



Universidad de Valladolid
Campus de Palencia

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Agrarias
Instituto Universitario de Investigación en Gestión Forestal
Sostenible UVa-INIA

**EFFECTO DE VARIABLES CLIMÁTICAS Y LITOLÓGICAS SOBRE
EL CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE EN MASAS DE
Pinus nigra Arn**

Presentado por:

Roy Roger Vera Vélez

Como Trabajo de Fin de Máster dentro del:

***Máster en Investigación en Ingeniería para la Conservación y Uso
Sostenible de Sistemas Forestales***

Directores:

Dr. Gregorio Montero González
Dr. Felipe Bravo Oviedo

Junio del 2013

EFFECTO DE VARIABLES CLIMÁTICAS Y LITOLÓGICAS SOBRE EL CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE EN MASAS DE *Pinus nigra* Arn

Resumen

La variabilidad en el crecimiento en altura dominante puede ser explicada en parte tanto por las condiciones edáficas como por la variabilidad del clima. A partir de datos de 46 parcelas permanentes instaladas en masas de *Pinus nigra* Arn en Sierras de Segura-Cazorla, Serranía de Cuenca, Els Ports y Sierra de Gúdar-Javalambre, se ha desarrollado un modelo dinámico de crecimiento en altura dominante mediante la aproximación de ecuaciones en diferencias algebraicas generalizadas (GADA) con inclusión de variables ambientales. Las parcelas fueron inventariadas entre 1963 y 2006 en un máximo de ocho ocasiones. El modelo sale fortalecido por el índice hídrico como variable climática, valor obtenido de la diferencia entre el superávit con el déficit hídrico dividido por la evapotranspiración potencial, o lo que es lo mismo de la diferencia entre los índices de humedad y de aridez, cuyos valores son correspondientes al periodo inventariado. La información litológica no ofrece un aporte significativo a la explicación. De esta forma el modelo ajustado tiene como variables independientes la edad, el tamaño (la altura dominante al inicio del periodo de crecimiento analizado) y el índice hídrico como parámetro climático.

Palabras clave: calidad de estación, suelo, cambio climático, GADA.

Summary

The variability on dominant height growth can be explained in part by both the soil conditions and the variability of climate. Using data from 46 permanent plots installed in *Pinus nigra* Arn stands in Sierras de Segura-Cazorla, Serranía de Cuenca, Els Ports and Sierra de Gúdar Javalambre, has been developed a dynamic model of height growth by generalized algebraic difference approach equations (GADA) including environmental variables. The plots were inventoried from 1963 to 2006 in a maximum of eight times. The model is strengthened by the use of hydric index as a climate variable, value obtained from the difference between surplus and hydric deficit and divided by the value of potential evapotranspiration, or what is the same, the difference between the humidity and aridity indexes, such values are corresponding to the period inventoried. Lithological information is not significantly improve the explanation of the model. In this way the fitted model has as independent variables the

age, size (dominant height at the beginning of the growth period analyzed) and hydric index as climate parameter.

Keywords: site quality, soil, climate change, GADA.

1. Introducción

Diversos factores bioclimáticos condicionan el crecimiento de los bosques. La búsqueda de una función matemática que involucre una amplia variedad de condiciones es el objeto de estudio de muchos modelizadores para ofrecer conclusiones cercanas a la realidad sobre la abstracción de la dinámica natural de una masa forestal (Vanclay, 1994). En ese sentido, la modelización juega un papel fundamental en la construcción de modelos matemáticos adecuados que puedan ser utilizados en el análisis de sostenibilidad de los sistemas forestales a distintas escalas espaciales (Pretzsch, 2010) y temporales (Dewar, 2001; Sánchez-González et al, 2009).

El ajuste de un modelo a una serie de datos de crecimiento mejora el grado de conocimiento sobre el desarrollo de una masa forestal, pero en determinadas ocasiones, el ajuste involucra áreas de distribución amplia como en los casos de *Pinus pinaster* (Bravo-Oviedo et al, 2004) y *Pinus pinea* (Calama y Montero, 2004), en tales casos, el nivel de precisión puede variar en función de la calidad del sitio y su resultado puede ser una curva no adecuada, esta variabilidad natural es causada, principalmente por el clima y suelo, por lo que su incorporación en los diferentes modelos puede resultar en una mejor descripción de su estructura y dinámica, este conocimiento conduciría a una gestión adecuada de los sistemas forestales y a una evaluación de los posibles impactos del cambio climático, sobre todo con la inclusión del clima. Por otra parte, el uso de modelos dinámicos derivados por aproximación de diferencias algebraicas generalizadas GADA (Cieszewski & Bailey, 2000), da como resultado funciones que poseen características deseables en modelización, que son: crecimiento asintótico, polimorfismo, punto de inflexión, y adicionalmente presenta ventajas adicionales de ser invariantes en base de la edad de referencia o típica y poseer varias asíntotas, además, utiliza un enfoque de variable ficticia para estimar simultáneamente los parámetros específicos de cada sitio, lo cual brinda una mayor flexibilidad al modelo en el momento del ajuste. Algunos resultados desarrollados bajo esta metodología han dado excelentes ajustes para modelos de crecimiento en altura, como por ejemplo: *Pinus taeda* L. (Dieguez-Aranda et al, 2006a), *Pinus pinaster* Ait

(Bravo-Oviedo et al, 2007), *Pinus nigra* (Martin-Benito et al, 2008), entre otros. La gran flexibilidad demostrada de estas ecuaciones permite, en determinados casos, explicar adecuadamente el crecimiento en altura dominante a partir de un modelo reducido, lo cual involucra datos de distribución amplia, sin la necesidad de buscar una función específica que se ajuste a las masas de cada región tal y como lo han demostrado Martin-Benito et al (2008) para *Pinus nigra*, sin embargo, el uso de un modelo reducido puede inducir ciertos niveles de sesgo, ya que, muchas de las condiciones climáticas como la temperatura y la precipitación pueden variar en pequeñas escalas, inclusive entre parcelas o rodales cercanos; la incorporación de la variabilidad edafoclimática mejora dicha explicación, tal y como lo han conseguido Bravo-Oviedo et al (2008) para el pino negral (*Pinus pinaster* Ait).

La explicación del comportamiento de la altura dominante podría mejorarse significativamente si los factores causantes de la variabilidad en la estructura de cada masa a nivel local se incluyan en un modelo dinámico, ya que, de esta manera se generarían curvas con mayor especificidad y realismo; para comprobar esta hipótesis, el presente estudio se realizó incorporando variables climáticas y litológicas específicas de cada parcela a un conjunto de datos de distribución natural amplia como lo es *Pinus nigra* Arn., y utilizando el procedimiento GADA como método de ajuste.

2. Objetivo

Determinar si la inclusión de la variabilidad climática y litológica puede mejorar la explicación del comportamiento en altura dominante de *Pinus nigra* Arn en el rango de distribución natural de España, mediante el uso de una ecuación dinámica derivada por diferencias algebraicas generalizadas (GADA).

3. Metodología

3.1 Datos

Los datos utilizados provienen de parcelas permanentes ubicadas en masas de *Pinus nigra* Arn que se encuentran dentro del rango de distribución natural en España. Son parte de la red de parcelas de producción del INIA que han sido inventariadas de forma sincrónica desde 1963 hasta el 2006, abarcando de esta manera un rango de edades entre 20 a 120 años en similares calidades de sitio, lo cual hace posible

conocer en un tiempo relativamente corto (20 años) la dinámica de su ciclo de crecimiento (Montero et al, 2004), la metodología utilizada para la medición de cada árbol en las parcelas ha sido descrito en detalle por Montero et al (2004) y Mora et al (2012). Las parcelas están ubicadas en las Sierras de Segura - Cazorla, Serranía de Cuenca, Els Ports y Sierra de Gúdar-Javalambre (Fig.1a) y coinciden con las regiones de procedencias de Prepirineo Catalán, Alto Maestrazgo, Sistema Ibérico y Cordilleras Béticas (Catalán et al 1991).

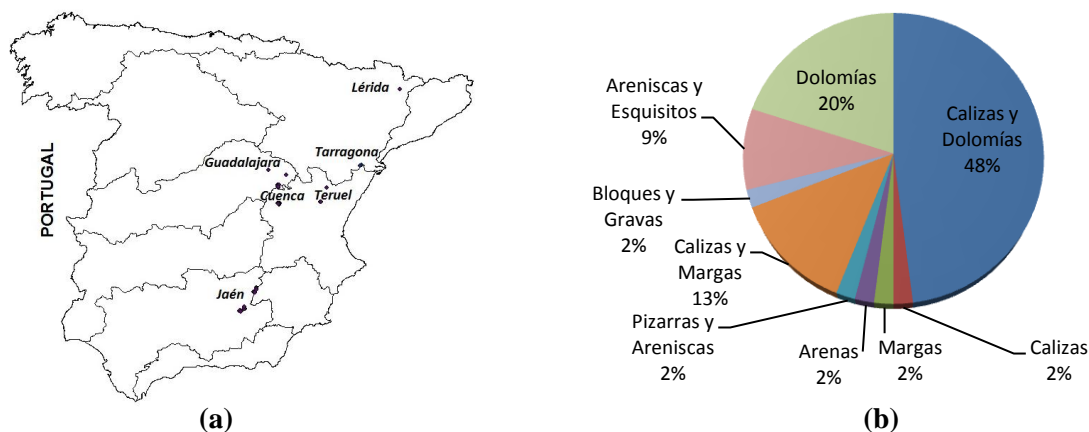


Figura 1. (a) Localización de las parcelas de estudio según provincias; (b) Distribución en porcentaje de las parcelas de *Pinus nigra* Arn según la litología

La información de la altura dominante, edad, clima de cada parcela (calculada con un algoritmo de interpolación entre estaciones meteorológicas próximas a partir de la información climática facilitada por la Agencia Estatal de Meteorología AEMET) y litología, fue proporcionada por el Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria (INIA) para un total de 55 parcelas, sin embargo, los datos climáticos y litológicos estaban disponibles únicamente para 46 de ellas, por tal razón, el presente estudio se basa en el análisis de la altura dominante de las 46 parcelas cuyas características reflejadas en la tabla 1 indican que poseen un mínimo de tres inventarios y un máximo de 8; la tabla 2 muestra las características climáticas. El criterio de Assmann fue utilizado para determinar la altura dominante (Assmann, 1970).

Las parcelas de *Pinus nigra* Arn están asentadas sobre 9 sustratos litológicos distintos (fig. 1b), la mayor concentración de las masas se observan sobre calizas + dolomías con un 48%, seguido por sustratos dolomíticos con un 20%, calizas y margas con un 13%, areniscas y esquistos con un 9% y el 10% restante de las masas se encuentra sobre: bloques y gravas, pizarras y areniscas, calizas, arenas y margas.

Tabla 1. Descripción de los datos utilizados en el ajuste de los modelos de crecimiento de altura dominante para cada una de las localidades consideradas

Provincias	No. Parcelas	No. Inventarios/parcela		Altura Dominante (m)			Edad (años)		
		Min	Max	Media	Min	Max	Media	Min	Max
Cuenca	20	3	8	17,3 (4,45)	9,2	28,8	72 (24)	31	141
Guadalajara	2	3	6	19,2 (1,29)	16,7	20,6	110 (21)	84	141
Jaén	15	3	8	20,6 (4,50)	10,4	30,5	97 (37)	47	168
Lérida	2	5	5	9,5 (1,69)	7,2	12,2	57 (7)	46	67
Tarragona	4	3	8	15,9 (3,04)	10,5	21,1	90 (31)	45	149
Teruel	3	3	8	13,9 (1,21)	11,8	15,9	105 (31)	50	156
Total	46	3	8	16,07 (2,70)	7,2	30,5	89 (25)	31	168

Entre paréntesis la desviación estándar

Tabla 2. Variables climáticas de las parcelas

Variabes relacionadas al clima	Unidades	Media	Min	Máx	Desviación estándar
Altitud	m	1177	959	1464,00	64,49
Precipitación Total	mm	706	549	1272,12	68,41
Temperatura media	°C	10,5	8,3	13	0,6
Precipitación Primavera	mm	199,65	144,00	398,34	21,77
Precipitación Verano	mm	112,70	53,00	201,15	7,09
Precipitación Otoño	mm	193,15	165,00	294,61	15,67
Precipitación Invierno	mm	201,26	108,00	494,87	30,67
Temperatura verano	mm	19,1	16,7	22,2	0,8
Temperatura invierno	mm	3,2	0,8	5,2	0,44
Evapotranspiración	mm	648,96	578,00	728,00	20,09
Superávit ¹	mm	323,11	140,00	925,56	67,25
Déficit ²	mm	265,23	153,17	393,00	22,38
Índice Hídrico ³		25,43	-2,70	118,31	11,60
Duración de la sequía ⁴	meses	1,70	0,00	3,20	0,25
Intensidad de la sequía ⁵		0,06	0,00	0,20	0,02

¹Suma de los valores mensuales donde la precipitación es mayor que la evapotranspiración potencial

²Suma de los valores mensuales donde la precipitación es inferior a la evapotranspiración

³Según el valor $IH = (100 \times \text{Superávit} - 60 \times \text{Déficit}) / \text{ETP}$

⁴Número de meses donde la curva de precipitaciones está por debajo de la de temperaturas en el climodiagrama de Walter-Lieth

⁵Cociente entre área seca y área húmeda en el climodiagrama de Walter-Lieth

3.2 Análisis

A partir de cinco modelos seleccionados en Kiviste (2002) y el modelo de Lundqvist (1957) se derivaron a 8 modelos dinámicos por diferencias algebraicas generalizadas GADA (Cieszewski & Bailey, 2000). Estas ecuaciones se utilizaron para ajustar al grupo de datos de las parcelas. La relación entre los parámetros y el factor X de intensidad de crecimiento (que asume todas aquellas variables no medibles que afectan el crecimiento y que son reemplazadas por condiciones iniciales de edad y altura de referencia conocidas) siguió el criterio planteado por Cieszewski (2004) y

Cieszewski & Strub (2008), estas hipótesis sobre los parámetros a , b y c son simultáneas para cada uno de los modelos; para el caso de *Hossfeld* se asumieron dos hipótesis, la primera donde el factor X es equivalente al parámetro a e inverso al parámetro b y la segunda donde el factor X es equivalente al parámetro a y lineal al parámetro b ; para *Korf* y *Lundqvist* las hipótesis fueron similares, el factor X se asumió como exponencial al parámetro a e inverso al parámetro b ; para *Richards* se asumió como exponencial al parámetro a y lineal al parámetro c ; para *Weibull* se asumió como exponencial al parámetro a y lineal al parámetro b ; y finalmente para *Levakovic II* fueron asumidas dos hipótesis, la primera donde el factor X es exponencial al parámetro a y lineal al parámetro c , la segunda hipótesis como exponencial al parámetro a e inverso al parámetro c (tabla 3).

Tabla 3. Ecuaciones dinámicas usadas para ajustar a los datos de las parcelas de *Pinus nigra* Arn

Ecuación base	Relación de los parámetros	Solución para X	Ecuación dinámica
Hossfeld: $Y = \frac{bt^c}{t^c+a}$	$a = X$ $b = b1 + \frac{1}{X}$	$Xo = (Ro - [to^c(Ho - b1)])/2Ho$ $Ro = \sqrt{4Hoto^c + [to^c(Ho - b1)]^2}$	$H = \frac{(b1+\frac{1}{Xo})t^c}{t^c+Xo}$ (E1)
	$a = X$ $b = b1 + X$	$Xo = to^c \left(\frac{b1-Ho}{Ho-to^c} \right)$	$H = \frac{(b1+Xo)t^c}{t^c+Xo}$ (E2)
Korf: $Y = \exp\left(a - \frac{b}{t^c}\right)$	$a = e^x$ $b = b1/X$	$Xo = 0.5[\text{Ln}Ho + ((\text{Ln}Ho)^2 + 4b1to^c)^{0.5}]$	$H = \exp\left(Xo - \left(\frac{b1}{Xo}\right)t^c\right)$ (E3)
Richards: $Y = a(1 - \exp(-bt))^c$	$a = e^x$ $c = c1 + c2X$	$Xo = \frac{\text{Ln}(Ho) - c1[\text{Ln}(1 - \exp(-bto))]}{1 + c2[\text{Ln}(1 - \exp(-bto))]}$	$H = e^{Xo}(1 - \exp(-bt))^{c1+c2Xo}$ (E4)
Weibull II, $Y = a(1 - \exp(-bt^c))^c$	$a = e^x$ $b = b1 + b2X$	$Xo = \frac{\text{Ln}Ho - b1(\text{Ln}(1 - \exp(-to^c)))}{1 + b2(\text{Ln}(1 - \exp(-to^c)))}$	$H = e^{Xo}(1 - \exp(-t^c))^{(b1+b2Xo)}$ (E5)
Lundqvist, 1957: $Y = a(\exp(-bt^{-c}))$	$a = e^x$ $b = b1/X$	$Xo = 0.5(\text{ln}(Ho) + Ro)$ $Ro = \sqrt{-(\text{ln}(Ho))^2 + 4b1to^{-c}}$	$H = e^{Xo}(\exp(-\frac{b1}{Xo}t^{-c}))$ (E6)
Levakovic II, $Y = a\left(\frac{t}{b+t}\right)^c$	$a = e^x$ $c = c1 + X$	$Xo = \frac{\text{Ln}(Ho) - c1(\text{Ln}(to/(b+to)))}{1 + \text{Ln}(to/(b+to))}$	$H = e^{Xo}\left(\frac{t}{b+t}\right)^{c1+Xo}$ (E7)
	$a = e^x$ $c = c1/X$	$Xo = \frac{\text{Ln}(Ho) + \sqrt{(\text{Ln}(Ho))^2 - 4c1(\text{Ln}\frac{to}{b+to})}}{2}$	$H = e^{Xo}\left(\frac{t}{b+t}\right)^{c1/Xo}$ (E8)

Dado que, una serie de mediciones repetidas sobre un mismo individuo precisa de un procedimiento de corrección, se introdujo un proceso autorregresivo de orden p

(1), en función de los residuos del modelo ajustado con y sin un retardo de tiempo p , cuya estructura es la siguiente (Gregorie et al. 1995):

$$e_{ij} = \sum_{p=1}^n d_p \phi_p^k e_{ij-p} + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Donde e_{ij} es el error experimental que sigue un proceso autorregresivo, d_p es 1 cuando $j > p$ y ϕ es el parámetro autorregresivo continuo donde $k=t_j-t_{j-p}$ y $t_j > t_{j-p}$ para todo i .

La selección del mejor modelo se realizó en función de los estadísticos de ajuste en términos de precisión y sesgo según Burkhart y Tomè (2012). Para determinar la precisión, se calculó el error de la predicción media absoluta (2) y el error del cuadrado medio de la predicción (3), para el sesgo se calculó el error promedio de la predicción de cada modelo (4), adicionalmente se determinó la eficiencia de cada modelo (5).

$$|\bar{r}_i| = \frac{\sum_{i=1}^k |H_i - \hat{H}_i|}{k} \quad (2)$$

$$\bar{r}_i = \frac{\sum_{i=1}^k (H_i - \hat{H}_i)}{k} \quad (4)$$

$$mse_i = \frac{\sum_{i=1}^k (H_i - \hat{H}_i)^2}{k} \quad (3)$$

$$EF_k = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (H_i - \hat{H}_i)^2}{\sum_{i=1}^k (H_i - \bar{H}_i)^2} \quad (5)$$

Donde \bar{r}_i es la predicción residual, H_i y \hat{H}_i son, en su orden, los valores observados y esperados, k es el número total de series de crecimiento. Tanto la eficiencia y el sesgo fueron calculados a nivel global y por clases de edad. Para agrupar los datos por clases de edad, se ordenaron por edades de intervalos de 20 años, estos grupos fueron: <40 años, 40-60, 60-80, 80-100, 100-120 y >120 años, para el sesgo se calculó los intervalos de confianza a un 95% de probabilidad por cada clase de edad; el porcentaje de datos agrupados por clase de edad se aprecia en la figura 2.

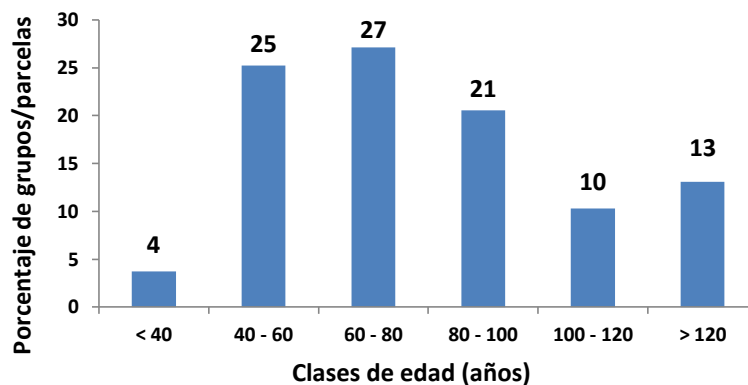


Figura 2. Porcentaje de parcelas de *Pinus nigra Arn* agrupadas por clase de edad.

Para la segunda parte del estudio, se realizó un análisis factorial con las variables climáticas, esta técnica permite encontrar una estructura subyacente de la matriz de datos en términos de factores inobservables (Crawley, 2007), donde las variables más correlacionadas son explicadas por dichos factores, el contraste de esfericidad de Bartlett basado en la matriz de correlación muestral, determina si el análisis factorial es adecuado (Pérez, 2008); la selección de la variable está en función de la carga individual. Por otra parte, dado que la información litológica no es de característica cuantitativa, esta fue analizada de forma gráfica para observar la existencia de agrupaciones y demostrar variabilidad inter parcelas. Para ello se realizó un gráfico de la matriz de puntuaciones factoriales, dichos valores fueron calculados utilizando el método de mínimos cuadrados generalizados de Bartlett (Bartlett 1937 y 1938) de los dos primeros factores resultantes del análisis factorial con las variables climáticas y se introdujo esta información. La formación de agrupaciones determinará el origen litológico a seleccionar para ser ingresado en el modelo GADA en términos de presencia y ausencia.

Para la expansión de los parámetros, se siguió el procedimiento descrito en Cieszewski (2001) y Bravo-Oviedo et al (2008), donde varios parámetros son añadidos en reemplazo de los parámetros no lineales de la ecuación dinámica, para ello se ensayan hipótesis sobre las variables climáticas y litológicas en diversas estructuras lineales, inversas, no lineales, etc. La ecuación dinámica es nuevamente ajustada y evaluada como se explicó en párrafos anteriores, con la adición del cálculo de ganancia en ajuste en términos de porcentaje (6) según Bravo et al (2001).

$$\%ganancia\ en\ ajuste = 100 * \left(1 - \frac{(Valores\ estadísticos\ del\ ajuste^\dagger)_{sin\ clima}}{(Valores\ estadísticos\ del\ ajuste^\dagger)_{con\ clima}}\right) \quad (6)$$

†Raíz del error medio cuadrático, R cuadrado ajustado, eficiencia, sesgo medio, error del cuadrado medio, error medio absoluto.

Para la evaluación en términos de comportamiento biológico del modelo seleccionado se realizó gráficas de curvas de calidad, para ello, se utilizó valores de altura dominante a una edad de referencia de 100 años, misma que es aproximada al turno de aprovechamiento de *Pinus nigra* Arn, por otra parte, para la aplicación de los diferentes procedimientos estadísticos se utilizó valores de altura dominante a una edad de 70 años, esta edad fue seleccionada en función de la disponibilidad de los valores observados de la altura dominante registrada por parcela. Los modelos dinámicos fueron ajustados usando el PROC MODEL de SAS/ETS v 8 para Windows

(SAS Inc., 2004) y para la evaluación se utilizó el programa estadístico R (R Core Team, 2012).

4. Resultados

El conjunto de ecuaciones dinámicas generadas a partir de los modelos de *Hossfeld*, *Richards*, *Korf*, *Lundqvist 1957*, *Weibull II* y *Levakovic II* (tabla 3), fueron ajustados al grupo de datos de 46 parcelas de *Pinus nigra* Arn. En un primer ajuste, todas las ecuaciones presentaron autocorrelación en los residuos, debido a las medidas repetidas que se realizaban en los continuos inventarios, en todo caso, el ejemplo de la ecuación de Lundqvist (E6) (fig. 3), muestra las tendencias del primer ajuste y su corrección.

Los valores estimados por cada modelo y los estadísticos de ajuste, son presentados en las tablas 4 y 5, donde ρ corresponde al parámetro autorregresivo para la corrección de la autocorrelación.

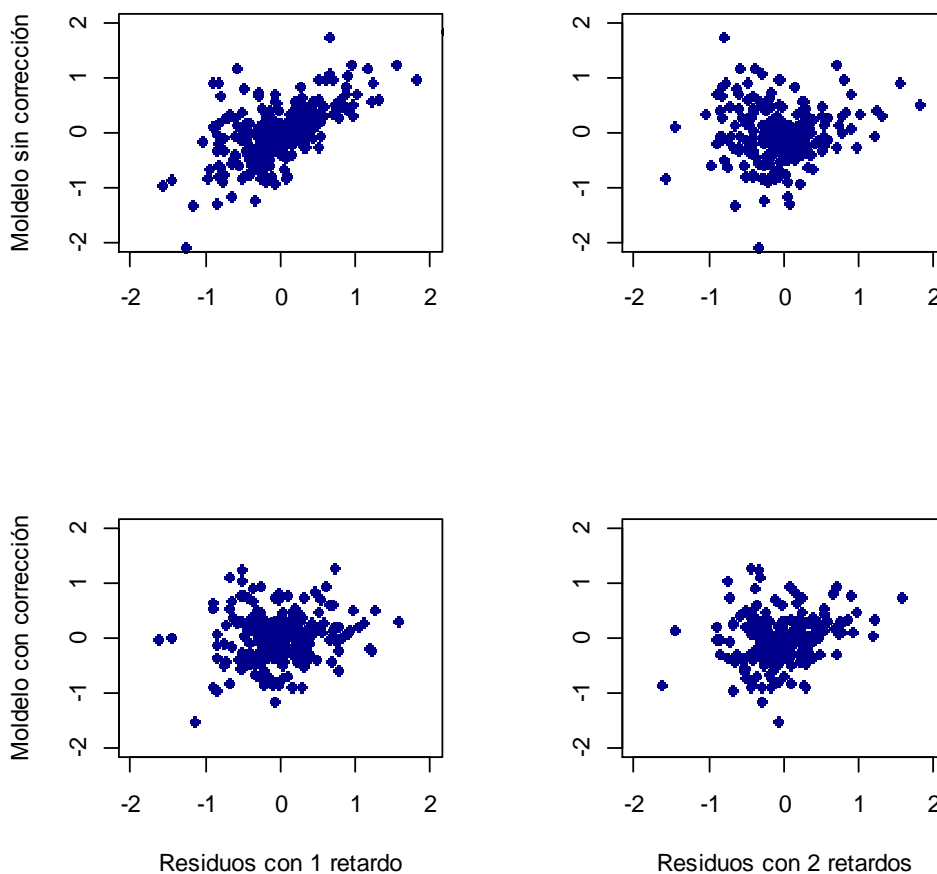


Figura 3. Análisis de los residuos con corrección de la autocorrelación en la ecuación dinámica E6.

De acuerdo a los resultados obtenidos, todos los modelos presentan en forma global un alto grado de precisión y bajo nivel de sesgo y su eficiencia está por encima del 98% (tabla 5), sin embargo los estimadores de los parámetros en su mayoría son no significativos, el único modelo que tiene todos los parámetros a un nivel de significación superior a 0,01 es la ecuación dinámica derivada del modelo de *Hossfeld* E2 (tabla 4).

La ecuación dinámica *Hossfeld* E2 muestra una ligera inferioridad en cuanto a sesgo y precisión en comparación con la mayoría de las ecuaciones, sin embargo, dado que es la única en la que todos los parámetros ajustados con la metodología GADA son significativos, es el único considerado para ser evaluado y ajustado con las variables climáticas y litológicas.

Tabla 4. Parámetros estimados con las 8 ecuaciones dinámicas

Modelo	b	b1	b2	c	c1	c2	ρ
<i>Hossfeld</i> E1	171,35 ^{ns}			0,68***			0,91***
<i>Hossfeld</i> E2	-41,37**			0,92***			0,90***
<i>Korf</i> E3	59,28 ^{ns}			-0,13 ^{ns}			0,90***
<i>Richards</i> E4	0,004*				0,87**	-0,04 ^{ns}	0,90***
<i>Weibull</i> E5		17,17 ^{ns}	-0,83 ^{ns}	0,13**			0,90***
<i>Lundqvist</i> E6	59,27 ^{ns}			0,13 ^{ns}			0,90***
<i>Levakovic</i> II E7	10,14*			0,84 ^{ns}			0,90***
<i>Levakovic</i> II E8	387,98 ^{ns}			3,07***			0,90***

*** p-valor <,0001; ** p-valor de 0,01; * p-valor de 0,05; ns: no significativo; ρ : parámetro para corregir la autocorrelación

Tabla 5. Estadísticos de ajuste para cada ecuación dinámica

Modelo	RMSE	Adj R-Sq	Precisión		Sesgo	Eficiencia
			$ \bar{r}_i $	mse	\bar{r}_i	
<i>Hossfeld</i> E1	0,4981	0,9890	0,3418	0,2068	0,0090	0,9908
<i>Hossfeld</i> E2	0,5179	0,9881	0,3417	0,2237	0,0138	0,9901
<i>Korf</i> E3	0,4968	0,9891	0,3371	0,2058	0,0087	0,9909
<i>Richards</i> E4	0,4969	0,9891	0,3363	0,2051	0,0094	0,9909
<i>Weibull</i> E5	0,4976	0,9890	0,3365	0,2056	0,0089	0,9909
<i>Lundqvist</i> E6	0,5137	0,9891	0,3371	0,2058	0,0087	0,9909
<i>Levakovic</i> II E7	0,5938	0,9844	0,3884	0,2941	0,0117	0,9869
<i>Levakovic</i> II E8	0,4976	0,9890	0,3390	0,2065	0,0083	0,9908

Para observar el comportamiento de esta ecuación dinámica, se realizaron dos gráficos donde se muestran el sesgo y la eficiencia en función de las clases de edad de las parcelas. En cuanto al sesgo, el modelo tiende a sobreestimar por debajo de los 40 años y por encima de los 120 años (fig. 4a), mientras que en eficiencia, es superior

al 97% para parcelas mayores a 40 años (fig. 4b), aunque a edades comprendidas entre 60 y 80 años, existe una ligera pérdida de eficiencia, pero de manera general este modelo es bastante preciso, sobre todo debido a que las edades de las masas de las parcelas de estudio son en su mayoría superiores a 40 años (fig. 2).

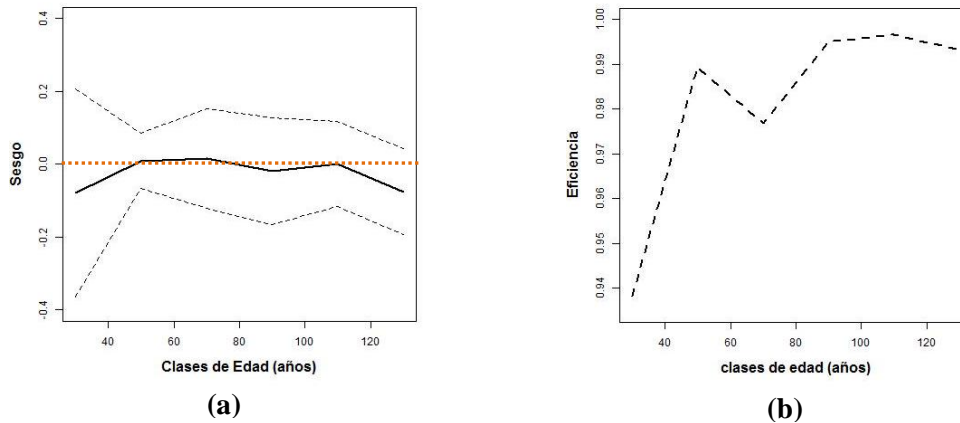


Figura 4. Sesgo y eficiencia por clases de edad para la ecuación dinámica de Hossfeld E2, (a) sesgo medio (línea continua) a un intervalo de confianza del 95% (líneas discontinuas). (b) Eficiencia.

Para verificar si la ecuación dinámica seleccionada es biológicamente adecuada para masas de *Pinus nigra* Arn, se realizó un gráfico de curvas de calidad (fig. 5); se utilizaron cuatro índices de sitio (IS) como altura dominante a la edad de referencia de 100 años, misma que es aproximada al turno de aprovechamiento de esta especie. Así se comprobó si las alturas alcanzadas en dependencia de la calidad de estación eran adecuadas.

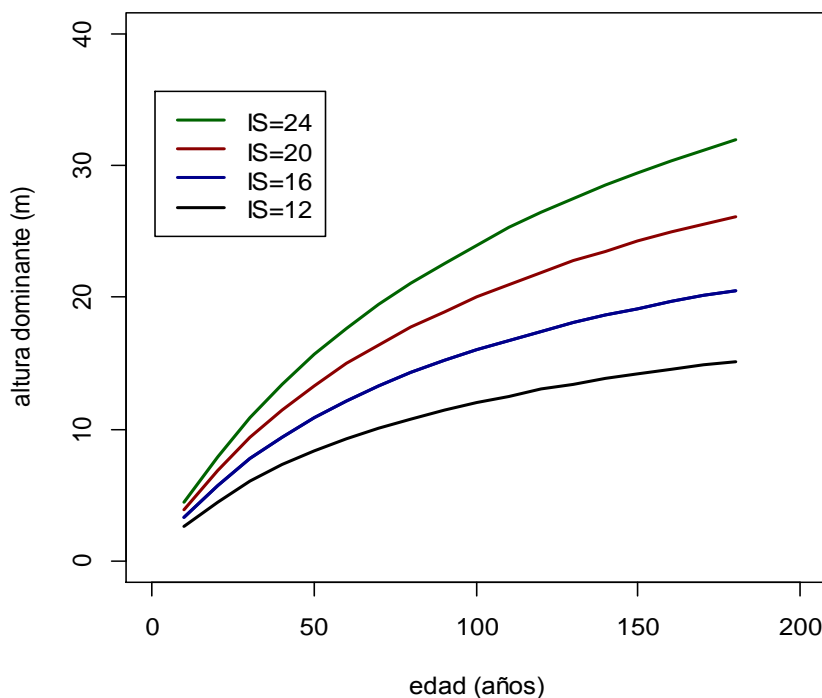


Figura 5. Curvas de calidad para *Pinus nigra* Arn utilizando la ecuación dinámica expandida del modelo de Hossfeld a una edad índice de 100 años

La ecuación resultante tiene la siguiente notación, donde H es la altura dominante a ser calculada y t es la edad conocida, X_0 es la solución que contiene H_0 y t_0 que son la altura dominante y edad de referencia.

$$H = \frac{((-41,37) + X_0) * t^{0,92}}{t^{0,92} + X_0} \quad (7)$$

$$X_0 = t_0^{0,92} \left((-41,37) * H_0 / H_0 - t_0^{0,92} \right) \quad (8)$$

Para la segunda parte de este estudio, correspondiente con la incorporación de las variables climáticas y litológicas, en primer lugar se realizó un análisis factorial con los datos climáticos de las parcelas, en este se determinó que un 67,2% de la variabilidad puede ser explicada con los factores 1 y 2, los cuales aportan un 40,3% y 26,8% de la información respectivamente (tabla 6). El primer factor se caracteriza por agrupar los regímenes de precipitación de tal manera que las variables con mayor carga de aporte son en su orden: la precipitación total, superávit, índice hídrico, la precipitación en primavera, la precipitación en invierno y la precipitación en otoño. Por su parte, el factor 2 agrupa variables climáticas relacionadas con la temperatura, y las de mayor carga son, en su orden: evapotranspiración, la temperatura media y las temperaturas de verano e invierno respectivamente. Aquellas cargas con valores menores a 0,1 no fueron colocadas en la tabla.

Tabla 6. Valores de las cargas de cada variables a los diferentes factores

Variables	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
<i>Altitud</i>	0,486	-0,159	0,138	0,501	
<i>Precipitación total</i>	0,994				
<i>Temperatura media</i>		0,927	0,357		
<i>Precipitación en primavera</i>	0,973	0,117		0,172	
<i>Precipitación en verano</i>	-0,122	-0,282	-0,932	-0,118	0,134
<i>Precipitación en otoño</i>	0,933	-0,226	-0,189		
<i>Precipitación en invierno</i>	0,952	0,151	0,242		
<i>Evapotranspiración</i>		0,934	0,320	-0,113	
<i>Superávit</i>	0,988		0,125		
<i>Déficit</i>		0,526	0,843		
<i>Índice hídrico</i>	0,982	-0,161			
<i>Duración de la sequía</i>	0,148	0,333	0,906		
<i>Índice de sequía</i>	-0,292	0,377	0,710		
<i>Temperatura de verano</i>	0,127	0,914	0,305		0,226
<i>Temperatura de invierno</i>		0,844	0,396		-0,294
Proporción de la varianza	0,403	0,268	0,235	0,024	0,011
Varianza acumulada	0,403	0,672	0,907	0,930	0,942

Por otra parte, cuando la incorporación gráfica de la variabilidad litológica fue realizada a los componentes del análisis factorial, no evidenció grandes diferencias ni agrupaciones definidas entre las parcelas (fig. 6), por lo que no se consideró que la litología pudiera ejercer un aporte significativo a la explicación del crecimiento en altura dominante de *Pinus nigra* Arn.

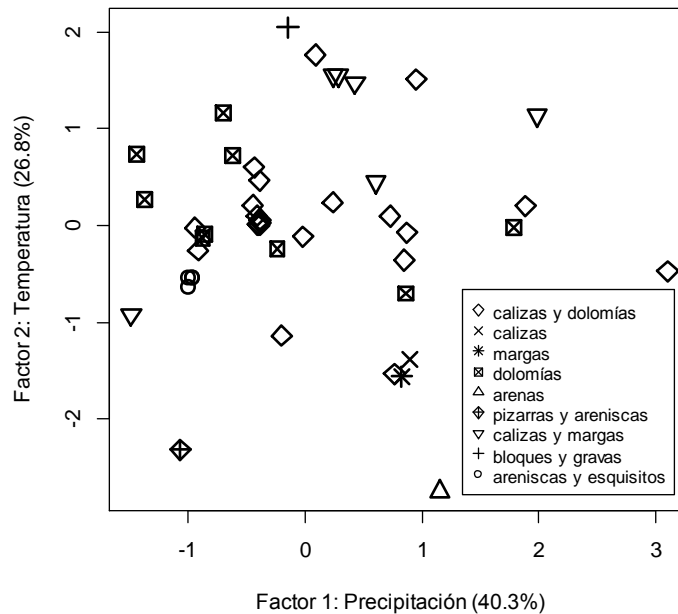


Figura 6. Componentes 1 y 2 con incorporación de las variables litológicas

Ninguna relación fue hallada entre el índice de sitio y el origen litológico del sustrato de cada masa, por lo que definitivamente fue descartada esta variabilidad. Por otra parte, las variables climáticas fueron seleccionadas según sus cargas en el análisis factorial, y se consideraron únicamente aquellas que estaban contenidas en el factor 1 por ser de mayor aporte en variabilidad para el modelo. La precipitación total presenta el mayor valor, pero fue descartada en vista de que la precipitación de verano tiene el parámetro asociado a otro signo (negativo), de esta manera las variables seleccionadas con mayor carga para la generación de hipótesis entre los parámetros de la ecuación dinámica y el clima son: superávit, índice hídrico, precipitación en primavera y precipitación en invierno.

Para la inclusión de las variables climáticas seleccionadas en la ecuación dinámica *Hossfeld* E2, primeramente se buscó la relación más adecuada entre el índice de sitio a una edad de 70 años con cada una de las variables climáticas, esta edad fue seleccionada en función de la disponibilidad de los valores observados de la altura dominante en cada parcela. Gráficamente se puede observar que el índice de

sitio varía con las variables climáticas seleccionadas (fig. 7), de esta manera muestra un crecimiento asintótico evidente, sobre todo con el índice hídrico y la precipitación en invierno, con la precipitación en primavera y el superávit se observa una menor relación, de cualquier manera, por la relación encontrada, cada una de las variables climáticas son de gran interés para ser incluidas en la ecuación dinámica para observar el mejor aporte en la explicación de la altura dominante.

El grado de relación entre el índice de sitio con cada una de las variables climáticas, puede resultar en un mejor ajuste para la explicación de la altura dominante de *Pinus nigra*, por lo tanto dos estructuras son probadas, una polinómica de segundo grado (línea roja de la fig. 7) y una relación no lineal (línea azul de la fig. 7); para la relación no lineal se ha utilizado el modelo de *Hossfeld I Modificado* (Kiviste 2002), estas estructuras reemplazan el parámetro b de la ecuación.

$$b_{relación\ polinómica} = bo + b1 * x' + b2 * x'^2 \quad (9)$$

$$b_{relación\ no\ lineal} = \frac{x'^2}{(bo + b1 * x')^2} \quad (10)$$

Las estructuras (9) y (10) representan las relaciones polinómica y no lineal respectivamente, donde x' representa a la variable climática a incorporar y bo , $b1$ y $b2$, son los parámetros a ser estimados. Para su incorporación a la ecuación dinámica *Hossfeld E2*, el parámetro b es expandido y su notación quedaría como el ejemplo con la relación polinómica:

$$H = \frac{((bo + b1 * x' + b2 * x'^2) + Xo) * t^c}{t^c + Xo} \quad (11)$$

$$Xo = to^c \left((bo + b1 * x' + b2 * x'^2) * Ho / (Ho - to^c) \right) \quad (12)$$

Donde Ho y to son la altura y edad de referencia, t es la edad conocida y H es la altura a determinar; bo , $b1$, $b2$ y c son los parámetros a ser estimados. El procedimiento de ajuste es el mismo explicado anteriormente.

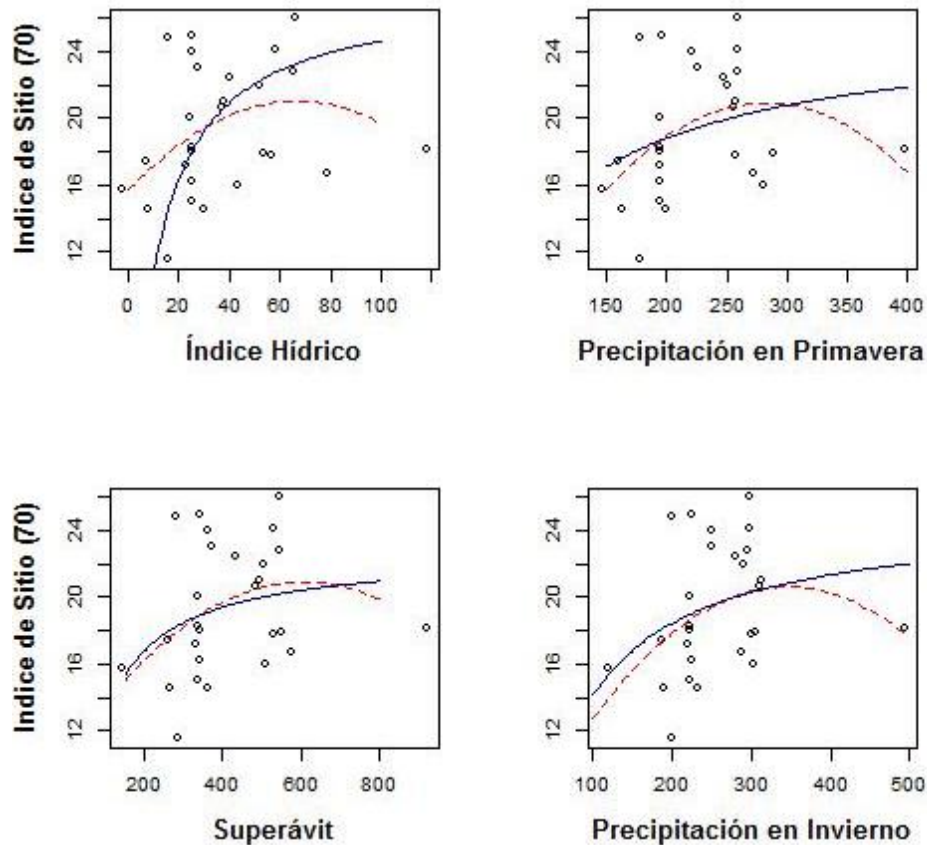


Figura 7. Relación del índice de sitio observado a una edad de 70 años con las variables climáticas seleccionadas. Las líneas entrecortadas se corresponden con un ajuste polinómico de segundo grado (línea roja) y con un ajuste no lineal (línea azul)

Los resultados se muestran en las tablas 7 y 8, donde se encuentran los estadísticos de ajuste y los valores de los estimadores de cada relación probada para la expansión de la ecuación dinámica con las variables climáticas seleccionadas. Estos indican una mejora en la estimación del modelo global en comparación con la ecuación sin la inclusión de la variabilidad climática. Se aprecia una ganancia en precisión, sobre todo en el cuadrado medio del error (*mse*) con una mejora entre un 7% al 17% y en menor medida en la raíz del error medio cuadrático (*RMSE*) con una mejora entre el 3% al 9%; la precisión es mejorada principalmente cuando se utiliza como variable climática al índice hídrico en relación polinómica de segundo grado. La mayor ganancia se produce en sesgo, donde el error promedio de la predicción (\bar{r}_i) disminuye entre un 19% al 35%, especialmente cuando se utilizan las precipitaciones tanto en invierno como en primavera como variables climáticas, pero estas dos variables son las que menos aportan en ganancia en términos de precisión; por otra parte, la explicación del modelo no es sustancialmente mejorada (*R-Ad-adj*).

Tabla 7. Estadísticos de ajuste globales con las variables climáticas incluidas en la ecuación dinámica Hossfeld E2 y porcentaje de ganancia en el ajuste

Estadísticos de ajuste	Relación polinómica de segundo grado				Relación no lineal				Hossfeld E2 Sin inclusión de variables climáticas
	Índice hídrico	Prec. en primavera	Prec. en Invierno	Superávit	Índice hídrico	Prec. en primavera	Prec. en Invierno	Superávit	
RMSE ²	0,4724 (8,79)	0,4837 (6,60)	0,4985 (3,75)	0,4938 (4,65)	0,4955 (4,33)	0,4999 (3,48)	0,5006 (3,34)	0,4950 (4,42)	0,5179
R-Ad-Sq ¹	0,9901 (0,20)	0,9896 (0,15)	0,9890 (0,09)	0,9892 (0,11)	0,9891 (0,10)	0,9889 (0,08)	0,9889 (0,08)	0,9892 (0,11)	0,9881
\bar{r}_i^3	0,0112 (18,84)	0,0095 (31,16)	0,0099 (34,78)	0,0114 (17,39)	0,0104 (24,64)	0,0095 (31,16)	0,0099 (34,78)	0,0111 (19,57)	0,0138
$ \bar{r}_i ^2$	0,3288 (3,79)	0,3336 (2,37)	0,3441 (-0,70)	0,3380 (1,08)	0,3290 (3,72)	0,3398 (0,56)	0,3392 (0,73)	0,3311 (3,10)	0,3417
mse ²	0,1846 (17,48)	0,1936 (13,46)	0,2056 (8,09)	0,2017 (9,83)	0,2039 (8,85)	0,2075 (7,24)	0,2081 (6,97)	0,2035 (9,03)	0,2237
Eficiencia ²	0,992 (0,20)	0,991 (0,10)	0,991 (0,10)	0,991 (0,10)	0,991 (0,10)	0,991 (0,10)	0,991 (0,10)	0,991 (0,10)	0,990

Entre paréntesis y en negrilla corresponde al porcentaje de ganancia con la inclusión de la variable climática en:

¹ Explicación del modelo,

² Precisión y

³ Sesgo

No todos los parámetros estimados muestran significación estadística, especialmente en el ajuste realizado utilizando una relación no lineal con las variables climáticas. Tanto la precipitación en primavera y la precipitación en invierno, no muestran significación en los parámetros b y $b1$ en la relación no lineal, por su parte el superávit tiene una significación del 90% en el parámetro $b1$ en esa misma relación; el resto de variables tienen todos los parámetros significativos (tabla 8).

Tabla 8. Parámetros estimados del ajuste con las variables climáticas incluidas en la ecuación dinámica Hossfeld E2

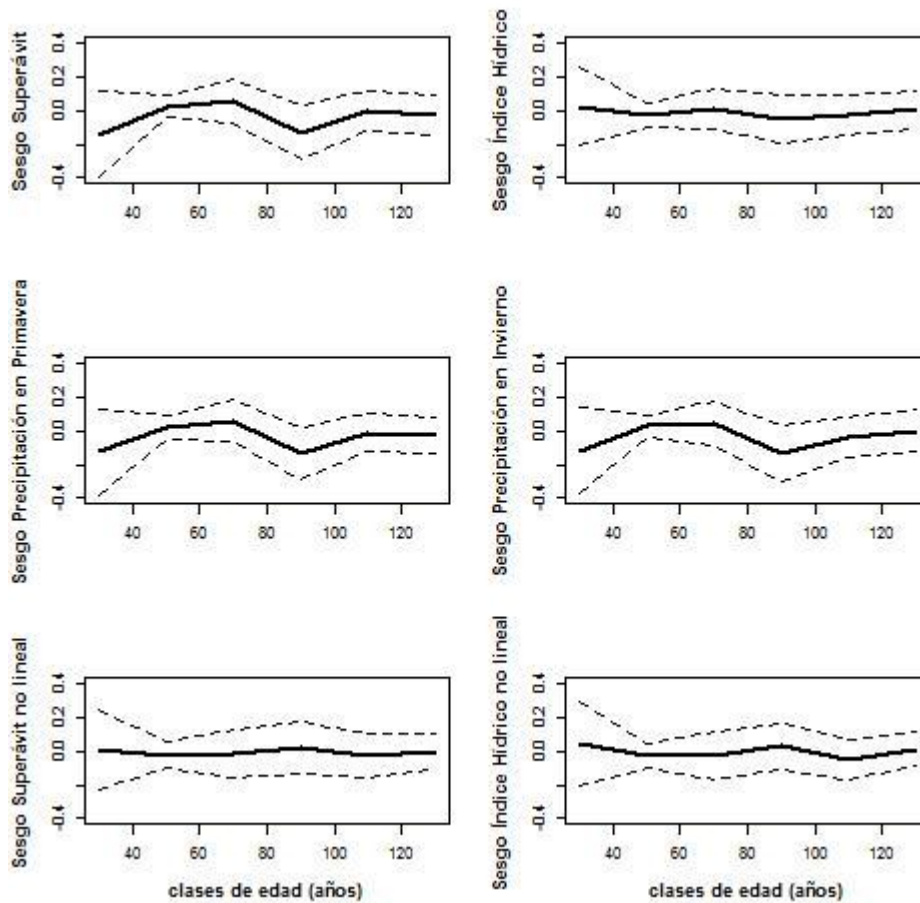
Tipo de relación	Variable climática	Parámetros				
		b	b1	b2	c	ρ
Polinómica de segundo grado	Índice Hídrico	-133,6***	20,59***	-0,32***	0,60***	0,89***
	Prec. en Primavera	-961,3***	9,01***	-0,02***	0,92***	0,89***
	Prec. en Invierno	-713,1***	5,79***	-0,01***	0,89***	0,89***
	Superávit	-304,6***	1,53***	-0,002***	0,89***	0,89***
No lineal	Índice Hídrico	0,84***	0,037*		0,63***	0,90***
	Prec. en Primavera	15,69 ^{ns}	-0,02 ^{ns}		0,61***	0,91***
	Prec. en Invierno	4,88 ^{ns}	0,02 ^{ns}		0,61***	0,91***
	Superávit	60,86***	-0,09 ⁺		0,63***	0,90***

*** p-valor <,0001; ** p-valor de 0,01; * p-valor de 0,05; + p-valor de 0,1; ns: no significativo; ρ : parámetro para corregir la autocorrelación

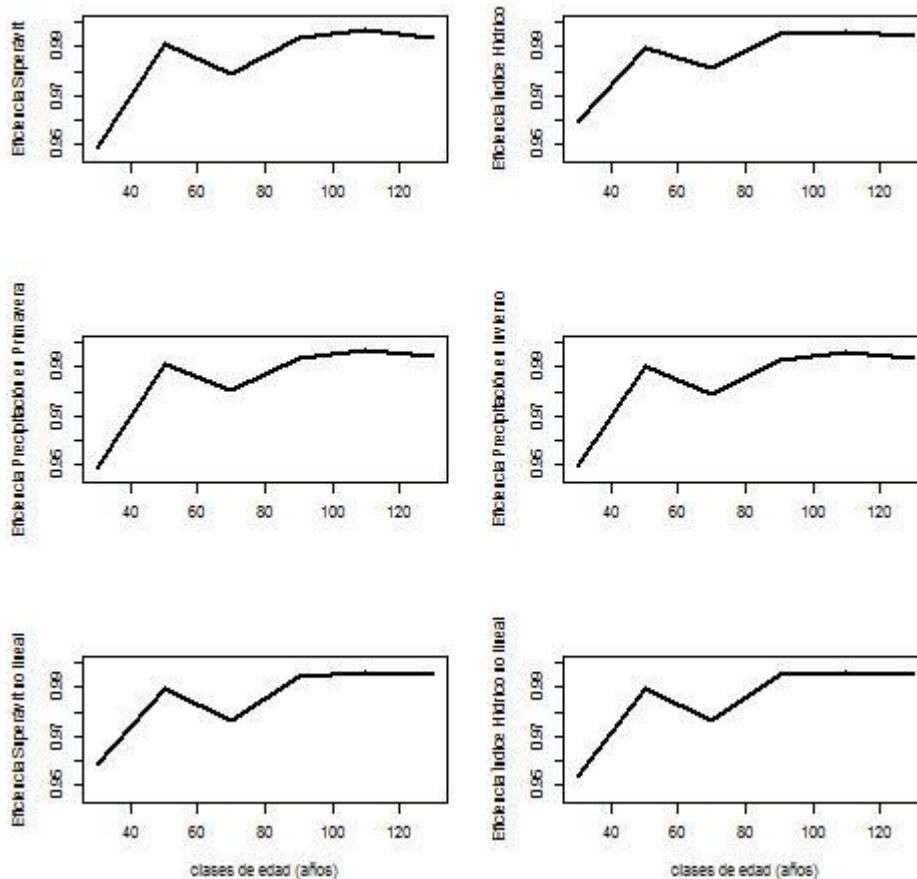
Para observar diferencias en el comportamiento de *Pinus nigra* Am, cada relación fue evaluada en términos de precisión y sesgo por clases de edad de 20 años. Para esta evaluación fueron descartados los ajustes con las variables precipitación en primavera y precipitación en invierno en relación no lineal con el parámetro b de la

ecuación dinámica *Hossfeld E2*, dado que no muestran una significación estadística en sus parámetros.

Al calcular el sesgo por clases de edad, un comportamiento más regular es alcanzado con las variables climáticas *Índice Hídrico en relación polinómica de segundo grado* y con el *Superávit* y el *Índice Hídrico en relación no lineal* en comparación con el resto de variables climáticas (fig. 8a), mientras que en eficiencia no se puede apreciar mucha diferencia entre las variables climáticas incluidas, aunque de manera coincidente con el sesgo, las mismas variables que se comportaban mejor, tienen una mayor eficiencia en clases de edad menores a 40 años (fig. 8b).



(a)



(b)

Figura 8. Comportamiento del sesgo y eficiencia de la ecuación dinámica Hossfeld E2 por clase de edad y por cada variable climática seleccionada, (a) sesgo medio (línea continua) a un intervalo de confianza del 95% (líneas discontinuas) (b)Eficiencia

Para determinar la variable climática que mejor aporta en la descripción de la altura dominante en *Pinus nigra* Arn, se realiza una comparación del sesgo y eficiencia por clases de edad con los resultados de la ecuación dinámica sin incluir el clima, y cuando se incluye el índice hídrico tanto en relación polinómica de segundo grado como en relación no lineal y el superávit en relación no lineal (fig. 9).

Cuando el índice hídrico y superávit son incluidas en la ecuación dinámica de Hossfeld E2, el sesgo de la estimación es mejorado en clases de edad menores a 40 años y mayores a 120 años, siendo el superávit en relación no lineal el que mejor se comporta seguido por el índice hídrico en relación polinómica de segundo grado (fig. 9a).

La eficiencia es mejorada con la inclusión del índice hídrico en relación polinómica y el superávit en relación no lineal en masas con edades menores a 40 años en comparación con la eficiencia de la ecuación dinámica sin variables climáticas; con el índice hídrico en relación polinómica de segundo grado también se mejora la eficiencia en clases de edad entre 60 y 80 años (fig. 9b).

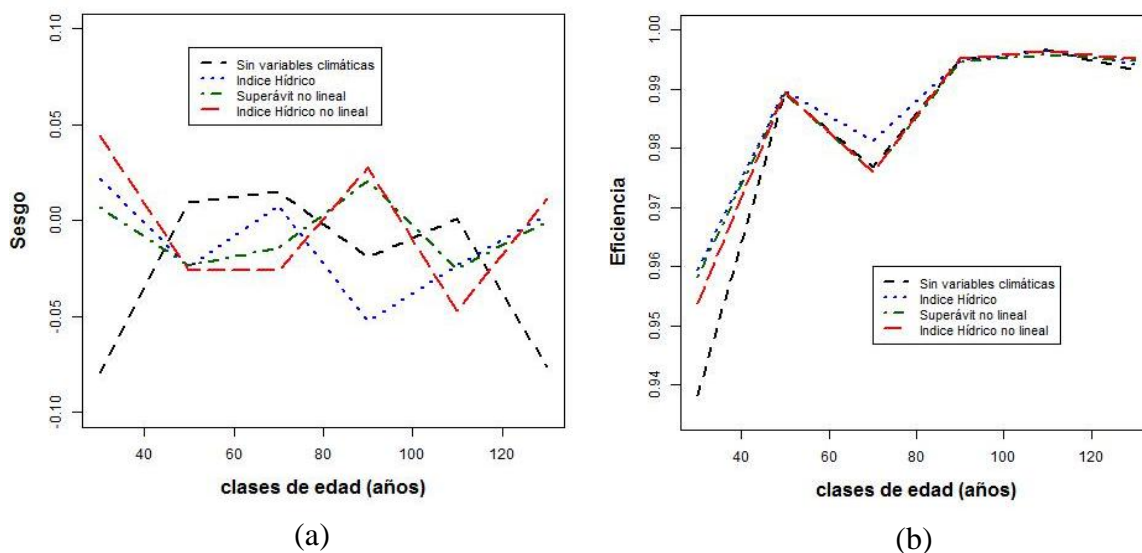


Figura 9. Comparación del sesgo y eficiencia por clase de edad entre la ecuación dinámica sin variables climáticas y al incluir el índice hídrico en relación polinómica y no lineal y el superávit en relación no lineal, (a) sesgo, (b) eficiencia

De acuerdo a los resultados encontrados en el ajuste (tablas 7 y 8), el índice hídrico en relación polinómica de segundo grado parece ser la selección más adecuada. Para observar el nivel de respuesta de *Pinus nigra* Arn frente al índice hídrico en términos de rendimiento, se realizó un análisis de varianza de los valores observados del índice de sitio en todas las parcelas a una edad de 70 años, esta edad fue seleccionada en función de la disponibilidad de los valores observados de la altura dominante registrada por parcela, el análisis fue realizado tanto para el conjunto de parcelas como por cada provincia; una prueba de Tukey HSD¹ fue utilizada cuando en el ANOVA se detectaron medias diferentes. Una clara diferenciación se aprecia en el índice de sitio tanto a nivel regional (entre provincias) y dentro de cada una (tabla 9).

De acuerdo a la prueba de Tukey HSD, las masas que se encuentran en la provincia de Jaén como en Cuenca varían significativamente del resto (fig. 10a), las líneas en cada barra de la figura obedecen a la desviación estándar de la muestra. En las provincias donde presentan mayor altura en sus masas, también tienen mayor variabilidad en comparación con el resto, esta diferenciación es posiblemente debida a

¹ HSD, Diferencias Honestamente Significativas (por sus siglas en inglés).

factores climáticos como el índice hídrico que afectan el crecimiento y rendimiento de cada parcela.

Tabla 9. Análisis de Varianza para el Índice de Sitio

Factor	F Value	Pr (>F)
Provincias	17,3	5,67e-15***
Cuenca	7,082e+29	<2e-16***
Jaén	2,526e+29	<2e-16***
Tarragona	4,337e+30	<2e-16***
Guadalajara	2,706e+32	<2e-16***
Teruel	4,908e+29	<2e-16***
Lérida	1,321e+28	<2e-16***

*** p-valor <,0001; ** p-valor de 0,01; * p-valor de 0,05; ns: no significativo

Para observar el efecto del índice hídrico (de aquí en adelante denominada como IH) sobre la altura dominante en *Pinus nigra* Arn, esta variable climática fue utilizada como factor, para ello sus valores fueron agrupados en rangos de 10, iniciando por la clase con IH <10 y de ahí en adelante se agrupan en rangos entre 10 y 20 de IH, 20 y 30, 30 y 40, etc., en total se obtuvieron 9 niveles para el factor rangos de valor de IH. Del análisis de varianza resulta que la altura dominante varía con los rangos de IH. Una mayor altura es alcanzada en rangos de IH de 30 - 40 y 50-70, sobre todo en el rango comprendido entre 60-70, por sobre valores de IH de 70 y por debajo de 30, el índice de sitio tiende a disminuir significativamente (fig.10b), aunque también existe una disminución significativa de la altura cuando las masas están asentadas en sitios donde el IH posee rangos entre 40-50.

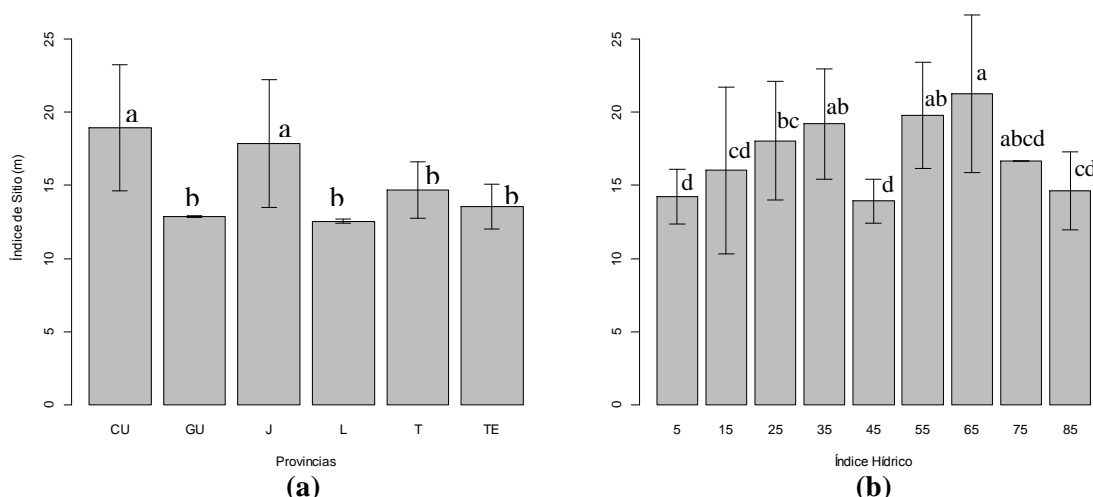


Figura 10. Variación del índice de sitio, (a) por provincias: CU=Cuenca, GU=Guadalajara, J=Jaén, L=Lérida, T=Tarragona, TE=Teruel; (b) por rangos de índice hídrico, cuya legenda en el eje x muestra la media de cada rango. Letras diferentes varían significativamente al 95% de probabilidad.

Esta diferenciación en la altura dominante debido al efecto del índice hídrico particular de cada sitio, se refleja en el desarrollo temporal de cada masa, así se observa en las curvas de calidad dibujadas para cuatro calidades a una edad típica de

100 años y cuyos valores de la altura fueron agrupados en función de los rangos de índice hídrico (fig. 11), donde la diferenciación parece ser menor cuando se trata calidades bajas y mayor a medida que la calidad de estación es mayor.

Un 29% de las masas de *Pinus nigra* Arn están ubicadas en sitios donde el índice hídrico favorece la altura dominante de los árboles, el color verde de las barras de la figura 12a representan los rangos de índice hídrico donde las parcelas tienen mayor producción, lo que significa que el 71% de las parcelas están ubicadas en sitios donde el índice hídrico no aporta significativamente a un incremento en la altura dominante, de este porcentaje, un 53% de las parcelas están ubicadas por debajo de rango de índice hídrico de 30 (fig. 12a).

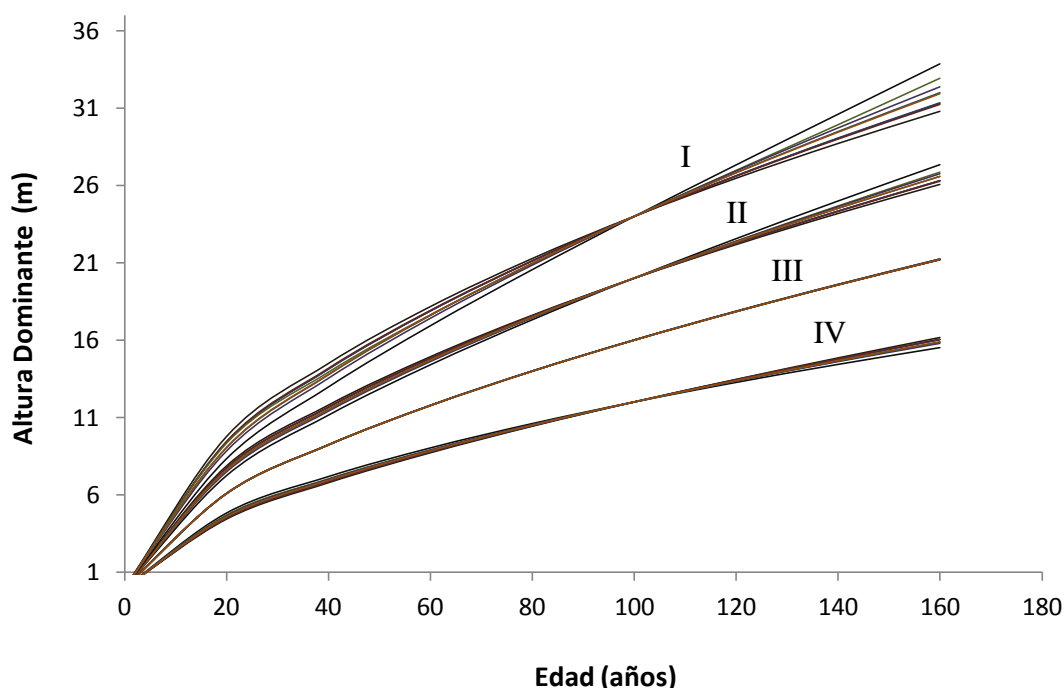
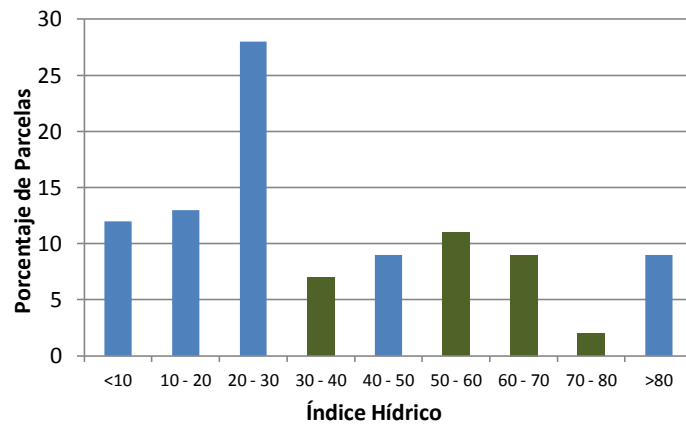
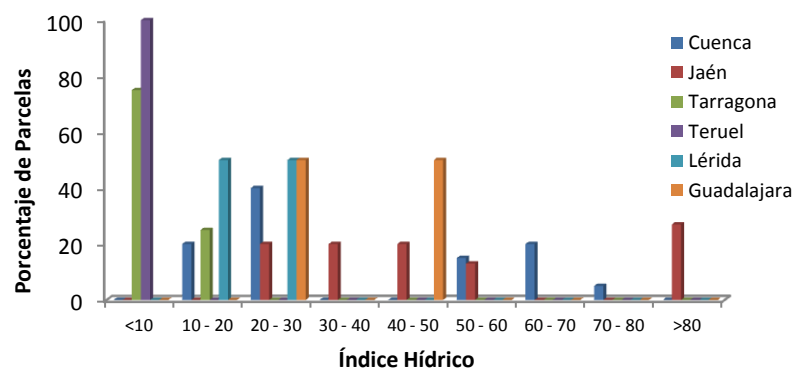


Figura 11. Curvas de calidad para *Pinus nigra* Arn a una edad típica de 100 años. Se incluye la variabilidad climática de cada parcela utilizando los 9 rangos establecidos previamente para el índice hídrico.

Un 33% de las parcelas de la provincia de Jaén y un 40% de las parcelas de la provincia de Cuenca se encuentran establecidas sobre los rangos de índice hídrico más productivos para altura dominante de *Pinus nigra* Arn, mientras que las parcelas del resto de provincias se ubican en rangos de índice hídrico por debajo de 30, aunque únicamente Guadalajara tiene un 50% de las parcelas en un rango entre 40-50 de índice hídrico, sin embargo esto tampoco le favorece a la altura dominante de las masas (fig. 12b).



(a)



(b)

Figura 12. Distribución de las masas de *Pinus nigra* Arn en función de rangos de índice hídrico, (a) por parcelas y (b) por provincias

5. Discusión

Se han comparado 8 diferentes ecuaciones dinámicas derivadas de los modelos de *Korf*, *Lundqvist*, *Hossfeld*, *Weibull*, *Richards* y *Levakovic II* por procedimiento de diferencias algebraicas generalizadas (Cieszewski & Bailey, 2000), los cinco primeros han sido ampliamente utilizados para ser ajustados a series de crecimiento en diferentes especies forestales (Dieguez-Aranda et al 2006a, 2006b; Bravo-Oviedo et al 2004, 2007; Palahí et al 2007; Martín-Benito et al 2008), entre otros. De las ocho pruebas realizadas, el mejor ajuste obtenido fue la ecuación *E2* correspondiente con el modelo base de Hossfeld (Kiviste et al 2002), esta ecuación dinámica también describe adecuadamente el crecimiento en altura dominante de *Pinus pinaster* Ait (Bravo-Oviedo et al 2007) y de *Pinus sylvestris* (Palahí et al 2004), pero difiere de la ecuación encontrada por Martín-Benito et al (2008) para *Pinus nigra*, ya que en sus resultados indican que la ecuación dinámica con mejor ajuste para esta especie es aquella derivada de Lundqvist (1957), aunque sin ensayar con Hossfeld. Ambos modelos son bastante buenos para predecir la altura dominante de *Pinus nigra*, sin

embargo, la ecuación dinámica derivada de *Hossfeld* tiene una mayor eficiencia global y por clases de edad.

La altura dominante parece ser explicada adecuadamente con ecuaciones dinámicas, sin embargo, los resultados de este estudio indican que esta explicación es mejor para *Pinus nigra* que los encontrados para *Pinus Pinaster* por Bravo-Oviedo et al (2007) con la misma metodología GADA, esto podría deberse a que la variabilidad en *Pinus nigra* Arn es menor que en el pino negral, lo cual se demuestra cuando el clima es incluido en el modelo, mejorando notablemente la explicación en todas las clases de edad en *Pinus pinaster* (Bravo-Oviedo et al 2008), cosa que no se logra en todas las clases de edad en *Pinus nigra*.

La existencia de variabilidad inter parcela define la estructura y dinámica de cada masa, aún cuando se trata de distancias cercanas entre estas, la inclusión de variables específicas de cada una permite explicar el comportamiento de esta desviación (Calama y Montero, 2004), esto se comprueba en vista de que el patrón de crecimiento en altura dominante de *Pinus nigra* Arn es afectado por las condiciones climáticas específicas de cada sitio y que tiene que ver con la relación entre la diferencia del superávit y el déficit hídrico con la evapotranspiración, a esta relación se la denomina índice hídrico anual, y su inclusión mejora la explicación del modelo, sobre todo en clases de edad menores a 40 años y entre los 60 y 80 años. Esta variable climática parece explicar adecuadamente las diferencias existentes en altura dominante observadas a lo largo de la distribución del pino en el mediterráneo español y puede ser en parte un buen indicador de la productividad y de la calidad, en vista de que el rango donde las alturas dominantes son mayores, coinciden con las provincias donde la producción es mayor en términos de volumen de madera y de calidad estructural según las regiones de procedencia identificadas por Catalán et al (1991); por otra parte, esta diferenciación no parece ser adecuadamente explicada por el sustrato sobre la cual están asentadas las parcelas, ya que, no se ha encontrado una relación que demuestre que esta variabilidad mejore la explicación de la diferenciación en la altura dominante de esta especie. La información disponible de orígenes litológicos determina que un 81% de individuos se establecen sobre terrenos con predominancia de calizas+dolomías, dolomías y calizas+margas (fig. 1b), esta gran agrupación de parcelas podría ser la causa de la insuficiente explicación de esta variabilidad en el modelo; información sobre características físico-químicas específicas de cada parcela podrían resultar en mejor detalle y con mayor aporte a la explicación tanto de la altura dominante como de la estructura de la masa, tal y como lo describen

Bravo-Oviedo et al (2011) para *Pinus pinaster* Ait donde a pesar de la pobre explicación que ofrecen las características del suelo, el modelo es mejorado cuando el contenido de arcilla es introducido como variabilidad en la ecuación dinámica para el pino negral.

El índice hídrico es una variable climática relacionada con la cantidad de agua disponible en función de la precipitación y su relación con el agua que se evapora del suelo y de las plantas (*evapotranspiración*); la relación encontrada entre esta variable climática con la respuesta de *Pinus nigra* Arn en altura dominante, podría deberse a una relación más estrecha entre la precipitación, las características físicas del suelo y la sequía estival característica de climas mediterráneos. Según los resultados se aprecia que cuando el índice hídrico es mayor, la altura de los árboles que crecen en esas zonas también es mayor, lo que podría suponer que esa cantidad de agua adicional que no es utilizada para la evapotranspiración, podría estar siendo aprovechada por los árboles durante el período de sequía o de déficit hídrico, pero, ese post-aprovechamiento de las reservas de agua estaría en dependencia de la capacidad de retención de humedad del suelo, por lo que sus características físicas jugarían un papel fundamental, esto podría explicar también las menores alturas encontradas en rangos de índice hídrico (40-50) y superior a 80, ya que probablemente suelos de tipo arenosos (por ejemplo) podrían no tener la capacidad de retención de agua suficiente como para favorecer el crecimiento del pino.

La importancia de la predicción adecuada de la altura dominante mediante el uso de modelos de crecimiento, radica en observar las distintas tendencias del crecimiento de las masas, sobre todo cuando las variables climáticas son incluidas, esto permitiría por una parte, evaluar los posibles impactos del cambio climático y orientar a gestores sobre sus efectos probables en la gestión (Bravo, 2009) y por otra parte tomar decisiones adecuadas dirigidas a contribuir en la solución de este problema.

6. Conclusiones

Diferentes valores de humedad específicos de cada sitio afectan el crecimiento de *Pinus nigra* Arn, y permite explicar adecuadamente las diferencias en altura dominante a lo largo de su distribución natural en España mediante la utilización de la ecuación dinámica de Hossfeld derivada por el procedimiento de diferencias algebraicas generalizadas. Por otra parte, aunque la información litológica no ofrece ninguna ventaja para la estimación de la altura dominante del *Pinus nigra* Arn, las

características físicas específicas del suelo podrían ser una fuente de variabilidad que mejorarían la explicación de su desarrollo.

7. Bibliografía

ASSMANN, E. 1970. The Principles of Forest Yield Study, English Edition. *Pergamon Press Ltd.* 506. Oxford.

BARTLETT, M. S. 1937. The statistical conception of mental factors. *Brit. Jour. of Psych.* 28, 97–104.

BARTLETT, M. S. 1938. Methods of estimating mental factors. *Nature*, 141, 609–610.

BRAVO, A. 2009. Variabilidad del crecimiento en altura dominante de *Pinus pinaster* Ait., en el interior peninsular. Tesis Doctoral por la Universidad de Valladolid. España.

BRAVO, F.; HANN, D.; MAGUIRE, D. 2001. Impact of competitor species composition on predicting diameter growth and survival rates of Douglas-fir trees in southwestern Oregon. *Can. J. For. Res.* 31: 2237–2247

BRAVO-OVIEDO, A.; RIO, M.; MONTERO, G. 2004. Site index curves and growth model for Mediterranean maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Spain. *For. Ecol. and Manag.* 201. 187–197

BRAVO-OVIEDO, A.; RIO, M.; MONTERO, G. 2007. Geographic variation and parameter assessment in generalized algebraic difference site index modeling. *For. Ecol. and Manag.* 247. 107–119

BRAVO-OVIEDO, A.; TOMÉ, M.; BRAVO, F.; MONTERO, G.; RÍO, M. 2008. Dominant height growth equations including site attributes in the generalized algebraic difference approach. *Can. J. For. Res.* 38, 2348-2358.

BRAVO-OVIEDO, A.; ROIG, S.; BRAVO, F.; MONTERO, G.; RÍO, M. 2011. Environmental variability and its relationship to site index in Mediterranean maritime pine. *Forest System* 20(1), 50-64.

BURKHART, H.; TOMÉ, M. 2012. Modeling forest trees and stands. Springer. 457 p.

- CALAMA, R.; MONTERO, G. 2004. Interregional nonlinear height – diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Can. J. For. Res.* 34, 150–163
- CATALÁN, G.; GIL, P.; GALERA, R.; MARTÍN, S.; AGÚNDEZ, L.; ALÍA, R. 1991. Las regiones de procedencia de *Pinus sylvestris* L. y *Pinus nigra* Arn. Subsp. *salzmannii* (Dunal) Franco en España. ICONA.
- CIESZEWSKI, C.J. 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Can. J. For. Res.* 31, 165-173.
- CIESZEWSKI, C.J. 2004. GADA Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes from Richards, Weibull, and other Exponential Functions. *Plant. Manage. Res. Coop.*, p. 10.
- CIESZEWSKI, C.J.; BAILEY, R.L. 2000. Generalized Algebraic Difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46, 116–126.
- CIESZEWSKI, C.J.; STRUB, M. 2008. Generalized Algebraic Difference Approach Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes from Exponential and Logarithmic Functions. *For. Sci.* 54, 303–315.
- CRAWLEY, M. 2007. The R book. Wiley. 950. England
- DEWAR, R. C.; 2001. The sustainable management of temperate plantation forests: from mechanistic models to decision-support tools. *EFl proceedings nº 41*: 119-137.
- DIÉGUEZ-ARANDA, U.; BURKHART, H.E.; AMATEIS, R.L. 2006a. Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L) plantations in the United States. *Forest Science* 52(3), 262-272.
- DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO, F.; ALVAREZ, J.; ROJO, A. 2006b. Dynamic growth model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L) plantations in Galicia (north-western Spain). *Ecological Modelling* 191, 225-242.
- GREGOIRE, T.G.; SCHABENBERGER, O.; BARRET, J.P. 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Can. J. For. Res.* 25, 137–156.

- KIVISTE, A.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, G.; ROJO-ALBORECA, A.; RUIZ-GONZÁLEZ, D. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Ministerio de Ciencia y Tecnología, INIA. 190. Madrid.
- LUNDQVIST, B. 1957. On the height growth of cultivated stands of pine and spruce in Northern Sweden. *Fran Statens Skogforsk. band 47*. 1 – 64.
- MARTÍN-BENITO, D.; GEA-IZQUIERDO, G.; RIO, M.; CAÑELLAS, I. 2008. Long-term trends in dominant-height growth of black pine using dynamic models. *For. Ecol. Manag.* 256. 1230–1238.
- MONTERO, G.; MADRIGAL, G.; RUIZ-PEINADO, R.; BACHILLER, A. 2004. Red de parcelas experimentales del CIFOR-INIA. *Cuad. Soc. Esp. Cien. For.* 18. 229-236.
- MORA, J. V.; RIO, M.; BRAVO-OVIEDO, A. 2012. Dynamic growth and yield model for Black pine stands in Spain. *Forest System*, 21(3). 439-445.
- PÉREZ, C. 2008. Técnicas de Análisis Multivariante de Datos. Pearson Educación. 672, Madrid.
- PRETZCH, H. 2010. Forest Dynamics, Growth and Yield. *Springer*. 425-436. Munich.
- PALAHÍ, M.; TOMÉ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A.; MONTERO, G. 2004. Site index model for *Pinus sylvestris* in north-east Spain. . *For. Ecol. Manag.* 187. 35–47
- R CORE TEAM. 2012. A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. *Vienna*.
- SÁNCHEZ-GONZÁLEZ, M.; CARDILLO, E.; CAMACHO, E.; GARRIGA, E.; CAÑELLAS, I. 2009. Modelo de crecimiento en diámetro para alcornoque en sistemas adhesados. *SCFE 01-153*: 1-13.
- SAS INSTITUTE INC. 2004. SAS/ETS 9.1 User's Guide. SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.
- VANCLAY, J. 1994. Modelling forest growth and yield. CAB International. 329 p. Wallingford UK.

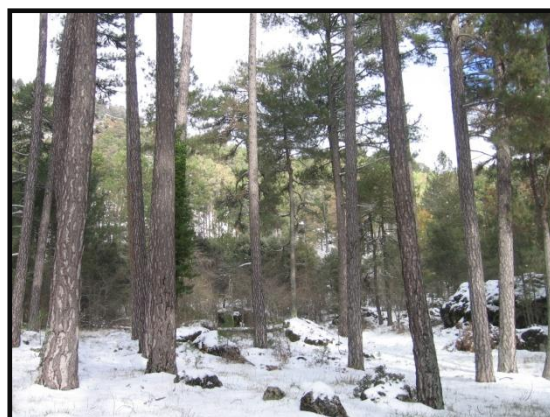
Anexo 1.

Título: Fotos *a, b, c y d*, corresponden a masas de *Pinus nigra* Arn localizadas en Segura-Cazorla

Fuente: Felipe Bravo Oviedo



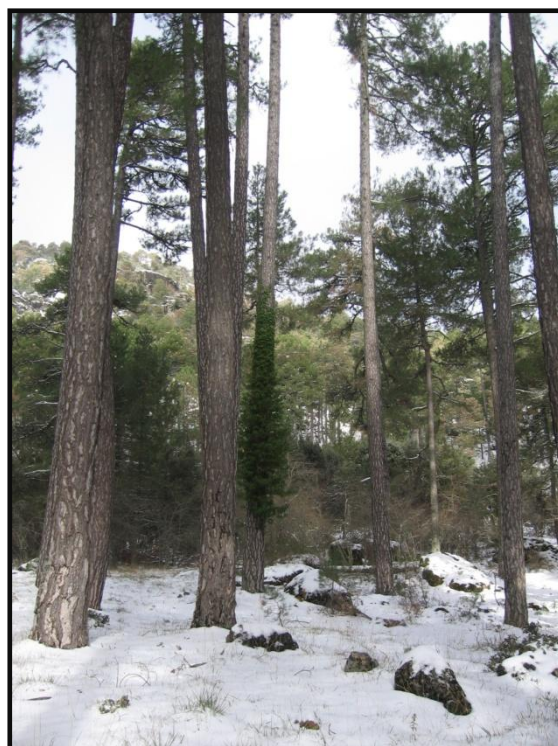
(a)



(b)



(b)



(d)

Anexo 2.

Título: Análisis estadísticos, evaluaciones de los residuos y gráficas en el entorno "R".
Autor: Roy Vera.

Evaluación global de los residuos

```
sesgo <- sum(data$Hobs - data$Hpred)/ length(data$Hobs)    ## "data"= nombre de la base
                                                         ## de datos; "Hobs" y "Hpred"
                                                         ## son, en su orden, los valores
                                                         ## observados y predichos de
                                                         ## la altura dominante

mse <- sum((data$Hobs - data$Hpred)^2)/(length(data$Hobs))  ## "mse" = error del cuadrado
                                                         ## medio de la predicción

abs <- sum(abs((data$Hobs-data$Hpred)))/(length(data$Hobs))  ## "abs" = error de la
                                                         ## predicción media absoluta

eficiencia <- sum((data$Hobs-data$Hpred)^2)/sum((data$Hobs-mean(data$Hobs))^2)
```

Evaluación por clases de edad ## Cálculo del sesgo

```
error_serie <- function(i){
x <- sum(data$Hobs[data$clase==i]-data$Hpred[data$clase==i])
y <- length(data$Hobs[data$clase==i])
z <- x/y
return(z)
}                                                         ## "clase" = indica el
                                                         ## nombre de la
                                                         ## variable que
                                                         ## contiene las clases
                                                         ## de edad

sesgo <- c(error_serie("40"), error_serie("60"), error_serie("80"),
           error_serie("100"), error_serie("120"))      ## los valores se
                                                         ## corresponden con
                                                         ## cada clase de edad
                                                         ## en la base de datos
```

el siguiente código se utiliza para calcular el intervalo de confianza del sesgo a un 95% de ## probabilidad

```
error_serie1 <- function(i){
  x <- data$Hobs[data$class==i] - data$Hpred[data$class==i]
  a <- mean(x)
  s <- sd(x)
  n <- length(x)
  error <- qt(0.975,df=n-1)*s/sqrt(n)
  left <- a-error
  return(left)
}

confidence_interv_i <- c(error_serie1("40"), error_serie1("60"), error_serie1("80"),
                        error_serie1("100"), error_serie1("120"))
```

```

error_serie2 <- function(i){
  x <- data$Hobs[data$class==i]-data$Hpred[data$class==i]
  a <- mean(x)
  s <- sd(x)
  n <- length(x)
  error <- qt(0.975,df=n-1)*s/sqrt(n)
  right <- a+error
  return(right)
}

confidence_interv_d <- c(error_serie2("40"), error_serie2("60"), error_serie2("80"),
  error_serie2("100"), error_serie2("120"))

```

cálculo de la eficiencia

```

EF <- function(i){
x <- sum((data$Hobs[data$clase==i]-data$Hpred[data$clase==i])^2)
y <- sum((data$Hobs[data$clase==i]-mean(data$Hobs[data$clase==i]))^2)
z <- 1-(x/y)
return(z)
}

```

```

eficiencia <- c(EF("40"), EF("60"), EF("80"), EF("100"), EF("120"))

```

código para la figura 3.

**## en este caso se utilizan dos bases de datos, la del ajuste sin corrección y el corregido; resH,
resH1, etc, corresponden a los residuos en los diferentes LAG obtenidos.**

```

par(mfrow=c(2,2))
plot(resH~resH1, data=data, col="darkblue", pch=16, ylab="Modelo sin corrección", xlab="",
  xlim=c(-2,2), ylim=c(-2,2))
plot(resH~resH2, data=data, col="darkblue", pch=16, ylab="", xlab="", xlim=c(-2,2), ylim=c(-2,2))

plot(resH~resH1, data=data_corregido, col="darkblue", pch=16, xlab="Residuos con 1 retardo",
  ylab="Modelo con corrección", xlim=c(-2,2), ylim=c(-2,2))
plot(resH~resH2, data=data_corregido, col="darkblue", pch=16, xlab="Residuos con 2
  retardos", ylab="", xlim=c(-2,2), ylim=c(-2,2))

```

código para la figura 4 a y b, se incluye el intervalo de confianza en el sesgo

primero se crea un data.frame con los cálculos del sesgo y eficiencia

```

sesgo <- data.frame(sesgo)
sesgo$confidence_interv_i <- confidence_interv_i
sesgo$confidence_interv_d <- confidence_interv_d
sesgo$edad <- c(30,50,70,90,110,130)

plot(sesgo~edad, data=sesgo, type="n", font.lab=2, cex.lab=1.3, lwd=2, ylab="Sesgo",
  xlab="Clases de Edad (años)",
  ylim=c(-0.40, 0.40))
lines(sesgo$edad, sesgo$s sesgo, type="l",lwd=2, lty=1, col="black")
lines(sesgo$edad, sesgo$confidence_interv_i, type="l",lwd=1, lty=2, col="black")
lines(sesgo$edad, sesgo$confidence_interv_d, type="l",lwd=1, lty=2, col="black")

```

```

eficiencia <- data.frame(eficiencia)
eficiencia$edad <- c(30,50,70,90,110,130)

```

```

plot(eficiencia~edad, data=eficiencia, type="n", ylab="Eficiencia",
  xlab="clases de edad (años)", ylim=c(0.935, 1), font.lab=2, cex.lab=1.3)

```

```
lines(eficiencia$edad, eficiencia$eficiencia, type="l", lwd=2, lty=2, col="black")
```

código para la figura 5

en este caso se utilizan los valores de los parámetros obtenidos en el primer ajuste

```
edad <- seq(10,180, 10)
```

```
Xo1 <- (100^0.92*(-43.7-12)/(12-100^0.92))
Xo2 <- (100^0.92*(-43.7-16)/(16-100^0.92))
Xo3 <- (100^0.92*(-43.7-20)/(20-100^0.92))
Xo4 <- (100^0.92*(-43.7-24)/(24-100^0.92))
h1 <- ((-43.7+Xo1)*edad^0.92)/(edad^0.92+Xo1)
h2 <- ((-43.7+Xo2)*edad^0.92)/(edad^0.92+Xo2)
h3 <- ((-43.7+Xo3)*edad^0.92)/(edad^0.92+Xo3)
h4 <- ((-43.7+Xo4)*edad^0.92)/(edad^0.92+Xo4)
```

```
plot(h1~edad, type="n", ylim=c(0,40), xlim=c(0,200), ylab="Altura Dominante (m)",
     xlab="Edad (años)", font.lab=2, cex.lab=1.5)
```

```
sequence <- order(edad)
```

```
lines(edad[sequence],h1[sequence],type="l", lwd=3, lty=1, col="black")
lines(edad[sequence],h2[sequence], type="l",lty=1,lwd=3, col="darkblue")
lines(edad[sequence],h3[sequence], type="l",lty=1,lwd=3, col="darkred")
lines(edad[sequence],h4[sequence], type="l",lty=1,lwd=3, col="darkgreen")
legend(0,35, c("IS=24", "IS=20", "IS=16", "IS=12"),
      lty=c(1,1,1,1),lwd=c(2,2,2,2),
      col=c("darkgreen","darkred","darkblue","black"))
```

código para el análisis factorial

```
model <- factanal(data[,c(25,26,27,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,41,42)],
                 scores="Bartlett",factors=5) ## los valores
                                             ## indican la posición de las variables que deseamos
                                             ## que ingresen en el análisis
```

```
model$scores
model$loadings
```

Figura 6, gráfica de los factores e inclusión de la información litológica

```
plot(model$scores[,1],model$scores[,2],
     pch=as.numeric(data$desc),xlab="Factor 1: Precipitación (40.3%)",
     ylab="Factor 2: Temperatura (26.8%)", font.lab=2, cex.lab=1.3, lwd=c(2,2,2,2,2,2,2,2,2,2),
     cex=c(1.5,1.5,1.5,1.5,1.5,1.5,1.5,1.5,1.5))
legend(1.4, -0.75, c("calizas y dolomías", "calizas",
                    "margas", "dolomías", "arenas", "pizarras y areniscas", "calizas y margas",
                    "bloques y gravas",
                    "areniscas y esquistos"),
     pch=as.numeric(data$desc[c(1,2,3,4,20,22,23,31,40)]), cex=0.8)
```

código para la figura 7

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(IS70~ih, data=data, font.lab=2, cex.lab=1.3, xlab="Índice Hídrico", ylab="Índice de Sitio (70)")
curve(15.72+0.16*x-0.0012*x^2, 0, 100, col="red", lty=2, add=TRUE)
curve(x^2/(1.14+(0.19*x))^2, 0, 100, col="darkblue", lty=1, add=TRUE)
plot(IS70~pp, data=data, font.lab=2, cex.lab=1.3, xlab="Precipitación en Primavera", ylab="")
curve(-2.7477+0.168*x-0.000298*x^2, 150, 400, col="red", lty=2, add=TRUE)
curve(x^2/(6.69+(0.197*x))^2, 150, 400, col="darkblue", lty=1, add=TRUE)
```



```

plot(IS70~sup, data=data, font.lab=2, cex.lab=1.3, xlab="Superávit", ylab="Índice de Sitio (70)")
curve(10.61+0.034*x-0.000028*x^2, 150, 800, col="red", lty=2, add=TRUE)
curve(x^2/(6.74+(0.21*x))^2, 150, 800, col="darkblue", lty=1, add=TRUE)
plot(IS70~pin, data=data, font.lab=2, cex.lab=1.3, xlab="Precipitación en Invierno", ylab="")
curve(5.06+0.09*x-0.00013*x^2, 100, 500, col="red", lty=2, add=TRUE)
curve(x^2/(6.57+(0.2*x))^2, 100, 500, col="darkblue", lty=1, add=TRUE)

```

código para la figura 8 a y b

para estas gráficas, es necesario la utilización de los residuos obtenidos del ajuste
por las relaciones probadas con cada una de las variables climáticas seleccionadas

figura 8 a

```

par(mfrow=c(3,2))
sequence <- order(sesgo$edad)
plot(sup~edad, data=sesgo, type="n", font.lab=2, cex.lab=1.3, lwd=2, ylab="Sesgo Superávit",
      xlab="", ylim=c(-0.40, 0.40))
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup[sequence], type="l", lwd=2, lty=1, col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup_ic_i[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup_ic_d[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
plot(ih~edad, data=sesgo, type="n", font.lab=2, cex.lab=1.3, lwd=2, ylab="Sesgo Índice
Hídrico", xlab="", ylim=c(-0.40, 0.40))
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih[sequence], type="l", lwd=2, lty=1, col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih_ic_i[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih_ic_d[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
plot(pp~edad, data=sesgo, type="l", font.lab=2, cex.lab=1.1, lwd=2, ylab="Sesgo Precipitación
en Primavera", xlab="", ylim=c(-0.40, 0.40))
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$pp[sequence], type="l", lwd=2, lty=1, col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$pp_ic_i[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$pp_ic_d[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
plot(pin~edad, data=sesgo, type="l", font.lab=2, cex.lab=1.1, lwd=2, ylab="Sesgo Precipitación
en Invierno", xlab="", ylim=c(-0.40, 0.40))
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$pin[sequence], type="l", lwd=2, lty=1, col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$pin_ic_i[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$pin_ic_d[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
plot(sup_nl~edad, data=sesgo, type="l", font.lab=2, cex.lab=1.1, lwd=2, ylab="Sesgo Superávit
no lineal", xlab="clases de edad (años)", ylim=c(-0.40, 0.40))
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup_nl[sequence], type="l", lwd=2, lty=1,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup_nl_ic_i[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup_nl_ic_d[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
plot(ih_nl~edad, data=sesgo, type="l", font.lab=2, cex.lab=1.1, lwd=2, ylab="Sesgo Índice
Hídrico no lineal", xlab="clases de edad (años)", ylim=c(-0.40, 0.40))
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih_nl[sequence], type="l", lwd=2, lty=1, col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih_nl_ic_i[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")
  lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih_nl_ic_d[sequence], type="l", lwd=1, lty=2,
        col="black")

```

figura 8 b

```

par(mfrow=c(3,2))
plot(sup~edad, data=eficiencia, type="l", lwd=2, ylab="Eficiencia Superávit", xlab="",
     ylim=c(0.945, 1))
plot(ih~edad, data=eficiencia, type="l", lwd=2, ylab="Eficiencia Índice Hídrico", xlab="",
     ylim=c(0.945, 1))
plot(pp~edad, data=eficiencia, type="l", lwd=2, ylab="Eficiencia Precipitación en Primavera",
     xlab="", ylim=c(0.945, 1))
plot(pin~edad, data=eficiencia, type="l", lwd=2, ylab="Eficiencia Precipitación en Invierno",
     xlab="", ylim=c(0.945, 1))
plot(sup_nl~edad, data=eficiencia, type="l", lwd=2, ylab="Eficiencia Superávit no lineal",
     xlab="clases de edad (años)", ylim=c(0.945, 1))
plot(ih_nl~edad, data=eficiencia, type="l", lwd=2, ylab="Eficiencia Índice Hídrico no lineal",
     xlab="clases de edad (años)", ylim=c(0.945, 1))

```

código para la figura 9

figura 9 a

```

plot(sesgo~edad, data=sesgo, type="n", font.lab=2, cex.lab=1.3, ylab="Sesgo", xlab="clases de
     edad (años)", ylim=c(-0.1, 0.1))
sequence <- order(sesgo$edad)
lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sesgo[sequence], type="l", lwd=2, lty=2, col="black")
lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih[sequence], type="l", lty=3, lwd=2, col="blue")
lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$sup_nl[sequence], type="l", lty=4, lwd=2, col="darkgreen")
lines(sesgo$edad[sequence], sesgo$ih_nl[sequence], type="l", lty=5, lwd=2, col="red")
legend(50, 0.09, c("Sin variables climáticas", "Índice Hídrico",
                  "Superávit no lineal", "Índice Hídrico no lineal"), lty=c(2,3,4,5),
      lwd=c(2,2,2,2), col=c("black", "blue", "darkgreen", "red"), cex=0.9)

```

figura 9 b

```

plot(eficiencia~edad, data=eficiencia, type="n", ylab="Eficiencia",
     xlab="clases de edad (años)", ylim=c(0.935, 1), font.lab=2, cex.lab=1.3)
sequence <- order(eficiencia$edad)
lines(eficiencia$edad[sequence], eficiencia$eficiencia[sequence], type="l", lwd=2, lty=2,
     col="black")
lines(eficiencia$edad[sequence], eficiencia$ih[sequence], type="l", lty=3, lwd=2, col="blue")
lines(eficiencia$edad[sequence], eficiencia$sup_nl[sequence], type="l", lty=4, lwd=2,
     col="darkgreen")
lines(eficiencia$edad[sequence], eficiencia$ih_nl[sequence], type="l", lty=5, lwd=2, col="red")
legend(70, 0.96, c("Sin variables climáticas", "Índice Hídrico",
                  "Superávit no lineal", "Índice Hídrico no lineal"), lty=c(2,3,4,5),
      lwd=c(2,2,2,2), col=c("black", "blue", "darkgreen", "red"), cex=0.9)

```

Código para la figura 10

figura 10 a

```

error.bars <- function(yv, z, nn) {
xv <- barplot(yv, ylim=c(0,27), names=nn,
              ylab="Índice de Sitio (m)", xlab="Provincias")
g=(max(xv)-min(xv))/50
for (i in 1:length(xv)) {
lines(c(xv[i], xv[i]), c(yv[i]+z[i], yv[i]-z[i]))
lines(c(xv[i]-g, xv[i]+g), c(yv[i]+z[i], yv[i]-z[i]))
lines(c(xv[i]-g, xv[i]+g), c(yv[i]-z[i], yv[i]+z[i]))
}}

```

```

se <- tapply(IH$IS70, IH$prov_2, sd, na.rm=T)

labels<-as.character(levels(IH$prov_2))
ybar<-as.vector(tapply(IH$IS70, IH$prov_2, mean))
error.bars(ybar,se,labels)

## figura 10 b
## para esta figura se utilizan clases de índice hídrico (clasih) en 9 niveles como factor

error.bars<-function(yv,z,nn) {
xv<- barplot(yv,ylim=c(0,27),names=nn,
             ylab="", xlab="Índice Hídrico")
g=(max(xv)-min(xv))/50
for (i in 1:length(xv)) {
lines(c(xv[i],xv[i]),c(yv[i]+z[i],yv[i]-z[i]))
lines(c(xv[i]-g,xv[i]+g),c(yv[i]+z[i], yv[i]+z[i]))
lines(c(xv[i]-g,xv[i]+g),c(yv[i]-z[i], yv[i]-z[i]))
}}

se <- tapply(IH$IS70, as.factor(IH$clasih), sd, na.rm=T)
labels<-as.character(levels(as.factor(IH$clasih)))
ybar<-as.vector(tapply(IH$IS70, as.factor(IH$clasih), mean))
error.bars(ybar,se,labels)

```