazos (o tubos), a ambos lados del “Main Hoop”.

En la vista lateral del chasis, el arco de seguridad y los soportes no deben tener la misma orientación transversal, es decir, si el arco de seguridad tiene una inclinación transversal hacia adelante, los soportes deberán tener inclinación transversal hacia atrás, y viceversa.

Los soportes deberán estar unidos al arco lo más cerca posible a la parte superior del mismo, siendo la mayor distancia admisible entre ellos de 160mm, además de que el ángulo formado entre el arco de seguridad y sus soportes debe ser como mínimo de 30°.

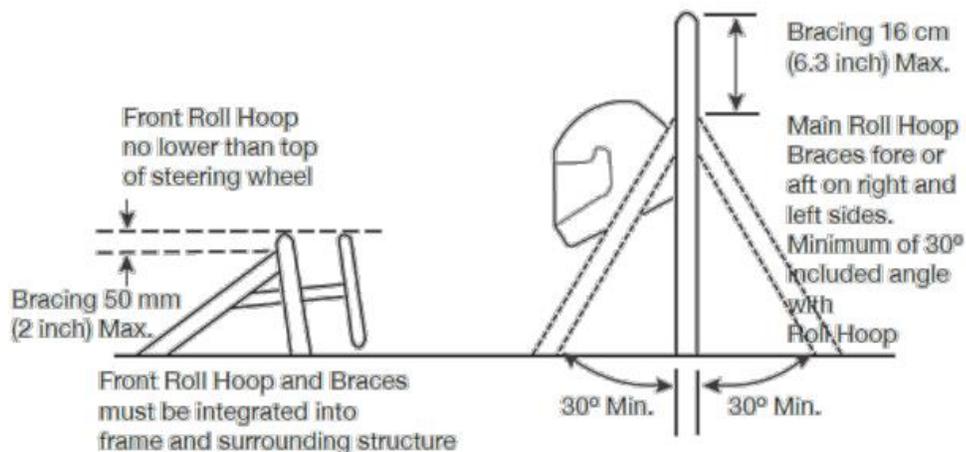


Figura 3.2.2

### 3.2.3- Side Impact Structure (Estructura de impacto lateral)

Unos elementos altamente importantes para la seguridad del ocupante son los denominados “Side Impact Members”, cuyo fin es el de evitar que se invada el habitáculo de forma lateral por supuestos impactos con otros vehículos o elementos del entorno en caso de accidente.

Deberán ser tres barras por cada lado, dos horizontales, quedando la más alta (Upper Side Impact Member) a una altura comprendida por completo entre 300 y 350 mm sobre el nivel del suelo y la más baja (Lower Side Impact Member) no deberá estar por debajo de ningún otro componente estructural. El tercer miembro se encargará de unir los dos miembros anteriormente comentados, uniendo sus extremos opuestos.

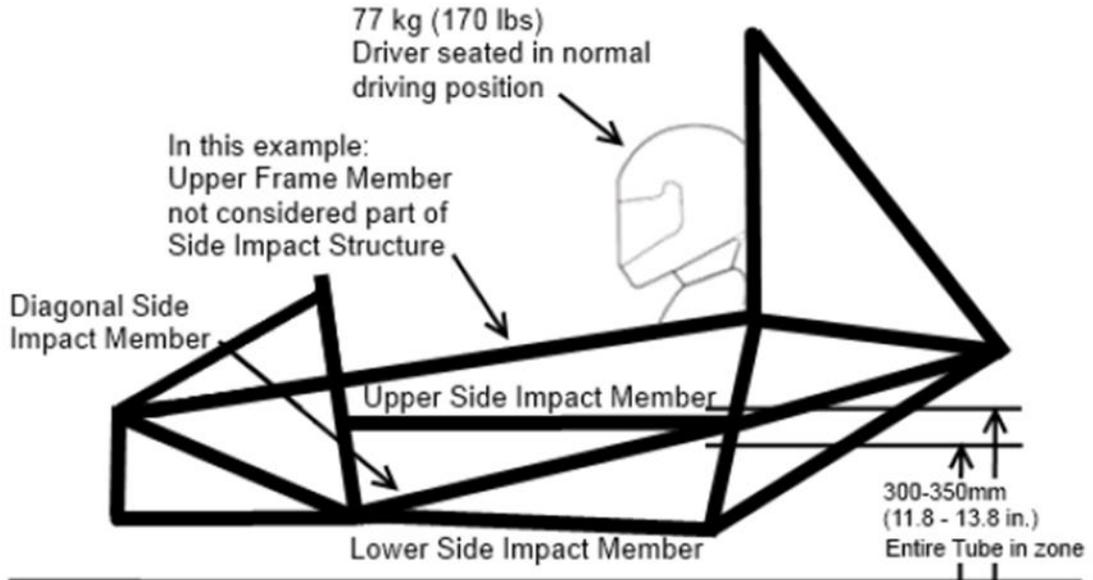


Figura 3.2.3

### 3.2.4- Front Bulkhead y Front Bulkhead supports

(Estructura delantera y soportes)

Con el fin de proteger tanto las piernas del piloto como todos los objetos que no pueden romperse en caso de impacto frontal, la norma te obliga a disponer otro arco, llamado Bulkhead, deberá estar situado tal que

cuando el piloto este tocando pero no apretando pedales, los pies de éste estarán protegidos por el plano formado por el arco.

Además de esos arcos, la normativa te exige un tercer arco que irá en la parte frontal del chasis sujetando el atenuador de impactos exigido por norma como seguridad activa en caso de impacto frontal. Dicho arco, llamado Front Bulkhead, deberá estar unido al Bulkhead directamente al menos mediante tres miembros.

Los tubos que se utilicen para soportar ambos arcos deberán estar perfectamente triangulados.

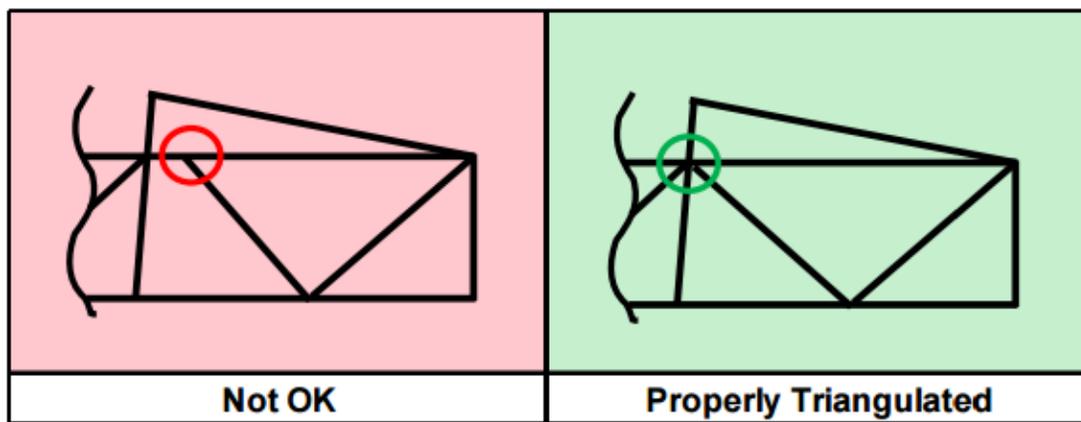


Figura 3.2.4

### 3.3- DIMENSIONES Y MATERIAL APLICABLE A LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Con el fin de proveer a los elementos de seguridad y estructurales las propiedades mínimas para asegurar la integridad del ocupante del monoplaza, la normativa nos indica unas dimensiones mínimas y unas características mínimas a cumplir.

En lo relativo al dimensionado, para ello nos indica tres distintas funciones estructurales con sus diferentes medidas:

Zonas	Medida exterior	Espesor
Arcos de seguridad (Main y front hoops)	Ø 25 mm	2.50 mm
Barra de soporte de los hombros del arnés	Ø 25.4 mm	2.40 mm
Estructura de impacto lateral	Ø 25 mm	1.75 mm
Arco delantero	Ø 25.4 mm	1.60 mm
Brazos del roll hoop	□ 25x25 mm	1.20 mm
Resto de conexiones al arnés		
Soportes del arco delantero	Ø 25 mm	2.50 mm
Soportes de los brazos del roll hoop	Ø 26 mm	1.20 mm

Tabla 3.3

En cuanto a lo que se refiere a material, la normativa nos vuelve a indicar unas propiedades mínimas, teniendo que respetar que las características del mismo sean como mínimo las siguientes:

- Módulo de Young (E) = 200GPa (29,000 ksi)
- Límite elástico (Sy) = 305 MPa (44,2 ksi)
- Límite de rotura (Su) = 365 MPa (52,9 ksi)

#### 4. DISEÑO DEL MODELO

En esta sección trataremos de explicar de una forma sencilla la manera en la que se ha diseñado el modelo de elementos finitos, junto con las propiedades aplicadas al mismo.

El modelo CAD que nos sirve de referencia para basar nuestro modelo, está diseñado de tal forma que el sólido ocupe el máximo volumen disponible teniendo en cuenta los componentes de la suspensión, el espacio reservado para el piloto, el volumen ocupado por el motor y los componentes de la transmisión, además ha de cumplir cada una de las especificaciones nombradas en el capítulo anterior relativas a dimensiones estructurales de seguridad.

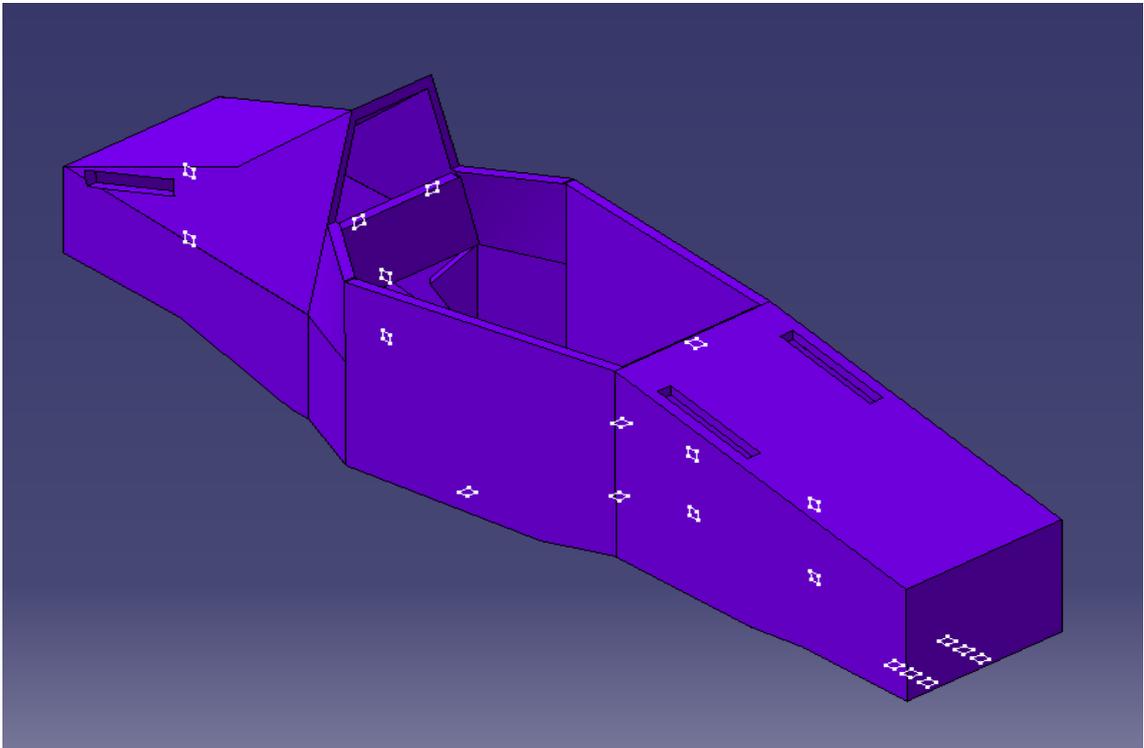


Figura 4.a

A partir de aquí se procederá a buscar los mejores parámetros de optimización con el fin de encontrar los caminos de carga más eficientes para todos los estados de carga y modos de trabajo del chasis, con el fin de obtener el chasis más ligero y con mayor rigidez a torsión longitudinal y rigidez a flexión.

Dichos estados de carga serán tenidos en cuenta en todos los procesos de optimización que vamos a seguir para no perder un comportamiento óptimo del

producto en cualquiera de los estados de trabajo, por muy simples o sencillos que sean.

El sistema de referencia elegido es el que utiliza el “eje x” como dirección longitudinal a través del chasis, el “eje y” como dirección transversal a través del chasis y el “eje z” representa la dirección vertical.

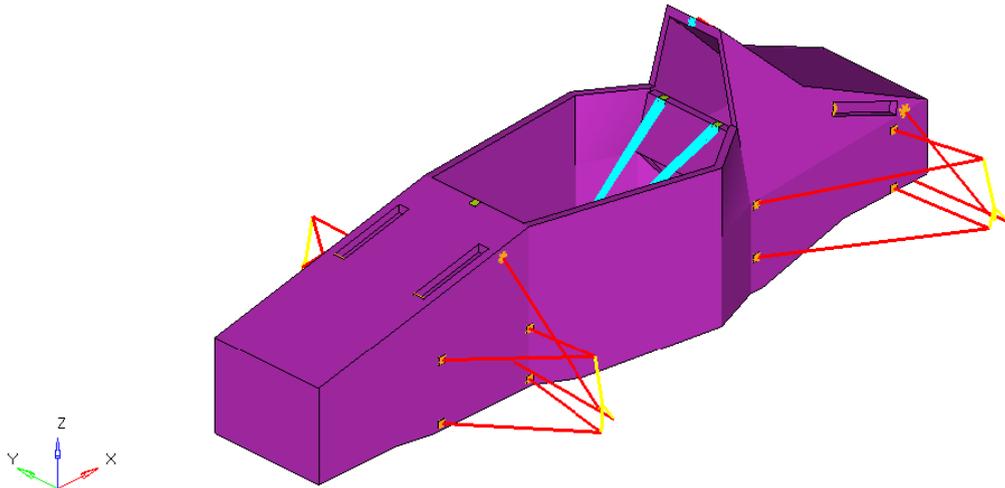


Figura 4.b

#### 4.1. SOFTWARE UTILIZADO

Para realizar el pre-procesado y post-procesado de los diferentes modelos se ha decidido utilizar el software HyperMesh v13, de Altair, ya que, aparte de que patrocina a la mayoría de equipos de Formula Student, es actualmente el software con mejor y más potente pre-procesado y post-procesado, utilizado por la gran mayoría de compañías en diferentes sectores industriales tales como automoción, aeronáutica, espacial, naval, nuclear, etc.

En cuanto al solver, también se ha optado por el de la compañía Altair, Optistruct, ya que además de ser gratuito para el equipo, tenemos una gran cantidad de tutoriales y ayudas para realizar este trabajo.

## 4.2. ELEMENTOS UTILIZADOS Y TIPOS DE CONEXIÓN

Este primer modelo será el que ponga la base y nos marque el camino para conseguir una geometría con el mayor rendimiento posible, por lo que tener una malla lo suficientemente fina (aunque el tiempo de computación sea elevado), es la clave para poder observar claramente los caminos de carga del chasis.

Hay que reseñar que antes de comenzar con el mallado se han de diferenciar las zonas en las cuales podemos optimizar el volumen y, en las que por normativa, nos es imposible hacerlo, como por ejemplo los tres arcos de seguridad obligados por normativa y los puntos de anclaje del motor o los pedales del freno y acelerador. En cuanto a la estructura de impacto lateral, se ha decidido intentar optimizar su forma, ya que la normativa nos deja más libertad para su diseño que en otros componentes.

Para mallar el volumen los elementos 3D que más rendimiento nos dan son los TETRA, además de que gracias a que no son elementos ortogonales se podrán transmitir las tensiones de forma oblicua sin generar zonas con menos resistencia por la naturaleza de los elementos.

En cuanto a los componentes de la suspensión, estos irán anclados al chasis totalmente, ya que si introducimos resortes y mecanismos en el modelo, éste puede ser excesivamente complicado de optimizar y el solver no va a converger, y para evitar concentración de tensión en el chasis, se conecta el extremo interno de cada elemento de la suspensión con un RBE2, para tener más nodos conectados y distribuir así los esfuerzos.

Los elementos utilizados para las barras de la suspensión, barra de dirección y transmisión, son CBAR con un perfil circular hueco, de 15mm de diámetro y 2 mm de espesor, hechos de acero.

La elección de ese elemento es porque no nos vamos a centrar en analizar las tensiones o deformaciones de la suspensión, si no que las utilizamos como meros elementos de transmisión de carga.

Para simular las manguetas que están a los extremos de las suspensiones, utilizamos un elemento rígido RBE2, con el centro del mismo en el mismo lugar que el centro de gravedad de las manguetas.

En cuanto al motor, uno de los elementos importantes del monoplaza, se posicionó en su centro de gravedad una masa puntual con el peso de éste, y se ancló al chasis, en los puntos necesarios para su fijación,

mediante un elemento RBE2 ya que este elemento aporta una gran rigidez al conjunto del monoplaza.

Por último, y no por ello menos importante, con el fin de tener en cuenta al piloto y optimizar la rigidez a flexión del chasis, se ha situado una masa puntual con el máximo peso del piloto en el percentil 95 de la sociedad española, y anclado al chasis por los puntos de anclaje del arnés de seguridad y de las fijaciones del asiento.

### **4.3. CONDICIONES DE CONTORNO**

Las condiciones de contorno tratan de simular o representar la forma en la cual el modelo interactúa con el resto del entorno.

Para este caso en concreto, el monoplaza tiene interacción con el entorno mediante el contacto de los neumáticos con el firme, y al ser tan complicada de modelizar la goma del neumático, se toman como puntos de referencia los centros de gravedad de las manguetas, llantas y neumáticos para cada rueda.

A partir de aquí se pueden variar de muchas maneras las condiciones de contorno para modelizar tanto pasos por curva, baches o casos experimentales para obtener la rigidez del chasis.

### **4.4. ESTADOS DE CARGA**

#### **4.4.1. Rigidez a torsión**

Este estado de carga es uno de los más importantes ya que tener una buena rigidez a torsión asegura un buen comportamiento del monoplaza en el paso por curva, y ser excesivamente rígido aumenta en exceso el peso del mismo.

En el siguiente capítulo haremos un mayor desarrollo explicando que valor de rigidez a torsión queremos en el chasis, y la razón por la cual queremos ese valor y no otro.

Para analizar la rigidez a torsión, se han restringido todos los movimientos de las ruedas traseras, y se aplicarán una fuerza vertical positiva en la rueda delantera izquierda y vertical negativa en la rueda delantera derecha de 1000N.

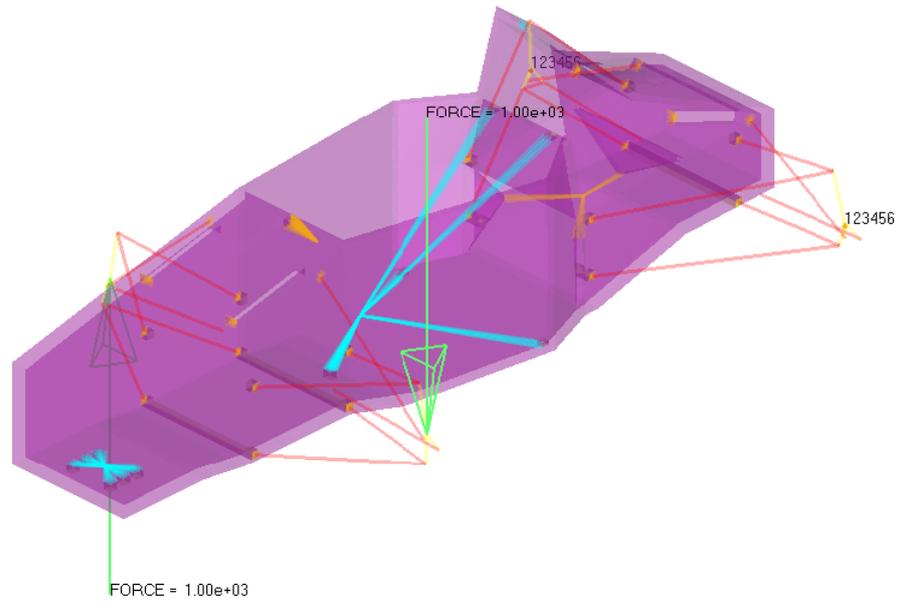


Figura 4.4.1

#### 4.4.2. Rigidez a flexión

Con el fin de asegurar un correcto comportamiento a flexión del monoplaza y hallar los caminos de cargar se incluye el estudio de la flexión.

En este caso se restringe el desplazamiento de las ruedas traseras, pero se las permite la rotación, y en las ruedas delanteras se restringe el desplazamiento transversal y el desplazamiento vertical.

Las fuerzas a aplicar son meramente representativas ya que al no tener un valor de óptimo de rigidez, se opta por aplicar una reducción de dos órdenes de magnitud al valor del desplazamiento obtenido en el análisis estático del chasis previo a su optimización.

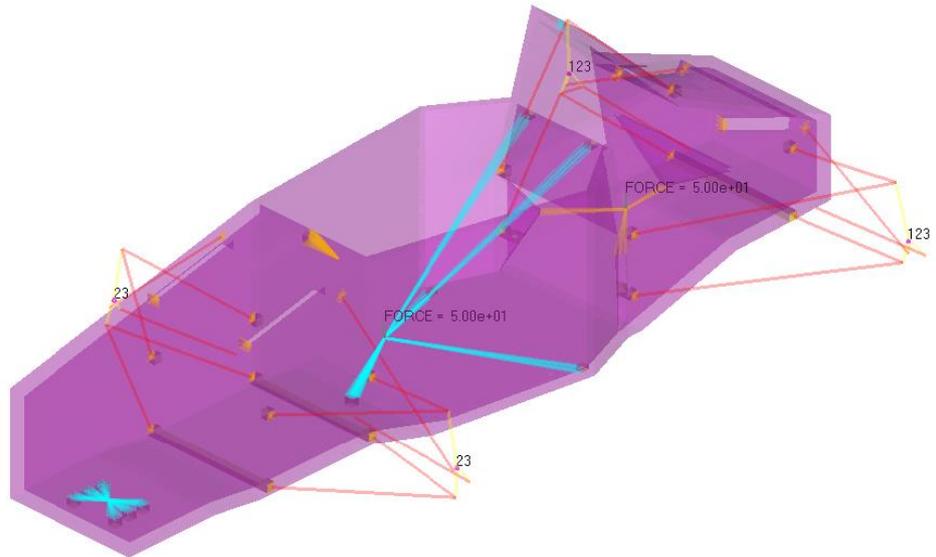


Figura 4.4.2

#### 4.4.3. Choque frontal

Para asegurar la integridad del chasis en caso de choque frontal la normativa obliga a realizar un análisis de choque frontal aplicando 25 g de deceleración.

Con el fin de restringir el modelo isostáticamente se va a delimitar el desplazamiento del arco frontal del chasis, restringiendo el desplazamiento en "X", y en uno de los vértices del arco (en nuestro caso el vértice superior derecho) restringir todos los desplazamientos, en el opuesto transversalmente, evitando el desplazamiento en "X" y "Z", y en el punto medio del lado horizontal inferior el desplazamiento en "X" e "Y".

En cuanto a las fuerzas aplicadas, se aplicará la aceleración antes nombrada de 25 g en las masas puntales que representan al piloto y al motor.

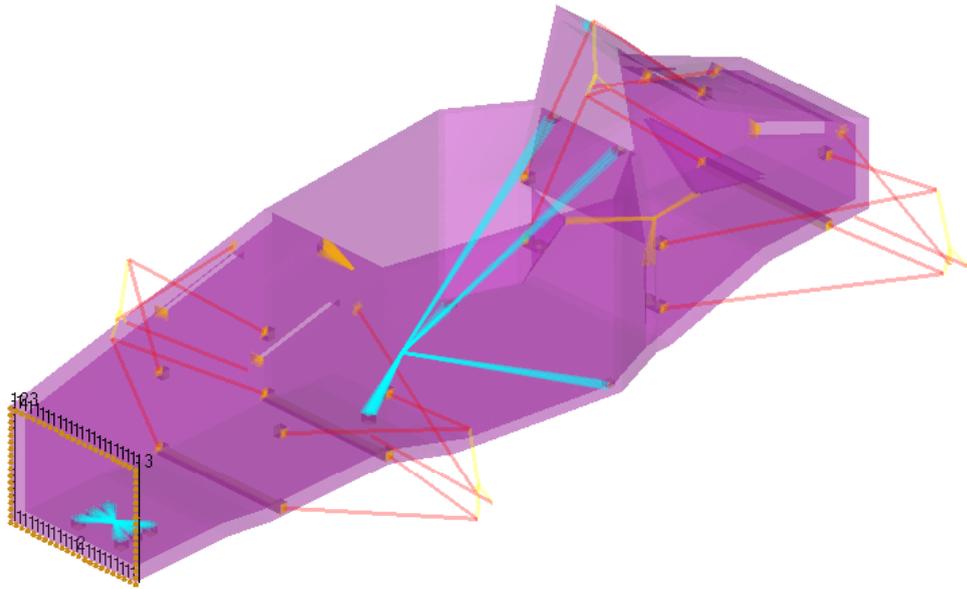


Figura 4.4.3

#### 4.4.4. Motor

Este es el caso de carga en el cual se incluyen las reacciones que el motor generará sobre el chasis.

Se quiere tener en cuenta este efecto ya que es uno de los casos de carga más exigentes e importantes para tener un buen comportamiento del chasis y transmitir las fuerzas y pares que el motor será capaz de aportar sin modificar la geometría de los anclajes del motor al chasis.

Para analizar el modelo en la situación menos favorable se decide analizarlo con las cuatro ruedas sin posibilidad de desplazamiento en ninguna de ellas, pero dejando libre la rotación en el “cdg” de ellas, no añadiendo demasiada rigidez al modelo.

Las fuerzas aplicadas sobre el “cdg” del motor ha sido obtenidas de las especificaciones técnicas del motor que utilizaremos (motor de la moto Yamaha YZF-6):

- Fuerza con una dirección longitudinal positiva, aplicada en el centro de gravedad del motor con un valor de 7000N.
- Par motor con una dirección transversal positiva, aplicado en el centro de gravedad del motor con un valor de 280kN-mm

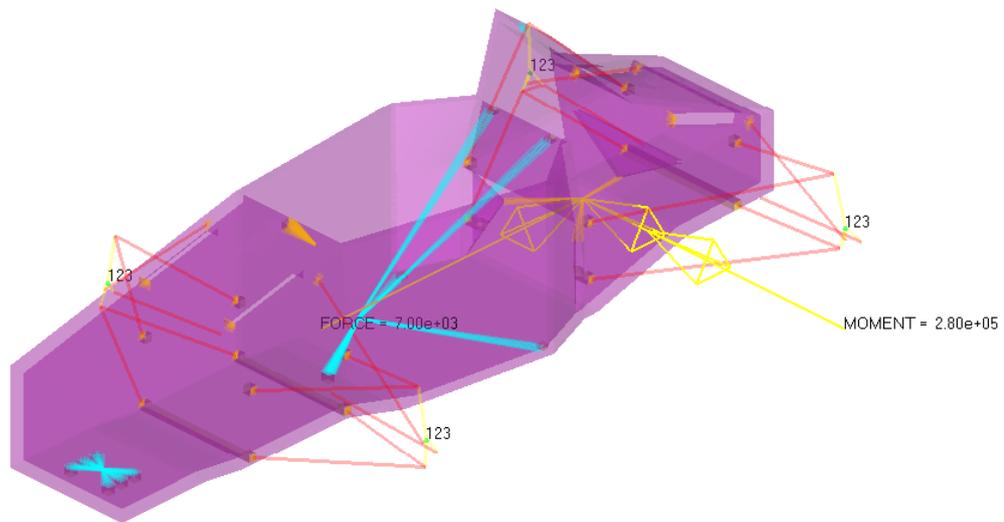


Figura 4.4.3

#### 4.4.5. Paso por curva, rueda delantera derecha

Uno de los comportamientos con más importancia a la hora de tener un buen comportamiento de vehículo, es el paso por curva, ya que un buen paso por curva te puede asegurar un correcto asentamiento del neumático, junto con un correcto comportamiento de la suspensión, en las cuatro ruedas.

Pero si el paso por curva es deficiente, el neumático no trabajará de forma correcta, desgastándose en exceso y no teniendo el suficiente agarre, aparte de que los resortes de la suspensión trabajarían de forma totalmente irregular y el piloto no podría tener la confianza suficiente como para llevar el monoplaza al límite.

La interacción con el entorno elegida para este caso de carga, es que las ruedas no analizadas tengan restringidos sus desplazamientos, pero libres los giros.

Las fuerzas a aplicar sobre la rueda vienen definidas por el departamento encargado de analizar el comportamiento dinámico del vehículo y por el departamento de las suspensiones, y se analizará la rueda exterior en el paso por curva ya que es la más exigida, aplicando los siguientes valores.

- Fuerza aplicada en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 6290N en Y negativa (hacia dentro del vehículo) y 3820N en Z positiva.

- Momento aplicado en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 1675 kN·mm en X negativo, simulando la compresión generada por el firme sobre la suspensión delantera externa.

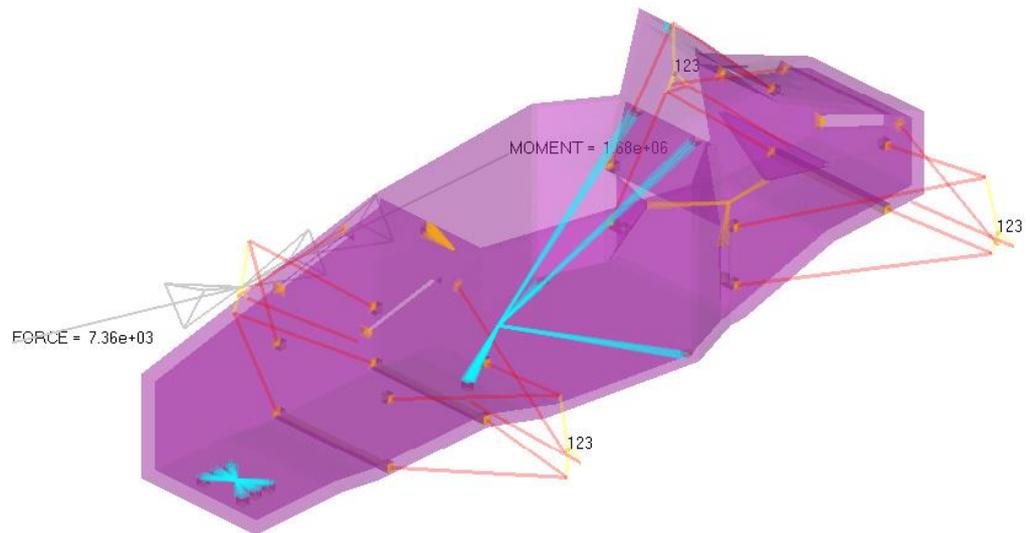


Figura 4.4.5

#### 4.4.6. Frenada, rueda delantera derecha

En este caso analizamos el supuesto en el que estando el piloto frenando toda la energía es absorbida por la rueda delantera derecha.

Los valores vienen derivados de la misma forma que el caso anterior, y son los siguientes.

- Fuerza aplicada en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 4000N en X positiva (hacia dirección longitudinal del vehículo) y 1900N en Z positiva.
- Momento aplicado en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 1060 kN·mm en Y negativo, simulando la acción de la pinza del freno sobre la mangueta.

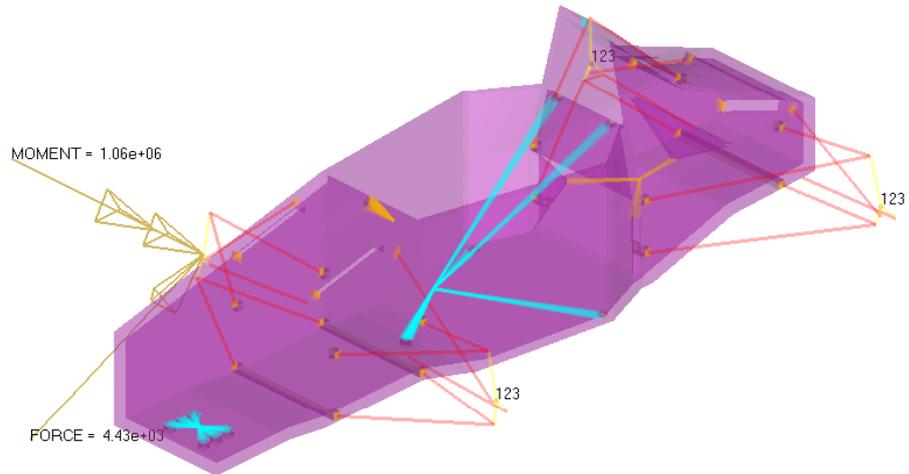


Figura 4.4.6

#### 4.4.7. Paso por curva, rueda trasera derecha

Exactamente las mismas condiciones que el caso de carga “Paso por curva, rueda delantera derecha”, para poder analizar las fuerzas que sufre la rueda exterior trasera, con las siguientes fuerzas.

- Fuerza aplicada en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 6290N en Y negativa (hacia dentro del vehículo) y 3820N en Z positiva.
- Momento aplicado en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 1675 kN·mm en X negativo, simulando la compresión generada por el firme sobre la suspensión delantera externa.

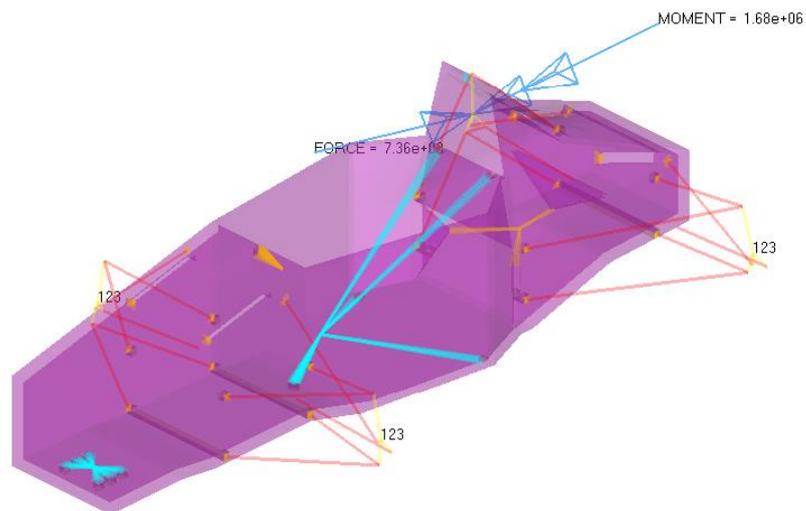


Figura 4.4.7

#### 4.4.8. Frenada, rueda trasera derecha

Exactamente las mismas condiciones que el caso de carga “frenada, rueda delantera derecha”, para poder analizar las fuerzas que sufre la rueda exterior trasera, con las siguientes fuerzas.

- Fuerza aplicada en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 835N en X positiva (hacia dirección longitudinal del vehículo) y 310N en Z positiva.
- Momento aplicado en el centro de gravedad de la mangueta con un valor de 225 kN·mm en Y negativo, simulando la acción de la pinza del freno sobre la mangueta.

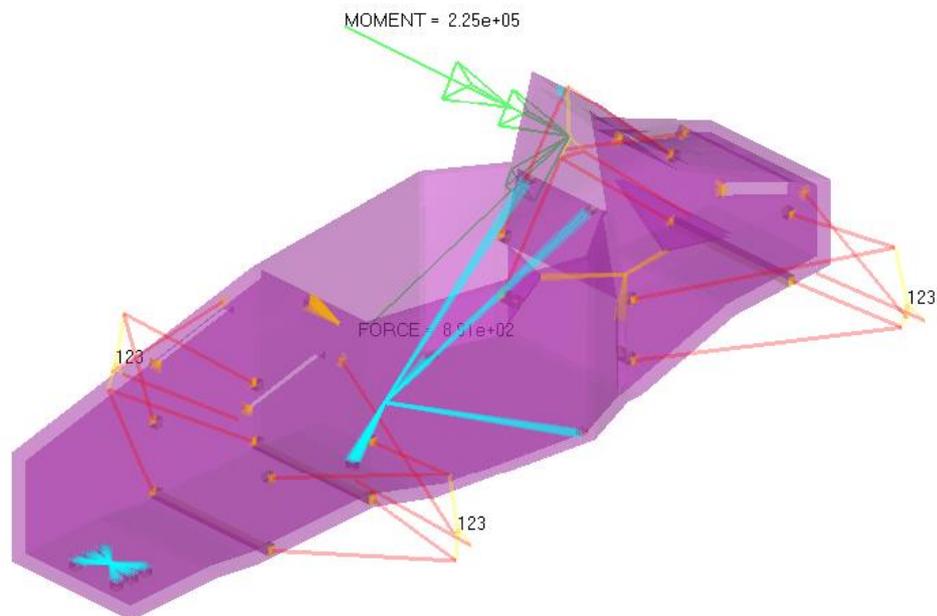


Figura 4.4.8

#### 4.4.9. Aceleración

En este caso de carga la intención es la de tener en cuenta la acción de una aceleración pura sobre una de las ruedas traseras, para asegurar el correcto comportamiento del chasis ante tal acción.

Las fuerzas tenidas en cuenta son las reacciones que sufriría la mangueta trasera derecha en este caso, siendo de 3100N en X negativa y 1615N en Z positiva.

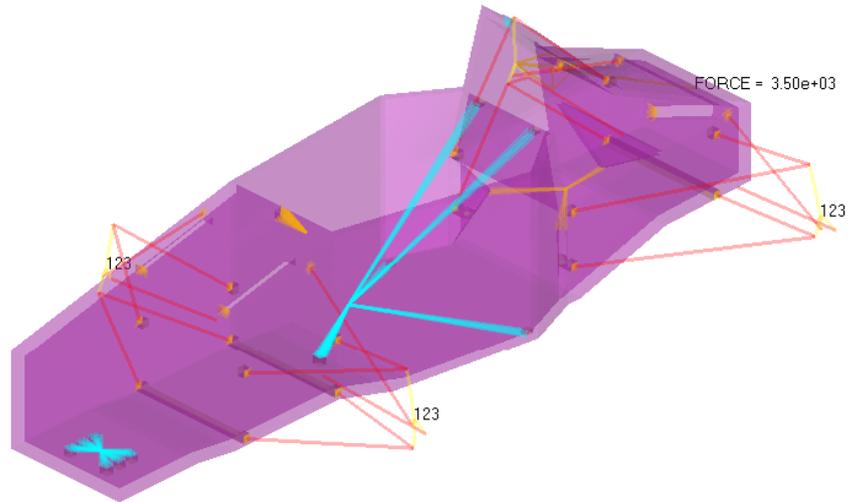


Figura 4.4.9

#### 4.4.10. Acción sobre el volante

Una acción poco tenida en cuenta y bastante importante, es la de que el volante se encuentre anclado sobre una estructura suficientemente estable, por lo que nos vimos en la necesidad de introducir este caso de carga para evitar cualquier problema derivado.

Las fuerzas aplicadas sobre el punto de anclaje del volante son de 500N en X negativo, 600N en Y positivo y 600N en Z negativo.

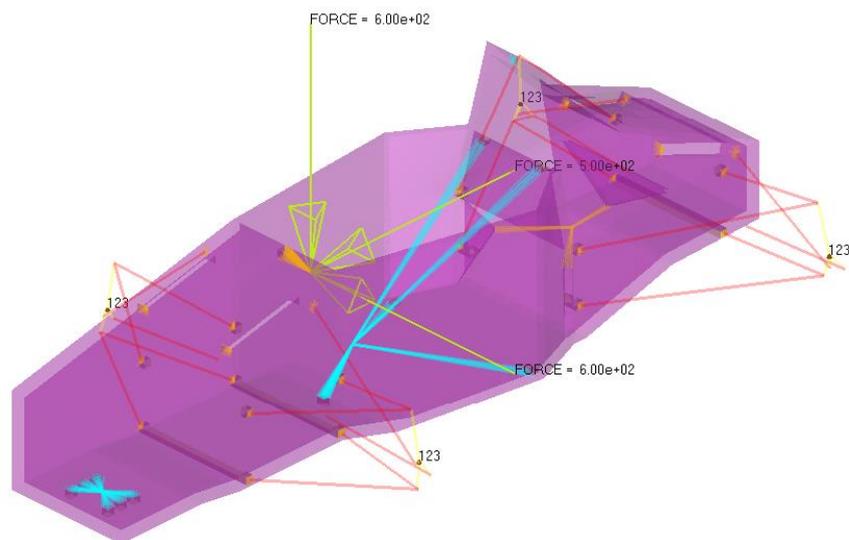


Figura 4.4.10

#### 4.4.11. Vuelco

Para optimizar la estructura de seguridad encargada de asegurar la integridad del piloto en caso de vuelco, se ha decidido optimizar esta estructura, aplicando una carga puntual equivalente a unos 200kg multiplicados por 3g.

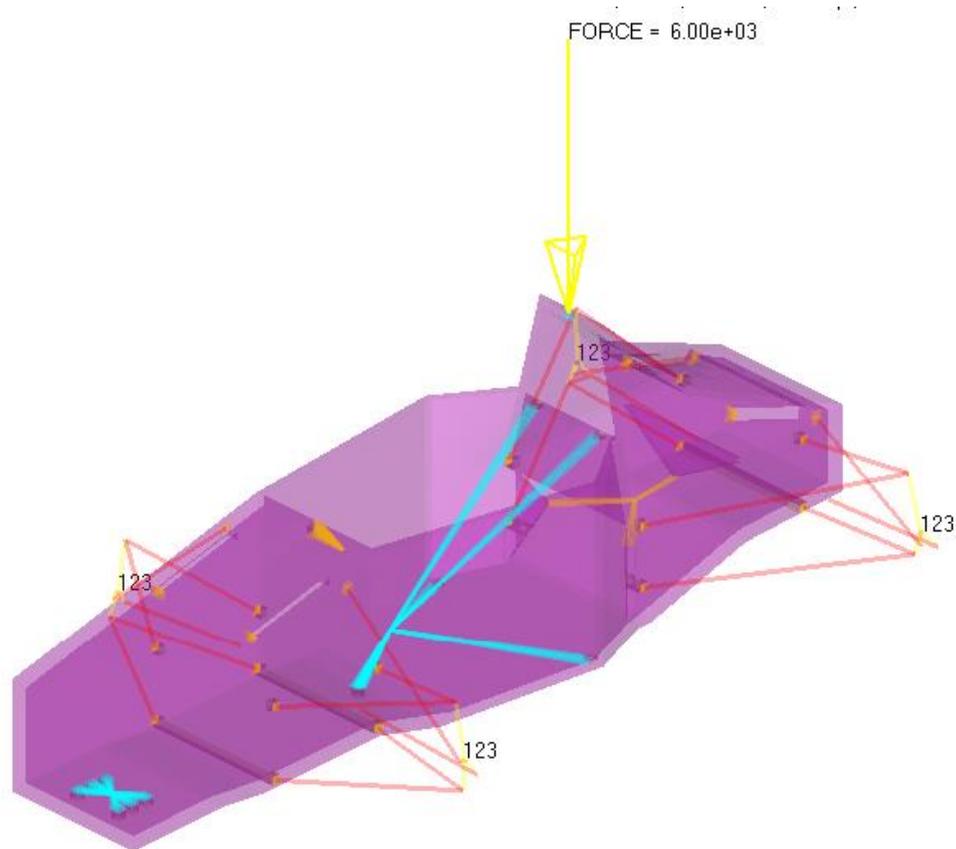


Figura 4.4.11

#### 4.4.12. Acción de frenar sobre el pedal

Otra de las situaciones comunes que se dan cuando se pilota un monoplaza, es la de aplicar una gran fuerza sobre el pedal del freno, fuerza que este caso está tipificada por la normativa y nos recomienda tener en cuenta.

En nuestro caso esa fuerza será aplicada en el centro geométrico de los puntos de anclaje de los pedales, tanto de freno como de aceleración.

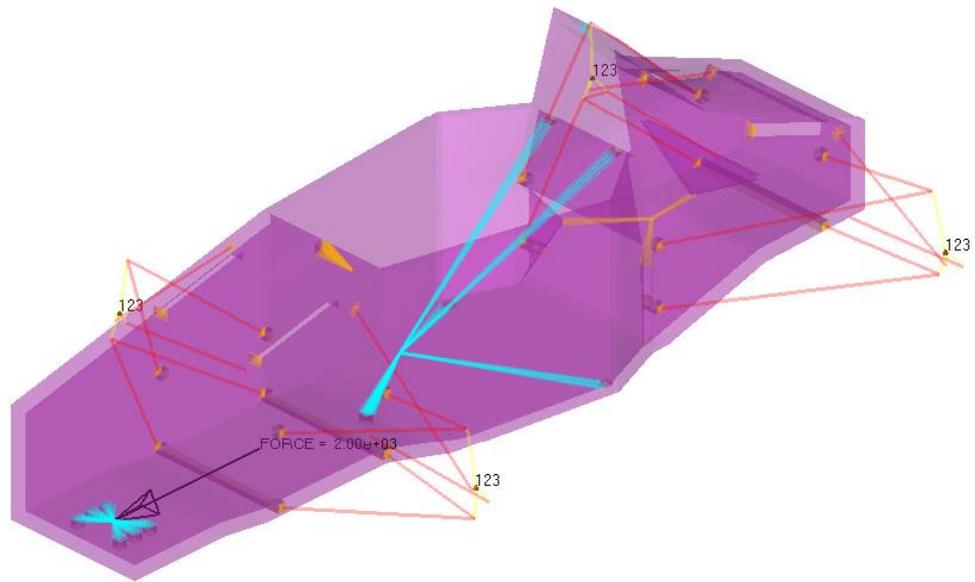


Figura 4.4.12

#### 4.4.13. Reacción provocada por los amortiguadores

Al no introducir las suspensiones como mecanismos, estamos pasando por alto las reacciones generadas por los resortes, tanto de la suspensión delantera como de la suspensión trasera.

Las reacciones son simétricas a lo largo del eje longitudinal del vehículo y son las máximas capaces de transmitir los resortes, y estando alineadas con la dirección principal del amortiguador, y el valor de la fuerza es de 3000N

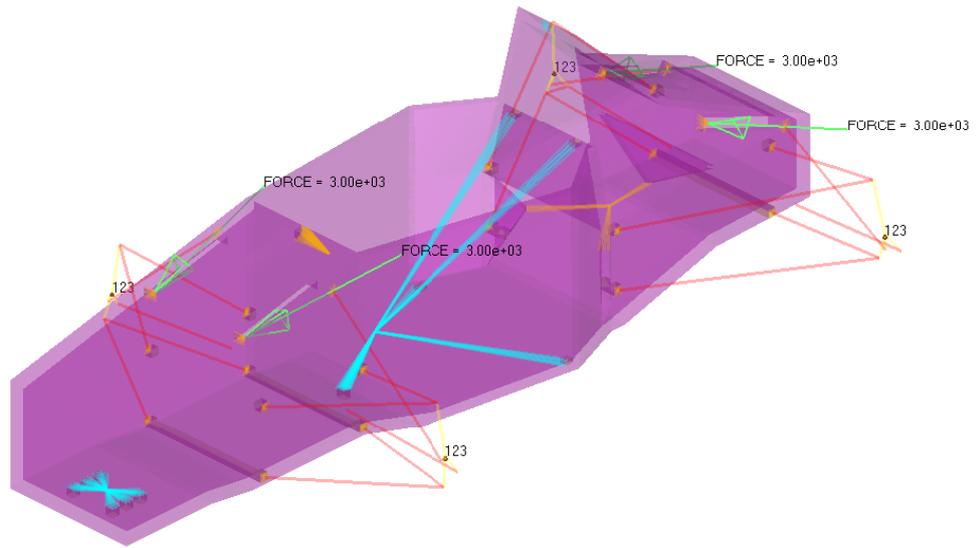


Figura 4.4.13



## 5. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA

Como se ha mencionado anteriormente, utilizaremos la optimización topológica para obtener los caminos de carga en el volumen disponible para el diseño del chasis tubular, a pesar de que esta técnica tiene por objetivo el obtener el diseño más óptimo para componentes metálicos.

Para conseguir unos resultados correctos (outputs), es muy importante definir el objetivo y restricciones (inputs) de las respuestas a analizar.

### 5.1. OBJETIVO Y RESTRICCIONES

En primer lugar debemos indicar las respuestas que analizamos en el modelo.

La respuesta que el solver intentará optimizar será la característica del componente que el programa denomina weighted-compliance (compliance mediante la masa).

Compliance es la inversa de la rigidez, por lo tanto el objetivo será la reducción de esta respuesta con lo que conseguiremos reducir la masa manteniendo la rigidez.

La restricción principal del modelo consiste en limitar el desplazamiento de los puntos de aplicación de la carga en el caso de carga de la rigidez a torsión. Este punto será explicado a continuación.

Con el resto de respuestas, el valor de la restricción aplicada será el desplazamiento obtenido de una análisis previo del componente si optimizar, pero aumentándolos dos órdenes de magnitud para poder obtener los caminos de carga de los mismos.

### 5.1.1. Rigidez a torsión

La rigidez a torsión total del vehículo será la de la suma de rigideces en serie de las suspensiones y el chasis, por lo que aplicando la formulación para muelles en serie, podemos deducir que la rigidez total del vehículo inversa será la suma de las rigideces inversas del chasis y las suspensiones.

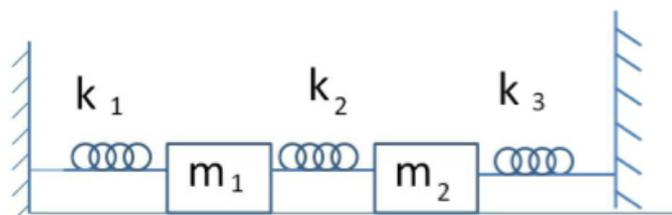


Figura 5.1.1.a

$$\frac{1}{K_{total}} = \frac{1}{K_{susp.del}} + \frac{1}{K_{susp.tras}} + \frac{1}{K_{chasis}}$$

Ecuación 5.1.1

A partir de aquí tomamos como dato la rigidez que tendrán tanto la suspensión delantera como la suspensión trasera, la cual, consensuada con el grupo encargado de su diseño, será de 40kN·m/rad.

Basándonos en esta ecuación podemos obtener una serie de valores en la rigidez total del vehículo, y llegar al valor más óptimo para que el chasis aporte el 90% de la rigidez total del vehículo.

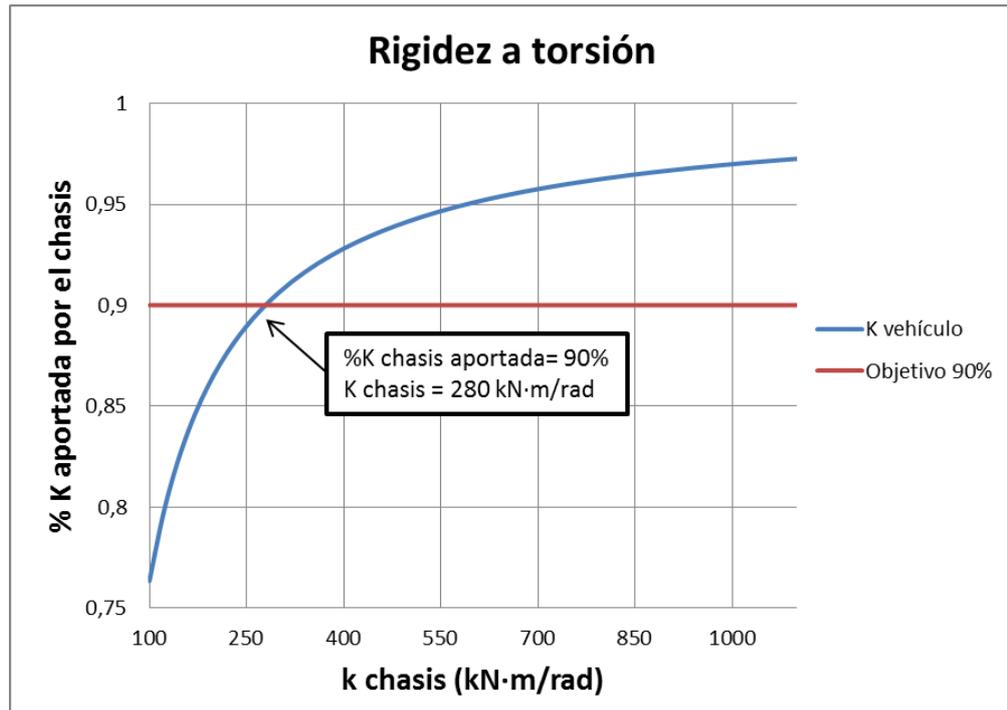


Figura 5.1.1.b

La figura anterior representa el porcentaje de rigidez que aporta el chasis conforme se va amentado el valor de su rigidez, y se elige que el chasis aporte el 90% ya que es un valor muchas veces recomendado en diferentes publicaciones de diseño de coches de competición, siendo esta rigidez 280kN·m/rad.

## 5.2. PRE-PROCESADO

Como anteriormente se ha comentado, con el modelo perfectamente funcionando, es necesario determinar las diferentes respuestas a optimizar.

Estas respuestas han sido nombradas anteriormente.

Un dato importante a recordar es que el solver nos requiere que especifiquemos que grupo de elementos son los que se quieren optimizar y cuáles no, ya que, por ejemplo, los punto de anclaje de la suspensión no deberían ser incluidos en la optimización.

La respuesta a la cual se aplica la optimización y la que es responsable de generar los caminos de carga en el chasis es la que cuantifica la complianza (inversa de la rigidez) componente, la cual estará asociada al volumen de elementos optimizables.

A parte de esta respuesta, el resto de respuestas definidas son los desplazamientos en los puntos de aplicación de las fuerzas en cada estado de carga.

La ventaja que te da el optimizar la complianza del componente es que puedes elegir el factor a aplicar en cada caso de carga dependiendo de su importancia o sus efectos en la optimización. Así conseguimos un resultado más homogéneo.

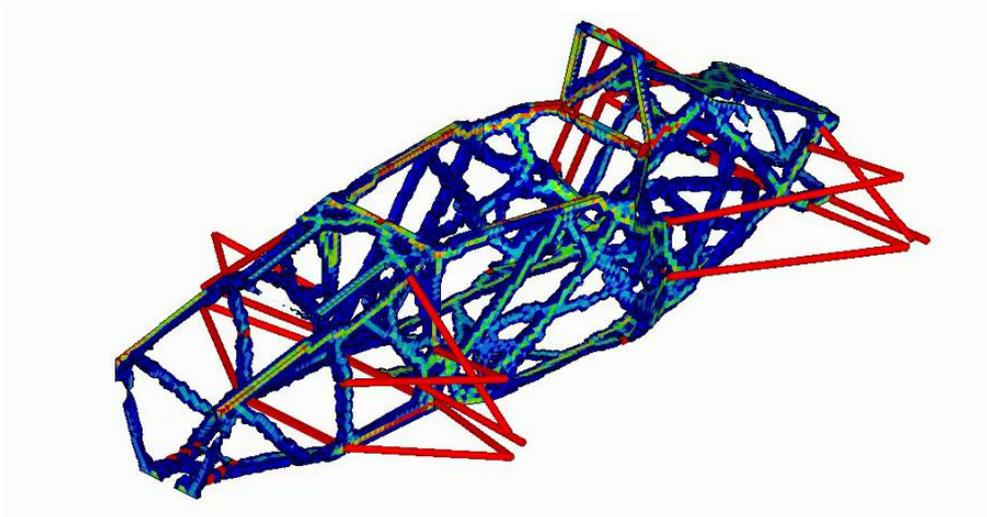


Figura 5.2

### 5.3. POST-PROCESADO

En esta fase del diseño el post procesado no es extremadamente complejo, ya que lo que se tiene que definir, mediante observación e intuición a partir de la geometría obtenida en la optimización, son las posiciones de las barras que conformarán el chasis, y que posteriormente optimizaremos en diámetro y espesor.

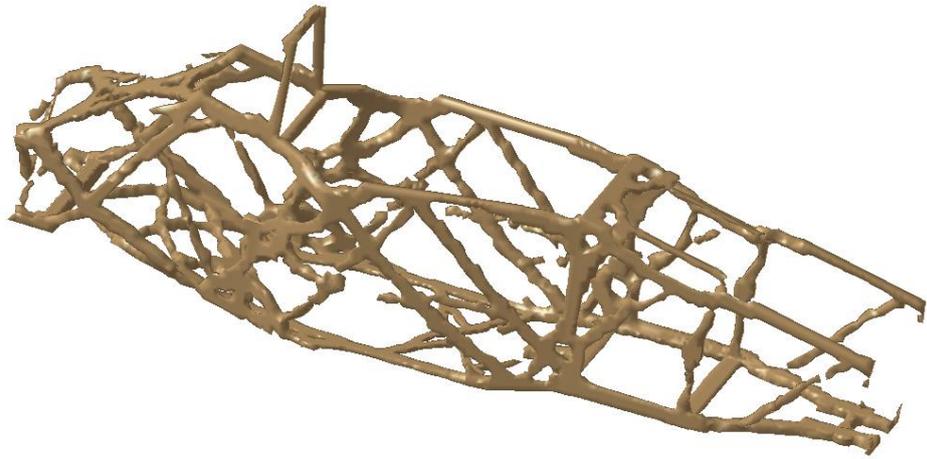


Figura 5.3.a

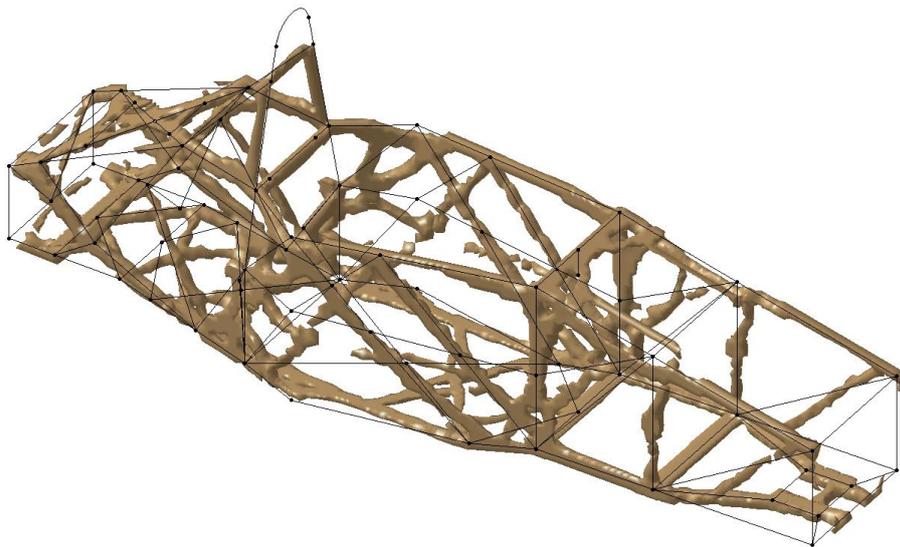


Figura 5.3.b



## 6. OPTIMIZACIÓN DE LA SECCIÓN DE LOS ELEMENTOS

A partir de la optimización topológica, explicada anteriormente, y de su análisis para la obtención del esquema alámbrico que conformará el chasis, hemos de optimizar la sección de los elementos que conformarán el chasis (diámetro exterior y espesor de pared).

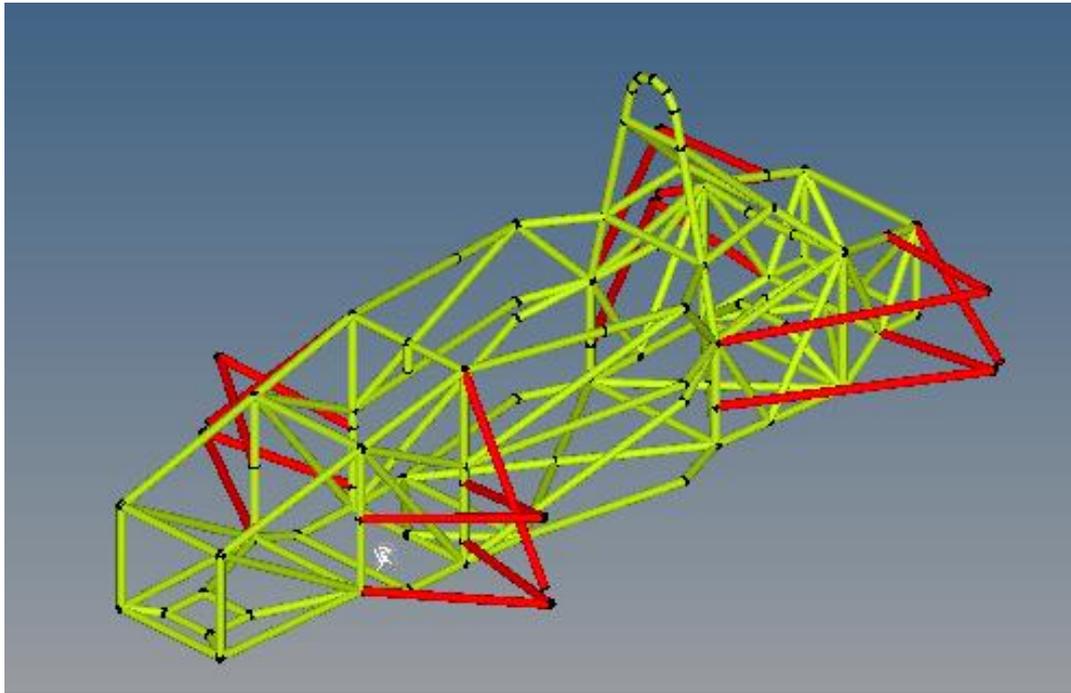


Figura 6

### 6.1. OBJETIVO Y RESTRICCIONES

En este caso el objetivo será el de reducir la masa cumpliendo con las mismas restricciones de desplazamiento que el capítulo anterior.

Junto con estas restricciones hemos de incorporar como límite la tensión y/o compresión soportada por los elementos que será el límite de fluencia del material (305MPa) que componga dichos elementos aplicándole un factor de 0,5 para tener un factor de reserva de 2, en caso de que las cargas sean mayores que las calculadas en un caso puntual.

## 6.2. PRE-PROCESADO

Agruparemos las barras en función de su localización, teniendo finalmente una cantidad de 26 grupos (agrupados por colores en el figura 6.b) para los cuales se deberán crear dos variables.

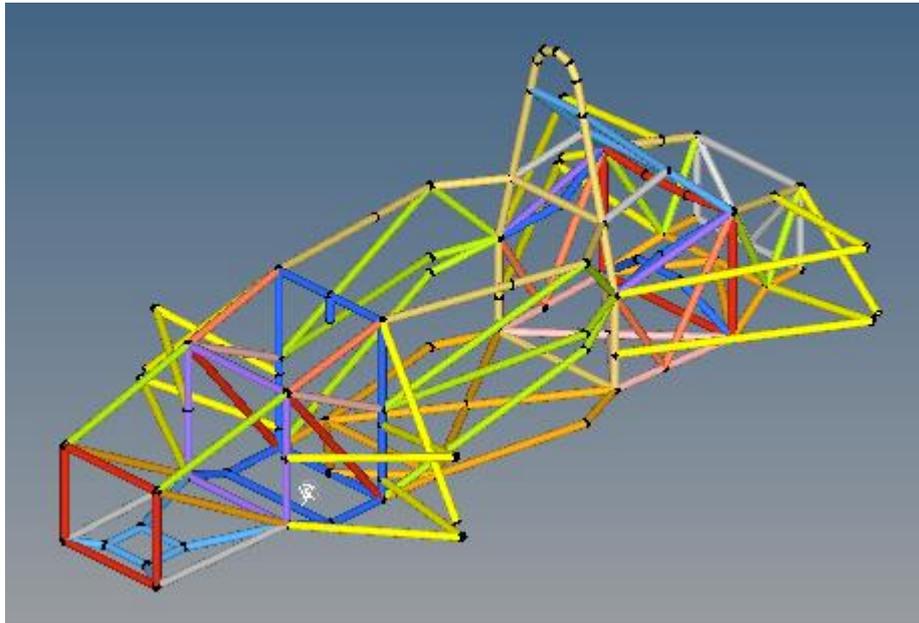


Figura 6.2.a

La primera de las dos variables es la denominada DIM1 (radio exterior) y la segunda es denominada como DIM2 (radio interior).

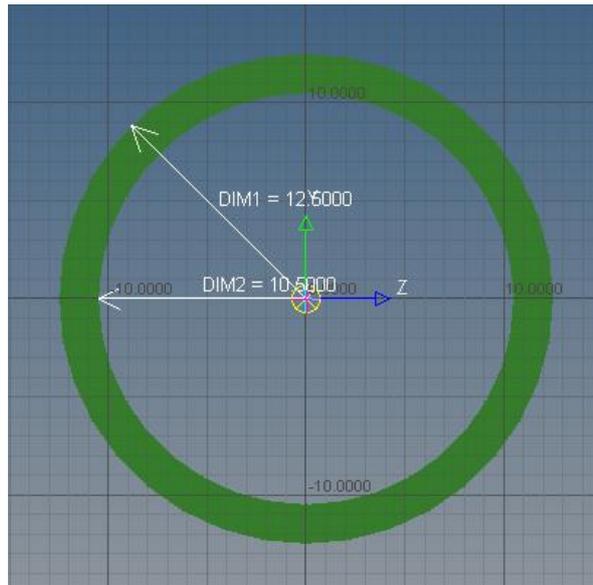


Figura 6.2.b

Los valores que se aplican a las variables de la sección serán discretos, ya que las dimensiones de los tubos están normalizadas.

Para optimizar el chasis se ha incluido un grupo de dimensiones, en las que el espesor es nulo, por lo que podremos eliminar dicho elemento del conjunto.

Los siguientes son los grupos de valores discretos con los que se realizará la optimización (recordar que DIM1 hace referencia al radio exterior y DIM2 al radio interior de la sección circular).

Grupo A		Grupo B	
DIM1	DIM2	DIM1	DIM2
valor: 12.5	valor: 10.5	valor: 13	valor: 13
valor: 15	valor: 13	valor: 16.7	valor: 16.7
valor: 19	valor: 16.7	valor: 23.5	valor: 23.5
valor: 25.5	valor: 23.5		

Figura 6.2.c

### 6.3. POST-PROCESADO

Obteniendo los datos del proceso de optimización de tamaño de la sección tubular para cada elemento, se llegó a la conclusión de que el conjunto óptimo para dicho chasis estará formado por elementos con dos diferentes secciones.

Se necesitarán 25.150mm de tubo con la sección 25x2mm (elementos amarillos en la siguiente figura) y 19.675mm para la sección 30x2mm (elementos azules en la siguiente figura).

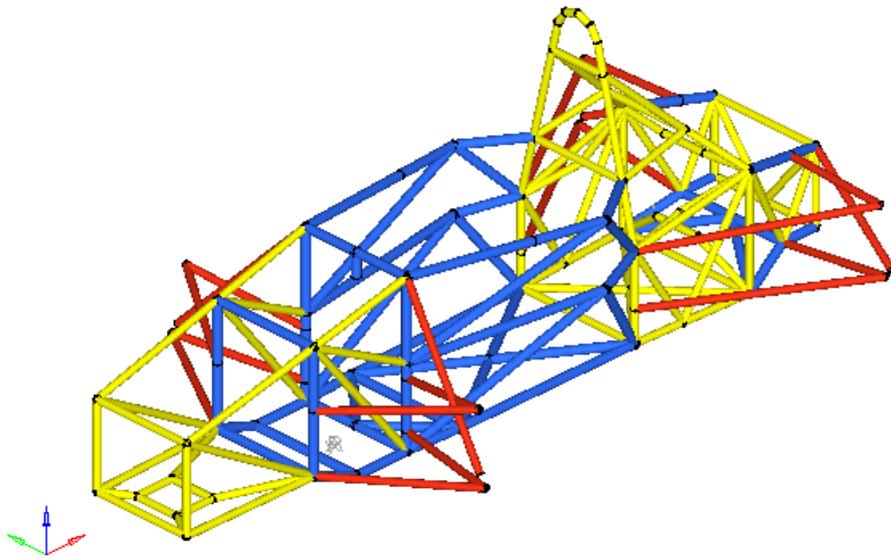


Figura 6.3.a

Siendo el peso total del chasis unos 56kg, opción óptima para asegurar el cumplimiento de los requisitos técnicos exigidos al chasis.

Con esta distribución de elementos avanzamos hacia la última fase del proceso de diseño, en la cual validamos que el diseño final soporta de forma correcta todos los estados de carga a los que se va a someter en su vida útil.

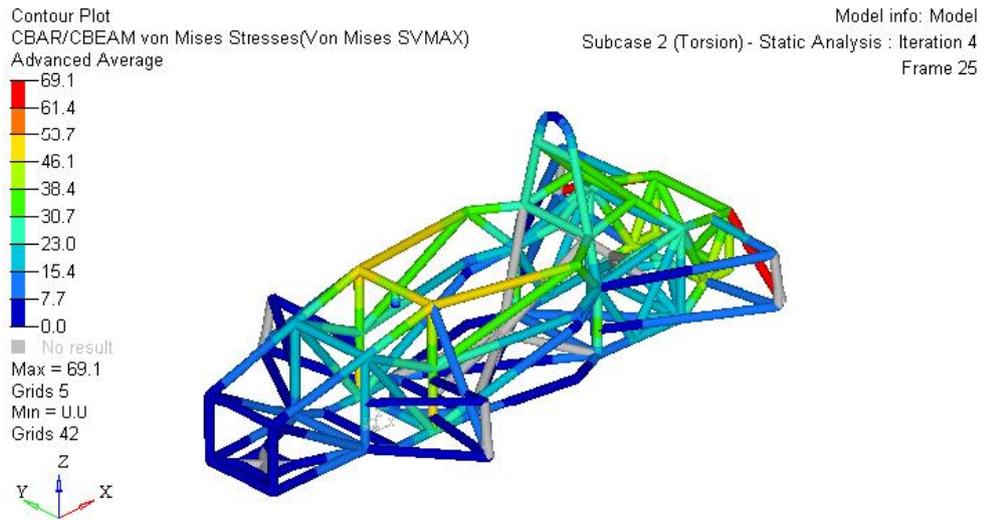


Figura 6.3.b

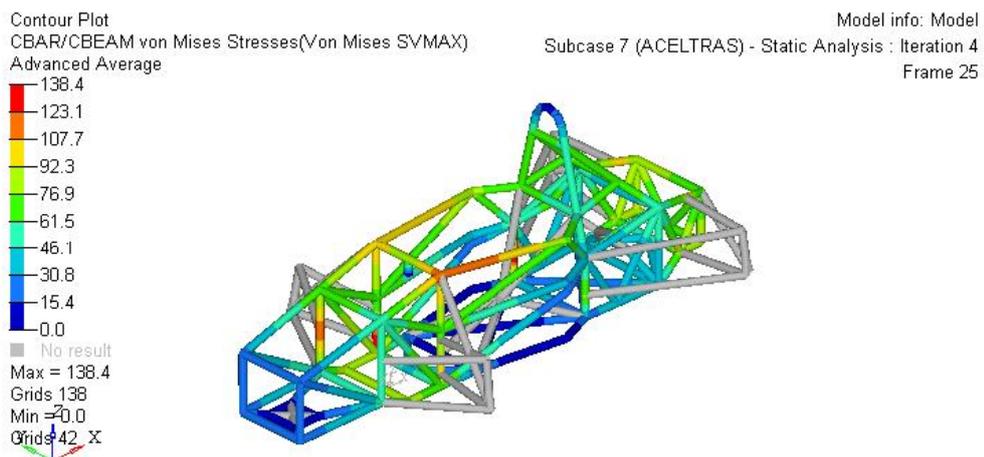


Figura 6.3.c

Anteriormente hemos comentado que el límite de tensión/compresión elegida será 0,5 veces el límite de fluencia, por lo que este valor límite serán 152,5 MPa, el cuál no se ve superado en ninguno de los casos de carga.

Con esta comprobación queda validado el diseño del chasis.



## 7. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se pueden extraer de este trabajo, es que siempre se puede optimizar un componente, pero antes de acometer una optimización hay que valorar el potencial de dicho trabajo, ya que requiere una elevada cantidad de tiempo y los potenciales beneficios deben ser importantes.

Antes de realizar una optimización se ha de recopilar toda la información posible para no tener que volver al punto de partida por una consideración errónea, y tener una correcta planificación del proceso de optimización es clave para la conseguir obtener el óptimo resultado.

Gracias a la constante, y cada vez más afianzada, evolución de la impresión en 3D para componentes metálicos, la optimización topológica nos brinda una oportunidad sumamente interesante como para tenerla muy en cuenta.

A partir de aquí se nos brindan nuevas posibilidades de optimización, ya que con la normalización de la impresión en tres dimensiones, se abre un modo de optimización que está en fase de expansión, en la que se aplican estructuras en enrejado o comúnmente conocidas como estructuras "lattice".

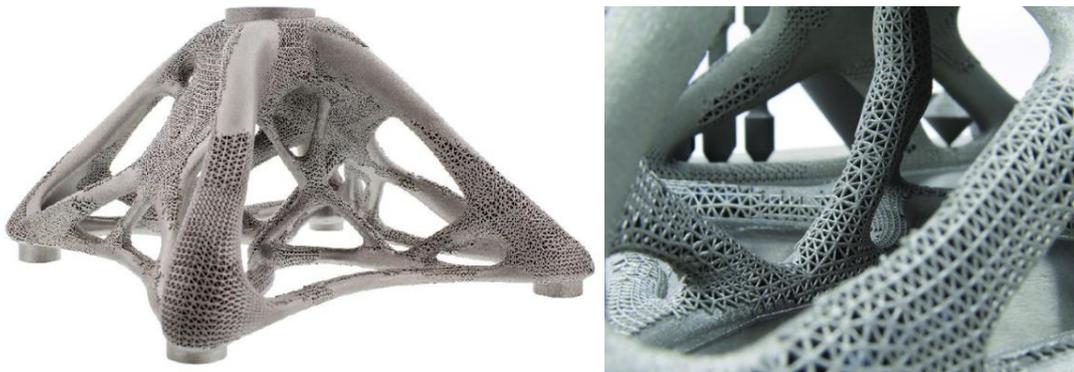


Figura 7

Este nuevo tipo de estructura sólo es posible fabricarse con impresión 3D, pero nos ofrece grandes ventajas en la reducción de masa de los componentes estructurales.



## 8. BIBLIOGRAFÍA

- 2014 Formula SAE® Rules
- Race Car Vehicle Dynamics, *William F Milliken*.
- Design of a rear frame for a formula student race car, *Erik Stoltenborg*
- Structural optimization of automotive chassis: theory, set up, design, *Marco Cavazzuti and Luca Splendi*
- Optimización de forma y topología con malla fija y algoritmos genéticos, *Mariano Victoria Nicolás*
- Diseño en Ingeniería Mecánica, *Shigley*
- High-Performance Handling for Street or Track, *Don Alexander*
- Wikipedia.
- Manuales de HyperWorks 13 (Altair)

