Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Administración y Dirección de Empresas

La función de producción: un estudio empírico para la Economía Española.

Presentado por:

Lorena Peñas Sánchez-Camacho

Tutelado por:

Pedro José Gutiérrez Díez

Valladolid, 10 de julio de 2018

RESUMEN:

La microeconomía es una disciplina que estudia el comportamiento económico de agentes, los cuales son: hogares, empresas e individuos. Además, estudia la interacción de éstos con los mercados. Esta parte de la economía, en su estudio del comportamiento de las empresas, intenta analizar la oferta y la conducta de los productores. Esto está relacionado con la teoría de la empresa y ésta, con la teoría de la producción, la cual se centra en averiguar cómo dichos productores toman decisiones para obtener unos determinados productos o bienes realizando diferentes combinaciones de factores productivos y, a su vez, intentando minimizar los costes resultantes. En este trabajo, se tratará de explicar todo lo relacionado con el lado de la oferta pasando desde los diferentes tipos y propiedades de funciones de producción hasta conceptos relacionados con ello como pueden ser las isocuantas, rendimientos de escala o tipos de productividad. Todo ello con el fin de estudiar qué función de producción se adapta mejor al caso de la economía española.

ABSTRACT:

Microeconmics is a discipline that study agent's economic behaviour who are: households, firms and individuals. Besides, it study agent's interaction with markets. This part of the economy tries to analyse supply and producers' behaviour. This is associated with firm theory and production theory which focus on discover how producers take decisions to get products or assets realizing differents combination of production factors and, in turn, trying minimise costs. In this work, it will try to explain everything associated with supply side, from different types and characteristic of production function until ideas associated with it like isoquants, returns to scale and productivity types. All of that with the purpose what production function is the best adaptation with spanish economy.

Key words: production function, isoquants, returns to scale and productivity.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se analizará y comprenderá la conducta de los productores, es decir, el lado de la oferta del mercado. Esto proporcionará información sobre cómo las empresas organizarán su producción de una manera eficiente y cómo varían sus costes de producción cuando varían los precios de algunos factores. En concreto, se estudiará la teoría de la empresa la cual explica cómo una empresa toma decisiones de producción que conllevan la minimización de los costes y la variación de éstos cuando, a su vez, varía la producción. Esto lleva a analizar la tecnología de la producción de la empresa, siendo la relación física que describe cómo se transforman los factores de producción en productos, a través de su representación mediante una función de producción y, con ella, explicar la variación de la producción cuando uno de los factores también varía. Aquí, cobrará importancia la eficiencia tanto técnica como económica donde la primera se refiere (teniendo en cuenta que la producción se identifica con el valor añadido) a que, dada una combinación de factores trabajo y capital, ésta permite obtener el máximo producto posible; mientras que la segunda se refiere a que una empresa puede producir el máximo de bienes y servicios utilizando los mismos recursos económicos que otra empresa. Además de tratar estas cuestiones teóricas, también se analizarán diferentes funciones de producción para averiguar cuál de ellas se adapta mejor a la economía española, el cual es el principal objetivo de dicho trabajo. Respecto a esto, se puede resaltar la importancia que ha tenido a lo largo de los años el estudio de una función de producción. Una de las más importantes es la función de producción Cobb-Douglas, la cual es muy utilizada para representar la relación entre producción y los factores de producción como son el trabajo y capital; además de ser utilizada para estimar la función de producción de un país y mostrar su crecimiento económico esperado. Ésta fue propuesta por Knut Wicksell, para después ser investigada por Charles Cobb y Paul Douglas en 1928. Esta función de producción tiene su origen en la observación de la distribución de la renta nacional total de Estados Unidos entre los factores de producción anteriormente señalados. Con ella, también se pudo afirmar que presentaba diferentes tipos de rendimientos de escala y elasticidad. Pero, sin embargo, a pesar de ser muy utilizada también tiene numerosas críticas debido a que ninguno de ellos explicaron la razón de mantener constantes en el tiempo los componentes alfa y beta, ya que como después se podrá observar pueden cambiar dependiendo de qué periodo de tiempo se tenga en cuenta.

Alternativamente, estudiaremos otra especificación para la función de producción, concretamente la función de producción CES. La función de producción CES es un tipo de función de producción que muestra elasticidad de sustitución constante. En otras palabras, la tecnología de producción supone un porcentaje constante de cambio en los factores productivos (por ejemplo, mano de obra y capital) cuando se altera la tasa marginal de sustitución técnica. La función de producción CES, introducida por Robert Solow y más tarde hecha popular por Kenneth Arrow, Hollis B. Chenery, Minhas y el propio Solow, generaliza varias funciones de producción muy utilizadas. De hecho, la función de producción Leontief, la lineal y la Cobb-Douglas son casos especiales de la función de producción CES.

2. METODOLOGÍA

Para comenzar, se tratarán cuestiones teóricas para poder comprender el tema a tratar. Además del estudio teórico, también se realizará un estudio práctico a partir de la base de datos regionales denominada “BDMores”, en la cual se pueden encontrar datos divididos por regiones y por ramas de actividad. En estos datos, se considera como base el año 2008, y se tendrán datos para este trabajo relativos al capital (stock de capital), trabajo (ocupados) y producción (VAB a precios constantes) desde el año 1980 hasta el 2011. En el estudio de la mejor adaptación de una función de producción, la variable producción se tendrá en cuenta a precios constantes para realizar el estudio con más facilidad sin tener en cuenta la fluctuación de precios a lo largo del tiempo. A partir de aquí, se realizará un estudio con la ayuda del programa estadístico-econométrico denominado EViews con el cual se realizará el estudio de la función de producción que mejor se adapte a la economía española obteniendo así los resultados para la segunda parte del trabajo. A dicha conclusión se llegará a través de la estimación de los diferentes parámetros que conformen la función de producción y se contará con el análisis de conceptos estadísticos como el coeficiente de determinación ajustado ($\bar{R}^2$), siendo la proporción de la variable dependiente (que, en este caso, será la variable producción) que puede explicarse por el modelo. Oscilará entre 0 y 1, cuanto más cercano a 1 mayor proporción de la variable dependiente será explicada por el modelo. Se elige el coeficiente de determinación ajustado ($\bar{R}^2$) y no el coeficiente de determinación (R^2) por una sencilla razón: el primero no tiene en cuenta en su resultado las variables no explicativas del modelo y el segundo, sí. Es decir, no tiene en cuenta aquellas variables que no son relevantes para explicar el modelo.

3. LA TECNOLOGÍA DE PRODUCCIÓN

Para comprender mejor el tema abordado, primero, se debe definir <<empresa>> que es una unidad económica de oferta encargada de combinar factores productivos o inputs para obtener productos destinados a la venta a los consumidores o outputs. Así, se puede decir que los factores productivos son todos aquellos elementos imprescindibles para que la empresa obtenga dicho producto o output. Éstos se pueden dividir en grandes categorías:

- Capital: es el valor monetario de los bienes de capital físico que utiliza una empresa.
- Tierra: conjunto de terrenos o espacio físico que la empresa utiliza.
- Materias primas: todo aquello para el proceso productivo que no necesita elaboración.
- Consumos intermedios: elementos imprescindibles para la producción que, a su vez, son productos que se venden en esta u otra empresa.
- Trabajo: es el conjunto de actividades realizadas por el hombre.

También, se puede definir lo que es el <<proceso productivo>>: forma, manera, modo específico de combinar trabajo y capital para obtener producto. De todas estas formas, se considerarán las que permiten obtener la máxima producción, es decir, aquellas que son "eficientes técnicamente". Esto significa que, dada una combinación de factores, decimos que es eficiente técnicamente cuando permite obtener el máximo producto posible. Estas formas se pueden recoger a partir de una función de producción.

La producción de una empresa se puede identificar con el valor añadido, que es el valor con el que la empresa realmente contribuye al valor del producto final. Entonces, si se identifica la producción de una empresa con el valor añadido, los únicos factores responsables de la producción serán: capital y trabajo. Esta es la razón de que en Teoría Económica, y en este trabajo, solo se consideren como factores el trabajo y capital.

4. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

La función de producción es una función que a cada combinación de factores le asigna un número real, concretamente, el máximo producto (designándose con la letra Q) que es posible obtener a partir de dicha combinación de factores. Es decir, la relación entre los factores del proceso de producción y la producción resultante se describe por medio de una función de producción. Ésta recoge la eficiencia técnica describiendo lo que es técnicamente viable; entonces, si la empresa está maximizando beneficios, necesariamente se mueve sobre su función de producción. Pero, el supuesto de que dicha función recoge la eficiencia técnica, no siempre se da.

Para estudiarla de manera más sencilla, se supone la existencia de tan solo dos factores: trabajo, el cual se designará con la letra L; y capital, designado con la letra K. Entonces, la función de producción se puede expresar:

$$Q = F(K, L)$$

Por lo tanto, esta ecuación relaciona la cantidad de producción con las cantidades de los determinados factores productivos: trabajo y capital. Ésta permite obtener un producto realizando combinaciones en diferentes proporciones de los factores productivos.

Dada dicha función de producción se pueden realizar varias observaciones:

- Para cualquier nivel del factor productivo capital (K), la producción (Q) aumenta a medida que se incrementa la cantidad de trabajo (L).
- Para cualquier nivel del factor productivo trabajo (L), la producción (Q) aumenta a medida que se incrementa la cantidad de capital (K).
- Diferentes combinaciones de dichos factores productivos (K y L), ofrecen un mismo nivel de producción (Q).

4.1. Distinción entre corto plazo y largo plazo

Una empresa debe tomar la decisión de si alterar o no los factores de producción. En el caso de que decida que lleva a cabo esa alteración, debe tener en cuenta el tiempo. Esto permite distinguir:

- Corto plazo.

  Es el periodo de tiempo en el que no es posible alterar uno o más factores de producción. Es decir, para modificar la cantidad obtenida de producto (Q), la empresa solo puede cambiar la cantidad empleada de trabajo (L), ya que el capital (K) es un factor fijo. Esto es así debido a que algunos de los factores utilizados en la producción son bienes de capital (maquinarias, edificios…), los cuales son difíciles de incrementar en un periodo breve de tiempo para provocar un aumento en la producción y, por ello, se opta por mantenerlo constante y realizar ese incremento de producción mediante aumentos en otros factores como es el trabajo, ya que es más fácil obtener más cantidad de éste en un periodo muy breve.

- Largo plazo.

  Es el periodo de tiempo en el que todos los factores de producción son variables, es decir, la empresa puede modificar libremente tanto el factor trabajo (L) como el factor capital (K).

5. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN A CORTO PLAZO

Como anteriormente se ha señalado, la función de producción a corto plazo indica que el factor capital se considera constante, por lo que se llama factor fijo; mientras que el factor trabajo se considera variable. Entonces, la función de producción sería:

$$\overline{K} \rightarrow Q = F(L, \overline{K}) = f(L)$$

Esta función de producción quiere decir que todo aumento o disminución de la producción se explica exclusivamente por el factor variable, que es el factor trabajo (L); la cual se denomina como función de producción total de la empresa.

A partir de esta función de producción, se pueden definir los siguientes conceptos:

- Productividad media: es la producción por unidad empelada de trabajo.

$$PMe_L\,(L) = \frac{Q}{L} = \frac{f(L)}{L}$$

- Productividad marginal: es la variación en la producción consecuencia de modificar en una unidad la cantidad empleada de factor trabajo.

$$PMg_L\,(L) = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial f(L)}{\partial L}$$

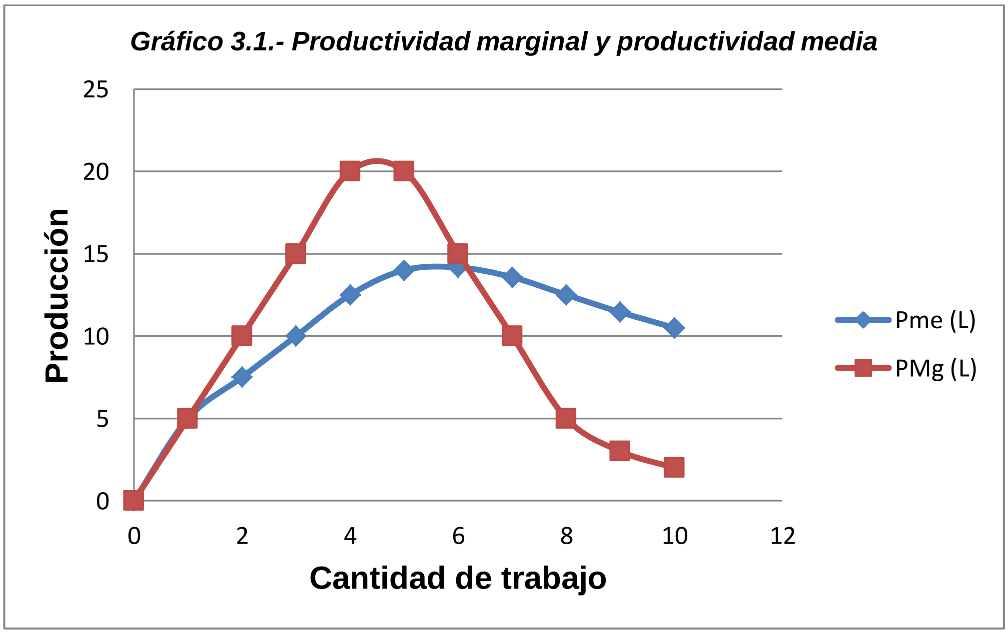
Así, se puede decir que ambas magnitudes presentan la relación de que cuando crece la productividad media la productividad marginal es mayor, mientras que cuando la productividad media decrece la marginal es menor. Esto se puede ver con un ejemplo: se supone que es una empresa que se dedica a realizar estudios de mercado con un factor K.

Siendo la producción (Q) el número de estudios de mercado (al mes) y el capital ($\overline{K}$) el local, ordenador, telefax, impresora…

Tabla 3.1.- La función de producción a corto plazo

Q	Cantidad de trabajo	PMe	PMg
0	0	0	0
5	1	5	5
15	2	7,5	10
30	3	10	15
50	4	12,5	20
70	5	14	20
85	6	14,1666667	15
95	7	13,5714286	10
100	8	12,5	5
103	9	11,4444444	3
105	10	10,5	2

Fuente: Elaboración propia

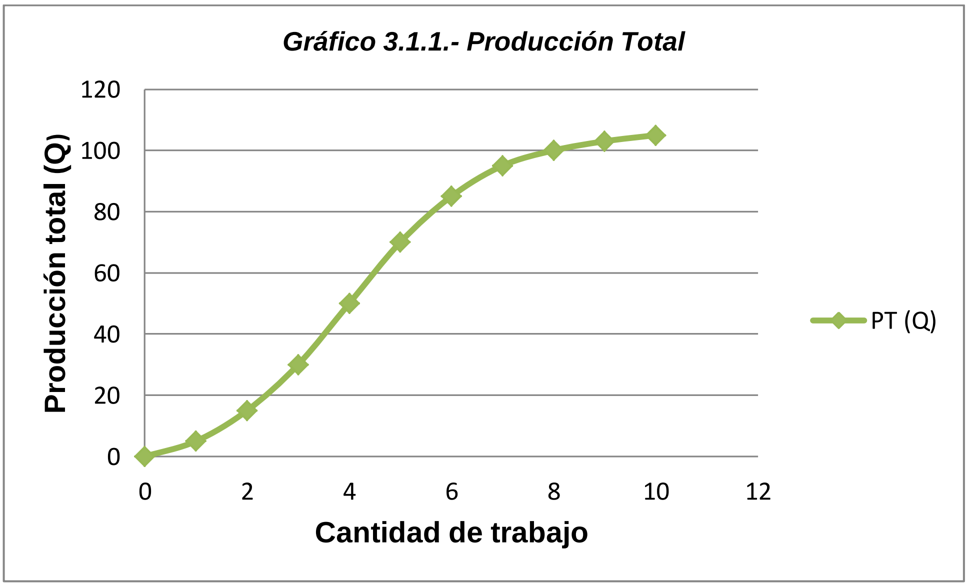


Fuente: Elaboración propia

El gráfico 3.1. está hecho a partir de la tabla 3.1., la cual representa la producción (número de estudios de mercado al mes) con diferentes cantidades de trabajo (L) y las dos gráficas restantes muestran la productividad media y marginal. Así, se puede apreciar que a medida que aumenta la cantidad de trabajo empleada, tanto la productividad marginal como la media aumentan hasta que la cantidad de trabajo alcanza 3 unidades. A partir de ahí, la PMg disminuye mientras la PMe sigue aumentando, hasta que la primera corta a la segunda en el máximo de ésta última.

5.1. Las pendientes de la curva de producto

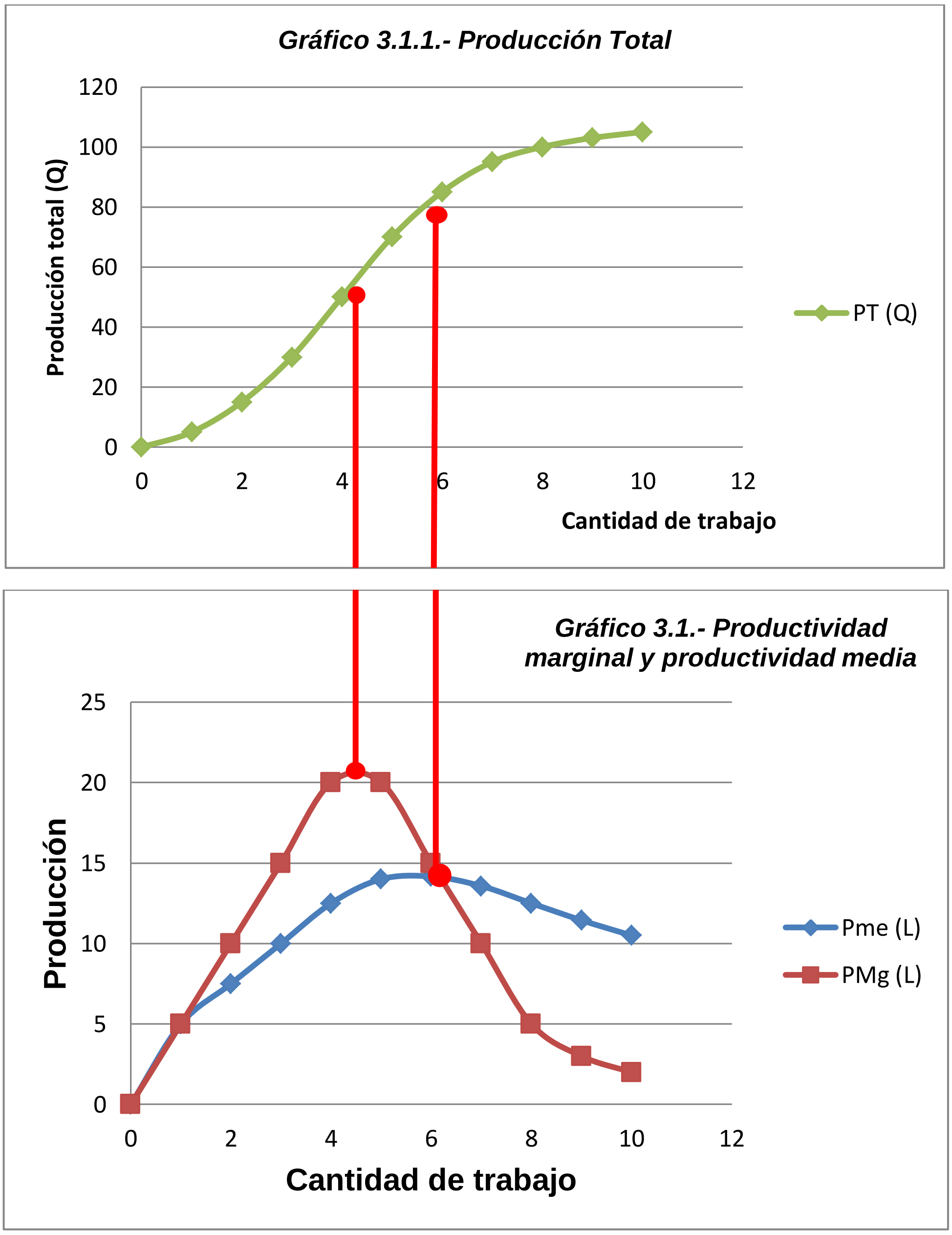
Una vez representadas ambas productividades en un gráfico, se puede hablar de la curva de la función de producción total. Sabiendo que, a partir de la forma de la curva de la productividad marginal, la curva de la producción total parte del origen y la pendiente, siempre positiva, primero es creciente y después es decreciente, tendremos que esta función se puede representar de la siguiente manera:



Fuente: Elaboración propia

Ésta muestra el nivel de producción que se obtiene con diferentes cantidades de trabajo. Es decir, a medida que la cantidad de trabajo aumenta, la producción también aumenta hasta que llega un punto a partir del cual disminuye.

Además, tanto el producto marginal como el medio se pueden obtener con la curva de la producción total: en el punto A, el producto marginal es 3 porque la tangente a la curva de producto total tiene una pendiente de 3.



Fuente: Elaboración propia

Así, también se puede observar que el producto marginal debe ser igual al producto medio cuando éste alcanza su máximo.

El gráfico de la curva de producción total muestra la relación entre ésta y las curvas de producto medio y marginal. Así, matemáticamente, se puede decir que el producto medio del trabajo es el producto total divido por la cantidad de trabajo. Por lo tanto, el producto medio es la pendiente de la recta que va desde el origen hasta el punto correspondiente de la curva de producto total. Además de que el producto marginal del trabajo en un punto viene dado por la pendiente del producto en ese punto.

5.2. Ley de la productividad marginal decreciente o ley de rendimientos decrecientes

Una vez explicado todo esto, se puede preguntar: ¿por qué se sabe que la curva de producto marginal sea ascendente y, después, descendente?

Porque llega un momento en el que el factor fijo se satura y, por ello, la productividad marginal disminuye. Es decir, para valores relativamente bajos del factor trabajo (L), la productividad marginal es creciente hasta llegar a cierto nivel a partir del cual esta productividad es decreciente. Por ejemplo: se supone que en una oficina hay tres ordenadores y un solo trabajador utilizándolos, siempre habrá algún ordenador que no utilice. Si ponemos a dos trabajadores para tres ordenadores, todos ellos se utilizarán. Sin embargo, si añadimos a diez trabajadores, el factor fijo que son los ordenadores se saturan, porque hay pocos para tantos trabajadores. Es decir, puede ocurrir que sea no productivo.

Esta ley se debe a que hay limitaciones para utilizar otros factores fijos, por ello, no se debe confundir con las variaciones de calidad del trabajo debido a que se supone que todas las cantidades de trabajo son de la misma calidad. Además, los rendimientos decrecientes explican un producto marginal decreciente que no tiene por qué ser negativo. Por ello, tampoco se debe confundir con los rendimientos negativos.

6. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN A LARGO PLAZO

En este caso, dicha función de producción considera que ambos factores son variables. O sea, la empresa puede producir distintas unidades combinando diferentes cantidades de trabajo y de capital. Entonces, la función de producción a largo plazo es de la siguiente manera:

$$Q = F(L, K)$$

Ahora que ambos factores son variables, se definirán de nuevo las distintas productividades:

- Productividad media del trabajo: número de unidades de producto obtenidas por cada unidad empleada del factor trabajo.

$$PMe_L\,(L,K) = \frac{Q}{L} = \frac{F(L,K)}{L}$$

- Productividad media del capital: número de unidades obtenidas por cada unidad empleada del factor capital.

$$PMe_K(L,K) = \frac{Q}{K} = \frac{F(L,K)}{K}$$

- Productividad marginal del trabajo: variación en la producción consecuencia de utilizar una unidad más de factor trabajo, donde se mantiene constante el factor capital.

$$PMg_L = \frac{\partial F(L,K)}{\partial L}$$

- Productividad marginal del capital: variación en la producción consecuencia de utilizar una unidad más de factor capital, donde se mantiene constante el factor trabajo.

$$PMg_K = \frac{\partial F(L,K)}{\partial K}$$

6.1. Los rendimientos de escala

La función de largo plazo se mide en relación a los rendimientos de escala, ya que la empresa puede estar interesada en aumentar la producción. Para ello, puede modificar la escala de operaciones aumentando todos los factores de producción en la misma proporción. Así, los rendimientos de escala son esa tasa a la que aumenta la producción debido al incremento en la misma proporción de los factores.

Se pueden distinguir tres tipos de rendimientos:

1. <u>Rendimientos crecientes de escala</u>

   Existe este tipo de rendimientos si la producción aumenta más que proporcionalmente cuando se incrementan proporcionalmente todos los de todos los factores. Esta clase de rendimientos permitiría a los directivos y trabajadores especializarse en su tarea y usar equipos más complejos.

2. <u>Rendimientos constantes de escala</u>

   Esta clase de rendimientos se da si la producción aumenta proporcionalmente cuando los factores también se incrementan de manera proporcional

3. <u>Rendimientos decrecientes de escala</u>

   Se da si la producción aumenta menos que proporcionalmente cuando los factores se incrementan de manera proporcional.

Para entenderlo mejor, se supone que la empresa emplea una determinada cantidad de trabajo a la que se llamará L_0 y una cantidad de capital llamada K_0. Con estas cantidades empleadas obtendrá una determinada cantidad de producción (Q_0): $Q_0 = F(L_0, K_0)$. Como para obtener rendimientos de escala se debe aumentar en una misma proporción los dos factores (a lo que se llamará θ, donde todo aumento siempre será positivo θ>1) se denominará:

- Si aumentamos la cantidad de trabajo: $L_1 = \theta L_0$
- Si aumentamos la cantidad de capital: $K_1 = \theta K_0$

Así, se tendrá una función de producción sin aumentar las cantidades de trabajo y capital: $Q_0 = F(L_0, K_0)$. Y, otra función de producción con ambas cantidades aumentadas: $Q_1 = F(L_1, K_1) = F(\theta L_0, \theta K_0)$. Por lo tanto, en función de si la función de producción con las cantidades aumentadas es mayor, menor o igual que la función de producción sin las cantidades aumentadas; se tendrán diferentes casos:

1. Rendimientos crecientes de escala: cuando $Q_1 > \theta Q_0$. Esto se da porque si aumentamos en una misma proporción la cantidad empleada de todos los factores, la producción aumenta en una mayor proporción. Para identificarlo, se podrá observar las unidades de producción obtenidas, que en este caso será una producción baja.
2. Rendimientos constantes a escala: cuando $Q_1 = \theta Q_0$. Esto se da porque la producción aumentará en proporción al incremento de las cantidades de trabajo y capital. En este caso, la producción será una cantidad intermedia.
3. Rendimientos decrecientes a escala: cuando $Q_1 < \theta Q_0$. Se da porque si aumentamos en una misma proporción la cantidad de los factores, la producción aumenta menos que proporcionalmente. En este caso, la producción será alta.

También se puede ilustrar con un ejemplo numérico:

Tabla 4.1.1.- Rendimientos de escala

Capital	**Trabajo**	**Producción**	**Rendimientos de escala**	**Proporción**
1	10	2000		
2	20	4000	**Constantes**	2
3	20	2400	**Decrecientes**	1,2
2	20	4800	**Crecientes**	2,4

Fuente: Elaboración propia

6.2. Las isocuantas

Anteriormente, se ha dicho que una función de producción muestra la obtención de un producto con distintas combinaciones de los dos factores productivos. Así, dichas combinaciones se pueden representar gráficamente por medio de lo que se denomina "isocuanta". Dicho concepto hace referencia a una curva que muestra todas las combinaciones posibles de factores que proporcionan un mismo nivel de producto.

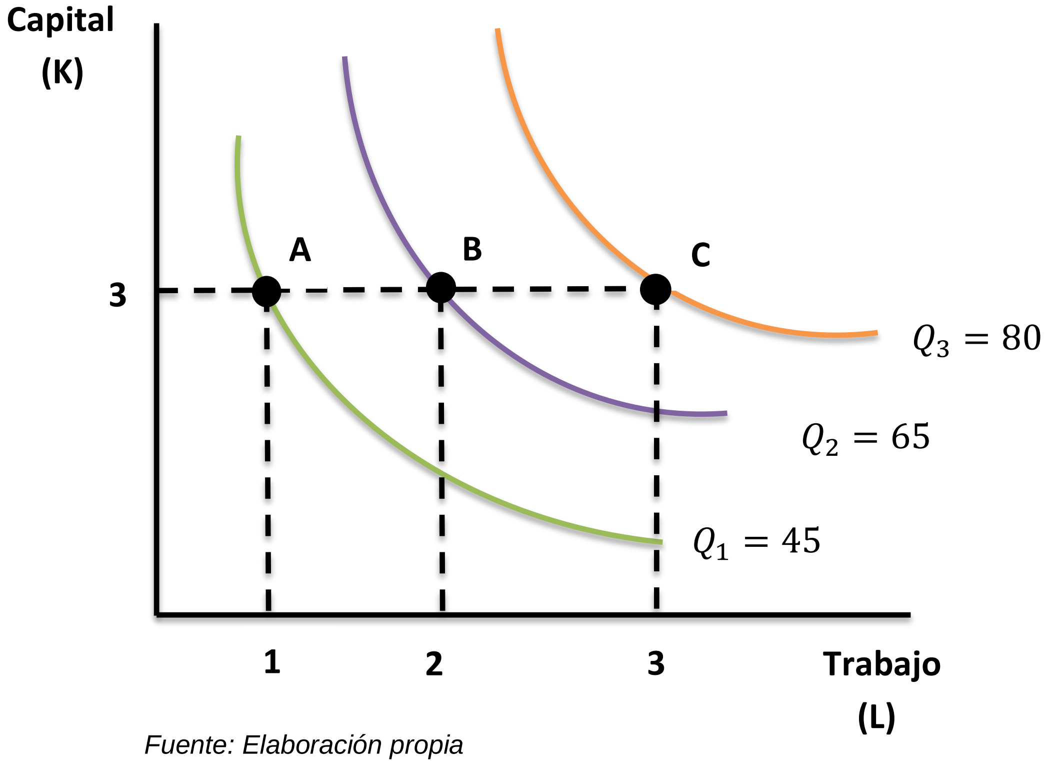
Esto se puede mostrar con un ejemplo:

Tabla 4.2.1. Las isocuantas

	Cantidad de trabajo				
Cantidad de capital	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	10	30	**45**	55	**65**
2	30	50	**65**	75	**80**
3	**45**	**65**	**80**	90	95
4	55	75	90	100	105
5	**65**	**80**	95	105	110

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4.2.2. Isocuantas



Fuente: Elaboración propia

Con este gráfico, se puede observar que la isocuanta Q_1 muestra todas las combinaciones de los factores trabajo y capital que generan 45 unidades de producción, la isocuanta Q_2 muestra todas las combinaciones de estos factores que generan 65 unidades de producción y la última isocuanta, generan 80 unidades de producción.

Una vez explicado este concepto, se puede hacer referencia al mapa de isocuantas, la representación conjunta de varias isocuantas en un mismo gráfico. Esto es otra manera de describir una función de producción y si se coge un punto en el gráfico y se mueve hacia la derecha y ascendiendo, el nivel de la producción aumenta.

Con este gráfico, también se puede ver que a medida que se incrementa en una unidad el factor trabajo se obtiene una cantidad de producción cada vez más pequeña. Por lo tanto, el trabajo sigue teniendo una productividad marginal decreciente a largo plazo al igual que el capital.

Una vez estudiadas las isocuantas, se pueden establecer las propiedades deseables de estas curvas para representar una tecnología típica:

- Son decrecientes.
- No se cortan.

- Son convexas.
- Cuanto más alejadas del origen más producción.

6.3. La Relación Marginal de Sustitución Técnica (RMST)

La relación marginal de sustitución técnica es el número de unidades del factor capital que se sustituyen por una unidad del factor trabajo para mantener constante la producción. Por lo tanto, se puede decir que, suprimiendo el signo negativo de la pendiente de cada isocuanta, a partir de ésta obtenemos la relación marginal de sustitución debido a que la pendiente de la isocuanta indica cómo pueden sustituirse las cantidades de un factor por las cantidades de otro para que no varíe la producción.

Esta relación de sustitución se expresa de la siguiente manera:

$$RMST = |pte\ I(Q)| = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMg_L}{PMg_K}$$

Entonces, la relación marginal de sustitución técnica es igual a la variación de capital entre la variación de trabajo manteniendo constante el nivel de la producción.

Además, como se ve en la fórmula, está relacionada con la productividad marginal tanto del trabajo como del capital. Para que se vea más claro, primero, se supone que se incrementa el trabajo y se reduce el capital para mantener el nivel de producción. Con ello, se puede observar que el incremento de la producción que viene provocado por el aumento del factor trabajo es igual a la producción adicional por unidad de trabajo adicional, que será la productividad marginal del trabajo, siendo multiplicada por las unidades de trabajo a mayores. Así, quedaría:

$$Producción\ adicional\ provocada\ por\ el\ aumento\ del\ trabajo = (PMg_L)(\Delta L)$$

A su vez, la reducción de la producción generada por un descenso del factor capital es equivalente a la reducción de la producción por cada descenso del capital en una unidad (productividad marginal del capital) por las unidades de que se han reducido de capital:

$$Reducción\ de\ la\ producción\ generada\ por\ una\ disminución\ del\ capital = (PMg_K)(\Delta K)$$

Para continuar, como la producción se debe mantener constante, la variación de ésta debe ser cero:

$$(PMg_L)(\Delta L) + (PMg_K)(\Delta K) = 0$$

Despejando ambas productividades, quedaría:

$$\frac{PMg_L}{PMg_K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = RMST$$

6.4. Casos especiales

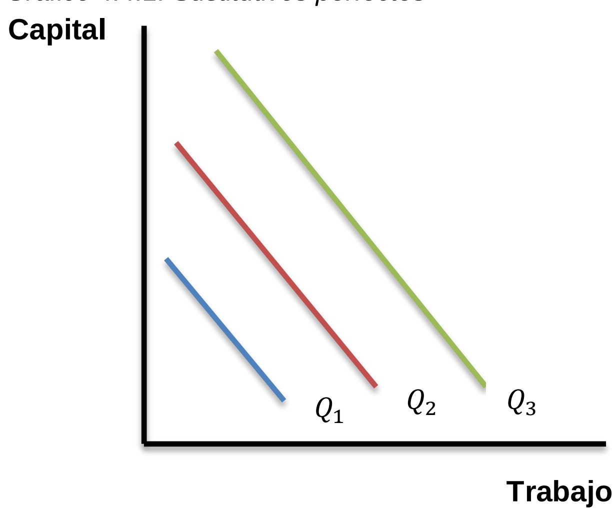
Una vez estudiadas las curvas isocuantas y la relación marginal de sustitución técnica, se puede proceder a la explicación de casos especiales que se pueden dar de funciones de producción. Así, se observa que se pueden dar numerosas posibilidades de sustitución en el proceso de producción.

Se estudiarán dos posibilidades concretas:

1. Sustitutivos perfectos

   En este caso, se da la posibilidad de obtener un mismo nivel de producción con una combinación formada de más cantidad de capital que de trabajo, con una combinación que sea al revés (más cantidad de trabajo que de capital) o una combinación equilibrada de ambos factores. Por ello, se llaman sustitutivos perfectos o tecnología de sustitución perfecta. El gráfico de este caso sería:

Gráfico 4.4.1. Sustitutivos perfectos

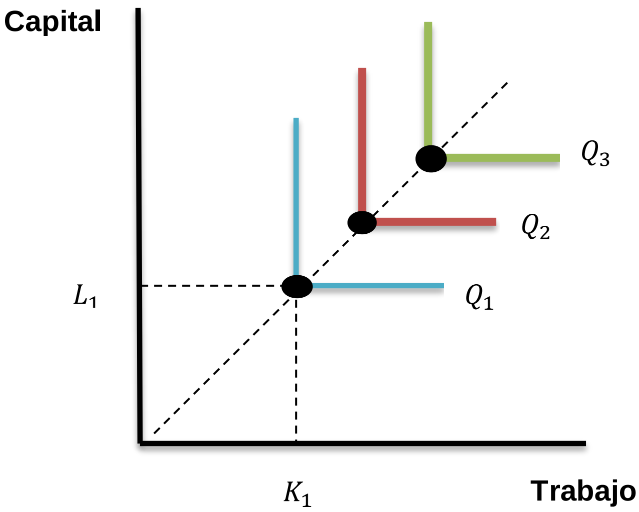


Fuente: Elaboración propia

2. Complementarios perfectos

   En este caso, no se puede sustituir un factor por otro lo que quiere decir que siempre se debe realizar una combinación de ambos para incrementar el nivel de producción. O sea, el trabajo y capital son productivos cuando se reparten en ciertas cantidades y se obtendrán mayores niveles de producción a curvas más lejanas del origen. También se llama función de producción de proporciones fijas Leontief o técnicamente eficientes.

Gráfico 4.4.2. Complementarios perfectos



Fuente: Elaboración propia

Lo más habitual es que los factores, entre ellos, tengan cierto grado de complementariedad y sustituibilidad donde las curvas isocuantas tienen la forma intermedia con pendiente negativa denominándose tecnología regular. Éste es el caso representado en el gráfico 4.2.2, y es el que consideraremos.

7. CASO APLICADO A LA ECONOMÍA ESPAÑOLA.

Para realizar esta parte del trabajo, se utilizará el programa EViews. Este programa permitirá la obtención de estimadores de los parámetros a partir de los datos disponibles (es decir, permitirá la estimación) de diferentes funciones de producción y, a la vez, proporcionará distintos estadísticos que ofrecerán información sobre cuál de todas ellas se adapta mejor a la economía española. Para ello, se contará con datos cogidos de la base de datos BDMores de las variables a tener en cuenta, las cuales son: producción (PIB), capital (stock de capital, K) y trabajo (número de ocupados, L). Se han obtenido datos de estas variables de los años 1980 a 2011 a precios constantes para poder realizar un análisis más sencillo para no tener en cuenta la variación de precios. Esto se puede observar en la TABLA A.1.

Para analizar los resultados, se dispondrán de las siguientes funciones de producción:

1. La primera es conocida como función de producción Cobb-Douglas, la cual es utilizada para estimar la función de producción de un país y mostrar su crecimiento económico esperado. Esta función fue propuesta por Knut Wicksell para después ser investigada por Charles Cobb y Paul Douglas, y tiene la siguiente forma:

   $$Q = AK^{\propto}L^{\beta}$$

   Donde:

   - Q es la producción.
   - A es el progreso tecnológico, conocido como productividad total de los factores.
   - K es el factor capital.
   - L es el factor trabajo.
   - β y α muestran el nivel de elasticidad de los factores productivos.

   Se puede decir que tanto A como β y α son constantes y, los dos últimos, siempre son positivos y menores a 1.

2. La segunda función se denomina función de producción de Elasticidad de Sustitución Constante, también conocida como función C.E.S. Fue desarrollada por Arrow, Chenery, Minhas y Solor; caracterizada por una elasticidad de sustitución constante, pero no necesariamente igual a uno. Tiene la siguiente forma:

   $$Q = [\alpha L^{-\rho} + (1-\alpha)K^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

   Donde:

   - Q es la producción.
   - L es el factor trabajo.
   - K es el factor capital.
   - α muestra el nivel de elasticidad del factor productivo.

- ρ es el parámetro de sustitución.

3. La tercera función es la función de producción Cobb-Douglas, con la diferencia de que en esta se tendrá en cuenta los parámetros que muestran la eficiencia y el paso del tiempo teniendo la siguiente fórmula:

$$Q_t = A\lambda^t K_t^{\alpha} L_t^{\beta}$$

Donde:

- Todas las variables representan lo mismo que en la Cobb-Douglas anterior.
- t es el tiempo.
- λ es la eficiencia tecnológica.

4. La cuarta y última función es la misma que la función C.E.S. pero también teniendo en cuenta tanto la eficiencia tecnológica como el paso del tiempo:

$$Q_t = \lambda^t [\alpha L_t^{-\rho} + (1-\alpha) K_t^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

Donde:

- Todas las variables representa lo mismo que en la función C.E.S. anterior.
- t es el tiempo.
- λ es la eficiencia tecnológica.

A partir de la estimación de estas funciones, se podrá observar en la hoja de EViews diferentes estadísticos:

- El coeficiente de determinación el cual muestra la proporción del modelo que explica la variable dependiente, que en este caso será la producción. Dicho estadístico se encontrará entre 0 y 1, cuanto más cercano a 1 mejor será el modelo ya que explicará más la producción:

$$R^2 = 1 - \frac{SCR}{SCT} = \frac{SCE}{SCT}$$

- El coeficiente de determinación ajustado que muestra lo mismo que el anterior. También estará entre 0 y 1, y cuanto más cerca de 1 mejor. La diferencia existente con el otro coeficiente es que este no tiene en cuenta las variables que no son significativas en el modelo y no aumenta a medida que aumentan los regresores del modelo, por lo que nos dará una mejor información.

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{SCR/_{N-k-1}}{SCT/_{N-1}}$$

En estas dos fórmulas se puede ver:

- Suma de Cuadrados Total (SCT):

$$SCT = \Sigma(Y_i - \overline{Y})^2$$

- Suma de Cuadrados de la Regresión (SCR):

$$SCR = \Sigma(\hat{Y}_i - \hat{Y})^2$$

- Suma de Cuadrados Residual (SCE):

$$SCE = \Sigma(e_i - \overline{e})^2$$

La suma de las dos últimas es igual a la SCT, conformando la descomposición de la varianza.

- N es el número de observaciones.
- k es el número de regresores en el modelo.

- Estadístico t (t-Statistic): es un valor que aparece para cada regresor, con él se puede estudiar si cada variable individualmente es significativa en el modelo estudiado.

$$t_{N-k-1} = \frac{\hat{\beta}_j}{S_{\hat{\beta}_j}}$$

Donde:

- N es el número de observaciones.
- k es el número de regresores en el modelo.
- $\hat{\beta}_j$ es el valor del regresor estimado (Coefficient).
- $S_{\hat{\beta}_j}$ es el valor del error estándar (Std. Error).

- Estadístico F (F-Statistic): es un valor con el que se puede estudiar la significación de manera conjunta de las variables que forman el modelo.

$$F^k_{N-k-1} = \frac{R^2(N-k-1)}{(1-R^2)k}$$

- P-valor (Prob): es un valor que nos ofrece la pantalla de EViews tanto para cada regresor con el fin de estudiar la significación individual como para estudiar la significación conjunta. Con ello, podemos rechazar o no rechazar diferentes hipótesis planteadas.

7.1. Estimación por MCO de la función Cobb-Douglas

Una vez explicado todo lo anterior, se comenzará a estimar las diferentes funciones. En primer lugar, se estimará la función Cobb-Douglas, pero se puede observar que no es una función lineal. Por lo tanto, para que resulte más fácil el análisis se deberá transformar dicha función en una función lineal tomando logaritmos:

$$Q = AK^{\alpha}L^{\beta} \rightarrow \ln(Q) = \ln(A) + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L) = A + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L)$$

A partir de aquí, se ha creado un fichero EViews con las tres variables a tener en cuenta en las funciones: PIB, capital y trabajo (TABLA A.1). Como el fichero no contiene los logaritmos de las variables, se deben generar; lo que se puede observar en la TABLA A.2, teniendo: lpib (logaritmo del PIB), ll (logaritmo del trabajo) y lk (logaritmo del capital). Una vez que se tienen estas variables, se procede a la introducción del modelo en EViews que presenta la siguiente forma en lenguaje estadístico:

$$\ln(\mathrm{PIB}) = \beta_1 + \beta_2 \ln(L) + \beta_3 \ln(K) + \varepsilon$$

Entonces, el modelo estimado por MCO resulta (TABLA A.3):

$$\ln(\mathrm{PIB}) = 4{,}2611 + 0{,}4281 \ln(L) + 0{,}5557 \ln(K) + \varepsilon$$

(12,0119) (5,3340) (11,5536)

$R^2 = 0{,}9931$ $\quad\quad \overline{R}^2 = 0{,}9926$ $\quad\quad F^3_{28} = 2086{,}626$

Ahora, se puede llegar a una solución: el coeficiente de determinación indica que el 99’31% de la producción es explicada por el modelo, como es cercano a uno se puede decir que es un buen modelo; el coeficiente de determinación ajustado indica lo mismo que el anterior, pero este se tendrá en cuenta más adelante para elegir el modelo que más se ajuste a la economía española y todas las variables son significativas tanto individual como conjuntamente.

7.2. Estimación por MCO de la función C.E.S.

Se continuará con la estimación de la función C.E.S. por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios. En este caso, no hace falta transformar la ecuación tomando logaritmos. Por lo tanto, el modelo econométrico será:

$$Q = [\alpha L^{-\rho} + (1-\alpha)K^{-\rho}]^{-1/\rho} \quad \rightarrow \quad \mathrm{PIB} = [C(1)L^{-C(2)} + (1 - C(1)K^{-C(2)}]^{-1/C(2)}$$

Donde:

- C(1) es el parámetro α.
- C(2) es el parámetro ρ.

Entonces, el modelo ya estimado será (TABLA A.4):

$$PIB = [0{,}0006L^{-0{,}62} + (1 - 0{,}0006K^{-0{,}62}]^{-1/0{,}62}$$

(0,0003) (0,044)

$R^2 = 0{,}9942$ $\bar{R}^2 = 0{,}9941$

Se puede apreciar que también es un buen modelo, ya que el coeficiente de determinación es cercano a 1 lo cual nos indica que el 99'42% de la variable producción es explicado por el modelo. Al igual que el coeficiente de determinación ajustado.

7.3. Otras estimaciones

Ahora, se procederá a estimar las funciones de producción Cobb Douglas y de elasticidad de sustitución constante, pero teniendo en cuenta la eficiencia y el paso del tiempo.

- Estimación por MCO de la función Cobb-Douglas.

  En este caso, para poder estimar la función se han realizado los mismos pasos que para estimar esta función sin tener en cuenta los parámetros de eficiencia y tiempo. Por ello, la función se ha transformado tomando logaritmos:

  $Q_t = A\lambda^t K_t^{\alpha} L_t^{\beta}$ → $\ln(Q_t) = \ln A + t\ln(Y) + \alpha\ln(K) + \beta\ln(L) = A + tY + \alpha\ln(K) + \beta\ln(L)$

  Una vez introducida en EViews, los resultados son los siguientes (TABLA A.5):

  $$\ln(PIB_t) = 28{,}4342 + 0{,}0389Y - 0{,}7264\ln(K) + 0{,}7307\ln(L)$$

  (11,5658) (9,8564) (-5,4975) (14,8071)

  $R^2 = 0{,}9985$ $\bar{R}^2 = 0{,}9983$ $F_{28}^{4} = 6035{,}551$

  En este caso, el coeficiente de determinación y el coeficiente de determinación ajustado indican que el 99'85% y el 99'83% de la variable producción es explicado por el modelo. Como es cercano a 1, se puede decir que es un buen modelo. Además, las variables son significativas tanto individual como conjuntamente debido a que el p-valor es igual a cero.

- Estimación por MCO de la función C.E.S.

  Se han realizado los mismos pasos que para estimar la función C.E.S. sin tener en cuenta la eficiencia ni el tiempo. El modelo econométrico presenta la siguiente forma:

$$\mathrm{PIB_t} = \mathrm{C(3)^t}[\mathrm{C(1)L_t}^{-\mathrm{C(2)}} + (1 - \mathrm{C(1)})\mathrm{K_t}^{-\mathrm{C(2)}}]^{-1/\mathrm{C(2)}}$$

  Donde:

  - C(1) es el parámetro α.
  - C(2) es el parámetro ρ.
  - C(3) es el parámetro λ.

  Los resultados que ofrece el programa son (TABLA A.6):

$$\mathrm{PIB_t} = 1{,}0014^{\mathrm{t}}[0{,}0002\mathrm{L_t}^{-0{,}7559} + (1 - 0{,}0002)\mathrm{K_t}^{-0{,}7559}]^{-1/0{,}7559}$$

(914,7252) (0,7818) (5,7842)

  $R^2 = 0{,}9946$ $\overline{R}^2 = 0{,}9942$

  Estos resultados ofrecen la conclusión de que también es un buen modelo, ya que el coeficiente de determinación es cercano a 1, indicando que el 99’46% de la variable producción es explicado por el modelo.

8. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha tenido como objetivo principal la búsqueda de una función de producción que mejor se adapte a la economía española. Para ello, se ha introducido la teoría microeconómica necesaria para comprender los conceptos básicos formando la primera parte del trabajo. En la segunda parte de dicho trabajo, también se han explicado los conceptos econométricos más básicos que aparecen expuestos para comprender los resultados que proporciona el programa EViews. Con todo esto, de la segunda parte se puede hacer un resumen para responder a la pregunta “¿qué función de producción, finalmente, se adapta mejor a la economía española?”. Para ello, se debe tener en cuenta el coeficiente de determinación ajustado. Esto se debe a que, como en páginas anteriores se ha explicado, ofrece un mejor resultado que el coeficiente de determinación porque no aumenta a medida que se incrementa el número de regresores del modelo y elimina las variables que no son significativas. Así, los resultados han sido los siguientes:

- Para la función Cobb-Douglas sin parámetros de eficiencia y tiempo:

$$\overline{R}^2 = 0{,}9926$$

- Para la función C.E.S. sin parámetros de eficiencia y tiempo:

$$\overline{R}^2 = 0{,}9941$$

- Para la función Cobb-Douglas teniendo en cuenta la eficiencia y tiempo:

$$\overline{R}^2 = 0{,}9983$$

- Para la función C.E.S. teniendo en cuenta la eficiencia y tiempo:

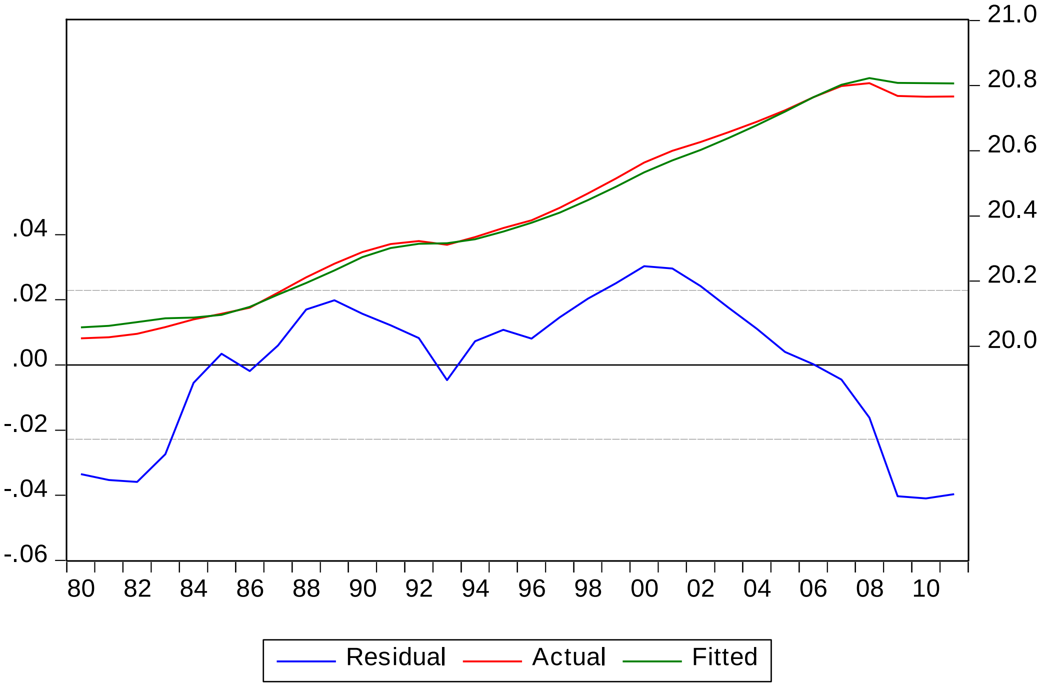
$$\overline{R}^2 = 0{,}9942$$

Teniendo a simple vista el coeficiente de determinación ajustado de cada modelo estimado, se aprecia que todos son cercanos a 1 lo cual indica que todos son buenos modelos. Pero se observa que alguno es más alto que otro, por lo que se puede concluir que la mejor función de producción que se adapta a la economía española es la función de producción Cobb-Douglas teniendo en cuenta la eficiencia y el tiempo debido a que el coeficiente de determinación ajustado que presenta es el más alto siendo de 0'9983. A este modelo le sigue la función de producción C.E.S. teniendo en cuenta la eficiencia y el tiempo presentando un $\overline{R}^2$ de 0'9942. Después, la función de producción C.E.S. sin dichos parámetros con un coeficiente de determinación ajustado de 0'9941 y, por último, la función de producción Cobb-Douglas sin los parámetros de eficiencia y tiempo con 0'9926 de $\overline{R}^2$.

Además, esto se puede explicar también a través de gráficos, siendo aquellos que muestran los valores observados y ajustados de la variable dependiente (en este caso, la producción) y los residuos; siendo para cada una de las funciones estimadas; y mostrará también cómo es de buena la regresión:

- Para la función Cobb-Douglas sin parámetros de eficiencia y tiempo:

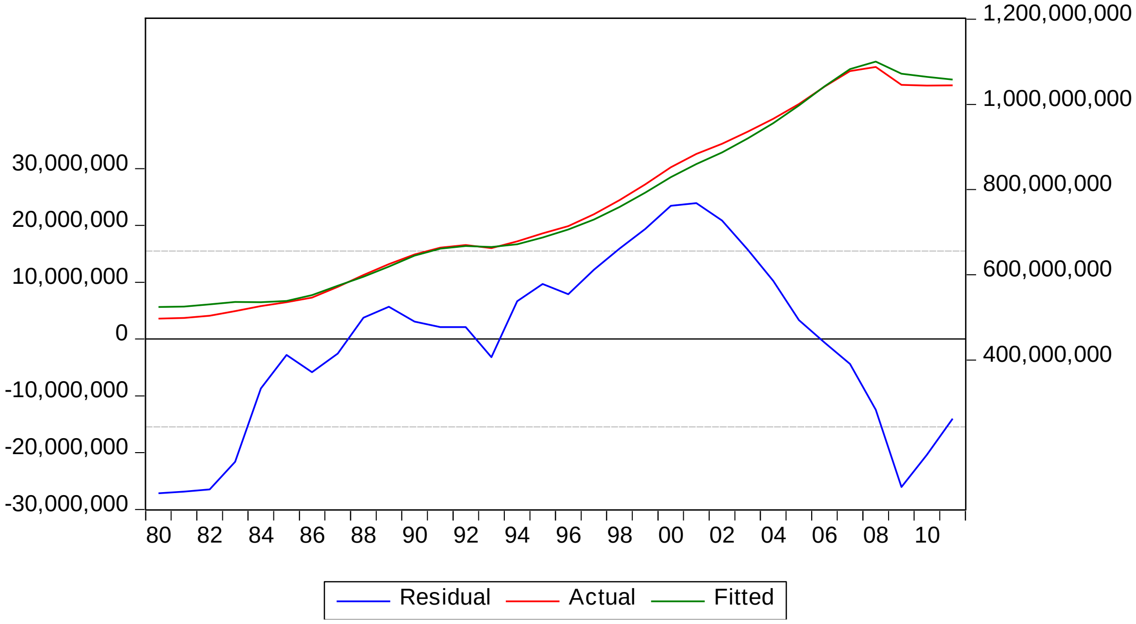
Gráfico 8.1. Valores observados, ajustados y residuos de la función Cobb-Douglas.



Fuente: EViews

- Para la función C.E.S. sin parámetros de eficiencia y tiempo:

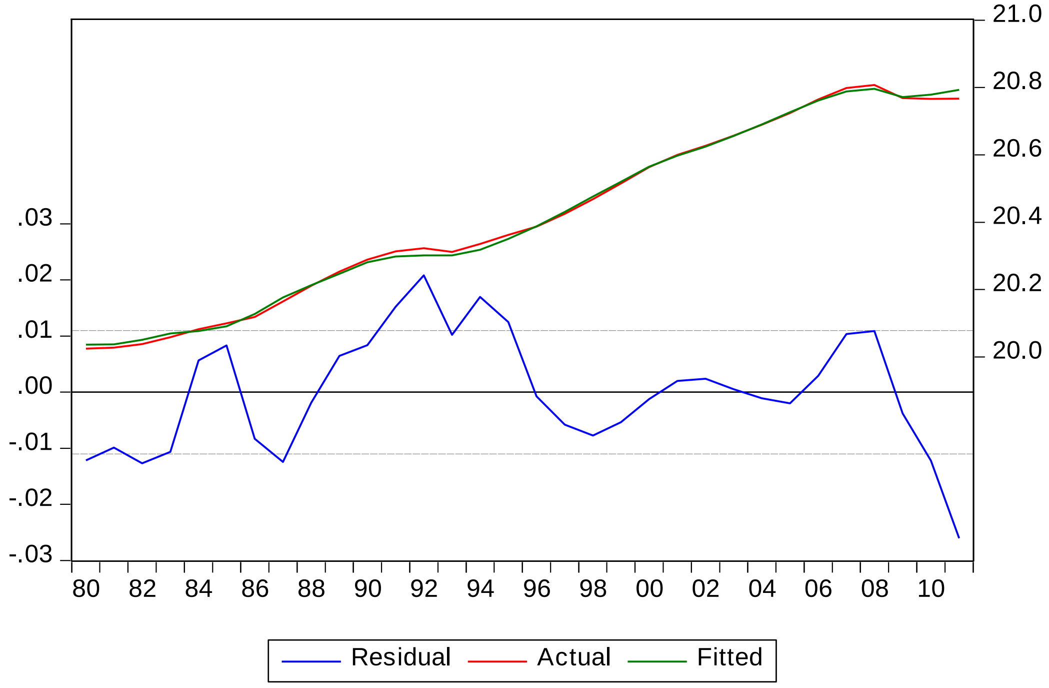
Gráfico 8.2. Valores observados, ajustados y residuos de la función C.E.S.



Fuente: EViews

- Para la función Cobb-Douglas teniendo en cuenta la eficiencia y tiempo:

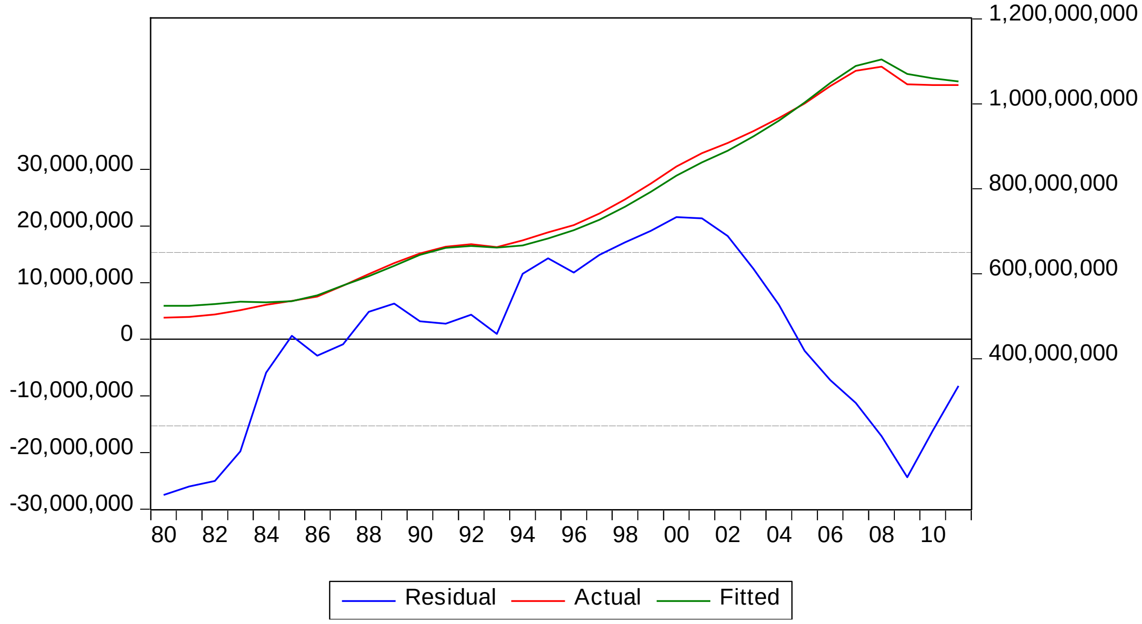
Gráfico 8.3. Valores observados, ajustados y residuos de la función Cobb-Douglas con parámetros de eficiencia y tiempo.



Fuente: EViews

- Para la función C.E.S. teniendo en cuenta la eficiencia y tiempo:

Gráfico 8.4. Valores observados, ajustados y residuos de la función C.E.S. con parámetros de eficiencia y tiempo.



Fuente: EViews

En estos gráficos, se pueden observar tres líneas con diferentes colores: la línea azul son los valores de los residuos de cada función, la línea roja corresponde a los valores observados de la variable dependiente de la función y la línea verde son los valores ajustados de la variable dependiente. Todo esto se puede ver numéricamente en las respectivas tablas que nos ofrece EViews: TABLA A.7, TABLA A.8, TABLA A.9 y TABLA A.10. Una vez explicado esto, se puede ver la información que las variables explicativas ofrecen sobre la variable dependiente en cada modelo. Por lo tanto, respecto a la línea azul se debe ver que haya la menor diferencia con la línea negra horizontal que representa el valor cero: si la vemos en cada gráfico, se puede observar que la que menor diferencia presenta son los residuos de la función Cobb-Douglas teniendo en cuenta la eficiencia y el tiempo, ya que el resto presenta valores más alto tanto por encima como por debajo de cero. Respecto a los valores observados y ajustados de cada función, se debe apreciar que entre esas dos líneas también existan las menores diferencias posibles. Entonces, se puede ver que la que más se ajusta a esta afirmación es, también, la función de Cobb-Douglas teniendo en cuenta la eficiencia y el tiempo, ya que estas dos líneas casi se solapan en todos los puntos.

Por lo tanto, llegamos a la misma conclusión que con los resultados numéricos: la función que más se adapta al caso de la economía española es la función Cobb-Douglas con los parámetros eficiencia y tiempo.

BIBLIOGRAFÍA

Pindyck, R.S. y Rubinfeld, D.L. (2009): "Microeconomía", capítulo 6 (La producción). Editorial Prentice Hall, Madrid.

Varian, H.R. (2007): "Microeconomía Intermedia. Un enfoque actual.", capítulo 30 (La producción). Editorial Antoni Bosch, Barcelona.

Gutiérrez, P.J. y Marroquín, E. F. (2005): "A Characterization of the Argentinian production sector prior to the 1998 crisis", The Journal of Socio-Economics, 35, pp. 691-709.

Coscollá, M.P.; Díaz M.Á.; Gonzalo, M.T.; Gumbau, M. y Pastor, J.M. (2013-2014): "Apuntes de Microeconomía. Tema 4. Producción.", Universidad de Valencia. Disponible en: http://ocw.uv.es/ciencias-sociales-y-juridicas/4/1t4_produccion.pdf [Última consulta: 10/07/2018].

Maroto Sánchez, A. (2015-2016): "Apuntes de Microeconomía. Tema 4: Producción y Costes.", Universidad Autónoma de Madrid. Disponible en: https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/amaroto/pdfs/tema4_micro.pdf [Última consulta: 10/07/2018].

Cavero Álvarez, J.; Corrales Herrero, H.; González Gonzáles, Y.; Lorenzo Lago, C.; Prieto Alaiz, M. y Zarzosa Espina, P. (2016-2017): "Material Docente de Econometría. Primera Parte, Esquemas de teoría."

ANEXOS.

1. TABLAS EVIEWS

TABLA A.1

	PIB	L	K
1980	497115000	12872	1507570657
1981	498729000	12563	1550046700
1982	503989000	12455	1591738382
1983	514532000	12413	1631216273
1984	526853000	12135	1665185471
1985	535991000	12009	1703932873
1986	546384000	12282	1750269930
1987	571851000	12867	1807109532
1988	599299000	13316	1877123170
1989	624866000	13793	1959508448
1990	647794000	14314	2047245518
1991	663802000	14483	2133358592
1992	669880000	14279	2208025691
1993	662486000	13875	2264859846
1994	678522000	13810	2322627270
1995	697346000	14071	2389790275
1996	714436000	14443	2458216843
1997	742150000	14960	2532025829
1998	775309000	15629	2621477056
1999	812007000	16363	2726567247
2000	852679000	17180	2840583094
2001	883967000	17748	2959787881
2002	907925000	18159	3081459146
2003	935974000	18757	3212659511
2004	966481000	19425	3351656978
2005	1001116000	20232	3504944373
2006	1041924000	21086	3673297961
2007	1078174000	21727	3849519135
2008	1087788000	21666	4003339701
2009	1046100000	20319	4094854948
2010	1043995000	19787	4169207952
2011	1044520000	19398	4227449933

TABLA A.2

	LPIB	LL	LK
1980	20.02433	9.462810	21.13377
1981	20.02757	9.438511	21.16155
1982	20.03807	9.429877	21.18809
1983	20.05877	9.426500	21.21259
1984	20.08243	9.403849	21.23320
1985	20.09963	9.393412	21.25620
1986	20.11883	9.415890	21.28304
1987	20.16439	9.462421	21.31499
1988	20.21127	9.496722	21.35301
1989	20.25305	9.531916	21.39596
1990	20.28908	9.568993	21.43976
1991	20.31349	9.580731	21.48096
1992	20.32261	9.566545	21.51536
1993	20.31151	9.537844	21.54078
1994	20.33543	9.533148	21.56596
1995	20.36279	9.551871	21.59447
1996	20.38700	9.577965	21.62270
1997	20.42506	9.613135	21.65229
1998	20.46877	9.656883	21.68700
1999	20.51502	9.702778	21.72631
2000	20.56389	9.751501	21.76728
2001	20.59993	9.784028	21.80838
2002	20.62667	9.806922	21.84867
2003	20.65710	9.839322	21.89036
2004	20.68917	9.874316	21.93272
2005	20.72438	9.915021	21.97744
2006	20.76433	9.956365	22.02436
2007	20.79853	9.986311	22.07121
2008	20.80741	9.983499	22.11039
2009	20.76833	9.919312	22.13300
2010	20.76632	9.892780	22.15099
2011	20.76682	9.872925	22.16486

TABLA A.3

Dependent Variable: LPIB
Method: Least Squares
Date: 07/06/18 Time: 13:47
Sample: 1980 2011
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LL	0.428140	0.080265	5.334070	0.0000
LK	0.555762	0.048103	11.55357	0.0000
C	4.261125	0.354742	12.01190	0.0000

R-squared	0.993099	Mean dependent var	20.41694
Adjusted R-squared	0.992623	S.D. dependent var	0.266033
S.E. of regression	0.022849	Akaike info criterion	-4.630719
Sum squared resid	0.015141	Schwarz criterion	-4.493307
Log likelihood	77.09151	Hannan-Quinn criter.	-4.585171
F-statistic	2086.626	Durbin-Watson stat	0.150605
Prob(F-statistic)	0.000000		

TABLA A.4

Dependent Variable: PIB
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 07/06/18 Time: 13:49
Sample: 1980 2011
Included observations: 32
Convergence achieved after 65 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
PIB=(C(1)*L^(-C(2))+(1-C(1))*K^(-C(2)))^(-1/C(2))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000666	0.000292	2.284598	0.0296
C(2)	0.620046	0.044939	13.79752	0.0000

R-squared	0.994279	Mean dependent var	7.62E+08
Adjusted R-squared	0.994088	S.D. dependent var	2.01E+08
S.E. of regression	15484693	Akaike info criterion	36.00906
Sum squared resid	7.19E+15	Schwarz criterion	36.10067
Log likelihood	-574.1450	Hannan-Quinn criter.	36.03943
Durbin-Watson stat	0.133765		

TABLA A.5

Dependent Variable: LPIB
Method: Least Squares
Date: 07/06/18 Time: 14:27
Sample: 1980 2011
Included observations: 32

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LL	0.730657	0.049345	14.80716	0.0000
LK	-0.726358	0.132125	-5.497506	0.0000
T	0.038892	0.003946	9.856388	0.0000
C	28.43420	2.458467	11.56583	0.0000

R-squared	0.998456	Mean dependent var	20.41694
Adjusted R-squared	0.998291	S.D. dependent var	0.266033
S.E. of regression	0.010999	Akaike info criterion	-6.065515
Sum squared resid	0.003388	Schwarz criterion	-5.882298
Log likelihood	101.0482	Hannan-Quinn criter.	-6.004784
F-statistic	6035.551	Durbin-Watson stat	0.538771
Prob(F-statistic)	0.000000		

TABLA A.6

Dependent Variable: PIB
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 07/06/18 Time: 14:37
Sample: 1980 2011
Included observations: 32
Convergence achieved after 457 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
PIB=C(3)^T*(C(1)*L^(-C(2))+(1-C(1))*K^(-C(2)))^(-1/C(2))

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(3)	1.001366	0.001095	914.7252	0.0000
C(1)	0.000180	0.000231	0.781820	0.4407
C(2)	0.755852	0.130675	5.784227	0.0000

R-squared	0.994592	Mean dependent var	7.62E+08
Adjusted R-squared	0.994219	S.D. dependent var	2.01E+08
S.E. of regression	15312071	Akaike info criterion	36.01524
Sum squared resid	6.80E+15	Schwarz criterion	36.15265
Log likelihood	-573.2439	Hannan-Quinn criter.	36.06079
Durbin-Watson stat	0.132605		

TABLA A.7

obs	Actual	Fitted	Residual
1980	20.0243...	20.0578...	-0.0335...
1981	20.0275...	20.0629...	-0.0353...
1982	20.0380...	20.0739...	-0.0358...
1983	20.0587...	20.0861...	-0.0273...
1984	20.0824...	20.0878...	-0.0054...
1985	20.0996...	20.0961...	0.00342...
1986	20.1188...	20.1207...	-0.0019...
1987	20.1643...	20.1584...	0.00597...
1988	20.2112...	20.1942...	0.01704...
1989	20.2530...	20.2331...	0.01987...
1990	20.2890...	20.2733...	0.01569...
1991	20.3134...	20.3013...	0.01218...
1992	20.3226...	20.3143...	0.00825...
1993	20.3115...	20.3161...	-0.0046...
1994	20.3354...	20.3281...	0.00724...
1995	20.3627...	20.3520...	0.01075...
1996	20.3870...	20.3788...	0.00810...
1997	20.4250...	20.4103...	0.01466...
1998	20.4687...	20.4484...	0.02034...
1999	20.5150...	20.4899...	0.02510...
2000	20.5638...	20.5335...	0.03034...
2001	20.5999...	20.5703...	0.02961...
2002	20.6266...	20.6025...	0.02416...
2003	20.6570...	20.6395...	0.01754...
2004	20.6891...	20.6780...	0.01109...
2005	20.7243...	20.7203...	0.00402...
2006	20.7643...	20.7641...	0.00020...
2007	20.7985...	20.8029...	-0.0044...
2008	20.8074...	20.8235...	-0.0161...
2009	20.7683...	20.8086...	-0.0403...
2010	20.7663...	20.8072...	-0.0409...
2011	20.7668...	20.8064...	-0.0396...

Residual Plot

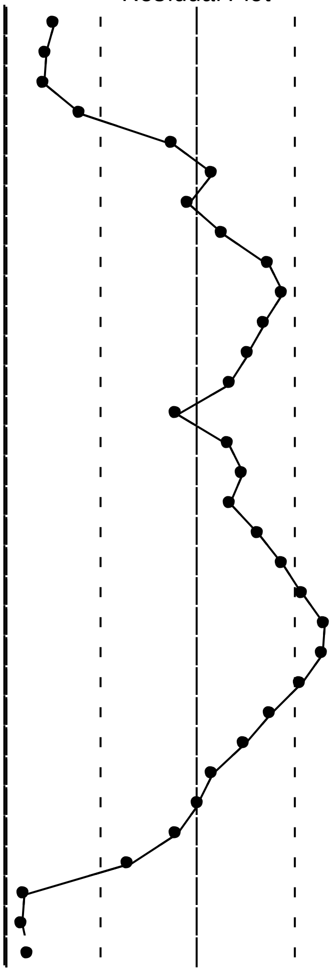


TABLA A.8

obs	Actual	Fitted	Residual
1980	497115000	524249...	-271341...
1981	498729000	525576...	-268479...
1982	503989000	530459...	-264704...
1983	514532000	536142...	-216106...
1984	526853000	535548...	-869521...
1985	535991000	538779...	-278803...
1986	546384000	552201...	-581727...
1987	571851000	574388...	-253713...
1988	599299000	595515...	3783805...
1989	624866000	619196...	5669982...
1990	647794000	644699...	3094053...
1991	663802000	661717...	2084428...
1992	669880000	667785...	2094505...
1993	662486000	665675...	-318968...
1994	678522000	671835...	6686015...
1995	697346000	687636...	9709254...
1996	714436000	706512...	7923721...
1997	742150000	729917...	122326...
1998	775309000	759378...	159305...
1999	812007000	792614...	193923...
2000	852679000	829192...	234865...
2001	883967000	860032...	239345...
2002	907925000	887064...	208607...
2003	935974000	920211...	157627...
2004	966481000	956213...	102670...
2005	100111...	997775...	3340127...
2006	104192...	104254...	-625932...
2007	107817...	108256...	-439225...
2008	108778...	110020...	-124181...
2009	104610...	107215...	-260549...
2010	104399...	106435...	-203649...
2011	104452...	105853...	-140169...

Residual Plot

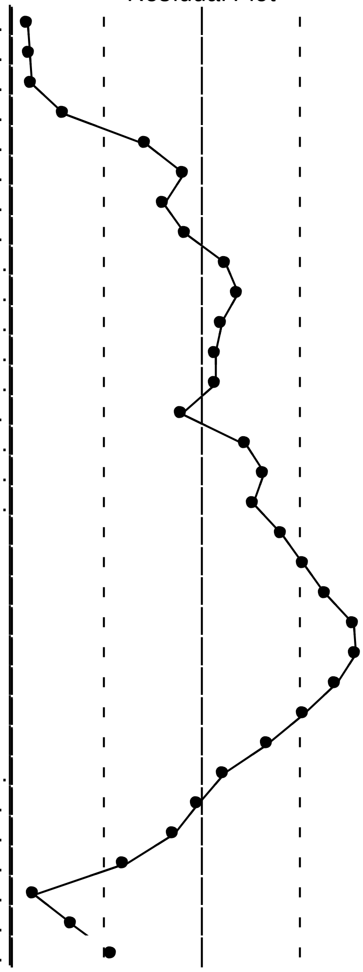


TABLA A.9

obs	Actual	Fitted	Residual
1980	20.0243...	20.0364...	-0.0121...
1981	20.0275...	20.0374...	-0.0098...
1982	20.0380...	20.0507...	-0.0126...
1983	20.0587...	20.0693...	-0.0106...
1984	20.0824...	20.0767...	0.00568...
1985	20.0996...	20.0913...	0.00832...
1986	20.1188...	20.1271...	-0.0083...
1987	20.1643...	20.1768...	-0.0124...
1988	20.2112...	20.2131...	-0.0018...
1989	20.2530...	20.2465...	0.00648...
1990	20.2890...	20.2807...	0.00835...
1991	20.3134...	20.2982...	0.01522...
1992	20.3226...	20.3018...	0.02080...
1993	20.3115...	20.3012...	0.01024...
1994	20.3354...	20.3184...	0.01699...
1995	20.3627...	20.3503...	0.01249...
1996	20.3870...	20.3877...	-0.0007...
1997	20.4250...	20.4308...	-0.0057...
1998	20.4687...	20.4764...	-0.0077...
1999	20.5150...	20.5203...	-0.0053...
2000	20.5638...	20.5651...	-0.0012...
2001	20.5999...	20.5979...	0.00202...
2002	20.6266...	20.6242...	0.00241...
2003	20.6570...	20.6565...	0.00055...
2004	20.6891...	20.6902...	-0.0010...
2005	20.7243...	20.7263...	-0.0020...
2006	20.7643...	20.7614...	0.00292...
2007	20.7985...	20.7881...	0.01039...
2008	20.8074...	20.7965...	0.01088...
2009	20.7683...	20.7720...	-0.0037...
2010	20.7663...	20.7785...	-0.0122...
2011	20.7668...	20.7928...	-0.0260...

Residual Plot

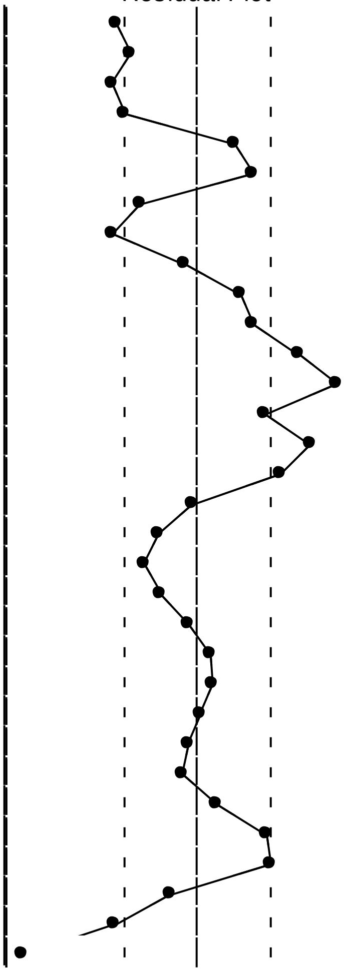
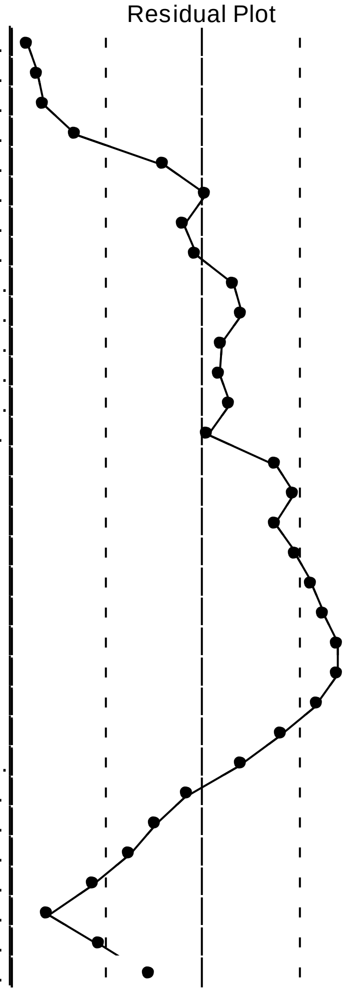


TABLA A.10

obs	Actual	Fitted	Residual
1980	497115000	524610...	-274958...
1981	498729000	524735...	-260065...
1982	503989000	529000...	-250111...
1983	514532000	534316...	-197843...
1984	526853000	532753...	-590060...
1985	535991000	535360...	630918....
1986	546384000	549266...	-288276...
1987	571851000	572743...	-892054...
1988	599299000	594455...	4843580...
1989	624866000	618577...	6288203...
1990	647794000	644609...	3184547...
1991	663802000	661049...	2752641...
1992	669880000	665530...	4349802...
1993	662486000	661525...	960818....
1994	678522000	666975...	115463...
1995	697346000	683060...	142850...
1996	714436000	702649...	117864...
1997	742150000	727243...	149067...
1998	775309000	758175...	171330...
1999	812007000	792856...	191506...
2000	852679000	831090...	215887...
2001	883967000	862590...	213765...
2002	907925000	889683...	182415...
2003	935974000	923501...	124721...
2004	966481000	960376...	6104365...
2005	100111...	100316...	-204871...
2006	104192...	104914...	-721790...
2007	107817...	108941...	-112363...
2008	108778...	110488...	-171006...
2009	104610...	107046...	-243636...
2010	104399...	106015...	-161562...
2011	104452...	105277...	-825205...



2. GRÁFICOS EVIEWS

GRÁFICO 8.1.

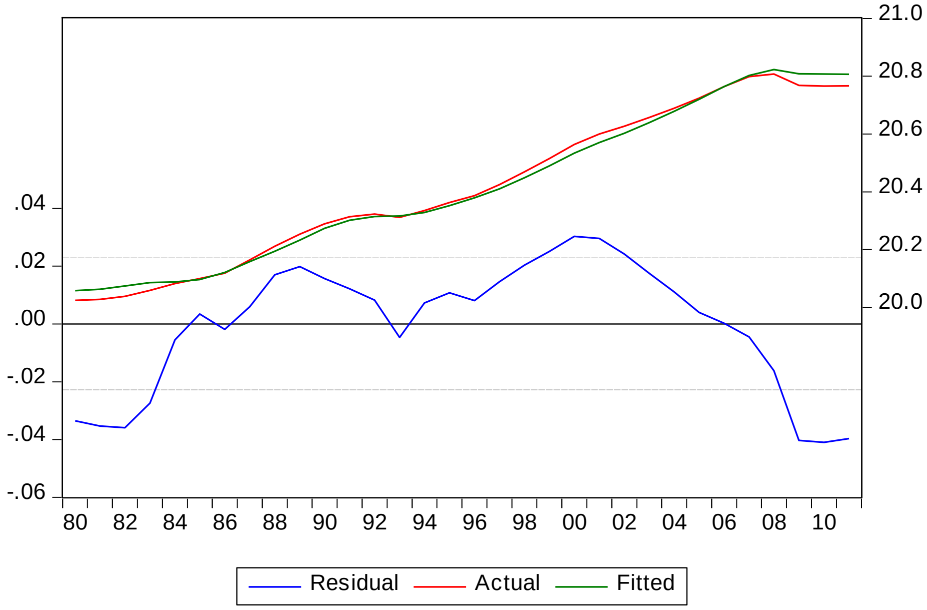


GRÁFICO 8.2.

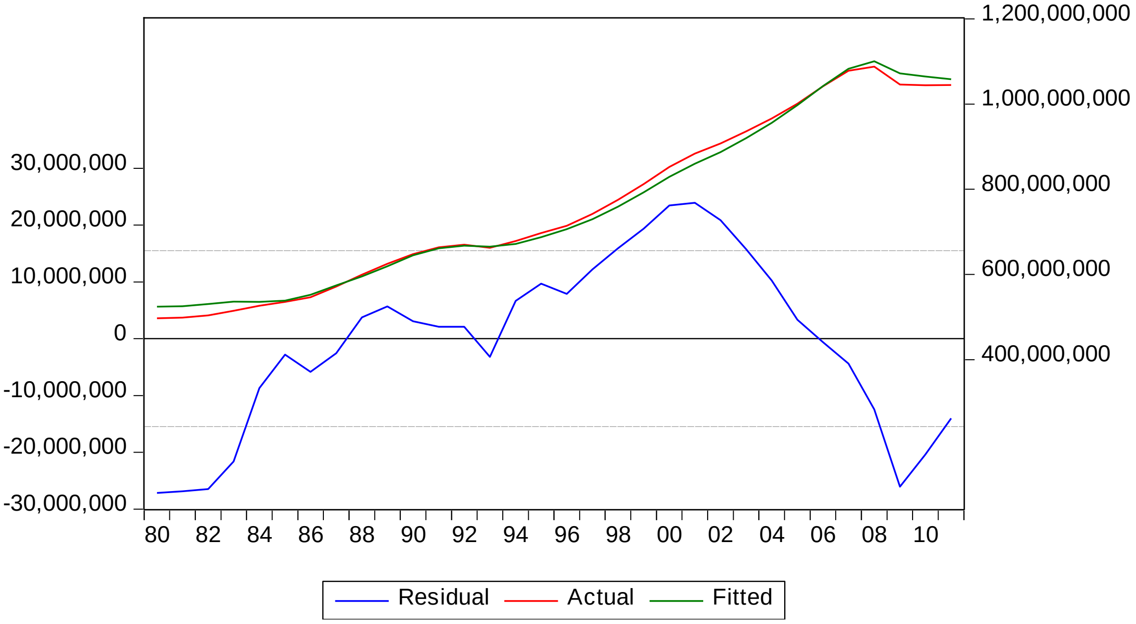


GRÁFICO 8.3.

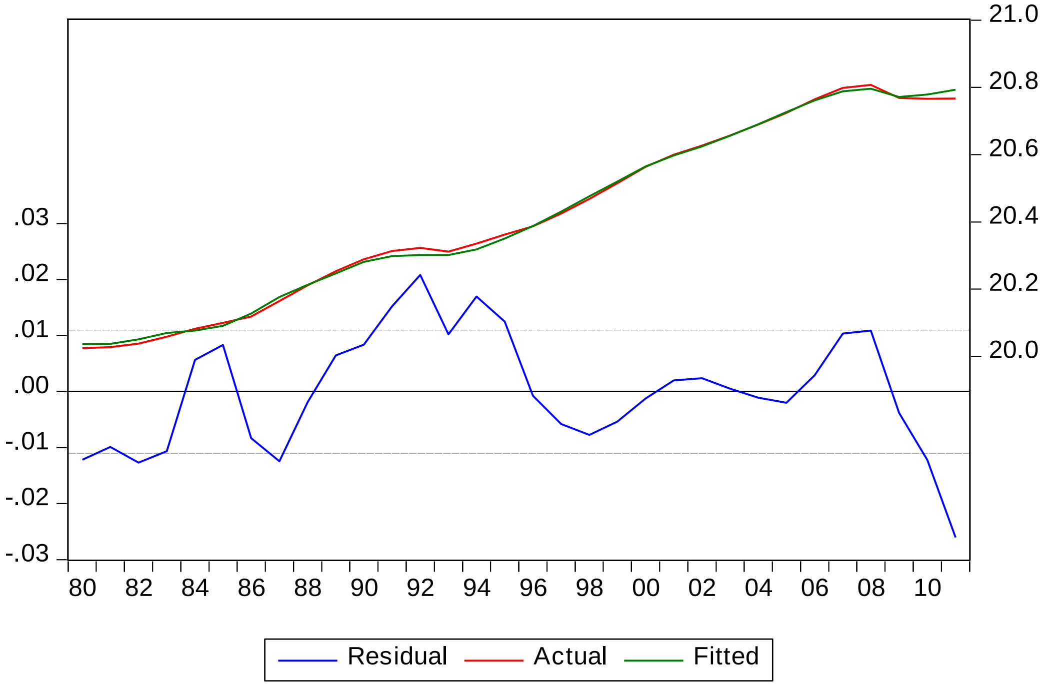
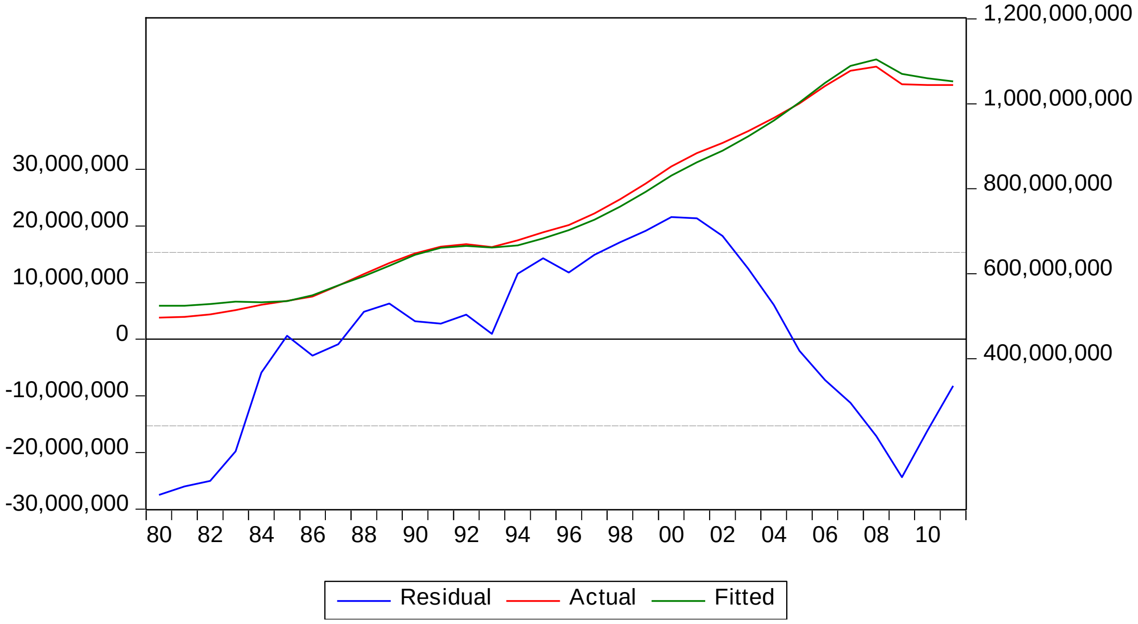


GRÁFICO 8.4.



1,200,000,000
1,000,000,000
800,000,000
600,000,000
400,000,000
30,000,000
20,000,000
10,000,000
0
-10,000,000
-20,000,000
-30,000,000
80 82 84 86 88 90 92 94 96 98 00 02 04 06 08 10
Residual
Actual
Fitted