



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Grado en Economía

Teoría de Juegos Aplicada a la Economía

Presentado por:

Adrián Hernández Rodríguez

Valladolid, 25 de Julio de 2017

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS	2
RESUMEN/ABSTRACT Y PALABRAS CLAVE/KEYBOARDS	3
1. INTRODUCCIÓN	4
2. DEFINICIÓN DE TEORÍA DE JUEGOS.....	5
3. JUEGOS EN FORMA NORMAL	6
3.1 TIPOS DE SOLUCIÓN DE JUEGOS EN FORMA NORMAL	8
3.1.1 Solución mediante ``estrategias prudentes``	8
3.1.2 Soluciones mediante argumentos de dominación	9
3.1.3 Solución mediante argumentos de equilibrio:Equilibrio de Nash...	11
4. JUEGOS EN FORMA EXTENSIVA	13
4.1 TIPOS DE SOLUCIÓN DE JUEGOS EN FORMA EXTENSIVA	15
4.1.1 Solución mediante equilibrio de Nash.....	15
4.1.2 Solución mediante inducción hacia atrás.....	17
5. TEORÍA DE JUEGOS EN LA ECONOMÍA	18
5.1 CAMPAÑA PUBLICITARIA	18
5.2 COMERCIO INTERNACIONAL	24
5.3 PROBLEMA DE CONTAMINACIÓN.....	26
5.4 SUBASTAS	30
6. CONCLUSIONES	32
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	34

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

Tabla 1: Dilema del prisionero clásico.....	7
Tabla 2: Dilema del prisionero modificado.....	8
Tabla 3: Dilema del prisionero solucionado mediante estrategias prudentes.....	9
Tabla 4: Ejemplo de argumentos de dominación.....	10
Tabla 5: Dilema del prisionero resuelto mediante Equilibrio de Nash.....	12
Gráfico 1: Problema de las empresas representado en forma extensiva.....	14
Gráfico 2: Dilema del prisionero representado en forma extensiva.....	15
Tabla 6: Representación en forma normal del problema de las empresas.....	16
Tabla 7: Problema de las empresas sin valores negativos.....	16
Tabla 8: Problema de las empresas resuelto mediante Equilibrio de Nash.....	16
Tabla 9: Juego publicidad o no publicidad.....	19
Tabla 10: Juego publicidad o no publicidad ampliado.....	21
Tabla 11: Establecimiento de aranceles.....	25
Tabla 12: Reducción de gases de efecto invernadero.....	26
Gráfico 3: Problema de la contaminación representado en forma extensiva.....	28
Gráfico 4: Ampliación problema de la contaminación en forma extensiva.....	29

RESUMEN

La Teoría de Juegos es una rama de las matemáticas y la economía que se encarga de analizar unas situaciones denominadas juegos, en las que dos o más jugadores deben decidir qué decisión tomar en función de las decisiones que puedan tomar los otros. Esta rama comenzó a tomar una gran importancia en la década de 1990, con la consecución en 1994 del Premio Nobel de Economía por parte de John Forbes Nash, John Harsanyi y Reinhard Selten.

La Teoría de Juegos puede utilizarse para resolver situaciones comunes en la economía, como por ejemplo: decidir si una empresa debe utilizar publicidad o no, o decidir si a un país le conviene establecer aranceles o no. También puede utilizarse para entender el motivo que tuvo EEUU para decidir no aplicar el Protocolo de Kyoto y para entender las decisiones que toma un individuo en el mercado de subastas, que a su vez se puede utilizar para determinar los precios. Estas funciones, entre otras, son las que han hecho que la Teoría de Juegos tenga tanta importancia dentro de la economía.

PALABRAS CLAVE: Teoría de Juegos, Economía, Equilibrio de Nash.

ABSTRACT

Game Theory is a branch of mathematics and economics that is responsible for analyzing situations called games, in which two or more players must decide what decision to make depending on the decisions that others can make. This branch began to have great importance in the decade of 1990, with the achievement of the Nobel Prize in Economics by John Forbes Nash, John Harsanyi and Reinhard Selten.

Game Theory can be used to solve common situations in the economy such as for example: To decide whether a company should use advertising or not, or to decide whether a country should agree on tariffs or not. It can also be used to understand why the USA decided not to implement the Kyoto Protocol, and to understand the decisions a person takes in the auction market, which in turn can be used to determine prices. These functions, among others, are what have made Game Theory so important in economics.

KEYWORDS: Game Theory, Economy, Nash Equilibrium.

1. INTRODUCCIÓN

Se suele considerar que la Teoría de Juegos nació en 1944, cuando Von Neumann y Morgenstern publicaron el libro ``Theory of Games and Economic Behavior`` (Teoría de Juegos y Comportamiento Económico), sin embargo, anteriormente ya se habían publicado una serie de trabajos en los que se daban unas bases de lo que posteriormente se conocerá como Teoría de Juegos. Por ejemplo, una carta que escribió James Waldegrave en 1713, en la que proporcionó una solución mínima de estrategia mixta a un juego de cartas; o en 1838 una publicación de Antoine Augustin Cournot llamada ``Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses`` (La investigación sobre principios matemáticos de la teoría de las riquezas), en la que utiliza una versión restringida del futuro Equilibrio de Nash para resolver un duopolio.

La Teoría de Juegos es una disciplina muy importante como se puede observar en el Premio Nobel de economía que obtuvieron John Forbes Nash, John Harsanyi y Reinhard Selten en 1994, por sus análisis del equilibrio en los juegos no cooperativos; el que obtuvieron Tomas Schelling y Robert Aumann en 2005, por ampliar la comprensión de conflicto y cooperación mediante análisis basados en la Teoría de Juegos; el que obtuvieron Lloyd Stowell Shapley y Alvin Elliot Roth en 2012, por sus aportaciones a la ``teoría de asignaciones estables y la práctica del diseño del mercado`` que se encuentran dentro de la Teoría de Juegos; o el más reciente, el que obtuvo Jean Tirole en 2014 por ``el análisis de los mercados y su regulación, éste junto a Drew Fudenberg fue el autor del libro ``Game Theory`` en 1991.

Este trabajo de fin de grado va a constar de dos partes: Una primera parte en la que se va a explicar lo que es la Teoría de Juegos, en ella se va a dar una definición de la Teoría de Juegos y además se va a analizar individualmente los juegos tanto en su forma normal como en su forma extensiva. Y una segunda parte, en la que se van a explicar las aplicaciones que puede tener la Teoría de Juegos en situaciones reales dentro de la economía; para ello se van a citar cuatro ejemplos de casos en los que se ha utilizado la Teoría de Juegos para resolver problemas económicos (campana publicitaria, comercio internacional, problema de contaminación y subastas) explicando cómo se resuelven.

2. DEFINICIÓN DE TEORÍA DE JUEGOS

La Teoría de Juegos es una rama de la economía y las matemáticas que se encarga del análisis de los juegos; que son unas situaciones en las que participan dos o más jugadores y en las que cada jugador tiene que decidir qué decisión tomar, teniendo en cuenta que sus decisiones afectarán tanto a sus resultados, como a los resultados de otros jugadores y que las decisiones que tomen los demás jugadores también afectarán a sus resultados.

Para entender mejor en lo que consiste un juego se definen básicamente los elementos por los que está compuesto:

- Jugadores: Toman las decisiones tratando de maximizar su utilidad, deben ser dos como mínimo.
- Estrategias: También denominadas acciones, son las decisiones entre las que puede optar cada jugador, estas pueden ser finitas o infinitas.
- Resultados: Son las distintas formas en las que puede finalizar cada juego dependiendo de las distintas acciones elegidas por los jugadores, cada resultado implica unas consecuencias para cada jugador.
- Pagos: La ganancia o pérdida que obtiene el jugador al finalizar el juego, cada resultado lleva unos pagos asociados para cada uno de los jugadores.
- Perfiles de estrategias: Un perfil de estrategias es un vector o conjunto de estrategias correspondiente a cada uno de los jugadores

Existen diversas formas de clasificar los juegos. A efectos de su desarrollo, este trabajo se centra en una clasificación que tiene en cuenta su enfoque, y en este caso los juegos pueden ser juegos cooperativos y juegos no cooperativos. Los juegos cooperativos son aquellos en los que los jugadores no compiten entre sí, si no que colaboran para conseguir un objetivo común y por lo tanto ganan o pierden conjuntamente y en los juegos no cooperativos se analizan las decisiones que toma cada jugador sin que haya ningún tipo de acuerdo previo entre ellos.

Dentro de los juegos no cooperativos, hay que diferenciar entre:

- juegos estáticos y dinámicos.
- juegos sin información completa y con información completa.

Los juegos estáticos son aquellos en los que las decisiones de los jugadores se toman a la vez (es decir los jugadores no saben lo que han decidido los otros). Mientras que en los juegos dinámicos al menos uno de los jugadores ya debe saber qué decisión han tomado los otros antes de tomar la suya.

En los juegos con información completa los jugadores conocen completamente, las consecuencias que tendrán para ellos mismos y para el resto de jugadores cada conjunto de decisiones, sin embargo en los juegos con información incompleta se tiene que dar el caso de que todos o alguno de los jugadores desconozcan alguna de las consecuencias.

Existen dos formas de describir un juego, la forma normal y la forma extensiva. En las dos se incluyen los elementos que hemos numerado anteriormente: jugadores, acciones, resultados y pagos. En la forma normal o forma estratégica la descripción del juego se realiza de forma matricial, para el caso de dos jugadores, y se centra principalmente en las estrategias de los jugadores (interpretando que estos son capaces de tomar sus decisiones a la vez), sin embargo, en la forma extensiva la descripción del juego se realiza en forma de árbol, dando más importancia a la secuencia del juego, es decir, a la forma en la que se desarrollan o se pueden desarrollar las acciones de cada jugador para llegar a los resultados. De estas dos formas se hablará más ampliamente en los dos apartados siguientes.

3. JUEGOS EN FORMA NORMAL

Un juego en forma normal o forma estratégica está compuesto por el conjunto de jugadores, el conjunto de estrategias de cada jugador y los pagos que reciben estos por cada perfil de estrategias. Este tipo de representación es común de los juegos estáticos que, como se ha dicho antes, son aquellos en los que las decisiones de los jugadores se toman a la vez y por lo tanto los jugadores no conocen con certeza lo que han decidido los otros.

La representación de un juego en su forma normal o estratégica se realiza de la siguiente forma: $G = \{N, (S_i)_{i \in J}, (u_i)_{i \in J}\}$, siendo $N = \{1, 2, \dots\}$ el número de jugadores; $S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}\}$, el perfil de estrategias puras para cada jugador; y $(u_i)_{i \in J}$ las utilidades que reportan cada perfil de estrategias.

Un ejemplo muy característico de juego en forma formal es el "Dilema del prisionero", el cual fue creado en 1950 originalmente por Merrill M. Ford y Melvin Dresher y posteriormente fue formalizado por Albert W. Tucker, del que recibió el nombre que conocemos en la actualidad. El "Dilema del prisionero" consiste en lo siguiente:

Dos delincuentes habituales son apresados cuando acaban de cometer un delito grave. No hay prueba clara contra ellos, pero si indicios fuertes de dicho delito y además hay pruebas de un delito menor. Son interrogados simultáneamente en habitaciones separadas. Ambos saben que si los dos se callan serán absueltos del delito principal por falta de pruebas, pero condenados por el delito menor (1 año de cárcel); que si ambos confiesan, serán condenados por el principal pero se les rebajará un poco la pena por confesar (4 años), y finalmente, que si solo uno confiesa, él se librará de las penas y al otro se le impondrá una pena mayor (5 años).

Esto se puede representar de forma estratégica a través de la siguiente bimatriz:

Tabla 1: Dilema del prisionero clásico.

		JUG 2	
		CONFESAR	NO CONFESAR
JUG 1	CONFESAR	-4,-4	0,-5
	NO CONFESAR	-5,0	-1,-1

Para trabajar mejor con este juego se pueden cambiar las utilidades eliminando los valores negativos. Para realizar esto se puede sumar por ejemplo cinco a todos los resultados, lo cual representa una transformación que no altera las preferencias. De esta forma la representación quedaría:

Tabla2: Dilema del prisionero modificado.

	JUG 2	
JUG 1	CONFESAR	NO CONFESAR
CONFESAR	1,1	5,0
NO CONFESAR	0,5	4,4

3.1 TIPOS DE SOLUCIÓN DE JUEGOS EN FORMA NORMAL

Existen diversas formas de resolver juegos en forma normal, este trabajo se va a centrar en tres soluciones diferentes: mediante ``estrategias prudentes``, mediante argumentos de dominación y mediante argumentos de equilibrio.

3.1.1 Solución mediante ``estrategias prudentes``

En este tipo de solución los jugadores pretenden recibir un beneficio mínimo sin importar las estrategias de los demás jugadores. Dado un juego en forma normal $G = \{N, (S_i)_{i \in N}, (U_i)_{i \in N}\}$ existirá una estrategia prudente para el jugador i si se da:

$$\min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(\hat{s}_i | s_{-i}) = \max_{s_{-i} \in S_{-i}} \min_{s_i \in S_i} u_i(s_i | s_{-i}).$$

Si existe un perfil formado por estrategias prudentes se da un equilibrio prudente. El pago de seguridad de cada jugador sería la utilidad mínima que va a conseguir.

El uso de estas estrategias es discutible porque no tiene en cuenta los resultados de los demás jugadores, sencillamente se comporta de forma desconfiada, son adecuadas para juegos estrictamente competitivos.

En el caso del dilema del prisionero se resolvería de la siguiente forma.

Tabla3: Dilema del prisionero solucionado mediante "estrategias prudentes".

	JUG 2	
JUG 1	CONFESAR	NO CONFESAR
CONFESAR	1*,1'	5,0
NO CONFESAR	0,5	4,4

Para escoger la estrategia prudente, de las dos estrategias que puede tomar el prisionero 1 coge las que menos utilidad le pueden reportar, es decir (1) si decide "confesar" y (0) si decide "no confesar", y de esas dos coge la mayor que sería (1), es decir, la estrategia prudente del prisionero 1 es "confesar" y su pago de seguridad sería 1, por lo que nunca va a ganar menos de 1. En el caso del prisionero 2, en este ejemplo es igual: de las dos estrategias que puede tomar el prisionero 2, coge las dos que menos utilidad le reportan (1) cuando decide "confesar" y (0) cuando decide "no confesar", y de esas dos la mayor (1); es decir, la estrategia prudente del prisionero 2 también es "confesar" y su pago de seguridad también es 1. Por lo tanto existe un equilibrio prudente que es (1*,1*), "confesar-confesar".

3.1.2 Soluciones mediante argumentos de dominación

Una estrategia es dominante o estrictamente dominante, cuando domina (o domina estrictamente) al resto de las estrategias. Para un jugador "i" se dice que la estrategia s_i^* domina a la estrategia s_i' cuando: $u_i(s_i^*/s_{-i}) \geq u_i(s_i'/s_{-i})$ y existe desigualdad estricta en al menos un caso y se dice que la estrategia s_i^* domina estrictamente a la s_i' cuando $u_i(s_i^*/s_{-i}) > u_i(s_i'/s_{-i})$.

En el dilema del prisionero se puede observar que en el caso del prisionero 1 "confesar" domina estrictamente a "no confesar" ($1 > 0$ y $5 > 4$) y que en el caso del prisionero 2 sucede lo mismo, "confesar" domina estrictamente a "no confesar" ($1 > 0$ y $5 > 4$). Por lo tanto se dice que existe un equilibrio dominante: "confesar-confesar".

Existen dos formas de eliminar estrategias mediante argumentos de dominación:

- EID (eliminación iterativa débil): Primero se eliminan todas las estrategias dominadas y se obtiene un nuevo juego reducido, una vez obtenido el nuevo juego reducido se vuelven a eliminar las estrategias dominadas y así sucesivamente hasta llegar a un modelo en el que ya no haya estrategias dominadas. Las estrategias resultantes pueden ser distintas en función de si se ha eliminado primero una estrategia dominada u otra.
- EIE (eliminación iterativa estricta): Es igual que el EID solo que en este caso para que se elimine una estrategia debe estar estrictamente dominada por otra. En este caso, al contrario que en el EID, la estrategia resultante es siempre la misma independientemente del orden en el que se eliminen las estrategias.

Para observar mejor el funcionamiento de estos tipos de solución vamos a utilizar otro ejemplo:

Tabla4: Ejemplo de argumentos de dominación.

JUG 1 \ JUG 2	D	E	F
A	5,5	2,3	4,4
B	5,4	3,4	6,2
C	2,6	2,4	4,1

- SOLUCION MEDIANTE EID

Se observa que tanto la fila ``A`` ($5 \geq 5$, $3 \geq 2$, $6 \geq 4$) como la fila ``C`` ($5 \geq 2$, $3 \geq 2$, $6 \geq 4$) están dominadas débilmente por la fila ``B`` por tanto las podemos eliminar y nos quedaría lo siguiente:

JUG 1 \ JUG 2	D	E	F
B	5,4	3,4	6,2

Una vez aquí habría dos soluciones posibles ya que "D" domina débilmente a "E" y a "F" ($4 \geq 4$ y $4 \geq 2$) y "E" domina débilmente a "D" y a "F" ($4 \geq 4$ y $4 \geq 2$). Por lo tanto las soluciones posibles sería "B, D" y "B, E".

- SOLUCIÓN MEDIANTE EIE

Se observa que la fila "C" está estrictamente dominada por la fila "B" ($5 > 2$, $3 > 2$, $6 > 4$) y que la columna "F" está estrictamente dominada por la columna "D" ($5 > 4$, $4 > 2$, $6 > 1$), por lo tanto eliminamos la fila "C" y la columna "F" y nos queda lo siguiente:

	JUG 2		
JUG 1		D	E
	A	5,5	2,3
	B	5,4	3,4

Una vez que llegamos aquí ya no existen más estrategias que estén estrictamente dominada por otras y por lo tanto las cuatro serian soluciones "A,D", "A,E", "B,D" y "B,E".

3.1.3 Solución mediante argumentos de equilibrio: Equilibrio de Nash

Antoine Agustin Cournot fue quien comenzó a desarrollar el concepto del Equilibrio de Nash en 1838 con su trabajo sobre oligopolios. Se da un Equilibrio de Cournot cuando cada empresa produce la cantidad que maximiza sus beneficios teniendo en cuenta lo que producen las demás empresas, lo que sería el equivalente a una estrategia pura en el Equilibrio de Nash. Sin embargo este tipo de estrategias son muy limitadas y con las teorías modernas Jonh Von Neumann y Oskar Morgenstern introdujeron el concepto de equilibrio para estrategias mixtas en 1944 en su libro "Theory of Games and Economic Behavior" (Teoría de los Juegos y Comportamiento Económico). Finalmente, en 1951 John Forbes Nash, en su tesis doctoral, trató de forma general a las estrategias mixtas y demostró que cualquier juego que tenga un número finito de

estrategias tiene que tener al menos un Equilibrio de Nash en estrategias mixtas, definiendo así definitivamente los equilibrios con su nombre.

En el Equilibrio de Nash cada jugador escoge su mejor opción suponiendo que las acciones del resto de los jugadores ya han sido dadas. Si existe Equilibrio de Nash, una vez que se llega a él, ningún jugador tiene incentivos a cambiar a otra estrategia ya que, dadas las estrategias del resto de jugadores, no puede obtener más beneficio.

Un perfil de estrategias $s^*=(s^*_1, \dots, s^*_n)$ es un Equilibrio de Nash si:

$$U_i(s^*_i | s^*_{-i}) \geq U_i(s_i | s^*_{-i}), \quad \forall s_i \in S_i, \forall i=1, \dots, n.$$

Si $s^*=(s^*_1, \dots, s^*_n)$ es un equilibrio de Nash, s^*_i es una solución del problema. Si además de ser un Equilibrio de Nash, el perfil de estrategias es el que más utilidad proporciona se trata además de un Óptimo de Pareto.

Para mostrar un ejemplo se obtiene el equilibrio de Nash en el dilema del prisionero.

Tabla5: Dilema del prisionero resuelto mediante el Equilibrio de Nash.

		JUG 2	
		CONFESAR	NO CONFESAR
JUG 1	CONFESAR	1*,1´	5*,0
	NO CONFESAR	0,5´	4,4

Prisionero 1: Primero se coge la estrategia "confesar" del prisionero 2 y dentro de esa estrategia se escoge la opción que más le conviene al prisionero 1 que en este caso es "confesar" ($1 > 0$) y se marca con *, después se coge la estrategia "no confesar" del prisionero 2, se escoge la que más le conviene que vuelve a ser "confesar" ($5 > 4$) y de nuevo se marca con *.

Prisionero 2: Se hace exactamente lo mismo que con el prisionero 1 pero al revés, primero se coge la estrategia "confesar" del prisionero 1, se escoge la que más le conviene que es "confesar" ($1 > 0$) y se marca con ´, y después se coge la estrategia "no confesar" del prisionero 1, se escoge la que más le conviene que es confesar ($5 > 4$) y se marca con ´.

Se observa que en la estrategia ``confesar-confesar'' (1,1) coinciden las dos marcas (* y ´) y por lo tanto en esa estrategia existe un equilibrio de Nash, sin embargo no es Óptimo de Pareto ya que con la estrategia ``no confesar-no confesar'' (4,4) se obtendrían más beneficios para ambos.

4. JUEGOS EN FORMA EXTENSIVA

Esta forma de representación es la más eficaz para los modelos dinámicos, que son, como se ha dicho antes, aquellos en los que las decisiones no se toman a la vez y, por lo tanto, alguno de los jugadores ya sabrá la decisión que ha tomado otro antes de tomar la suya. En un juego representado en forma extensiva se deben especificar: los jugadores, cuándo debe jugar cada jugador, lo que puede hacer y lo que sabe cada jugador cuando le toca jugar, y lo que se gana con cada una de las posibles combinaciones de jugadas.

Para realizar esta representación se utiliza el diagrama en árbol o árbol de decisión, que está formado por los jugadores; por nodos, que incluyen los resultados de las elecciones de alguno de los jugadores o del fin del juego; las acciones, que son las que relacionan los nodos y que son el equivalente a las elecciones de los jugadores; y los vectores de pago, que se asocian con cada nodo del final del juego.

Un juego en forma extensiva vendría representado de la siguiente forma:

$G = \{N, (X, \sigma), (A, \alpha), \{X_i\}_{i \in N}, \{H_i\}_{i \in N}, \rho, \{u_i\}_{i \in N}\}$, siendo:

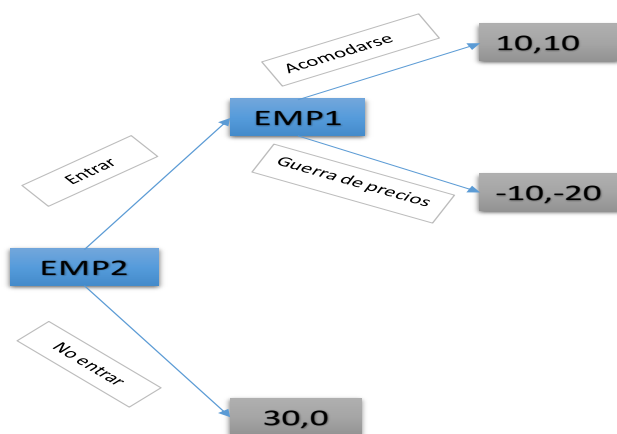
- N es el número de jugadores, $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, representando 0 al azar (por lo tanto si no hay azar no hay 0).
- X representa a los nodos, cada nodo que es anterior a x se representa como $\sigma(x)$.
- A representa las acciones posibles y $\alpha(x)$ como la acción que lleva al nodo predecesor al nodo actual.
- X_i representa los nodos en los que le toca jugar a i .
- H_i son los conjuntos de información de los que dispone i .
- ρ es la probabilidad de cada acción por cada conjunto de información.
- u_i es la función de pagos que tiene el jugador i .

Para observar en qué consiste la representación en forma extensiva utilizamos el siguiente ejemplo:

Un mercado está dominado por la empresa1 (EMP1) y una nueva empresa, empresa2 (EMP2), está pensando en entrar en él. Si EMP2 entra, EMP1 tiene dos posibilidades: acomodarse a la entrada de EMP2, lo que implicaría una disminución de su cuota de mercado; o bien entrar en una guerra de precios. Si EMP1 decide acomodarse ambas empresas tendrán un beneficio de 10 millones de euros; y si decide iniciar una guerra de precios EMP1 tendrá unas pérdidas de 10 millones de euros y EMP2 unas pérdidas de 20 millones de euros. Finalmente, como es obvio, si EMP2 decide quedarse fuera del mercado tendrá unos beneficios de 0, mientras que EMP1 tendrá unos beneficios de 30 millones de euros.

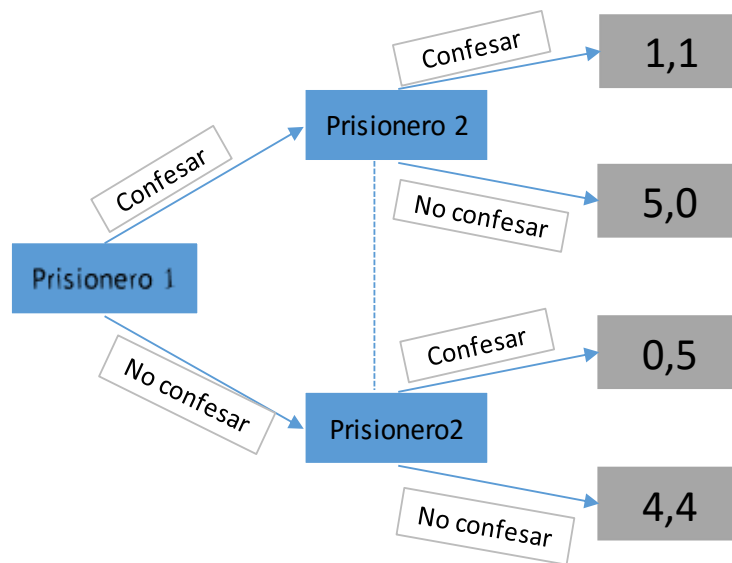
Esto se expresaría de forma extensiva de la siguiente manera:

Grafico1: Problema de las empresas representado en forma extensiva.



Un juego en forma normal también se puede representar de forma extensiva si consideramos que existen conjuntos de información que no son unitarios, es decir, que existe más de un único elemento. Se puede modelar la falta de conocimiento que los jugadores pueden tener de cómo se desarrolla el juego. Por ejemplo así quedaría el dilema del prisionero representado de forma extensiva:

Grafico2: Dilema del prisionero representado en forma extensiva.



La línea de puntos que une las dos ramas del prisionero 2 implica que el prisionero 1 desconoce cuál de las dos decisiones ha tomado el prisionero 2.

4.1 TIPOS DE SOLUCIÓN DE JUEGOS EN FORMA EXTENSIVA

Al igual que en la forma normal, también existen diversas formas de resolver un juego en forma extensiva,

4.1.1 Solución mediante equilibrio de Nash

Como se ha comentado anteriormente es posible representar cualquier tipo de juego de forma normal en forma extensiva y por lo tanto también es posible representar cualquier juego de forma extensiva en forma normal. La forma de buscar una solución mediante equilibrio de Nash en un juego en forma extensiva es tan simple como representar el juego en forma normal y buscar el equilibrio de Nash tal y como se haría en un juego en forma normal.

Por ejemplo el problema de las empresas se resolvería de la siguiente forma utilizando el equilibrio de Nash:

- Primero se representa el juego en forma normal:

Tabla6: Representación en forma normal del problema de las empresas.

EMP 1 \ EMP 2	ENTRAR	NO ENTRAR
ACOMODARSE	10,10	30,0
GUERRA DE P.	-10,-20	30,0

- Después, para trabajar sin valores negativos, se puede sumar 20 a todos los resultados:

Tabla7: Problema de las empresas sin valores negativos.

EMP 1 \ EMP 2	ENTRAR	NO ENTRAR
ACOMODARSE	30,30	50,20
GUERRA DE P.	10,0	50,20

- Finalmente, se soluciona el problema mediante Equilibrio de Nash:

Tabla 8: Problema de las empresas resuelto mediante Equilibrio de Nash.

EMP 1 \ EMP 2	ENTRAR	NO ENTRAR
ACOMODARSE	30*,30'	50,20
GUERRA DE P.	10,0	50*,20'

Se resuelve igual que en el juego normal:

EMP1: Primero se coge la opción "entrar" de EMP2, se escoge la opción que más beneficia a EMP1 que sería "Acomodarse" y se marca. Después se coge la opción "no entrar" de EMP2, y en este caso a EMP1 le es indiferente que hacer, si "acomodarse" o "guerra de precios", y por lo tanto marca las dos.

EMP2: Primero se coge la opción "asumir" de EMP1, se escoge la opción más beneficiosa para EMP2 que sería "entrar" y se marca. Después se coge la opción guerra de precios de EMP1, se escoge la opción más beneficiosa para EMP2 que sería "no entrar" y se marca también.

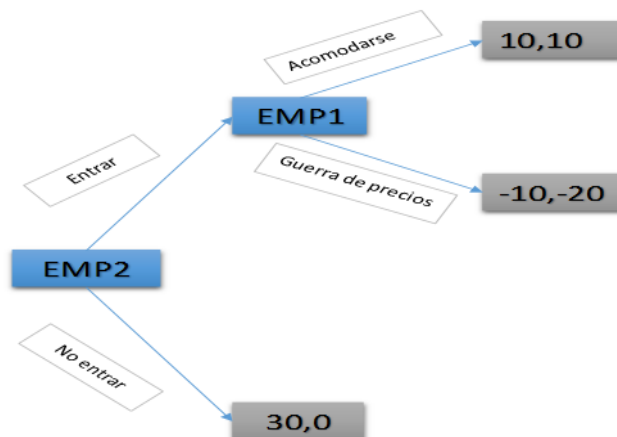
Finalmente se observa que nos quedan dos equilibrios de Nash que son "asumir-entrar" y "guerra de precios-no entrar".

El problema de representar un juego, que estaba inicialmente en forma extensiva, en forma normal es que es posible que se pierda información como por ejemplo no saber qué jugador juega primero.

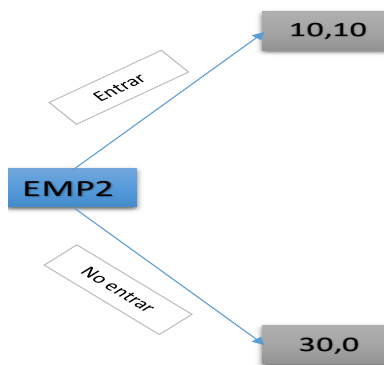
4.1.2 Solución mediante inducción hacia atrás

Este método de solución puede ser llamado también método de inducción retroactiva. Se basa en que cada jugador predice el resultado de cada futura etapa del juego y razona hacia la etapa del presente. Por lo tanto se empieza a solucionar el juego por la última etapa y se va retrocediendo una por una hasta la primera.

En el juego de las empresas se resolvería de la siguiente forma:



Primero se resuelve el sub-juego del final que corresponden a EMP1, la opción que más beneficia a EMP1 en ese sub-juego es "acomodarse" ($10 > -10$) Una vez se haya escogido la opción óptima eliminamos este sub-juego y en el nodo en que se inicia incorporamos la opción óptima elegida, quedando lo siguiente:



Ahora se repite el proceso resolviendo el sub-juego que corresponde a EMP2, en este caso escogería "entrar" ($10 > 0$).

Como ya no hay más sub-juegos que se puedan resolver se ha llegado al final de la solución y queda que la solución óptima es "acomodarse-entrar". Se observa que esta solución coinciden con una de las obtenidas con la solución mediante Equilibrio de Nash y la otra no coincide puesto que, en el Equilibrio de Nash no se tiene en cuenta qué jugador comienza el juego. Esto es algo que se dará siempre que el juego tenga horizonte finito y que además tenga información perfecta.

5. TEORÍA DE JUEGOS EN LA ECONOMÍA

En este apartado se van a analizar una serie de situaciones en la economía que se resuelven con la Teoría de Juegos.

5.1 CAMPAÑA PUBLICITARIA

La publicidad es una variable muy importante en los mercados de oligopolio ya que transmite información como precio o características a los consumidores que modifica sus preferencias. Las empresas suelen tener un presupuesto fijo con respecto a la publicidad competitiva. Cuando una empresa solo tiene un competidor importante, su objetivo con la publicidad debe ser conseguir la mayor parte de clientes quitándoseles a la empresa contraria. Un método simple sobre cómo la publicidad afecta a los beneficios de la empresa se puede ver en el siguiente ejemplo:

Existen dos empresas, a las que denominaremos A y B, que tienen unos beneficios de 20 y 10, respectivamente. Ambas tienen que decidir entre utilizar publicidad o no, con unos costes de 10. Si la empresa A utiliza publicidad y la empresa B no, aumentará sus beneficios en 15 y los de la empresa B disminuirán en 1; pero si la empresa B también utiliza publicidad sus beneficios aumentaran tan solo en 9. Si la empresa B, que es menos conocida que la A, utiliza publicidad y la empresa A no, tendrá unos beneficios de 20 y los de la empresa A disminuirán en 5, pero si la empresa A utiliza también publicidad los beneficios se mantendrán en 10.

Tabla 9: Juego publicidad o no publicidad.

		B	
		NO PUBLICIDAD	PUBLICIDAD
A	NO PUBLICIDAD	20,10	15,20
	PUBLICIDAD	25,9	19,10

- **Solución mediante estrategias prudentes**

		B	
		NO PUBLICIDAD	PUBLICIDAD
A	NO PUBLICIDAD	20,10	15,20
	PUBLICIDAD	25,9	19*,10'

De las dos opciones que puede coger la empresa A escoge las que menos beneficio le pueden reportar que son 15 si ``no utiliza publicidad`` y 19 si ``utiliza publicidad`` y de esas dos escoge 19, y de las dos opciones que puede coger la empresa B escoge 9 si ``no utiliza publicidad`` y 10 si ``utiliza publicidad`` y de esas dos se queda con 10. Por lo tanto existe un equilibrio prudente en ``publicidad-publicidad``.

- **Solución mediante argumentos de dominación**

En este caso es indiferente utilizar la EIE o la EID ya que no hay valores iguales y por lo tanto ambos métodos conducen a la misma solución. Se observa que en el caso de la empresa A, "publicidad" domina estrictamente a "no publicidad" ($25 > 20$ y $19 > 15$) y que en el caso de la empresa 2 "publicidad" también domina estrictamente a "no publicidad" ($20 > 10$ y $10 > 9$). Por lo tanto existe un equilibrio dominante "publicidad-publicidad".

- **Solución mediante equilibrio de Nash**

	B	
	NO PUBLICIDAD	PUBLICIDAD
A		
NO PUBLICIDAD	20,10	15,20'
PUBLICIDAD	25*,9	19*,10'

Empresa A: si la empresa B escoge "no publicidad", la mejor opción para la empresa A es hacer "publicidad"; si la empresa B escoge hacer "publicidad", la mejor opción para la empresa A es hacer "publicidad".

Empresa B: si la empresa A escoge "no publicidad", la mejor opción para la empresa B es hacer "publicidad"; si la empresa A escoge hacer "publicidad", la mejor opción para la empresa B es hacer "publicidad".

Se observa que con los tres métodos se obtiene la misma solución que es que ambas empresas deben hacer publicidad, sin embargo este modelo está incompleto, ya que las empresas no solo deben decidir hacer publicidad o no hacerla, sino que también deben tener en cuenta la diversidad de métodos que pueden usar para su publicidad y es que estos diversos métodos pueden tener unos costes mayores o menores, ya que pueden llegar a distintos tipos de personas y también pueden llegar a una mayor o menor cantidad de público dependiendo de su repercusión. Esto se ve mejor en el siguiente ejemplo.

Existen dos empresas, A y B, con unos beneficios de 20 y 10 unidades, respectivamente. Ambas empresas tienen dos métodos para la publicidad que son televisión, con costes de 10, y radio, con costes de 5. Si la empresa A escoge

utilizar publicidad en televisión y la empresa B no utiliza publicidad o utiliza publicidad en la radio, aumentará sus beneficios en 15 y disminuirá los beneficios de la empresa B en 2, si la empresa B también utiliza publicidad en televisión los beneficios solo aumentan 7; si elige utilizar publicidad en la radio y la empresa B decide no utilizar publicidad o utilizar publicidad en la televisión aumentará sus beneficios en 7 y disminuirá los beneficios de la empresa B en 1, pero si la empresa B decide usar también publicidad en la radio los beneficios tan solo aumentaran en 4. En cuanto a la empresa B, que es menos conocida, si decide utilizar publicidad en televisión y la empresa A no utiliza publicidad o utiliza publicidad en la radio, aumentará sus beneficios en 20 y los beneficios de A disminuirán en 5, pero si la empresa A utiliza también publicidad en televisión los beneficios aumentaran tan solo en 10; si decide utilizar publicidad en la radio y la empresa A no utiliza publicidad o utiliza publicidad en la televisión los beneficios aumentaran en 10 y los de la empresa A disminuirán en 3, pero si la empresa A utiliza también publicidad en la radio los beneficios tan solo aumentarán en 6.

Tabla 10: Juego publicidad o no publicidad ampliado.

A \ B		B		
		NO PUBLICIDAD	RADIO	TELEVISION
A	NO PUBLICIDAD	20,10	18,15	15,20
	RADIO	22,9	19,11	17,19
	TELEVISION	25,8	22,13	17,10

- **Solución mediante estrategias prudentes**

A \ B	NO PUBLICIDAD	RADIO	TELEVISION
NO PUBLICIDAD	20,10	18,15	15,20
RADIO	22,9	19,11'	17*,19
TELEVISION	25,8	22,13	17*,10

De las tres opciones que puede coger la empresa A escoge las que menos beneficio le pueden reportar que son 15 si utiliza "no publicidad", 17 si utiliza "radio" y 17 si utiliza "televisión"; y de esas tres se queda con "radio" y con "televisión". La empresa B escoge 8 si utiliza "no publicidad", 11 si utiliza "radio" y 10 si utiliza "televisión"; y de esas tres se queda con utilizar "radio". Por lo tanto se observa que existen dos equilibrios prudentes en "radio-radio" y "televisión-radio".

- **Solución mediante argumentos de dominación**

o **EID**

La opción "no publicidad" de la empresa A esta dominada por la opción "televisión" y la opción "no publicidad" de la empresa B esta también dominada por la opción "radio" por lo tanto las eliminamos:

A \ B	RADIO	TELEVISIÓN
RADIO	19,11	17,19
TELEVISION	22,13	17,10

La opción "radio" de la empresa A esta dominada por la opción "televisión" así que la eliminamos también y quedaría:

A \ B	RADIO	TELEVISIÓN
TELEVISIÓN	22,13	17,10

La opción "radio" de la empresa B domina a la opción televisión y por lo tanto quedaría una solución en "televisión-radio".

○ **EIE**

La opción "no publicidad" de la empresa A está dominada estrictamente por la opción "televisión" y la opción "no publicidad" de la empresa B está dominada estrictamente por la opción "radio", por lo tanto las eliminamos:

		B	
		RADIO	TELEVISIÓN
A	RADIO	19,11	17,19
	TELEVISION	22,13	17,10

Una vez aquí, ya no hay más estrategias estrictamente dominadas y por lo tanto hay cuatro soluciones posibles: "radio-radio", "radio-televisión", "televisión-radio" y "televisión-televisión".

- **Solución mediante equilibrio de Nash**

		B		
		NO PUBLICIDAD	RADIO	TELEVISION
A	NO PUBLICIDAD	20,10	18,15	15,20'
	RADIO	22,9	19,11	17*,19'
	TELEVISION	25*,8	22*,13'	17*,10

Empresa A: si la empresa B escoge "no publicidad", la mejor opción para la empresa A es utilizar "televisión"; si la empresa B escoge usar "radio", la mejor opción para la empresa A es también utilizar "televisión"; y si la empresa B escoge usar "televisión", la mejor opción para la empresa A es utilizar "radio" o "televisión" indiferentemente.

Empresa B: si la empresa A escoge "no publicidad", la mejor opción para la empresa B es usar "televisión"; si la empresa A escoge usar "radio", la mejor

opción para la empresa B es utilizar ``televisión``; y si la empresa A escoge usar ``televisión`` la mejor opción para la empresa B es utilizar ``radio``.

Por lo tanto se encuentran dos equilibrios de Nash en ``radio-televisión`` y en ``televisión-radio``.

En este segundo ejemplo se ha podido comprobar que, al contrario que en el primero, existen diferentes soluciones dependiendo del método que se utilice para resolver el problema.

5.2 COMERCIO INTERNACIONAL

Actualmente el principal instrumento del comercio internacional es la negociación multilateral. El economista Zartman escribió en 2007 en un artículo para ``Middle East Policy`` que *``un proceso de negociación multilateral responde a múltiples roles y múltiples temas a tratar, es la gestión de la complejidad``* Las coaliciones sirven para reducir esta complejidad y por lo tanto son muy importantes dentro de la negociación multilateral.

El desarrollo de la negociación multilateral tiene una serie de etapas:

- 1ª etapa: la Pre-negociación, en ella, un conjunto de países se reúne para tratar una serie de cuestiones.
- 2ª etapa: en esta etapa se genera la Agenda, en ella se intenta alcanzar un acuerdo sobre qué cuestiones se deben tratar y cómo se especifican, y además se establece cómo estará organizada la negociación y cómo será el calendario de la misma.
- 3ª etapa: cuando ya se ha establecido la agenda hay que establecer la fórmula, esto es, la forma en que se tratarán los temas. Se puede tratar de reglas generales o de reglas específicas.
- 4ª etapa: en esta última etapa llega el acuerdo que alcanzan los países participantes.

En el comercio internacional la principal cuestión han sido los aranceles. Según la teoría de libre comercio, reducir o eliminar las barreras beneficia a todos los países ya que esto da incentivos al comercio y por lo tanto al crecimiento global de la economía. Esto se debe a que los exportadores se benefician de poder entrar más fácilmente a los mercados y además el aumento de las importaciones ayuda al desarrollo económico porque mantiene los precios bajos y por lo tanto

se potencia la eficiencia económica. Sin embargo, debido a los intereses que tienen los productores del propio país para proteger su mercado manteniendo los precios que le dan estabilidad, estos beneficios quedan limitados.

Si como dice la teoría del libre comercio la ausencia de barreras es beneficioso para todos los países, hay que preguntarse por qué negociaciones como la Ronda Uruguay del GATT tardaron 8 años en completarse y por qué se considera que de esa negociación salieron ganadores y perdedores. Es aquí donde entra la Teoría de Juegos.

La idea básica de este juego es similar al dilema del prisionero, si uno de los países establece un arancel y el otro no, este obtiene más beneficios pero si ambos países establecen un arancel ambos salen perjudicados. Esto se representaría de la siguiente forma:

Tabla 11: Establecimiento de aranceles.

PAIS 1 \ PAIS 2	NO ARANCEL	ARANCEL
NO ARANCEL	10,10	5,20
ARANCEL	20,5	6,6

Si se resuelve el juego anterior mediante la estrategia de Equilibrio de Nash se obtiene el siguiente equilibrio:

PAIS 1 \ PAIS 2	NO ARANCEL	ARANCEL
NO ARANCEL	10,10	5,20'
ARANCEL	20*,5	6*,6'

Se observa que a pesar de que obtendrían más beneficios si ninguno establece aranceles, la solución del juego es ``Arancel-Arancel''. Para solucionar esto lo

normal es que los países realicen acuerdos entre ellos, lo que se denominaría estrategia "tip for tap". Esta estrategia fue definida a comienzos de la década de 1980 por el psicólogo Anatol Rapoport que era, además, un experto en Teoría de Juegos. Consiste en lo siguiente: en la primera jugada el jugador elegirá la opción de cooperar (no establecer un arancel en este caso) y en la siguiente jugada elegirá la misma opción que haya escogido el otro, es decir, si el otro jugador coopera, ambos cooperarán y si decide no cooperar (establecer un arancel, en este caso), el primero hará lo mismo.

5.3 PROBLEMA DE CONTAMINACIÓN

La Teoría de Juegos también puede usarse para explicar las decisiones que toman los países en cuanto a la contaminación.

El protocolo de Kyoto fue establecido por la CMNUCC (Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático) y entró en vigor el 16 de Febrero de 2005. Consiste en reducir la emisión de gases de efecto invernadero (principalmente dióxido de carbono, gas metano y óxido nitroso) en un porcentaje de al menos el 5% en el periodo 2008-2012, partiendo, como referencia de inicio, de la emisión de 1990. El problema es que EEUU, que es el país del mundo que más gases de efecto invernadero produce, no ha aceptado este protocolo. Esto, como se ha dicho anteriormente, se puede explicar mediante Teoría de Juegos. Cualquier medida que se utilice para que mejore el medio ambiente dará beneficios a todos los países y solo tendrá costes para el país que la afronte. Por lo tanto si se suponen dos grupos de países (países 1 y países 2) quedaría la siguiente tabla:

Tabla 12: Reducción de gases de efecto invernadero.

PAISES2 PAISES1	REDUCEN	NO REDUCEN
REDUCEN	10,10	-10,20
NO REDUCEN	20,-10	0,0

Si se soluciona la tabla anterior mediante equilibrio de Nash quedaría el siguiente equilibrio:

PAISES1 \ PAISES2	REDUCEN	NO REDUCEN
REDUCEN	10,10	-10,20'
NO REDUCEN	20*, -10	0*, 0'

Se observa que existe un Equilibrio de Nash en "no reducen-no reducen" y esta solución se da también con el resto de métodos, por lo tanto si no existe cooperación o un sometimiento por parte de la autoridad en cuanto a la reducción de emisiones los países tenderán a no reducir.

Esta tabla se puede modificar por varios motivos: aumento significativo de la contaminación que cambie la actitud de los países, multas a la contaminación o el más importante: un cambio tecnológico.

Para que se dé un cambio tecnológico, los países que invierten en reducir emisiones tienen que haber desarrollado una tecnología que haga que la fabricación con procesos menos contaminantes no aumente los costes (incluso los disminuya), y es probable que estos productos al mismo precio sean más demandados por la conciencia medioambiental de la población. Así, los países que inicialmente optaron por no reducir serán seguidores de los que decidieron reducir.

El líder que será la Unión Europea (UE), que obtendrá mejores resultados que el seguidor, Estados Unidos (EEUU), ya que estos se verán obligados a actuar en función de las decisiones que tome la UE.

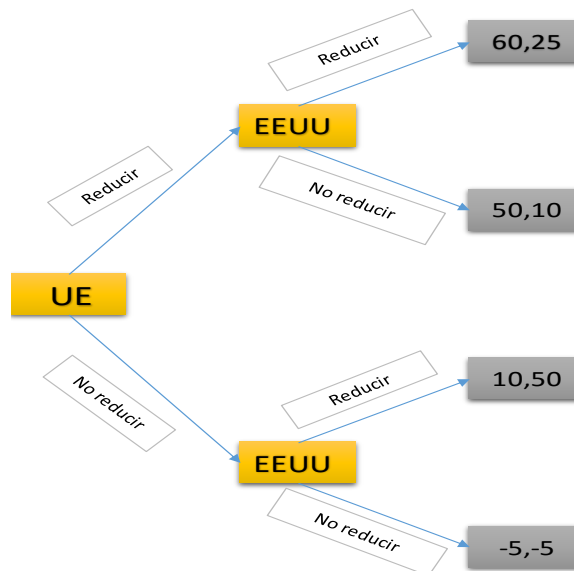
Si la UE decide reducir y EEUU también obtendrían unos beneficios de 60 y 25 respectivamente, inferiores para el seguidor ya que solo puede quedarse con la parte del mercado que deja la UE; si la UE decide reducir y EEUU no, tendrán unos beneficios de 50 y 10 respectivamente, ambos se reducirían, en el caso de la UE porque sufriría externalidades por parte de EEUU y en el caso de EEUU porque produciría de una manera más costosa y además perdería poder de

mercado aunque su beneficio no sería negativo porque se aprovecharía de las mejoras propiciadas por la UE.

En el caso de que la UE decidiera no reducir y EEUU tampoco ambos obtendrían unos beneficios negativos de -5 ya que en este caso no habría líder ni seguidor ni ninguno se aprovecharía de las mejoras del otro país; y finalmente queda el caso de que la UE no reduzca y la EEUU sí, en el que los beneficios sería 10 y 50 respectivamente, este sería el caso inverso al de que la UE reduzca y EEUU no, la UE perdería su condición de líder y los resultados serían iguales pero a la inversa.

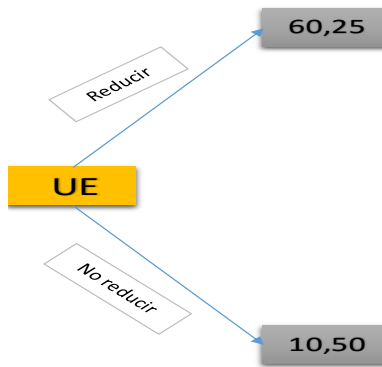
Esto se representaría de forma extensiva a través del siguiente método.

Grafico3: Problema de la contaminación representado en forma extensiva.



Si solucionamos el juego mediante inducción hacia atrás, se comienza por EEUU y observamos que en el caso de que la UE ``reduzca`` elegiría ``reducir`` ($25 > 10$) y en el caso de que la UE ``no reduzca`` también elegiría ``reducir`` ($50 > -5$).

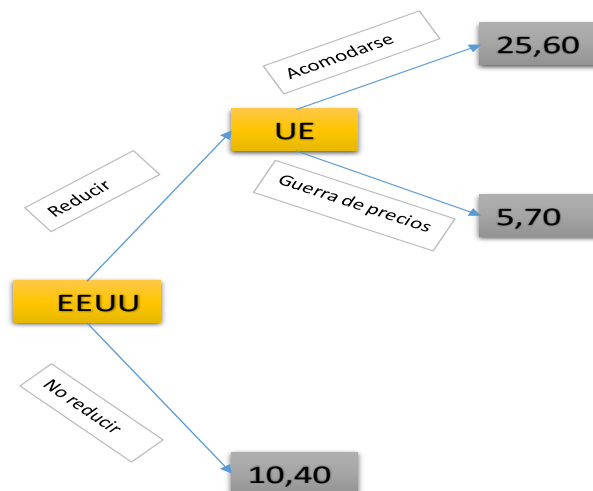
Por lo tanto quedaría lo siguiente:



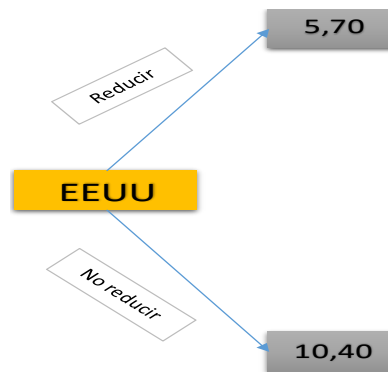
Finalmente la UE elegiría "reducir" ($60 > 10$) y por lo tanto la solución sería "reducir-reducir".

Siguiendo este análisis es de suponer que tanto la UE como EEUU cumplirán el Protocolo de Kyoto. Sin embargo, falta tener en cuenta una rama más, que sería la posibilidad de que en caso de que tanto la UE como EEUU decidan reducir la emisión, posteriormente la UE decidiera reducir aún más las emisiones para obtener mayores beneficios. Esto sería similar a una guerra de precios y se representaría mediante la forma extensiva:

Grafico4: Ampliación problema de la contaminación en forma extensiva.



Resolviendo esto mediante inducción hacia atrás se comienza por UE que elegiría "guerra de precios" ($70 > 60$), que sería el equivalente a reducir más las emisiones y quedaría lo siguiente:



En este caso EEUU elegiría “no reducir” ($10 > 5$) y esta sería una explicación a por qué EEUU se ve incentivado a no reducir la emisión de gases de efecto invernadero.

5.4 SUBASTAS

Las subastas en Teoría de Juegos son un tema muy complejo que daría para hacer un trabajo específico solo de ellas, por tanto en este trabajo solo se va a dar una breve introducción teórica sobre qué se hace para resolver las subastas mediante la Teoría de Juegos.

En 1996 recibieron el Premio Nobel de Economía James A. Mirrlees y William Vickrey por su estudio de las subastas, planteando diseños para mejorar su eficiencia. Los resultados fueron aplicados con éxito por los bancos centrales en las subastas de activos.

La rama de la Teoría de Juegos que se encarga de las subastas se denomina Teoría de la Subasta y se encarga de estudiar cómo actúan los individuos en los mercados de subastas. El desarrollo de esta teoría se comenzó a dar en principios del siglo XX aunque no se consolidó hasta finales del mismo siglo, en la década de 1990. Sin embargo, también hay que tener en cuenta el importante desarrollo que tuvo en la década de 1980, lo que permitió la consolidación. Además hay que añadir que la Teoría de la Subasta se puede utilizar también para comprender otros aspectos de la economía, como puede ser, por ejemplo, la formación de los precios, ya sea cuando interviene solo el vendedor o cuando intervienen vendedor y comprador.

La mayoría de los resultados de la Teoría de la Subasta se basan en el “benchmark model” (modelo de referencia). Lo primero que hay que decir de este modelo, es que se trata de un modelo de subasta en sobre cerrado al primer

precio, que es aquel en el que todos los participantes o jugadores realizan sus ofertas a la vez y donde el ganador (el que más ofrezca) obtiene el bien pagando el precio que puso en la oferta que realizó y el resto de participantes ni paga ni obtiene nada.

Cada participante solo sabe su valoración sobre el bien que se subasta, y desconoce cómo lo valoran el resto de los participantes. Se trata por tanto de un modelo sin información completa.

Supuestos del ``benchmark model``:

- Participantes o jugadores, $N=[1,2,\dots,n]$.
- Pujas de cada participante, $b_i \in [0, \infty)$.
- Valoraciones que tiene cada participante del bien, V_i .
- Distribución de las valoraciones, $F(V_{\min}, V_{\max})$.
- Tipo de jugador, medida que propuso Harsanyi para simplificar el modelo, se define al azar antes de comenzar la subasta, y todos los participantes únicamente conocen su tipo y las probabilidades de que el resto de jugadores sean de un tipo o de otro.

Además el ``benchmark model`` tiene las siguientes características que completan la definición el modelo:

- Valoraciones independientemente privadas: cada participante conoce el valor que le otorga al bien subastado, pero esta valoración no está correlacionada con la del resto de los participantes y por lo tanto, conocer su valoración no le permite conocer la valoración que hacen del bien el resto de los participantes.
- Compradores simétricos: las valoraciones de los participantes tienen la misma probabilidad. Por lo tanto todos son iguales para el subastador.
- Compradores neutrales al riesgo: las funciones de utilidad del dinero de los participantes son lineales y por lo tanto, su utilidad esperada es equivalente a sus ganancias esperadas, y maximizar una u otra es indiferente.
- Los pagos son una función únicamente de las pujas, los participantes no pueden salir de ninguna otra parte que no sean las pujas.

Para solucionar este modelo se utiliza el Equilibrio Bayesiano de Nash. Es parecido al Equilibrio de Nash convencional pero, a diferencia de éste, el

Equilibrio Bayesiano de Nash define la estrategia de forma diferente. En este modelo hay que tener en cuenta que los participantes pueden ser de distintos tipos y hay que establecer una estrategia diferente para cada uno de ellos.

Para llegar al Equilibrio Bayesiano de Nash el participante también tiene que tener en cuenta el tipo de los demás participantes, así como los demás participantes tendrán en cuenta el suyo. Es decir, cada participante tiene que decidir cómo actuar no solo teniendo en cuenta su tipo, sino también el tipo de los demás. En conclusión el Equilibrio Bayesiano de Nash está compuesto por el conjunto de estrategias en la que la estrategia del participante consigue el mayor beneficio posible en función de las estrategias de los demás participantes.

6. CONCLUSIONES

La Teoría de Juegos es una rama de la economía que analiza los juegos, estos son situaciones donde participan dos o más jugadores y en las que cada jugador debe decidir cómo actuar. Ha obtenido una gran importancia durante las tres últimas décadas, como se puede apreciar en que cuatro Premios Nobel de economía han sido concedidos a trabajos sobre esta disciplina y uno a una disciplina muy relacionada:

- John Forbes Nash, John Harsanyi y Reinhard Selten en 1994.
- James A. Mirrlees y William Vickrey en 1996 (Subastas)
- Tomas Schelling y Robert Aumann en 2005.
- Lloyd Stowell Shapley y Alvin Elliot Roth en 2012.
- Jean Tirole en 2014.

Los juegos se pueden clasificar en cooperativos o no cooperativos y, dentro de los no cooperativos: en estáticos o dinámicos y en con información completa o sin información completa.

Para resolver los juegos estáticos se utiliza la forma normal, y con esta forma hay diversos métodos de solución: estrategias prudentes, mediante argumentos de dominación y el Equilibrio de Nash. Siendo este último el más utilizado.

En los modelos dinámicos se utiliza generalmente la forma extensiva, aunque también puede utilizarse la forma normal (perdiendo algunas propiedades, como saber quién empieza a jugar). Para resolver un juego en forma extensiva hay dos

conceptos: el Equilibrio de Nash o el más utilizado en este caso que es el Equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, el cual se obtiene mediante el algoritmo de inducción hacia atrás.

La teoría de juegos es tan importante dentro de la economía porque se utiliza para tomar decisiones en diversas situaciones económicas. En este trabajo se han analizado cuatro situaciones para demostrar lo anterior: Campaña publicitaria, comercio internacional, problema de contaminación y subastas.

En cuanto a las campañas publicitarias, se llega a la conclusión de que siempre es mejor hacer publicidad que no hacerla, pero cuando existen diversos métodos de publicidad los resultados del juego varían dependiendo del tamaño de la empresa y del método que se utilice para resolverlo.

Del comercio internacional se observa que los métodos no cooperativos llevan siempre a los países a establecer aranceles. Sin embargo, teniendo en cuenta que ambos aumentarían sus beneficios si no los establecen, esto hace que utilicen estrategias "tip for tap", lo que implica que ambos se comprometan a no establecerlos aumentando así los beneficios con respecto al equilibrio anterior.

También se ha observado, que por qué EEUU decide no aplicar el Protocolo de Kyoto se puede explicar mediante la teoría de juegos. Para ello se resuelve un juego en forma extensiva en el que la UE actuaría antes y después de la decisión de EEUU.

Finalmente se ha hablado de la existencia de una rama de la Teoría de Juegos denominada Teoría de Subasta que se encarga de estudiar cómo actúan los participantes en una subasta en donde hay información incompleta y para ello se utiliza el Equilibrio Bayesiano de Nash.

Como conclusión final hay que añadir que aparte de las que se han explicado anteriormente, existen otras muchas situaciones en las que se utiliza la Teoría de Juegos en la economía, como por ejemplo politología o sociología, y es por eso que se trata de una herramienta clave que todo buen economista debe conocer.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Pérez J., Jimeno J. L. y Cerdá E. (2003): Teoría de Juegos. Editorial: Pearson Educación.
- Ricart J.E. (1988): <<Una introducción a la Teoría de Juegos>> IESE Business School-Universidad de Navarra.
- Gibbons R. (1993): Un primer curso de Teoría de Juegos. Antoni Bosch. Barcelona.
- Osborne M.J. (2004) An introduction to Game Theory. Oxford University Press.
- Vega Redondo, F (2000): Economía y juegos. Antoni Bosh. Barcelona.
- Cournot A.A. (1838): Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses.
- Mármol A. y Monroy L. (2000): ``Avances en la Teoría de Juegos con aplicaciones económicas y sociales: aplicaciones económicas´´ ed: Universidad de Sevilla pp: 73-79.
- Tapia J.J. (2012) <<Teoría de Juegos y su aplicación a la negociación internacional: acuerdos de asociación UE-Marruecos en materia agraria>> pp: 43-52.
- Fernández Y., Fernández M.A. y Olmedillas B. (2011) <<El fracaso de Copenhague desde la teoría de juegos>>.
- Dura Juez P. (2003) << Teoría de Subastas y reputación del vendedor>> ed:CNMV.
- Monparler J. y Hidalgo M. (2015) << Modelos de subasta y su aplicación a los concursos>> ed: Universidad de Valencia pp: 3-7.