



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Análisis de uso de Catia basado en FEM  
para simular problemas de  
comportamiento mecánico**

**Autor:**

**Domínguez Bachiller, Juan**

**Tutor:**

**Herráez Sánchez, Marta  
Área Ingeniería Mecánica  
Dpto. CMelM**

**Valladolid, Julio 2018.**



---

**Universidad de Valladolid**

## **RESUMEN**

El siguiente trabajo, es un material docente para alumnos del Grado en Ingeniería Mecánica que sirva como apoyo en la asignatura de Diseño de Máquinas. Este proyecto de innovación docente es de ayuda para mejorar el trabajo que se realiza en clase con los problemas, además de introducir al alumno en software de simulación (FEM).

El principal objetivo es guiar al alumno en el programa para realizar un modelo estático e interpretar los resultados obtenidos. Además, el trabajo tiene una variedad de problemas de fallo estático para la aplicación de criterios de fallo para que sirvan de ejemplo.

## **PALABRAS CLAVE**

Diseño de elementos de máquinas, fallo estático, concentración de tensiones, simulación, CATIA V5.

## **ABSTRACT**

The following essay is a teaching material for the students of Degree in Mechanical Engineering that helps as a support for the subject of Machine Design. This teaching innovation project helps to improve the class work with the problems, in addition to introducing the student in simulation software (FEM).

The main objective is to guide the students in the program to perform a static model and analyse the results obtained. Also, the essay has a variety of static failure problems for the application of failure criteria to serve as example.

## **KEY WORDS**

Machine elements design, static failure, stress concentration, simulation, CATIA V5.



---

**Universidad de Valladolid**

# ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	1
1.1.	Introducción.....	1
1.2.	Objetivos.....	1
1.3.	Organización de la memoria.....	2
2.	CONCEPTOS GENERALES DISEÑO DE MAQUINAS.....	5
2.1.	Caracterización del material.....	5
2.1.1.	Materiales dúctiles.....	6
2.1.2.	Materiales frágiles.....	7
2.2.	Caracterización de la carga.....	8
2.2.1.	Tracción o tensión.....	8
2.2.2.	Torsión.....	8
2.2.3.	Flexión.....	9
2.2.4.	Tensiones multiaxiales.....	9
2.3.	Criterios de fallo.....	14
2.3.1.	Criterio de máxima tensión de cizalladura.....	15
2.3.2.	Criterio de Von Misses.....	15
2.3.3.	Criterio de Coulomb-Mohr.....	16
2.3.4.	Criterio Coulomb-Mohr Modificado.....	17
3.	METODOLOGIA UTILIZADA: CATIA Y EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	21
3.1.	Geometría de la pieza y material.....	23
3.2.	Creación del mallado.....	32
3.3.-	Condiciones de contorno (Restraints).....	36
3.3.1.	Elementos virtuales (Virtual Parts).....	36
3.3.2.	Empotramiento (Clamp).....	39
3.3.3.	Restricciones mecánicas (Mechanical Restraints).....	39
3.3.4.	Advanced Restraints.....	44
3.4.	Aplicación de cargas (Loads).....	45
3.5.	Realizar cálculos (Compute).....	50
3.6.	Adaptación del mallado (Adaptivity entity).....	51
3.7.	Representación de los resultados y herramientas de análisis.....	53



3.7.1. Representación de resultados .....	53
3.7.2. Herramientas de análisis.....	61
3.8. Informe técnico (Analysis Results) .....	65
3.9. Búsqueda bibliográfica estudio a fatiga .....	66
<b>4. MODELOS REALIZADOS: REALIZACIÓN DE MODELOS E INTERPRETACION DE RESULTADOS (EJERCICIOS).....</b>	<b>67</b>
4.1. Pieza con discontinuidad 1.....	68
4.1.1. Resolución analítica .....	68
4.1.2. Modelo .....	70
4.1.3. Resultados.....	78
4.1.4 Comparativa .....	87
4.2. Pieza con discontinuidad 2.....	89
4.2.1. Resolución analítica .....	89
4.2.2. Modelo .....	91
4.2.3. Resultados.....	94
4.2.4 Comparativa .....	102
4.3. Resorte de tracción .....	104
4.3.1. Resolución analítica .....	104
4.3.2. Modelo .....	105
4.3.3. Resultados.....	108
4.3.4 Comparativa .....	117
4.4. Resorte de compresión .....	119
4.4.1. Resolución analítica .....	119
4.4.2. Modelo .....	120
4.4.3. Resultados.....	124
4.4.4 Comparativa .....	133
4.5. Resorte torsión .....	135
4.5.1. Resolución analítica .....	135
4.5.2. Modelo .....	136
4.5.3. Resultados.....	138
4.5.4 Comparativa .....	147
4.6. Eje hueco.....	148
4.6.1. Resolución analítica .....	148



4.6.2. Modelo .....	149
4.6.3. Resultados.....	153
4.6.4 Comparativa .....	162
5. CONCLUSIONES Y LINEAS DE FUTURO .....	163
5.1 Conclusiones .....	163
5.2. Líneas de futuro .....	165
6. BIBLIOGRAFIA.....	167
ANEXO .....	169



---

**Universidad de Valladolid**

# 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1. Introducción

La asignatura de Diseño de Maquinas en el grado de Ingeniería Mecánica del tercer curso, se basa en el estudio de elementos de máquinas en cuanto a su posible tipo de fallo. En el desarrollo de la asignatura se aplican conceptos tales como los materiales, los criterios de fallo, la caracterización de las cargas, factores geométricos,...

Como apoyo a la parte teórica de la asignatura, se busca utilizar un material docente basado en un software de simulación que sirva para la resolución de los problemas de clase con un enfoque práctico.

Desde el curso anterior, el área de Ingeniería Mecánica de la Eii trabaja en la creación de un material didáctico que sirva para ayudar a los alumnos del tercer curso del Grado en Ingeniería Mecánica en la asignatura de Diseño de Máquinas. Los primeros trabajos al respecto se realizaron en julio de 2017, [1] y [2]. Donde se introdujeron modelos simulados, mediante técnicas basadas en el Método de Elementos Finitos MEF y el software CATIA V5. Consiguieron implantar modelos de la asignatura en cuanto a su aplicación a problemas de diseño estático de diversas piezas sencillas, como piezas con discontinuidades geométricas, piezas con combinación de esfuerzos, con diferentes condiciones de contornos y piezas con diferentes tipos de cargas aplicadas. También, los trabajos recogen la evaluación de diferentes tipos de elementos de mallado y el impacto del uso de mallado local en zonas con discontinuidades.

## 1.2. Objetivos

Como continuación de los trabajos anteriormente escritos, y en el marco del Proyecto de Innovación Docente PID 148: **SEM - Simulación de Elementos de Máquina**, en el que participan profesores del área de Ingeniería Mecánica de la EII, se realiza el trabajo que se muestra a continuación. El principal objetivo de este Proyecto de Innovación Docente es generar un manual definitivo, que sirva como apoyo a los alumnos de la asignatura de Diseño de Máquinas en la resolución de los problemas de análisis de fallo en piezas, con la ayuda del software CATIA V5. Y generar una biblioteca de ejemplos resueltos, que complementan los ejercicios resueltos de manera analítica, en las distintas sesiones de problemas de aula de la asignatura. A partir de ello, los objetivos principales de este trabajo serán:

- Mejorar los ejemplos realizados en los TFG anteriores e introducir más ejemplos de cálculo de fallo estáticos en piezas con diferentes discontinuidades.



- Crear un manual explicativo paso a paso, que permita que los alumnos puedan realizar sus propios modelos de cálculo estático en piezas.
- Comparar los resultados obtenidos analíticamente en los problemas de clase con los que se obtiene mediante el modelo simplificado de Elementos Finitos.

Para llegar a ellos, se desglosan los siguientes objetivos parciales:

- Incluir la simulación de otros nuevos elementos de máquinas, no estudiados previamente, y comparar los resultados obtenidos para criterios de fallo estático.
- Con los ejemplos, incidir en ayudar al usuario a comprender en qué materiales y qué discontinuidades se produce una mayor concentración de tensiones, y por ello, mayor posibilidad de fallo.
- Estudiar qué tipo de discretización en la creación del modelo de Elementos Finitos proporciona los mejores resultados.
- Proponer una metodología que seguir, a la hora de plantear un problema de análisis mecánico, desglosando con claridad las diferentes etapas que debe seguir el alumno en la creación del modelo de MEF y la representación de resultados.
- Iniciar una búsqueda bibliográfica sobre el estudio de piezas a fatiga mediante el método de elementos finitos.

### 1.3. Organización de la memoria

La memoria se divide principalmente en varios apartados, los cuales están puestos en orden que se muestra a continuación, sea lo cual permitirá una mejor comprensión del trabajo.

El primer apartado, engloba el punto 1.1 y el punto 1.2. con la introducción, se explica por qué se realiza el trabajo, la motivación a hacerlo y los diferentes temas que engloba. Posteriormente, se presentan los objetivos que fijan hacia dónde va dirigido el desarrollo de la memoria.

A continuación, el segundo apartado que corresponde al punto 2, se redacta los aspectos del Diseño de Máquinas que va a ser la base teórica del trabajo. En concreto, se ha redactado la parte de la asignatura Diseño de Máquinas

que vamos a necesitar a la hora de comparar los resultados en nuestros ejemplos.

Para el siguiente apartado, tenemos el punto 3, en el que se explica la metodología a usar en el cuarto apartado. En este punto, las herramientas de las que dispone el programa elegido se explican en detalle, para que no haya dudas a la hora de crear el modelo y representar los resultados en el problema estático. Además, se añade la búsqueda bibliográfica realizada del estudio de piezas a fatiga.

En el cuarto apartado, nos encontramos con los ejemplos que se han realizado para la comprobación de resultados, como piezas con discontinuidades, nuevos elementos como los resortes y ejemplos resueltos en la asignatura, que sirvan de ayuda al usuario que trabaje con el programa.

Las conclusiones que se plantean, sería el penúltimo apartado, en el que se resumen las principales aportaciones de este y a partir de los objetivos inicialmente fijados.

Por último, el apartado final sería la parte del Anexo, donde se presenta el manual para uso del alumno, que resume de una manera clara el apartado 3.



---

**Universidad de Valladolid**

## 2. CONCEPTOS GENERALES DISEÑO DE MAQUINAS

El estudio del comportamiento mecánico de elementos se realiza para poder adelantarnos al fallo o rotura de elementos de máquinas, que se produce como resultado de un comportamiento en servicio [3].

El comportamiento mecánico depende principalmente del material, las condiciones de carga, factores geométricos, condiciones ambientales, concentración de esfuerzos y el acabado de superficie del elemento [4].

A través el cálculo mecánico (denominado análisis mecánico resistente) lo que se consigue es predecir el fallo, mediante la elaboración de unos criterios de fallo. Para ello, se tiene por una parte, las propiedades de resistencia de los materiales, obtenidas mediante ensayos; y por otra, las cargas a las que está sometida la pieza. Para el diseño de una máquina, se realiza tanto el diseño estático como el diseño a fatiga, es decir, a partir del material y de las cargas, se aplican los criterios de fallo.

El diseño estático se realiza para prever la capacidad de una pieza para soportar una carga máxima, en muchas ocasiones, como combinación de distintas cargas. En el caso de diseño a fatiga, se estudia el número de ciclos de que va a soportar la pieza bajo un estado en cargas variables y también la vida infinita de la pieza.

Para ambos tipos de diseño se caracteriza, por una parte, el estado de tensiones y, por otra, las propiedades de la pieza a estudiar, para posteriormente poder compararlas. El factor de seguridad es una variable que sirve para medir el margen de seguridad en el diseño. Para que la pieza no falle, la carga nunca debe superar la resistencia, y por ello, debe ser mayor que 1 y viene dado por la *Ecuación 2.1*, en donde es  $n$  el factor de seguridad,  $S_{fallo}$  es la resistencia característica material y  $\sigma_{Max}$  es la tensión máxima que soporta la pieza en servicio.

$$n = \frac{S_{fallo}}{\sigma_{Max}} > 1 \quad \text{Ecuación 2.1}$$

### 2.1. Caracterización del material

En diseño de máquinas se diferencia los materiales entre los materiales dúctiles y los materiales frágiles. Para caracterizar el material se recurre a ensayos experimentales de tracción, como se ve en la *Figura 2.1* en los que se estudia la gráfica esfuerzo-deformación de un material al aplicar una carga  $P$  a una probeta de sección  $A$ :

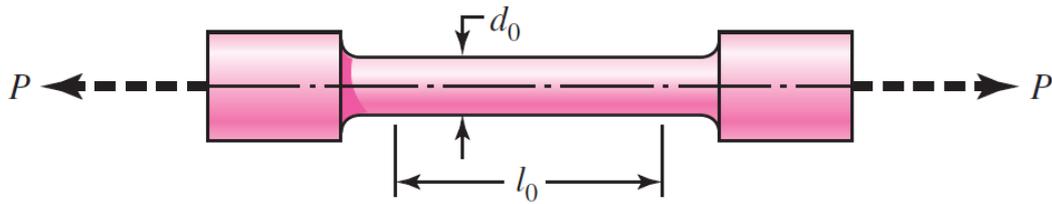


Figura 2.1 Probeta sometida a tracción

Para el cálculo de la tensión  $\sigma$  recurre a la *Ecuación 2.2* y en el caso de cálculo del alargamiento o deformación unitaria  $\varepsilon$  se hace uso de la *Ecuación 2.3* donde  $l_0$  es la longitud de la probeta inicial y  $l$  es la longitud de la probeta en un instante determinado.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad \text{Ecuación 2.3}$$

Para las componentes de la deformación de la pieza, desde el punto de vista de la resistencia de materiales, se calculan con el uso de las *Ecuaciones 2.4*, *2.5* y *2.6*, donde  $E$  es el módulo de elasticidad de Young,  $\mu$  es la relación de Poisson,  $\alpha$  el coeficiente de dilatación y  $t$  el incremento de temperatura [5]:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha \cdot t \quad \text{Ecuación 2.4}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) + \alpha \cdot t \quad \text{Ecuación 2.5}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha \cdot t \quad \text{Ecuación 2.6}$$

### 2.1.1. Materiales dúctiles

Se caracterizan por tener una relación lineal hasta una tensión de fluencia  $S_y$ , como se ve en la *Figura 2.2.*, a partir de esta tensión, el material se considera que pierde el comportamiento y propiedades iniciales, y, por tanto, la pieza no vale para cumplir la función para la que estaba diseñada. El material inicia una deformación permanente sin que aumente mucho el esfuerzo hasta la tensión de rotura  $S_{ut}$ , que es la tensión máxima que soporta.

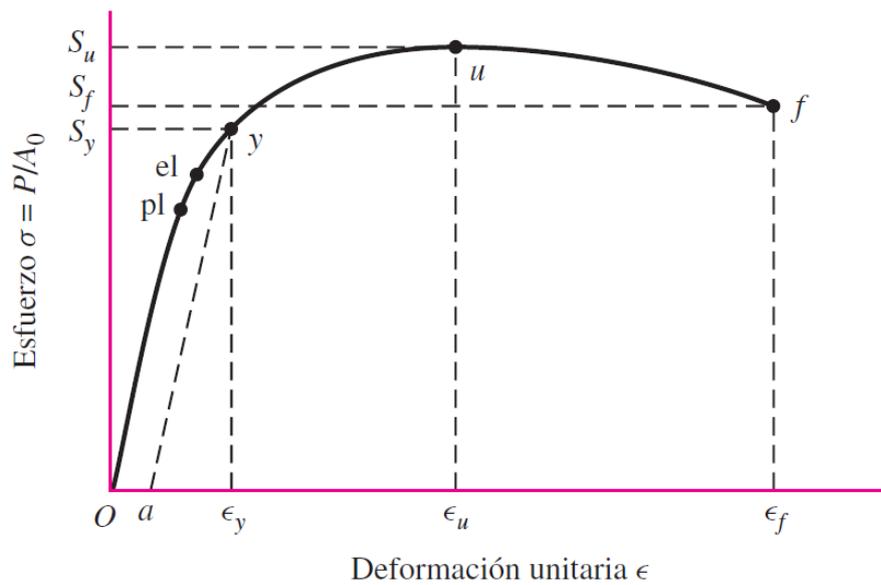


Figura 2.2. Gráfica tensión-deformación de un material dúctil

### 2.1.2. Materiales frágiles

Estos tipos de materiales se fracturan mientras el trazo de esfuerzo-deformación aún se está elevando, se aprecia en la *Figura 2.3*, en este caso la tensión de fluencia y la de rotura es muy parecida.

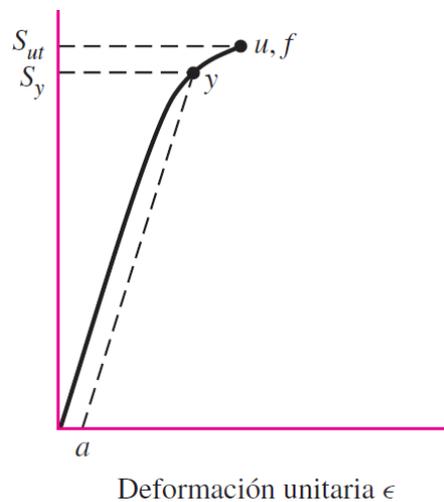


Figura 2.3. Gráfica tensión-deformación de un material frágil

En resumen, para caracterizar la resistencia de la pieza en estático, se utiliza el límite a fluencia del material ( $S_y$ ) en el caso de los materiales dúctiles y la resistencia última a tensión ( $S_{ut}$ ) en los materiales frágiles.

## 2.2. Caracterización de la carga

A continuación, se presenta las diferentes cargas que se pueden aplicar a las piezas, originando tensiones que pueden ser calculadas en función de la geometría y el estado de cargas aplicado.

### 2.2.1. Tracción o tensión

Se considera a la aplicación de una carga  $P$  en una dirección axial a una pieza de sección  $A$ , como en la *Figura 2.4*. Para el cálculo de tensiones se aplica la *Ecuación 2.7*.

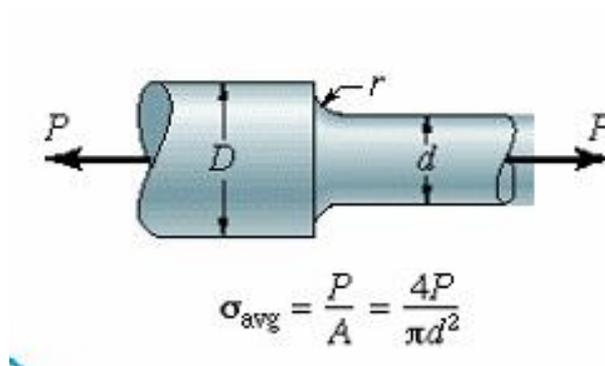


Figura 2.4. Pieza sometida a tracción

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

### 2.2.2. Torsión

Cuando se aplica a una pieza un momento torsor  $T$  a una pieza, como en la *Figura 2.5*, generando un esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$ . El cálculo de tensiones se hace mediante la *Ecuación 2.8* donde  $J$  es el momento polar de inercia y  $c$  es la máxima distancia al eje.

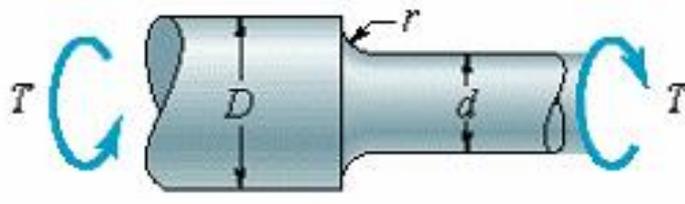


Figura 2.5 Pieza sometida a torsión

$$\tau_{Max} = \frac{T \cdot c}{J} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

### 2.2.3. Flexión

Se obtiene un esfuerzo a flexión al aplicar un momento flector  $M$ , como en la *Figura 2.6*, a una pieza con un determinado momento de inercia  $I_z$  originando una tensión normal que se calcula con la *Ecuación 2.9*.

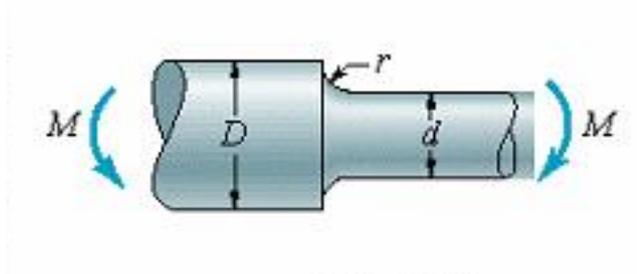


Figura 2.6 Pieza sometida a flexión

$$\sigma_{Max} = \frac{M \cdot c}{I_z} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

### 2.2.4. Tensiones multiaxiales

El momento máximo, cuando se encuentra combinado el esfuerzo de tensión y flexión en una pieza es calculado con la *Ecuación 2.10*, donde  $Z$  es el módulo de la sección:

$$|\sigma|_{Max} = \frac{S}{A} + \frac{M_{Max}}{W} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Es un estado tensional donde las cargas generan tensiones en más de una dirección. Cuando se generan tensiones en dos direcciones, como en la *Figura 2.7*, se obtienen las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  que se pueden calcular con la *Ecuación 2.11* siendo  $\tau_{xy}$  el esfuerzo cortante.

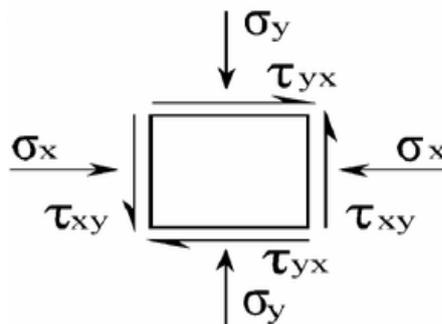


Figura 2.7 Tensión multiaxial

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

Una vez conocidas las cargas que se aplican en una pieza y calculado las tensiones que éstas provocan, debemos tener en cuenta los factores geométricos, como discontinuidades, Estos factores, pueden hacer que las tensiones se multipliquen, ya que la distribución de estas no se hace de manera continua, y las secciones en las que se encuentra la discontinuidad sea más propensa al fallo, ya que se intensifica el esfuerzo. En función del tipo de discontinuidad y de las dimensiones de éstas, y con la *Ecuación 2.12*, obtendremos un factor geométrico  $K_t$ , que nos dará la tensión corregida  $\sigma^{Corr}$  a partir de la tensión máxima de la pieza debida a las cargas  $\sigma_{Max}$ :

$$\sigma^{Corr} = \sigma_{Max} \cdot K_t \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Algunas discontinuidades, que hacen que en esas zonas la pieza sea más propensa al fallo, se ilustran en las *Figuras 2.8 2.9 2.10 y 2.11* donde encontramos diferentes piezas sometidas a distintas cargas.

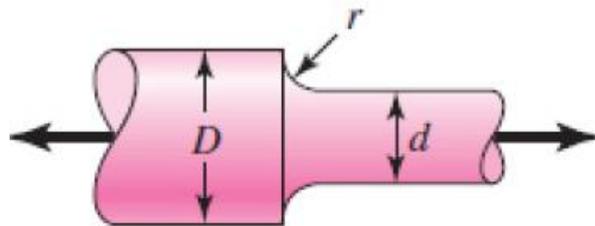


Figura 2.8 Eje redondo con filete en el hombro

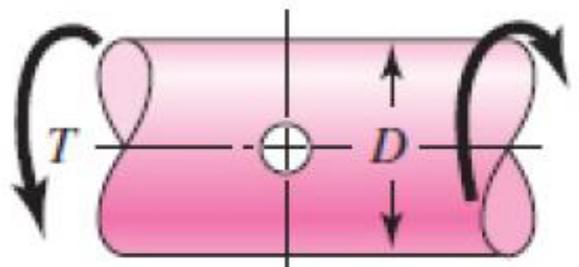


Figura 2.9 Eje redondo con agujero transversal

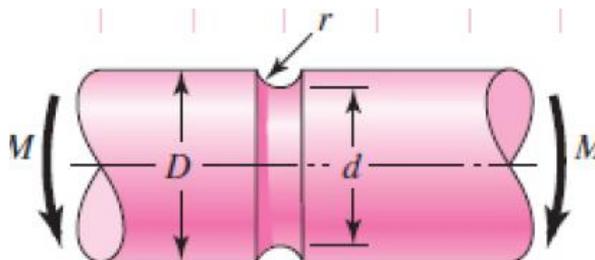


Figura 2.10 Barra redonda ranurada

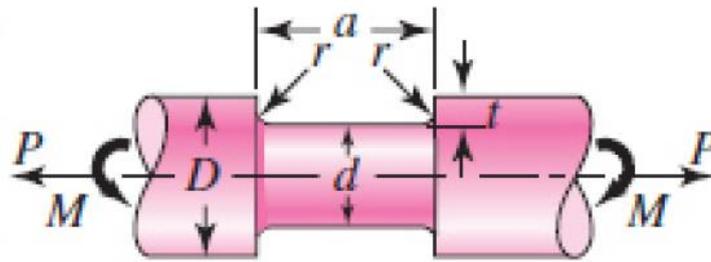


Figura 2.11 Eje redondo con ranura de fondo plano

Una vez que se ha identificado la discontinuidad, y conociendo los valores geométricos de la pieza, hay que recurrir a tablas basadas en datos experimentales. Estas tablas, contiene los valores de  $K_t$  para cada caso concreto, como la de la *Figura 2.12*.

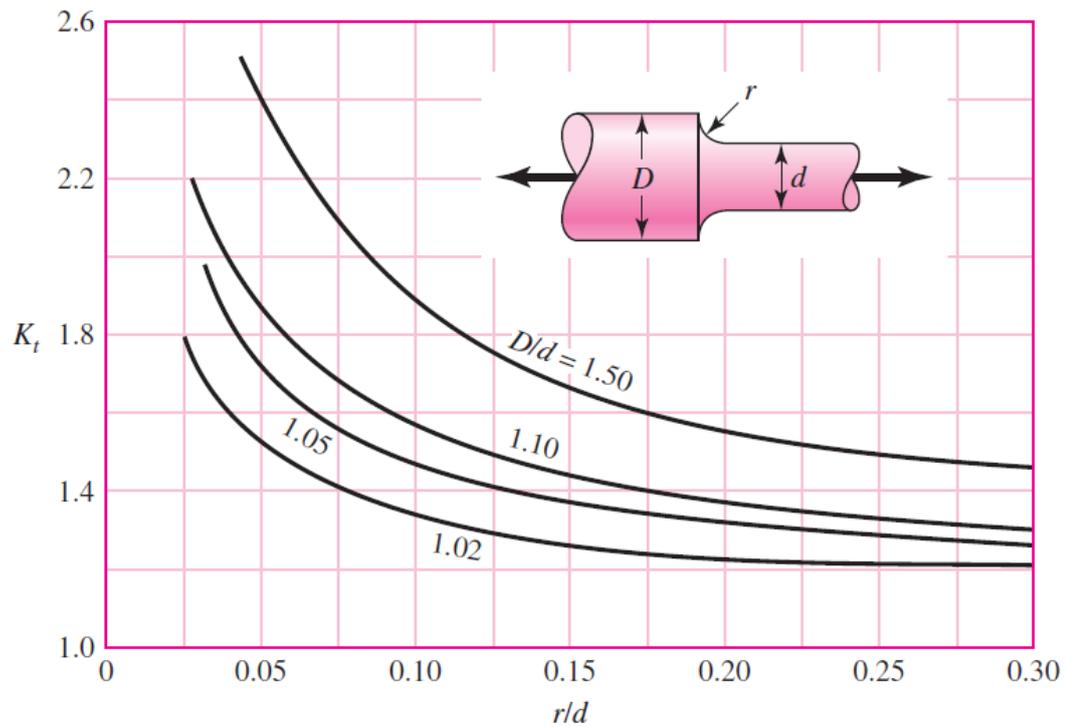


Figura 2.12 Grafica para obtener valor de  $K_t$

Otro de los elementos que se va a estudiar, son los resortes, para los que se debe emplear ecuaciones diferentes. Esto es debido a su geometría particular (véase *Figura 2.13*), ya que son diseñados para que tengan flexibilidad y absorban energía.

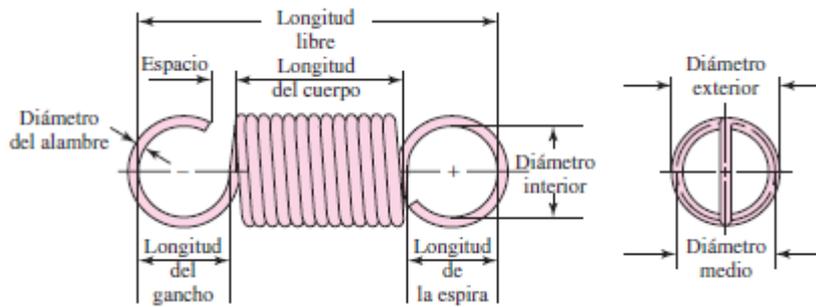


Figura 2.13 Resorte de tracción

Los resortes, están sometidos a cargas de tracción, compresión y torsión. Para las cargas de tracción y compresión, como en la *Figura 2.14*, el resorte va a sufrir esfuerzos de torsión y de cizalladura. Entonces, las ecuaciones que se van a emplear es una combinación de la tensión de torsión y tensión de cizalladura.

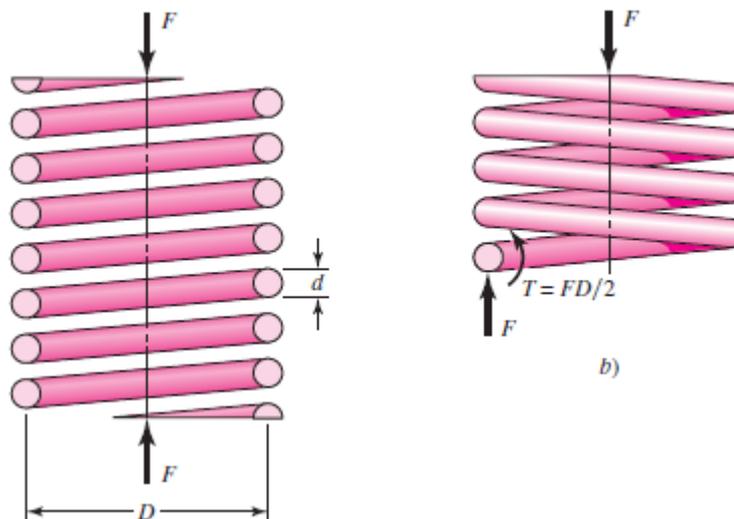


Figura 2.14 Geometría del resorte

Para la tensión máxima de cizalladura tenemos la *Ecuación 2.13* y para la tensión máxima de torsión la *Ecuación 2.14*, donde  $F$  es la carga a la que está sometido que se aplica,  $D$  el diámetro medio del resorte y  $d$  el diámetro del alambre:

$$\tau_{Max} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad \text{Ecuación 2.13}$$

$$\tau_{\text{cizalladura}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad \text{Ecuación 2.14}$$

La tensión total máxima, se calcula con la superposición de las dos tensiones anteriores (Ecuación 2.15) y aplicando un factor de corrección para la tensión cortante y la curvatura, que es la constante de Bergstrasser,  $k_b$ , que se calcula con la Ecuación 2.16, siendo  $c$  el índice del resorte calculado con la Ecuación 2.17:

$$\tau = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} + \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = k_b \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad \text{Ecuación 2.15}$$

$$k_b = \frac{4c + 2}{4c - 2} \quad \text{Ecuación 2.16}$$

$$c = \frac{D}{d} \quad \text{Ecuación 2.17}$$

Para calcular la deformación  $y$ , que se produce en el resorte, se emplea la Ecuación 2.18, donde  $N$  es el número de espiras que tiene el resorte y  $G$  es el módulo de cizalladura del material.

$$y = \frac{8D^3 N}{d^4 G} F \quad \text{Ecuación 2.18}$$

En el caso de los resortes a torsión, al tener una carga de torsión en los extremos, la tensión que se origina se calcula de diferente manera. A estos resortes se les aplica una carga  $F$  en uno de sus extremos, a una distancia  $l$  del centro del diámetro medio y se produce una *deformación angular*  $\theta$ .

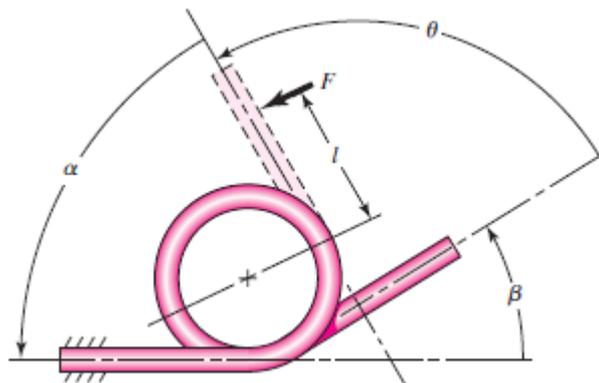


Figura 2.15 Resorte de torsión



Entonces, para evaluar la tensión máxima, se hace uso de la *Ecuación 2.9*, pero añadiendo un factor de corrección llamado factor de concentración de tensiones en el interior  $K_i$  (calculándose con la *Ecuación 2.19*), obteniéndose la *Ecuación 2.20*:

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)} \quad \text{Ecuación 2.19}$$

$$\sigma_{Max} = K_i \frac{M \cdot c}{I_z} \quad \text{Ecuación 2.20}$$

A la hora de evaluar los resultados en el punto 4, usaremos la *Ecuación 2.21*, que es el valor de error relativo en porcentaje con el que comparamos los valores teóricos que se calculan con las ecuaciones del punto 2, con los valores de los modelos realizados en el punto 4 en el modelo MEF.

$$\text{Error} (\%) = \frac{|\text{Valor teórico} - \text{Valor numérico}|}{\text{Valor real}} \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Para la estimación de error global que da el programa, se recurre a la *Ecuación 2.22*, donde P es el porcentaje de error [6].

$$P = \frac{1}{\sqrt{[1 + (\frac{1}{R})]}} \cdot 100 \quad \text{Ecuación 2.22}$$

Otra forma de cálculo de error que se utiliza en el método de elementos finitos, es el que plateo Zienkiewicz y Zhu, que se trata de una estimación del error en norma energética. El valor de e corresponde con el error de la norma de energía, calculado con la *Ecuación 2.23* donde D es la matriz de elasticidad,  $\epsilon$  es la deformación y  $\Omega$  es el dominio [7].

$$\|e\| = \left[ \int_{\Omega} (\epsilon - \epsilon')^T D (\epsilon - \epsilon') d\Omega \right]^{1/2} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

### 2.3. Criterios de fallo

Dentro del diseño estático y el diseño a fatiga tenemos varios criterios de fallo. En el caso del diseño estático para los materiales dúctiles se utilizan algunos de los siguientes criterios:

### 2.3.1. Criterio de máxima tensión de cizalladura

El fallo se produce, cuando en un estado multiaxial de esfuerzo, el máximo esfuerzo cortante es igual o mayor a la máxima tensión de cizalladura  $S_{sy}$ , como en la *Ecuación 2.24*, correspondiente al límite de fluencia  $S_y$  del material. La representación gráfica es como la de la *Figura 2.16*, ( $\sigma_y = S_y$  siguiendo nuestra nomenclatura) donde la pieza falla si queda fuera del área blanca [8].

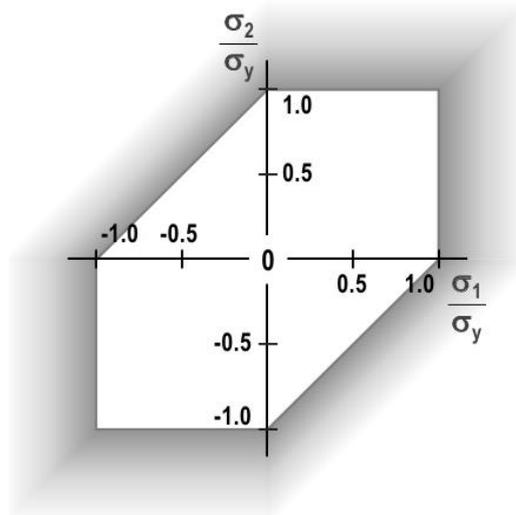


Figura 2.16 Representación criterio máxima tensión de cizalladura

$$\tau_{Max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \geq \frac{S_y}{2} = S_{sy} \quad \text{Ecuación 2.24}$$

### 2.3.2. Criterio de Von Misses

Este criterio determina que el fallo se alcanza cuando la energía de distorsión iguala a la almacenada en una probeta a tracción para una tensión igual al límite de fluencia  $S_y$ . La *Ecuación 2.25* contiene el criterio de fallo y el cálculo de la tensión equivalente máxima  $\sigma^{eq}$ . La *Figura 2.17*, muestra gráficamente el criterio en 2D (con  $\sigma_y = S_y$  siguiendo nuestra nomenclatura), siendo la zona de seguridad donde no hay fallo dentro del área blanca.

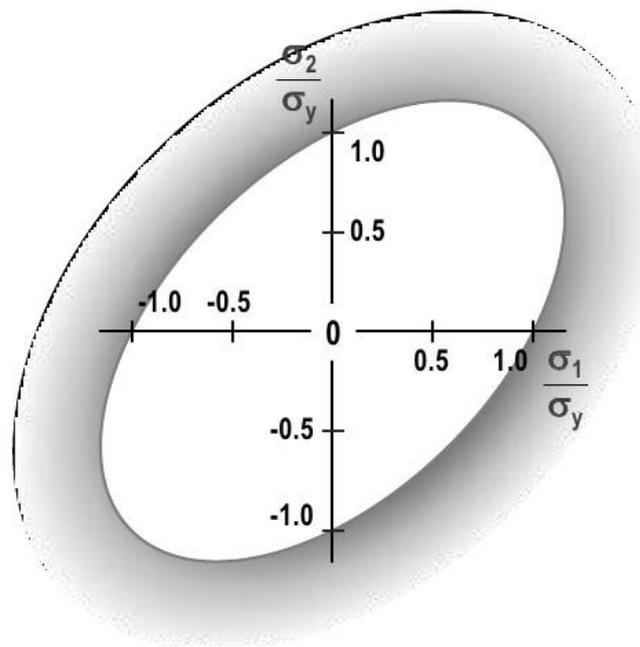


Figura 2.17 Representación criterio Von Misses

$$S_y > \sigma^{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}{2}} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

Este último criterio, es el que se va a emplear en el proyecto para el caso de los materiales dúctiles. En el caso de que se esté en un estado biaxial de tensiones ( $\sigma_z = 0$ ) se empleará la Ecuación 2.26. Si además, de un estado biaxial  $\sigma_y = 0$ , entonces se utilizará la Ecuación 2.27.

$$S_y > \sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \quad \text{Ecuación 2.26}$$

$$S_y > \sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

Para el caso de diseño estático con materiales frágiles, encontramos los siguientes criterios:

### 2.3.3. Criterio de Coulomb-Mohr

Este criterio establece, que el fallo ocurrirá cuando el círculo de Mohr más grande del estado de tensiones, corta la tangente que corta los círculos de  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ , en el caso del 3D, como se ve en la Figura 2.18.

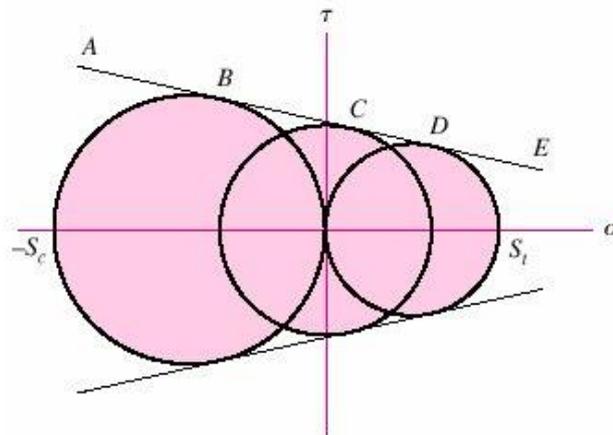


Figura 2.18 Criterio de Coulomb-Mohr

El criterio de fallo que se aplica numéricamente, es el de la *Ecuación 2.28*, donde se tiene las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , las tensiones últimas de tracción  $S_{ut}$  y compresión  $S_{uc}$ , y el factor de seguridad  $n$ , que tiene que ser mayor que 1 para que la pieza no falle. Para verlo de manera gráfica, se adjunta la *Figura 2.19*.

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_2}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \quad \text{Ecuación 2.28}$$

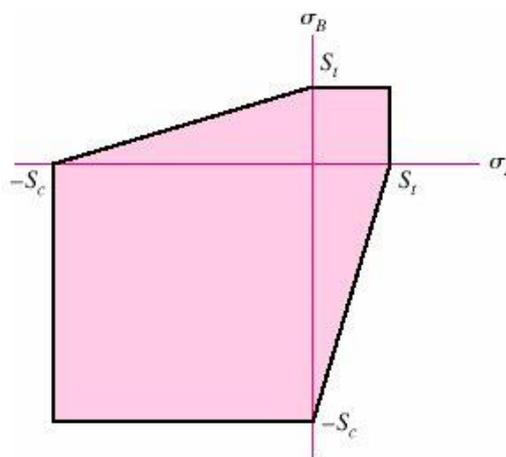


Figura 2.19 Representación criterio Coulomb-Mohr

Este criterio, es el que se utilizará para el análisis estático de los materiales frágiles en los problemas analizados en CATIA.

#### 2.3.4. Criterio Coulomb-Mohr Modificado

Este criterio, se trata de una modificación del criterio anterior, en el que la resistencia última a cortadura  $S_{su}$  será igual a la resistencia última a

compresión  $S_{uc}$ . Como se ve en la *Figura 2.20*, este criterio es menos restrictivo que el anterior ya que el área de aceptación es más grande.

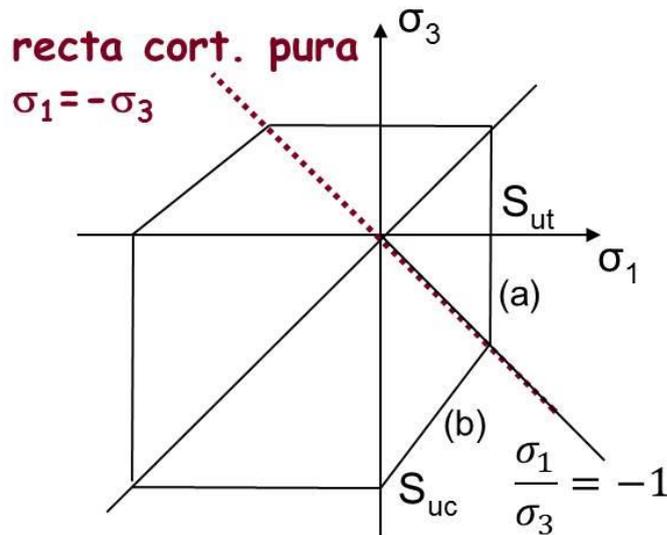


Figura 2.20 Criterio Coulomb-Mohr Modificado

Para el diseño a fatiga, los principales criterios evalúan la tensión de las cargas medias  $\sigma_m$ , que se calcula con la *Ecuación 2.29*, y la tensión de las cargas alternantes  $\sigma_a$ , con la *Ecuación 2.30*, a partir de la tensión máxima y mínima.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{Max} + \sigma_{min}}{2} \quad \text{Ecuación 2.29}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{Max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{Ecuación 2.30}$$

Cuando hay que caracterizar la pieza se utiliza principalmente la resistencia última a la tensión  $S_{ut}$ , el límite a fatiga de ensayo  $S_e'$  y varios factores que reducen la resistencia de la pieza en función de las condiciones de diseño. Para calcular el límite a fatiga real  $S_e$ , se emplea la *Ecuación 2.31*.

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e' \quad \text{Ecuación 2.31}$$

- $K_a$ : acabado superficial
- $K_b$ : tamaño
- $K_c$ : fiabilidad
- $K_d$ : factor temperatura
- $K_e$ : factor concentración de tensiones

Para determinar la vida de una pieza en ciclos se recurre a las curvas S-N de un determinado material, como la de la *Figura 2.21*, o haciendo uso de la expresión analítica para la vida finita de un material.

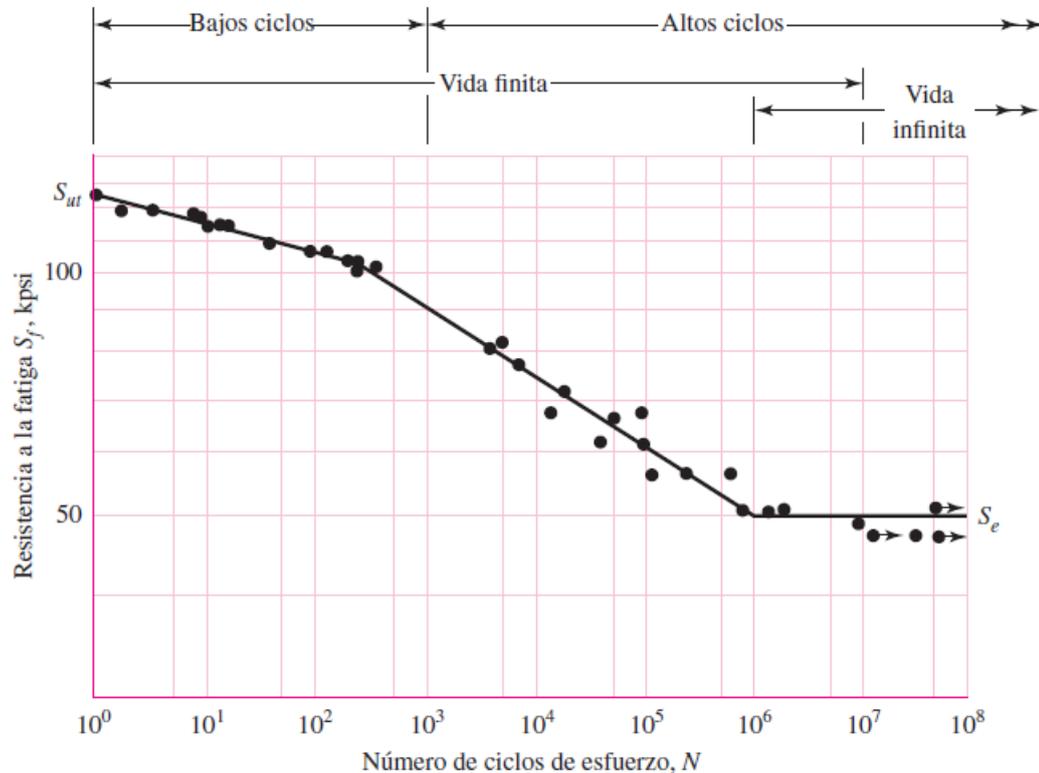


Figura 2.21 Grafica S-N

Para la resolución numérica, hay que aplicar una serie de ecuaciones para determinar el número de ciclos. Primero se hace uso de la *Ecuación 2.32* para conocer la resistencia a fatiga de vida finita  $S_f$ .

$$S_f = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad \text{Ecuación 2.32}$$

A continuación, hay que calcular los parámetros  $a$  y  $b$ , que son característicos del material, haciendo uso de la *Ecuación 2.33* y *Ecuación 2.34*. En estas fórmulas, debemos conocer la resistencia última a tensión  $S_{ut}$  y el límite a fatiga real  $S_e$ .

$$a = \frac{(0.9 \cdot S_{ut})^2}{S_e} \quad \text{Ecuación 2.33}$$

$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{0.9 \cdot S_{ut}}{S_e}\right) \quad \text{Ecuación 2.34}$$

Por último, con la *Ecuación 2.35*, podemos calcular los ciclos de vida finita de la pieza.

$$N = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{1/b} \quad \text{Ecuación 2.35}$$

La representación gráfica del criterio de Goodman, se puede ver en la Figura 2.22, la cual une la resistencia última a tensión con el límite a fatiga real.

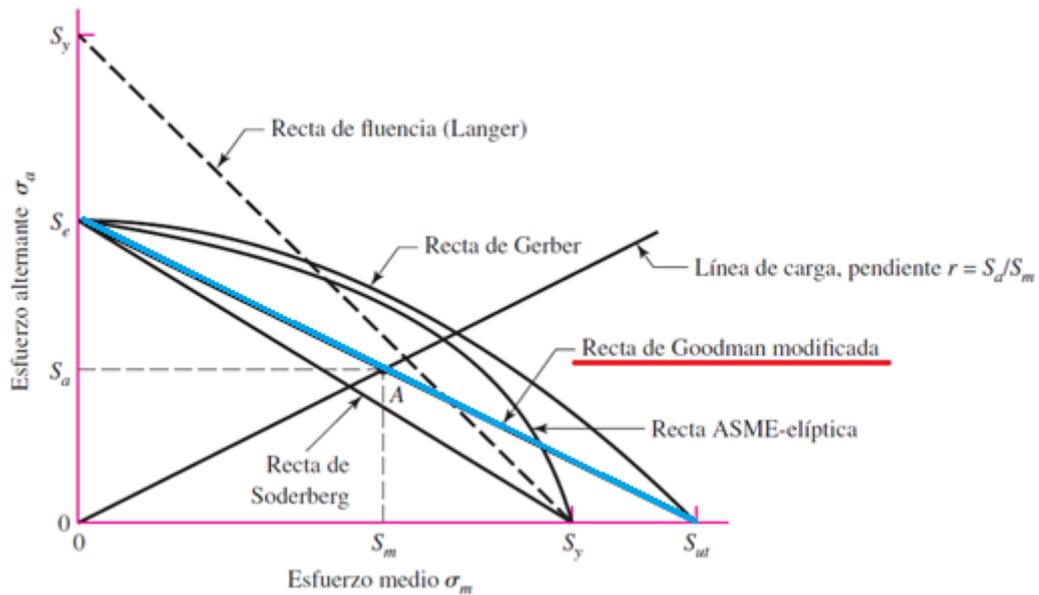


Figura 2.22 Criterio de Goodman

### 3. METODOLOGIA UTILIZADA: CATIA Y EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

El software elegido para realizar los análisis de piezas mediante el Método de Elementos Finitos (MEF), es CATIA.

Las razones por las que se ha elegido, son que para este trabajo el alumno no tenga que adquirir nuevos conocimientos de manejo de un software nuevo, pues CATIA se utiliza previamente en otra asignatura. Además, este programa dispone de una versión estudiante, que es de licencia gratuita para los estudiantes de la universidad. CATIA es considerado uno de los programas más utilizados en la ingeniería y muy útil a la hora de crear solidos con rapidez y sencillez.

La *Figura 3.1* muestra el procedimiento general que se va a seguir en este apartado para proceder a la aplicación del criterio de fallo estático sobre cualquier pieza que forme parte de nuestro modelo. Cada etapa, esta numerada de acuerdo con el orden a seguir para realizar el cálculo estático de una pieza.

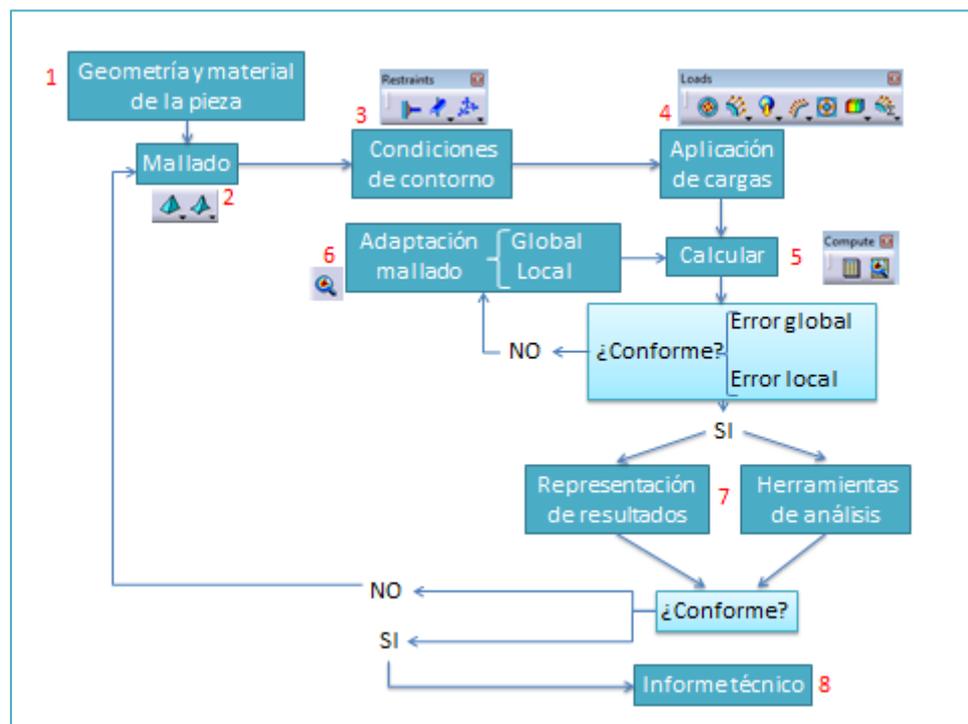


Figura 3.1 Esquema general del proceso de modelizado

Antes de empezar con el módulo de elementos finitos, se puede configurar CATIA para trabajar en las unidades que queramos. Esto es importante, pues cuando vayamos a introducir valores de cargas, o a la hora de visualizar los

resultados e interpretar las escalas, se podrá trabajar en las unidades deseadas.

Para elegir las unidades, hay que seguir los siguientes pasos. Primero, vamos a la pestaña *Tools*, en la barra de herramientas superior, y seleccionamos *Options*, véase *Figura 3.2*.

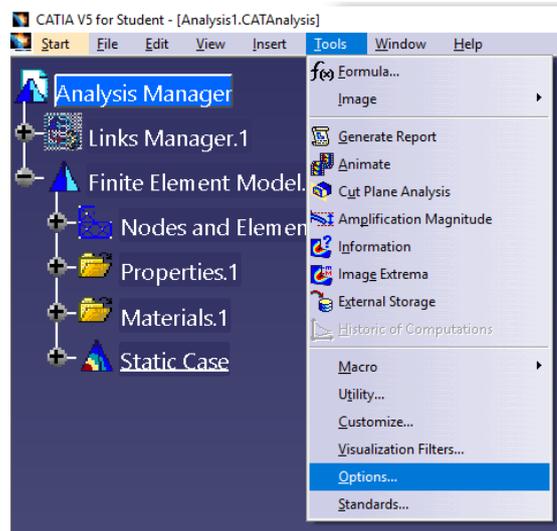


Figura 3.2 Acceso a la configuración

A continuación, en el apartado *General*, seleccionamos *Parameters and Measures*, y luego ir a la pestaña de *Units*. Aquí se encuentran todas las magnitudes físicas con las que CATIA trabaja, seleccionando una como en la *Figura 3.3*, y se elige la magnitud y la unidad correspondiente [9].

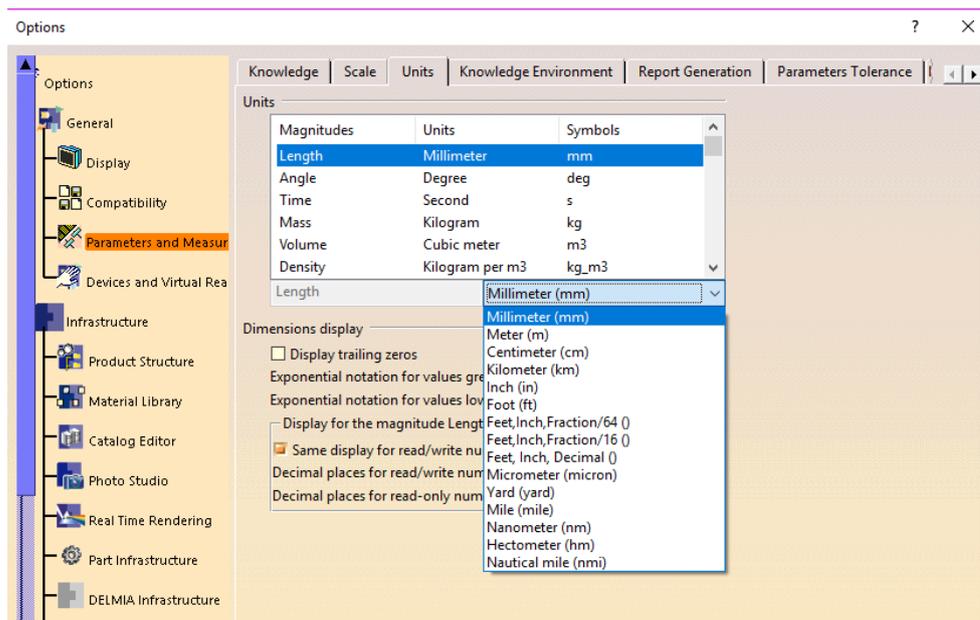


Figura 3.3 Configuración de las unidades

Otra configuración, que debemos hacer en este módulo, es editar la forma en la que se va a ver la pieza. Para ello, en la pestaña superior de *View*, ya continuación en la pestaña *Render Style*, seleccionamos *Customize view*, como en la *Figura 3.4*. Posteriormente, hay que marcar la casilla *Material* en el apartado *Mesh*, como en la *Figura 3.5*.

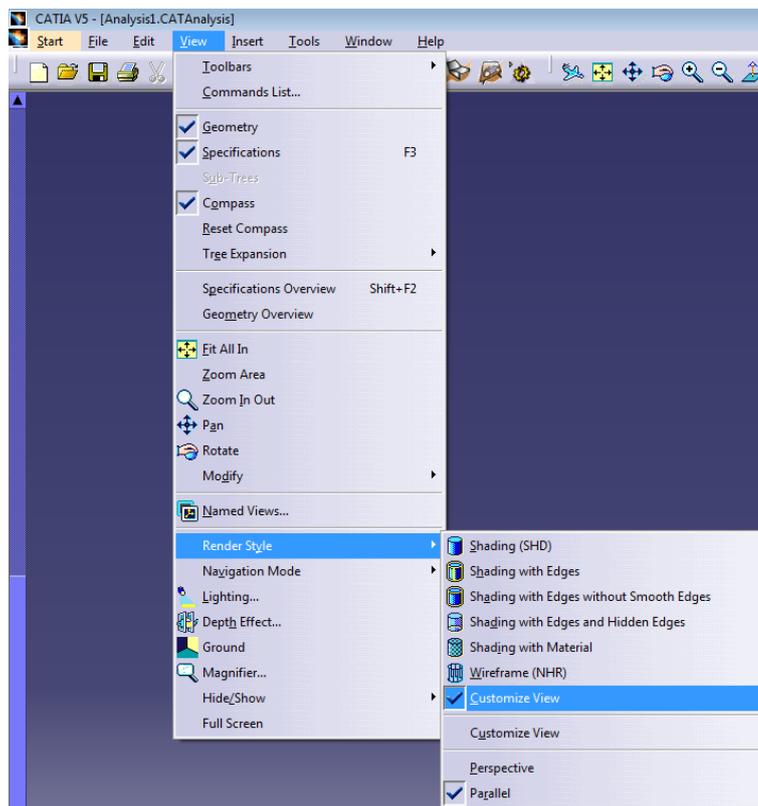


Figura 3.4 Configuración de vista 1

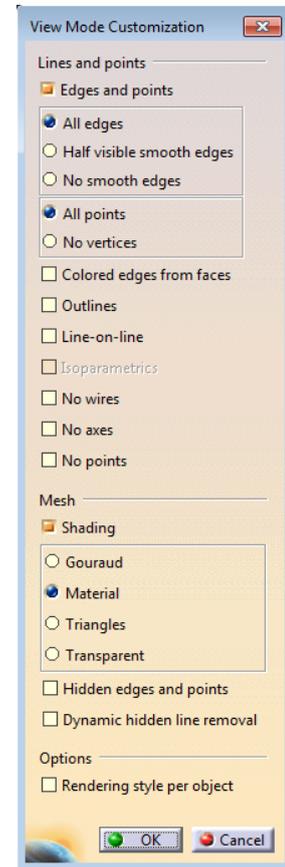


Figura 3.5 Configuración de vista 2

### 3.1. Geometría de la pieza y material

En la asignatura de Diseño Asistido por Ordenador, los alumnos han adquirido conocimientos para la creación, modificación y análisis de diseños de piezas. Se emplea la mayor carga de trabajo en utilizar el módulo de *Part Design*.

Con este módulo, se pueden generar modelos sólidos, como muestra la *Figura 3.6*, partiendo de la geometría de la pieza que se dibuja con un *sketch*, que realiza dibujos en 2D y, posteriormente, se realizan las operaciones que ofrece el módulo para llevar la pieza al modelo 3D. De esta manera se tiene la geometría.

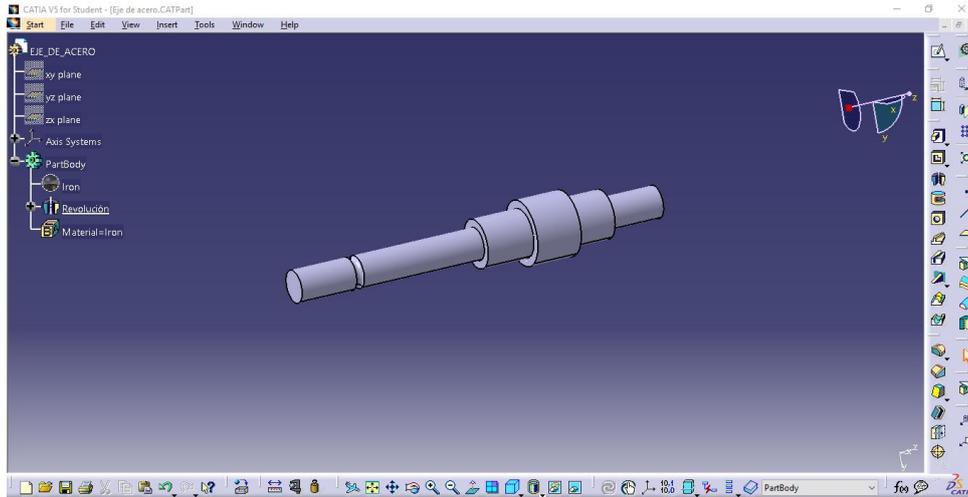


Figura 3.6 Pieza generada en módulo Part Design

Posterior a la geometría, es necesario definir el material, para aplicar los criterios de fallo descritos en el apartado 2 de la memoria. Esto se puede hacer antes de crear el contorno de la pieza o después. Posteriormente se utilizará el módulo *Static Analysis*, que necesita que la pieza tenga un material, con sus propiedades y características, para poder simular el caso estático.

A partir de la barra de herramientas inferior de la figura anterior 3.6 y seleccionando el comando que se muestra en la *Figura 3.7*, CATIA abre una librería de materiales que ofrece el software. Los materiales están ordenados por tipos y, dentro de cada tipo, encontramos materiales específicos [10].

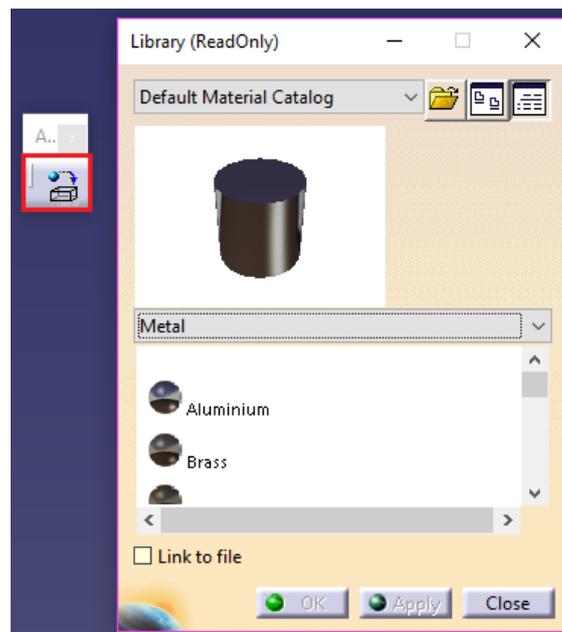


Figura 3.7 Asignación de material a la pieza

En el caso de que la librería no contenga el material de nuestra pieza, habrá que definir uno y esto se puede hacer de dos maneras:

Por un lado, elegir un material, aunque no sea el de nuestro caso estático; posteriormente, haciendo doble click sobre él en el árbol, se despliega una ventana como la de la *Figura 3.8*. En esta ventana, podemos modificar varios parámetros del material, pero principalmente sus propiedades y características mecánicas, en la pestaña *Analysis* y, si lo deseamos, su nombre, en la pestaña *Feature Properties*. Las propiedades que supone la elección del material son:

El módulo de elasticidad  $E$ : es una característica del material que cuantifica el comportamiento elástico de este. Las unidades por defecto de CATIA son  $N/m^2$ .

Factor de Poisson  $\nu$ : es una constante que relaciona la deformación unitaria lateral y la axial.

Densidad  $\rho$ : es la propiedad del material que relaciona el volumen con la masa. La unidad por defecto del programa es  $Kg/m^3$ .

Coefficiente de dilatación térmica: es la propiedad del material que cuantifica la expansión o contracción de este, por el efecto de la temperatura. El programa trae por defecto como unidad, grados Kelvin [K].

Límite de elasticidad  $S_y$ : es el valor de la tensión a la cual el material se considera que pierde el comportamiento y propiedades iniciales. Es el valor con el que se aplica el criterio de Von Mises, pero CATIA no lo usa para los cálculos en la simulación. La unidad por defecto del programa es  $N/m^2$ .

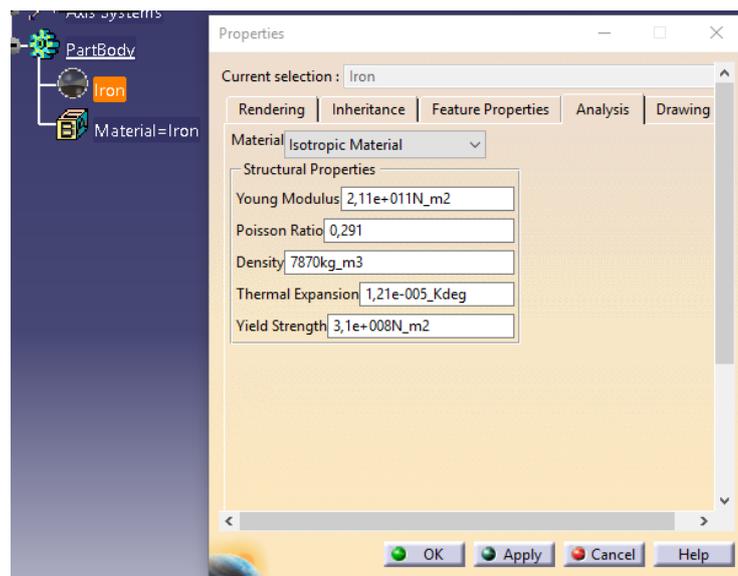
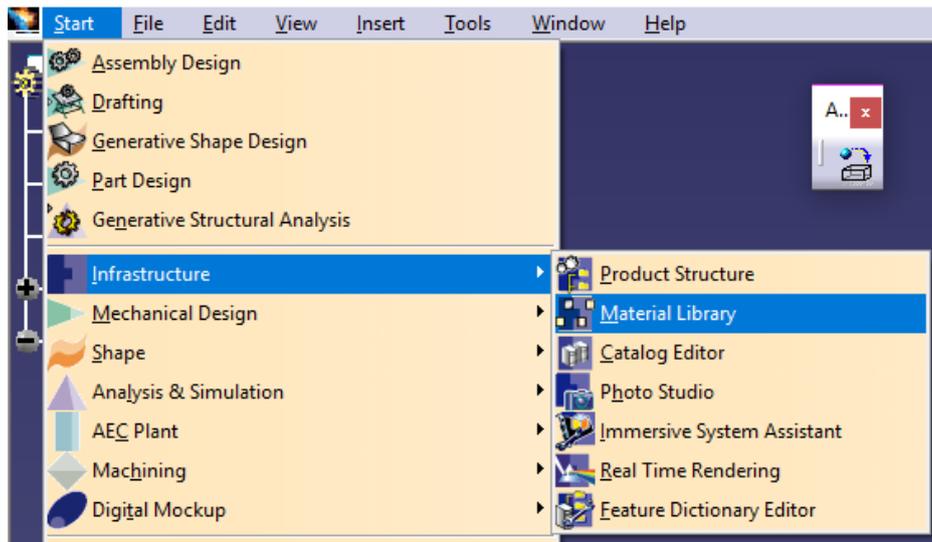


Figura 3.8 Elección de las propiedades mecánicas del material

Otras maneras es crear un material nuevo, en vez de modificarlo. Para ello, habría que recurrir a un módulo de CATIA diferente, *Material Library*, por lo que esta opción es más difícil. Iniciando el módulo como se ve en la *Figura 3.9* y, después, seleccionando *New Material*. Tendremos que definir propiedades y características del material y guardarlo como un fichero .CATMaterial (vease *Figura 3.10*)



- Figura 3.9 creación material mediante material library

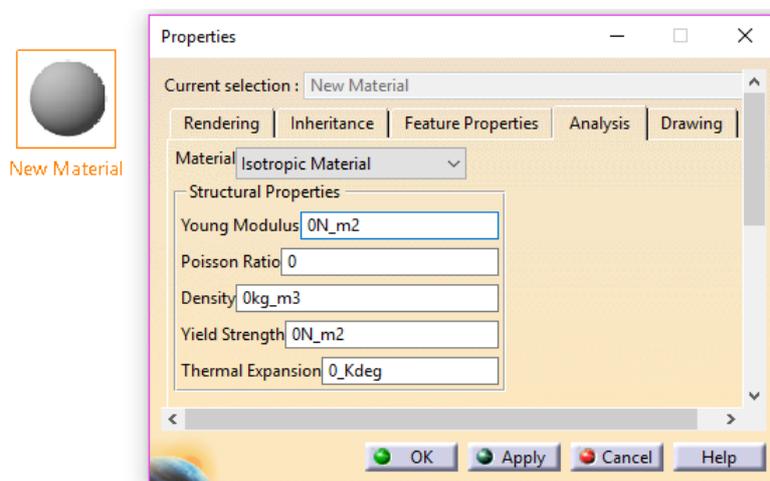


Figura 3.10 Material nuevo

A continuación, se aplica el material mediante el comando de la *Figura 3.11* y seleccionando en el icono recuadrado, buscamos el archivo .CATMaterial que habíamos guardado.

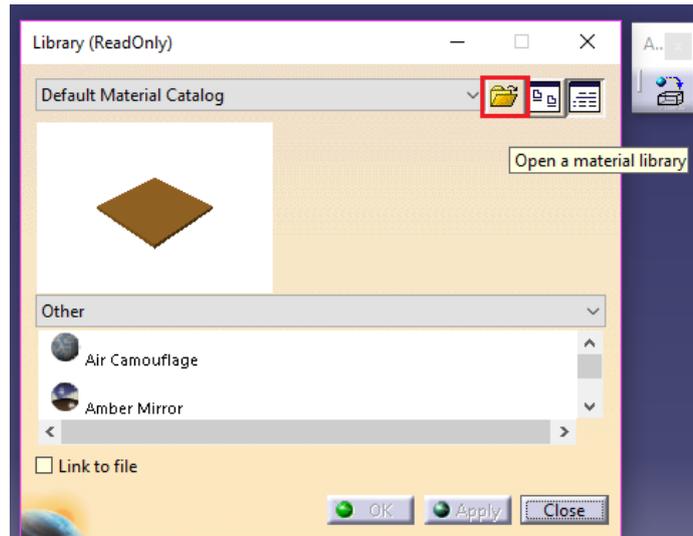


Figura 3.11 Búsqueda fichero .CATMaterial

También, se podrá utilizar el módulo *Assembly Design*, aplicable también en el estudio mediante el Método de Elementos Finitos. Básicamente, permite el ensamblaje de diferentes tipos de piezas, como se ve en la parte izquierda de la *Figura 3.12*, modelados en el módulo de *PartDesign*, además de elementos que contiene el módulo normalizados como tornillos y tuercas. De esta manera, se imponen restricciones entre dos piezas para restringir los grados de libertad que se consideren necesarios de cada una de las piezas.

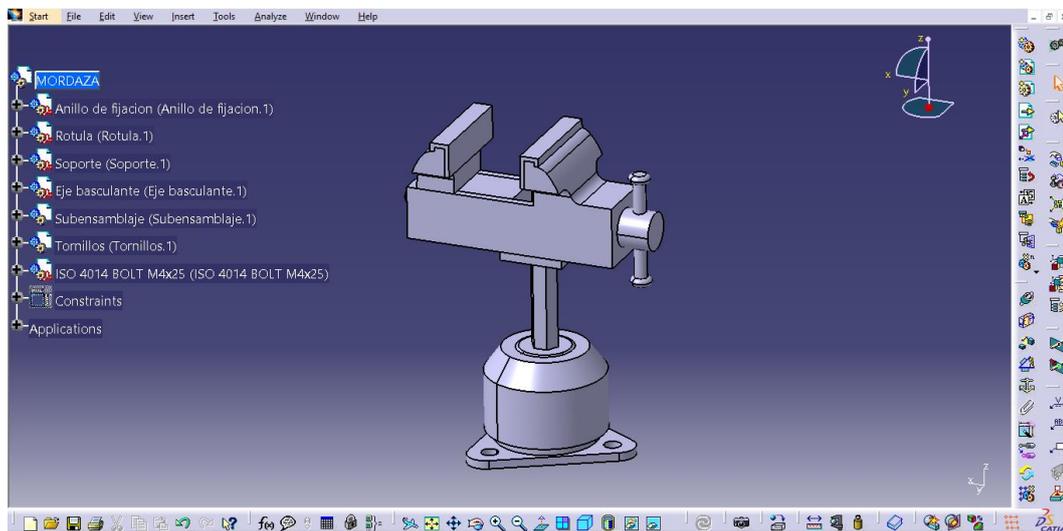


Figura 3.12 Pieza generada en módulo Part Design

Una vez que tengamos el modelo sólido de la pieza, se debe acceder al módulo de *Static Analysis*. Para ello, debemos ir a la parte de *Analysis & Simulation* y seleccionar *Generative Structural Analysis (Figura 3.13)* y, posteriormente, a *Static Analysis (Figura 3.14)*.

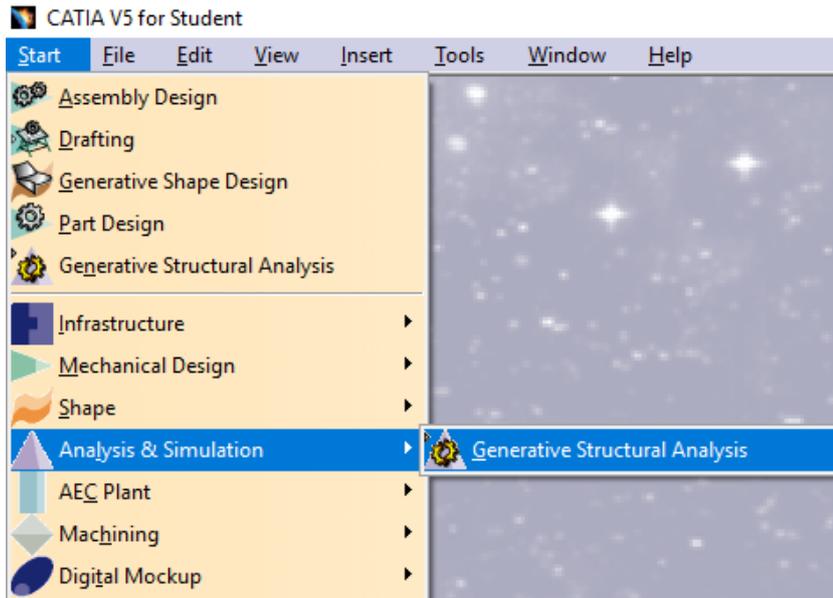


Figura 3.13. Inicio del módulo

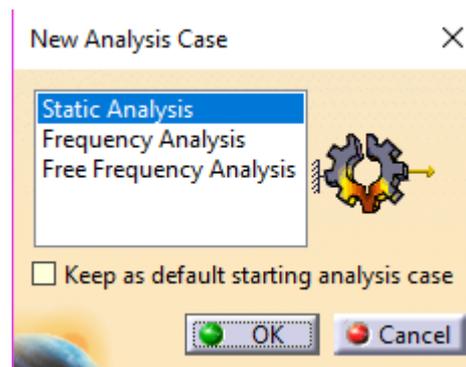


Figura 3.14. Inicio del módulo

Este módulo que proporciona CATIA permite realizar análisis estáticos de piezas y ensamblaje, a partir de unas condiciones de contorno y un estado de cargas externas, evalúa distribución de tensiones, así como deformaciones.

El programa, realiza un cálculo mediante el Método de Elemento Finitos, que es un método numérico basado en la discretización de un elemento, en elementos más pequeños, que hacen posible realizar el cálculo aproximado y, con ello, entender y estudiar el comportamiento de la pieza. Uno de los factores clave en este método es la elección de un mallado adecuado (etapa 2 de la *figura 3.1*).

Para realizar el cálculo estático de la pieza, tenemos que seleccionar la pieza a analizar para introducirlo al módulo, como se ve en la *Figura 3.15*, hay dos opciones:

-Con el fichero de la pieza abierto en el módulo *Part Design*, seleccionamos *Start* → *Analysis simulation* → *Generative Structural Analysis* → *Static Analysis*.

-Sin tener el fichero de la pieza abierto, seleccionamos *Start* → *Analysis simulation* → *Generative Structural analysis* → *Static Analysis*, luego elegimos, en *Links Manager*, la opción *Import*, ver *Figura 3.16*, para importar el archivo tipo CAT.Part a nuestro análisis estático.

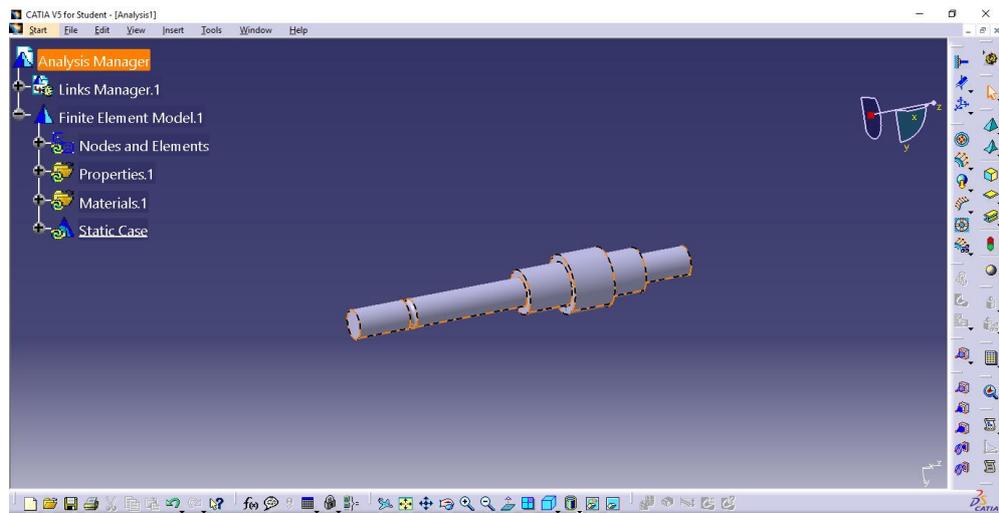


Figura 3.15 Pieza en el módulo

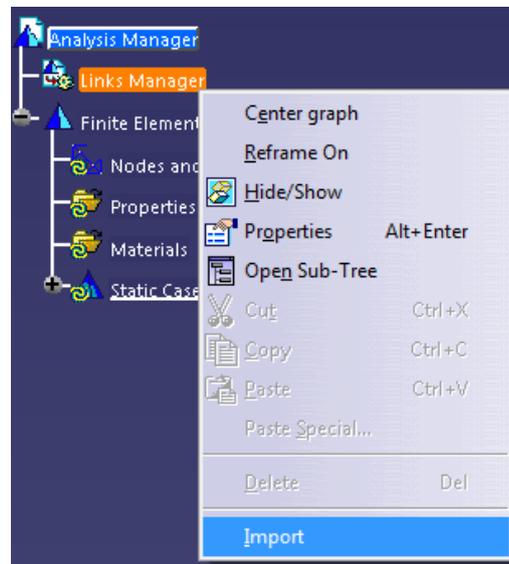


Figura 3.16 Introducción fichero de la pieza

A continuación, se presenta el árbol del módulo en la *Figura 3.17*, donde encontraremos la información más representativa para el estudio de la pieza. El apartado *Links Manager* es donde está el fichero de la pieza a simular, el

fichero de las computaciones y el de los resultados. Más abajo del árbol podremos encontrar el mallado en *Nodes and Elements*, debajo, está el material de la pieza, las restricciones que impongamos, el estado de cargas que apliquemos y los resultados.

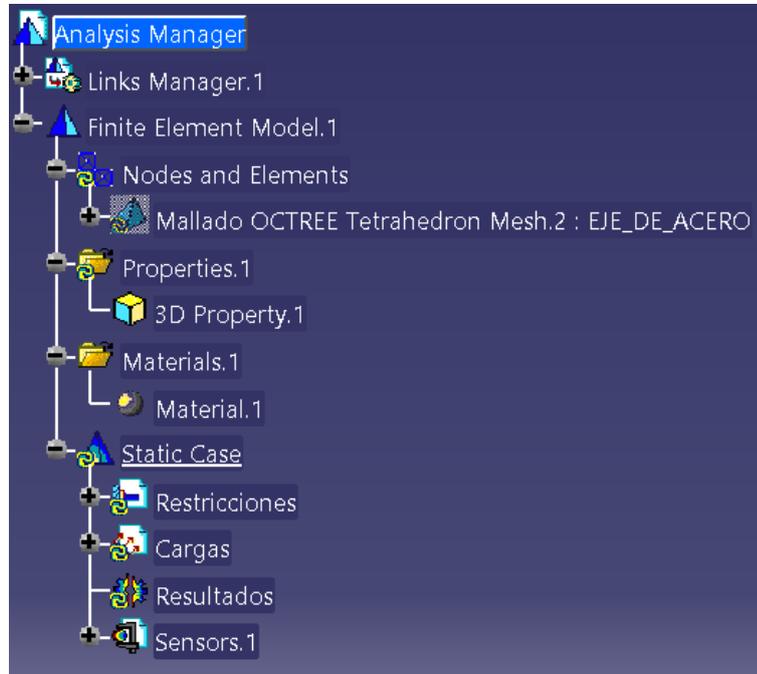


Figura 3.17 Árbol del módulo Generative Static Analysis

Haciendo doble click en el icono de resultados que se ve en la *Figura 3.17*, aparece una ventana como la de la *Figura 3.18*, donde podemos seleccionar el método. Si seleccionamos Auto, se ejecutará automáticamente uno de los otros tres métodos, el que más convenga al caso estático a estudiar. El método Gauss es un método numérico directo y da buenos resultados para pequeños y medios modelos. En cuanto al método Gradient, es un método iterativo, que es recomendable para grandes modelos y, en el cual, se pueden seleccionar el número de iteraciones, además de la precisión. Por último, el método Gauss R6, está diseñado para grandes modelos y de un cálculo más rápido que el método Gauss, y será el que se utilice en este trabajo [11].

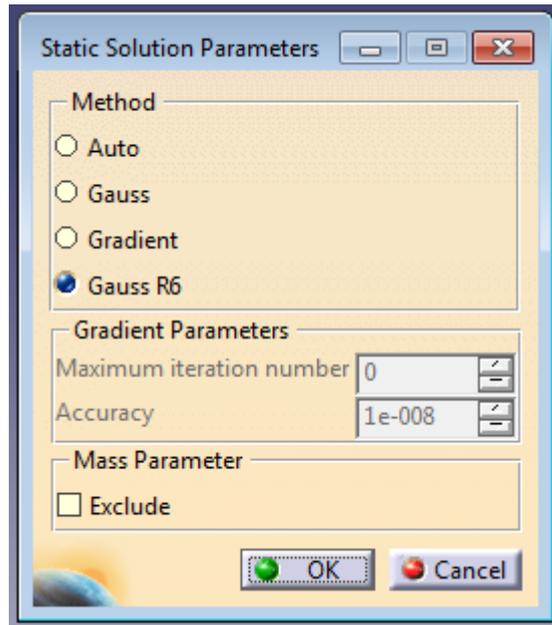


Figura 3.18 Métodos de cálculo

Antes de pasar al siguiente paso, y cuando ya tengamos la pieza en el módulo de elemento finitos, debemos guardar los cuatro archivos con lo que va a trabajar el programa en la misma carpeta del ordenador o dispositivo de almacenamiento externo.

Estos archivos son el fichero de la pieza que se guarda como .CATPart, el archivo del módulo donde vamos a simular la pieza como .CATAnalysis, el fichero que genera el módulo de computaciones .CATComputations y el fichero de resultado que genera el módulo como .CATResults. Los dos últimos ficheros que se han mencionado, se deben guardar con un comando especial, el de la *Figura 3.19*, y en la ventana que emerge seleccionamos la carpeta del ordenador donde se guardaran en la pestaña *Modify*.

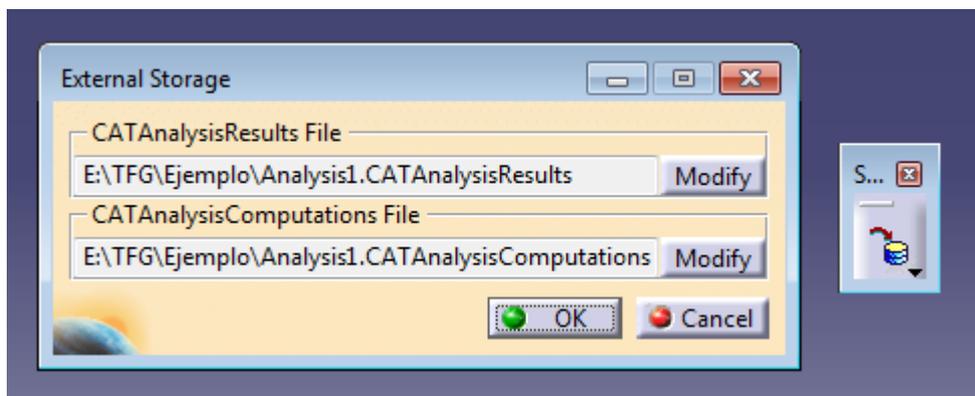


Figura 3.19 Comando External Storage

A continuación, seleccionando en la pestaña superior *File*, hacemos uso del comando *Save Management*, con la cual podremos guardar los cuatro archivos a la vez, véase la *Figura 3.20*.

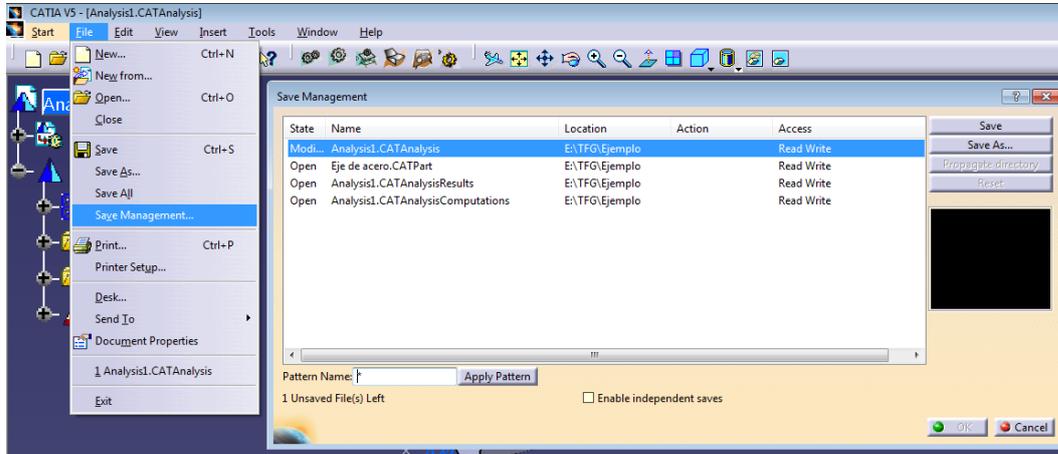


Figura 3.20 Comando Save Management

### 3.2. Creación del mallado

Tras la selección de geometría y material, se procede al mallado de la pieza (paso 2), según se vio en la *figura 3.1*. A la hora de crear un mallado, CATIA por defecto realiza un mallado automático, con tetraedros, que se puede editar haciendo doble click en el árbol, debajo de *Nodes and Elements*. También, se puede introducir un mallado nuevo, a través de la barra de herramientas *Model Manager*, haciendo click en el primer comando *OCTREE Tetrahedron Mesh*, y aparece una ventana como la de la *Figura 3.21*.

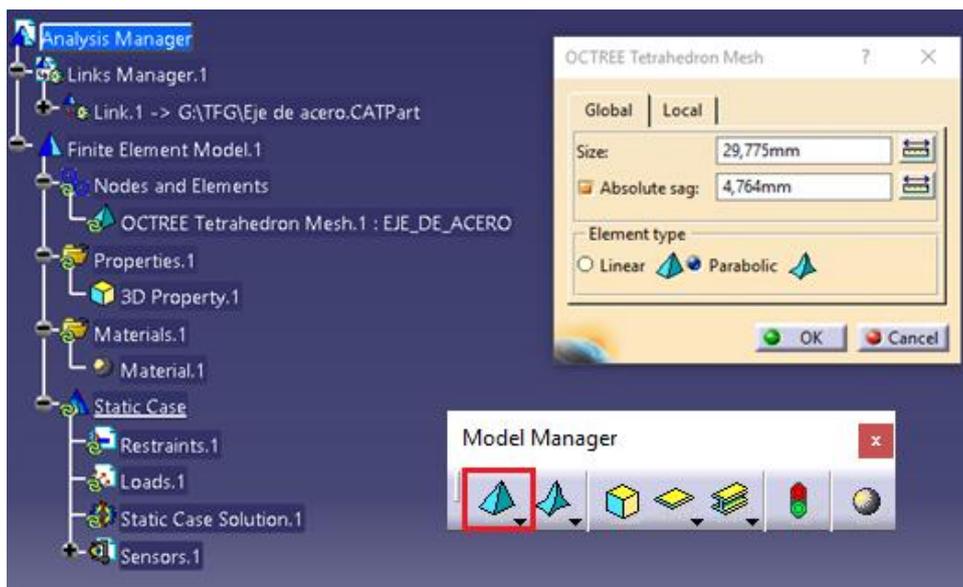


Figura 3.21 Creación del mallado

Para definir el mallado, el programa primero pide la longitud del lado del elemento del tetraedro en *Size*. La opción *Absolute sag*, es un valor para marcar la desviación máxima entre los lados de los tetraedros al contorno de la pieza, como en la *Figura 3.22*, y también hace que el tamaño de los tetraedros disminuya [12].

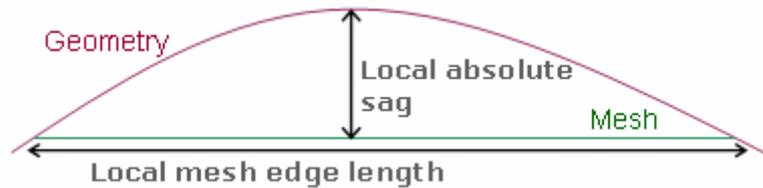


Figura 3.22 Absolute sag [12]

Por último, se debe elegir el tipo de tetraedro, en donde encontramos dos opciones:

-*Tetraedro lineal*: consta de elementos con 4 nodos en sus vértices. Se recomienda cuando se va a deformar la pieza de forma constante a lo largo del elemento, que se puede saber si los diagramas de esfuerzos son lineales. A partir del tipo de cargas aplicadas en la pieza, pues si son fuerzas o momentos concentrados, obtendremos diagramas de esfuerzos lineales.

Se elige este tetraedro si tenemos una geometría sencilla, los resultados serán menos precisos y el tiempo que usa en computar los resultados es menor. Se tiene que tener en cuenta, que este tipo de elemento, no discretiza las discontinuidades, tan bien como lo hace el tetraedro parabólico.

-*Tetraedro parabólico*: los elementos son tetraedros de 10 nodos y es el más utilizado y el que se aconseja ya que se obtienen resultados más fiables. Al mallar con este tipo de elementos, el software necesitará más tiempo para el cálculo, por lo que, si se trata de una pieza con una geometría con mucho detalle, conviene elegir este tetraedro.

Cuando las cargas aplicadas, sean distribuidas, los diagramas de esfuerzos no serán lineales, entonces hay que elegir este tipo de elementos. Además, si la pieza tiene discontinuidades, es conveniente que se elija los tetraedros parabólicos, ya que se discretizan mejor. Para conseguir un mejor refinado del mallado tenemos dos opciones:

-Introducir un valor menor del lado del elemento, en *Size*, lo cual incrementará el tiempo de cálculo.

-Seleccionar el tetraedro parabólico, pues éste tiene más exactitud en los resultados y se ajusta mejor a las discontinuidades.

Una herramienta que resulta útil, es el comando *Local Mesh Size*, que realiza un mallado local de una superficie o una arista que elijamos y que creamos que es una sección crítica por posibles discontinuidades. Para usarlo, hay que seleccionar el comando de la *Figura 3.23*, indicar la arista o la superficie a refinar, e introducir el valor de la longitud del tetraedro.

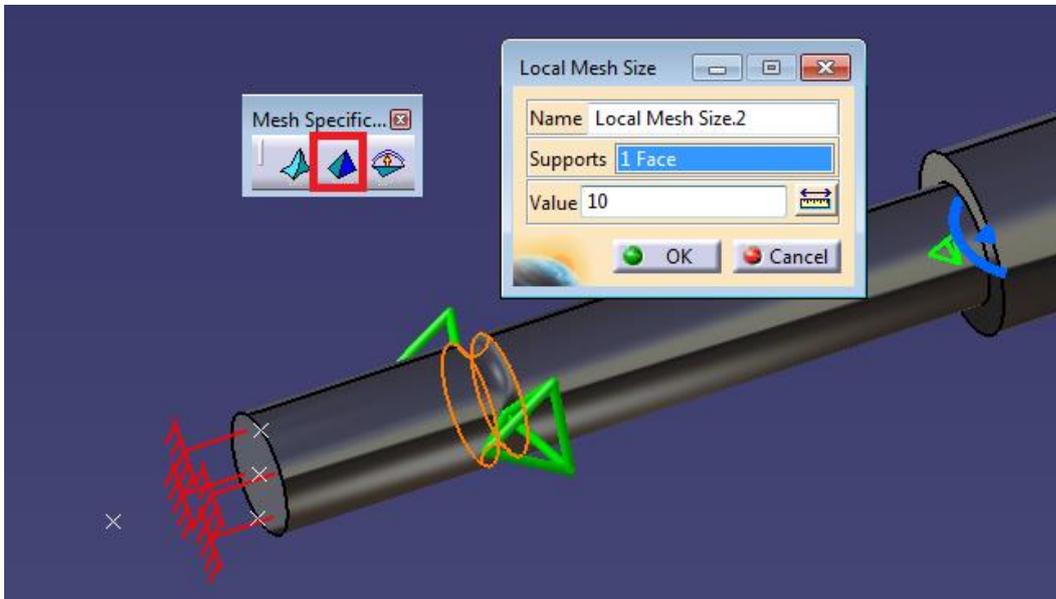


Figura 3.23 Mallado local

Para ver con más claridad las diferencias entre utilizar uno u otro tipo de elementos, mostramos el ejemplo siguiente. Para un mismo tamaño de elemento, se han comparado dos de los resultados que obtiene CATIA (explicados con más detalle en el punto 3.7 de esta memoria) de tensión principal máxima  $\sigma_1$  Ecuación 2.7 y del error global estimado, que se muestran en las *Figuras 3.24* y *3.25*, para  $\sigma_1$ , y en las *Figuras 3.26* y *3.27* para la estimación global de error global estimado. Como se ve, para tetraedros lineales se comete un mayor error y la zona de la discontinuidad de tensiones de la pieza, presenta un mayor error en comparación con las otras zonas de la pieza.

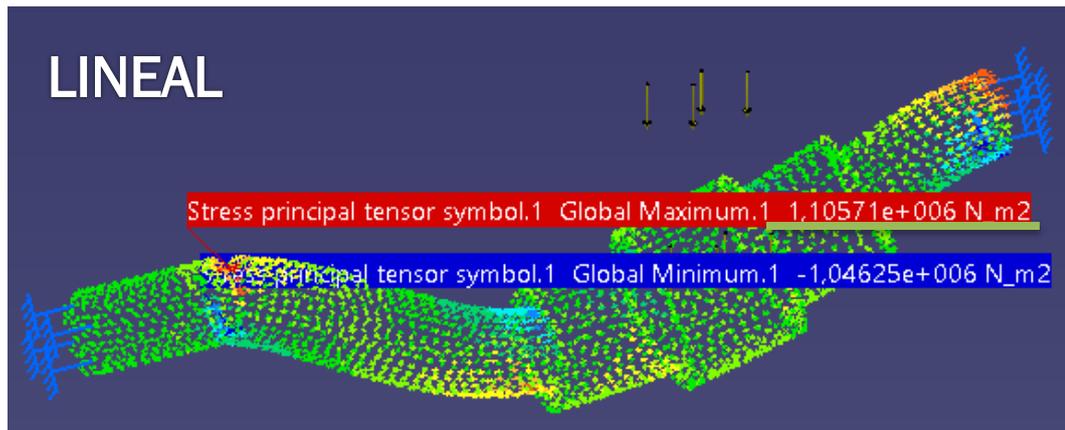


Figura 3.24 Tensión mallado lineal

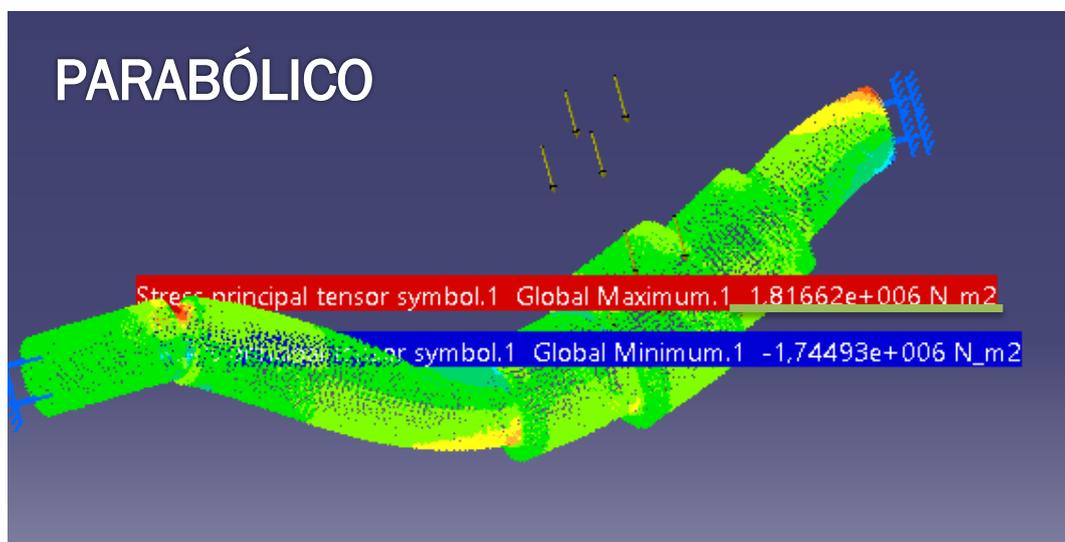


Figura 3.25 Tensión mallado parabólico

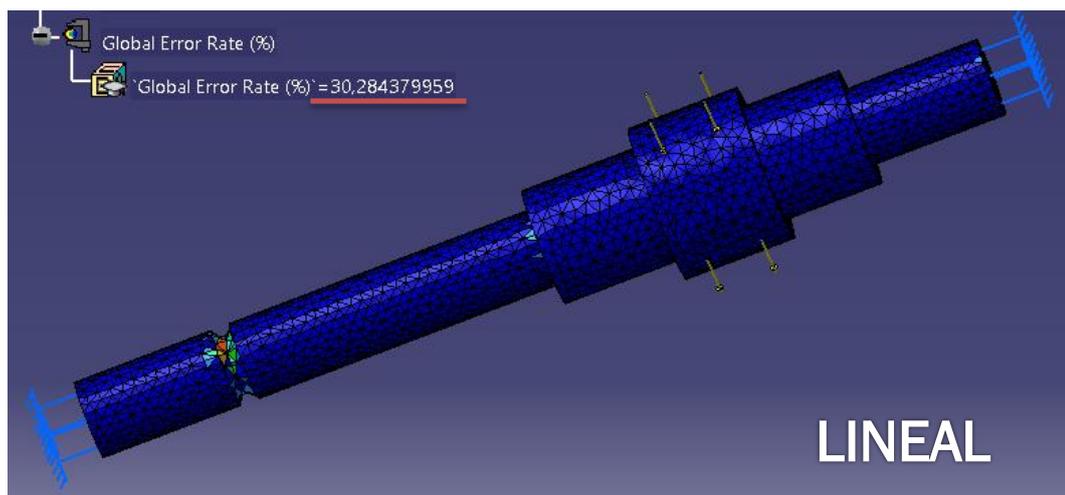


Figura 3.26 Error mallado lineal

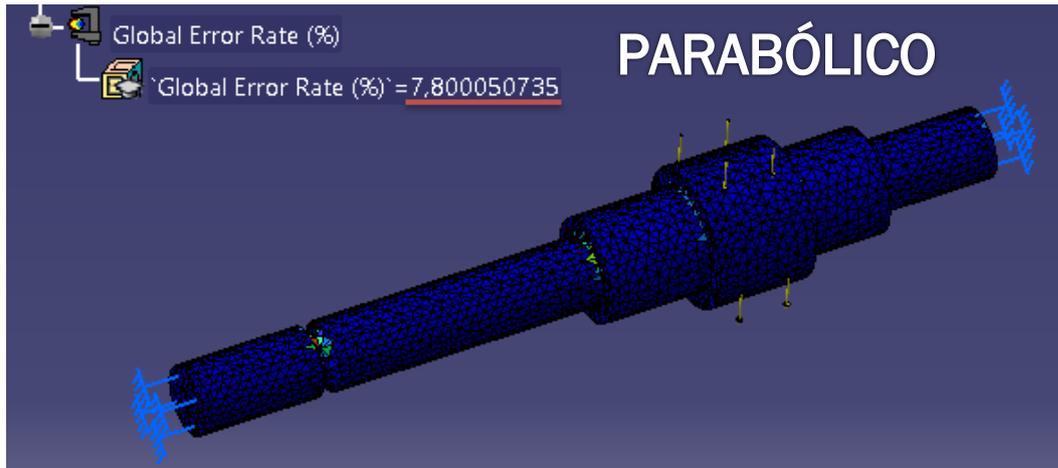


Figura 3.27 Error mallado parabólico

### 3.3.- Condiciones de contorno (Restraints)

Ahora pasamos a la etapa 3 del proceso, (Figura 3.1) que consiste en imponer las condiciones de contorno. Mediante la barra de herramientas *Restrains*, ver Figura 3.28, se pueden imponer las condiciones de contorno de la pieza a estudiar, permitiendo los grados de libertad que se consideren necesarios en cada nodo de nuestro mallado. Las restricciones necesitan de los elementos de apoyo (*Supports*), que son elementos de la pieza donde se van a aplicar las condiciones de contorno. Estos elementos de apoyo pueden ser puntos, aristas, superficies y elementos virtuales (que se explicarán a continuación en el punto 3.3.1). Con las condiciones de contorno que ofrece CATIA, se puede configurar la pieza en cuanto a traslaciones y giros que queramos restringir.



Figura 3.28 Barra de herramientas Restrains

Antes de explicar en detalle la barra de herramientas *Restrains*, conviene entender la barra de elementos virtuales, se utilizan como elementos de apoyo en las restricciones.

#### 3.3.1. Elementos virtuales (Virtual Parts)

La barra de herramientas *Virtual Parts* (Figura 3.29) se utiliza para simular una parte geométrica en el módulo de cálculo estático, y no ha quedado disponible en el módulo de *Part Design*. Estos elementos virtuales son líneas y puntos, y es necesario crearlos para que el programa realice el mallado correctamente de ese elemento.

El elemento virtual tiene una función importante en la pieza, como servir de elemento de apoyo en las condiciones de contorno, o bien, que sirva como elemento de apoyo cuando se aplica una carga.

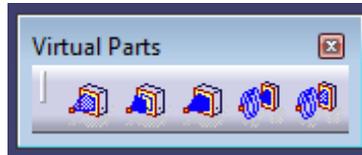


Figura 3.29 Barra de herramientas Virtual Parts

*-Rigid Virtual Part:*

Este comando crea un elemento virtual que enlaza con el contorno de la pieza, ya sea una arista o una superficie, y el elemento que se crea es un punto. Esta conexión hace que se comporte como un objeto fijo, es decir, transmitiendo de forma rígida al cuerpo las restricciones y cargas que actúen sobre el punto. Esta herramienta, no tiene en cuenta la deformación elástica de la zona de la pieza que hace de elemento de apoyo y hace que actúe esa parte como un sólido rígido.

Al ejecutar el comando, aparece una ventana en la que seleccionamos el elemento de la pieza donde se apoya el elemento virtual en *Supports*. El punto que será el elemento virtual lo seleccionamos en *Handler*, como se ve en la *Figura 3.30*.

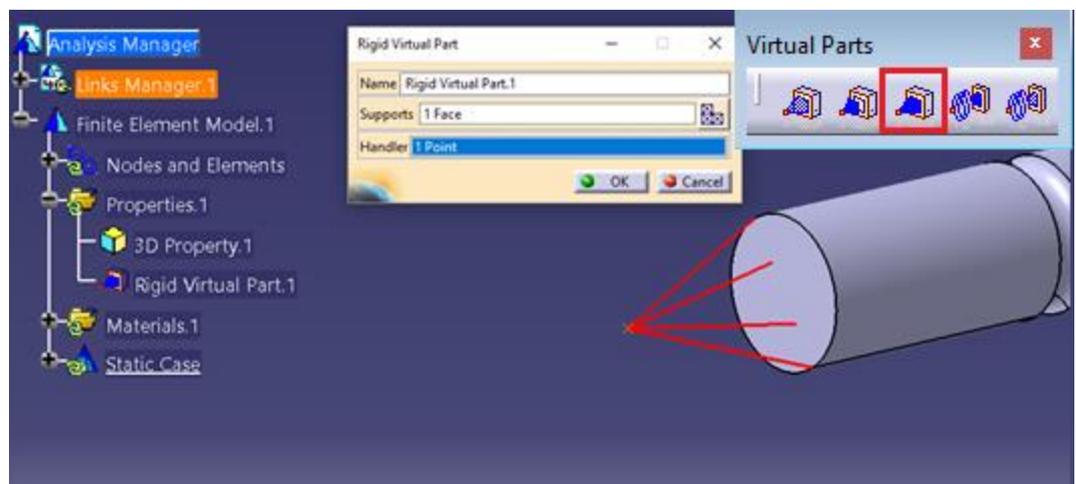


Figura 3.30 Comando Rigid Virtual Part

*-Smooth Virtual Part (Elemento virtual móvil o desplazable):*

Este comando enlaza virtualmente un punto de apoyo con la pieza mediante una barra imaginaria. Este enlace tiene menos rigidez que el comando *Rigid Virtual Part*, transmite cargas y restricciones desde el elemento virtual a la geometría del elemento [13]. Para hacer uso de esta herramienta, en la

ventana que se ve en la *Figura 3.31*, tenemos que seleccionar un elemento de apoyo en *Supports* y, si queremos que sea un punto de apoyo, lo deberemos seleccionar en la casilla de *Handler*.

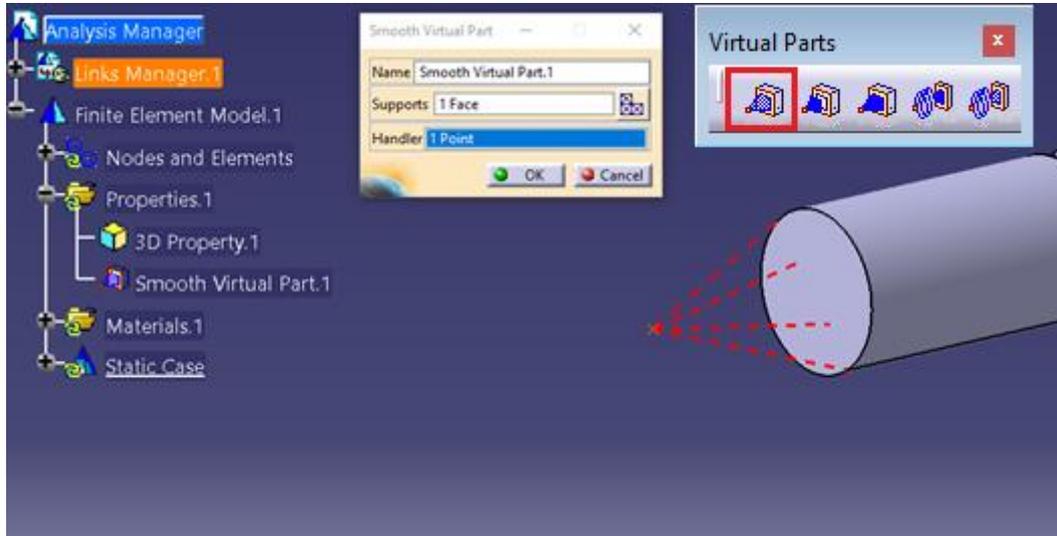


Figura 3.31 Comando Smooth Virtual Part

*-Contact Virtual Part:*

Con este comando se crea un elemento virtual, que enlaza virtualmente un punto con el contorno de la pieza. Pero, en este caso, no es mediante un contacto directo, sino que existe una barra de contacto, o enlace virtual entre el punto y el contorno, la cual transmite las acciones al contorno de la pieza [14]. Al ejecutar el comando, hay que configurar la ventana como la de la *Figura 3.32*, hay que seleccionar en *Supports* la superficie del contorno donde queremos enlazar, en *Handler* el punto del elemento virtual.

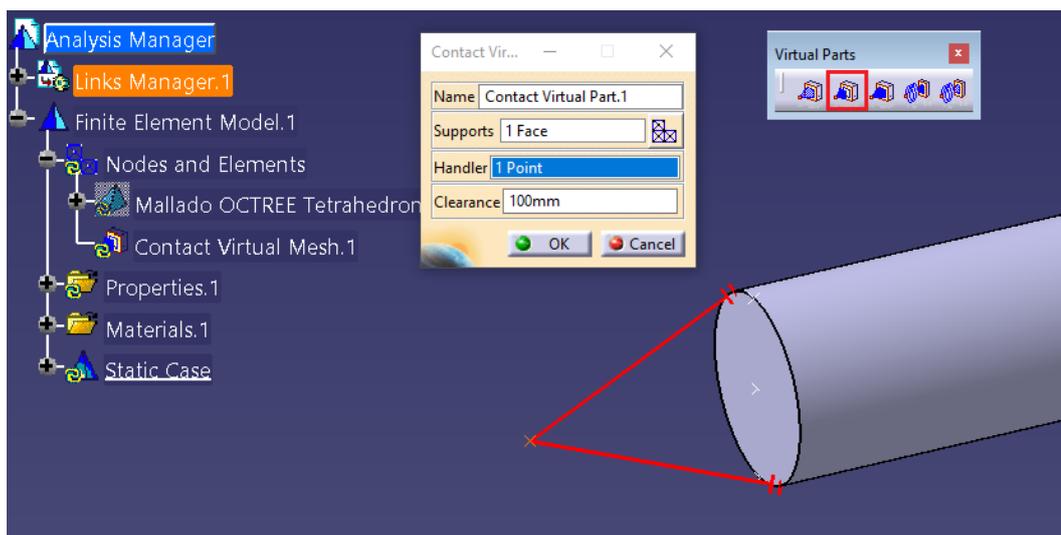


Figura 3.32 Comando Contact Virtual Part

### 3.3.2. Empotramiento (Clamp)

Al seleccionar este comando quedarán restringidas todas las traslaciones y rotaciones en los tres ejes del elemento de apoyo, es decir como un empotramiento, por lo que al aplicar cualquier carga generará reacciones en la parte empotrada.

Se puede seleccionar como elemento de apoyo en un punto, una curva o un plano que vaya a ser empotrado, que se seleccionará en la ventana, como la de la *Figura 3.33*, al lanzar el comando en la opción de *Supports*.

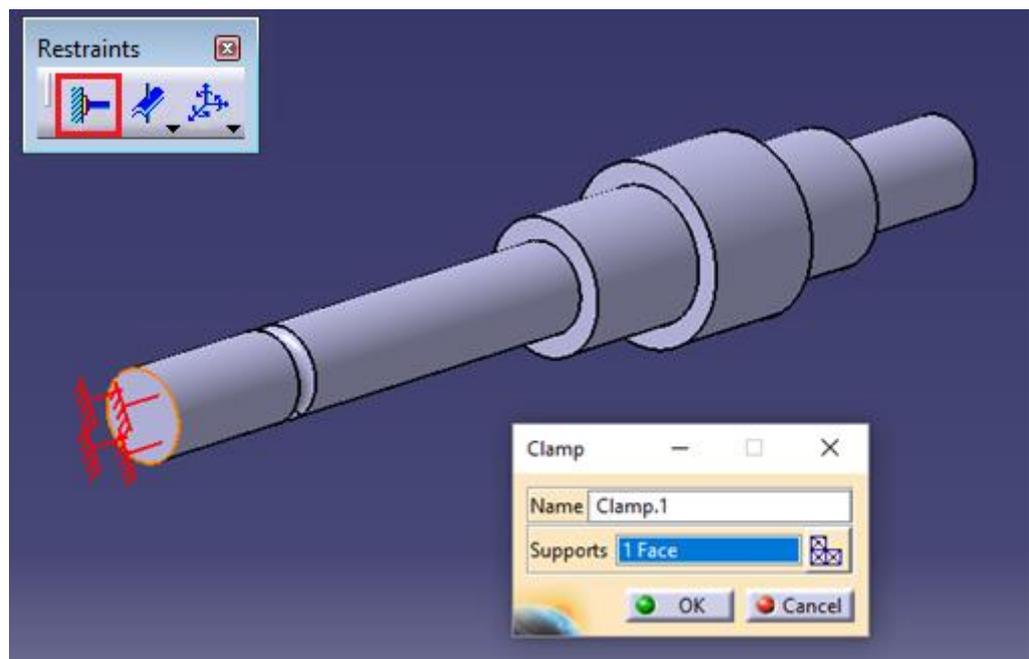


Figura 3.33 Restricción de empotramiento

### 3.3.3. Restricciones mecánicas (Mechanical Restraints)

Estas restricciones tienen de particular que permiten traslaciones y giros en el elemento donde se apoyan. Estos comandos (*Figura 3.34*), simulan el comportamiento de algunos elementos de diseño usados con frecuencia en el diseño de máquinas.



Figura 3.34 Restricción mecánicas

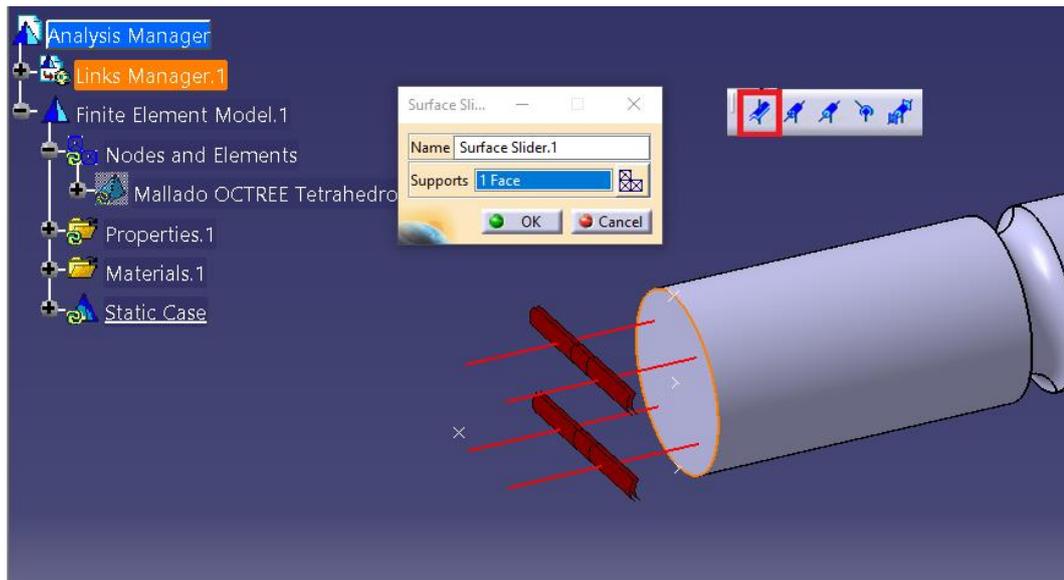
*-Surface slider (Cojinete deslizante):*

Este comando, permite la traslación de una superficie de la pieza en una dirección tangente a ella. Usa como elemento de apoyo siempre una superficie. En la *Figura 3.35*, la pieza sería la parte superior y la cara virtual la guía de abajo.



*Figura 3.35 Cojinete deslizantes [15]*

En el entorno de CATIA, se muestra como en la *Figura 3.36*, donde solo tendremos que seleccionar en *Supports*, el elemento de apoyo.



*Figura 3.36 Restricción de Surface Slider*

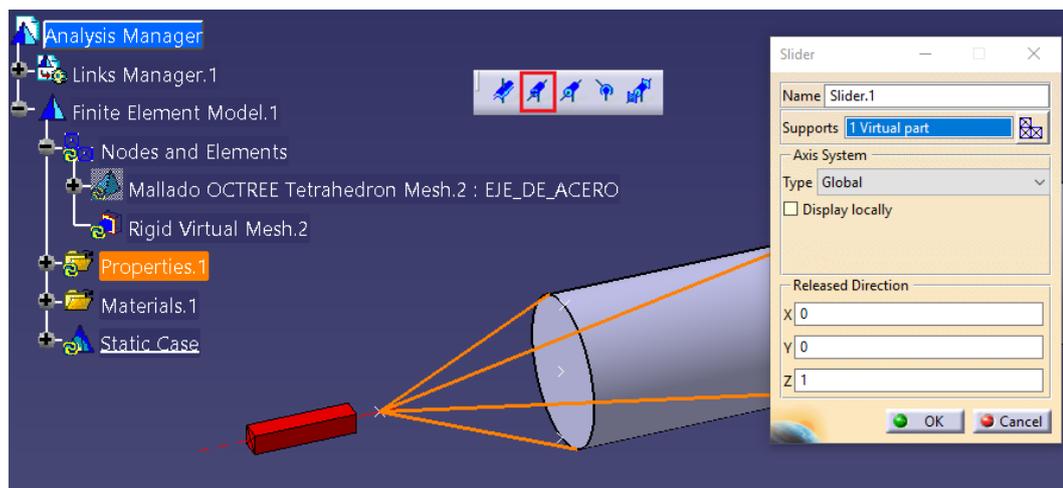
*-Slider (Cojinete con apoyo libre):*

Este comando toma como base un elemento virtual, el cual se podrá desplazar a lo largo de una dirección, restringiendo las dos traslaciones restantes y todos los giros. Sería como en la *Figura 3.37*, que la pieza podría trasladarse a través del orificio interior del cojinete, pero no permite que rote alrededor de ningún eje.



**Figura 3.37 Cojinete con apoyo libre [16]**

Al lanzar el comando, nos aparece una ventana como la de la *Figura 3.38*, se selecciona el elemento de apoyo en *Supports*, y posteriormente, la dirección de desplazamiento introducimos un 1 en el eje que queramos que se traslade y en los demás un 0, pudiendo utilizar un sistema de ejes global (el que da por defecto el módulo de Static Analysis) o de usuario (el sistema de ejes que tenga la pieza en el módulo de Part Design).



**Figura 3.38 Restricción de Slider**

*-Sliding Pivot (Cojinete radial con apoyo libre):*

Esta restricción está definida para que actúe como un cojinete radial con apoyo libre y permite la traslación a lo largo de un eje y la rotación alrededor de ese mismo, como se ve en la *Figura 3.39*.



Figura 3.39 Cojinete radial [17]

Para ello, deberemos seleccionar en *Supports* el elemento virtual donde se aplica la restricción y, como en el anterior comando, el sistema de ejes y la dirección en la que se permiten los dos grados de libertad, la traslación y la rotación en ese eje, véase *Figura 3.40*.

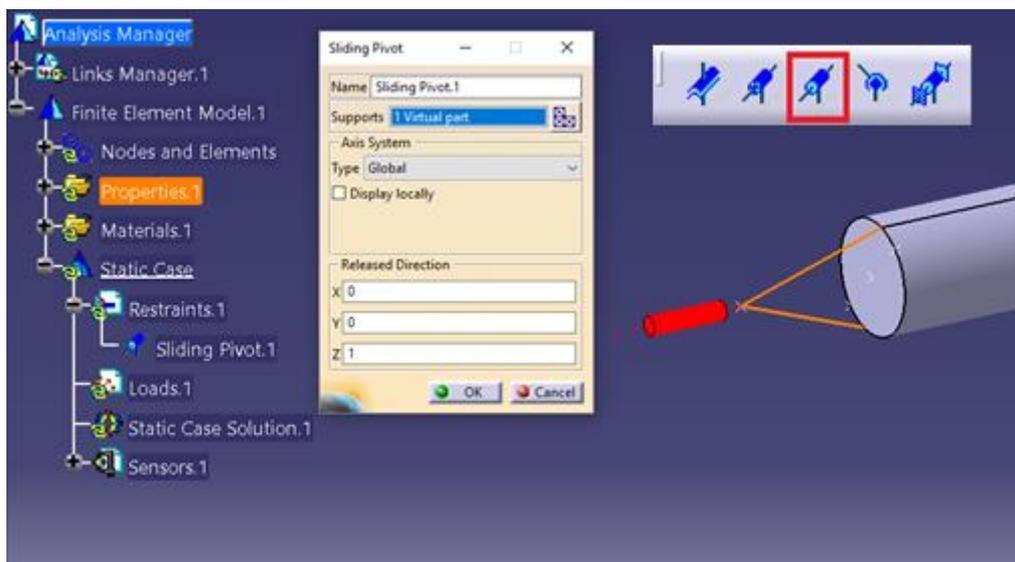


Figura 3.40 Restricción Sliding Pivot

#### -Ball Joint (Articulación esférica)

Este comando es una restricción que no permite ninguna traslación, pero permite la rotación de la pieza en los tres ejes alrededor de un punto haciendo la función de rótula, como la de la *Figura 3.41*.



Figura 3.41 Rótula [18]

Al lanzar el comando, deberemos seleccionar un elemento virtual en la opción de *Support*, siendo el elemento virtual el punto del que rota la pieza en los tres ejes, véase Figura 3.42.

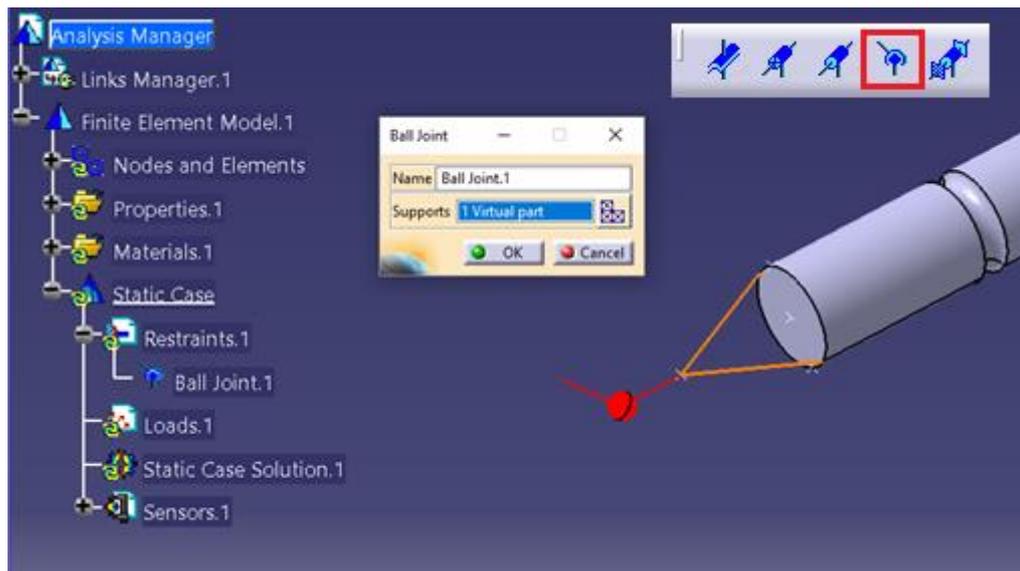


Figura 3.42 Restricción Ball Joint

-*Pivot (Pivote)*:

Este comando es una restricción que se utiliza en el caso en que el único grado de libertad sea la rotación respecto a un eje, pero no la traslación en ese mismo eje, a diferencia del *Sliding Pivot*. Para ello, seleccionamos nuestro elemento virtual en *Support*, el sistema de ejes en el que queremos trabajar (global o de usuario) y la dirección en la que permitimos la rotación introduciendo el valor de 1 y en los demás 0, como en la Figura 3.43.

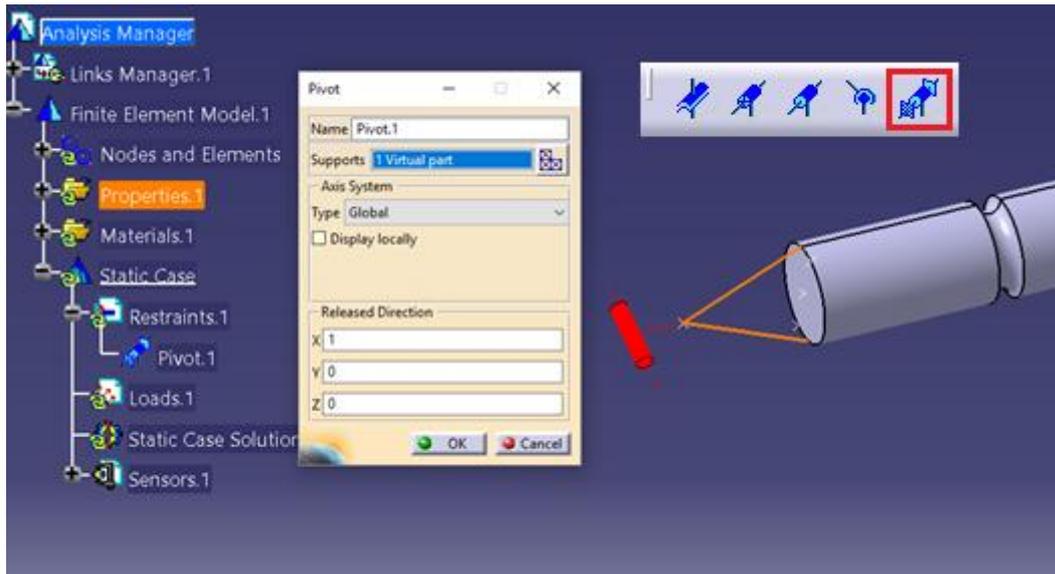


Figura 3.43 Restricción Pivot

### 3.3.4. Advanced Restraints

A diferencia de las otras restricciones, estos comandos (*Figura 3.44*) permiten personalizar por completo las condiciones de contorno que quieres poner.

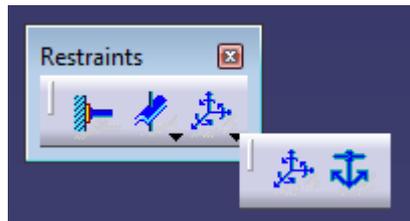


Figura 3.44 Advanced Restraints

-*User-defined Restrain (Restricciones definidas por el usuario):*

Este comando permite aplicar todas las condiciones de contorno que queramos, ya que es a libre elección el restringir los grados de libertad que tiene su pieza.

Al lanzar el comando, aparece una ventana como en la *Figura 3.45*, se nos pedirá el elemento de apoyo en la opción *Support*, que puede ser tanto un punto, una curva, una superficie o un elemento virtual; posteriormente, el sistema de ejes al que nos referimos y, por último, qué traslaciones y rotaciones queremos restringir, teniendo en cuenta que el eje 1, 2 y 3 se refieren al X, Y, Z respectivamente.

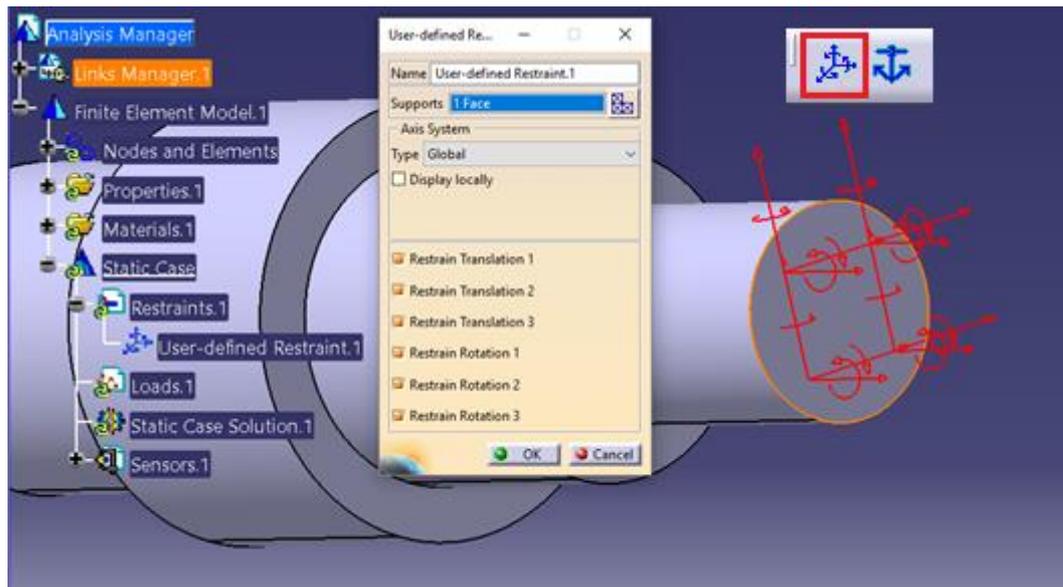


Figura 3.45 Restricción User defined Restrain

#### -Isostatic Restrain (Restricciones y condiciones Isostáticas)

Con este comando se restringen todas las traslaciones y rotaciones de la pieza en conjunto, es decir, que ningún punto se mueve, por lo que la pieza está fija en el espacio. Para esta restricción no hay que seleccionar nada, como se ve en la Figura 3.46.

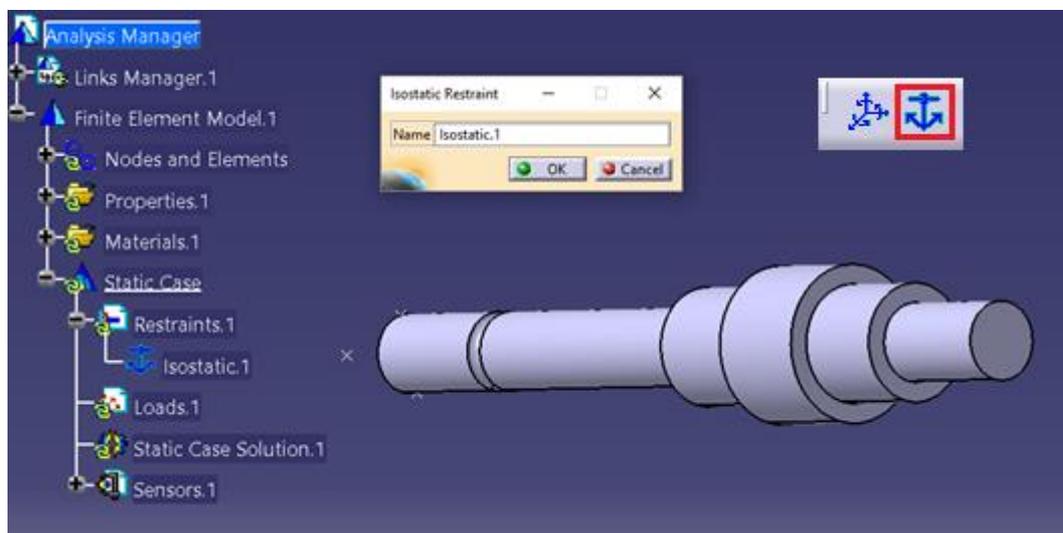


Figura 3.46 Restricción isostática

### 3.4. Aplicación de cargas (Loads)

Ahora pasamos a la etapa 4 del proceso, *Figura 3.1* que consiste en imponer la aplicación las cargas. Para caracterizar la carga se usará la barra de herramientas *Loads*, ver *Figura 3.47* que nos permite elegir el tipo y la zona

de aplicación de ésta en la pieza a estudiar, ya sea una cara, una arista o un punto. Los diferentes tipos de cargas son:



Figura 3.47 Barra de herramientas Loads

-Presión (*Pressure*):

Este comando se emplea cuando queremos ejercer sobre la pieza una fuerza sobre una superficie (presión). Para definir la carga, debemos seleccionar los elementos de apoyo de la pieza en *Supports* que serán las superficies que consideremos, acompañado del valor de la presión (en las unidades que tengamos configuradas en CATIA) (*Figura 3.48*).

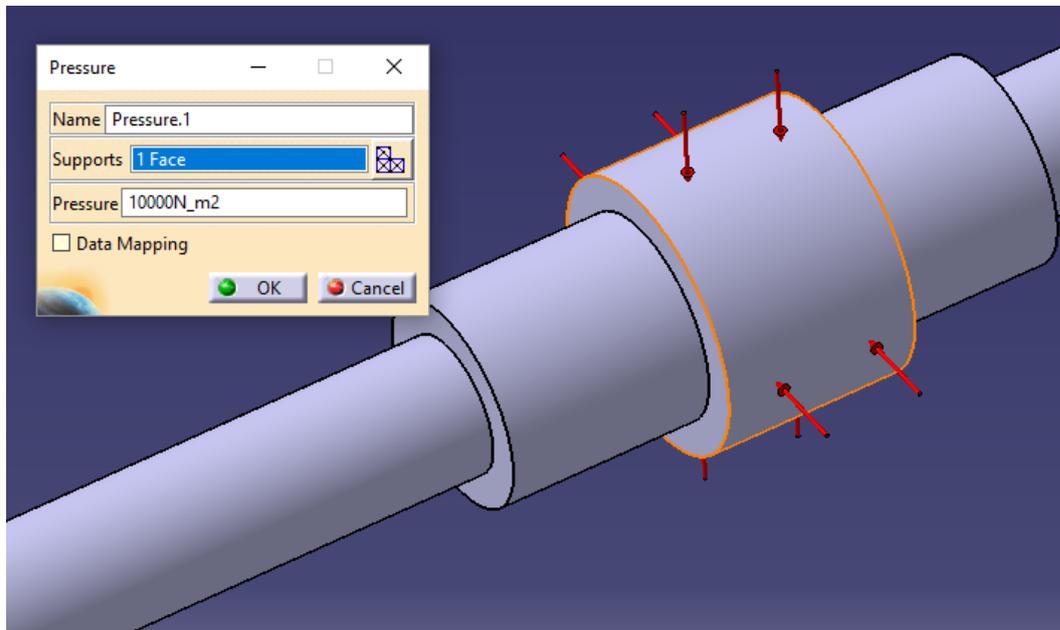


Figura 3.48 Herramienta Pressure

-Carga distribuida (*Distributed Force*):

Con este comando definimos una fuerza distribuida o aplicada en un único punto, aunque CATIA llame al comando fuerza distribuida, y la dirección en la que se aplica.

La ventana que nos aparece es la de la *Figura 3.49*, como elemento de apoyo en *Supports*, podemos elegir puntos, curvas, superficies o elementos virtuales. A continuación, se elige el sistema de ejes al que nos referimos global (el que da CATIA por defecto) o el de usuario, que hayamos creado en el módulo de *Part Design*. Para el valor de la fuerza hay que poner el módulo de la fuerza y las componentes de la fuerza en cada eje. Se introducen

primero tres valores de los cuatro posibles (módulo y las tres componentes) y CATIA automáticamente ajusta el restante.

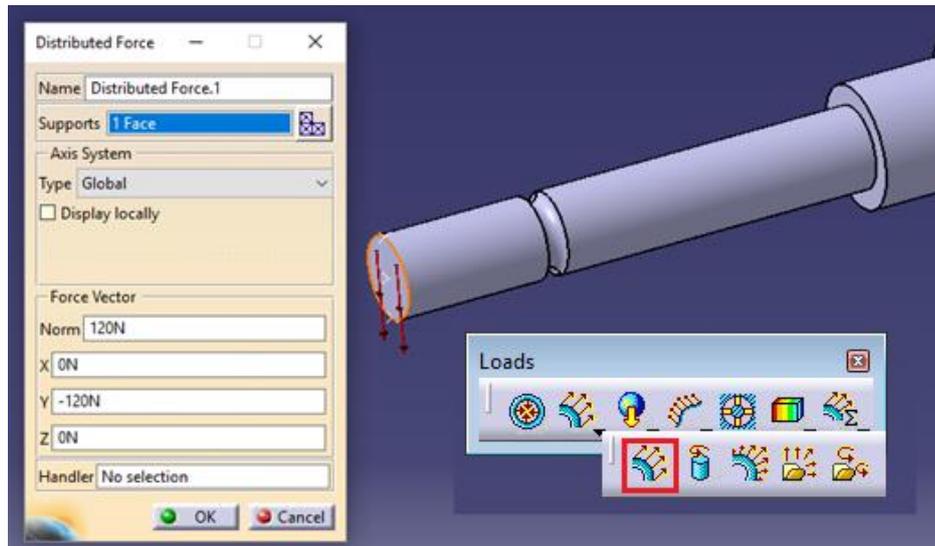


Figura 3.49 Herramienta Distributed Force

En el caso en el que queramos definir una fuerza puntual, debemos seleccionar la superficie a la que pertenece el punto, y en la opción *Handler* el punto donde se aplicará esta carga, como en la Figura 3.50.

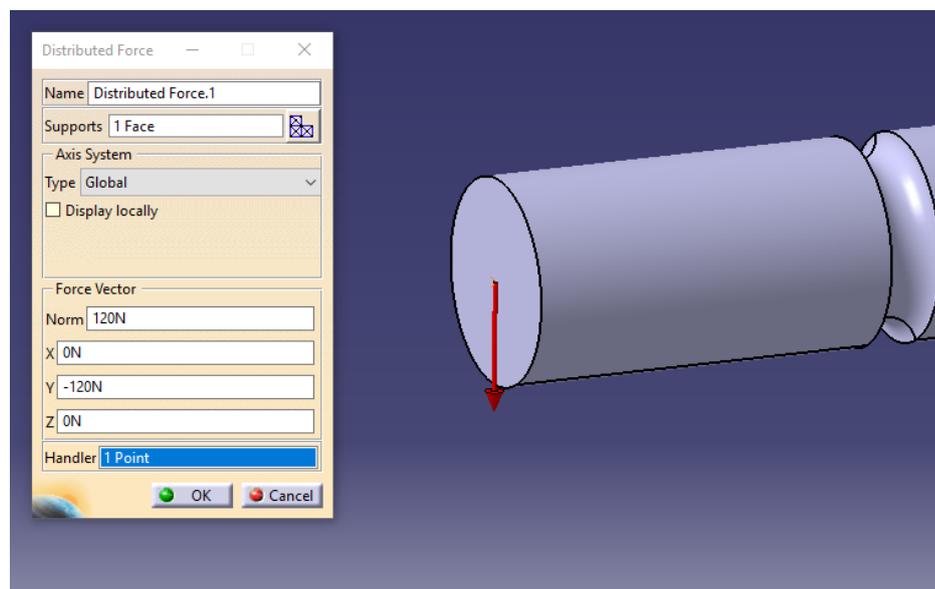


Figura 3.50 Fuerza puntual

*-Momento (Moment):*

Usando este comando, aplicamos un momento distribuido o puntual. Al ejecutar el comando, nos aparece una ventana como la Figura 3.51, en *Supports* seleccionamos los elementos de apoyo que pueden ser elegir curvas, superficies o elementos virtuales. Posteriormente, se introducirá el valor nominal del momento (en las unidades que hayamos configurado en

CATIA). De igual manera que para la carga distribuida o puntual, está el valor del módulo y las tres componentes, entonces para definir el momento introducimos tres de los cuatro valores y el otro se calcula por el programa.

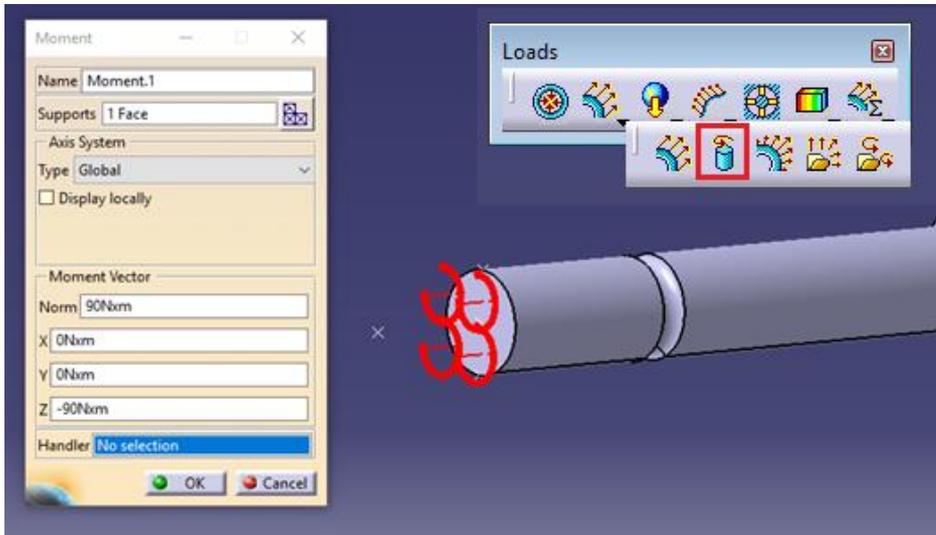


Figura 3.51 Herramienta Moment

**-Bearing Load:**

En este tipo de carga, distribuimos la carga sobre una superficie, la cual será indicada en Supports, véase *Figura 3.52*. Las superficies cilíndricas sirven de elemento de apoyo para esta carga.

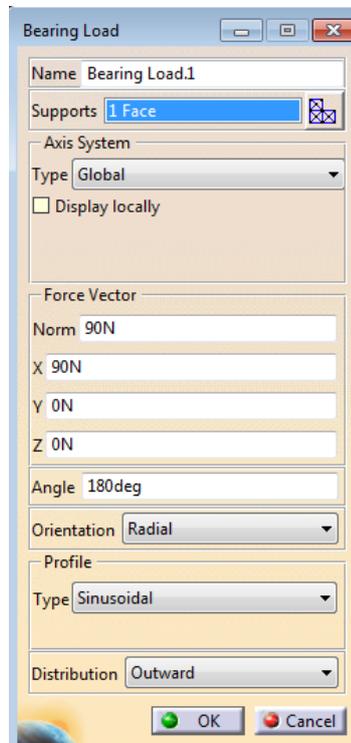


Figura 3.52 Herramienta Bearing Load

Hay que indicar si el sistema de ejes es global o local, y a partir de ahí, dar un valor nominal de la fuerza y la orientación. A diferencia de la fuerza y el momento distribuido, este comando incluye el ángulo de aplicación de la carga, se elegirá la orientación de la carga entre paralela a la dirección de aplicación de la fuerza y radial a la superficie, mírese la *Figura 3.53*. El perfil de la carga, donde podemos elegir entre una variación sinusoidal, parabólica o crear una ley de variación. Por último, la distribución de la carga será *Outward* (la carga se aplica desde el exterior de la superficie) o *Inward* (la carga se aplica desde el interior), como en la *Figura 3.54*.

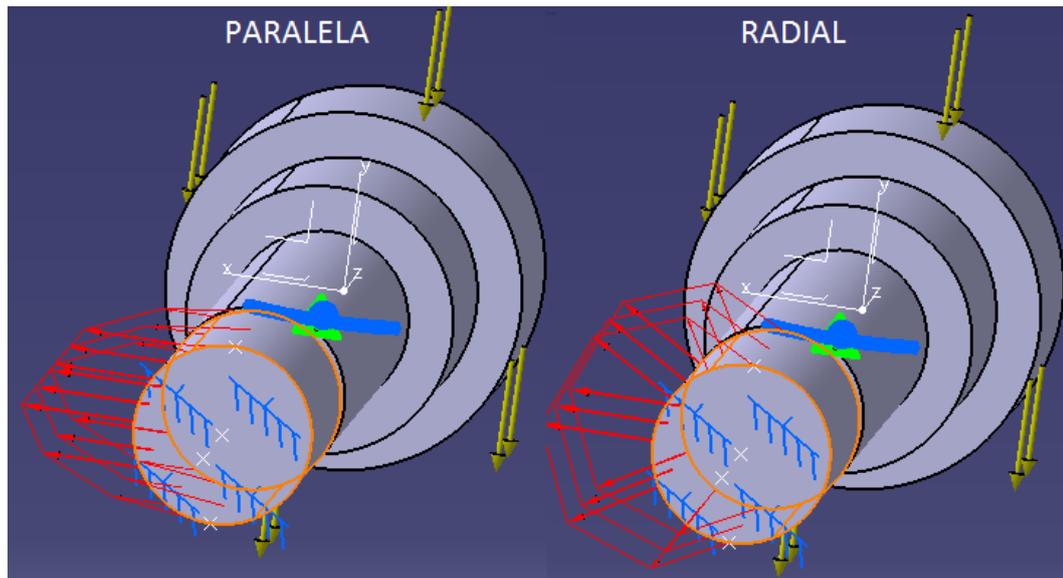


Figura 3.53 Configuración Bearing Load 1

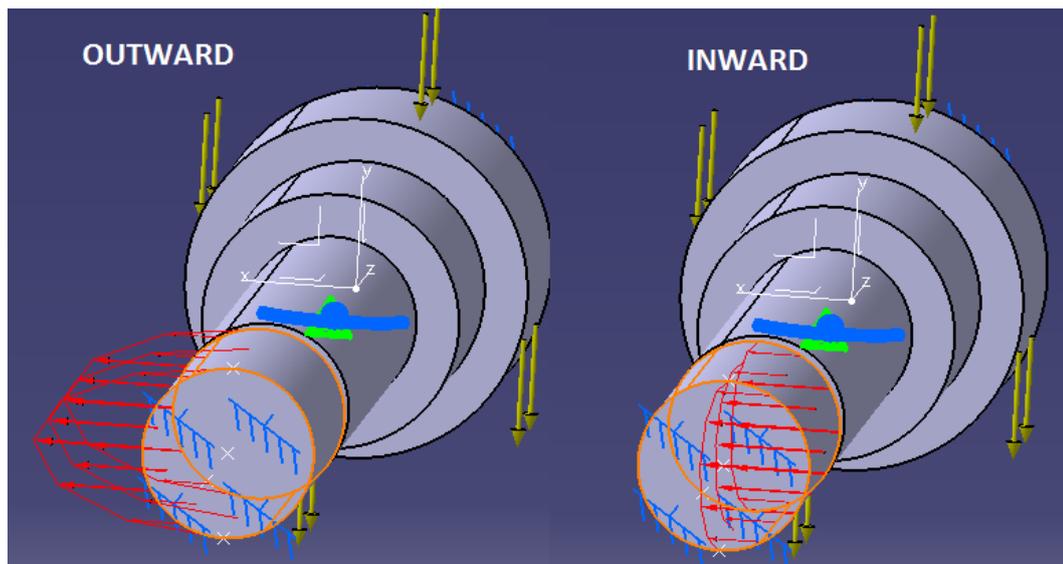


Figura 3.54 Configuración Bearing Load 2

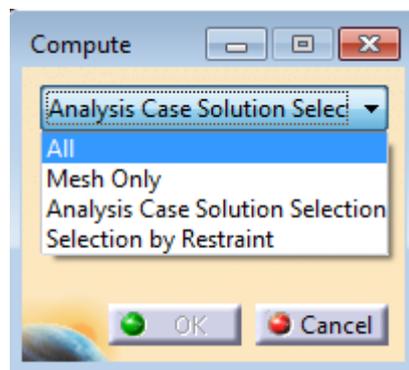
### 3.5. Realizar cálculos (Compute)

El siguiente paso, es la etapa 5 del proceso, *Figura 3.1* que consiste en imponer la aplicación las cargas Una vez que hayamos definido la geometría de la pieza, el mallado las restricciones y las cargas externas, estamos listos para lanzar el cálculo del caso estático de la pieza. La barra de herramientas que se utiliza para calcula es la de la *Figura 3.55*.



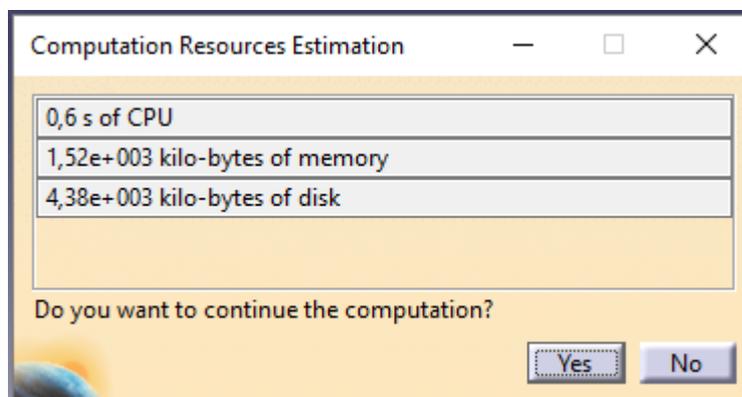
**Figura 3.55** Barra de herramientas Compute

Al ejecutar el comando *Compute*, tenemos la opción de que simule todo el caso estático planteado, que realice solamente el mallado, que realice la solución del caso estático o por las restricciones, como se ve en la *Figura 3.56*.



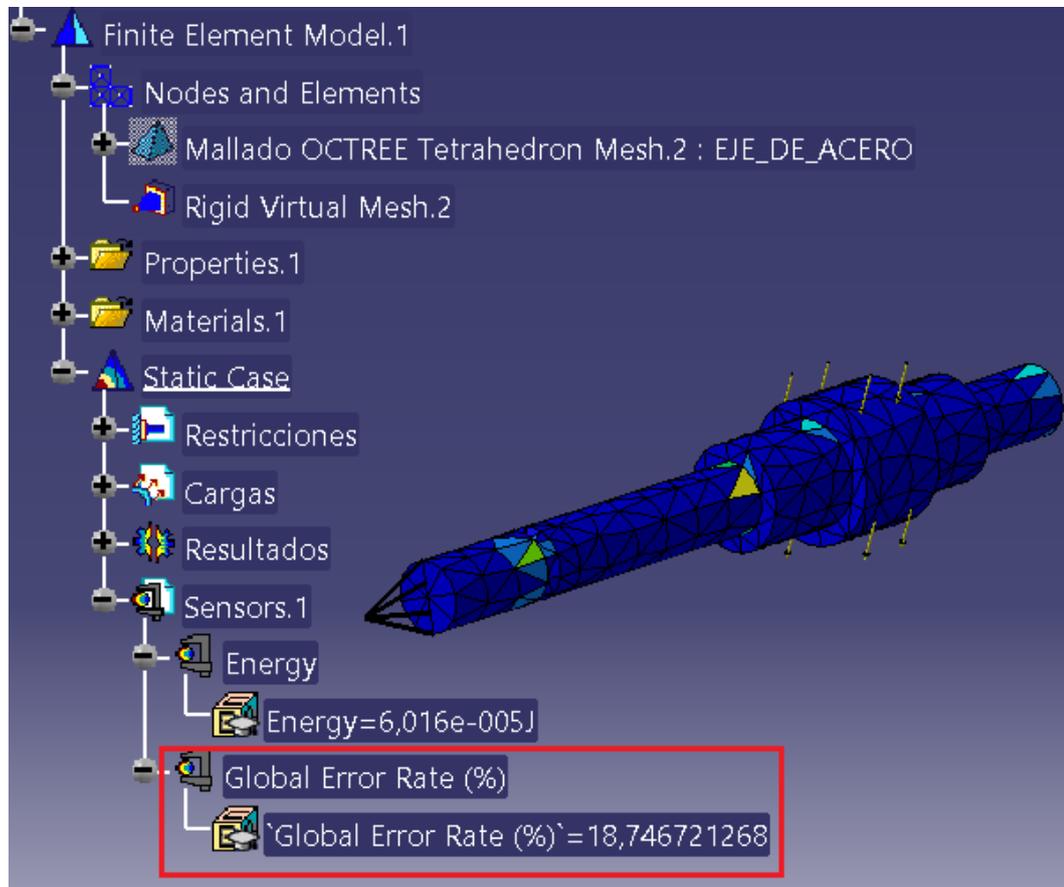
**Figura 3.56** Herramienta Compute

Antes de que CATIA dé la solución, da información estimada del proceso de cálculo, el tiempo de resolución además de la capacidad de memoria que necesitará para guardar los archivos y la capacidad de disco que utilizará el ordenador para realizar las simulaciones, como se ve en la *Figura 3.57*.



**Figura 3.57** Estimación de cálculo

Tras haber realizado el cálculo, podemos ver los resultados de nuestro caso (la visualización de los resultados se explicará con más detalle más adelante, en el apartado 7). Uno de los valores que da el programa, es la estimación de error global, como se ve en la *Figura 3.58*.



**Figura 3.58** Estimación de error global

### 3.6. Adaptación del mallado (Adaptivity entity)

Una vez se haya computado nuestro caso de estudio, podemos ver la estimación del error global y también la estimación de error local, que se explicará cómo verlo a continuación. Se podrá continuar con la etapa 7 del proceso, si estamos conformes con el valor de la estimación del error (*Figura 3.1*), o ir a la etapa 7 si no estamos conformes con el valor de los errores. Para adaptar la malla, tendremos dos opciones.

La primera de ellas es modificar el mallado que se realizó en la etapa 2 de la *Figura 3.1*, modificando el tamaño del elemento tanto en el mallado global como en el mallado local.

La segunda opción, consiste en que el programa nos da la opción de readaptar nuestra malla inicial a una que no sobrepase un valor de error que

queramos, para ello, tenemos los comandos *Global Adaptivity* y *Local Adaptivity*. Primero, seleccionamos el mallado previo y el valor del error deseado, como en la *Figura 3.59*, y modificará el tamaño de los tetraedros para conseguirlo. Esta opción, no se puede realizar en la etapa 2, pues primero el programa tiene que calcular el caso estático para saber que error se está cometiendo.



Figura 3.59 Herramienta Global Adaptivity

A continuación, para ver la estimación del error local, con el botón derecho sobre el mallado, como en la *Figura 3.60*, se selecciona el comando *Local Adaptivity*, y emerge una ventana para configurar la adaptación. En esta ventana, seleccionando la superficie que queremos adaptar su mallado en la pestaña *Supports*, vemos que en el apartado *Current Error* aparece el valor actual de esa superficie, y justo arriba hay que introducir el valor máximo que queremos tener.

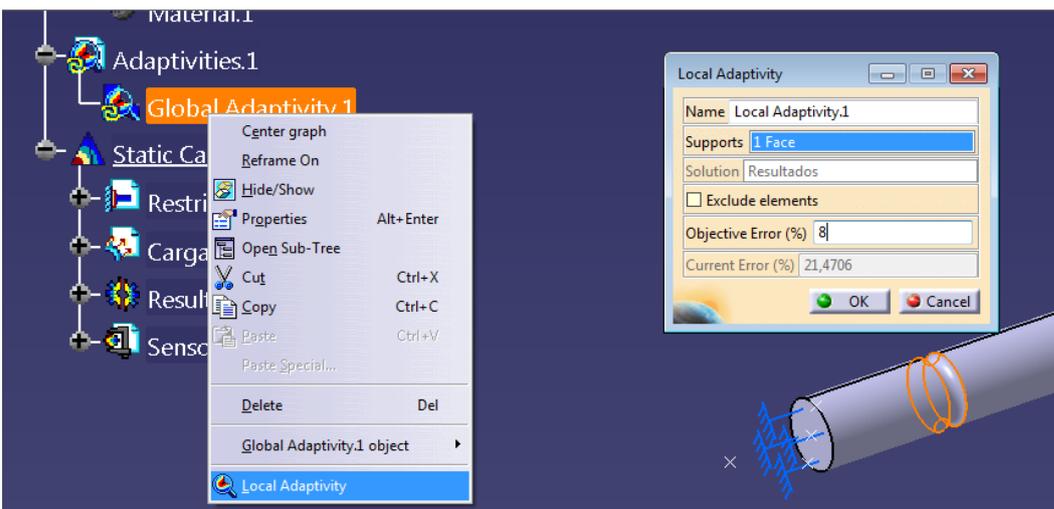
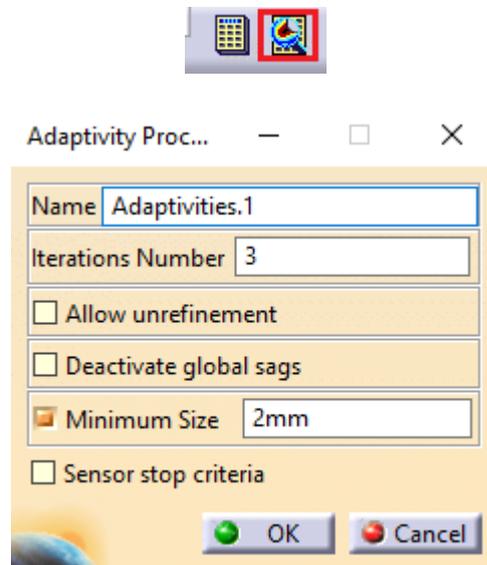


Figura 3.60 Herramienta Local Adaptivity

Una vez que hayamos configurado el refinado de la malla, estamos listos para que el programa recalculé el mallado de la pieza y los resultados del caso

estático de la pieza. Ahora, tendremos que lanzar el comando *Compute with Adaptivity* y surge una ventana como en la *Figura 3.61*, en la cual se debe indicar el número de iteraciones a realizar por el programa y el valor mínimo de la longitud de los lados del tetraedro.



**Figura 3.61** Compute with adaptivity

### 3.7. Representación de los resultados y herramientas de análisis

En este apartado, se explica la etapa 7 de la *Figura 3.1*, que consiste en visualizar los resultados y analizarlos después de que el programa haya realizado el cálculo. Para ver los resultados se va a hacer uso de la barra de herramientas *Image* y de la de *Analysis Tools*, además de algún comando adicional que se explicará a continuación.

#### 3.7.1. Representación de resultados

Los resultados que se van a tener en cuenta en esta memoria son los que se ven en la *Figura 3.62*. En primer lugar, se va a explicar la representación de los resultados:



Figura 3.62 Representación de resultados

*-Mallado (Mesh Visualization)*

La primera solución de la Figura 3.62, es la visualización de la pieza mallada, en la que la pieza ha sido dividida en tetraedros de la forma que hayamos configurado el mallado. Para ejecutar este comando, con el botón derecho sobre Nodes and Elements y seleccionar Mesh Visualization, como en la Figura 3.63.

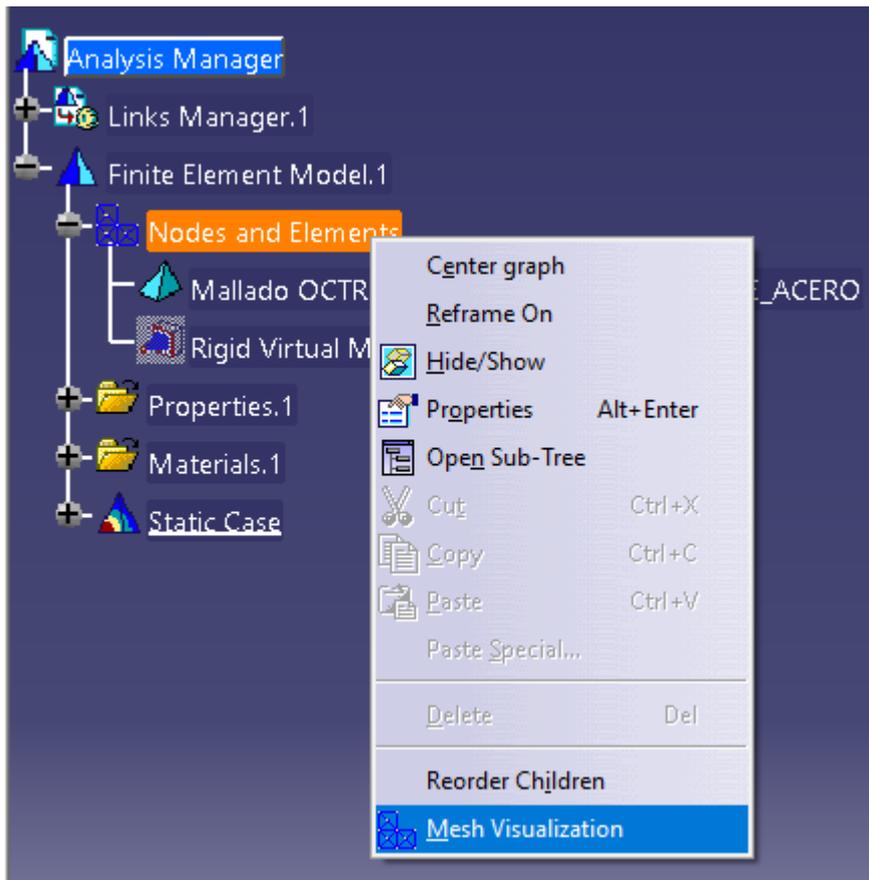
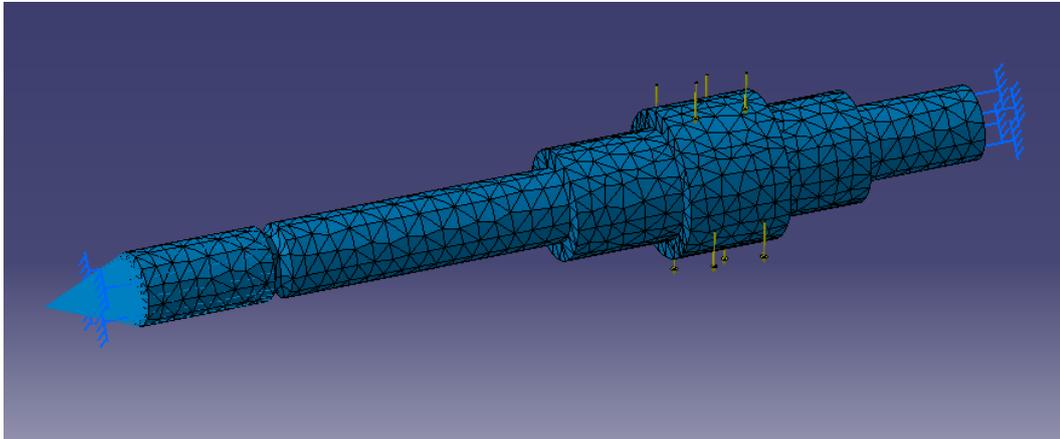


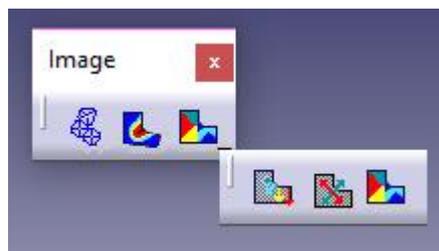
Figura 3.63 Visualización del mallado

Tras lanzar el comando, la pieza se presentará como en la *Figura 3.64*, para poder verla así es necesario que el programa haya simulado el caso estático. Esta herramienta es útil, para comprobar que secciones críticas, como las discontinuidades geométricas, han sido malladas con mayor precisión que el resto del contorno.



**Figura 3.64** Mallado de la pieza

Los 5 siguientes resultados de la *Figura 3.62*, se pueden visualizar con la barra de herramientas *Image* (*Figura 3.65*). Se pueden representar gráficamente los principales resultados tales como tensiones y deformaciones. Con los comandos de la barra *Image* se presentan los resultados de esfuerzos, deformaciones, desplazamientos y el error estimado de una forma clara para que el usuario pueda evaluar la pieza.



**Figura 3.65** Barra de herramientas *Image*

*-Deformación (Deformation):*

Al usar este comando, la pieza se mostrará con el mallado que ha realizado el programa y representará la deformación estática de la pieza debido a las cargas aplicadas, como en la *Figura 3.66*, respetando las restricciones impuestas y dando una idea de cómo se comporta la pieza en el caso estático. Este comando no dispone de distribución de colores ni escala, pero se puede modificar la deformación haciendo uso de la herramienta *Amplification* de la barra de herramientas *Analysis Tools* que se explicará más adelante en este mismo punto.

Para saber el valor de la distancia que se ha deformado hay que recurrir a los resultados de *Displacement*, que se explicará más tarde en este punto. Adicionalmente, se puede hacer uso de la herramienta *Animate* que se explicará con más detalle posteriormente (apartado 3.8) con la cual se podrá representar de forma animada la deformación de la pieza.

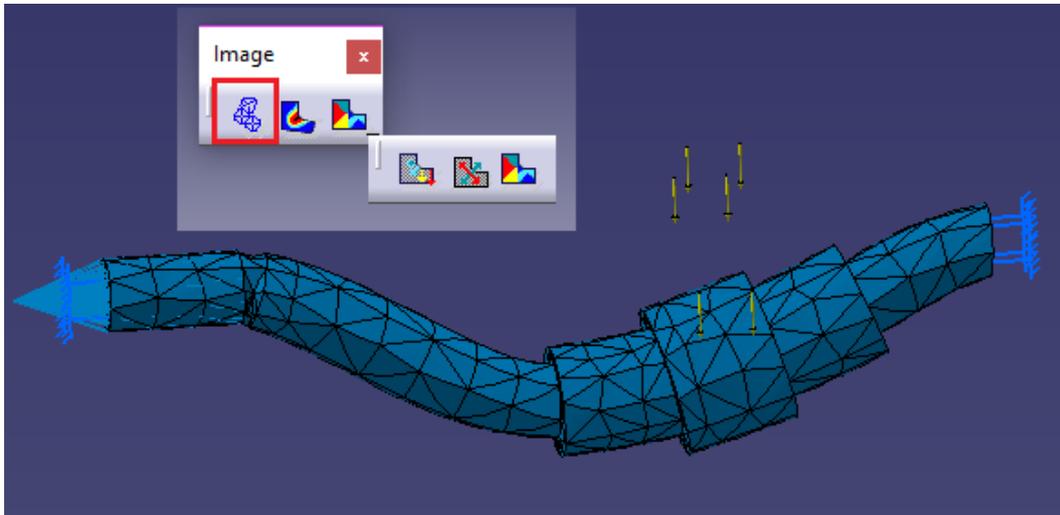


Figura 3.66 Deformación de la pieza

-Tensión de Von Mises  $\sigma_{eq}$  (Von Mises Stress):

Esta herramienta es de las más importantes, pues con ella sabremos si la pieza sufrirá el fallo. Muestra las zonas donde se concentran los esfuerzos tensionales de la pieza mediante una escala de colores, acompañados de una leyenda que da valor a la distribución de esfuerzos de Von Mises a lo largo de la pieza (en las unidades que hemos configurado en CATIA). El comando a utilizar es el que se encuentra recuadrado de la barra de herramientas *Image*, en la *Figura 3.67*.

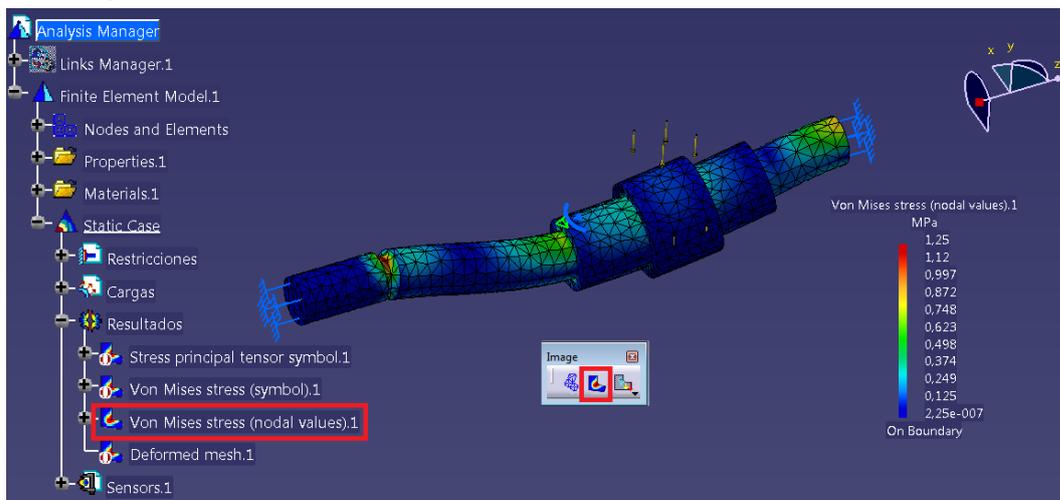
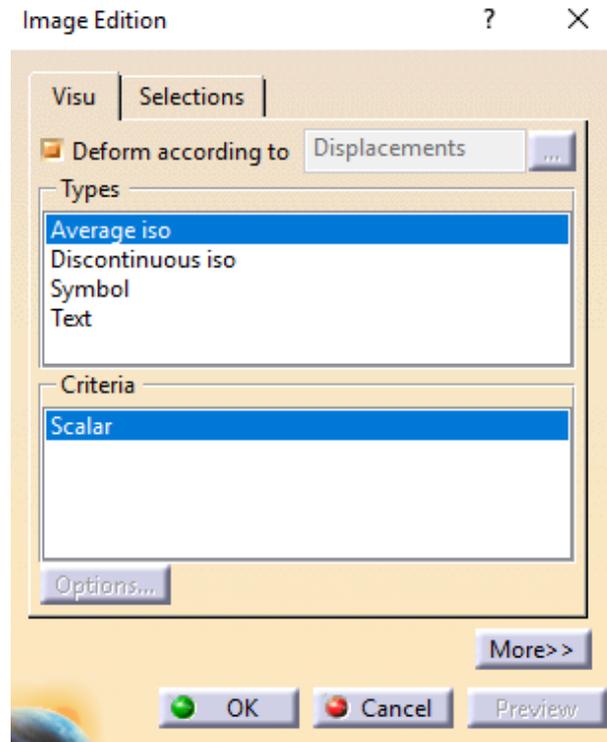


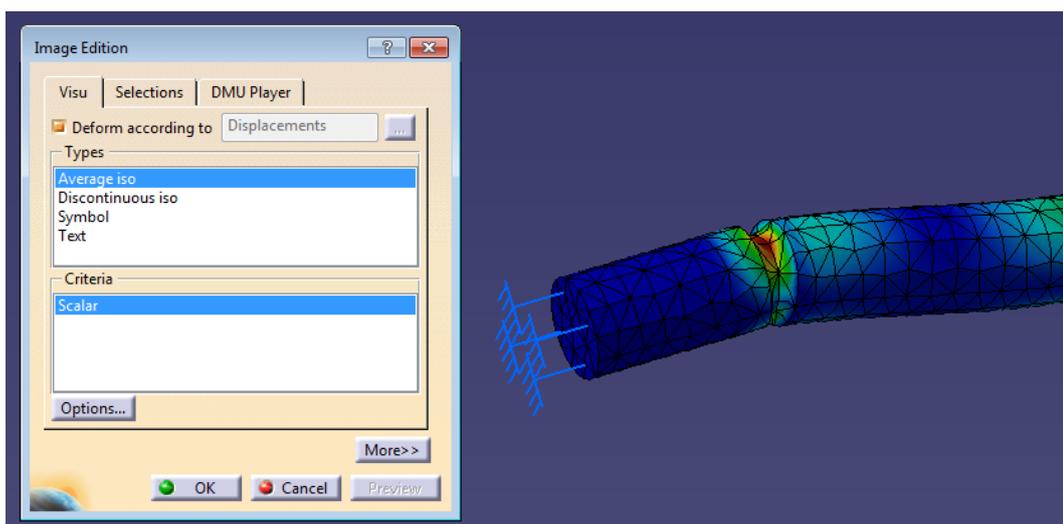
Figura 3.67 Tensión de Von Mises de la pieza

Haciendo doble click en el árbol sobre *Von Mises Stress* en el apartado de resultados, véase *Figura 3.67*, podemos modificar el tipo de representación de la tensión, en la ventana que se muestra como la de la *Figura 3.68*.



**Figura 3.68 Configuración de imagen 1**

- Average iso: la distribución de colores es la estándar de CATIA, alisa la curvatura de las frecuencias del histograma además de matizar el color de la malla nodal, como en la *Figura 3.69*.



**Figura 3.69 Configuración de imagen 2**

- Discontinuous iso: es igual a la Average iso, salvo que no alisa la curvatura del histograma, véase *Figura 3.70*.

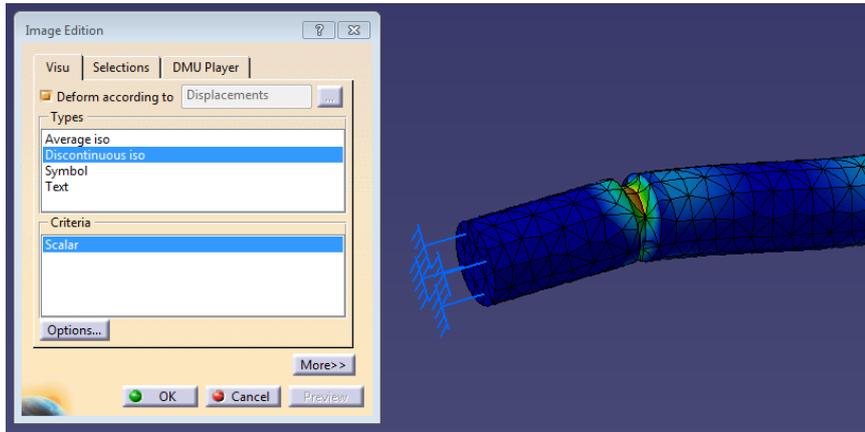


Figura 3.70 Configuración de imagen 3

- Symbol: representa la pieza en cubos, en vez de con el mallado, y no se aprecia continuidad (*Figura 3.71*).

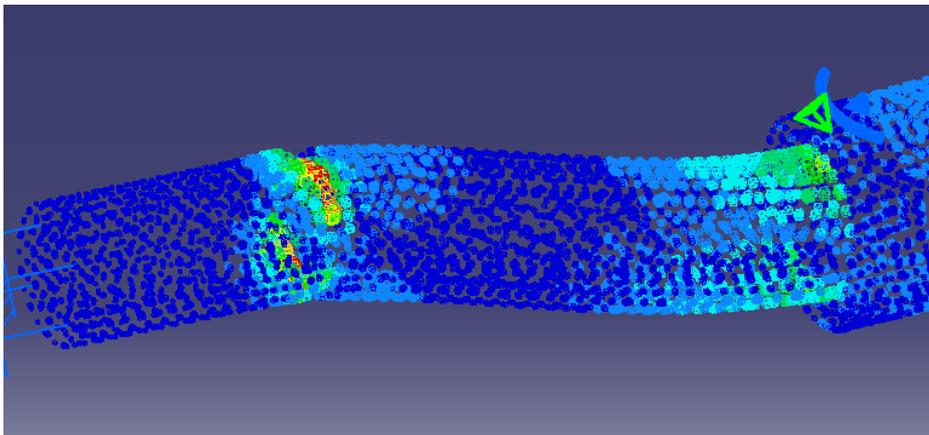


Figura 3.71 Configuración de imagen 4

- Text: se representa el valor numérico de la tensión promediada de cada tetraedro (*Figura 3.72*).

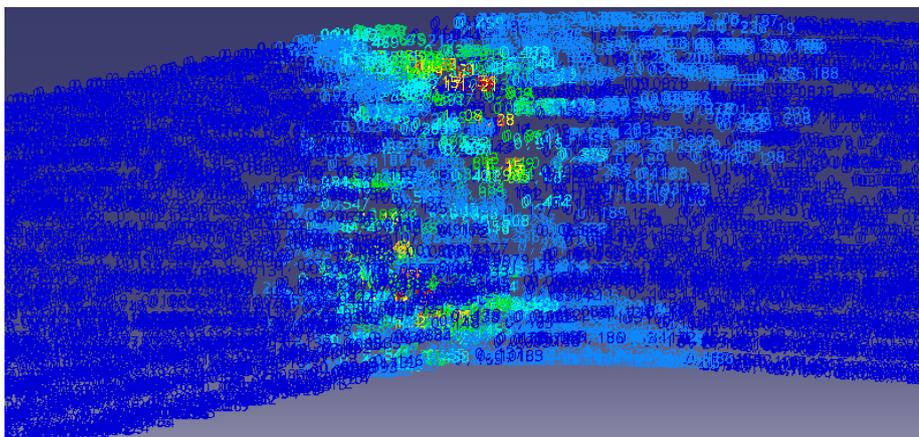
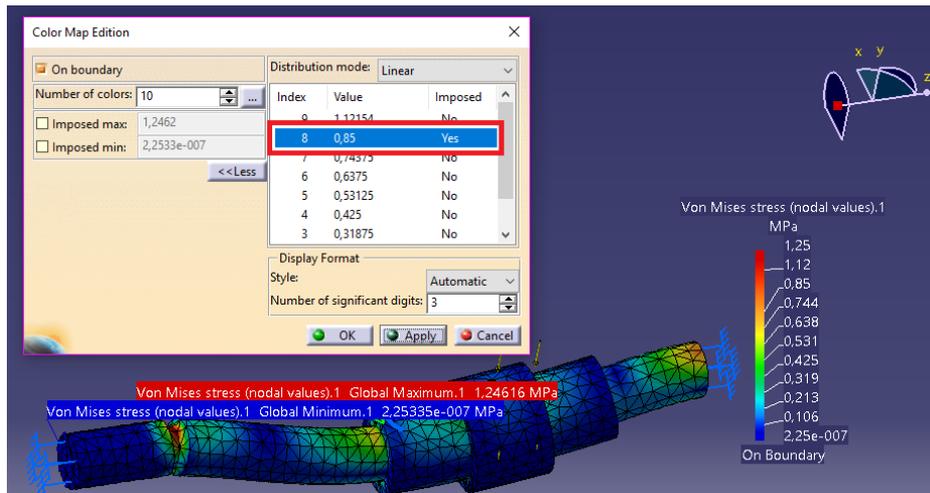


Figura 3.72 Configuración de imagen 5

Para el cálculo de la tensión de Von Mises se aplica la *Ecuación 2.25*, entonces podemos aplicar el criterio. Poniendo en la ventana de configuración de la escala de colores, para las tensiones superiores a la que se produce el fallo estático, la resistencia de fluencia del material  $S_y$ , de una gama colores, y las que quedan por debajo de otra gama colores.

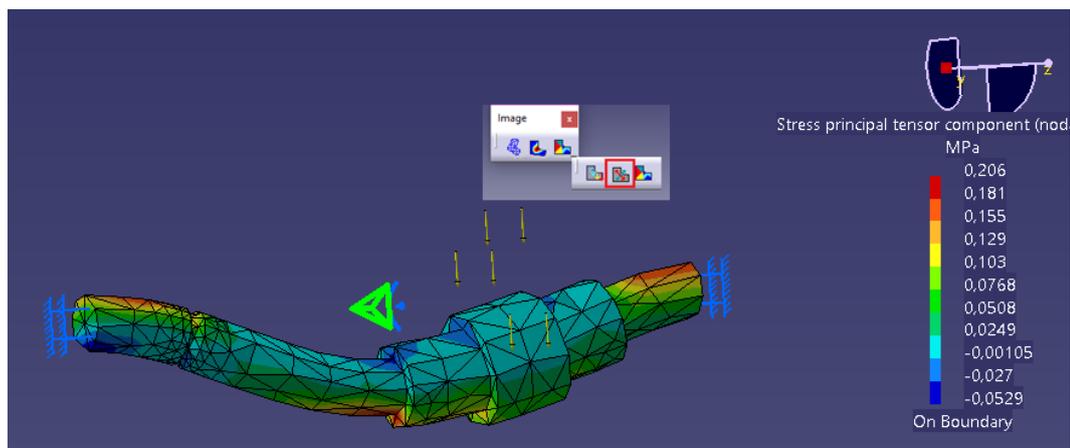
Para configurarlo, haciendo doble click en la escala de colores introducimos los valores que queremos, principalmente el límite de fluencia  $S_y$ , para que aparezca en colores cálidos, como se ve en la *Figura 3.73*.



**Figura 3.73 Configuración escala de colores**

- *Tensiones principales (Principal Stress):*

Con este comando, CATIA nos presenta los esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , *Ecuación 2.7*, en una escala de colores como la de la *Figura 3.74*. En esta representación, también podemos elegir verlo de manera sólida o con flechas.



**Figura 3.74 Herramienta Principal Stress**

Además, podemos elegir que tensión principal podemos ver en la representación. Haciendo doble *click* en el árbol como en la *Figura 3.75*, se abre una ventana en la que a la derecha en la opción *Component*, podemos elegir que componentes queremos que se representen en el dibujo. Si queremos ver las tensiones principales, con la pieza dividida en elementos en vez de símbolos, debemos elegir en *Types* la opción *Average iso*, y en la *Criteria* escogemos *Principal Value*.

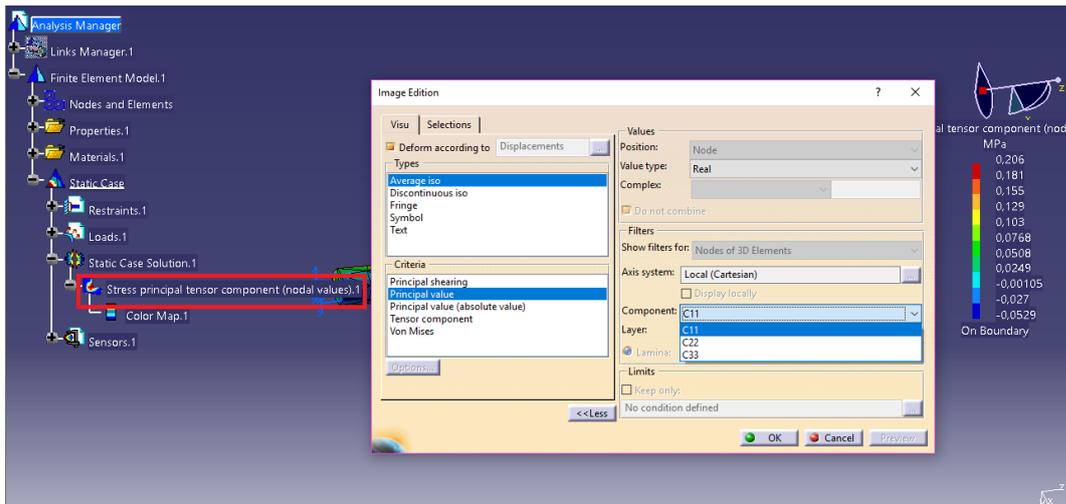


Figura 3.75 Configuración Principal Stress

También, con este comando podemos visualizar la tensión cortante si una vez que está abierta la ventana *Image Edition*, seleccionamos *Average iso* en *Types* y en la opción de *Criteria* escogemos *Principal Shearing*.

- *Desplazamiento (Displacement):*

Este comando mide el grado de deformación mediante una representación de colores, como el de la *Figura 3.76*, los cuales corresponden con un valor de la deformación que viene indicado en una leyenda al lado de la pieza de estudio.

Cada nodo presenta una flecha con una dirección de la deformación y el color correspondiente a su deformación. Además, si situamos el cursor sobre cualquier flecha, el programa da el valor de la deformación en los tres ejes (en el orden de eje x, eje y, eje z). Se puede mostrar de forma sólida si se hace doble click en el árbol y selecciona *Average iso*. Este comando puede ser de gran utilidad en los ensamblajes, para comprobar que las piezas encajan de manera correcta.

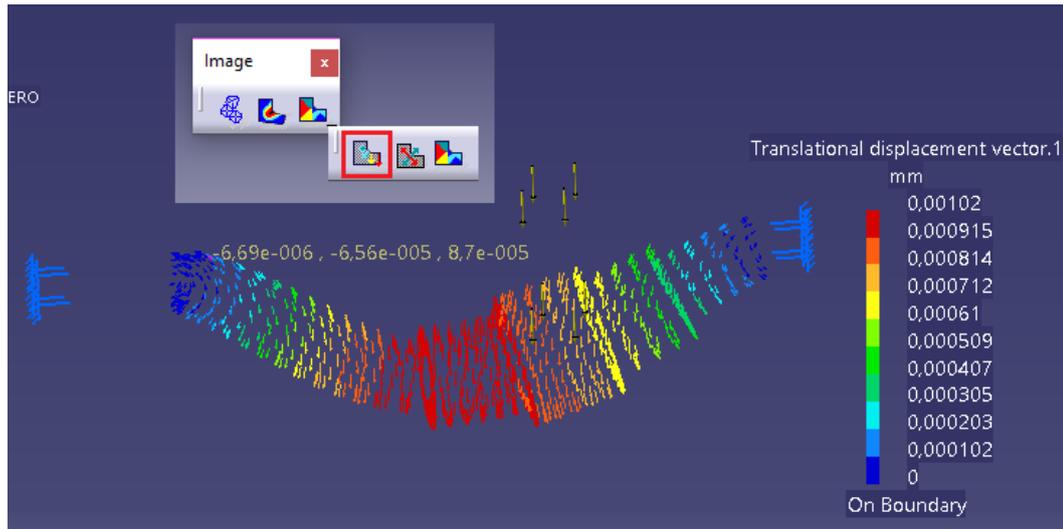


Figura 3.76 Herramienta Displacement

-Estimación de error (Precision):

Esta herramienta nos da una representación de la exactitud o la estimación de error, en una escala de colores, véase en la *Figura 3.77*. Las zonas críticas suelen presentar mayor valor del error como discontinuidades. Una vez vista la representación de la precisión de los cálculos, podemos adaptar de nuevo el mallado para obtener un error menor con la herramienta explicada previamente *New Adaptivity Entity*, en el caso de que el error se produzca solamente en determinadas zonas. Si se produce un error superior al deseado en la mayor parte de la pieza, entonces es mejor elección modificar el mallado, ya sea eligiendo un menor tamaño o eligiendo el tetraedro parabólico.

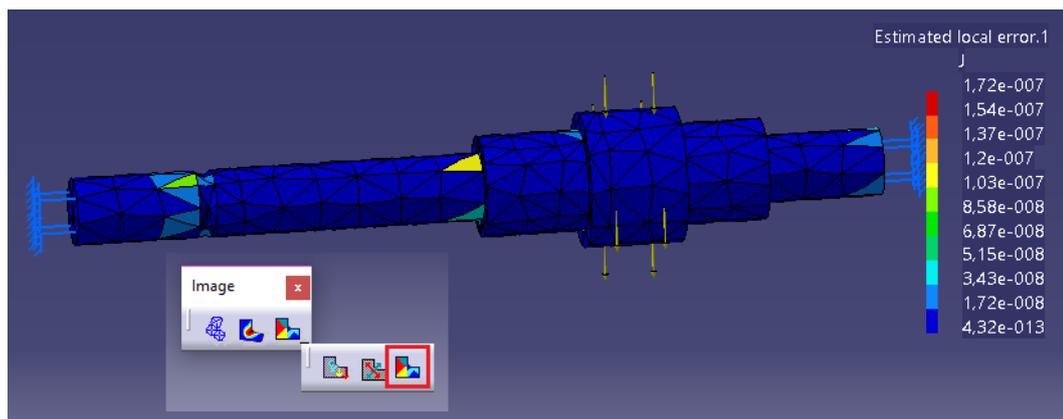


Figura 3.77 Herramienta Precision

### 3.7.2. Herramientas de análisis

A continuación, se presentan las herramientas de análisis que se van a utilizar principalmente, que son las de la *Figura 3.78*. Todas ellas, se encuentran en la barra de herramientas *Image*.



Figura 3.78 Herramientas de análisis

Con esta barra de herramientas, véase *Figura 3.79*, podremos visualizar los resultados de forma diferente y también identificar los puntos más críticos de la pieza en el estado de cargas.

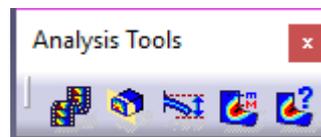


Figura 3.79 Barra de herramientas Analysis Tools

- *Animación (Animate):*

Este comando es muy útil a la hora de entender el comportamiento de la pieza a la acción de cargas, ya que muestra de forma animada la representación gráfica de la deformación (véase punto 3.7.1 de la memoria). En la *Figura 3.80*, se ve la ventana que surge, en la cual podemos ver cómo se deforma la pieza desde que no tiene carga aplicada, y por lo tanto no presenta deformación, hasta cuando se aplica y se deforma la pieza, pudiendo elegir la velocidad de reproducción o la duración del video. No se debe confundir con una deformación dinámica, pues este video se hace con el propósito de visualizar el comportamiento debido a las cargas estáticas.

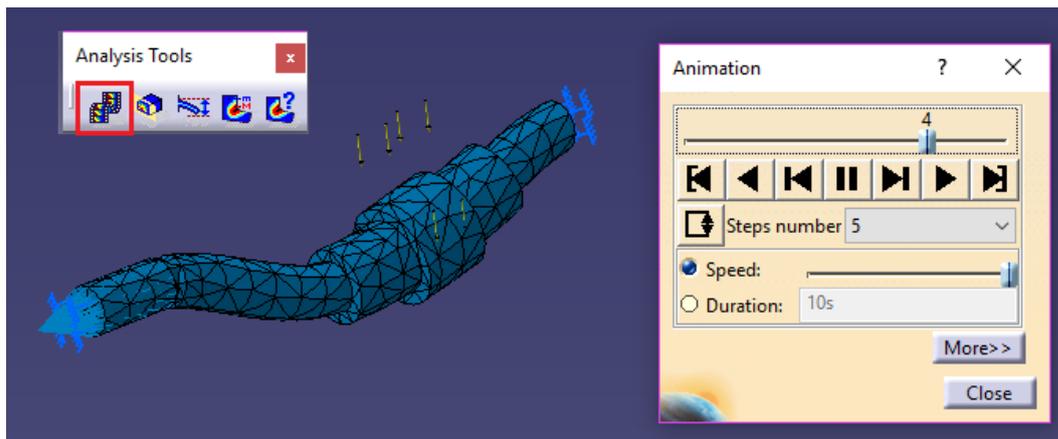


Figura 3.80 Herramienta Animation

- *Análisis de plano de corte (Cut Plane Analysis):*

La utilidad de esta herramienta es el realizar el corte que queramos de la pieza y así poder apreciar con claridad las tensiones internas en una sección

dada, como en la *Figura 3.81*. Tenemos las opciones de ver la sección de la pieza con *View section only*, mostrar el plano de corte con *Show cutting plane* y ver la sección desde arriba o desde abajo, pudiendo cambiar la vista con la opción de *Clipping*. Para desplazar el plano de corte, se utiliza el compás de CATIA, pudiendo rotar el plano alrededor de los tres ejes y desplazarlo a lo largo de él.

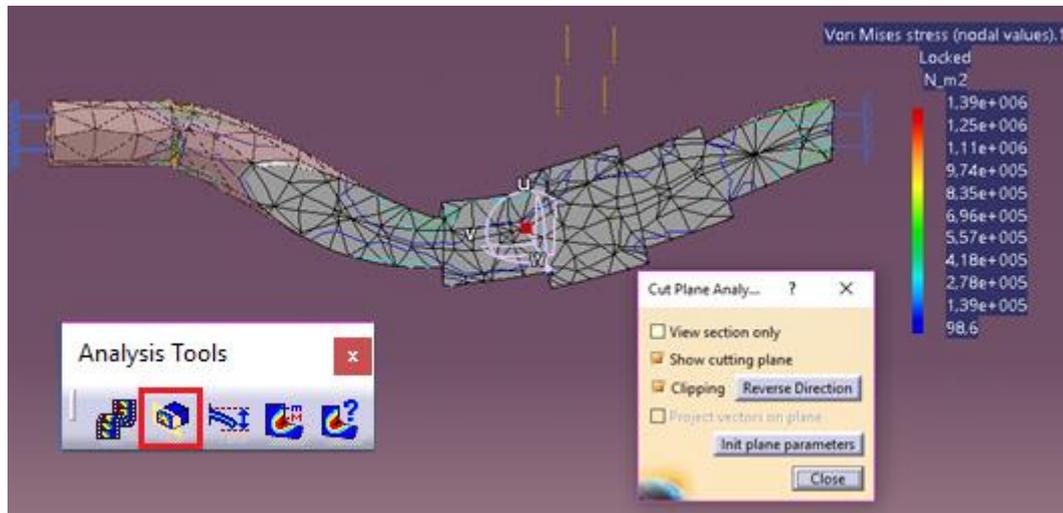


Figura 3.81 Herramienta Cut Plane

- Factor de deformación (*Amplification Magnitude*)

Con esta herramienta, podemos modificar la escala de la representación de la deformación, de una manera sencilla o también elegir la máxima amplitud de la deformación, como en la *Figura 3.82*.

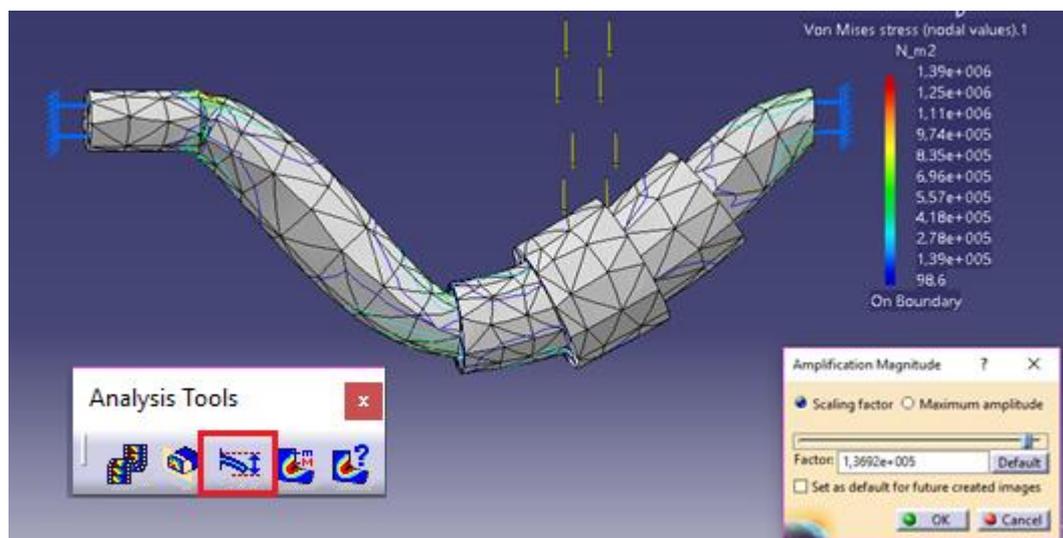


Figura 3.82 Herramienta Amplification Magnitude

- Visualizador de máximos y mínimos (*Image Extrema*):

Esta es una de las herramientas más importantes, pues lanzando este comando podremos ver el valor máximo y mínimo de tensiones debidas al estado de cargas en el que se encuentra la pieza., véase *Figura 3.83*.

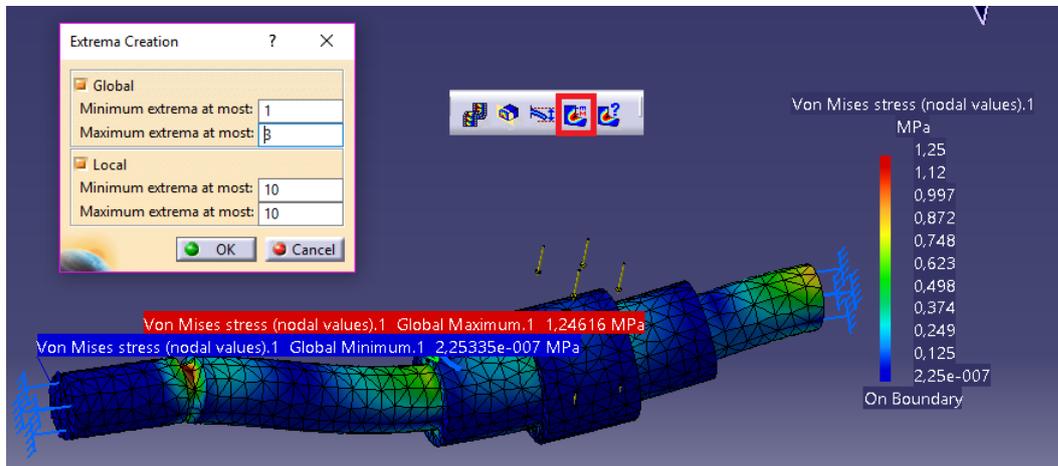


Figura 3.83 Herramienta Image Extrema

-Información (*Information*):

Por último, este comando nos da información acerca de la evaluación gráfica que estamos realizando con la barra de herramientas *Image*. Para hacer uso de *Information*, primero debemos seleccionar la herramienta en *Image* y, posteriormente, el comando *Information*. Y nos aparecerá una ventana como la de la *Figura 3.84*.

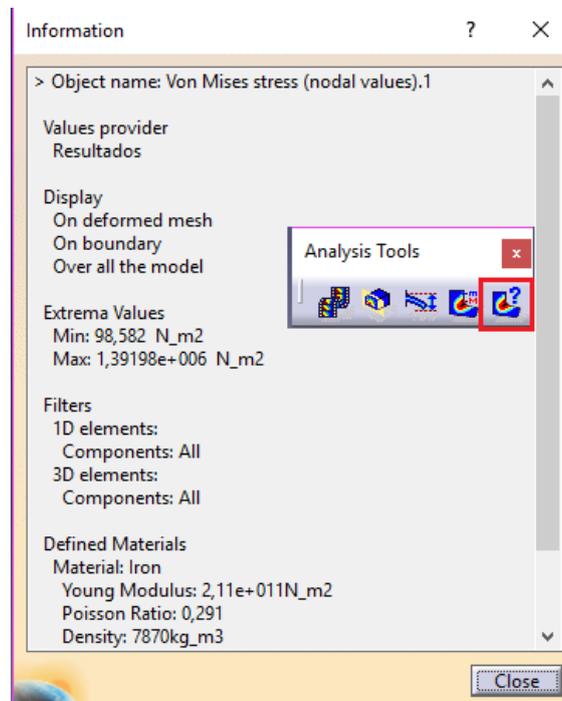
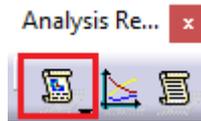


Figura 3.84 Ventana de Information

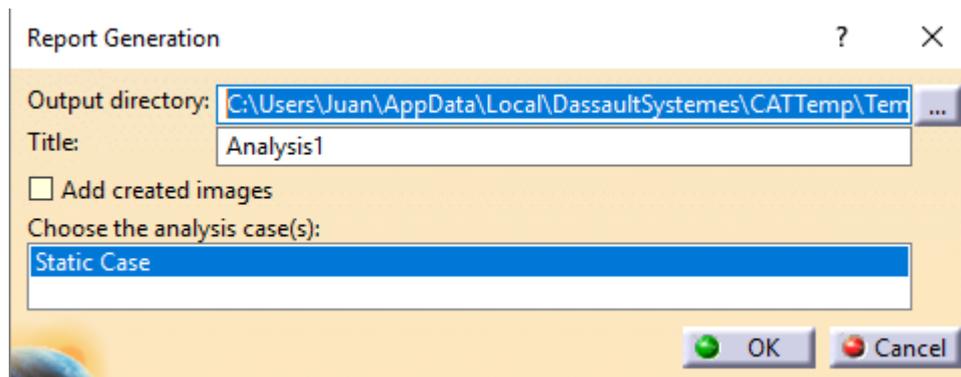
### 3.8. Informe técnico (Analysis Results)

Este módulo ofrece mucha información sobre la solución y una buena representación gráfica, y también suele ser necesario que se genere un documento que recoja toda la información de cómo hemos configurado el estudio estático de la pieza, y de los resultados obtenidos, que es una de las opciones que CATIA nos ofrece. El comando que genera el informe técnico, se llama *Generate Report*, el de la *Figura 3.85*.



**Figura 3.85 Comando Generate Report**

Para ello, una vez hayamos conseguido la solución final, lanzaremos el comando *Generate Report* y se despliega una ventana, véase la *Figura 3.86*, en la cual seleccionaremos la carpeta de destino en el ordenador donde se guardará del informe, el título y, si queremos que incluya imágenes de la representación gráfica de la solución.



**Figura 3.86 Configuración de Generate Report**

El informe que genera CATIA recoge toda la información que se ha introducido en el modelo creado, acerca de nuestro caso práctico:

- Tipo de mallado, número de nodos y número de elementos.
- Material, sus propiedades y sus características.
- Condiciones de contorno aplicadas.
- Cargas aplicadas.
- Datos de cálculo.
- Representación gráfica de la deformación.
- Representación gráfica de la tensión de Von Misses.



### 3.9. Búsqueda bibliográfica estudio a fatiga

En este apartado, se redacta la búsqueda bibliográfica realizada para una posible aplicación de un software para el estudio de casos de fatiga. El programa CATIA V5, no da la posibilidad de simulación de piezas a un estado de cargas variable, por lo que hay que hacer uso de otros programas de análisis.

El artículo [19], se realiza un estudio de vida a fatiga de un componente de un avión de entrenamiento, ya que uno de los motivos de fallo de estos es el fallo a fatiga. El estudio, analiza la vida a fatiga y el caso estático mediante el uso de CATIA V5 para generar la geometría de la pieza, y para el análisis y simulación se hace uso de Patran and Nastran.

Este artículo, calcula para distintos valores de la aceleración, las tensiones que genera y la vida a fatiga del componente.

Otro artículo, realiza un estudio de la vida a fatiga y el análisis estático de un resorte a compresión [20]. En este caso, el modelo de la pieza también está diseñado con CATIA V5 y el análisis de la pieza se realiza con NASTRAN 2005.

Algunos de los resultados que muestra este artículo son la deflexión, la tensión de Von Mises, la tensión cortante y la vida mínima a fatiga de la pieza.

El siguiente artículo de interés, realiza el análisis de un gancho el cual se modela en CATIA y el análisis se ejecuta con el programa Ansys [21]. Este artículo, a diferencia de otros, es que realiza un análisis de la pieza para varios materiales diferentes.

Por un lado, se estudia el caso estático los valores de la tensión máxima equivalente y la deformación. Por otro lado, en el estudio a fatiga de la pieza, se evalúan los valores de la vida mínima a fatiga y el máximo daño a fatiga.

Otro de los artículos, cuyo objetivo es el estudio de la vida fatiga, hace uso del software de SolidWorks y Inventor Standard [22]. Además, este artículo evalúa las discontinuidades geométricas que tiene la pieza.

## 4. MODELOS REALIZADOS: REALIZACIÓN DE MODELOS E INTERPRETACION DE RESULTADOS (EJERCICIOS)

El punto 4 de la memoria, contiene los problemas que se han planteado para este trabajo. Los modelos, aportan casos prácticos nuevos como piezas con discontinuidades que no se estudiaron en los dos trabajos previos, elementos mecánicos nuevos como los resortes y ejercicios que se ven en la asignatura de Diseño de Máquinas aún no simuladas en el módulo.

La metodología a seguir, se divide en los siguientes puntos:

1.- El primer punto, es el planteamiento del problema y las consideraciones importantes a tener en cuenta sobre él, como tipos de esfuerzos, geometría y criterios de fallo. Es en este punto, en el que se resuelve analíticamente con las ecuaciones planteadas en el punto 2 de esta memoria para cada problema concreto.

2.- Procedemos a la realización del modelo, es decir, llevar el problema real al entorno de CATIA y poder simularlo. Este punto, va desde la paso 1 al 6 de la *Figura 3.1*.

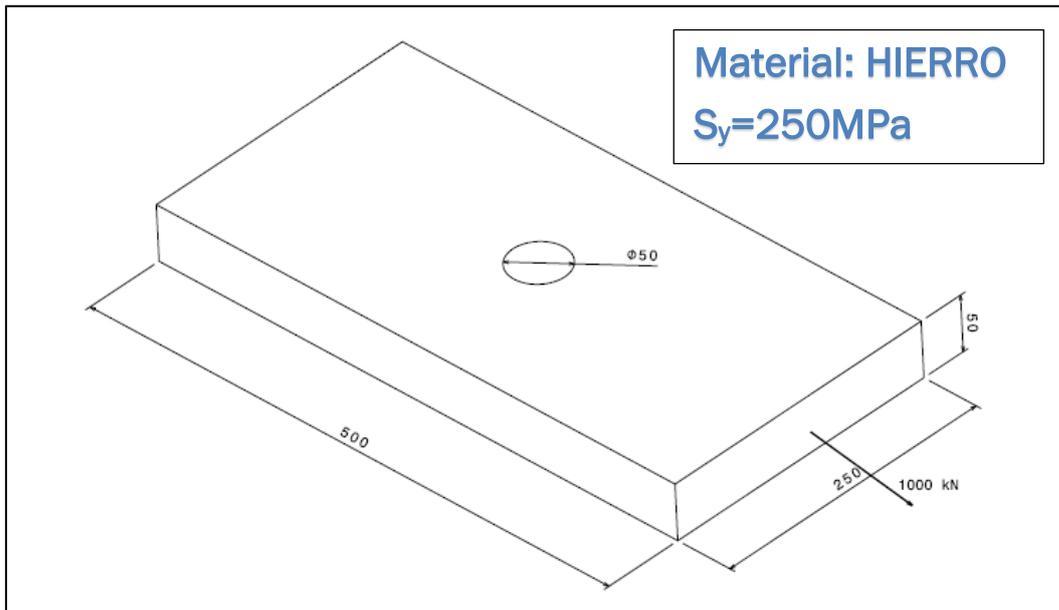
3.- A partir de la simulación, se da paso a la evaluación e interpretación de resultados. Los resultados que se evalúan son los que se mencionan en la *Figura 3.62*, pero se presentan por partida doble, pues este punto recoge los resultados del mallado lineal y los del mallado parabólico.

4.- Por último, en cada problema se compara los resultados obtenidos analíticamente con los resultados de ambas simulaciones (la del mallado lineal y parabólico). También, se comparan las dos mallas utilizadas y saber cuál de las dos da mejores resultados y en qué casos.

## 4.1. Pieza con discontinuidad 1

### 4.1.1. Resolución analítica

El primer problema, consiste en una barra rectangular sometida a una carga puntual que genera un esfuerzo a tracción en la pieza, esta pieza se ve en la *Figura 4.1* con sus correspondientes dimensiones en mm. Adicionalmente, en el centro se ha realizado un taladro, por lo que se va a evaluar la discontinuidad de un agujero en una barra recta, además del factor geométrico correspondiente para la evaluación de tensiones.



**Figura 4.1 Barra recta con agujero**

La tensión que genera la carga puntual, se calcula con la *Ecuación 2.7*, introduciendo la carga en Newtons y el área en mm<sup>2</sup> para obtener la tensión en MPa. Hay que tener en cuenta, que se debe calcular la tensión en la sección más crítica, y como la carga no varía se tratará se la sección en la que se encuentra la discontinuidad al tener menor área.

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{1 \cdot 10^6}{(250 - 50) \cdot 50} = 100 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Al tratarse de una pieza con discontinuidad, habrá que aplicar un factor geométrico para calcular la tensión real que se produce. Para ello, se hacen uso de las gráficas que proporciona Shigley para el caso en concreto y teniendo en cuenta las dimensiones, en este caso es la gráfica de la *Figura 4.2*.

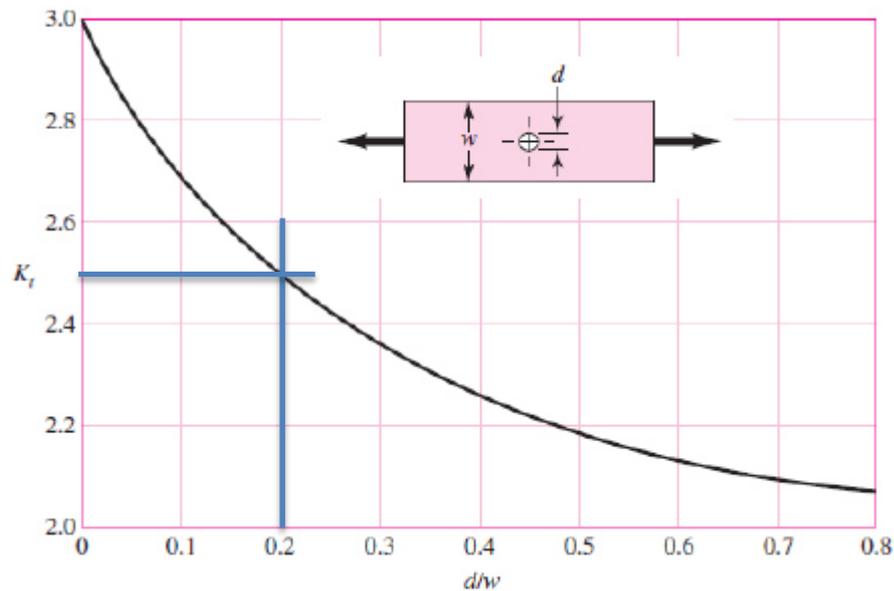


Figura 4.2 Gráfica factor geométrico

Con el valor obtenido en la gráfica, se hace uso de la Ecuación 2.12, siendo  $\sigma_{Max} = \sigma_x$  y  $K_t$  el factor geométrico.

$$\sigma^{Corr} = \sigma_{Max} \cdot K_t = 100 \cdot 2,5 = 250MPa \quad \text{Ecuación 2.12}$$

A continuación, con la Ecuación 2.11, obtenemos las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  (Ecuación 4.1 y 4.2) que serán dos de los valores a comparar con la simulación. En este problema, el esfuerzo es uniaxial entonces solo tendremos  $\sigma_x$  que será el valor de  $\sigma^{Corr}$  obtenido.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{250}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{250}{2}\right)^2} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

$$\sigma_1 = 250MPa \quad \text{Ecuación 4.1}$$

$$\sigma_2 = 0 MPa \quad \text{Ecuación 4.2}$$

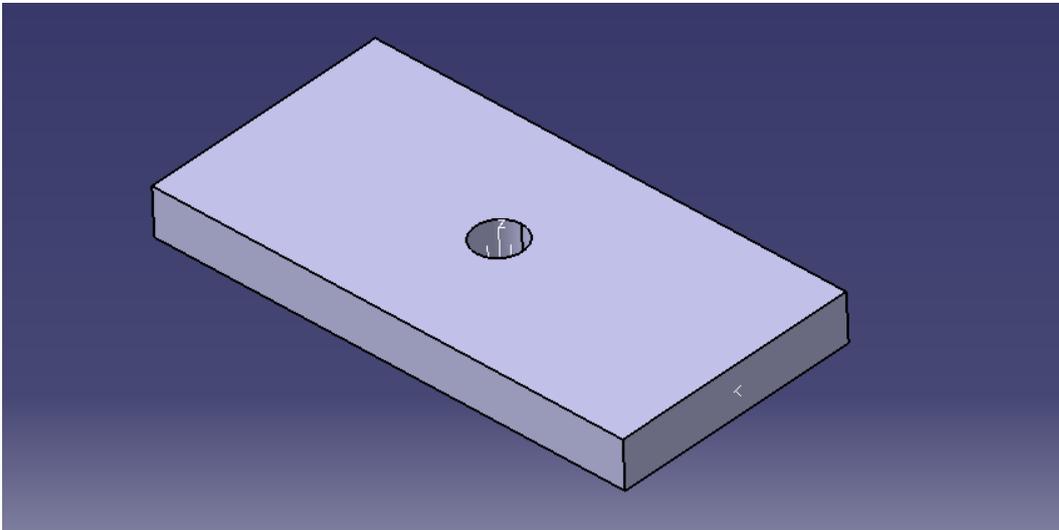
Otro de los resultados a comparar con la simulación, y que es el más importante, es la tensión de Von Mises, pues es el valor con el que se aplica el criterio de fallo de los materiales dúctiles. Como ya se dijo, este problema es de tensión uniaxial, por lo que se utiliza la Ecuación 2.27.

$$S_y > \sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = 250 \text{MPa} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

#### 4.1.2. Modelo

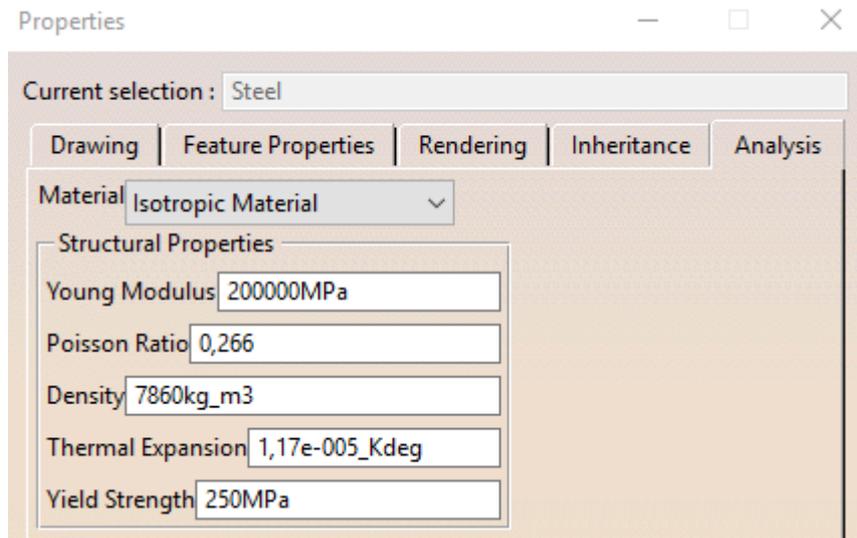
Tras el cálculo teórico, se procede a introducir el problema estático en el módulo de elementos finitos de CATIA. Para ello, se van a seguir los primeros 6 pasos de la *Figura 3.1* para configurar el programa y proceder a simular el caso estático.

El primer paso, es generar el modelo sólido de la pieza en el programa. Con el módulo de Part Design y las dimensiones de la pieza, conseguimos el modelo como el de la *Figura 4.3*. Además, como vamos a aplicar una fuerza puntual, hay que generar un punto en la cara donde se aplica.



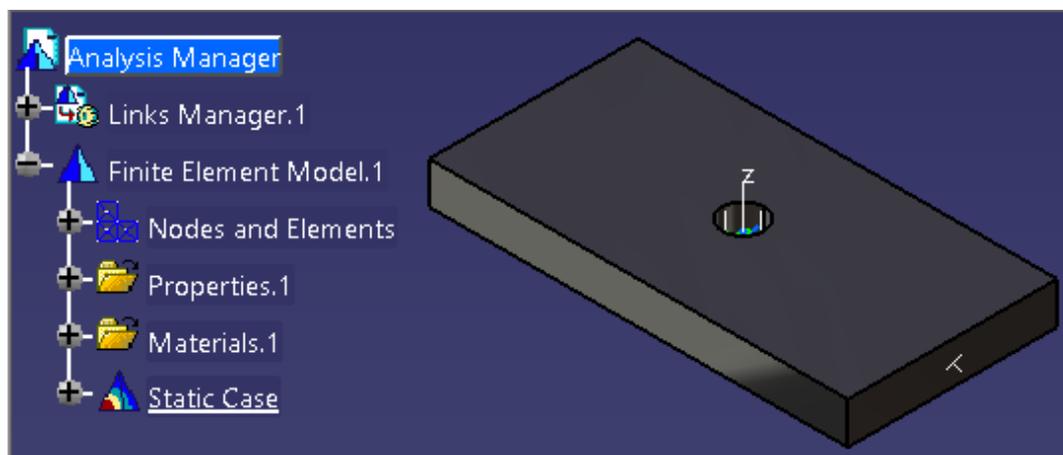
**Figura 4.3** Pieza en Part Design

Una vez creada la geometría, se procede a aplicar el material de la pieza para terminar con el paso 1. En este caso, se trata de una pieza de hierro con una tensión de fluencia de 250 MPa, que se encuentra en la librería de CATIA (*Figura 4.4*), por lo que no hay que modificar ninguna propiedad.

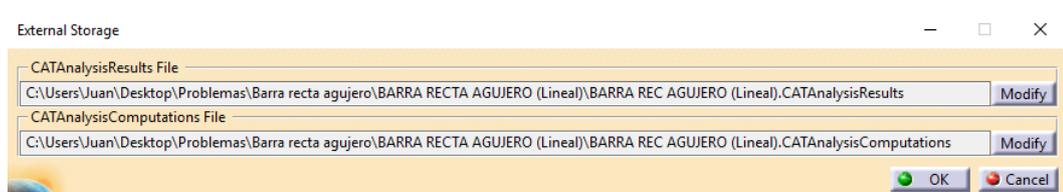


**Figura 4.4 Propiedades del material**

Cuando se tiene la pieza con su correspondiente material, se introduce al módulo *Generative Structural Analysis* (Figura 4.5). A continuación, se lanza el comando *External Storage* para indicar la carpeta donde queremos guardar los ficheros *Computations* y *Results*, como en la Figura 4.6. Para acabar con el paso 1, con la herramienta *Save Management*, podemos guardar los cuatro ficheros necesarios para la simulación, en la misma carpeta y todos a la vez (Figura 4.7).



**Figura 4.5 Pieza en Static Analysis**



**Figura 4.6 Herramienta External Storage**

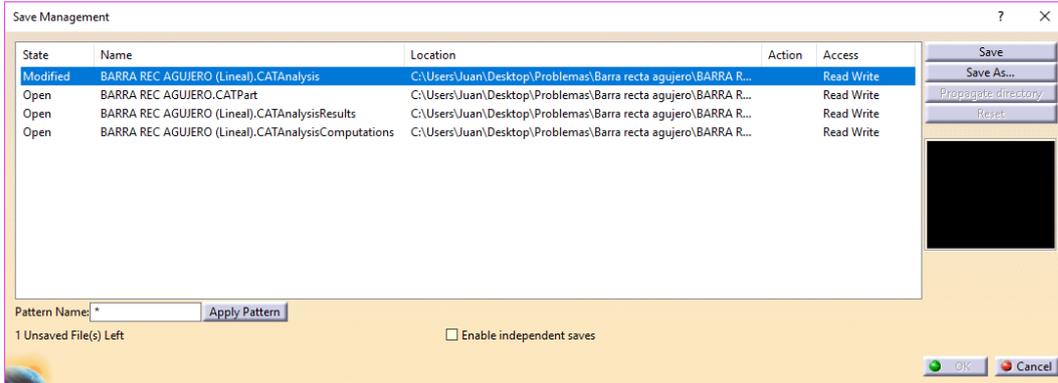


Figura 4.7 Herramienta Save Management

Pasamos al paso 2 de la *Figura 3.1*, en el que elegimos el mallado de la pieza. Para este caso, vamos a elegir el mallado por defecto que ofrece CATIA para esta pieza concreta, ya que, si posteriormente no estamos conformes se podrá refinar la malla.

El estudio del caso estático, se realiza para el mallado lineal (*Figura 4.8*) y para el mallado parabólico (*Figura 4.9*), en ambos casos con el mismo tamaño de tetraedro.

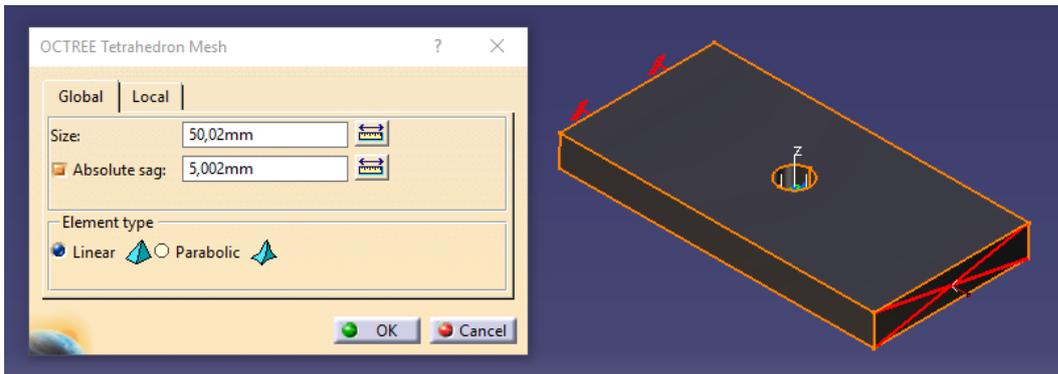


Figura 4.8 Mallado lineal

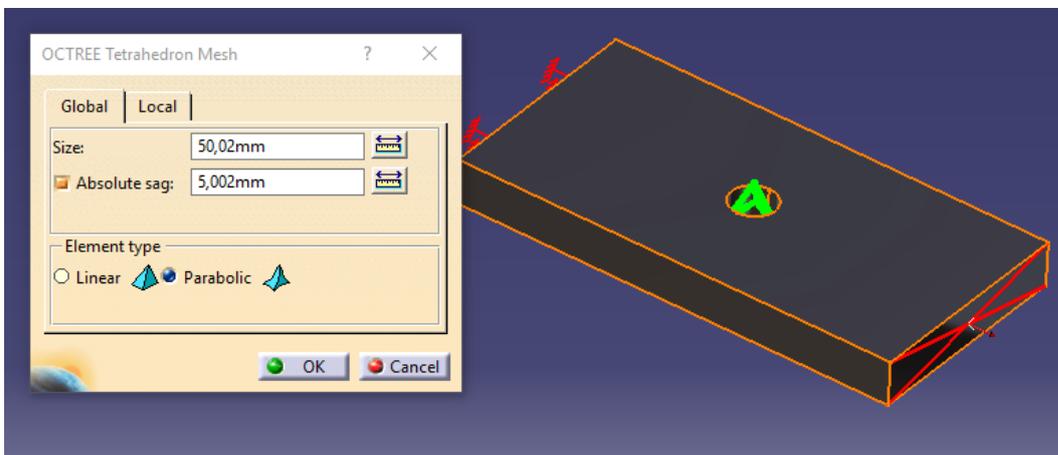
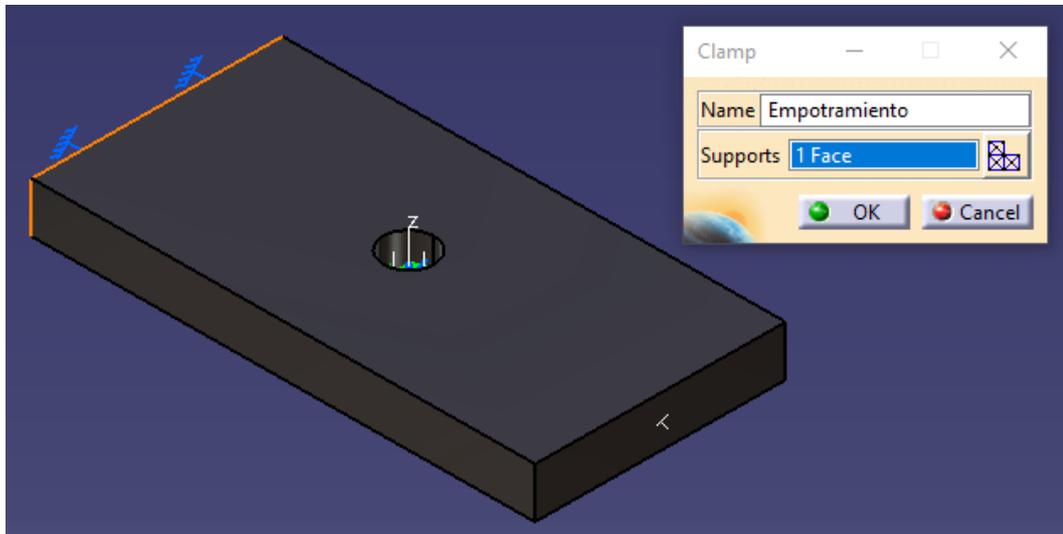


Figura 4.9 Mallado parabólico

El paso 3 de la *Figura 3.1*, consiste en aplicar las condiciones de contorno de la pieza. Para esta pieza, se estudia el comportamiento a tracción, por lo que en una cara se aplica la carga y en otra la restricción. El empotramiento es la condición de contorno a imponer, véase *Figura 4.10*, y se selecciona la cara opuesta a la que contiene el punto donde se aplica la fuerza.



**Figura 4.10 Condiciones de contorno pieza 1**

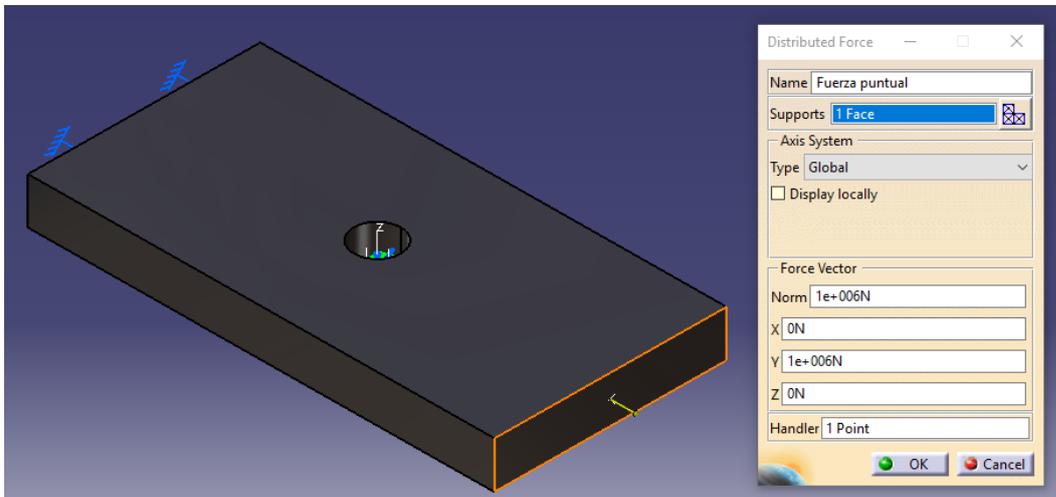
También, hay que crear un elemento virtual con la herramienta *Rigid Virtual Part*, como en la *Figura 4.11*. Se realiza este paso, ya que al tratarse de una fuerza puntual no queremos que se generen tensiones altas en los nodos cercanos e interfieran con los resultados que queremos estudiar.



**Figura 4.11 Elemento virtual pieza**

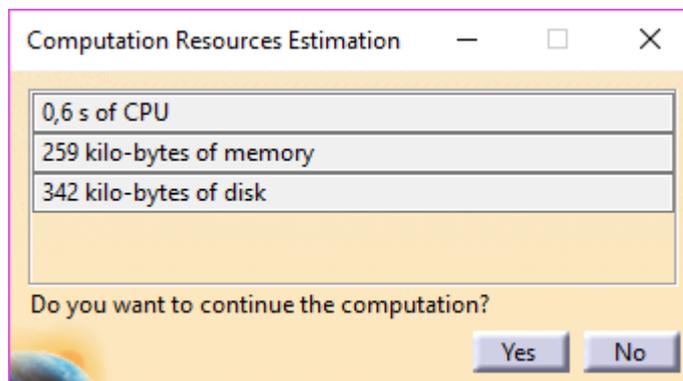
A continuación, aplicamos la fuerza puntual en la cara que no está empotrada, que es el paso 4 de la *Figura 3.1*. Ejecutamos el comando *Distributed Force*, y seleccionamos la cara en *Supports* y el punto en *Handler*.

Por último, introducimos el valor de la fuerza en la dirección correspondiente, como se ve en la *Figura 4.12*.



**Figura 4.12** Carga aplicada pieza 1

Ahora, el programa está configurado para poder ejecutar la simulación de la pieza. Hay que usar la herramienta Compute para que comience las computaciones y genere resultados, pero antes de eso, CATIA muestra por pantalla un mensaje con el tiempo estimado de simulación, el espacio de memoria para almacenar las computaciones y la capacidad de disco que necesita para ejecutar la simulación, como se ve en la *Figura 4.13*.

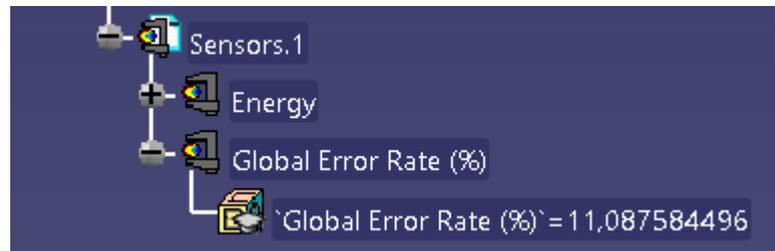


**Figura 4.13** Estimación tiempo de simulación

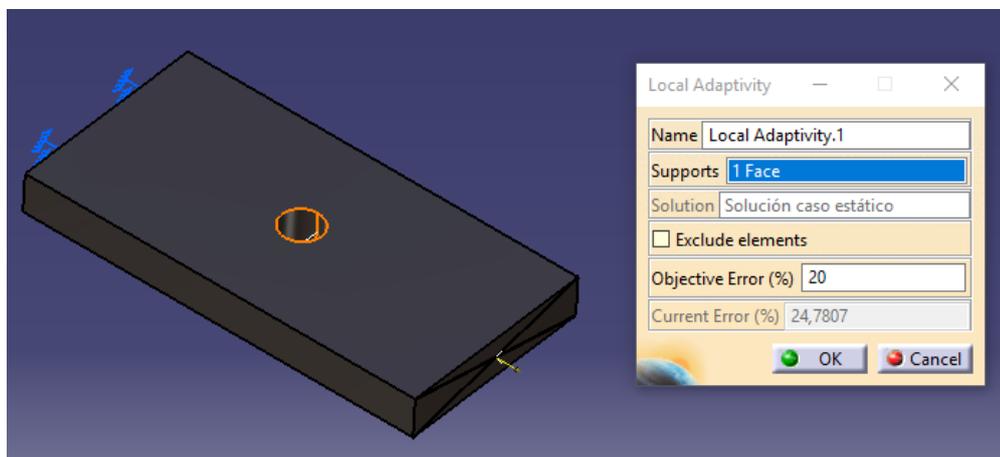
Tras haber realizado el paso 5 de la *Figura 3.1*, hay que ver si estamos conformes con los errores cometidos por el programa, y dependiendo de ello, pasamos al paso 6 o al 7.

En el caso del mallado lineal, se obtiene una estimación de error global de 11,09%, como se ve en la *Figura 4.14*. Pero a la hora de comprobar el error local, que en el caso de esta pieza se evalúa en la discontinuidad (cara interna del taladro de la pieza), nos encontramos con un error del 24,78 %,

véase *Figura 4.15*. Considerando, que la parte donde hay discontinuidad es la más probable a que se produzca el fallo, no estamos conformes con el valor del error local y se pasará al paso 6 de la *Figura 3.1*.

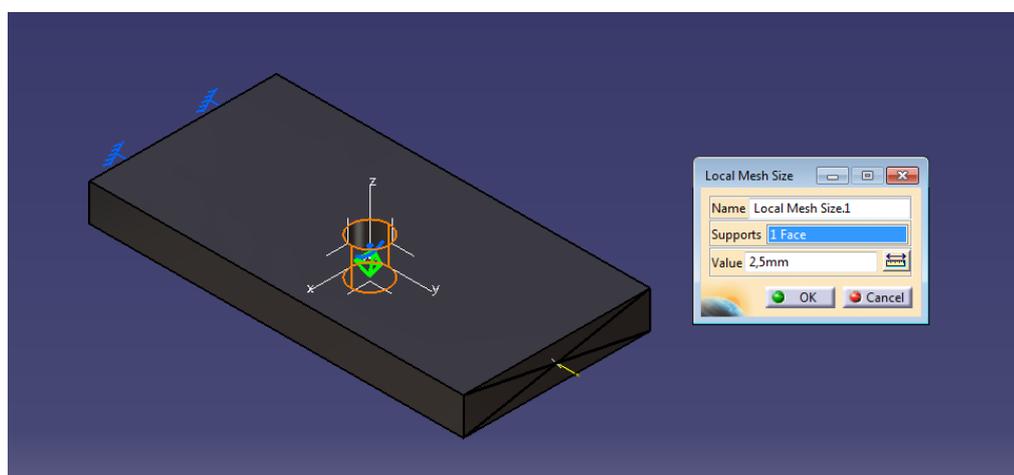


**Figura 4.14** Estimación de error global



**Figura 4.15** Error local

Para la adaptación del mallado, paso 6, se reduce el tamaño de malla global y adicionalmente se ejecuta el comando *Local Mesh Size*, como en la *Figura 4.16*, para que el tamaño de los tetraedros que se encuentran en la discontinuidad sean de tamaño diferente y así, obtener un error local menor.



**Figura 4.16** Mallado local lineal

Ahora, hay que pasar de nuevo por el paso 5, y comprobar de nuevo los errores obtenidos. Como se ve en las Figuras 4.17 y 4.18, se tiene un error global de 6,93 % y un error local de 13,34 %, por lo que estamos conformes y podemos pasar al paso 7 de la Figura 3.1.

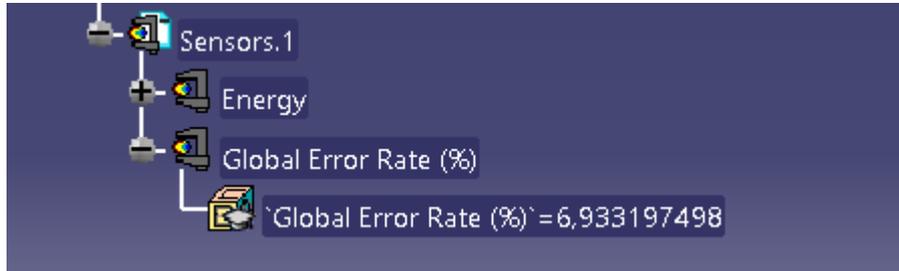


Figura 4.17 Estimación error local lineal

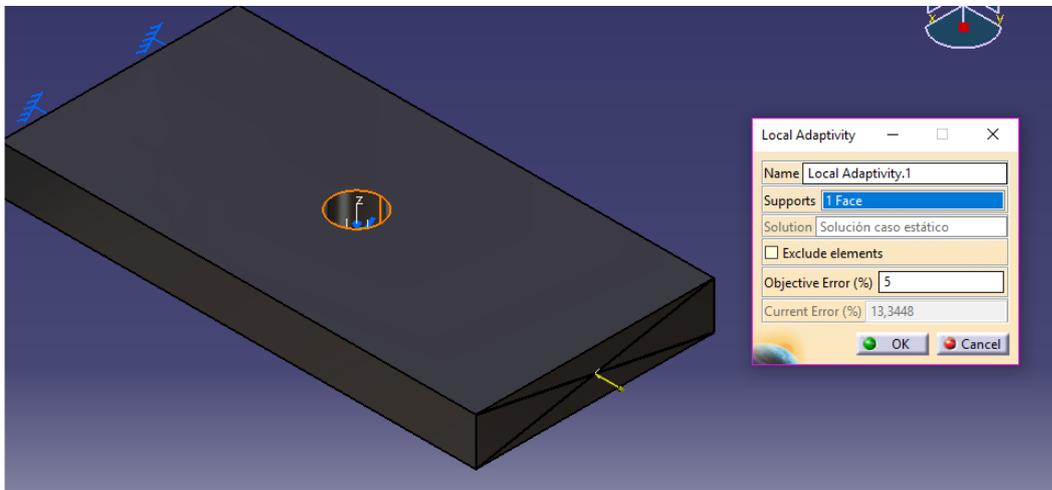


Figura 4.18 Error local lineal

Para el caso estático con mallado parabólico, se actúa de la misma forma. Los errores obtenidos en este caso son los que se muestran en las Figuras 4.19 y 4.20.

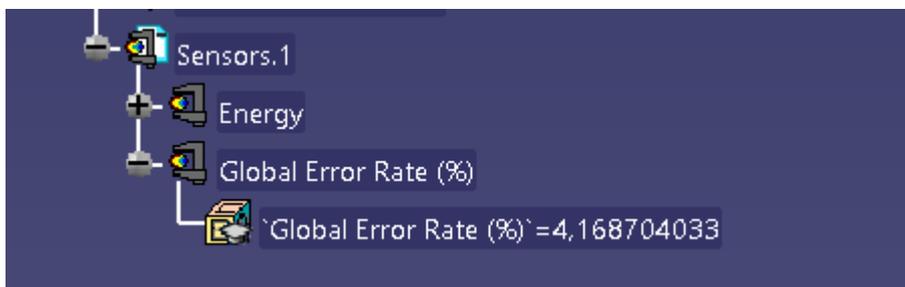
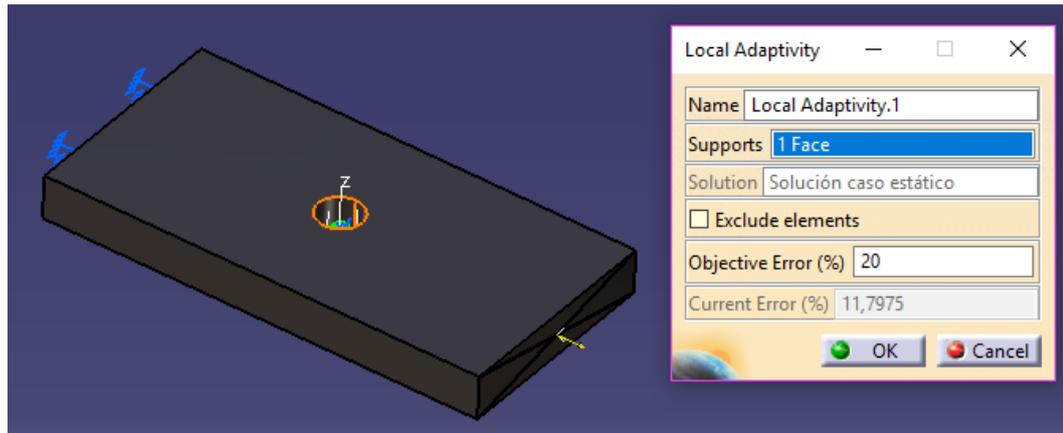
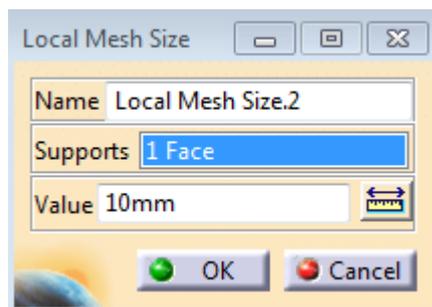


Figura 4.19 Estimación error global parabólico

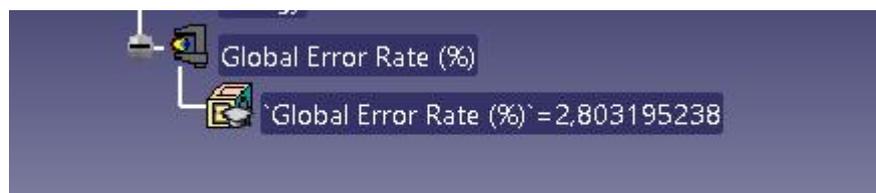


**Figura 4.20 Error local parabólico**

Los errores obtenidos no son tan altos como en el mallado lineal, pero como queremos obtener la mayor precisión posible y el tiempo de cálculo es pequeño, incluimos un mallado más fino en la parte de la discontinuidad (Figura 4.21) y reducimos el tamaño de malla global. Con estas modificaciones, obtenemos unos errores más pequeños de 2,80 para el global y 7,56 para el local, como se ve en las Figuras 4.22 y 4.23



**Figura 4.21 Mallado local parabólico**



**Figura 4.22 Estimación error global**

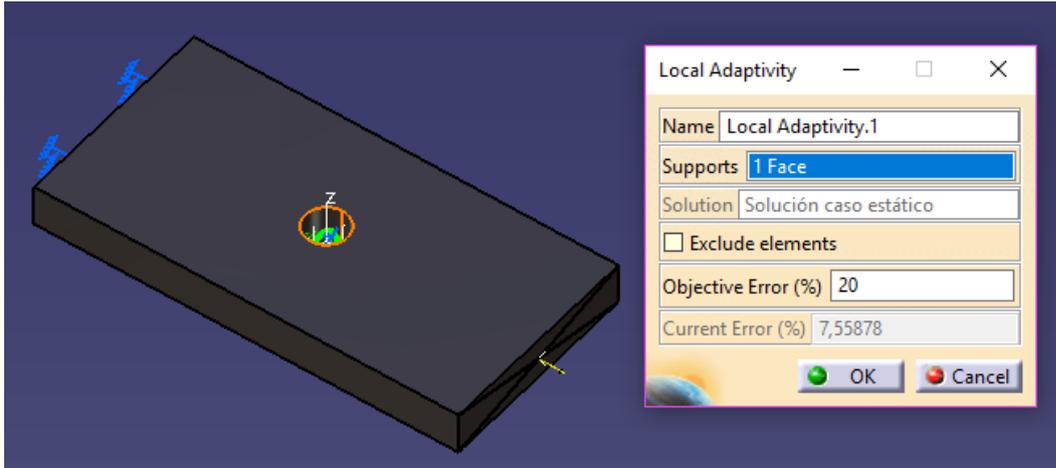


Figura 4.23 Error local mallado parabólico

#### 4.1.3. Resultados

Una vez que el modelo ha sido ejecutado, pasamos al paso 7 de la Figura 3.1, en el que se representan los resultados obtenidos y con la ayuda de las herramientas de análisis visualizamos los valores de importancia e información acerca de la solución del caso estático.

En este apartado, se incluyen las representaciones gráficas de los resultados citados en la Figura 3.4635 en el orden que se ilustran. Las imágenes muestran las soluciones del caso estático con mallado lineal y el caso estático con mallado parabólico.

##### a) Mallado

Las Figuras 4.24 y 4.25, muestran la pieza mallada con los tetraedros lineales en la primera figura y parabólicos en la segunda. Como se puede ver, en ambas fotos los tetraedros de la discontinuidad son de menor tamaño que en el resto del contorno de la pieza.

Otro aspecto que se aprecia, es que el tamaño de los tetraedros es diferente para el lineal y parabólico (como se había configurado en el paso 2 de la Figura 3.1 en el punto 4.1.2 de esta memoria), siendo los del mallado lineal más pequeños.

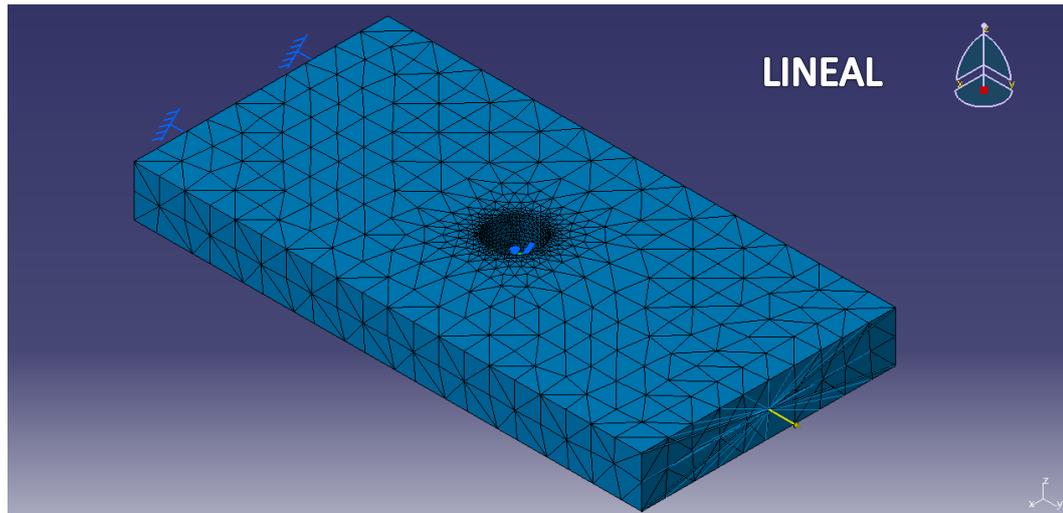


Figura 4.24 Mallado lineal

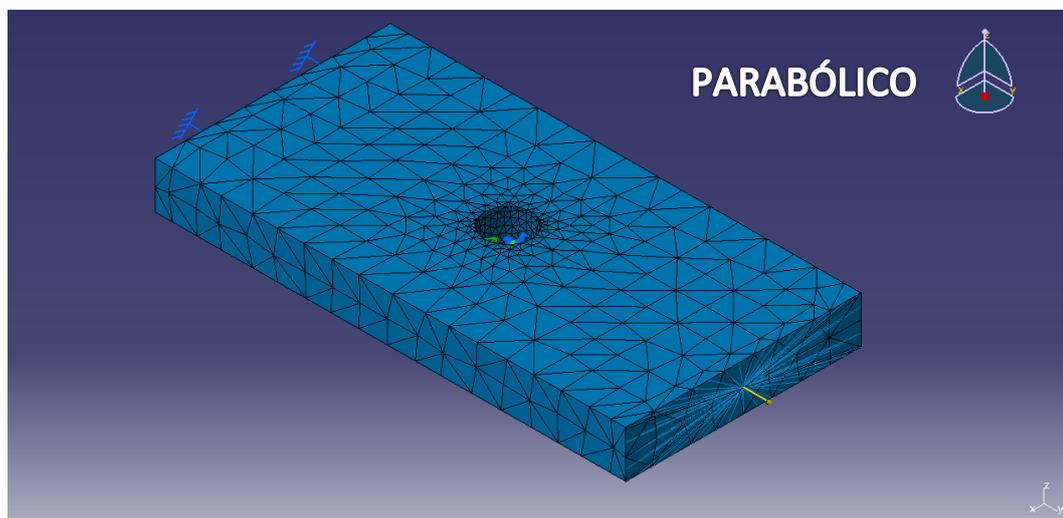


Figura 4.25 Mallado parabólico

### b) Deformación

El siguiente resultado a ver, es la deformación de la pieza. Esta representación no aporta ningún valor numérico, pero ayuda a entender el comportamiento de la pieza debido a las condiciones de contorno y las cargas aplicadas. En las Figuras 4.26 y 4.27, la pieza se deforma longitudinalmente desplazándose la cara donde se aplica la carga lo que marca la flecha.

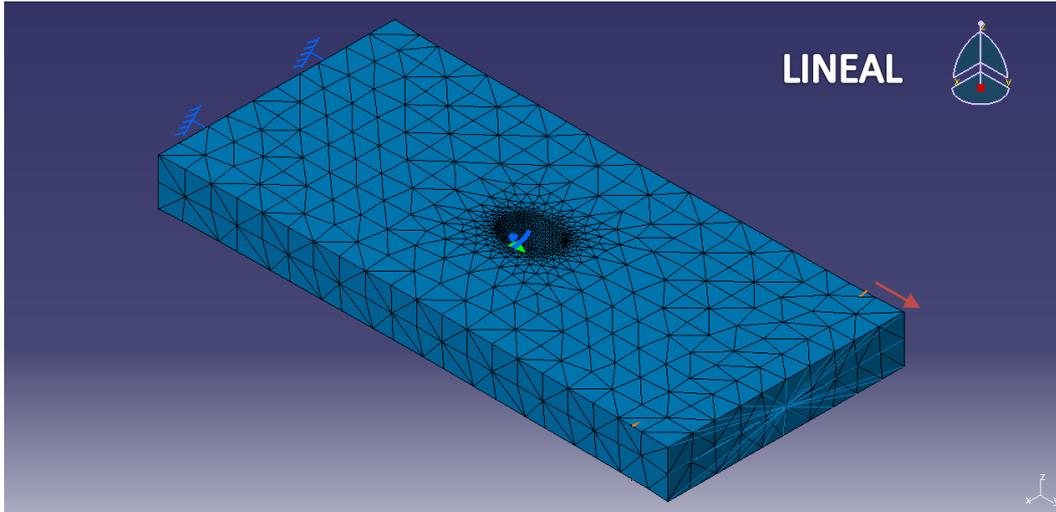


Figura 4.26 Deformación lineal

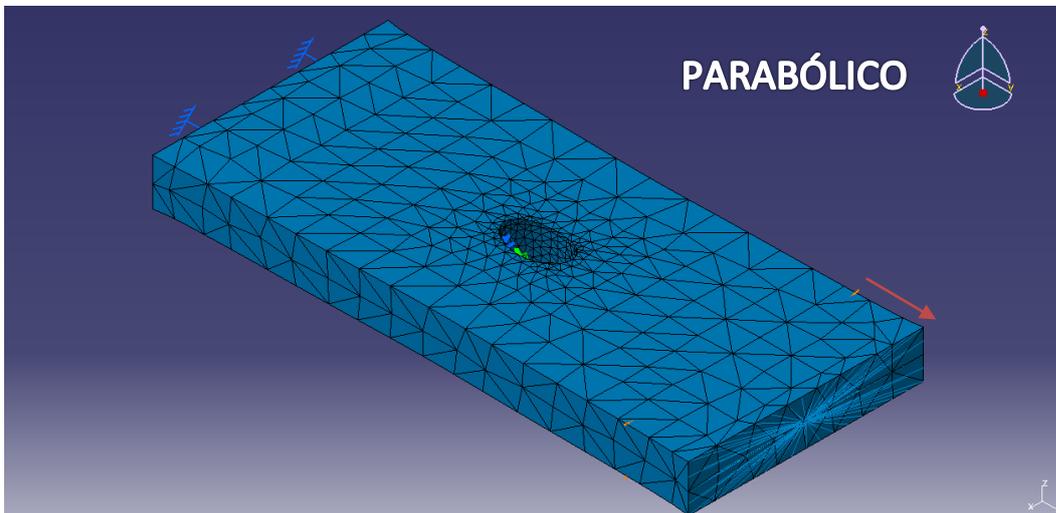


Figura 4.27 Deformación parabólico

### c) Tensión de Von Misses

El tercer resultado que se presenta, tras haber visto cómo se comporta la pieza en el caso estático, es la tensión de Von Misses. El programa calcula este valor con la *Ecuación 2.21*, y es el más importante a considerar, pues el criterio se aplica con las tensiones de Von Misses de la pieza.

Al ejecutar el comando *Von Misses Stress*, la pieza se representa mallada con un mapa de colores acompañada de una escala que podemos configurar. Para la configuración de la escala, tenemos en cuenta el valor de la tensión de fluencia del material ( $S_y=250$  MPa en este caso). También, con ayuda de la herramienta de análisis Extrema, se visualizan los máximos y mínimos, y los tantos valores más elevados como queramos. En este caso, solo queremos visualizar el máximo global de la pieza.

En las Figuras 4.28 y 4.29, se ven las representaciones de la tensión de Von Mises para el caso lineal y parabólico respectivamente. En ellas, se pueden leer los valores máximos tanto en la escala como el nodo exacto en la pieza. El valor para el caso con malla lineal es de  $\sigma_{eq}=236,497$  MPa y en el parabólico es de  $\sigma_{eq}=250,364$ MPa

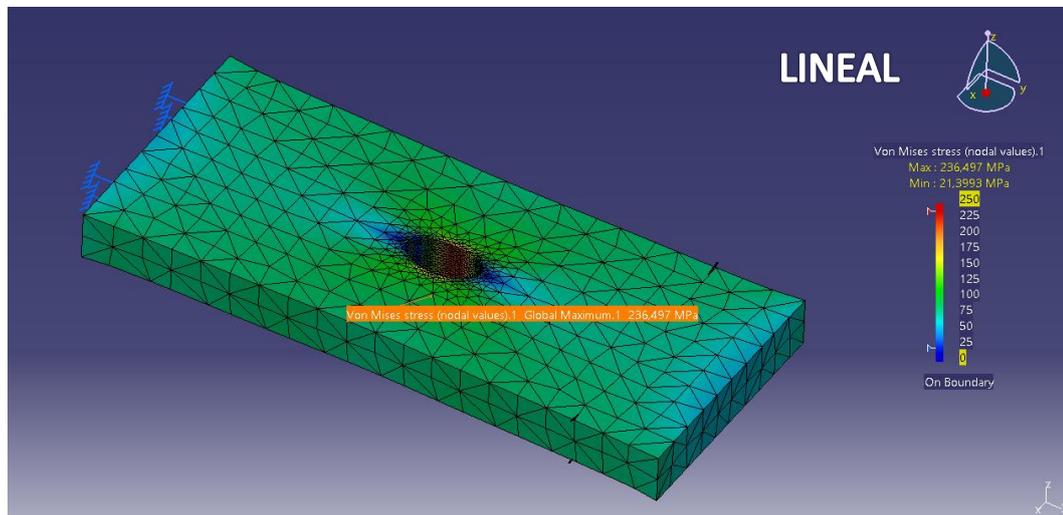


Figura 4.28 Tensión de Von Mises lineal

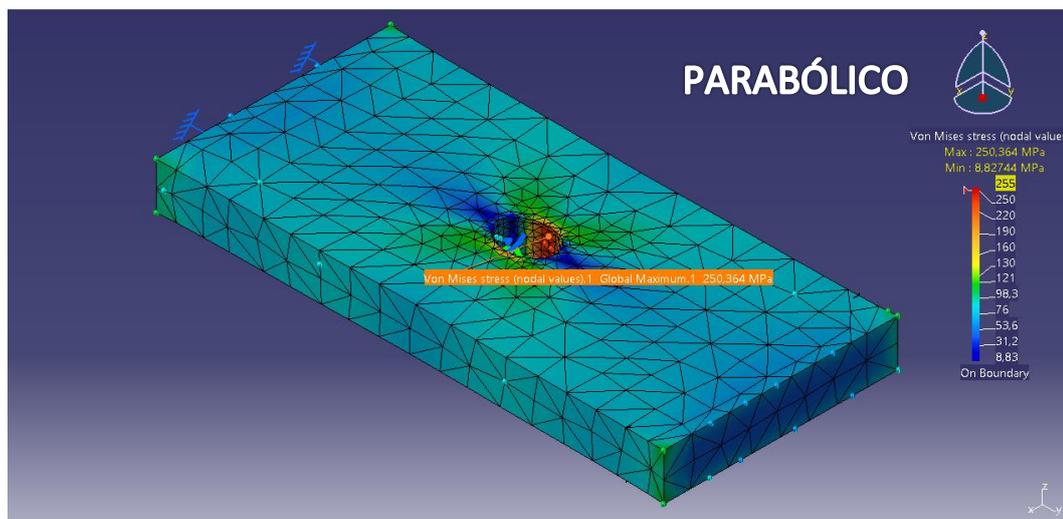


Figura 4.29 Tensión de Von Mises parabólico

#### d) Tensiones principales

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  para ambos casos. Para ello, ejecutamos el comando Principal Stress y seleccionamos la componente que queremos ver, en este caso  $C_{11}$  y  $C_{22}$ .

De igual forma que en el caso de la tensión de Von Mises, configuramos la escala de colores y visualizamos el máximo global para ver el valor de  $\sigma_1$ . En las Figuras 4.30 y 4.31, vemos que se obtiene un valor de  $\sigma_1=252,31$  MPa para el caso lineal, y de  $\sigma_1=259,393$  MPa para el caso parabólico. Para las tensiones de  $\sigma_2$ , podemos ver la distribución y valores máximos en las Figuras 4.32 y 4.33.

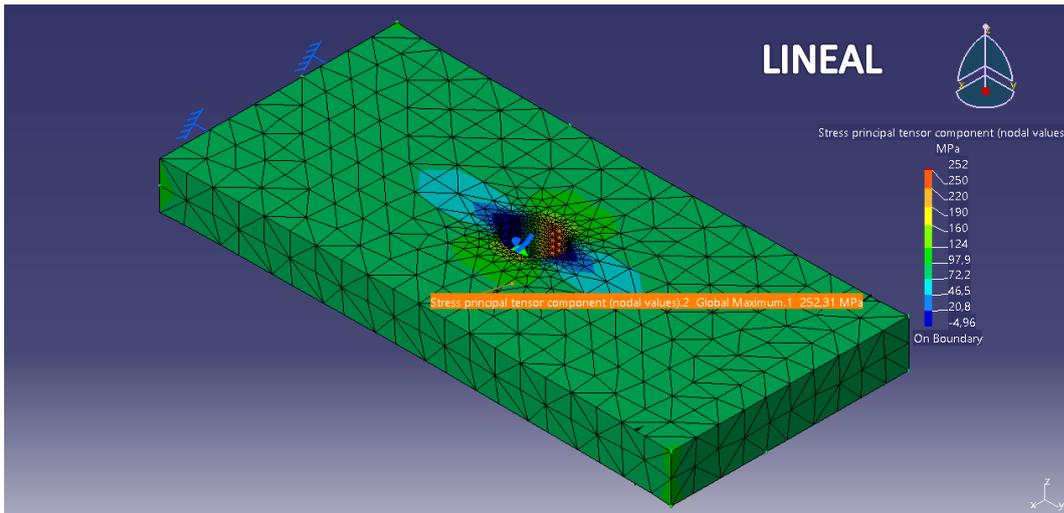


Figura 4.30 Tensión principal  $\sigma_1$  lineal

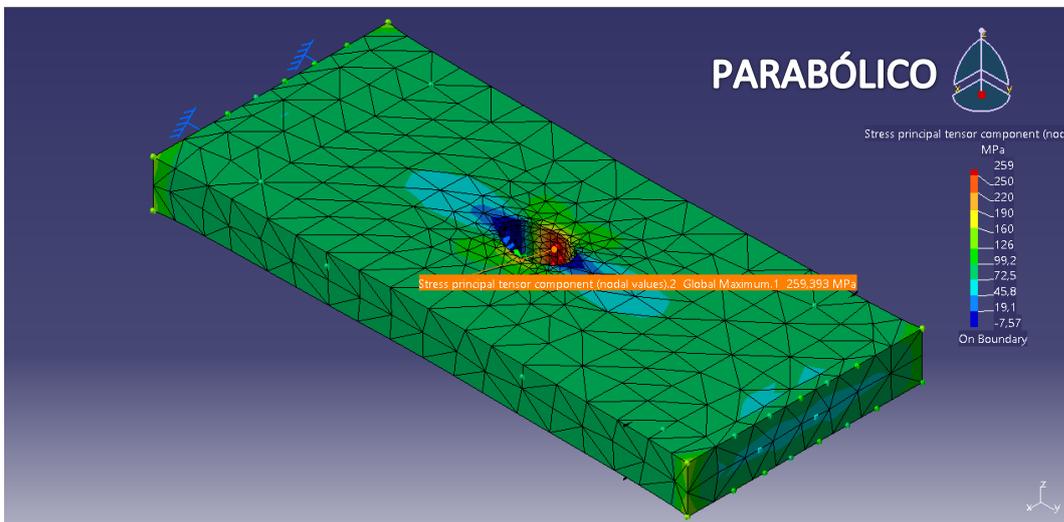


Figura 4.31 Tensión principal  $\sigma_1$  parabólico

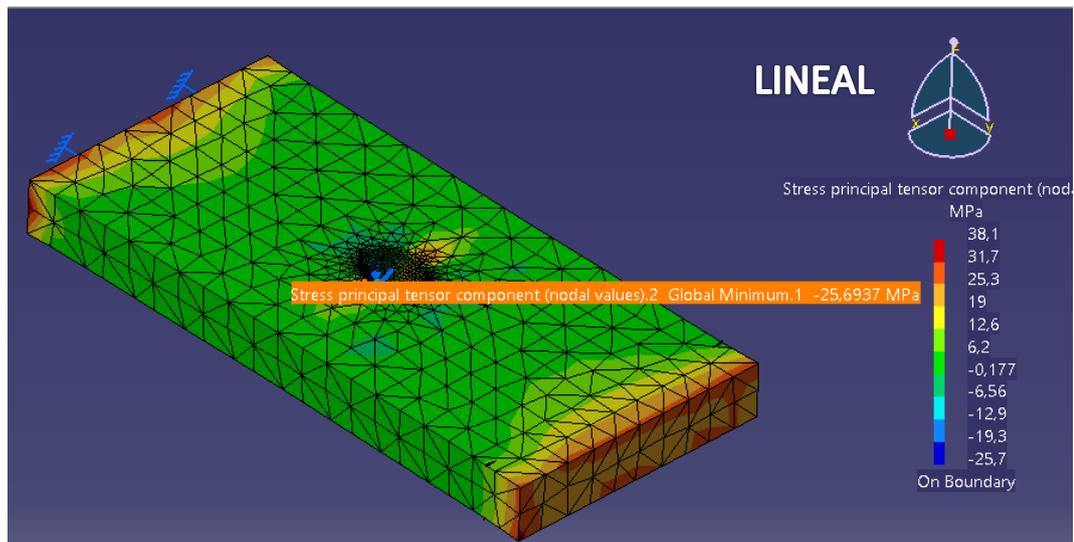


Figura 4.32 Tensión principal  $\sigma_2$  lineal

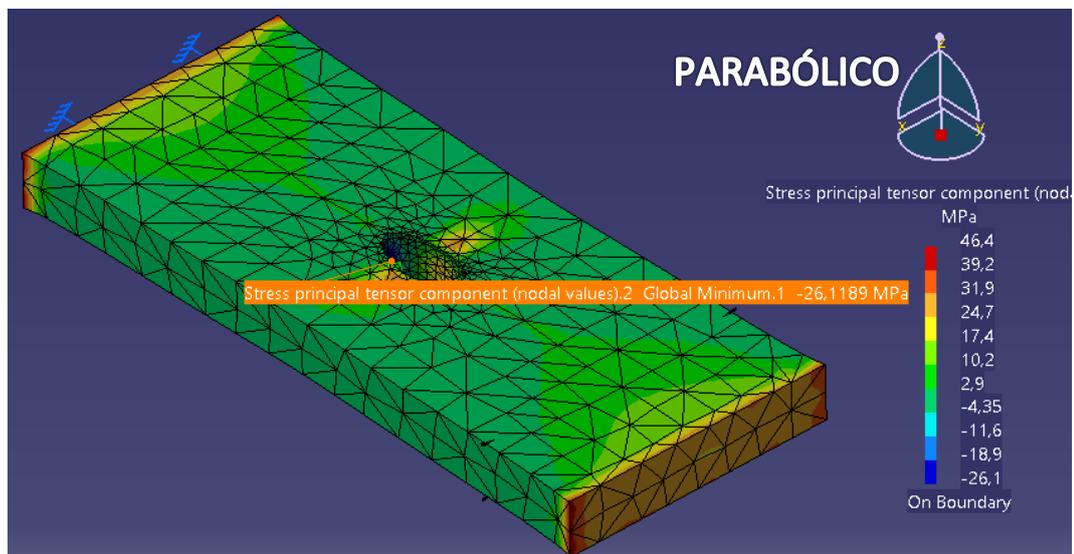


Figura 4.33 Tensión principal  $\sigma_2$  parabólico

e) *Error local*

El siguiente resultado que se representa, es la estimación de error local que se ejecuta con el comando *Precisión*. La pieza aparece mallada con un mapa de colores, donde cada tetraedro presenta un color y acompañando la representación, se muestra una escala con los valores relativos de error.

En las Figuras 4.34 y 4.35, vemos el error local de la pieza con mallado lineal y parabólico respectivamente. Si nos fijamos en la escala, el error en el mallado lineal es mayor que en el mallado parabólico. Sin embargo, en ambos casos el error para los tetraedros que se encuentran en la discontinuidad tiene valores bajos.

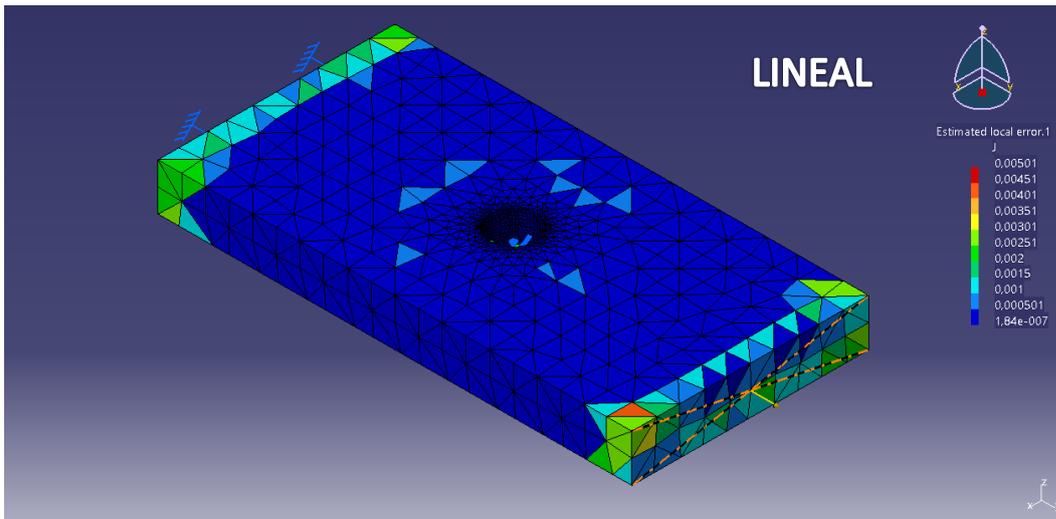


Figura 4.34 Error local mallado lineal

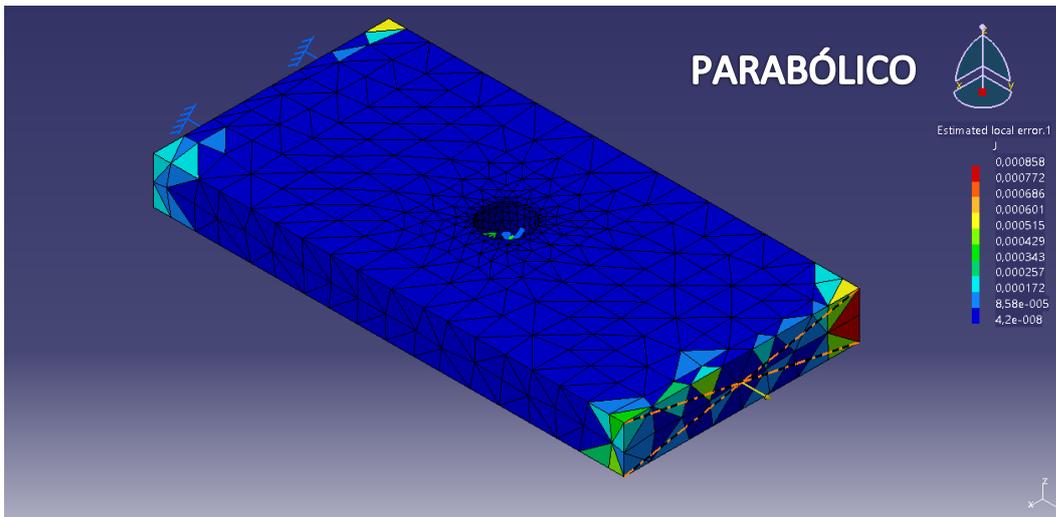


Figura 4.35 Error local mallado parabólico

f) Desplazamiento

Con la herramienta *Displacement*, se representa la pieza con una distribución de colores que mide las deformaciones de los nodos. La escala que se presenta junto a la pieza, también se puede configurar, pero en este caso al no aplicar criterio la dejamos por defecto.

Viendo las *Figuras 4.36* y *4.37*, los dos casos con diferente mallado presenta una distribución parecida y los máximos que se ven en la escala distan de 1  $\mu\text{m}$ . Además, se comprueba que la deformación en el empotramiento es de 0 mm.

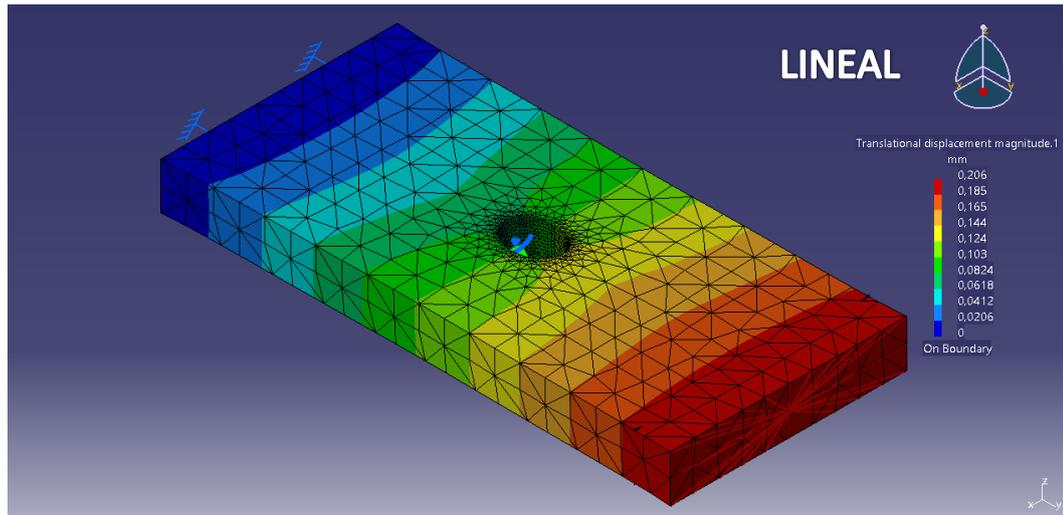


Figura 4.36 Deformación lineal

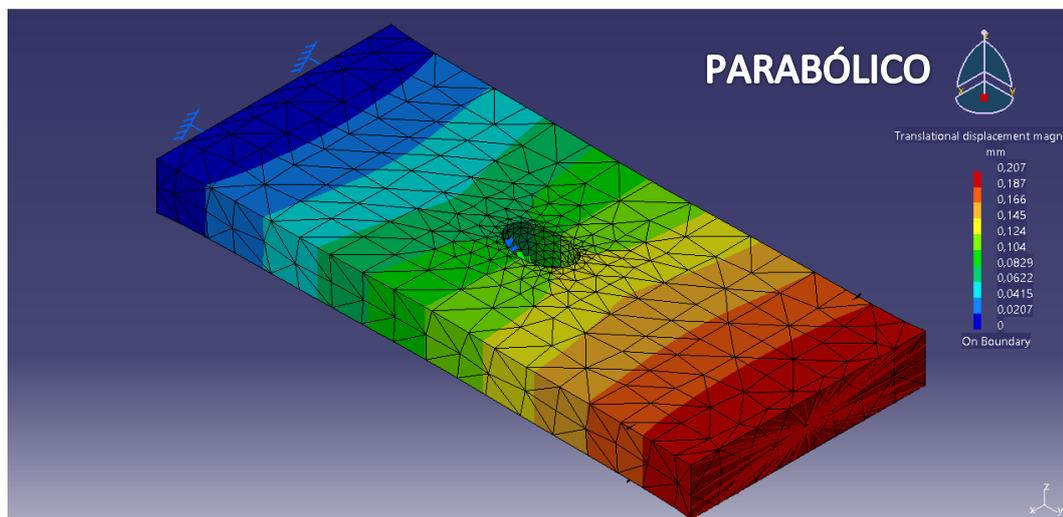


Figura 4.37 Deformación parabólico

### g) Reacciones de equilibrio

Por último, se muestran las reacciones en las restricciones aplicadas a la pieza. Este comando no es de la barra de herramientas *Image* ni de la barra *Analysis Tools*, como se explicó en el punto 3.7 de la memoria, pero da información de las cargas que se soportan en las superficies donde están aplicadas las restricciones.

En las *Figuras 4.38* y *4.39*, son los valores de las reacciones para el mallado lineal. Se ve que las componentes de las reacciones en X y en Z de la fuerza, son prácticamente nulas, y que la componente Y de la fuerza es de casi  $1 \cdot 10^6$  N. Para los momentos, los valores son nulos en los tres casos. Esto se debe a que la carga solo genera esfuerzo axial.

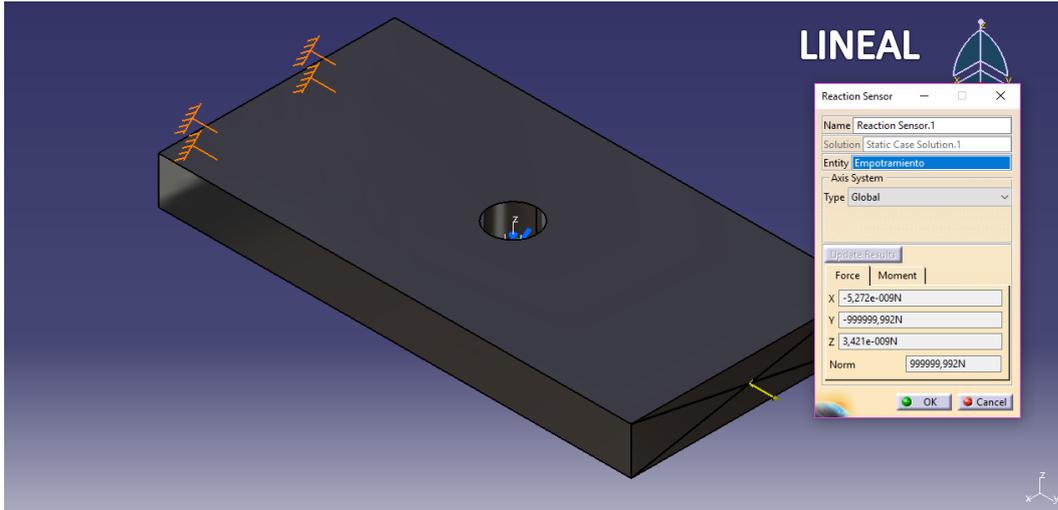


Figura 4.38 Reacción fuerza lineal

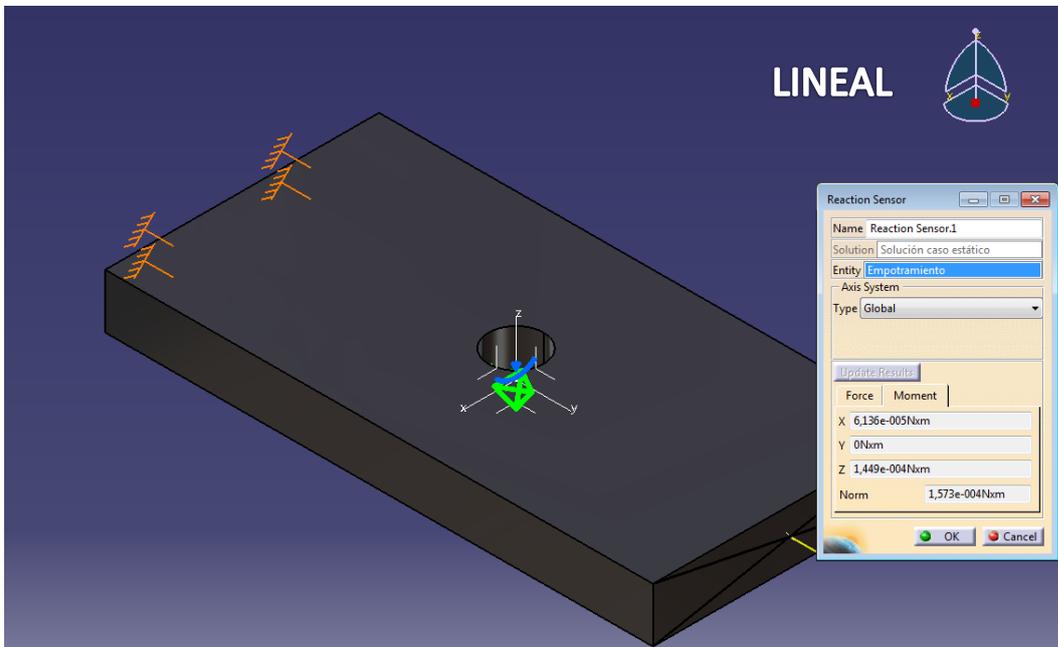


Figura 4.39 Reacción momentos lineal

En el caso del mallado parabólico, los resultados son prácticamente los mismos, como se ve en las Figuras 4.40 y 4.41.

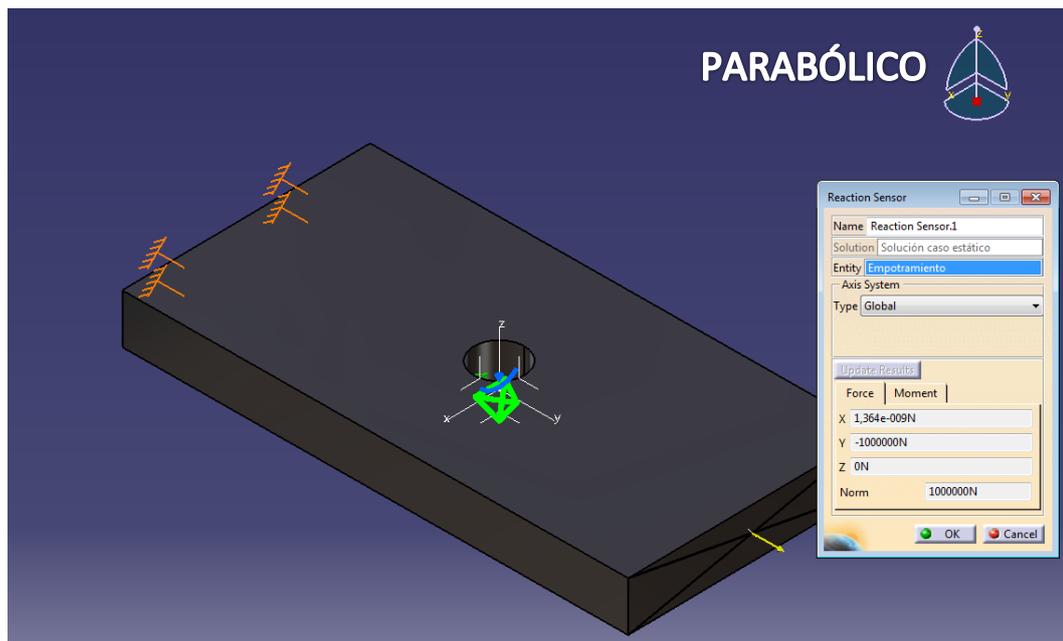


Figura 4.40 Reacción fuerzas lineal

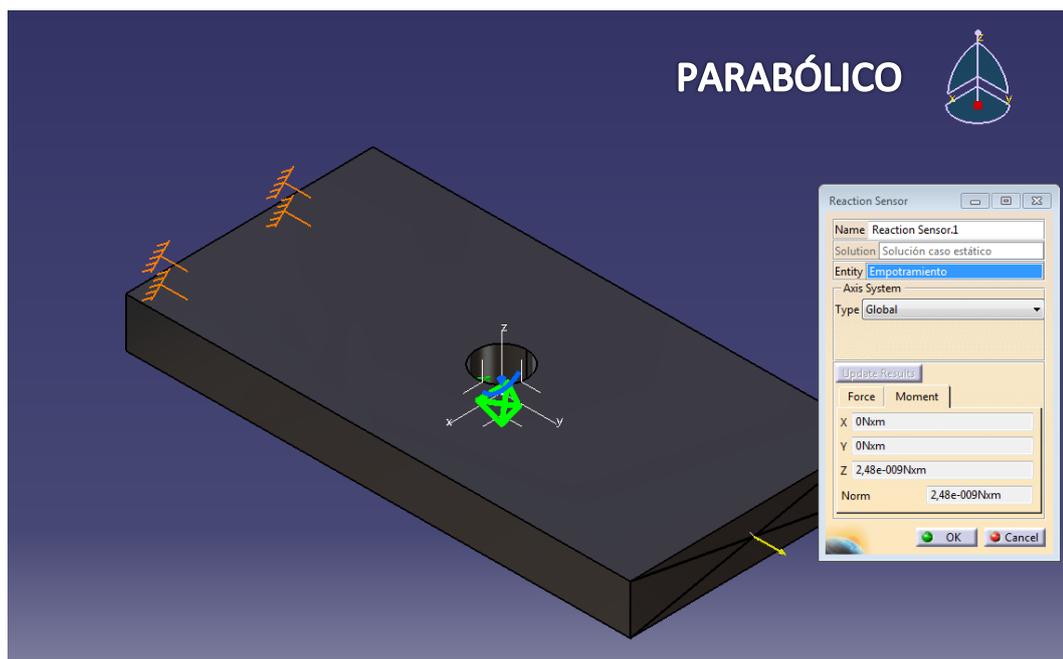


Figura 4.41 Reacción momentos parabólico

#### 4.1.4 Comparativa

En el último apartado, la *Tabla 4.1* que se muestra a continuación, recoge los valores teóricos del problema, y los dos modelos que hemos simulado, con mallado lineal y mallado parabólico.



Los resultados que comparamos, son los valores con los que se trabaja en la asignatura de Diseño de Máquinas, ya que son los que se usan a la hora de aplicar los criterios de fallo. Estos valores son la tensión de Von Misses, y las dos tensiones principales.

También se presentan en la *Tabla 4.1* los valores del tamaño de tetraedro que se han utilizado en el modelo, tanto para el mallado global como para el mallado local de las zonas consideradas.

Para una fácil comparación, se ha incluido en las tres últimas filas una comparación entre el caso teórico y cada uno de los modelos estudiados. Los valores de estos errores relativos se presentan como porcentaje, y han sido calculados con la *Ecuación 2.21*.

	Barra recta con agujero (Tracción)		
	Teórico	Lineal	Parabólico
Tamaño malla global (mm)		25	30
Tamaño malla local (mm)		2,5	10
$\sigma_{Eq}$ (MPa)	250	236,50	250,36
$\sigma_1$ (MPa)	250	252,31	259,39
$\sigma_2$ (MPa)	0	-25,69	-26,12
<i>Error <math>\sigma_{Eq}</math> (%)</i>		5,40	0,15
<i>Error <math>\sigma_1</math> (%)</i>		0,92	3,76
<i>Error <math>\sigma_2</math> (%)</i>		-	-

**Tabla 4.1 Resultado de la pieza 1**

En primer lugar, la tensión de Von Misses presenta menor error en el mallado parabólico que en el lineal, siendo este último de un 5,40 % y el parabólico de un 0,15 %. En el caso de las tensiones principales, el modelo con mallado lineal tiene un 0,92 % para  $\sigma_1$  y el modelo con mallado parabólico de un 3,76 %. Sin embargo, para el valor de  $\sigma_2$ , ninguno de los dos modelos se acerca al valor teórico.

En cuanto a los dos modelos, a la hora de compararlos hay que tener en cuenta el valor del error y el tamaño empleado en la malla. Para las tensiones, ni  $\sigma_{Eq}$  ni  $\sigma_1$  sobrepasan un error superior a 6%, el lineal representa mejor el valor de  $\sigma_1$  y el parabólico mejor el de  $\sigma_{Eq}$ . Pero hay que tener en cuenta, que la malla global empleada en el lineal es de 5 mm más pequeña, y que la malla local en la discontinuidad es 4 veces mayor que la del modelo parabólico.

## 4.2. Pieza con discontinuidad 2

### 4.2.1. Resolución analítica

Para el segundo problema, se evalúa una barra recta con otro tipo de discontinuidad y sometida a otro tipo de esfuerzo. La pieza a simular, es la de la Figura 4.42, con las dimensiones en mm y las muescas situadas en el medio de la pieza. La discontinuidad a evaluar, son las muescas en los laterales y la comprobación de su factor geométrico. El material será el mismo que el de la pieza anterior, hierro con una tensión a fluencia de 250 MPa.

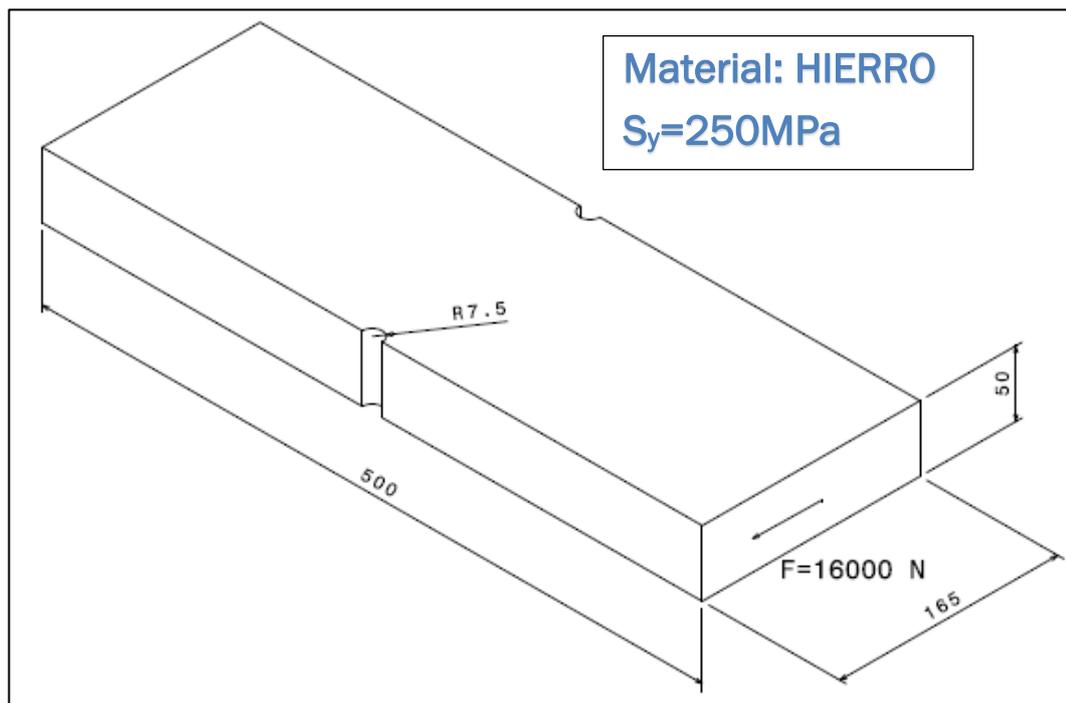


Figura 4.42 Barra recta con muescas

El cálculo de la tensión de la pieza, se va a realizar con la *Ecuación 2.9*, para las secciones donde se encuentran las discontinuidades y la cara que estará empotrada, que es la opuesta donde esta aplicada la fuerza.

$$\sigma_{Max} = \frac{M \cdot c}{I_z} = \frac{16000 \cdot 250 \cdot \frac{165}{2}}{18,717 \cdot 10^6} = 17,631 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

$$\sigma_{Max} = \frac{M \cdot c}{I_z} = \frac{16000 \cdot 500 \cdot \frac{165}{2}}{18,717 \cdot 10^6} = 35,262 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

A continuación, hay que corregir el valor de la tensión, para ello vamos a las tablas de factores de corrección y en la que corresponda a la discontinuidad y esfuerzo generado, nuestro caso es el de la *Figura 4.43*, sustituimos con las dimensiones de la pieza. Una vez tenemos el valor del factor geométrico, calculamos la tensión corregida con la *Ecuación 2.12*.

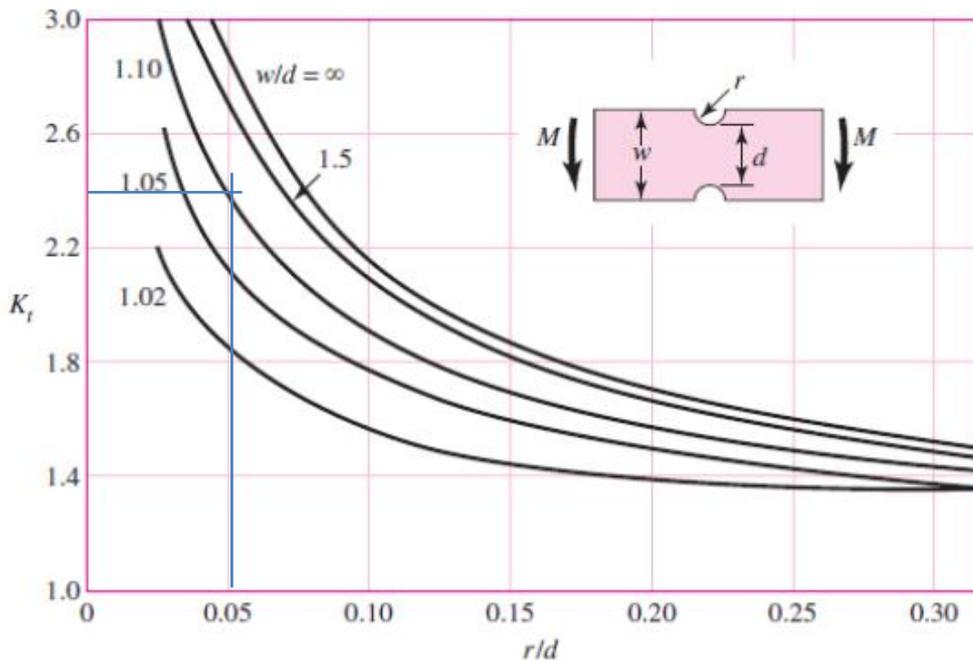


Figura 4.43 Gráfica del factor geométrico

$$\sigma^{Corr} = \sigma_{Max} \cdot K_t = 17,631 \cdot 2,4 = 42,314 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

La tensión máxima se produce entonces en la discontinuidad, por lo que se calcularán las tensiones principales, con la *Ecuación 2.11*, y la tensión de Von Mises, con la *Ecuación 2.27*, para esta sección. Se obtienen los valores de las *Ecuaciones 4.3* y *4.4* para las tensiones principales.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{42,314}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{42,314}{2}\right)^2} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

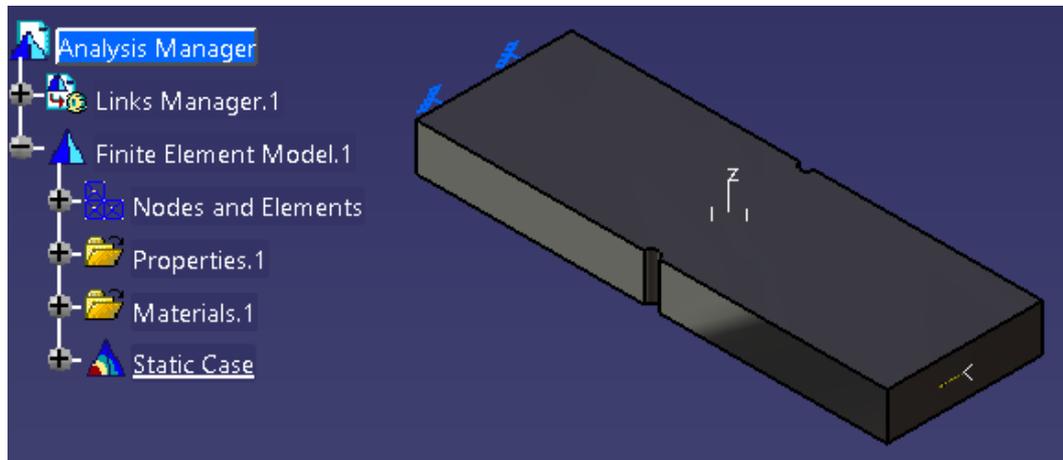
$$S_y > \sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = 42,314 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

$$\sigma_1 = 42,314 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.3}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.4}$$

#### 4.2.2. Modelo

Para comenzar con el modelo, se define la geometría de la pieza y el material, y luego se introduce en el módulo de *Static Analysis*, ver *Figura 4.44*, para continuar con las siguientes 3 etapas de la *Figura 3.1*.



**Figura 4.44** Pieza en módulo *Static Analysis*

Para la segunda etapa, se van a realizar los dos modelos para compararlos y ver que mallado se ajusta mejor. En el caso del modelo con tetraedros lineales se introducen las dimensiones de la *Figura 4.45* y en la *Figura 4.46* se ve el mallado que se emplea para las dos caras donde se encuentran las discontinuidades. Para el tetraedro parabólico se emplean las dimensiones de la *Figura 4.47* en el mallado global y la de la *Figura 4.48* para el mallado local.

A partir del punto 4.2, el mallado que se muestra es el que ya ha sido adaptado y con el que se han representado los resultados del problema.



**Figura 4.45** Mallado lineal global

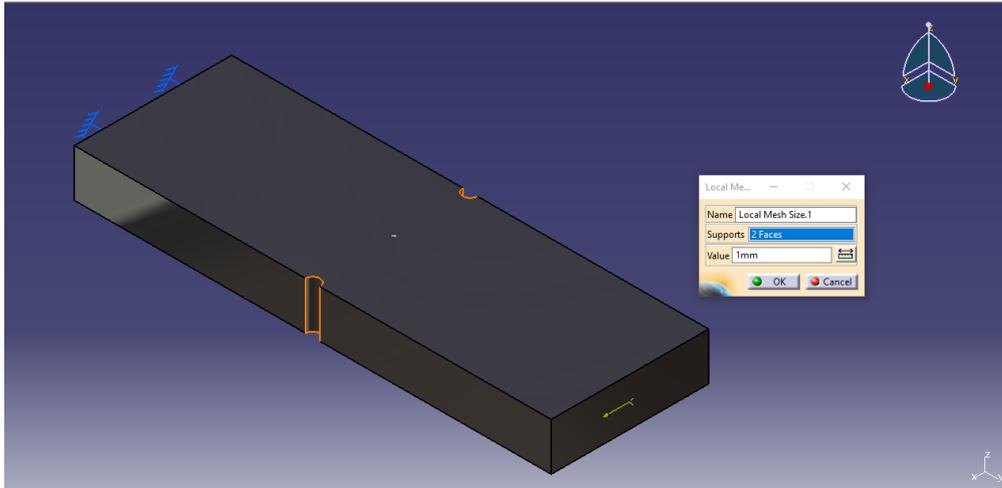


Figura 4.46 Mallado lineal local

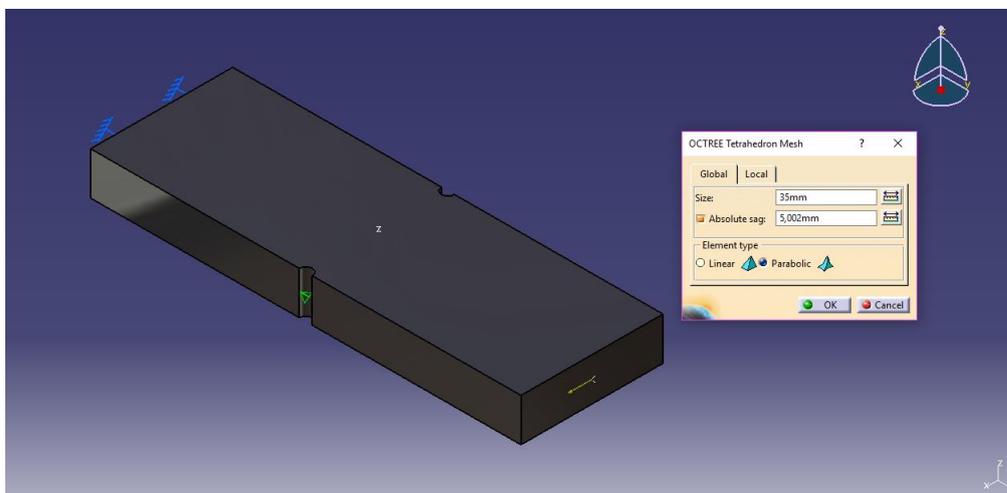


Figura 4.47 Mallado parabólico global

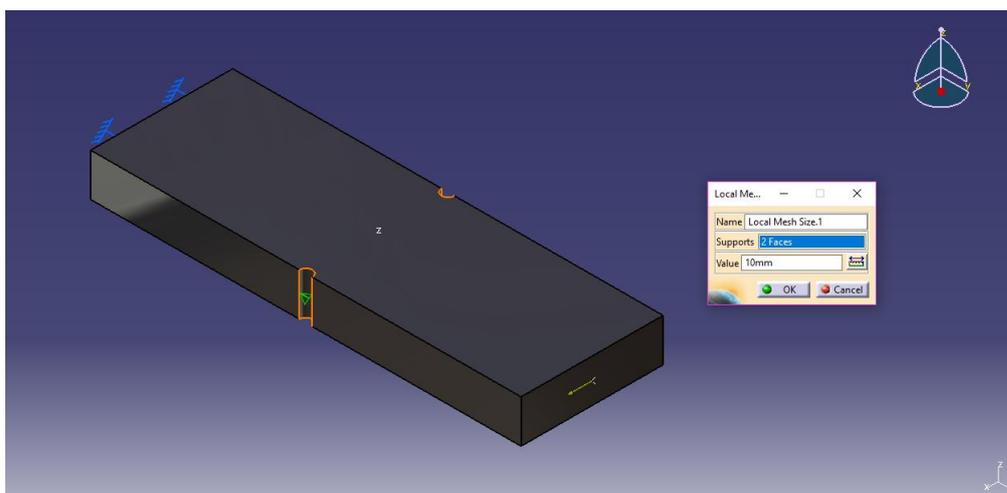
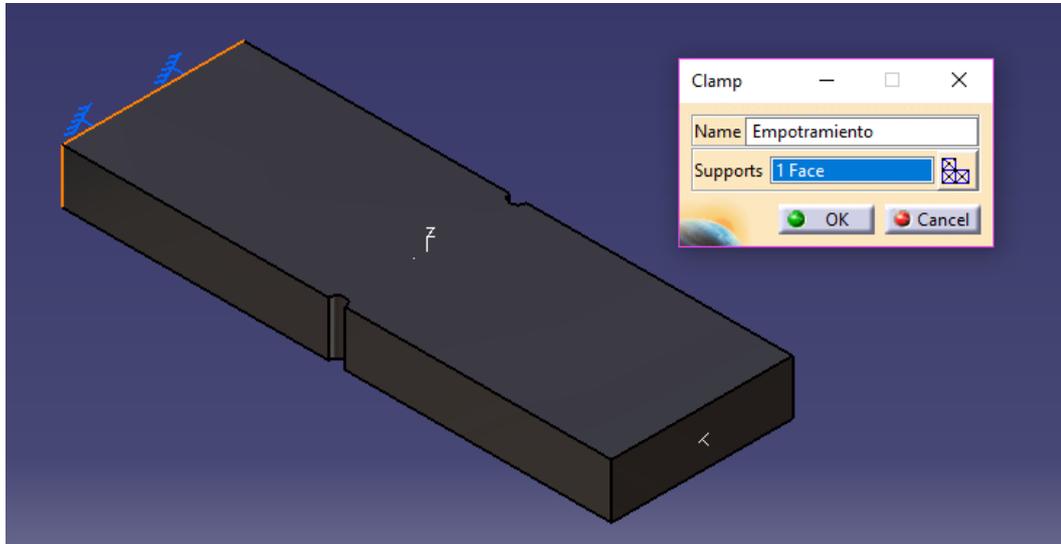


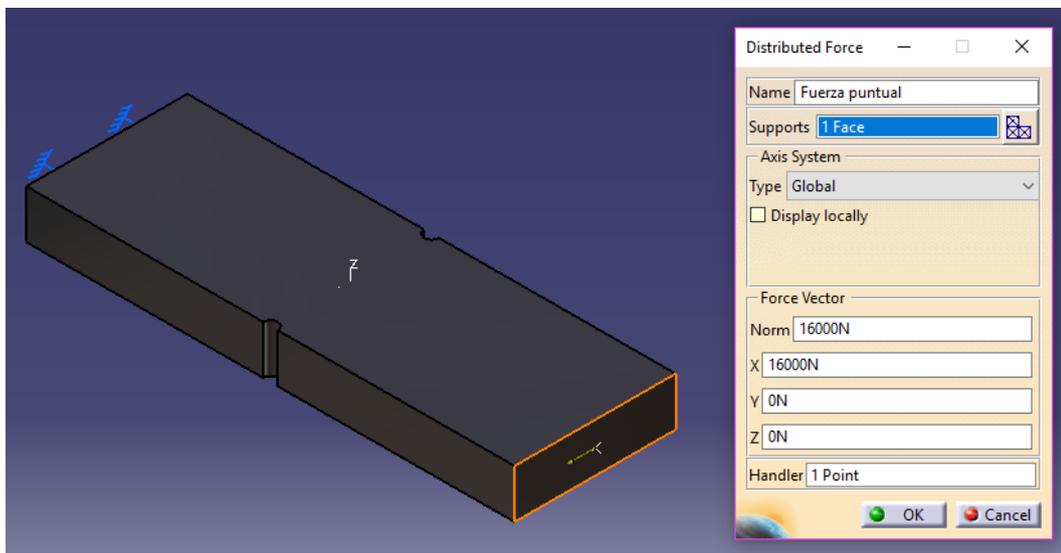
Figura 4.48 Mallado parabólico local

Posteriormente, la condición de contorno que se introducen en la etapa 3 del proceso será la de la *Figura 4.49*, la cual es un empotramiento en la cara donde no va aplicada la carga.



**Figura 4.49** Empotramiento de la pieza

Una vez impuestas las restricciones, se va a aplicar las cargas del problema estático, como en la *Figura 4.50*. Se trata de una carga puntual, por lo que se selecciona la cara y el punto que se creó en la geometría de la pieza, y se introduce el valor y dirección de la carga.



**Figura 4.50** Carga aplicada en la pieza

Ahora ya se puede lanzar el cálculo del problema y como el mallado que se ha mostrado anteriormente ya ha sido adaptado, se procede a visualizar los resultados del problema.

### 4.2.3. Resultados

#### a) Mallado

Cuando se visualiza el mallado, en las Figuras 4.51 y 4.52, se puede ver que los tetraedros lineales son más pequeños que los parabólicos. En el caso del mallado local, el modelo lineal tiene más elementos en las discontinuidades que el parabólico.

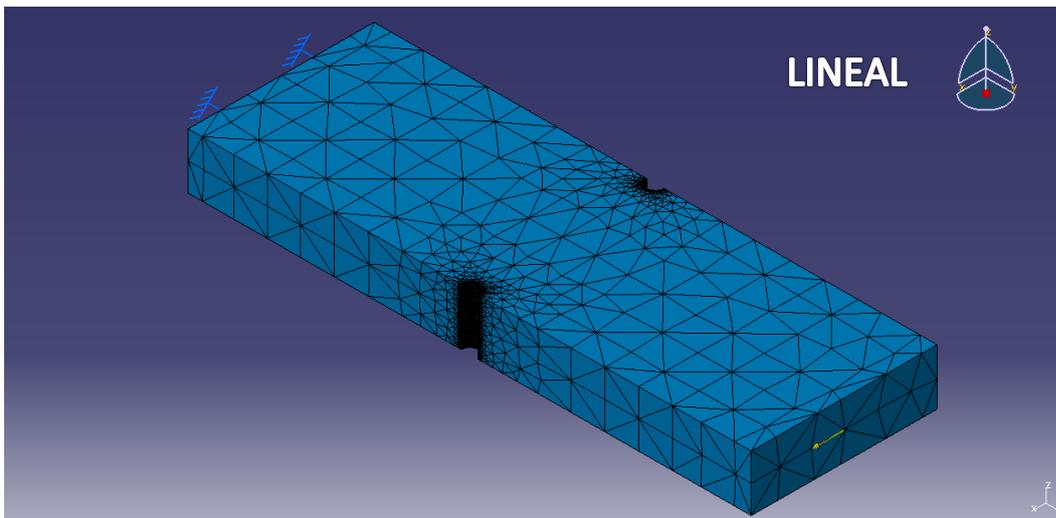


Figura 4.51 Mallado lineal

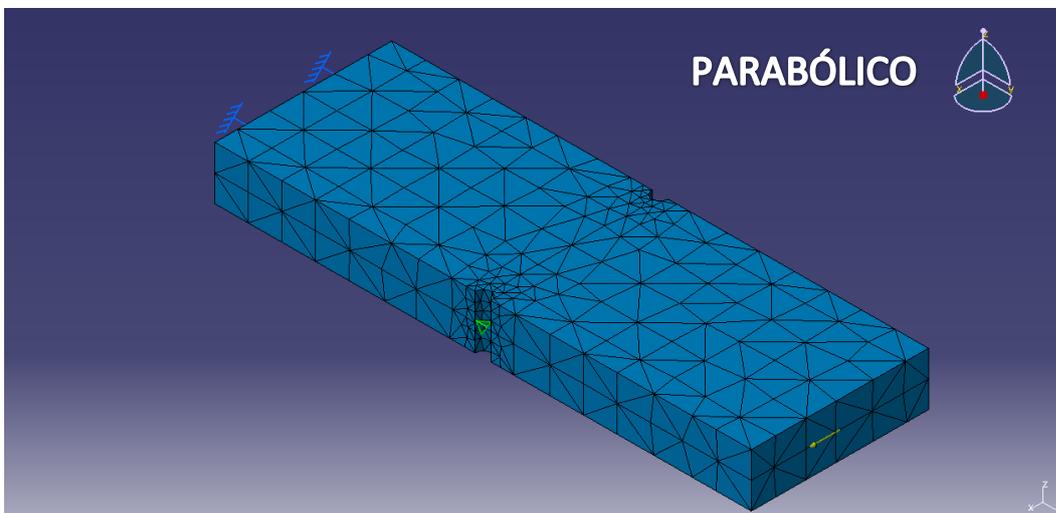


Figura 4.52 Mallado parabólico

#### b) Deformación

Se puede visualizar el comportamiento de la pieza en las Figuras 4.53 y 4.54. En la representación del modelo lineal, no está amplificada la deformación, mientras que, en el modelo parabólico sí que lo está, por lo que esta herramienta de análisis se suele usar para la representación de la deformación.

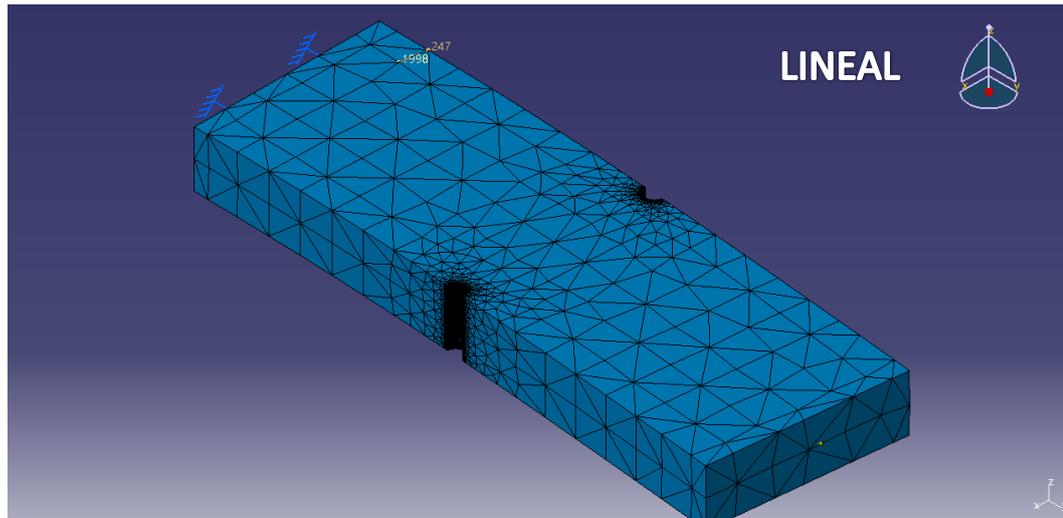


Figura 4.53 Deformación lineal

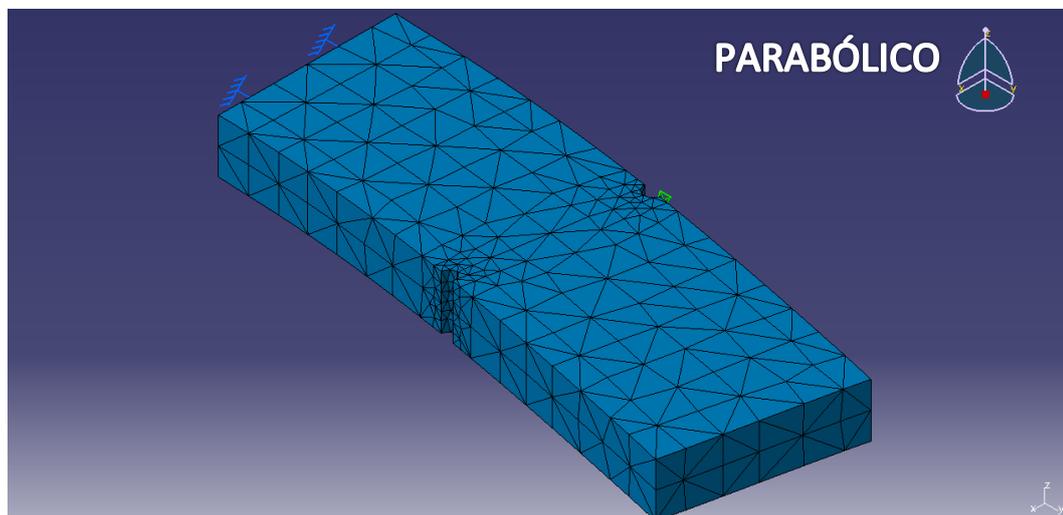


Figura 4.54 Deformación parabólico

### c) Tensión de Von Misses

Pasamos a la evaluación de la tensión de Von Misses, en la que nos encontramos el modelo lineal 4.55 y el parabólico 4.56. En ambas las mayores tensiones son en las discontinuidades y en las caras laterales cerca del empotramiento, tiene sentido al tener mayor valor de  $c$  en la *Ecuación 2.9*. Para el caso lineal, la tensión máxima es de 46,13 MPa y para el caso parabólico es de 42,37MPa.

En este apartado, no hace falta aplicar el criterio, ya que el máximo que se presenta es más de 5 veces menor a la tensión de fluencia de la pieza, por lo que ningún punto fallará.

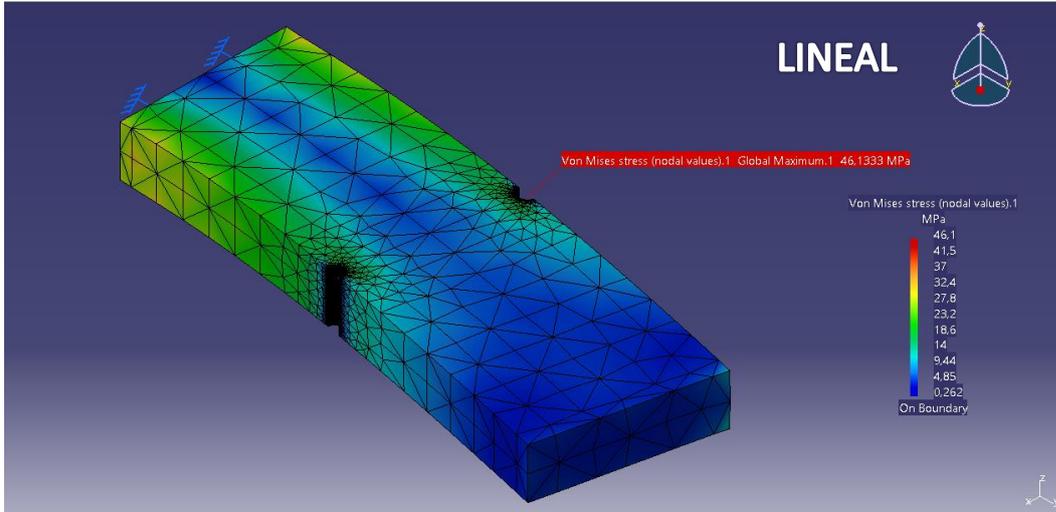


Figura 4.55 Tensión Von Misses lineal

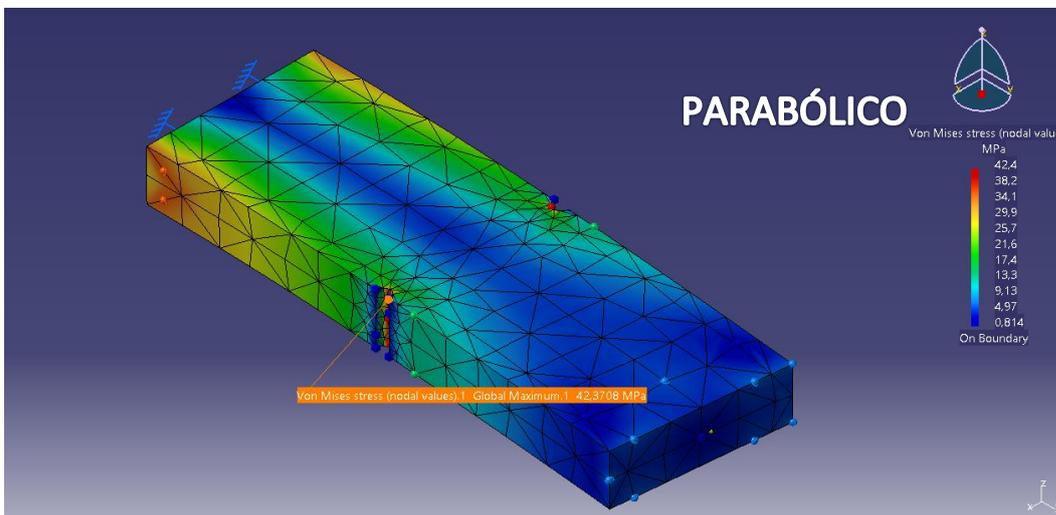


Figura 4.56 Tensión Von Misses parabólico

d) Tensiones principales

Para la representación de las tensiones principales, nos vamos a encontrar que en la componente  $C_{11}$  la máxima se encuentra en un lado de la pieza y para la componente  $C_{22}$ , se encuentra en la cara lateral opuesta. Esto es debido, a que se trata de un problema con cargas a flexión en el que el valor de  $c$  en la Ecuación 2.9 cambia del valor positivo al valor negativo, y con ello las tensiones.

Fijándonos en las Figuras 4.57 y 4.58, la tensión principal  $\sigma_1$  es de 50,34 MPa en el modelo lineal y de 44,93 MPa para el parabólico.

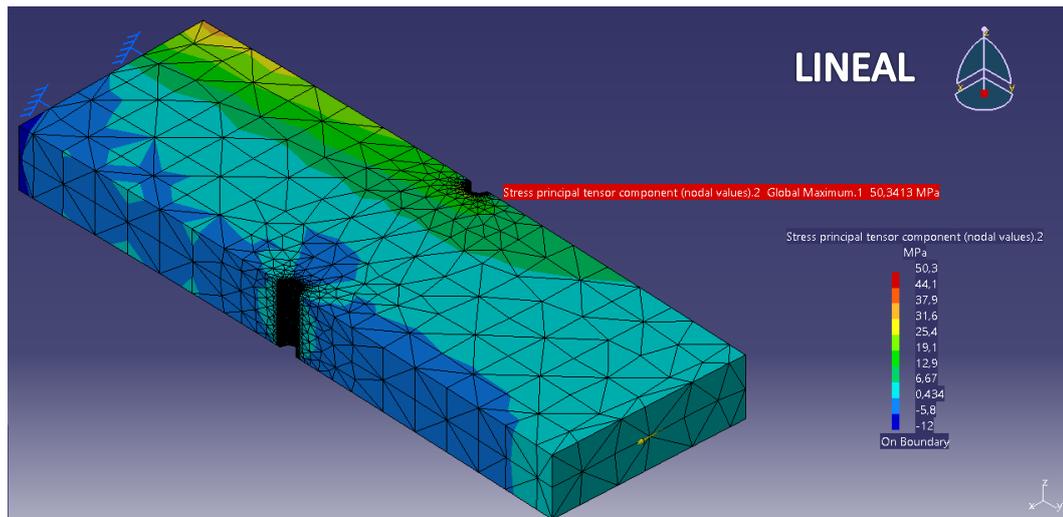


Figura 4.57 Distribución  $\sigma_1$  lineal

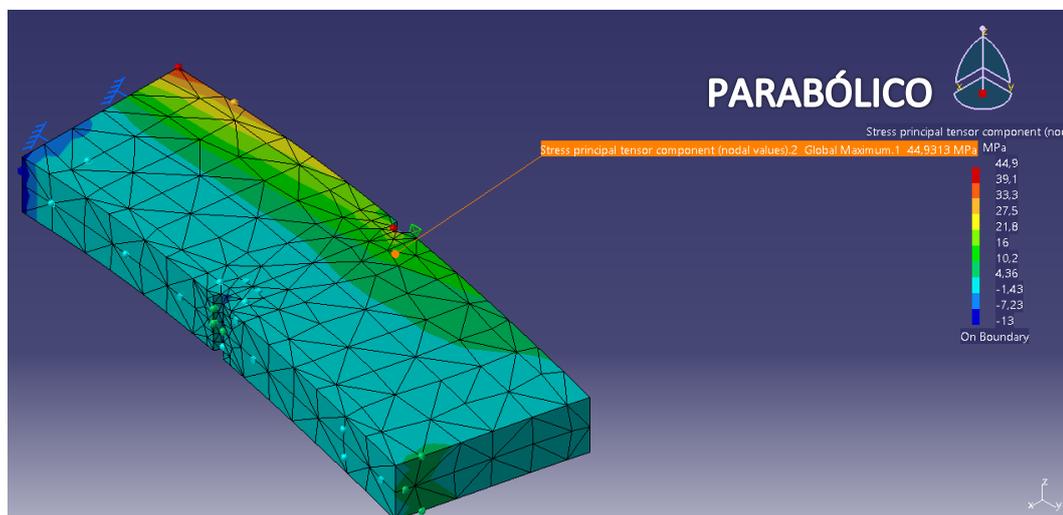


Figura 4.58 Distribución  $\sigma_1$  parabolico

En el caso de la componente  $C_{22}$ , vemos que las mayores tensiones se producen en la cara opuesta a donde se producían las tensiones altas de  $C_{11}$ . Los nodos donde encontramos los máximos, son en las discontinuidades, véase Figuras 4.59 y 4.60, donde  $\sigma_2$  es de -14,74 MPa para los elementos lineales y de -15,27 MPa para el modelo parabólico.

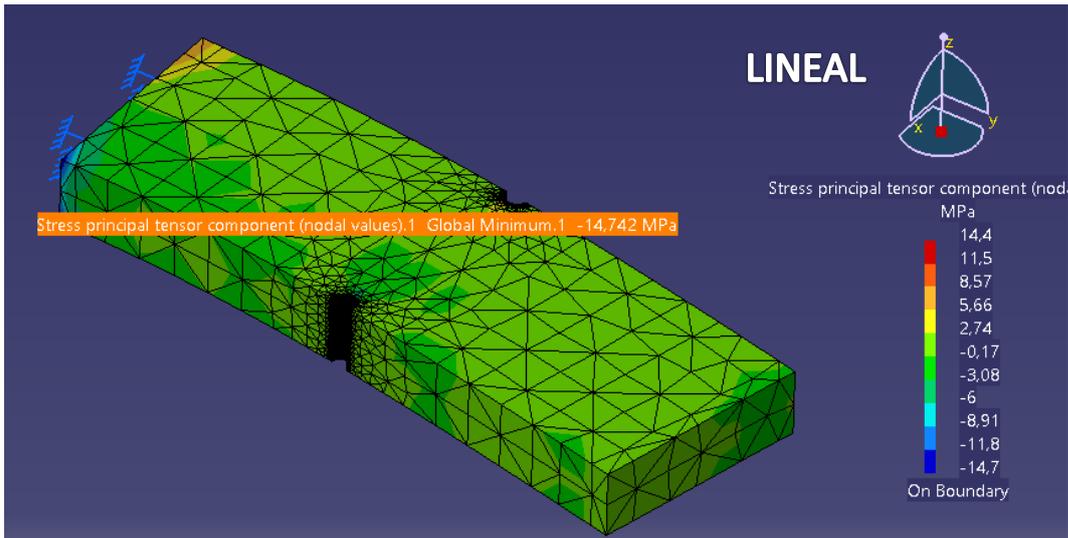


Figura 4.59 Distribución  $\sigma_2$  lineal

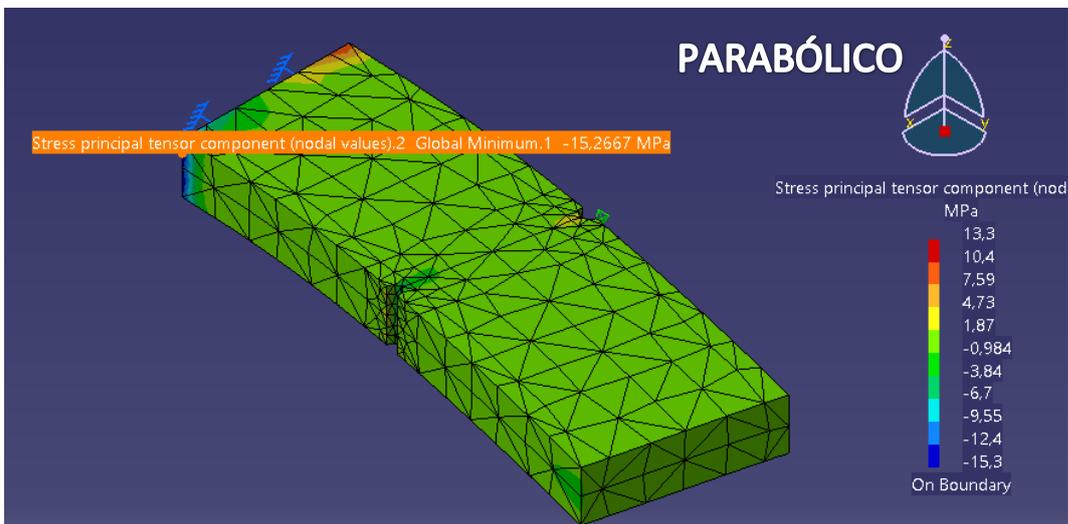


Figura 4.60 Distribución  $\sigma_2$  parabólico

e) *Error local*

Las Figuras 4.61 y 4.62 muestran el error local que se produce en los tetraedros de la pieza. En el caso lineal, el máximo error es de  $10^{-4}$ , y se produce en la zona más cerca al empotramiento, mientras que en las discontinuidades el error es muy pequeño.

Para el caso del modelo parabólico, el error local máximo es del orden de  $10^{-5}$ , y se produce en los elementos que están situados en la cara empotrada, mientras que en el resto de la pieza es más pequeño.

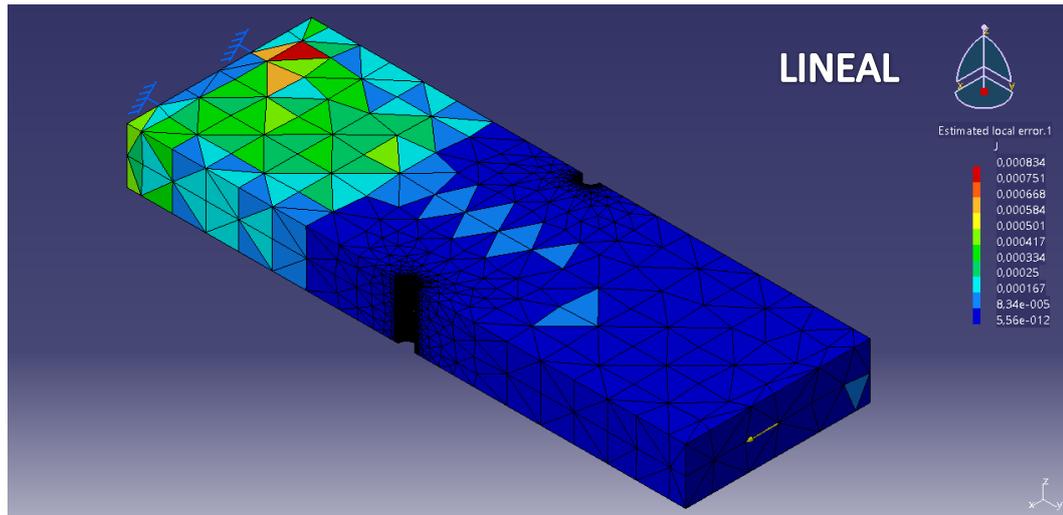


Figura 4.61 Error local en el modelo lineal

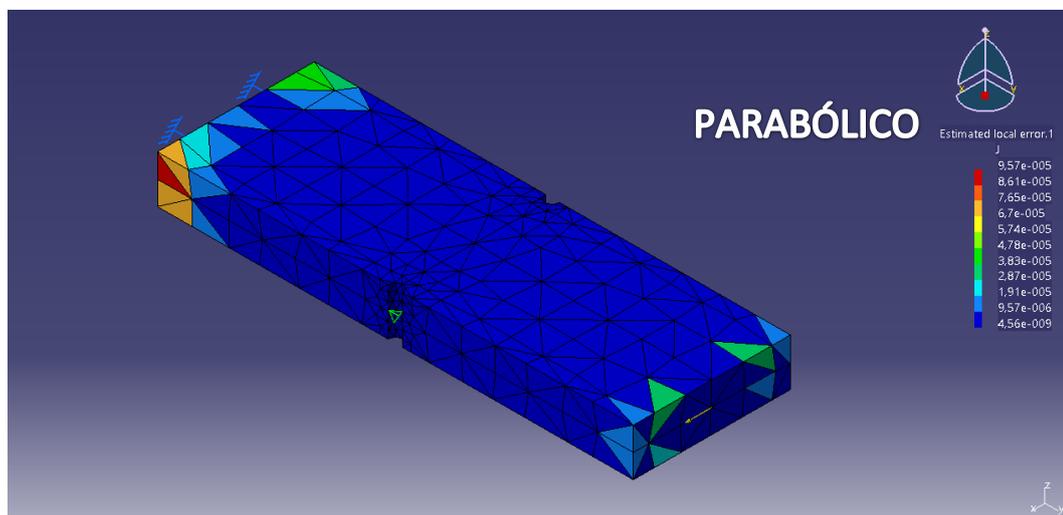


Figura 4.62 Error local en el modelo parabólico

f) *Desplazamiento*

Para las deformaciones, el resultado es similar para ambos modelos, véase *Figura 4.63* y *4.64*. En la imagen del caso parabólico, está amplificado en magnitud para apreciarlo mejor, pero los valores son parecidos al caso lineal.

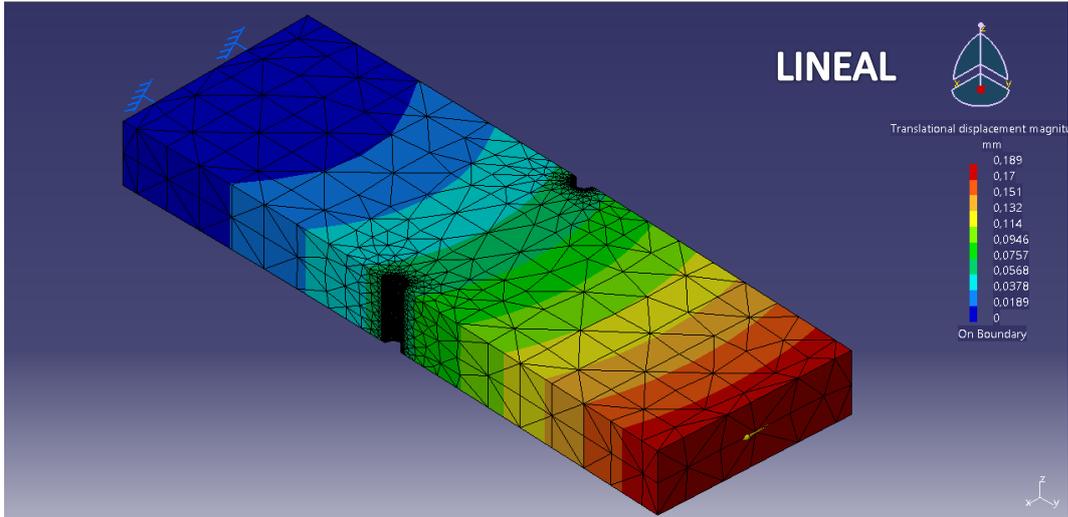


Figura 4.63 Deformación en el modelo lineal

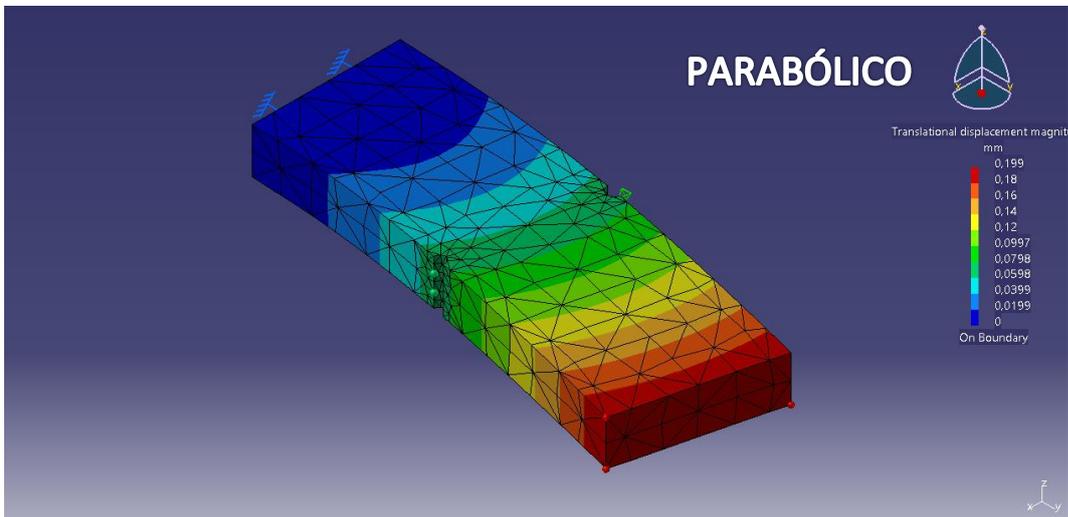


Figura 4.64 Deformación en el modelo parabólico

g) Reacciones de equilibrio

Por último, con el comando *Reaction Sensor* podemos ver las reacciones en el empotramiento en los dos modelos. En las Figuras 4.65 y 4.66, vemos que la reacción de la fuerza es del valor de la carga aplicada en el problema y el momento corresponde a la carga por la distancia de la pieza. Caso similar es el del modelo parabólico que se representa en las Figuras 4.67 y 4.68.

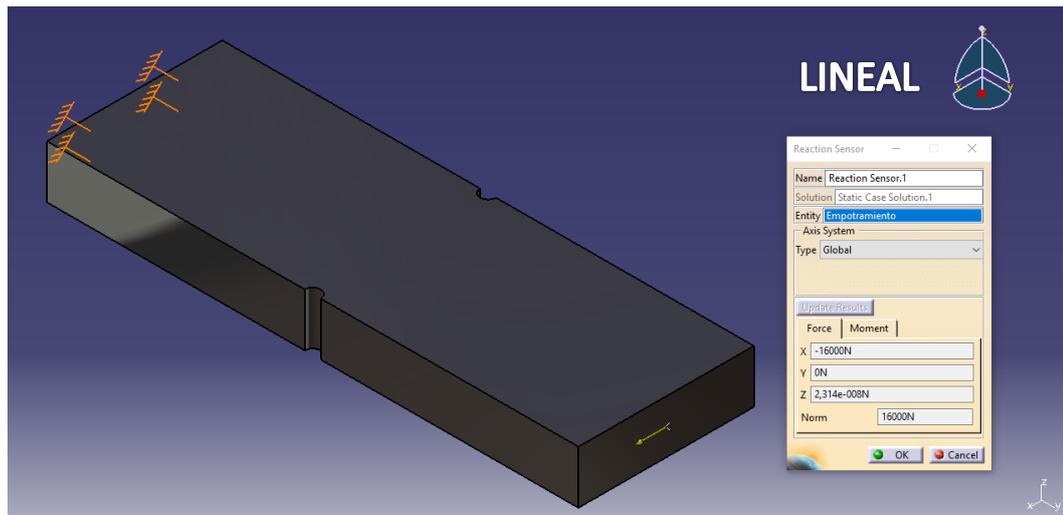


Figura 4.65 Reacción fuerzas en modelo lineal

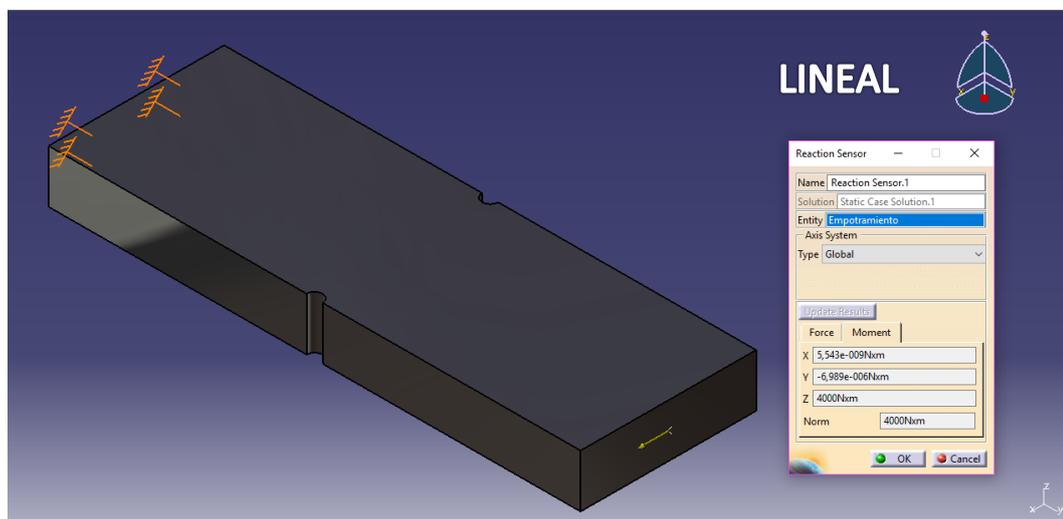


Figura 4.66 Reacción momentos en modelo lineal

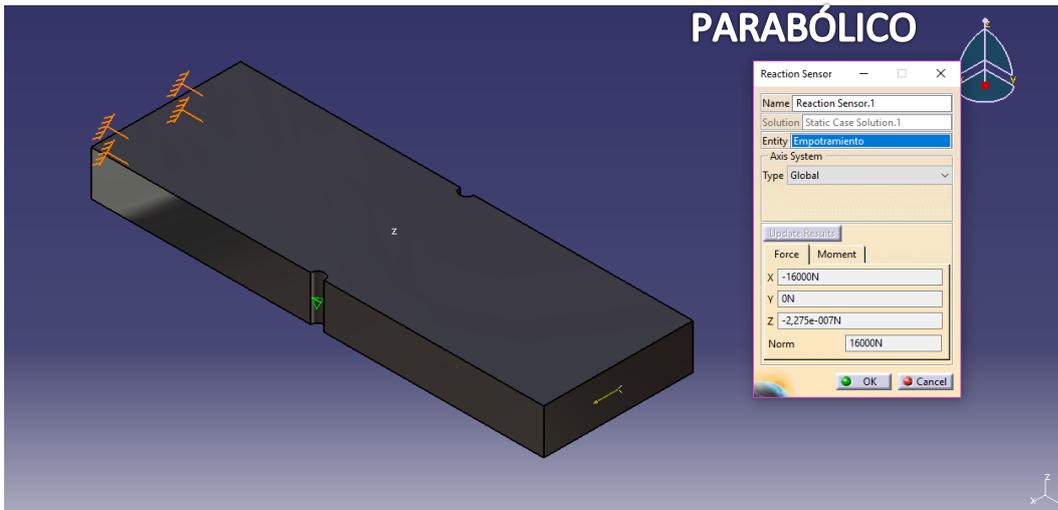


Figura 4.67 Reacción fuerzas en modelo parabólico

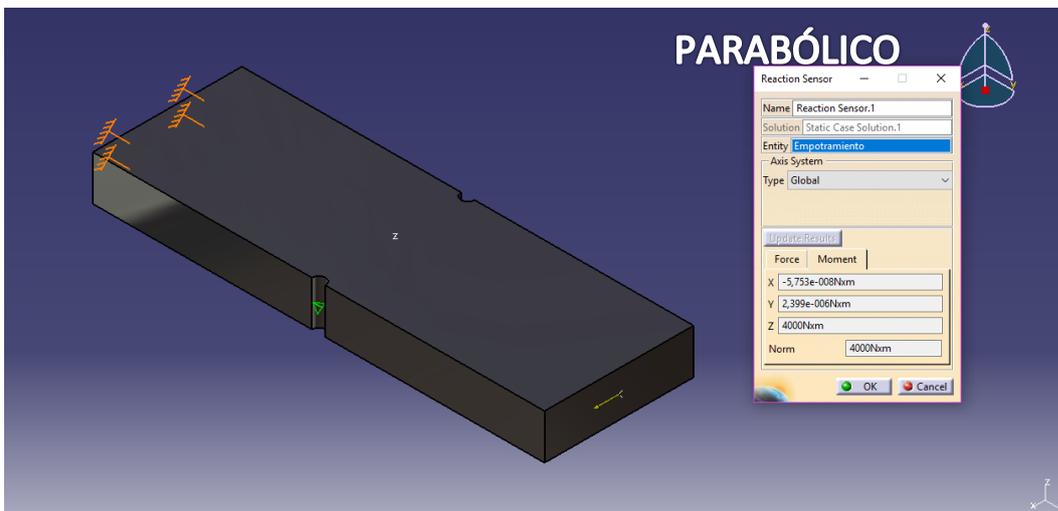


Figura 4.68 Reacción momentos en modelo parabólico

#### 4.2.4 Comparativa

En el último apartado, se presenta la *Tabla 4.2*, en la que encontramos como en el problema anterior los valores del caso teórico, modelo lineal y modelo parabólico.

Barra recta con muescas (Flexión)			
	Teórico	Lineal	Parabólico
Tamaño malla global		30	35
Tamaño malla loca		1	10
$\sigma_{Eq}$ (MPa)	42,31	46,13	42,37
$\sigma_1$ (MPa)	42,31	50,34	44,93
$\sigma_2$ (MPa)	0	-14,74	-15,27
Error $\sigma_{Eq}$ (%)		9,03	0,13
Error $\sigma_1$ (%)		18,97	6,19
Error $\sigma_2$ (%)		-	-

Tabla 4.2

Las dos primeras filas, muestran el tamaño del mallado que se ha empleado, en el que se observa que para la evaluación de las discontinuidades en una pieza, el mallado que necesita el modelo lineal es 10 veces mayor que el parabólico.

Debajo de estos valores, está la tensión de Von Misses, donde se puede ver que el modelo parabólico se acerca más al valor teórico a pesar de que el mallado local es mayor. Sin embargo, el modelo lineal difiere casi 4 MPa de la tensión de Von Misses teórica. Si nos vamos a la fila del error de la tensión de Von Misses, el error para el mallado teórico es de 9,02 %, mientras que el mallado parabólico 0,13 %.

En el caso de las tensiones principales, comprobamos que  $\sigma_2$  no da buenos resultados como el problema anterior, en ninguno de los dos modelos. Para el valor de  $\sigma_1$ , se ajusta más que  $\sigma_2$ , sobretodo en el caso parabólico que en el lineal, pues este último es 8 MPa mayor, con un error 18,97 %. En el caso parabólico, se ajusta más ya que el error cometido es del 6,19 %.

Por último, mencionar que los valores que da el modelo lineal se alejan más del valor teórico que el modelo parabólico. Además, hay que tener en cuenta que el tamaño de la malla global es 5 mm mayor en el parabólico, y que la malla local es 10 veces mayor que el lineal.

### 4.3. Resorte de tracción

#### 4.3.1. Resolución analítica

En este problema, nos encontramos con un resorte de compresión en el que se le aplica una carga puntual. El resorte no tiene ganchos como en el de tracción, por lo que la geometría del elemento queda definida con los datos que aparecen en la Figura 4.69, que son el diámetro medio del resorte, el diámetro del alambre, el paso y el número de espiras que tiene.

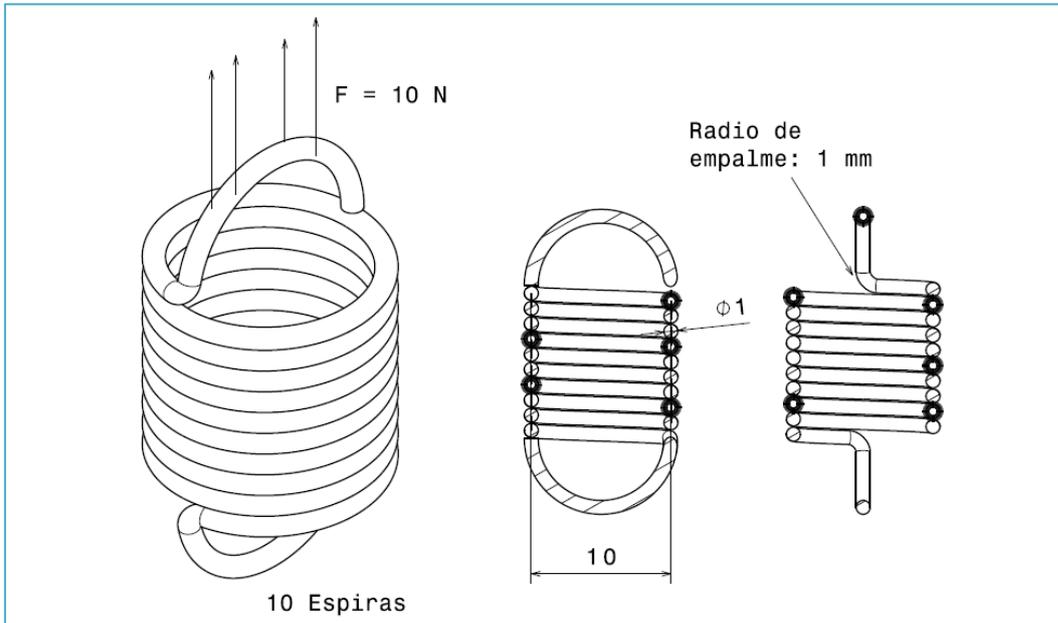


Figura 4.69 Resorte de tracción

Pasamos a calcular las tensiones, se emplea la Ecuación 2.15 para la tensión máxima cortante, en la que conocemos todos los datos.

$$\tau = k_b \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = \frac{428 \cdot 10 \cdot 10}{38 \cdot \pi \cdot 1^3} = 281,45 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.15}$$

Tras calcular la tensión máxima cortante, podemos calcular  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  con la Ecuación 2.11, obteniéndose los resultados de las Ecuación 4.5 y 4.6, y también la tensión de Von Mises con la Ecuación 2.27.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 0 \pm \sqrt{281,45^2} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

$$\sigma_1 = 281,45 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.5}$$

$$\sigma_2 = -281,45 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.6}$$

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3 \cdot 281,45^2} = 487,5 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

Para los resortes también se va a evaluar la deformación del muelle ya que suele ser un dato característico de estudio. Se emplea la *Ecuación 2.18*, siendo  $G=9,817 \cdot 10^4$  MPa.

$$y = \frac{8D^3 N}{d^4 G} F = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 10}{1^4 \cdot 9,817 \cdot 10^4} 10 = 8,149 \text{ mm} \quad \text{Ecuación 2.18}$$

#### 4.3.2. Modelo

Para definir la geometría de la pieza, nos basta con los datos del diámetro medio del resorte, el diámetro del alambre, el número de espiras y el paso. Este último será el diámetro del alambre más 1 mm, ya que sino al realizar el mallado CATIA no lo hará de forma correcta. Para la parte de los ganchos, el radio de empalme con el resorte es de 1mm.

El material introducido, es el hierro de tensión de fluencia de 250 MPa, que se encuentra disponible en la librería de materiales de CATIA. Una vez definido el resorte, abrimos el módulo de elementos finitos para proceder con el mallado, ver *Figura 4.70*.



**Figura 4.70** Resorte en el módulo Static Analysis

El mallado que se ha utilizado, véase las *Figuras 4.71* y *4.72*, son de diferente tamaño para los elementos de tipo lineal y parabólico, pues con estos es donde se han obtenido mejores resultados, tras haber sido adaptado. El

tamaño del lineal, es de 0,2 mm y de 0,1 de Absolute sag, mientras que el parabólico tiene un tamaño de 2 mm y el mismo de Absolute sag.



Figura 4.71 Mallado lineal del resorte

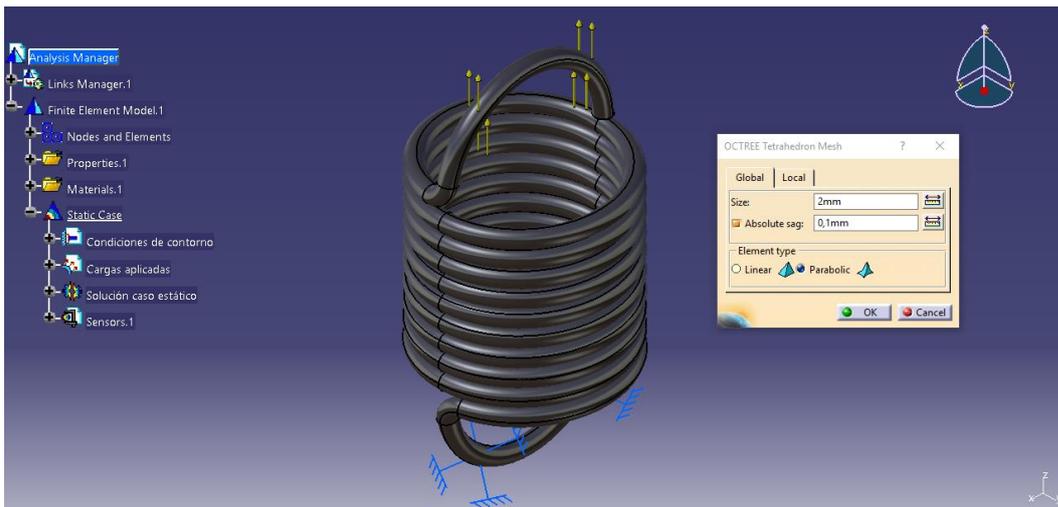


Figura 4.72 Mallado parabólico del resorte

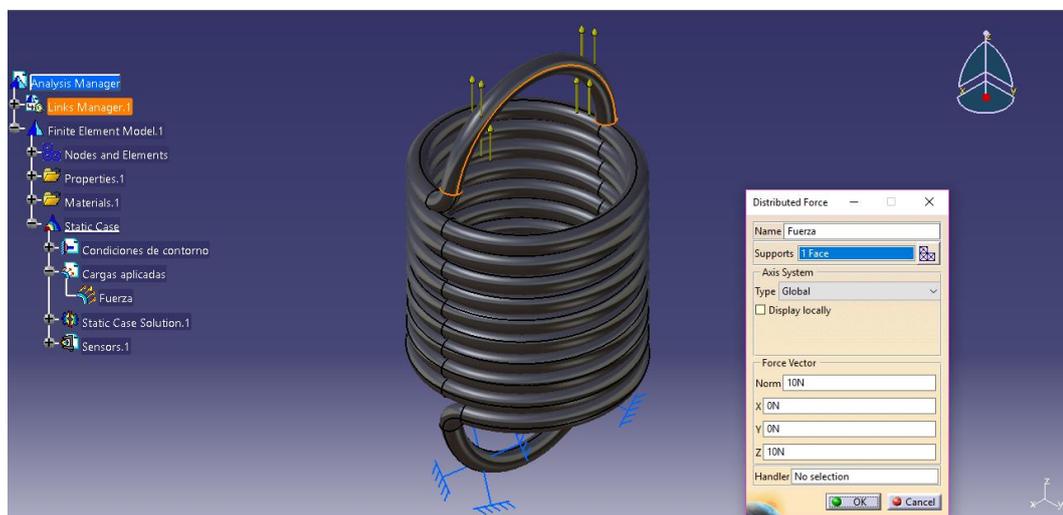
En la etapa 3 de la *Figura 3.1*, la condición de contorno que se va a poner es la de empotramiento, que tiene como elemento de apoyo uno de los dos ganchos que se definieron en el contorno de la pieza, como en la *Figura 4.73*.



**Figura 4.73 Condición de contorno**

A continuación, se aplican la carga del problema estático, que será una fuerza distribuida de 10 N que tiene como elemento de apoyo el gancho que no está empotrado, para que el muelle sea de tracción el sentido de la fuerza es positivo en el eje z, como en la *Figura 4.74*.

No se ha aplicado la carga como una fuerza puntual, para no generar tensiones altas en los nodos cercanos, ya que el objetivo es estudiar el comportamiento del resorte no de los ganchos y empalmes.



**Figura 4.74 Carga aplicada al resorte**

Ahora, ya se puede lanzar el cálculo del caso estático y proceder a la visualización de los resultados y analizarlos, etapa 7 de la *Figura 3.1*.

### 4.3.3. Resultados

Para la representación de los resultados de los resortes, se va a seguir con la estructura que se ha empleado en las dos piezas anteriores de esta memoria, pero en el apartado de tensiones principales se ha incluido la tensión de cizalladura, ya que es el esfuerzo al que trabajan principalmente los resortes.

#### a) Mallado

En las Figuras 4.75 y 4.76, vemos los dos mallados que se el programa ha realizado y con los cuales se compararan los resultado en el punto 4.3.4. En el caso lineal, los tetraedros son más pequeños al tener 0,2 mm de longitud, mientras que el parabólico son más grandes, de 2 mm de longitud.



Figura 4.75 Mallado lineal

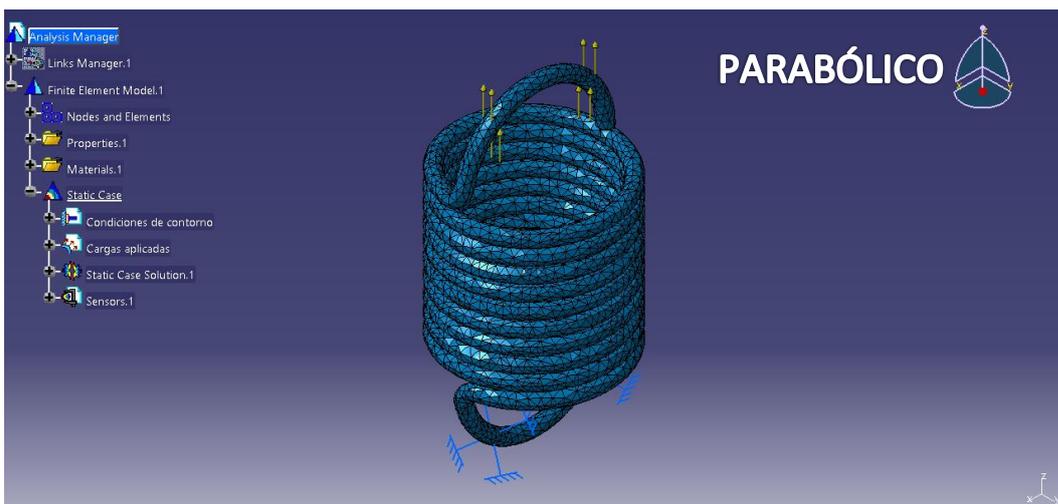


Figura 4.76 Mallado parabólico

#### b) Deformación

Cuando visualizamos la deformación del resorte en el programa, vemos como las espiras del resorte se desplazan una distancia muy parecida entre ella, como en las Figuras 4.77 y 4.78. En los dos casos, los ganchos superiores son los que más se desplazan.

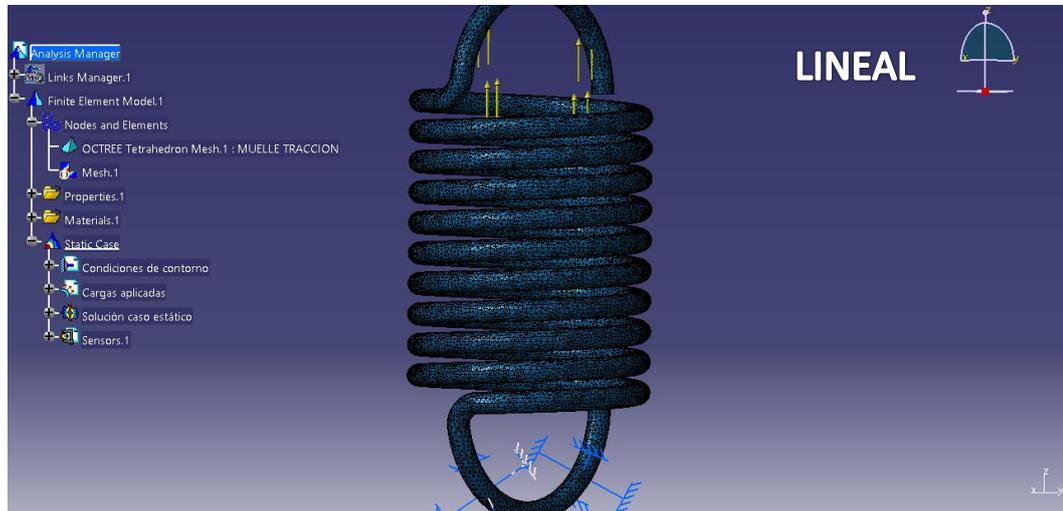


Figura 4.77 Deformación lineal

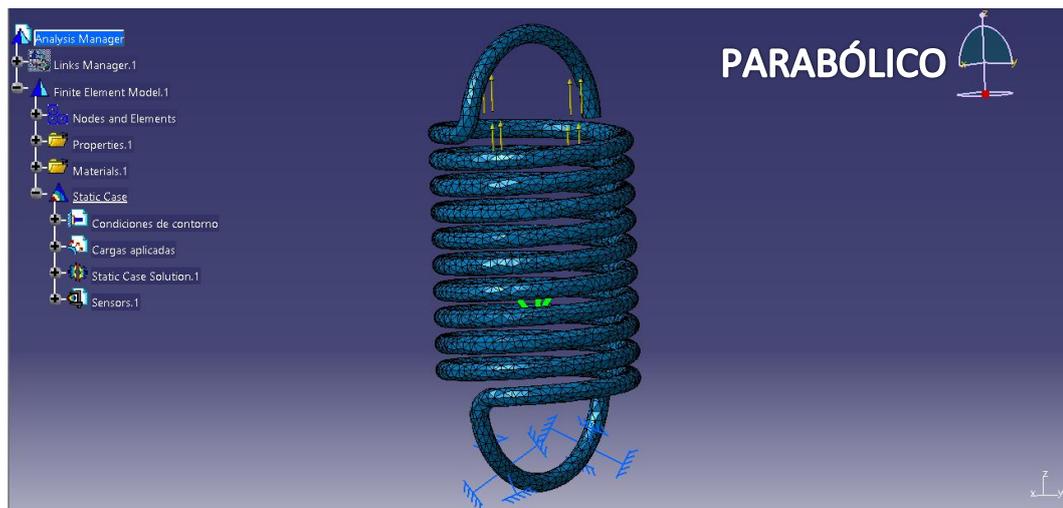


Figura 4.78 Deformación parabólico

### c) Tensión de Von Misses

Llegamos a la tensión de Von Misses, con la cual se determina si la pieza falla o no. En los dos casos, se puede ver en las Figuras 4.79 y 4.80 que la tensión sobrepasa la tensión de fluencia del material que es de 250 MPa.

En cuanto a los nodos donde se producen las tensiones máximas son de 491,240 MPa en el modelo lineal y de 559,815 MPa para el caso parabólico, por lo que nos encontramos con una diferencia de casi 70 MPa.

Para las tensiones máximas, se han seleccionado los nodos que se encontraban en la superficie del resorte, y no en el gancho ni en el empalme, ya que el estudio se realiza para el resorte.

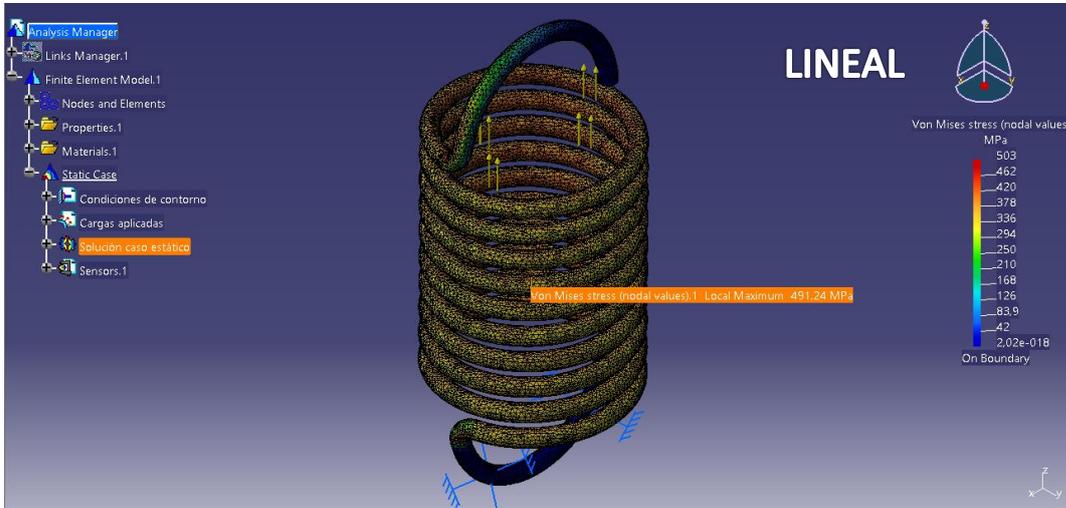


Figura 4.79 Tensión de Von Mises lineal

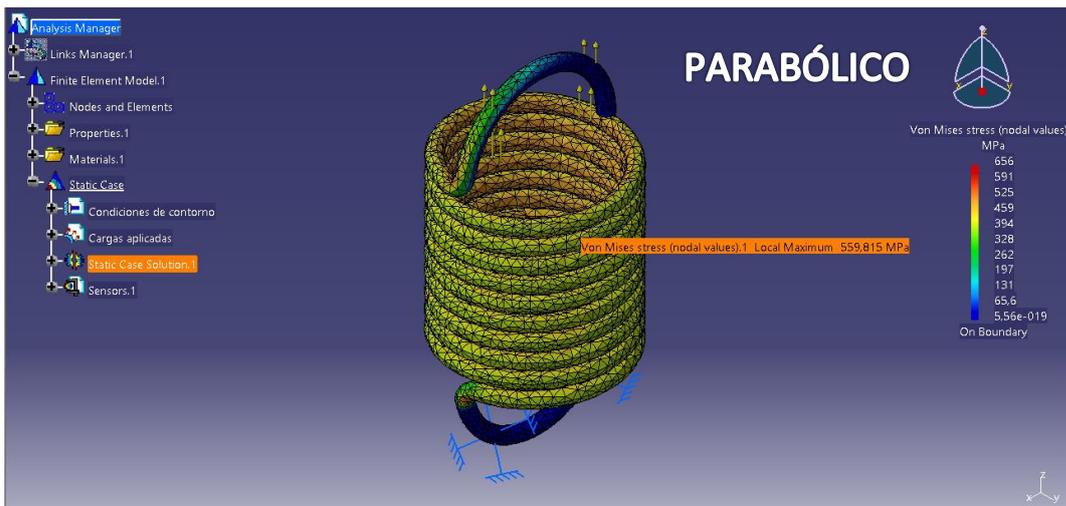


Figura 4.80 Tensión de Von Mises parabólico

d) Tensiones principales

La tensión principal que se presenta en las Figuras 4.81 y 4.82, es la de  $\sigma_1$ , y nos encontramos que el valor del modelo lineal es de 302,853 MPa y en el caso parabólico es más grande de unos 351.335 MPa. Al igual que en el apartado anterior, la diferencia es notable ya que son casi 50 MPa.

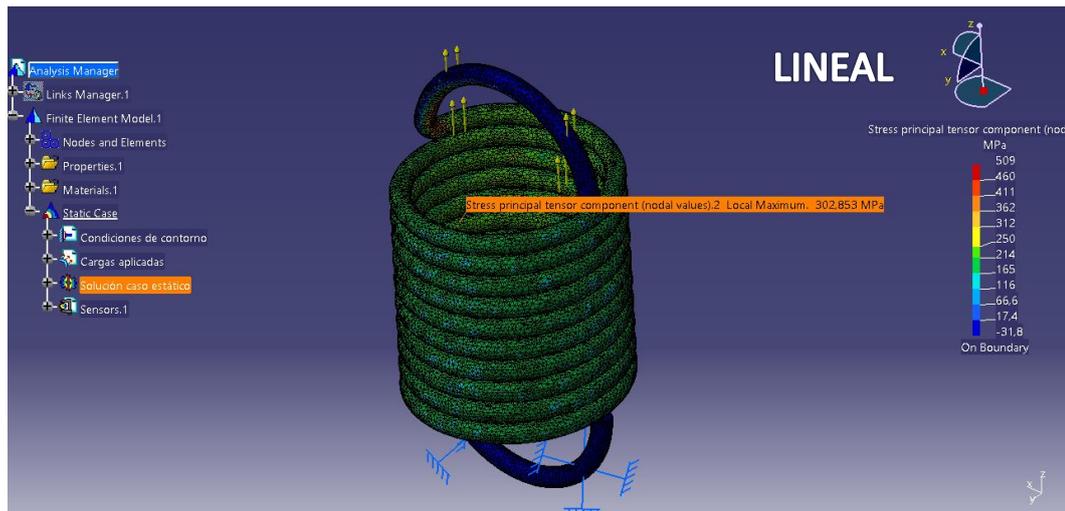


Figura 4.81 Tensión  $\sigma_1$  lineal

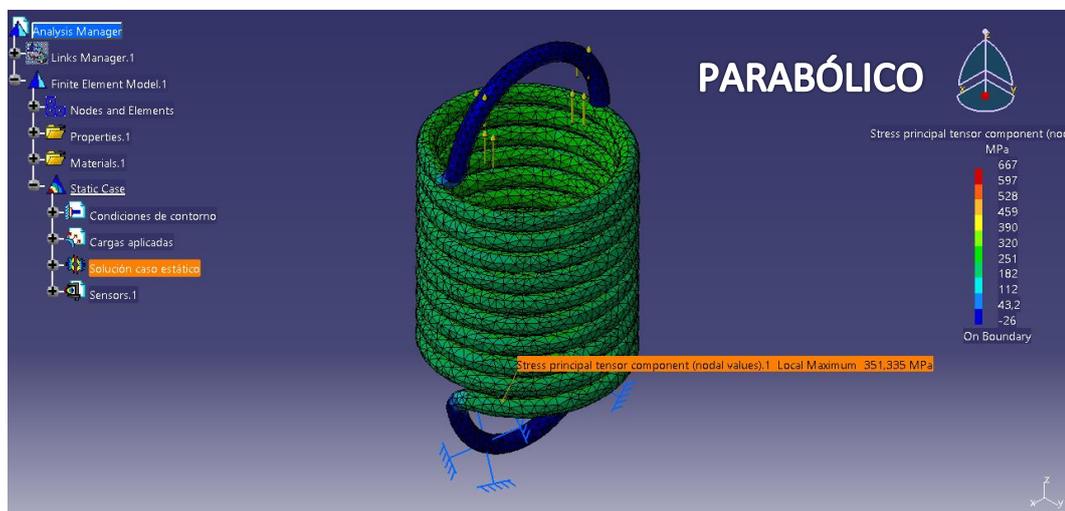


Figura 4.82 Tensión  $\sigma_1$  parabólico

Para la tensión principal  $\sigma_2$ , nos encontramos con los resultados que se muestran en las Figuras 4.83 y 4.84, donde las mayores tensiones se producen en los empalmes, pero como queremos evaluar el resorte nos vamos al valor del máximo local. Para el caso lineal es de -293,329 MPa y para el parabólico es de -331,864 MPa, sigue habiendo diferencia, pero menos amplia que en las tensiones anteriores.

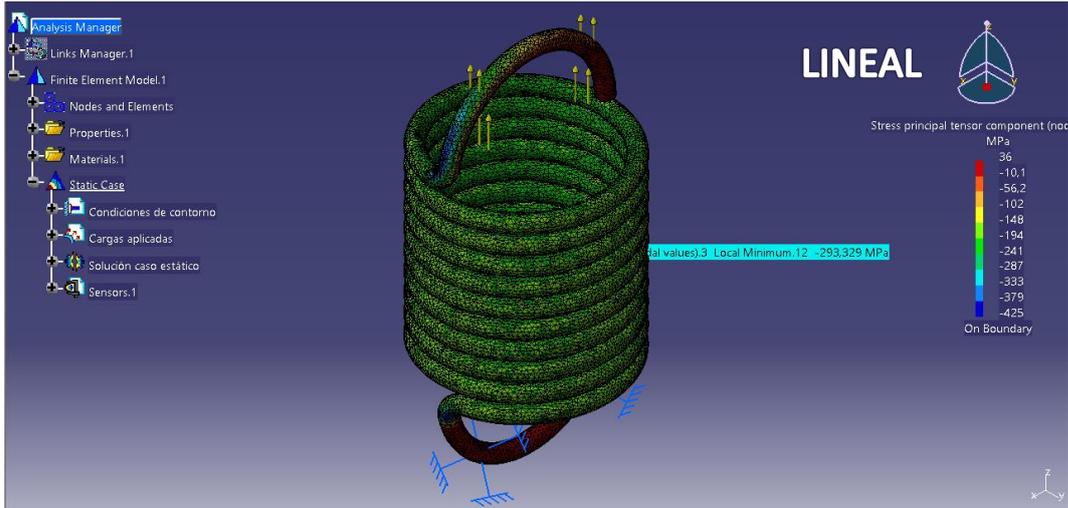


Figura 4.83 Tensión  $\sigma_2$  lineal

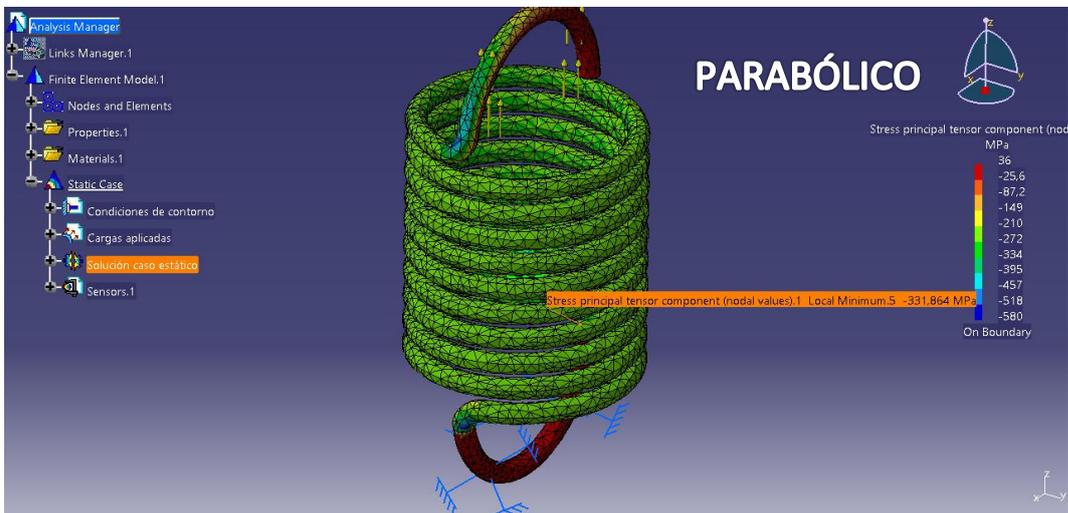


Figura 4.84 Tensión  $\sigma_2$  parabólico

En las siguientes imágenes, *Figuras 4.85 y 4.86*, se muestra la tensión de cizalladura que se produce en los nodos de la pieza, siendo el principal esfuerzo al que trabaja el resorte de tracción. En el modelo lineal, el valor máximo se alcanza en el nodo con una tensión de cizalladura de 273,144 MPa, mientras que en el modelo parabólico la máxima tensión es de 320,923 MPa.

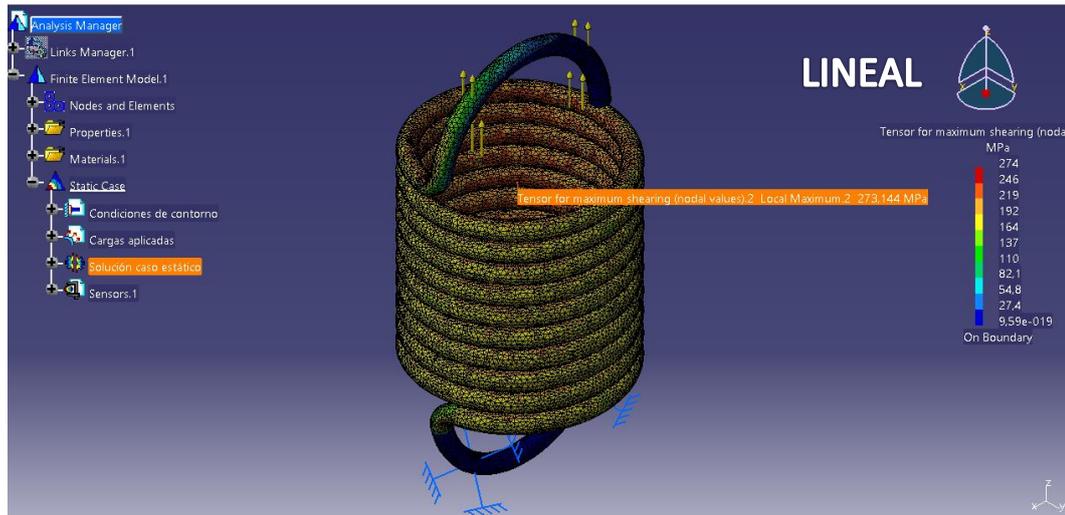


Figura 4.85 Valores de  $\tau$  en modelo lineal

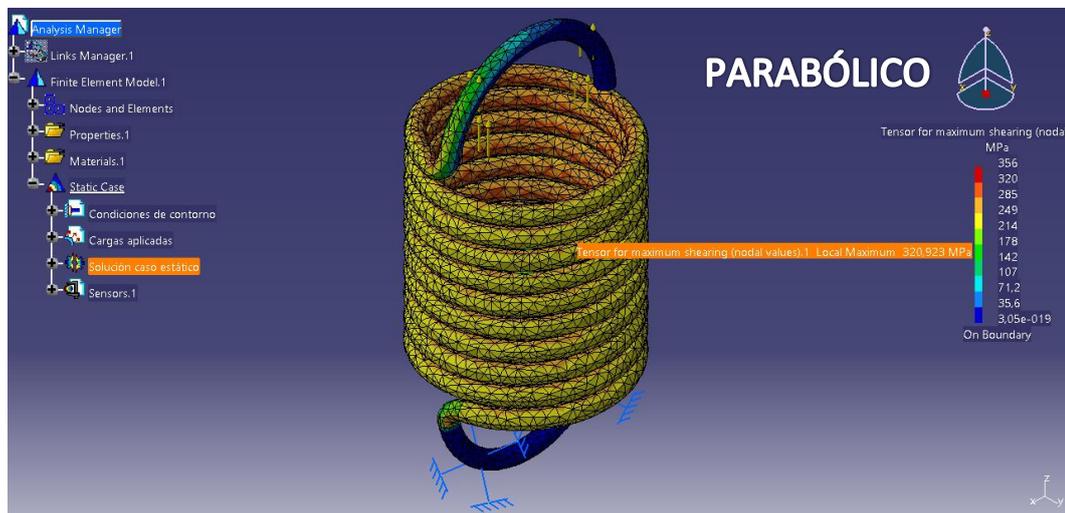


Figura 4.86 Valores de  $\tau$  en modelo parabólico

e) *Error local*

Para el caso del error local, en los dos modelos se produce un intervalo muy parecido en la mayoría de los nodos siendo del orden de  $10^{-7}$ , como se ve en las Figuras 4.87 y 4.88. El mayor error local que se produce es en ambos casos, del orden de  $10^{-6}$ .

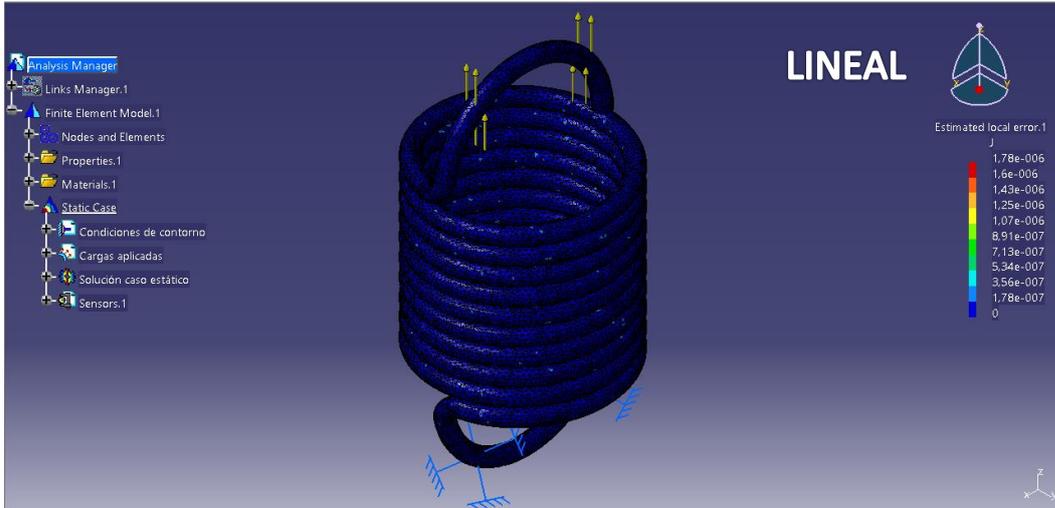


Figura 4.87 Error en el mallado lineal

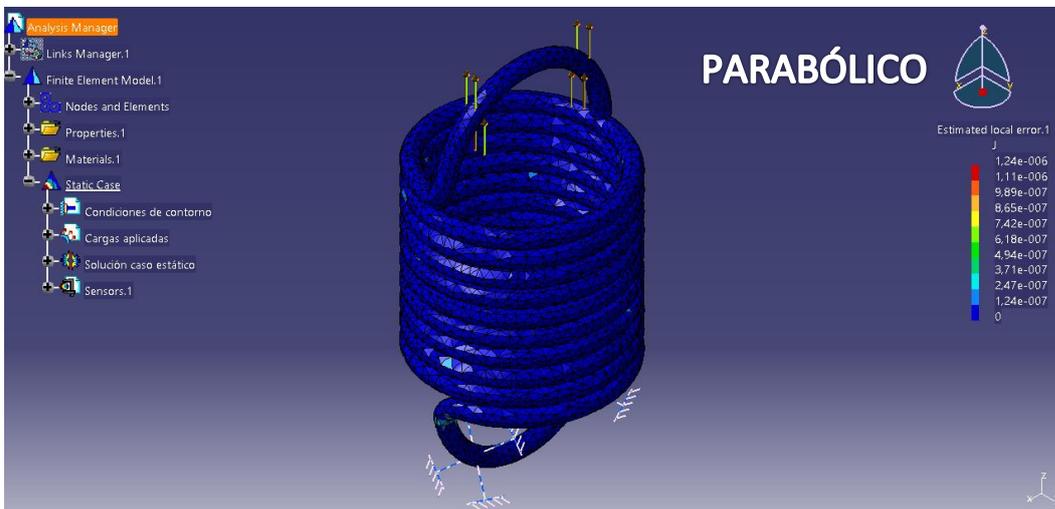


Figura 4.88 Error en el mallado parabólico

f) Desplazamiento

En los resultados de la deformación sin escala (apartado b del punto 4.3.3 de esta memoria), habíamos visto que las espiras se deforman una longitud parecida entre ellas, pero con esta herramienta se representa en una distribución de colores respecto del eje global de la pieza. Viendo las Figuras 4.89 y 4.90, se ve como cada espira tiene sus nodos de un color determinado alcanzándose su máximo en la parte superior de los ganchos en ambos casos. El máximo que se alcanza en el modelo lineal es de 9,15 mm y en el parabólico algo más, unos 10,5 mm.

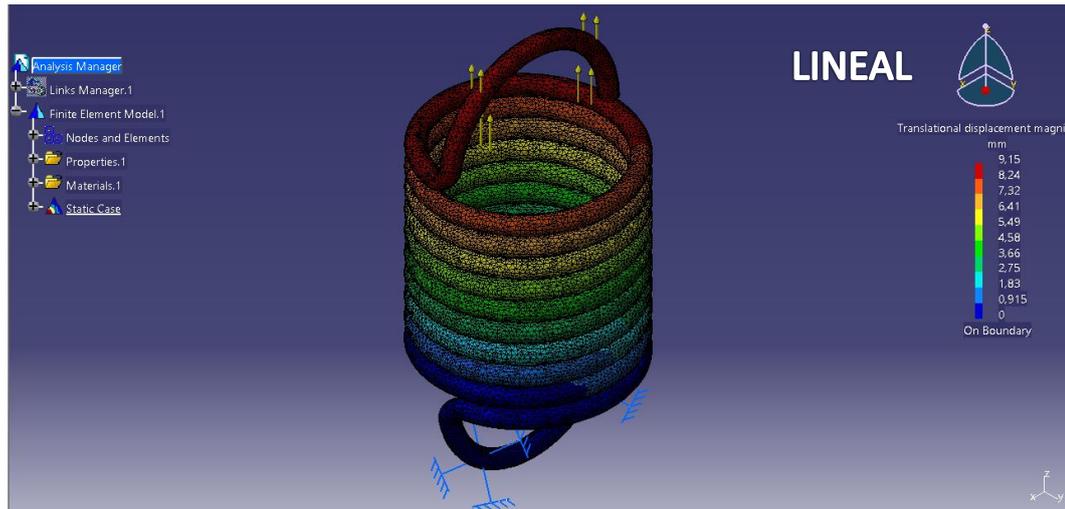


Figura 4.89 Deformación en el modelo lineal

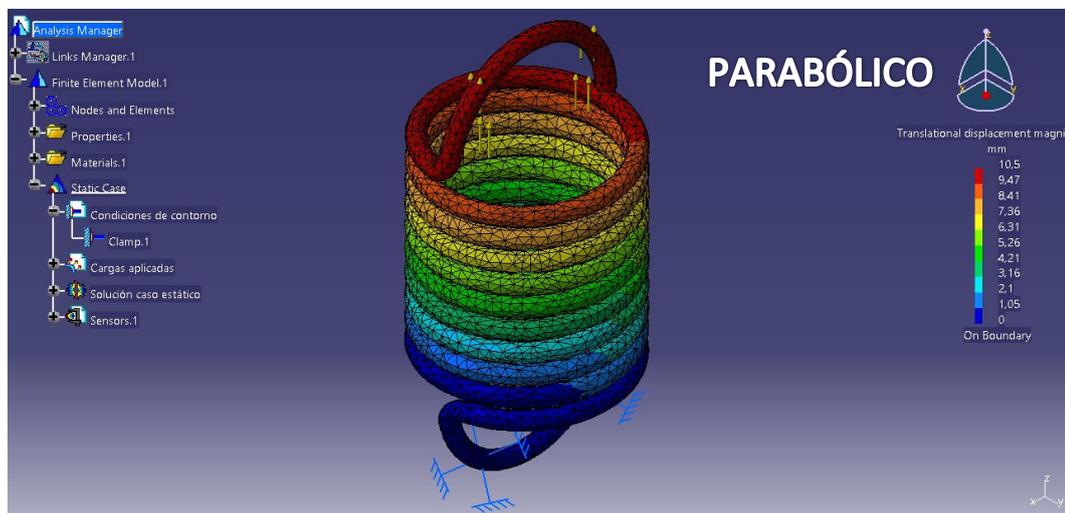


Figura 4.90 Deformación en el modelo parabólico

### g) Reacciones de equilibrio

Por último, las reacciones en las condiciones de contorno en ambos modelos son iguales como se ve en las Figuras 4.91 y 4.92 para el caso lineal, y en 4.93 y 4.94 para el caso de mallado parabólico. La principal reacción es de la fuerza, unos 10 N como la carga que se había aplicado en el gancho superior.



Figura 4.91 Reacción de la fuerza en modelo lineal



Figura 4.92 Reacción de los momentos en modelo lineal



Figura 4.93 Reacción de la fuerza en modelo parabólico

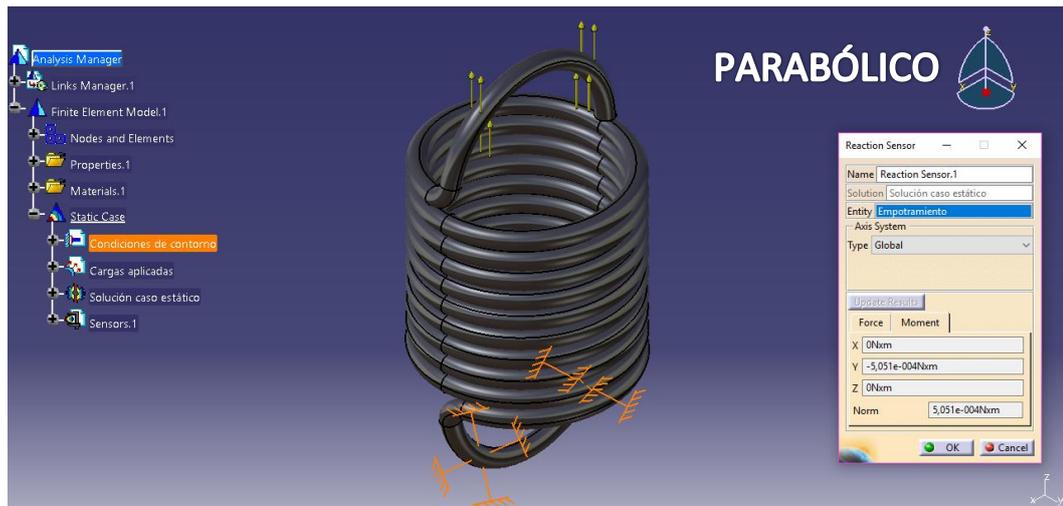


Figura 4.94 Reacción de los momentos en modelo parabólico

#### 4.3.4 Comparativa

Para resumir, los datos más representativos del estudio de la pieza, se incluye la *Tabla 4.3*, en la que podemos encontrar los valores teóricos, los del modelo lineal y los del modelo parabólico. En esta ocasión, la tabla tiene dos filas más con los valores de la tensión cortante del resorte en MPa y la deformación de este en mm.

	Resorte tracción		
	Teórico	Lineal	Parabólico
Tamaño malla (mm)		0,2	2
$\sigma_{Eq}$ (MPa)	487,49	491,24	559,82
$\tau_{Max}$ (MPa)	281,45	273,14	320,92
$\sigma_1$ (MPa)	281,45	302,85	351,34
$\sigma_2$ (MPa)	-281,45	-293,33	-331,86
Deformación y (mm)	8,15	9,15	10,50
<i>Error <math>\sigma_{Eq}</math> (%)</i>		<i>0,77</i>	<i>14,84</i>
<i>Error <math>\tau_{Max}</math> (%)</i>		<i>2,95</i>	<i>14,02</i>
<i>Error <math>\sigma_1</math> (%)</i>		<i>7,60</i>	<i>24,83</i>
<i>Error <math>\sigma_2</math> (%)</i>		<i>4,22</i>	<i>17,91</i>
<i>Error y (%)</i>		<i>12,28</i>	<i>28,85</i>

Tabla 4.3 Resultados resorte de tracción

En primer lugar, la tensión de Von Mises que se ha obtenido con los dos modelos, presenta una mayor precisión con el modelo lineal, teniendo un 0,769 % de error mientras que el modelo parabólico tiene un 14,836 %.



## Universidad de Valladolid

Para la tensión cortante, se produce un caso parecido a la de Von Mises. Por un lado el modelo parabólico con un 14,024 % de error, algo menos que el parámetro anterior, y en el caso lineal nos encontramos con un 2,952 % de error.

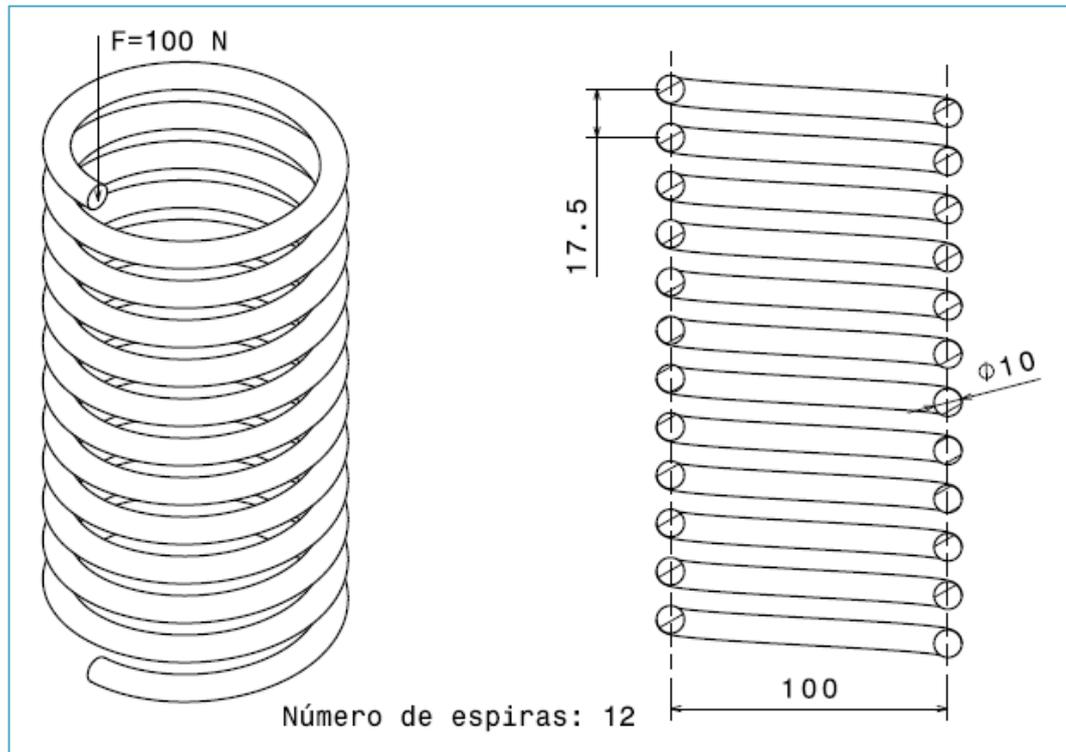
Con las tensiones principales, han sido evaluadas  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , en las que el modelo lineal comete un 7,603 y 4,220 % de error respectivamente, siendo  $\sigma_1$  el error más alto que comete el lineal. Por otro lado, el modelo parabólico comete un error de 24,829 % para  $\sigma_1$  y de 17,911 % para  $\sigma_2$ .

El último parámetro a evaluar, es la deformación  $\gamma$ , que en el caso lineal tiene un 12,284 % de error, algo más alto que los errores que se han cometido en los otros parámetros. El modelo parabólico, el valor del error es de 28,850 %, que es el más grande que se comete en este modelo.

## 4.4. Resorte de compresión

### 4.4.1. Resolución analítica

En este problema, nos encontramos con un resorte de compresión en el que se le aplica una carga puntual. El resorte no tiene ganchos como en el de tracción, por lo que la geometría del elemento queda definida con los datos que aparecen en la *Figura 4.95*, que son el diámetro medio del resorte, el diámetro del alambre, el paso y el número de espiras que tiene.



**Figura 4.95 Resorte de compresión**

Para la resolución del caso estático, se emplea la *Ecuación 2.15*, en la que conocemos todos los datos.

$$\tau = k_b \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = \frac{428 \cdot 100 \cdot 100}{38 \cdot \pi \cdot 10^3} = 28,145 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.15}$$

Una vez calculada la tensión cortante, podemos proceder al cálculo de  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  con la *Ecuación 2.11*, obteniéndose las tensiones principales de las *Ecuaciones 4.7* y *4.8*, y también la tensión de Von Mises con la *Ecuación 2.27*.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 0 \pm \sqrt{28.145^2} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

$$\sigma_1 = 28,145 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.7}$$

$$\sigma_2 = -28.145 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.8}$$

$$\sigma^{\text{eq}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3 \cdot 28,145^2} = 48,75 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

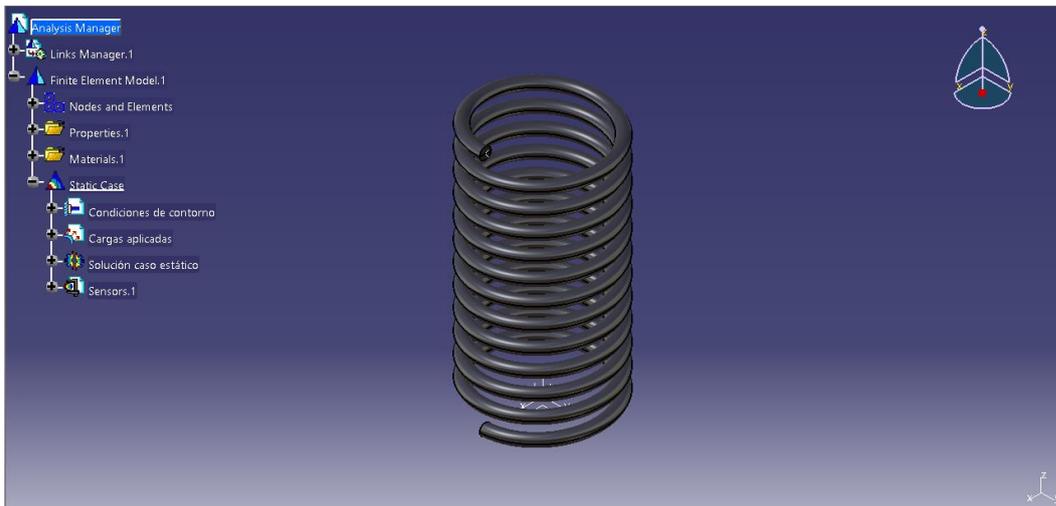
Por último, como se va a evaluar también la deformación del muelle, se emplea la *Ecuación 2.18*, siendo  $G=9,817 \cdot 10^4$  MPa.

$$y = \frac{8D^3N}{d^4G} F = \frac{8 \cdot 100^3 \cdot 12}{10^4 \cdot 9,817 \cdot 10^4} 100 = 9,779 \text{ mm} \quad \text{Ecuación 2.18}$$

#### 4.4.2. Modelo

Para definir la geometría del resorte, no necesitamos gancho o el empalme como en el caso del resorte de tracción, por lo que es más fácil generar el modelo sólido. Con el diámetro medio del resorte, el diámetro del alambre, el paso y el número de espiras queda definido por completo el resorte de compresión.

El material de la pieza, es el mismo que hemos venido eligiendo en los ejemplos anteriores de la memoria, hierro con tensión de fluencia de 250 MPa. Ahora, ya se puede iniciar el módulo de Static Analysis, como en la *Figura 4.96*.



**Figura 4.96** Pieza en el módulo Static Analysis

A continuación, se pasa a la etapa 2 de la *Figura 3.1*, en la que elegimos el mallado. Las *Figuras 4.97* y *4.98*, muestran la configuración del mallado de la solución final en los dos casos, modelo lineal y parabólico.

En ambos mallados, se ha elegido un mismo tamaño del elemento, unos 2 mm, y también el mismo valor de Absolute sag, de 1 mm, por lo que lo único que cambia es el tipo de elemento.



Figura 4.97 Configuración mallado lineal



Figura 4.98 Configuración mallado parabólico

En las condiciones de contorno, hay que incluir tres, la de las Figuras 4.99, 4.100 y 4.101, ya que además de restricciones, hay que hacer uso de un elemento virtual.

En la primera, se emplea el uso de un elemento virtual, más concretamente un *Rigid Virtual Part*, el cual tiene de elemento de apoyo la cara del extremo superior y el punto es donde va a ir aplicada la fuerza vertical. El uso de este elemento, es para que a la hora de simular la pieza las tensiones que se generan en esa superficie no dé valores altos, debidos a la fuerza puntual.

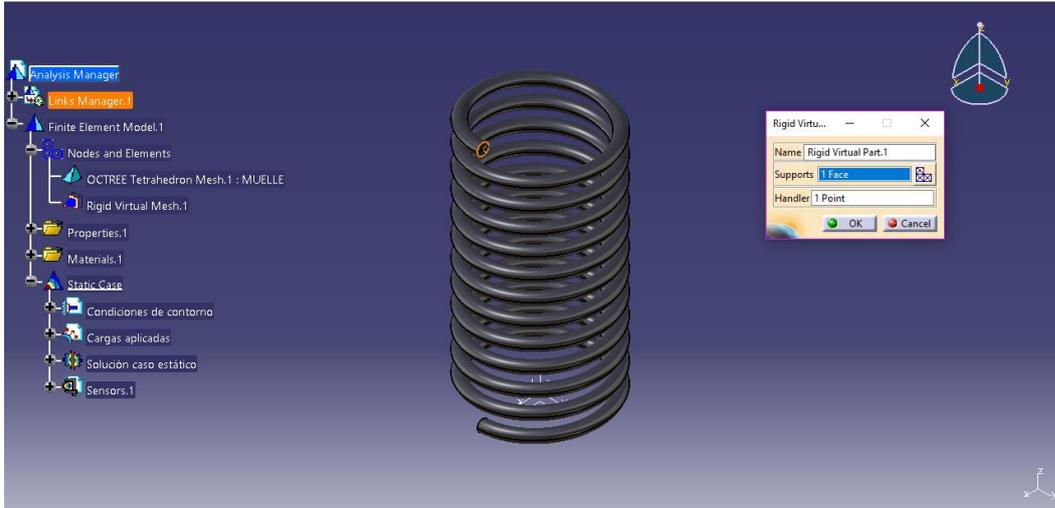


Figura 4.99 Comando Rigid Virtual Part

Para restringir la pieza, hay que colocar un empotramiento en la extremo inferior de la pieza (Figura 4.100), pero además, se necesita hacer uso del comando User Defined Restrain en el extremos superior (Figura 4.101). En la cara donde se aplica la fuerza puntual, se restringen todos los grados de libertad excepto dos, la traslación en el eje que se aplica la fuerza (eje z) y la rotación sobre el eje y.

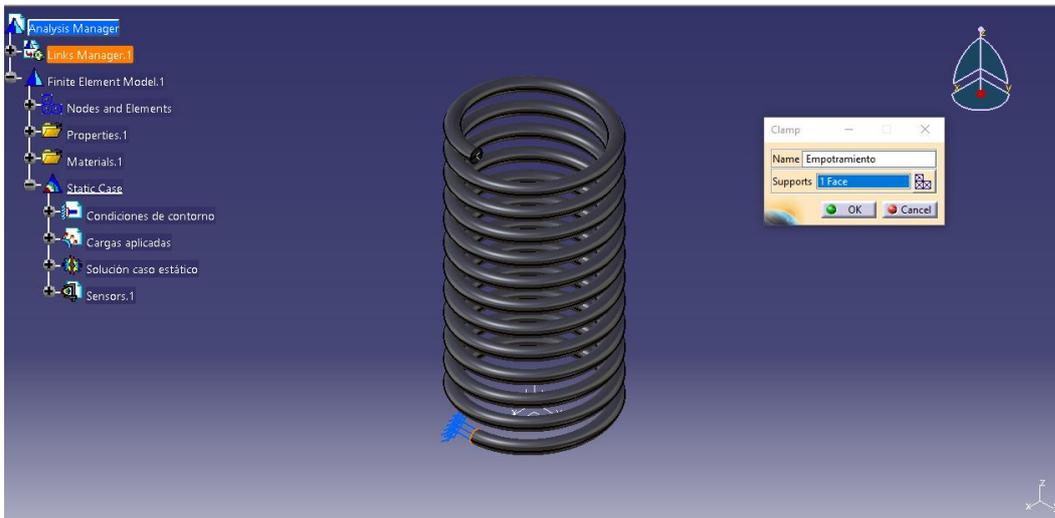
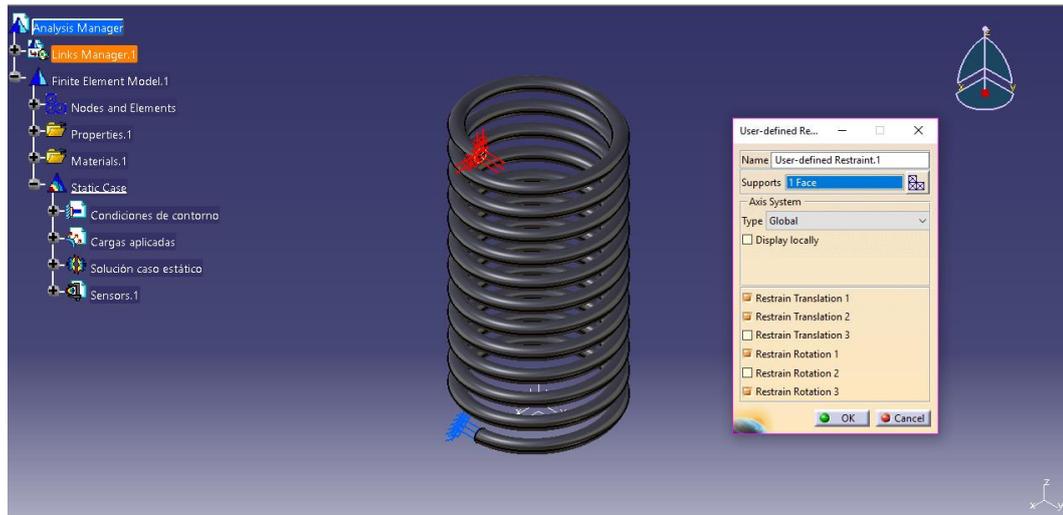
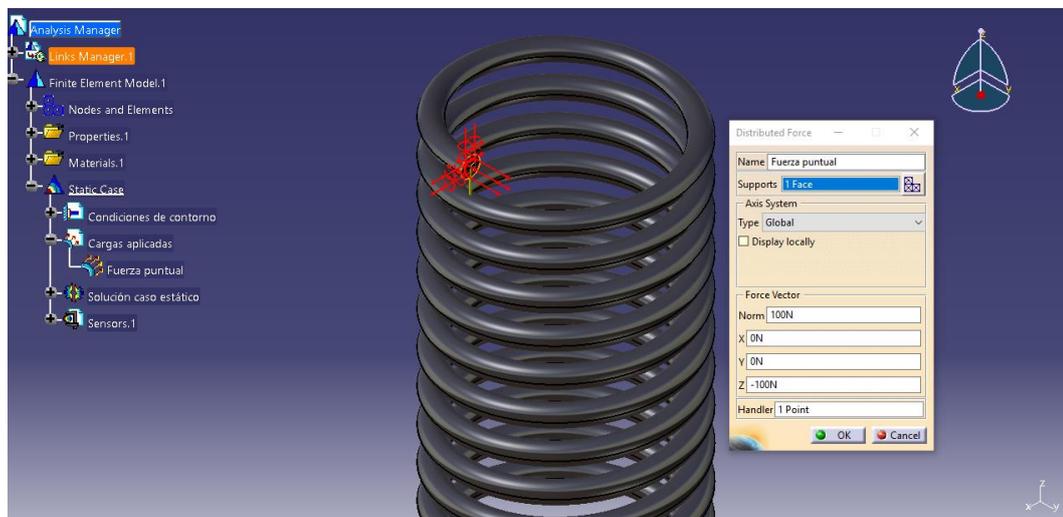


Figura 4.100 Condición de contorno inferior



**Figura 4.101 Condición de contorno superior**

Ahora, ya podemos aplicar la fuerza puntual del caso estático habiendo creado el elemento virtual para que no origine tensiones elevadas en los resultados. Entonces, seleccionando la cara, el punto, el módulo y dirección de la fuerza, ya tenemos configurada la aplicación de cargas como en la *Figura 4.102*.



**Figura 4.102 Carga aplica de compresión**

A continuación, se lanza el cálculo y se adapta el mallado (en caso necesario) para que los resultados que visualicemos sean los definitivos, y poder interpretar los parámetros.

### 4.4.3. Resultados

Una vez finalizado el modelo, procedemos a ver los resultados del resorte a compresión y analizarlos, anotando los valores de los parámetros característicos, que son los mismos que el punto 4.3 de esta memoria.

#### a) Mallado

El mallado que se presentan en las Figuras 4.103 y 4.104, son muy parecidos, ya que en el modelo se ha configurado el programa para que los tetraedros sean del mismo tamaño, 2 mm, pero el elemento es diferente.

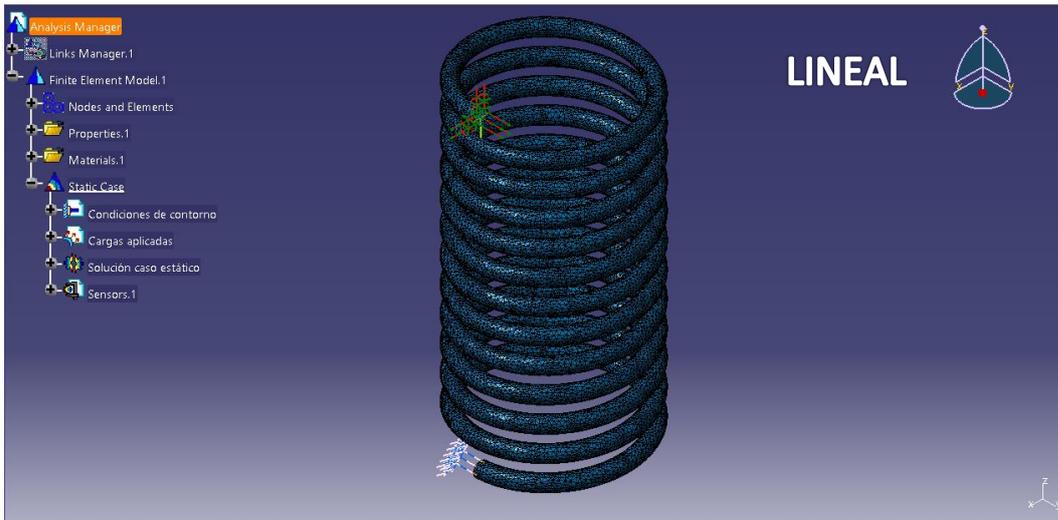


Figura 4.103 Mallado lineal

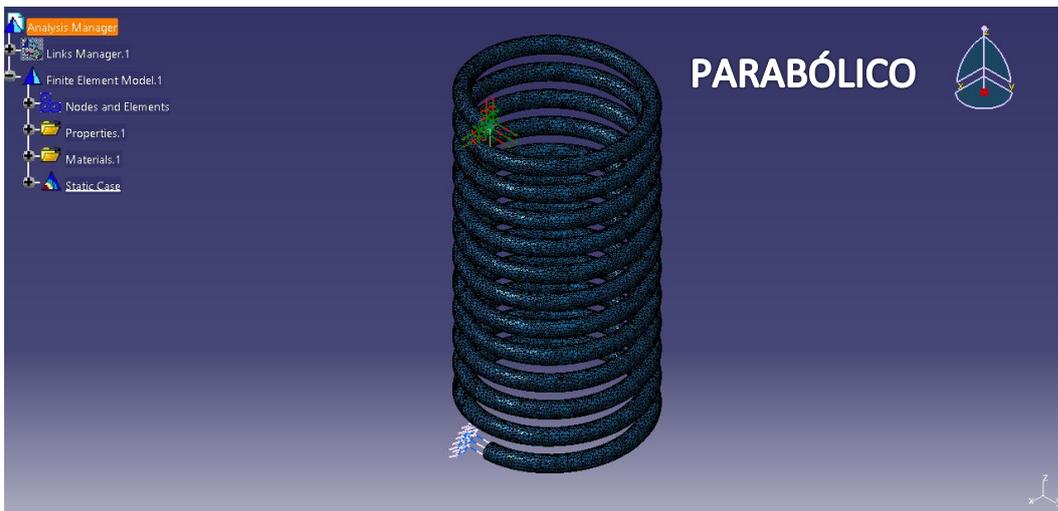


Figura 4.104 Mallado parabólico

### b) Deformación

Para la deformación, se produce un caso similar al resorte de tracción, en el que la deformación de las espiras respecto a otra es similar, como se ve en las Figuras 4.105 y 4.106.

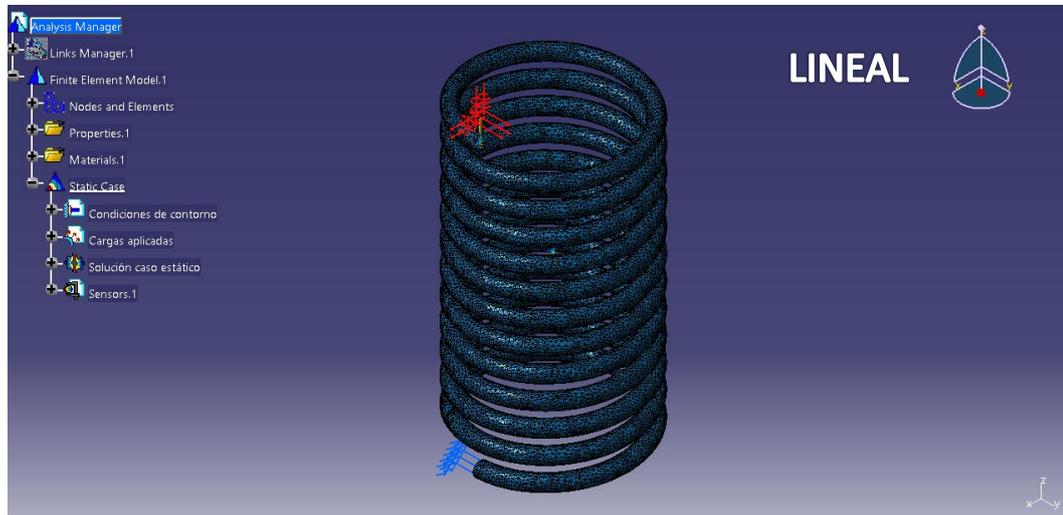


Figura 4.105 Deformación lineal

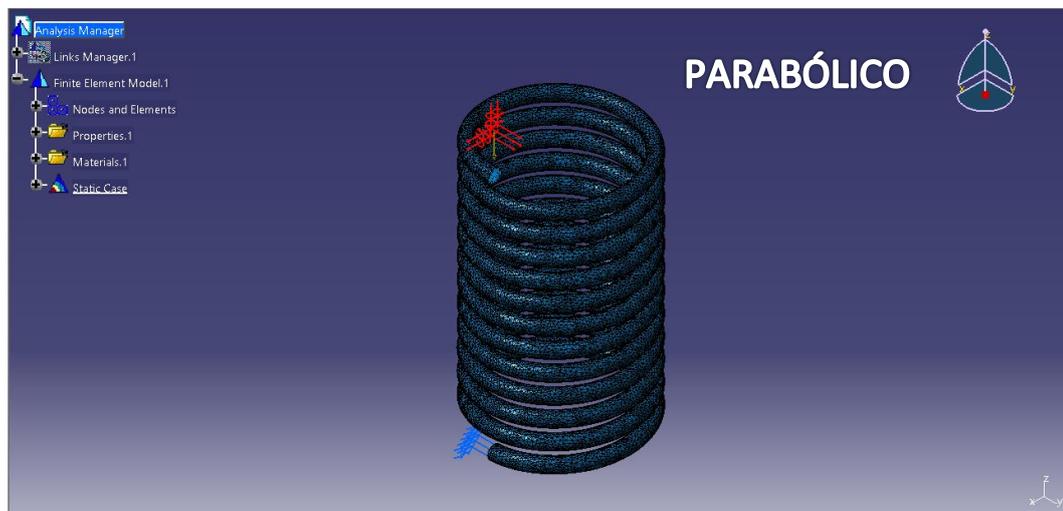


Figura 4.106 Deformación parabólico

### c) Tensión de Von Mises

Pasamos a la tensión de Von Mises, donde nos encontramos una distribución como la que se ve en las Figuras 4.107 y 4.108. En ninguno de los dos modelos, se sobrepasa la tensión de fluencia, por lo que no es necesario configurar el mapa de colores y dejarlo por defecto, para poder distinguir mejor la tensión en las diferentes zonas.

En el caso lineal, se ve que la tensión máxima alcanzada es de 50,856 MPa, mientras que en el parabólico la tensión de Von Mises máxima que se alcanza son 53,745 MPa. En este resorte, al no haber gancho ni empalme, la tensión máxima siempre será la máxima global que aparezca.

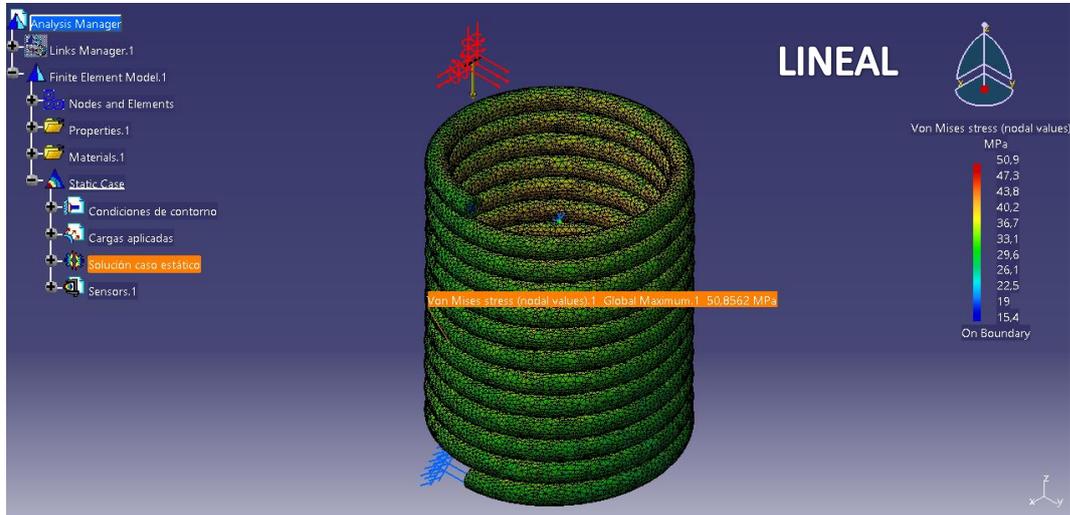


Figura 4.107 Tensión de Von Mises lineal

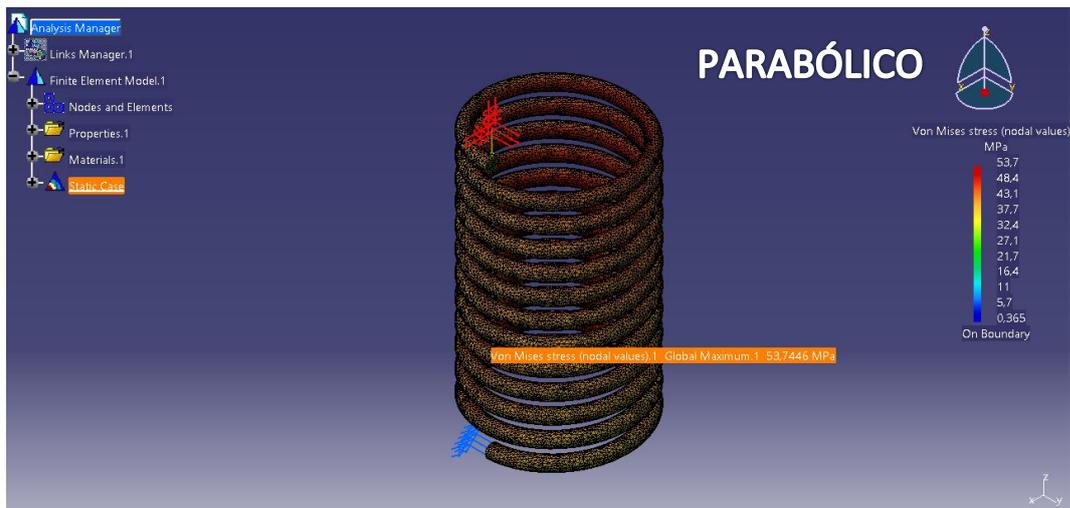


Figura 4.108 Tensión de Von Mises parabólico

d) Tensiones principales

Con las tensiones principales, nos encontramos con las siguientes situaciones. En el caso de  $\sigma_1$ , los valores máximos son de 29,2489 MPa para el modelo lineal y de 29,3544 MPa para el parabólico, véase Figuras 4.109 y 4.110. Pero en este último, el parabólico, se recurre a los máximos locales ya que el global se produce en la cara donde se aplica la fuerza.

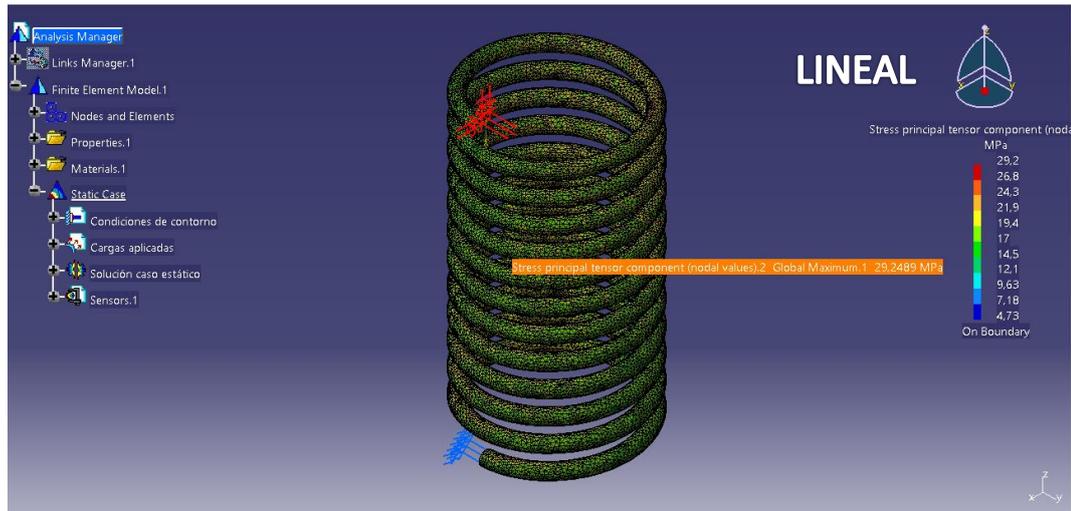


Figura 4.109 Tensión  $\sigma_1$  lineal

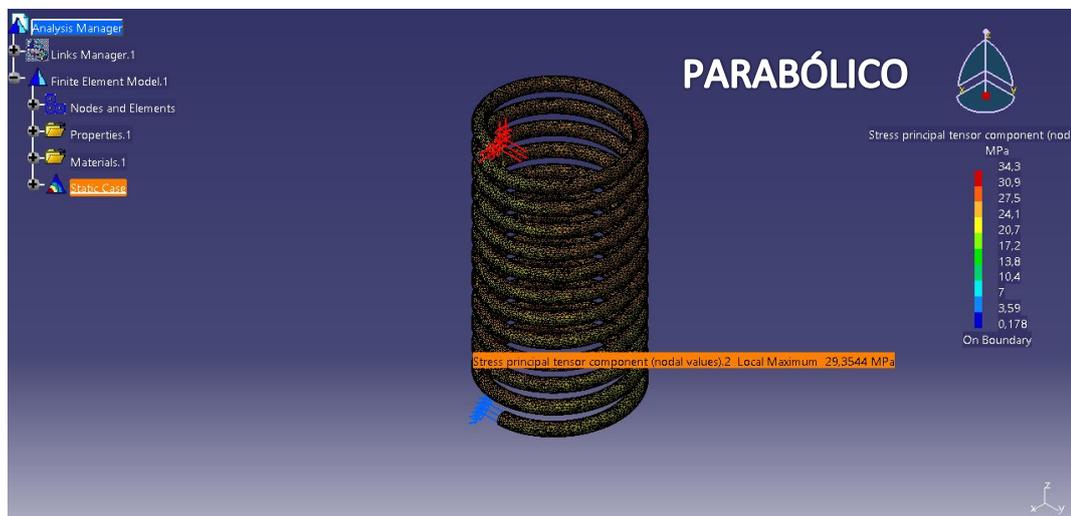


Figura 4.110 Tensión  $\sigma_1$  parabólico

Cuando procedemos a visualizar  $\sigma_2$ , nos encontramos con valores muy parecidos en los dos modelos, véase Figuras 4.111 y 4.112, donde se alcanza un máximo de -33,124 MPa en el caso lineal, y 33.516 MPa en el parabólico.

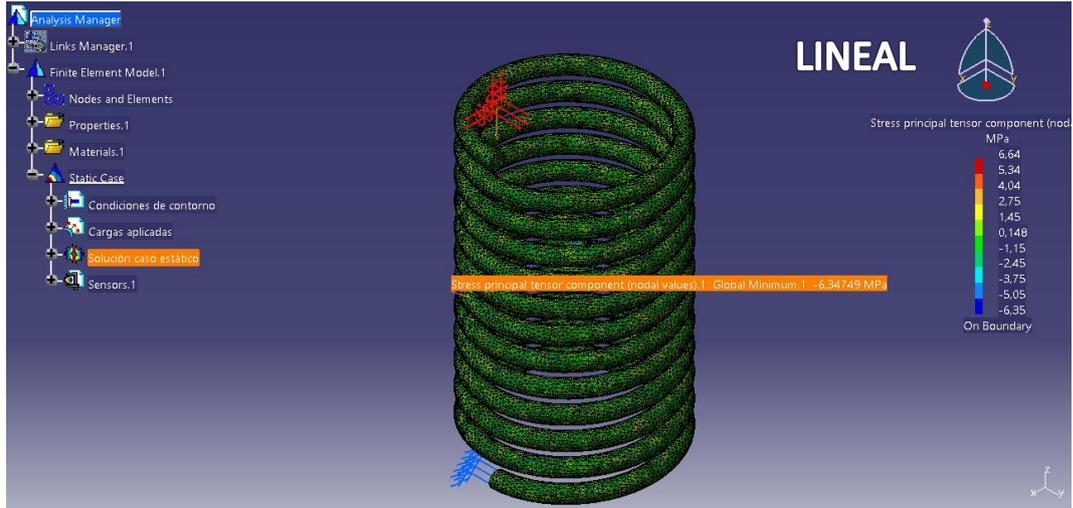


Figura 4.111 Tensión  $\sigma_2$  lineal

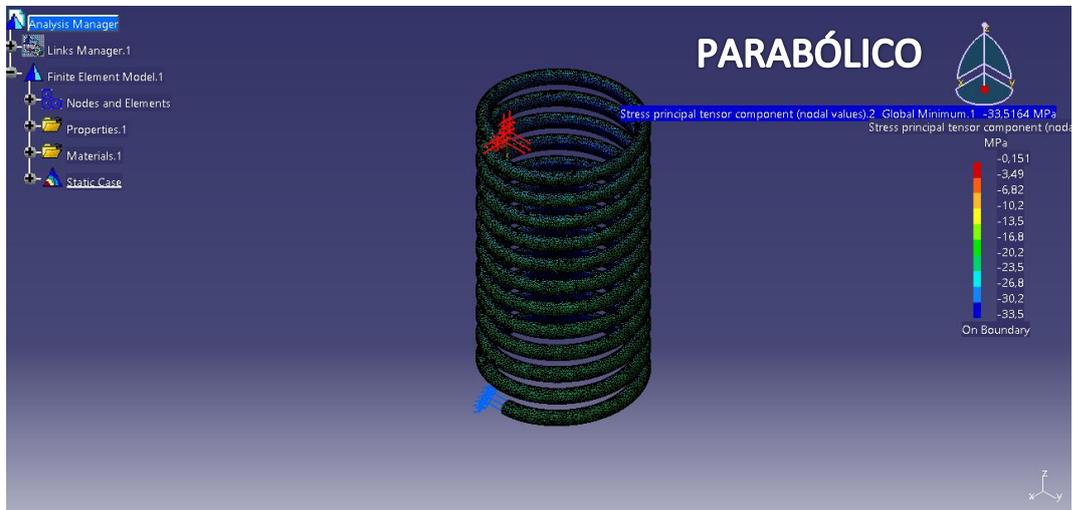


Figura 4.112 Tensión  $\sigma_2$  parabólico

Para la tensión de cizalladura, nos encontramos con las situaciones de las Figuras 4.113 y 4.114, donde los máximos que se dan son 29,024 MPa para el caso lineal, y para el parabólico es de 30,983 MPa.

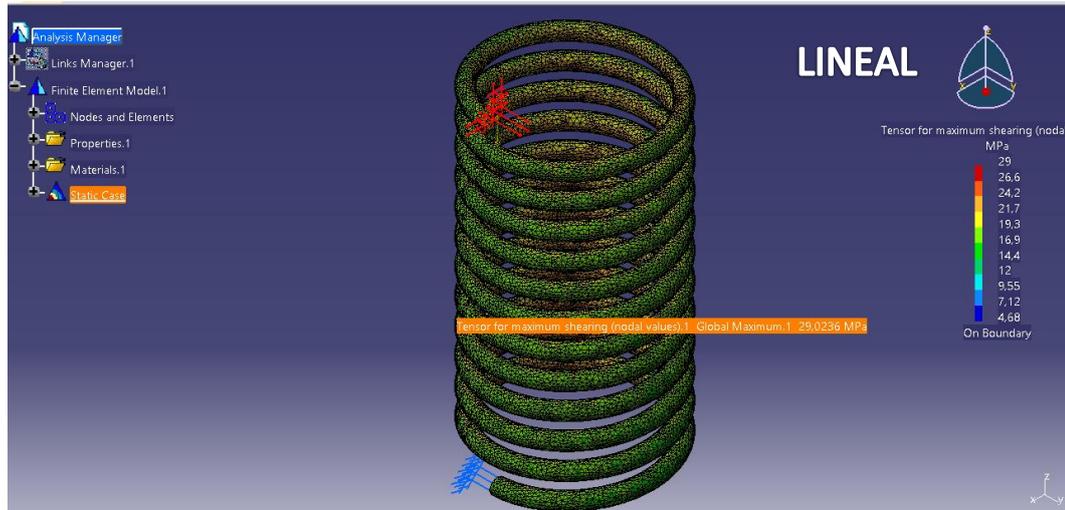


Figura 4.113 Tensión cortante lineal

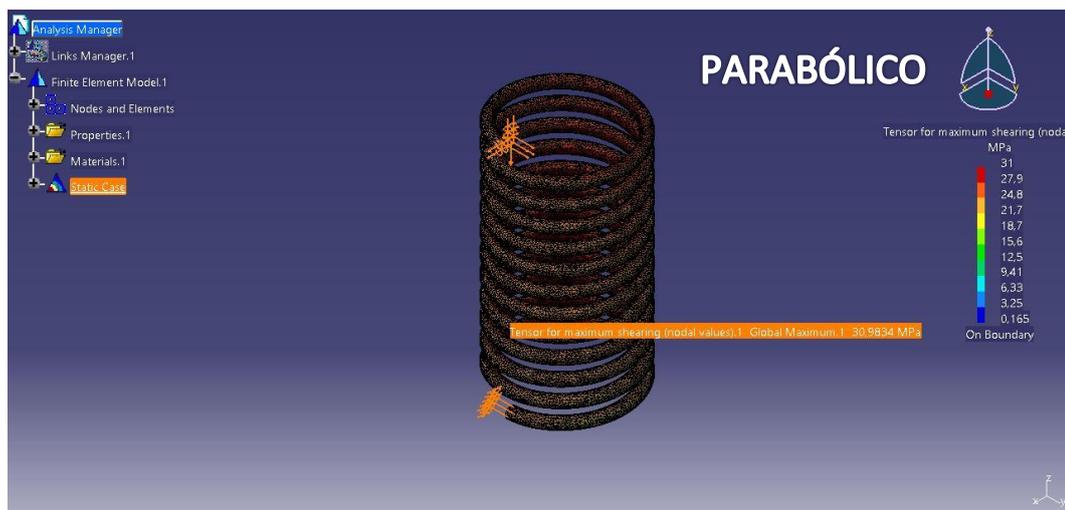


Figura 4.114 Tensión cortante parabólico

e) *Error local*

Las Figuras 4.115 y 4.116, muestran la distribución del error local estimado en los dos modelos para cada elemento. En el mallado lineal, el máximo se produce en un orden de  $10^{-5}$ , mientras que en el parabólico es de  $10^{-8}$ .

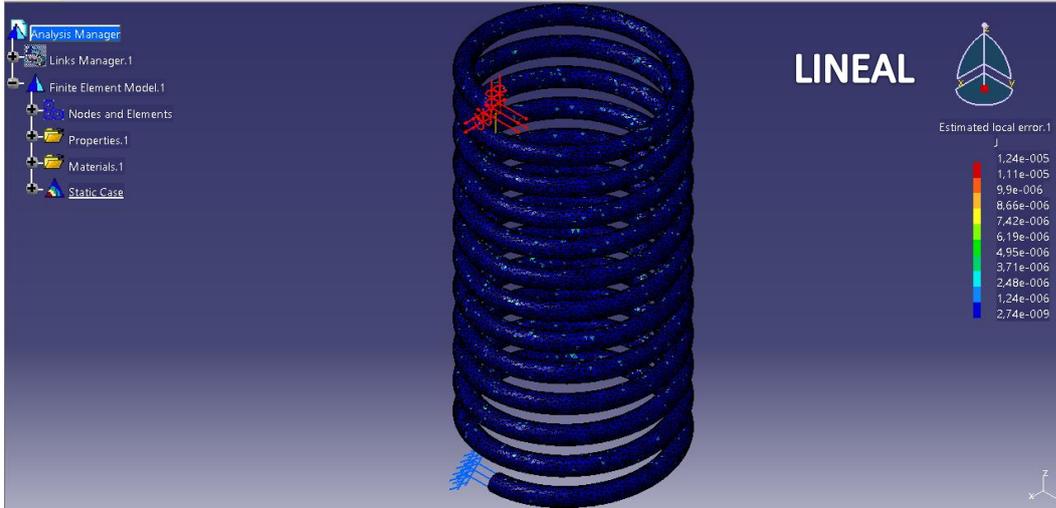


Figura 4.115 Error local lineal

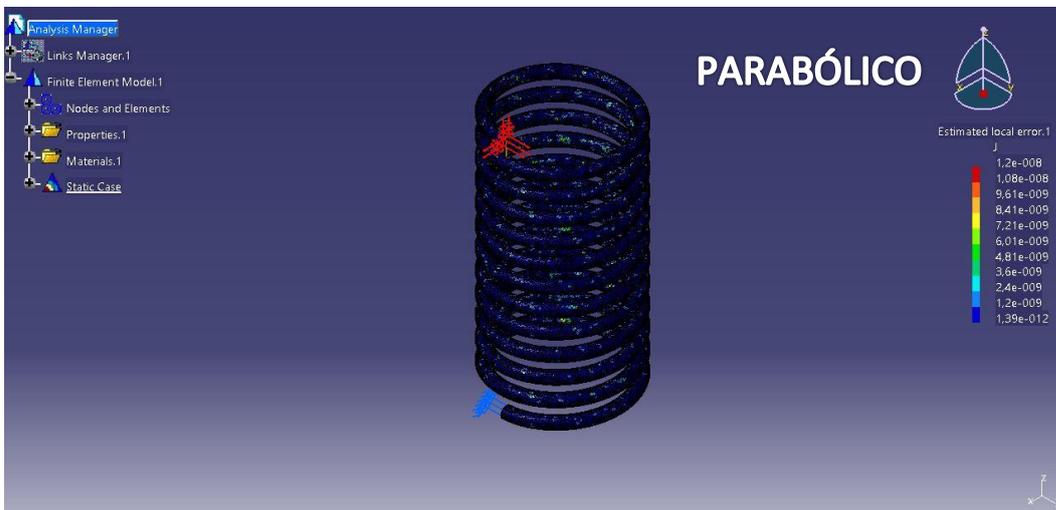


Figura 4.116 Error local parabólico

f) Desplazamiento

En cuanto a la distribución de la deformación, podemos comprobar que en ambos modelos (*Figuras 4.117 y 4.118*), en cada espira predomina un color de la escala de colores, al igual que en el resorte de tracción visto en el punto 4.3 de esta memoria.

La deformación que vamos a evaluar es el máximo, por lo que los valores que obtenemos son en el caso del modelo lineal de 10,6 mm, y en el caso parabólico es de unos 12,2 mm, ambos se producen en el extremo del resorte donde se aplica la fuerza.

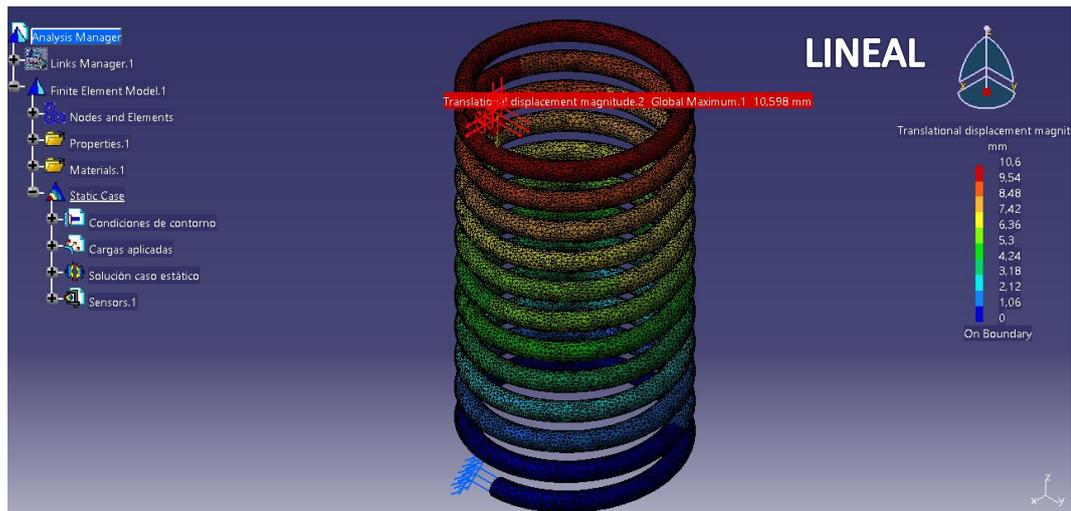


Figura 4.117 Desplazamiento lineal

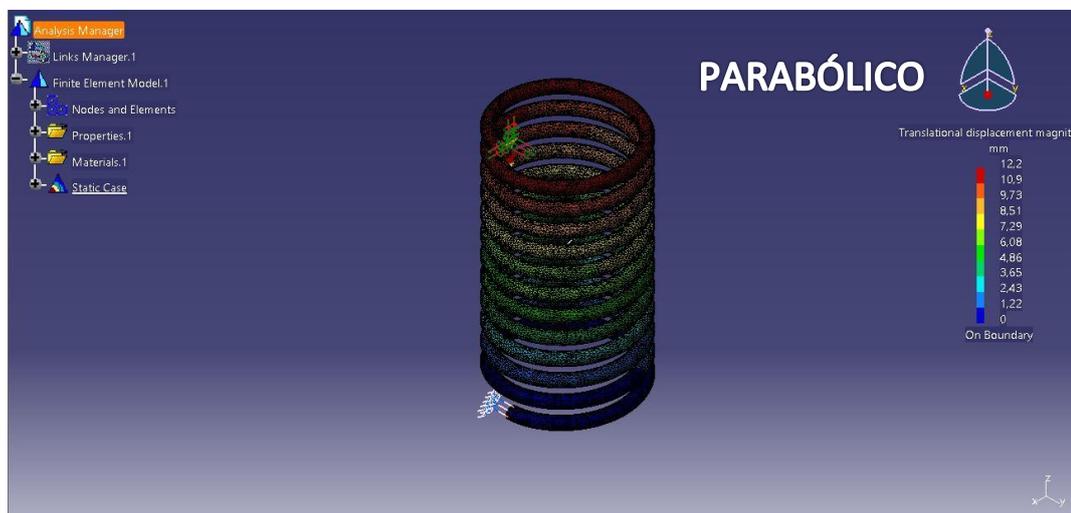


Figura 4.118 Desplazamiento parabólico

g) Reacciones de equilibrio

En las Figuras 4.119 y 4.120, vemos las reacciones que se producen el modelo lineal, donde el valor representativo es la componente z de la fuerza, que es igual a la carga aplicada. En el caso parabólico, ocurre algo similar como se puede comprobar en las Figuras 4.121 y 4.122.

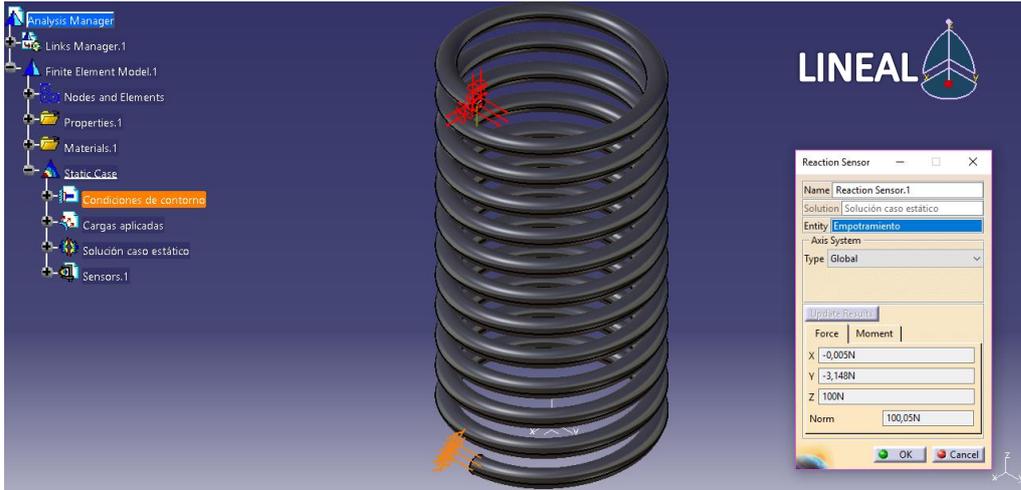


Figura 4.119 Reacciones fuerzas lineal

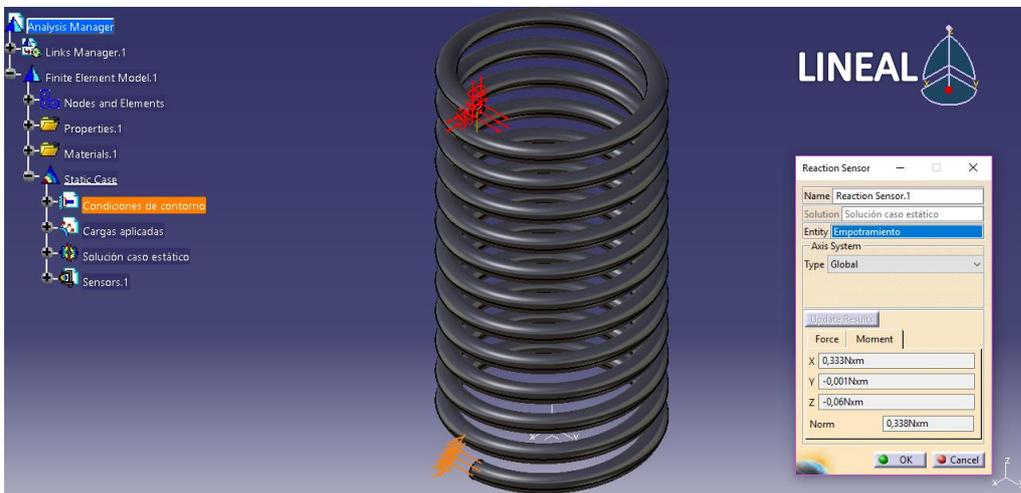


Figura 4.120 Reacciones momentos lineal

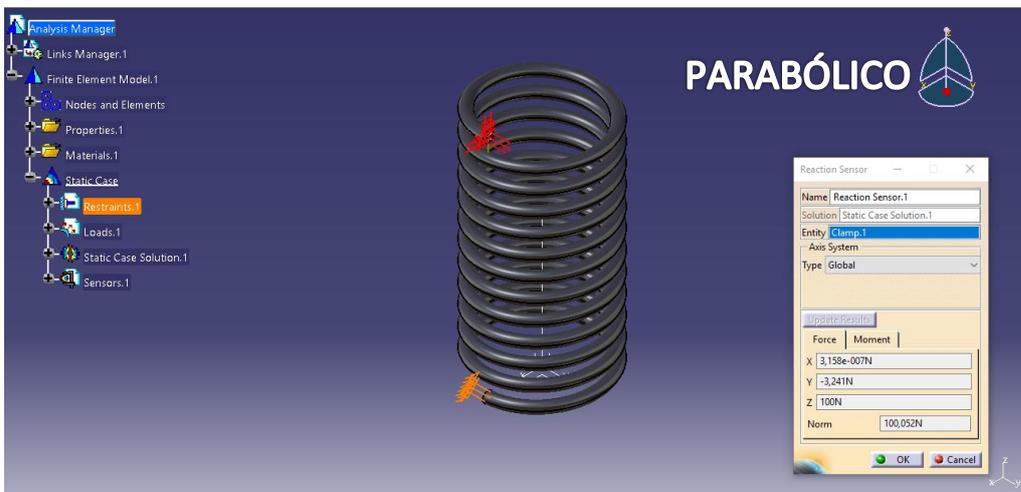


Figura 4.121 Reacciones fuerzas parabólico

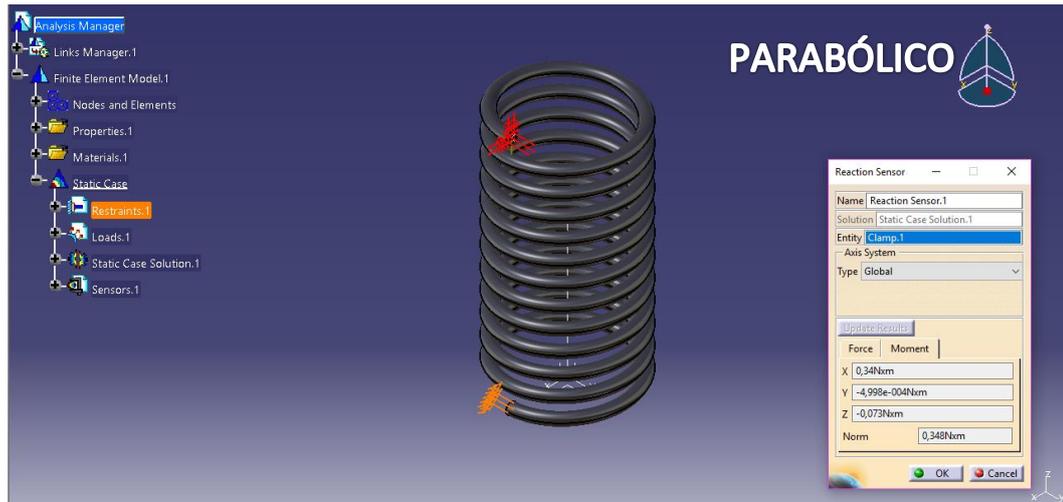


Figura 4.122 Reacciones momentos parabólico

#### 4.4.4 Comparativa

Una vez visualizado los resultados, y tomado los valores de los parámetros característicos, se han recogido en la *Tabla 4.4* junto con los valores teóricos. Esta tabla es contiene los mismos parámetros que la *Tabla 4.3*.

	Resorte de compresión		
	Teórico	Lineal	Parabólico
Tamaño malla		2	2
$\sigma_{Eq}$ (MPa)	48,75	50,86	53,74
$\tau_{Max}$ (MPa)	28,15	29,02	30,98
$\sigma_1$ (MPa)	28,15	29,25	29,35
$\sigma_2$ (MPa)	-28,15	-33,12	-33,52
Deformación y (mm)	9,78	10,59	12,20
<i>Error <math>\sigma_{Eq}</math> (%)</i>		4,32	10,25
<i>Error <math>\tau_{Max}</math> (%)</i>		3,12	10,08
<i>Error <math>\sigma_1</math> (%)</i>		3,92	4,30
<i>Error <math>\sigma_2</math> (%)</i>		17,69	19,08
<i>Error y (%)</i>		8,28	24,76

Tabla 4.4 Resultados resorte de compresión

El primer parámetro a comparar, es la tensión de Von Mises, pues es la más importante a la hora de aplicar el criterio. Para el caso lineal, el error que se ha cometido es de 4,32 %, mientras que en el parabólico sube hasta 10,25 %.



## Universidad de Valladolid

La tensión cortante, cuando se compara con el valor teórico del caso estático, podemos ver que en el modelo lineal el error cometido es de 3,12 % y que en el modelo con mallado parabólico es de 10,08 %.

A la hora de evaluar las dos tensiones principales, vemos que el valor de  $\sigma_1$  para el caso lineal y parabólico es de 3,92 % y 4,30 % respectivamente. Sin embargo, cuando analizamos el error en  $\sigma_2$ , sube en ambos casos, siendo para el lineal de 17,69 % y para el parabólico de 19,08 %.

El último parámetro, el de la deformación, se comete menos error en el modelo lineal, 8,28 %, que en el caso de tetraedros parabólicos 24,76 %.

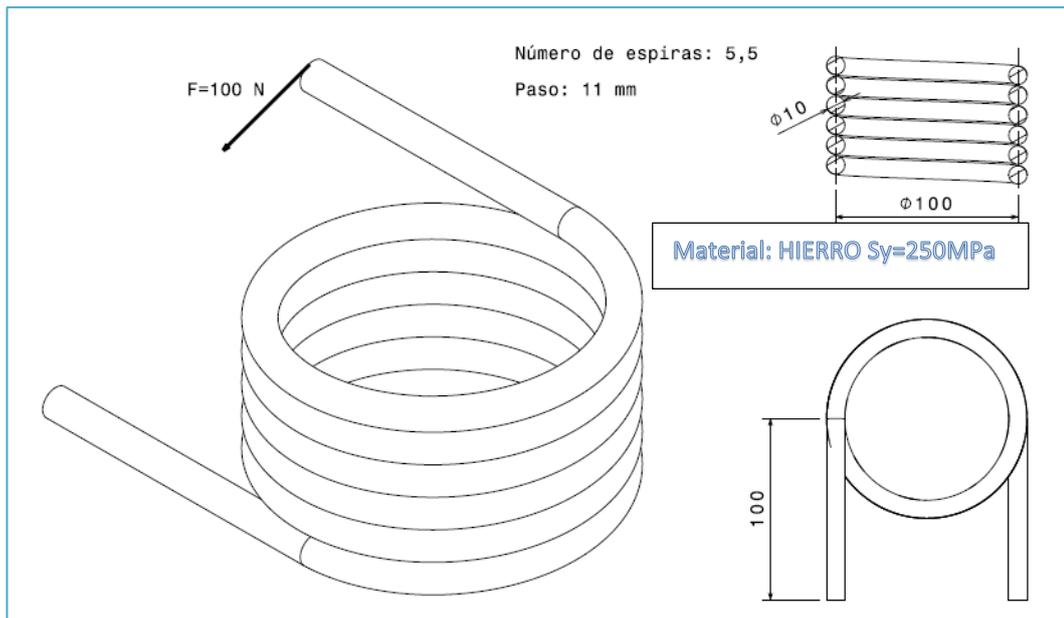
Todos estos resultados, han sido obtenidos con un tamaño de malla igual para los dos modelos, de 2 mm, pero en todos los parámetros se ha acercado más el modelo lineal que el parabólico al valor teórico.

## 4.5. Resorte torsión

### 4.5.1. Resolución analítica

La siguiente pieza, se trata de un resorte de torsión como el de la *Figura 4.123*. En este problema, se aplica una fuerza puntual en el extremo superior, que es la prolongación recta del alambre de la última espira.

Para definir la geometría de la pieza, necesitamos el diámetro medio de la espira, el diámetro del alambre, el número de espiras, el paso y la distancia del centro del diámetro medio.



**Figura 4.123 Resorte de torsión**

Para el cálculo analítico, hacemos uso de la *Ecuación 2.20* donde obtenemos la tensión máxima, con la que usamos la *Ecuación 2.11*, para los valores de  $\sigma_1$  (*Ecuación 4.9*) y  $\sigma_2$  (*Ecuación 4.10*) y la *Ecuación 2.27*.

$$\sigma_{Max} = K_i \frac{32 \cdot F \cdot r}{\pi \cdot d^3} = \frac{4 \cdot 10^2 - 10 - 1}{4 \cdot 10(10 - 1)} \cdot \frac{32 \cdot 100 \cdot 100}{\pi \cdot 10^3} = 110,06 \text{ MPa}$$

Ecuación 2.20

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{110,06}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{110,06}{2}\right)^2}$$

Ecuación 2.11

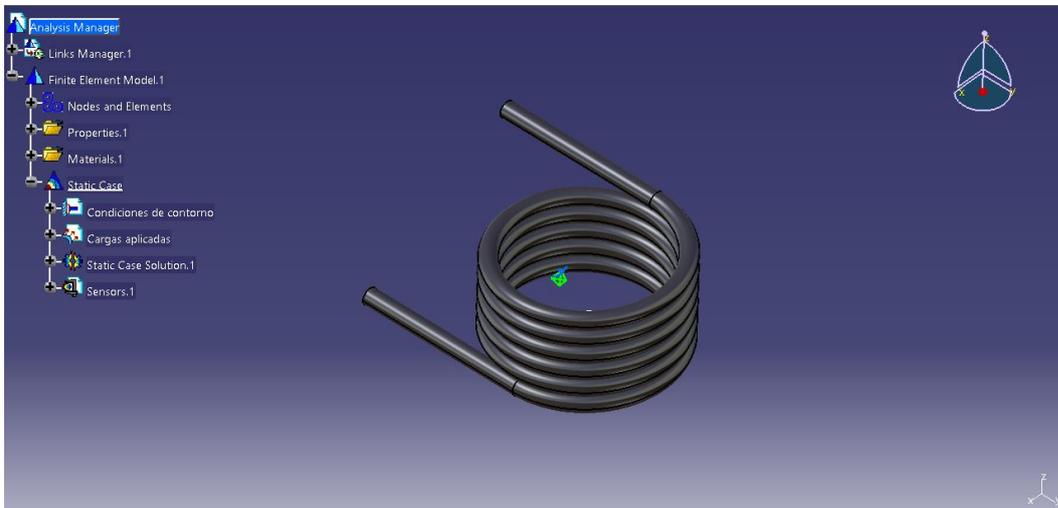
$$\sigma_1 = 110,06 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.9}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.10}$$

$$\sigma^{\text{eq}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{110,06^2} = 110,06 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

#### 4.5.2. Modelo

Al haber definido la geometría y el material de la pieza, podemos iniciar el módulo Static Analysis (*Figura 4.124*) y proseguir con la etapa 3 de la *Figura 3.1*.



**Figura 4.124 Resorte torsión módulo Static Analysis**

Como en la piezas anteriores, se va a estudiar dos modelos, uno con mallado parabólico y otro con mallado lineal. El mallado de la *Figura 4.125*, corresponde con el lineal y tiene un tamaño del elemento de 7,5 mm y un valor de *Absolute sag* de 1,5 mm. Por otro lado, el mallado parabólico está configurado como el de la *Figura 4.126*, y tiene un tamaño de elemento de 5 mm y un *Absolute sag* de 1 mm.



**Figura 4.125 Configuración mallado lineal**



**Figura 4.126 Configuración mallado parabólico**

En el siguiente paso, imponemos las condiciones de contorno que en este problema será una únicamente. Se trata de un empotramiento, como en la *Figura 4.127*, que tiene como elemento de apoyo una superficie, más concretamente la prolongación inferior, donde no está aplicada la fuerza puntual.



Figura 4.127 Empotramiento del resorte

En la *Figura 4.128*, podemos ver cómo hay que configurar las cargas aplicadas, en este caso al ser una fuerza puntual se usa el comando *Distributed Force*, con el elemento de apoyo que es la cara del extremo superior y el punto se ha creado en el centro de la curva del extremo. Como modulo tiene 100 N, y se aplica en la dirección del eje x.



Figura 4.128 Fuerza puntual en el extremo

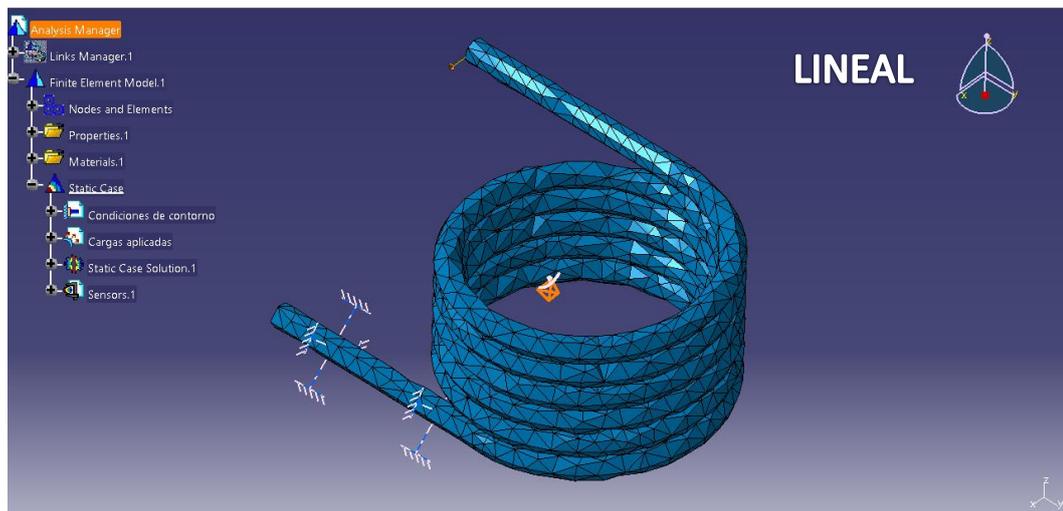
Ahora, ya se puede lanzar el cálculo del problema estático, y como con el mallado previamente mostrado estamos conformes, podemos seguir con la visualización de los resultados.

### 4.5.3. Resultados

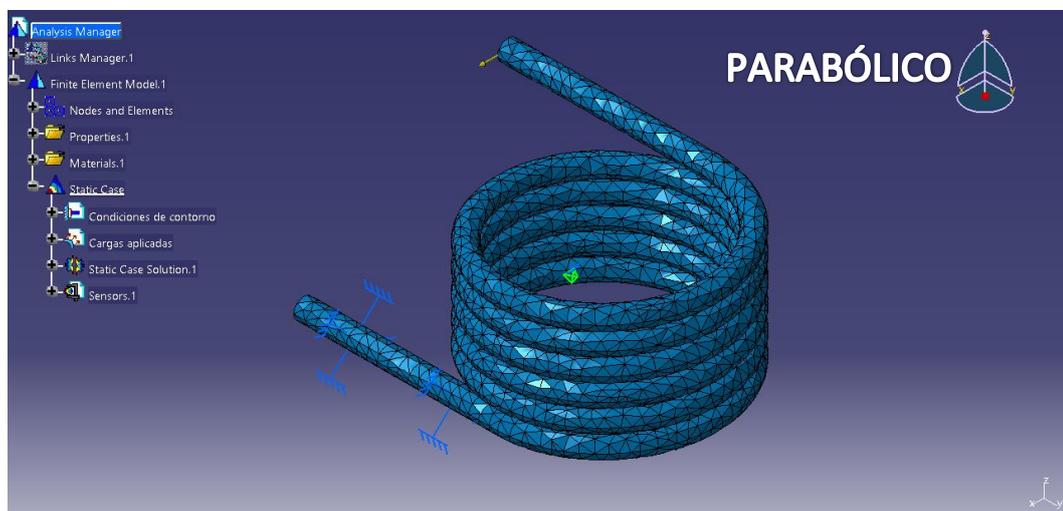
#### a) Mallado

El primer resultado que visualizamos, es el del mallado de la pieza. Como se observa en las *Figura 4.129* y *4.130*, se ve que el tamaño del elemento en el modelo lineal es más grande (7,5 mm) y el parabólico más pequeño (5 mm).

También, se pudo ver que todos los elementos en su respectivo modelo tiene el mismo tamaño, ya que no se ha empleado un mallado local en ninguno de los dos modelos.



**Figura 4.129** Mallado lineal



**Figura 4.130** Mallado parabólico

### b) Deformación

A continuación, en las *Figuras 1.131* y *1.132*, se representa la deformación de la pieza aunque sin escala. En ambas figuras, vemos que la parte que más se desplaza es el extremo superior, donde se aplica la fuerza puntual, mientras que la prolongación inferior al estar empotrada no se deforma.

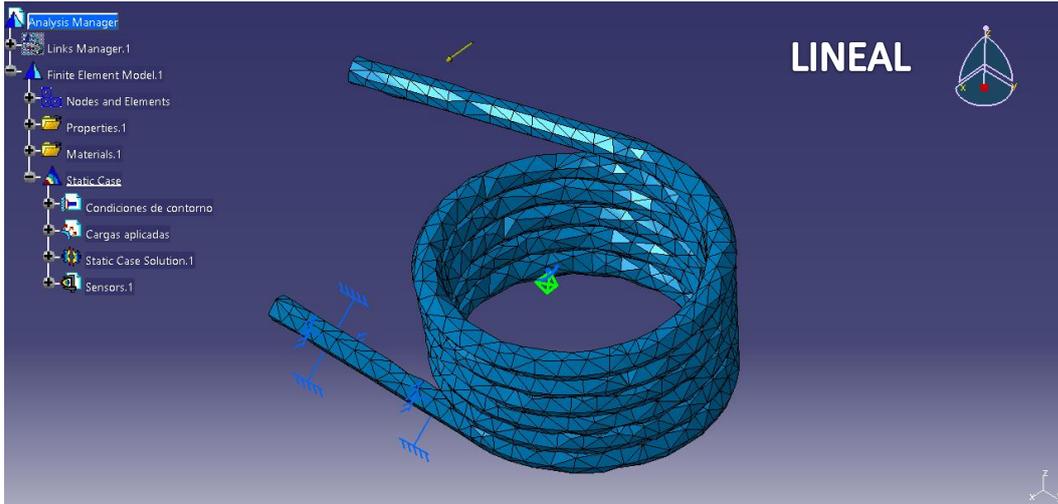


Figura 4.131 Deformación lineal

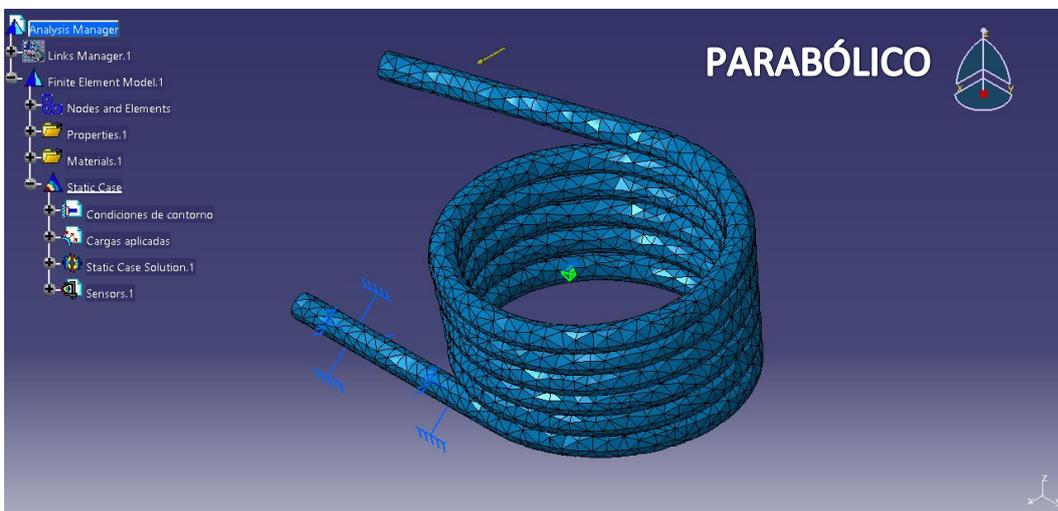


Figura 4.132 Deformación parabólico

c) Tensión de Von Mises

Con la representación de la tensión de Von Mises, se pasa a evaluar el fallo de la pieza, Figuras 4.133 y 4.134. En los dos modelos, no se llega a la tensión de fluencia (250 MPa), aunque como se ve en las escalas de colores, la diferencia entre las tensiones de la pieza mallada linealmente con la mallada con elementos parabólicos es apreciable.

En el caso lineal, se alcanza el máximo en una de las espiras con una tensión de Von Mises de 110,506 MPa, cercano al valor teórico, mientras que en el modelo parabólico el máximo es de 180,877 MPa, alejándose más del valor calculado en el punto 4.5.1 de esta memoria.

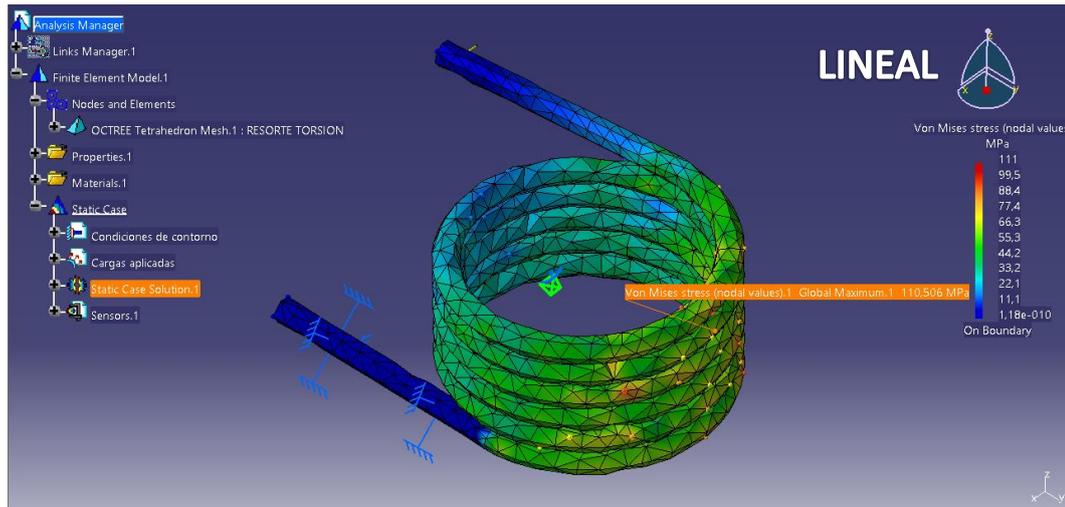


Figura 4.133 Tensión de Von Misses lineal

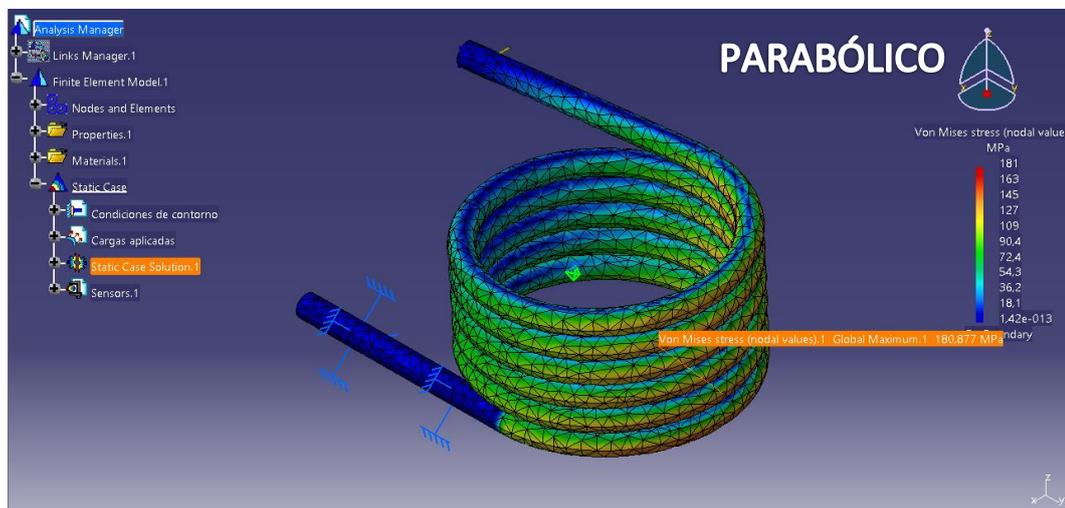


Figura 4.134 Tensión de Von Misses parabólico

d) Tensiones principales

Para las tensiones principales, primero se evalúa los valores de  $\sigma_1$  en las Figuras 4.135 y 4.136. En el caso del modelo lineal, nos encontramos que la tensión de  $\sigma_1$  se encuentra en una de las espiras con un valor de 99,2378 MPa. Cuando se representa el modelo parabólico, vemos que el máximo se produce en la espira inferior, y el valor máximo de  $\sigma_1$  es de 160,364 MPa.

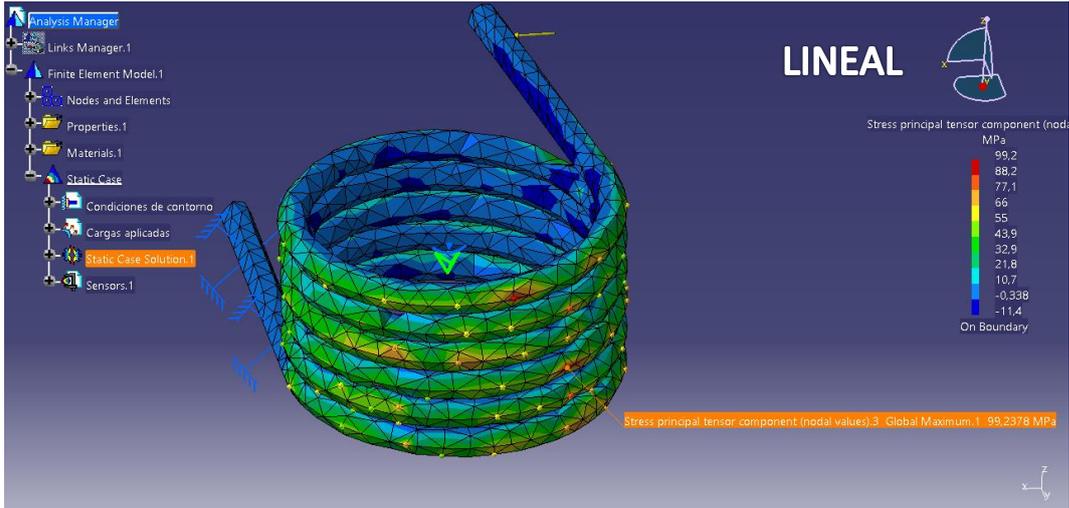


Figura 4.135 Tensión  $\sigma_1$  lineal

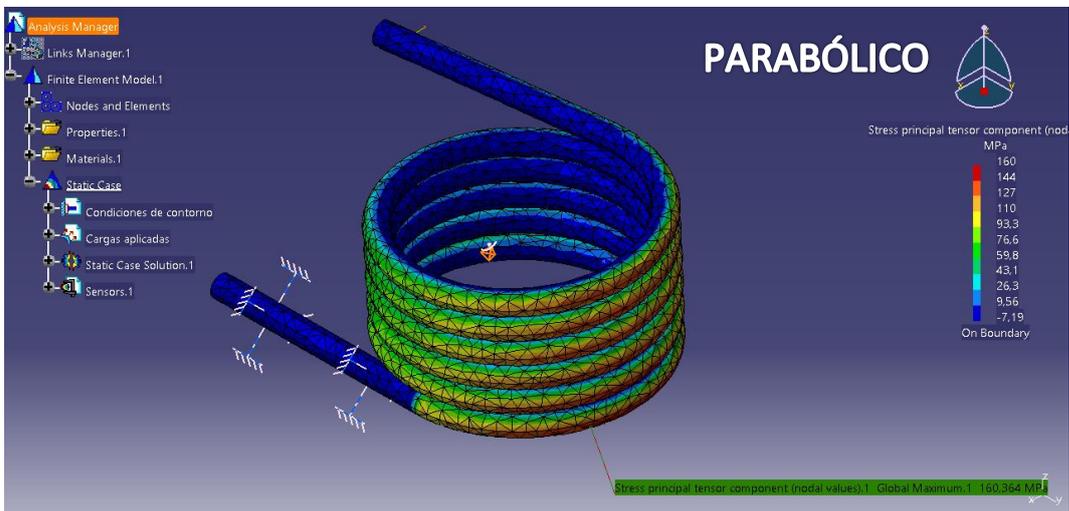


Figura 4.136 Tensión  $\sigma_1$  parabólico

Para la representación de los valores de  $\sigma_2$ , tenemos las Figuras 4.137 y 4.138, donde el valor para el modelo lineal es de -22,67 MPa y si nos vamos al caso de mallado parabólico la tensión  $\sigma_2$  es de -16,99 MPa.

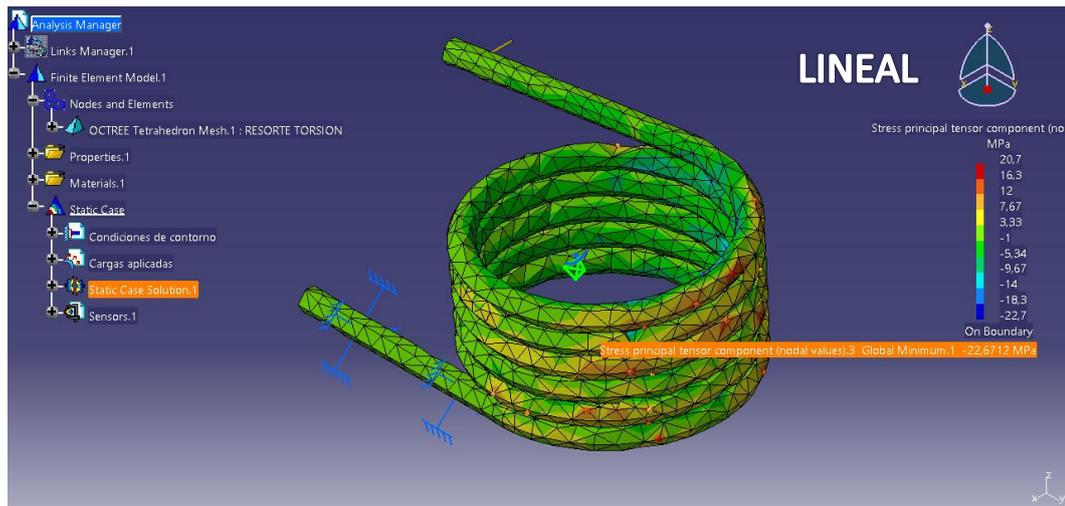


Figura 4.137 Tensión  $\sigma_2$  lineal

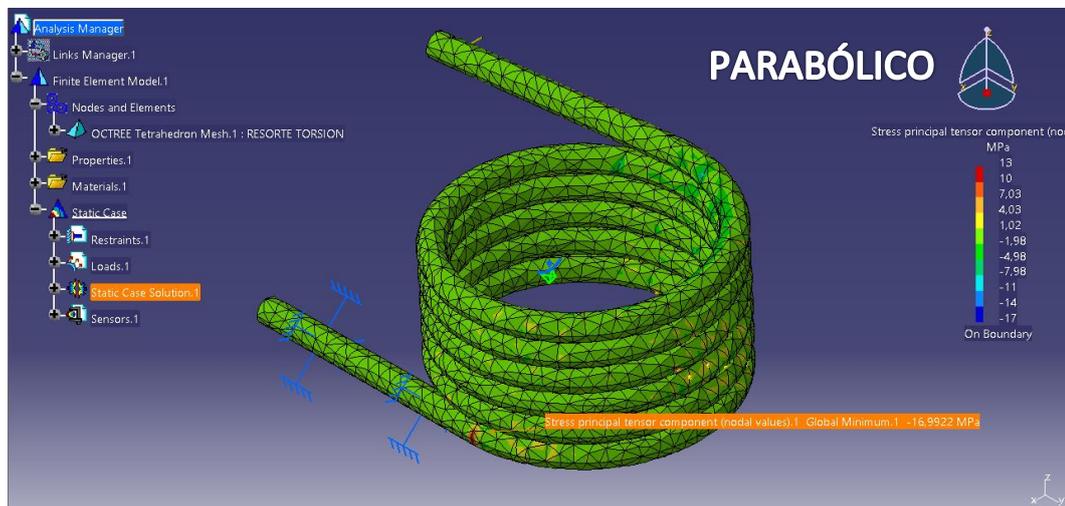


Figura 4.138 Tensión  $\sigma_2$  parabólico

e) *Error local*

Cuando pasamos a representar los resultados del error local, nos encontramos con unas distribuciones como las de las Figuras 1.139 y 1.140. Para el caso del modelo lineal, vemos que el error máximo se produce del orden de  $10^{-3}$ , mientras que cuando vamos a la distribución del modelo parabólico, el error local máximo es del orden de  $10^{-5}$ .

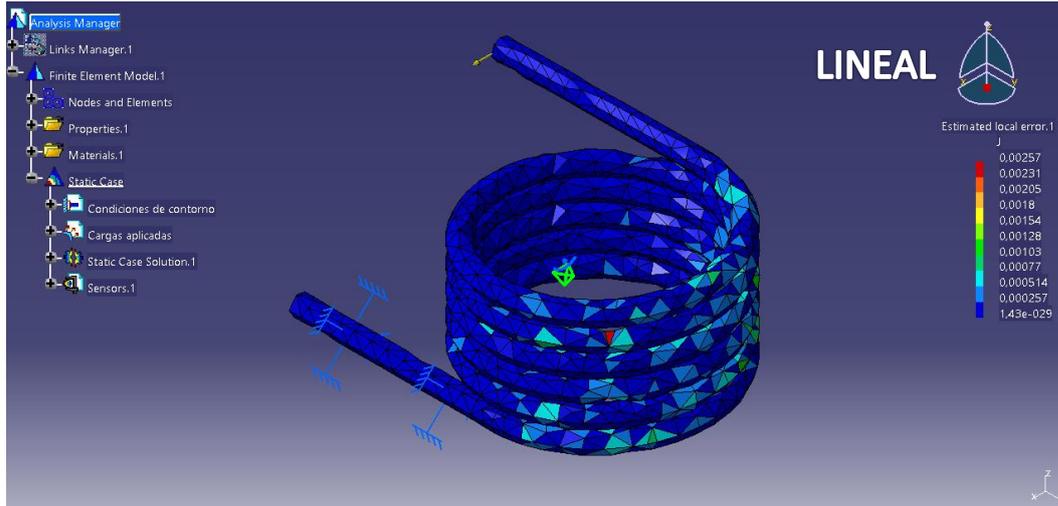


Figura 4.139 Error local lineal

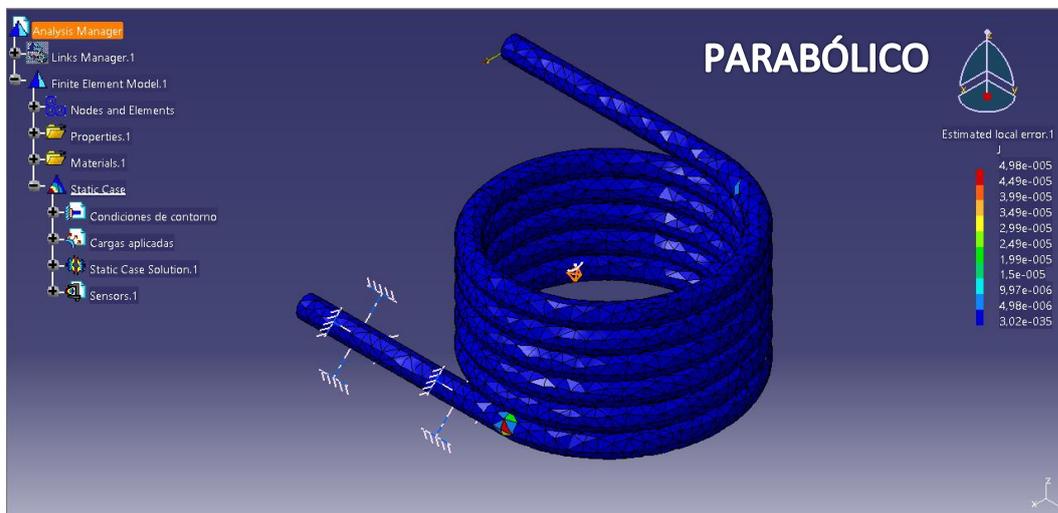


Figura 4.140 Error local parabólico

f) Desplazamiento

A continuación, se muestra la distribución de la deformación que se produce en los dos casos en las Figuras 4.141 y 1.142. Como ya se vio en la representación de la deformación (apartado b), los puntos que más se desplazan se localizan en el extremo superior de la pieza, donde se aplica la carga puntual.

Para el caso de mallado lineal, la deformación máxima es de 14,2 mm y en las dos espiras inferiores tiene una deformación muy pequeña, además que la superficie empotrada no se deforma. En el modelo parabólico, podemos ver que la deformación máxima es de unos 26,1 mm, que es casi el doble que en el modelo lineal.

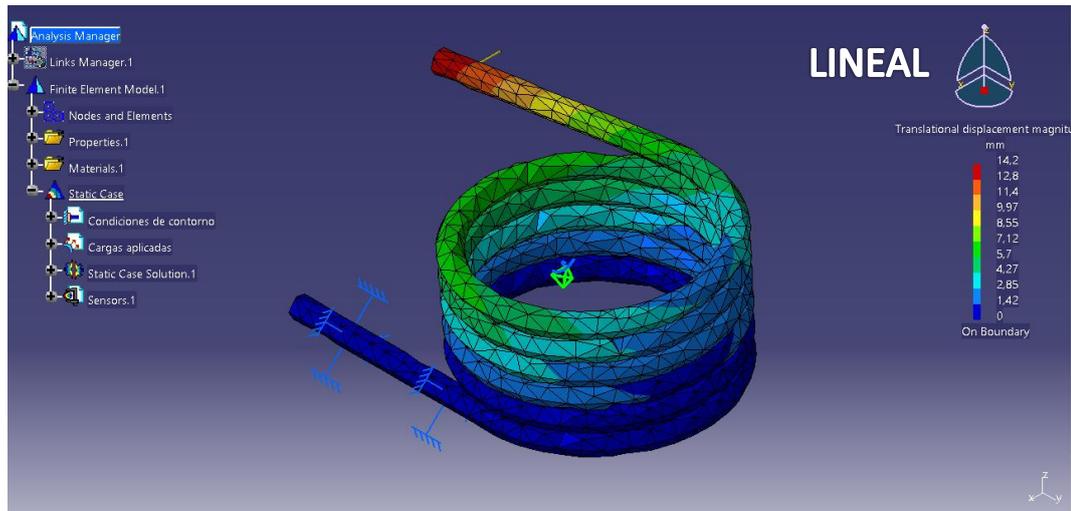


Figura 4.141 Deformación lineal

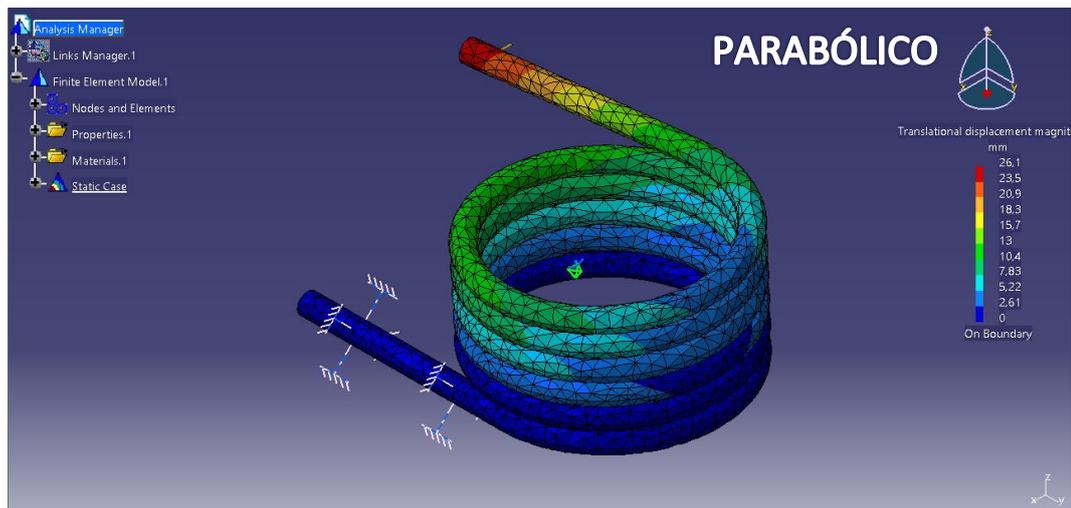


Figura 4.142 Deformación parabólico

### g) Reacciones de equilibrio

Por último, nos encontramos en las Figuras 4.143 y 4.144, las reacciones que se producen en las condiciones de contorno impuestas en el modelo lineal. Nos encontramos que en las componentes de la fuerza, hay una reacción de 100 N, que es la fuerza que se aplicó, y en las reacciones de los momentos tenemos dos componentes, en el eje z y en el eje y, al estar aplicada la carga en la dirección x.

Para el caso del modelo con mallado parabólico, se produce una situación semejante al del caso lineal, como se puede ver en las Figuras 4.145 y 4.146.

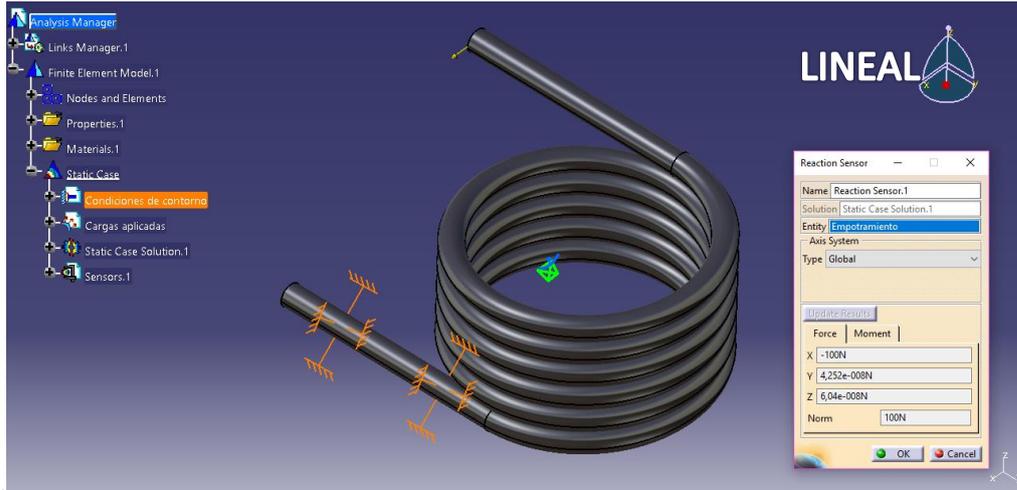


Figura 4.143 Reacciones fuerzas lineal

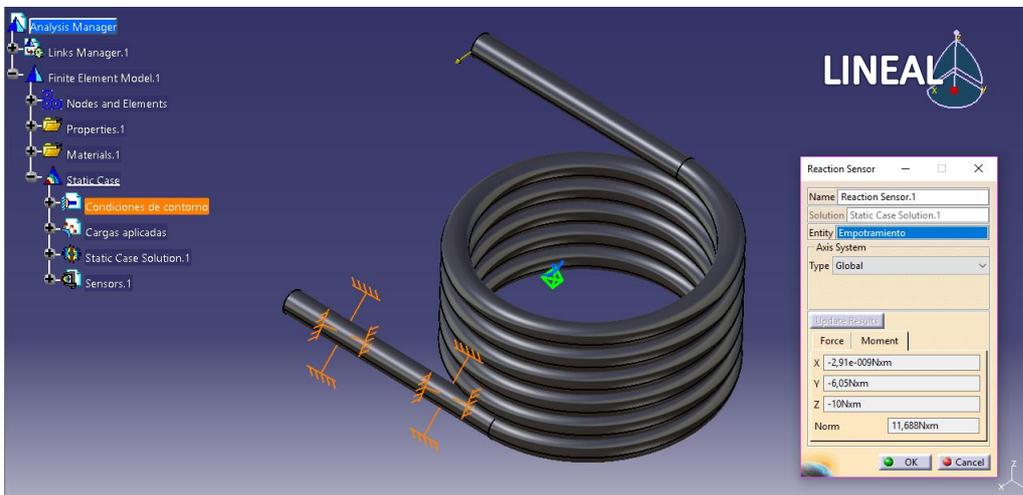


Figura 4.144 Reacciones momentos lineal

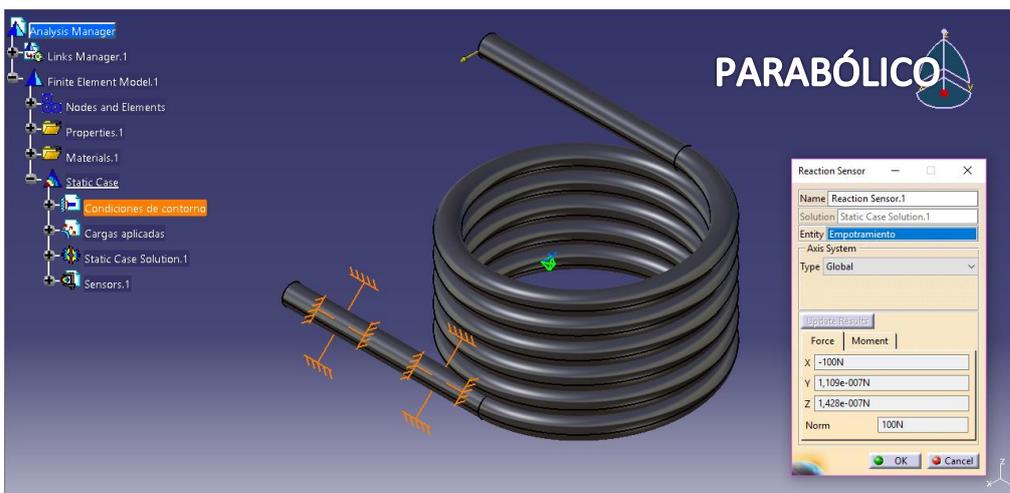


Figura 4.145 Reacciones fuerzas parabólico

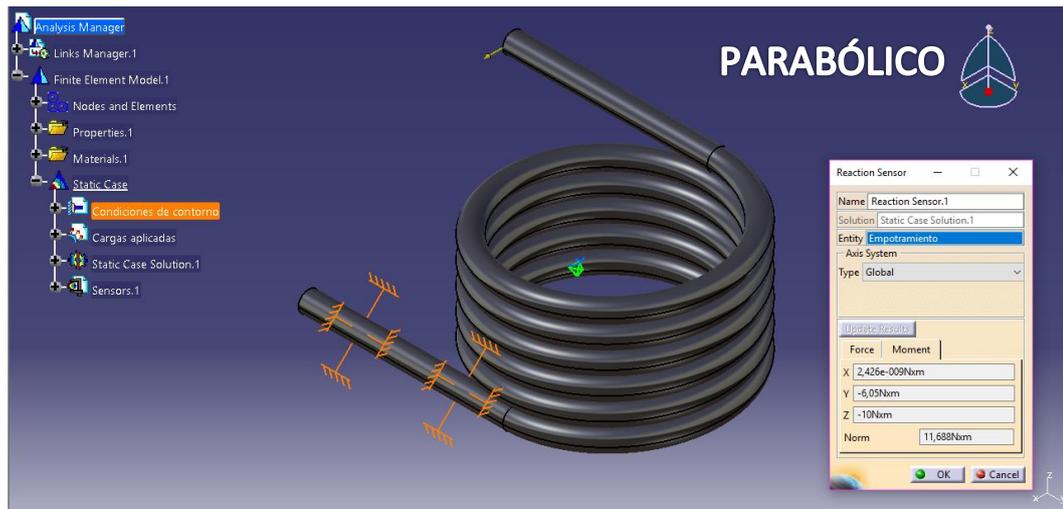


Figura 4.146 Reacciones momentos parabólico

#### 4.5.4 Comparativa

A continuación, se recogen los resultados obtenidos en los dos modelos junto con los valores teóricos en la *Tabla 4.5*.

	Resorte torsión		
	Teórico	Lineal	Parabólico
Tamaño malla (mm)		7,5	5
$\sigma_{Eq}$ (MPa)	110,06	110,51	180,88
$\sigma_1$ (MPa)	110,06	99,24	160,36
$\sigma_2$ (MPa)	0	-22,67	-16,99
<i>Error <math>\sigma_{Eq}</math> (%)</i>		0,41	64,34
<i>Error <math>\sigma_1</math> (%)</i>		9,83	45,71
<i>Error <math>\sigma_2</math> (%)</i>		-	-

Tabla 4.5 Resultados resorte de compresión

El primer valor a evaluar, es el de la tensión de Von Mises, donde nos encontramos que para el modelo lineal tenemos un error de 0,41 % y que para el modelo parabólico, el error cometido es muy elevado, de 64,34 %, por lo que el modelo no da buenos resultados para la tensión de Von Mises.

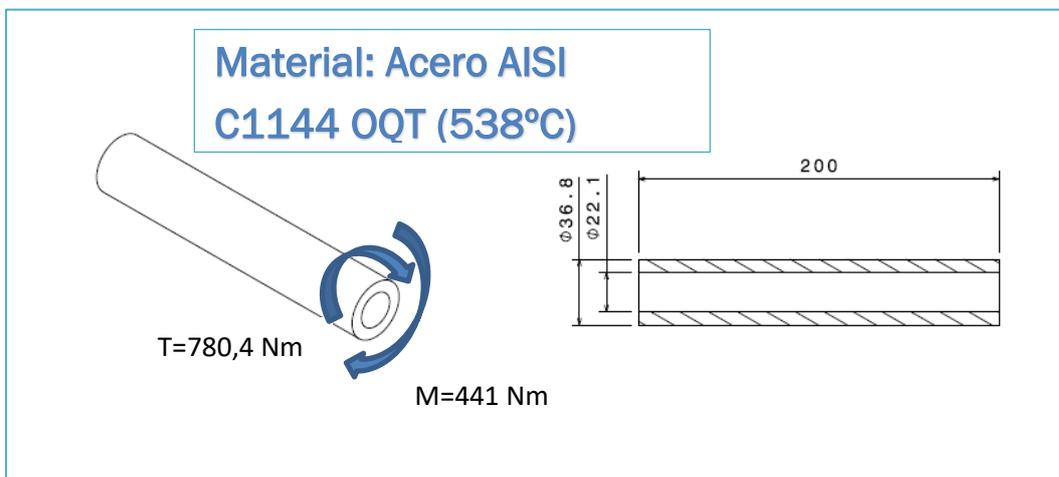
Para el caso de las tensiones principales, el valor de  $\sigma_1$  se comete un error de 9,83 % para el modelo con mallado lineal y un 45,71 % para el caso parabólico. Para el valor de  $\sigma_2$ , los resultados no se corresponden con el valor teórico.

## 4.6. Eje hueco

### 4.6.1. Resolución analítica

En este ejemplo, se evalúa un eje hueco que está biapoyado. Esta pieza, está sometida a un estado de cargas de dos componentes, por un lado un momento flector de 441 Nm, y por otro un momento torsor de 780,4 Nm.

Para caracterizar la pieza, el material es un Acero AISI C1144 OQT (538°C), el cual tiene una tensión de fluencia de 571,8 MPa. En cuanto a las dimensiones de la pieza, con los diámetros interior y exterior, además de la longitud del eje, podemos generar el modelo sólido de la pieza, como en la *Figura 4.147*.



**Figura 4.147 Eje hueco y cargas**

Para el cálculo de las tensiones originadas por el momento torsor y el momento flector, hacemos uso de las *Ecuaciones 2.8* y *2.9*, en las que nos tenemos que ayudar de las *Ecuaciones 4.11* y *4.12*.

$$J = \frac{\pi}{32} [D^4 - d^4] = \frac{\pi}{32} [36,8^4 - 22,1^4] = 156630,15 \text{ mm}^4 \quad \text{Ecuación 4.11}$$

$$\tau_{Max} = \frac{T \cdot c}{J} = \frac{780,4 \cdot 10^3 \cdot \frac{36,8}{2}}{156630,15} = 91,67 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

$$I_z = \frac{\pi}{64} [D^4 - d^4] = \frac{\pi}{64} [36,8^4 - 22,1^4] = 78315,08 \text{ mm}^4 \quad \text{Ecuación 4.12}$$

$$\sigma_{Max} = \frac{M \cdot c}{I_z} = \frac{441 \cdot 10^3 \cdot \frac{36,8}{2}}{78315,08} = 103,61 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Ahora, haciendo uso de la *Ecuación 2.11*, obtenemos las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , cuyos valores son los de las *Ecuaciones 4.13* y *4.14*. Para la tensión de Von Mises, se usa la *Ecuación 2.27*.

$$\begin{aligned}\sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ &= \frac{103,61}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{103,61}{2}\right)^2 + 91,67^2}\end{aligned}$$

*Ecuación 2.11*

$$\sigma_1 = 157,10 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.13}$$

$$\sigma_2 = -53,49 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.14}$$

$$\sigma^{\text{eq}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{103,61^2 + 3 \cdot 91,67^2} = 189,59 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 2.27}$$

#### 4.6.2. Modelo

Una vez resuelto analíticamente, y cuando ya se ha definido la geometría y el material de la pieza, podemos proceder a la configuración del modelo en el módulo de elementos finitos (Figura 4.148).

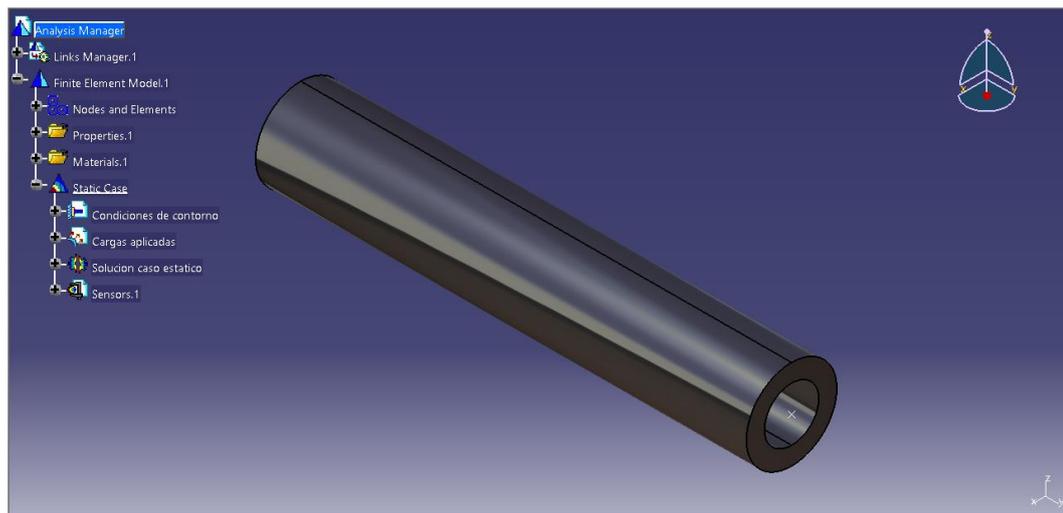


Figura 4.148 Pieza en el módulo Static Analysis

En la segunda etapa, seleccionamos el mallado de ambos modelos. En primer lugar, para el mallado lineal tenemos las dimensiones de la *Figura 4.149*, donde el tamaño del elemento es de 2 mm, y el valor de *Absolute sag* es de 1 mm. Por otro lado, para el modelo parabólico, están las dimensiones de la *Figura 4.150*, con 10 mm para el tamaño del tetraedro y de 2 mm para el *Absolute sag*.

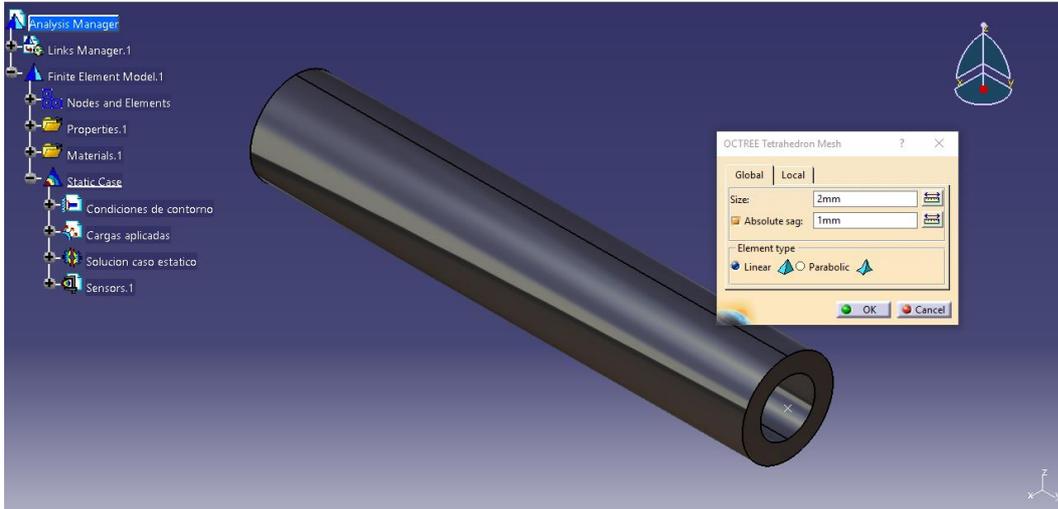


Figura 4.149 Configuración mallado lineal

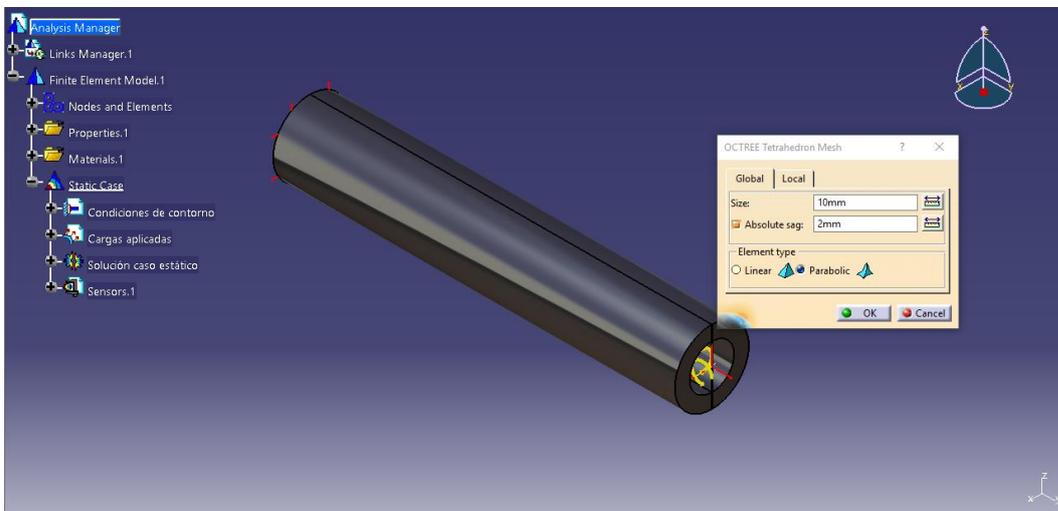
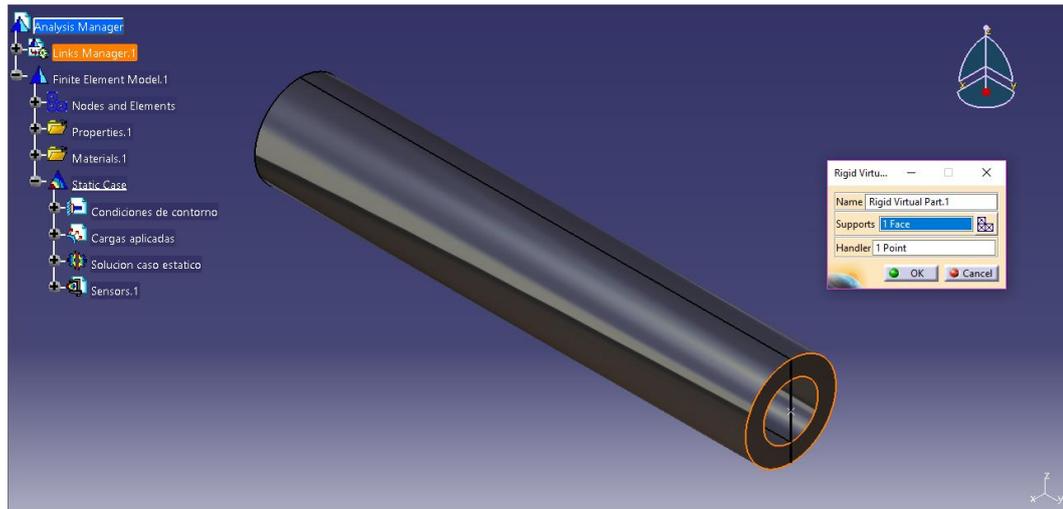


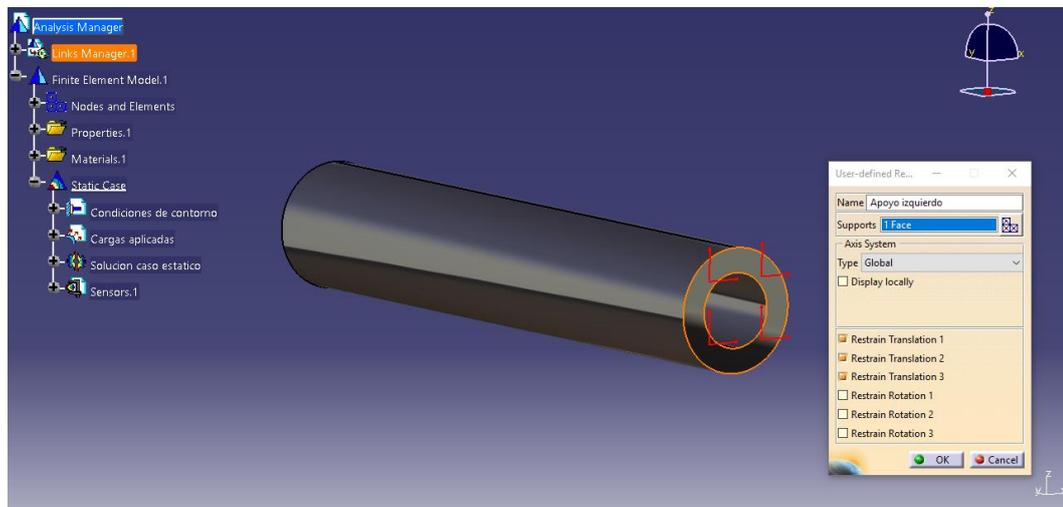
Figura 4.150 Configuración mallado parabólico

Para las condiciones de contorno, la configuración es de un eje biapoyado y también hay que crear un elemento virtual. Como las cargas van a estar aplicadas en el punto del extremo derecho, hay que ejecutar el comando *Rigid Virtual Part* para que el punto quede dentro del mallado de la pieza, seleccionando la superficie extrema y el punto creado en el centro de la curva, como en la *Figura 4.151*.



**Figura 4.151 Herramienta Rigid Virtual Part**

A continuación, hay que usar la herramienta *User Defined Restrain* para aplicar la condición de contorno de un apoyo. En las Figuras 4.152 y 4.153, vemos la configuración que hay que hacer, restringiendo las traslaciones en las tres direcciones y seleccionando la cara en el extremo izquierdo y el elemento virtual en el extremo derecho.



**Figura 4.152 Configuración apoyo izquierdo**

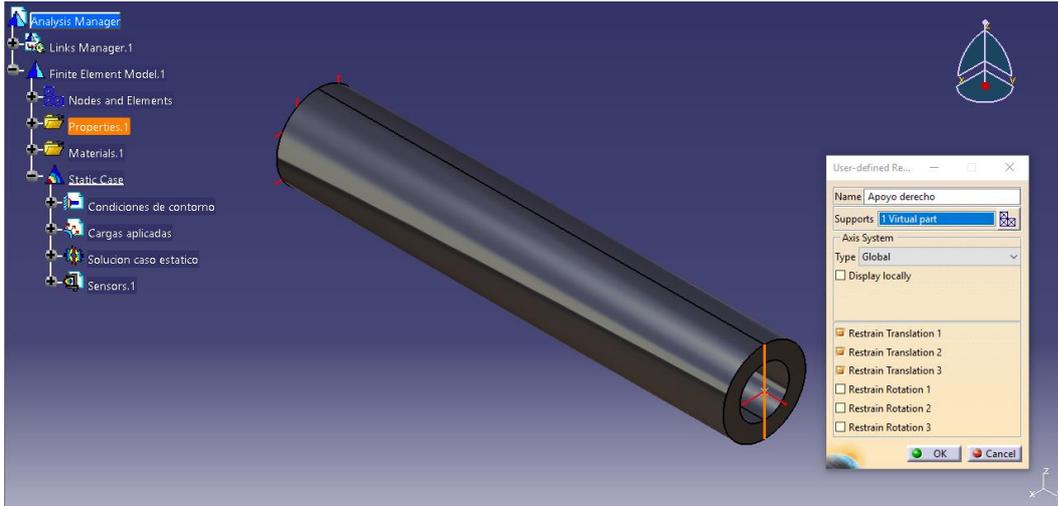


Figura 4.153 Configuración apoyo derecho

Una vez impuestas las condiciones de contorno, seguimos con las cargas aplicadas. En la *Figura 4.154*, se ve como se ha configurado la herramienta *Moment* en la dirección del eje y seleccionando como elemento de apoyo el punto. Para el momento flector, con el mismo comando pero en la dirección del eje x y cambiando el valor, la carga queda modelada, como en la *Figura 4.155*.

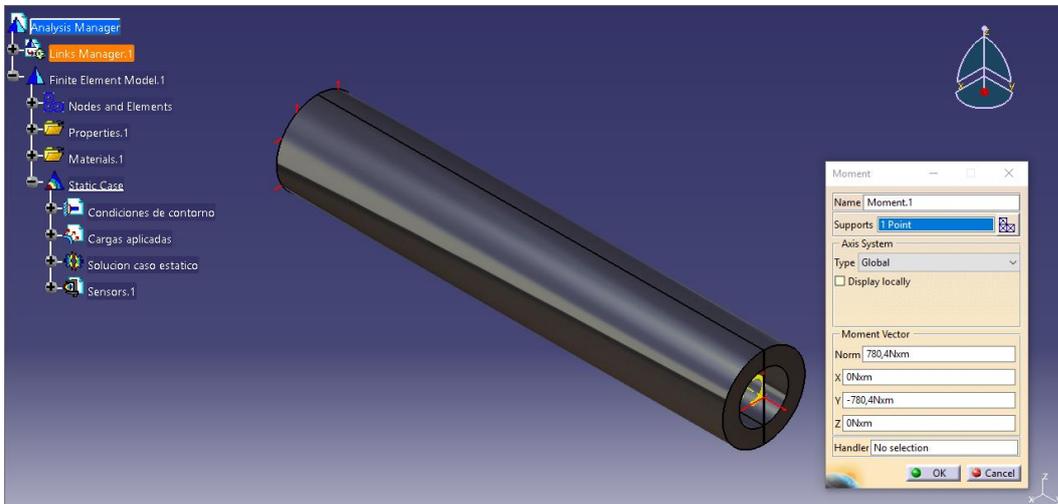


Figura 4.154 Configuración momento torsor

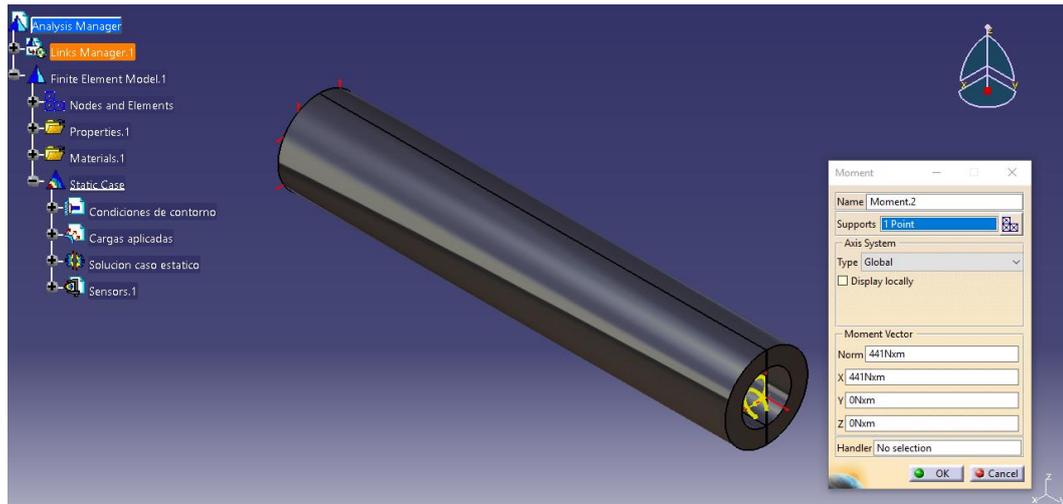


Figura 4.155 Configuración momento flector

### 4.6.3. Resultados

#### a) Mallado

Cuando visualizamos el mallado, como en las Figuras 4.156 y 4.157, se puede comprobar como el tamaño de los elementos del modelo lineal es más pequeño (2 mm) y el tamaño del modelo parabólico es mayor (10 mm).

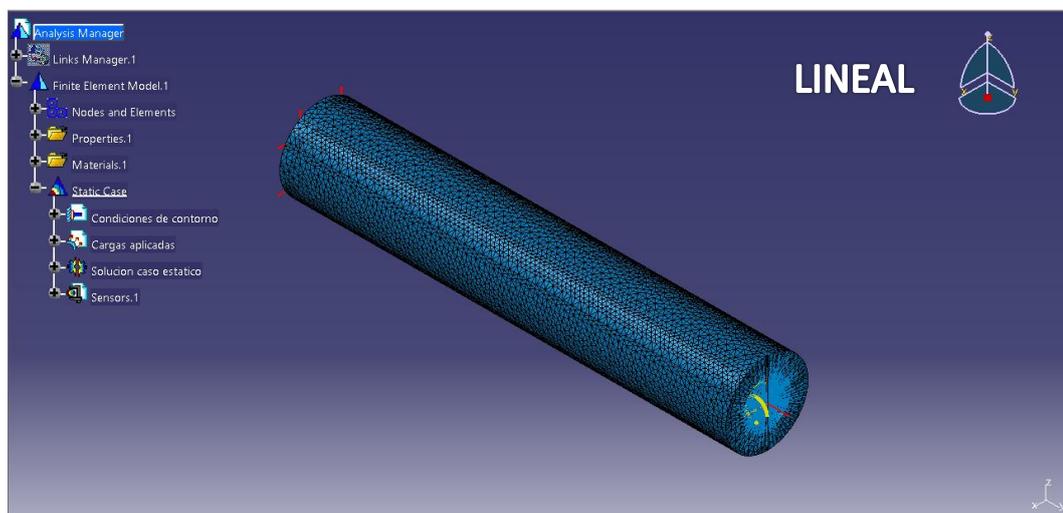


Figura 4.156 Mallado lineal

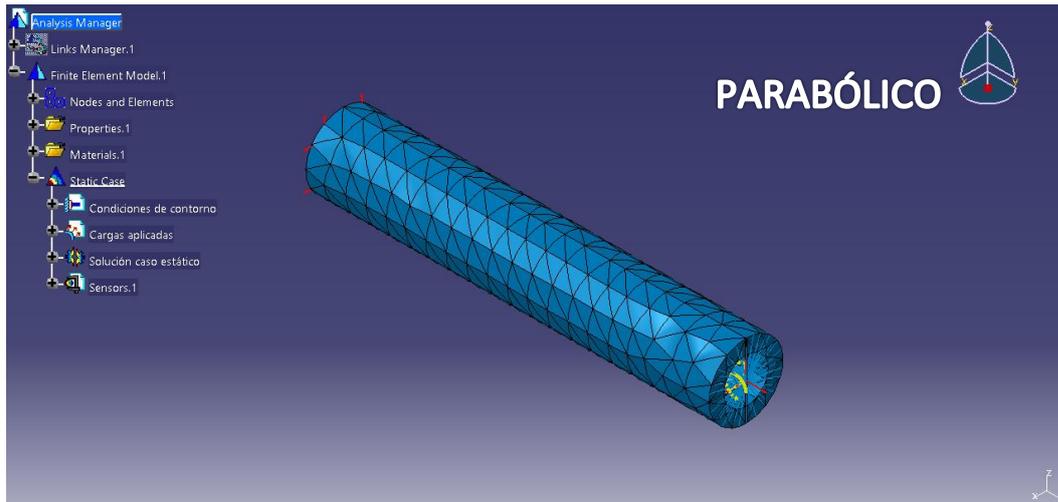


Figura 4.157 Mallado parabólico

b) Deformación

Cuando se representa la deformación, como en las Figuras 4.158 y 4.159, podemos ver que no hay desplazamiento en ninguno de los dos apoyos, tanto en el modelo lineal como en el parabólico.

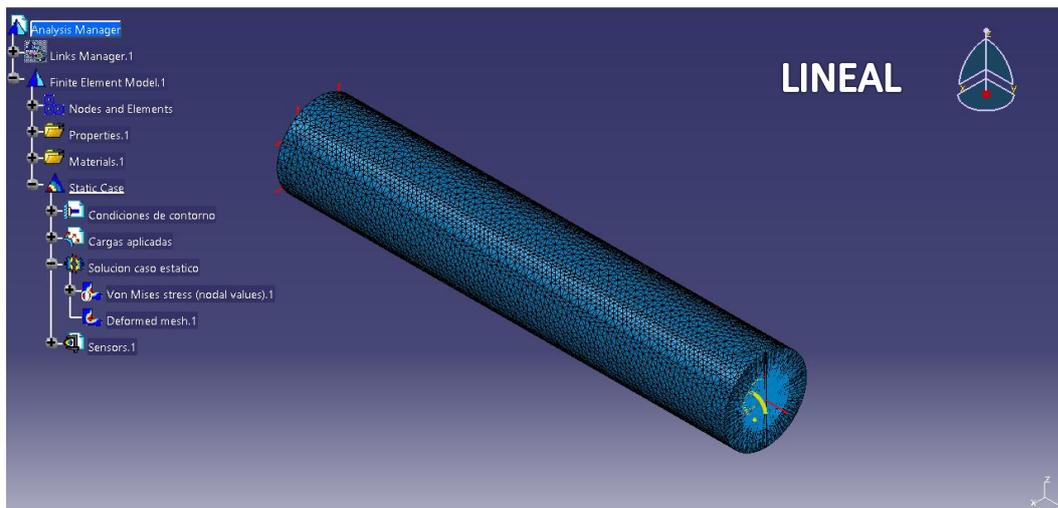


Figura 4.158 Deformación lineal

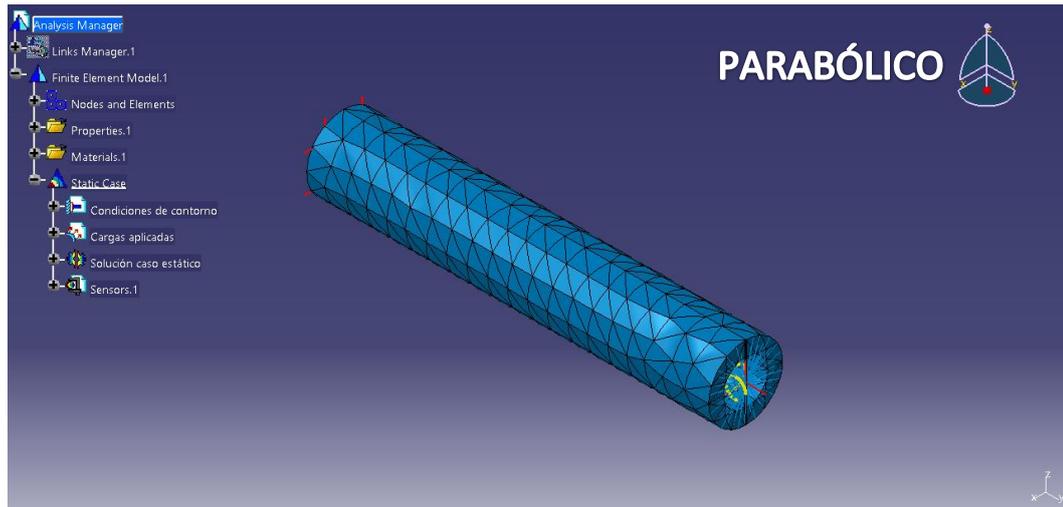


Figura 4.159 Deformación parabólico

c) Tensión de Von Mises

En las Figuras 4.160 y 4.161, se representa las distribuciones de la tensión de Von Mises para los dos modelos. La tensión máxima de Von Mises en el caso con mallado lineal, se alcanza con un valor de 189,7 MPa, mientras que cuando analizamos la distribución del modelo parabólico, la tensión máxima tiene un valor de 187,802 MPa.

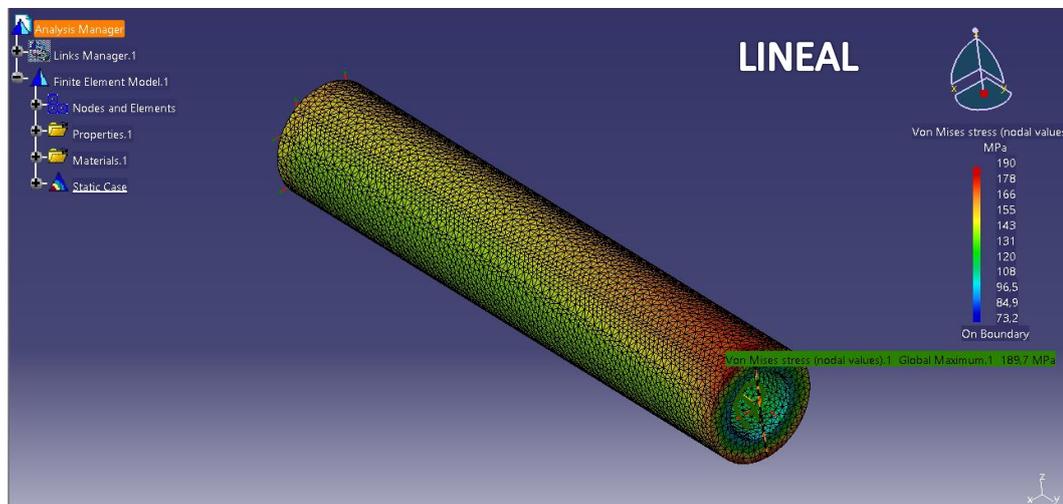


Figura 4.160 Tensión de Von Mises lineal

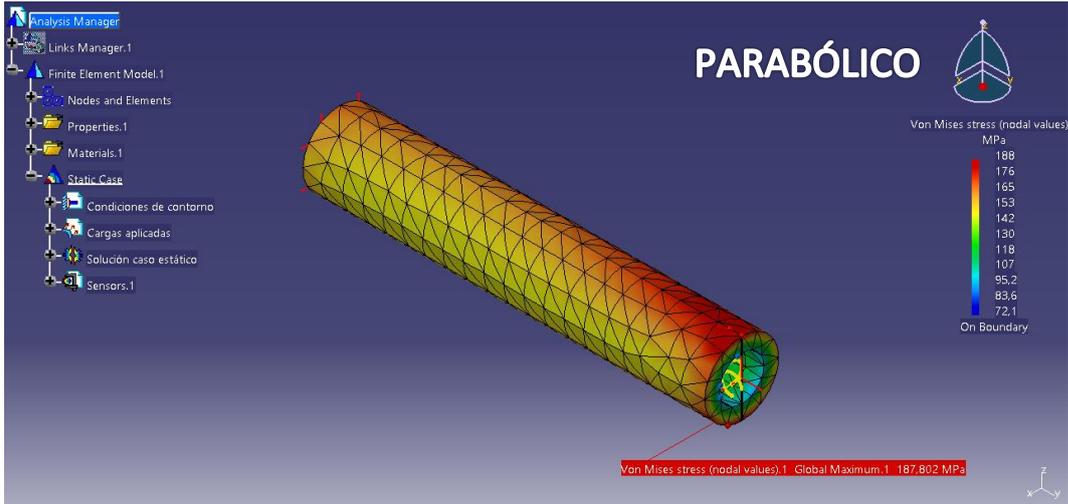


Figura 4.161 Tensión de Von Mises parabólico

d) Tensiones principales

Pasamos a las tensiones principales, donde los valores máximos difieren más que la tensión de Von Mises. Cuando nos vamos al caso lineal (Figura 4.162), nos encontramos una tensión máxima de  $\sigma_1$  de 201,895 MPa en el extremo derecho de la pieza. Para el caso del modelo parabólico (Figura 4.163), la tensión principal máxima  $\sigma_1$  alcanza un máximo de 180,094 MPa.

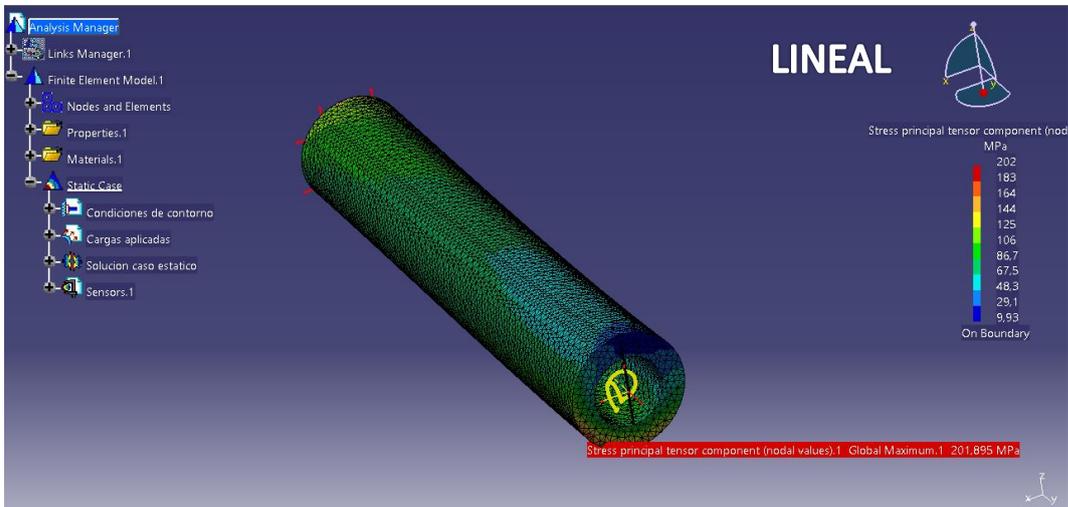


Figura 4.162 Tensión  $\sigma_1$  lineal

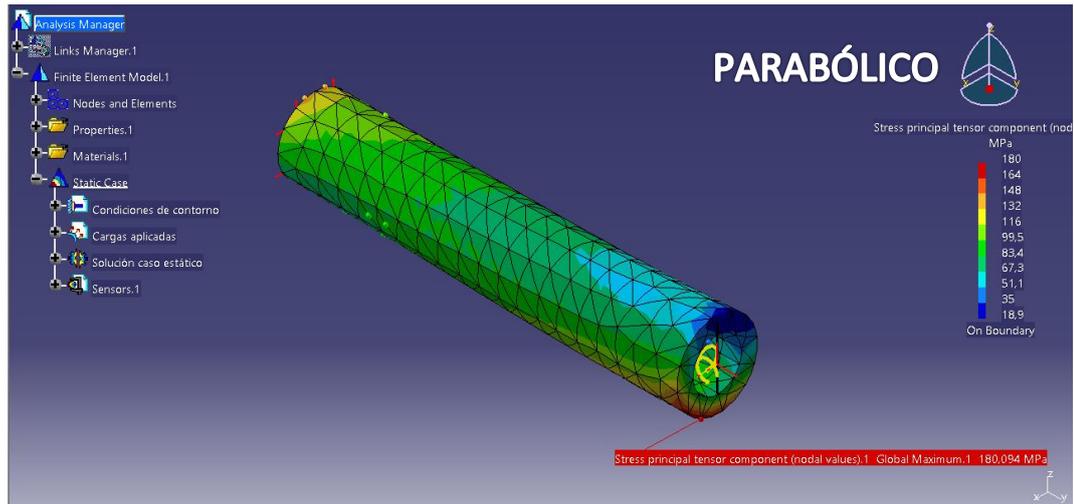


Figura 4.163 Tensión  $\sigma_1$  parabólico

Ahora, pasamos a evaluar el valor de  $\sigma_2$ , el cual alcanza -55,02 MPa si nos vamos al modelo lineal (Figura 4.164), y si tomamos el mínimo en el caso de mallado parabólico (Figura 4.165) tenemos -31,67 MPa, para el valor de  $\sigma_2$ .

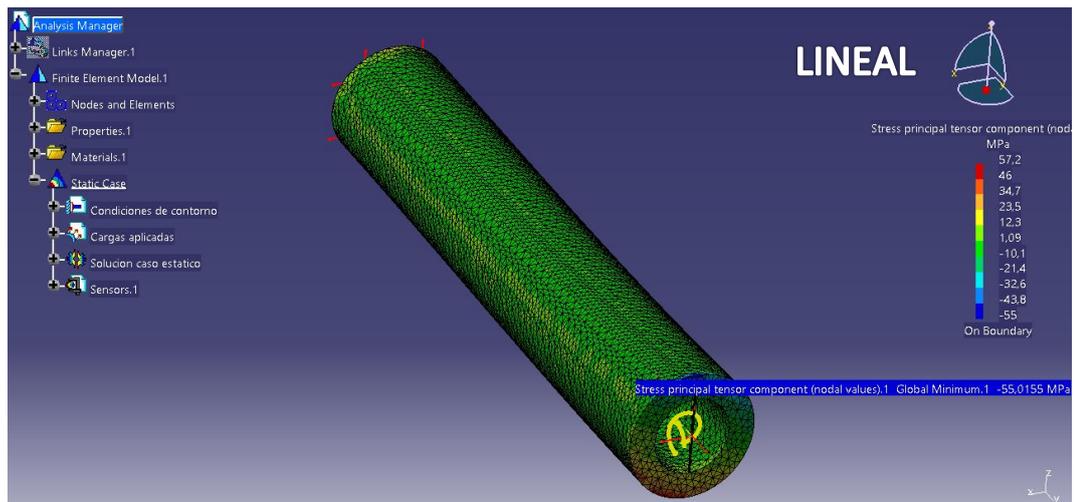


Figura 4.164 Tensión  $\sigma_2$  lineal

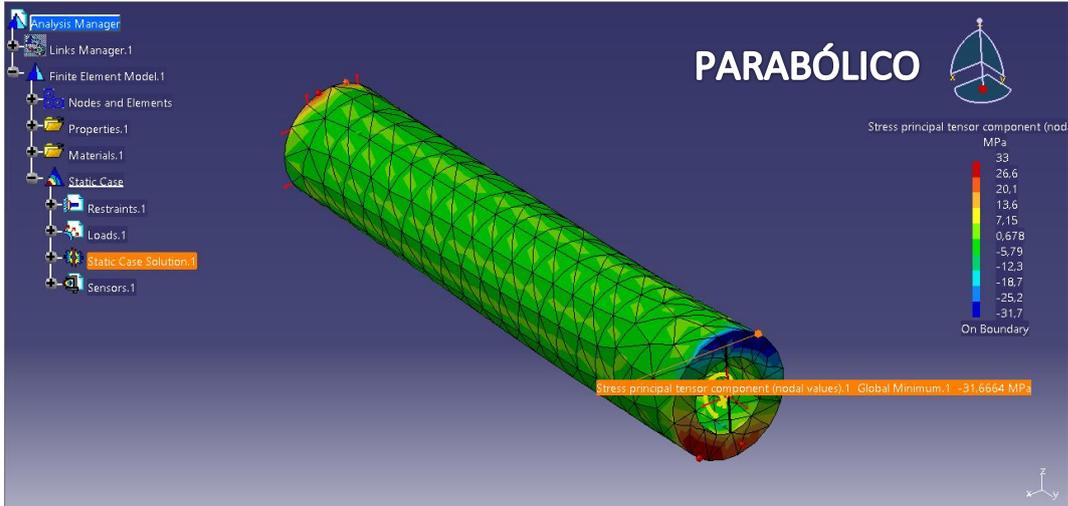


Figura 4.165 Tensión  $\sigma_2$  parabólico

e) Error local

Nos vamos a la representación del error local, que se puede ver en las Figuras 4.166 y 4.167. El error máximo que se comete en el modelo lineal es del orden de  $10^{-5}$ , si nos vamos al caso de elementos parabólicos nos encontramos que también es del orden de  $10^{-5}$ .

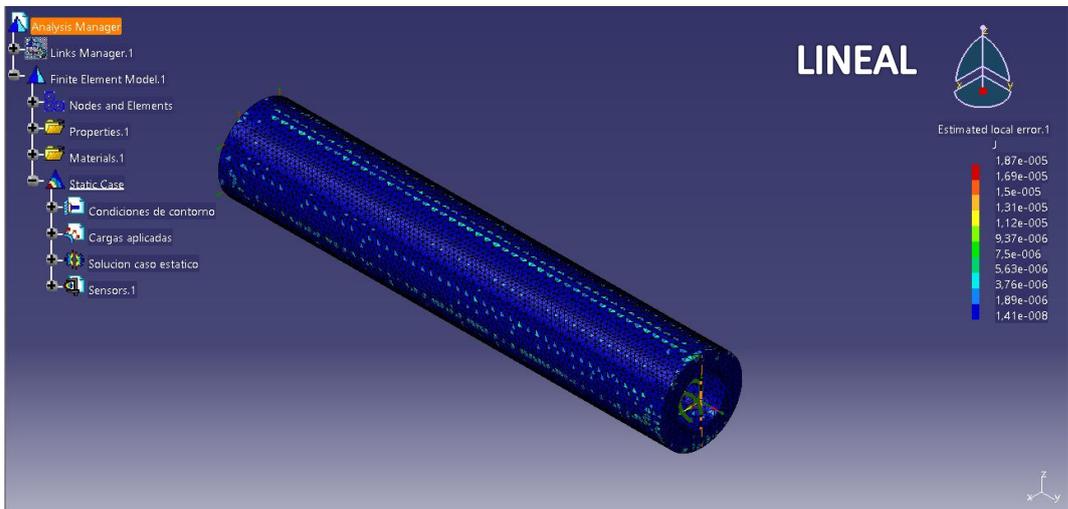


Figura 4.166 Error local lineal

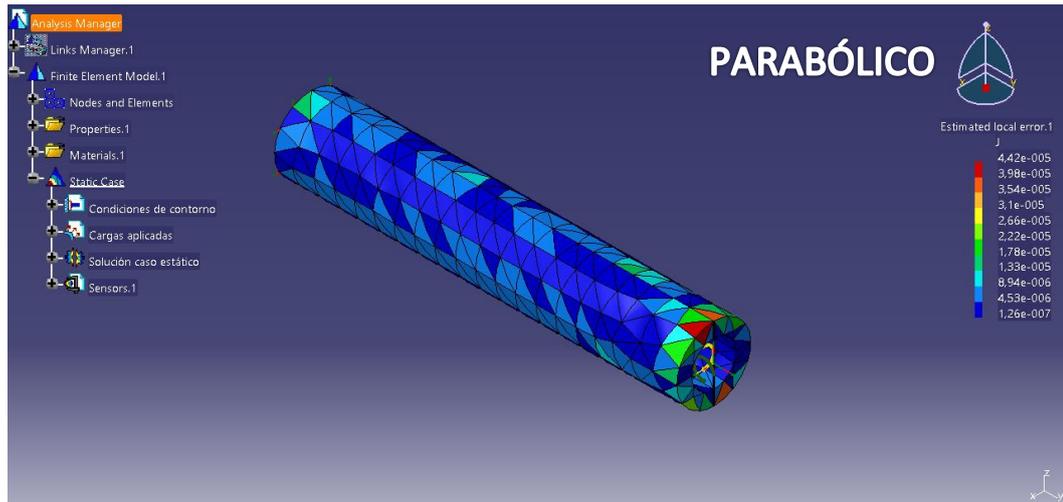


Figura 4.167 Error local parabólico

f) Desplazamiento

La representación en la escala de colores de la deformación, se muestra en las Figuras 4.168 y 4.169, en donde se puede ver que en ambos modelos la deformación máxima es menor que 0,5 mm, siendo en el caso lineal de 0,224 mm y en el parabólico de 0,226 mm.

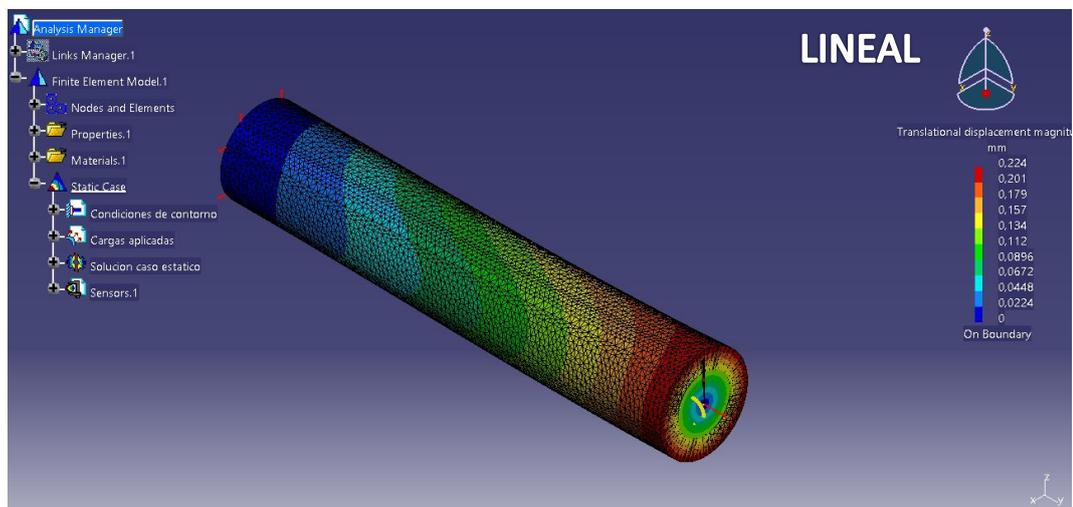


Figura 4.168 Deformación lineal

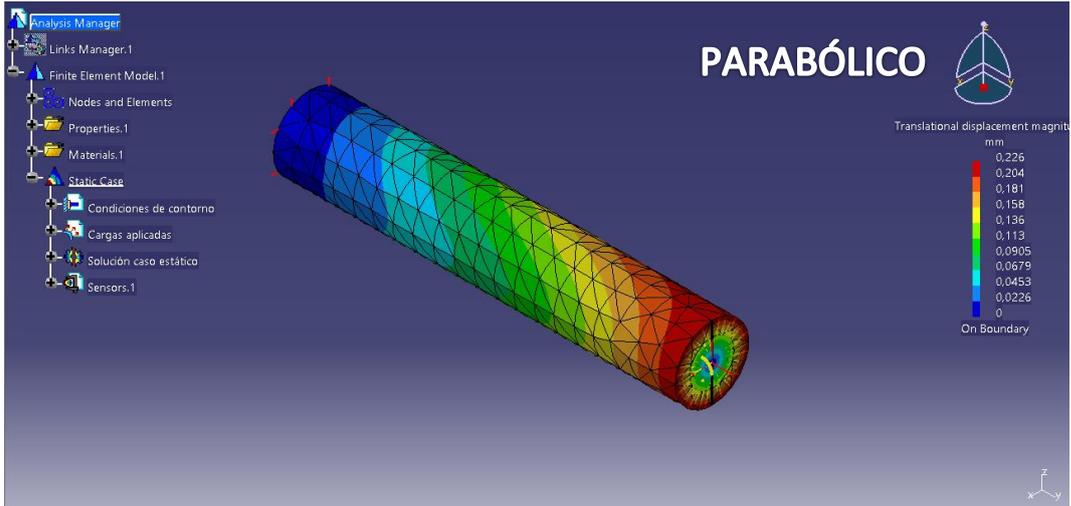


Figura 4.169 Deformación parabólico

g) Reacciones de equilibrio

Por último, tenemos las reacciones que se producen en los apoyos izquierdo y derecho para el caso lineal, como se ve en las Figuras 4.170 y 4.171, y para el modelo parabólico nos encontramos con la situación de las Figuras 4.172 y 4.173.

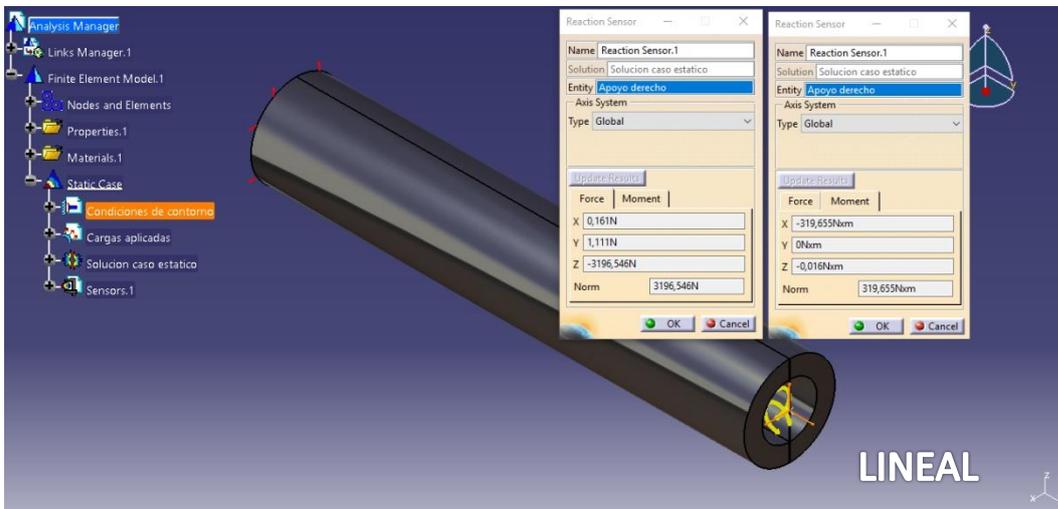


Figura 4.170 Reacciones apoyo derecho lineal

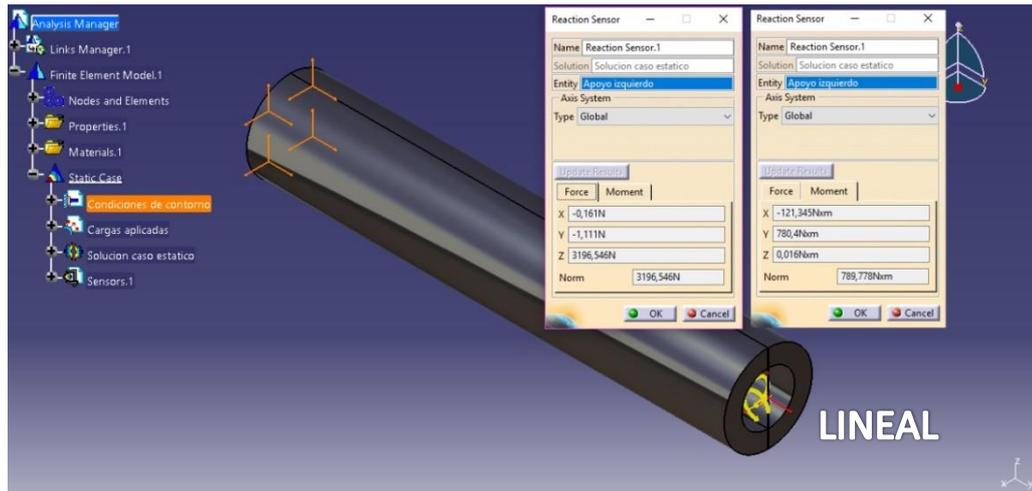


Figura 4.171 Reacciones apoyo izquierdo lineal

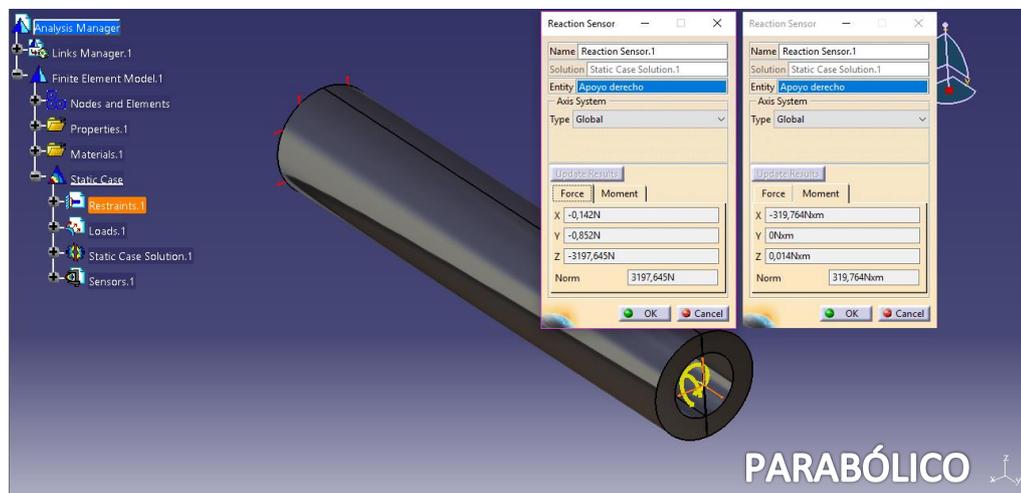


Figura 4.172 Reacciones apoyo derecho parabólico

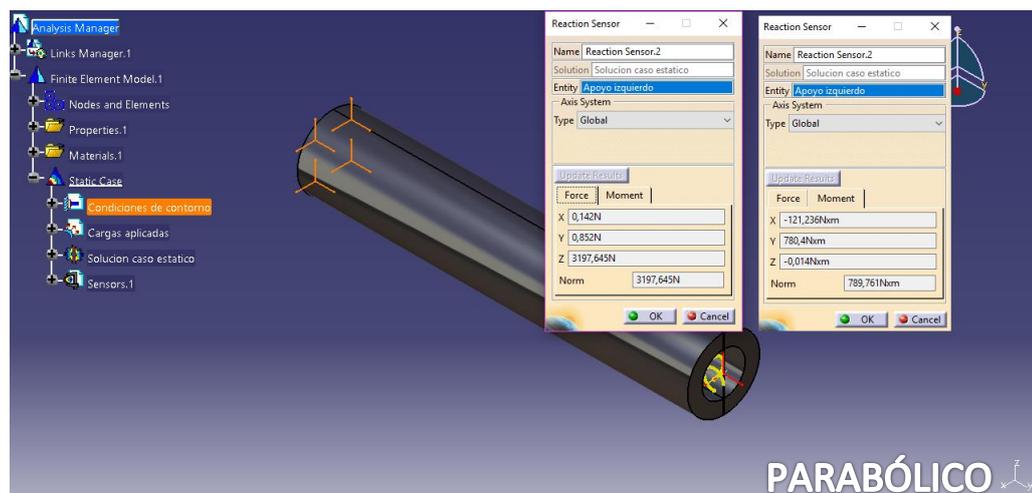


Figura 4.173 Reacciones apoyo izquierdo parabólico



#### 4.6.4 Comparativa

Por último, se presenta la *Tabla 4.6*, donde quedan recogidos los valores de los parámetros característicos de los dos modelos de elementos finitos y el teórico.

	Eje hueco		
	Teórico	Lineal	Parabólico
Tamaño malla (mm)		2	10
$\sigma_{Eq}$ (MPa)	189,59	189,70	187,80
$\sigma_1$ (MPa)	157,10	201,90	180,09
$\sigma_2$ (MPa)	-53,49	-55,02	-31,67
<i>Error <math>\sigma_{Eq}</math> (%)</i>		0,06	0,94
<i>Error <math>\sigma_1</math> (%)</i>		28,51	14,64
<i>Error <math>\sigma_2</math> (%)</i>		2,85	40,80

Tabla 4.6

A la hora de evaluar los resultados, nos encontramos que la tensión de Von Mises obtenida es muy próxima en ambos modelos al valor teórico, ambos con un error menor de 1 %. En el caso lineal, el error es de 0,06 % y para el modelo parabólico el error es de 0,94 %.

En el caso de las tensiones principales, podemos ver que en la tensión  $\sigma_1$  el error que se comete para el modelo de mallado lineal es de 28,51 %, mientras que el caso parabólico es menor, de un 14,64 %. Cuando se evalúa la tensión principal  $\sigma_2$ , el error cometido en el modelo lineal es de 2,85 % y de 40,80 % en el modelo parabólico.

Para terminar, cuando comparamos el valor del tamaño de malla entre los dos modelos, vemos que el tamaño del lineal es cinco veces más pequeño que el tamaño del elemento del modelo parabólico.

## 5. CONCLUSIONES Y LINEAS DE FUTURO

### 5.1 Conclusiones

A partir de los objetivos principales planteados al inicio de este trabajo, se presentan las siguientes conclusiones:

Se ha mejorado los recursos didácticos de otros años aportando información, nuevas herramientas, configuraciones del programa. También, se han ampliado los ejemplos de lo que se pueden disponer para un mejor entendimiento del alumno.

Se ha generado un manual que permitirá al alumno el planteamiento de un problema estático y todas las posibles representaciones de resultados, como la configuración de las condiciones de contorno y cargas, los tipos de mallado posibles a emplear y la adaptación de estos. Para la representación de resultados, se explica cómo representar las tensiones, tanto de Von Misses y tensiones principales, las deformaciones de la pieza, el error local en los elementos del mallado, acompañado siempre de la visualización de valores máximos.

Las conclusiones respecto a la comparativa entre resultados analíticos y resultados del modelo de elementos finitos, los porcentaje de error obtenidos para los valores de la tensión de Von Misses, en el caso de las 2 piezas con discontinuidades, el modelo parabólico ha obtenido errores en la tensión de Von Misses menores que un 0,15 %, mientras que los modelos lineales tienen errores de 5,40 % y 9,03 %. En eje hueco, ninguno de los dos modelos comete un error mayor que un 1 %. Para el caso de los resortes, por un lado, el modelo lineal comete un error de la tensión de Von Misses de 0,41 % y 0,77 %, para el resorte de torsión y tracción respectivamente, y para el resorte de compresión es de 4,32 %. Por otro lado, el modelo parabólico tiene unos errores de 10,25 % y 14,84 %, para el resorte de compresión y el de tracción, respectivamente. Sin embargo, la tensión de Von Misses en el resorte de torsión comete un error de 64,34 %.

Para la tensión principal  $\sigma_1$ , el modelo parabólico obtiene errores de 3,76% y 6,19 % en las piezas con discontinuidades, y de 14,64 % para el eje hueco. Si nos vamos al modelo lineal, la tensión  $\sigma_1$  se obtiene con un error de 0,92 % y 18,97 % para las dos piezas con discontinuidades, y para el eje, el error es mayor, 28,51 %. Para los resortes, el que mejores resultados da es el resorte de compresión, pues ningún error sobrepasa el 5 %. El resorte de tracción, tenemos un 7,60 % de error en el modelo lineal y un 24,83 % del parabólico. Por último, el resorte de torsión presenta un menor error en el modelo lineal, 9,83 %, que en el parabólico, 45,71 %.



La tensión principal  $\sigma_2$ , no da resultados aproximados a los valores teóricos de las piezas con discontinuidades y en el resorte compresión, en el caso del eje hueco, el modelo lineal da un valor con un 2,85 % de error mientras que el parabólico tiene un 40,80 %. Sin embargo, en los problemas de resortes de tracción y compresión, el error cometido se encuentra entre el 15% y el 20 %, salvo el modelo lineal del resorte de tracción, cuyo error es de 4,22 %.

Para los nuevos parámetros evaluados, la tensión cortante y la deformación en los resortes de compresión y tracción, se ha comprobado que los valores del error del modelo lineal de la tensión cortante, es de 3,12 % (resorte de compresión) y 2,95 % (resorte de tracción), mientras que el modelo parabólico para este parámetro tiene errores de 10,08 % y 14,02 %.

En el caso del parámetro de la deformación, se obtienen mejores valores en modelo lineales, obteniendo un error de 8,28 % y 12,28 % para el resorte de compresión y de tracción, respectivamente. Si no vamos al modelo parabólico, el error es de 24,76 % para el resorte de compresión y de 28,85 % para el de tracción.

Como ya se ha mencionado, en este trabajo se han incluido el estudio de los resortes, elemento que se estudia en la asignatura Diseño de Maquinas, y que no había sido estudiado con el módulo de elementos finitos. Por lo tanto, la aplicación del módulo de CATIA V5 es válida para otros elementos.

Los ejemplos expuestos, han sido seleccionado para la evaluación de nuevas discontinuidades que no se estudiaron en trabajos previos, además de diferentes piezas y tipos de esfuerzos.

A la hora del mallado de la pieza, cuando se ha elegido el tipo de elemento, se ha podido comprobar en las piezas con discontinuidades que el tetraedro parabólico da mejores resultados que el lineal, ya que simula mejor piezas con discontinuidades. Sin embargo, en el estudio de los resortes, se ha podido ver que el mallado con tetraedros lineal da mejores resultados, ya que el parabólico se aleja mucho de los valores teóricos.

En cuanto a la búsqueda bibliográfica del análisis a fatiga, se han aportado artículos que tratan el tema y programas con los que se podría trabajar para aplicar en el diseño de máquinas, como SolidWorks, Autodesk Inventor, Ansys, y Patran and Nastran.

Por último, la metodología que se ha planteado con las etapas a seguir puede ayudar al usuario nuevo a poder configurar un problema estático, ya que el orden que se planteó en el punto 3, se ha seguido en los ejemplos del punto 4.

## 5.2. Líneas de futuro

Las posibles líneas de futuro que se plantean, como continuación de este trabajo son:

Aplicar el método de elementos finitos en CATIA a conjuntos de piezas ensambladas, para poder analizar los posibles puntos de fallo estático en máquinas.

Realizar más ejemplos de análisis estático a más piezas, para tener una colección de problemas con suficiente variedad. Algunos de esos ejemplos pueden ser combinando esfuerzos y discontinuidades.

Buscar una forma de poder realizar análisis de piezas a fatiga, de forma que al alumno le sea fácil el uso del programa y comprender los resultados obtenidos y analizarlos.

Crear modelos, para analizar nuevos elementos de máquinas que se ven en la asignatura, y así, mejorar el manual para que el alumno se apoye en el para ampliar conocimientos de la asignatura.



---

**Universidad de Valladolid**

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Rubio, D. Análisis del uso de CATIA V5 para simular problemas de comportamiento mecánico. TFG - Grado en Ingeniería Mecánica. Eii, Universidad de Valladolid (2017).
- [2] De la Hoz, M. Simulación en CATIA V5 de problemas de fallo estático en elementos de máquinas. TFG - Grado en Ingeniería Mecánica. Eii, Universidad de Valladolid (2017).
- [3] Budynas, R., Keith, N. Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. McGraw Hill. 8ª Ed. (2008).
- [4] del Val, L., Herráez, M., Martín, M. Apuntes de la asignatura Diseño de Máquinas Eii. Universidad de Valladolid (2017).
- [5] Timoshenko, S., Resistencia de materiales ESPASA-CALPE, S.A. 1ª Ed.(1975).
- [6] Vasques, J. Análisis y diseño de piezas con CATIA V5. Marcombo (2009).
- [7] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., El método de los elementos finitos (Volumen 1) McGraw Hill. 6ª Ed. (2010).
- [8] Vergara, J. Teoría de fallas Apuntes Pontificia Universidad Católica de Chile (2010). Disponible online:  
<https://es.slideshare.net/javergaraa/ap-teofalla>
- [9] Torrecilla, E., El gran libro de CATIA. Marcombo. 2ª Edición (2012).
- [10] ABGAM Grupo Segula Technologies, Manual CATIA V5 (2012)
- [11] Inserting a New Static Case  
Disponible online:  
[http://catiadoc.free.fr/online/estug\\_C2/estugbt0003.htm](http://catiadoc.free.fr/online/estug_C2/estugbt0003.htm)
- [12] Creating Octree 3D Mesh Parts  
Disponible online:  
[http://catiadoc.free.fr/online/cfyuganalysis\\_C2/cfyuganalysis3dmeshpart.htm](http://catiadoc.free.fr/online/cfyuganalysis_C2/cfyuganalysis3dmeshpart.htm)



- [13] Zamani, N. Catia V5 FEA Tutorials SDC Publication. 20<sup>a</sup> Ed. (2011).
- [14] Prada, J. Manual de CATIA V5 para análisis estructural estático y aplicaciones prácticas. TFG - Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales. Universidad de Sevilla (2015).
- [15] Restricción mecánica- Cojinete deslizante  
Disponible online:  
<https://www.manfrotto.it/binari-camera-slider-da-60cm>
- [16] Restricción mecánica- Cojinete con apoyo libre  
Disponible online:  
[http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/1000/1103/html/8\\_cojinetes\\_y\\_rodamientos.html](http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/1000/1103/html/8_cojinetes_y_rodamientos.html)
- [17] Restricción mecánica- Cojinete radial  
Disponible online:  
[http://www.revistatope.com/199\\_art\\_SCHAEFFLER\\_Componentes\\_Accesorios.html](http://www.revistatope.com/199_art_SCHAEFFLER_Componentes_Accesorios.html)
- [18] Restricción mecánica- Rótula  
Disponible online:  
<https://www.foto24.com/rotula-genesis-lph-55-perfil-bajo-azul.html>
- [19] Vignesh T., Hemnath B.G., Static Stress and Fatigue Analysis on Vertical Stabilizer of a Typical Trainer Aircraft IJIRSET (2014).
- [20] Poul, Z.K., Nikam, J.G., Fatigue Analysis of Helical Spring using CATIA V5 and FEA Software. IJERT (2013).
- [21] Zade, M.R., Finite element analysis and fatigue analysis of crane hook with different materials. IRJET (2017)
- [22] Afolabi, S.O., Design and finite element analysis of a fatigue life prediction for safe and economical machine shaft . JMR&T (2017)



# ANEXO



# **Guía de utilización del software**

**CATIA V5: Módulo de elementos finitos**



# INDICE

0.- Introducción y configuración previa .....	I
1.- Geometría y material de la pieza .....	III
2.- Mallado.....	VIII
3.- Condiciones de contorno.....	X
4.- Aplicación de cargas .....	XIV
5.- Calcular .....	XVII
6.- Adaptación del mallado.....	XVIII
7.- Representación de los resultados y herramientas de análisis .....	XX
8.-Informe técnico.....	XXXI



## 0.- Introducción y configuración previa

La *Figura 1* muestra el procedimiento general que se va a para proceder a la aplicación del criterio de fallo estático sobre cualquier pieza que forme parte de nuestro modelo. Cada *etapa*, esta *numerada* de acuerdo con el orden a seguir para realizar el cálculo estático de una pieza.

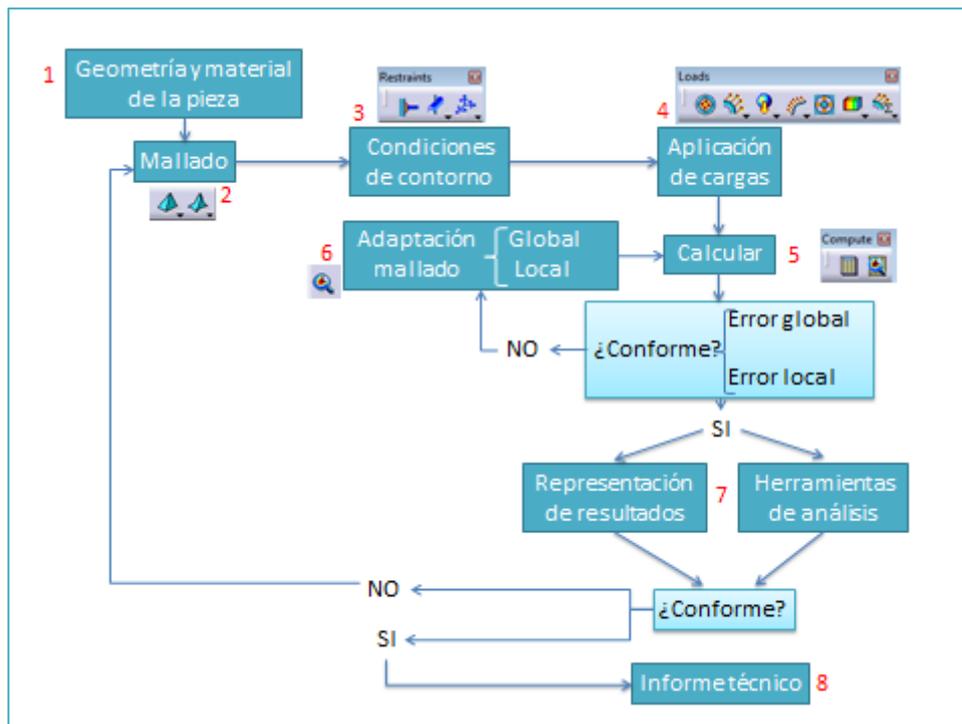


Figura 1 Procedimiento del programa

### -Configuración de unidades:

Para elegir las unidades, hay que seguir los siguientes pasos. Primero, vamos a la pestaña *Tools*, en la barra de herramientas superior, y seleccionamos *Options*, véase *Figura 2*.

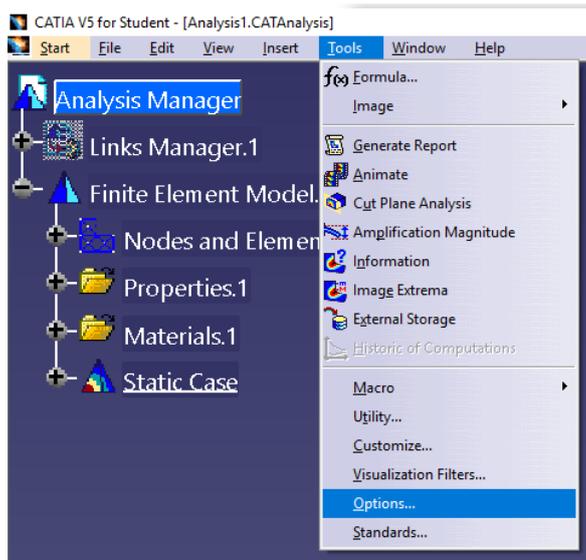


Figura 2 Acceso a la configuración

A continuación, en el apartado *General*, seleccionamos *Parameters and Measures*, y luego ir a la pestaña de *Units*. Aquí se encuentran todas las magnitudes físicas con las que CATIA trabaja, seleccionando una como en la *Figura 3*, y se elige la magnitud y la unidad correspondiente.

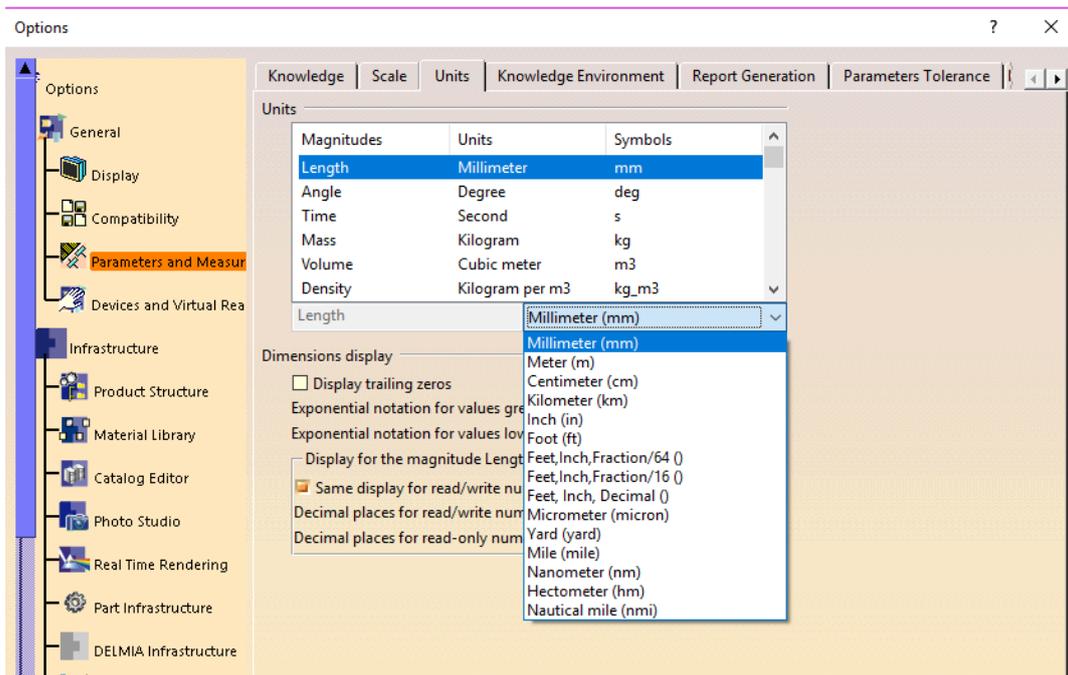


Figura 3 Configuración de las unidades

-Configuración de vista

Otra configuración, que debemos hacer en este módulo, es editar la forma en la que se va a ver la pieza. Para ello, en la pestaña superior de *View*, ya continuación en la pestaña *Render Style*, seleccionamos *Customize view*, como en la *Figura 4*. Posteriormente, hay que marcar la casilla *Material* en el apartado *Mesh*, como en la *Figura 5*.

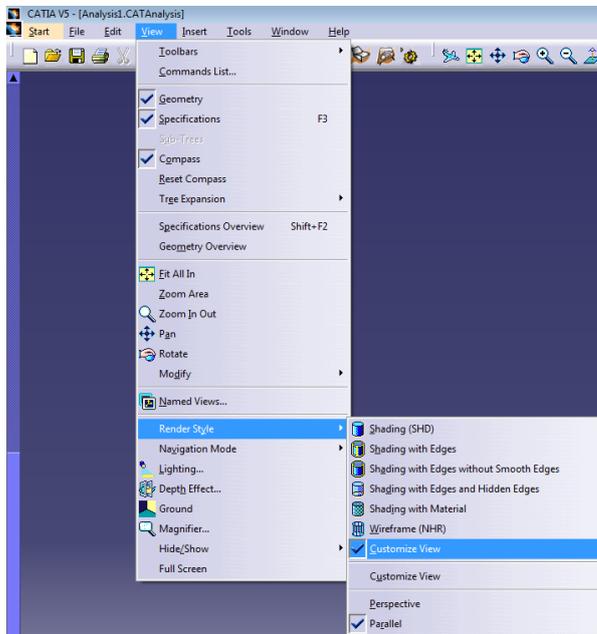


Figura 4 Configuración de vista 1

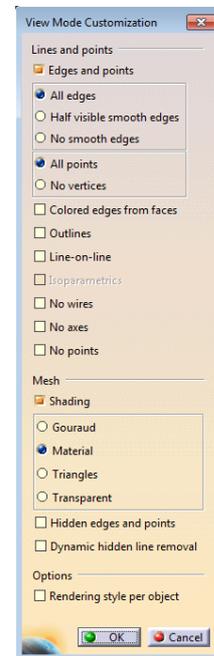


Figura 5 Configuración de vista 2

## 1.- Geometría y material de la pieza

### -Geometría de la pieza

Con el módulo de *Part Design*, se pueden generar modelos sólidos, como muestra la *Figura 6*, partiendo de la geometría de la pieza que se dibuja con un *sketch*, que realiza dibujos en 2D y, posteriormente, se realizan las operaciones que ofrece el módulo para llevar la pieza al modelo 3D. De esta manera se tiene la geometría.

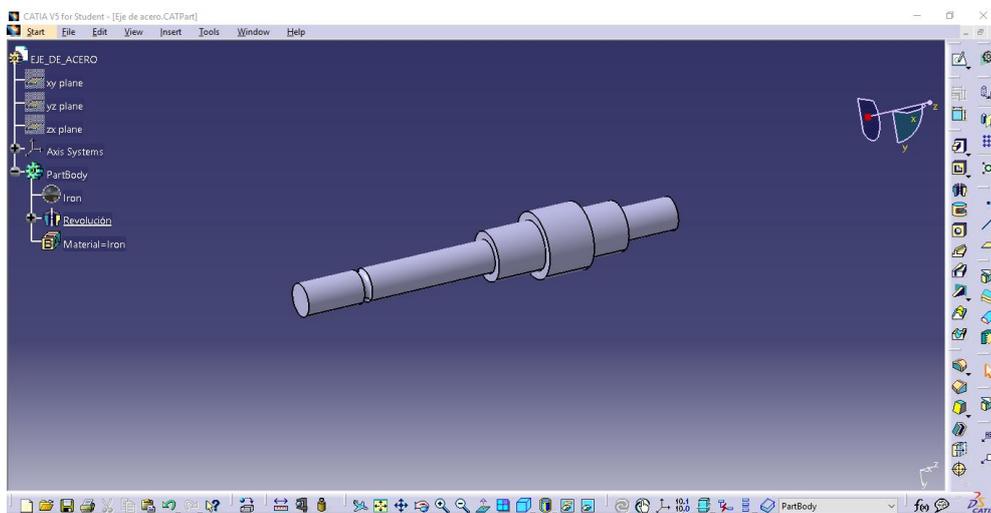


Figura 6 Pieza generada en módulo Part Design

### -Material de la pieza

A partir de la barra de herramientas inferior de la figura anterior 7 y seleccionando el comando que se muestra en la *Figura 7*, CATIA abre una librería de materiales que ofrece el software. Los materiales están ordenados por tipos y, dentro de cada tipo, encontramos materiales específicos.

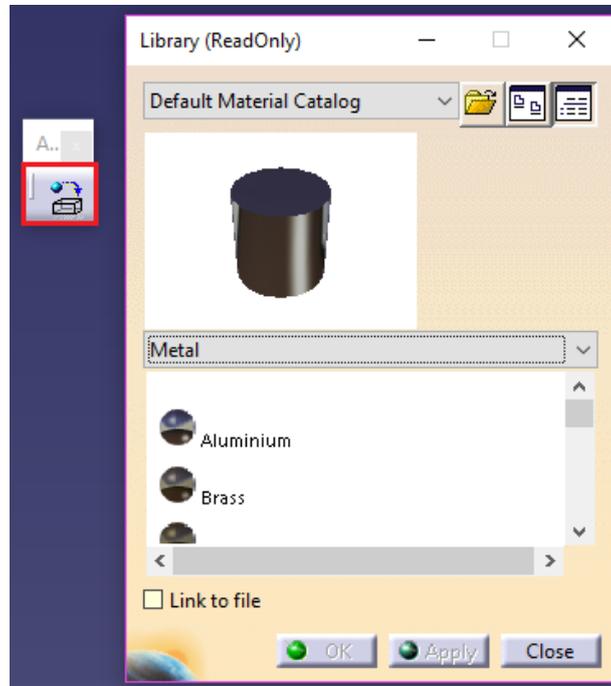


Figura 7 Asignación de material a la pieza

En el caso de que la librería no contenga el material de nuestra pieza, habrá que definir uno, que se hace eligiendo un material, aunque no sea el de nuestro caso estático; posteriormente, haciendo doble click sobre él en el árbol, se despliega una ventana como la de la *Figura 8*. En esta ventana, podemos modificar varios parámetros del material, en la pestaña *Analysis*. Las propiedades que supone la elección del material son el *módulo de elasticidad E*, el *factor de Poisson  $\nu$* , la *densidad  $\rho$* , el *coeficiente de dilatación térmica* y el *límite de elasticidad  $S_y$* .

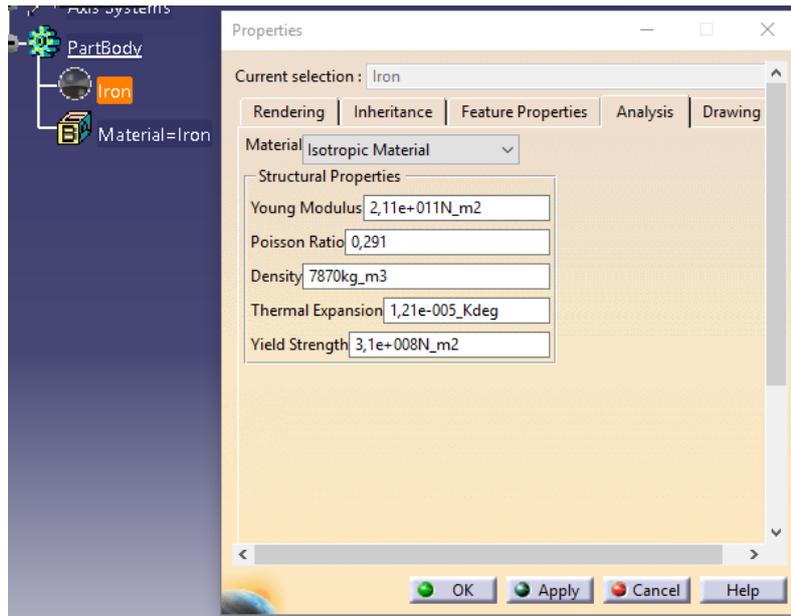


Figura 8 Elección de las propiedades mecánicas del material

### -Iniciar el módulo de elementos finitos

Una vez que tengamos el modelo sólido de la pieza, se debe acceder al módulo de *Static Analysis*. Para ello, debemos ir a la parte de *Analysis & Simulation* y seleccionar *Generative Structural Analysis* (Figura 9) y, posteriormente, a *Static Analysis* (Figura 10).

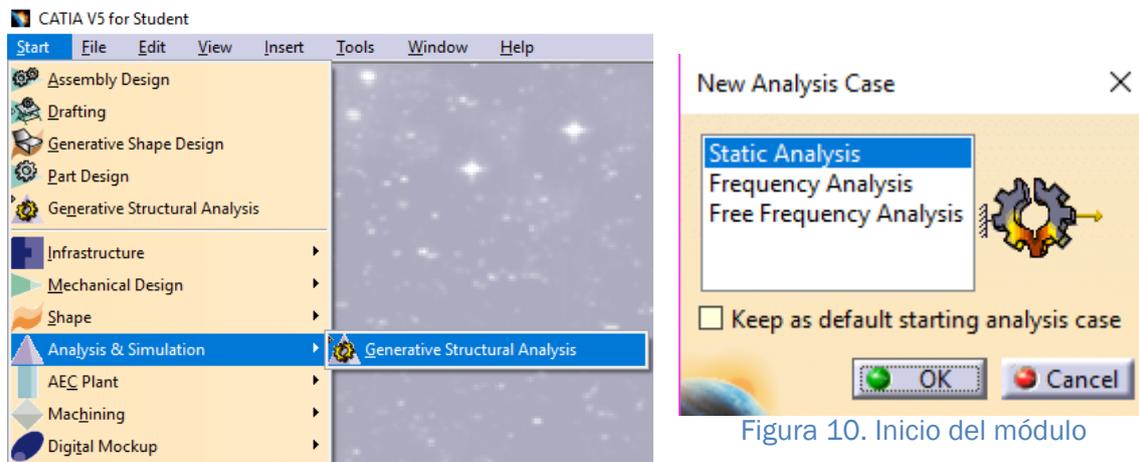


Figura 9. Inicio del módulo

Figura 10. Inicio del módulo

Para realizar el cálculo estático de la pieza, tenemos que seleccionar la pieza a analizar para introducirlo al módulo, como se ve en la *Figura 11*, hay dos opciones:

-Con el fichero de la pieza abierto en el módulo *Part Design*, seleccionamos *Start* → *Analysis simulation* → *Generative Structural Analysis* → *Static Analysis*.

-Sin tener el fichero de la pieza abierto, seleccionamos *Start* → *Analysis simulation* → *Generative Structural analysis* → *Static Analysis*, luego elegimos, en *Links*

Manager, la opción *Import*, ver *Figura 12*, para importar el archivo tipo CAT.Part a nuestro análisis estático.

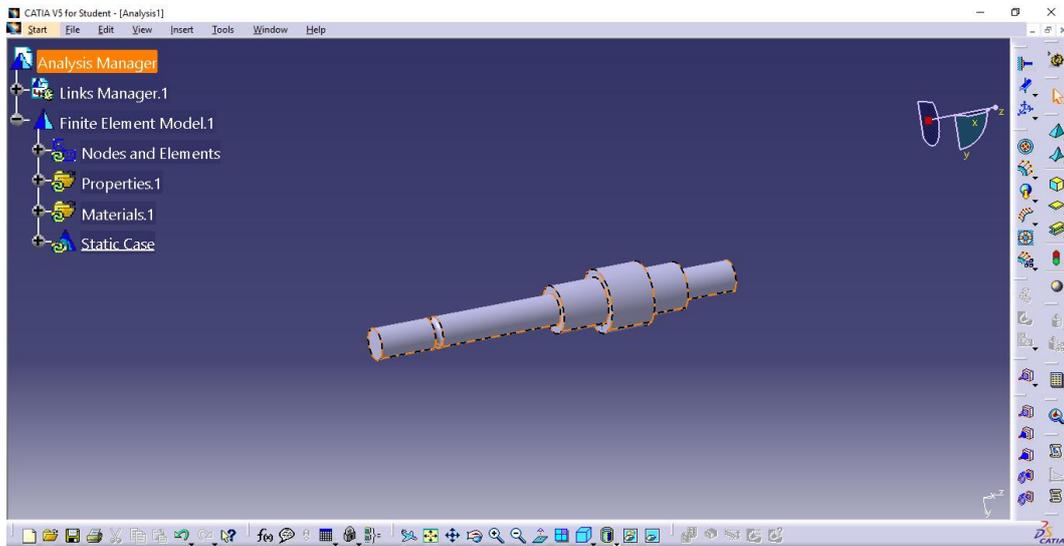


Figura 11 Pieza en el módulo

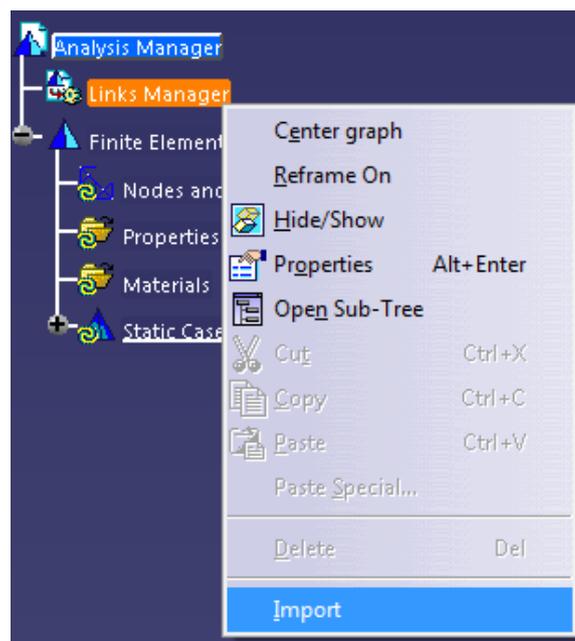


Figura 12 Introducción fichero de la pieza

#### -Árbol del módulo de elementos finitos

A continuación, se presenta el árbol del módulo en la *Figura 13*, donde encontraremos la información más representativa para el estudio de la pieza. El apartado *Links Manager* es donde está el fichero de la pieza a simular, el fichero de las computaciones y el de los resultados. Más abajo del árbol podremos encontrar el mallado en *Nodes and Elements*, debajo, está el material de la pieza, las restricciones que impongamos, el estado de cargas que apliquemos y los resultados.

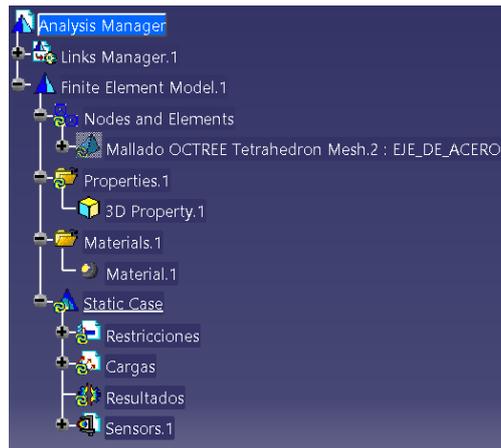


Figura 13 Árbol del módulo Generative Static Analysis

Haciendo doble click en el icono de resultados que se ve en la Figura 13, aparece una ventana como la de la Figura 14, donde podemos seleccionar el método. Si seleccionamos Auto, se ejecutará automáticamente uno de los otros tres métodos, el que más convenga al caso estático a estudiar. El método Gauss es un método numérico directo y da buenos resultados para pequeños y medios modelos. En cuanto al método Gradient, es un método iterativo, que es recomendable para grandes modelos y, en el cual, se pueden seleccionar el número de iteraciones, además de la precisión. Por último, el método Gauss R6, está diseñado para grandes modelos y de un cálculo más rápido que el método Gauss, y el más recomendable.

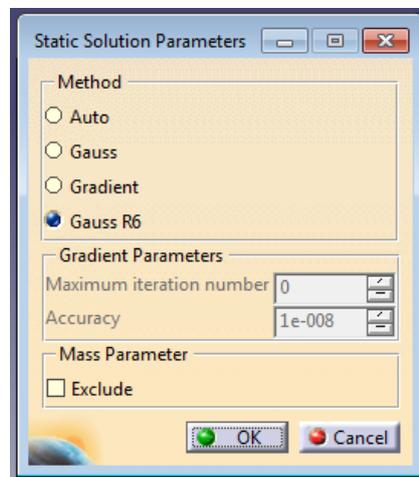


Figura 14 Métodos de cálculo

#### -Gestión de los ficheros del módulo

Antes de pasar al siguiente paso, y cuando ya tengamos la pieza en el módulo de elemento finitos, debemos guardar los cuatro archivos con lo que va a trabajar el programa en la misma carpeta del ordenador o dispositivo de almacenamiento externo.

Los archivos con los que trabaja el programa son cuatro, el fichero de la pieza que se guarda como .CATPart, el archivo del módulo donde vamos a simular la pieza

como .CATAnalysis, el fichero que genera el módulo de computaciones .CATComputations y el fichero de resultado que genera el módulo como .CATResults.

Los dos últimos ficheros que se han mencionado, se deben guardar con un comando especial, el de la *Figura 15*, y en la ventana que emerge seleccionamos la carpeta del ordenador donde se guardaran en la pestaña *Modify*.

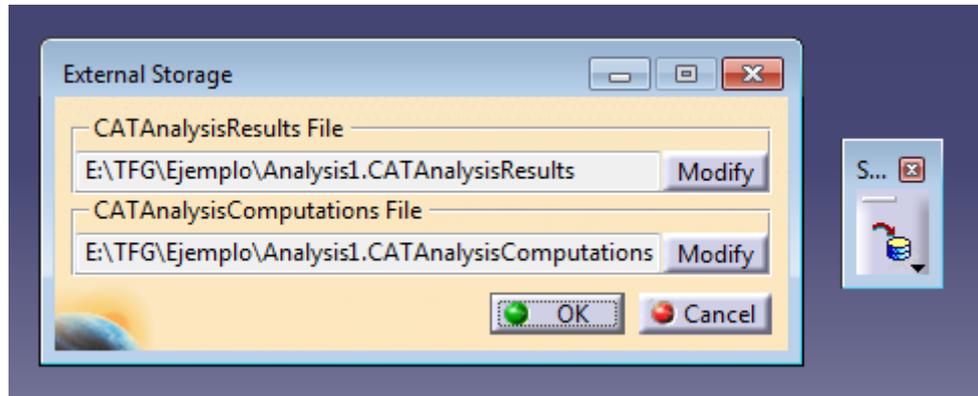


Figura 15 Comando External Storage

A continuación, seleccionando en la pestaña superior *File*, hacemos uso del comando *Save Management*, con la cual podremos guardar los cuatro archivos a la vez, véase la *Figura 16*.

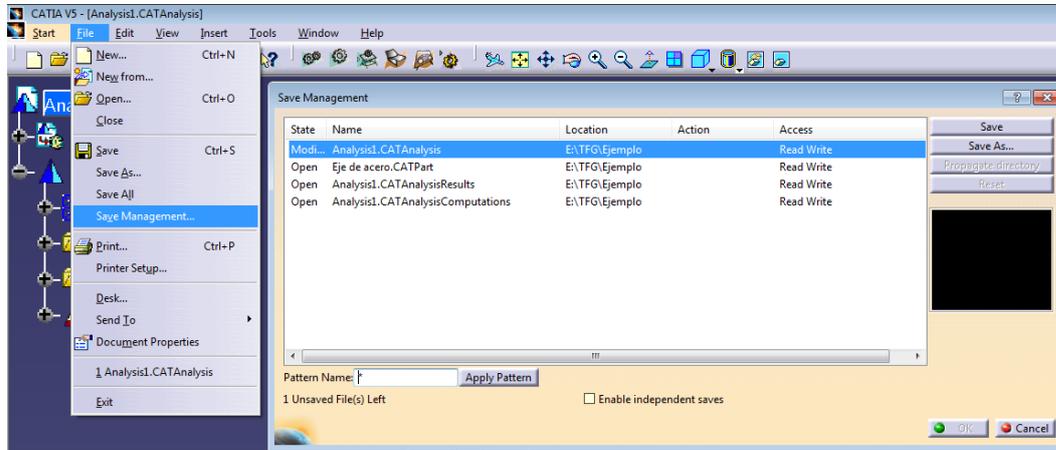


Figura 16 Comando Save Management

## 2.- Mallado

Tras la selección de geometría y material, se procede al mallado de la pieza (paso 2), según se vio en la *figura 1*. A la hora de crear un mallado, CATIA por defecto realiza un mallado automático, con tetraedros, que se puede editar haciendo doble click en el árbol, debajo de *Nodes and Elements* También, se puede introducir un mallado nuevo, a través de la barra de herramientas *Model Manager*, haciendo

click en el primer comando *OCTREE Tetrahedron Mesh*, y aparece una ventana como la de la *Figura 17*.



Figura 17 Creación del mallado

#### -Tamaño del elemento

Para definir el mallado, el programa primero pide la longitud del lado del elemento del tetraedro en *Size*. La opción *Absolute sag*, es un valor para marcar la desviación máxima entre los lados de los tetraedros al contorno de la pieza.

#### -Tipo de elemento

##### - Tetraedro lineal:

Se elige este tetraedro si tenemos una geometría sencilla, los resultados serán menos precisos y el tiempo que usa en computar los resultados es menor. Se tiene que tener en cuenta, que este tipo de elemento, no discretiza las discontinuidades, tan bien como lo hace el tetraedro parabólico.

##### - Tetraedro parabólico:

Es el más utilizado y el que se aconseja ya que se obtienen resultados más fiables. Al mallar con este tipo de elementos, el software necesitará más tiempo para el cálculo, por lo que, si se trata de una pieza con una geometría con mucho detalle, conviene elegir este tetraedro.

#### -Mallado local

Una herramienta que resulta útil, es el comando *Local Mesh Size*, que realiza un mallado local de una superficie o una arista que elijamos y que creamos que es una sección crítica por posibles discontinuidades. Para usarlo, hay que seleccionar el

comando de la *Figura 18*, indicar la arista o la superficie a refinar, e introducir el valor de la longitud del tetraedro.

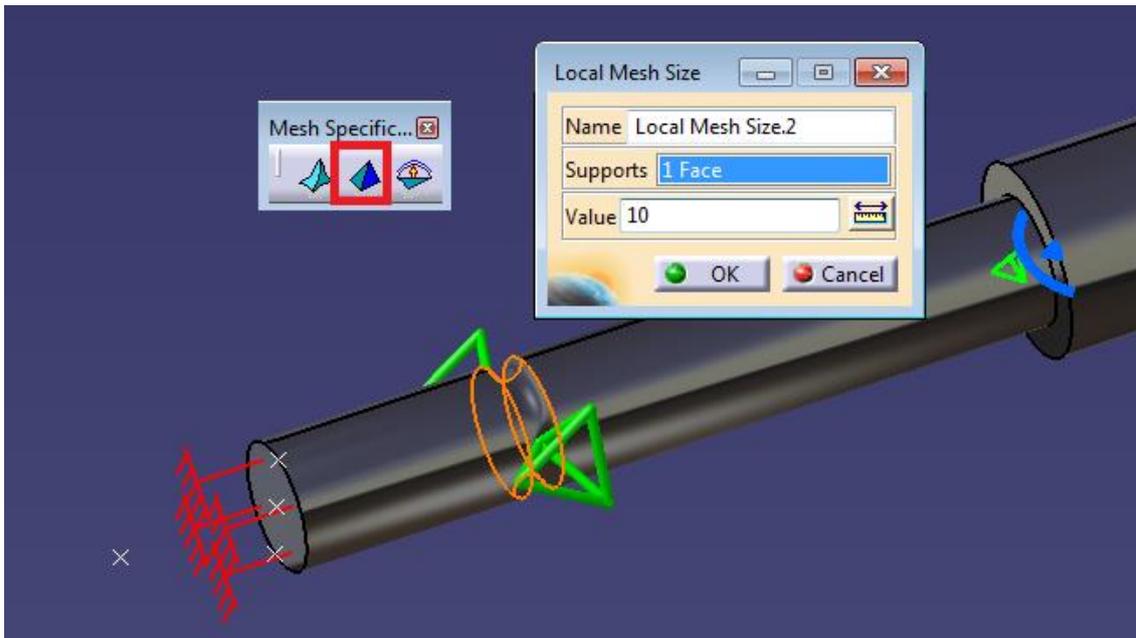


Figura 18 Mallado local

### 3.- Condiciones de contorno

Ahora pasamos a la etapa 3 del proceso, (*Figura 1*) que consiste en imponer las condiciones de contorno. Mediante la barra de herramientas *Restrains*, ver *Figura 19*, se pueden imponer las condiciones de contorno de la pieza a estudiar, permitiendo los grados de libertad que se consideren necesarios en cada nodo de nuestro mallado.

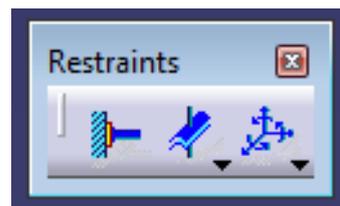


Figura 19 Barra de herramientas Restrains

Las restricciones necesitan de los elementos de apoyo (*Supports*), que son elementos de la pieza donde se van a aplicar las condiciones de contorno. Estos elementos de apoyo pueden ser puntos, aristas, superficies y elementos virtuales.

#### -Elementos virtuales

Antes de explicar en detalle la barra de herramientas *Restrains*, conviene entender la barra de elementos virtuales, se utilizan como elementos de apoyo en las restricciones.

La barra de herramientas *Virtual Parts* (Figura 20) se utiliza para simular una parte geométrica en el módulo de cálculo estático, y no ha quedado disponible en el módulo de *Part Design*. Estos elementos virtuales son líneas y puntos, y es necesario crearlos para que el programa realice el mallado correctamente de ese elemento.

El elemento virtual tiene una función importante en la pieza, como servir de elemento de apoyo en las condiciones de contorno, o bien, que sirva como elemento de apoyo cuando se aplica una carga.



Figura 20 Barra de herramientas Virtual Parts

#### -Rigid Virtual Part:

Este comando crea un elemento virtual que enlaza con el contorno de la pieza, ya sea una arista o una superficie, y el elemento que se crea es un punto. Esta conexión hace que se comporte como un objeto fijo, es decir, transmitiendo de forma rígida al cuerpo las restricciones y cargas que actúen sobre el punto. Esta herramienta, no tiene en cuenta la deformación elástica de la zona de la pieza que hace de elemento de apoyo y hace que actúe esa parte como un sólido rígido.

Al ejecutar el comando, aparece una ventana en la que seleccionamos el elemento de la pieza donde se apoya el elemento virtual en *Supports*. El punto que será el elemento virtual lo seleccionamos en *Handler*, como se ve en la Figura 21.

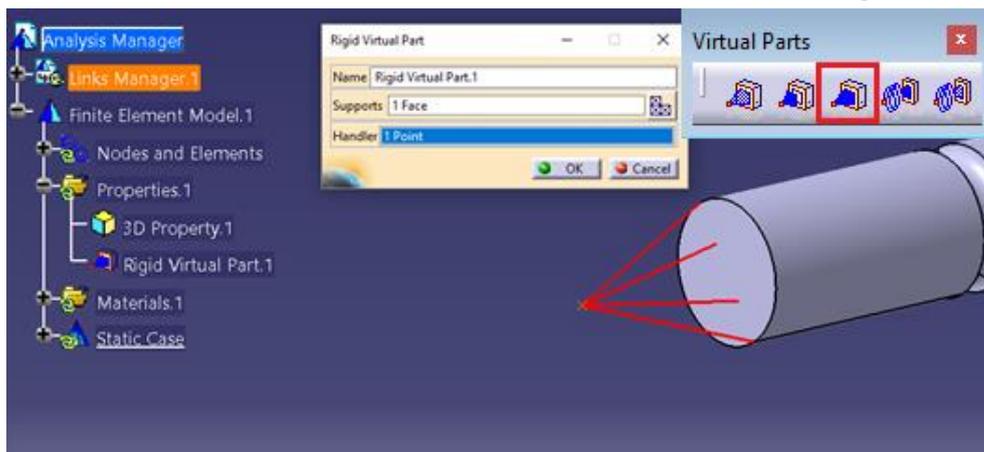


Figura 21 Comando Rigid Virtual Part

#### -Smooth Virtual Part (Elemento virtual móvil o desplazable):

Este comando enlaza virtualmente un punto de apoyo con la pieza mediante una barra imaginaria. Este enlace tiene menos rigidez que el comando *Rigid Virtual Part*, transmite cargas y restricciones desde el elemento virtual a la geometría del

elemento. Para hacer uso de esta herramienta, en la ventana que se ve en la *Figura 22*, tenemos que seleccionar un elemento de apoyo en *Supports* y, si queremos que sea un punto de apoyo, lo deberemos seleccionar en la casilla de *Handler*.

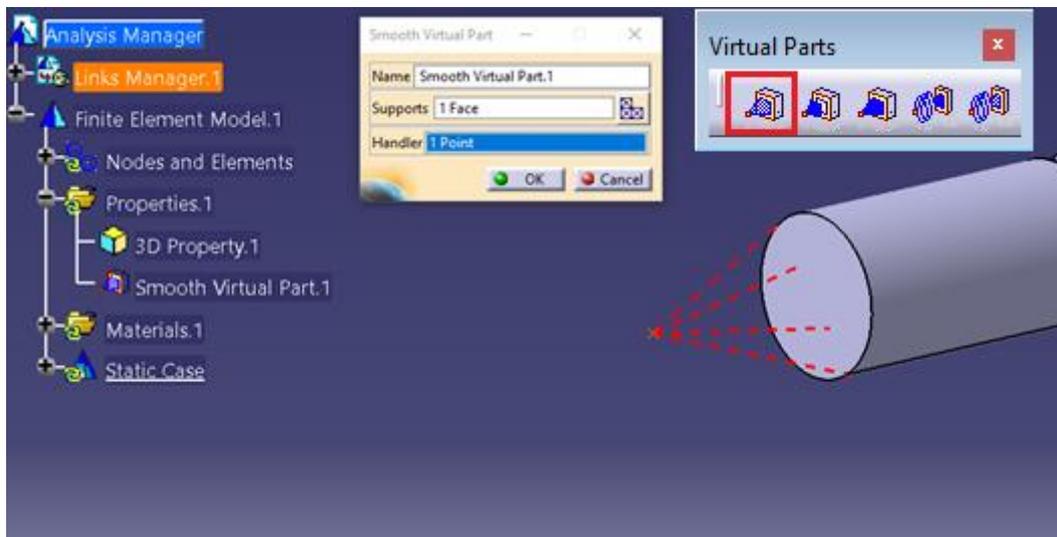


Figura 22 Comando Smooth Virtual Part

#### -Contact Virtual Part:

Con este comando se crea un elemento virtual, que enlaza virtualmente un punto con el contorno de la pieza. Pero, en este caso, no es mediante un contacto directo, sino que existe una barra de contacto, o enlace virtual entre el punto y el contorno, la cual transmite las acciones al contorno de la pieza. Al ejecutar el comando, hay que configurar la ventana como la de la *Figura 23*, hay que seleccionar en *Supports* la superficie del contorno donde queremos enlazar, en *Handler* el punto del elemento virtual.

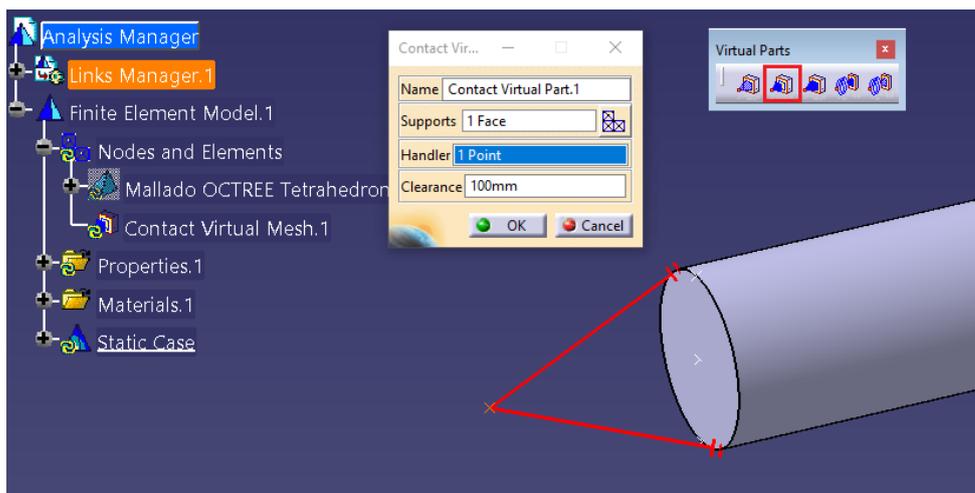


Figura 23 Comando Contact Virtual Part

#### -Empotramiento

Al seleccionar este comando quedarán restringidas todas las traslaciones y rotaciones en los tres ejes del elemento de apoyo, es decir como un

empotramiento, por lo que al aplicar cualquier carga generará reacciones en la parte empotrada, como en la *Figura 24*.

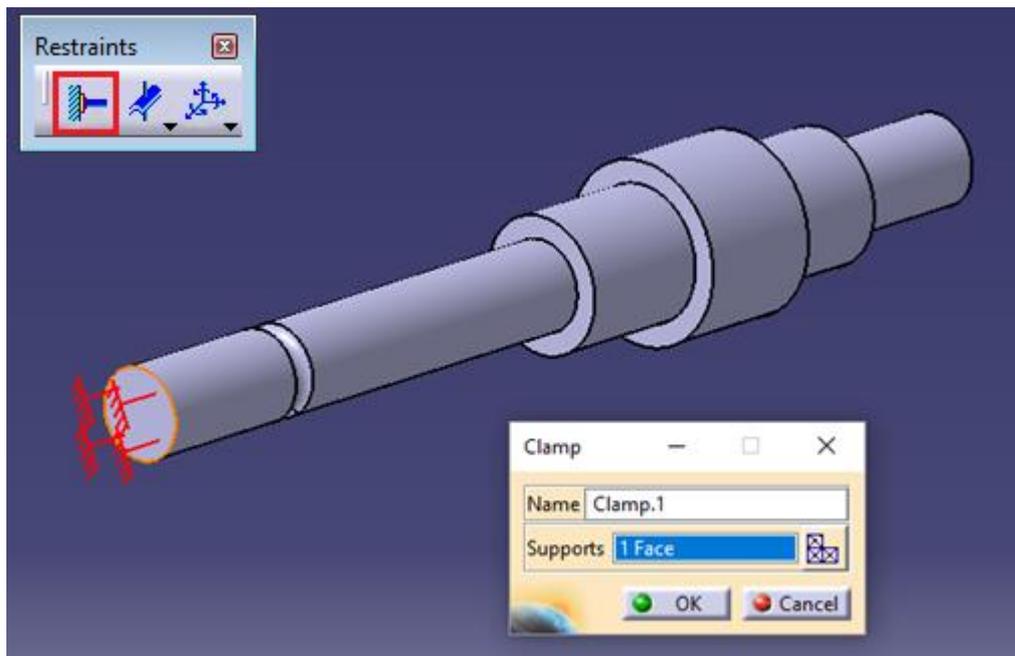


Figura 24 Restricción de empotramiento

#### -Restricciones mecánicas

Estas restricciones tienen de particular que permiten traslaciones y giros en el elemento donde se apoyan. Estos comandos (*Figura 25*), simulan el comportamiento de algunos elementos de diseño usados con frecuencia en el diseño de máquinas.

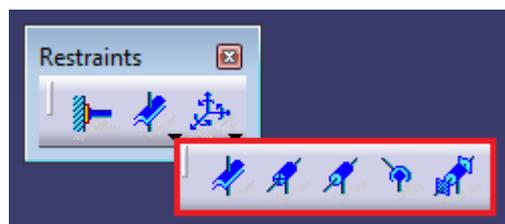


Figura 25 Restricción mecánicas

#### -Restricciones definidas por el usuario (User defined restrain)

Este comando permite aplicar todas las condiciones de contorno que queramos, ya que es a libre elección el restringir los grados de libertad que tiene su pieza.

Al lanzar el comando, aparece una ventana como en la *Figura 26*, se nos pedirá el elemento de apoyo en la opción *Support*, que puede ser tanto un punto, una curva, una superficie o un elemento virtual; posteriormente, el sistema de ejes al que nos referimos y, por último, qué traslaciones y rotaciones queremos restringir, teniendo en cuenta que el eje 1, 2 y 3 se refieren al X, Y, Z respectivamente.

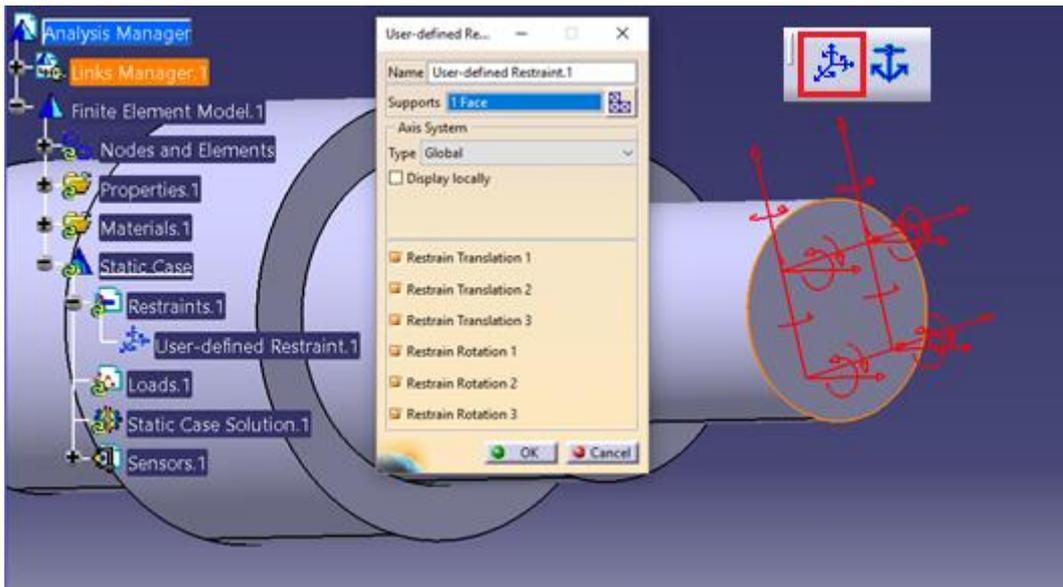


Figura 26 Restricción User defined Restrain

- Restricciones y condiciones Isostáticas (Isostatic Restrain)

Con este comando se restringen todas las traslaciones y rotaciones de la pieza en conjunto, es decir, que ningún punto se mueve, por lo que la pieza está fija en el espacio. Para esta restricción no hay que seleccionar nada, como se ve en la Figura 27.

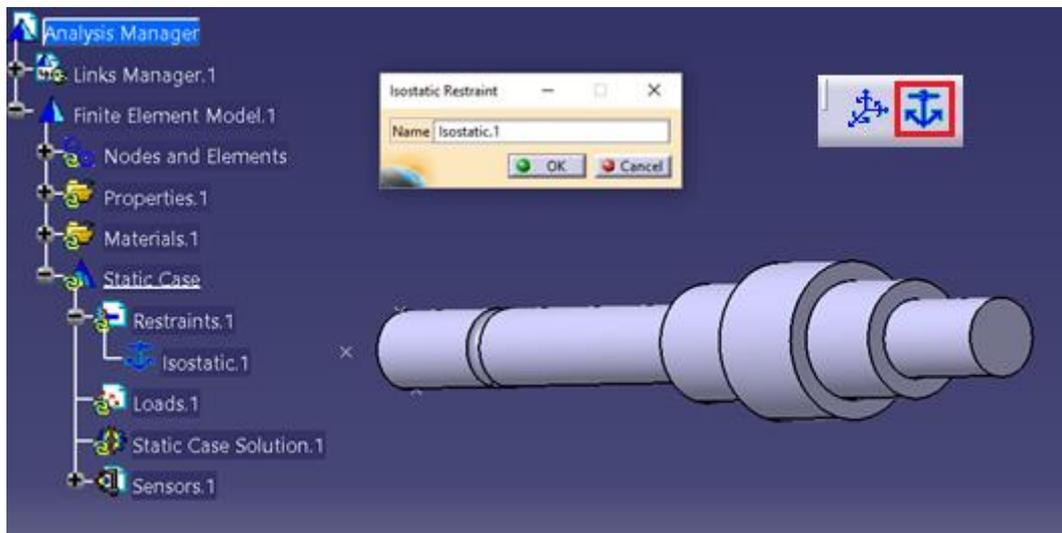


Figura 27 Restricción isostática

#### 4.- Aplicación de cargas

Ahora pasamos a la etapa 4 del proceso, Figura 3.1 que consiste en imponer la aplicación las cargas. Para caracterizar la carga se usará la barra de herramientas Loads, ver Figura 28 que nos permite elegir el tipo y la zona de aplicación de ésta

en la pieza a estudiar, ya sea una cara, una arista o un punto. Los diferentes tipos de cargas son:



Figura 28 Barra de herramientas Loads

#### -Carga distribuida (Distributed Force)

Con este comando definimos una fuerza distribuida o aplicada en un único punto, aunque CATIA llame al comando fuerza distribuida, y la dirección en la que se aplica.

La ventana que nos aparece es la de la *Figura 29*, como elemento de apoyo en *Supports*, podemos elegir puntos, curvas, superficies o elementos virtuales. A continuación, se elige el sistema de ejes al que nos referimos global (el que da CATIA por defecto) o el de usuario, que hayamos creado en el módulo de *Part Design*. Para el valor de la fuerza hay que poner el módulo de la fuerza y las componentes de la fuerza en cada eje. Se introducen primero tres valores de los cuatro posibles (módulo y las tres componentes) y CATIA automáticamente ajusta el restante.

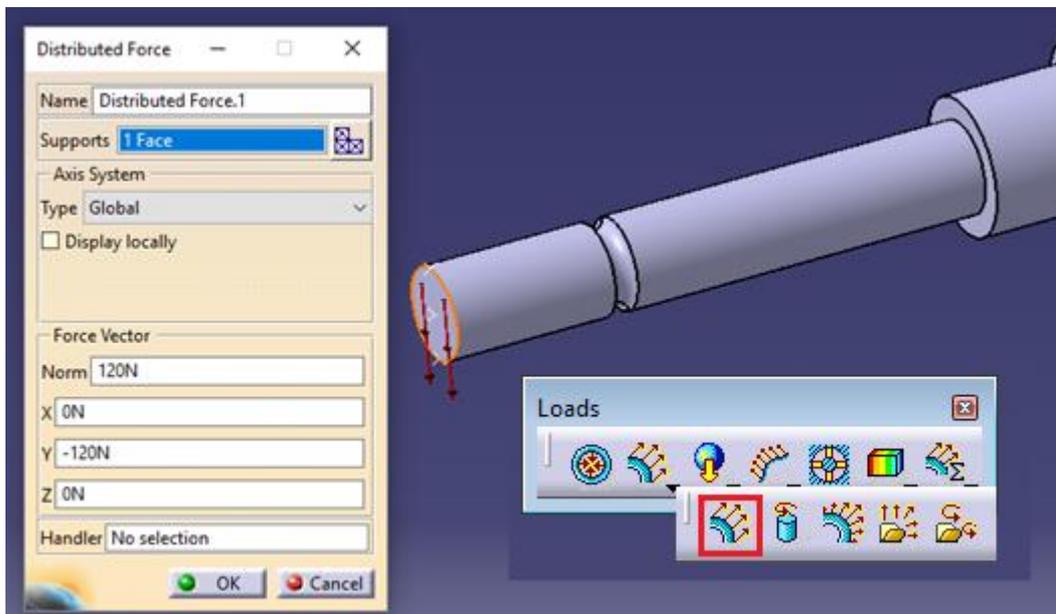


Figura 29 Herramienta Distributed Force

En el caso en el que queramos definir una fuerza puntual, debemos seleccionar la superficie a la que pertenece el punto, y en la opción *Handler* el punto donde se aplicará esta carga, como en la *Figura 30*.

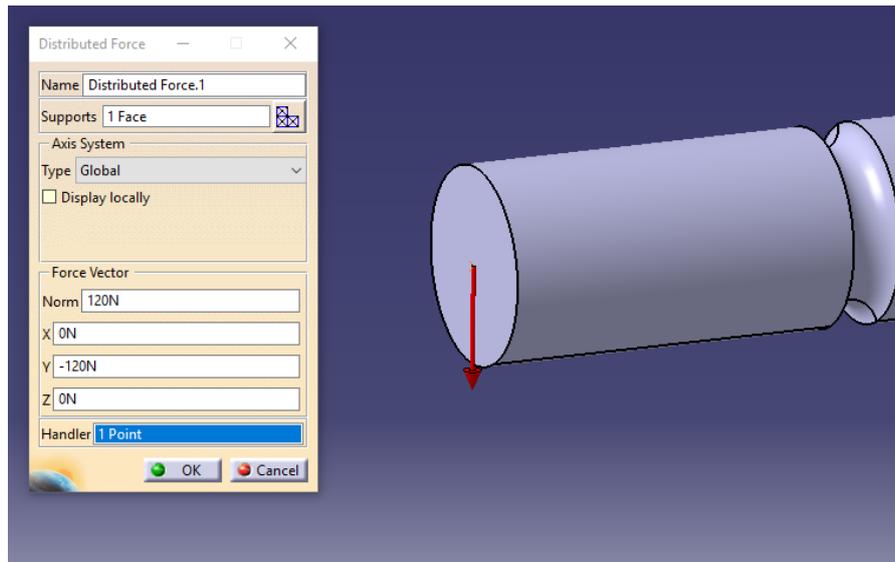


Figura 30 Fuerza puntual

### -Momento (Moment)

Usando este comando, aplicamos un momento distribuido o puntual. Al ejecutar el comando, nos aparece una ventana como la *Figura 31*, en *Supports* seleccionamos los elementos de apoyo que pueden ser elegir curvas, superficies o elementos virtuales. Posteriormente, se introducirá el valor nominal del momento (en las unidades que hayamos configurado en CATIA). De igual manera que para la carga distribuida o puntual, está el valor del módulo y las tres componentes, entonces para definir el momento introducimos tres de los cuatro valores y el otro se calcula por el programa.

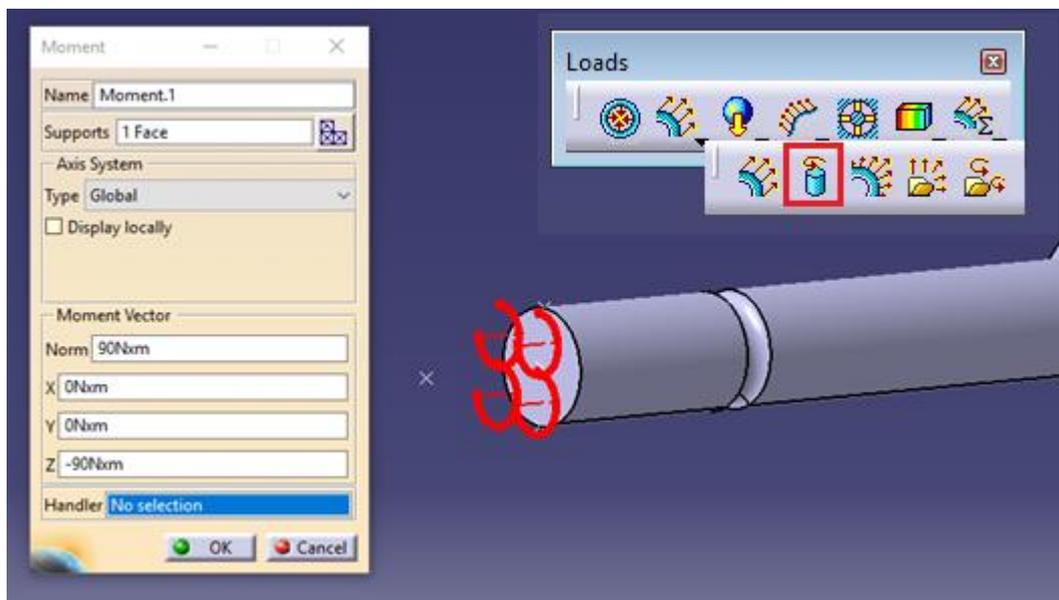


Figura 31 Herramienta Moment

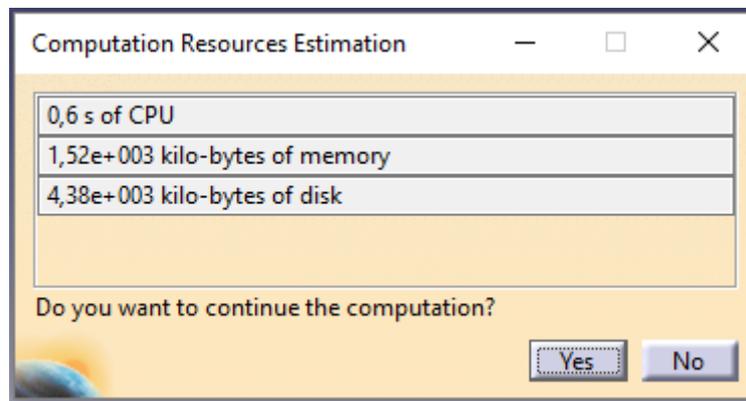
## 5.- Calcular

El siguiente paso, es la etapa 5 del proceso, *Figura 1* que consiste en imponer la aplicación las cargas. Una vez que hayamos definido la geometría de la pieza, el mallado las restricciones y las cargas externas, estamos listos para lanzar el cálculo del caso estático de la pieza. La barra de herramientas que se utiliza para calcular es la de la *Figura 32*.



**Figura 32** Barra de herramientas Compute

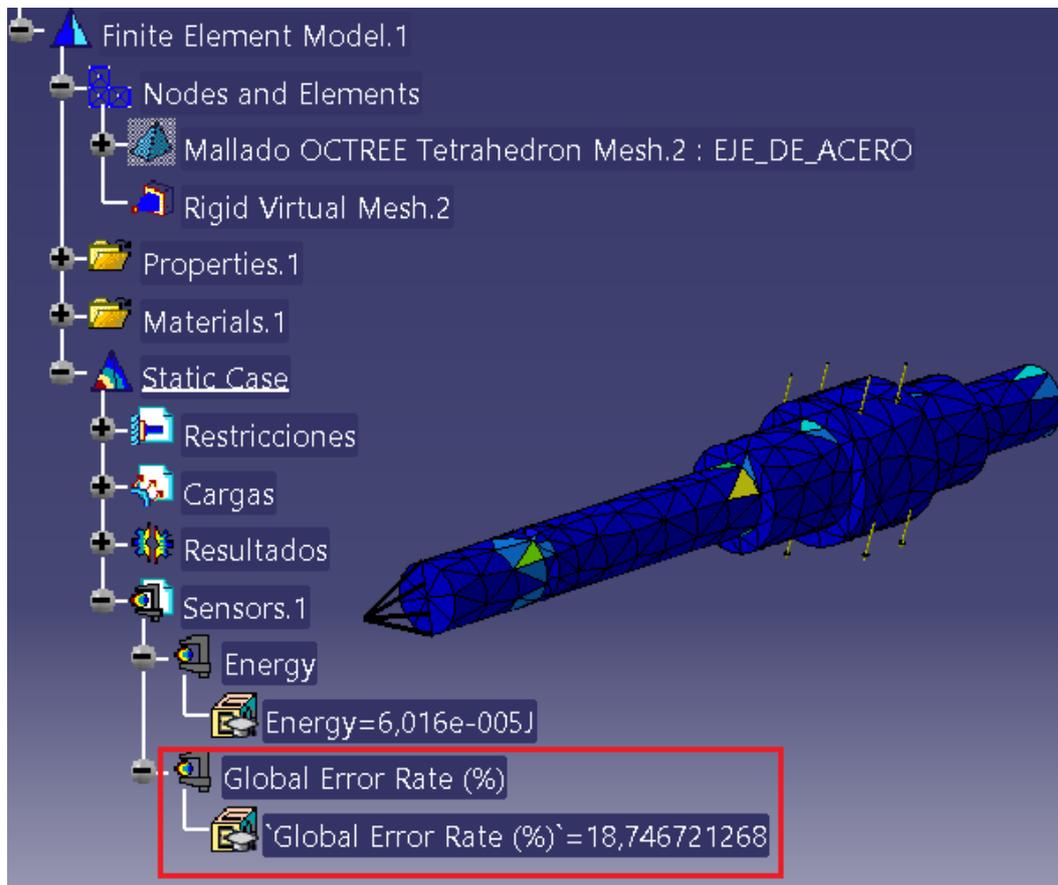
Antes de que CATIA dé la solución, da información estimada del proceso de cálculo, el tiempo de resolución además de la capacidad de memoria que necesitará para guardar los archivos y la capacidad de disco que utilizará el ordenador para realizar las simulaciones, como se ve en la *Figura 33*.



**Figura 33** Estimación de cálculo

## 6.- Adaptación del mallado

Tras haber realizado el cálculo, podemos ver los resultados de nuestro caso (la visualización de los resultados se explicará con más detalle más adelante, en el apartado 7). Uno de los valores que da el programa, es la estimación de error global, que se ve en el árbol del módulo, como se ve en la *Figura 34*.



**Figura 34** Estimación de error global

Una vez se haya computado nuestro caso de estudio, podemos ver la estimación del error global y también la estimación de error local, que se explicará cómo verlo a continuación. Se podrá continuar con la etapa 7 del proceso, si estamos conformes con el valor de la estimación del error (*Figura 1*), o ir a la etapa 7 si no estamos conformes con el valor de los errores. Para adaptar la malla, tendremos dos opciones.

### -Modificación tamaño del elemento

La primera de ellas es modificar el mallado que se realizó en la etapa 2 de la *Figura 1*, modificando el tamaño del elemento tanto en el mallado global como en el mallado local.

## -Adaptación del mallado

La segunda opción, consiste en que el programa nos da la opción de readaptar nuestra malla inicial a una que no sobrepase un valor de error que queramos, para ello, tenemos los comandos *Global Adaptivity* y *Local Adaptivity*. Primero, seleccionamos el mallado previo y el valor del error deseado, como en la *Figura 35*, y modificará el tamaño de los tetraedros para conseguirlo. Esta opción, no se puede realizar en la etapa 2, pues primero el programa tiene que calcular el caso estático para saber que error se está cometiendo.



Figura 35 Herramienta Global Adaptivity

A continuación, para ver la estimación del error local, con el botón derecho sobre el mallado, como en la *Figura 36*, se selecciona el comando *Local Adaptivity*, y emerge una ventana para configurar la adaptación. En esta ventana, seleccionando la superficie que queremos adaptar su mallado en la pestaña *Supports*, vemos que en el apartado *Current Error* aparece el valor actual de esa superficie, y justo arriba hay que introducir el valor máximo que queremos tener.

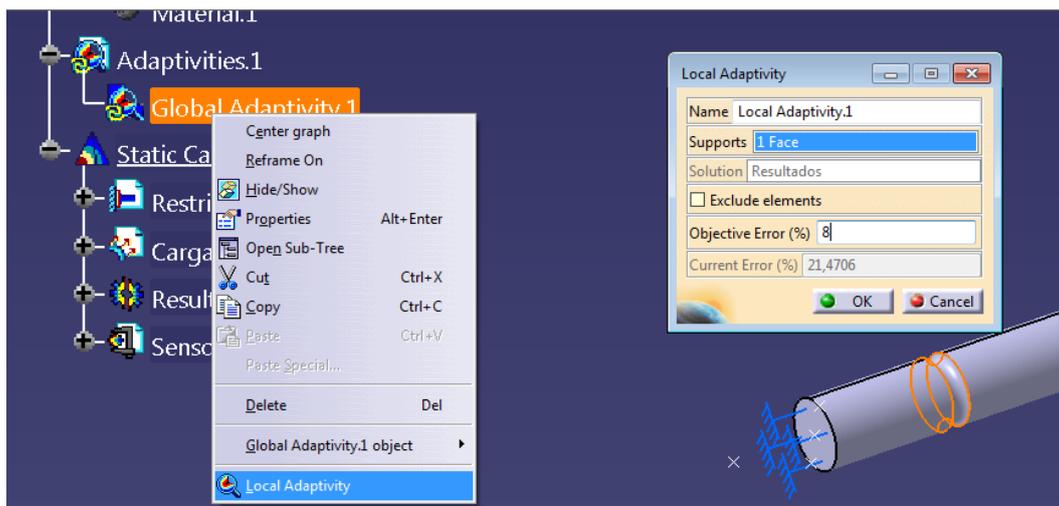
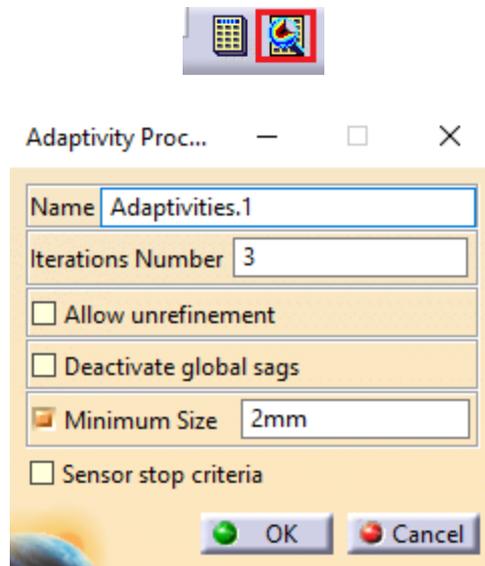


Figura 36 Herramienta Local Adaptivity

Una vez que hayamos configurado el refinado de la malla, estamos listos para que el programa recalculé el mallado de la pieza y los resultados del caso estático de la pieza. Ahora, tendremos que lanzar el comando *Compute with Adaptivity* y surge

una ventana como en la *Figura 37*, en la cual se debe indicar el número de iteraciones a realizar por el programa y el valor mínimo de la longitud de los lados del tetraedro.



**Figura 37** Compute with adaptivity

## 7.- Representación de los resultados y herramientas de análisis

Los resultados que se van a tener en cuenta, son los que se ven en la *Figura 38*. En primer lugar, se va a explicar la representación de los resultados.



**Figura 38** Representación de resultados

### -Mallado (Mesh Visualization)

La primera solución de la *Figura 38*, es la visualización de la pieza mallada, en la que la pieza ha sido dividida en tetraedros de la forma que hayamos configurado el mallado. Para ejecutar este comando, con el botón derecho sobre Nodes and Elements y seleccionar Mesh Visualization, como en la *Figura 39*.

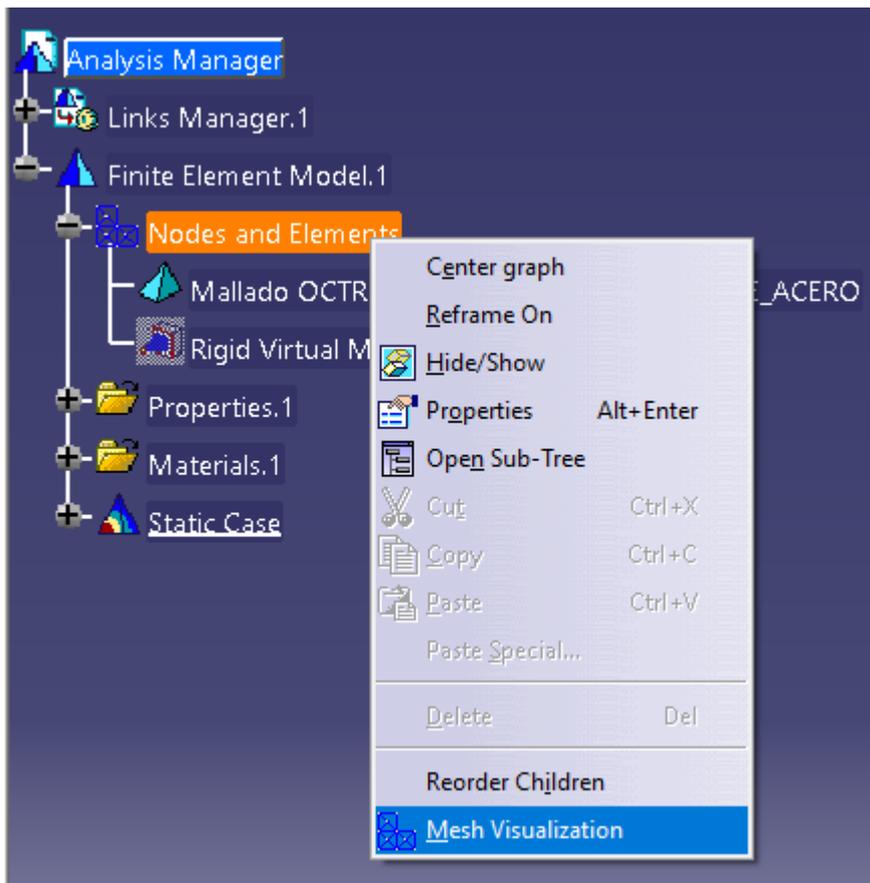


Figura 39 Visualización del mallado

Tras lanzar el comando, la pieza se presentará como en la *Figura 40*, para poder verla así es necesario que el programa haya simulado el caso estático. Esta herramienta es útil, para comprobar que secciones críticas, como las discontinuidades geométricas, han sido malladas con mayor precisión que el resto del contorno.

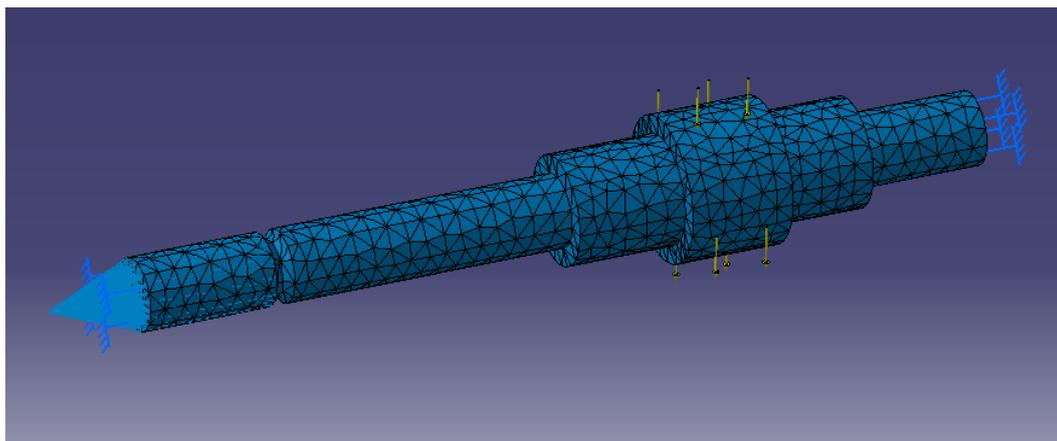


Figura 40 Mallado de la pieza

Los 5 siguientes resultados de la *Figura 38*, se pueden visualizar con la barra de herramientas *Image* (*Figura 41*). Se pueden representar gráficamente los principales resultados tales como tensiones y deformaciones. Con los comandos de la barra *Image* se presentan los resultados de esfuerzos, deformaciones,

desplazamientos y el error estimado de una forma clara para que el usuario pueda evaluar la pieza.

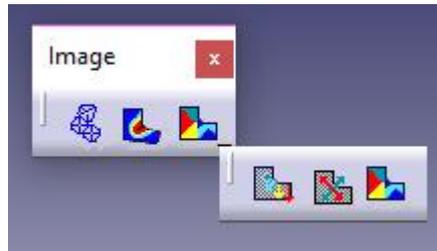


Figura 41 Barra de herramientas Image

*-Deformación (Deformation):*

Al usar este comando, la pieza se mostrará con el mallado que ha realizado el programa y representará la deformación estática de la pieza debido a las cargas aplicadas, como en la *Figura 42*, respetando las restricciones impuestas y dando una idea de cómo se comporta la pieza en el caso estático. Este comando no dispone de escala, pero se puede modificar la deformación haciendo uso de la herramienta *Amplification* de la barra de herramientas *Analysis Tools* que se explicará más adelante en este mismo punto. Para saber el valor de la distancia que se ha deformado hay que recurrir a los resultados de *Displacement*, que se explicará más tarde en este punto.

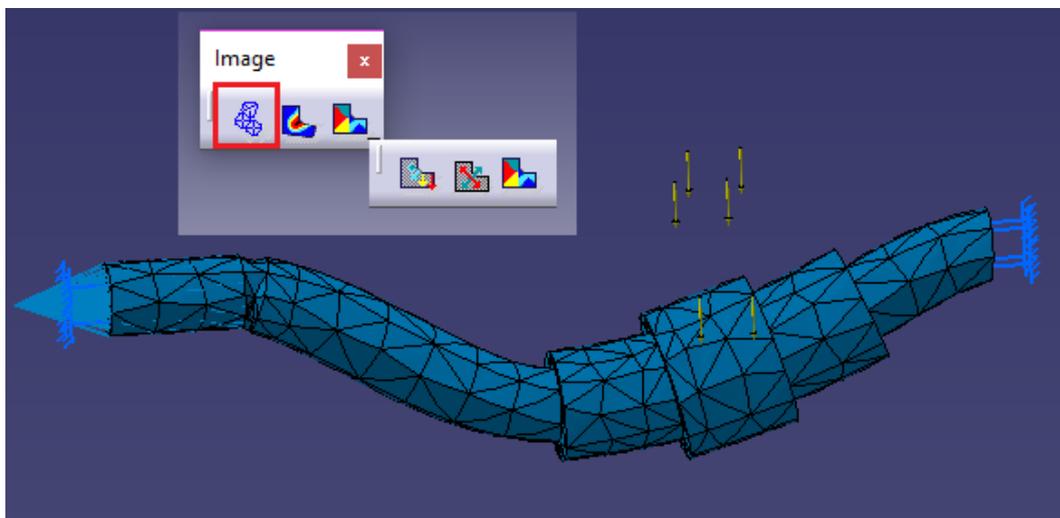


Figura 42 Deformación de la pieza

*-Tensión de Von Misses  $\sigma_{eq}$  (Von Misses Stress):*

Esta herramienta es de las más importantes, pues con ella sabremos si la pieza sufrirá el fallo. Muestra las zonas donde se concentran los esfuerzos tensionales de la pieza mediante una escala de colores, acompañados de una leyenda que da valor a la distribución de esfuerzos de Von Misses a lo largo de la pieza (en las unidades que hemos configurado en CATIA). El comando a utilizar es el que se encuentra recuadrado de la barra de herramientas *Image*, en la *Figura 43*.

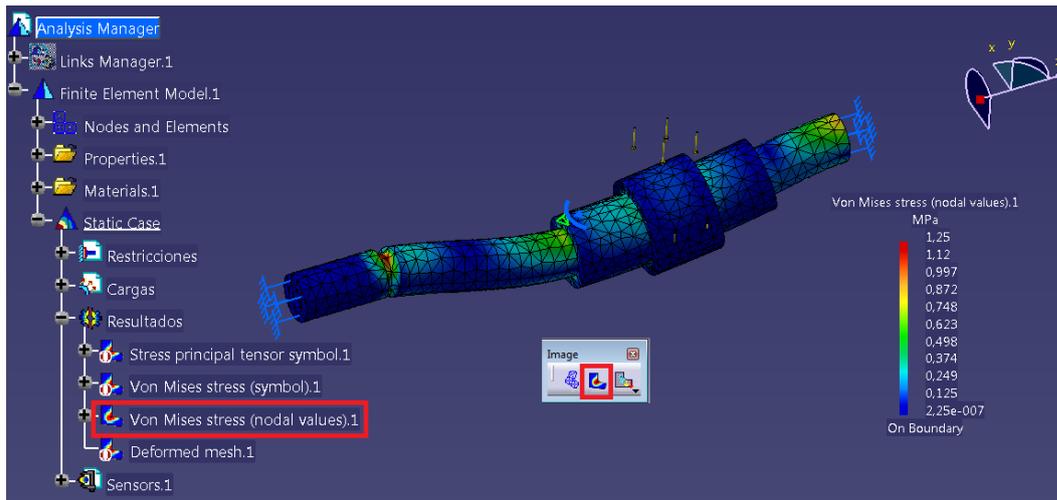


Figura 43 Tensión de Von Mises de la pieza

Haciendo doble click en el árbol sobre *Von Mises Stress* en el apartado de resultados, véase *Figura 43*, podemos modificar el tipo de representación de la tensión, en la ventana que se muestra como la de la *Figura 44*.

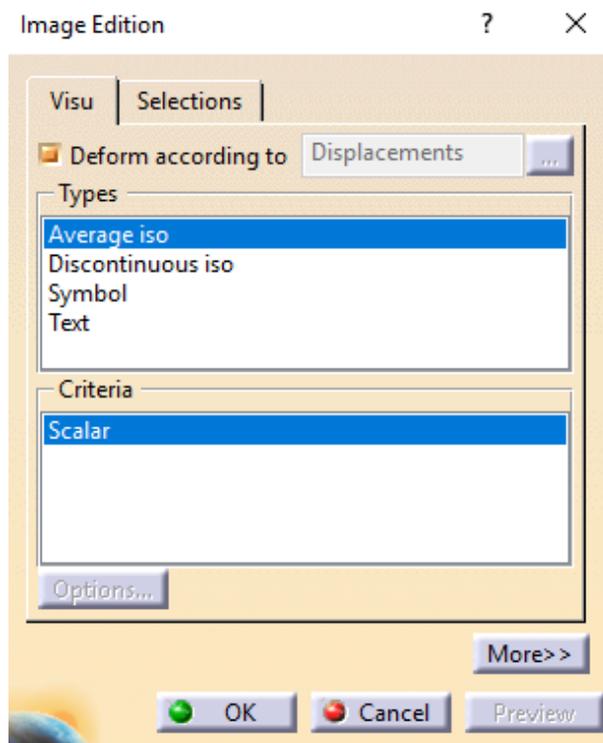


Figura 44 Configuración de imagen 1

- Average iso: la distribución de colores es la estándar de CATIA, alisa la curvatura de las frecuencias del histograma además de matizar el color de la malla nodal, como en la *Figura 45*.

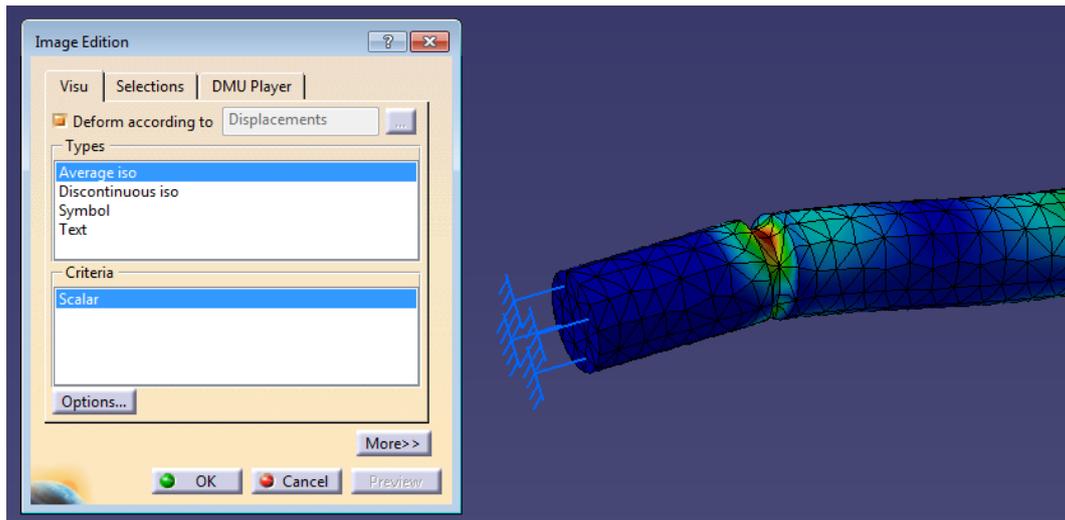


Figura 45 Configuración de imagen 2

- Discontinuous iso: es igual a la Average iso, salvo que no alisa la curvatura del histograma, véase *Figura 46*.

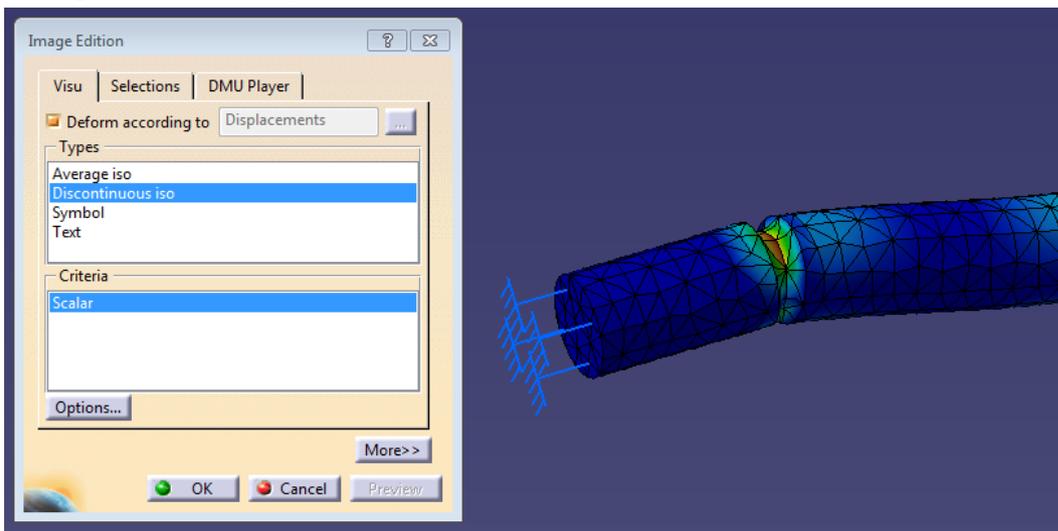


Figura 46 Configuración de imagen 3

- Symbol: representa la pieza en cubos, en vez de con el mallado, y no se aprecia continuidad (*Figura 47*).

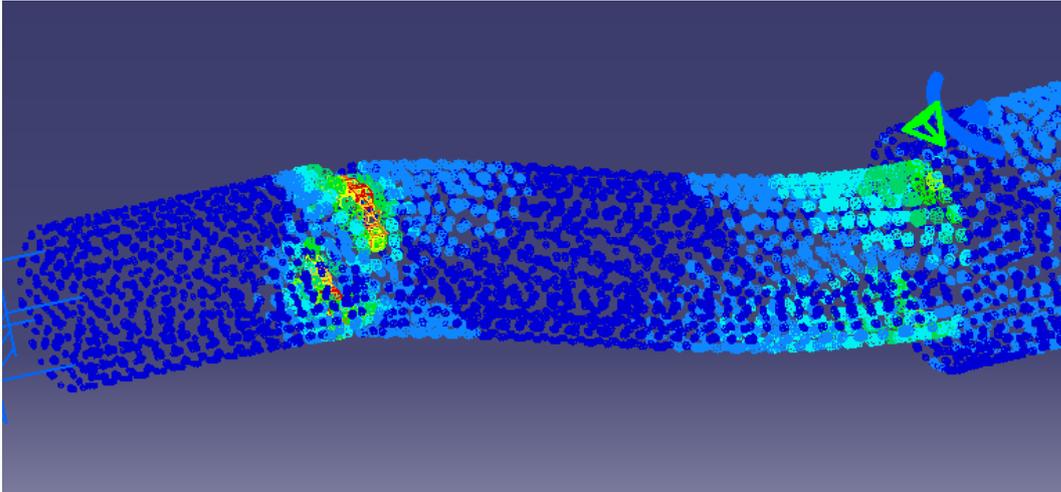


Figura 47 Configuración de imagen 4

- Text: se representa el valor numérico de la tensión promediada de cada tetraedro (Figura 48).

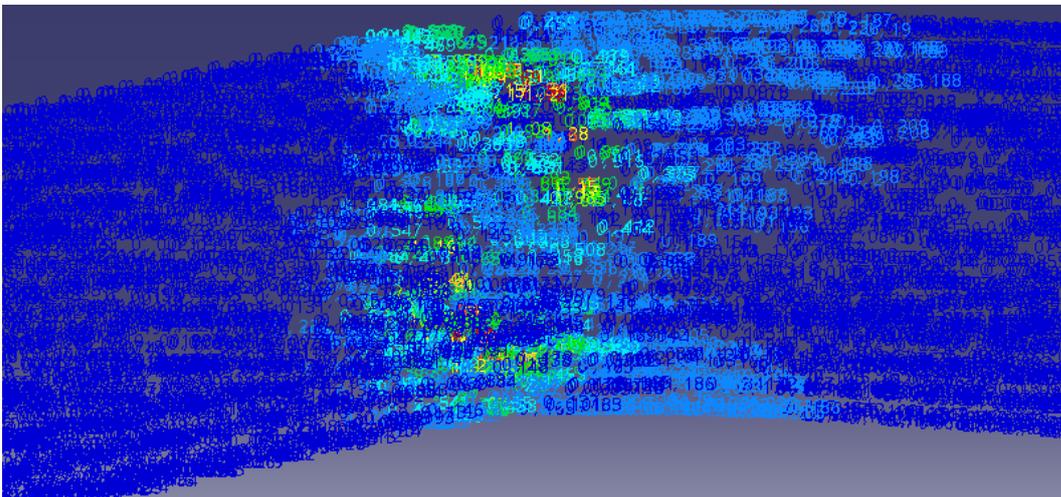


Figura 48 Configuración de imagen 5

Para el cálculo de la tensión de Von Mises, podemos aplicar el criterio. Poniendo en la ventana de configuración de la escala de colores, para las tensiones superiores a la que se produce el fallo estático, la resistencia de fluencia del material  $S_y$ , de una gama colores, y las que quedan por debajo de otra gama colores.

Para configurarlo, haciendo doble click en la escala de colores introducimos los valores que queremos, principalmente el límite de fluencia  $S_y$ , para que aparezca en colores cálidos, como se ve en la Figura 49.

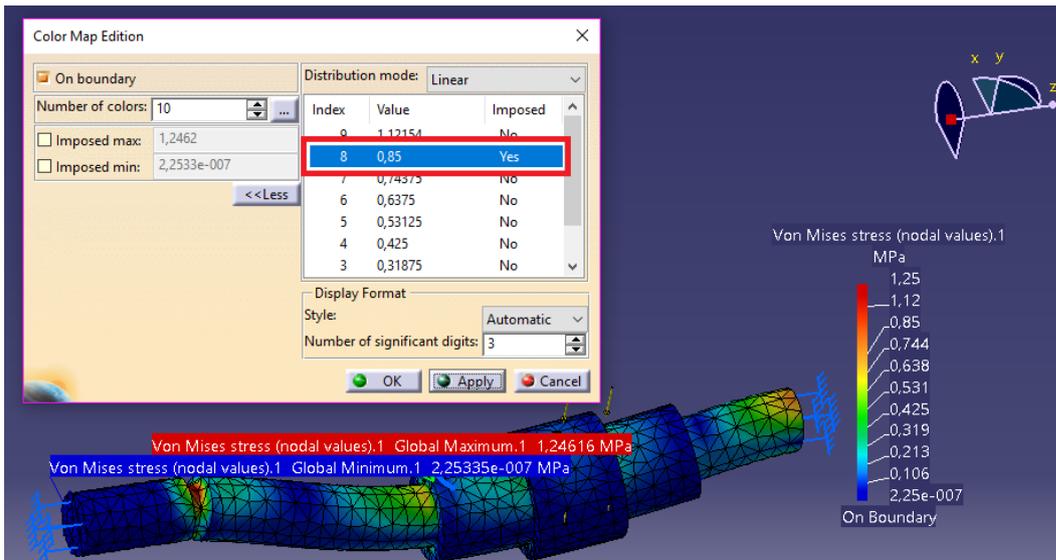


Figura 49 Configuración escala de colores

- Tensiones principales (Principal Stress):

Con este comando, CATIA nos presenta los esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , en una escala de colores como la de la Figura 50. En esta representación, también podemos elegir verlo de manera sólida o con flechas.

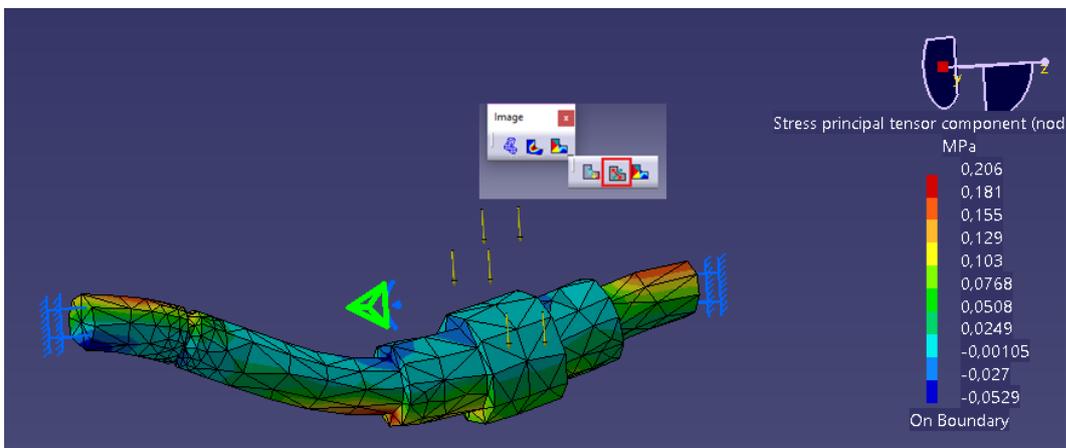


Figura 50 Herramienta Principal Stress

Además, podemos elegir que tensión principal podemos ver en la representación. Haciendo doble *click* en el árbol como en la Figura 51, se abre una ventana en la que a la derecha en la opción *Component*, podemos elegir que componentes queremos que se representen en el dibujo. Si queremos ver las tensiones principales, con la pieza dividida en elementos en vez de símbolos, debemos elegir en *Types* la opción *Average iso*, y en la *Criteria* escogemos *Principal Value*.

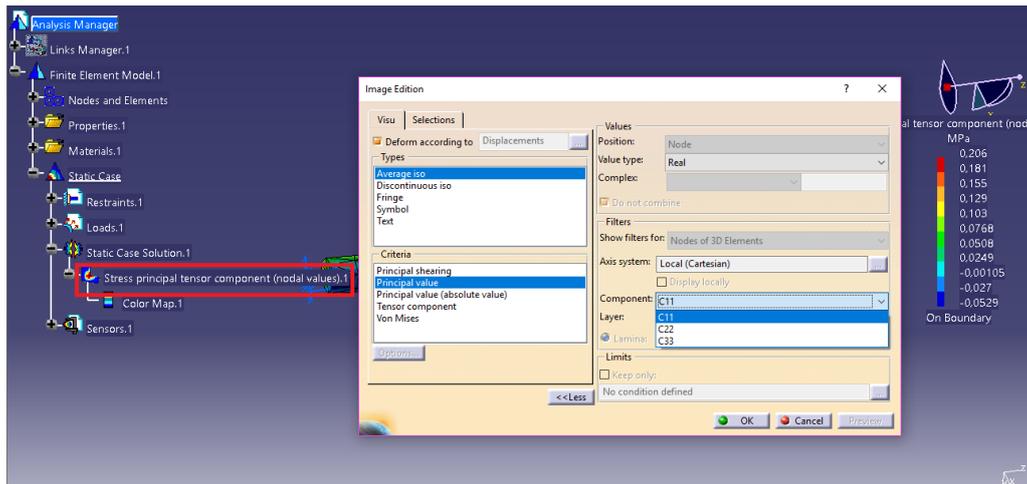


Figura 51 Configuración Principal Stress

También, con este comando podemos visualizar la tensión cortante si una vez que está abierta la ventana *Image Edition*, seleccionamos *Average iso* en *Types* y en la opción de *Criteria* escogemos *Principal Shearing*.

- *Desplazamiento (Displacement)*:

Este comando mide el grado de deformación mediante una representación del mallado en escala de colores, como el de la *Figura 52*, los cuales corresponden con un valor de la deformación que viene indicado en una leyenda al lado de la pieza de estudio.

Cada nodo presenta una flecha con una dirección de la deformación y el color correspondiente a su deformación. Además, si situamos el cursor sobre cualquier flecha, el programa da el valor de la deformación en los tres ejes (en el orden de eje x, eje y, eje z). Se puede mostrar de forma sólida si se hace doble click en el árbol y selecciona *Average iso*. Este comando puede ser de gran utilidad en los ensamblajes, para comprobar que las piezas encajan de manera correcta.

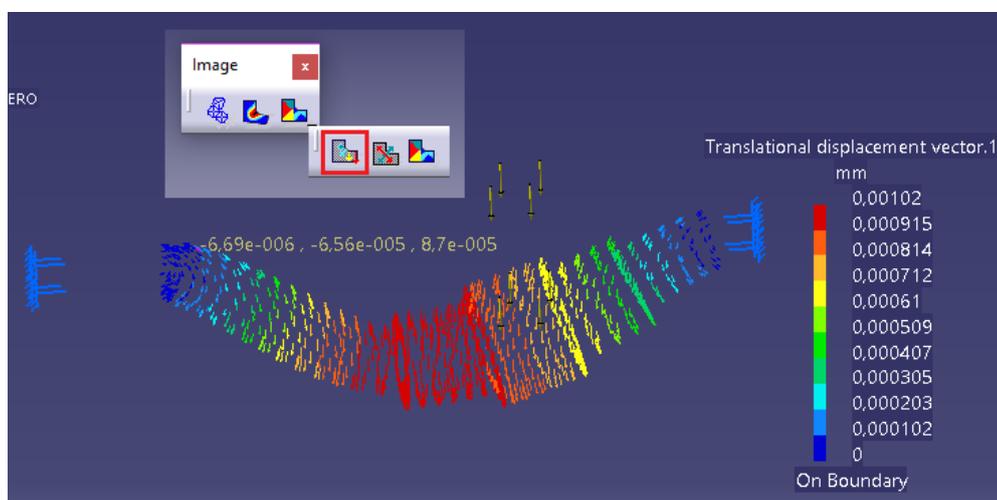
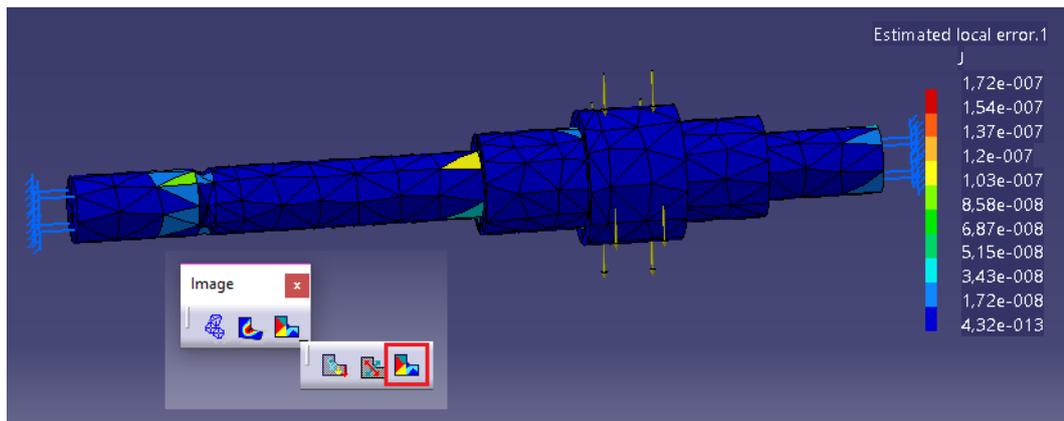


Figura 52 Herramienta Displacement

*-Estimación de error (Precision):*

Esta herramienta nos da una representación de la exactitud o la estimación de error, en una escala de colores, véase en la *Figura 53*. Las zonas críticas suelen presentar mayor valor del error como discontinuidades. Una vez vista la representación de la precisión de los cálculos, podemos adaptar de nuevo el mallado para obtener un error menor con la herramienta explicada previamente *New Adaptivity Entity*, en el caso de que el error se produzca solamente en determinadas zonas. Si se produce un error superior al deseado en la mayor parte de la pieza, entonces es mejor elección modificar el mallado, ya sea eligiendo un menor tamaño o eligiendo el tetraedro parabólico.



**Figura 53 Herramienta Precision**

A continuación, se presentan las herramientas de análisis que se van a utilizar principalmente, que son las de la *Figura 54*. Todas ellas, se encuentran en la barra de herramientas *Image*.



**Figura 54 Herramientas de análisis**

Con esta barra de herramientas, véase *Figura 55*, podremos visualizar los resultados de forma diferente y también identificar los puntos más críticos de la pieza en el estado de cargas.



**Figura 55 Barra de herramientas Analysis Tools**

- Animación (Animate):

Este comando es muy útil a la hora de entender el comportamiento de la pieza a la acción de cargas, ya que muestra de forma animada la representación gráfica de la deformación. En la *Figura 56*, se ve la ventana que surge, en la cual podemos ver cómo se deforma la pieza desde que no tiene carga aplicada, y por lo tanto no presenta deformación, hasta cuando se aplica y se deforma la pieza, pudiendo elegir la velocidad de reproducción o la duración del video. No se debe confundir con una deformación dinámica, pues este video se hace con el propósito de visualizar el comportamiento debido a las cargas estáticas.

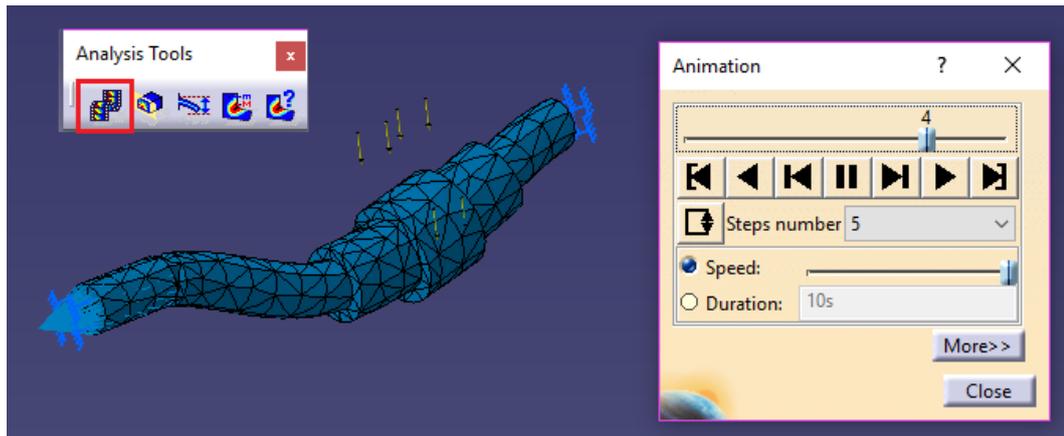


Figura 56 Herramienta Animation

- Análisis de plano de corte (Cut Plane Analysis):

La utilidad de esta herramienta es el realizar el corte que queramos de la pieza y así poder apreciar con claridad las tensiones internas en una sección dada, como en la *Figura 57*. Tenemos las opciones de ver la sección de la pieza con *View section only*, mostrar el plano de corte con *Show cutting plane* y ver la sección desde arriba o desde abajo, pudiendo cambiar la vista con la opción de *Clipping*. Para desplazar el plano de corte, se utiliza el compás de CATIA, pudiendo rotar el plano alrededor de los tres ejes y desplazarlo a lo largo de él.

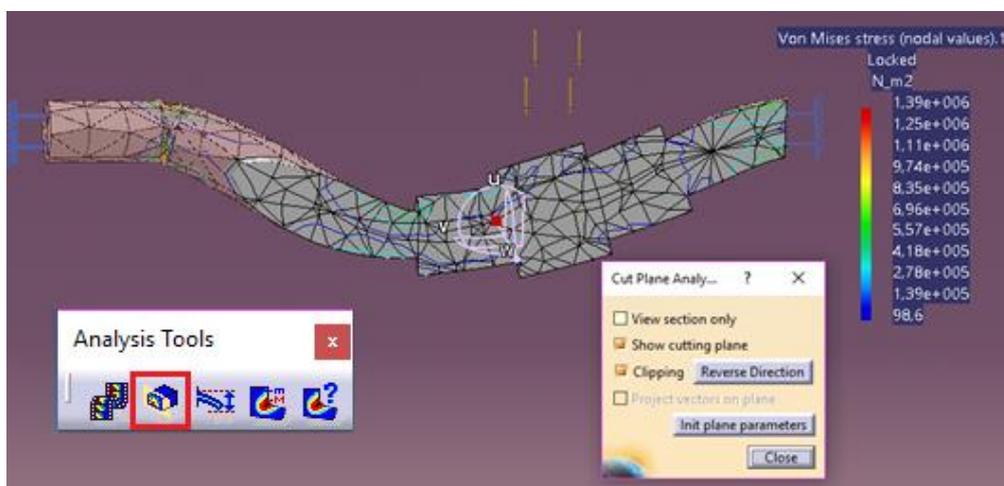
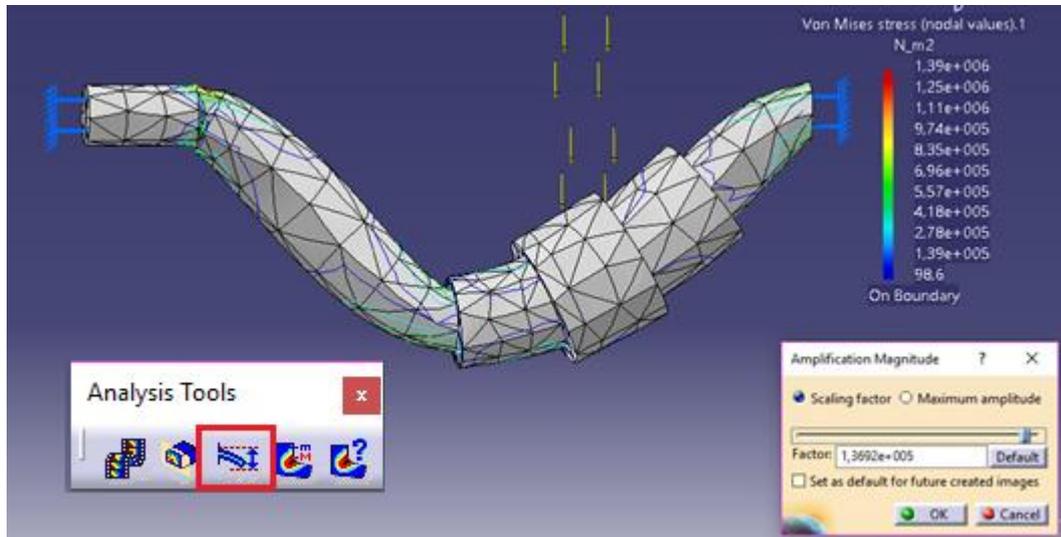


Figura 57 Herramienta Cut Plane

- Factor de deformación (Amplification Magnitude)

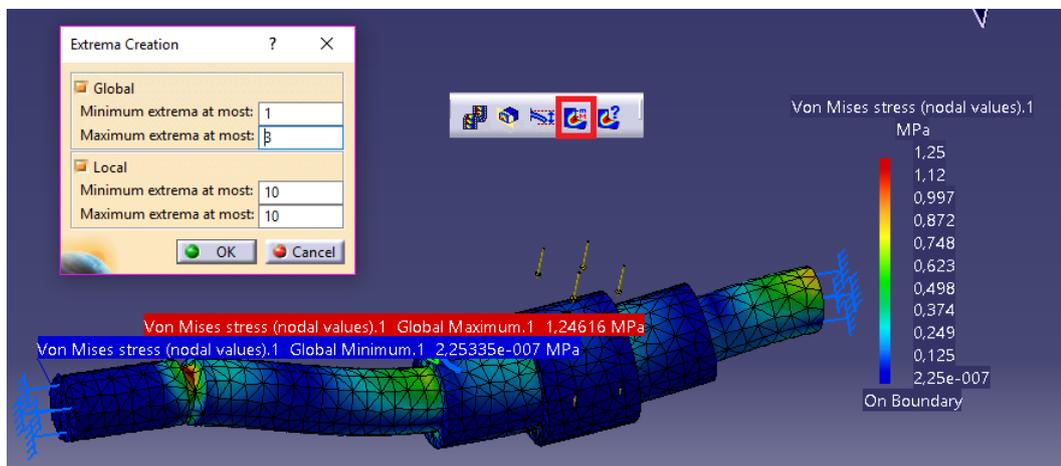
Con esta herramienta, podemos modificar la escala de la representación de la deformación, de una manera sencilla o también elegir la máxima amplitud de la deformación, como en la *Figura 58*.



**Figura 58 Herramienta Amplification Magnitude**

- Visualizador de máximos y mínimos (Image Extrema):

Esta es una de las herramientas más importantes, pues lanzando este comando podremos ver el valor máximo y mínimo de tensiones debidas al estado de cargas en el que se encuentra la pieza., véase *Figura 59*.



**Figura 59 Herramienta Image Extrema**

-Información (Information):

Por último, este comando nos da información acerca de la evaluación gráfica que estamos realizando con la barra de herramientas *Image*. Para hacer uso de *Information*, primero debemos seleccionar la herramienta en *Image* y, posteriormente, el comando *Information*. Y nos aparecerá una ventana como la de la *Figura 60*.

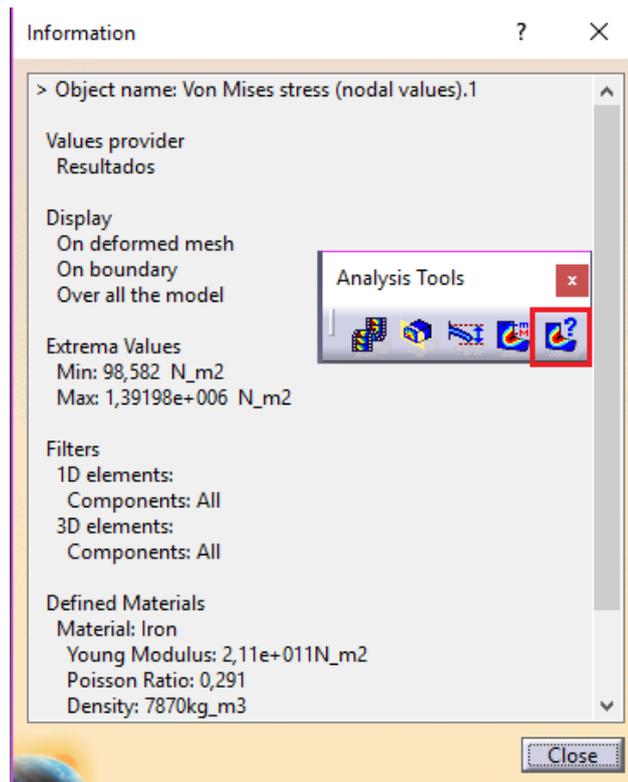


Figura 60 Ventana de Information

## 8.-Informe técnico

Este módulo ofrece mucha información sobre la solución y una buena representación gráfica, y también suele ser necesario que se genere un documento que recoja toda la información de cómo hemos configurado el estudio estático de la pieza, y de los resultados obtenidos, que es una de las opciones que CATIA nos ofrece. El comando que genera el informe técnico, se llama *Generate Report*, el de la *Figura 61*.

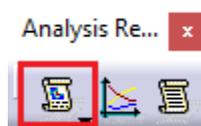
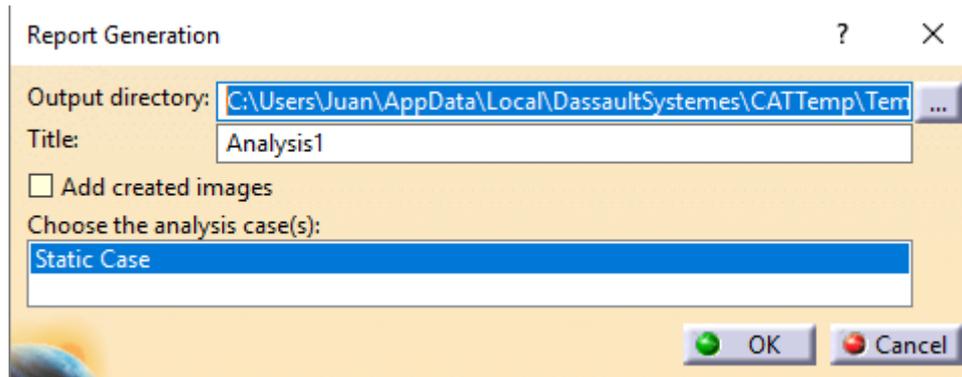


Figura 61 Comando Generate Report

Para ello, una vez hayamos conseguido la solución final, lanzaremos el comando *Generate Report* y se despliega una ventana, véase la *Figura 62*, en la cual seleccionaremos la carpeta de destino en el ordenador donde se guardará del informe, el título y, si queremos que incluya imágenes de la representación gráfica de la solución.



**Figura 62 Configuración de Generate Report**

El informe que genera CATIA recoge toda la información que se ha introducido en el modelo creado, acerca de nuestro caso práctico:

- Tipo de mallado, número de nodos y número de elementos.
- Material, sus propiedades y sus características.
- Condiciones de contorno aplicadas.
- Cargas aplicadas.
- Datos de cálculo.
- Representación gráfica de la deformación.
- Representación gráfica de la tensión de Von Misses.

