



---

**Universidad de Valladolid**

Facultad de Ciencias

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

Grado en Física

**¿Qué es una onda gravitatoria?**

*Autor: Marta Blanquer Valderas*

*Tutor: Mariano Santander Navarro*



*[...] prestó atención a la  
armonía del universo, tras  
advertir la armonía universal de  
las esferas y de los astros que se  
mueven según éstas, que  
nosotros no escuchamos a causa  
de la pequeñez de nuestra  
naturaleza.*

---

Porfirio, Vida de Pitágoras

# Índice

<b>Resumen</b>	<b>5</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>6</b>
<b>2. Un poco de historia</b>	<b>7</b>
<b>3. ¿Qué es una onda gravitatoria?</b>	<b>16</b>
3.1. Ecuaciones de campo linealizadas . . . . .	20
3.1.1. Invariancia gauge . . . . .	23
3.2. Ondas gravitatorias planas en la teoría linealizada . . . . .	26
3.3. Propiedades de las ondas gravitatorias . . . . .	31
<b>4. Fuentes de ondas gravitatorias</b>	<b>36</b>
4.1. Sistemas binarios compactos en coalescencia . . . . .	37
4.2. Estrellas de neutrones en rotación . . . . .	39
4.3. Colapsos gravitatorios . . . . .	40
4.4. Radiación de fondo estocástica . . . . .	40
<b>5. Detección</b>	<b>41</b>
5.1. Detectores resonantes . . . . .	41
5.2. Detectores interferométricos . . . . .	42
5.3. Rastreamiento Doppler . . . . .	48
5.4. Cronometraje de púlsares . . . . .	48
5.5. Polarización del fondo de radiación de microondas . . . . .	49
<b>6. Una nueva ventana al universo</b>	<b>50</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>54</b>

## Resumen

El trabajo pretende ofrecer un panorama general sobre la investigación en ondas gravitatorias.

Se realiza primero un repaso histórico para después ofrecer una descripción matemática, posteriormente se exponen los mecanismos por los que se producen y cómo se pueden estudiar.

Finalmente se discute la revolución que ha supuesto su detección para la astronomía y la cosmología, así como los descubrimientos que podrían traer con ellas.

## Abstract

This project aims to provide a general overview of gravitational wave research.

We start with a historical review and then we make a mathematical description. After that, the mechanisms by which they are produced and how they can be studied are explained.

Finally, we discuss the revolution that its detection has ment for astronomy and cosmology, as well as the discoveries that they could lead to.

# 1. Introducción

La elección del tema de este trabajo está principalmente motivada por el anuncio del Premio Nobel de Física de 2017, que fue otorgado a Rainer Weiss, Barry C. Barish y Kip S. Thorne “por contribuciones decisivas al detector LIGO y la observación de ondas gravitatorias”.

El conseguir llevar a cabo esta hazaña ha sido resultado de una larga carrera de más de 100 años, cuando su existencia fue teorizada, por la comprensión de los últimos entresijos de la gravedad, la más débil de las fuerzas fundamentales, pero a la vez la más importante a grandes escalas.

La pregunta que pretende responder este trabajo tiene una respuesta rápida: “las ondas gravitatorias son arrugas en el tejido del espacio-tiempo”, que se puede complicar todo lo que se quiera.

En las sucesivas secciones se irá elaborando más este enunciado, dentro de las aproximaciones más usuales.

Es de destacar que el descubrimiento no solo tiene valor en sí mismo, sino que nos ha proporcionado una herramienta radicalmente nueva. Ha comenzado una era en el estudio del universo en la que podemos escuchar su sinfonía.

## 2. Un poco de historia

Cierto es que las ondas gravitatorias son consecuencia de la Teoría de la Relatividad General que publicó Albert Einstein en 1916. Pero en contra del saber popular, Einstein no las predijo inmediatamente junto con el resto de su teoría y ni mucho menos fue la primera persona en hablar de ellas [22].

La teoría sobre la gravedad anterior a la de la Relatividad fue la Teoría de la Gravedad de Newton (1687). Esta en ningún momento da cabida a unas hipotéticas ondas gravitatorias como forma de propagar la gravedad, ya que supone que la propagación es instantánea.

Sin embargo, a lo largo de los años diferentes científicos sugirieron la idea de que pudieran existir ondas gravitatorias, en ningún caso por intuiciones basadas en la experiencia, sino básicamente por analogía con el electromagnetismo; viéndose obligados a formular una teoría nueva, en la mayoría de los casos errónea pero con algunas buenas ideas que fueron apuntando en la dirección correcta.

La primera persona que escribió un artículo dedicado a las ondas gravitatorias fue Oliver Heaviside en 1893; en él, estableció el análogo gravitacional de las ecuaciones de Maxwell (1865) mostrando que en tal teoría gravitatoria se producen ondas que viajan a velocidad finita. El propio Maxwell al publicar su teoría del electromagnetismo (la primera teoría de campos de la historia) lanzó el reto de construir una teoría ‘análoga’ de la gravedad, reto del que él mismo desistió. Posteriormente, en otro artículo sugirió (Heaviside) que ese límite podría ser la velocidad de la luz. Aunque esto ya lo dijo en 1770 Laplace, solo que refiriéndose a la gravedad sin mencionar ondas gravitatorias.

En los años sucesivos a la publicación de la teoría de campo electromagnético de Maxwell fueron muchos los que trabajaron en modificar la gravedad de Newton para que se pareciera al electromagnetismo, aunque seguía sin haber nada parecido a una teoría relativista de la gravedad.

Un poco más adelante Einstein publica su Teoría Especial de la Relatividad (1905), de la que no emana ninguna información referente a la gravedad. Se da cuenta de que la relatividad especial no puede incorporar la gravedad y adopta el Principio de Equivalencia como guía en el paso de la Relatividad Especial a una nueva teoría de la gravedad.

También en 1905 Poincaré dedica una sección de un artículo a unas hipótesis sobre gravitación. En él habla de retardo y ondas gravitatorias, aunque no ahonda mucho en el tema. Efectivamente el retardo resulta ser la clave para la existencia de ondas gravitatorias.

El que se considera el segundo artículo de la historia sobre ondas gravitatorias se debe a Max Abraham (1912). Este desarrolla una teoría escalar, en la que la velocidad de la luz es variable, y las ondas gravitatorias son longitudinales. Así, una masa acelerada emitiría radiación gravitatoria. También apuntó que un dipolo gravitatorio no podría emitir ondas por conservación del momento.

Gustav Mie dentro de un intento de teoría de campo unificado propone unas ideas similares a las de este último.

Ambos fueron descartados por Einstein porque sus planteamientos no respetaban el Principio de Equivalencia.

Gunnar Nordström elaboró dos teorías de la gravedad, la primera en la línea de Abraham y Mie y la segunda ya dentro de la idea de una relación entre geometría del espacio-tiempo y materia, que respetaba el Principio de Equivalencia. Nordström no llegó a explicitar las ondas gravitatorias, aunque de su teoría se deducían ondas transversales.

Al fin, en noviembre de 1915 Einstein presenta la versión final de la Teoría de la Relatividad General. En su primera publicación no habla de las ondas gravitatorias, y de un intercambio de cartas con Karl Schwarzschild parece quedar claro que Einstein pensaba que no existía un análogo gravitatorio a las ondas electromagnéticas [22]. A pesar de esto, unos meses más tarde escribió un artículo referente a las ondas gravitatorias con algunos errores (como que el monopolo gravitatorio sí que radia) pero seguía pensando que nunca podrían ser detectadas (por ser previsiblemente muy débiles).

Dos años después escribió otro artículo corrigiendo los errores del anterior, el cual se considera la base sobre ondas gravitatorias; aunque todavía quedaba mucho para la demostración de la existencia de ondas gravitatorias reales.

Pero la cosa no quedó ahí. En 1936 escribió un artículo junto con su estudiante Nathan Rosen en el que afirmaban (equivocadamente) que las ondas gravitatorias no existían. Howard Robertson fue quien señaló el error, que se debía a una mala interpretación de la localización de la energía relacionada con el sistema de coordenadas utilizado, pero Einstein fue un escéptico sobre la existencia de ondas gravitatorias hasta el final de su vida. De hecho, en 1938 utilizando la aproximación post-newtoniana demostró (erradamente) junto con Infeld y Hoffmann otra vez que las ondas gravitatorias no existían [31]. O dicho de otra manera, que en el límite de campo débil y para aceleraciones pequeñas la materia no radia.

En cualquier caso, los argumentos que puso Einstein, considerado y con razón una eminencia en la materia; paralizaron la investigación en ondas gravitatorias hasta mediados de los años 50.

Antes de continuar con cómo siguió la historia, hagamos una recapitulación de hasta dónde había llegado la teoría de ondas gravitatorias; es decir ¿qué decía el artículo de Einstein de 1918? [4]

Había encontrado soluciones de ondas planas para las ecuaciones de campo gravitatorio (ecuaciones de Einstein) *linealizadas*. O mejor dicho, encontró soluciones para la Teoría de la Relatividad General linealizada consistentes en perturbaciones del espacio-tiempo de Minkowski en forma de ondas planas y las llamó ondas gravitatorias. Estas ondas tienen energía y viajan a la velocidad de la luz. Y dedujo una fórmula que relaciona la pérdida de energía de las fuentes con la tercera derivada temporal del momento cuadrupolar.

Como curiosidad cabe mencionar que Einstein en realidad encontró tres soluciones de ondas gravitatorias, a las que Hermann Weyl llamó longitudinal-longitudinal, longitudinal-transversal y transversal-transversal [8].

En 1922 Arthur Eddington, reputado relativista, publicó un artículo llamado “La propagación de ondas gravitatorias” en el que demostraba que dos de esas soluciones eran espurias ya que la velocidad a la que viajaban dependía del sistema de coordenadas. De las transversales-transversales no pudo decir lo mismo, aunque era totalmente escéptico a su existencia. De ahí el comentario que ha trascendido con el que Eddington se burla de Einstein: “las ondas gravitatorias se propagan a la velocidad del pensamiento” [5].

Tanto la linealización de las ecuaciones de campo como el buscar soluciones en forma de ondas planas son idealizaciones que podemos usar en la práctica cuando las circunstancias de nuestro problema lo permiten (gravedad débil y lejos de las fuentes) siempre que estemos seguros de que existen soluciones en forma de onda no plana para las ecuaciones en la teoría completa, es decir, el caso real. Y este es, precisamente, el asunto central.

Es por esto que había que abordar varias cuestiones antes de plantearse la búsqueda experimental de ondas gravitatorias [4]. Y estas eran: dar una definición de onda plana en la teoría completa, asegurarse de que estas ondas pueden ser soluciones de las ecuaciones de campo de Einstein en la teoría completa y de que llevan energía; e ídem para ondas no planas; así como determinar si la teoría completa admite soluciones de ondas emitidas por fuentes cerradas.

La necesidad de hacer esta distinción entre onda plana y no plana se debe

a que como la gravedad no es lineal, una onda arbitraria no es, en general, superposición lineal de ondas planas. Y ni siquiera la idea de ‘onda plana’ es lo clara que resulta ser en electromagnetismo.

Volvamos ahora con la historia.

El primer intento de definición de onda plana en la teoría completa se debe a Einstein y Rosen en el anteriormente mencionado artículo de 1936 titulado “¿Existen las ondas gravitatorias?” que trataron de publicar en *Physical Review*, aunque fue rechazado debido a la evaluación de un revisor anónimo que resultó ser Robertson. En el artículo, llegaban a la conclusión de que no existían soluciones físicamente aceptables (debido a las singularidades) de ondas planas en la teoría completa. Lo cual quitaba toda la credibilidad a las predicciones de la teoría linealizada. Como he dicho antes, esta conclusión era errónea. El artículo fue publicado en otra revista (*Journal of the Franklin Institute*). Y un tiempo después, le siguió su corrección [31].

Aún así, el ánimo por investigar ondas gravitatorias se había enfriado.

Lo que vino después a reavivar la cuestión fue la Primera Conferencia Internacional de Gravitación (hoy conocida como GR1), que tuvo lugar en Chapel Hill (sede de la Universidad de Carolina del Norte) en 1957 [8].

El ambiente general en aquel momento era de no creer que las ondas gravitatorias existían de verdad. La principal pega era que no estaba del todo claro que estas llevaran energía, lo cual las haría indetectables. Es decir, aquello a lo que algunos llamaban ondas gravitatorias no sería más que un enredo de las coordenadas sin sentido físico.

La organización estuvo a cargo del físico teórico Bryce DeWitt, el cual invitó a muchos científicos que más adelante contribuyeron al avance en la investigación de las ondas gravitatorias. Entre ellos [11]: Herman Bondi, Felix Pirani o John Archibald Wheeler, que a su vez invitó a varios de los conferenciantes así como a unos cuantos estudiantes suyos. Véase Richard Feynman, Joseph Weber o Charles Misner.

Tras un día entero de conferencias dedicado a la cuestión de si las ondas gravitatorias llevaban o no energía; Feynman proporcionó un argumento que fue clave para convencer a la mayoría de los físicos de que la respuesta era “sí” [8]. Él consideraba que se estaban complicando demasiado con el tema de la energía cuando era mucho más sencillo preguntarse: “¿pueden las ondas gravitatorias realizar un trabajo?”. Y para responder a esto, plantea un experimento mental llamado “el argumento de las cuentas pegajosas”. Consiste en lo siguiente:

Un palo atraviesa dos cuentas. Una de ellas está pegada y la otra tiene libertad para moverse y se encuentra muy cerca de la primera. Una onda gravitatoria transversal al palo lo atraviesa, entonces la cuenta que tiene libertad para moverse se deslizará ligeramente hacia delante y hacia detrás para acabar finalmente en la posición inicial y repetir el ciclo. Esto es consecuencia del análisis que Pirani había hecho en la misma conferencia. Pero, por fricción, habrá calentado el palo. Por lo tanto, la onda habrá transferido energía a la antena gravitatoria.

Después de Chapel Hill, el consenso sobre la inexistencia de ondas gravitatorias se había roto, y para detectarlas muchos físicos se pusieron manos a la obra. Weber, comenzó a diseñar sus primeros detectores, de los que hablaremos más adelante. Y los teóricos empezaron a enfrentarse con los problemas que enunciábamos anteriormente.

En menos de tres meses, Bondi anunció que había encontrado una solución de las ecuaciones de Einstein libre de singularidades en forma de onda gravitatoria que llevaba energía. En este artículo le da crédito a Ivor Robinson por su trabajo previo en ondas gravitatorias.

A este artículo le siguió uno en coautoría con Felix Pirani y Robinson en el que dejaron resueltas las cuestiones de: definir una onda plana en la teoría completa, comprobar que pudiera ser solución de las ecuaciones de campo en la teoría completa y demostrar que llevara energía.

En concreto la definición que dieron fue la siguiente: una onda gravitatoria plana es un espacio-tiempo que satisface las ecuaciones de Einstein en el vacío  $R_{\mu\nu} = 0$  y tiene un grupo de isometrías 5-dimensional [4].

(Curiosamente este grupo de isometrías es isomorfo al de simetría de la radiación electromagnética). Encontraron que las métricas que obedecen a esta definición de onda plana dependen de dos funciones libres de una variable que pueden ser interpretadas como amplitud de la onda y dirección de polarización de esta.

En cuanto a la energía, obtuvieron una onda sandwich y vieron que al alcanzar a un sistema de partículas afectaba a su movimiento; con lo cual, les transfería energía.

Como anécdota: estas ondas planas de Bondi, Pirani y Robinson ya habían sido descubiertas en 1925 por el matemático H. W. Brinkmann, tratándose de un caso particular de las llamadas ondas-pp.

Antes del artículo a tres del que acabamos de hablar, Pirani había hecho una aportación muy importante. De hecho, incluso antes de la conferencia

de Chapel Hill. Se trató del primer intento de una definición puramente geométrica del espacio-tiempo para una onda gravitatoria. Llegó a la conclusión de que la radiación gravitatoria se podía analizar vía el tensor de Riemann, y que un espacio-tiempo en el que hubiera ondas gravitatorias debía ser algebraicamente especial. Esta afirmación hace alusión a la clasificación de Petrov de los campos gravitatorios. Se basa en las autodirecciones del tensor de Weyl, que es la parte sin traza del tensor de Riemann. En este contexto, un espacio-tiempo es algebraicamente especial si al menos dos de sus cuatro autodirecciones coinciden.

Sin embargo no acertó en la explicación detallada de las condiciones que tenía que cumplir el tensor de Weyl. La confusión principal viene de intentar interpretar un fenómeno no local y no lineal (como es la radiación gravitatoria) por medio de un objeto que se define punto a punto.

La solución a todos los problemas que faltaban por aclarar la dio Andrzej Trautman en dos artículos publicados en una revista polaca, al otro lado del telón de acero, en 1958 [4]. Eso sí, sus resultados llegaron a occidente a través de unas conferencias impartidas por este en el King's College de Londres. Esos artículos eran una versión abreviada de su tesis, cuyos directores fueron Leopold Infeld (el oficial) y Jerzy Plebański. Infeld era un colaborador de Einstein que al igual que su colega, no creía en las ondas gravitatorias; fue el segundo quien propuso el tema del trabajo y quien apoyó la conclusión de Trautman.

Para definir una onda gravitatoria en la teoría completa, Trautman se basó en la idea de que esta habría de cumplir ciertas condiciones de contorno en el infinito. Lo que hizo fue generalizar las condiciones de radiación de Sommerfeld (para la ecuación de ondas inhomogénea escalar) de manera que funcionara para otras teorías de campos. De hecho, demostró que por esta vía se encontraban las soluciones radiativas de la teoría de Maxwell.

Así, definió las condiciones de contorno a imponer a campos gravitatorios producidos por sistemas aislados de materia. Trautman consiguió definir una especie de tensor energía-momento debido únicamente a pura gravedad y así fue capaz de calcular el flujo de energía entre dos hipersuperficies tipo espacio en un campo gravitatorio que satisfacía las condiciones de radiación [4]. Demostró que la energía que se escapa al infinito en estas circunstancias es mayor o igual que cero, indicando que cuando es mayor que cero entonces sí hay radiación. De las condiciones de contorno de Trautman se extraen además dos resultados muy importantes. En primer lugar, que las radiaciones gravitatoria y electromagnética viajan a la velocidad de la luz. Y, en segundo, que lejos de las fuentes el tensor de Riemann de un

espacio-tiempo satisfaciendo sus condiciones es de tipo N de Petrov; que es un caso particular de espacio-tiempo algebraicamente especial, como ya aventuró Pirani.

Aún faltaba averiguar si existían soluciones que cumplieran esta definición y si podían ser debidas a fuentes cerradas. Esta cuestión fue resuelta por Trautman y Robinson. Encontraron una clase de soluciones que satisfacían las condiciones de Trautman y que describían ondas con frentes cerrados, con lo cual podían interpretarse como emitidas por fuentes cerradas. Y de estas soluciones algunas tenían la componente temporal del cuadrivector momento mayor que cero; por lo tanto, llevaban energía.

Llegados a este punto (1960), podemos decir metafóricamente que ya había luz verde para intentar detectar ondas gravitatorias.

He de comentar que aun así, todavía muchos físicos no creían en la existencia de algunas de las posibles fuentes de ondas gravitatorias; como los agujeros negros (que por aquel entonces se llamaban estrellas congeladas) [28].

A finales de los 50, con la llegada de los radiotelescopios, se descubrieron los primeros cuásares (fuentes de ondas de radio cuasiestelares). En la década siguiente la idea de agujero negro va tomando fuerza, Wheeler acuña este término en 1969. En 1967, es descubierto el primer púlsar (estrella de neutrones pulsátil) por Jocelyn Bell [17].

Como mencioné antes, inmediatamente después de Chapel Hill, Joseph Weber comenzó en solitario a diseñar posibles detectores de ondas gravitatorias. Su trabajo finalmente dio lugar al detector de barra resonante. Por motivos que abordaré en el apartado dedicado a los experimentos, no resulta demasiado eficiente. Aunque en 1969 su inventor anunciara que había detectado ondas gravitatorias con él, su detector no tenía la sensibilidad suficiente para poder discernir entre ruido y onda gravitatoria [28].

A Weber le siguió Vladimir Braginsky, el cual se dio cuenta de una limitación muy importante por la que se vería afectado cualquier experimento para detectar ondas gravitatorias: el principio de incertidumbre.

Para sortear esta dificultad y a vista de que las ondas gravitatorias que pudieran llegar a la Tierra tendrían una amplitud menor que el límite cuántico estándar, había que pensar en modificaciones de los detectores.

Los físicos que trabajaban en la planificación y diseño de detectores de ondas gravitatorias se encontraban con varias dificultades fundamentales. Principalmente, que para los candidatos a fuentes la intensidad de las ondas y la tasa de ocurrencia del evento era demasiado imprecisa, y que la propia existencia de las fuentes era incierta.

La primera evidencia de la existencia de ondas gravitatorias, si bien indirecta, proviene del seguimiento de un púlsar descubierto en 1981. Se produjo a partir de la observación por medio de un radiotelescopio del sistema binario PSR B1913+16, formado por un púlsar (estrella de neutrones en rotación) y una estrella; también llamado Hulse-Taylor en honor a sus descubridores, quienes recibieron el Premio Nobel de Física de 1993 por este hallazgo [26].

El decaimiento del semieje de la órbita de este sistema resultó estar en acuerdo exactamente con la tasa de pérdida de energía debida a la emisión de ondas gravitatorias predicha por la Relatividad General.

En 1976 Kip Thorne, físico teórico del Caltech, se asocia con Ronald Drever, físico experimental de la Universidad de Glasgow, para comenzar un proyecto de detección de ondas gravitatorias en el Caltech. En lugar de construir detectores de barra, Drever propuso trabajar en detectores interferométricos. Ya habían sido concebidos hacía una década por diferentes grupos de investigación: Gertsenshtein y Pustovoit, en Rusia (1962); otro liderado por Weber (1964) y en 1969 una variante ideada por Rainer Weiss en el MIT. El primero en operar con éxito fue el de Robert Forward, cuyo supervisor doctoral fue Weber [28].

Las principales ventajas del detector interferométrico son que puede ser mucho más sensible que un detector de barra y que puede cubrir un mayor ancho de banda. Y los principales inconvenientes son que es mucho más complejo y caro de construir y operar.

En 1984 la National Science Foundation decide financiar la construcción de un detector de ondas gravitatorias a condición de que los equipos de Caltech y el MIT se fusionen [28]. El proyecto de este grupo se llamaría LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory). Tres años después, Rochus Vogt es nombrado director del LIGO, y en 1989 es aprobado el proyecto de construcción de dos generaciones de interferómetros en dos localizaciones de Estados Unidos.

En 1994 Barry Barish se convierte en investigador principal del LIGO y más tarde, en 1997, en director. Crea la LIGO Scientific Collaboration, una colaboración internacional de más de 1.000 físicos de más de 100 instituciones de 18 países (actualmente) para la búsqueda de ondas gravitatorias.

Un equipo liderado por la radioastrónoma Marta Burgay descubre el primer púlsar doble en 2003 [7].

El 14 de septiembre de 2015, pocos días después de la primera ronda de observación oficial del LIGO, sus dos interferómetros detectan una señal. La onda GW150914 coincidía con las predicciones de la Relatividad General para

la radiación de un sistema de dos agujeros negros de masa estelar girando alrededor del otro, chocando y fusionándose [26].

Había dado comienzo una nueva era de la astronomía.

Poco después, se unieron a las observaciones de LIGO el interferómetro VIRGO, que se encuentra en Italia y GEO600, en Alemania. Desde entonces se han detectado más de veinte ondas gravitatorias (a fecha de julio de 2019), entre ellas dos pertenecientes a sistemas binarios estrella de neutrones-estrella de neutrones, especialmente interesantes porque también emiten en el espectro electromagnético.

Actualmente se sigue mejorando la sensibilidad de los interferómetros (en las rondas en las que no están observando) así como las técnicas de computación y de análisis de datos. Se planea que se unan a la red los detectores: KAGRA, en Japón y un tercer LIGO en India. También está proyectado enviar un ‘observatorio’ de ondas gravitatorias al espacio y están en marcha investigaciones basadas en radioastronomía para detectar ondas gravitatorias.

### 3. ¿Qué es una onda gravitatoria?

En este apartado voy a tratar lo más fundamental acerca de las matemáticas de las ondas gravitatorias. Para ello me serviré de la analogía con las típicamente mejor conocidas ondas electromagnéticas. Para el comienzo de la sección utilizaré como referencias [27], [12] y [21].

El electromagnetismo está descrito por las ecuaciones de Maxwell, que son las cuatro siguientes:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.4)$$

En particular, en ausencia de cargas y corrientes, tenemos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

En atención a las dos últimas ecuaciones, podemos ver que es posible que en el vacío exista campo eléctrico que no está producido por la presencia de cargas en ese lugar, sino debido a un campo magnético variable en el tiempo y viceversa. Es decir, el campo electromagnético se puede automantener, y la solución a las ecuaciones correspondiente a esta situación es la de ondas electromagnéticas.

Ahora vamos a utilizar la formulación covariante y veremos que esas cuatro ecuaciones están escondidas dentro de las ecuaciones que cumple el tensor de Faraday o tensor de campo electromagnético.

El tensor de Faraday  $F^{\mu\nu}$  agrupa en un solo objeto covariante los vectores campo eléctrico y magnético  $\vec{E} \equiv E^i$  y  $\vec{B} \equiv B^i$  de la siguiente manera:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^x & -E^y & -E^z \\ E^x & 0 & -c^2 B^z & c^2 B^y \\ E^y & c^2 B^z & 0 & -c^2 B^x \\ E^z & -c^2 B^y & c^2 B^x & 0 \end{pmatrix}$$

Como  $E^i$  y  $B^i$  se derivan del cuadrivector potencial  $A^\mu = (\phi, c^2 \vec{A})$  mediante estas relaciones:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \phi \\ \vec{B} &= \vec{\nabla} \times \vec{A} \end{aligned}$$

podemos escribir  $F^{\mu\nu}$  en función de  $A^\mu$ :

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{c^2} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$$

Llegados a este punto nos podemos preguntar cómo se expresan en términos de  $F^{\mu\nu}$  las ecuaciones de Maxwell.

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 4\pi k j^\nu \quad (3.5)$$

$$\partial^\lambda F^{\mu\nu} + \partial^\mu F^{\nu\lambda} + \partial^\nu F^{\lambda\mu} = 0 \quad (3.6)$$

Esta última ecuación, la podemos escribir de la siguiente manera:

$$\partial^\mu \bar{F}_{\mu\nu}^* = 0$$

Es decir, literalmente las cuatro ecuaciones de Maxwell y las dos ecuaciones anteriores son lo mismo pero escrito de otra forma.

En particular, de (3.5) se extraen la ley de Gauss para el campo eléctrico y la ley de Ampère generalizada; y de (3.6) la ley de Gauss para el campo magnético y la ley de Faraday.

Detalle de cómo se extraen las componentes de  $E^i$  y  $B^i$  a partir del tensor electromagnético:

$$F^\mu{}_\nu \rightarrow \begin{cases} F^i{}_0 \equiv E^i & \text{campo eléctrico} \\ F^i{}_j \equiv B^k & \text{campo magnético} \end{cases}$$

Donde 0 es la coordenada temporal e  $i = 1, 2, 3$  las coordenadas espaciales.

Ahora vamos con la gravitación.

Según la teoría de la Relatividad General, que es a la que nos remitiremos durante todo el trabajo a pesar de que hay otras teorías de la gravedad que también predicen ondas gravitatorias, el campo gravitatorio se describe mediante la siguiente ecuación:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Siendo  $G_{\mu\nu}$  el tensor de Einstein y  $T_{\mu\nu}$  el tensor energía-momento de las fuentes del campo.

En su forma extendida es:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Donde  $R_{\mu\nu}$  es el tensor de Ricci,  $R$  el escalar de Ricci y  $g_{\mu\nu}$  la métrica.

Las fuentes de campo, que son la densidad de energía (y de masa), la densidad de momento y los flujos de las anteriores; vienen recogidas en el tensor energía-momento  $T_{\mu\nu}$ .

El análogo gravitatorio de  $F^{\mu\nu}$  sería el tensor de Riemann  $R^\mu{}_{\nu\alpha\beta}$ . El tensor de Riemann se calcula a partir de los símbolos de Christoffel  $\Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma}$  (que se derivan de la métrica) y sus derivadas.

$$\Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} g^{\alpha\delta} \left( \frac{\partial g_{\delta\beta}}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial g_{\delta\gamma}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^\delta} \right)$$

$$R^\mu{}_{\nu\alpha\beta} = \partial_\alpha \Gamma^\mu{}_{\nu\beta} - \partial_\beta \Gamma^\mu{}_{\nu\alpha} + \Gamma^\mu{}_{\lambda\alpha} \Gamma^\lambda{}_{\nu\beta} - \Gamma^\mu{}_{\lambda\beta} \Gamma^\lambda{}_{\nu\alpha}$$

Posteriormente el tensor de curvatura de Ricci se calcula contrayendo el primer y el tercer índice del tensor de curvatura de Riemann.

$$R_{\nu\beta} = R^\mu{}_{\nu\mu\beta}$$

Al igual que  $F^{\mu\nu}$  contiene como ‘componentes’ al campo eléctrico  $E^i \equiv F^{i0}$  y al campo magnético  $B^k \equiv F^{ij}/(-c^2)$ , el tensor de Riemann tiene tres tipos de componentes: dos de ellas se llaman gravieléctrica y gravimagnética; además de estas componentes hay otras a las que llamaremos de curvatura espacial que no tienen análogo electromagnético.

$$R^\mu{}_{\nu\alpha\beta} \rightarrow \begin{cases} R^i{}_{0k0} & \text{campo gravieléctrico} \\ R^i{}_{jk0} & \text{campo gravimagnético} \\ R^i{}_{jlm} & \text{curvatura del espacio} \end{cases}$$

Mientras que en electromagnetismo una carga en movimiento genera campo eléctrico y magnético; del mismo modo, una masa en movimiento genera campo gravieléctrico y campo gravimagnético.

Pero las ecuaciones de campo de Einstein conviene entenderlas siempre junto con otro conjunto de ecuaciones que cumple automáticamente el tensor de Riemann por construcción, las identidades de Bianchi.

Estas son las identidades de Bianchi:

$$\nabla_\lambda R^\mu{}_{\nu\alpha\beta} + \nabla_\alpha R^\mu{}_{\nu\beta\lambda} + \nabla_\beta R^\mu{}_{\nu\lambda\alpha} = 0$$

Salta a la vista que se parecen mucho a la segunda ecuación que dijimos que cumplía el tensor de campo electromagnético; en la que en lugar de derivadas ordinarias aparecen derivadas covariantes, el tensor de Riemann es de cuarto orden (nos olvidamos del primer y el segundo índice) y los índices están abajo en vez de arriba; lo cual no es una diferencia esencial debido a la posibilidad de subir y bajar índices. En efecto las ecuaciones de Maxwell nos decían dos cosas: que la carga y la corriente crean campos electromagnéticos, y que un campo eléctrico variable en el tiempo genera campo magnético y viceversa. Precisamente esto último es lo que nos dicen la identidades de Bianchi, que un campo gravieléctrico variable en el tiempo genera campo gravimagnético y viceversa.

En cuanto a la ecuación de campo, nos dice que algo (el tensor de Einstein) que se calcula a partir del tensor de Riemann es proporcional a las fuentes del campo; así como la primera ecuación que cumple el tensor de Faraday dice que algo que se calcula a partir de este (su derivada) es proporcional a las fuentes del campo.

Ya tenemos todos los ingredientes para llegar a la propagación de estos campos.

En electromagnetismo, podemos escribir las ecuaciones de Maxwell en términos de  $A_\mu$ , y cuando  $j^\nu = 0$  (en el vacío), escogiendo el gauge adecuado (Lorenz) tenemos  $\square A_\mu = 0$ , que es la ecuación de ondas.

De manera análoga, en gravitación podemos escribir las ecuaciones de Einstein en términos de la métrica  $g_{\mu\nu}$ , que en aproximación lineal es  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$  y, cuando las fuentes se anulan  $T_{\mu\nu} = 0$ , escogiendo cierto gauge TT (transversal y de traza nula), llegamos a  $\square h_{\mu\nu} = 0$ . Es decir, obtenemos la ecuación de ondas para  $h_{\mu\nu}$ .

Como he querido dar a entender, la idea principal es la misma aunque en gravitación los objetos sean de mayor orden tensorial y las derivadas más enrevesadas.

Esto no debe desviar la atención sobre la existencia de muchísimas diferencias entre las ondas electromagnéticas y las gravitatorias e incluso esta analogía que ni siquiera cubre toda la casuística posible (solo contempla campo gravitatorio debido a masa) se puede tomar totalmente en serio porque acaba llevando a resultados incorrectos.

Bien, después de esta puesta en materia, voy a abordar la deducción matemática que “cómo” es una onda gravitatoria sencilla (con unas cuantas aproximaciones), pero no por ello poco general.

Partiré de la aproximación lineal de las ecuaciones de Einstein, en la que la métrica se construye con una pequeña variación con respecto a la métrica de Minkowski, y después de algunos cálculos acabaremos llegando a la curvatura que produce una onda gravitatoria en el espacio-tiempo por el que pasa. No hay que perder nunca de vista que el objeto que nos va a asegurar que en una zona del espacio-tiempo hay campo gravitatorio es el tensor de curvatura de Riemann (que alguna de sus componentes sea no nula).

### 3.1. Ecuaciones de campo linealizadas

Para esta subsección he utilizado como referencias [12] y [14].

Empezamos suponiendo que la gravedad es muy débil; dicho de otra forma, que el espacio-tiempo es solo un poco no plano. Es decir, que la métrica  $g_{ab}$  difiere solo un poco de la métrica de Minkowski  $\eta_{ab}$ .

$$g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab} \tag{3.7}$$

Entonces  $h_{ab}$  es una perturbación que representa lo que difiere la métrica del problema con respecto a la de Minkowski. Nuestro objetivo es calcular la expresión analítica de esta perturbación. Para ello, necesitamos escribir las ecuaciones de campo en función de esta. Como se trata de una pequeña perturbación, despreciaremos términos de orden mayor o igual que dos en  $h_{ab}$ .

Asumimos que para subir y bajar índices a lo largo de nuestros cálculos podemos seguir utilizando la métrica de Minkowski  $\eta_{ab}$ .

Luego, tenemos:

$$h^{ab} = \eta^{ac}\eta^{bd}h_{cd}$$

Utilizando que los elementos de la métrica Minkowski son sus propios inversos  $\eta_{ab} = \eta^{ab}$ , que es simétrica  $\eta_{ab} = \eta_{ba}$  y que es constante, si realizamos esta operación:

$$\begin{aligned} & (\eta_{ab} + h_{ab})(\eta^{bc} - h^{bc}) \\ &= \eta_{ab}\eta^{bc} - \eta_{ab}h^{bc} + h_{ab}\eta^{bc} = \delta_a^c - \eta_{ab}\eta^{bi}\eta^{cj}h_{ij} + h_{ab}\eta^{bc} \\ &= \delta_a^c - \delta_a^i\eta^{cj}h_{ij} + \eta^{bc}h_{ab} = \delta_a^c - \eta^{cj}h_{aj} + \eta^{bc}h_{ab} = \delta_a^c - h_a^c + h_a^c \end{aligned}$$

Vemos que da como resultado la delta de Kronecker  $\delta_a^c$ . Por lo tanto:

$$g^{ab} = \eta^{ab} - h^{ab} \quad (3.8)$$

Ahora que tenemos la expresión para nuestra métrica y su inversa, pasamos a calcular los símbolos de Christoffel.

$$\begin{aligned} \Gamma_{bc}^a &= \frac{1}{2}g^{ad} \left( \frac{\partial g_{db}}{\partial x^c} + \frac{\partial g_{dc}}{\partial x^b} - \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^d} \right) \\ \Gamma_{bc}^a &= \frac{1}{2}(\eta^{ad} - h^{ad}) \left( \frac{\partial (\eta_{db} + h_{db})}{\partial x^c} + \frac{\partial (\eta_{dc} + h_{dc})}{\partial x^b} - \frac{\partial (\eta_{bc} + h_{bc})}{\partial x^d} \right) \end{aligned}$$

Como la métrica de Minkowski es constante, todos los términos con derivadas de esta son nulos; también vamos a considerar como despreciables los términos que sean de orden dos o superior en la perturbación  $h_{ab}$ .

Así tenemos:

$$\begin{aligned} \Gamma_{bc}^a &= \frac{1}{2}\eta^{ad} \left( \frac{\partial h_{db}}{\partial x^c} + \frac{\partial h_{dc}}{\partial x^b} - \frac{\partial h_{bc}}{\partial x^d} \right) \\ \Gamma_{bc}^a &= \frac{1}{2}\eta^{ad} (h_{db,c} + h_{dc,b} - h_{bc,d}) \\ \Gamma_{bc}^a &= \frac{1}{2} (h^a_{b,c} + h^a_{c,b} - h_{bc,}^a) \quad (3.9) \end{aligned}$$

Vamos con el tensor de Riemann:

$$R^a_{bcd} = \partial_c \Gamma^a_{bd} - \partial_d \Gamma^a_{bc} + \Gamma^a_{ec} \Gamma^e_{bd} - \Gamma^a_{ed} \Gamma^e_{bc}$$

Los términos en los que se multiplican los símbolos de Christoffel son nulos por ser todos de orden dos en  $h_{ab}$ . Así que podemos escribir:

$$R^a{}_{bcd} = \partial_c \Gamma^a{}_{bd} - \partial_d \Gamma^a{}_{bc}$$

Nos interesa el tensor de Riemann en su forma totalmente covariante. Como dijimos anteriormente, para bajar y subir los índices usamos  $\eta_{ab}$ :

$$\begin{aligned} R_{abcd} &= \eta_{ai} R^i{}_{bcd} = \eta_{ai} (\partial_c \Gamma^i{}_{bd} - \partial_d \Gamma^i{}_{bc}) \\ &= \frac{1}{2} \eta_{ai} [\partial_c (h^i{}_{b,d} + h^i{}_{d,b} - h_{bd,}{}^i) - \partial_d (h^i{}_{b,c} + h^i{}_{c,b} - h_{bc,}{}^i)] \\ &= \frac{1}{2} \eta_{ai} [h^i{}_{b,dc} + h^i{}_{d,bc} - h_{bd,}{}^i{}_c - h^i{}_{b,cd} - h^i{}_{c,bd} + h_{bc,}{}^i{}_d] \\ &= \frac{1}{2} [h_{ab,dc} + h_{ad,bc} - h_{bd,ac} - h_{ab,cd} - h_{ac,bd} + h_{bc,ad}] \\ R_{abcd} &= \frac{1}{2} [h_{ad,bc} - h_{bd,ac} - h_{ac,bd} + h_{bc,ad}] \end{aligned}$$

A continuación, calculamos el tensor de Ricci:

$$R_{ab} = \eta^{cd} R_{cabd} = \frac{1}{2} \eta^{cd} [h_{cb,ad} - h_{ab,cd} - h_{cd,ab} + h_{ad,cb}]$$

Vayamos por términos:

Como todas las derivadas parciales de la métrica son nulas, podemos escribir  $\eta^{cd} h_{cb,ad} = (\eta^{cd} h_{cb})_{,ad} = (\eta^{dc} h_{cb})_{,ad} = h^d{}_{b,ad}$ , y dado que  $d$  es un índice mudo, lo podemos renombrar  $h^c{}_{b,ac}$ .

$$\eta^{cd} h_{ab,cd} = \eta^{cd} \partial_d \partial_c h_{ab} = \eta^{dc} \partial_d \partial_c h_{ab} = \partial^d \partial_d h_{ab} = \square h_{ab}$$

$$\eta^{cd} h_{cd,ab} = (\eta^{cd} h_{cd})_{,ab} = h_{,ab}$$

$$\eta^{cd} h_{ad,cb} = (\eta^{cd} h_{ad})_{,cb} = h_a{}^c{}_{,cb}$$

Donde  $h$  es la traza de  $h_{ab}$ .

Entonces, llegamos a:

$$R_{ab} = \frac{1}{2} (h^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} - h_{,ab} + h_a{}^c{}_{,cb}) \quad (3.10)$$

Y ahora, el escalar de Ricci:

$$R = \eta^{ab} R_{ab} = \frac{1}{2} \eta^{ab} (h^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} - h_{,ab} + h_a{}^c{}_{,cb})$$

$$\begin{aligned}
\eta^{ab}h^c{}_{b,ac} &= (\eta^{ab}h^c{}_b)_{,ac} = h^{ca}{}_{,ac} \\
\eta^{ab}\square h_{ab} &= \square\eta^{ab}h_{ab} = \square h \\
\eta^{ab}h_{,ab} &= \eta^{ab}\partial_b\partial_a h = \square h \\
\eta^{ab}h_a{}^c{}_{,cb} &= (\eta^{ab}h_a{}^c)_{,cb} = h^{bc}{}_{,cb}
\end{aligned}$$

Renombrando los índices  $a$  y  $c$  del primer término como  $c$  y  $b$  tenemos:

$$R = h^{bc}{}_{,cb} - \square h \quad (3.11)$$

Finalmente, podemos escribir el tensor de curvatura de Einstein:

$$\begin{aligned}
G_{ab} &= R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = \frac{1}{2}(h^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} - h_{,ab} + h_a{}^c{}_{,cb}) - \frac{1}{2}(h^{cd}{}_{,dc} - \square h)(\eta_{ab} + h_{ab}) \\
G_{ab} &= \frac{1}{2}(h^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} - h_{,ab} + h_a{}^c{}_{,cb} - \eta_{ab}h^{cd}{}_{,dc} + \eta_{ab}\square h) \quad (3.12)
\end{aligned}$$

### 3.1.1. Invariancia gauge

La descomposición que hemos hecho de la métrica, no es cierta para cualquier elección de coordenadas. Pero las coordenadas para las que sí se cumple, no son únicas; (3.7) sigue funcionando frente a cambios de coordenadas infinitesimales:

$$x^a \rightarrow x'^a = x^a + \xi^a(x) \quad (3.13)$$

Veamos cómo afectaría esto a la perturbación:

$$g'_{ab}(x') = \frac{\partial x^c}{\partial x'^a} \frac{\partial x^d}{\partial x'^b} g_{cd}(x)$$

Derivando (3.13) obtenemos:

$$\frac{\partial x'^a}{\partial x^c} = \delta_c^a + \xi^a{}_{,c}$$

Substituyendo:

$$\begin{aligned}
g_{cd}(x) &= \frac{\partial x'^a}{\partial x^c} \frac{\partial x'^b}{\partial x^d} g'_{ab}(x') = (\delta_c^a + \xi^a{}_{,c})(\delta_d^b + \xi^b{}_{,d})(\eta_{ab} + h'_{ab}) \\
&= (\delta_c^a \delta_d^b + \delta_c^a \xi^b{}_{,d} + \xi^a{}_{,c} \delta_d^b)(\eta_{ab} + h'_{ab}) = \eta_{cd} + \xi^b{}_{,d} \eta_{cb} + \xi^a{}_{,c} \eta_{ad} + h'_{cd}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{cd} + h_{cd} &= \eta_{cd} + \xi^b{}_{,d}\eta_{cb} + \xi^a{}_{,c}\eta_{ad} + h'_{cd} \\ h'_{cd} &= h_{cd} - \xi_{d,c} - \xi_{c,d}\end{aligned}$$

Con esta nueva perturbación de la métrica  $h'_{ab}$ , el tensor de Riemann y sus contracciones permanecen invariantes.

$$\begin{aligned}R'_{abcd} &= \frac{1}{2} [h'_{ad,bc} - h'_{bd,ac} - h'_{ac,bd} + h'_{bc,ad}] \\ &= \frac{1}{2} [h_{ad,bc} - \xi_{a,dbc} - \xi_{d,abc} - h_{bd,ac} + \xi_{b,dac} + \xi_{d,bac} - h_{ac,bd} + \xi_{a,cbd} + \xi_{c,abd} + h_{bc,ad} - \xi_{b,cad} - \xi_{c,bad}] \\ &= \frac{1}{2} [h_{ad,bc} - h_{bd,ac} - h_{ac,bd} + h_{bc,ad}] \\ R'_{abcd} &= R_{abcd}\end{aligned}$$

Por lo tanto para especificar un  $h_{ab}$  en concreto, tenemos que imponer más condiciones a  $\xi^a(x)$ , es decir, fijar un gauge.

Como es lógico, buscamos el que más nos simplifique las ecuaciones. Vamos a definir la siguiente variable:

$$\psi_{ab} = h_{ab} - \frac{1}{2}\eta_{ab}h \quad (3.14)$$

Puede parecer que nos la hemos sacado de la manga, pero es la misma relación que tienen el tensor de Einstein y el tensor de Ricci.

Veamos qué aspecto toman las ecuaciones de campo introduciendo esta variable:

$$\begin{aligned}R_{ab} &= \frac{1}{2} (h^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} - h_{,ab} + h_a{}^c{}_{,cb}) \\ h^c{}_{b,ac} &= \psi^c{}_{b,ac} + \frac{1}{2}\delta_b^c h_{,ac} = \psi^c{}_{b,ac} + \frac{1}{2}h_{,ab} \\ h_a{}^c{}_{,cb} &= \psi_a{}^c{}_{,cb} + \frac{1}{2}\delta_a^c h_{,cb} = \psi_a{}^c{}_{,cb} + \frac{1}{2}h_{,ab} \\ R_{ab} &= \frac{1}{2} (\psi^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} + \psi_a{}^c{}_{,cb}) \\ R &= \eta^{ab}R_{ab} = R = \psi^{cd}{}_{,dc} - \frac{1}{2}\square h\end{aligned}$$

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = \frac{1}{2} (\psi^c{}_{b,ac} - \square h_{ab} + \psi_a{}^c{}_{,cb}) - \frac{1}{2} \left( \psi^{cd}{}_{,dc} - \frac{1}{2}\square h \right) (\eta_{ab} + h_{ab})$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left( \psi^c_{b,ac} - \square h_{ab} + \psi_a^c{}_{,cb} - \psi^{cd}{}_{,dc} \eta_{ab} - \frac{1}{2} \square h \eta_{ab} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left( \psi^c_{b,ac} - \square \psi_{ab} + \psi_a^c{}_{,cb} - \psi^{cd}{}_{,dc} \eta_{ab} \right)
\end{aligned}$$

Resulta muy sugerente imponer la condición  $\psi^a{}_{b,a} = 0$ , para que las ecuaciones de campo se reduzcan a la ecuación de ondas; y eso será lo que hagamos. En términos de  $h_{ab}$  esto supondría:

$$\psi^a{}_{b,a} = h^a{}_{b,a} - \frac{1}{2} \delta_b^a h_{,a} = h^a{}_{b,a} - \frac{1}{2} h_{,b} = 0 \quad (3.15)$$

A este gauge se le denomina de Lorenz por su similitud con el gauge electromagnético  $\partial_\mu A^\mu = 0$ , también se le conoce por otros nombres como gauge de Einstein o de Hilbert.

Pero esta condición no ha determinado el gauge por completo, ya que todavía tenemos libertad para hacer cambios de coordenadas infinitesimales.

La variable  $\psi_{ab}$  cambia bajo la transformación (3.13) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\psi'_{ab} &= h'_{ab} - \frac{1}{2} \eta_{ab} h' = h_{ab} - \xi_{a,b} - \xi_{b,a} - \frac{1}{2} \eta_{ab} (h - \eta^{cd} \xi_{c,d} - \eta^{cd} \xi_{d,c}) \\
&= \psi_{ab} - \xi_{a,b} - \xi_{b,a} + \eta_{ab} \xi^c{}_{,c}
\end{aligned}$$

Lo cual implica:

$$\begin{aligned}
\psi'^a{}_b &= \eta^{ac} \psi'_{cb} = \eta^{ac} (\psi_{cb} - \xi_{c,b} - \xi_{b,c} + \eta_{cb} \xi^d{}_{,d}) \\
\psi'^a{}_{b,a} &= \psi^a{}_{b,a} - \eta^{ac} \xi_c \partial_b \partial_a - \eta^{ac} \xi_b \partial_c \partial_a + \delta_b^a \xi^d \partial_d \partial_a \\
&= \psi^a{}_{b,a} - \xi^a \partial_b \partial_a - \square \xi_b + \xi^d \partial_d \partial_b \\
\psi'^a{}_{b,a} &= \psi^a{}_{b,a} - \square \xi_b
\end{aligned}$$

Así que, si elegimos un  $\xi^a(x)$  que cumpla  $\square \xi_b = \psi^a{}_{b,a}$ , recuperamos el gauge de Lorenz  $\psi'^a{}_{b,a} = 0$  en las nuevas coordenadas. Aún así, el gauge sigue sin estar completamente fijado porque podemos seguir haciendo transformaciones tales que  $\square \xi_b = 0$ , bajo las cuales  $\psi^a{}_{b,a}$  es invariante.

Con estas consideraciones, las ecuaciones de campo se reducen a

$$G_{ab} = G'_{ab} = -\frac{1}{2} \square \psi_{ab} = -\frac{1}{2} \square \psi'_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ab}$$

Y en el vacío:

$$\square\psi_{ab} = 0$$

Si ahora seguimos afinando imponiendo que la traza sea nula

$$\eta^{ab}\square\psi_{ab} = \square(\eta^{ab}\psi_{ab}) = \square\left(\eta^{ab}h_{ab} - \frac{1}{2}\eta^{ab}\eta_{ab}h\right) = \square\left(h - \frac{1}{2}h\right) = \square\frac{1}{2}h = 0$$

obtenemos:

$$\square h = 0$$

Substituyendo en (3.14)

$$\square\psi_{ab} = \square\left(h_{ab} - \frac{1}{2}\eta_{ab}h\right) = \square h_{ab} - \frac{1}{2}\eta_{ab}\square h = 0$$

concluimos que también ha de cumplirse:

$$\square h_{ab} = 0$$

## 3.2. Ondas gravitatorias planas en la teoría linealizada

En esta subsección he utilizado como referencias, además de las citadas en la anterior, [20] y [4].

Ya hemos conseguido, utilizando la métrica linealizada y en el gauge de Lorenz unas ecuaciones de campo que se reducen a ecuaciones de ondas en el vacío. Ahora, valiéndonos de ciertas libertades gauge que todavía nos quedan, de las simetrías de los tensores y de algunas hipótesis vamos a buscar una solución analítica para  $h_{ab}$ ; que recordemos, tiene 16 componentes.

Buscamos la solución más sencilla para la ecuación de ondas, que como es bien sabido, se trata de la superposición de ondas planas. Tiene sentido buscar soluciones en forma de ondas planas, ya que suponemos que muy lejos de la fuentes, que sería donde van a ser detectadas, el frente de ondas ya es plano. Entonces, proponemos que tenga esta forma:

$$\psi_{ab} = A_{ab}e^{ik_{\alpha}x^{\alpha}}$$

Donde  $A_{ab}$  es un tensor simétrico constante, el tensor polarización;  $k_{\alpha}$  es un vector constante, el vector de onda y  $x^{\alpha}$  son las coordenadas.

Ahora aplicamos la condición del gauge de Lorenz (3.15) a esta solución:

$$\psi^a{}_{b,a} = A^a{}_{b,a}e^{ik_{\alpha}x^{\alpha}} + A^a{}_b e^{ik_{\alpha}x^{\alpha}}k_a = 0$$

$$A^a{}_{b,a} + A^a{}_b k_a = 0$$

Como  $A_{ab}$  es constante,  $A^a{}_{b,a} = 0$ . Luego:

$$A^a{}_b k_a = 0$$

Geoméricamente, esto quiere decir que  $A_{ab}$  es ortogonal a la dirección de propagación de las ondas.

Hemos dicho que  $A_{ab}$  es un tensor simétrico, luego tiene 10 componentes independientes, pero esta relación le añade cuatro condiciones

$$\begin{cases} A^0{}_b k_0 = 0 \\ A^1{}_b k_1 = 0 \\ A^2{}_b k_2 = 0 \\ A^3{}_b k_3 = 0 \end{cases}$$

así que lo reducimos a 6 componentes independientes.

Pero, recordemos que tenemos la libertad de elegir las 4 componentes de  $\xi^a$ ; así que en un gauge adecuado, el número de componentes independientes será 2.

Si le imponemos a  $\psi_{ab}$  que sea de traza nula, entonces

$$\psi = \eta^{ab} \psi_{ab} = \eta^{ab} h_{ab} - \frac{1}{2} \eta^{ab} \eta_{ab} h = h - \frac{1}{2} 4h = h - 2h = -h = 0$$

también  $h_{ab}$  lo es.

Luego tenemos

$$\psi_{ab} = h_{ab} - \frac{1}{2} \eta_{ab} h = h_{ab}$$

Si además pedimos que solo sean no nulas las componentes puramente espaciales:

$$h_{0b} = 0 \tag{3.16}$$

ya hemos fijado un gauge. A este gauge se le llama TT (transversal y de traza nula).

Veamos el aspecto que toma  $h_{ab}$  en este gauge, en el que la llamaremos  $h_{ab}^{TT}$ .

Para esas coordenadas utilizaremos la notación habitual de las coordenadas cartesianas:

$$(x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z)$$

Digamos que la dirección en la que avanza la onda es la  $z$ , entonces tenemos:

$$k = (k^0, 0, 0, k^3) = \omega (1, 0, 0, 1)$$

Como  $A_{ab}$  es ortogonal a  $k^a$  y  $h_{ab}$  solo se diferencia de  $A_{ab}$  en un factor de fase,  $h_{ab}^{TT}$  y  $k^a$  también lo son.

$$k^a h_{ab}^{TT} = 0$$

$$\begin{aligned} \omega (1 \ 0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} h_{00} & h_{01} & h_{02} & h_{03} \\ h_{01} & h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{02} & h_{12} & h_{22} & h_{23} \\ h_{03} & h_{13} & h_{23} & h_{33} \end{pmatrix} &= (0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ &= \omega (h_{00} - h_{03} \quad h_{01} - h_{13} \quad h_{02} - h_{23} \quad h_{03} - h_{33}) \end{aligned}$$

En virtud de (3.16)

$$h_{00} = h_{01} = h_{02} = h_{03} = 0$$

Por consiguiente:

$$h_{13} = h_{23} = h_{33} = 0$$

Por otra parte,  $h_{ab}^{TT}$  ha de tener traza nula

$$h_{00} + h_{11} + h_{22} + h_{33} = h_{11} + h_{22} = 0$$

$$h_{22} = -h_{11}$$

Así que finalmente:

$$h_{ab}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{11} & h_{12} & 0 \\ 0 & h_{12} & -h_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Efectivamente, solo hay dos grados de libertad independientes en la perturbación.

Recordemos que:

$$\psi_{ab} = h_{ab} = A_{ab} e^{ik_{\alpha} x^{\alpha}}$$

Como solo tiene sentido físico la parte real:

$$h_{ab}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{+} & h_{\times} & 0 \\ 0 & h_{\times} & -h_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos(\omega(t-z))$$

Las polarizaciones  $h_{+}$  y  $h_{\times}$  se llaman así típicamente porque  $h_{+}$  estira la dirección  $x$  mientras estrecha la  $y$  y viceversa; y  $h_{\times}$  hace lo mismo pero con  $45^{\circ}$  de desfase.

La interpretación física más inmediata del efecto que produce una onda gravitatoria allá por dónde pasa, la podemos hacer escribiendo la ecuación de la desviación geodésica.

Nos interesan los elementos  $R_{i0j0}$  en el gauge TT:

$$R_{i0j0} = \frac{1}{2} [h_{i0,0j}^{TT} - h_{00,ij}^{TT} - h_{ij,00}^{TT} + h_{0j,i0}^{TT}] = -\frac{1}{2} h_{ij,00}^{TT} \quad (3.17)$$

La ecuación de Jacobi o de la desviación geodésica, que describe el cambio de distancia entre dos partículas vecinas en caída libre, en el límite de campo débil se reduce a

$$\frac{d^2 \delta x^k}{dt^2} + R^k{}_{0j0} \delta x^j = 0$$

siendo  $\delta x^j$  el vector desplazamiento entre ambas partículas.

Tomando  $\delta x^j = (x, y, z)$ , obtenemos las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} + R^1{}_{010} x + R^1{}_{020} y + R^1{}_{030} z = 0 \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + R^2{}_{010} x + R^2{}_{020} y + R^2{}_{030} z = 0 \\ \frac{d^2 z}{dt^2} + R^3{}_{010} x + R^3{}_{020} y + R^3{}_{030} z = 0 \end{cases}$$

Substituyendo con (3.17):

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{1}{2} h_{11,00}^{TT} x - \frac{1}{2} h_{12,00}^{TT} y - \frac{1}{2} h_{13,00}^{TT} z = 0 \\ \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{1}{2} h_{21,00}^{TT} x - \frac{1}{2} h_{22,00}^{TT} y - \frac{1}{2} h_{23,00}^{TT} z = 0 \\ \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{1}{2} h_{31,00}^{TT} x - \frac{1}{2} h_{32,00}^{TT} y - \frac{1}{2} h_{33,00}^{TT} z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{1}{2} h_{11,00}^{TT} x - \frac{1}{2} h_{12,00}^{TT} y = 0 \\ \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{1}{2} h_{12,00}^{TT} x + \frac{1}{2} h_{11,00}^{TT} y = 0 \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

Entonces por ejemplo, para una onda  $h_{11}$  llegamos a estas dos sencillas ecuaciones:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2} h_{11}^{TT} x \\ \Delta y = -\frac{1}{2} h_{11}^{TT} y \end{cases}$$

Precisamente en medir la variación de la distancia relativa entre dos cuerpos en caída libre se basan la mayoría de los experimentos para la detección de ondas gravitatorias.

Nota: una solución general de onda gravitatoria será combinación lineal de soluciones del tipo que hemos visto. Lineal, porque aunque la gravedad es no lineal, en aproximación de campo débil la tomamos como tal. Y con combinación lineal de diferentes soluciones de este tipo entendemos ondas que avancen en distintas direcciones, tengan distintas frecuencias y dos polarizaciones ortogonales entre sí (independientes) y ortogonales a la dirección de propagación con sus respectivas amplitudes. Posteriormente, para su detección previsiblemente habrá que proyectarlas en algunas direcciones concretas.

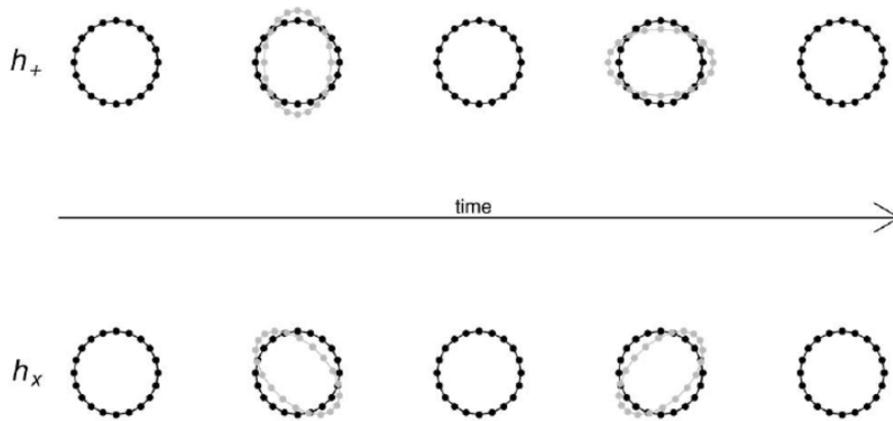


Figura 1: Efecto de las dos polarizaciones de las ondas gravitatorias sobre un anillo de partículas. Fuente: [2]

### 3.3. Propiedades de las ondas gravitatorias

A continuación voy a exponer algunas de las propiedades más destacables de las ondas gravitatorias.

Como resulta bastante evidente por el hecho de que cumplen la ecuación  $\square h_{\alpha\beta} = 0$ , viajan a la velocidad de la luz en el vacío; o mejor dicho, viajan a  $c$ . Digamos que  $c$  es una constante del espacio-tiempo, no del electromagnetismo, que sea la velocidad de la luz en el vacío es realmente una consecuencia.

Esta es una característica que tienen en común con las ondas electromagnéticas, aunque es importante destacar que mientras la radiación electromagnética se propaga en el espacio-tiempo, la gravitatoria es una perturbación del espacio tiempo en sí. También comparten con las

electromagnéticas que las ondas son transversales y tienen dos polarizaciones [21].

En cuanto a cómo tiene que ser una configuración de materia-energía para que produzca ondas gravitatorias volvemos a encontrar diferencias fundamentales.

Es bien sabido, que en un desarrollo multipolar del campo electromagnético, la primera componente no nula responsable de la radiación es la dipolar; siendo nula la contribución de la monopolar debido a la conservación de la carga.

Con las ondas electromagnéticas, la primera componente que emite es la cuadrupolar. La contribución de la monopolar está prohibida por conservación de la masa, y la de la dipolar por conservación del momento lineal.

Más concretamente, la segunda derivada temporal del momento cuadrupolar ha de ser no nula.

Esto se traduce en que para que un sistema emita ondas gravitatorias debe tener masas aceleradas cuyo movimiento no sea esféricamente simétrico.

La fórmula del cuadrupolo para la radiación gravitatoria fue obtenida por Einstein en 1918 resolviendo las ecuaciones de campo linealizadas en el gauge de Lorenz

$$\square h_{\alpha\beta} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

para una fuente cerrada más pequeña que la longitud de onda de la radiación, asumiendo que el tensor energía momento varía lentamente y nos encontramos lejos de las fuentes (zona de radiación).

Con las condiciones anteriores obtenemos que las componente espaciales de la perturbación tienen la forma [30]:

$$h_{ij} = \frac{2G}{c^4 r} \ddot{I}_{ij}(t - r/c)$$

Donde  $\ddot{I}_{ij}$  es el tensor de inercia de la fuente.

Ahora, para tener la perturbación en el gauge TT, debemos considerar la parte sin traza de la ecuación anterior, obteniendo finalmente:

$$h_{ij}^{TT} = \frac{2G}{c^4 r} \Lambda_{ij,kl} \ddot{Q}_{kl}(t - r/c)$$

Donde  $\Lambda_{ij,kl}$  es el operador proyección en la dirección ortogonal a la propagación de la onda y  $Q_{kl}$  es el momento cuadrupolar de la fuente, de

manera que la amplitud de la onda emitida depende de la segunda derivada temporal de  $Q$ .

La fórmula del cuadrupolo se puede usar para obtener un orden de magnitud aproximado de la amplitud de las ondas generadas por una fuente.

El momento cuadrupolar de un sistema es aproximadamente igual a la masa  $M$  del sistema veces el cuadrado de su tamaño  $R$  multiplicado por un factor de simetría  $s$  entre 0 y 1 (siendo  $s = 0$  totalmente esféricamente simétrico,  $s = 1$  nada simétrico).

Dentro de ese orden de aproximaciones cualitativas, si suponemos que el periodo de oscilacion de la fuente es  $T$ , para la segunda derivada del cuadrupolo podemos estimar:

$$\ddot{Q}_{ij} \sim \frac{MR^2}{T^2} s$$

Ahora, sustituyendo  $T = \omega^{-1}$ ,  $v = \omega R$ :

$$h_{ij}^{TT} \sim \frac{2G}{c^4 r} M v^2 s$$

Si llamamos  $E_{cin}^{ns}$  a la parte de la energía cinética no esféricamente simétrica de la masa  $M$  que se mueve con velocidad  $v$  entonces tenemos la amplitud de la onda en términos de la energía cinética interna de un sistema:

$$h_{ij}^{TT} \sim \frac{2G}{c^4 r} M v^2 s \sim \frac{4G}{c^4 r} E_{cin}^{ns}$$

También podemos hacer manipulaciones definiendo el radio de Schwarzschild  $R_S = 2GM/c^2$  asociado a la masa  $M$  cuyo movimiento está generando la onda gravitatoria.

$$h_{ij}^{TT} \sim R_S \frac{1}{r} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sim \frac{R_S}{R} \frac{R}{r} \left(\frac{v}{c}\right)^2 s$$

Atendiendo a esta fórmula resulta evidente que se espera que las mejores fuentes de ondas gravitatorias se muevan de la manera menos esférica posible ( $s \sim 1$ ), sean compactas (como  $R > R_S$ , la situación más favorable sería  $R \sim R_S$ ) y altamente relativistas ( $v \sim c$ ). Aparte, cuanto menor sea la distancia  $r$  del punto de observación a la fuente, la amplitud registrada será mayor.

Notar que, al igual que para las ondas electromagnéticas, la amplitud decae con la distancia como  $1/r$ .

Una mención especial merece la cuestión de la energía de las ondas gravitatorias. De hecho, históricamente el determinar sobre el papel si unas hipotéticas ondas gravitatorias podrían o no transportar energía fue un punto clave para continuar con la investigación sobre esta materia; pues, de no transportar energía, jamás podrían ser detectadas.

Al contrario de lo que ocurre con las electromagnéticas, la energía de las ondas gravitatorias no puede ser localizada en una longitud de onda, sino que lo mejor que se puede hacer es un promedio en varias longitudes de onda. En el gauge TT de la teoría linealizada, el tensor energía-momento de una onda gravitatoria viene dado por la fórmula [30]:

$$t_{\mu\nu}^{GW} = \frac{c^4}{32\pi G} \langle (\partial_\mu h_{ij}^{TT}) (\partial_\nu h_{ij}^{TT}) \rangle$$

La energía llevada por las ondas se corresponde con la componente  $t_{0z}^{GW}$ , que representa el flujo de energía en la dirección  $z$ .

Así, el flujo de energía de la onda será:

$$F = \frac{c^3}{16\pi G} \omega^2 \langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_\times^2 \rangle$$

Integrando el flujo de energía sobre un área de radio  $r$  que tiende a infinito, obtenemos la luminosidad gravitatoria  $L$  de la fuente, lo cual nos lleva a la segunda fórmula cuadrupolar:

$$L = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \rangle$$

De nuevo, podemos hacer las sustituciones aproximadas que hicimos en la fórmula cuadrupolar para la amplitud:

$$L \sim \frac{G}{c^5} s^2 \omega^6 M^2 R^4 \sim \frac{c^5}{4G} \left( \frac{R_S}{R} \right)^2 \left( \frac{v}{c} \right)^6 s^2$$

Esta fórmula establece un límite para la potencia emitida por una fuente; cuando  $R \sim R_S$ ,  $v \sim c$  y  $s \sim 1$  [23].

$$L \sim \frac{c^5}{4G} \sim 9.1 \times 10^{51} W$$

A esta potencia se la llama luminosidad del universo [20]. De hecho, la luminosidad de las ondas gravitatorias procedentes de sistemas binarios en

coalescencia como las que han sido detectadas por LIGO/VIRGO suele ser del orden de la de la potencia emitida en luz visible para todas las estrellas del universo visible juntas, y generalmente incluso mayor. Sin ir más lejos GW150914 tuvo un pico de emisión de  $3.6 \times 10^{49} W$  [30].

Para finalizar este apartado destaco que las dos propiedades más importantes de las ondas gravitatorias son su amplitud y su frecuencia. Es a través de la inspección de estas (la únicas que podemos medir directamente) que somos capaces de reconstruir toda la información acerca de las fuentes y su movimiento.

## 4. Fuentes de ondas gravitatorias

Si entendemos como fuentes de ondas gravitatorias todos los sistemas que realmente producen ondas gravitatorias, por pequeñísimas que sean, cualquier configuración de masa-energía con segunda derivada del momento cuadrupolar no nula, emite ondas gravitatorias. El ejemplo típico que se utiliza es el de una pesa doble que gira en torno al eje ortogonal a la barra.

Pero cuando hablamos de fuentes, nos referimos a fuentes relativamente considerables, a efectos de poder ser detectadas por los instrumentos disponibles. La clasificación de: fuentes de ondas gravitatorias, experimentos para detectarlas y rangos de frecuencia en los que trabajan, se puede realizar en paralelo como vamos a ver a continuación.

Para este apartado he utilizado las referencias bibliográficas [29] y [20].

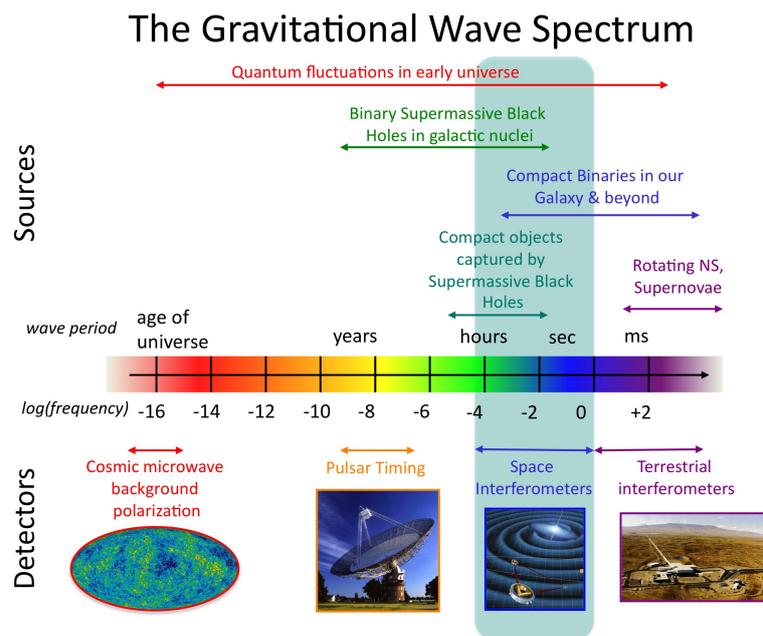


Figura 2: Espectro de ondas gravitatorias. Fuente: NASA Goddard Space Flight Center

Pasamos ahora a exponer las principales fuentes de ondas gravitatorias.

## 4.1. Sistemas binarios compactos en coalescencia

Constituyen la fuente de ondas gravitatorias mejor entendida de todas. Consisten en parejas de estrellas de neutrones (NS/NS), de agujeros negros (BH/BH) o de una de cada (NS/BH).

La tasa de coalescencia de estos sistemas es un dato fundamental a la hora de estimar cuántos sucesos candidatos pueden ocurrir en el rango de distancia al que alcance la detección. Y de lo lejos que estén, dependerá su intensidad.

Se estima que la aparición de estas fuentes es de aproximadamente 1 cada 100.000 años en nuestra galaxia. Esto sugiere que a una distancia de 200 Mpc podría haber varias coalescencias por año.

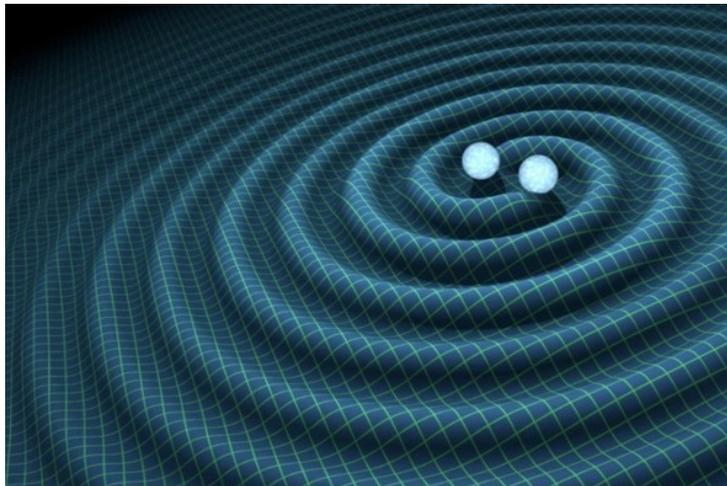


Figura 3: Representación artística de las ondas gravitatorias producidas por un sistema binario en coalescencia. Fuente: LIGO Lab. Caltech

Como primera aproximación que es aceptable, podemos usar la fórmula del cuadrupolo para modelizar la generación de ondas.

La frecuencia y la amplitud de estas ondas no son constantes. Al principio, los dos cuerpos giran alrededor del otro de manera que se van acercando y se mueven cada vez más rápido. La frecuencia de las ondas emitidas será el doble de la frecuencia con la que giren los dos cuerpos, por lo tanto se va haciendo mayor.

A medida que se reduce la distancia entre ellos, el sistema pierde energía en forma de ondas gravitatorias. La tasa a la que cambia la frecuencia, está determinada por la “chirp mass”  $\mathcal{M}$  del sistema, una combinación de su masa total y su masa reducida. El nombre procede del inglés ‘gorjeo’, ya que se

hace la analogía de que el cambio en la frecuencia es percibido como si del canto de un pájaro se tratara.

$$\mathcal{M} = \frac{m_1 m_2^{3/5}}{m_1 + m_2^{1/5}}$$

$$\dot{f} \sim f^{11/3} \mathcal{M}^{5/3}$$

Por otra parte, la amplitud, depende de la mencionada “chirp mass”, la distancia a la fuente  $r$  y la frecuencia.

$$h \sim \frac{\mathcal{M}^{5/3} f^{2/3}}{r} = \frac{\dot{f}}{r f^3}$$

Es por esto que del análisis de las formas de onda podemos obtener las masas, el momento angular y los elementos orbitales del sistema.

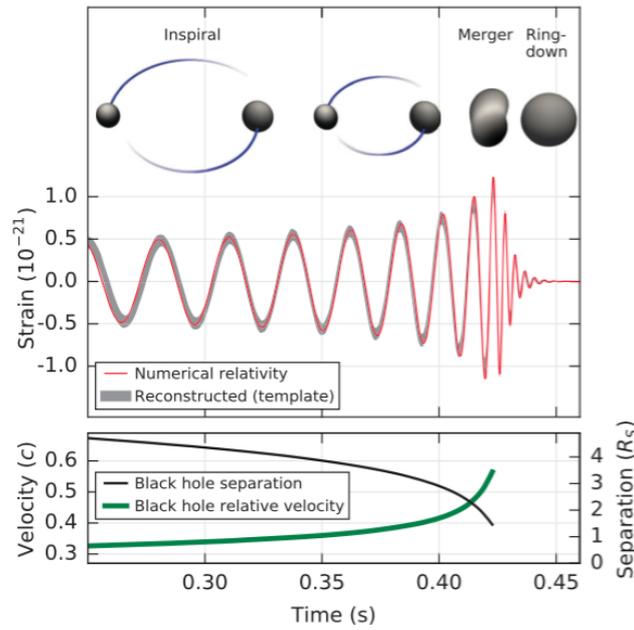


Figura 4: Onda emitida por la fusión de un sistema binario de agujeros negros. Fuente: [1]

Las estrellas de neutrones y los agujeros negros del orden de la decena de masa solares, son las fuentes blanco del LIGO. La frecuencia máxima que emiten es del orden de 1000 Hz y el tiempo total invertido en pasar de 10 Hz a 1000 Hz son unos 15 minutos.

El proceso de coalescencia tiene tres etapas: espiraleo (donde los dos cuerpos giran cada vez más rápido y más cerca), fusión (en este momento se produce

el pico de emisión tanto en amplitud como en frecuencia) y relajación (donde va desapareciendo la onda).

Verdaderamente, la duración total de la onda es del orden del segundo; por eso a este tipo de ondas se las llama ráfagas.

En cambio, los sistemas de agujeros negros supermasivos, emitirían en una banda de menor frecuencia, entre  $10^{-4}$  Hz y  $10^{-2}$  Hz; y desprenden tal cantidad de energía que podrían ser detectados desde los confines del universo observable.

Finalmente, también entran en esta categoría sistemas binarios de estrellas, de enanas blancas, o los anteriores (junto con estrellas de neutrones y agujeros negros) espiraleando hasta ser absorbidos por un agujero negro supermasivo.

## 4.2. Estrellas de neutrones en rotación

También conocidas como púlsares.

Una rotación totalmente axisimétrica, como hemos explicado en la sección de propiedades, no emite ondas gravitatorias. Pero, diferentes causas pueden distorsionar su simetría. Por ejemplo: irregularidades en la corteza desde su formación, campos magnéticos fuera del eje de rotación o acrecimiento.

En cualquier caso, una estrella de neutrones que rota con frecuencia  $f$  y posee imperfecciones, emitirá ondas gravitatorias de frecuencia  $2f$ .

Los púlsares constituyen fuentes de ondas gravitatorias débiles pero continuas y casi monocromáticas.

La estrella emite energía en forma de ondas gravitatorias en detrimento de su velocidad de rotación, que cada vez es menor.

De la observación del decaimiento de la velocidad de rotación por lo tanto, se puede deducir la energía de las ondas gravitatorias emitidas y el grado de asimetría de la estrella.

Cuanto más tiempo se monitorice el púlsar, mayor precisión podremos obtener en la determinación de la amplitud efectiva de las ondas. Típicamente, para un púlsar cercano, alcanzar el orden de  $h \sim 10^{-22}$  precisaría de un mes.

### 4.3. Colapsos gravitatorios

En este caso las ondas son producidas por la energía cinética no esféricamente simétrica puesta en juego en procesos como supernovas (explosiones de estrellas) y formación de agujeros negros.

Cuando una estrella agota su combustible nuclear, colapsa. La energía cinética no esféricamente simétrica que se produzca en este proceso, emitirá ondas gravitatorias.

La principal fuente de desviaciones de la simetría durante el colapso es el momento angular. Tras la ráfaga gravitatoria inicial producida por el colapso, de en torno a 1 kHz de frecuencia, se originará una estrella de neutrones que emitirá ondas gravitatorias más débiles debido a los movimientos de esta.

Del estudio de las ondas gravitatorias producidas por los modos de vibración de la estrella, lo que representa una nueva rama de la astrosismología, se espera poder comprender mejor su ecuación de estado.

Si el colapso continúa, entonces se forma un agujero negro. En unos pocos milisegundos, la estrella radia todo el material que se desvíe de la simetría esférica a medida que se contrae, pasando a ser un agujero negro. La frecuencia de estas ondas es inversamente proporcional a la masa del agujero negro.

### 4.4. Radiación de fondo estocástica

Diferentes procesos en el universo temprano produjeron este tipo de radiación, que se extiende por todo el espectro gravitatorio, de los  $10^{-18}$  Hz a los  $10^4$  Hz.

Las más importantes serían las ondas gravitatorias primordiales, originadas en el propio Big Bang. Se produjeron en el tiempo de Planck, en torno a  $10^{-32}$  segundos después del Big Bang. En contraste con la radiación electromagnética, que no empezó a bañar el universo hasta 380.000 años después de haber sido originadas, cuando el universo se hizo transparente.

Por otra parte, transiciones de fase en el universo temprano habrían producido ondas gravitatorias.

Finalmente, si se produjeron cuerdas cósmicas en las primeras etapas del universo, sus vibraciones radiarían ondas gravitatorias.

## 5. Detección

La detección de ondas gravitatorias puede ser tanto directa como indirecta.

Como hemos visto en el apartado dedicado a la historia, la primera detección se realizó indirectamente al medir la energía que perdía un sistema por la emisión de ondas gravitatorias.

Otros métodos se basan las diferentes interacciones de las ondas gravitatorias con la materia u otras radiaciones.

Algunas de las técnicas consisten en la construcción de un instrumento específicamente diseñado para detectarlas y otras se realizan utilizando instrumentos previamente existentes enfocados a la medición de un efecto causado por las ondas gravitatorias.

En cualquier caso, todas estas observaciones se ven afectadas por diferentes tipos de ruido que limitan de una u otra manera su rango de frecuencias de detección y por lo tanto el tipo de fuentes a los que están enfocados.

### 5.1. Detectores resonantes

El primer detector de ondas gravitatorias fue de este tipo.

Se basa en la idea de que, una barra, al ser atravesada por una onda gravitatoria, se alargará y estrechará, bajo el efecto del campo de marea oscilante de la onda gravitatoria.

Como esta vibración va a ser mínima, la frecuencia de la onda en cuestión ha de ser muy próxima a la frecuencia propia de la barra para poder ser medida.

La oscilación se mide revistiendo la barra de un material piezoeléctrico, que transforma los cambios en la presión en un cierto voltaje.

Este tipo de detectores se ven sometidos a numerosas limitaciones.

Para empezar, el conocido como límite cuántico estándar de Braginsky [28]. Este se debe a que para poder medir la posición de los extremos de la barra, de alguna manera hay que golpear la barra, es decir para tener certidumbre sobre la posición tenemos que agregar incertidumbre sobre el momento. De esta manera, provocaremos vibraciones en la barra que opacarían la amplitud de las oscilaciones debidas a la onda gravitatoria.

Este problema se puede resolver con un detector no demoleador cuántico, como por ejemplo una barra resonante pero en la que lo que se mida no sea

la amplitud de las oscilaciones de la barra, sino la posición de sus extremos al cabo de un período. Si mientras la barra vibra pasa a su través una onda gravitatoria, entonces la posición de los máximos y los mínimos no coincidirá al realizar una oscilación completa, sino que se habrán desplazado.

En los años cincuenta, la sensibilidad de estos detectores para  $h$  era del orden de  $10^{-17}$ , a cuatro órdenes de magnitud de las ondas gravitatorias más intensas esperadas.

Las principales maneras de aumentar su sensibilidad son: aumentando la masa de las barras, aumentando la longitud, utilizando materiales con mayores tiempos de relajación, disminuyendo la temperatura de la antena (para reducir el ruido térmico) y mejorando el acople con los dispositivos electrónicos [20].

La frecuencia característica de la barra está principalmente determinada por su longitud. Las antenas resonantes tienen masas del orden de la tonelada, longitudes del orden del metro y frecuencias características de en torno a los 1000 Hz.

Un tipo especial de este tipo de detectores son los resonantes esféricos, que en la práctica funcionan como cinco detectores independientes (debido a los modos de vibración de la esfera), con lo cual se puede obtener información directa de la polarización de la onda y de la dirección de la fuente.

Actualmente ya han alcanzado la sensibilidad de  $10^{-21}$ , pero no han dado evidencias claras de detección de ondas gravitatorias. Por otra parte, está el problema de que no tienen un ancho de banda lo suficientemente grande como para poder detectar ondas que no sean prácticamente monocromáticas y de las frecuencias propias de los modos de vibración de la barra o esfera.

## 5.2. Detectores interferométricos

Son los detectores de ondas gravitatorias por antonomasia. A este tipo pertenece LIGO, cuyos descubrimientos valieron el Premio Nobel de Física de 2017.

Su principal ventaja reside en que pueden alcanzar una gran sensibilidad en una banda de frecuencia lo suficientemente ancha.

LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) consiste en dos interferómetros hermanos situados en Hanford (Washington) y Livingston (Luisiana), Estados Unidos, a unos 3000 km de distancia.

Estos interferómetros son de tipo Michelson. El interferómetro Michelson sirve para medir distancias con mucha precisión. Para ello se sirve de un haz de luz coherente que es dividido y se le hace seguir dos caminos diferentes, por cada uno de los dos brazos ortogonales entre sí del interferómetro. La luz, al llegar al extremo de cada brazo, rebotará en sendos espejos y posteriormente se encontrarán los dos haces en otro punto, generando un patrón de interferencia.

El interferómetro está ideado para trabajar en situación de mínimo, es decir, si nada perturba a los haces en su recorrido, cuando interaccionen entre sí, la interferencia será destructiva; de manera que el fotodetector situado en el camino de encuentro no registrará nada.

Pero, si los brazos son perpendiculares, cuando el interferómetro sea atravesado por una onda gravitatoria, esta alargará un brazo y acortará otro, de manera que la luz experimentará caminos ópticos diferentes al recorrer cada brazo. Así, habrá un cierto desfase entre los haces, lo cual hará que la interferencia entre ambos no sea totalmente destructiva, sino que aparecerá un cierto patrón de interferencia [24].

Traduciendo la intensidad de luz a un voltaje y representándolo en el tiempo obtenemos una forma de onda, que será la de la onda gravitatoria que ha pasado por el interferómetro.

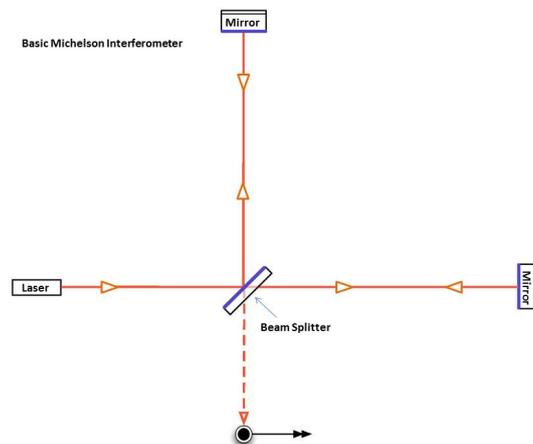


Figura 5: Esquema del montaje de LIGO. Fuente: LIGO Caltech

Como con este método lo que se miden son diferencias de fase y no longitudes de onda, en ningún momento se da la paradoja del interferómetro, nombre con el que se conoce al argumento (erróneo) según el cual no se puede medir la variación de una longitud (la del brazo del interferómetro) al ser afectada

por el paso de una onda gravitatoria con una referencia (longitud de onda de la luz del haz) que se está viendo sometida al mismo efecto. La explicación de por qué funciona el detector es que en verdad es más bien un cronómetro, ya que nos estamos valiendo de que la velocidad de la luz es constante y los desfases entre los haces se deben a que el haz de un brazo está adelantado (o retrasado) con respecto al del otro.

Suponiendo que la onda gravitatoria incidente tiene amplitud  $h$ , polarización  $+$  y se propaga de forma perpendicular al plano del detector, la diferencia de longitud entre los dos brazos, de longitud  $L$ , será:

$$\frac{\Delta L}{L} \sim h$$

Es decir, cuanto mayor sea la longitud de los brazos, mayor será la diferencia de longitud entre estos, lo cual es deseable porque la sensibilidad es limitada [20]. Una manera de aumentar la longitud efectiva de los brazos es instalando espejos a los extremos de cada brazo de forma que el haz rebote muchas veces antes de encontrarse con el otro. Esta cavidad óptica se trata de un interferómetro Fabry-Pérot. En esencia lo que consigue es disminuir la anchura espectral de la luz del láser que alimenta el experimento, para que podamos medir diferencias de longitud más pequeñas.

Concretamente, los brazos del LIGO miden 4 km y la anchura espectral de su láser es de  $10^{-17}$  m. LIGO ha sido diseñado para trabajar en un rango de frecuencias de entre 10 y 10.000 Hz, y su pico de sensibilidad es de  $3.5 \times 10^{-20} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$ , situado entre los 100 y 300 Hz [29].

Hasta aquí la idea general de cómo funciona. El problema es que el posible paso de una onda gravitatoria no es lo único que puede provocar desfases entre los haces. A todas estas otras causas, las llamamos ruido y el raras controlando de la manera más eficiente ha sido el objetivo de las diferentes generaciones de interferómetros, desde los primeros prototipos hasta la actualidad.

Hay que distinguir entre dos tipos de ruidos, el no-Gaussiano y el Gaussiano.

El primero de estos se elimina correlacionando dos interferómetros que realicen observaciones juntos desde diferentes localizaciones [29]. Precisamente por esto, un solo interferómetro no puede realizar con confianza detecciones de ondas de corta duración.

En cuanto a los ruidos Gaussianos, expondremos ahora los más destacables [20]:

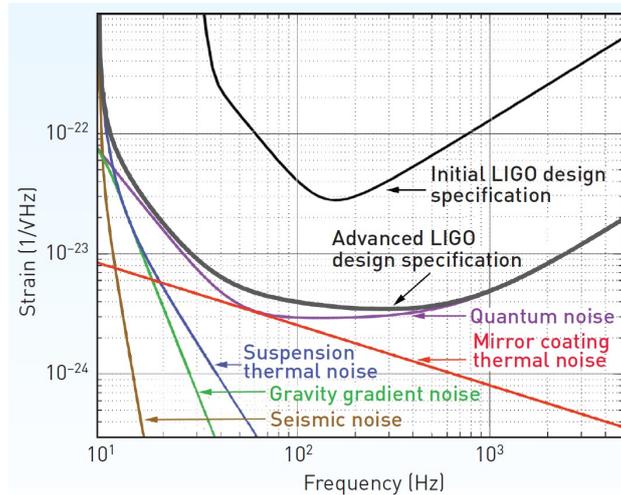


Figura 6: Ruidos y sensibilidad de LIGO. Fuente: LIGO Laboratory

-Ruido de disparo fotónico: limita la precisión de las medidas por fluctuaciones en el número de fotones que llegan al fotodetector. Se combate aumentando la intensidad del haz del láser.

-Ruido de presión de radiación: al contrario que el anterior, este ruido aumenta con la intensidad del láser, ya que una mayor intensidad ejerce más presión sobre los espejos. Es por esto que hay que encontrar un compromiso para reducir los dos lo máximo posible.

-Ruido cuántico: el introducido debido al principio de incertidumbre de Heisenberg. Nos condiciona un cierto mínimo detectable que curiosamente es el mismo que se obtiene al optimizar los dos anteriores, por lo que se podría decir que son tipos de ruido cuántico.

$$h_{min} = \frac{\Delta L}{L} \sim \frac{1}{L} \left( \frac{\tau \hbar}{m} \right)^{1/2}$$

Siendo  $m$  la masa de los espejos y  $\tau$  la duración de la medida.

-Ruido sísmico: se produce por el acoplamiento con los cables que sujetan los espejos de los movimientos de la Tierra, la actividad humana, las olas

que rompen en la costa, etc. Este ruido se reduce con sistemas de suspensión consistentes en péndulos de varias etapas cuyas frecuencias de resonancia son mucho más pequeñas que las de las vibraciones que se están tratando de medir. También se reduce aumentando la inercia de los espejos, por eso pesan 40 kg.

-Ruido de gas residual: fluctuaciones en la densidad del gas que haya en el interferómetro producen fluctuaciones en el índice de refracción, y por lo tanto, fluctuaciones en el desfase que se mide. Para luchar contra esto se trata de producir el mayor vacío posible, unos  $10^{-9}$  Torr, el más alto para una gran instalación.

-Ruido térmico: dado que la temperatura se traduce en vibración de la materia y eso no nos interesa, la manera de aislar los espejos es suspenderlos de cables de fibra de vidrio de muy pequeño diámetro, 0.4 mm. Por otra parte para evitar que se calienten por la luz incidente, los espejos absorben la mínima radiación posible ya que están hechos de óxido de silicio prácticamente puro.

Además de todas estas precauciones, las inmediaciones de los observatorios están equipadas con miles de sensores (acelerómetros, sismómetros, micrófonos, magnetómetros) que monitorizan las alteraciones ambientales que pudieran afectar al interferómetro [29].

Ahora bien, la detección de una onda gravitatoria tiene diferentes fases [24]. Por un lado hay algoritmos rápidos que van buscando entre los datos recogidos señales de corta duración en tiempo real; por ejemplo identificando excesos de energía.

Si esta búsqueda resulta provechosa, en pocos minutos se puede dar una alerta para que los observatorios electromagnéticos le hagan seguimiento a la posible fuente.

Por otra parte, existe la técnica del filtro adaptado, en la que se compara la señal con un amplio catálogo previamente calculado de formas de onda correspondientes a distintas fuentes.

Este catálogo se genera por simulación de las ondas gravitatorias que producirían las fuentes candidato que se contemplan actualmente variando diferentes parámetros (masas de los objetos, velocidades de rotación, distancia a la fuente).

Si se produce una coincidencia, entonces unos segundos o minutos después de que haya llegado a Tierra se puede dar cuenta de la onda gravitatoria y estimar las propiedades de la fuente. Aunque para finalmente anunciar una detección, y conocer los parámetros de la fuente con precisión; se utilizan técnicas de inferencia bayesiana, que proporcionan las posibles combinaciones de esos parámetros que dan lugar a la onda recibida y la probabilidad de cada una.

Otro dato importante a calcular es la tasa de falso positivo del evento, pues de no ser lo suficientemente pequeña no se puede afirmar que se haya detectado una onda gravitatoria.

Como hemos dicho antes, el mínimo imprescindible para poder detectar ondas gravitatorias son dos interferómetros, pero si que quiere localizar la procedencia de la fuente en la esfera celeste, como mínimo hacen falta tres. Por otra parte, cuantos más interferómetros trabajen juntos, mayor precisión se tendrá en las medidas.

Otros detectores interferométricos que trabajan junto con LIGO son: Virgo, en Italia y GEO600, en Alemania. Una instalación similar a los interferómetros de Estado Unidos se planea construir en India para entrar a formar parte de la red global, LIGO-India. Los detectores que operan actualmente, de segunda generación, ya han alcanzado la sensibilidad proyectada. Con lo cual, la siguiente generación irá encaminada a mejorar las limitaciones de estos. Se planea que a finales de 2019 se una a la red KAGRA, en Japón; que será subterráneo para mayor aislamiento sísmico y criogénico para mayor aislamiento térmico. También hay un proyecto europeo similar a KAGRA, el Einstein Telescope; el cual constará de tres brazos, con dos interferómetros por vértice.

El siguiente paso para deshacerse del ruido sísmico es mandar el experimento al espacio, en eso consistirá LISA [10] (Laser Interferometer Space Antenna); formada por tres satélites que se mueven en geodésicas situadas en órbitas heliocéntricas semejantes a la de la Tierra. Las naves se encontrarán en formación de triángulo equilátero, de manera que la longitud de cada brazo será de 2.5 millones de kilómetros. Cada satélite tendrá dos láseres y en conjunto funcionará como tres interferómetros parcialmente independientes pero parcialmente redundantes. LISA operará en un rango de frecuencias de  $10^{-4}$  a  $10^{-1}$  Hz, bastante menores que las del LIGO; aunque el límite inferior de frecuencias bajas en LIGO es el ruido sísmico, que no ocurre en el espacio, hay también límites superior e inferior que determinan una zona del espectro de frecuencias.

Y como sucesor de LISA, se ha propuesto el Big Bang Observer (BBO) [9]. Constará de 12 naves y su principal objetivo será la búsqueda de ondas gravitatorias procedentes del Big Bang.

### 5.3. Rastreamiento Doppler

Consiste en el uso de señales de radio entre la Tierra y un satélite (artificial) de las cuales se examinan cambios en la fase y la amplitud de manera que se puedan estudiar los fenómenos que puedan afectarla.

Entre estos están: composiciones de atmósferas, anillos de planetas, campos gravitatorios planetarios, ondas gravitatorias, etc.

Estos experimentos se ven afectados por dos tipos principales de ruido: el instrumental y el relativo a la propagación.

El rango de frecuencias ondas gravitatorias accesibles al rastreamiento Doppler es el de baja frecuencia, viéndose limitado superiormente por el ruido térmico fundamentalmente, resultando en un ancho de  $10^{-4}$  a  $10^{-1}$  Hz.

Tanto la ESA como la NASA tienen en funcionamiento misiones de este tipo. [3]

### 5.4. Cronometraje de púlsares

Los púlsares son relojes muy estables, es decir, envían una señal prácticamente periódica.

Este método no consiste en medir ondas gravitatorias emitidas por los púlsares, sino que es más bien análogo a un interferómetro. En este caso, las masas en caída libre son los púlsares y la Tierra. Y la señal, en lugar de ser un haz de luz láser es el pulso emitido por las estrellas de neutrones, el cual se detecta con radiotelescopios.

Si se monitorean varios púlsares a la vez y se correlacionan las frecuencias de estos se pueden detectar ondas gravitatorias, que hayan pasado entre ambos. De hecho, los experimentos de tipo PTA (Pulsar Timing Array) trabajan con decenas de púlsares de milisegundos.

Los tiempos de observación requeridos para esta detección son del orden del año, por lo que las ondas que se pueden detectar son de frecuencias muy bajas.

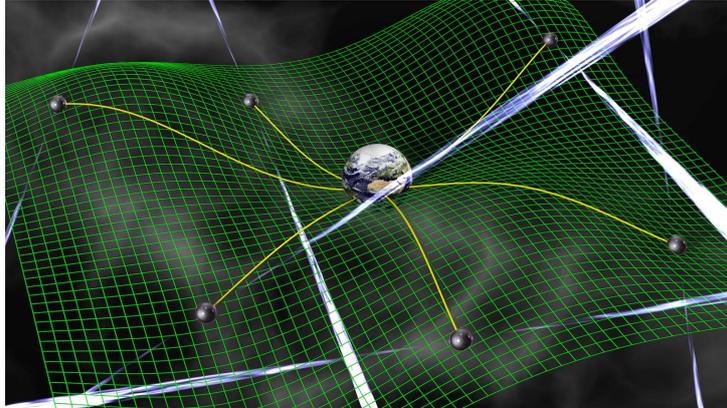


Figura 7: Representación artística del cronometraje de púlsares. Fuente: NASA

El tipo de ondas que principalmente pueden detectar son ondas gravitatorias fondo procedentes de fusiones de agujeros negros supermasivos. [18]

### **5.5. Polarización del fondo de radiación de microondas**

Diferentes experimentos de medida de la radiación de fondo de microondas, tanto en Tierra como en el espacio prevén poder extraer de la polarización de los modos de la radiación microondas evidencias de ondas gravitatorias procedentes de las primeras etapas del universo. De momento, el ruido introducido por el polvo cósmico, no permite hacer tales afirmaciones. [16]

## 6. Una nueva ventana al universo

En este apartado voy a tratar de explicar qué tienen de especial y por qué nos tienen que importar las ondas gravitatorias.

A lo largo de la historia cada vez que hemos observado el universo de una forma distinta: con telescopios, microscopios, en el infrarrojo, en rayos X, etc. ha cambiado nuestra perspectiva del universo y se han hecho descubrimientos que ni siquiera éramos capaces de imaginarnos.

Precisamente, es el caso que nos ocupa. De hecho, este es más excepcional. Ya que no consiste simplemente en que podamos ver en otra escala, o en otra franja del espectro electromagnético; sino que hemos accedido a un espectro totalmente diferente, el gravitatorio.

La analogía que se hace típicamente para ilustrar esta cuestión es que hasta ahora hemos visto el universo y ahora somos capaces de escucharlo.

Esta metáfora además viene al pelo porque las frecuencias de las ondas gravitatorias que se han detectado con los experimentos actuales están dentro del rango audible (imaginándonos que habláramos de ondas sonoras, que por supuesto no tienen mucho que ver con las ondas gravitatorias). De hecho se pueden encontrar tras una rápida búsqueda en internet archivos de audio generados a partir de la forma de onda de ondas gravitatorias correspondientes a coalescencias de agujeros negros captadas por LIGO.

Hagamos ahora una pequeña comparativa entre las ondas electromagnéticas astronómicas (nuestra principal fuente de información acerca del cosmos) y las ondas gravitatorias [29].

Las ondas electromagnéticas se propagan por el espacio-tiempo, mientras que las ondas gravitatorias son del espacio-tiempo en sí. Por lo tanto, las ondas gravitatorias pueden viajar por todo el universo sin verse prácticamente alteradas por absorción o dispersión. La contrapartida es que su muy baja interacción con la materia las hace muy difíciles de detectar.

Como se extrae del anterior punto, las ondas electromagnéticas sí son absorbidas y dispersadas cuando se encuentran con densidades altas de materia y energía. Es por esto que nunca nos puede llegar información electromagnética que hasta llegar a nosotros deba atravesar zonas no demasiado vacías del espacio-tiempo.

En cuanto al tipo de procesos que las generan, cabe destacar que las ondas electromagnéticas suelen ser superposición de emisiones incoherentes de partículas individuales (electrones, átomos, moléculas); en cambio, las

ondas gravitatorias son producidas por movimientos colectivos coherentes de enormes cantidades de masa y energía.

Además, la longitud de onda de las ondas electromagnéticas es pequeña comparada con el tamaño de las fuentes de las que proceden (nebulosas, estrellas, discos de acreción); no así la de las gravitatorias, que es comparable o mayor al tamaño de las fuentes. De ahí que sea posible tomar imágenes de las fuentes electromagnéticas pero no de las gravitatorias.

Por estos motivos, la información acerca del universo que podemos obtener de la detección de ondas gravitatorias no solo es completamente distinta de la que hemos venido recibiendo hasta ahora, sino que, en general, procede de fuentes diferentes.

Dicho de otra manera: la mayoría de las fuentes de ondas gravitatorias no pueden ser vistas electromagnéticamente y viceversa. Típicamente las fuentes de ondas electromagnéticas (como las que hemos mencionado antes) no emiten significativamente en el gravitatorio; mientras que las fuentes tipo de ondas gravitatorias o bien no emiten ondas electromagnéticas en absoluto (sistemas binarios de agujeros negros) o bien, si lo hacen, la radiación queda opacada por las densas capas de gas estelar circundante (supernovas).

Bien, una vez ha quedado claro que con la detección de ondas gravitatorias se ha revolucionado el panorama general de la astronomía vamos a dar algunos ejemplos concretos de para qué se pueden usar.

Una muy importante excepción a lo que hemos dicho de que la mayoría de las fuentes de ondas gravitatorias no emiten ondas electromagnéticas son los sistemas binarios de estrellas de neutrones en colapso. La observación de estos objetos representa el comienzo de la astronomía multimensajero [6].

La primera fuente a la vez de ondas gravitatorias y electromagnéticas de la que se tuvo registro fue GW170817. Unos instantes antes de que las estrellas se fusionaran, los detectores LIGO y VIRGO detectaron una señal candidata y dieron una alerta pública estimando la procedencia de la fuente. Muy poco después, 70 telescopios de 7 países; de óptico, infrarrojo, rayos X, ultravioleta, rayos  $\gamma$  y radio ya estaban observando a la región correspondiente y pudieron ser testigos de la fase de emisión electromagnética del evento.

Además de para poder saber con antelación dónde van a ocurrir algunos acontecimientos de gran interés astronómico y de confirmar las hipótesis sobre las fuentes que las originan estos sistemas tienen otra importante aplicación.

Como ya hemos visto en anteriores apartados, de la forma de onda de una fuente conocida se puede extraer, entre otras cosas, la distancia a la que

se encuentra. Esto supone un gran avance en astronomía, ya que hasta ahora la distancia de objetos lejanos (a más de 1000 parsecs) se calcula utilizando la escalera cósmica de distancias; que es un método consistente en ir encadenando sucesivos pasos y utilizando diferentes modelos físicos para finalmente poder hallar la distancia que se busca [13].

Para objetos cercanos, mediante observaciones directas y trigonometría se puede calcular su distancia. Pero llegados a cierto punto, esto se hace imposible.

Entre otras cosas para resolver este problema se utilizan las candelas estándar. Son propiedades de algunos objetos que pueden ser relacionados con la distancia a la que estos se encuentran (variación del brillo, ensanchamiento de líneas espectrales, etc.).

Por analogía con estas se denominaron sirenas estándar a las fuentes de ondas gravitatorias de las que se puede extraer la distancia a la que se encuentran, típicamente sistemas binarios en coalescencia.

Ahora bien, si además de conocer la distancia a la que se encuentra la fuente, conocemos su corrimiento al rojo, cosa que es posible si la fuente de ondas gravitatorias en cuestión tiene también una contraparte electromagnética, entonces podemos determinar la constante de Hubble con esta observación.

La constante de Hubble, relaciona la velocidad a la que se alejan las galaxias entre sí debido a la expansión del universo con la distancia entre ellas. Hasta ahora la constante de Hubble se ha estimado utilizando la escalera cósmica de distancias y también mediante métodos cosmológicos basados en la radiación de fondo de microondas. Existen discrepancias entre los valores obtenidos por ambos procedimientos. Las sirenas estándar podrían arrojar luz sobre este problema y quizá traer nuevos descubrimientos relacionados con la energía y materia oscura o los neutrinos (cuya presencia es clave en el cálculo de la constante de Hubble).

Otro asunto que las observaciones de ondas gravitatorias podrían ayudar a resolver es el del origen de los elementos pesados, cuya formación por fusión requiere un ambiente muy rico en neutrones y en energía. Esas condiciones se dan en las explosiones de supernovas, pero los cálculos de los ritmos de producción en esas explosiones dan cuenta solamente de una parte de las abundancias existentes. Ahora las observaciones de la contraparte electromagnética de fusiones de estrellas de neutrones revelan la presencia de átomos más pesados que el hierro [19], lo cual no es nada sorprendente: en tal fusión, hay neutrones y energía abundantísima, lo que permite pensar que los procesos de coalescencia de estrellas de neutrones son los responsables de la mayor parte de la creación de los elementos pesados de la Tabla Periódica.

Las ondas gravitatorias también podrían confirmar hipótesis de la teoría de cuerdas ya que según esta, hay una radiación de fondo de ondas gravitatorias con una cierta densidad y polarización debida a las cuerdas cósmicas [29].

Por otra parte, ya que las ondas gravitatorias están hechas de gravedad bien podrían servir a la gravedad cuántica para resolver el rompecabezas de unificar esta fuerza con el resto de fuerzas fundamentales. En particular, podrían aportar información para comprender mejor el Big Bang, ya que todas las ondas gravitatorias que se hayan generado en cualquier momento llevan viajando por el universo desde entonces, incluso cuando el universo no era todavía transparente.

Y por último, las ondas gravitatorias nos van a ayudar a entender los fenómenos más violentos y energéticos del universo (formaciones de agujeros negros, supernovas, coalescencias de estrellas de neutrones, etc.).

## Bibliografía

- [1] ABBOTT, B. P., ET AL. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters* (Feb. 2016).
- [2] ALI, A., AHMAD, S., NAWAZ, M., ULLAH, S., Y AQEEL, M. Bayesian inference on gravitational waves. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research* (2015).
- [3] ASMAR, S., Y RENZETTI, N. Spacecraft doppler tracking with the deep space network in the search for gravitational waves. *First International Conference on Space & Astronomy. University of Jordan* (1994).
- [4] BIERI, L., GARFINKLE, D., HILL, C. D., NUROWSKI, P., SORMANI, C., Y YUNES, N. The mathematics of gravitational waves. *Notices of the AMS* (2017).
- [5] BLUM, A., LALLI, R., Y RENN, J. One hundred years of gravitational waves. *Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte* (2016).
- [6] BRANCHESI, M. Multi-messenger astronomy: gravitational waves, neutrinos, photons, and cosmic rays. *Journal of Physics: Conference Series 718* (2016).
- [7] BURGAY, M., ET AL. An increased estimate of the merger rate of double neutron stars from observations of a highly relativistic system. *Nature*, 426 (2003).
- [8] CERVANTES-COTA, J., GALINDO, S., Y SMOOT, G. A brief history of gravitational waves. *Universe* (2016).
- [9] CROWDER, J., Y CORNISH, N. J. Beyond LISA: Exploring future gravitational wave missions. *Physical Review*, D72 (2005).
- [10] DANZMANN, K. LISA Laser Interferometer Space Antenna A proposal in response to the ESA call for L3 mission concepts. *Albert Einstein Institute Hannover. Leibniz Universität Hannover and Max Planck Institute for Gravitational Physics* (2017).
- [11] DEWITT, C. M., Y RICKLES, D. *The Role of Gravitation in Physics: Report from the 1957 Chapel Hill Conference*. Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, 2018.
- [12] D'INVERNO, R. *Introducing Einstein's Relativity*. Oxford University Press, 1992.

- [13] FEENEY, S. M., ET AL. Prospects for Resolving the Hubble Constant Tension with Standard Sirens. *Physical Review Letters*, 122 (2019).
- [14] FLANAGAN, E. E., Y HUGHES, S. A. The basics of gravitational wave theory. *New Journal of Physics* 7, 204 (2005).
- [15] FORWARD, R. L. General relativity for the experimentalist. *Proceedings Of The Ire* (1961).
- [16] GOTT III, J. R., Y COLLEY, W. N. Reanalysis of the BICEP2, Keck and Planck Data: No Evidence for Gravitational Radiation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (July 2017).
- [17] HEWISH, A., BELL, S. J., PILKINGTON, J. D. H., SCOTT, P. F., Y COLLINS, R. A. Observation of a rapidly pulsating radio source. *Nature*, 217 (1968).
- [18] HOBBS, G. Pulsar timing arrays: Status and techniques. *Proceedings IAU Symposium*, 291 (2012).
- [19] KASEN, D., METZGER, B., BARNES, J., QUATAERT, E., Y RAMIREZ-RUIZ, E. Origin of the heavy elements in binary neutron-star mergers from a gravitational-wave event. *Nature* 551 (Nov. 2017).
- [20] KOKKOTAS, K. D. Gravitational wave physics. *Encyclopedia of Physical Science and Technology* 7 (2002).
- [21] PRICE, R. H., ET AL. Comparison of electromagnetic and gravitational radiation: What we can learn about each from the other. *American Journal of Physics* (2013).
- [22] ROTHMAN, T. The secret history of gravitational waves. *American Scientist* (2018).
- [23] SCHILLER, C. Maximum force and minimum distance: physics in limit statements. *arXiv:physics/0309118v5* (2003).
- [24] SINTES, A. M., Y SORAZU, B. La observación de ondas gravitacionales con LIGO. *Investigación y Ciencia* (Feb. 2017).
- [25] THE NOBEL COMITEE FOR PHYSICS. Cosmic chirps. *Kunagl. Vetenskapsakademien* (2017).
- [26] THE NOBEL COMMITTEE FOR PHYSICS. The laser interferometer gravitational-wave observatory and the first direct observation of gravitational waves. *Kunagl. Vetenskapsakademien* (2017).

- [27] THIDÉ, B. *Electromagnetic Field Theory*. Swedish Institute of Space Physics and Department of Astronomy and Space Physics. Uppsala University, Sweden, 1997.
- [28] THORNE, K. S. *Agujeros negros y tiempo curvo. El escandaloso legado de Einstein*. Crítica, 1995.
- [29] THORNE, K. S. Gravitational waves. *Proceeding of the Snowmass 95 Summer Study on Particle and Nuclear Astrophysics and Cosmology* (1995).
- [30] TIEC, A. L., Y NOVAK, J. Theory of gravitational waves. En *An overview of gravitational waves: Theory and detection*. World Scientific, 2016.
- [31] WEINSTEIN, G. *General Relativity Conflict and Rivalries: Einstein's Polemics with Physicists*. Cambridge Scholars Publishing, 2015.