



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias

Trabajo Fin de Grado

Grado en Física

**Desarrollo de Applets en Processing para la
visualización de campos y otros fenómenos de
carácter electromagnético**

**Alumno: Rodrigo Galán López
Tutor: Óscar Alejos Ducal**

Índice

1. Introducción	2
2. Motivación	3
3. Fundamento teórico	5
3.1. Campo electrostático	7
3.2. Campo magnetostático	8
4. Lenguaje usado	11
5. Código	14
5.1. Cargas puntuales	14
5.2. Corrientes infinitas	23
5.3. Solenoide	26
6. Manual de uso	27
6.1. Cargas puntuales	27
6.2. Corrientes infinitas	28
6.3. Solenoide	29
7. Resultados	29
7.1. Cargas puntuales	29
7.2. Corrientes infinitas	33
7.3. Solenoide	36
Bibliografía	37

1. Introducción

La ley de la Gravitación Universal formulada por Newton en 1687 describe la interacción de dos masas a distancia [1]. Para poder entender mejor esta interacción a distancia se usa el concepto de campo, que describe una magnitud física en el espacio y el tiempo. La idea de campo lleva consigo una descripción pictórica y explica como dos masas pueden interactuar a distancia, de forma que una de las masas genera un campo que distorsiona el espacio y la otra masa siente esa distorsión en el espacio actuando en consecuencia. Esta idea de campo fue desarrollada por Michael Faraday, también fue suya la contribución de la descripción pictórica de los campos mediante líneas de campo con el objetivo de describir la estructura del campo eléctrico. Desde entonces las líneas de campo se han convertido en una de las técnicas básicas para la representación de fenómenos de campo; estas establecen la idea fundamental para visualizar un campo. Maxwell desarrolló las ideas de Faraday dando la importancia a los campos como medios a través de los cuales se propagan las ondas electromagnéticas en direcciones específicas a velocidades finitas. En la misma época, el trabajo de Euler en hidrodinámica sentó las bases para la descripción euleriana de movimiento de fluidos. En hidrodinámica, a D'Alembert se le atribuye la función corriente para la visualización del flujo. Bejan y colaboradores extendieron la técnica de líneas de corriente a fenómenos que implican transporte de calor y masa. En las últimas dos décadas la representación gráfica de datos ha sido mejorada gracias a la informática, como por ejemplo, codificando los campos mediante mapas de color, lo que mejora la comprensión de la representación.

Los campos vectoriales son representados por diagramas vectoriales. En un diagrama vectorial se trazan vectores que apuntan en la dirección del cam-

po y cuya longitud o grosor es proporcional a la magnitud del campo en el punto. Estos vectores geométricos generan una distribución de flechas que parten de los puntos de interés. Debido a las discontinuidades de los vectores, estos diagramas vectoriales se suelen acompañar de líneas de campo para aportar continuidad a la descripción. El campo es tangente en todo punto a las líneas de campo, que son un sistema de líneas que no se cortan salvo en puntos críticos. Otro método, que puede usarse de forma complementaria a los dos anteriores, es el uso de superficies equipotenciales. Son superficies que conectan todos los puntos con un igual valor del potencial, por lo que no pueden cortarse unas a otras. Estas equipotenciales se distribuyen a intervalos regulares unas de otras, de forma que observando su densidad se puede saber cómo de intenso es el campo: donde más intenso es el campo las superficies equipotenciales están más próximas. Estas dos familias de curvas, las equipotenciales y las líneas de campo se cortan de forma perpendicular [2].

En la imagen 1 aparece un ejemplo de representación de campo, se puede observar el campo magnético de Júpiter visto desde la Tierra [3].

2. Motivación

En la web se pueden encontrar diferentes ejemplos de páginas o programas donde se pueden representar campos electrostáticos y magnetostáticos mediante líneas de campo, superficies equipotenciales y diagramas vectoriales, como, por ejemplo: [falstad](#)[4], [EHU](#)[5] o [Walter Fend](#)[6]. Pero estos programas tienen todos ellos unas limitaciones, como pueden ser: falta de interactividad, donde las posibles configuraciones de cargas o corrientes están dadas, sólo se



Imagen 1: Representación de la magnetosfera de Júpiter

puede escoger entre una lista de opciones o su fallo al calcular las líneas de campo magnético cuando se trata de campos intensos, ya que las líneas de campo no llegan a cerrarse, lo que puede comprobarse en la imagen 2. Este fallo se debe a que para trazar las líneas de campo han usado métodos como el de Euler o similar y en los puntos donde el campo es muy intenso, debido a pequeños errores numéricos, las líneas no cierran.



Imagen 2: Detalle de las líneas de campo usando la página web Falstad

En objetivo del presente trabajo es la creación de un código que evite ambos problemas, favoreciendo la interactividad con el usuario pudiendo generar gran cantidad de distribuciones de carga o de corriente y evitando el problema de líneas de campo magnético no cerradas.

Además del inherente interés que posee el concepto de líneas de campo, el código aquí desarrollado puede ser usado con fines educativos, ya que permite mostrar el campo eléctrico generado por una distribución de cargas puntuales, el campo magnético generado por una distribución de corrientes infinitas y el campo magnético generado por un solenoide. Las tres distribuciones escogidas son ejemplos de distribuciones ampliamente usadas en cursos introductorios de física, por lo que este código es un perfecto complemento en estos temas.

3. Fundamento teórico

Un campo vectorial define una magnitud, dirección y sentido en cada punto del espacio. Las líneas de campo son una representación gráfica de estos campos. Una línea de campo puede ser construida comenzando en un punto y trazando una línea continua tal que el campo sea tangente a dicha línea en cada punto. Para dibujar una línea de campo de un campo vectorial $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ que pasa por un punto \mathbf{r} , se dibuja un segmento de línea una distancia diferencial $d\mathbf{r}$ en la dirección de $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, a continuación, se dibuja otro segmento de longitud $d\mathbf{r}$ en la dirección $\mathbf{A}(\mathbf{r} + d\mathbf{r})$ y se sigue repitiendo el proceso de forma iterativa, este procedimiento está basado en el conocido como método de Euler.

Las líneas de campo no pueden cortarse unas a otras salvo en puntos de campo nulo o de campo infinito; en estos puntos no se puede definir una línea de

campo ya que el campo no tiene dirección definida, pero sí pueden ser puntos de origen o fin de líneas (como las cargas puntuales). En todos los puntos donde la intensidad del campo vectorial es no nula, en una representación mediante líneas de campo, la densidad de estas en la zona exterior a las fuentes debe ser proporcional a la magnitud del campo, es decir, la densidad de un campo vectorial $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ viene dada por el número de líneas que atraviesan un área perpendicular a las líneas de campo en un punto [7].

Una vez se han dado las bases de los campos vectoriales y de las propiedades de las líneas de campo se van a dar los detalles de los campos eléctrico y magnético, ya que son los que se van a representar con el código. Estos dos campos están descritos por las leyes de Maxwell:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{1}$$

donde \mathbf{D} es el vector desplazamiento, \mathbf{E} es el campo eléctrico, \mathbf{B} es el campo de inducción magnética y \mathbf{H} es la intensidad magnética [8]. A estas ecuaciones hay que añadirles las ecuaciones constitutivas del medio, que en el vacío se escriben:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E}\epsilon_0 \quad \mathbf{B} = \mathbf{H}\mu_0\tag{2}$$

En este caso van a representarse los campos de cargas estáticas y corrientes estacionarias, por lo que las ecuaciones de Maxwell se simplifican debido a que las derivadas temporales se anulan y toman la forma:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \nabla \times \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \mathbf{J}\mu_0\end{aligned}\tag{3}$$

Se va a hacer uso del principio de superposición, que dice que el campo generado por un conjunto de cargas o corrientes es la suma de las contribuciones de cada una de las cargas o corrientes por separado; este principio es válido debido a que las ecuaciones de Maxwell están escritas en términos de operadores lineales. Los ejemplos que se van a plantear para la representación del campo son:

- Conjunto de cargas puntuales.
- Conjunto de corrientes rectilíneas.
- Solenoide compuesto por espiras de corriente.

3.1. Campo electrostático

Conociendo las ecuaciones de Maxwell (3) se puede calcular el campo eléctrico de una carga puntual, que está dado por la ecuación:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (4)$$

donde, por simplicidad, la carga está situada en el origen de coordenadas. Para el cálculo del campo eléctrico de una distribución de cargas puntuales solo hay que aplicar el principio de superposición ya mencionado.

En el caso del potencial de una carga puntual, la ecuación que lo describe es:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (5)$$

esta ecuación es válida, al igual que en el caso anterior, para una carga

situada en el origen de coordenadas. Se ha escogido como origen de potencial un punto situado infinitamente lejos de la carga. Igual que en el caso anterior, para un conjunto de cargas puntuales se aplica el principio de superposición, pero con la limitación que todas ellas deben compartir el mismo origen de potencial.

3.2. Campo magnetostático

En el caso del campo magnetostático, la fórmula de Biot-Savart nos permite calcular el campo magnético de una corriente arbitraria:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C'} \frac{I' d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (6)$$

siendo \mathbf{r} la posición del punto donde se quiere calcular el campo y \mathbf{r}' la posición del elemento de corriente.

Para una corriente infinita, la ecuación (6) tiene solución sencilla, que se escribe:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \hat{\phi} \quad (7)$$

siendo ρ la distancia de la corriente al punto donde se quiere calcular el campo y estando la corriente situada en el eje z .

En otro tipo de situaciones no se puede obtener una ecuación en términos de funciones elementales, este es el caso del campo generado por un solenoide, por lo que hay que emplear métodos numéricos partiendo de la ecuación (6). Véase anexo 1.1 para más detalles.

Por razones que se explicarán más adelante, es interesante estudiar el poten-

cial vector magnético. Este potencial vector magnético $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ es un campo vectorial que se define por ser nula la divergencia de \mathbf{B} , tal que $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. El potencial vector magnético $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ generado por una corriente se puede calcular mediante:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (8)$$

esta ecuación está limitada a corrientes finitas, como por ejemplo una espira, ya que sino diverge, como pasa en el caso de una corriente rectilínea infinita. Por lo tanto, para el cálculo del potencial vector de una corriente rectilínea infinita, se necesita definir arbitrariamente un punto donde este potencial vector se anule para poder obtener una ecuación válida, el resultado es:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \log\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) \hat{\mathbf{z}} \quad (9)$$

En el caso del solenoide no hay una expresión del potencial vector dada mediante funciones elementales, pero se sabe que tiene la forma $A_\varphi(\rho, z)$ debido a la simetría de revolución del solenoide [10]. Para el caso de una espira de corriente el potencial vector tampoco se puede expresar en términos de funciones elementales, pero al tener la espira y el solenoide la misma simetría, el potencial vector tiene también la forma $A_\varphi(\rho, z)$. Véase anexo 1.1 para más detalles.

Se va a hacer uso del flujo del campo magnético, ya que se utilizará posteriormente en el código. Esta magnitud se define de la siguiente forma:

$$\Phi_m = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} \quad (10)$$

Ahora se va a particularizar la ecuación general del flujo para el caso de una

corriente rectilínea infinita, para ello se aplica la fórmula (10) a la superficie de integración de la imagen 3 llegando a:

$$\begin{aligned}\Phi_{m_{\text{Corriente infinita}}} &= [A_z(\rho_1) - A_z(\rho_2)] h \\ &= \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \log\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\end{aligned}\quad (11)$$

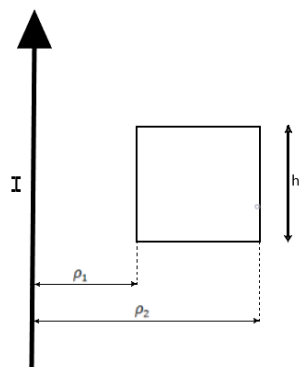


Imagen 3: Esquema de la superficie de integración para el cálculo del flujo magnético de una corriente infinita

Estos resultados se usarán posteriormente en el código.

Se va a repetir el proceso para calcular el flujo magnético generado por una espira de radio a , esto se hace porque se supone un solenoide compuesto por espiras de corriente. Por ello usando la ecuación (10) sobre la superficie de integración de la imagen 4 se llega a:

$$\Phi_{m_{\text{espira}}} = 2\pi\rho A_\varphi(\rho, z) \quad (12)$$

Las expresiones (11) y (12) se han obtenido considerando unas determinadas geometrías para las superficies de integración, teniendo como resultado una magnitud escalar. Variando la anchura del rectángulo, es decir, haciendo $\rho_2 = \rho$ arbitrario, o modificando el radio ρ del círculo y su distancia z a

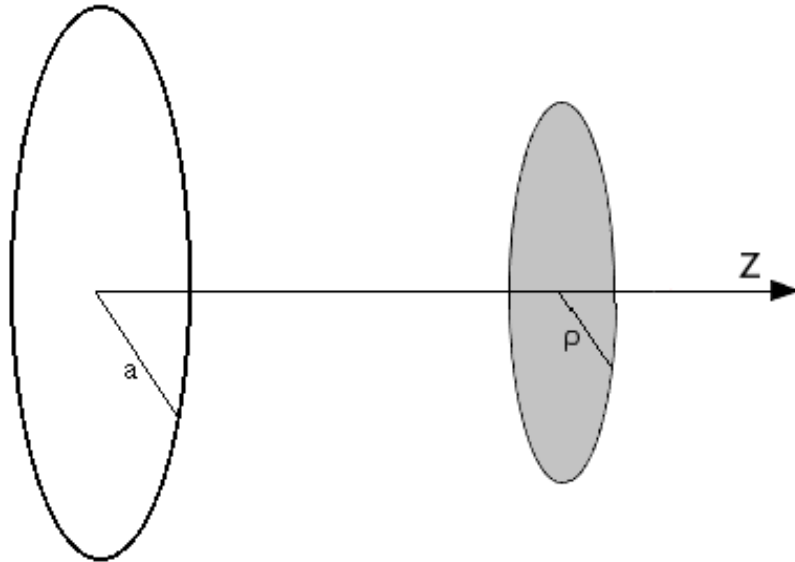


Imagen 4: Esquema de la superficie de integración para el cálculo del flujo magnético de una espira

la espira, dicha magnitud escalar se puede expresar como una función de las coordenadas del espacio. De este modo, definiremos la función flujo magnético que se utilizará más adelante.

4. Lenguaje usado

Como lenguaje de programación se ha escogido JavaScript, esta elección se debe que es un lenguaje multiplataforma, siendo el único lenguaje de programación que entienden de forma nativa los navegadores web. Se utiliza para el desarrollo de las páginas webs modernas además del desarrollo de todo tipo de aplicaciones para móviles o escritorio; es por tanto un lenguaje con un uso muy extendido ya que su ámbito de aplicación es muy amplio. Debido a sus características es un lenguaje apto para iniciarse en la programación ya que tiene usos en todo tipo de proyectos y los primeros pasos en el lenguaje

son sencillos, aunque para dominarlo se necesita un estudio en profundidad. Gracias a todos sus usos, es el lenguaje más utilizado actualmente por la mayoría de los desarrolladores [11].

JavaScript fue creado en 1995 por la compañía Netscape, que fue la precursora del actual navegador Firefox. Inicialmente el lenguaje se llamó LiveScript aunque debido a un acuerdo con la compañía que creó Java se cambió el nombre al actual JavaScript a cambio de agregar compatibilidad en el navegador con Java. JavaScript nació en una época donde las páginas web eran simplemente contenido y enlaces generadas por un HTML y donde se hacía necesario aportar interactividad con el usuario. Por su parte, debido a las mismas necesidades Microsoft en 1996 creó un lenguaje llamado JScript, similar a Javascript y con un alto grado de compatibilidad con él. Con el tiempo, cada navegador fue innovando en su propio lenguaje hasta que las diferencias entre JScript y JavaScript crecieron y pasaron a ser un problema para desarrolladores y usuarios, por lo que en 1997 se estandarizó el lenguaje con la creación de ECMAScript, que es el estándar de JavaScript. ECMAScript comenzó con la versión 1 y la actual es la 6. Dentro de las diferentes versiones de ECMAScript, la que ha marcado la mayor diferencia es ECMAScript 6, presentada en 2015; mejoró la orientación a objetos de JavaScript a la par que introdujo numerosas aplicaciones, esta versión está disponible en todos los navegadores, aunque dispositivos antiguos todavía no pueden interpretarla. JavaScript es un lenguaje "del lado del cliente" ya que se ejecuta en el navegador, a diferencia de los lenguajes que se ejecutan en el "lado del servidor". Debido a esto la carga de procesamiento de JavaScript la soportan los clientes. Gracias a JavaScript se pueden agregar multitud de efectos a páginas web y aportar interactividad con el usuario, además actualmente se puede acceder a otro tipo de recursos como la webcam o el espacio de

almacenamiento de datos. Pese a la utilidad inicial de JavaScript, ahora se puede encontrar en otro tipo de espacios como en programas de escritorio o para el desarrollo de aplicaciones para dispositivos. Hay una gran cantidad de recursos que han sido programados en parte o en su totalidad en JavaScript, desde páginas web como Gmail o Netflix pasando por aplicaciones de mensajería como Slack o incluso aplicaciones para móviles como el Candy Crush [12][13].

Pese a la similitud entre sus nombres, JavaScript y Java son lenguajes que, salvo su similar sintaxis, no tienen mucho en común. Esta similitud ha dado lugar a confusiones que deben ser aclaradas. Mientras que JavaScript es un lenguaje interpretado, Java es un lenguaje compilado, es decir, que se compila para posteriormente ejecutarlo; JavaScript es un lenguaje que se depura en una sola fase, por tanto, el navegador va interpretando el código línea a línea e informa de los errores a medida que se va ejecutando, mientras que Java hace una fase de compilación donde muestra todos los errores de sintaxis existentes; JavaScript es un lenguaje débilmente tipado, donde las variables pueden ir modificando su contenido desde un número a texto, array u objetos, mientras que Java es un lenguaje fuertemente tipado, donde las variables una vez definidas, no se pueden cambiar de contenido [14][15].

Dependiendo de la función específica que se vaya a necesitar en JavaScript se pueden utilizar diferentes bibliotecas. Una biblioteca es un código que facilita una determinada tarea ya que ahorran tiempo evitando la repetición de código o funciones, a la vez que aportan simplicidad al proceso de desarrollo [16]. En este caso la biblioteca utilizada ha sido p5.js, que es muy similar a la biblioteca Processing. Processing es una biblioteca orientada a la creación de medios visuales e interactivos creada en 2001, fue inicialmente diseñada

para enseñar los fundamentos de la programación en un contexto visual, aunque actualmente es una herramienta de desarrollo para profesionales. Es un software de código abierto que funciona en Mac OS, Windows y Linux. Es una alternativa a herramientas de software con licencia, ya que al ser de libre acceso lo hace útil para el uso de estudiantes individuales o escuelas. Processing se utiliza en aulas de todo el mundo, a menudo en escuelas de arte de informática o institutos. El software Processing es utilizado por artistas para la creación de imágenes para carteles, revistas o libros y también por arquitectos, incluso es usado por museos para desarrollar sus exposiciones como el museo de Arte Moderno de Nueva York o el Centro Georges Pompidou de París [17].

5. Código

En esta parte se explicará el funcionamiento del código. Cabe destacar que el código funciona de forma interactiva con el usuario, es decir, que todos los cálculos necesarios para la visualización de las líneas de campo son realizados bajo demanda.

5.1. Cargas puntuales

El código del programa consiste en tres partes. La primera parte simplemente fija los parámetros iniciales: el lienzo donde posteriormente se generará el dibujo, la posición de las cargas, las barras deslizantes y los botones. Las cargas se sitúan en lugares regulares del espacio pudiendo elegir cuantas cargas hay por fila y columna. La segunda parte es donde se ejecutan todas

funciones que generan el dibujo de las cargas, junto con el de las flechas que indican la dirección del campo en cada punto, el de las líneas de campo y el de las superficies equipotenciales. A continuación, se detallará más a fondo el funcionamiento de cada una de las diferentes funciones usadas en esta parte:

- Para el dibujo de las flechas que marcan la intensidad, dirección y sentido del campo lo primero que se ha hecho es definir la forma de la flecha simplemente superponiendo un rectángulo y un triángulo. Posteriormente, mediante un doble bucle, se va recorriendo toda la pantalla en puntos discretos equiespaciados, en cada uno de esos puntos se calcula el campo eléctrico generado por cada carga usando la ecuación (4). Para ello lo único que hay que conocer es el valor de la carga y la distancia de la carga al punto requerido, para hallarla se traza un vector que conecta la carga con el punto y usando una función que calcula el módulo de un vector se conoce la distancia. A continuación, se separa el campo eléctrico calculado en dos componentes, el eje x y el y , este cálculo se lleva a cabo conociendo el ángulo que tiene el vector que une la carga y el punto. Este proceso se sigue para todas las cargas no nulas y finalmente, aplicando el principio de superposición se suman las contribuciones de cada una de esas cargas para hallar el campo eléctrico total. Este campo eléctrico se almacena en dos variables, una que indica la magnitud de este y otra indica su dirección y sentido. Usando esas dos variables, se dibuja en cada punto la flecha diseñada anteriormente cambiando su dirección para hacerla coincidir con la del campo y su grosor y longitud haciéndolo proporcional a la magnitud del campo.
- Para el dibujo de las líneas de campo lo primero que se hace es, sabiendo el valor de cada carga, determinar el número de líneas de campo que

salen o entran en ella. Esto es un cálculo simple, ya que se ha decidido poner seis líneas por cada unidad de carga, por lo que si una carga tiene valor uno, saldrán o entrarán seis líneas, si tiene valor dos, serán doce y así sucesivamente. Una vez se tienen estos datos, se genera una variable que contiene un array tridimensional donde, de las tres dimensiones de la variable, las dos primeras determinan la carga a la que se hace referencia y la tercera dimensión está asociada a las líneas de campo de esa carga, por ejemplo `number[1][1][1]` hace referencia a la línea de campo 1 de la carga en la posición (1,1) de la cuadrícula de cargas o `number[2][3][6]` hace referencia a la línea de campo 6 de la carga en la posición (2,3) de la cuadrícula de cargas. De esta forma cada línea de campo tiene una variable asociada dentro del array tridimensional; el uso de esta variable radica en que permite decidir qué líneas dibujar y cuáles no. Inicialmente valdrá 1 para todas las posibles combinaciones de cargas y líneas, pero posteriormente se modificará el valor de algunas de las líneas para evitar que se dibujen líneas repetidas.

A continuación, se ordenan las cargas no nulas de mayor a menor magnitud en valor absoluto. Seguidamente se comienzan a dibujar las líneas de campo de la carga de mayor valor, para ello se necesita fijar el punto inicial de cada una de las líneas de campo de la carga. Los puntos iniciales se disponen alrededor de la carga, distribuidos regularmente. La imagen 5 muestra gráficamente dichos puntos, como origen de las diferentes líneas de campo en función del valor de la carga. Se han considerado así ya que, en las proximidades de la carga, el campo eléctrico generado por el sistema es aproximadamente igual al producido por dicha carga, por ser mucho más intenso que el producido por el resto de las cargas del sistema.

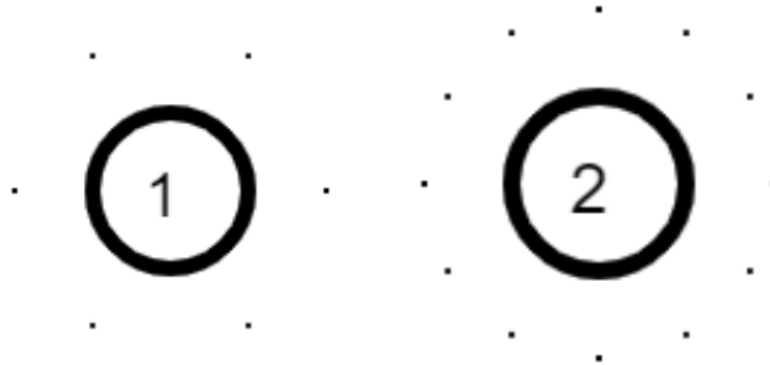


Imagen 5: Origen de las líneas de campo de una carga en función de su valor

Conociendo el punto inicial, se hace uso del método de Euler para trazar las líneas de campo con lo que, utilizando un cálculo similar al descrito en el punto anterior, se calcula el campo eléctrico en el punto inicial, pero en este caso solo se va a utilizar la variable que almacena la dirección y el sentido del campo. Posteriormente, en la posición inicial de las líneas de campo se traza una línea de longitud predeterminada, esta longitud se puede variar y al hacerlo se modifica la precisión con la que la línea sigue la trayectoria marcada por el campo. El ángulo de la línea es el marcado por el campo si la carga de la que sale es positiva o justo el opuesto si es negativa, esto se hace porque para el caso de las cargas negativas, si se usara la dirección del campo en vez de la opuesta las líneas no saldrían nunca de la carga. Este proceso se repite de forma iterativa construyendo de esta forma una línea formada por pequeños segmentos que describen la dirección del campo. Este proceso acaba cuando la línea sale de la pantalla o acaba en otra carga. Cuando la línea de campo acaba en los límites de la pantalla, se comienza con la línea siguiente; pero cuando la línea de campo acaba en otra carga hay que hacer otro proceso antes de seguir con la siguiente línea. El

proceso consiste primero en saber en qué carga ha terminado y con qué inclinación ha llegado, cosa que se calcula simplemente midiendo si el punto final de la línea de campo está a menor distancia que una medida concreta de otra carga y si es así se traza un vector que conecta el punto final de la línea de campo con el centro de la carga de llegada y se mide el ángulo de inclinación del vector. Una vez se conoce en qué carga ha terminado y con qué ángulo ha llegado a ella, lo que se hace es modificar el valor del array tridimensional y darle el valor 0 a la variable asociada a la línea de campo que pertenece a la carga de llegada y su origen es el más cercano al ángulo de llegada de la línea, de esta forma esa línea de campo no se dibujará cuando llegue el momento y se evitarán líneas repetidas. Esto se puede observar en el esquema de la imagen 6, donde hay dos cargas de signo opuesto y cinco de las líneas de campo de la primera acaban en la segunda, de forma que de la segunda carga las cinco líneas de campo más cercanas a las de llegada no se dibujarán para evitar las líneas repetidas, esto se ha señalado con cruces rojas indicando cuales son las que no se van a dibujar.

- Por último, para el dibujo de las superficies equipotenciales, lo que se hace primero es una función que calcula el potencial eléctrico en un punto dado de la pantalla. Para efectuar ese cálculo el procedimiento es similar al del cálculo del campo eléctrico, pero en este caso se utiliza la ecuación (5) y sólo nos interesa conocer el valor de cada carga y su distancia al punto donde se requiere conocer el potencial. Una vez se ha calculado el potencial generado por cada carga individual en el punto, se calcula el potencial total, siendo este la suma de los potenciales individuales. Conociendo el potencial, se pasa al dibujo de las superficies equipotenciales, para ello primero hay que conocer los valores del po-

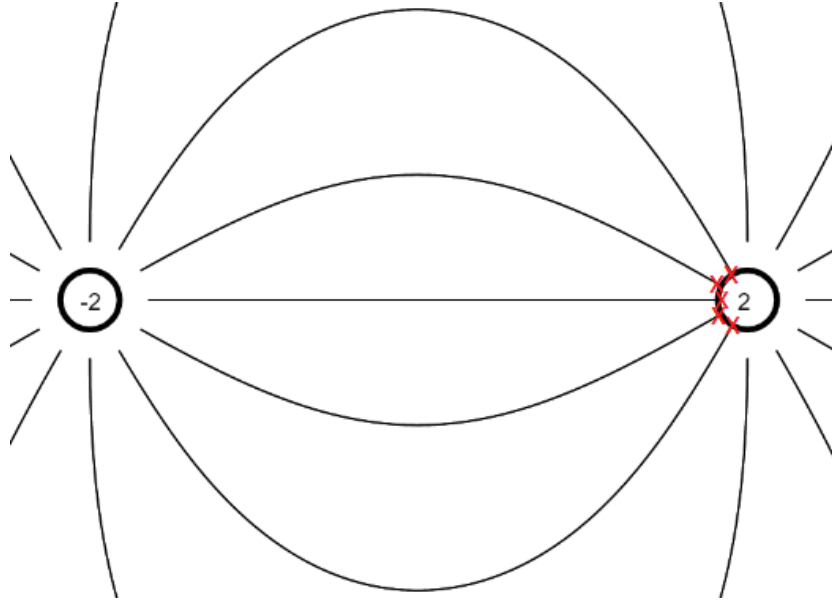


Imagen 6: Esquema para eliminar líneas repetidas. En este caso los casos $number[1][2][5]$, $number[1][2][6]$, $number[1][2][7]$, $number[1][2][8]$ y $number[1][2][9]$ toman el valor 0 para eliminar las líneas repetidas.

tencial de las superficies a representar por lo que se va midiendo el valor de potencial en toda la pantalla y una vez se conocen el valor máximo y el mínimo se decide qué número de superficies se van a dibujar, en este caso 400, y se dibujan de forma que tengan valores de potencial equiespaciados. Seguidamente se pasa al dibujo de cada una de estas 400 líneas, para ello se divide la pantalla mediante una cuadrícula y se va recorriendo esta cuadrícula de izquierda a derecha y de arriba a abajo. En cada uno de los cuadrados de la cuadrícula se haya el valor del potencial eléctrico en las cuatro esquinas y se comprueba si el valor de la superficie equipotencial que se busca dibujar está situado entre los valores del potencial de las esquinas. Si no se cumple esta condición se salta al siguiente recuadro. Si esta condición sí se cumple entonces significa que la superficie equipotencial corta ese cuadrado. A continuación, se comprueba entre que dos pares de esquinas del cuadrado

se cumple la condición. En la imagen 7 se pueden ver las seis opciones diferentes admisibles.

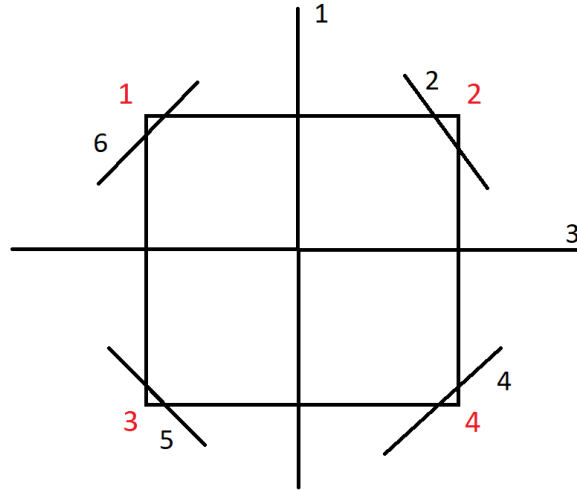


Imagen 7: Diferentes formas (1 a 6) en que la curva equipotencial puede atravesar la cuadrícula de dibujo. Los números en color rojo (en la versión electrónica) indican la numeración de vértices usadas en las ecuaciones (13) a (18)

)

Una vez se comprueba en cuál de las opciones se está, se supone una variación lineal del potencial, esta aproximación es válida ya que la búsqueda es en una longitud pequeña, que es el lado del cuadrado. Suponiendo una variación lineal se pueden hallar fácilmente los dos puntos de corte de la superficie equipotencial con el cuadrado, esto se hace aplicando diferentes fórmulas en función de los seis posibles casos de la figura 7, las fórmulas utilizadas son:

$$\text{caso 1} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = i + abs \left(\frac{\text{linea-esquina}[1]}{\text{esquina}[2]-\text{esquina}[1]} \right) h \\ y_1 = j \\ x_2 = i + abs \left(\frac{\text{linea-esquina}[3]}{\text{esquina}[4]-\text{esquina}[3]} \right) h \\ y_2 = j + h \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\text{caso 2} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = i + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[1]}{\text{esquina}[2]-\text{esquina}[1]} \right) \\ y_1 = j \\ x_2 = i + h \\ y_2 = j + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[2]}{\text{esquina}[4]-\text{esquina}[2]} \right) h \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\text{caso 3} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = i \\ y_1 = j + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[1]}{\text{esquina}[3]-\text{esquina}[1]} \right) h \\ x_2 = i + h \\ y_2 = j + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[2]}{\text{esquina}[4]-\text{esquina}[2]} \right) h \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\text{caso 4} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = i + h \\ y_1 = j + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[2]}{\text{esquina}[4]-\text{esquina}[2]} \right) h \\ x_2 = i + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[3]}{\text{esquina}[4]-\text{esquina}[3]} \right) h \\ y_2 = j + h \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\text{caso 5} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = i \\ y_1 = j + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[1]}{\text{esquina}[3]-\text{esquina}[1]} \right) h \\ x_2 = i + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[3]}{\text{esquina}[4]-\text{esquina}[3]} \right) h \\ y_2 = j + h \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\text{caso 6} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = i + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[1]}{\text{esquina}[2]-\text{esquina}[1]} \right) h \\ y_1 = j \\ x_2 = i \\ y_2 = j + \text{abs} \left(\frac{\text{linea-esquina}[1]}{\text{esquina}[3]-\text{esquina}[1]} \right) h \end{array} \right. \quad (18)$$

siendo *línea* el valor de la superficie equipotencial a representar, *esquina*[*k*] es el valor del potencial en la esquina del cuadrado numerándolas de

izquierda a derecha y de arriba a abajo, i la coordenada x de la esquina superior izquierda del cuadrado, j la coordenada y del mismo punto, h la longitud del cuadrado y x_1 , y_1 , x_2 y y_2 son los puntos de corte de la superficie equipotencial con el cuadrado. Una vez conocidos los puntos de corte, se traza una línea que conecta los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) para dibujar esa sección de superficie equipotencial.

Se continúa con este proceso sobre toda la cuadrícula y para todos los valores de superficies a representar de forma que se dibujan todas las equipotenciales escogidas. Se puede variar el valor dado de h para modificar el tamaño de la cuadrícula para hacerla más pequeña y por tanto las superficies equipotenciales más precisas o más grande y así reducir el número de operaciones que se necesitan para trazar las superficies equipotenciales.

Esta segunda parte del código, para darle interactividad al usuario, se ejecuta de forma constante para que cuando se modifica el valor de cualquier carga, la representación del campo acompañe a la modificación. Pero para evitar que se realicen cálculos innecesarios, el programa consta de una tercera parte la cual marca cuando se repiten y cuando no las operaciones. Esta tercera parte permite que la segunda se ejecute cuando el ratón es presionado, es decir, cuando se usa el ratón para modificar los diferentes valores de las cargas, mientras que cuando no está cambiando ningún valor, es decir, cuando el ratón no está presionado, el código no sigue corriendo. Véase anexo 1.3 para más detalles.

5.2. Corrientes infinitas

El código de esta parte del programa se divide en las mismas tres partes que en el caso de las cargas puntuales, la primera fija los parámetros iniciales, la segunda genera los dibujos y la tercera evita cálculos innecesarios de la segunda.

En el caso de las flechas que indican la dirección del campo, el cálculo se hace aplicando la ecuación (7), con esto solo nos hace falta repetir los cálculos que se hicieron en el apartado anterior para el caso de las cargas, pero en este caso para las corrientes.

Pese a las similitudes con el caso anterior, si se tratan de dibujar las líneas de campo siguiendo el método de Euler, no se llega a un resultado satisfactorio, esto puede observarse en la figura 8. El fallo radica en que al usar el método de Euler se van acumulando pequeños errores numéricos y esos errores provocan que las líneas de campo magnético no se cierren. Otro problema de este procedimiento es el origen de las líneas de campo, ya que la densidad de líneas de campo debe ser mayor cuanto mayor sea el campo, para el caso de una sola corriente infinita se podría solucionar haciendo empezar las líneas de campo con una función lineal con el logaritmo neperiano de la distancia a la línea de corriente, ya que esta es la dependencia que tiene el flujo del campo magnético con la distancia; pero en el caso de múltiples corrientes elegir el inicio de las líneas de campo no es algo sencillo.

Por último, otro problema en el caso de múltiples corrientes es el de eliminar las líneas de campo repetidas, fallo que se puede observar claramente en la figura 9. Este problema es similar al que se tuvo en el caso de las cargas puntuales al tener que evitar dibujar líneas de campo repetidas, salvo que

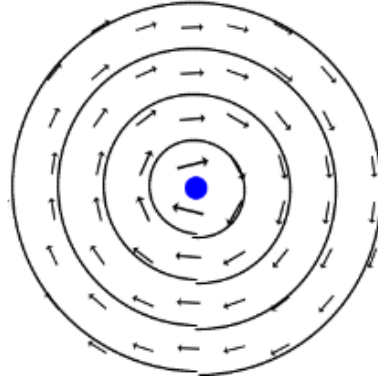


Imagen 8: Ejemplo de líneas de campo magnético no cerradas de una corriente infinita aplicando el método de Euler

ahora las líneas de campo no terminan en las cargas con lo que se dificulta el proceso de eliminar las repetidas.

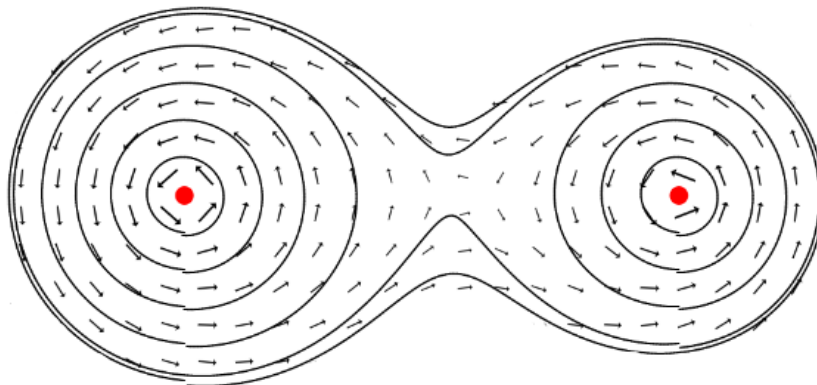


Imagen 9: Fallo debido a las líneas de campo repetidas aplicando el método de Euler

Debido a estos fallos se ha seguido un procedimiento diferente. El método consiste en dibujar aquellos puntos que tienen el mismo valor de la función flujo magnético definida en el capítulo 3.2, ya que se cumple que:

$$\Phi_m \propto \text{líneas de campo}$$

por lo que todos los puntos en una línea de campo corresponden a puntos

con valor constante de la función flujo magnético.

Aplicando la ecuación (11) se comprueba que para una línea de campo el flujo estará dado por A_z , por lo que el dibujo de las líneas de campo se reduce a conectar todos los puntos con el mismo valor de A_z . Para el cálculo del potencial vector hay que hacer uso del principio de superposición en la ecuación (9) siendo ρ_0 la distancia de la corriente al origen de potencial y ρ la distancia de la corriente al punto. Lo primero que se debe hacer es elegir un origen de potenciales, es decir, un punto \mathbf{r} para el cual $A_z(\mathbf{r}) = 0$, para esto se ha elegido un punto situado a una distancia suficientemente grande de las corrientes. Se elige de esta forma para evitar indeterminaciones, ya que si por error se hace pasar una línea de corriente justo en el punto de origen de potenciales se dará una indeterminación. Una vez se ha elegido el origen de potenciales se genera un vector que une este origen con cada una de las corrientes y se halla su módulo para calcular la distancia al punto, se repite este proceso para hallar la distancia de las corrientes al punto donde se quiere calcular el potencial vector.

Con la función que calcula el potencial vector en cada punto solo hay que dibujar aquellos puntos de la pantalla con un mismo valor de este potencial, para ello se utiliza el mismo procedimiento usado en el caso de las cargas puntuales para dibujar las curvas equipotenciales. Para elegir los valores de potencial vector a representar se calcula el valor máximo del potencial y el mínimo y se dibujan del orden de 100 líneas con valores de potencial vector equiespaciados. Véase anexo 1.4 para más detalles.

5.3. Solenoide

En el caso del solenoide el código tiene las mismas 3 partes que los otros dos programas. Para el dibujo de las flechas que indican la dirección y magnitud del campo lo primero que se ha hecho es aproximar el solenoide como un conjunto de espiras. Para calcular el campo generado por una espira en el eje z y ρ se han utilizado las fórmulas que se añadirán a los anexos que dan el campo magnético de una espira en función de una integral a toda la espira. Para hallar el campo se ha aproximado la integral a una suma finita de términos dividiendo la espira en un número suficiente de partes y suponiendo cada parte rectilínea, es decir aproximando la espira como un polígono regular. Después se ha calculado el campo generado por cada uno de los lados del polígono y se han sumado las contribuciones siguiendo el principio de superposición. Por último se suman las contribuciones de todas las espiras que forman el solenoide para calcular el campo total y se representan las flechas al igual que en los otros dos programas.

En este caso el método usado para el dibujo de las líneas de campo es el mismo que en el de las corrientes infinitas, es decir, uniendo aquellos puntos de la pantalla con un mismo valor de la función flujo magnético. Para ello se hace uso de la fórmula (12). Como ya se ha indicado en la parte del fundamento teórico, el potencial vector generado por un solenoide no se puede expresar en términos de funciones elementales, por lo que hay que emplear la ecuación general (8) para calcularlo. Para implementar esa ecuación en el código se ha seguido la misma aproximación que para calcular el campo, suponiendo el solenoide formado por espiras poligonales. Una vez se tiene calculado el potencial vector se aplica la fórmula (12) para calcular la función flujo magnético del solenoide.

Sabiendo el valor del flujo magnético, para dibujar las líneas de campo se han representado valores de flujo espaciados de la forma: kN^2 siendo N un número natural y k una constante que se ajusta para que los valores de campo a dibujar den una representación fiable del campo. El espaciado entre líneas se ha elegido de esta forma ya que, tal y como se ve en la imagen 4, las superficies de integración para el cálculo del flujo son círculos paralelos a la espira y con centro en el eje z ; por lo tanto el área de estos círculos crece con ρ^2 , a diferencia del caso de las corrientes infinitas, cuya superficie de integración crecía lineal con ρ y debido a eso en vez de elegir valores equiespaciados como en el caso anterior, se han elegido de esa forma. Este espaciado entre líneas permite que las líneas de campo queden dibujadas equiespaciadas en la zona de campo interior al solenoide para dar correctamente la información de una zona de campo uniforme. Véase anexo 1.5 para más detalles.

6. Manual de uso

En esta parte se explicará como modificar los parámetros del programa para poder representar las diferentes distribuciones.

6.1. Cargas puntuales

El código consiste en dos archivos, un archivo `.js` donde se encuentra el programa y un archivo `.html` que permite ejecutar el código en el navegador. Dentro del código `.js` se pueden modificar el número de cargas por fila y por columna, para hacer esto solo hay que editar, en las dos primeras líneas del archivo, los valores de las variables "n" y "m" respectivamente. Las cargas

aparecerán de forma equiespaciada en la pantalla. Una vez elegido el número de cargas por fila y columna, cuando se ejecute el código haciendo doble clic en el archivo .html, se abrirá el navegador web en una página dividida en tres zonas. En la zona superior hay tres casillas de control que pueden ser marcadas o desmarcadas, cada una de ellas permite mostrar o no las flechas, las líneas de campo y las superficies equipotenciales respectivamente. En la zona inferior aparecerán tantas barras deslizantes como cargas se hayan elegido, cada una de estas barras controla el valor de una carga en la pantalla (de forma predeterminada todas las cargas tienen un valor nulo, y por tanto no se visualizan en la pantalla); las barras están organizadas en el mismo orden que las cargas para facilitar los cambios. En la zona central hay un rectángulo donde aparecerán las cargas no nulas y la representación del campo que se haya elegido marcando las casillas de verificación.

6.2. Corrientes infinitas

El caso del programa de corrientes infinitas es similar al caso anterior ya que consta también de dos archivos de igual extensión. Al igual que en el caso anterior, cambiando las dos primeras líneas del archivo .js se pueden modificar el número de corrientes por columna y por fila. Al ejecutar el archivo .html se abrirá en el navegador una página de apariencia similar al caso anterior, salvo por la diferencia que solo habrá dos casillas de verificación, ya que no se podrán representar las superficies equipotenciales. El resto de las partes de la pantalla funcionan igual, con unas barras deslizantes en la parte inferior para controlar el valor de las corrientes y un rectángulo en la zona central donde se dibujarán las corrientes y la representación del campo elegida.

6.3. Solenoide

El caso del solenoide es similar a los anteriores, salvo por la diferencia que no hace falta modificar ninguna parte del código ya que los únicos tres parámetros que caracterizan al solenoide: longitud, radio y número de vueltas se controlan mediante tres barras deslizantes.

7. Resultados

En esta parte se mostrarán los resultados obtenidos con el código.

7.1. Cargas puntuales

En la imagen 10 se muestra la representación del campo generado por una carga puntual, se ha elegido este ejemplo ya que es el primer ejemplo que se suele mostrar en un curso introductorio de física. Se puede observar cómo se cumplen todos los requisitos para la representación del campo: al ser una carga positiva el campo eléctrico sale de ella, cosa que se puede comprobar con las flechas; las líneas de campo son radiales a la carga, apuntando en la dirección del campo y están equiespaciadas alrededor de ella y también se comprueba que el campo es más intenso en los puntos más cercanos a la carga y que decae con el cuadrado de la distancia ya que si consideramos esferas concéntricas a la carga, el número de líneas de campo que las cortan es constante mientras que su área crece con la distancia al cuadrado, por lo que la densidad de líneas decae con el cuadrado de la distancia; por último se puede ver que el campo eléctrico tiene mayor variación en puntos cercanos a la carga, ya que la distancia entre dos superficies equipotenciales es menor

cuanto más cerca estén a ella.

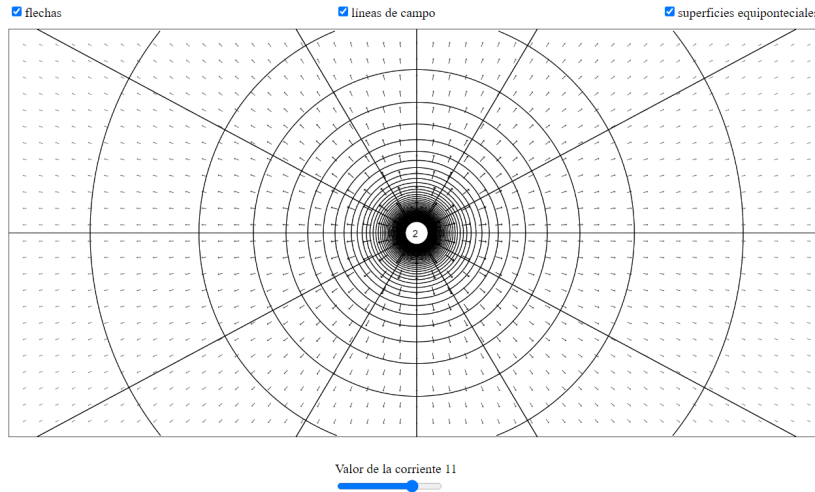


Imagen 10: Campo eléctrico generado por una carga puntual positiva

Se muestra el ejemplo de dos cargas puntuales iguales en la imagen 11. Al igual que en el ejemplo anterior, al ser cargas positivas las flechas salen de las cargas. En este caso se puede ver como salen el mismo número de líneas de campo de ambas cargas ya que tienen la misma magnitud. También puede observarse como las líneas de campo en puntos cercanos a las cargas son radiales, ya que el único campo relevante en esos puntos es el generado por la carga más cercana. En el espacio entre las dos cargas el campo es muy débil, esto se ve en que el número de líneas de campo en esa región es inferior al de la izquierda o derecha de las cargas. Justo en el punto equidistante a ambas cargas el campo eléctrico es nulo, debido a esto las líneas de campo especiales, que son las que apuntan directamente a la otra carga, justo en este punto central se desvían hacia abajo debido a pequeños fallos numéricos y de esta forma aparece una línea de campo no ficticia que de otro modo no se habría visto.

El siguiente ejemplo, consistente en dos cargas puntuales de igual carga,

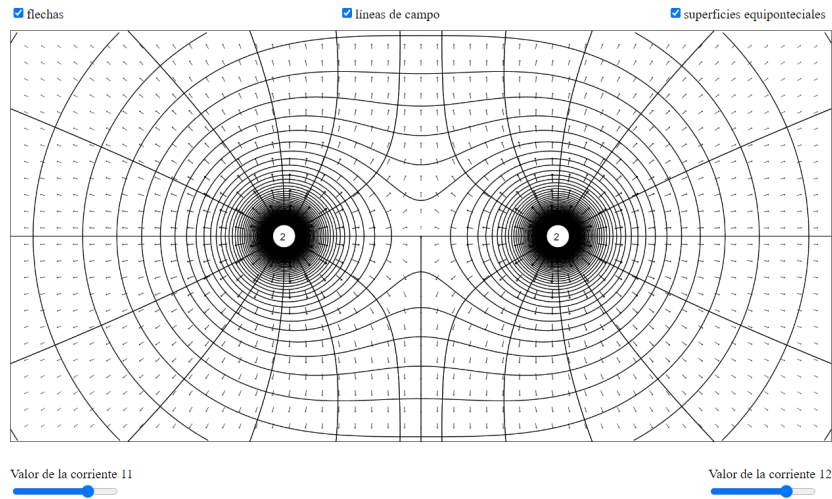


Imagen 11: Campo eléctrico generado por dos cargas puntuales iguales

pero distinto signo, se encuentra en la imagen 12. Al ser dos cargas de igual magnitud, el número de líneas de campo que salen de la positiva debe ser igual al número de líneas de campo que entran en la negativa lo cual puede comprobarse que se cumple. Se puede observar que en el espacio entre las dos cargas el campo eléctrico es más intenso que a la derecha e izquierda ya que la densidad de líneas de campo es mayor en esa región.

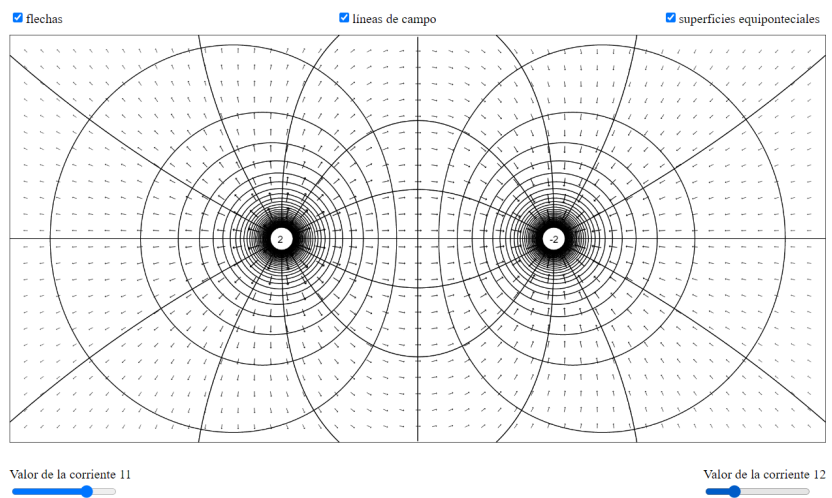


Imagen 12: Campo eléctrico generado por dos cargas puntuales de signo opuesto

En la imagen 13 se representa el campo generado por dos cargas puntuales con mismo signo teniendo una de ellas el doble de carga que la otra. Se ve como de la carga de magnitud -2 entran 12 líneas de campo mientras que de la que tiene carga -1 entran 6, esto indica que en puntos cercanos a las cargas el campo es el doble de intenso en la de la izquierda que en la de la derecha.

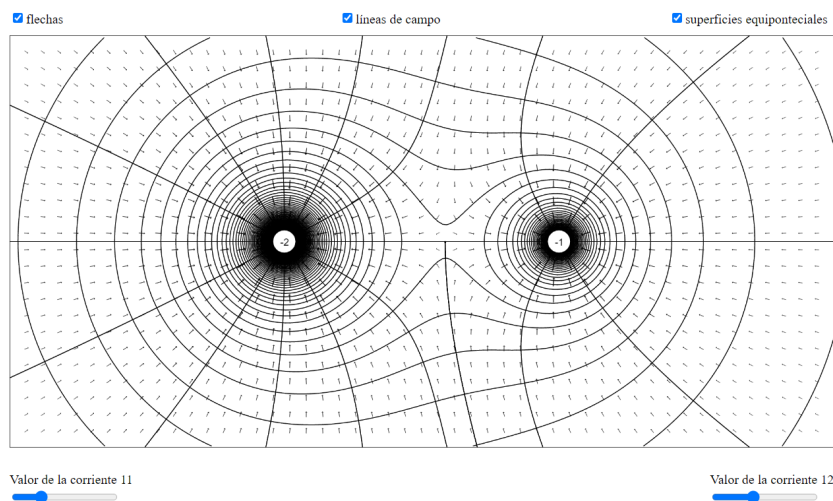


Imagen 13: Campo eléctrico generado por dos cargas puntuales del mismo signo pero diferente magnitud

En la imagen 14 se muestra el campo generado por dos cargas de signo opuesto y una con el doble de carga que la otra. En esta imagen se aprecian algunas de las limitaciones del programa ya que de la carga de magnitud $+2$ salen 12 líneas, pero de la carga de magnitud -1 entran 8 y deberían entrar 6 para que se cumpliera la proporción. Este fallo se debe a que en la carga negativa entran 5 líneas provenientes de la positiva, pero esas 5 líneas solo evitan que salgan 3 y por tanto hay dos líneas extra.

En la distribución de cargas de la imagen 15, al tener carga neta nula, no deberían salir ninguna línea de campo. Pero sin embargo salen 6 líneas, por lo que las líneas de campo sugieren que la carga neta de la distribución es

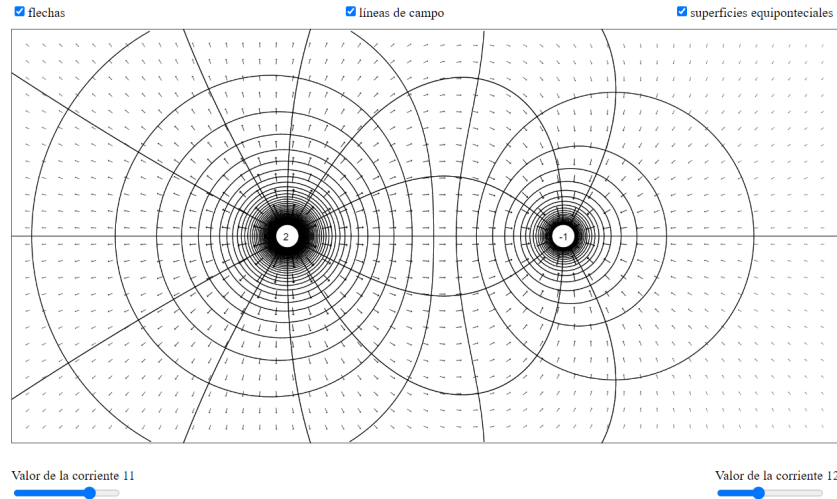


Imagen 14: Campo eléctrico generado por dos cargas puntuales del signo opuesto y diferente magnitud

+1. Esto se debe a que, al generar una distribución de líneas esféricamente simétrica alrededor de cada carga, las líneas de campo que salen de las cargas positivas en dirección contraria a la carga negativa, el campo eléctrico las dirige hacia la parte externa de la distribución.

Estas deficiencias son debidas a hacer una proyección bidimensional de un campo eléctrico tridimensional y a la elección arbitraria del ángulo para empezar a dibujar las líneas de campo [19].

7.2. Corrientes infinitas

En la imagen 16 está representado el campo generado por una corriente de longitud infinita que atraviesa la pantalla. La corriente, al ser de signo negativo, genera un campo que gira en sentido horario por la regla de la mano derecha. Se puede observar la dependencia inversamente proporcional a la distancia en la densidad de líneas de campo magnético. Se ha elegido

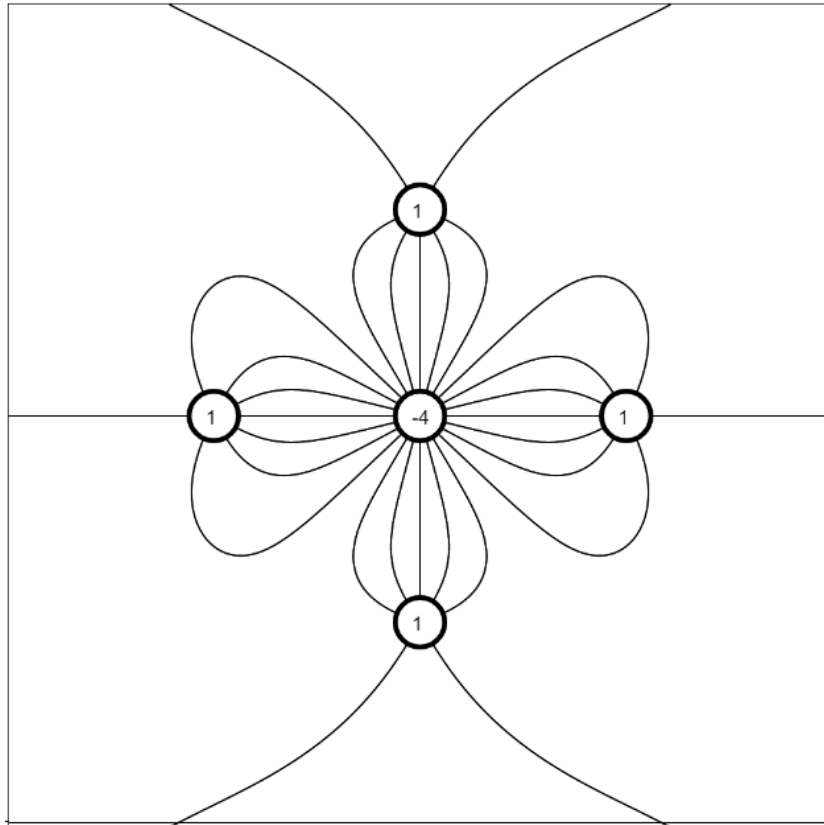


Imagen 15: Campo eléctrico generado por una distribución de cargas con carga neta nula

este ejemplo por ser el caso más simple posible de configuración de corrientes infinitas. Se comprueba como el procedimiento seguido permite que las líneas se cierren aparte de ajustar el espaciado entre líneas a la intensidad del campo.

En la imagen 17 se ve el campo originado por dos corrientes de igual magnitud, pero de sentido opuesto. Se comprueba que el campo a la derecha y a la izquierda de las corrientes es de menor intensidad que en la parte central, ya que en esta región del espacio los campos generados por las dos corrientes se superponen.

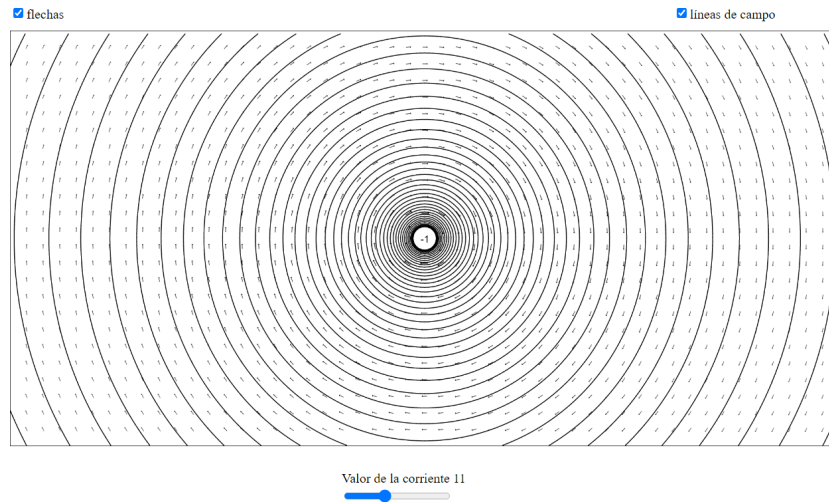


Imagen 16: Campo magnético generado por una corriente infinita

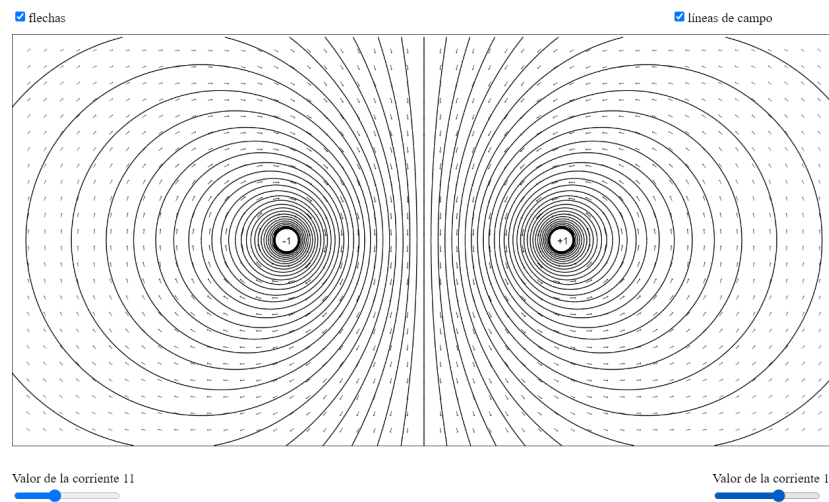


Imagen 17: Campo magnético generado por dos corrientes infinitas de igual magnitud y sentidos opuestos

En la imagen 18 aparece representado el campo generado por dos corrientes de igual magnitud e igual sentido. En este ejemplo en la región intermedia a ambas corrientes el campo es débil ya que los campos de ambas se contrarrestan.

En el código para la representación del campo magnético, no tiene las li-

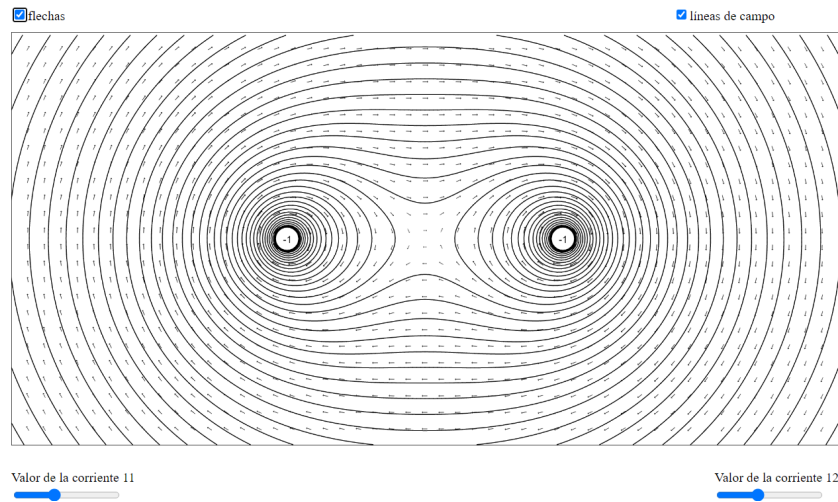


Imagen 18: Campo magnético generado por dos corrientes infinitas de igual magnitud y sentido

mitaciones que tiene el de la representación del campo eléctrico. Se puede representar cualquier distribución de corrientes infinitas y las líneas de campo darán de forma fiable la dirección e intensidad del campo magnético.

7.3. Solenoide

En el caso del solenoide se puede comprobar en los ejemplos de la imagen 19 como el código da una representación del campo donde en puntos interiores al solenoide el campo es constante, con todas las líneas paralelas y una distancia entre líneas constante y de mayor intensidad que en el exterior del solenoide (esto puede verse en la longitud y grosor de las flechas).

- de 2021). Si nuestros ojos pudieran captar los campos magnéticos, la #magnetosfera de #Júpiter tendría esta pinta en el cielo nocturno [Tweet]. <https://twitter.com/ApuntosCiencia/status/1442229560515366919?s=03>
- [4] <https://www.falstad.com/>
- [5] <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/>
- [6] <https://www.walter-fendt.de/html5/phen/>
- [7] HERMAN A. HAUS and JAMES R. MELCHER *Electromagnetic fields and energy*, sección 2.7 1998 Hypermedia Teaching Facility, Massachusetts Institute of Technology.
- [8] J. D. JACKSON *Electrodinámica clásica (3^a ed.)*, sección 6.3. Alhambra Universidad.
- [9] ROALD K. WANGNESS *Campos electromagnéticos*, capítulo 16. John Wiley & Sons, Inc. 2010.
- [10] EDMUND E. CALLAGHAN and STEPHEN H. MASLEN *The magnetic field of a finite solenoid*. Lewis Research Center Cleveland, Ohio.
- [11] <https://www.genbeta.com/desarrollo/80-000-desarrolladores-responden-lenguajes-programacion-queridos-temidos-que-paga-mejor-2021>
- [12] https://www.w3schools.com/js/js_history.asp
- [13] <https://desarrolloweb.com/home/javascript>
- [14] <https://www.softzone.es/programas/lenguajes/diferencias-java-javascript/>

-
- [15] <https://www.hackaboss.com/blog/diferencias-javascript-java>
- [16] <https://es.khanacademy.org/computing/computer-programming/html-css-js/using-js-libraries-in-your-webpage/a/whats-a-js-library>
- [17] <https://processing.org/overview/>
- [18] TIPLER, PAUL. A *Física para la ciencia y la tecnología. Electricidad y magnetismo, luz*, páginas 711-713. Reverté, 2010.
- [19] ALAN WOLF, STEPHEN J. VAN HOOK and ERIC R. WEEKS *Electric field line diagrams don't work*.