Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Economía

Crecimiento económico y control del déficit público

Presentado por:

Paola Santamaría Gilarranz

Tutelado por:

Julio López Díaz

Valladolid, 27 de junio de 2018

RESUMEN

El crecimiento económico ha supuesto uno de los estudios más significativos de la teoría económica. Desde sus inicios, se han desarrollado modelos explicativos del crecimiento económico cada vez más sofisticados, en un intento de llevar a cabo un análisis lo más realista posible. En este contexto deben entenderse modelos de crecimiento endógeno, tanto de agente representativo como de generaciones solapadas, en los que el gobierno juega un papel muy relevante, tanto en sus decisiones de gasto como en las de financiación. Este es el contexto en el que debe entenderse este Trabajo de fin de Grado, el cual presta una especial atención a los escenarios en los que el gobierno puede incurrir en déficits presupuestarios.

Clasificación JEL: E62; H61; O40

Palabras clave: crecimiento endógeno, déficit público, agente representativo, generaciones solapadas

ABSTRACT

Economic growth has been one of the most significant studies of economic theory. Since its inception, more and more sophisticated models of economic growth have been developed in an attempt to carry out the most realistic analysis possible. In this context, models of endogenous growth, both representative agents and overlapping generations, should be understood, and the government has a very relevant role, both in its spending decisions and in financing decisions. This is the context in which this Final Degree Project must be understood, which pays special attention to the setting in which the government may incur budget deficits.

JEL classification: E62; H61; O40

Keywords: endogenous growth, public debt, representative agent, overlapping generations

ÍNDICE DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

La teoría del crecimiento económico es, sino la más, una de las ramas más importantes y destacadas de la economía. Muchos han sido los autores que han centrado sus objetivos en llevar a cabo investigaciones, estudios y aportaciones en este campo, por ello bien podríamos afirmar que su historia es tan larga como la del pensamiento económico. Esta teoría es la encargada del estudio de los factores que determinan el crecimiento económico a largo plazo, así como de las políticas que deben aplicarse con el objetivo de impulsar dicho crecimiento.

Los primeros autores en realizar sus aportaciones fueron Adam Smith, David Ricardo o Thomas Maltus, introduciendo algunos de los conceptos fundamentales que se conocen hoy en día como los rendimientos decrecientes o el enfoque competitivo para el análisis del equilibrio.

En la segunda mitad del siglo XX surgía en el campo de la teoría del crecimiento la revolución de las contribuciones neoclásicas, destacando entre tantos autores como aportación principal la realizada por Solow (1956) y Swan (1956). Estas aportaciones neoclásicas se completan cuando Cass (1965) y Koopmans (1965) desarrollan sus contribuciones basadas en las aportaciones matemáticas de Ramsey (1928), con el objetivo de analizar el comportamiento de los individuos en este tipo de modelos neoclásicos y considerando exógeno el crecimiento tecnológico.

No es, sin embargo, hasta los años ochenta cuando vuelve a producirse una segunda revolución en la teoría del crecimiento, cuyo estudio había quedado en el abandono entre los años sesenta y ochenta siendo sustituido por el análisis de los ciclos económicos y los fenómenos económicos de corto plazo. Estas nuevas contribuciones son desarrolladas por Romer (1987) y Lucas (1988), cuya principal novedad recae sobre la consideración del crecimiento tecnológico de forma no exógena. En consecuencia a la premisa recientemente mencionada estas teorías recibieron el nombre de teorías de crecimiento endógeno. Seguidamente a las aportaciones de Romer (1987) y Lucas (1988) aparecieron las contribuciones de Rebelo (1991) y Barro (1991).

A partir de los años noventa, comenzó a tenerse en cuenta el contexto de competencia imperfecta en el desarrollo de modelos de crecimiento entre los que destacan, entre otras muchas, las contribuciones de Romer (1990), Aghion y Howitt (1992, 1998) y Gossman y Helpman (1991). Estos modelos incorporan, en el contexto de competencia perfecta, que la inversión en investigación y desarrollo por parte de las empresas genera de forma endógena crecimiento tecnológico y por tanto la tasa de crecimiento no es óptima en el sentido de Pareto, haciendo necesario de este modo la intervención del gobierno en este tipo de modelos.

Después de haber realizado este desarrollo cronológico sobre la evolución de las teorías del crecimiento, lo siguiente es llevar a cabo un análisis sobre dichas teorías desde una panorámica general que nos permita distinguir en primer lugar el crecimiento económico exógeno del crecimiento económico endógeno. En los modelos de crecimiento exógeno la clave reside en la función de producción neoclásica, que posee rendimientos decrecientes del capital, es decir, la productividad marginal del capital es positiva pero decreciente. En este tipo de modelos no existe un crecimiento a largo plazo, solamente si se impone de forma exógena al modelo, existe estacionariedad del producto per cápita y convergencia entre países independientemente de las condiciones iniciales. Por otro lado tenemos los modelos de crecimiento endógeno, los cuales son el tipo modelos de crecimiento escogidos para el desarrollo de este trabajo. En ellos se afirma que el crecimiento económico se explica por el propio modelo, donde el factor clave es el progreso tecnológico, y surgen para aquellos hechos en los que la teoría neoclásica falla. Introducen funciones de producción con rendimientos constantes o crecientes, así como el capital humano y la difusión del conocimiento, todos ellos factores que influyen en el crecimiento. De igual manera consideran que la política económica también es un factor que tiene efectos sobre el crecimiento a largo plazo.

A la hora de llevar a cabo una modelización del crecimiento, por un lado tenemos aquellos modelos que suponen una tasa de ahorro constante, es decir, que en cada instante de tiempo los individuos ahorran un porcentaje de su renta y por tanto, destinan al consumo un porcentaje de su renta. No es un supuesto demasiado real pero ayuda en la simplificación para el análisis. Por el contrario, existen los modelos de crecimiento óptimo, aquellos que son objeto de estudio de este trabajo. Son modelos de consumo y ahorro óptimo, consideran que en cada instante de tiempo los individuos maximizan una función de utilidad obteniendo un consumo y un ahorro de forma óptima. Éste se trata de un supuesto mucho más real, pero a su vez, mucho más complejo.

Continuando en la línea de la modelización del crecimiento, debemos destacar que la gran mayoría de modelos de crecimiento óptimo con sector público adoptan el supuesto del equilibrio presupuestario, siendo minoritarios los trabajos y artículos que en el estudio del crecimiento consideran la existencia de déficit público. La justificación ante esta cuestión radica en la importancia del estudio en el largo plazo, horizonte temporal en el cual el presupuesto debe estar equilibrado, sin contemplar las posibilidades que financiación a través de la emisión de deuda por parte del sector público, únicamente contemplando la financiación a través de la vía impositiva.

En base a lo anteriormente expuesto, el objetivo principal de este trabajo es el estudio de aquellos modelos de crecimiento endógeno basado en la existencia de un sector público, quien puede acudir a la deuda pública para financiar su gasto productivo. Para alcanzar tal objetivo, el TFG se estructura como sigue. En primer lugar se ha llevado a cabo una revisión bibliográfica de la literatura económica acerca de las teorías del crecimiento, atendiendo especialmente a la forma de realizar la modelización del crecimiento.

En segundo lugar se ha realizado una selección de los modelos más representativos que consideran, en lo respectivo al sector público, la introducción de la deuda pública en el desarrollo de dichos modelos, estudiando de una forma más amplia la estructura de ambos.

Todo lo anteriormente mencionado queda recogido en dos bloques diferenciados. El primer bloque contiene el epígrafe en el cual se explica la modelización del crecimiento a través de tres subapartados. En el primero de los tres se habla de la modelización de las familias, pudiendo realizarse en un contexto de agente representativo o en un contexto de generaciones solapadas. En el segundo se desarrolla una comparativa entre un sector productivo endógeno y uno exógeno, también un análisis de las funciones de producción neoclásicas frente a otras funciones, así como las diferencias entre competencia perfecta e imperfecta. El último subapartado se estudia el papel del gobierno en el crecimiento, se realiza un análisis de las tipologías de bienes y de la misma manera se analiza tanto el contexto de considerar equilibrio presupuestario como el de considerar déficit público.

El segundo bloque se centra en un estudio más profundo de dos modelos de crecimiento endógeno, con sector público y déficit presupuestario. El primero desarrolla un modelo de agente representativo que adopta el supuesto de déficit público. El segundo desarrolla un modelo de generaciones solapadas que adopta de igual forma el supuesto de déficit público. El trabajo finaliza mediante un epígrafe en el que se recogen las conclusiones del mismo.

2. MODELIZACIÓN DEL CRECIMIENTO

2.1. Familias

En los modelos macroeconómicos dinámicos, a la hora de representar el comportamiento de las familias, los dos tipos más utilizados son el modelo de agente representativo y el modelo de generaciones solapadas, ambos con una fuerte fundamentación microeconómica. El horizonte temporal de la economía considerado en los dos tipos de modelo es un horizonte temporal infinito, pero su principal diferencia radica en el tipo de estructura poblacional.

Ambos tipos de modelización económica han sido objeto de análisis y profundas discusiones como Cass y Shell (1980), Wallace (1980) y Tobin (1980), en torno a sus virtudes y deficiencias así como cuando sería más eficiente su utilización.

A continuación procederemos a realizar un análisis de dichos tipos de modelización, y detallaremos sus principales características así como las ventajas e inconvenientes que presentan ambos contextos.

2.1.1. Agente representativo

Gran parte del razonamiento teórico de la economía contemporánea se rige por la idea de que es posible entender el comportamiento de los agentes económicos y las relaciones entre ellos, reduciendo este comportamiento a las decisiones de un agente representativo. Los economistas encuentran de esta forma una herramienta lógica que permite una simplificación a la hora de llevar a cabo la comprensión dicho comportamiento y deducir a partir de ahí el funcionamiento del sistema económico. Este tipo de modelización permite la inferencia de mecanismos lógicos en un contexto que suele considerarse dinámico e intertemporal. En el modelo de agente representativo el horizonte temporal de cada agente económico se considera infinito, mientras que el número de agentes económicos se considera finito.

La racionalidad de los individuos es la idea básica del agente representativo, ya que presupone que al ser todos los individuos racionales, todos realizarán las elecciones individuales de la misma manera. Es en este supuesto en el cual se basa la reducción a un solo agente representativo, lo que supone una ventaja en la simplificación de cálculos matemáticos a la hora de desarrollar modelos de crecimiento económico. Pero, es aquí donde debemos señalar que esta simplificación presenta diversas limitaciones, ya que esta reducción estaría suponiendo que todos los individuos tienen la misma información, las mismas preferencias, las mismas capacidades y las mismas expectativas, lo cual en el mundo real no existe. Asumiendo todo lo anteriormente mencionado estaríamos ignorando los intercambios en la economía, la necesitad del Estado y la movilidad del trabajo, entre otros.

Aún con todo ello, como hemos señalado anteriormente en la introducción a la modelización económica, la noción de agente representativo es una de las más utilizadas, permite explicar las opciones de consumo/ahorro en un horizonte intertemporal y posibilita la introducción de otros componentes que también influyen en la toma de decisiones de un individuo racional así como, por ejemplo, la influencia del gasto público en las decisiones de los individuos. Azariadis (1993) destaca que este tipo de modelización es más adecuada en el estudio empírico de la teoría del ciclo real, ya que proporciona un reducido número de equilibrios posibles; esto supone una predicción mucho más precisa de la respuesta de la producción y los precios ante cambios en el modelo. El de agente representativo, es por tanto, un concepto que permite desarrollar un primer paso hacia un racionamiento analítico del funcionamiento del sistema económico.

La referencia más conocida, si nos centramos en lo referente a las decisiones de consumo/ahorro de los individuos, es el modelo de Ramsey (1928), Cass (1965) y Koopmans (1965). Fue Frank P. Ramsey (1928) quién inicialmente planteó el problema y más tarde, y por separado, a mediados de los años sesenta David Cass y Tjalling Koopmans desarrollaron sus contribuciones a dicho modelo. En este modelo de equilibrio general la tasa de ahorro en lugar de ser exógena es resultado de la optimización de las decisiones de consumo de los hogares de acuerdo con su función de utilidad y su restricción presupuestaria. Para terminar, siguiendo a Sala i Marín (1999) resumimos la modelización de las familias en este modelo de crecimiento:

- Función de utilidad intertemporal

$$U(0) = \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} \frac{c_t^{1-\theta}-1}{1-\theta} dt$$

donde ρ es una constante que representa la tasa de descuento de egoísmo paterno, c_t es el consumo per cápita en el instante *t*, y n es constante y representa la tasa de crecimiento de la población. Con preferencias cóncavas, el parámetro θ mide el grado de concavidad de la función de utilidad, cuanto mayor es θ, mayor es el deseo de llevar a cabo un consumo constante en el tiempo, por lo cuando θ tienda hacia 1 la función de utilidad se aproximará a una función de tipo logarítmico, mientras que si $\theta = 0$ la función de utilidad será lineal. Cabe destacar que para poder llevar a cabo la maximización de esta función de utilidad debemos imponer que $\rho > n$, ya que sino $e^\infty = \infty$ y no podríamos por tanto maximizar la función.

- Restricción Presupuestaria Intertemporal

Al ser un contexto infinito, la restricción presupuestaria de las familias es intertemporal, cambiante a lo largo del tiempo. Dicha restricción viene dada por los activos per cápita que poseen b_t, pueden ser positivos si las familias prestan a otras familias o empresas, o negativos si las familias tienen deudas. También viene dada por el tipo de interés que generan dichos activos r_t, por el salario per cápita que reciben como rentas del trabajo $\mathrm{w_t}$ y por n, la tasa de crecimiento de la población. Por tanto tenemos

$$\dot{\mathrm{b}}_\mathrm{t} = \mathrm{w_t} + \mathrm{b_t}(\mathrm{r_t} - \mathrm{n}) - \mathrm{c_t}$$

Dicha ecuación explica que la variación de los activos es igual a la evolución de los ingresos menos el consumo, todo en términos per cápita.

- Resolución del problema de optimización

$$\max\ U(0) = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt$$

$$s.a.\ \dot{b}_t = w_t + b_t(r_t - n) - c_t$$

Después de aplicar el hamiltoniano, las condiciones de primer orden y la condición de transversalidad, se obtiene la evolución del crecimiento del consumo por parte de las familias

$$\gamma_\mathrm{c} \equiv \frac{\dot{\mathrm{c}}_\mathrm{t}}{\mathrm{c_t}} = \frac{1}{\theta}(\mathrm{r_t} - \rho)$$

Esta ecuación se conoce también como Ecuación de Euler, donde $\mathrm{r_t}$ representa el tipo de interés, es decir, el premio por no consumir y ρ representa la tasa de egoísmo paterno, o lo que es lo mismo, el coste de no consumir. Dicha ecuación se podría interpretar de la siguiente forma:

- Si $r_t = \rho$ tenemos que $\frac{\dot{c}_t}{c_t} = 0$, lo que significa que el consumo es constante, ni crece ni decrece.
- Si $r_t > \rho$ tenemos que $\frac{\dot{c}_t}{c_t} > 0$, lo que significa que el consumo futuro es mayor que el presente, es decir, hay un crecimiento positivo del consumo.
- Si $r_t < \rho$ tenemos que $\frac{\dot{c}_t}{c_t} < 0$, lo que implica que el consumo presente es mayor que el consumo futuro, por lo que existe un crecimiento negativo, o decrecimiento, del consumo.

Por tanto, podemos concluir en este modelo que la evolución del consumo de los individuos es el resultado de un proceso de optimización, y que finalmente su pauta de consumo dependerá del diferencial $(\mathrm{r_t} - \rho)$.

2.1.2. Generaciones solapadas

La principal diferencia del modelo de generaciones solapadas respecto al de agente representativo radica en la consideración de una población de infinitos individuos que se suceden en el tiempo, en lugar de un número finito de individuos. En este tipo de modelos el horizonte temporal de cada individuo es finito, mientras que el número de individuos se considera infinito, lo que supone una secuencia de individuos cada uno de los cuales asociado a un periodo de tiempo determinado. Siguiendo a Gale (1973) considerar una población en lugar de un conjunto finito de individuos es lo que tenemos en la realidad, deduciendo que cada uno de estos tipos de modelización será más aceptable que el otro dependiendo de los fenómenos que quieran estudiarse, señalando que considera el modelo de generaciones solapadas más adecuado a las cuestiones dinámicas centradas en torno a los tipos de interés. Por otro lado, Santos (1987) señala que, por su estructura simple y su carácter evolutivo, este modelo ha sido más utilizado debido a que permite una mayor manipulación en el análisis. En este sentido Azariadis (1993) señala que el modelo de generaciones solapadas le parece más adecuado para contabilizar las trampas de pobreza, así como para explicar por qué el intercambio de dinero en valores fiduciarios y otros activos impresos depende de la confianza de los hogares en el Estado, la redistribución de recursos entre generaciones, como influyen las expectativas del mercado en el proceso de desarrollo económico.

En lo que respecta al equilibrio, a diferencia de los modelos de agente representativo, la solución de equilibrio en los modelos de generaciones solapadas no es necesariamente óptima en el sentido de Pareto. Samuelson (1958) señalaba en su artículo basado en un modelo de intercambio puro, que no se cumplía el primer teorema fundamental del bienestar; en esa línea Shell (1971) explica como particularidades que invalidan dicho teorema: que en una economía con nacimientos y muertes no todos los individuos se pueden encontrar en un único mercado y que en el modelo de Samuelson las mercancías y los individuos son infinitos, por lo que no se cumplen los axiomas de equilibrio general.

El ejemplo de modelo de generaciones solapadas por excelencia es el modelo de Diamond (1965), el cual introduce el sector productivo en este tipo de modelización y también muestra que en ese contexto competitivo no necesariamente se obtiene una solución óptima en el sentido de Pareto.

Igualmente, siguiendo a Santos (1987) bajo el supuesto de previsión perfecta del futuro (los agentes toman decisiones dependiendo de lo que lo que creen que sucederá en el futuro), el modelo de generaciones solapadas posee multiplicidad de soluciones de equilibrio a diferencia del modelo clásico de equilibrio general, donde las soluciones de equilibrio forman un conjunto finito.

Aunque uno de los modelos de generaciones solapadas más utilizados sea el de Diamond (1965), nosotros en el análisis de este tipo de modelización vamos destacar el modelo de generaciones solapadas que desarrollan López Díaz y Ridruejo (2003), basado en Blanchard (1985). El artículo analiza el efecto a largo plazo que el envejecimiento demográfico tiene sobre la tasa de crecimiento económico en una economía abierta. Para ello desarrolla un modelo de crecimiento endógeno, capital humano y generaciones solapadas que incorpora un sistema de Seguridad Social de reparto. Nosotros nos centraremos en realizar una síntesis del apartado del comportamiento de los individuos, cuya estructura demográfica es de generaciones solapadas.

- Función de utilidad

$$\int_{t}^{\infty} e^{-(p+\rho)(s-t)} \ln c(v,s)\, ds$$

en cada momento t de tiempo, un individuo nacido en el instante $v < t$ maximiza dicha función de utilidad. El consumo en el momento s de un individuo nacido en v se denota por $c(v,s)$, ρ es la tasa de descuento subjetivo, p la probabilidad de muerte y la suma de ambas es la tasa de descuento efectivo.

- Restricción Presupuestaria Intertemporal

Los individuos pueden acumular tanto capital financiero como capital humano, la acumulación de éste último viene determinada siguiendo a Lucas (1998) por el aprendizaje. Por tanto, los individuos dividen su tiempo total disponible entre aprender y trabajar. Como en Blanchard (1985) todos los individuos contratan seguros de vida, pagando las aseguradoras una cuota periódica a los individuos mientras están vivos pero beneficiándose a su muerte de su riqueza financiera $a(v,t)$. Las aseguradoras se guían por la condición de beneficio cero, por lo que proporcionan a los agentes una tasa p sobre su riqueza. El capital financiero del individuo se acumula de la siguiente forma

$$\dot{a}(v,t) = (r+p)a(v,t) + y(v,t) - c(v,t)$$

donde $y(v,t)$ determina la renta en el instante t de un individuo nacido en el momento v.

- Resolución del problema de optimización

Se adopta como supuesto simplificador que $r = \rho$, por lo que cada individuo elige el consumo y el tiempo que va a dedicar a la formación que maximiza su utilidad esperada sujeta a la función de aprendizaje y la restricción presupuestaria. Estas decisiones implican que lo que los individuos deciden consumir sea

$$c(v,t) = (r+p)[d(v,v+j) + a(v,v+j)]$$

donde $a(v,v+j)$ y $d(v,v+j)$ representan la riqueza y el valor esperado de las pensiones futuras valorados en el momento de jubilación del individuo, respectivamente.

2.2. Sector productivo endógeno – exógeno

Cuando hablamos del sector productivo en lo que respecta a la modelización económica, debemos destacar un factor que marca la diferencia, la tecnología. Es uno de los factores clave al hablar de un sector productivo endógeno o exógeno.

En los modelos de crecimiento neoclásicos, la tecnología se considera un bien no rival y se incluye en las funciones de producción. Estos modelos predicen que para que exista un crecimiento a largo plazo son necesarias las mejoras tecnológicas, pero se llega a una contradicción, los supuestos neoclásicos no explican el porqué de dicho progreso, es por ello por lo que consideran el progreso tecnológico una variable exógena.

Según continúan desarrollándose y evolucionando estos modelos de crecimiento comienzan a tenerse en cuenta otros tipos de funciones de producción, así como la idea de que el progreso técnico puede ser explicada de manera endógena, es a partir de aquí donde se comienzan a desarrollar lo que se conoce como teorías de crecimiento endógeno.

2.2.1. Función de producción neoclásica – otras funciones

En esta sección realizaremos un repaso sobre los tipos de funciones de producción, distinguiendo específicamente las características de las funciones neoclásicas de otro tipo de funciones y ejemplificando dichas funciones a través de algunos de los modelos más reconocidos dentro de la teoría del crecimiento económico.

Cuando hablamos de función de producción neoclásica resulta inevitable hacer referencia al modelo de Solow (1956) y Swan (1956). La producción de una economía se denota como Y_t, es el resultado de la combinación de tres factores productivos, también denominados inputs, dichos factores son: el factor trabajo L_t, el capital K_t y la tecnología A_t. En lo que respecta al primero de los factores mencionados, el factor trabajo, L_t denota la cantidad de trabajadores que hay en la economía en el instante t, suponiendo así que todos son idénticos. El capital, K_t, se relaciona con las herramientas o máquinas que se utilizan en el proceso productivo por parte de las empresas. El tercer factor, la tecnología A_t, es un factor que no es tangible, es la forma en la cual los dos factores anteriores se combinan en unas determinadas proporciones, puede ser menor o mayor dependiendo del tiempo o del país. Tanto el factor trabajo como el capital se consideran bienes rivales, es decir, no pueden ser utilizados por más de un individuo en un determinado momento, mientras que la tecnología es un bien no rival, es decir, puede ser utilizada por muchos individuos al mismo tiempo. Por tanto, podemos representar la función de producción de la siguiente forma

$$Y_t = F(L_t, K_t, A_t)$$

de esta fórmula podemos deducir que la producción aumentará si aumenta alguno de los factores productivos.

Una vez determinados los componentes de la función de producción, entendemos que se tratan de funciones de producción neoclásicas aquellas combinaciones de trabajo, capital y tecnología que cumplen las siguientes propiedades:

1. Presentan rendimientos constantes a escala del capital y del trabajo, es decir, si multiplicamos L_t y K_t por una constante λ la función de producción Y_t queda multiplicada también por dicha constante.

$$F(\lambda L_t, \lambda K_t, A_t) = \lambda F(L_t, K_t, A_t)$$

Esto es lo que matemáticamente se conoce como homogeneidad de grado uno. La tecnología no se multiplica por la constante porque al ser un bien no rival puede ser utilizada en dos funciones de producción.

2. Productividad marginal positiva pero decreciente del capital y del trabajo

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0 \; ; \; \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0 \; ; \; \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

Esto quiere decir que manteniendo, por ejemplo, la tecnología y el capital constantes, a medida que aumentamos el factor trabajo la producción aumenta pero cada vez lo hace en menor medida, por eso son los rendimientos positivos pero decrecientes. De igual forma pasa si mantenemos constante la tecnología y el trabajo aumentando el capital.

3. Por último, las funciones de producción neoclásicas deben satisfacer las condiciones Inada

$$\lim_{K \to 0} \left(\frac{\partial F}{\partial K}\right) = \infty \; ; \; \lim_{K \to \infty} \left(\frac{\partial F}{\partial K}\right) = 0$$

$$\lim_{L \to 0} \left(\frac{\partial F}{\partial L}\right) = \infty \; ; \; \lim_{L \to \infty} \left(\frac{\partial F}{\partial L}\right) = 0$$

La productividad marginal del trabajo o del capital tiende a infinito cuando estos factores tienden a cero y tiende a cero cuando estos factores tienden a infinito.

Siguiendo a Sala i Martín (1999) podemos concluir que el modelo neoclásico predice que solo puede existir crecimiento a largo plazo si se producen mejoras tecnológicas, pero los supuestos neoclásicos no permiten introducir progreso técnico en el modelo, lo suponen exógeno.

Es por todo esto por lo que pasamos a realizar un estudio de otro tipo de funciones no neoclásicas. Comenzamos realizando en análisis de la función de producción del modelo lineal introducido por Rebelo (1991), conocida como tecnología AK.

$$\mathrm{Y_t = AK_t}$$

La cuestión principal radica en que parece que se ignora el factor trabajo, pero realmente trata de decir esta función es que existen dos tipos de capital, el físico y el humano. Se tiene en cuenta que lo que necesita el trabajo es la inversión de recursos para que un individuo sea productivo, realizando un sacrificio de consumo presente estaríamos aumentando la productividad de lo que denominamos trabajo, esa es la forma en la que aumenta por tanto, el factor trabajo.

Una ver realizado un análisis de la función AK, comprobamos que dicha función no cumple todos los supuestos neoclásicos:

1. Cumple la propiedad de los rendimientos constantes a escala

$$\mathrm{AF(\lambda K_t) = \lambda AK_t = \lambda Y_t}$$

Al multiplicar $\mathrm{K_t}$ por una constante λ la función de producción $\mathrm{Y_t}$ queda multiplicada también por dicha constante.

2. No cumple que la productividad marginal del capital sea decreciente, sí es positiva pero no presenta rendimientos decrecientes.

$$\frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \mathrm{K}} = \mathrm{A}\,;\ \frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{\partial \mathrm{K}^2} = 0$$

Observamos como la primera derivada de la función es positiva, puesto que se considera que $A > 0$, pero la segunda derivada es igual a cero, por tanto no es decreciente.

3. Tampoco se cumplen las condiciones Inada, esto se debe a que la productividad marginal del capital es siempre igual, es $A > 0$, por lo que nunca podrá tender a cero cuando el capital tienda a infinito.

$$\lim_{K \to 0} \left(\frac{\partial F}{\partial K}\right) = A \neq \infty; \lim_{K \to \infty} \left(\frac{\partial F}{\partial K}\right) = A \neq 0$$

2.2.2. Competencia perfecta – competencia imperfecta

A la hora de distinguir entre los modelos de crecimiento que se desarrollan en un marco de competencia perfecta de los que lo realizan en uno de competencia imperfecta, resulta imprescindible señalar a Romer (1987, 1990), quién supuso un punto de referencia en el desarrollo de modelos de crecimiento en un contexto de competencia imperfecta.

Hasta ese entonces, las aportaciones que se habían realizado en la teoría moderna del crecimiento económico lo hacían en la línea de un marco de competencia perfecta, destacando entre ellas las aportaciones de Solow (1956) y Swan (1956). En este modelo la función de producción es neoclásica, tal y como señalábamos en el epígrafe anterior, suponiendo un nivel de tecnología dado, lo que ratificaba que los factores de producción, trabajo y capital, presentasen unos rendimientos constantes a escala. De esta forma la tecnología indica la combinación óptima de los factores para llevar a cabo la producción, por lo que resulta obvio que en una situación con idéntica cantidad tanto de trabajo y como de capital, al ser la tecnología dada, sea posible realizar una duplicación de la producción. Dicha tecnología era considerada un bien no rival, por lo que todo el mundo tenía acceso a ella. En esta línea se encuentra también el modelo de Ramsey, Cass y Koopmans (1965), en el que las empresas se consideran competitivas ya que asumen que los precios de los factores están dados, combinando a través de la tecnología trabajo y capital.

Es aquí donde entran en juego las ideas, consideradas también un bien no rival, pero que si se incluyen como factor productivo pueden provocar que los rendimientos a escala sean crecientes y dichos rendimientos supondrían una controversia con la competencia perfecta.

Siguiendo esta evolución, Arrow (1962) y Sheshinki (1967) introducen lo que se conoce como "learning by doing" (aprendizaje mediante la experiencia), construyendo modelos en los que al considerar los conocimientos no rivales, los descubrimientos de cualquier individuo se difunden de inmediato en toda la economía. Romer (1986) demostró que en este caso puede se puede mantener el contexto competitivo, pero la tasa de crecimiento no sería un óptimo de Pareto. La competencia perfecta se rompe en el momento en el que estas ideas o invenciones dependen de esfuerzos realizados de forma deliberada en lo que se conoce como I+D (investigación + desarrollo), cuando estas innovaciones no se transmiten de inmediato en la economía, sino gradualmente.

Fue Romer (1987, 1990) quién introdujo estas teorías, incorporando el supuesto de competencia imperfecta, y provocando cambios con relación al denominado modelo de crecimiento neoclásico. Estas aportaciones continuaron con Aghion y Howitt (1992, 1998) y Grossman y Helpman (1991). En estos modelos el progreso técnico viene derivado de una actividad de I+D realizada de forma intencionada, donde si las empresas inventan un producto o mejoran los existente pueden disfrutar de cierto nivel de monopolio. A partir de aquí la intervención del Estado adopta un papel importante a la hora de regular algunos aspectos de la economía, con el fin de garantizar el cumplimiento de unos derechos, eliminar las posibles distorsiones que puedan surgir de esto y garantizar un marco legal mediante un orden. Es por todo esto, por lo que el Estado interviene de manera importante en la determinación de una tasa de crecimiento a largo plazo.

2.3. El papel del Gobierno en el crecimiento económico: una breve panorámica

A continuación realizamos un repaso sobre como las actuaciones del Gobierno pueden influenciar el crecimiento de la economía. De igual modo, estudiaremos las diferencias existentes al considerar el supuesto de equilibrio presupuestario o de déficit público en aquellos modelos que sí incluyen sector público, debido a su influencia en los modelos de crecimiento endógeno con capital público, el tipo de modelos en los que se centrará este trabajo.

2.3.1. Papel del gobierno y tipología de bienes

Siguiendo a Sala i Martín (1999) existen diversas formas en las que el Estado puede influir en el crecimiento, algunas de las cuales son:

- A través de los impuestos, es quien decide tanto el tamaño como la forma que adquieren. Pudiendo ser de una cuantía elevada o reducidos, enfocados a grabar la renta, el valor de los productos, las transmisiones patrimoniales, etc. Pudiendo incluir en este punto la política fiscal, dedicada al manejo de dichos impuestos y tributos.
- Decidiendo el tipo y tamaño del gasto público, como pueden ser las infraestructuras, los subsidios de desempleo, pensiones, sanidad…
- Mediante la regulación, estableciendo leyes específicas para el control de determinados ámbitos como pueden ser las leyes antimonopolio, leyes para la defensa de la competencia, defensa del consumidor, etc.
- A través de la política monetaria, la cual consiste en el manejo a través de un banco central de la moneda nacional o de variables clave como pueden ser el tipo de interés, la masa monetaria, etc.
- Déficit público, obteniendo recursos a través del endeudamiento mediante la emisión de bonos o deuda pública.

Centrándonos en lo referente al gasto público y tomando como referencia el modelo desarrollado por Barro (1990), consideraremos el gasto público de forma productiva. Lo cual implica que la producción depende de dos factores productivos, por un lado el capital privado (K) y por otro lado un factor productivo provisto por el Estado (G). Esta función de producción presentará rendimientos constantes de escala, mientras que los factores de producción presentan rendimientos decrecientes.

A continuación, diferenciaremos siguiendo a Samuelson (1954) si el bien proporcionado por el Estado es un bien público, ya que dependiendo del tipo de bien, la función de producción adquiere una forma u otra. Para ello definimos los siguientes términos:

- Rivalidad: entendiendo por bien rival aquel que sólo puede ser consumido por un número acotado de personas al mismo tiempo.
- Exclusión: posibilidad de apartar del consumo de un bien a quien no paga por ello.

En base a todo lo anterior distinguiremos tres funciones de producción, según como sea el bien suministrado por el Estado:

1. Considerando un bien público, es decir, no rival y no excluyente, la función de producción adoptaría una forma:

$$y_j = Ak_j^{\alpha}G^{1-\alpha}$$

donde G es el bien público agregado.

2. Considerando un bien privado, es decir, rival y excluyente, la función de producción adoptaría una forma:

$$y_j = Ak_j^{\alpha}g_j^{1-\alpha}$$

donde $G = \sum_{j=1}^{M} g_j$, la cantidad total del bien público suministrado sería la suma de todos los suministros a empresas privadas.

3. Considerando un bien público parcialmente excluible, es decir, sujeto a fenómenos de congestión, la función de producción adoptaría la forma:

$$y_j = Ak_j^{\alpha}\left(\frac{G}{K}\right)^{1-\alpha}$$

donde G es el bien público agregado y K es el capital agregado.

2.3.2. Equilibrio presupuestario y déficit público

El supuesto de equilibrio presupuestario es clave en nuestro trabajo. Esto se debe a que la gran mayoría de los modelos que incluyen sector público, podríamos decir que en torno al 99%, toman el supuesto de equilibrio presupuestario a la hora de llevar a cabo un modelo de crecimiento económico. Muy pocos son los modelos que incluyen el déficit presupuestario como uno de sus supuestos, ya que son pocos los autores que se han aventurado en este ámbito para incluirlo en sus modelos.

La suposición del equilibrio presupuestario encuentra su justificación en que lo que importa en ese tipo de modelos es el largo plazo y en tal horizonte temporal el presupuesto público debe estar equilibrado. En los trabajos que incorporan este supuesto, se considera que la financiación del gasto público se realiza únicamente vía impuestos, no contemplan la posibilidad de endeudamiento por parte del Estado.

A principios de los 90 surgió algún modelo, como el de Gilles Saint-Paul (1992) en el cual se considera la posibilidad de déficit presupuestario, pero la función de producción del modelo no incorpora capital público.

Con la aportación de Chari, Christiano y Kehoe (1994), se comienza a tener en cuenta como medio de financiación del Estado tanto la vía impositiva como la deuda pública, pero no desarrollan un modelo de crecimiento.

Más tarde, Azariadis y Reichlin (1996) mediante su artículo Increasing Returns and Crowding Out desarrollan un modelo de generaciones solapadas a la Diamond (1965) con externalidades en la producción y deuda pública e investigan la estabilidad de dicho modelo. En su modelo existen dos tipos de equilibrio con crecimiento constante, un equilibrio es con crecimiento exógeno y un nivel positivo de deuda pública, y otro equilibrio de crecimiento endógeno.

Futagami y Shibata (2003) desarrollan un modelo de crecimiento endógeno de generaciones solapadas, pero al igual que Gilles Saint-Paul (1992), adoptan una función de producción AK, en la cual no tienen en cuenta el capital público.

Continúan las investigaciones y desarrollo de modelos de crecimiento endógeno con capital público que adoptan el supuesto de la posibilidad de déficit público, a continuación ejemplificaremos modelos tanto que supongan equilibrio presupuestario como que adopten la posibilidad de déficit público.

Siguiendo a Barro (1990) y considerando los bienes públicos como flujos productivos debemos suponer también que existe equilibrio presupuestario, es decir, que no existe déficit público y que el gobierno tiene que equilibrar su presupuesto en todos los momentos del tiempo.

Considerar un presupuesto equilibrado supone que $g_t = \tau y_t$, siendo τ la tasa impositiva sobre la renta.

Por tanto si seguimos el enfoque planteado por Barro (1990) un modelo de gasto público, con equilibrio presupuestario, podría ser el siguiente:

- Suponiendo g un bien privado, la función producción será del tipo
$$y_j = Ak_j^{\alpha} g_j^{1-\alpha}$$
- La ecuación fundamental de crecimiento sería
$$\dot{k}_t = s(1-\tau)Ak_t^{\alpha} g_t^{1-\alpha} - (\delta + n)$$
- Llegaríamos a una expresión de la tasa de crecimiento en función de α, s, δ, τ, n, ρ y A, obtenemos
$$\gamma_k^* = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\delta + n)$$

Observamos como obtenemos una ecuación formada por constantes, de lo cual deducimos que la tasa de crecimiento es, por tanto, constante.

López Díaz (2000) desarrolla un modelo de crecimiento endógeno con capital público y privado, adopta el supuesto de déficit presupuestario y por el contexto en torno al cual desarrolla el modelo, establece un nivel de déficit presupuestario máximo. Para desarrollo de este modelo se emplea una función de producción del tipo

$$y = Ak^{1-\alpha}g^{\alpha}$$

donde $0 < \alpha < 1$. La expresión genérica del déficit presupuestario toma la siguiente forma

$$\text{def} = i + h + rb - \tau y = \dot{b}$$

donde i es la inversión pública, h son las trasferencias sociales a las familias, τ es el tipo impositivo, b es la deuda pública y por tanto rb son los intereses derivados de la deuda emitida.

Recordamos que en este modelo en concreto, se establece como regla de disciplina fiscal un nivel de déficit presupuestario máximo

$$\mathrm{def_{max}} = \lambda \mathrm{y} = \dot{\mathrm{b}}$$

donde λ será un porcentaje de la producción nacional, 0 < λ < 1.

La expresión que obtiene de la tasa de crecimiento es

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = \left(1 - \beta\,(\lambda + \tau)\right) A \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha} - \frac{c}{k}$$

donde β es el parámetro que determina una estructura de financiación de los distintos componentes del gasto determinada ($\dot{\mathrm{g}} = \mathrm{i} = \beta\,(\tau + \lambda)\,\mathrm{y}$).

Alfred Greiner (2007) presenta un modelo de crecimiento endógeno con capital público y deuda pública. Supone que la relación entre el superávit y el ingreso doméstico es una función lineal positiva del ingreso de la deuda, la cual asegura que es deuda pública sostenible. La estructura del modelo se basa en tres sectores: el sector hogares (que recibe ingresos por su trabajo y por su ahorro), un sector productivo y el Estado.

El sector productivo está representado por una empresa que se comporta de manera competitiva y que maximiza sus beneficios, de esta forma la función de producción es $\mathrm{Q} = \mathrm{K}^{1-\alpha}(\mathrm{LG})^{\alpha}$ usando la normalización del trabajo a 1, la función de producción quedaría

$$\mathrm{Q} = \mathrm{K}^{1-\alpha}\mathrm{G}^{\alpha}$$

donde $0 < \alpha < 1$. La ecuación diferencial que describe la evolución de la deuda pública es

$$\dot{\mathrm{B}}(t) = r(t)B(t) - T(t) + I_p(t) = (\,r(t) - \beta\,)\,B(t) - \phi Y(t)$$

donde $T(t)$ son los ingresos fiscales, $I_p(t)$ es el gasto público, $Y(t)$ son los ingresos internos brutos, $r(t)$ es la tasa de interés real, β es el grado de reacción del excedente primario a los cambios en la deuda pública y ϕ determina si el nivel de superávit aumenta o disminuye con un aumento del ingreso interno.

La expresión de la tasa de crecimiento que obtiene es

$$\gamma_k = \frac{\dot{K}}{K} = -\frac{C}{K} + \frac{K^{1-\alpha}G^{\alpha}}{K} - \left(i_p \frac{T}{K} - \beta \frac{B}{K}\right)$$

donde previamente define $i_p \equiv \left(1 - \frac{\phi}{\tau}\right)$.

El último modelo que presentamos es de Akira Yakita (2008), en este artículo se pretende analizar la sostenibilidad de los déficits presupuestarios, teniendo en cuenta los efectos del crecimiento de un déficit financiado con inversión pública. Utiliza un modelo de generaciones solapadas a la Diamond (1965) en el cual la deuda pública puede tener efectos reales.

Se considera un modelo de crecimiento endógeno de un solo sector, considerando que la población se compone de generaciones con dos periodos de vida, asumiendo que el crecimiento de cada generación es constante e igual a N y la acumulación de capital público como motor del crecimiento. La función de producción es del tipo

$$Y^j = \tilde{A}\left(K^j\right)^{\alpha}\left(GL^j\right)^{1-\alpha}$$

donde $0 < \alpha < 1$ y $\tilde{A} > 0$. La ecuación presupuestaría integrada del gobierno tiene la forma

$$(D_{+1} - D) + \tau(w + rs_{-1})N = (G_{+1} - G) + rD$$

donde D representa el saldo de deuda pública en la economía. Finalmente obtiene que la tasa de cambio en el stock de capital privado es:

$$\frac{K_{+1}}{K} = \left[\frac{1-\theta(1-\lambda)}{1+\alpha\left(\frac{D}{K}\right)}\delta(1-\alpha)-\lambda\theta\right] A\left(\frac{G}{K}\right)^{1-\alpha} - \left(\frac{D}{K}\right)$$

donde θ es la fracción constante del PIB dedicada a inversión en capital público por parte gobierno, y λ es la proporción del gasto que el gobierno financia mediante la emisión de bonos, $0 < \theta$ y $\lambda < 1$.

De este modo terminamos el repaso a los distintos modelos de crecimiento endógeno, tanto de aquellos que no consideran el déficit público como los que sí lo hacen. En los epígrafes siguientes procederemos a desarrollar de una manera más profunda el estudio de dos de estos modelos.

3. MODELO DE AGENTE REPRESENTATIVO QUE ADOPTA EL SUPUESTO DE DÉFICIT PÚBLICO

En este apartado, procederemos a realizar un desarrollo más extenso sobre el modelo de López Díaz (2000), que tiene por objetivo estudiar la influencia que tiene un sector público, con capacidad de financiación tanto mediante imposición como mediante endeudamiento, sobre la tasa de crecimiento económico. Todo ello en un escenario en el que la disciplina fiscal impone que debe reducirse el déficit presupuestario de forma progresiva. Este estudio se realiza mediante un modelo de crecimiento endógeno que adopta el concepto de agente representativo a la hora de modelizar el comportamiento de las familias, una función de producción que considera capital físico privado y público y se incluye el supuesto de la existencia de déficit presupuestario.

En la economía que describe este modelo existe por un lado el sector público y por otro las familias, las cuales se consideran familias productoras y se modelizan mediante el concepto de agente representativo. Para simplificar considera que no existe crecimiento poblacional, por lo que todas las variables se expresan en términos per cápita, también supone nulas las tasas de depreciación del capital privado y el capital público.

Función de producción

Considera una función Cobb-Douglas, donde g representa el capital público, k el capital privado y A el estado de la tecnología. Dicha función presenta rendimientos constantes a escala y rendimientos decrecientes de los factores:

$$y = Ak^{1-\alpha}g^{\alpha}$$

donde $0 < \alpha < 1$.

Familias

La función de utilidad que representa las preferencias de los individuos:

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t}(\ln c + \sigma \ln h)dt$$

donde c representa el consumo, h las prestaciones sociales recibidas del sector público, ρ la tasa de egoísmo paterno y $\sigma > 0$ la preferencia por las transferencias sociales.

La restricción a la que está sujeta la maximización de utilidad de las familias viene dada por: los recursos que las familias obtienen de las transferencias sociales que reciben, los intereses de la deuda pública que poseen y el producto neto de los impuestos de las empresas que poseen. Utilizan estos recursos al consumo, adquirir deuda pública y aumentar su stock de capital privado.

$$\dot{k} + \dot{b} + c = (1-\tau)y + rb + h$$

donde τ representa el tipo impositivo, r el tipo de interés y b la deuda pública en manos de las familias.

Resolviendo el problema de optimización que se presenta en las familias se obtiene la tasa del crecimiento del consumo de las familias

$$\gamma_c \equiv \frac{\dot{c}}{c} = (1-\tau)(1-\alpha)A\frac{g^{\alpha}}{k^{\alpha}} - \rho$$

siendo $r = (1-\tau)(1-\alpha)A\frac{g^{\alpha}}{k^{\alpha}}$ la paridad entre las rentabilidades de de la acumulación de capital y deuda pública.

<u>Sector público</u>

Como se considera que no existe depreciación del capital público, la inversión pública se convierte en capital público $\dot{g} = i$. La expresión genérica del déficit presupuestario viene dada la inversión pública i, las transferencias sociales a las familias h, τ el tipo impositivo, b la deuda pública y rb que son los intereses derivados de la deuda emitida. Obteniendo

$$def = i + h + rb - \tau y = \dot{b}$$

Recordemos que existe una regla de disciplina fiscal, la cual impone un nivel de déficit presupuestario máximo, lo que implica que el gobierno no tiene libertad total para el endeudamiento. El déficit máximo será un porcentaje λ de la producción nacional siendo $def_{max} = \lambda y = \dot{b}$, donde $0 < \lambda < 1$. Supone que el sector público mantiene el déficit máximo en todo momento, por lo que la suma de sus gastos es igual a la de sus ingresos procedentes de la imposición y el endeudamiento. Pero esta disciplina fiscal genera un problema de asignación, lo que hace necesaria una determinada estructura de financiación de los componentes del gasto denotada por β, con $0 \leq \beta \leq 1$. Tenemos que

$$h + rb = (1-\beta)(\tau + \lambda)y$$

Obteniendo la siguiente tasa de crecimiento del capital público

$$\gamma_g = \frac{\dot{g}}{g} = \beta(\tau + \lambda)A\left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha - 1}$$

Una vez definidos por completo tanto las familias como el sector público, podemos determinar que la tasa de crecimiento del capital privado es

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = \big(1 - \beta(\lambda + \tau)\big)A\left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha} - \frac{c}{k}$$

Estado estacionario

Definiendo $x \equiv \frac{g}{k}$ y $z \equiv \frac{c}{k}$ y sustituyendo se obtienen las ecuaciones que describen la dinámica de la economía

$$\frac{\dot{x}}{x} \equiv \frac{\dot{g}}{g} - \frac{\dot{k}}{k} = \beta(\tau + \lambda)Ax^{\alpha-1} - \big(1 - \beta(\lambda + \tau)\big)Ax^{\alpha} - z$$

$$\frac{\dot{z}}{z} \equiv \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{k}}{k} = (1 - \tau)(1 - \alpha)Ax^{\alpha} - \rho - \big(1 - \beta(\lambda + \tau)\big)Ax^{\alpha} - z$$

Este sistema caracteriza un único estado estacionario, donde $\dot{x} = \dot{z} = 0$, así como la existencia de una única trayectoria de convergencia entre estados estacionarios. A partir de dicha situación de estado estacionario se pude definir la tasa de crecimiento equilibrada de la economía

$$\gamma_c = \gamma_k = \gamma_g = \gamma_y = \gamma_b = \bar{\gamma} = \beta(\tau + \lambda)A\bar{x}^{-(1-\alpha)}$$

donde una raya sobre la variable representa su valor en el estado estacionario. Podemos observar que consumo, capital privado, capital público, producción y deuda pública crecen a la misma tasa. Dicha tasa depende positivamente del estado de la tecnología A, del ratio entre capitales k/g, del grado de participación del capital privado en la producción $(1 - \alpha)$ y del porcentaje de fondos que el gobierno emplea en la inversión pública $\beta(\lambda + \tau)$.

El desarrollo del modelo finaliza con la identificación del tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento equilibrado

$$\tau^* = \frac{1 - \lambda/\vartheta}{1 + 1/\vartheta} \text{ siendo } \vartheta = \frac{\alpha}{1-\alpha}x^2$$

Este tipo impositivo depende del peso del factor público en la función de producción α, pero también depende positivamente de la relación entre capital público y privado x, y negativamente del porcentaje de renta que determina el nivel máximo de déficit permitido λ.

4. MODELO DE GENERACIONES SOLAPADAS QUE ADOPTA EL SUPUESTO DE DÉFICIT PÚBLICO

A continuación procederemos a explicar la aportación de Yakita (2008), quien desarrolla un modelo de generaciones solapadas a la Diamond (1965), considerando que la deuda pública puede tener efectos reales. Nos muestra que, dado un stock de capital público, para la sostenibilidad de los déficits presupuestarios del gobierno existe un umbral de deuda pública inicial. Para el análisis de la sostenibilidad tiene en cuenta de forma simultánea los efectos del crecimiento de la inversión pública financiada mediante déficit, en un entorno de crecimiento endógeno cuyo motor de crecimiento es la formación de capital público. Supone que el gobierno controla tanto el ratio inversión pública / PIB como el mantenimiento del índice de financiación del déficit en la inversión pública inferior a la unidad. Si la deuda pública inicial es mayor que el umbral, el gobierno ya no puede sostener déficits presupuestarios, mientras que si es más pequeño, puede llevar a cabo una política de déficit permanente, que finalmente conduce a una relación positiva de deuda pública / PIB.

Yakita (2008) considera un modelo de crecimiento endógeno de un solo sector. Modeliza a las familias en un contexto de generaciones solapadas, considerando que la población la componen generaciones que viven dos periodos y suponiendo que la población de cada generación en la economía es constante en el tiempo, denominándola como N.

<u>Función de producción</u>

Considera que la función de producción de la empresa representativa $\mathrm{Y^j}$, que depende del estado de la tecnología $\widehat{\mathrm{A}}$, del stock de capital privado $\mathrm{K^j}$ y la mano de obra $\mathrm{L^j}$empleados por la empresa, además del stock de capital público disponible y común para todas las empresas G.

$$\mathrm{Y^j} = \widetilde{\mathrm{A}}\left(\mathrm{K^j}\right)^{\alpha}\left(\mathrm{GL^j}\right)^{1-\alpha} \text{ donde } 0 < \alpha < 1 \text{ y } \widetilde{\mathrm{A}} > 0$$

Supone que el stock de capital público ingresa en la función de producción como en Futagami et al. (1993) y que el uso de dicho capital no está sujeto a congestión. Si se denota la tasa de interés como r y la tasa salarial como w, las condiciones que debe cumplir la empresa para la maximización de sus ganancias en el contexto de mercados competitivos son

$$\partial Y^j/\partial K^j = \alpha(Y^j/K^j) = r$$

$$\partial Y^j/\partial L^j = (1-\alpha)(Y^j/L^j) = w$$

Familias

Se supone que los individuos derivan su utilidad de su propio consumo y no dejan un legado a sus descendientes. Por tanto, la función de utilidad considerada es la siguiente

$$U = (1-\delta)\ln c^y + \delta \ln c_{+1}^0 \text{ donde } 0 < \delta < 1$$

Se tiene en cuenta que un individuo representativo solo trabaja cuando es joven, considerando la oferta de trabajo inelástica y normalizada a la unidad. Tal individuo consume una parte de sus ingresos salariales, ahorrando el resto para su jubilación en el segundo periodo. Por tanto la restricción presupuestaria de individuo tiene la forma

$$(1-\tau)w = c^y + \frac{c_{+1}^0}{1+(1-\tau_{+1})r_{+1}}$$

donde c^y es el consumo en el primer periodo, c_{+1}^0 es el consumo en el segundo periodo, τ representa la tasa de impuesto sobre la renta y las variables con subíndice +1 representan el valor de dicha variable en el próximo periodo. Se asumen previsiones perfectas por parte de los individuos para la tasa de rendimiento del ahorro después de impuestos.

Resolviendo el problema de maximización de la utilidad de los individuos sujeta a la restricción presupuestaria, las condiciones de optimización de dicho problema nos proporcionan los ahorros del individuo

$$s \equiv (1-\tau)w - c^y \text{ como } s = \delta(1-\tau)w.$$

Sector Público

El presupuesto del gobierno consta de dos componentes, el presupuesto corriente y el presupuesto de capital. Se define φ como la proporción de ingresos fiscales destinados a financiar el gasto corriente correspondiente a los pagos de los intereses de la deuda pública.

El presupuesto corriente se representa como $rD = \varphi T$ siendo D el saldo de deuda pública en la economía y T el ingreso del impuesto sobre la renta, $T = \tau(w + rs_{-1})N$.

Por otro lado, el componente del capital del presupuesto del gobierno se representa como $G_{+1} - G = D_{+1} - D + (1 - \varphi)T$. Esto quiere decir que una parte de la inversión pública se financia a través de la emisión de bonos públicos y por otra parte mediante los ingresos recibidos que se derivan del impuesto sobre la renta.

De las ecuaciones de ambos componentes se deduce que la ecuación integrada del presupuesto del gobierno es

$$(D_{+1} - D) + \tau(w + rs_{-1})N = (G_{+1} - G) + rD$$

Es aquí donde el autor asume que el gobierno invierte una fracción constante del PIB, θ y que financia una proporción del gasto, λ, emitiendo bonos, donde $0 < \theta$ y $1 < \lambda$. Por lo que

$$G_{+1} - G = \theta Y$$

$$D_{+1} - D = \lambda(G_{+1} - G) \equiv \lambda\theta Y$$

donde $Y = \sum_j Y^j$.

Mientras que $0 < \lambda < 1$ si insertamos la diferencia en el stock del capital público en la ecuación integrada del presupuesto del gobierno obtenemos que $(D_{+1} - D) - (G_{+1} - G) = rD - T < 0$. De esto deducimos que los ingresos fiscales son mayores que los pagos de intereses sobre la deuda pendiente, $0 < \varphi < 1$.

Por otro lado, si insertamos tanto la diferencia en el stock de capital público, como la diferencia en el saldo de la deuda pública en la ecuación del presupuesto del gobierno, dicha ecuación se convierte en

$$\tau Y = \theta(1-\lambda)Y + (1-\tau)rD$$

Cuando θ y λ se mantienen constantes, el gobierno debe ajustar la tasa τ para satisfacer la ecuación presupuestaria. Por lo tanto, la política fiscal que representan ambas variables, θ y λ, es la mezcla del régimen de la regla de oro de las finanzas públicas en Greiner y Semmler (2000) y la regla del déficit en Bräuninger (2005).

Equilibrio de mercado

Dada la homogeneidad lineal de la función de producción de cada empresa, la relación entre capital y mano de obra efectiva es la misma para todas las empresas. Por tanto, $(GL^j)/K^j = GL/K$ y $Y^j/K^j = Y/K$ para todo j, donde $K = \sum_j K^j$ y $L = \sum_j L^j \equiv N$. Los activos que los individuos pueden poseer son solo capital privado y bonos públicos y debido a que solo las generaciones que trabajan poseen los activos, la condición de equilibrio en el mercado de capitales es $K_{+1} + D_{+1} = sN$.

Dinámica y equilibrio a largo plazo

Después de una serie de sustituciones y operaciones utilizando las anteriores ecuaciones descritas a lo largo del modelo, se llega a la ecuación que representa tasa de cambio en el stock de capital privado

$$\frac{K_{+1}}{K} = \left[\frac{1-\theta(1-\lambda)}{1+\alpha\left(\frac{D}{K}\right)}\delta(1-\alpha) - \lambda\theta\right] A\left(\frac{G}{K}\right)^{1-\alpha} - \left(\frac{D}{K}\right)$$

donde $A = \tilde{A}L^{1-\alpha}$. Si asumimos de ahora en adelante que $K_{+1}/K > 0$, teniendo en cuenta tanto la evolución de la deuda pública $D_{+1}/D = 1 + \lambda\theta(Y/D)$, como la evolución del capital público $G_{+1}/G = 1 + \theta(Y/G)$, la senda de crecimiento equilibrado se define como una senda en la cual las tres variables de estado (capital privado, stock de capital público y stock de deuda pública) crecen a la misa velocidad. Se obtiene que

$$\frac{K_{+1}}{K} = \frac{G_{+1}}{G} = \frac{D_{+1}}{D} \equiv 1 + \gamma$$

Definiendo las siguientes variables $g \equiv \frac{G}{K}$ y $x \equiv \frac{D}{K}$ en la literatura del crecimiento endógeno, podemos reescribir el sistema dinámico como las siguientes dos ecuaciones en términos de g y x

$$\frac{g_{+1}}{g} = \frac{G_{+1}}{G} \Big/ \frac{K_{+1}}{K} = \frac{1 + \lambda A g^{-\alpha}}{\left[\frac{1-\theta(1-\lambda)}{1+\alpha x}\delta(1-\alpha) - \lambda\theta\right] A g^{1-\alpha} - x}$$

$$\frac{x_{+1}}{x} = \frac{D_{+1}}{D} \Big/ \frac{K_{+1}}{K} = \frac{1 + \lambda A (g^{1-\alpha}/x)}{\left[\frac{1-\theta(1-\lambda)}{1+\alpha x}\delta(1-\alpha) - \lambda\theta\right] A g^{1-\alpha} - x}$$

Por tanto en la senda de crecimiento equilibrado tenemos que

$$g_{+1}/g = 1 \text{ y } x_{+1}/x = 1$$

estas ecuaciones conducen al estado estable (g, x) como una solución al sistema dinámico. Un estado tan estable que satisface $\lambda g = x$. Siempre que se cumplan ambas condiciones descritas en $\frac{g_{+1}}{g}$ y $\frac{x_{+1}}{x}$.

5. CONCLUSIONES

Tal y como se ve reflejado a lo largo de todo este trabajo, la modelización del crecimiento económico tiene una amplia extensión. Cuando realizamos el desarrollo de un modelo, bien sea de crecimiento endógeno, tal y como nos hemos centrado en este trabajo, o de crecimiento exógeno, existen dos contextos principales a la hora de llevar a cabo una modelización del comportamiento de los individuos. Por un lado tenemos el contexto del agente representativo, cuya idea principal radica en la racionalidad de los individuos, lo cual implica que todos los individuos poseen las mismas preferencias y realizarán el mismo tipo de elecciones. Otro aspecto a destacar de este contexto es su consideración de un número finito de individuos que viven infinitos periodos. Por el contrario, el contexto de generaciones solapadas asume una población, es decir, se considera que existe una secuencia de individuos que tienen un periodo de vida finito pero que se va desarrollando en el tiempo, siendo infinito el número de individuos.

Cuando hablamos de sector productivo puede provocar crecimiento exógeno, si se considera el progreso técnico de forma exógena al modelo, o endógeno, como en aquellos modelos en los que el desarrollo y evolución de las empresas genera un progreso técnico de forma endógena. Si hablamos de funciones de producción existen las llamadas funciones de producción neoclásicas, cuyas características se describen con anterioridad en este trabajo y otro tipo de funciones que no se consideran neoclásicas.

Por otro lado, los modelos pueden desarrollarse o bien en escenarios de competencia perfecta o en uno de competencia imperfecta, dependiendo si el desarrollo del conocimiento se difunde de forma inmediata entre empresas produciendo situaciones idénticas entre ellas, o si por el contrario cuando las innovaciones o mejoras tecnológicas no se transmiten de forma inmediata en la economía.

Por último debemos destacar el papel del sector público, en el cual la mayoría de modelos de crecimiento cuando lo incorporan se desarrollan suponiendo la existencia de equilibrio presupuestario, justificándose en que la importancia de la tasa de crecimiento está en el largo plazo y en ese horizonte temporal el presupuesto debe estar equilibrado. Son minoría los modelos aquellos que se desarrollan suponiendo déficit público, lo cuales consideran que a parte de una financiación vía impositiva también es posible realizarla mediante la emisión de deuda pública.

De todos estos aspectos ya mencionados, los que más relevancia han adquirido en el desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado han sido la modelización de las familias y la consideración de déficit público en el desarrollo de modelos de crecimiento. Es por ese motivo por el cual se ha llevado a cabo un estudio más profundo de dos tipos de modelo en concreto.

El desarrollado por López Díaz (2000) es un modelo de crecimiento endógeno en un contexto de agente representativo con déficit público, en el cual el sector público tiene la obligación de renunciar de manera progresiva al recurso de la emisión de deuda pública como método de financiación. Ante esta situación, el gobierno debe optar por dos opciones: un aumento de los impuestos o no alterar la presión fiscal y reasignar los recursos cada vez más escasos para o bien mantener la protección social o bien el peso de la inversión pública dentro de la producción. Obtiene como principal implicación la confirmación de la relación de intercambio que existe entre eficacia y equidad, la cual se acentúa con el aumento de la escasez de recursos presupuestarios como consecuencia de la necesidad de reducir el déficit público.

Finalmente, el modelo desarrollado por Yakita (2008) es un modelo de crecimiento endógeno y generaciones solapadas con déficit público. Supone que la relación entre capital público y PIB y el índice de financiación de la inversión pública a través de deuda pública se mantienen constantes, y que la tasa de impuestos se ajusta para satisfacer la ecuación presupuestaria del gobierno. Concluye con la existencia de un umbral para el stock inicial de deuda pública, para que tanto la política de inversión pública como el déficit sean sostenibles, y que dicho umbral aumenta en el stock de capital público. Cuando la deuda pública supera el umbral, la economía ya no puede sostener el déficit presupuestario y en consecuencia, tampoco el crecimiento equilibrado. En este modelo con formación de capital público, la política fiscal sostenible también está condicionada por la relación entre inversión pública y PIB, así como por el coeficiente de endeudamiento de la inversión pública, más que por el tamaño del déficit presupuestario del propio gobierno.

6. BIBLIOGRAFÍA. WEBGRAFÍA.

Aghion, P. y Howitt, P. (1992): «A model of growth through creative destruction», *Econometrica*, 60, pp. 323-351.

Aghion, P. y Howitt, P. (1998): *Endogenous growth theory.* Editorial The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Barro, R. J. (1991): «Economic growth in a cross section of countries», *The Quarterly Journal of Economics*, 106, pp. 407-443.

Barro, R. J. y Sala i Martín, X. (2009): *Crecimiento Económico.* Editorial Reverté, Barcelona.

Cass, D. (1965): «Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation», *Review of Economic Studies*, 32, pp. 233-240.

Diamond, P. A. (1965): «National debt in a neoclassical growth model», *American Economic Review*, 55, pp. 1126-1150.

Greiner, A. (2007): «An endogenous growth model with public capital and sustainable government debt», *Japanese Economic Review*, 58, pp. 345-361.

Gossman, G. M. y Helpman, E. (1991): *Innovation and growth in the global economy.* Editorial The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Koopmans, T. C. (1965): "On the concept of optimal economic growth", en North-Holland Publishing Co. (ed.), Study Week on the Econometric Approach to Development Planning, Amsterdam, 4, pp. 225-287.

López Díaz, J. (2000): «Pacto de Estabilidad y ¿Crecimiento?» *Hacienda Pública Española*, 153, pp. 87-102.

López Díaz, J. y Ridruejo, Z. (2003): «Pensiones, crecimiento económico y envejecimiento poblacional», *Investigaciones Económicas*, vol. XXVII, pp. 343-367.

Lucas, R. E., Jr. (1988): «On the mechanics of development planning», *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 3-42.

Rebelo, S. (1991): «Long-run policy analysis and long-run growth», *Journal of Political Economy,* 99, pp. 500-521.

Romer, P. M. (1987): «Growth based on increasing returns due to specialization», *American Economic Review,* 77, pp. 500-521.

Romer, P. M. (1990): «Endogenous technological change», *Journal of Political Economy,* 98, part II, pp. S71-S102.

Sala i Martín, X. (1999): *Apuntes de Crecimiento Económico.* Editorial Antoni Bosch, Barcelona.

Yakita, A. (2008): «Sustainability of public debt, public capital formation, and endogenous growth in an overlapping generations setting», *Journal of Public Economics, Elsevier,* 92, pp. 897-914.

Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa (2012): "O Modelo de Agente Representativo". Disponible en https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/1391/1/MAR%2Bfig.pdf