



**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**Departamento de Matemática Aplicada**

**Desarrollo de la metodología y didáctica  
empleada para el diseño de una  
programación dinámica para impartir  
matemáticas**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación  
Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Especialidad de Matemáticas.**

**Alumna: Nuria Díaz Cuadrado**

**Tutores: Dr. Víctor Gatón Bustillo y  
Dr. Cesáreo J. González Fernández**

**Valladolid, 16 de Julio de 2019**



A mi familia, y seres queridos.

Especialmente, a mi suegro.



# ÍNDICE

JUSTIFICACIÓN DEL TFM.....	1
<b>PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA.</b>	
INTRODUCCIÓN.....	5
CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE.....	7
OBJETIVOS.....	11
CONTENIDOS.....	14
METODOLOGÍA.....	17
RECURSOS.....	23
DIVISIÓN EN TIEMPOS Y ESPACIOS.....	24
EVALUACIÓN.....	28
ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.....	32
MEDIDAS PARA ESTIMULAR LA LECTURA.....	34
CONCLUSIONES Y EVALUACIÓN DE CADA UNIDAD DIDÁCTICA.....	35
<b>DESARROLLO DE LAS UNIDADES DIDÁCTICAS</b>	
CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE “BLOQUE FUNCIONES”.....	39
RECURSOS “BLOQUE FUNCIONES”.....	43
PLANES COMPLEMENTARIOS “BLOQUE FUNCIONES”.....	43
TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN “BLOQUE FUNCIONES”.....	46
UNIDAD 9 – FUNCIONES.....	47
Contribución a las Competencias Clave.....	48
Objetivos Didácticos.....	49
Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje.....	50
Metodología.....	53
División en Tiempos y Espacios.....	54

Actividades de Aprendizaje y Enseñanza.....	56
Evaluación.....	60
Atención a la Diversidad.....	60
UNIDAD 10 – FUNCIONES POLINÓMICAS Y RACIONALES.....	61
Contribución a las Competencias Clave.....	62
Objetivos Didácticos.....	64
Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje.....	65
Metodología.....	69
División en Tiempos y Espacios.....	70
Actividades de Aprendizaje y Enseñanza.....	72
Evaluación.....	77
Atención a la Diversidad.....	77
UNIDAD 11 – FUNCIONES EXPONENCIALES, LOGARÍTMICAS Y TRIGONOMÉTRICAS.....	79
Contribución a las Competencias Clave.....	80
Objetivos Didácticos.....	81
Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje.....	82
Metodología.....	85
División en Tiempos y Espacios.....	85
Actividades de Aprendizaje y Enseñanza.....	87
Evaluación.....	91
Atención a la Diversidad.....	91
CONCLUSIONES.....	93
BIBLIOGRAFÍA.....	95

# JUSTIFICACIÓN DEL TFM

El objetivo de la realización de este trabajo es aplicar los conocimientos adquiridos en el Máster de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación profesional y Enseñanza de Idiomas, a través del desarrollo de la metodología y didáctica empleada para el diseño de una programación dinámica para impartir matemáticas, correspondiente a 4º E.S.O. Orientadas a las Enseñanzas Académicas.

Para la elaboración del documento han sido necesarios los conocimientos adquiridos en las distintas asignaturas que componen el Máster:

- Procesos y contextos educativos: Conocimiento de la legislación vigente para fomentar una educación en el desarrollo de competencias, la organización institucional educativa, el funcionamiento de las tutorías, etc.
- Aprendizaje y desarrollo de la personalidad: Ayuda a un planteamiento de la atención a la diversidad, pues es necesario conocer las dificultades que presentan los alumnos y de que maneras las podemos subsanar. Además, el conocimiento de las habilidades docentes que el profesor puede utilizar para mantener la participación y motivación de los alumnos.
- Sociedad, familia y educación: Para tener en cuenta el contexto social y cultural de los estudiantes, y llevar a cabo una programación adecuada.
- Complementos de matemáticas: Sin un dominio de la materia, no se puede saber qué metodologías se pueden utilizar para la adquisición de los conceptos.
- Diseño curricular en matemáticas: La planificación y la evaluación del proceso de enseñanza, buscando la relación y adquisición de las competencias.
- Didáctica de las matemáticas: Las herramientas didácticas que se pueden llevar a cabo en el aula, para motivar al alumno, ayudar a su aprendizaje, etc.
- Metodología y evaluación en matemáticas: La utilización de diferentes metodologías para dar en clase, los recursos necesarios y las distintas formas de evaluación.
- Innovación docente en matemáticas: Para mostrar los contenidos desde diferentes puntos de vista, utilizando las herramientas que sean necesarias, en nuestro caso la ayuda del programa GeoGebra.
- Iniciación a la investigación educativa en matemáticas: Para analizar las buenas y malas prácticas docentes desde un punto de vista autocrítico.
- Modelos matemáticos en educación secundaria: La relación de la vida cotidiana con los conceptos matemáticos.
- Prácticum: Conocer la realidad en el aula, adecuando el trabajo hacia quien va dirigido.

La asignatura de Ideas y conceptos matemáticos a través de la historia, aunque no se ha cursado, también es necesaria para el desarrollo del trabajo, dado que con ella obtenemos bastante material de información que podemos transmitir a los alumnos, y esto puede ayudar a su motivación y que dejen de ver esta asignatura como procedimientos de calcular cosas.



# **Programación Didáctica**



# INTRODUCCIÓN

El concepto de programación didáctica<sup>1</sup> proviene del campo de la educación y se refiere al fenómeno mediante el cual los educadores programan u organizan la didáctica de enseñanza y aprendizaje. Por tanto, la programación didáctica es la forma de poner de manera ordenada y significativa los contenidos, las tareas y actividades a realizar, los objetivos a cumplir, los recursos a usar y otros datos. Todos ellos en su conjunto ayudan al proceso de enseñanza, mediante el análisis que se vaya haciendo de los resultados obtenidos.

Entonces, la programación didáctica es la herramienta que se utiliza para que los elementos didácticos estén estructurados, ordenados y organizados durante el curso lectivo. Por eso, una buena programación didáctica requiere tener en cuenta un sinnúmero de variables que puedan ajustarse a las circunstancias de cada alumno, del profesor, del centro, etc.

Como bien es sabido por el artículo 18 de la ORDEN EDU/519/2014, de 17 de Junio, las programaciones didácticas deberán contener, al menos, los siguientes elementos:

- a) Secuenciación y temporalización de los contenidos.
- b) Estándares de aprendizaje evaluables que se consideran básicos.
- c) Decisiones metodológicas y didácticas.
- d) Perfil de cada una de las competencias de acuerdo con lo establecido en la Orden ECD/65/2015, de 21 de Enero.
- e) Concreción de elementos transversales que se trabajarán en cada materia.
- f) Medidas que promuevan el hábito de la lectura.
- g) Estrategias e instrumentos para la evaluación de los aprendizajes del alumnado y criterios de calificación.
- h) Actividades de recuperación de los alumnos con materias pendientes de cursos anteriores.
- i) Medidas de atención a la diversidad.
- j) Materiales y recursos de desarrollo curricular.
- k) Programación de actividades extraescolares y complementarias.
- l) Procedimiento de evaluación de la programación didáctica y sus indicadores de logro.

La estructura de la programación didáctica que nosotros vamos a elegir, englobando todo lo expuesto anteriormente, es la marcada por la asignatura *Diseño Curricular*:

- ***Introducción contextual***: Se hará al inicio de cada Unidad Didáctica, dónde situaremos el curso a que va dirigido, los contenidos que se van a tratar, y la relación con otras asignaturas.
- ***Contribución a las competencias clave***: En la parte general, se expondrán todas las competencias, y la forma en la que se pretende conseguir su desarrollo. En las Unidades Didácticas se relacionará con los conceptos a desarrollar.
- ***Objetivos didácticos***: En la parte general, los objetivos que se pretenden alcanzar durante todo el curso, dividido en sus cinco bloques. Mientras que en cada Unidad Didáctica se pondrán sus específicos.

---

<sup>1</sup> <https://www.definicionabc.com>

- Contenidos: En la parte general, los contenidos que se pretenden desarrollar a lo largo del curso, también divididos en sus cinco bloques. Mientras que en cada Unidad Didáctica se pondrán sus específicos pero relacionándolos con sus criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables y competencias. Los referentes al bloque 1, se expondrán una vez al inicio de la programación de las Unidades Didácticas, y no dentro de cada una de ellas.
- Metodología: Explicar qué tipos de estrategias y procedimientos se llevarán a cabo para el desarrollo de la programación. Y en cada Unidad Didáctica la que se utilizaría para el desarrollo de los conceptos.
- Recursos: En la parte general, los necesarios para conseguir que los alumnos entiendan los contenidos a explicar. Y en el “bloque funciones” se especifican los que hagan falta.
- División en tiempos y espacios: En la parte general, se pondrán las horas que se dedicarán a cada Unidad Didáctica, las horas que se emplearán para exámenes, y como se pretende que sea la distribución de la sesión. Sin embargo, en las Unidades Didácticas se explicará exactamente qué se hará en cada sesión, y en qué lugar se va a realizar.
- Actividades de aprendizaje y enseñanza: Sólo se pondrá en el desarrollo de las Unidades Didácticas. Explicaremos qué se pretende con cada actividad.
- Planes complementarios: Únicamente está al inicio del desarrollo de las Unidades Didácticas, dado que hacemos referencia a la utilidad del plan con el bloque a desarrollar.
- Evaluación: Comentar la forma en la que se va a evaluar al alumno.
- Atención a la diversidad: Las medidas que se ofrecerán para que todos los alumnos puedan tener una atención individualizada.
- Medidas para estimular la lectura: Aparece sólo en la parte general, ya que esto se dará al inicio del curso, con ciertos puntos de cómo fomentar esa lectura.
- Conclusiones y evaluación de la Unidad Didáctica: Sólo estará explicado en la parte general, puesto que es lo mismo para todas las Unidades Didácticas. En ella se explica que medidas tomará el docente para mejorarla y una tabla de preguntas que se pasará a los alumnos para que den su opinión. Al final del trabajo habrá una sección de conclusiones, dónde se analiza su elaboración.

La programación didáctica de la asignatura en Matemáticas que voy a elaborar es referente al curso 4º E.S.O. Orientado a las Enseñanzas Académicas, y las Unidades a desarrollar son las pertenecientes al bloque de Funciones, con la particularidad que la Unidad 9 la pude llevar a cabo durante el periodo del Practicum.

# CONTRIBUCIÓN A LAS COMPETENCIAS CLAVE

En el artículo 2 de la Orden ECD/65/2015, de 21 de Enero, las competencias clave en el Sistema Educativo Español que tenemos que desarrollar de manera que estén relacionadas con los objetivos definidos para la Educación Secundaria Obligatoria son las siguientes:

## **Competencia en Comunicación Lingüística**

Esta competencia es una de las más importantes, por lo que se va a potenciar durante todo el curso. Esto se debe a que sin entender las definiciones de los conceptos explicados o los enunciados de los ejercicios y/o problemas propuestos, difícilmente se pueden desarrollar ciertas competencias.

Para llevar a cabo el desarrollo de esta competencia, se trabajará con rigor en la incorporación de expresiones matemáticas tanto en su expresión oral como escrita. Además, de potenciar su vocabulario lingüístico.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en la competencia en comunicación lingüística (CCL), se trabajará en los siguientes descriptores:

- Usar el vocabulario específico de las matemáticas.
- Comprender los textos matemáticos como los literarios.
- Redactar escritos sin cometer ninguna falta de ortografía.
- Expresar de forma oral y escrita el lenguaje matemático.
- Buscar y procesar información utilizando el lenguaje matemático.
- Dar una correcta argumentación en las ideas tanto de forma oral como escrita.

## **Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología**

La competencia Matemática es la que más se va a desarrollar a lo largo de todo este trabajo, dado que para adquirir cualquier conocimiento de la asignatura de Matemáticas es necesario su fomento.

Para llevar a cabo el desarrollo de dicha competencia en esta asignatura, se trabajará en el desarrollo del razonamiento matemático, para que los alumnos puedan describir, analizar y prever distintos fenómenos que puedan ocurrir en la realidad.

Además, el razonamiento matemático ayuda a desarrollar las competencias básicas en ciencia y tecnología, ya que hace que se comprenda mejor el entorno.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT), se trabajará en los siguientes descriptores:

- Conocer y manejar los números (naturales, enteros, racionales, irracionales, reales) con bastante soltura.
- Conocer y manejar los elementos matemáticos básicos (operaciones, símbolos, porcentajes, proporcionalidad, funciones, etc.) con cierta soltura.
- Saber interpretar y expresar información mediante procedimientos matemáticos para adquirir ciertas destrezas en la resolución de problemas.
- Aplicar estrategias de resolución de problemas en diferentes situaciones de la vida cotidiana.
- Expresar y comunicar en lenguaje matemático.
- Saber y reconocer la importancia de la ciencia a lo largo de la historia.
- Aplicar el conocimiento científico-tecnológico para responder preguntas y comprender lo que ocurre en nuestro entorno.
- Saber seleccionar las técnicas más adecuadas para calcular e interpretar la información disponible.

## **Competencia Digital**

El avance en el mundo tecnológico, hace que el desarrollo de esta competencia sea muy importante en los alumnos para estar al día en nuestra sociedad.

El desarrollo de la competencia digital (CD) se llevará a cabo mediante el uso de herramientas informáticas necesarias para el dibujo de figuras geométricas, representaciones gráficas de funciones, datos estadísticos, etc. Dado que su uso ayudará a los estudiantes a comprender mejor los datos obtenidos, y poder extraer una información adecuada de lo observado.

Además, se quiere que los alumnos adquieran ciertas destrezas relacionadas con la búsqueda y selección de información procedente de diferentes soportes, como saber seleccionar donde buscar esa información. Esto ayudaría a los alumnos en la realización de los trabajos.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en la competencia digital, se trabajará en los siguientes descriptores:

- Utilizar diferentes fuentes de información para conocer o ampliar el conocimiento.
- Saber seleccionar la validez de las fuentes de información.
- Emplear los programas matemáticos específicos.
- Saber traducir el lenguaje común o matemático al lenguaje informático.
- Utilizar los recursos tecnológicos disponibles a diario.

## **Aprender a Aprender**

En matemáticas, el desarrollo de la competencia aprender a aprender (CAA) se basa principalmente en la capacidad que tiene el alumno en resolver los problemas de forma autónoma. Por tanto, se pretende que el alumno sea independiente, constante y se esfuerce por tratar diferentes situaciones cuya dificultad vaya creciendo.

Además, saber explicar el proceso que se ha seguido para la resolución de los problemas, ayuda a saber qué es lo que se ha aprendido y lo que queda por aprender.

Por otro lado, se pretende que el alumno sea capaz de reconocer los conocimientos vistos en cursos anteriores y cuál es la ampliación de este año, y sobre todo saber relacionar unos contenidos con otros.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en la competencia aprender a aprender, se trabajará en los siguientes descriptores:

- Conocer las capacidades de cada alumno (intelectuales, emocionales, de aprendizaje etc.), con su potencial y carencia.
- Elaborar las estrategias de aprendizaje con sus pasos necesarios.
- Capacidad de plantearse preguntas, identificando las distintas respuestas posibles.
- Capacidad de asumir los errores y aprender de ellos.
- Conseguir un rendimiento máximo de sus capacidades de aprendizaje mediante la ayuda de estrategias y técnicas de estudio.
- Saber aplicar los conocimientos adquiridos en diferentes contextos.
- Evaluar los objetivos cumplidos durante el curso.

## **Competencias Sociales y Cívicas**

Las competencias sociales y cívicas (CSC) se trabajarán en matemáticas mediante un pensamiento racional, reflexivo y crítico sobre los fenómenos que sucedan en nuestro entorno. Esto se hará a través del análisis funcional y de la estadística, pues aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones.

Además, se desea que los alumnos sepan enfocar los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo, para que sepan valorar otros puntos de vista para abordar una situación y de esta forma amplíen sus capacidades.

Por otro lado, esta competencia se refuerza con el fomento de un diálogo moderado entre los alumnos y el profesor, la existencia de diferentes formas de pensar a la hora de abordar un problema, el respeto hacia el compañero, etc.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en las competencias sociales y cívicas, se trabajarán en los siguientes descriptores:

- Comportarse correctamente en el aula, respetando al profesor y compañeros.
- Saber resolver conflictos.
- Entender la postura de los demás, sobre todo cuando sea diferente a la suya.
- Mostrar interés en la participación.
- Reflexionar de forma lógica sobre los problemas expuestos.
- Tomar decisiones y saber responsabilizarse de ellas.

### **Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor**

En matemáticas esta competencia se trabajará mediante la utilización de estrategias para la resolución de problemas, entre las cuales intervienen: la planificación, primero comprendiendo el enunciado y segundo elaborando la estrategia de resolución; la gestión del tiempo y los recursos disponibles; la valoración de los resultados obtenidos con su argumentación para defenderlos.

Además, se fomentará la actitud de confianza en sí mismo para que pueda resolver cualquier problema o ejercicio que se le ponga.

Por otro lado, al ser el último curso de la E.S.O. se requiere que sepa tomar decisiones sobre lo que va a hacer en un futuro, lo que contribuye al desarrollo de esta competencia.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en la competencia de sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIE), se trabajará en los siguientes descriptores:

- Fomentar a que entiendan la postura de los demás.
- Trabajar la motivación y la autoestima.
- Ser organizado en la realización de tareas.
- Diseñar estrategias para resolver los problemas.
- Asumir las responsabilidades tanto individual como grupal.
- No priorizar el trabajo individual cuando se trabaje en grupo.
- Saber utilizar los recursos de forma óptima.
- Ser capaz de pedir ayuda cuando sea necesario.
- Ser constante en el trabajo.

## **Conciencia y Expresiones culturales**

Esta competencia se llevará a cabo de la siguiente manera: en el inicio de cada Unidad Didáctica se pretende hacer una presentación histórica de los contenidos, comentándoles quienes han sido los principales investigadores y como han llegado a ello. Además, en los trabajos que tengan que realizar, tendrán que hacer referencia a los “matemáticos” que han contribuido a su desarrollo.

Por otro lado, en los bloques de geometría y funciones que se encuentran en la asignatura, se pretende motivar al alumno a buscar en la arquitectura y pintura que se encuentra en su alrededor los matemáticos que hay presentes, de esta manera se hará entender a los alumnos la importancia que tiene esta asignatura en la construcción de monumentos, edificios, pintar cuadros, etc.

Para evaluar el desarrollo de los alumnos en la competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC), se trabajará en los siguientes descriptores:

- Aprender y disfrutar del patrimonio cultural.
- Conocer el patrimonio cultural y artístico.
- Entender el valor cultural de las matemáticas.
- Valorar el diálogo y el derecho a la diversidad cultural.
- Elaborar trabajos y presentaciones con cierto sentido estético.

# **OBJETIVOS**

## **Objetivos generales de Educación Secundaria**

Según lo establecido por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre del BOE, el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato tendrá como objetivos desarrollar las siguientes capacidades:

- a) Asumir sus deberes; conocer y ejercer sus derechos; practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre todos, ejercitarse en el diálogo garantizando los derechos humanos y la igualdad de trato, como valores comunes de una sociedad plural, y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática
- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo para las tareas del aprendizaje y del desarrollo personal.

- c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades. Rechazar cualquier tipo de discriminación, como los estereotipos que procedan de ella y sus actuaciones violentas.
- d) Fortalecer sus capacidades afectivas y resolver sus conflictos pacíficamente. Rechazar la violencia, el perjuicio y los comportamientos sexistas.
- e) Desarrollar habilidades básicas en el uso de las fuentes de información con sentido crítico, y adquirir una preparación básica en el mundo de las tecnologías.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado y estructurado en distintas disciplinas, para entender y aplicar los métodos de identificación de los problemas en los distintos campos.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en uno mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
- i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.
- j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura, como el patrimonio artístico y cultural.
- k) Entender y admitir el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, para contribuir en su conservación y mejora.
- l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

## **Objetivos del curso 4º E.S.O. de Matemáticas Orientado a las Enseñanzas Académicas**

Según la ORDEN EDU/362/2015, de 4 de mayo, que establece el currículo y regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León, tiene como objetivo desarrollar en el alumnado unas ciertas capacidades. Estas están divididas en 5 bloques:

## BLOQUE 1: PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS

- Expresar de forma razonada los distintos pasos para la resolución de problemas.
- Conocer y utilizar las diferentes estrategias que hay para la resolución de problemas.
- Analizar los resultados.
- Desarrollar procesos de matematización y modelización en contextos de la realidad cotidiana.
- Valorar la modelización matemática para la resolución de problemas de la realidad cotidiana identificando su eficacia o limitación.
- Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Identificar las dificultades que se encuentra a la hora de resolver problemas para poder superarlas.
- Reflexionar sobre las decisiones tomadas y su respectiva eficacia.
- Conocer y manejar las herramientas tecnológicas para realizar cálculos, representar gráficas, buscar información, etc.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para el proceso de aprendizaje, buscando y analizando la información para mejorar la interacción.

## BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Utilizar las propiedades de los números reales en operaciones para la resolución de ejercicios y/o problemas.
- Conocer y emplear el lenguaje algebraico para poder entender y expresar los enunciados de los problemas.
- Resolver problemas del día a día a través de planteamientos con porcentajes, ecuaciones, sistemas de ecuaciones lineales y no lineales con dos incógnitas, inecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

## BLOQUE 3: GEOMETRÍA

- Saber relacionar los ángulos en sistema sexagesimal y en radianes.
- Manejar las razones trigonométricas para cualquier ángulo, y saber relacionar los ángulos complementarios, suplementarios y opuestos.
- Resolver un triángulo rectángulo con las razones trigonométricas.
- Utilizar los conocimientos geométricos para la resolución de problemas métricos.
- Saber los criterios de semejanza para reconocer figuras semejantes. Manejar la razón de semejanza entre longitudes, áreas y volúmenes.

- Manejar la geometría analítica en el plano.
- Distinguir y calcular los distintos tipos de rectas en el plano.
- Identificar y saber calcular la posición relativa de dos rectas.

#### BLOQUE 4: FUNCIONES

- Diferenciar en las distintas formas que puede aparecer descrito un fenómeno.
- Identificar los elementos de estudio de las funciones gráficamente.
- Conocer los distintos tipos de funciones e identificar ciertos elementos de su estudio analíticamente.
- Identificar distintos modelos funcionales aplicados a contextos y situaciones de la vida real.
- Manejo de programas informáticos para la representación de funciones.

#### BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- Conocer y utilizar la combinatoria para resolver problemas.
- Resolver problemas de probabilidad simple y compuesta utilizando la regla de Laplace, tablas de contingencias y diagramas de árbol
- Manejar el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y estadística
- Utilizar diferentes tipos de representaciones gráficas de datos estadísticos y saber interpretarlos y analizarlos.
- Manejar la estadística bidimensional.

## CONTENIDOS

Por la ORDEN EDU/362/2015, de 4 de mayo, que establece el currículo y regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León, los alumnos y alumnas del curso 4º E.S.O. de matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas tienen que adquirir los siguientes contenidos, divididos en cinco bloques:

## BLOQUE 1: PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS

- Planificación del proceso de resolución de problemas: análisis de la situación, selección y relación entre los datos, aplicación de las estrategias de resolución adecuadas, análisis de las soluciones, y en su caso, ampliación del problema inicial.
- Elección de las estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje y notación apropiados (gráfico, numérico, algebraico básico, etc.); construcción de esquemas o diagramas; el método ensayo-error; búsqueda de analogías y de problemas semejantes; reformulación del problema, resolución de subproblemas que lo dividan en partes; recuento exhaustivo, comienzo por casos sencillos, búsqueda de regularidades, etc.
- Reflexión sobre los resultados obtenidos: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones dentro de él, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
- Expresión verbal y escrita en Matemáticas.
- Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos que sean acordes a su nivel educativo.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en sus propias capacidades para desarrollar una actitud adecuada y enfrentarse a las dificultades presentes en el trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
  - La recogida ordenada y la organización de datos.
  - La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
  - Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales, y la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos.
  - Diseñar simulaciones y elaborar predicciones sobre distintas situaciones matemáticas.
  - La elaboración de informes y documentos sobre los procesos ejecutados, los resueltos y las conclusiones obtenidas.
  - Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

## BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Los números irracionales.
- Los números reales con su representación en la recta real, su interpretación y uso en diferentes contextos con su notación adecuada.
- Intervalos (unión e intersección).
- Potencias de exponente entero o fraccionario con sus operaciones y propiedades.
- Radicales con sus propiedades y operaciones.
- Jerarquía de operaciones.
- Cálculo con porcentajes. Índices de variación. Interés simple y compuesto.
- Logaritmos. Definición y propiedades.
- Manipulación de expresiones algebraicas y utilización de identidades notables.
- Operaciones con polinomios: raíces, factorización, valor numérico.
- Resolución de ecuaciones de grado superior a dos.
- Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones.
- Sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.
- Inecuaciones de primer y segundo grado con resolución algebraica y gráfica.
- Sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas y su representación gráfica.
- Resolución de problemas mediante ecuaciones, sistemas e inecuaciones.

## BLOQUE 3: GEOMETRÍA

- Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes, con su relación.
- Razones trigonométricas de ángulos agudos y de cualquier otro ángulo.
- Relaciones entre las razones trigonométricas de ángulos complementarios, suplementarios y opuestos.
- Resolución de triángulos rectángulos.
- Aplicación de la geometría a la resolución de problemas métricos en el mundo físico: medida de longitudes, áreas y volúmenes.
- Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
- Iniciación a la geometría analítica en el plano: coordenadas. Vectores con sus operaciones de suma, resta y producto por un escalar. Diferentes tipos de expresiones de la recta y sus posiciones relativas.
- Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.

#### BLOQUE 4: FUNCIONES

- Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica.
- La tasa de variación media en un intervalo
- Funciones lineales, cuadráticas, de proporcionalidad, inversas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas (seno, coseno y tangente) y definidas a trozos.
- Uso de programas informáticos para la representación gráfica de la funciones, y mejor percepción de sus características.

#### BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.
- Probabilidad simple o compuesta. Sucesos dependientes e independientes.
- Probabilidad condicionada.
- Utilización de tablas de contingencia y diagrama de árbol para asignar la probabilidad.
- Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.
- Tablas y gráficas estadísticas.
- Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización.
- Comparación de distribuciones.
- Introducción a la estadística bidimensional. Dependencia estadística y funcional.
- Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.
- Utilización de medios informáticos para calcular parámetros, representar variables unidimensionales y representar nubes de puntos.

## METODOLOGÍA

La metodología a seguir se pretende que sea activa y participativa, encaminada al desarrollo de las competencias clave por parte del alumnado.

Para que el alumno adquiera una base sólida en matemáticas, el profesor buscará que los alumnos estén motivados, para así desarrollar su capacidad de auto-aprendizaje.

Se fomentará el aprendizaje cooperativo mediante la realización de trabajos en grupos, y estos grupos pueden formarse de dos maneras:

- Mismas capacidades: con esto se busca que todos los alumnos afiancen los conocimientos a su nivel y se pueda tener una mejor atención a la diversidad.
- Distintas capacidades: con esto busca que los alumnos de más nivel ayuden a los alumnos con menos nivel explicándoles los conceptos, esto le ayudará a afianzar los conocimientos, dado que para explicarlo tienen que tener un cierto dominio. Mientras que a los de nivel más bajo les ayudará a comprender los conceptos, pues se tiene una mejor predisposición a escuchar a un compañero que al profesor.

El profesor fomentará a que aparezcan explicaciones en el desarrollo de los problemas, dado a que si el alumno es capaz de explicarlo, es que ha comprendido lo explicado.

Se hará uso de las nuevas tecnologías dentro del aula, dado que los recursos informáticos ayudan a la comprensión de ciertos conceptos que en un primer momento no lo sean.

El uso de la calculadora en las aulas se intentará que sea lo menos necesario posible, sólo para el manejo de números grandes, transformación de grados a radianes, etc. Esto se debe a que su uso excesivo provoque la pérdida de habilidad con los números.

La metodología utilizada durante el curso, seguirá las siguientes pautas:

### **Exploración de conocimientos previos**

Al comienzo de cada Unidad Didáctica se hará una evaluación inicial mediante la formulación de preguntas sencillas de forma oral, relacionadas con el tema a tratar. De esta forma, se deducirá el nivel de los estudiantes de manera individual como grupal, es decir, la diversidad que nos encontramos en el aula. La realización de estas preguntas lleva consigo el saber de qué conocimientos previos parten los alumnos, y además, estimular los conocimientos que habían adquirido anteriormente de este tema.

### **Exposición**

La construcción de aprendizajes significativos por parte del alumno no se podría llevar a cabo sin la explicación por parte del profesor. Por ello, el profesor tiene que fomentar una exposición activa, donde el alumno pueda intervenir para evitar que la clase se convierta en un monólogo por parte del profesor y provoque la desconexión o desmotivación por parte del alumno.

Por tanto, una manera de incluir al alumno en la explicación es mediante la formulación de preguntas, o mediante la realización de ejercicios/problemas en el aula, esto llevará a un debate entre profesor-alumno y/o alumno-alumno debido a los diferentes pensamientos o razonamientos de cada uno. Esto debe ser aprovechado por el profesor para el uso correcto del lenguaje matemático tanto en su expresión oral como escrita, y además de exponer sus razonamientos de forma clara y respetando la opinión del resto.

La exposición tendrá la siguiente estructura:

- Al comenzar la sesión, se realizará un breve repaso de lo visto en la anterior. Se pretende que el alumno recuerde lo explicado en la sesión anterior, y pregunte las dudas que le hayan podido surgir. Además, este repaso ayuda a la introducción de los nuevos conceptos.
- Después, para la introducción de los nuevos conceptos se realizarán preguntas, con la finalidad de motivar al alumno. La introducción de estos conceptos se hará de forma ordenada y clara, dando sus definiciones con sus respectivos ejemplos.
- Aunque se realicen ejemplos de los conceptos explicados, es necesario la realización de varios ejercicios y/o problemas para que los alumnos comprendan los nuevos conceptos. Estos ejercicios se corregirán de forma oral o saliendo los alumnos a la pizarra.
- Por último, se les indicará los ejercicios y/o problemas<sup>2</sup> que podrán realizar para afianzar lo visto en clase. Si se les presentara algún problema durante su realización, podrá resolverse en una tutoría (recreo, horas libres, etc.), o si el profesor considera que es de interés para todos los alumnos se resolverá en clase.

### **Consolidación de los conocimientos matemáticos**

Para que los alumnos puedan consolidar los nuevos conocimientos matemáticos expuestos, es necesario llevarlos a la práctica. Para ello se realizarán varios ejercicios y problemas, después de la explicación de cada concepto, del libro de texto o apuntes entregados por parte del profesor.

Por un lado, al terminar la Unidad Didáctica se dedicará la última sesión, y si diera tiempo la penúltima para la realización de ejercicios y problemas que sinteticen lo visto durante la unidad. Para la realización de estos, se puede distribuir a los alumnos por parejas o por grupos para una mejor comprensión de los conceptos por parte de todos los alumnos.

---

<sup>2</sup> Estos son de diferentes niveles cognitivos, y por eso su corrección en horas no lectivas.

Por otro lado, realizando un esquema de lo visto en la Unidad Didáctica, señalando lo importante, les será útil para la realización de la prueba como para relacionarlo con otros conceptos.

Además, mediante la realización del trabajo de investigación, con la búsqueda de la información necesaria para su elaboración estarán afianzando esos conocimientos.

### **Resolución de ejercicios y problemas**

Para que los alumnos adquieran una comprensión de los conceptos es necesaria la realización de ejercicios y problemas. Además, se les hará ver la utilidad y su aplicación a la vida cotidiana.

Durante la resolución de los ejercicios y problemas en clase, el profesor tiene que estar atento a las diferentes capacidades de cada uno, para ayudar a los alumnos que tengan más dificultades o proponer ejercicios de ampliación a los más aventajados.

Para que los alumnos tengan gran variedad de ejercicios con los que practicar y adquirir los conocimientos, se les hará entrega de hojas con problemas de distintos niveles para que las realicen en casa, resolviendo el profesor las dudas que les surjan en tutorías, dado que la realización de estos ejercicios será de forma voluntaria. También se les repartirán hojas que se realizarán en el aula, exponiendo su solución en la pizarra, donde el profesor podrá resolver las dudas que les surjan.

Para que los alumnos sepan abordar los problemas, se les facilitará el siguiente guión:

- Hacer una o dos lecturas, o las que sean necesarias, del enunciado de manera comprensiva.
- Realizar otra lectura anotando los datos que nos da el enunciado y los que nos pide calcular.
- Pensar en las diferentes formas de llegar a la solución que nos pide.
- Identificar la forma en la que puedo llegar con los datos que me dan.

Con esto se conseguiría una comprensión del enunciado y planteamiento, necesario para poder resolver el problema. Después, los alumnos comenzarían con su resolución y por último la comprobación de la solución.

## Trabajo de investigación

Al inicio de cada trimestre se elaborarán grupos de cuatro o cinco personas para la realización de estos trabajos de investigación, que consistirán en la recopilación de información sobre distintos temas que proponga el profesor y que tienen relación con los bloques que se imparten durante el trimestre.

Por cada trimestre, el grupo realizará un único trabajo. Durante su ejecución podrán realizar las preguntas que sean necesarias al profesor, ya sean de conceptos matemáticos como fuentes de información. La exposición de este trabajo se realizará a finales de cada trimestre, acordando una fecha entre el profesor y los alumnos.

Los temas sobre los que se pueden realizar estos trabajos comprenden las demostraciones de algunos resultados vistos en clase, la bibliografía de un matemático con sus respectivos conceptos que se ven durante el trimestre, las aplicaciones a la vida real, etc.

Con estos trabajos se pretende que los alumnos aprendan a trabajar en grupo, sean capaces de organizar su tiempo y cuanto lo van a dedicar, la repartición de las tareas de manera equitativa. Además, con la presentación se trabajará el “miedo escénico” que pueda tener el alumno.

Estos trabajos hacen que se desarrollen las competencias clave de la siguiente manera:

- Competencia Lingüística: la redacción del trabajo y su exposición.
- Competencia Matemática: el razonamiento lógico, el uso de notación, lenguaje y conocimientos matemáticos.
- Competencia Digital: la búsqueda de información en fuentes fiables, la redacción del trabajo con un procesador de textos, y la elaboración de su exposición.
- Aprender a Aprender: la comprensión de los conceptos utilizados.
- Competencias Sociales y Cívicas: respetando a los compañeros los que se realizan el trabajo, por eso en cada trimestre la composición de los grupos será diferente, haciendo que los alumnos trabajen cada vez con distintos compañeros.
- Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor: con la gestión del grupo.
- Conciencia y Expresiones Culturales: la bibliografía de los matemáticos.

## Habilidades Docentes en la metodología

Para llevar a cabo todos estos puntos a seguir, el docente tiene que disponer de ciertas habilidades docentes, aunque hay muchas, y ninguna excluyendo a la otra, destacamos las que se tendrían que utilizar para que el alumno este atento:

- Ubicación en el aula: El aula es un escenario amplio y el profesor no es un mueble, puede moverse de un lado a otro o establecer un punto de localización en diferentes ubicaciones dependiendo de la actividad. Si se están realizando trabajos en grupo puede optar por moverse dentro del aula y no quedarse en la mesa del profesor sentado. Esta táctica consigue que los alumnos vean al profesor como algo dinámico y ellos estén activos.
- Interacción visual: Si el grupo es muy numeroso es algo complicado de realizar, sin embargo siempre que se pueda se debe mirar durante segundos a los alumnos que están recibiendo el mensaje. Las miradas directas producen en ellos un efecto de alusión por lo que se propicia su entrada a la temática que se está explicando sin llegar a producirles incomodidad por el exceso de observación.
- Interpretaciones no verbales: El movimiento excesivo, los ruidos con el material, mirar lo que hacen sus compañeros son algunas de las señales de que el alumno se está yendo de nuestra explicación. Estar atento a estas señales previene situaciones más incómodas o difíciles que se puedan dar en la relación docente-alumno. El profesor atento las puede interpretar y responder de una manera adecuada para que se mejore la relación con el alumno. Puede ser una señal de que el alumno no puede continuar la explicación porque se ha perdido y la respuesta idónea del profesor pasaría por detener el ritmo de clase y responder a las dudas o hacer incisos.
- Ser ordenado: Si la información se da de una manera secuenciada se pueden ver los conceptos de una manera más clara para que los alumnos puedan procesar la información y elaborar sus técnicas de aprendizaje y retención de la información de una forma más rápida y eficaz. Si el temario a explicar es denso podría suponer la desconexión total del alumno hacia la asignatura.
- Sonreír apropiadamente: La sonrisa es una muestra de afabilidad o alegría. Los seres humanos muestran la sonrisa para indicar cercanía. Es una herramienta que crea un buen clima, un entorno de positividad. Para el profesor es eficaz porque consigue cercanía con los alumnos y eso favorece su relación. Hacerlo apropiadamente (en las explicaciones o correcciones) puede reforzar el compromiso y la labor de los alumnos en las tareas. Motiva de una manera directa al alumno y supone una mejor aceptación de críticas y retos.
- No hablar a las pizarras: Si el profesor da la espalda al alumno para mirar a una pantalla de proyector o una pizarra, hace que el alumno pueda perder parte del mensaje a transmitir.
- Velocidad de explicación: El alumno debe ser capaz de seguir la palabra del profesor, entonces si el profesor habla demasiado deprisa provoca que algunos alumnos (o todos)

no sean capaces de seguir los datos y por lo tanto perder la atención. El profesor ha de introducir progresivamente los datos y ajustar los tiempos con los silencios en el discurso.

## RECURSOS

Los recursos que se van a utilizar durante el curso para poder llevar a cabo una mejor obtención de la información y, poder asimilar mejor los contenidos son:

- El libro de texto elegido por el Departamento de Matemáticas.
- Apuntes de apoyo redactados por el profesor para completar explicaciones que no sean del todo claras.
- Apuntes que amplíen el contenido que viene en el libro de texto.
- Hojas con más ejercicios y de diferentes niveles para que los alumnos adquieran los contenidos requeridos.
- La pizarra. Será uno de los recursos más importantes, pues el profesor la utilizará en todo momento para dar sus explicaciones y ejemplos de los contenidos explicados. También se utilizará para la corrección de ejercicios o problemas, tanto por parte del profesor como del alumnado.
- El cuaderno personal del alumno, dónde anotará las explicaciones dadas por el profesor y los ejemplos que utilice, como los ejercicios propuestos y debidamente corregidos.
- Un ordenador con su respectivo proyector, para hacer exposiciones teóricas y de ejercicios tanto por parte del profesor como del alumnado.
- La calculadora.
- Hoja de evaluación de cada Unidad Didáctica, para que vayan haciendo sus anotaciones debidamente a su tiempo.
- El material escolar, a parte del cuaderno, el alumno deberá de disponer de regla milimetrada para dibujar los ejes cartesianos, bolígrafos, lápiz, goma de borrar y sacapuntas.

# DIVISIÓN EN TIEMPOS Y ESPACIOS

Según el calendario escolar 2018-2019 publicado por la consejería de Educación de la Junta de Castilla y León se observa que para los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria hay unas treinta y ocho semanas lectivas. Por otro lado, la asignatura de Matemáticas es una asignatura troncal y debido a lo publicado en la orden EDU/362/2015 del BOCyL con fecha de 4 de Mayo de 2015 en el Anexo II página 32426, establece que esta asignatura se impartirá cuatro veces a la semana. Por tanto, haciendo una aproximación entre las sesiones de la semana y las semanas del curso, excluyendo los días festivos, se obtiene que en este año la asignatura de Matemáticas consta de unas 138 sesiones.

Estas 138 sesiones se distribuirán a lo largo de todo el curso de manera que se puedan dar todos los contenidos del currículo que hemos expuesto en dicho apartado.

En la siguiente tabla aparece la estimación de la distribución temporal de los temas que componen la asignatura, cuya suma es de 125 sesiones. Dicha tabla es orientativa ya que, dependiendo de las capacidades del alumnado, puede verse alterada.

BLOQUE	EV.	UNIDADES DIDÁCTICAS	SESIONES
NÚMEROS Y ALGEBRA	1	1. Números Reales. Porcentajes	11
		2. Potencias y radicales. Logaritmos.	10
		3. Polinomios y fracciones algebraicas.	10
		4. Ecuaciones e Inecuaciones	10
GEOMETRÍA	2	5. Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones	10
		6. Áreas y Volúmenes. Semejanza.	8
		7. Trigonometría.	12
		8. Vectores y rectas.	9
FUNCIONES	3	9. Funciones	9
		10. Funciones polinómicas y racionales.	7
		11. Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.	7
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	3	12. Estadística.	7
		13. Combinatoria.	7
		14. Probabilidad.	8

Las restantes 13 sesiones que quedan para completar las 138 del curso se distribuyen de la siguiente manera:

- 1 sesión - Día 17 de Septiembre: comienzo del curso, dónde se explicará a los alumnos la mecánica de la asignatura, sus criterios de evaluación, etc.
- 1 sesión – Día 21 de Junio: final del curso, dónde se darán a los alumnos sus notas.
- 2 sesiones – Estas dos horas se han reservado por si se realizan excursiones, si no las hubiese, se utilizarían para el temario.
- 6 sesiones – Exámenes de evaluación: en cada trimestres se realizarán dos pruebas
  - 1º Evaluación
    - 1 sesión - primer examen de los temas 1 y 2, alrededor de la primera semana de Noviembre.
    - 1 sesión - segundo examen de los temas 3 y 4, sobre del 4 de Diciembre.
  - 2º Evaluación
    - 1 sesión – primer examen de los temas 5 y 6, alrededor de la última semana de Enero.
    - 1 sesión – segundo examen de los temas 7 y 8, sobre del 11 de Marzo.
  - 3º Evaluación
    - 1 sesión – primer examen de los temas 9, 10 y 11, alrededor de la segunda o tercera semana de Mayo.
    - 1 sesión – segundo examen de los temas 12, 13 y 14, el 17 de Junio.
- 3 sesiones – Exámenes de recuperación<sup>3</sup>: por cada trimestre suspenso se hará un examen.
  - 1º Evaluación: fecha por fijar. Recuperar los temas del 1 al 4.
  - 2º Evaluación: fecha por fijar. Recuperar los temas del 5 al 8.
  - 3º Evaluación: 19 de Junio. Recuperar lo suspenso.

La secuenciación de las sesiones, cuya duración es de 50 minutos, a lo largo de las unidades didácticas será de la siguiente forma:

- Los primeros 5-10 minutos de cada sesión se utilizarán para preguntar sobre lo explicado en la sesión anterior y resolución de dudas.
- Durante 25-30 minutos explicar los nuevos contenidos.
- Unos 10-15 minutos resolución de ejercicios y problemas para adquirir los contenidos explicados, dónde el profesor atenderá individualmente las dudas que surjan.

---

<sup>3</sup> La elección de la fecha de recuperación se hará de mutuo acuerdo entre el profesor y los alumnos, siempre buscado el beneficio del alumno, exceptuando el examen final, fijado ya por el profesor.

Esta secuenciación tiene algunas excepciones:

- Al inicio de cada bloque se hará una pequeña prueba, para conocer el nivel del estudiante en dichos contenidos. Aunque lo ideal sería por cada Unidad Didáctica, pero dado el extenso temario y la cantidad de sesiones, se hará por bloques dónde se resaltarán lo más importante de cada uno de ellos.
- Al inicio de cada unidad didáctica se hará una presentación<sup>4</sup> y resumen del tema, resaltando los contenidos más importantes. También se podrá hacer una pequeña ronda de preguntas a los alumnos para ver si recuerdan lo visto en otros cursos.
- Cuando los alumnos tengan que corregir los deberes de la sesión anterior, se hará al inicio de la clase, mediante su resolución se intentará resolver las dudas que tengan los alumnos.
- La última sesión<sup>5</sup>, y si diera tiempo la penúltima, se dedicará a la realización de ejercicios y aclaración de dudas.
- Se utilizará una sesión por trimestre para la presentación de los trabajos grupales.

---

<sup>4</sup> En las presentaciones se intentará hacer una introducción con datos históricos, autor/es, año, etc., para que los alumnos vean la historia que hay detrás de las matemáticas. Dicha presentación se realizará mediante un PowerPoint, que luego el profesor facilitará a sus alumnos.

<sup>5</sup> Si el desarrollo de la Unidad Didáctica es favorable, se utilizará esta última sesión en la realización de una prueba por grupos, en la que habrá ejercicios o problemas de diferentes niveles.

A continuación se muestra una tabla con las semanas lectivas del curso:

CURSO ACADÉMICO 2018/2019				
---------------------------	--	--	--	--

SEPTIEMBRE					OCTUBRE					NOVIEMBRE				
L	M	X	J	V	L	M	X	J	V	L	M	X	J	V
					1	2	3	4	5				1	2
					8	9	10	11	12	5	6	7	8	9
					15	16	17	18	19	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31			26	27	28	29	30

DICIEMBRE					ENERO					FEBRERO				
L	M	X	J	V	L	M	X	J	V	L	M	X	J	V
3	4	5	6	7		1	2	3	4					1
10	11	12	13	14	7	8	9	10	11	4	5	6	7	8
17	18	19	20	21	14	15	16	17	18	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	21	22	23	24	25	18	19	20	21	22
31					28	29	30	31		25	26	27	28	

MARZO					ABRIL					MAYO				
L	M	X	J	V	L	M	X	J	V	L	M	X	J	V
				1	1	2	3	4	5			1	2	3
4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	15	16	17	18	19	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	22	23	24	25	26	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	29	30				27	28	29	30	31

JUNIO				
L	M	X	J	V
3	4	5	6	7
10	11	12	13	14
17	18	19	20	21

LEYENDA	
	INICIO Y FINAL DE CURSO
	DÍAS NO LECTIVOS
	1º TRIMESTRE
	2º TRIMESTRE
	3º TRIMESTRE
	EXAMEN FINAL (RECUPERACIÓN)

# EVALUACIÓN

La evaluación es una herramienta que nos ayuda a conocer mejor a nuestros alumnos, lo que nos permite poder mejorar su aprendizaje.

Para poder evaluar los contenidos, con sus respectivos criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y competencias, utilizaremos las siguientes herramientas:

- **Pruebas escritas<sup>6</sup>:** Su peso será de un 80%. Por lo comentado en el punto de división en tiempos y espacios, se realizarán dos pruebas por trimestre, donde cada una corresponde al 40% de la nota. La duración de estas pruebas es de 50 minutos, lo que es una sesión de clase. Con estas pruebas queremos ver el desarrollo de los estándares de aprendizaje y competencias. Cada prueba estará formada por dos partes:
  - Problemas/ejercicios prácticos, de las mismas características a los resueltos en clase.
  - Parte teórica, donde habrá una pregunta de definición de conceptos, demostración de algún resultado o en su defecto, un ejercicio de carácter teórico.

En dichas pruebas se valorará:

- El correcto uso del lenguaje matemático y su notación.
- La expresión escrita.
- El planteamiento del problema.
- El desarrollo del problema o ejercicio.
- El resultado del problema o ejercicio.

La dificultad de los problemas/ejercicios propuestos en las pruebas será de diferentes grados. En un examen valorado sobre 10 puntos tendrá la siguiente distribución:

- Entre 3.5 – 4 puntos de carácter fácil.
  - Entre 3 – 3.5 puntos de carácter medio.
  - Entre 1 – 1.5 puntos de carácter medio-difícil.
  - Entre 1- 1.5 puntos de carácter difícil.
- **Trabajo grupal:** Su peso será del 10%. Este trabajo, tanto su desarrollo como su presentación, ha sido detallado en el apartado de Metodología. Lo que se valorará será lo siguiente:
    - El correcto uso del lenguaje matemático y su notación.
    - La expresión escrita, es decir, la competencia lingüística.
    - El orden de las ideas.

---

<sup>6</sup> Se harían pruebas adaptadas, si fuese necesario.

- El orden y las demostraciones de resultados.
- La bibliografía.
- **Evaluación continua**<sup>7</sup>: Su peso será del 10% y tendrá los siguientes elementos:
  - Cuaderno de clase (3%), qué recogerán:
    - Explicaciones dadas por el profesor, es decir, las definiciones de los conceptos y los ejemplos que lo acompañen.
    - Los enunciados y la resolución de los ejercicios o problemas llevados a cabo, con su corrección.
    - El orden que se marca en la asignatura.
    - La limpieza.
  - Trabajo diario (3'5%), se tendrá en cuenta:
    - La realización de las tareas, tanto las que se hacen en clase como las que se mandan para casas, independientemente de si están bien o mal resueltas.
    - La entrega de ejercicios propuestos por el profesor que no sean de carácter obligatorio.
  - Actitud y participación en clase (3'5%), aquí lo que se valorará es:
    - Que sean educados en clase, es decir, que tengan respecto al profesor como a sus compañeros.
    - Que tengan una participación activa en clase, es decir, que si tienen dudas no se queden con ellas, y que respondan a las preguntas que haga el profesor.
    - Que lleven el material necesario a clase.

Si se observa que el alumno no realiza algunos de los puntos de la evaluación continua, se le puede quitar toda la puntuación.

La nota final de cada evaluación será la suma de las pruebas escritas, trabajo grupales y lo denominado evaluación continua, después de realizar sus respectivas ponderaciones. Esta calificación que se llevará en el boletín de notas será un número entero, y se obtendrá mediante redondeo<sup>8</sup>.

La nota final de la asignatura será la media de las tres evaluaciones, siempre y cuando estén todas aprobadas. No obstante, la nota que se utiliza de cada evaluación no será la que ha

---

<sup>7</sup> La evaluación continua es muy importante, pues nos ayuda a tener un seguimiento más individualizado del alumno. No se le da mucho peso, pues en el curso que estamos, los alumnos tendrían que comprender que esto es lo mínimo que tendrían que hacer para entender la asignatura.

<sup>8</sup> La notas tanto de los pruebas escritas, trabajos grupales y evaluación continua, podrán tener un máximo de dos decimales, si hubiese más, se haría un redondeo para tener dos.

ido en el boletín, sino la de antes del redondeo. Así se obtendrá una nota más acorde a lo conseguido durante el curso.

**Observación:** El profesor, a la hora de hacer la media de las evaluaciones puede encontrarse con el siguiente caso:

Un alumno tiene suspensa la primera evaluación con un 4, y las siguientes evaluaciones las ha aprobado consiguiendo que la media de las tres sea como mínimo un 5, el profesor puede optar por aprobarle la asignatura sin acudir al examen de recuperación final con esa evaluación, si considera que ha ido adquiriendo los conocimientos mínimos necesarios.

### PROCEDIMIENTO PARA RECUPERAR EVALUACIONES

El alumno que suspenda alguna evaluación tiene la siguiente forma de recuperarla:

- Primera evaluación: el alumno tendrá la oportunidad de hacer un examen de recuperación en el segundo trimestre<sup>9</sup>.
- Segunda evaluación: el alumno tendrá la oportunidad de hacer un examen de recuperación en el tercer trimestre<sup>10</sup>.
- Tercera evaluación: el alumno tendrá la oportunidad de hacer un examen de recuperación el día 19 de Junio.

### **Observación:**

1. La nota<sup>11</sup> obtenida en la recuperación será la que cuente para hacer la media con el resto de evaluaciones.
2. Tras el examen de recuperación que hay antes de finalizar el curso (correspondiente a la tercera evaluación), el docente se puede encontrar los siguientes casos:
  - a. Un alumno tiene dos a tres evaluaciones suspensas. Irá al examen con toda la materia del curso.
  - b. Un alumno ha aprobado la tercera evaluación pero sigue con alguna de las otras dos evaluaciones suspensas. Irá al examen con dicha evaluación.
3. Si en Junio no se aprueba la materia, los alumnos tendrán que acudir a la recuperación extraordinaria que hay en Septiembre. Según el Departamento de Matemáticas, el profesor puede optar por la dos siguientes formas de evaluar:
  - a. El examen extraordinario pondera el 100% de la nota, olvidando la evaluación continua que tenía el alumno durante el curso.

---

<sup>9</sup> Observando la distribución de tiempos y espacios, si los alumnos lo desean podrán recuperar la primera evaluación antes de las vacaciones de Navidad.

<sup>10</sup> El profesor aconsejaría a los alumnos que la recuperación de la segunda evaluación no pasase del mes de Marzo.

<sup>11</sup> No todo el mundo tiene las mismas capacidades, y necesita más tiempo para poder comprender los conceptos.

- b. El examen extraordinario pondera el 85% nota, y el restante 15% corresponde a la realización de un cuadernillo, dónde se encontrarán ejercicios y problemas del temario del todo el curso con diferentes niveles.

**Observación:**

1. Para la elección de las dos opciones, el día de la entrega del boletín de notas se hará una reunión con todos los alumnos que tengan la asignatura suspensa para exponerles la situación. Entre todos elegirán la opción que más crean que les beneficie.
2. Si eligen la opción b), el cuadernillo lo tendrán que recoger en conserjería los días 26 y 27 de Junio. Si no pudiesen, se les mandaría por correo electrónico o se les facilitaría otro día.

ALUMNOS CON MATEMÁTICAS PENDIENTES DE 3º E.S.O. ACADÉMICAS

El Departamento de Matemáticas asigna a un profesor como tutor<sup>12</sup> de Matemáticas pendientes, que es el responsable de informar por escrito a las familias sobre las formas de recuperar la materia pendiente. Sin embargo, este tutor no es el encargado de facilitar material complementario a los alumnos o avisarles de las fechas de recuperación, sino que es el profesor que le imparte clase al alumno en el presente curso. Además, su profesor es el encargado de resolverles las dudas.

Al inicio del actual curso, se hará una reunión en un recreo con todos los alumnos de 4º E.S.O. que tengan suspensa la asignatura del curso anterior dónde se les expondrá las tres formas que tienen para recuperar:

1. Se realizarán dos pruebas a lo largo del año de la siguiente manera:
  - a. La primera<sup>13</sup> prueba abarcará la primera mitad del temario.
  - b. La segunda prueba abarcará la segunda mitad del temario.
2. Se realizarán dos pruebas con todo el temario impartido el curso anterior, de forma que si el alumno aprueba uno de estos dos exámenes, recupera la asignatura pendiente.
3. Si los alumnos de 4º E.S.O. aprueban dicho curso, el profesor ha visto un cierto compromiso y esfuerzo durante todo el año y una cierta evolución en la pruebas de recuperación, el alumno recuperará el curso anterior<sup>14</sup>.

---

<sup>12</sup> Será el encargo de hablar con la familia si ella lo desea, para ello tendrá que hablar con el profesor que le imparte clase para hacer una valoración de su progreso, o dicho profesor también podrá acudir a la reunión con la familia.

<sup>13</sup> Si suspende esta prueba, podrá acudir con toda la materia a la segunda prueba.

<sup>14</sup> Esto se debe a la forma en espiral que tiene el currículum, dado que cada año se aumenta un tanto por cierto lo visto en el curso anterior. Por tanto, si el alumno es capaz de superar un nivel tiene los conocimientos mínimos para superar un nivel inferior.

**Observación:** Los alumnos de forma consensuada tendrán que elegir entre la primera o la segunda opción. La tercera como se ha dicho antes, se aplicará si se aprecia un cierto compromiso por parte del alumno.

La asignatura pendiente recuperada no se valorará con la calificación obtenida sino que se la aplicará un factor de corrección del 85%, y esa será su nota. Si aplicando ese tanto por cierto la nota resultante es inferior a 5, habiendo aprobado, se le calificará con un 5.

FECHAS DE RECUPERACIÓN	HORA
DÍA 10 DE ENERO 2019	10:00 h
DÍA 10 DE ABRIL 2019	10:00 h

## ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Como la educación secundaria es obligatoria, esto hace posible que nos encontremos en el aula un grupo de alumnos con diferentes características derivadas de distintas capacidades, motivaciones, intereses, etc. Por ello, es necesaria la creación de un plan de atención a la diversidad para ayudar a los alumnos de forma individualizada y personalizada con el fin de que lleguen a los conocimientos mínimos requeridos, o se formen más si lo necesitan.

Para detectar las dificultades que se puedan encontrar los alumnos lo más temprano posible, con la colaboración del Departamento de Orientación, se hará una pequeña prueba al comienzo del curso con preguntas de ciertos contenidos matemáticos esenciales. Tendrá una cierta dificultad, para evaluar el nivel de conocimientos, capacidad de razonar, etc., de nuestros alumnos. Además, habrá alguna pregunta de gustos, hobbies, etc., que nos sirva de herramienta para conseguir un mayor rendimiento por parte del alumnado.

Por otro lado, se harán reuniones con los profesores de otras asignaturas para estar informados de la evolución de cada alumno, puesto que en la prueba del principio puede que en algunos casos no se detecte la dificultad de aprendizaje de algún alumno, si no que estos sean específicos de alguna asignatura.

Las tres grandes posibilidades de atención a los alumnos que nos podemos encontrar son:

- Atención a los alumnos con dificultades de aprendizaje pero no de carácter específico.

- Atención a los alumnos con altas capacidades intelectuales.
- Atención a los alumnos con dificultades de aprendizaje debido a alguna discapacidad.

A continuación, explicamos a groso modo, que es lo que se haría en cada situación:

### ATENCIÓN A LOS ALUMNOS CON DIFICULTADES DE APRENDIZAJE PERO NO DE CARÁCTER ESPECÍFICO

Lo más normal, es encontrar en el aula a alumnos con ciertas dificultades de aprendizaje que les impiden llevar un ritmo adecuado en clase. Las medidas que se llevarían a cabo para intentar corregirlo son:

- Llevar a cabo tareas de su nivel cognitivo, y no darles aquellas que sepamos que no son capaces de resolver.
- Incrementar las tareas progresivamente, sin necesidad de llegar a lo más alto.
- Ayudarles a resolver los problemas con diferentes técnicas.
- Enseñar a crear hábitos de trabajo.
- Enseñar diferentes estrategias de aprendizaje.
- Tener tutorías en cualquier momento que lo necesiten.
- Motivarlos.

### ATENCIÓN A LOS ALUMNOS CON ALTAS CAPACIDADES INTELECTUALES

Si en clase se tuviera algún alumno de altas capacidades, se llevarían a cabo las siguientes medidas:

- Llevar a cabo tareas de enriquecimiento cognitivo.
- Estimular el desarrollo de la creatividad y toma de decisiones.
- Darle oportunidades para que ponga en práctica sus habilidades de investigación y resolución de problemas.
- Estimular la capacidad de ayuda y de responsabilidad hacia los demás, a través de tareas grupales, que impliquen un grado de destreza superior.
- Potenciar hábitos de trabajo y estudio.
- Estimular el acceso a actividades extraescolares, como la Olimpiada Matemática, en razón a sus intereses y motivaciones.
- Favorecer el acceso a recursos adicionales de información a través de distintas fuentes: libros, prensa, soportes informáticos, etc.

## ATENCIÓN A LOS ALUMNOS CON DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DEBIDO A ALGUNA DISCAPACIDAD

Para ayudar en estos casos a los alumnos se llevará a cabo un trabajo de cooperación con el Departamento de Orientación, dónde se realizará un estudio específico del alumno para realizar una adecuada adaptación curricular.

# MEDIDAS PARA ESTIMULAR LA LECTURA

Durante el curso se fomentará la lectura con contenido matemático, de esta manera se ayudará a los alumnos a que comprendan y dominen los contenidos matemáticos, adquieran más vocabulario, y que mejoren su redacción.

Para llevar a cabo esto, el departamento de Matemáticas propone las siguientes medidas:

- Lectura de libros con argumentos matemáticos a lo largo curso. Algunos ejemplos serían:
  - “Los hijos del trueno” de Fernando Lalana y M<sup>a</sup> Almárcegui.
  - “El curioso incidente del perro a medianoche” de Mark Haddon.
- La elaboración del trabajo de investigación, dado que se necesita que el alumno lea varios documento matemáticos y sobre todo que los comprenda, para entregarlo bien redactado y saber explicárselo al resto de alumnos.
- La resolución de problemas, dado que es necesario comprender el enunciado para que el alumno sepa seleccionar los datos importantes para su resolución. Por tanto, cuando se corrijan los problemas se pedirá al alumno que explique lo que ha entendido y que pasos ha seguido para su resolución, dado que en la realización de las pruebas se tendrá en cuenta todo esto. Por eso, en el debate que se pueda producir en su corrección entre los alumnos, o alumno y profesor se insistirá en el correcto uso del lenguaje matemático, tanto de forma oral como escrita.

# CONCLUSIONES Y EVALUACIÓN DE CADA UNIDAD DIDÁCTICA

Para evaluar cada Unidad Didáctica tenemos que, al finalizarla, reflexionar sobre la adecuación o no de la estructuración y ordenación de los contenidos, la metodología utilizada, la temporalización, etc. Todo ello con la finalidad de poder mejorarla.

Por ello, el profesor realizara anotaciones diarias sobre:

- Contenidos dados en clase.
- Metodología utilizada en la explicación de los contenidos.
- Ejercicios realizados en clase.
- Tareas para casa.
- Comportamiento de los alumnos.
- Grado de cumplimiento de la sesión planteada.

Al alumno, al inicio de la Unidad Didáctica se le entregará una hoja dónde ellos también podrán hacer las anotaciones pertinentes.

Esta hoja será entregada al profesor después de finalizar la Unidad Didáctica, para tener en cuenta la percepción del alumnado sobre su desarrollo. Esto también ayudará al profesor a encontrar los errores que puedan tener los alumnos en la comprensión de los contenidos, comparando sus anotaciones con el resultado de la prueba escrita.

La hoja de entrega en la siguiente:

	A Destacar	A Mejorar
Manejo de Contenidos por parte del profesor		
Compresión de los contenidos		
Temporalización de la unidad didáctica		
Realización de ejercicios hechos en clase		
Tareas para casas		
Estrategias de enseñanza para cada contenido		
Atención a la diversidad		

- **Nota:** Podéis hacer cualquier tipo de anotaciones adicionales.

# **DESARROLLO DE LAS UNIDADES DIDÁCTICAS**



# Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje

## “Bloque Funciones”

Los contenidos que se imparte en este bloque con sus respectivos criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son:

<b>CONTENIDOS COMUNES DEL CURSO</b>			
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de Evaluación</b>	<b>Estándares de Aprendizaje evaluables</b>	<b>Competencias</b>
Planificación del proceso de resolución de problemas: análisis de la situación, selección y relación entre los datos, aplicación de las estrategias de resolución adecuadas, análisis de las soluciones, y en su caso, ampliación del problema inicial.	<b>1.</b> Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	<b>1.1.</b> Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). <b>1.2.</b> Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. <b>1.3</b> Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. <b>1.4</b> Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.	CMCT CCL  CMCT SIE  CMCT CAA  CMCT CAA
Elección de las estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje y notación apropiados (gráfico, numérico, algebraico básico, etc.); construcción de figuras,	<b>1.</b> Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	<b>1.1.</b> Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). <b>1.2.</b> Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. <b>1.3</b> Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los	CMCT CCL  CMCT SIE  CMCT CAA

<p>esquemas o diagramas; el método ensayo-error; búsqueda de analogías y de problemas semejantes o isomorfos; reformulación del problema, resolución de subproblemas dividiendo el problema en partes; recuento exhaustivo, comienzo por casos particulares sencillos, casos límite búsqueda de regularidades y leyes; introducción de elementos auxiliares y complementarios, etc.</p>	<p><b>3.</b> Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.</p>	<p>problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.</p> <p><b>1.4</b> Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas</p> <p><b>3.1</b> Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.</p> <p><b>3.2.</b> Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.</p>	<p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT SIE</p>
<p>Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones dentro de él, búsqueda de diferentes formas de resolución, etc.</p>	<p><b>2.</b> Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos y geométricos, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p>	<p><b>2.1.</b> Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos y geométricos.</p> <p><b>2.2.</b> Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad.</p>	<p>CCL CMCT</p> <p>CMCT CAA</p>
<p>Expresión verbal y escrita en Matemáticas.</p>	<p><b>4.</b> Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.</p> <p><b>5.</b> Elaborar y presentar informes de manera clara y ordenada sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.</p>	<p><b>4.1.</b> Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.</p> <p><b>5.1.</b> Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico y gráfico.</p>	<p>CCL CMCT</p> <p>CCL CMCT</p>

<p>Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y matemáticos.</p>	<p><b>6.</b> Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos y funcionales) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p><b>7.</b> Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos.</p>	<p><b>6.1.</b> Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p><b>6.2.</b> Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p><b>6.3.</b> Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p><b>6.4.</b> Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p><b>6.5.</b> Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.</p> <p><b>7.1.</b> Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.</p>	<p>CMCT SIE</p> <p>CMCT CSC</p> <p>CMCT SIE</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT SIE</p> <p>CMCT CAA</p>
<p>Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p>	<p><b>8.</b> Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p>	<p><b>8.1.</b> Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p><b>8.2.</b> Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p> <p><b>8.3.</b> Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuadamente para cada caso.</p> <p><b>8.4.</b> Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.</p>	<p>CMCT CAA SIE</p> <p>CMCT CAA SIE</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA SIE</p>

	<p><b>9.</b> Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p> <p><b>10.</b> Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.</p>	<p><b>9.1.</b> Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p><b>10.1.</b> Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.</p>	<p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p>
<p>Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:</p> <p>a) La recogida ordenada y la organización de datos</p> <p>b) La elaboración y creación de representaciones gráficas de funciones.</p> <p>c) Facilitar la comprensión de propiedades funcionales la realización de cálculos numéricos y algebraicos.</p> <p>e) La elaboración de informes y documentos sobre los procesos ejecutados, los resueltos y las conclusiones obtenidas.</p> <p>f) Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.</p>	<p><b>11.</b> Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos o algebraicos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.</p> <p><b>12.</b> Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p>	<p><b>11.1.</b> Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos o algebraicos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.</p> <p><b>11.2.</b> Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p> <p><b>11.3.</b> Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.</p> <p><b>12.1.</b> Elabora documentos digitales propios, como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y los comparte para su discusión o difusión.</p> <p><b>12.2.</b> Utiliza recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.</p> <p><b>12.3.</b> Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>	<p>CMCT CD</p> <p>CMCT CD</p> <p>CMCT CD</p> <p>CCL CMCT CD</p> <p>CLL CMCT</p> <p>CMCT CD CAA</p>

# Recursos “Bloque Funciones”

Los Recursos de esta Unidad Didáctica serán los mismos que los *Recursos generales* de la asignatura, a excepción de:

- La calculadora, pues no es necesaria para los cálculos que se van a efectuar.

Añadiendo:

- Programa Excel para la creación de tablas de datos, o en su defecto el programa Word.
- Programa GeoGebra para la representación y visualización de funciones, utilizado tanto por el profesor como por el alumnado para la comprensión de los contenidos de forma visual.

## Planes Complementarios “Bloque Funciones”

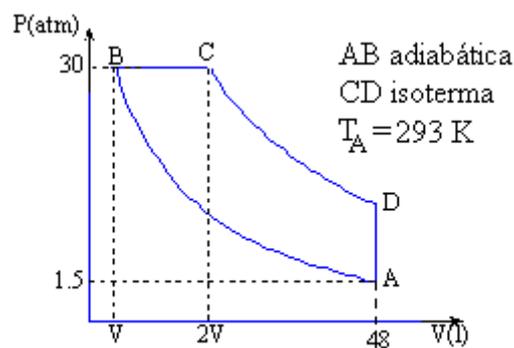
Para hacer entender a los alumnos de la importancia de este bloque, se traerá a un agente de bolsa y a un meteorólogo que, mediante la utilización de las TIC, presentarán a los alumnos una variedad de gráficas.

El agente de bolsa hará entender a los alumnos que, para su trabajo, es fundamental saber interpretar las gráficas para poder obtener mejores resultados.

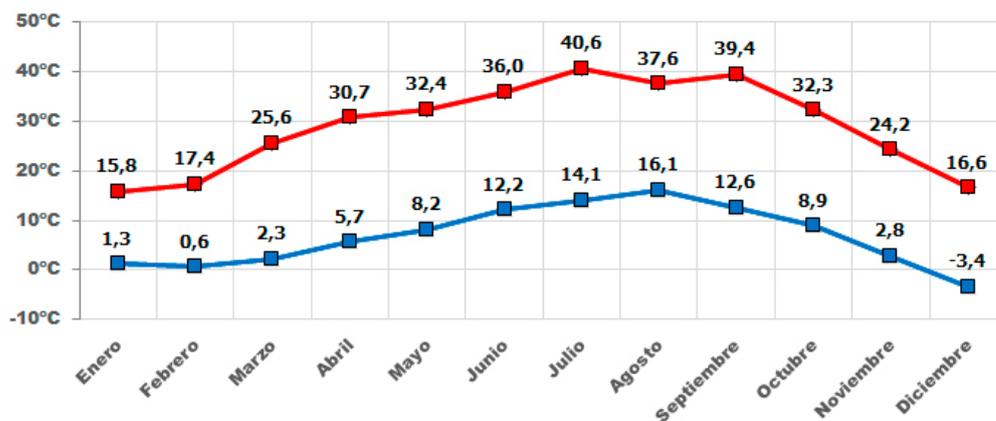




Por otra parte, el meteorólogo les hará entender que para su trabajo es fundamental interpretar gráficas para poder explicárselas a la gente.



Temperaturas 2018



Además, ambos les informarán que para poder realizar estas gráficas, aunque nos ayudemos de programas informáticos, son necesarios los conocimientos de las funciones polinómicas de primer y segundo grado.

## Otro plan complementario

Si nos diese tiempo, o si la realización de la excursión coincidiera con nuestro desarrollo del bloque, se plantearía la siguiente actividad:

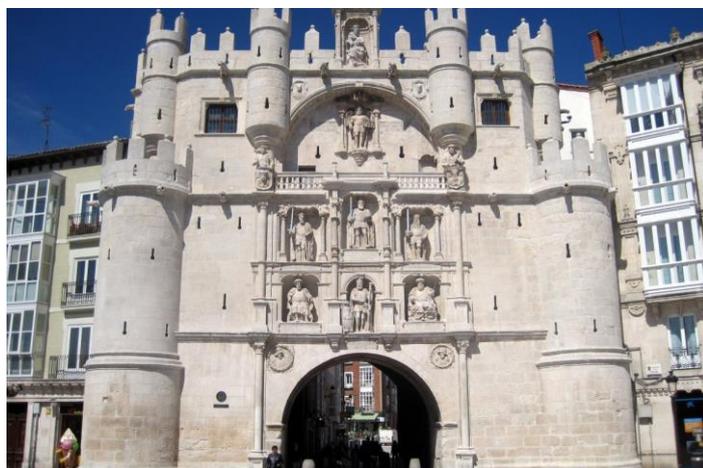
Aprovechando la excursión que han preparado los profesores de Historia de 4º E.S.O. a Burgos, a los alumnos se les ha mandado que fotografíen tres o cuatro monumentos de la ciudad y que digan qué tipo de funciones aparecen.

Por ejemplo:

- Escalera Dorada de la Catedral de Burgos está formado por funciones escalonas, lineales, parábolas e hipérbolas.



- Arco de Santa María de Burgos está formado por funciones lineales, parábolas, hipérbolas.



Los alumnos especificando en qué lugar encuentran esa función.

Esta actividad tiene la finalidad de hacerles entender que las matemáticas no solo son números, sino que se encuentran en todas las partes, y que con la arquitectura está muy relacionada. Además, con ello podemos hacerles la introducción a ciertas funciones que verán más adelante.

## Trabajos de investigación

### “Bloques Funciones”

Como se estableció en la *Metodología general* de la asignatura, al comienzo de cada trimestre, se realizarán los grupos de trabajo proporcionando los temas con los que se puede trabajar, para luego exponérselos al resto de sus compañeros.

Los temas que se proponen relativos al bloque de funciones son los siguientes:

- Concepto de función: Evolución del concepto y los “matemáticos” que han ayudado a su desarrollo.
- Límites de funciones: ¿Qué es? ¿Qué aplicaciones tiene? Poner algunos ejemplos.
- Tratar distintas funciones como elípticas, hiperbólicas, etc.

Estos temas de investigación se mezclarán con los correspondientes al bloque de “Estadística y Probabilidad”, así los alumnos podrán elegir sobre qué hacerlo.

# Unidad 9 – Funciones

Esta Unidad Didáctica corresponde al bloque de Funciones, dentro de los cinco fijados en la ORDEN EDU/363/2015, del 4 de mayo, dónde se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León.

La unidad didáctica dedicada a las funciones recuerda conceptos previos e incorpora algunos nuevos. Comienza con el repaso de la definición de función y añade las diferentes formas en que una función se puede expresar. Continúa con las definiciones de los todos los conceptos de las características de las funciones, con el fin de poder interpretar adecuadamente las gráficas y realizar cálculos sencillos.

En cursos anteriores, ya se han estudiado conceptos básicos como son:

- Los ejes cartesianos.
- Representación de las coordenadas de un punto en el plano.
- Definición de función.
- Descripción de gráficas.
- Características de las funciones:
  - Continuidad.
  - Monotonía.
  - Extremos relativos y absolutos.
  - Periodicidad.

En este curso se añaden los siguientes conceptos:

- Formas en las que se puede expresar una función:
  - Gráfica.
  - Expresión analítica.
  - Enunciado.
  - Tabla de valores.
- Dominio de una función.
- Recorrido (imagen) de una función.
- Simetría.
- Tasa de variación media.

Por tanto, la mayoría de los conceptos que se explican en esta Unidad Didáctica ya se han visto anteriormente, lo que supondrá la consolidación y ampliación de éstos.

En cuanto a la relación con otras asignaturas, las funciones están presentes en la mayoría de ellas. Principalmente, es necesario saber interpretar y representar funciones en las asignaturas de Física y Química, Biología y Geología, y Economía. Además, en Geografía necesitamos los ejes cartesianos y las coordenadas para interpretar un mapa.

## Contribución a las Competencias Clave

En esta Unidad Didáctica, como en todo el currículo, se hará hincapié en el desarrollo de las competencias clave que nos marca la ley. A continuación explicaremos como se fomentan sin olvidarnos de la línea marcada en la *Contribución a las Competencias Clave general* de la asignatura.

### **Competencia en Comunicación Lingüística**

En esta Unidad Didáctica es necesaria para entre otras cosas dar una explicación correcta de la interpretación de las gráficas, por tanto se trabajará mediante la explicación en la pizarra de los ejercicios resueltos por parte de los alumnos. Además, se fomentará el dialogo en clase utilizando el vocabulario específico y su correcta expresión tanto en sus ideas como en sus razonamientos.

### **Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología**

Se trabajará sobre los siguientes conceptos: función y las características que presenta, para llevar a cabo una buena interpretación.

Además, las gráficas son útiles para planificar rutas.

### **Competencia Digital**

Se trabajará mediante la utilización del programa GeoGebra y la búsqueda de información en fuentes fiables.

### **Aprender a Aprender**

Se trabajará mediante la utilización de estrategias para resolver un ejercicio, observando su capacidad de deducción. También en el tesón que muestren en la obtención de resultados, y su espíritu crítico y de reflexión mediante la corrección de ejercicios en alto en clase. Además el profesor explicará los contenidos dejando claro para que sirven.

## **Competencias Sociales y Cívicas**

Se llevara a cabo cuando el profesor esté explicando o se trabaje en grupo. Además, en la calificación de la asignatura se valorará el comportamiento del alumno en clase y con sus compañeros.

## **Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor**

Se trabajará en la proposición de de problemas, utilizando las mejores estrategias para resolverlos, y cuando se trabaje en grupo mostrando sus responsabilidades.

# Objetivos Didácticos

Los objetivos que se persiguen en esta unidad didáctica son:

### **Objetivos comunes del curso**

- Expresar de forma razonada los distintos pasos para la resolución de problemas.
- Conocer y utilizar las diferentes estrategias que hay para la resolución de problemas.
- Analizar los resultados.
- Desarrollar procesos de matematización y modelización en contextos de la realidad cotidiana.
- Valorar la modelización matemática para la resolución de problemas de la realidad cotidiana identificando su eficacia o limitación.
- Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Identificar las dificultades que se encuentra a la hora de resolver problemas para poder superarlas.
- Reflexionar sobre las decisiones tomadas y su respectiva eficacia.
- Conocer y manejar las herramientas tecnológicas para realizar cálculos, representar gráficas, buscar información, etc.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para el proceso de aprendizaje, buscando y analizando la información para mejorar la interacción.

### **Objetivos específicos de la unidad didáctica**

- Identificar si una relación entre dos variables es una función.
- Conocer las diferentes formas de expresar una función.
- Conocer y distinguir los conceptos de dominio y recorrido de una función.

- Calcular los puntos de corte con los ejes de una función.
- Identificar la continuidad de una función.
- Estudiar la monotonía de una función y determinar sus extremos relativos y absolutos.
- Reconocer funciones simétricas y periódicas y, en su caso, calcular o identificar el periodo.
- Calcular la tasa de variación media de una función.
- Hacer un estudio de gráficas.

## Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje de Aprendizaje

Los contenidos específicos que se imparte en esta unidad didáctica con sus respectivos criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son:

<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>			
<i>Contenidos</i>	<i>Criterios de Evaluación</i>	<i>Estándares de Aprendizaje evaluables</i>	<i>Competencias</i>
<b>Función</b> - Concepto. - Formas de definirla.	<b>1.</b> Conocer el concepto de función.	<b>1.1.</b> Conoce y aplica el concepto de función. <b>1.2.</b> Identifica las distintas formas de expresar una función, sabe relacionarlo con un fenómeno y entre sí. <b>1.3.</b> Reconocer diferentes modelos funcionales.	CMCT CAA CMCT CAA CMCT
<b>Dominio y recorrido</b> - Concepto. - Forma de expresarlo.	<b>2.</b> Conocer el concepto de dominio y saber aplicarlo en las funciones.	<b>2.1.</b> Conoce y aplica el concepto de dominio en el estudio de funciones dadas por gráficas. <b>2.2.</b> Conoce y aplica el concepto de dominio en el estudio de funciones dadas por expresiones analíticas sencillas.	CMCT CAA CMCT CAA
<b>Continuidad y discontinuidad</b> - Concepto. - Tipo de discontinuidad.	<b>3.</b> Conocer el concepto de continuidad y saber aplicarlo en las funciones.	<b>3.1.</b> Conoce y aplica el concepto de continuidad al estudio de funciones dadas por gráficas.	CMCT CAA CMCT

- Forma de expresarlo.	<b>4.</b> Conocer el concepto de discontinuidad con sus diferentes tipos, y saber aplicarlo en las funciones.	<b>4.1.</b> Conoce y aplica el concepto de discontinuidad al estudio de funciones dadas por gráficas. <b>4.2.</b> Reconoce los diferentes tipos de discontinuidades.	CAA CMCT
<b>Puntos de cortes con los ejes</b> - Concepto. - Forma de expresarlo.	<b>5.</b> Conocer el concepto de puntos de cortes con los ejes y saber aplicarlo en las funciones.	<b>5.1.</b> Conoce y aplica el concepto de cortes con los ejes en el estudio de funciones dadas por gráficas. <b>5.2.</b> Conoce y aplica el concepto de cortes con los ejes en el estudio de funciones dadas por expresiones analíticas sencillas.	CMCT CAA CMCT CAA
<b>Crecimiento y decrecimiento</b> - Concepto. - Forma de expresarlo.	<b>6.</b> Conocer el concepto de crecimiento y decrecimiento, y saber aplicarlo en las funciones.	<b>6.1.</b> Conoce y aplica el concepto de crecimiento y decrecimiento en el estudio de funciones dadas por gráficas.	CMCT CAA
<b>Máximos y Mínimos.</b> - Concepto. - Tipos. - Forma de expresarlo.	<b>7.</b> Conocer el concepto de máximos y mínimos, saber aplicarlo en las funciones y distinguir sus tipos.	<b>7.1.</b> Conoce y aplica el concepto de máximos y mínimos en el estudio de funciones dadas por gráficas. <b>7.2.</b> Reconoce si el máximo o el mínimo es relativo o absoluto.	CMCT CAA CMCT
<b>Simetría</b> - Concepto. - Tipos de simetría: par e impar. - Forma de expresarlo.	<b>8.</b> Conocer el concepto de simetría par e impar, y saber aplicarlo en las funciones.	<b>8.1.</b> Conoce y aplica el concepto de simetría par e impar en el estudio de funciones dadas por gráficas. <b>8.2.</b> Conoce y aplica el concepto de simetría par e impar en el estudio de funciones dadas por expresiones analíticas sencillas.	CMCT CAA CMCT CAA
<b>Periodicidad</b> - Concepto. - Forma de expresarlo	<b>9.</b> Conocer el concepto de periodicidad y saber aplicar lo en las funciones.	<b>9.1.</b> Conoce y aplica el concepto de periodicidad en el estudio de funciones dadas por gráficas.	CMCT CAA
<b>Tasa de Variación media</b> - Concepto. - Forma de expresarlo.	<b>10.</b> Conocer el concepto de tasa de variación media y saber aplicarlo en las funciones.	<b>10.1.</b> Conoce y aplica el concepto de tasa de variación media en el estudio de funciones dadas por gráficas. <b>10.2.</b> Conoce y aplica el concepto de tasa de variación media en el estudio de funciones dadas por expresiones analíticas sencillas.	CMCT CAA CMCT CAA

## **ORDEN DE CONTENIDOS**

- Concepto de función. Variable independiente y variable dependiente.
- Formas de definir una función:
  - Funciones dadas por tablas.
  - Funciones dadas por expresiones algebraicas.
  - Funciones definidas por una gráfica.
  - Funciones dadas por un enunciado.
- Estudio completo de una función gráficamente:
  - Dominio y recorrido.
  - Cortes con los ejes.
  - Continuidad y discontinuidad.
  - Crecimiento y decrecimiento.
  - Máximos y Mínimos.
  - Simetría.
  - Periodicidad.
  - Tasa de variación media.
- Estudio analítico de funciones sencillas:
  - Dominio.
  - Continuidad.
  - Simetría.
  - Tasa de variación media.

## **CONOCIMIENTOS MÍNIMOS**

- Interpretación de una función descrita por una tabla de valores, expresión analítica, gráfica o enunciado.
- Identificación de las características de una función en una representación gráfica: dominio, continuidad, cortes con los ejes, crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, simetría y periodicidad.
- Identificación del dominio y cortes con los ejes de una función analítica sencilla.

## **CONOCIMIENTOS IMPORTANTES**

- Comprensión de la definición de concepto de función, y de sus características.

## Metodología

Durante el periodo del Prácticum desarrolle esta Unidad. Por tanto voy a explicar qué tipo de metodología utilice, intentado llevar a cabo lo expuesto en la parte de *Metodología general*.

Al inicio de la Unidad, se realizaron una serie de preguntas sobre que recordaban de otros años del “bloque funciones”. La respuesta fue prácticamente unánime, diciendo que no recordaban nada, excepto algunos que decían que lo único que sabían es que se daba valores a la “letra  $x$ ”.

Para impartir los conceptos se utilizaba la *lección magistral*, es decir, introduje los conceptos exponiéndolos verbalmente a los alumnos utilizando la pizarra, y en algunas ocasiones el proyector, pero siempre de antemano preguntado a los alumnos que es lo que piensan que es y para contemplar si era verdad que no recordaban nada. Con ello se observó que ciertos conceptos si lo recordaban. La introducción de los conceptos iban acompañados de un par de ejemplos.

Después de la explicación de cada concepto se realizaban unos ejercicios para asentarlos. La realización de estos fue de la siguiente manera:

- Los ejercicios de interpretar gráficamente las características de una función se realizaban de forma oral, de esta manera se conseguía un debate en clase. En la pizarra anotaba lo que decían los alumnos, después del debate y llegar a la respuesta correcta, yo lo escribía de forma correcta en la pizarra, para que los alumnos anotarán la forma adecuada de expresar de forma escrita los contenidos matemáticos. Además, cuando se expresaban oralmente, se los corregía diciendo lo que ellos decían pero con el lenguaje matemático apropiado.
- Los ejercicios de calcular ciertas características de una función de forma analítica las realizaban de forma individual, y para su corrección salía un alumno a la pizarra. Cuando el alumno terminaba de poner su solución en la pizarra, sin yo decir si estaba bien o mal, preguntaba al resto de compañeros si ellos pensaban que estaba bien. Si un alumno no estaba de acuerdo, se le pedía que argumentase por qué. También se les corregía la forma oral y escrita.

Mientras se realizaban los ejercicios me paseaba por las mesas preguntando si entendían lo explicado, sobre todo en los alumnos de los que tenía el conocimiento que la asignatura se les daba mal, para así explicárselo más detenidamente.

**Observación:** La primera forma de realizar los ejercicios gustó bastante a muchos alumnos, porque se sentían muy partícipes en clase. Y a mí me sirvió para observar como comprendían los conceptos los alumnos que participaban, y saber en qué les tenía que ayudar, mientras que los que no participaban me acercaba a su mesa a explicarles lo que necesitasen, y así corregirles su expresión escrita.

## División en Tiempos y Espacios

La división de tiempos y espacios de esta Unidad Didáctica se realizará de acuerdo a la previsión hecha en el apartado *División de Tiempos y Espacios general* de la asignatura, con su estructura y sesiones marcadas.

Todas las sesiones se impartirán en el aula, excepto la novena que tendrá lugar en el aula de informática. Por tanto, el contenido en cada sesión será el siguiente:

### **Sesión 1**

- Como es el comienzo del bloque de funciones, se hará una ronda de preguntas (10-15 min) sobre que recuerdan del curso anterior, apuntando cada alumno sus respuestas en un papel para luego entregárselo al profesor.
- Entrega de la hoja de Evaluación de la Unidad Didáctica.
- Introducción y resumen de la Unidad Didáctica (15 min).
- Explicación concepto de función y formas en la que se puede expresar con ejemplos (10-15 min).
- Ejercicios (5-10 min).

### **Sesión 2**

- Preguntar si han entendido el concepto de función.
- Explicación del concepto de dominio y recorrido de una función.
- Explicación del concepto cortes con los ejes.
- Realización de ejercicios de los conceptos explicados.

### **Sesión 3**

- Preguntar y resolver dudas de alguna de las sesiones anteriores.
- Explicación concepto de continuidad y tipos de discontinuidad.
- Explicación crecimiento y decrecimiento.
- Realización de ejercicios de los conceptos explicados.
- Tareas para casa.

#### **Sesión 4**

- Resolver las tareas para casa.
- Preguntar y resolver dudas de alguna de las sesiones anteriores.
- Explicar el concepto de máximo y mínimo, y diferencia entre relativo y absoluto.
- Realización de ejercicios de lo explicado hoy y anteriormente.

#### **Sesión 5**

- Preguntar y resolver dudas de lo explicado en sesiones anteriores.
- Explicar los conceptos de simetría, periodicidad y tasa de variación.
- Realización de ejercicios.
- Tareas para casa.

#### **Sesión 6**

- Corregir las tareas para casa.
- Preguntar y resolver dudas de lo explicado en sesiones anteriores.
- Realización de más ejercicios para afianzar más los contenidos explicados.

#### **Sesión 7**

- Preguntar dudas.
- Explicar el dominio y puntos de cortes con los ejes de expresiones analíticas sencillas.
- Realización de ejercicios.

#### **Sesión 8**

- Preguntar dudas.
- Explicar simetría y tasa de variación media de expresiones analíticas sencillas.
- Realización de ejercicios.
- Tareas para casa.

#### **Sesión 9**

- Corregir las tareas para casa, y utilizando en el ordenador el programa GeoGebra para que vean de forma visual lo que están calculado de forma manual.

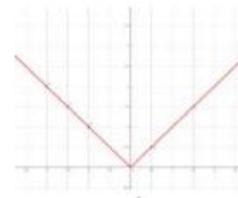
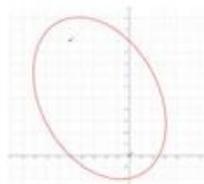
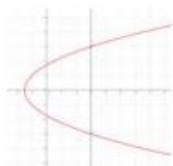
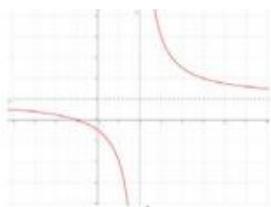
# Actividades de Aprendizaje y Enseñanza

Para que los alumnos comprendan los conceptos explicados, es necesario la realización de ejercicios y problemas. A continuación, presentamos algunos con los que se pretende conseguir ese resultado.

## CONCEPTO DE FUNCIÓN

### ACTIVIDAD 1

Determina si las gráficas se corresponden a una función o no.



### ACTIVIDAD 2

Decide si los siguientes enunciados son, o no, funciones

- El volumen de una botella y sus litros de capacidad.
- El precio de una factura de luz y el tiempo de consumo.
- Los profesores y el número de asignaturas que imparten.
- Los corredores de una carrera y los premios recibidos.

### ACTIVIDAD 3

Halla la expresión algebraica de las siguientes funciones.

- El perímetro de un cuadrado en función de su lado.
- El precio de los tomates en función de los kilogramos comprados si el precio es 1.25 €/kg.
- La longitud de una circunferencia y el radio de esta.
- El espacio que recorre un coche con respecto al tiempo que tarda, si su velocidad es 1.5 m/s.

### ACTIVIDAD 4

Construye una tabla de valores para la función  $f(x) = -3x + 4$ .

Con estos ejercicios se pretende que los alumnos comprendan el concepto de función, en las diferentes formas que se puede expresar, y que relacionen como es debido la variable

independiente con la variable dependiente, sobre todo en la *Actividad 2* que tienen que identificar si hay alguna relación, y si la hubiese, cual es la variable independiente o cual la dependiente.

### ACTIVIDAD 5

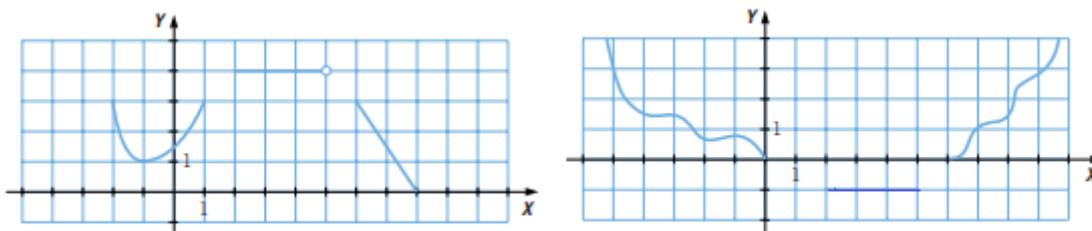
- Determina la expresión algebraica de la función que relaciona el volumen de una esfera con su radio.
- Expresa la medida del cateto opuesto al ángulo  $x$ , sabiendo que la hipotenusa mide 2cm.

Con esta actividad se pretende que el alumno relacione el concepto de función con otros más avanzados, ya vistos anteriormente.

### CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

#### ACTIVIDAD 1

Calcula el dominio y recorrido de estas funciones:

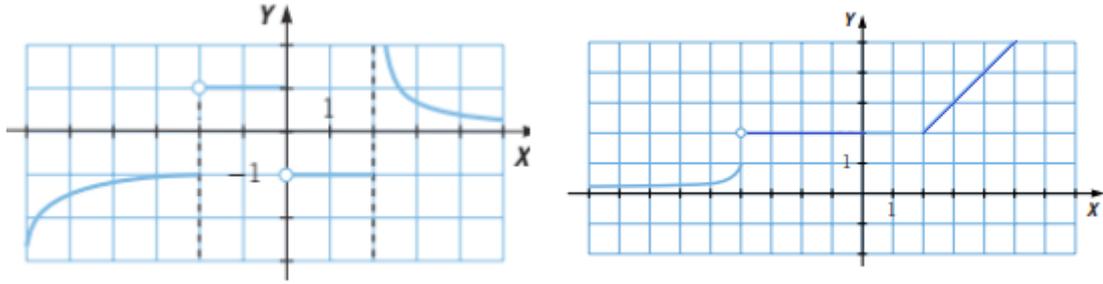


Con esta actividad se pretende que de forma repetitiva adquieran los conceptos de dominio y recorrido. La dificultad de estas actividades irá aumentando a medida que se vayan estudiando más características de las funciones.

La repetición de estos ejercicios hace que adquieran los conceptos, dado que cada vez que hacen un ejercicio de este tipo corrigen los errores que habían tenido al principio, es decir, diferencian entre el significado de paréntesis o corchete en el dominio, la diferencia entre el círculo vacío o lleno de las gráficas, etc.

## ACTIVIDAD 2

Estudia la continuidad de estas funciones, ¿tiene cortes con los ejes?

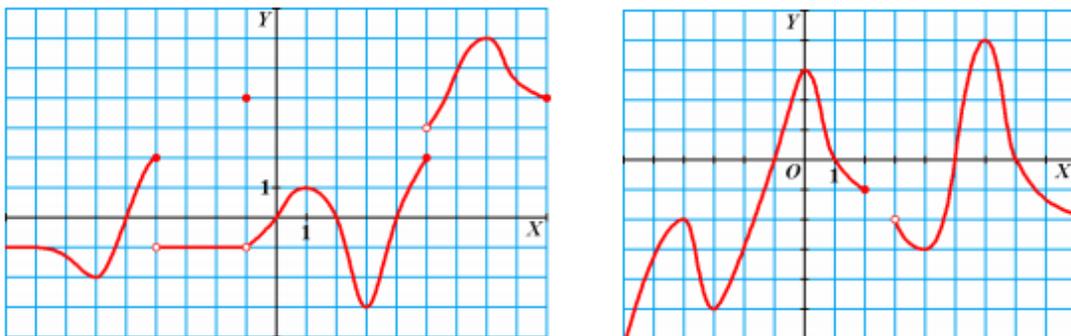


Con este tipo de actividad se quiere lo mismo que la anterior, pero con los conceptos de continuidad y cortes con los ejes. Lo mismo se puede hacer con los demás conceptos, partiendo de gráficas más sencillas e ir subiendo la dificultad.

## ACTIVIDAD 3

Estudia las gráficas de las siguientes funciones, indicando:

- Domino y recorrido.
- Continuidad.
- Monotonía.
- Máximos y mínimos (relativos y absolutos), indicando el valor de la función en esos puntos.
- Simetría.
- Puntos de cortes con los ejes.



Con este tipo de actividad, se pretende que el alumno sepa relacionar con unos ejemplos concretos todos los conceptos vistos y estudiados en clase.

#### ACTIVIDAD 4

Representa gráficamente una función,  $f$ , que cumpla las siguientes condiciones:

- $Dom(f) = [-5,6]$ .
- Crece en los intervalos  $(-5, -3)$  y  $(0,6)$ ; decrece en el intervalo  $(-3,0)$ .
- Es continua en su dominio.
- Corta al eje X en los puntos:  $x = -5$ ,  $x = -1$  y  $x = 4$ .
- Tiene un mínimo en  $(0,2)$  y máximos en  $(-3,3)$  y  $(6,3)$ .

#### ACTIVIDAD 5

Construye una gráfica que represente la audiencia que una determinada cadena de televisión durante el día, sabiendo que

- A las 0 horas había, aproximadamente, 0.5 millones de espectadores.
- Este número se mantuvo prácticamente igual hasta las 6 de la mañana.
- A las 7 de la mañana alcanzo la cifra de 1.5 millones de espectadores.
- La audiencia descendió de nuevo hasta que, a las 13 horas, había 1 millón de espectadores.
- Fue aumentando hasta las 21 horas, momento en el que alcanzó el máximo: 6.5 millones de espectadores.
- A partir de ese momento, la audiencia fue descendiendo hasta las 0 horas, que vuelve a haber, aproximadamente, 0.5 millones de espectadores.

Con este tipo de actividades, se pretende comprobar si el alumno tiene bien asentados los conocimientos de los conceptos, dado que son ellos los que tienen que dibujar la gráfica.

#### ACTIVIDAD 6

Calcula el dominio, puntos de cortes con los ejes y simetría de:

- a)  $f(x) = x + 5$ ;   b)  $f(x) = x^2 - x + 5$ ;   c)  $f(x) = \frac{x+5}{x^2-1}$ ;   d)  $f(x) = \sqrt{x-5}$ .

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno de manera repetitiva sepa calcular los conceptos de forma analítica que se le piden. Aumentando la dificultad a medida que se realicen los ejercicios.

## Evaluación

Se seguirá la línea marcada en el apartado de *Evaluación general* de la asignatura.

Esta Unidad Didáctica es la primera que compone el bloque de funciones, y por tanto no tendrá lugar la prueba escrita.

## Atención a la Diversidad

Se seguirá la línea marcada en el apartado de *Atención a la Diversidad general* de la asignatura, exceptuando a los alumnos que muestren desinterés hacia ella, y se les intentará motivar relacionando la asignatura con otra que les guste. Por ejemplo, si les gusta la Historia, que hiciera un trabajo sobre el origen de las funciones, quienes fueron sus descubridores, cómo llegaron a ello, etc.

# Unidad 10 - Funciones Polinómicas y Racionales

Esta Unidad Didáctica corresponde al bloque de Funciones, dentro de los cinco fijados en la ORDEN EDU/363/2015, del 4 de mayo, donde se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Castilla y León.

La Unidad Didáctica dedicada a las funciones polinómicas y racionales recuerda conceptos previos e incorpora nuevos. Comienza con el recuerdo de las funciones polinómicas de primer grado, con el estudio de su pendiente y su representación gráfica, continúa con el recuerdo de las funciones polinómicas de segundo grado, el cálculo de su vértice, cortes con los ejes y su representación, aunque incorporamos si el vértice es un máximo o mínimo y la representación de traslaciones. La unidad termina con la incorporación de las funciones de proporcionalidad, la función inversa y las funciones racionales, más conocidas como hiperbólicas, estudiando sus características para poder representarlas.

En cursos anteriores ya se ha estudiado:

- Los ejes cartesianos.
- Representación de las coordenadas de un punto en el plano.
- Función afín:  $y = mx + n$ .
- Función lineal o de proporcionalidad:  $y = mx$ .
- Función constante:  $y = k$ .
- Creación tabla de valores de una función polinómica de primer grado.
- Representación de una función polinómica de primer grado.
- Recta punto-pendiente.
- Recta que pasa por dos puntos.
- Función cuadrática:  $y = ax^2 + bx + c$ .
- Cálculo de vértice y cortes con los ejes de funciones cuadráticas.
- Representación funciones cuadráticas.

A parte de lo relacionado con el bloque de funciones, también hay que tener en cuenta que los alumnos han visto en la Unidad 3 los polinomios, importante para la elaboración de tablas.

En este nuevo curso se añaden los siguientes conceptos:

- Función de proporcionalidad inversa:  $y = \frac{k}{x}$ .
- Representación función de proporcionalidad inversa.
- Funciones racionales:  $y = \frac{k}{x-a} + b$ .
- Representación función racional.

Por tanto, la mitad de la unidad corresponde a la consolidación de los conceptos, mientras que la otra a la ampliación de los conceptos de tipos de funciones. Esto servirá de base para aquellos alumnos que continúen estudiando Bachillerato.

En cuanto a la relación con otras asignaturas, tenemos que las funciones están presentes en la mayoría de ellas. Principalmente, es necesario saber interpretar y representar funciones en las asignaturas de Física y Química, Biología y Geología, y Economía. Además, en Historia, podemos relacionar ciertos elementos de algunos monumentos históricos con las funciones. En Educación Física, la trayectoria que sigue un balón se relaciona con un determinado tipo de función.

## Contribución a las Competencias Clave

En esta Unidad Didáctica, como en todo el currículo, se hará hincapié en el desarrollo de las competencias clave que nos marca la ley. A continuación explicaremos como se fomentan sin olvidarnos de la línea marcada en la *Contribución a las Competencias Clave general* de la asignatura.

### **Competencia en Comunicación Lingüística**

Se trabajará mediante la explicación en la pizarra de los ejercicios resueltos por parte de los alumnos. Además, se fomentará el dialogo en clase utilizando el vocabulario específico y su correcta expresión tanto en sus ideas como en sus razonamientos.

### **Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología**

Se trabajará sobre los siguientes conceptos: funciones polinómicas de primer grado, funciones polinómicas de segundo grado, funciones de proporcionalidad inversa y funciones racionales. Con las características de cada una, su forma de construcción y representación en un eje de coordenadas.

### **Competencia Digital**

Se trabajará mediante la utilización del programa GeoGebra, para la representación de funciones, y el programa Excel para la elaboración de tablas. Además, en la búsqueda de información en fuentes fiables.

### **Aprender a Aprender**

Se trabajará mediante la utilización de estrategias para resolver un ejercicio, observando su capacidad de deducción. También en el tesón que muestren en la obtención de resultados, y su espíritu crítico y de reflexión mediante la corrección de ejercicios en alto en clase. Además el profesor explicará los contenidos dejando claro para que sirven.

### **Competencias Sociales y Cívicas**

Se llevara a cabo cuando el profesor esté explicando o se trabaje en grupo. Además, en la calificación de la asignatura se valorará el comportamiento del alumno en clase y con sus compañeros.

### **Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor**

Se trabajará en la proposición de de problemas, utilizando las mejores estrategias para resolverlos, y cuando se trabaje en grupo mostrando sus responsabilidades.

### **Conciencia y Expresiones culturales**

Se trabajará mediante la asociación de los contenidos con diferentes monumentos arquitectónicos.

# Objetivos Didácticos

Los objetivos que se persiguen en esta unidad didáctica son:

## **Objetivos comunes del curso**

- Expresar de forma razonada los distintos pasos para la resolución de problemas.
- Conocer y utilizar las diferentes estrategias que hay para la resolución de problemas.
- Analizar los resultados.
- Desarrollar procesos de matematización y modelización en contextos de la realidad cotidiana.
- Valorar la modelización matemática para la resolución de problemas de la realidad cotidiana identificando su eficacia o limitación.
- Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Identificar las dificultades que se encuentra a la hora de resolver problemas para poder superarlas.
- Reflexionar sobre las decisiones tomadas y su respectiva eficacia.
- Conocer y manejar las herramientas tecnológicas para realizar cálculos, representar gráficas, buscar información, etc.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para el proceso de aprendizaje, buscando y analizando la información para mejorar la interacción.

## **Objetivos específicos de la unidad didáctica**

- Representar funciones lineales.
- Calcular la ecuación de una función lineal a partir de su gráfica.
- Representar funciones cuadráticas.
- Representar funciones de proporcionalidad inversa.
- Resolver problemas mediante funciones de proporcionalidad inversa.
- Representar funciones racionales.
- Calcular los puntos de intersección de dos funciones.
- Construcción de tablas de datos de una función.

# Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje de Aprendizaje

Los contenidos específicos que se imparte en esta unidad didáctica con sus respectivos criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son

<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>			
<i>Contenidos</i>	<i>Criterios de Evaluación</i>	<i>Estándares de Aprendizaje evaluables</i>	<i>Competencias</i>
<b>Funciones lineales</b> - Concepto. - Tipos. - Características. - Representación.	<b>1.</b> Conocer, calcular y representar las funciones lineales.	<b>1.1</b> Representa una función lineal a partir de su expresión analítica creando una tabla de valores. <b>1.2.</b> Obtiene la expresión analítica de una función lineal conociendo su gráfica o algunas de sus características. <b>1.3.</b> Identifica la pendiente y la coordenada en el origen de una función lineal. <b>1.4.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica. <b>1.5.</b> Calcula puntos de cortes entre dos funciones lineales. <b>1.6.</b> Calcula la pendiente y la ordenada en el origen de una función lineal.	CMCT  CMCT CAA  CMCT CAA  CMCT  CMCT
<b>Funciones cuadráticas.</b> - Concepto. - Características. - Representación.	<b>2.</b> Conocer, calcular y representar las funciones cuadráticas.	<b>2.1.</b> Representa una función cuadrática a partir de su expresión analítica creando una tabla de valores. <b>2.2.</b> Representa una función cuadrática a partir de otra función cuadrática (traslaciones). <b>2.3.</b> Obtiene la expresión analítica de una función cuadrática conociendo su gráfica o algunas de sus características. <b>2.4.</b> Identifica la curvatura de la función cuadrática mediante su expresión analítica. <b>2.5.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica.	CMCT  CMCT  CMCT CAA  CMCT CAA  CMCT CAA

		<p><b>2.6.</b> Calcula el vértice de una función cuadrática.</p> <p><b>2.7.</b> Calcula los puntos de cortes con los ejes con su expresión analítica.</p> <p><b>2.8.</b> Calcula puntos de cortes entre dos funciones cuadráticas o una recta y una función cuadrática.</p>	<p>CMCT</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT</p>
<p><b>Funciones de proporcionalidad inversa</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Concepto.</li> <li>- Características.</li> <li>- Representación.</li> </ul>	<p><b>3.</b> Conocer, calcular y representar las funciones de proporcionalidad inversa.</p>	<p><b>3.1.</b> Representa una función de proporcionalidad inversa conociendo su expresión analítica creando una tabla de valores.</p> <p><b>3.2.</b> Representa una función de proporcionalidad inversa a partir de otra función de proporcionalidad inversa (traslaciones).</p> <p><b>3.3.</b> Obtiene la expresión analítica de una función de proporcionalidad inversa conociendo su gráfica o algunas de sus características.</p> <p><b>3.4.</b> Identifica la curvatura y posición en la gráfica de la función mediante su expresión analítica.</p> <p><b>3.5.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica.</p> <p><b>3.6.</b> Calcula el dominio de la función mediante su expresión analítica.</p> <p><b>3.7.</b> Identifica las asíntotas.</p>	<p>CMCT</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT</p>
<p><b>Funciones racionales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Concepto.</li> <li>- Características.</li> <li>- Representación.</li> </ul>	<p><b>4.</b> Conocer, calcular y representar las funciones racionales.</p>	<p><b>4.1.</b> Representa una función racional conociendo su expresión analítica, creando una tabla de valores.</p> <p><b>4.2.</b> Representa una función racional a partir de otra función racional (traslaciones).</p> <p><b>4.3.</b> Obtiene la expresión analítica de una función racional conociendo su gráfica o algunas de sus características.</p> <p><b>4.4.</b> Identifica la curvatura y posición en la gráfica de la función mediante su expresión analítica.</p> <p><b>4.5.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica.</p> <p><b>4.6.</b> Calcula el dominio de la función mediante su expresión analítica.</p> <p><b>4.7.</b> Identifica las asíntotas.</p>	<p>CMCT</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT</p>

## ORDEN DE CONTENIDOS

- Funciones polinómicas de primer grado o funciones lineales( $y = mx + n$ ):
  - Función constante.
  - Función lineal o proporcionalidad directa.
  - Función afín.
- Características de las funciones de polinómicas de primer grado:
  - Dominio.
  - Pendiente ( $m$ ).
  - Ordenada en el origen ( $n$ ).
- Creación tabla de valores.
- Representación de funciones polinómicas de primer grado con sus traslaciones.
- Puntos de corte entre dos rectas.
- Funciones polinómicas de segundo grado o funciones cuadráticas (parábolas  $\rightarrow y = ax^2 + bx + c$ ).
- Características de las funciones polinómicas de segundo grado:
  - Dominio.
  - Vértice.
  - Eje de simetría.
  - Máximo o Mínimo en el vértice dependiendo del valor de  $a$ .
- Creación tabla de valores.
- Representación de funciones polinómicas de segundo grado con sus traslaciones.
- Puntos de corte entre una recta y una parábola.
- Puntos de corte entre dos parábolas.
- Funciones de proporcionalidad inversa (hipérbolas  $\rightarrow y = \frac{k}{x}$ ).
- Características de las funciones de proporcionalidad inversa:
  - Dominio.
  - Continuidad.
  - Crecimiento o decrecimiento.
  - Asíntota vertical.
  - Asíntota horizontal.
  - Simetría.
  - Situación gráfica según el valor de  $k$ .
- Creación tabla de valores.
- Representación de funciones de proporcionalidad inversa y sus traslaciones.

- Funciones racionales (hipérbolas  $\rightarrow y = \frac{k}{x-a} + b$ ).
- Características de las funciones racionales:
  - Dominio.
  - Continuidad.
  - Asíntota vertical.
  - Asíntota horizontal.
  - Situación gráfica según el valor de  $k$ .
- Creación tabla de valores.
- Representación de funciones racionales y sus traslaciones.

### CONOCIMIENTOS MÍNIMOS

- Representación de cualquier función polinómica de primer grado.
- Representación de cualquier función polinómica de segundo grado.
- Representación de cualquier función de proporcionalidad inversa.
- Representación de cualquier función racional.
- Asociar la gráfica a su expresión analítica.
- Saber representar traslaciones de una función a partir de una dada.

### CONOCIMIENTOS IMPORTANTES

- Asociación del crecimiento o decrecimiento de una recta según el signo de su pendiente.
- Relación entre la forma de la curva y el coeficiente  $a$  de una parábola, y si el vértice es un mínimo o máximo.
- Saber calcular la expresión algebraica a partir de una gráfica.
- Saber calcular una función polinómica de primer grado sabiendo:
  - Dos puntos.
  - Un punto y su pendiente.
  - Su pendiente y ordenada en el origen.
- Saber calcular una función polinómica de segundo grado sabiendo:
  - Tres puntos.
  - El vértice y un punto.

## Metodología

Para llevar a cabo lo expuesto en la *Metodología general* se realizara de la siguiente manera:

La exploración de los conocimientos previos se realizará al inicio de la Unidad mediante una serie de preguntas cortas y directas.

La exposición de los conceptos se hará mediante la *lección magistral*, y para ello utilizaremos las siguientes habilidades docentes, a parte de las ya explicadas en la parte general:

- Hacer preguntas: Son una ayuda en el propio proceso y no sólo por la respuesta que se puede dar. Ayudan a aprender de una manera más efectiva y estimulante. Pueden servir para verificar conocimientos previos, atraer la atención, aludir a la participación del alumno. En definitiva mantenemos activos a los alumnos y fomentamos su carácter reflexivo con los conocimientos. Además, mediante las preguntas el alumno no sólo responde sino que en muchas ocasiones aporta. Si se hacen de una manera oral y dinámica son beneficiosas y también podemos obtener resultados relacionados con la dinámica de la clase (identificar alumnos menos activos, comprobar los conocimientos o dar pie a correcciones.)
- Utilizar silencios: Relacionada con el uso de preguntas ya que estas requieren de un tiempo prudencial para que el alumno pueda pensar y responder. La explicación de los contenidos no se deben hacer sin descanso, los silencios proporcionan un control. Se da tiempo a los estudiantes a procesar y no se colapsa su atención. Además, los silencios puede tener su propio ritmo, dependiendo de lo que se quiera conseguir, se deben alargar o distribuirlos alternados con el contenido.
- Manejar niveles de abstracción: Al explicar los contenidos que el alumno no conoce, para ellos están en un nivel superior. El profesor debe manejarlo para ponerlo al alcance del alumno. En clase podemos darnos cuenta si el nivel es el adecuado o no por el lenguaje no verbal de los alumnos, de tal forma que podemos cambiar la forma de explicarlo.

Esto llevará consigo que se produzcan debates en clase, que llevará a que los alumnos adquieren una adecuada expresión oral de los contenidos matemáticos. Con cada concepto explicado se aportarán varios ejemplos. También utilizaremos el programa GeoGebra, para que de forma visual puedan entender mejor los conceptos.

La consolidación de los conocimientos matemáticos se hará de dos maneras:

- La pregunta en cada sesión de los conceptos explicados en las sesiones anteriores.
- La realización de ejercicio y problemas.

Para la realización de estos ejercicios y/o problemas, se agruparán a los alumnos:

- En parejas (capacidad bajo-medio y medio-alto) su distribución habitual en el aula, así se fomenta el aprendizaje cooperativo. La resolución de los ejercicios y/o problemas serán de forma oral, o saliendo los alumnos a la pizarra, ambos métodos servirán para que el alumno aprenda a expresarse de forma oral y escrita en matemáticas.
- Para la realización de algunas actividades, que abarcan la sesión entera, los alumnos se distribuirán en grupos de 4 o 5 personas:
  - De forma homogénea: Mientras que realizan los ejercicios se ayudarán entre ellos, y su corrección será en la pizarra. El alumno que sale a la pizarra será el del grupo que haya terminado antes en realizarlo. El resto de grupos tiene que estar pendiente de que lo expuesto en la pizarra sea lo correcto, sino saldrán ellos a corregírselo.
  - Por capacidades: Para la corrección de los ejercicios se acercará el profesor a cada grupo, y ellos tendrán que explicarle de forma oral su resolución a parte de enseñarles la escrita.

Para la realización de los ejercicios y /o problemas podrán preguntar cualquier duda al profesor.

## División en Tiempos y Espacios

En cuanto a la división de tiempos y espacios de esta Unidad Didáctica se realizará de acuerdo a la previsión hecha en el apartado *División de Tiempos y Espacios general* de la asignatura, con su estructura y sesiones marcadas.

Todas las sesiones se impartirán en el aula, excepto la quinta sesión que tendrá lugar en el aula de informática. Por tanto, el contenido en cada sesión será lo siguiente:

### **Sesión 1**

- Presentación y resumen de la Unidad Didáctica.
- Explicación de las funciones polinómicas de primer grado:
  - Función afín:  $y = mx + n$ .
  - Función lineal o de proporcionalidad directa:  $y = mx$ .
  - Función constante:  $y = k$ .
- Realización de ejercicios.

## **Sesión 2**

- Preguntar y resolver dudas de la sesión anterior.
- Explicación de las funciones polinómicas de segundo grado.
- Realización de ejercicios.

## **Sesión 3**

- Preguntar y resolver dudas de las sesiones anteriores.
- Explicación de las funciones de proporcionalidad inversa y racional.
- Realización de ejercicios.
- Tareas para casa.

## **Sesión 4**

- Corregir las tareas para casas.
- Preguntar y resolver dudas de todo lo explicado.
- Realización de más ejercicios.

## **Sesión 5**

- Preguntar y resolver dudas.
- Se acudirá al aula de informática para entender mejor las traslaciones de las funciones, los cortes de funciones, y las asíntotas de las funciones de proporcionalidad inversa y racional, mediante la realización de ejercicios ya propuestos en clase.

## **Sesión 6**

- Realización del plan complementario.

## **Sesión 7**

- Ejercicios de repaso de la novena y decima Unidad didáctica. Se realiza una actividad por grupos.

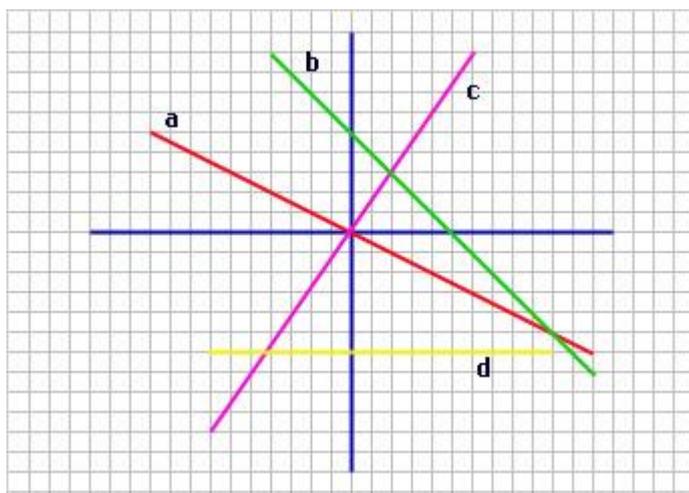
# Actividades de Aprendizaje y Enseñanza

Para que los alumnos comprendan los conceptos explicados, es necesario la realización de ejercicios y problemas. A continuación, presentamos algunos con los que se pretende conseguir ese resultado.

## FUNCIONES POLINÓMICAS DE PRIMER GRADO

### ACTIVIDAD 1

Clasifica las siguientes funciones polinómicas de primer grado.



Con esta actividad se pretende que los alumnos diferencien de forma visual los diferentes tipos de funciones polinómicas de primer grado.

Esta actividad nos puede servir más adelante, para que sepan expresar de forma algebraica las funciones, identificando los puntos, las pendientes o la ordenada en el origen.

### ACTIVIDAD 2

Representa las siguientes funciones, realizando previamente una tabla de valores e indicando cual es su pendiente y ordenada en el origen.

a)  $f(x) = 6$ ;    b)  $f(x) = 2 - 5x$ ;    c)  $f(x) = 4x$ .

Con este tipo de actividades se pretende que los alumnos vayan afianzando las funciones polinómicas de primer grado, realizando de manera repetitiva las características de una función. En la realización de la tabla de valores, se les insistiría que pusieran los cortes con los ejes.

La repetición de estos ejercicios hace que identifiquen las características de las funciones polinómicas de primer grado, dado que los alumnos se van dando cuenta que el signo de la

pendiente nos indica si es creciente o decreciente la función, que si su ordenada en el origen es 0, es un función que pasa por el centro de Coordenadas y es el único punto de corte con los ejes, mientras que si es distinto de 0 no pasa por el centro de Coordenadas y corta en un punto a cada eje, etc.

### ACTIVIDAD 3

Determina la expresión algebraica de las siguientes funciones:

- Su pendiente vale 3 y pasa por el origen.
- Su pendiente vale -2 y pasa por el punto (0,-1).
- Pasa por los puntos A(1,3) y B(2,4).

Con este tipo de actividades se observaría si los alumnos son capaces de obtener la expresión algebraica de la función conociendo ciertas características de las funciones, lo que implicaría una mayor comprensión de las funciones polinómicas de primer grado.

### ACTIVIDAD 4

Di cuál es la pendiente de cada una de las siguientes rectas y di si son crecientes o decrecientes:

a)  $y = \frac{5x-8}{3}$ ,      b)  $\frac{y+4}{2} = 1$ ,      c)  $3x + y + 4 = 0$ .

¿Qué relación hay entre el crecimiento o decrecimiento de una recta y su pendiente?

Con esta actividad se pretende que reflexionen sobre la pendiente, y que no es necesaria su representación o dar valores, para saber su monotonía.

### ACTIVIDAD 5

Dos empresas de telefonía móvil lanzan sus ofertas: la empresa StarTEL ofrece por cada llamada 50 céntimos más 2 céntimos por minuto hablado; Tel-Hello ofrece 75 céntimos por llamada y minutos ilimitados. ¿Qué oferta es más económica? Para dar la respuesta, realiza los siguientes pasos, expresando los resultados analíticamente y gráficamente:

- ¿Hay algún momento en que las dos ofertas sean iguales?
- Si hablo una media de 15 minutos al día, ¿qué oferta me conviene?
- Si hablo una media de 30 minutos al día, ¿Qué oferta me conviene?
- Si hago una media de 10 llamadas al día de 3 minutos de duración, ¿qué oferta me conviene?

- e) Si hago una media de 2 llamadas al día de 30 minutos de duración, ¿qué oferta es la mejor?
- f) ¿Qué oferta es más económica?

Con esta actividad se pretende que el alumno sepa analizar los resultados obtenidos tanto analíticamente como gráficamente. Además, el alumno observaría la relación de las matemáticas con la vida cotidiana.

## **FUNCIONES POLINÓMICAS DE SEGUNDO GRADO**

### ACTIVIDAD 1

Representa las siguientes funciones:

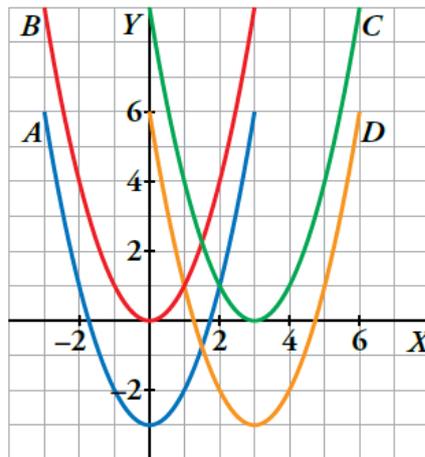
a)  $f(x) = 2x^2$ ;   b)  $f(x) = x^2 - 3x$ ;   c)  $f(x) = -x^2 + 5$ ;   d)  $f(x) = x^2 + 3x - 2$ .

Con esta actividad se pretende que los alumnos practiquen de manera repetitiva, el cálculo de las características de las funciones polinómicas de segundo grado: vértice, eje de simetría, cortes con los ejes. Además, de la creación de una tabla de valores.

### ACTIVIDA 2

Asocia a cada una de las gráficas una de las expresiones siguientes:

a)  $y = (x + 2)^2$ ,   b)  $y = x^2 - 4x$ ,   c)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ ,   d)  $y = x^2 - 9$



### ACTIVIDAD 3

Halla el vértice de las siguientes parábolas, y razona si se trata de un máximo o un mínimo.

a)  $f(x) = -2x^2$ ; b)  $f(x) = x^2 - 5$ ; c)  $f(x) = -3x^2 + 7x$ .

Con esta actividad se pretende que los alumnos comprendan el significado del coeficiente del monomio de segundo grado.

#### ACTIVIDAD 4

Representa la función  $y = 2x^2$ . A partir de ella dibuja estas funciones en los mismos ejes:

a)  $y = 2x^2 + 1$ ,   b)  $y = 2x^2 - 3$ ,   c)  $y = 2(x - 2)^2 - 1$ ,   d)  $y = 2(x + 1)^2$ .

Con este tipo de actividad se pretende que se comprenda como se relaciona una función con sus traslaciones.

#### ACTIVIDAD 5

Determina la expresión algebraica de una función de segundo grado que:

- a) Pasa por el origen, tenga un punto de corte en  $A(-2,0)$  y su vértice se encuentre en el punto  $V(-1,2)$ .
- b) Los cortes con los ejes son  $A(7,0)$ ,  $B(-1,0)$  y  $C(0,-7)$ .

Con este tipo de actividades se observaría si los alumnos son capaces de obtener la expresión algebraica de la función conociendo ciertas características, lo que implicaría una mayor comprensión de las funciones polinómicas de segundo grado. Además, analizarían si es necesaria toda la información para obtener la expresión.

#### ACTIVIDAD 6

Calcula los puntos de intersección de una parábola:

- a) Que pasa por  $A(1,3)$ ,  $B(3,3)$  y el origen de coordenadas con la función  $y = x + 2$ .
- b) Que pasa por los puntos  $A(-1,5)$ ,  $B(2,2)$  y  $C(0,2)$  con la función lineal que pasa por  $D(-4,0)$  y  $E(0,5)$ .

Con esta actividad se pretende que lo relacionen con conceptos ya vistos en otras unidades, pues lo único que tiene que hacer es resolver una ecuación de segundo grado.

#### ACTIVIDAD 7

Un jugador de baloncesto lanza un tiro libre situado en una línea a 4,60m de la canasta.

- a) ¿Cuál es la función que representa la trayectoria del balón?
- b) Sabiendo que el punto más alto de la trayectoria de la pelota equivale a una altura de 3,5m situado a la mitad de la distancia, halla la ecuación de la trayectoria del movimiento.

Con esta actividad se pretende enseñar cómo modelizar una situación de la vida real para utilizar las funciones polinómicas de segundo grado.

## **FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA Y RACIONALES**

### **ACTIVIDAD 1**

Representa gráficamente las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{2}{x}, \quad \text{b) } f(x) = \frac{-3}{x}, \quad \text{c) } f(x) = \frac{-2}{x}.$$

Con este tipo de ejercicio, mediante la creación de una tabla de valores, se pretende que de forma repetitiva comprenda las distintas características de las funciones de proporcionalidad inversa, y así distinguirán cuando la función es decreciente o creciente según el valor del numerador. Lo mismo se haría con las funciones racionales.

### **ACTIVIDAD 2**

Halla la expresión analítica y representa la gráfica de la funciones de proporcionalidad inversa que pasa por cada uno de estos punto. Escribe los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función.

$$\text{a) } (4,2). \quad \text{b) } (3,-1). \quad \text{c) } (1/3, 5).$$

Con esta actividad se pretende que los alumnos observen que para hallar la expresión analítica de estas funciones solo es necesario conocer un punto.

### **ACTIVIDAD 3**

Representa la función  $y = \frac{2}{x}$ . A partir de ella, representa las siguientes funciones.

$$\text{a) } y = \frac{2}{x-1}, \quad \text{b) } y = \frac{2}{x+2}, \quad \text{c) } y = \frac{2}{x+1} + 2, \quad \text{d) } y = \frac{2}{x-2} - 2.$$

Con este tipo de actividad, se pretende que relacionen funciones de proporcionalidad inversa y las racionales, y que sepan representar sus traslaciones.

### **ACTIVIDAD 4**

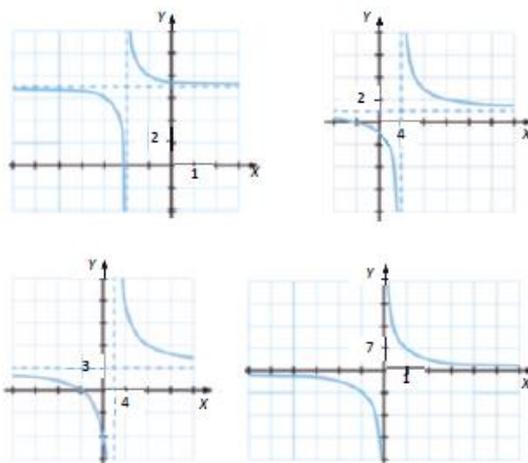
Representa gráficamente las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = \frac{x+3}{x+2}, \quad \text{b) } y = \frac{x+5}{x-4}, \quad \text{c) } y = \frac{x-1}{x+3}, \quad \text{d) } y = \frac{x-1}{x+5}.$$

Con esta actividad se pretende que los alumnos sean capaces de llevar esta expresión a una conocida, para luego les sea más fácil su representación.

### ACTIVIDAD 5

Halla la expresión algebraica de estas funciones:



Con esta actividad, se pretende que observando gráficamente las características de las funciones, sean capaces de escribir su expresión algebraica.

## Evaluación

Se seguirá la línea marcada en el apartado de *Evaluación general* de la asignatura.

Esta Unidad Didáctica es la segunda que compone el bloque de funciones, y por tanto no tendrá lugar la prueba escrita.

## Atención a la Diversidad

Se seguirá la línea marcada en el apartado de *Atención a la Diversidad general* de la asignatura, exceptuando a los alumnos que muestren desinterés hacia ella, a los que se les intentará motivar relacionando la asignatura con otra que les guste más. Por ejemplo, si les gusta el dibujo técnico, que hagan un trabajo sobre qué importancia tienen las funciones en los dibujos.



# Unidad 11 - Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

Esta Unidad Didáctica corresponde al bloque de Funciones, dentro de los cinco fijados en la ORDEN EDU/363/2015, del 4 de mayo, dónde se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León.

La Unidad Didáctica dedicada a las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas incorpora conceptos nuevos. Comienza con la incorporación de las funciones exponenciales, distinguiendo tres tipos, en representación y sus trasladas. Continúa con las funciones logarítmicas, en las que también distingue tres tipos, con sus representaciones y traslaciones. Prosigue con las trigonométricas, empezando con la función seno, luego la función coseno y terminando por la función tangente, en las que nos expone las propiedades de cada una de ellas y su representación. Para finalizar la unidad, termina explicando las funciones definidas a trozos.

En cursos anteriores, ya se ha estudiado:

- Los ejes cartesianos.
- Representación de las coordenadas de un punto en el plano.

A parte de lo relacionado con el bloque de funciones, también hay que tener en cuenta que los alumnos han visto en la Unidad 3 los polinomios, importante para calcular la imagen de un punto y crear una tabla de valores, algo que será necesario, en la Unidad 4 (ecuaciones exponenciales y logarítmicas), y en la Unidad 7 (trigonometría). Además, hay que tener en cuenta lo visto en la anterior unidad, para el estudio y representación de las funciones definidas a trozos.

En este curso se añade los siguientes conceptos:

- Funciones exponenciales.
- Representación de funciones exponenciales.
- Funciones logarítmicas.
- Representación de funciones logarítmicas.
- Funciones trigonométricas.
- Representación de funciones trigonométricas.
- Funciones definidas a trozos.

Por tanto, toda la unidad es una ampliación del concepto de los tipos de funciones. Esto servirá de base para aquellos alumnos que continúen estudiando Bachillerato.

En cuanto a la relación con otras asignaturas, las funciones están presentes en la mayoría de ellas. Principalmente, es necesario saber interpretar y representar funciones en las asignaturas de Física y Química, Biología y Geología, y Economía. Además, en Historia podemos relacionar ciertos elementos de algunos monumentos históricos con las funciones.

## Contribución a las Competencias Clave

En esta Unidad Didáctica, como en todo el currículo, se hará hincapié en el desarrollo de las competencias clave que nos marca la ley. A continuación explicaremos como se fomentan sin olvidarnos de la línea marcada en la *Contribución a las Competencias Clave general* de la asignatura.

### **Competencia en Comunicación Lingüística**

Se trabajará mediante la explicación en la pizarra de los ejercicios resueltos por parte de los alumnos. Además, se fomentará el dialogo en clase utilizando el vocabulario específico y su correcta expresión tanto en sus ideas como en sus razonamientos.

### **Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología**

Se trabajará sobre los siguientes conceptos: funciones exponenciales, funciones logarítmicas, funciones trigonométricas y funciones definidas a trozos. Con las características de cada una, su forma de construcción y representación en un eje de coordenadas.

### **Competencia Digital**

Se trabajará mediante la utilización del programa GeoGebra, para la representación de funciones, y el programa Excel para la elaboración de tablas. Además, en la búsqueda de información en fuentes fiables.

### **Aprender a Aprender**

Se trabajará mediante la utilización de estrategias para resolver un ejercicio, observando su capacidad de deducción. También en el tesón que muestren en la obtención de resultados, y su espíritu crítico y de reflexión mediante la corrección de ejercicios en alto en clase. Además el profesor explicará los contenidos dejando claro para que sirven.

## **Competencias Sociales y Cívicas**

Se llevara a cabo cuando el profesor esté explicando o se trabaje en grupo. Además, en la calificación de la asignatura se valorará el comportamiento del alumno en clase y con sus compañeros.

## **Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor**

Se trabajará en la proposición de de problemas, utilizando las mejores estrategias para resolverlos, y cuando se trabaje en grupo mostrando sus responsabilidades.

## **Conciencia y Expresiones culturales**

Se trabajará mediante la asociación de los contenidos con diferentes monumentos arquitectónicos.

# Objetivos Didácticos

Los objetivos que se persiguen en esta unidad didáctica son:

### **Objetivos comunes del curso**

- Expresar de forma razonada los distintos pasos para la resolución de problemas.
- Conocer y utilizar las diferentes estrategias que hay para la resolución de problemas.
- Analizar los resultados.
- Desarrollar procesos de matematización y modelización en contextos de la realidad cotidiana.
- Valorar la modelización matemática para la resolución de problemas de la realidad cotidiana identificando su eficacia o limitación.
- Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.
- Identificar las dificultades que se encuentra a la hora de resolver problemas para poder superarlas.
- Reflexionar sobre las decisiones tomadas y su respectiva eficacia.
- Conocer y manejar las herramientas tecnológicas para realizar cálculos, representar gráficas, buscar información, etc.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para el proceso de aprendizaje, buscando y analizando la información para mejorar la interacción.

## Objetivos específicos de la unidad didáctica

- Representar funciones exponenciales.
- Calcular la expresión algebraica de una función exponencial a partir de su gráfica.
- Representar funciones logarítmicas.
- Calcular la expresión algebraica de una función logarítmica a partir de su gráfica.
- Representar funciones trigonométricas.
- Representar funciones definidas a trozos.

## Contenidos, Criterios de Evaluación y Estándares de Aprendizaje de Aprendizaje

Los contenidos específicos que se imparte en esta unidad didáctica con sus respectivos criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son:

<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA</b>			
<i>Contenidos</i>	<i>Criterios de Evaluación</i>	<i>Estándares de Aprendizaje evaluables</i>	<i>Competencias</i>
<b>Función exponencial</b> - Concepto. - Propiedades. - Representación.	<b>1.</b> Conocer, calcular y representar funciones exponenciales.	<b>1.1.</b> Representa una función exponencial conociendo su expresión analítica. <b>1.2.</b> Representa una función exponencial a partir de otra función exponencial (traslaciones). <b>1.3.</b> Obtiene la expresión analítica de una función exponencial conociendo su gráfica o algunas de sus propiedades. <b>1.4.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica.	CMCT  CMCT  CMCT CAA  CMCT CAA
<b>Función logarítmica</b> - Concepto. - Propiedades. - Representación.	<b>2.</b> Conocer, calcular y representar funciones logarítmicas.	<b>2.1.</b> Representa una función logarítmica conociendo su expresión analítica. <b>2.2.</b> Representa una función logarítmica a partir de otra función logarítmica (traslaciones).	CMCT  CMCT

		<p><b>2.3.</b> Obtiene la expresión analítica de una función logarítmica conociendo su gráfica o algunas de sus propiedades.</p> <p><b>2.4.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica.</p>	<p>CMCT CAA</p> <p>CMCT CAA</p>
<p><b>Funciones trigonométricas</b></p> <p>- Tipos.</p> <p>- Concepto.</p> <p>- Propiedades.</p> <p>-Representación.</p>	<p><b>3.</b> Conocer, calcular y representar funciones trigonométricas.</p>	<p><b>3.1.</b> Representa una función trigonométrica conociendo su expresión analítica.</p> <p><b>3.2.</b> Representa una función trigonométrica a partir de otra función trigonométrica (traslaciones).</p> <p><b>3.3.</b> Asocia la expresión analítica a su gráfica.</p> <p><b>3.4.</b> Calcula su dominio.</p> <p><b>3.5.</b> Calcula su simetría.</p> <p><b>3.6.</b> Calcula su periodo.</p>	<p>CMCT</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT CAA</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT</p> <p>CMCT</p>
<p><b>Funciones definidas a trozos.</b></p>	<p><b>4.</b> Conocer, calcular y representar funciones definidas a trozos.</p>	<p><b>4.1.</b> Representa una función definida a trozos conociendo su expresión analítica.</p> <p><b>4.2.</b> Obtiene la expresión analítica de una función definida a trozos conociendo su gráfica o ciertas características.</p>	<p>CMCT</p> <p>CMCT CAA</p>

## ORDEN DE CONTENIDOS

- Funciones exponenciales ( $y = a^x$ ).
- Propiedades de las funciones exponenciales:
  - Valor de la imagen en los puntos  $x = 0$  y  $x = 1$ .
  - Crecimiento o decrecimiento de la función según el valor de  $a$ .
- Representación de funciones exponenciales.
- Funciones exponenciales ( $y = a^{x+b}$ ).
- Propiedades de las funciones exponenciales:
  - Traslación de la gráfica hacia la izquierda o derecha según el valor de  $b$ .
- Representación de funciones exponenciales.
- Funciones exponenciales ( $y = a^x + c$ ).
- Propiedades de las funciones exponenciales:
  - Traslación de la gráfica hacia arriba o abajo según el valor de  $c$ .
- Representación de funciones exponenciales.
- El número  $e$ , y la función exponencial con dicha base.

- Funciones logarítmicas ( $y = \log_a x$ ).
- Propiedades de las funciones logarítmicas:
  - Dominio.
  - Valor de la imagen en los puntos  $x = 0$  y  $x = 1$ .
  - Crecimiento o decrecimiento de la función según el valor de  $a$ .
- Representación de las funciones logarítmicas.
- Funciones logarítmicas ( $y = \log_a(x + b)$ ).
- Propiedades de las funciones logarítmicas:
  - Traslación de la gráfica hacia la izquierda o derecha según el valor de  $b$ .
- Representación de las funciones logarítmicas.
- Funciones logarítmicas ( $y = \log_a x + c$ ).
- Propiedades de las funciones logarítmicas:
  - Traslación de la gráfica hacia arriba o abajo según el valor de  $c$ .
- Representación de las funciones logarítmicas.
- Funciones trigonométricas:
  - Función seno ( $y = \text{sen}(x)$ ).
  - Características de la función seno:
    - Dominio.
    - Recorrido.
    - Periodicidad.
    - Simetría.
  - Representación función seno.
  - Función coseno ( $y = \text{cos}(x)$ ).
  - Características de la función coseno:
    - Dominio y recorrido.
    - Periodicidad.
    - Simetría.
  - Representación de la función coseno.
  - Función tangente ( $y = \text{tg}(x)$ ).
  - Características de la función tangente:
    - Dominio y recorrido.
    - Periodicidad.
    - Simetría.
  - Representación de la función tangente.
- Funciones definidas a trozos

## CONOCIMIENTOS MÍNIMOS

- Representación de las funciones exponenciales.
- Representación de las funciones logarítmicas.
- Representación de las funciones trigonométricas.
- Representación de las funciones definidas a trozos.
- Asociar la gráfica a su expresión analítica.
- Saber representar traslaciones de una función a partir de una dada.

## CONOCIMIENTOS IMPORTANTES

- Descripción de las funciones mediante sus propiedades.
- Saber calcular la expresión algebraica a partir de una gráfica.

## Metodología

La metodología de esta Unidad Didáctica será la misma que la *Metodología Unidad 10*.

## División en Tiempos y Espacios

En cuanto a la división de tiempos y espacios de esta Unidad Didáctica se realizará de acuerdo a la previsión hecha en el apartado *División de Tiempos y Espacios general* de la asignatura, con su estructura y sesiones marcadas.

Todas las sesiones se impartirán en el aula, excepto la sexta que tendrá lugar en el aula de informática. Por tanto, el contenido en cada sesión será lo siguiente:

### **Sesión 1**

- Introducción y resumen de la Unidad Didáctica.
- Explicación funciones exponenciales y sus traslaciones.
- Realización de ejercicios.

### **Sesión 2**

- Preguntar y resolver dudas de la sesión anterior.
- Explicación del número  $e$ , la función  $f(x) = e^x$ .
- Realización de ejercicios.

### **Sesión 3**

- Preguntar y resolver dudas de las sesiones anteriores.
- Explicación funciones logarítmicas y sus traslaciones.
- Realización de ejercicios.
- Tareas para casa (funciones exponenciales y logarítmicas).

### **Sesión 4**

- Corregir tareas para casa.
- Preguntar y resolver dudas.
- Explicación función seno con sus características.
- Realización de ejercicios.

### **Sesión 5**

- Preguntar y resolver dudas de lo explicado en sesiones anteriores.
- Explicación función coseno y tangente con sus características.
- Realización de ejercicios.
- Tareas para casa (de todas las funciones, pero más de trigonométricas).

### **Sesión 6**

- Resolver las tareas para casa utilizando el programa GeoGebra, para su mayor comprensión.
- Explicar las funciones definidas a trozos (sencillas), y ver ejemplos de funciones definidas a trozos en el ordenador, cuyo esbozo a mano sería un tanto complicado.
- Tareas para casa (incluirán ejercicios de todo el bloque de funciones)

### **Sesión 7**

- Corregir tareas para casa.
- Preguntar y resolver dudas (de todo el bloque).
- Realización de más ejercicios (de todo el bloque).

## Actividades de Aprendizaje y Enseñanza

Para que los alumnos comprendan los conceptos explicados, es necesario la realización de ejercicios y problemas. A continuación, presentamos algunos con los que se pretende conseguir ese resultado.

### FUNCIONES EXPONENCIALES

#### ACTIVIDAD 1

Represente las siguientes funciones y compáralas:

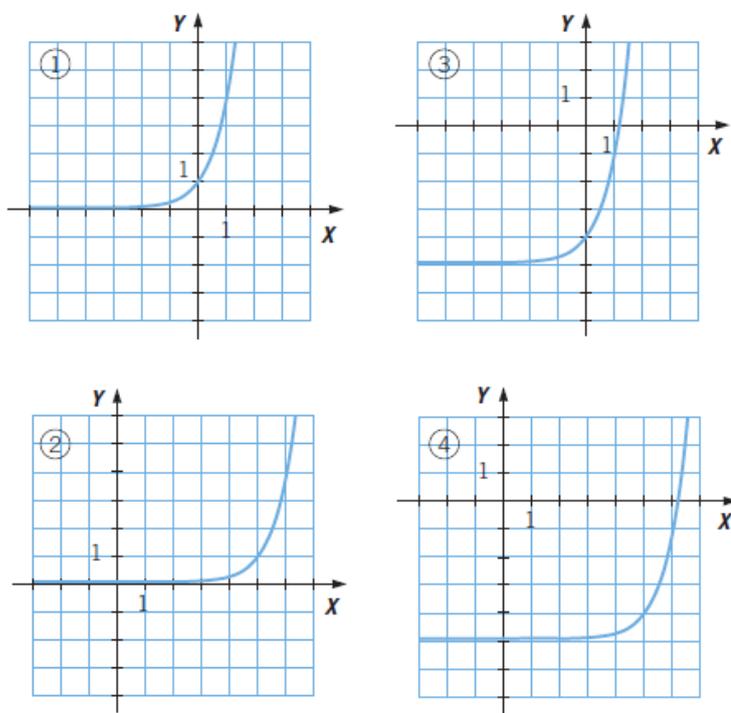
a)  $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ , b)  $f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^{x-1}$ , c)  $f(x) = 3^x + 2$ .

Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos de forma repetitiva aprendan las características de las funciones exponenciales.

#### ACTIVIDAD 2

Relaciona cada función con su gráfica:

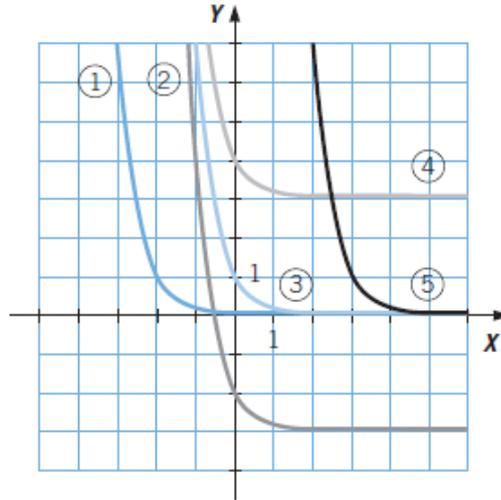
a)  $f(x) = 4^x$ , b)  $f(x) = 4^x - 5$ , c)  $f(x) = 4^{x-5}$ , d)  $f(x) = 4^{x-5} - 5$ .



Con esta actividad se pretende que relacionen las características de las funciones exponenciales y sus traslaciones.

### ACTIVIDAD 3

Las gráficas de estas funciones son traslaciones de la gráfica de  $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ . Identifícala y escribe la expresión algebraica que corresponde a cada una de las gráficas.



### ACTIVIDAD 4

Ana quiere invertir su dinero. Para ello, lo coloca en un banco obteniendo un interés compuesto cuya rentabilidad es del 2%. Halla la expresión algebraica de la función que representa la capitalización del dinero de Ana.

Con esta actividad se pretende ver la relación con la vida cotidiana, y que recuerden y comprendan mejor lo visto en la Unidad 1.

## FUNCIONES LOGARÍTMICAS

### ACTIVIDAD 1

Representa las siguientes funciones:

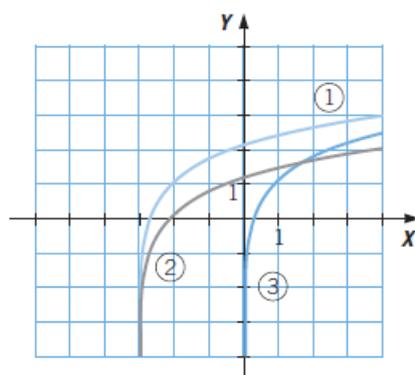
a)  $y = \log(2x)$ , b)  $y = \log_{\frac{1}{4}}(x)$ , c)  $y = \log_2(x - 1)$ ; d)  $y = \log(x) + 1$ .

Con este tipo de actividad, se pretende que los alumnos de forma repetitiva aprendan las características de las funciones logarítmicas.

### ACTIVIDAD 2

Relaciona cada función con su gráfica:

a)  $y = \ln(3x)$ , b)  $y = \ln(x + 3)$ , c)  $y = \ln 3(x + 3)$



Con este tipo de actividad se pretende que los alumnos. Además, de enseñarles la notación del logaritmo cuando su base es el número  $e$ .

### ACTIVIDAD 3

Halla la representación gráfica de una función logarítmica que verifique:

- a) Es una función decreciente.
- b) Pasa por el punto A(1,0).
- c) No corta al eje vertical.
- d) Pasa por el punto B(4,-2).

Con este tipo de actividades se pretende hacer entender que teniendo bien claras las características de las funciones logarítmicas, con unos datos somos capaces de representarlas.

## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

### ACTIVIDAD 1

Estudia el dominio, el recorrido y el periodo de la función  $y = \text{sen}(x)$ . A partir de ahí, deduce cuál será el dominio, recorrido y período de estas funciones:

- a)  $y = 2\text{sen}(x)$ , b)  $y = -2\text{sen}(x)$ , c)  $y = \text{sen}(2x)$ , d)  $y = \text{sen}(-2x)$ .

Además, represéntalas en tu cuaderno.

Con tipo de actividad se pretende que sepa deducir las características de unas funciones a partir de otras. También se puede hacer con cualquier tipo de función trigonométrica.

## ACTIVIDAD 2

El movimiento ondulatorio se representa mediante la ecuación  $y = A\text{sen}(x + T)$ , siendo A la amplitud del movimiento y T el período con el que se repite la onda. ¿Cuál sería la ecuación de una onda que se repite con un período de  $T = \frac{\pi}{2}$ s y su amplitud vale 2cm?

Con tipo de actividad, se pretende que vean la relación de las matemáticas con otras asignaturas.

## FUNCIONES A TROZOS

### ACTIVIDAD 1

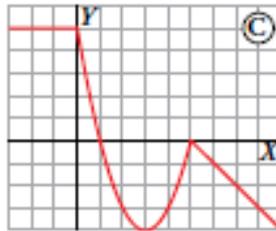
Representa las siguientes funciones definidas a trozos:

$$a) f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - 2x & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -4 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < -2 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ -x^2 + 2x + 1 & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$$

Con este tipo de actividad, se pretende que de manera repetitiva el alumno sepa representar funciones definidas a trozos, la dificultad de este tipo de funciones irá dependiendo de los tipos de trozos de funciones que se pretenda representar, ya que de esta manera los alumnos tienen que tener en cuenta las características de todas las funciones vistas. Además, con este tipo de actividad se puede estudiar la continuidad.

### ACTIVIDAD 2

Halla la expresión algebraica de la siguiente función definida a trozos:



Con este tipo de actividad se pretende que el alumno analice los trozos y así poder obtener su expresión analítica.

### ACTIVIDAD 3

Encuentra la expresión algebraica de una función a trozos que cumpla las siguientes características:

- a) Está formada por tramos de líneas rectas.
- b) Su expresión algebraica es diferente en los intervalos  $(-8,2]$ ,  $(-2,0)$  y  $[0,8)$ .
- c) Pasa por los puntos A(-3,5), B(-2,0), C(-1,1), D(-0.5,1), E(0,3) y F(7,10).

Con este tipo de actividad se pretende que el alumno analice bien lo que le están pidiendo, y sepa que, y así observaremos si han entendido bien las funciones a trozos.

## Evaluación

Se seguirá la línea marcada en el apartado de *Evaluación general* de la asignatura.

Esta Unidad Didáctica es la última que compone el bloque de funciones, y por tanto ya tendrá lugar la prueba escrita. Su duración será una sesión de clase cogiendo el recreo si fuera necesario. En ella se evaluará el mayor número de estándares de aprendizaje.

## Atención a la Diversidad

Se seguirá la línea marcada en el apartado de *Atención a la Diversidad general* de la asignatura, exceptuando a los alumnos que muestren desinterés hacia ella, y se les intentará motivar relacionando la asignatura con otra que les guste. Por ejemplo, si les gusta la economía que hagan un trabajo de por qué se utiliza tanto las funciones exponenciales en sus representaciones gráficas.



# CONCLUSIONES

La realización de este Trabajo Fin de Máster ha llevado consigo el estudio de varias metodologías pero con la intención de que todas tengan una misma estructura para enseñar a los alumnos. Aunque la *lección magistral* es considerada por muchos como una metodología bastante obsoleta, desde mi punto de vista y observando durante el Prácticum, si se hacen variantes, como incluir en todo el proceso a los alumnos haciéndoles sentir partícipes sigue siendo bastante eficiente para enseñarles.

Por otro lado, el diseño de actividades de aprendizaje y enseñanza lleva consigo un gran trabajo, dado que el hecho de plantear de diferentes niveles, relacionarlas con las competencias a desarrollar y sobre todo, llevárselas a la vida cotidiana para que vean su utilidad (es algo que piden muchos alumnos) es bastante complicado.

Estos dos puntos me ha hecho darme cuenta que la labor del docente no sólo está en las horas que pasa en el aula con sus alumnos, sino que detrás de todo ello hay un trabajo de desarrollo del temario, preparación de las clases como las actividades a realizar y sobre todo, la investigación, es decir, estar al día de las nuevas metodologías, las herramientas tecnológicas etc., que nos permiten ayudar a los alumnos a comprender el temario.

También la evaluación no solo debe ser una calificación numérica, sino tener en cuenta el proceso de mejora del alumno, sin olvidarnos de hacerles entender a los alumnos que es necesario la realización de pruebas y que ellas sean lo más importante en su calificación.

Además, para ayudar a los alumnos es necesaria la comunicación entre los profesores del mismo departamento, para tener diferentes puntos de vista sobre el proceso de llevar la información al aula, como con profesores de otros departamentos que permite conocer la actitud del alumno en otras materias y poder relacionar una asignatura con otra.

Por todo esto la programación busca ser la base de un proyecto futuro, siempre abierto a cambios para su mejora.



# BIBLIOGRAFÍA

## LIBRO

- Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, 4º E.S.O., SERIE RESUELVE-SANTILLANA.

## ARTÍCULO

- Román, J.M; Saiz, C; Alonso, J & De Frutos, C. (2013). *Habilidades docentes básicas y docencia motivadora en la universidad*. *Psicología y Educación*, 8(1), 109-128. Recuperado de <http://revistadepsicologiayeducacion.es/pdf/87.pdf>.

## BOLETINES OFICIALES DEL ESTADO O AUTONOMÍAS

- Orden EDU/362/2015, de 4 de Mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Castilla y León. BOCyL.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de Diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato.
- Orden EDU/519/2014, de 17 de Junio, por la que se establece el currículo y se regula la Implantación, evaluación y desarrollo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León. BOCyL.
- ORDEN ECD/65/2015, de 21 de Enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, Secundaria Obligatoria y el Bachillerato.

## PÁGINAS WEB

- Web del IES Antonio Tovar, <http://www.iesantoniotovar.com/>
- Web de Marea Verde, <http://www.apuntesmareaverde.org.es/>
- <http://www.educacionfyp.gob.es>
- <http://aulamatematica.com/Competencias.htm>
- <http://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/10/funciones-y-grc3a1ficas.pdf>
- <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centro-tic/41000089/helvia/aula/archivos/repositorio/0/37/solucionario-libro-4esob.pdf> (libro Santillana)
- <http://www.iesarroyodelamiel.es/matematicas/materiales/4eso/solucionAcadademicas2016/TEma%205.pdf> (libro Anaya)

## **RECURSO ONLINE**

- GeoGebra, <https://www.geogebra.org/graphing>

## **REPOSITORIO Uva**

- Alonso Santamaría, Diego, Diseño contextualizado de una programación didáctica, Trabajo Fin de Máster, Universidad de Valladolid, 2017.
- Calzón Dueñas, Javier, Planteamiento para la mejor didáctica en un curso de la ESO, Trabajo Fin de Máster, Universidad de Valladolid, 2017.



