



Universidad de Valladolid

**Facultad de Ciencias Económicas y
Empresariales**

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Economía

**Introducción a las Subastas y
sus Aplicaciones Prácticas**

Presentado por:

Juan Carlos Montaña García

Valladolid, 23 de Julio de 2018

Resumen:

Las subastas se vienen utilizando en la compraventa de bienes, servicios, recursos,... desde hace miles de años, recobrando gran importancia en las últimas décadas. Un estudio y análisis introductorio a la teoría de subastas nos permite conocer su funcionamiento y diseño, así como los distintos tipos de subastas que podemos encontrarnos en la actualidad.

Palabras clave: Teoría de Juegos, Juegos no cooperativos, Subastas, Modelo Simétrico de Valores Privados con neutralidad ante el Riesgo (MSVPN).

Abstract:

The auctions have been used in the purchase and sale of goods, services, resources, ... for thousands of years, regaining great importance in recent decades. A study and introductory analysis of auctions theory allows us to know its operation and design, as well as the different types of auctions that we can find at present.

Keywords: *Games Theory, Non cooperative games, Auctions, Symmetric Model of Private Values with neutrality against Risk (SMPVR).*

Clasificación JEL: C70, C72, D44

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1-2
2. TEORÍA DE JUEGOS.....	2-8
2.1 Conceptos básicos	2-3
2.2 Tipos de juegos.....	3-8
3. TEORÍA DE SUBASTAS	8-20
3.1 Fundamentos básicos de las subastas	8-11
3.2 El Modelo Simétrico de Valores Privados con neutralidad ante el Riesgo (MSVPN).....	11-20
4. CASOS PRÁCTICOS DE SUBASTAS.....	20-26
4.1 Subastas en internet. Subastas en Ebay	20-21
4.2 Subastas del Banco Central Europeo (BCE).....	21-24
4.3 Subasta de deuda pública en España.....	24-26
5. CONCLUSIONES	26-27
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	28-29

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

Tabla 2.1..... 4

Tabla 2.2..... 5

Tabla 2.3..... 6

Figura 2.4..... 7

Tabla 4.1..... 23

Tabla 4.2..... 25-26

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo resulta del interés mostrado por las subastas, como uno de los principales mecanismos de asignación de bienes más antiguos que existen y que a día de hoy siguen siendo un método efectivo de asignación de bienes, recursos,...

Es muy común encontrarse con subastas muy diversas como puedan ser: subastas del BCE, subastas de Deuda pública o subastas en internet. De hecho, estas últimas han recobrado importancia con el paso de los años. No resulta raro encontrarse con subastas de dispositivos electrónicos tales como ordenadores, teléfonos móviles, televisores..., en las cuales se realizan pujas y subastas constantemente.

Este trabajo pretende ser una primera aproximación al mundo de las subastas, más concretamente a la teoría de subastas, analizando tanto el carácter formal como práctico de la misma.

Para ello, el trabajo consta de 3 grandes secciones que son:

Una primera sección donde se expone una introducción a la teoría de juegos; en concreto se analizarán los juegos no cooperativos, que permite conocer bien el campo y evolución de esta rama, para entender mejor posteriormente su aplicación a las subastas.

Una segunda sección enfocada a la teoría de subastas donde se exponen los fundamentos básicos a partir de una introducción a la misma, así como el contexto histórico y actual, y su desarrollo a partir de la explicación de las principales subastas que podamos encontrarnos, problemas que puedan surgir,... En concreto, se tratarán principalmente en este trabajo las subastas de valor privado y de un único bien.

La tercera sección, tratará de aplicaciones prácticas de las subastas. Casos que podamos encontrarnos en la actualidad, tales como subastas en internet de última hora, subastas de deuda pública... así como muchas otras.

Se presentarán algunas de ellas, para que nos permita ver cómo se desarrollan algunas de las subastas que podemos encontrarnos en el día a día. Finalmente, el trabajo finaliza con unas conclusiones obtenidas, que pretenden

sintetizar las ideas básicas acerca de las subastas, y que se han ido desarrollando a lo largo del trabajo.

2. TEORÍA DE JUEGOS

En esta sección abarcamos el campo teórico de la teoría de juegos, que permite analizar la conducta económica de distintos agentes, cuando existe interdependencia entre las estrategias que puedan tomar. La teoría de juegos permite analizar, por ejemplo, conductas oligopolísticas entre empresas o en nuestro caso, juegos de subastas.

2.1 Conceptos básicos

A continuación, se exponen las características que definen un juego.

2.1.1 Características de un juego

En un juego participan varios jugadores, los cuales a partir de su función de utilidad que pretenden maximizar, toman distintas estrategias en función de las estrategias que tomen el resto de jugadores.

Los jugadores que participan en el juego lo denotamos por:

$$J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$$

Los pagos están asociados a la utilidad, beneficio o satisfacción que un resultado en concreto genera para un agente.

Las funciones de utilidad pueden ser funciones ordinales o cardinales.

Las funciones de utilidad ordinal ofrecen un valor numérico que pretenden ordenar una serie de cestas a partir de las preferencias de un jugador.

Por el contrario, las funciones de utilidad cardinales ofrecen un valor numérico que pretende “medir” o determinar el grado de satisfacción que obtiene un individuo al consumir una cesta en concreto, en función de sus preferencias.

El perfil de estrategias lo conforman las diversas posibles estrategias o acciones que cada jugador puede llevar a cabo.

El perfil de estrategias se denota como:

$$S = \{S_{1i}, S_{2i}, \dots, S_{ni}\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Las formas de representación de un juego no cooperativo son: la forma estratégica también denominada forma normal, y la forma extensiva.

La representación de los juegos en forma estratégica, tratan de representar tanto las estrategias que puede llevar a cabo cada jugador, como los pagos que estos pueden percibir en cada caso.

La representación en forma extensiva analiza de manera más detallada el desarrollo y la secuencia de un juego.

2.2 Tipos de juegos

Los juegos pueden clasificarse en juegos no cooperativos y juegos cooperativos.

Los juegos no cooperativos son aquellos en los que los jugadores no cooperan entre sí para llevar a cabo sus estrategias; mientras que, en los juegos cooperativos, los jugadores pueden cooperar para obtener un resultado mejor.

En nuestro caso, analizamos los juegos no cooperativos, ya que las subastas se inscriben en este campo en concreto.

A su vez, los juegos no cooperativos pueden caracterizarse en juegos estáticos, donde los jugadores eligen sus estrategias simultáneamente, o juegos dinámicos donde cabe la posibilidad de que un jugador pueda tomar una estrategia conociendo a priori, la estrategia tomada por el resto.

También se puede hablar de juegos con información completa, si todos los jugadores conocen la información acerca de las consecuencias de las estrategias que puedan tomar. Si algún jugador desconoce dicha información, se habla de juegos con información incompleta.

Por último, los juegos se pueden caracterizar en juegos con información perfecta, donde se conoce en todo momento el desarrollo del juego, y juegos con información imperfecta, donde cabe la posibilidad de que se desconozca el desarrollo del juego en algún momento.

2.2.1 Juegos no cooperativos en forma estratégica o normal

Suponiendo que:

- Hay n jugadores: $N = \{1, 2, \dots, n\}$

- Cada jugador dispone de un conjunto de estrategias: $S_i \forall i \in N$

Podemos representar un juego en forma normal formado por 2 jugadores de la forma siguiente:

J1 \ J2	S₂₁	S₂₂	...	S_{2n}
S₁₁	u ₁₁ , v ₁₁	u ₁₂ , v ₁₂	...	u _{1n} , v _{1n}
...
S_{1n}	u _{n1} , v _{n1}	u _{n2} , v _{n2}	...	u _{nn} , v _{nn}

Tabla 2.1: Representación en forma normal

Siendo:

- S_{ij} la estrategia j del jugador $i \forall i \in N$ siendo $j = 1, 2, \dots, n$
- u el pago otorgado en cada caso al jugador 1
- v el pago otorgado en cada caso al jugador 2

- Estrategias dominantes:

Una posible solución a estos juegos se basa en la dominancia de estrategias.

Una estrategia es dominante para un jugador, si dicha estrategia le reporta un pago igual o mayor que el resto de estrategias independientemente de las estrategias del resto de jugadores.

Si dicha estrategia dominante reporta un pago mayor que el resto, hablamos de dominancia estricta.

Si cada jugador tiene una estrategia dominante la solución del juego será el perfil de estrategias formado por las estrategias dominantes de cada jugador.

Ahora bien, hemos dicho que la dominancia puede ser estricta o débil.

La resolución iterativa estricta permite eliminar de cada jugador las estrategias estrictamente dominadas, mientras que la resolución iterativa débil permite eliminar las estrategias débilmente dominadas.

Veámoslo mejor en el siguiente ejemplo:

Supongamos un juego donde hay 2 jugadores. Cada uno de ellos dispone de 2 estrategias: A o B. La matriz de pagos es la siguiente:

J1 \ J2	A	B
A	1,2	1,1
B	0,0	0,1

Tabla 2.2: Matriz de pagos

Jugador 1:

- Para cualquier estrategia elegida por el jugador 2, el jugador 1 elegirá la estrategia A, que le reporta un pago mayor que el resto.

Por tanto, A es la estrategia estrictamente dominante del jugador 1.

Jugador 2:

- Si el jugador 1 escoge A el jugador 2 escogerá A. Por el contrario, si el jugador 1 escoge B, el jugador 2 escogerá B.

Como A es la estrategia estrictamente dominante del Jugador 1, la solución del juego por eliminación iterativa estricta o eliminación iterativa débil será el perfil de estrategias (A,A) con sus pagos correspondientes 1,2.

- Equilibrio de Nash¹:

El equilibrio de Nash lo conforman todos los perfiles de estrategias de cada jugador que son óptimas en el sentido de que, dadas las estrategias de un jugador o del resto de jugadores, el otro jugador escoge la estrategia que en cada caso le otorga un resultado mejor o un pago mayor.

Es importante destacar que el equilibrio de Nash no implica la eficiencia en el sentido de Pareto, dado que hay casos en los que un jugador o todos puede/n obtener un resultado mejor sin que empeore el resultado del resto.

En referencia al ejemplo anterior:

¿Qué ocurre si modificamos los pagos de los jugadores?.

¹ John Forbes Nash, galardonado con el premio nobel de economía en 1994 por sus contribuciones a la teoría de juegos.

La nueva matriz de pagos es:

J1 \ J2	A	B
A	+1,2*	1,1
B	0,0	+2,1*

Tabla 2.3: Matriz de pagos modificada

En esta situación, el jugador 1:

- Si el jugador 2 escoge A, el jugador 1 escoge A.
- Si el jugador 2 escoge B, el jugador 1 escoge B.

El jugador 2:

- Si el jugador 1 escoge A el jugador 2 escoge A.
- Si el jugador 1 escoge B el jugador 2 escoge B.

El equilibrio de Nash está conformado por los perfiles de estrategias (A,A) y (B,B).

2.2.2 Juegos no cooperativos en forma extensiva

Otra forma de representación de un juego es a partir de su ilustración en forma de "árbol". Cuando los jugadores pueden decidir sus estrategias de forma secuencial, es decir, en el caso de juegos dinámicos, esta forma de representación permite mostrar las posibles soluciones de equilibrio de un juego de este tipo.

Para la resolución de estos juegos es necesario precisar aún más en el concepto de equilibrio de Nash que hemos comentado y descartar aquellos que, conociendo la dinámica del juego, no resulten óptimos.

Hablamos por tanto del equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, el cual se trata de un equilibrio de Nash en un subjuego que forma parte del juego original. Resulta ser, por tanto, un "refinamiento" del equilibrio de Nash.

Cuando la información es perfecta y los jugadores conocen en todo momento la acción anterior, el método de inducción hacia atrás permite obtener los equilibrios de Nash perfecto en subjuegos.

Este método se basa en la eliminación sucesiva de algunos nodos de los subjuegos que, dada la secuencia del juego, no resultan óptimos para el jugador correspondiente en cada momento.

Por el contrario, cuando la información es imperfecta y los jugadores desconocen en algún momento la acción anterior, el método de inducción hacia atrás no es válido.

La resolución en este caso se basa en determinar los equilibrios de Nash en el juego y establecer por tanto la acción óptima del jugador en cada posible nodo, eliminando por inducción hacia atrás aquellos subjuegos donde el jugador tiene información perfecta.

Tomando como referencia el ejemplo anterior; si el jugador 1 empieza escogiendo, la forma extensiva del juego será:

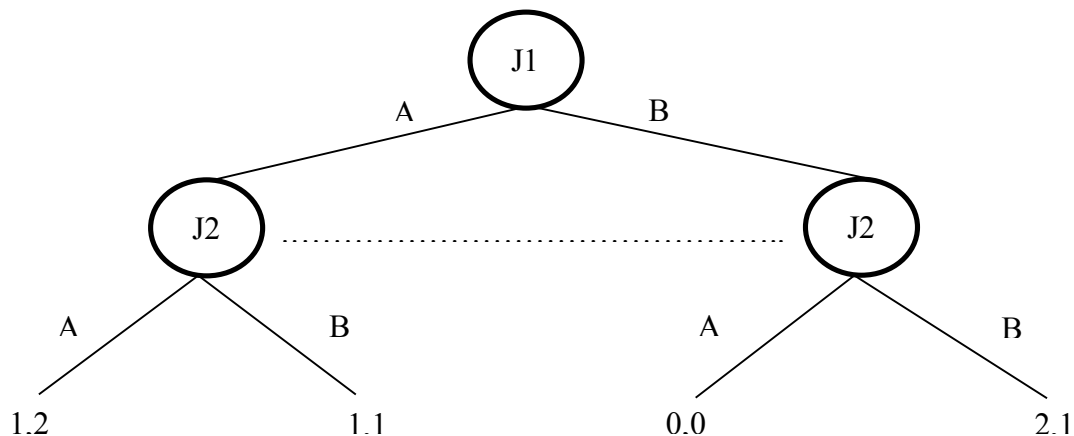


Figura 2.4: Representación en forma extensiva del juego

Este juego es un juego de información imperfecta ya que cuando el jugador 2 debe decidir, no conoce la acción anterior y por tanto el nodo en que está.

Antes afirmamos que el equilibrio de Nash venía dado por los perfiles de estrategias (A, A) y (B, B).

Por lo tanto, en este caso hay dos equilibrios de Nash perfecto en sub juegos que son (A, A) y (B, B) dependiendo del nodo en el que se encuentre el jugador 2.

3. TEORÍA DE SUBASTAS

3.1 Fundamentos básicos de las subastas

Las subastas se presentan como un mecanismo de asignación de bienes, que tiene en cuenta las pujas que realizan los licitantes, así como un conjunto de reglas que determinan el desarrollo de la misma.

En relación a la sección anterior de la teoría de juegos, las subastas se presentan como juegos no cooperativos donde cada agente participante elige su estrategia óptima, en función de las posibles estrategias del resto de participantes.

Los licitantes son los posibles compradores del bien que se está subastando. Realizan pujas u ofertas que el vendedor o subastador tiene en cuenta en el desarrollo de la subasta.

3.1.1 ¿Por qué utilizar las subastas?

Las subastas son un mecanismo de asignación que se ha venido utilizando desde hace miles de años.

A lo largo del tiempo se han subastado multitud de bienes. En la actualidad, se subastan tanto ordenadores como obras de arte, que permite conocer en muchos casos, información acerca del valor que un objeto como una obra de arte, puede tener.

Por lo tanto, las subastas nos permiten conocer en muchos casos información acerca del valor de un bien, que en ocasiones se desconoce por diversas causas, entre las que podemos destacar las variaciones constantes en la oferta.

A modo de ejemplo, tomando como referencia el caso anterior de una obra de arte; podemos obtener el precio de mercado actual de dicha obra a partir de las pujas u ofertas que presentan los licitantes. De esta forma podremos conocer el valor que ese bien, cuya oferta puede ser muy limitada, tiene para los licitantes

interesados en ella. Esta es una de las causas de la frecuente utilización de las subastas.

Además, el uso de internet ha permitido en estos últimos años que diversas personas o empresas puedan obtener bienes mediante las subastas, reduciendo así en muchos casos ciertos costes de movilidad, información,...

3.1.2 Subastas de valor privado y subastas de valor común

Una posible caracterización de las subastas que se puede llevar a cabo se basa en la distinción entre subastas de valor privado y subastas de valor común.

Las subastas de valor privado son aquellas en las que el bien subastado puede tener un valor distinto entre los licitantes. Es decir, cada licitante concede un valor distinto que para él tiene el bien que se subasta, en función de sus preferencias u otras circunstancias. De tal forma que el subastador desconoce dicha valoración.

Las subastas de valor común son aquellas en las que el valor del bien subastado es el mismo para todos los licitantes, aunque lo más probable es que esta valoración se desconozca tanto por los propios licitantes como el subastador.

En la actualidad la mayoría de subastas que se utilizan tiene principalmente un carácter privado. Es por eso, por lo que en este trabajo tratamos las subastas de valor privado. Aunque cabe decir que también se vienen utilizando las subastas de valor común en la compraventa por ejemplo, de materias primas.

Otra distinción entre las distintas subastas se puede basar en la cantidad de bienes que se subasta. En este trabajo tratamos las subastas de un único bien.

3.1.3 Principales tipos de subastas

- Subasta inglesa.

Es uno de los tipos de subasta más conocido. Se basa en que el subastador antes de realizar la subasta, establece un precio mínimo al que estaría dispuesto a ofrecer el bien.

Los licitantes realizan pujas al alza sobre ese precio de reserva, que en muchas ocasiones, se exige un incremento fijo de la puja respecto de la puja anterior. Finalmente, cuando ningún licitante realiza una puja más alta, el bien se le asigna a dicho licitante debiendo pagar un precio igual a su puja más alta.

Como curiosidad, también podemos destacar la subasta japonesa que se asemeja bastante a la subasta inglesa.

En este caso, hay un dispositivo electrónico que determina que licitantes están pujando en cada momento. De tal forma que cada uno de ellos realiza pujas constantemente a medida que el precio se incrementa. Cuando un licitante no está dispuesto a seguir pujando se retira de la subasta.

La puja finaliza una vez que solo queda un único licitante, el cual será el ganador de la subasta y pagará el último precio que ha pujado.

- Subasta holandesa.

En este tipo de subasta, a diferencia de la subasta inglesa, el subastador anuncia previamente un precio elevado. La subasta se desarrolla a medida que a partir de este precio, el subastador va reduciendo el precio constantemente, hasta que algún licitante decide pagar el último precio anunciado. En este punto finaliza la subasta y el licitante ganador deberá pagar el último precio anunciado que aceptó.

- Subasta en sobre cerrado al primer precio.

En este caso, cada uno de los licitantes presenta en un sobre una única puja en el periodo de tiempo establecido. De tal forma que, el ganador de la subasta, será el licitante que haya presentado la puja más alta, debiendo pagar un precio igual a su puja. Si el subastador impone un precio de reserva, y ninguna puja presentada lo supera, el bien no se asigna a ningún licitante.

Puede darse el caso de que haya varios licitantes ganadores. En este caso se suele recurrir a un sorteo entre ellos.

Este tipo de subastas son muy comunes en la realización de obras públicas. El organismo estatal correspondiente asigna su contratación a la empresa que haya presentado la puja, en este caso el coste de construcción, más baja.

- Subasta en sobre cerrado al segundo precio o subasta de Vickrey².

Esta subasta es similar a la anterior, de tal forma que el ganador que sigue siendo el licitante que presentó la puja más alta, en vez de pagar un precio igual a su puja como ocurría en el caso anterior, pagará un precio igual a la segunda puja más alta.

3.1.4 Algunas consideraciones acerca de las subastas básicas

Podemos darnos cuenta de que existen ciertas similitudes entre la subasta holandesa y la subasta en sobre cerrado al primer precio.

En ambos tipos de subasta, las estrategias de los licitantes son similares. En ambos casos el licitante desconoce las pujas realizadas por el resto siendo consciente de que el precio de compra o venta del bien coincide con la puja presentada en caso de ser ganador.

Esto nos permite decir que las estrategias de los licitantes son idénticas y que el resultado que espera obtener también.

3.2 El Modelo Simétrico de Valores Privados con neutralidad ante el Riesgo (MSVPN)

En base a este modelo que utilizamos para analizar las subastas, establecemos los siguientes supuestos, algunos de ellos ya comentados anteriormente:

- Se subasta un único bien
- El valor que el bien puede tener puede ser distinto entre los diversos licitantes. Es decir, se tratan de subastas de valor privado.

² En honor a William Vickrey, premio nobel de economía en 1996

- Licitantes simétricos. La distribución de probabilidad es la misma entre todos ellos.
- Los licitantes y el subastador son neutrales ante el riesgo.
- Independencia de las pujas realizadas por cada licitante, no existen costes de participación...etc.
- El precio de reserva del subastador es nulo.

3.2.1 Estrategias de los licitantes

- Subasta inglesa

En esta subasta, la estrategia que llevará a cabo cada uno de los licitantes, será la de pujar por encima del resto de pujas, sin que la puja realizada supere la valoración correspondiente al licitante en concreto.

Esta estrategia llevada a cabo por todos los licitantes hace que el ganador de la subasta sea el licitante que más valora el bien en concreto que se subasta.

El beneficio o excedente, es decir la diferencia entre la valoración y el precio que se paga, que pueda esperar un licitante, depende del número de ellos que participan en la subasta. Así, cuantos más licitantes participan en la subasta el precio que debe pagar el ganador tenderá a ser más elevado o ser el mismo.

La estrategia en la subasta japonesa es idéntica a la comentada en la subasta inglesa.

- Subasta holandesa y subasta en sobre cerrado al primer precio

Anteriormente ya hemos comentado la similitud de las estrategias en ambos tipos de subastas.

Debemos tener en cuenta que cada licitante realizará una puja que no supere su valoración, para maximizar su excedente.

La estrategia óptima de cada uno de ellos depende de las valoraciones que puedan tener el resto de licitantes.

Una observación importante es ver qué pasa cuando el número de licitantes se incrementa.

Cuando entran nuevos licitantes en la subasta holandesa, la estrategia óptima de cada uno de ellos será pujar por debajo de su valoración pero la puja tenderá a ser mayor que antes ya que cada licitante, sabe que si espera es más probable que otro pueda llevarse el bien.

¿Qué supone esto?. Podemos darnos cuenta que cuando el número de licitantes aumenta, el excedente de los licitantes iniciales disminuye, dado que el precio tiende a ser mayor manteniéndose constante las valoraciones iniciales de cada uno de ellos.

El excedente del subastador se incrementa, ya que la mayor competencia entre licitantes presiona al alza el precio del bien subastado que se aproxima a las valoraciones de ellos.

Otra consideración que afecta a la estrategia óptima de cada licitante en la subasta en sobre cerrado al primer precio es que, si supone que su valoración puede ser la más alta, este decidirá realizar una puja igual a la segunda posible valoración más alta.

Por ejemplo:

Si se subasta en sobre cerrado al primer precio, un bien que para el jugador 1 tiene un valor de 1000 u.m y este jugador cree que su valoración puede ser la más alta y además cree que el jugador 2 tiene la segunda valoración más alta, por ejemplo 800 u.m, el jugador 1 decidirá realizar una puja igual o poco más superior a 800 u.m para maximizar su excedente.

- Subasta en sobre cerrado al segundo precio

En este caso, la estrategia óptima que pueda llevar a cabo un licitante depende de su valoración y de la posible puja máxima.

Si su valoración es superior a esa posible puja máxima su estrategia será realizar una puja superior a esa posible puja máxima para ganar la subasta y pagar un precio igual a esa posible máxima puja.

Ahora bien, debemos tener en cuenta que el licitante desconoce cuanto puede ser esa puja máxima. Por lo tanto, su estrategia óptima será pujar por un valor igual a su valoración. ¿Por qué?. Porque si el jugador cree que su valoración

es superior a esa posible puja máxima, si realiza una puja igual a su valoración, tiene más probabilidad de que gane la subasta al precio de esa puja máxima.

Si el jugador realizase una puja poco más superior que esa posible puja máxima, sabe que es menos probable que en el caso anterior que pueda ganar la subasta y además en ambos casos el beneficio o excedente es el mismo, que será la diferencia entre su valoración y esa posible puja máxima.

Cuanto mayor es el número de licitantes que participan en la subasta, la posible puja máxima podrá ser mayor y el excedente del licitante ganador puede disminuir.

3.2.2 Eficiencia en las subastas

Cuando hablamos de eficiencia en las subastas nos referimos a la coexistencia de distintos objetivos entre los jugadores, es decir subastador y licitantes. Téngase en cuenta que, en este modelo, MSVPN, hemos supuesto que los jugadores son neutrales al riesgo.

Por tanto, el objetivo de los licitantes es maximizar su excedente al igual que ocurre con el subastador.

Antes de analizar la eficiencia existente en una subasta, debemos mencionar el Teorema de Equivalencia del Ingreso Esperado.

- Teorema de Equivalencia del Ingreso Esperado

En base a los supuestos del modelo MSVPN, podemos afirmar que el ingreso esperado para el subastador es el mismo en las cuatro subastas.

Esto no quiere decir que el subastador obtenga finalmente el mismo ingreso en cada una de las subastas, siempre que el número y los licitantes en concreto, sean los mismos.

El Teorema de Equivalencia del Ingreso Esperado afirma que el ingreso que el subastador espera obtener, es el mismo en todas las subastas.

Ahora bien, suponemos que este es neutral al riesgo y por lo tanto no tenemos en cuenta la varianza de la ganancia esperada del subastador en cada subasta, sino únicamente el ingreso que espera obtener.

A modo de ejemplo, supongamos que hay 2 licitantes, el licitante 1 tiene una valoración de 50 y el licitante 2 de 100.

En una subasta holandesa, el ingreso esperado estaría entre 50 y 100 .

Mientras que en una subasta en sobre cerrado al segundo precio el jugador 2 ganaría la subasta pagando por ello 50.

Por tanto, podemos afirmar que el ingreso que el subastador espera obtener en ambas subastas es 50 o más o menos próximo a 50. Pero, el resultado final no tiene por qué coincidir, aunque el resultado esperado sea el mismo, ya que la varianza en ambas subastas es distinta.

En la subasta holandesa la varianza del ingreso es menor dado que en la subasta en sobre cerrado al segundo precio el ingreso del subastador depende de la valoración del licitante de menor valoración, mientras que en la subasta holandesa el ingreso es independiente de la valoración del otro licitante, ya que el licitante con mayor valoración realizará una puja menor de 100 independientemente de la valoración del otro licitante.

Por lo tanto, el resultado no tiene por qué coincidir ya que las varianzas del ingreso esperado del subastador son distintas.

- Asignación eficiente en las subastas

Como ya hemos dicho anteriormente, el principal objetivo del subastador es maximizar su excedente o ingreso esperado. Para ello, deberá establecer un precio de reserva adecuado.

Cuando se habla de eficiencia en las subastas nos referimos a la maximización del excedente total. Así diremos que una subasta es eficiente cuando se le asigna dicho bien al licitante que tiene mayor valoración. ¿Por qué?.

Cuando gana la subasta el licitante que más valora el bien, como las pujas tienden a ser mayores en los licitantes que más lo valoran, esto hace que, desde el punto de vista del subastador maximice su excedente o beneficio.

Ahora bien, desde el punto de vista de los licitantes la eficiencia se produce cuando se le asigna dicho bien a quien más lo valora.

Si ganase la subasta otro licitante con menor valoración, podría producirse un intercambio del bien entre ellos, pero en ese caso ya no podríamos hablar de una subasta como mecanismo eficiente en la asignación del mismo.

Por lo tanto, podemos afirmar que el excedente total se maximiza cuando el licitante que más valora dicho bien es quien lo recibe. También podemos afirmar que las subastas básicas que hemos considerado hasta ahora, son subastas eficientes o que al menos tienden a la eficiencia, en función del cumplimiento de los supuestos que hemos considerado, ya que pueden producirse asimetrías en la información que tienen los licitantes u otro tipo de errores y por tanto no ser eficientes.

3.2.3 Otras consideraciones: incumplimiento de algunos supuestos del MSVPN

Hemos supuesto en base al MSVPN que se cumplen ciertos supuestos como que los jugadores son neutrales al riesgo o que no existen asimetrías en la información que tienen unos de otros.

En realidad, es muy probable que se rompa algunos de estos supuestos que hemos venido considerando, teniendo grandes repercusiones en el análisis realizado de las subastas.

En este trabajo no entraremos mucho en detalle, aunque cabe decir que la ruptura de algunos de ellos requiere una reconsideración de todo el análisis que hemos realizado hasta ahora.

Por ejemplo:

Podemos considerar que ciertos individuos son más aversos al riesgo, mientras que otros pueden ser “amantes” del riesgo.

Si un individuo es más averso al riesgo en una subasta en sobre cerrado al primer precio, si cree que es el que más puede valorar el bien, realizará una puja más elevada para reducir el riesgo de que no pueda obtener dicho bien.

Podemos darnos cuenta que en este caso, la subasta en sobre cerrado al primer precio es más eficiente.

Esto no ocurre por ejemplo en la subasta en sobre cerrado al segundo precio, ya que la estrategia óptima del licitante será realizar una puja igual a su valoración independientemente de que sea más o menos averso al riesgo.

También, otro supuesto que hemos considerado es aquel de que los licitantes son simétricos.

En la práctica puede ocurrir que haya asimetrías en la información que tienen los licitantes acerca de las posibles valoraciones del resto.

Por ejemplo, esto hace que dos jugadores que tienen la misma valoración de un bien en concreto, puedan realizar pujas distintas dado que sus creencias acerca de las posibles valoraciones de otro/s jugador/es participantes pueden ser distintas.

Por lo tanto, es importante considerar la modificación de estos supuestos para el análisis de algunas subastas.

3.2.4 Diseño de las subastas

A continuación, vamos a tratar el diseño de una subasta en base a lo que ya hemos visto.

Partiendo de los supuestos de subastas de un único bien y de valor privado nuestros objetivos a la hora de diseñar una subasta son:

- Maximización del ingreso esperado del subastador
- Eficiencia en el sentido de Pareto

Este último objetivo supone que el bien se debe adjudicar a la persona que más valore el bien, ya que si no, se producirá un intercambio, entre el ganador de la subasta y el licitante que más valora el bien, de tal forma que mejore la utilidad de ambos, este último pagando un precio comprendido entre las valoraciones de ambos.

Es fácil darse cuenta que, estos dos objetivos a la hora de diseñar una subasta, no implica más que la subasta sea eficiente, en el sentido que ya hemos comentado en otro apartado anterior.

Sea v_1, v_2, \dots, v_n las valoraciones privadas de los n licitantes.

Supondremos que el subastador desconoce estas valoraciones. De lo contrario el subastador cobraría un precio p igual a la valoración v_i del licitante que más valora el bien. En ese caso la subasta es eficiente.

Por consiguiente, suponemos que el subastador desconoce dichas valoraciones.

- Subasta inglesa:

En la subasta inglesa se cumple la eficiencia en el sentido de Pareto ya que si no hay asimetrías u otro tipo de errores, el licitante con mayor valoración pujará por un valor posiblemente algo superior a la segunda valoración más alta.

Pero puede ocurrir que el subastador decida establecer un precio de reserva que maximice el ingreso esperado y que no resulte ser eficiente.

Por ejemplo:

Supongamos que en una subasta inglesa pujan dos licitantes. El subastador sabe únicamente que las posibles valoraciones de ambos pueden ser 50 o 5000.

El subastador supone que las cuatro posibles combinaciones en las pujas son igualmente probables. Es decir que (50,50), (50,5000), (5000,50), (5000,5000) tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Las pujas ganadoras serán en cada caso (suponiendo que no hay un incremento fijo obligatorio) 50, 50, 50, 5000.

El ingreso esperado del subastador será:

$$IE = (50+50+50+5000)/4 = 1287,5$$

Supongamos ahora que el subastador fija un precio mínimo de 5000. En ese caso alguno de los licitantes cuya valoración sea 5000, realizará una puja igual a ese valor.

Por lo tanto, el ingreso esperado será:

$$IE = (0*0,25 + 5000*0,75) = 3750$$

Resulta obvio que cuando el subastador establece un precio mínimo adecuado puede maximizar su ingreso esperado.

Podemos darnos cuenta que, aunque el ingreso esperado del subastador en este último caso es mayor, la subasta no resulta ser tan eficiente, ya que en el 25 % de los casos el licitante que más valora el bien no lo obtiene.

- Subasta holandesa:

En este caso como comentamos en otro apartado anterior cuando no existen asimetrías ni ningún otro tipo de error el resultado de la subasta es eficiente.

Pero supongamos por ejemplo que existen asimetrías en las valoraciones entre los licitantes. Supongamos en concreto que el licitante 1, que tiene una valoración de 5000, cree que la valoración del otro jugador es 45 en vez de 50.

En este caso el jugador 1 esperará a que el precio este próximo a 45 y es muy probable que el otro jugador haya pujado y ganado la subasta antes, pujando por un valor entre 45-50.

En este caso la subasta es ineficiente ya que el jugador 1 que es el que más valora el bien no es el ganador.

- Subasta en sobre cerrado al primer precio:

En este tipo de subasta los resultados son similares a los ya comentados. Si no hay asimetrías la subasta es eficiente, pero si la información es asimétrica no necesariamente tiene porque ser eficiente.

- Subasta en sobre cerrado al segundo precio:

Como ya comentamos cuando tratamos este tipo de subasta, en este caso, la estrategia óptima es que cada licitante puje por un valor igual a su valoración. Por lo tanto estas subastas son siempre eficientes.

Ahora bien, ¿qué subasta elegir?

Llegados a este punto, esta es la posible pregunta que debiéramos realizarnos. Su respuesta es ambigua.

Cuando un subastador quiere vender un bien, este pretende maximizar su ingreso esperado. Podría diseñar una subasta adecuada, óptima, pero esto también conlleva ciertos costes. Una subasta con reglas complejas puede no resultar atractivo a muchos licitantes.

Por eso, en la mayoría de casos los subastadores suelen utilizar las subastas básicas que comentamos, incluyendo combinaciones de ellas.

En el siguiente apartado vamos a tratar algunas subastas en diversos casos prácticos.

4. CASOS PRÁCTICOS DE SUBASTAS

En esta sección vamos a analizar algunas subastas que podemos encontrar en la actualidad y cuya utilización es muy frecuente. Algunas de ellas son realizadas por organismos de carácter institucional, como subastas de deuda pública o subastas del BCE, otras son llevadas a cabo por empresas privadas a través de internet, como pueden ser las subastas que se realizan en Ebay u otras empresas existentes.

4.1 Subastas en internet. Subastas en Ebay

Ebay, a día de hoy, se consolida como una de las mayores casas de subastas en internet.

Podríamos analizar diversos tipos de subastas existentes en internet, pero en nuestro caso analizaremos esta, debido a su peso en las subastas que se desarrollan a través de la web.

Las subastas en Ebay suelen durar días o semanas. Esto supondría que diversos usuarios tengan que estar pendiente de las pujas que se van realizando, pero en realidad no es así. Para resolver este inconveniente Ebay ofrece a los licitantes lo que se conoce como “postor delegado”.

Es decir, los licitantes establecen cual es la puja máxima que estarían dispuestos a realizar (su valoración) y su puja inicial a este postor

automatizado. Una vez iniciada la subasta, el postor delegado se encarga de su realización conforme a las pautas dictaminadas por los licitantes participantes. Para ello realiza las pujas de los licitantes automáticamente.

Podemos darnos cuenta de que el resultado de la subasta es el mismo que el de una subasta en sobre cerrado al segundo precio, ya que el ganador de la subasta, será aquel que más valore el bien, y el precio que debiera pagar será la segunda valoración más alta más un incremento fijo.

Este es el desarrollo de las subastas que se realizan en Ebay, pero no es cierto que casi siempre sea así.

Muchas de las subastas que se realizan en internet, en concreto en Ebay, son subastas de “pujas de última hora”, es decir, que los licitantes pujan en los últimos minutos antes de que finalice la subasta. Esto puede ser así porque estos esperan que, si no pujan hasta el último minuto y son pocos licitantes, el precio de venta puede ser menos elevado y por tanto obtener mayor excedente en caso de ganar la subasta.

4.2 Subastas del Banco Central Europeo (BCE)

El BCE cuando lleva a cabo su política monetaria a través de operaciones de mercado abierto, denominadas comúnmente operaciones “open-market”, recurre generalmente a procedimientos de subasta.

Primero el BCE anuncia públicamente la subasta, después, las entidades correspondientes envían sus pujas; por último, el BCE recopila todas las pujas presentadas, procede a su adjudicación y anuncia los resultados correspondientes.

4.2.1 Caracterización de las subastas

Las subastas pueden ser subastas estándar o subastas rápidas.

Las subastas estándar utilizadas para las operaciones principales de financiación, operaciones estructurales y operaciones de financiación a más largo plazo, son subastas que duran 24 horas desde su anuncio hasta las adjudicaciones finales.

Por otro lado, las subastas rápidas se utilizan únicamente para operaciones de ajuste. Estas subastas tienen una duración 1 hora desde su publicación hasta el anuncio de los resultados.

También, para cada una de estas subastas, cabe distinguir entre subastas a tipo de interés fijo y subastas a tipo de interés variable.

En las primeras, el BCE establece un tipo de interés al anunciar la subasta, y posteriormente las entidades envían sus pujas a ese tipo.

En las subastas a tipo de interés variable las entidades presentan sus pujas en función de distintos tipos de interés.

4.2.2 Adjudicación en las subastas

- Adjudicación en subastas a tipo de interés fijo

Sea:

P Cantidad total a adjudicar

n Número de entidades participantes

p_i Puja de la entidad i

El porcentaje de adjudicación, denotado por A , es:

$$A = P / \sum_{i=1}^n p_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

La cantidad adjudicada a la entidad i , denotado por AD_i , es :

$$AD_i = A * p_i$$

- Adjudicación en subastas a tipo de interés variable

En las subastas de inyección de liquidez, tales como compra de bonos por parte del BCE, se satisfacen primero aquellas que ofrecen tipos de interés más elevados hasta que las pujas agregadas para un determinado tipo de interés (tipo de interés marginal), son superiores a la cantidad restante a adjudicar. En este caso se le adjudica a cada entidad un porcentaje de adjudicación sobre su puja total para ese tipo.

Por otro lado, en las subastas de drenaje de liquidez, tales como la emisión de certificados de deuda por parte del BCE, se satisfacen primero aquellas que ofrecen los menores tipos de interés hasta que la cantidad restante a adjudicar

sea inferior a las pujas agregadas para un determinado tipo de interés (tipo de interés marginal). En ese caso, para el tipo marginal, se le adjudica a cada entidad un porcentaje de adjudicación de su puja para ese tipo.

Ejemplo:

Supongamos que el BCE pretende llevar a cabo una inyección de liquidez, para ello recurre a la compra de bonos a través de una subasta a tipo variable donde participan 3 entidades distintas.

Tipo de interés	Entidad A (millones de euros)	Entidad B (millones de euros)	Entidad C (millones de euros)	Pujas acumuladas
2,25%	0	15	0	15
2,20%	0	15	15	45
2,15%	20	20	15	100
2,10%	20	25	30	175
2,05%	25	25	30	255
2,00%	30	30	40	355
1,95%	35	35	45	470
1,90%	35	35	45	585
1,85%	40	38	48	711
1,80%	45	40	50	846
Total	250	278	318	

Tabla 4.1: Tipo de interés y pujas realizadas

Si el BCE desea adjudicar 300 millones de euros, el tipo de interés marginal será el 2,00%. Es decir, que satisface todas las peticiones anteriores al tipo de interés correspondiente. Con el restante que son 45 millones de euros, no

puede satisfacer las peticiones que son de 100 millones de euros. En este caso el porcentaje de adjudicación es:

$$A = 45/100 = 0,45$$

Por lo tanto, las asignaciones para el tipo marginal de cada entidad serán:

$$E.A_M = 0,45 * 30 = 13,5$$

$$E.B_M = 0,45 * 30 = 13,5$$

$$E.C_M = 0,45 * 40 = 18$$

Es decir; se le adjudica al tipo marginal de 2,00%, 13,5 millones de euros a la entidad A, 13,5 millones de euros a la entidad B y 18 millones de euros a la entidad C.

4.3 Subasta de deuda pública en España

Otra subasta muy común son las subastas de deuda pública tales como letras, bonos u obligaciones del Estado que realiza el Tesoro Público.

4.3.1 Caracterización de las subastas

Podemos distinguir entre subastas competitivas y subastas no competitivas.

Las primeras hacen referencia a aquellas en la que diversas entidades presentan distintas cantidades de deuda en función de distintos tipos de interés demandados o precios. En este tipo de subasta suelen participar diversas entidades, generalmente intermediarios financieros.

En las subastas no competitivas diversos licitantes, habitualmente inversores individuales, realizan sus pujas en función del tipo de interés medio o precio medio.

Este tipo de subastas al igual que las subastas del BCE mantiene algunas características comunes con la subasta holandesa y pueden considerarse como subastas de múltiples bienes.

4.3.2 Adjudicaciones en las subastas de deuda pública

- Adjudicaciones en las subastas competitivas

En las subastas con pujas competitivas se clasifican de forma descendente según el precio ofrecido por los licitantes o entidades, o de forma ascendente según el tipo de interés demandado.

Se establece la cantidad total a adjudicar y el precio mínimo o de reserva. Se aceptan todas las pujas que tengan un precio igual o superior al precio mínimo establecido.

Posteriormente, a partir de las pujas aceptadas se calcula el precio medio ponderado de todas ellas.

Las pujas cuyo precio es igual al precio mínimo establecido, se adjudican a dicho precio. Aquellas cuyo precio está comprendido entre el precio mínimo y el precio medio, se adjudican al precio pujado. Las pujas cuyo precio sea superior al precio medio se adjudican a dicho precio.

Ejemplo:

Supongamos que el Tesoro Público desea adjudicar 1000 títulos a través de una subasta competitiva.

Precio por título (en euros)	Entidad A (Cantidad de títulos)	Entidad B (Cantidad de títulos)	Entidad C (Cantidad de títulos)	Cantidad de títulos x precio ofrecido
1800	0	0	45	81000
1750	30	0	45	131250
1700	30	0	50	136000
1650	30	15	50	156750
1600	35	15	50	160000
1550	35	30	65	201500
1500	35	30	65	195000
1450	40	30	80	217500

1400	50	45	80	-
1350	50	45	85	-
Total	335	210	615	1279000

Tabla 4.2: Precio y pujas realizadas

Supongamos que el precio mínimo establecido es de 1450. Por tanto, todas las pujas presentadas para un precio igual o superior a 1450 son aceptadas.

El precio medio ponderado es:

$$\text{PMP} = 1279000 / 805 = 1589$$

Adjudicaciones finales:

- Se adjudican al precio mínimo de 1450 todas las pujas presentadas para dicho precio.
- Se adjudican al precio pujado todas aquellas comprendidas entre 1500 y 1550
- Se adjudican al precio medio de 1589 todas aquellas comprendidas entre 1600 y 1800.
- Adjudicaciones en las subastas no competitivas

En este caso se aceptan todas las pujas presentadas y todas ellas son adjudicadas al precio medio ponderado.

5. CONCLUSIONES

Podemos decir que las subastas se enmarcan en la teoría de juegos como un juego no cooperativo, donde los jugadores que participan son los licitantes y el subastador.

Cada licitante escoge su estrategia óptima en función de las posibles estrategias del resto y de las reglas del juego que conforman la subasta, es decir, del tipo de subasta que se trate.

Las subastas tienen diversas funciones entre las que cabe destacar, la asignación de recursos o bienes y la obtención del posible precio que ese bien o recurso puede tener.

Las subastas pueden ser subastas de valor privado o de valor común, subastas de un solo bien o de múltiples bienes.

Existen algunos tipos de subastas muy comunes como la subasta inglesa, la subasta holandesa, la subasta en sobre cerrado al primer precio y la subasta en sobre cerrado al segundo precio.

Para su análisis, nos hemos enfocado en un modelo básico como es el MSVPN.

Ahora bien, existen ciertos factores como la información asimétrica o la aversión al riesgo que modifican los posibles resultados de las subastas al condicionar las posibles estrategias de los licitantes.

En la práctica, generalmente, las subastas que se realizan no responden a un diseño estrictamente idéntico al de la subasta inglesa o el resto de subastas que se han comentado, sino que combinan algunos elementos de estas con otros distintos.

La mayor parte de subastas que se realizan en la actualidad, lo hacen a través de internet, ya sean subastas de empresas privadas como Ebay o subastas realizadas por organismos institucionales como el Tesoro Público en el caso de España o los Bancos Centrales.

Podemos concluir afirmando que, a día de hoy, las subastas tienen gran importancia en la asignación de algunos bienes o recursos y por ello pueden resultar ser en muchas ocasiones, un método de asignación eficiente; cuya utilización por parte de individuos, empresas y organismos institucionales es cada vez más frecuente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Banco Central Europeo (1998): «La política monetaria única en la tercera etapa», *Documentación general sobre instrumentos y procedimientos de política monetaria del SEBC*, 5, pp. 35-51.

Nash J. (1951): «Non cooperative games», *The annals of Mathematics*, Second series, Vol. 54, Issue 2, pp. 286-295.

Cerdá E., Pérez J., Jimeno J.L. (2004): *Teoría de Juegos*, Editorial Pearson Prentice Hall, Madrid

Easley D., Kleinberg J. (2010): *Networks, crowds and markets: Reasoning about a highly connected world*, Editorial Cambridge University Press, Cambridge

Fernández Rodríguez, F. (2005): «Teoría de juegos: análisis matemático de conflictos», *Curso Interuniversitario "Sociedad, ciencia, Tecnología y Matemáticas"*, pp. 1-5, 9-17.

Parejo J.A, Calvo A., Rodríguez Sáiz L., Cuervo A. y Alcalde E. (2016): *Manual del sistema financiero español*, Editorial Ariel, Barcelona

Usategui, J.M. (2009): *Economía de las subastas*, Editorial Universidad del País Vasco, Zarautz

Varian, H.R. (2010): *Microeconomía Intermedia. Un enfoque actual*, Editorial Antoni Bosch, Barcelona

Enlaces web:

Banco de España - Política monetaria - Los instrumentos del Eurosistema:

https://www.bde.es/bde/es/areas/polimone/instrumentos/Los_instrumento_12a60642abac821.html [Consulta 23/01/2018]

Ebay. Descripción general de las pujas: <https://pages.ebay.es/help/buy/bidding-overview.html#about> [Consulta: 22/01/2018]

Ebay. Toda la información sobre las pujas:

<https://pages.ebay.es/help/buy/aboutbidding.html> [Consulta: 22/01/2018]

Ebay. Glosario de Ebay: <http://pages.ebay.es/help/account/glossary.html>

[Consulta: 22/01/2018]

La subasta | Tesoro Público: <http://www.tesoro.es/deuda-publica/mercado/mercado-primario/procedimiento-de-emision-y-subasta-de-los-valores-del-tesoro/la-subasta> [Consulta 24/01/2018]