



FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ACERCAMIENTO A LAS MATEMÁTICAS EN EL AULA MEDIANTE LA INVENCION DE PROBLEMAS

TRABAJO FIN DE GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

AUTOR/A: Virginia de Haza Alcobilla

TUTOR/A: Matías Arce Sánchez

Palencia, 13 de julio de 2023



RESUMEN

Los problemas matemáticos constituyen uno de los desafíos a los que nos enfrentamos, no solamente cuando somos alumnos, sino también como adultos y por supuesto, como maestros. En este trabajo realizaremos una aproximación a las estrategias sobre invención de problemas y su puesta en práctica en un aula, para así poder analizar la tipología de problemas que elegirán los alumnos a la hora de crear sus propios problemas matemáticos. Además, concluiremos con un análisis DAFO que nos permitirá mejorar en la programación de las mismas u otras actividades en el futuro.

PALABRAS CLAVE: invención de problemas, matemáticas, educación emocional, creatividad

ABSTRACT

Mathematical problems are one of the challenges we face, not only as students, but also as adults and of course, as teachers. In this work we will make an approximation to the strategies on the invention of problems and their implementation in a classroom, in order to analyze the type of problems that students will choose when creating their own mathematical problems. In addition, we will conclude with a SWOT analysis that will allow us to improve the programming of the same or other activities in the future.

KEYWORDS : problem solving, mathematics, emotional education, creativity

INDICE

1.	INTRODUCCIÓN.....	3
2.	JUSTIFICACIÓN. COMPETENCIAS ADQUIRIDAS DEL GRADO EN E. PRIMARIA	4
	2.1. JUSTIFICACIÓN	4
	2.2. COMPETENCIAS ADQUIRIDAS EN EL GRADO DE E. PRIMARIA	5
3.	OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	6
	3.1. OBJETIVO GENERAL.....	6
	3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	6
4.	MARCO LEGISLATIVO	7
5.	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	10
	5.1. LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS	10
	5.2. CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS	12
	5.3. LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES VERBALES	13
	5.3.1. PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE PRIMER NIVEL	13
	5.4. MODELOS DE RESOLUCION DE PROBLEMAS.....	16
	5.5. LA INVENCIÓN DE PROBLEMAS	18
6.	PROPUESTA DIDÁCTICA	21
	6.1. CONTEXTO DEL AULA	21
	6.2. CONTENIDOS	21
	6.3. COMPETENCIAS CLAVE.....	23
	6.4. METODOLOGÍA	24
	6.5. ACTIVIDADES.....	25
	6.6. RECURSOS Y ORGANIZACIÓN ESPACIAL:	27
	6.7. EVALUACIÓN	27
7.	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	30
8.	ANÁLISIS D.A.F.O. DE LA INVENCIÓN DE PROBLEMAS	50
9.	CONCLUSIONES.....	52
	9.1. CONSIDERACIONES FINALES	52
10.	BIBLIOGRAFÍA.....	53

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diferencias entre ejercicio y problema.....	12
Tabla 2. Clasificación de los problemas aritméticos.....	13
Tabla 3. Clasificación de los problemas de cambio	14
Tabla 4. Clasificación de los problemas de combinación.....	14
Tabla 5. Clasificación de problemas de comparación.....	15
Tabla 6. Clasificación de los problemas de igualación.....	16
Tabla 7. Contenidos y competencias	23
Tabla 8. Criterios de evaluación y competencias específicas	29
Tabla 9. Recogida de datos de la actividad 1.....	30
Tabla 10. Recogida de datos de la actividad 2.....	39
Tabla 11. Recogida de datos de la actividad 3.....	46
Tabla 12: Análisis DAFO sobre la invención de problemas.....	50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Actividad 1 de R.....	30
Figura 2. Actividad 1 de Ar	30
Figura 3. Actividad 1 de Alx.....	31
Figura 4. Actividad 1 de Ah.....	32
Figura 5. Actividad 1 de Ai.....	33
Figura 6. Actividad 1 de Ay.....	34
Figura 7. Actividad 1 de DB.....	35
Figura 8. Actividad 1 de Al.....	36
Figura 9. Actividad 1 de Mi.....	37
Figura 10. Actividad 2 de Ah.....	39
Figura 11. Actividad 2 de Mh.....	39
Figura 12. Actividad 2 de Alx.....	40
Figura 13. Actividad 2 de Ay.....	40
Figura 14. Actividad 2 de Sa.....	41
Figura 15. Actividad 2 de Ar	41
Figura 16. Actividad 2 de Al.....	42
Figura 17. Actividad 2 de Mi.....	43
Figura 18. Actividad 2 de Is.....	43
Figura 19. Actividad 2 de Na.....	44
Figura 20. Actividad 2 de R.....	45
Figura 21. Actividad 3 de Alx, Ai, Ar y JL	47
Figura 22. Actividad 3 de Al, Ay, Ah y Ai.....	47
Figura 23. Actividad 3 de DB, Na, Mi, Dv.....	48
Figura 24. Actividad 3 de R, Is, Mh y Sa.....	48

1. INTRODUCCIÓN

La invención de problemas matemáticos es un arte fascinante que implica la creación de desafíos y enigmas que estimulan el pensamiento lógico y analítico de los estudiantes. Estos problemas desempeñan un papel crucial en la educación matemática, ya que fomentan el razonamiento, la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento crítico, aspectos que iremos tratando en los sucesivos epígrafes.

Los problemas pueden abordar una amplia gama de temas, desde aritmética básica hasta álgebra, geometría, cálculo y más. Al inventar problemas matemáticos, los educadores tenemos la oportunidad de presentar los conceptos de una manera desafiante y atractiva.

Uno de los aspectos clave en la invención de problemas matemáticos es la capacidad de identificar situaciones de la vida real que se pueden modelar y resolver mediante conceptos matemáticos. Por ejemplo, problemas que involucran situaciones cotidianas, como repartir una cantidad de recursos, calcular áreas y volúmenes, o resolver problemas de proporción, pueden ayudar a los estudiantes a comprender cómo aplicar las matemáticas en su entorno y de su realidad cercana.

Además, podemos utilizar la invención de problemas matemáticos para fomentar el trabajo en equipo y promover la colaboración entre los estudiantes. Al plantear problemas que requieren discusiones y trabajo en equipo, se fomenta el pensamiento crítico, la comunicación efectiva y la capacidad de argumentar y justificar soluciones.

Sí que es importante, a la hora de inventar problemas matemáticos, considerar el nivel de los estudiantes y adaptar la dificultad de los problemas en función de sus habilidades y conocimientos previos. Los problemas deben ser lo suficientemente desafiantes como para estimular el pensamiento, pero no tan difíciles como para frustrar a los estudiantes, por lo que se pueden diseñar diferentes variantes del mismo problema, permitiendo así adaptar el nivel de dificultad a cada estudiante.

Actualmente soy una maestra de primaria en ejercicio que imparte docencia en un aula con una diversidad enriquecedora, que ha sido esencial a la hora de implementar las actividades propuestas en el presente trabajo. Todo lo programado en el presente documento ha sido llevado a la práctica real de un aula, por lo que ha mejorado el proceso de enseñanza-aprendizaje gracias a todo lo que me ha aportado el estudio y manejo de la información relevante en relación con la invención de problemas.

Para el desarrollo del presente Trabajo de Fin de Grado comenzaremos con un acercamiento legislativo de la temática de este proyecto para introducirnos después en los problemas

matemáticos. Explicaremos qué se entiende como un problema matemático y la clasificación que existe de los distintos tipos de problemas que nos podemos encontrar. Continuaremos centrándonos en lo relativo a la invención de problemas, las diferentes actividades que podrían realizarse y las que he elegido poner en práctica, para finalmente realizar un estudio sobre el tipo de problema matemático más elegido por mis alumnos. Por último, la evaluación, tanto de la actividad en sí, como de las amenazas y fortalezas encontradas y las conclusiones obtenidas.

2. JUSTIFICACIÓN. COMPETENCIAS ADQUIRIDAS DEL GRADO EN E. PRIMARIA

2.1. JUSTIFICACIÓN

El presente Trabajo de Fin de Grado está pensado para realizar una serie de actividades prácticas enfocadas en la invención de problemas matemáticos con el alumnado, para que adquieran una mejor autoestima ante el área de matemáticas, que les permita disfrutar de los cálculos, pero además de los problemas matemáticos, ya que es una actividad que siempre conlleva ser capaz de realizar operaciones, pero, sobre todo, de poseer una comprensión escrita avanzada.

Los alumnos a los que va destinada esta actividad son alumnos de 2º de primaria de un Colegio Público a las afueras de la capital Palentina. El aula tiene 15 alumnos de los cuales 6 precisan adoptar medidas de atención a la diversidad por diferentes causas. Son 15 niños y niñas de muy diversa capacidad económica, social, afectiva y cognitiva. Esta variedad ha sido muy enriquecedora a la hora de realizar esta actividad pues me ha permitido evaluar y estudiar la capacidad que tienen los alumnos de crear o inventar problemas matemáticos que, en muchas ocasiones, han sacado a la luz cómo las actividades “anormales” del aula fomentan su autonomía, capacidad de trabajo y motivación.

En cuanto a mí, como guía y maestra, soy una profesora con motivación, pero poca experiencia docente, que intenta introducir en las clases elementos diferentes que enseñen, pero sobre todo mejoren las capacidades, habilidades y competencias de todo el alumnado.

2.2. COMPETENCIAS ADQUIRIDAS EN EL GRADO DE E. PRIMARIA

En cuanto a la adquisición de las competencias adquiridas vamos a elaborar el siguiente epígrafe con la presentación de las mismas y de qué manera se han abordado mediante este trabajo de Fin de Grado:

1. Conocer y comprender las características del alumnado de primaria, sus procesos de aprendizaje y el desarrollo de su personalidad, en contextos familiares sociales y escolares.

Gracias a la experiencia práctica, he entendido mucho mejor varios de los procesos matemáticos que emplean mis alumnos de manera individual y grupal.

2. Conocer, valorar y reflexionar sobre los problemas y exigencias que plantea la heterogeneidad en las aulas, así como saber planificar prácticas, medidas, programas acciones que faciliten la atención a la diversidad del alumnado.

El aula en el que se desarrolla esta actividad es tan diversa que ha surgido un trabajo final muy enriquecedor, lo que me permite conocer mejor las diferencias únicas de cada uno.

3. Conocer en profundidad los fundamentos y principios generales de la etapa de primaria, así como diseñar y evaluar diferentes proyectos e innovaciones, dominando estrategias metodológicas activas y utilizando diversidad de recursos.

Aunque nos encontremos en un aula y aunque sea un área troncal, con la propuesta de actividades que vamos a realizar se van a utilizar metodologías activas siendo el alumno el protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje.

4. Identificar y comprender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitiendo juicios bien fundamentados y utilizando las matemáticas al servicio de una ciudadanía constructiva, comprometida y reflexiva.

Las actividades van enfocadas además para que los alumnos no se conformen con los datos que leen, sino que quieran entender e incluso si es necesario cambiar los enunciados para su mejor comprensión y ejecución.

3. OBJETIVOS DEL PROYECTO.

3.1.OBJETIVO GENERAL.

A partir del siguiente objetivo general se pretenden conseguir los objetivos específicos, incluidos en el siguiente aparatado:

- Implementar en el aula una dinámica de creación de problemas con el propósito de mejorar la comprensión de los mismos y sobre todo mejorar el aspecto emocional y creativo de los alumnos ante el área de matemáticas.

3.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Reconocer diferentes tipos de problemas que existen y los diferentes tipos de estrategias de resolución que se pueden presentar.
- Identificar los métodos de invención de problemas más utilizados.
- Recoger las tipologías de problemas que eligen los alumnos a la hora de inventarse problemas matemáticos.
- Observar si la invención de problemas matemáticos en el aula consigue mejorar las capacidades de los alumnos a la hora de enfrentarse a un problema matemático dado.
- Analizar y reflexionar sobre los resultados de las dinámicas introducidas haciendo uso de un sencillo análisis DAFO con los resultados medidos/observados.

4. MARCO LEGISLATIVO

Si ha habido un cambio interesante y sustancial en la actual normativa, es aquello relacionado con las matemáticas y en especial con el pensamiento computacional.

En este apartado vamos a resumir de qué manera se enfoca la resolución de problemas en el currículo. Para ello nos basaremos en la normativa estatal, la Ley Orgánica 2/2006 del 3 de mayo que a su vez ha sido modificada por la Ley Orgánica 3/2020 de 29 de diciembre. Además, consideramos el REAL DECRETO 157/2022, del 1 de marzo, por el que se establece el currículo básico de Educación Primaria, y DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León.

La LOMLOE (Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación) promueve un enfoque que fomenta el pensamiento crítico, la creatividad y la capacidad de resolver situaciones complejas.

Enfatiza el desarrollo de competencias, incluida la STEM. Dentro de esta competencia, se busca que los estudiantes sean capaces de utilizar y aplicar los conocimientos matemáticos en situaciones de la vida real, incluida la resolución de problemas.

Por su parte, El Real Decreto 157/2002, de 1 de marzo, por el que se regulan las enseñanzas de Educación Primaria, describe que: el área de matemáticas debe abordarse de forma experiencial, concediendo especial relevancia a la manipulación, en especial en los primeros niveles, e impulsando progresivamente la utilización continua de recursos digitales, proponiendo al alumnado situaciones de aprendizaje que propicien la reflexión, el razonamiento, el establecimiento de conexiones, la comunicación y la representación.

Al comenzar el ANEXO 1 “Perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica” propone una serie de desafíos a los cuales el alumnado se va a enfrentar a lo largo de su vida, entre los cuales podemos encontrar:

- Aceptar la incertidumbre como una oportunidad para articular respuestas más creativas, aprendiendo a manejar la ansiedad que puede llevar aparejada.

Sin duda, la invención de problemas invita al alumno a enfrentarse a un reto cercano a la realidad de la vida adulta.

Siguiendo este mismo Anexo I nos detenemos en las competencias, entre las cuales, la competencia que más se desarrolla con la invención de problemas es “Competencia

matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología” STEM, en sus siglas en inglés. Las competencias específicas del área de matemáticas, que se relacionan entre sí constituyendo un todo interconectado, se organizan en cinco ejes fundamentales: resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación, y destrezas socioafectivas. Siguiendo el currículum, aunque se centra en la resolución de problemas, propone también lo siguiente en el ANEXO 2:

Competencia específica 3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.

Esta competencia se desglosa en descriptores operativos, de entre los cuales destacamos:

- STEM3. Realiza, de forma guiada, proyectos, diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos, adaptándose ante la incertidumbre, para generar en equipo un producto creativo con un objetivo concreto, procurando la participación de todo el grupo y resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir.

Lo destacamos puesto que los alumnos realizarán actividades en la puesta en práctica de este Trabajo, explorando y creando problemas, adaptándose a esa incertidumbre que indica el descriptor, y, además, una de las actividades será grupal, por lo que deben desarrollar un trabajo en equipo solventando posibles disputas y consiguiendo un buen desarrollo común.

Por último, comentaremos el DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León.

Como comentábamos al principio, la nueva normativa pretende desarrollar el pensamiento computacional en el alumnado, contribuyendo así al desarrollo de las destrezas creativas, la toma de conciencia de las consecuencias y efectos que las ideas pudieran generar en el entorno y desarrollando iniciativas emprendedoras. Para ello es importante que tengamos en cuenta el Bloque de Contenidos D: **Sentido algebraico**. “Proporciona el lenguaje en el que se comunican las matemáticas. Engloba los saberes relacionados con el reconocimiento de patrones y las relaciones entre variables, la expresión de regularidades o la modelización de situaciones con expresiones simbólicas”, ya que necesitamos tener construido o construir un lenguaje matemático previamente a las actividades que tenemos programadas.

Siguiendo con la contribución del área al desarrollo de las competencias clave, y comenzando con la STEM, relacionamos la “capacidad para detectar información con

errores matemáticos permitirá al alumnado reinterpretar correctamente la realidad” con la tercera actividad que se va a desarrollar en el aula, ya que se ofrece al alumnado errores para que no se centre en realizar cálculos con números de manera aleatoria, sino que discrimine y reflexione en busca de la relación entre las matemáticas y su veracidad o no en la vida real, convirtiendo al error en una oportunidad de aprendizaje más.

Además, encontramos relación con la Competencia personal, social y aprender a aprender, puesto que “el alumnado desarrollará actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas mostrando esfuerzo y expresando actitudes positivas ante los retos matemáticos”.

Y, por último, pero no menos importante, relacionamos la actividad del área con la Competencia emprendedora ya que “supone contribuir al entrenamiento del pensamiento para conseguir un análisis y evaluación del entorno que les permita crear y replantear ideas”.

5. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En el siguiente apartado, se recogen las diferentes definiciones de autores de renombre, para intentar enmarcar el concepto de problema matemático, diferenciándolo de un ejercicio al uso. Tras esta exposición nos centraremos en la tipología de los mismos, para poder así analizar los resultados obtenidos en las diferentes pruebas realizadas por el alumnado.

5.1. LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A continuación, vamos a revisar algunas de las definiciones del término: “problemas matemáticos” a lo largo de la historia, para comprender cómo ha ido variando su concreción. George Pólya: (1965), uno de los autores más destacados en el campo de la resolución de problemas, definió los problemas matemáticos como "situaciones desconocidas que requieren de un esfuerzo cognitivo para ser resueltas". Según Pólya (1965), los problemas matemáticos son una oportunidad para el aprendizaje y el desarrollo de habilidades matemáticas.

Stanic y Kilpatrick (1989) definen los problemas matemáticos como "situaciones matemáticas que requieren de la aplicación de conocimientos y habilidades para resolver un problema". Según estos autores, los problemas matemáticos son una forma de enseñar y aprender matemáticas que involucra el uso de habilidades de resolución de problemas.

Echenique (2006) añade que un problema es una situación en la que un individuo quiere o necesita resolver y para la que no dispone, en un principio de un camino rápido y directo que le lleve a la solución, por lo que se produce un bloqueo.

Pero si hay un autor al que la actual LOMLOE pone de referente ese es Schoenfeld (1985). Durante su carrera, se ha centrado en investigar cómo los estudiantes enfrentan los desafíos matemáticos, analizando los procesos mentales y estrategias utilizadas en la resolución de problemas. Para él: “Un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea”

Schoenfeld ha destacado la importancia de desarrollar habilidades metacognitivas en los estudiantes, es decir, la capacidad de reflexionar sobre el propio pensamiento y monitorear el proceso de resolución de problemas. Según sus investigaciones, los estudiantes exitosos en matemáticas no solo poseen conocimientos técnicos, sino que también tienen una comprensión profunda de las estrategias que pueden utilizar y cómo adaptarlas según las demandas del problema.

Asimismo, ha destacado la importancia de crear un entorno educativo que fomente la confianza, la persistencia y la capacidad de los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos.

A mayores, debemos tener en cuenta que lo que para algunos alumnos puede ser un problema matemático, para otros alumnos es simplemente un ejercicio. De ahí que expliquemos rápidamente la diferencia entre ejercicio y problema matemático. Un ejercicio matemático es una actividad más estructurada y práctica que tiene como objetivo principal el desarrollo y la práctica de habilidades y conceptos matemáticos específicos. Por lo general, los ejercicios implican la aplicación directa de fórmulas, algoritmos o procedimientos conocidos para resolver un ejercicio matemático predefinido.

Por otro lado, un problema matemático es una situación o pregunta que requiere un proceso de resolución más complejo y creativo. Los problemas matemáticos son desafiantes y están diseñados para desarrollar el pensamiento crítico, la capacidad de razonamiento, la aplicación de conceptos matemáticos y la habilidad para resolver situaciones nuevas o no rutinarias. Pueden tener múltiples enfoques y soluciones, y a menudo requieren que el estudiante determine la mejor estrategia para resolverlos.

Para tener una visión rápida de las diferencias que podemos observar entre ejercicio y problema recogemos la tabla 1 elaborada por Echenique (2006)

Tabla 1. Diferencias entre ejercicio y problema.

En un ejercicio	En un problema
Se ve claramente lo que hay que realizar	Supone un reto a conseguir
Su finalidad es mecanizar y aplicar los algoritmos adquiridos	La finalidad es organizar y utilizar los conocimientos y experiencias adquiridas para solventar la situación.
Tiene una única solución	Puede tener una o más soluciones
Se necesita poco tiempo para resolverlo	Requiere más tiempo para su resolución
No se establecen nexos entre la persona y el ejercicio	Implica una relación personal entre las vivencias de la persona que lo resuelve y la situación presentada.
Son muy numerosos en los libros de texto	No suelen ser recurrentes en los libros de texto

5.2. CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Existen gran variedad de clasificaciones de los problemas según la visión de diversos autores, cada uno desde su perspectiva. He elegido la clasificación que reorganiza Echenique (2006) donde establece seis categorías en que a su vez se pueden desgranar diferentes niveles de complejidad en función de la estructura matemática que presentan los problemas (Puig y Cerdán, 1988).

Dado que el Trabajo de Fin de Grado está contextualizado en un aula de segundo de Primaria, nos centraremos en los problemas de nivel, también llamados Problemas Aritméticos Elementales Verbales (Carpenter y Moser, 1983), en adelante PAEV. Los PAEV son aquellos que presentan datos en forma de cantidades en sus enunciados y establecen relaciones cuantitativas entre ellos, cuyos problemas involucran la determinación de una o más cantidades o sus relaciones, y que requieren operaciones aritméticas para resolverlos.

Tabla 2. Clasificación de los problemas matemáticos (Echenique 2006)

CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS	
DE PRIMER NIVEL (PAEV)	
Aditivo-sustractivos	<ul style="list-style-type: none"> - De cambio - De combinación - De comparación - De igualación
De multiplicación-división	<ul style="list-style-type: none"> - De repartos equitativos - De razón N - De razón - De producto cartesiano
DE SEGUNDO NIVEL	
DE TERCER NIVEL	
PROBLEMAS GEOMÉTRICOS	
DE RAZONAMIENTO LÓGICO	
DE RECUENTO SISTEMÁTICO	
DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO	
DE AZAR Y PROBABILIDAD	

A continuación, describimos la categoría de primer nivel por ser en ellas donde se ubican los problemas diseñados para la presente investigación: por ser la que más se enfoca en los alumnos de Educación Primaria, y por lo tanto, para mis alumnos.

5.3.LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES VERBALES

5.3.1. PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE PRIMER NIVEL

También se les puede llamar de un solo paso porque es necesario aplicar una sola operación para su resolución. Se dividen en problemas o situaciones aditivo-sustractivas y multiplicación-división que hemos recogido en tablas explicativas con diferentes ejemplos. Para su mejor comprensión debemos tener en cuenta que utilizaremos la “X” para los parámetros seleccionados y en contrapunto, los símbolos ¿?, para los parámetros que no se encuentran en el enunciado y por lo tanto debemos calcular en la resolución del problema.

PROBLEMAS ADITIVO-SUSTRATIVOS: como indica su nombre, son aquellos que se solucionan mediante la suma o adición; o la resta o sustracción ((Carpenter y Moser, 1983). Según cómo se formula el enunciado pueden ser

- a. Problemas de cambio: Comienzan con una cantidad inicial (Ci) a la que se le añade o quita otra de la misma naturaleza (Modificación) para producir una cantidad final (Cf) que ha hecho aumentar o disminuir la primera cantidad dada.

Tabla 3. Clasificación de los problemas de cambio

	Ci	Modificación	Cf	Ci ↑	Ci ↓	Operación
Cambio 1	X	X	¿?	X		+
María tiene 35 € en su hucha y el Ratoncito Pérez ha dejado 5 € debajo de la almohada al recoger su diente. ¿Cuánto dinero tiene ahora María?						
Cambio 2	X	X	¿?		X	-
María tiene 35 € en su hucha, pero va a comprar un regalo a su hermana pequeña que vale 5 €. ¿Cuánto dinero tiene ahora María?						
Cambio 3	X	¿?	X	X		-
Si María tenía 35 € en su hucha y después de la visita del Ratoncito Pérez tiene 40 € ahorrados. ¿Cuánto dinero le ha dejado el ratoncito al recoger su diente?						

Cambio 4	X	¿?	X		X	-
Si María tenía 35 € en su hucha, pero ha tenido que sacar dinero para comprar un regalo a su hermana y ahora tiene 30 € ahorrados. ¿Cuánto ha costado el regalo para su hermana?						
Cambio 5	¿?	X	X	X		-
A María se le ha caído un diente y el Ratoncito Pérez le ha dejado 5 € debajo de su almohada. Si al contar su dinero tiene ahorrados 40 €, ¿cuánto dinero tenía María antes de la visita del Ratoncito?						
Cambio 6	¿?	X	X		X	+
María ha roto su hucha para comprar un regalo a su hermana que ha costado 5 €. Si ahora tiene 30€, ¿Cuántos € tenía ahorrados antes de romper la hucha?						

- b. Problemas de combinación: Son problemas en los que se tiene dos cantidades que se diferencian en alguna caracterización y se requiere saber la cantidad total que se obtiene cuando se reúne a ambas. Su enunciado describe la relación entre los conjuntos (P1) y (P2) que juntos forman un todo (T).

Tabla 4. Clasificación de los problemas de combinación

	P1	P2	T	Operación
Combinar 1	X	X	¿?	+
En la excursión a la Laguna de la Nava pudiste ver 32 pájaros por la mañana y 17 por la tarde ¿Cuántos pájaros has visto en total?				
Combinar 2	X	¿?	X	-
De los 32 pájaros que viste en la Laguna de la Nava, 17 eran de color amarillo. ¿cuántos pájaros eran de otros colores?				

- c. Problemas de comparación: En los enunciados, a través de un comparativo de superioridad (más que...) o de inferioridad (menos que...), se alude a que se compare entre dos cantidades. Se presenta una cantidad que sirve de referencia (R) (con la que se quiere comparar), una cantidad con la que se compara (C) y la diferencia que existe entre ambas cantidades (D). Normalmente encontramos términos como: más que... o menos que...

Tabla 5. Clasificación de problemas de comparación

	R	D	C	Más que	Menos que	Operación
Comparar 1	X	X	¿?	X		+
Si Juan tiene 50 gallinas y Mario tiene 20 gallinas más que Juan ¿Cuántas gallinas tiene Mario?						
Comparar 2	X	X	¿?		X	-
Si Juan tiene 50 gallinas y Mario tiene 20 gallinas menos que Juan. ¿Cuántas gallinas tiene Mario?						
Comparar 3	X	¿?	X	X		-
Si Juan tiene 50 gallinas y Mario tiene 70 gallinas. ¿Cuántas gallinas tiene Mario más que Juan?						
Comparar 4	X	¿?	X		X	-
SI Juan tiene 50 gallinas y Mario tiene 70 gallinas. ¿Cuántas gallinas tiene Juan menos que Mario?						
Comparar 5	¿?	X	X	X		-
Si Mario tiene 70 gallinas, y sabemos que son 20 gallinas más que las que tiene Juan. ¿Cuántas gallinas tendrá Juan?						
Comparar 6	¿?	X	X		X	+
Si Mario tiene 30 gallinas y sabemos que son 20 gallinas menos de las que tiene Juan ¿Cuántas gallinas tendrá Juan?						

- d. Problemas de igualación: En su enunciado encontramos comparativos de igualdad (tantos como..., igual que...). En este tipo de problemas encontramos al mismo tiempo un problema de cambio y otro de comparación. Dicho con palabras Echenique (2006): “una de las cantidades (R o C) debe modificarse o se modifica creciendo o disminuyendo (D) para llegar a ser igual a la otra cantidad).”

Tabla 6. Clasificación de los problemas de igualación

	R	D	C	R↑	R↓	Operación
Igualar 1	X	X	¿?	X		+
Si en una fiesta de cumpleaños hay 10 sándwich y deben preparar 5 más para que haya el mismo número de zumos que de sándwich. ¿Cuántos zumos hay en la fiesta?						
Igualar 2	X	X	¿?		X	-
Si en una fiesta han sacado 20 zumos pero vuelven a meter 5 zumos en el frigorífico para que haya el mismo número de zumos que de sándwich, ¿Cuántos sándwich hay en la fiesta?						

Igualar 3	X	¿?	X	X		-
Si para una fiesta de cumpleaños han preparado 10 sándwich y han comprado 15 zumos. ¿Cuántos sándwich tiene que hacer para que haya el mismo número de sándwich que de zumos?						
Igualar 4	X	¿?	X		X	-
Si en una fiesta hay 20 zumos y 15 sándwich, ¿Cuántos zumos deben meter al frigorífico para que haya el mismo número de zumos que de sándwich?						
Igualar 5	¿?	X	X	X		-
Si para una fiesta de cumpleaños están haciendo 5 sándwich para que haya el mismo número de sándwich y de zumos, y sobre la mesa ya hay 15 zumos. ¿cuántos sándwich ya habían hecho?						
Igualar 6	¿?	X	X		X	+
Si para una fiesta de cumpleaños han comprado muchos zumos y 15 sándwich, pero han tenido que meter en el frigorífico 5 zumos para que hubiese el mismo número de zumos que de sándwich. ¿Cuántos zumos habían comprado?						

5.4. MODELOS DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Cuando inventamos los problemas, debemos imaginar esa situación, y por lo tanto visualizar la realidad que va a suceder: ¿va a incrementarse una cantidad? ¿va a disminuir? En cursos más avanzados que el del presente trabajo, además deben preguntarse aspectos como ¿qué datos necesito para calcular la capacidad? ¿qué datos tengo para descubrir esta área? Etc.

Y es ahí cuando nuestra cabeza se vuelve única, y por lo tanto resuelve de maneras diferentes según el individuo que está delante. Lo más bonito de las matemáticas es que están abiertas a ser resueltas según el usuario que las quiera disfrutar.

Como bien dice Calvo (2015): “No existen recetas mágicas para dar solución a un problema, pero se pueden utilizar ciertos pasos que son esenciales para hacerlo” .

Vamos a desgarnar las aportaciones más significativas que han ido sucediéndose en Educación, relacionadas con la resolución de problemas, definiendo las aportaciones de los autores más destacados.

George Pólya (1965) propuso un enfoque de cuatro pasos para resolver problemas matemáticos, que incluye: comprender el problema, diseñar un plan, llevar a cabo el plan y revisar la solución.

Schoenfeld (1985) suscribe las fases de Pólya, sin embargo, empieza a detectar que, el bagaje o las experiencias del alumnado se relacionan directamente con su capacidad para

comprender y resolver los problemas matemáticos, por lo que comienza a introducir el elemento emocional en el proceso de solución de problemas.

Fernández B(2006) será quien introduzca ya esos pensamientos dentro de las fases de resolución de problemas, explica cómo las ideas, conocimientos previos y las emociones que el alumno tiene ante las matemáticas serán decisivos tanto para elaborar como para solucionar problemas matemáticos. El autor presenta seis fases: “querer”, “comprender”, “formulación de ideas”, “investigación”, “comunicación” y “conclusiones”.

Es a partir de las aportaciones de estos y otros autores, cuando se establecen una serie de estrategias que, ordenarían, en cierta manera, todas sus aportaciones.

- Heurísticas de resolución de problemas: Las heurísticas son estrategias generales que se utilizan para abordar problemas. Algunas de las heurísticas comunes incluyen trabajar hacia atrás (comenzar con el resultado deseado y retroceder), hacer un dibujo o un diagrama, utilizar conjeturas y comprobar, buscar patrones, simplificar el problema o resolver un problema más simple relacionado.
- Modelado matemático: El modelado matemático implica utilizar matemáticas para representar y resolver problemas del mundo real. Los estudiantes identifican las variables relevantes, establecen relaciones matemáticas y aplican métodos matemáticos para analizar y resolver el problema.
- Resolución colaborativa de problemas: Esta estrategia implica que los estudiantes trabajen juntos en grupos para resolver problemas. Fomenta la discusión, el intercambio de ideas y la colaboración entre los estudiantes, lo que puede conducir a una comprensión más profunda del problema y a soluciones más efectivas.
- Enfoque de resolución de problemas basado en investigación: Este enfoque promueve que los estudiantes formulen preguntas de investigación, recolecten datos, realicen observaciones y experimentos, y utilicen el razonamiento lógico y matemático para resolver problemas. Los estudiantes aplican el método científico a situaciones matemáticas para obtener conclusiones y soluciones.

Tanto en el proceso de creación como en el de resolución, es importante cuestionarse cierta información que es necesaria para cualquier tipo de problema matemático, pero diferente,

según si el propósito es solo resolverlo y por lo tanto las preguntas nos las hacemos para nosotros mismos, o el objetivo es crearlos, que por lo tanto deberemos hacernos preguntas en tercera persona, para comprender qué preguntas se van a hacer los que lean y resuelvan mi problema.

En concreto para mis alumnos, escojo una serie de preguntas sobre las que trabajamos. Intento que haya una variedad lo suficientemente extensa, pero que resulten accesible y cómodas para los discentes:

- ¿Cuál es la información que se me proporciona en el problema? Identificar y comprender la información relevante es fundamental para resolver el problema.
- ¿Cuál es el objetivo o la pregunta del problema? Entender claramente qué se está buscando o qué se espera encontrar ayuda a enfocar los esfuerzos de resolución.
- ¿Qué operaciones matemáticas se pueden aplicar en este problema? Analizar la situación y determinar qué operaciones o conceptos matemáticos pueden ser relevantes para resolver el problema.
- ¿Qué estrategias puedo utilizar? Considerar diferentes enfoques o estrategias para abordar el problema, como la búsqueda de un patrón, el uso de un diagrama o la estimación de una respuesta.
- ¿Puedo utilizar ejemplos concretos o simplificar el problema? A veces, trabajar con ejemplos concretos o simplificar el problema puede ayudar a comprender mejor la situación y encontrar una solución más fácilmente.
- ¿Puedo hacer un dibujo o utilizar un diagrama? Representar gráficamente la situación puede ayudar a visualizar el problema y encontrar una solución más clara.
- ¿Puedo trabajar hacia atrás o utilizar un enfoque inverso? A veces, comenzar desde el resultado deseado y retroceder puede ser útil para determinar los pasos necesarios para llegar a ese resultado.
- ¿Mi respuesta tiene sentido en el contexto del problema? Después de obtener una respuesta, es importante evaluar si tiene sentido en relación con el problema planteado.

5.5. LA INVENCION DE PROBLEMAS

Han sido varios los autores que han propuesto su propia definición al hecho de inventar problemas. Se le ha definido como generación de problemas o reformulación de problemas dados (Silver, 2005), formulación de problemas (Kilpatrick, 1987) y planteamiento de

problemas (Echenique 2006). Por practicidad, en lo consecutivo utilizaremos el término invención de problemas para hacer referencia a este hecho.

Pólya (1965) y Kilpatrick (1987) ya indicaban que inventar o construir problemas se considera una actividad eficaz para aprender matemáticas por ser una actividad intelectual muy completa, pues se considera que, si un individuo es capaz de inventar un problema es porque ha alcanzado un nivel de reflexión y razonamiento matemático más o menos complejo, según sus experiencias.

Kesan, Kaya y Güvercin (2010) estudiaron en un colegio llamado “School for Kazakh gifted students” el efecto de las actividades de invención de problemas en el desarrollo de habilidades matemáticas de 40 estudiantes con talento matemático.

Se les dividió en dos grupos: grupo experimental: participan en la invención de problemas y grupo control: no participan en la invención de problemas matemáticos.

Previamente a la actividad, se les realiza el test MPSAT “Habilidad en Resolución de Problemas Matemáticos”, que servirá además de test final para comprobar las diferencias entre ambos grupos. En la primera realización del test MPSAT, no se detectaron diferencias significativas entre ambos grupos, sin embargo, una vez que el grupo 1 realizó actividades de invención de problemas, se detectó notables diferencias en la realización final del mismo test. Esto mide, por tanto, el efecto que tienen las actividades de invención de problemas a la hora de desarrollar habilidades matemáticas.

Una vez comprendidos los beneficios que presentan este tipo de actividades, debemos conocer las diferentes clasificaciones que han ido surgiendo, para decidir, cuál será más beneficiosa para el desarrollo matemático de nuestro alumnado.

Stoyanova y Silver (1998) estructuran 3 categorías según cómo se realiza la actividad de invención del problema: **situación libre**, cuando los alumnos no reciben ninguna directriz; **semiestructurada**, si reciben alguna instrucción simple o recurso; y **estructurada**, cuando el alumno va a inventar un problema, pero siguiendo unos pasos previamente marcados. A la hora de llevarlo al aula, nos ofrecen diferentes alternativas en cuanto a las actividades:

- Un problema sin ninguna restricción
- Un problema con una respuesta dada
- Un problema que contenga cierta información
- Preguntas para una situación problemática dada
- Un problema que se ajuste a un cálculo dado.

Stoyanova & Ellerton (1998) añaden que los primeros problemas matemáticos que inventan los alumnos suelen ser copias de aquellos que conocen, que no se puede encontrar originalidad ni capacidad creativa en las primeras experiencias, sin embargo, a medida que siguen realizando pruebas, van generando confianza en sí mismos y esto se refleja en actividades más complejas, tanto en la parte sintáctica como semántica.

Espinoza (2016), por su parte, propone que se les puede presentar actividades en las cuales se incluyan imágenes, tal vez, percibía la necesidad de los alumnos de la motivación visual o la necesidad actual en la educación y en la vida real de elementos muy visuales. Concluye remarcando que la preparación de la actividad por parte del profesor debe prever que siempre debe haber un nexo entre la realidad del alumnado y la tarea a realizar, pues demostró que los alumnos tenían mejores resultados a la hora de crear los problemas si estaban acostumbrados a relacionar las matemáticas como área y como vida diaria de su realidad cercana.

Ayllón (2013) enumera una serie de pasos para que los estudiantes creen sus propios problemas matemáticos, como son:

1. Identificación del tema: Los estudiantes seleccionan un tema específico de matemáticas en el que estén interesados, como álgebra, geometría, aritmética, etc.
2. Generación de ideas: Los estudiantes generan una lista de ideas o conceptos relacionados con el tema seleccionado.
3. Creación de problemas: Los estudiantes crean problemas matemáticos basados en las ideas o conceptos generados. Estos problemas deben ser adecuados para el nivel de conocimiento matemático de los estudiantes y deben incluir un enunciado claro, un problema a resolver y una solución.
4. Presentación de problemas: Los estudiantes presentan sus problemas a la clase y otros compañeros pueden intentar resolverlos.
5. Discusión y análisis: Se discuten los problemas presentados y se analizan las soluciones propuestas. Los estudiantes pueden ofrecer sugerencias para mejorar los problemas o proponer soluciones alternativas.
6. Resolución de problemas: Los estudiantes intentan resolver los problemas presentados por sus compañeros y discuten sus soluciones.

6. PROPUESTA DIDÁCTICA

En el siguiente apartado, desglosaremos la propuesta didáctica que se ha llevado al aula, relacionando los elementos curriculares con las actividades propuestas y éstas a su vez con la fundamentación teórica que hemos relatado anteriormente.

6.1. CONTEXTO DEL AULA

Aunque ya he comentado cómo son los alumnos de esta clase de 2º de Primaria, a nivel general en el apartado de justificación, debo hacer aquí un pequeño resumen que nos centre en la parte práctica que se ha realizado con ellos.

Los alumnos tienen un rango de edad de entre 7 y 9 años. Los alumnos de 9 años se explican puesto que 2 alumnos son repetidores en la etapa de Educación Infantil, y otro alumno proviene de Marruecos y al ser escolarizado se recomendó su ingreso en este curso, aunque por edad no corresponde.

La diversidad es muy rica y variada, cada alumno tiene un ritmo de aprendizaje muy personal y unas capacidades únicas. A grandes rasgos:

- 4 alumnos (R, JL, Mi y Al) tienen una inteligencia matemática muy desarrollada y un ritmo de trabajo rápido.
- 3 alumnos (Is, Na y Mh) tienen un ritmo por encima de la media.
- 4 alumnos denotan una comprensión y seguimiento de la clase dentro de la media, o tal vez se ven afectados por sus realidades sociales y el escaso trabajo autónomo fuera del aula (Ai, DB., Ay, Alx)
- 1 alumna tiene una capacidad de trabajo por encima de la media, pero su capacidad para comprender o inventar, en cualquiera de las áreas, es límite. (Ar).
- 1 alumno tiene desconocimiento del idioma por lo que le limita la comprensión escrita e invención de problemas matemáticos, aunque tiene una capacidad y comprensión oral dentro de la media (Ah).
- 2 alumnos acumulan muchas faltas de asistencia, lo que no permite su avance, pero no por falta de capacidad, especialmente en las matemáticas. Todas estas características se van a ver reflejadas en sus invenciones. (D, S)

6.2. CONTENIDOS

Una vez que hemos enmarcado la realidad del aula, seleccionamos los elementos del currículum de Educación primaria del Decreto 38/2022 que se pretenden alcanzar.

Tabla 7. Contenidos curriculares

CONTENIDOS/ SABERES BÁSICOS
A. Sentido numérico.
<p>1. Conteo.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Estrategias variadas de conteo y recuento sistemático en situaciones de la vida cotidiana en cantidades hasta el 999. – Números ordinales hasta el vigésimo en situaciones de la vida cotidiana. <p>2. Cantidad</p> <ul style="list-style-type: none"> – Estimaciones razonadas de cantidades en contextos de resolución de problemas. <p>Redondeo de números naturales a la decena</p> <p>4. Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> – Números naturales en contextos de la vida cotidiana: comparación y ordenación. – Relaciones entre la suma y la resta identificando sus términos: aplicación en contextos cotidianos.
D. Sentido algebraico.
<p>1. Patrones.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Estrategias para la identificación, descripción oral, descubrimiento de elementos ocultos y extensión de secuencias a partir de las regularidades en una colección de números, figuras o imágenes. <p>2. Modelo matemático.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Proceso de modelización de forma guiada (dibujos, esquemas, diagramas, objetos manipulables, dramatizaciones...) en la comprensión y resolución de problemas de la vida cotidiana. – Estrategias para la interpretación de enunciados en la resolución de problemas de dos operaciones para relacionarlos con los datos, la pregunta y las operaciones. – Estrategias para la descripción del uso de los números y el cálculo numérico para resolver problemas en situaciones reales, explicando oralmente y por escrito los procesos de resolución y los resultados obtenidos. – Resolución de problemas de dos operaciones. – Formulación creativa de problemas sencillos dada una operación y propuesta de pequeñas investigaciones en contextos matemáticos. <p>4. Pensamiento computacional.</p>

- Estrategias para la interpretación de algoritmos sencillos (rutinas, instrucciones con pasos ordenados...)

F. Sentido socioafectivo.

1. Creencias, actitudes y emociones.

- Gestión emocional: estrategias de identificación y expresión de las propias emociones ante las matemáticas. Curiosidad e iniciativa en el aprendizaje de las matemáticas.
- Reflexión sobre el proceso de resolución de problemas numéricos. Aprendizajes autónomos y confianza en sus propias capacidades.
- Valoración del error como oportunidad de aprendizaje.

2. Trabajo en equipo, inclusión, respeto y diversidad.

- Identificación y rechazo de actitudes discriminatorias ante las diferencias individuales presentes en el aula. Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad del grupo.
- Participación activa en el trabajo en equipo: interacción positiva y respeto por el trabajo de los demás.
- Contribución de las matemáticas a los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género

6.3. COMPETENCIAS CLAVE

Las competencias clave con la actual LOMLOE se establecen en 8, las cuales se van a desglosar en competencias específicas relacionadas con los criterios de evaluación en el apartado de evaluación del presente trabajo. Pero en este apartado vamos a dejar reflejado de qué manera se van a ver involucradas las competencias para la consecución de los objetivos marcados.

- Competencia en comunicación lingüística y Competencia matemática y en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM)

Desarrollaremos especialmente estas dos competencias al unísono puesto que, mediante la invención de problemas, el alumno debe enfrentarse al uso de la lengua castellana, utilizando el lenguaje de forma apropiada para poder realizar enunciados comprensibles. Estos enunciados deben contener vocabulario específico del área de matemáticas que induzcan al

desarrollo de operaciones y formen las características que debe poseer un problema matemático.

- Competencia personal, social y de aprender a aprender

Las actividades que se proponen establecen el error como una parte importante del aprendizaje, lo que se relaciona fuertemente con el propio aprendizaje. Los alumnos van a construir enunciados que deberán modificar autónomamente para conseguir cumplir el propósito de ser realizado por otra persona.

- Competencia ciudadana

Cuando realizamos la actividad grupal, se genera unos roles y unas conductas de respeto y armonía en el trabajo en grupo, actitudes que deben ser extrapoladas a su vida diaria y sobre todo a su vida de adultos.

- Competencia emprendedora

Indudablemente esta competencia se va a desarrollar, puesto que la invención de problemas pone el foco en el alumno, en sus propias creaciones, en su autonomía y emprendimiento para crear sus elaboraciones.

6.4.METODOLOGÍA

Para llevar a cabo las actividades necesarias para el logro de los objetivos y competencias curriculares nos basaremos en una metodología lúdica. Vamos a generar un contexto distendido en el que expliquemos a los alumnos que se trata de un reto: escribir nuestro propio libro de problemas matemáticos.

Les indicaremos que vamos a hacer dos niveles de libro según la dificultad de los problemas que ellos inventen, de esta manera se pretende que los alumnos no se vean forzados a adaptarse a un nivel predefinido, sino que sean libres de crear problemas más o menos difíciles según el nivel en el que se encuentren más cómodos, pues no debemos olvidar que nos hemos marcado un objetivo que persigue generar emociones positivas en los discentes. Aunque los enunciados nos parezcan inapropiados o mal redactados, debemos animar al alumno a realizar su propio problema para que pueda ser consciente del error y aprender de él como una parte muy importante y necesaria del proceso de su propio aprendizaje.

Los alumnos deben sentirse empoderados con los trabajos que generan, mientras que los docentes debemos centrarnos en analizar lo que vemos y oímos y solamente intervenir si es necesario recordar a los discentes que tienen un compromiso con su propia educación y

marcar unas buenas normas de comportamiento, tanto en sus elaboraciones individuales como en las grupales.

Las actividades están temporalizadas para realizarse una vez a la semana, por lo que se dispondrán 3 sesiones que pueden durar 1 o más horas, no se va a marcar un límite de tiempo, siempre y cuando, se mantenga un ambiente de trabajo y compromiso con la tarea a realizar. Las instrucciones de cada una de las actividades deben ser sencillas y atractivas, así que les invitaremos a modificar también su disposición en el aula: pueden sentarse en el suelo, sobre esterillas, retirar todo el mobiliario del aula y generar un espacio diáfano, etc. Para la actividad 3, que es grupal, se precisa que los alumnos tengan unas mínimas nociones de trabajo cooperativo para que estén acostumbrados a realizar un papel en concreto dentro de la agrupación.

Para una mejor evaluación se recomienda tomar notas constantemente para poder relacionarlo a posteriori cuando el maestro analice la tipología de problemas que los alumnos han inventado.

6.5.ACTIVIDADES

A continuación se van a describir las actividades que se proponen para realizar un estudio sobre la tipología de problema que eligen los alumnos a la hora de crear sus propios problemas matemáticos.

- ACTIVIDAD 1.

Basado en “Prueba libre” (Stoyanova 1998)

- Objetivos:
 - Iniciar a los alumnos en la invención y creación de problemas matemáticos.
 - Desarrollar hábitos de estudio y trabajo que generen mayor autoestima en los alumnos.

Crear un problema matemático sin otorgarles ninguna directriz, en el que se necesitase una suma o resta para su resolución. Una vez hecha, se realizaría otro en la que se necesitase la operación inversa, si habían creado un problema que se resolviese sumando ahora sería una sustracción, y si habían creado una resta debían seguir por una adicción. (Algunos alumnos

quisieron atreverse con la multiplicación, que comenzábamos a verla en el aula y les dejé lanzarse a intentarlo)

- ACTIVIDAD 2.

Inventar un problema a partir de una imagen (Espinoza 2016)

- Objetivos:
 - Fomentar la creatividad e iniciativa en el alumnado.
 - Manejar estrategias de resolución de problemas a partir de sus propias creaciones.

Se les da a los alumnos a elegir entre 20 imágenes diferentes para que, al ver la imagen, ellos ya vayan pensando sobre qué temática van a realizar el problema matemático. Una vez que se disponen a hacer su propio problema matemático, el maestro no interviene en ningún caso. El profesor puede corregir faltas de ortografía, pero no de estructura o coherencia de las frases diseñadas, para poder así evaluar desde la competencia lingüística hasta la creatividad propiamente dicha. Cuando el alumno se disponga a realizar su propio problema, para dejarlo plasmado en el “libro del profesor”, puede que se dé cuenta de que está mal formulado y él mismo corrija los fallos, pudiendo así generar del propio error un nuevo aprendizaje.

- ACTIVIDAD 3.

Modificar un problema mal definido (no confundir con mal formulado)

- Objetivos:
 - Proporcionar recursos al alumnado que le doten de actitudes críticas y reflexivas ante los enunciados que se encuentre para que no mecanice la resolución de problemas.
 - Generar hábitos de trabajo en grupo de forma respetuosa y colaborativa.

Noda (2000) denomina bien definido a un problema cuando consiste en un problema de encontrar una solución con los datos que se presentan. Denomina problema mal definido al que no cumple esta condición. Partiendo de esta caracterización los problemas mal definidos serán los que no tienen datos, tienen datos en exceso o le faltan datos (Noda, 2000).

Para esta actividad se ofrece a los alumnos un problema matemático cuya formulación no permite resolver el problema dado, por lo que deben formularlo de nuevo para que pueda ser resuelto. Basándonos además en la teoría de Monroy (2014) este tipo de actividades se enfocan para que el alumno sea crítico con los enunciados que recibe, para conseguir que sean ciudadanos bien informados, que busquen la coherencia en los datos o informaciones que reciben.

6.6. RECURSOS Y ORGANIZACIÓN ESPACIAL:

Para la realización de estas actividades necesitaremos:

- Papel de colores
- Papel de cuadrícula
- Imágenes variadas.

Para la actividad 1 y 2 se utilizarán las esterillas del aula, esparcidas por el aula, o sus mesas y sillas. Según la preferencia del alumnado. Como queremos que sea una actividad que evoque emociones positivas, buscaremos la mejor distribución para que los alumnos se sientan cómodos, pero sin perder la perspectiva de trabajo

Para la actividad 3 se necesita desarrollar el trabajo colaborativo y cooperativo, es por ello que se recomienda que en esta ocasión se organicen las mesas y sillas en grupos de 4, para generar una conducta de trabajo y colaboración que sea distendida, pero sin llegar a ser lúdico. Al juntar a los alumnos, si no están acostumbrados al trabajo grupal, si disponemos los grupos en el suelo, con las esterillas, podemos provocar que confundan la actividad con un juego. Si el grupo está acostumbrado a trabajar con dinámicas grupales podemos distender el contexto.

6.7. EVALUACIÓN

Sobre la evaluación, Silber y Cai (2015) mencionan que, si utilizamos la invención de problemas en el aula, como una actividad más, podríamos entonces también incorporarlo de alguna manera a la evaluación de clase, para comprobar tanto la comprensión como la capacidad matemática de cada alumno.

El uso de actividades de invención de problemas, por tanto, se pueden realizar para valorar el grado de comprensión de conceptos matemáticos aprendidos por los estudiantes tras haberlos explicado con diversos métodos o metodologías.

Además, pueden sernos interesantes a la hora de evaluar la competencia matemática de la que partimos en un aula concreta, a modo de evaluación inicial o diagnóstica de un tema, trimestre o curso escolar.

Algunos estudios (Ayllón, 2012; Cai, 2015; Espinoza, 2014 y Silver 2015), mencionan elementos a tomar en cuenta para valorar las producciones de los alumnos como: el número de problemas generados, el tipo de problema empleado, la extensión y complejidad lingüística del enunciado, la creatividad, el tipo de pregunta que generan, la cantidad de

procesos implicados en la solución, la complejidad matemática y la dificultad percibida para resolverlo, etc.

Por ello, escogemos a continuación los criterios de evaluación que van a tenerse en cuenta para evaluar la consecución de las competencias mediante la realización de las actividades anteriormente propuestas

Tabla 8. Criterios de evaluación y competencias específicas

CRITERIOS DE EVALUACIÓN
Competencia específica 1.
1.1 Comprender las preguntas planteadas a través de diferentes estrategias o herramientas, reconociendo la información contenida en problemas de la vida cotidiana. (CCL2, STEM1, STEM2, STEM4, CE3)
Competencia específica 2.
2.2 Obtener posibles soluciones a problemas, de forma guiada, aplicando estrategias básicas de resolución. (STEM1, CPSAA4, CE3)
2.3 Describir verbalmente la idoneidad de las soluciones de un problema a partir de las preguntas previamente planteadas examinando los resultados y los procedimientos realizados. (CCL2, STEM1, STEM2, CPSAA4, CPSAA5, CE3)
Competencia específica 3.
3.2 Dar ejemplos de problemas a partir de situaciones cotidianas que se resuelven matemáticamente. (CCL1, STEM1, STEM2, CE3)
Competencia específica 4.
4.1 Describir rutinas y actividades sencillas de la vida cotidiana que se realicen, utilizando el pensamiento computacional. (STEM1, STEM2, STEM3, CD5, CC2)
Competencia específica 5.
5.2 Reconocer las matemáticas presentes en la vida cotidiana y en otras áreas, estableciendo conexiones sencillas entre ellas. (STEM1, STEM3, CPSAA4, CC2, CC4, CCEC1)
Competencia específica 6.
6.1 Reconocer lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana, adquiriendo vocabulario específico básico. (CCL3, STEM4)
6.2 Explicar ideas y procesos matemáticos sencillos, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados matemáticos, de forma verbal o gráfica. (CCL1, STEM1, STEM2, STEM4, CD5, CE3, CCEC4)

Competencia específica 7.
7.1 Reconocer las emociones básicas propias al abordar retos matemáticos, pidiendo ayuda solo cuando sea necesario. (CPSAA1, CPSAA4, CPSAA5, CE2)
7.2. Expresar actitudes positivas ante retos matemáticos, valorando el error como una oportunidad de aprendizaje. (STEM5, CPSAA1, CPSAA4, CPSAA5)
Competencia específica 8.
8.1 Participar respetuosamente en el trabajo en equipo, estableciendo relaciones saludables basadas en el respeto, la tolerancia, la igualdad y la resolución pacífica de conflictos. (CCL5, CP3, STEM3, CPSAA3, CC2, CC3, CE3)
8.2 Aceptar la tarea y rol asignado en el trabajo en equipo, cumpliendo con las responsabilidades individuales y contribuyendo a la consecución de los objetivos del grupo. (STEM3, CPSAA1, CC2, CE3)

En cuanto a las herramientas e instrumentos que podemos utilizar para plasmar las diferentes informaciones que vamos recogiendo, debemos tener en cuenta que, en muchas ocasiones, no todos los medios son válidos para todos los alumnos o para la misma actividad. Por ello se aconseja la diversidad.

En este trabajo se han utilizado en concreto listas de control, observación sistemática, análisis sistemático de los resultados, y entrevistas con los alumnos para poder entender el estado anímico durante las actividades.

Además, proponemos un sistema de organización del trabajo, según la forma de la hoja que el alumno utiliza, para poder medir diferentes aspectos:

- Hojas de cuadrícula: en estas hojas se hacía el borrador, al cual le llamábamos al finalizarlo “libro del profesor”, ya que debía estar escrito tanto su problema inventado como la resolución del mismo, con todas las operaciones que fueran necesarias ya resueltas. Esto nos permite comprender la capacidad del alumno a interpretar y solucionar su propio problema. Además, es un sistema que ayuda al alumno a tener que leer, comprender y en muchas ocasiones modificar el enunciado original del problema que ha inventado, para así poder solucionarlo por sí mismo.
- Hojas de colores: elegían el color que querían utilizar en su libro de problemas y sobre éste escribían solamente la formulación del problema, y añadíamos un cuadrado para realizar las operaciones y una pauta, para escribir las soluciones.

7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación, tras analizar los trabajos realizados por los alumnos en el aula, nos disponemos a interpretar cada uno de los problemas y analizar el tipo de problema según la clasificación PAEV que ha elegido cada uno y organizar los datos en una tabla.

ACTIVIDAD 1

Les propuse la creación de un libro de problemas matemáticos entre todos en los cuales ellos debían inventar dos problemas que se solucionasen con 2 tipos de operaciones diferentes. No podrían solucionarse los dos problemas con sumas, ni los dos con restas, y se dejaba libertad a que probasen con problemas multiplicativos, puesto que el alumnado es muy variado, no quería coartar la libertad de sus pensamientos.

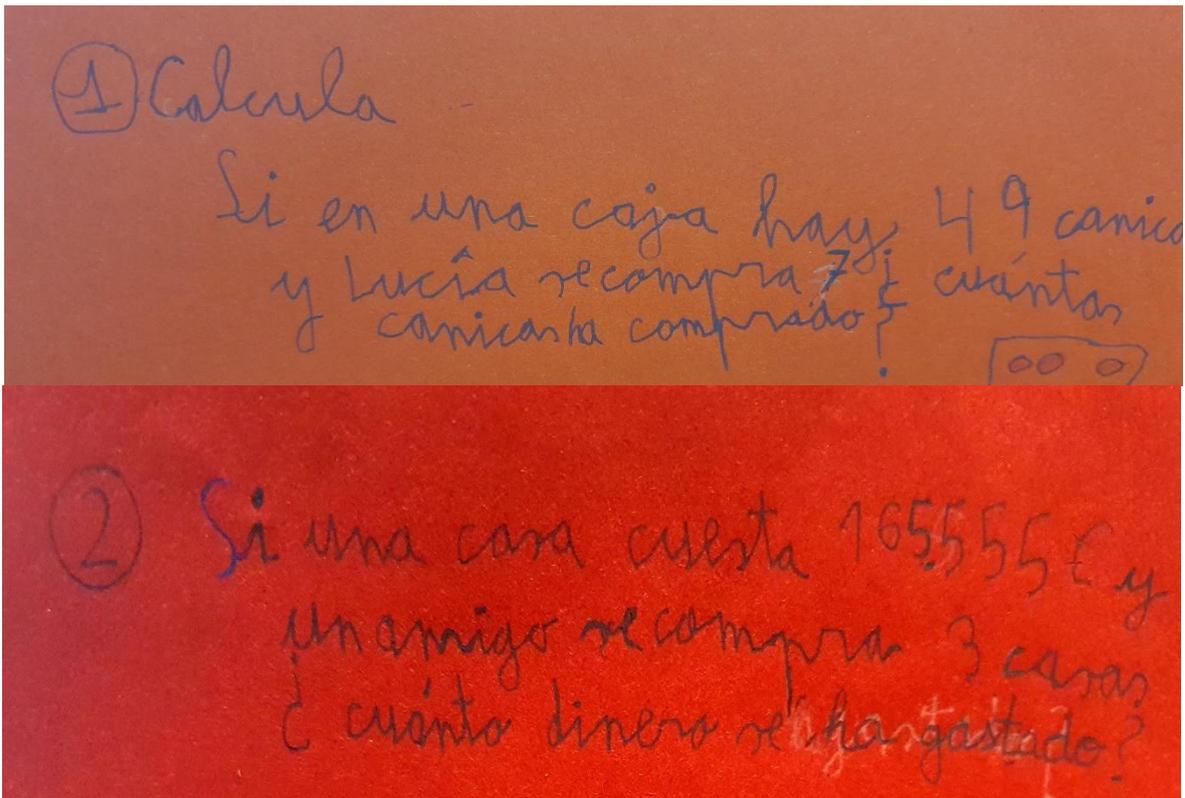
Pero cometí el error de guiarles un poco, si creía que no era solucionable su problema. Por lo que seguí formándome y realicé una segunda actividad, y esta vez, no les iba a guiar, solamente a observar y recoger sus trabajos.

Tras analizar los resultados, en cuanto a la tipología de problema que habían escogido realicé una tabla comparativa de recogida de datos en la que se concluye que:

Tabla 9. Recogida de datos de la actividad 1

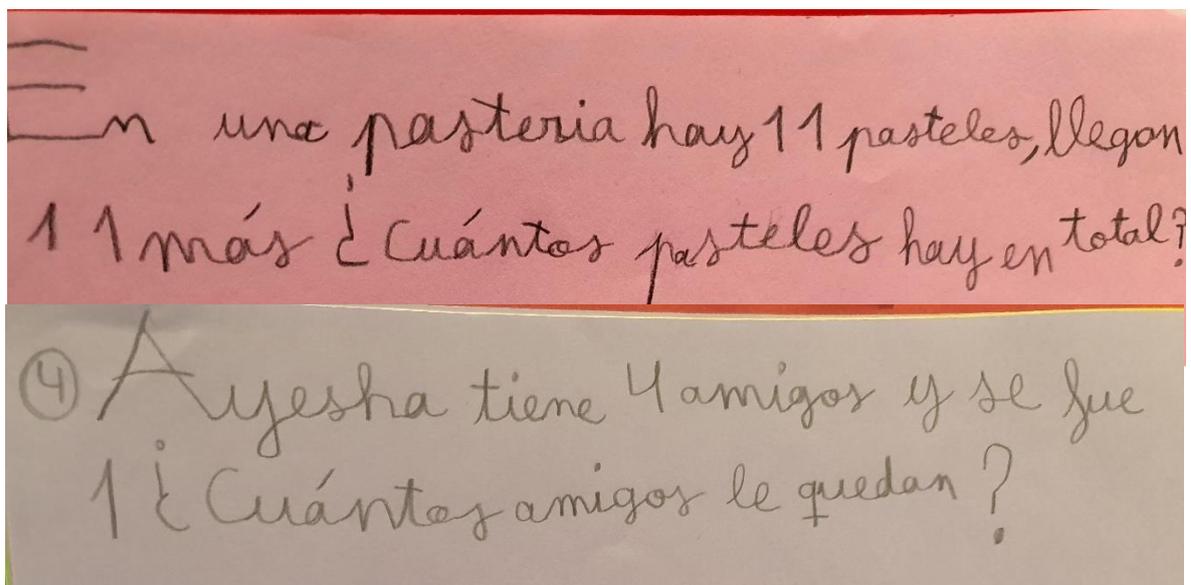
TIPO		CANTIDAD
ADITIVO-SUSTRATIVOS		
	De cambio	8
	De combinación	2
	De comparación	
	De igualación	
DE MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN		
	De repartos equitativos	6
MAL FORMULADOS		1

Figura 1. Actividad 1 de R



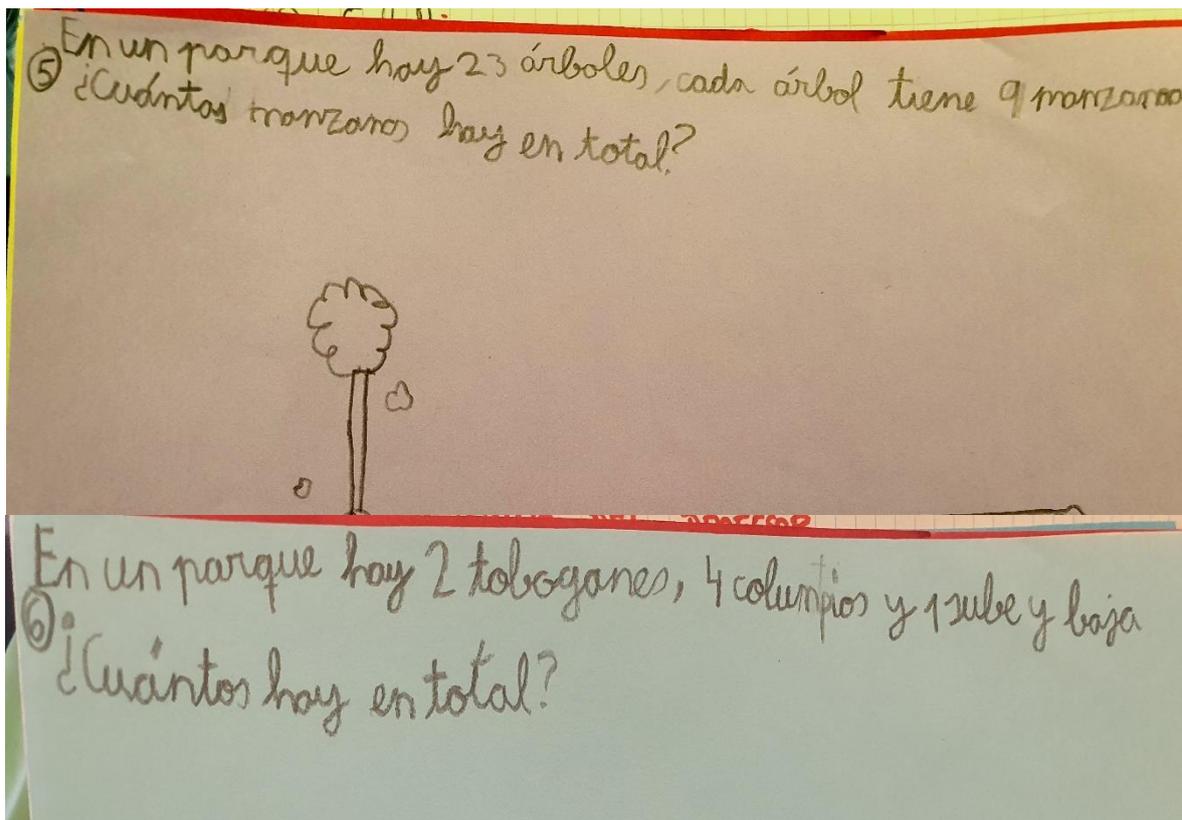
“R” tiene una inteligencia matemática muy desarrollada, por lo que ha decidido inventar problemas multiplicativos. Cuando diseñaba las actividades para realizar en el aula no me imaginaba que habría alumnos que escogerían esta tipología de problema matemático, puesto que estábamos comenzando a trabajar la multiplicación en el aula y pensé que se sentirían inseguros, sin embargo, ha sido recurrente la elección de ésta en sus creaciones.

Figura 2. Actividad 1 de Ar



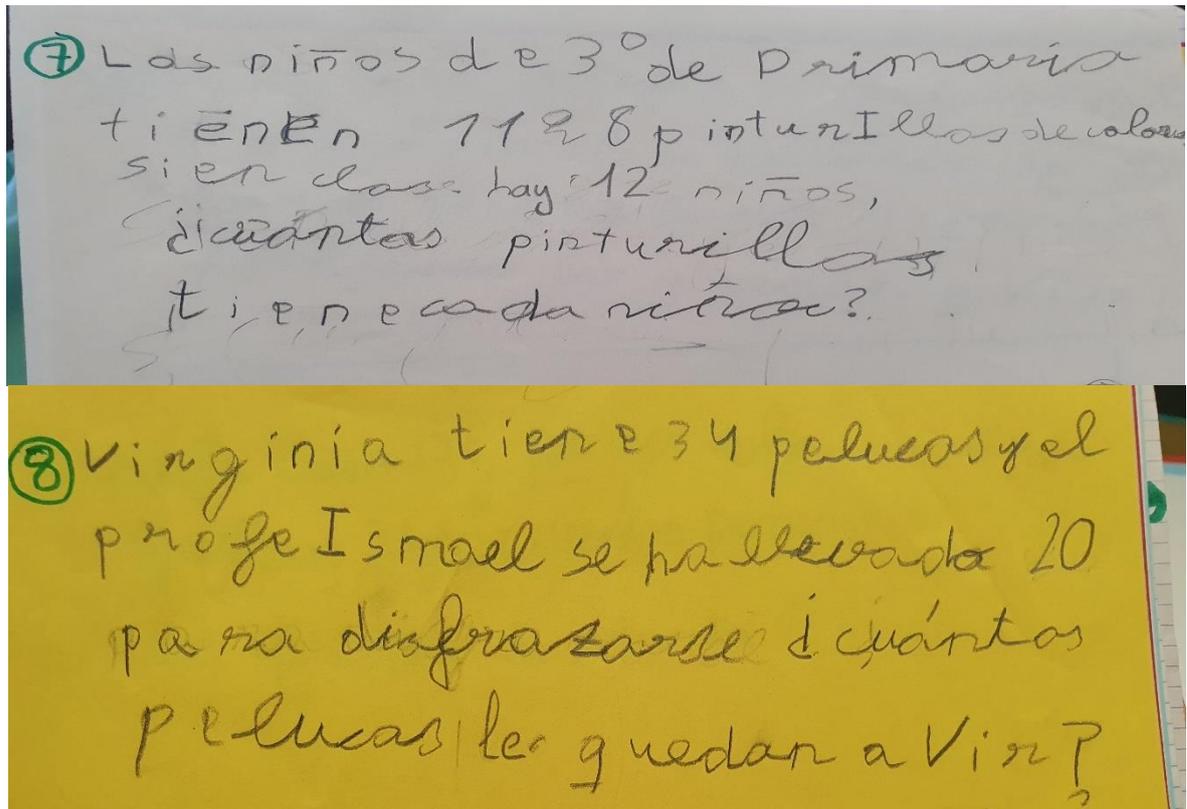
“Ar” es una alumna con una capacidad de trabajo altísima pero cuando tiene que enfrentarse a textos comprensivos o problemas matemáticos suele presentar muchas dificultades, sin embargo, cuando los ha tenido que crear, el resultado ha sido positivo, también a la hora de realizar el trabajo de hoja en cuadrícula donde resuelve estos problemas. Como se puede comprobar, ambos son problemas de cambio, puesto que se tiene una cantidad inicial a la que se añade o se quita otra para conseguir calcular una cantidad final. Por ello serían de tipo 1 y 2.

Figura 3. Actividad 1 de Alx



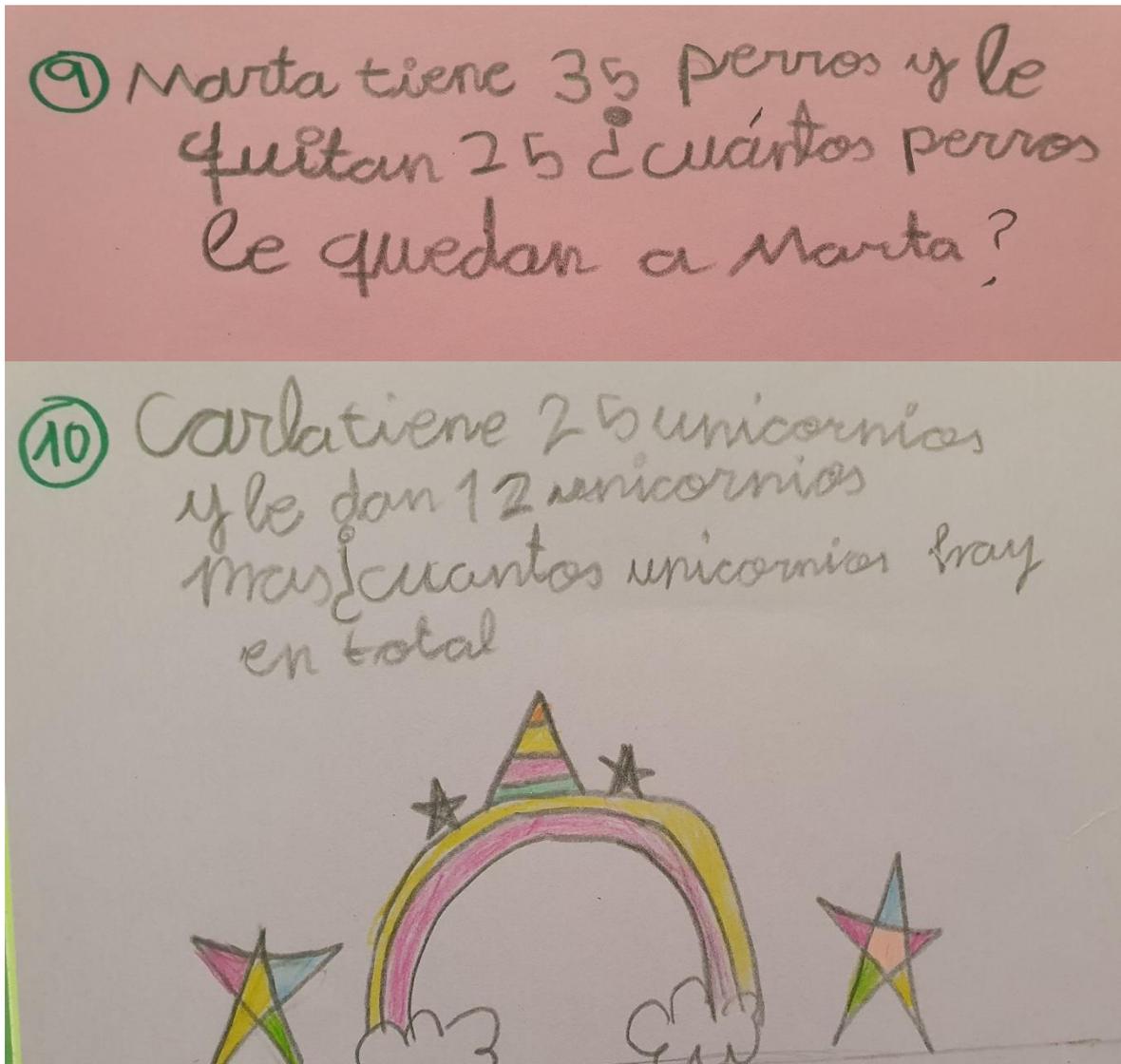
“Alx” es un niños muy movido e inquieto al que le encantan los retos. Ha elegido en primer término un problema multiplicativo, y como segunda actividad escoge un problema de combinación, en el cual hay que elegir realizar una suma para conseguir solucionarlo, por lo que se puede categorizar en problema de combinación tipo 1.

Figura 4. Actividad 1 de Ah



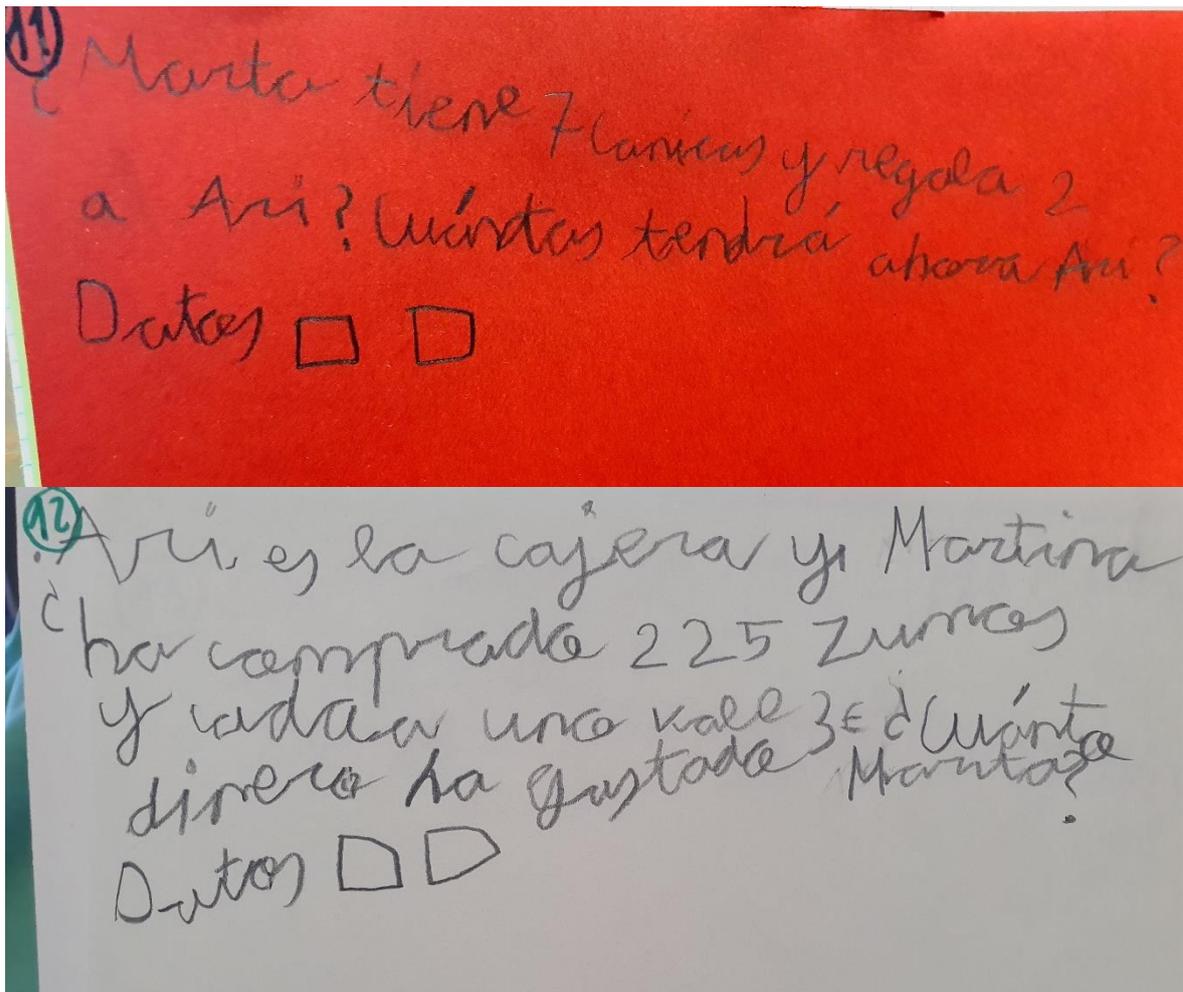
“Ah” es de origen marroquí y desconocimiento del idioma, en esta actividad fui guiando sus ideas y conceptos, además realicé un borrador para que él solamente tuviese que escribirlo en español. Como ya comentaba, en esta actividad corregí en exceso la forma de enunciar los problemas, y en este caso, interpreté lo que creía que el alumno quería pasar. En el primer problema se realiza un problema de reparto equitativo de una cantidad, por lo tanto, de tipo multiplicación-división. En la segunda creación, el alumno elige un problema de cambio de tipo 2, pues tenemos una información inicial a la cual se sustrae cantidad, quedando esa cantidad inicial más baja que en el inicio,

Figura 5. Actividad 1 de Ai



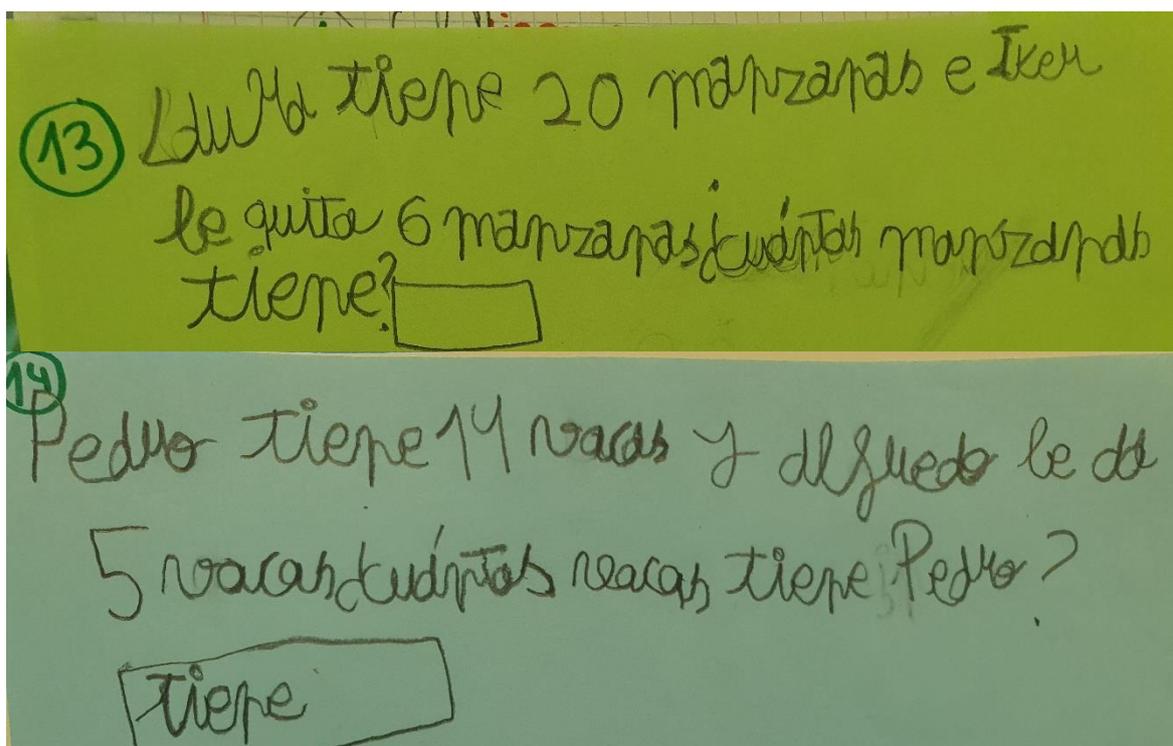
“Ai” es una alumna con una competencia lingüística bastante desarrollada y tiene una predominancia especial hacia el dibujo y la pintura, sin embargo, a la hora de enfrentarse a las matemáticas tiene miedos adquiridos que vamos eliminando. Sospecho que es esta la razón por la cual no se ha atrevido a inventar problemas más complejos, si no que ha preferido inventar aquellos con los que se sentía cómoda. Ha elegido dos problemas de cambio, puesto que parte de una cantidad inicial dada y modifica el enunciado para que sea resuelto con una resta o con una suma, por lo que pertenecen al tipo 2 y 1.

Figura 6. Actividad 1 de Ay



“Ay” es una alumna con una familia muy desestructurada, esto hace que tenga picos en sus avances y retrocesos académicos, en su capacidad de concentración en el aula y el consecuente éxito a la hora de realizar los ejercicios marcados. En esta actividad he podido observar cómo ha sido capaz de entender conceptos que yo creía que no había asimilado bien, como es la multiplicación. Parece que, en la primera actividad escoge un problema de cambio tipo 2, que le da la seguridad para enfrentarse a la creación de un problema de tipo multiplicativo en su segunda prueba.

Figura 7. Actividad 1 de DB



“DB” es el alumno con más edad de la clase, pero acumula muchas faltas de asistencia y abandono escolar frecuente. Su familia está desestructurada y asume esas faltas de asistencia. Al comienzo de curso eran más acusadas, pero, gracias a que ha ido asistiendo a clase con regularidad ha adquirido muchos conceptos matemáticos y una escritura más legible. Esta actividad le ha gustado, pues es un alumno que nunca suele hacer la totalidad de las actividades marcadas, y, sin embargo, en esta ocasión, finalizó las dos invenciones de problemas que se marcaban. Ambos son problemas de cambio, el primero de tipo 2 puesto que se necesita una sustracción para realizarlo, y el segundo es de tipo 1 puesto que se precisa la suma para su resolución.

A continuación “Al” nos presenta su problema matemático, muy elaborado. Es un alumno muy aficionado a los ascensores y a los trenes. En esta ocasión propone un problema de TIPO 2 en el que el lector, no solamente debe atender al enunciado, sino que lo acompaña con dibujos que son necesarios para la resolución del mismo. Esa misma semana habíamos realizado un ejercicio idéntico en el aula que él había servido de inspiración, pero cuando él lo planteaba en el borrador no tenía sentido ni se podía solucionar. Cometí el error de ayudarlo a darle forma, por lo que, aunque se ha considerado como un problema de TIPO 2, porque precisa de 2 operaciones para ser resuelto, habría sido un problema mal redactado en realidad. Pero realmente me parece increíble que se haya lanzado a intentar algo tan complejo.

Figura 8. Actividad 1 de AI

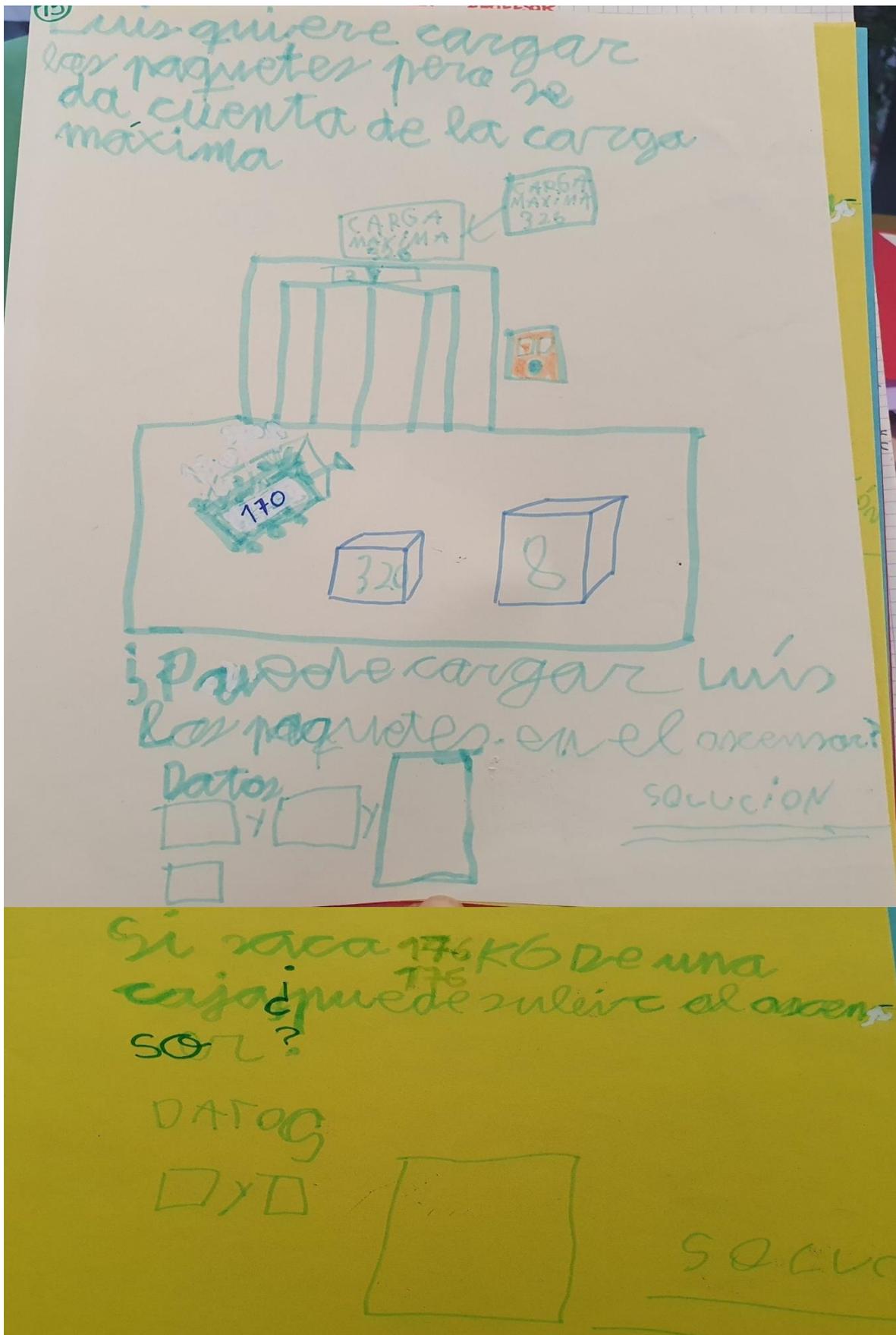
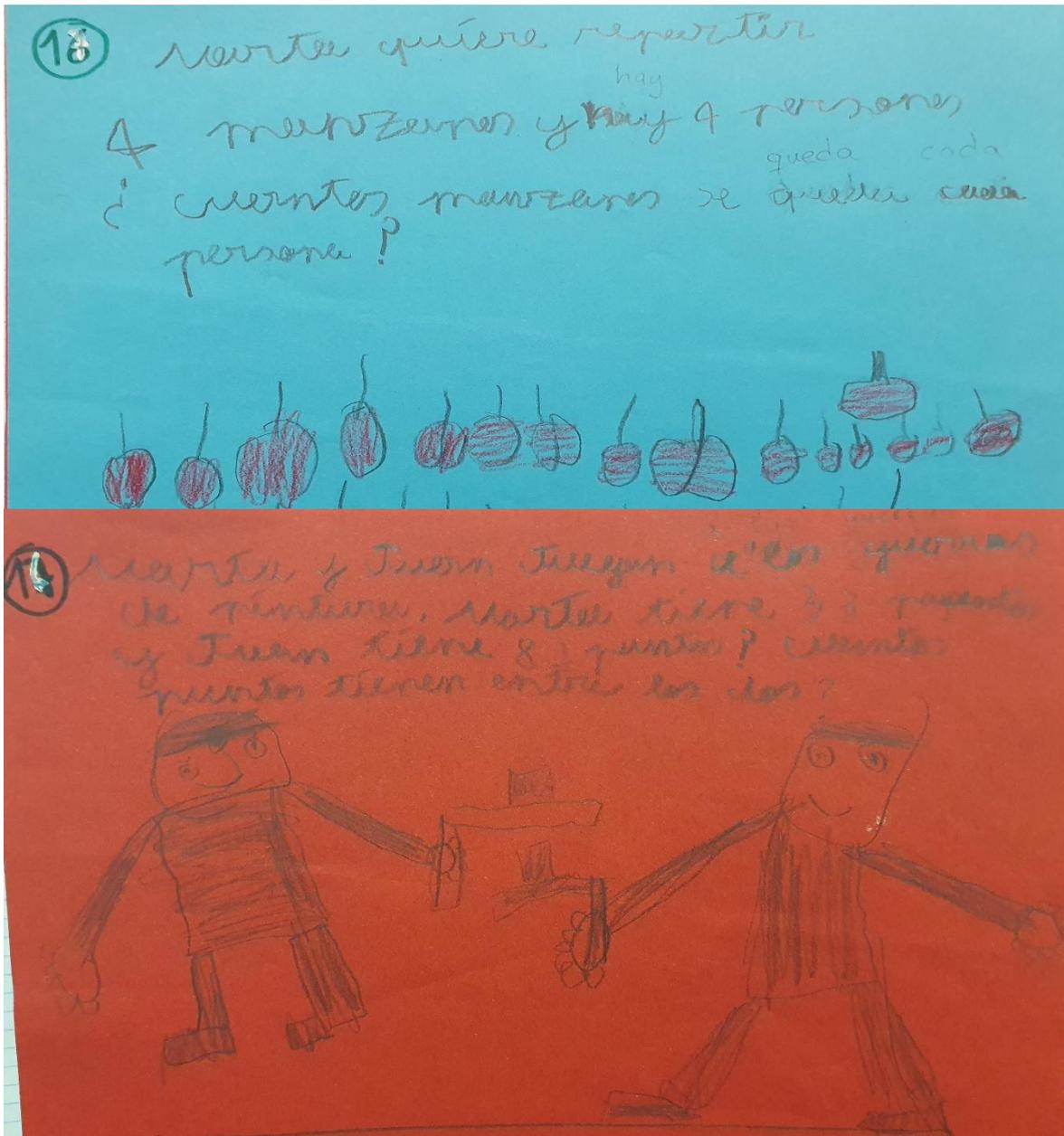


Figura 9. Actividad 1 de Mi



“Mi” tiene una competencia matemática alta, pero al tener un origen iberoamericano de padre portugués, la parte lingüística es un aspecto que le retrae a la hora de querer realizar actividades que impliquen la escritura. En su primer problema se decide también por un problema de multiplicación-división, ya que se refiere a la repartición de manzanas. Y en su segunda intervención decide contextualizarlo con una de sus aficiones como son las armas, las guerras, el servicio militar y por ende la guerra de paintball; sin embargo, en esta ocasión se centra en un problema de combinación de tipo 1 en el que deberemos sumar para saber los puntos totales de la pareja.

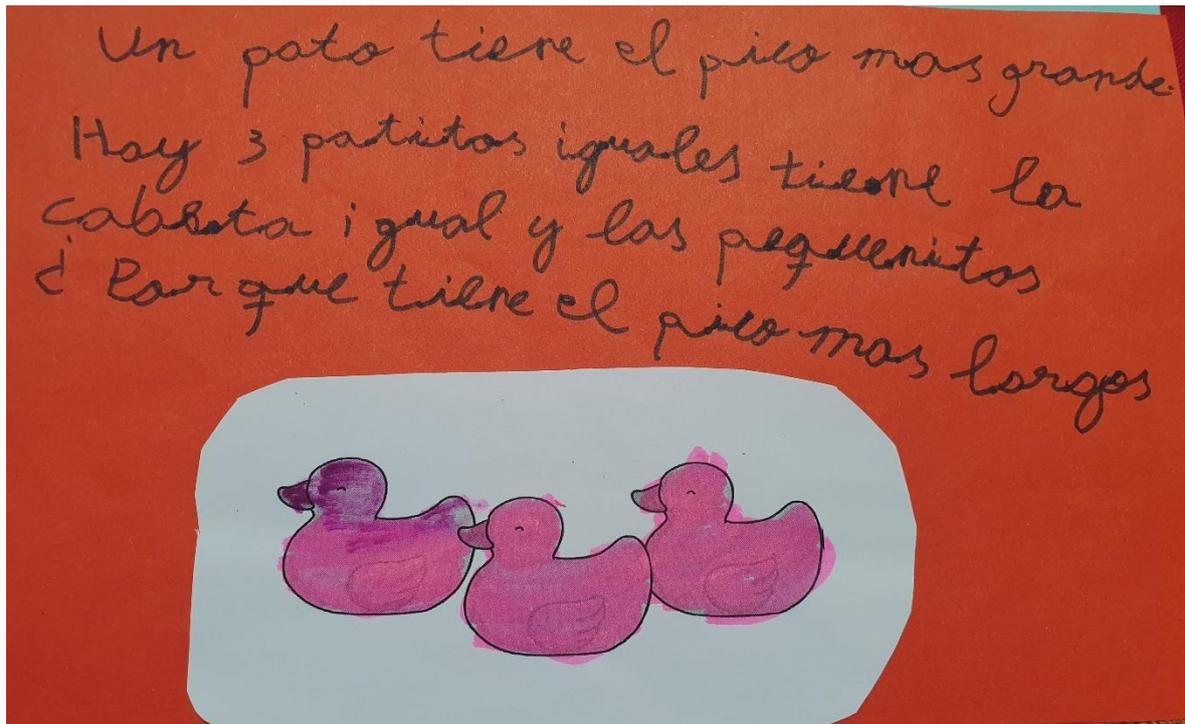
ACTIVIDAD 2

No sé si, porque ya habíamos hecho la prueba anterior, o porque los alumnos van generando más seguridad en sí mismos respecto al área de matemáticas, percibí que la tarea no les asustaba. Tal vez fue por el formato, ya que les di a elegir de entre varias imágenes, y ellos escogían la que más les gustaba para realizar el problema. El caso es que, la actitud de los alumnos fue muy colaborativa, les gusta la idea de crear su propio libro de problemas matemáticos. Seguramente porque es humano querer ser especial y hacer cosas diferentes. En esta prueba no intervine ni en la temática a escoger, ni en el tipo de operaciones que tenían que realizar, ni en la formulación del problema, ya que había cometido ese error en la prueba 1. Lo único que iba mejorando eran las faltas de ortografía, (aunque no en todo lo que les corregí me hicieron caso a la hora de pasarlo a la hoja definitiva) si las había, pero no en el texto ni en la formulación del problema.

Tabla 10. Recogida de datos de la actividad 2

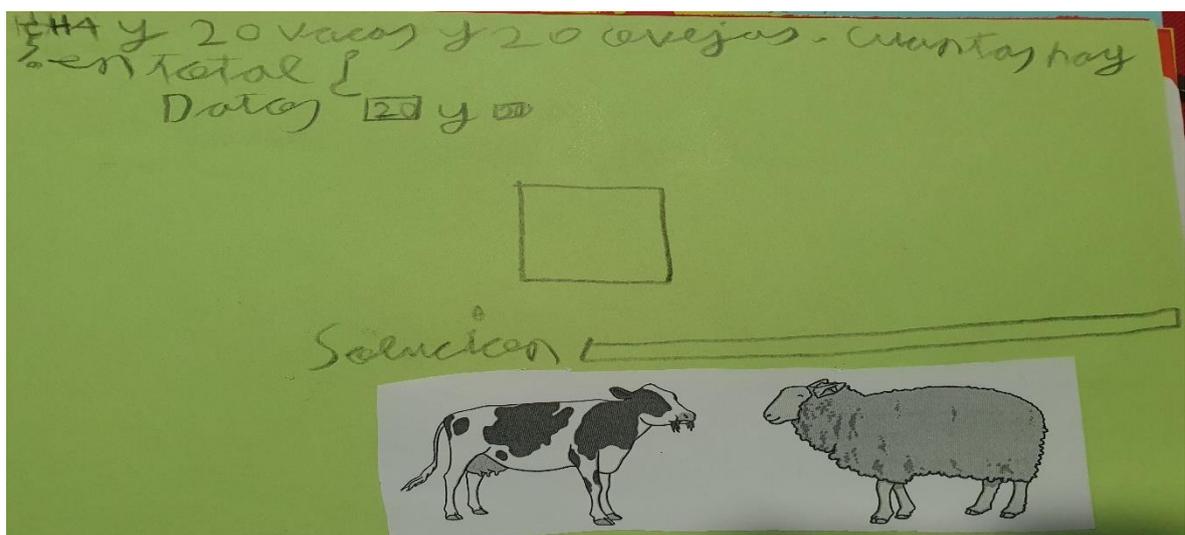
TIPO		CANTIDAD
ADITIVO-SUSTRATIVOS		
	De cambio	6
	De combinación	1
	De comparación	
	De igualación	
DE MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN		
	De repartos equitativos	3
MAL FORMULADOS		1

Figura 10. Actividad 2 de Ah



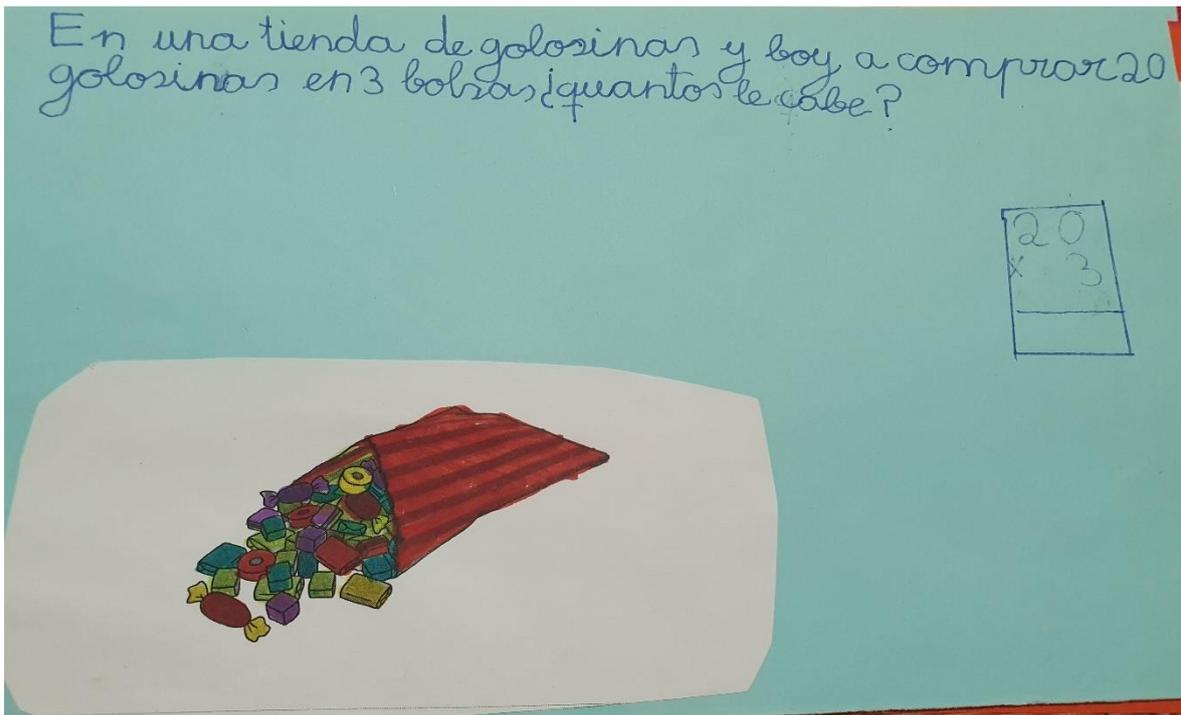
Esta vez dejé a Ah, el alumno sin idioma que hiciese la prueba libremente, yo puse sobre papel lo que él me decía con palabras. Sin querer evaluar su enunciado, buscaba ver si, a la hora de solucionarlo, se daba cuenta de que no había datos y lo reformulaba. Pero no fue así, tampoco quise presionarle pues la falta de idioma puede que haya hecho que no entendiese bien mi mensaje. Me centré en que realizase la actividad y sintiese que no era diferente a los demás alumnos.

Figura 11. Actividad 2 de Mh



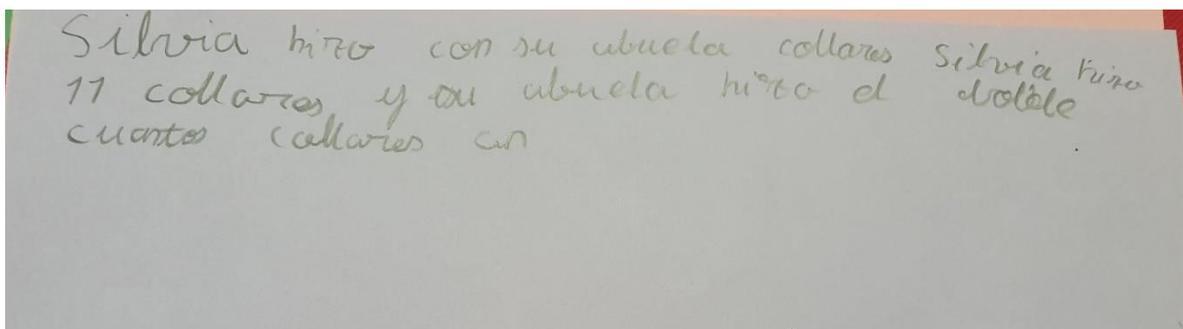
Mh en la anterior actividad no estuvo en el aula, así que en esta primera experiencia inventa un problema de combinación de tipo 1 pues se solucionará con una suma.

Figura 12. Actividad 2 de Alx



Alx, aunque no ha sabido formular con precisión el enunciado, ha inventado un problema de tipo multiplicativo. Aunque se ha confundido (aunque esté borrado) y ha puesto en esta hoja el tipo de operación que se debe realizar, en el documento original, en la parte de hoja de cuadrícula, es donde soluciona el problema con dicha multiplicación de manera satisfactoria.

Figura 13. Actividad 2 de Ay



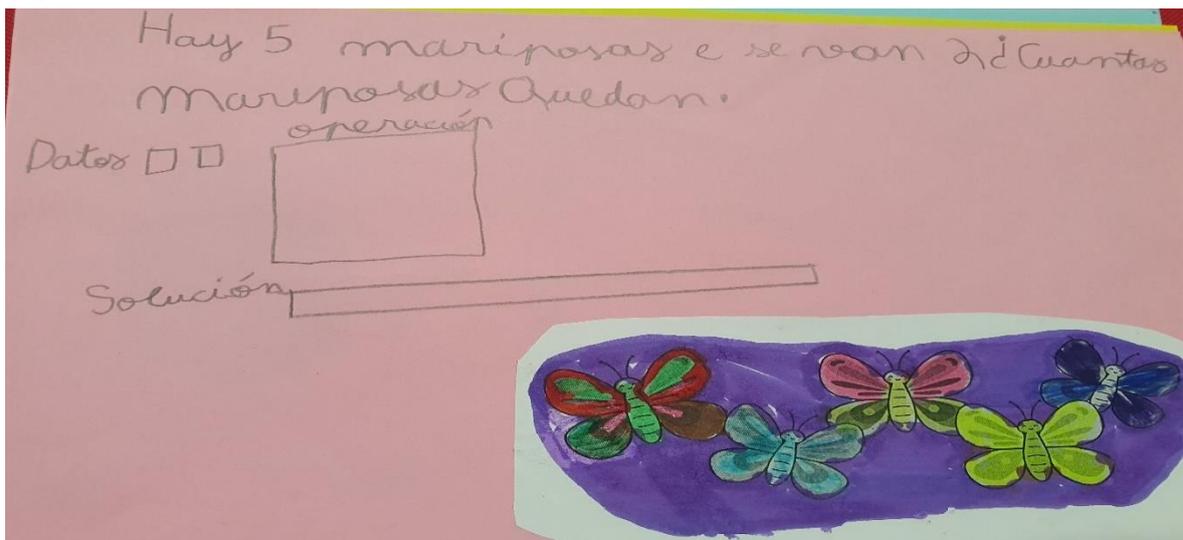
Ya había comentado que Ay tenía picos, y en esta ocasión, era uno de esos días difíciles para ella. En la parte de la hoja de cuadrícula sí que está escrito el problema por completo y colocó allí su dibujo. Con estas actividades me estoy dando cuenta de que esta alumna tiene una competencia matemática mucho más desarrollada de lo que yo creía. Decide inventar un problema multiplicativo, asociándolo al concepto de “doble” como resultado de multiplicar por dos una cantidad.

Figura 14. Actividad 2 de Sa



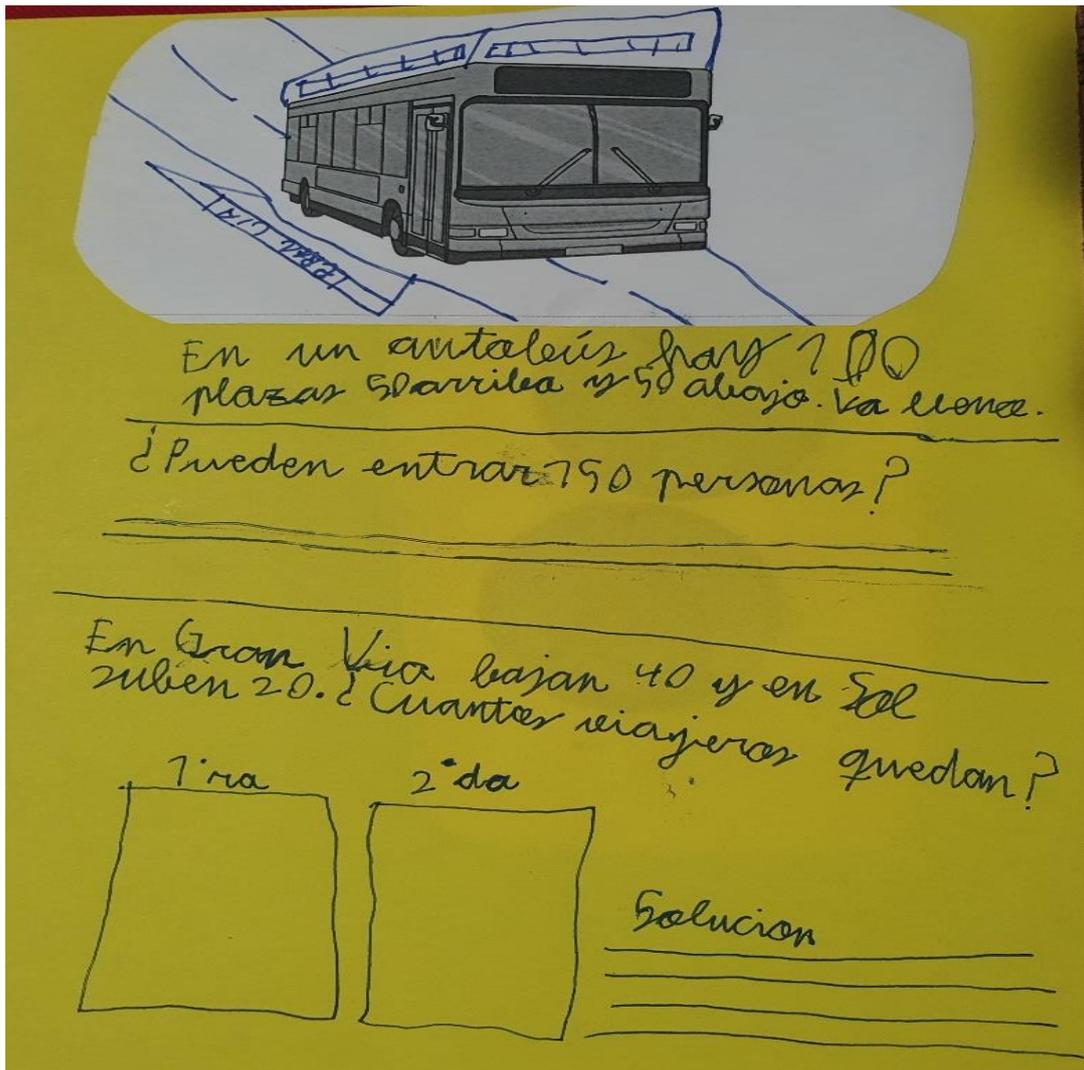
Sa es un alumno que no estuvo en la primera actividad, por lo que esta era su primera experiencia. No fue escolarizado en educación infantil y una vez comenzada la primaria no ha acudido mucho al colegio. Este año ha aprendido a leer y escribir y me parece que, para tener este nivel competencial, el problema, aunque no tiene un enunciado complejo, se puede resolver perfectamente. Su tipología es de cambio del tipo 1, ya que comenzamos con una cantidad que se ve incrementada por la aparición de una nueva cantidad, que hace aumentar a la primera.

Figura 15. Actividad 2 de Ar



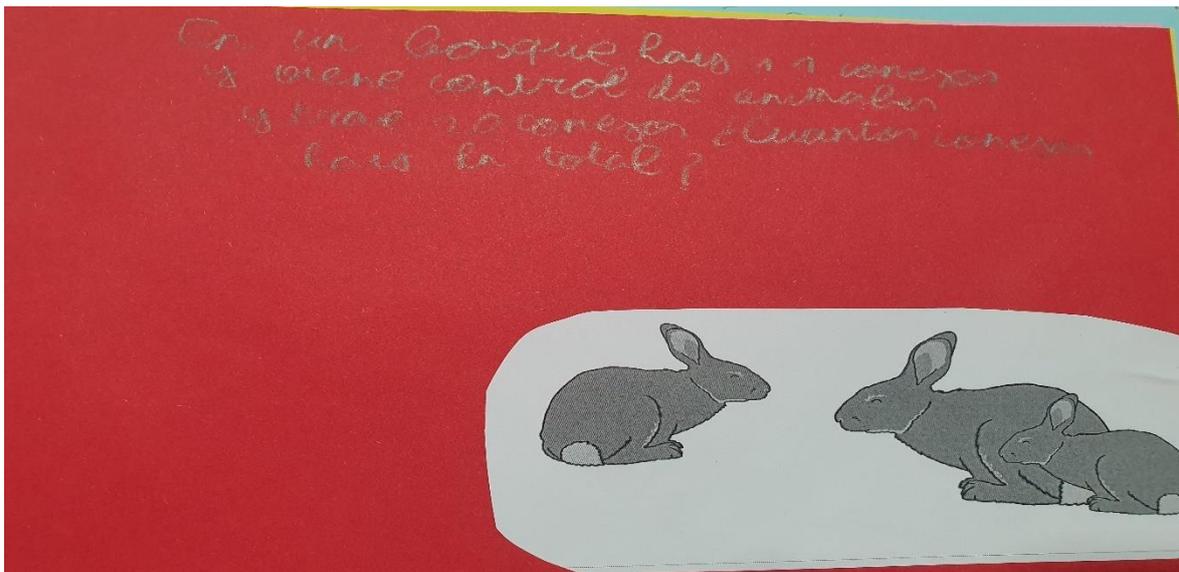
Ar se decide por un problema de cambio de tipo 2, puesto que comienza con una cantidad inicial que se va a ver disminuida por la aparición de una segunda cantidad. Me resulta curioso que prefiera una sustracción a una suma en esta alumna.

Figura 16. Actividad 2 de AI



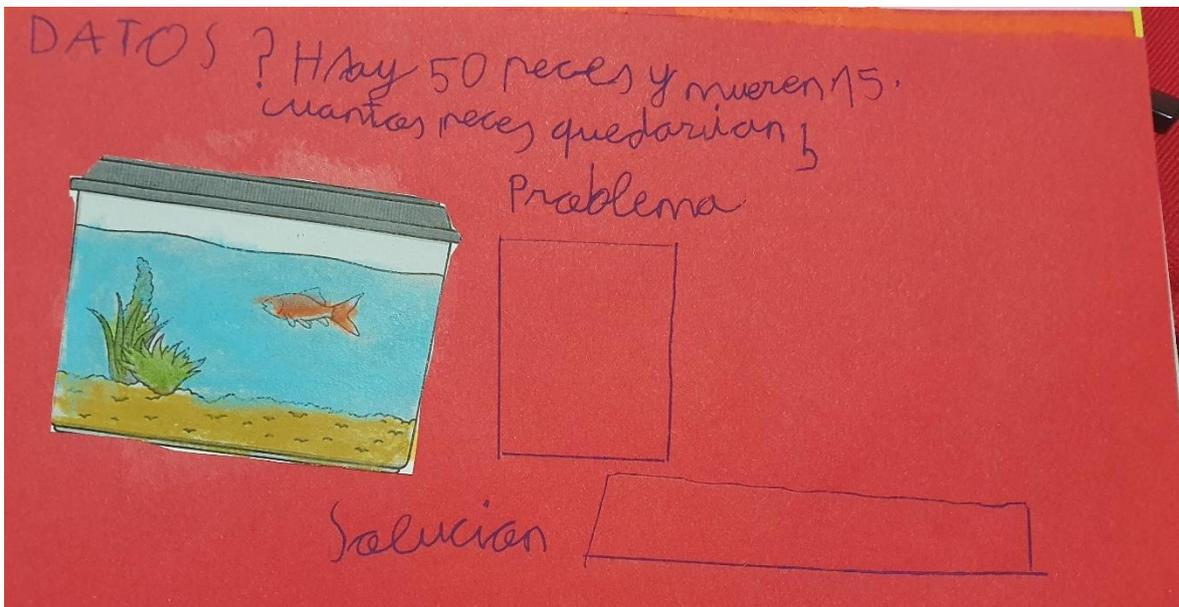
Ya habíamos comentado el gusto de AI por los trenes y ascensores. Cuando vio el dibujo del autobús, no se lo pensó, lo eligió para inventarse un problema, que además contextualiza en las paradas de metro de Madrid. Se puede apreciar cómo, en un inicio, el problema no se puede resolver con una operación matemática, si no que está más relacionada con el concepto de cantidad, de “mayor o menor que”, el alumno se dio cuenta a la hora de solucionarlo, porque no había hecho ninguna operación. En la segunda parte, tal y como había hecho en la primera actividad, escoge un problema que debe solucionarse con dos operaciones, ambas de cambio, de tipo 1 y 2.

Figura 17. Actividad 2 de Mi



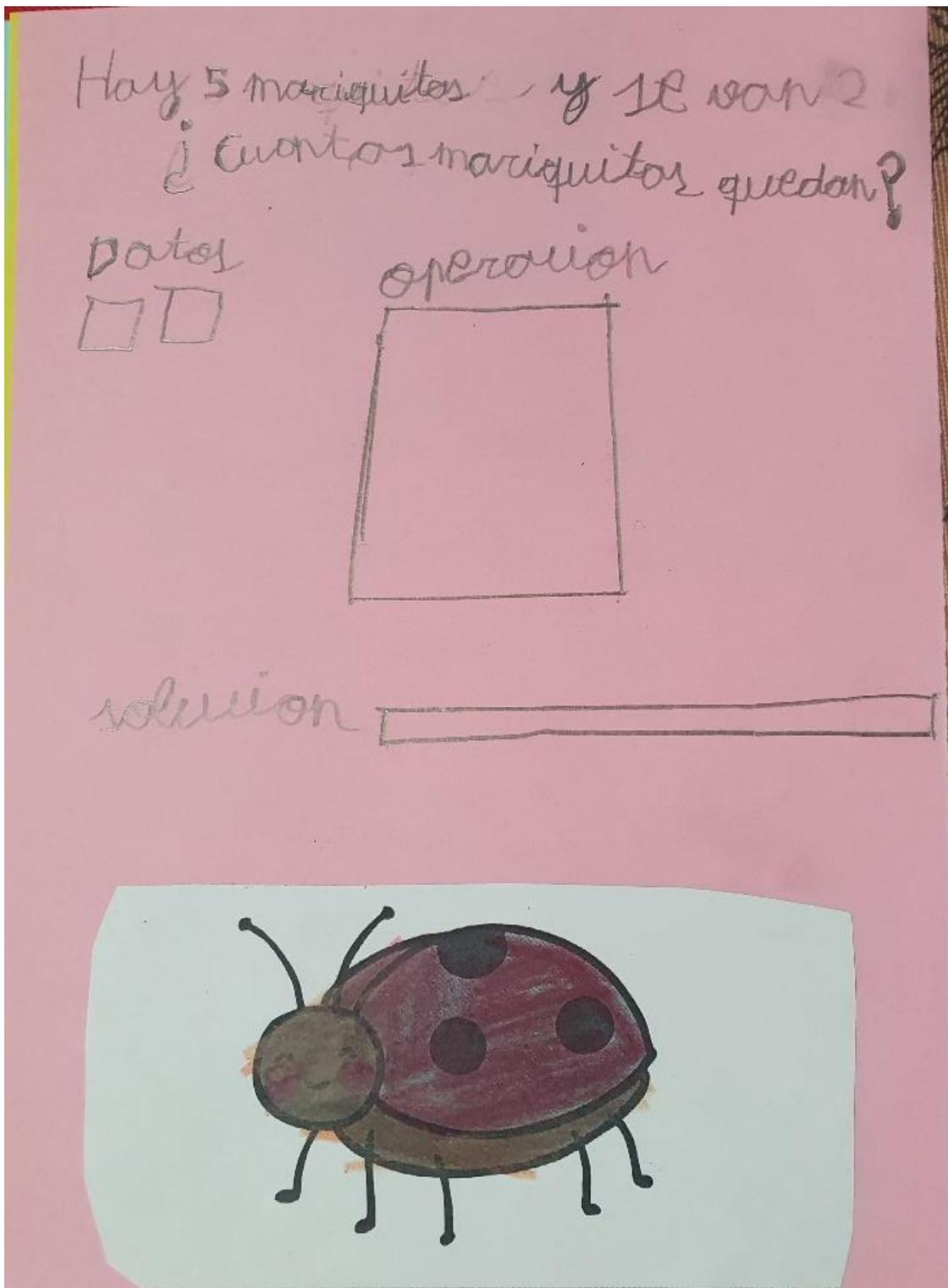
Mi, además de ser un gran matemático, tiene una inteligencia naturalista muy desarrollada, así que explica cómo “control de animales” introduce 10 animales más a la naturaleza. Este problema por tanto sería de cambio, de tipo 1.

Figura 18. Actividad 2 de Is



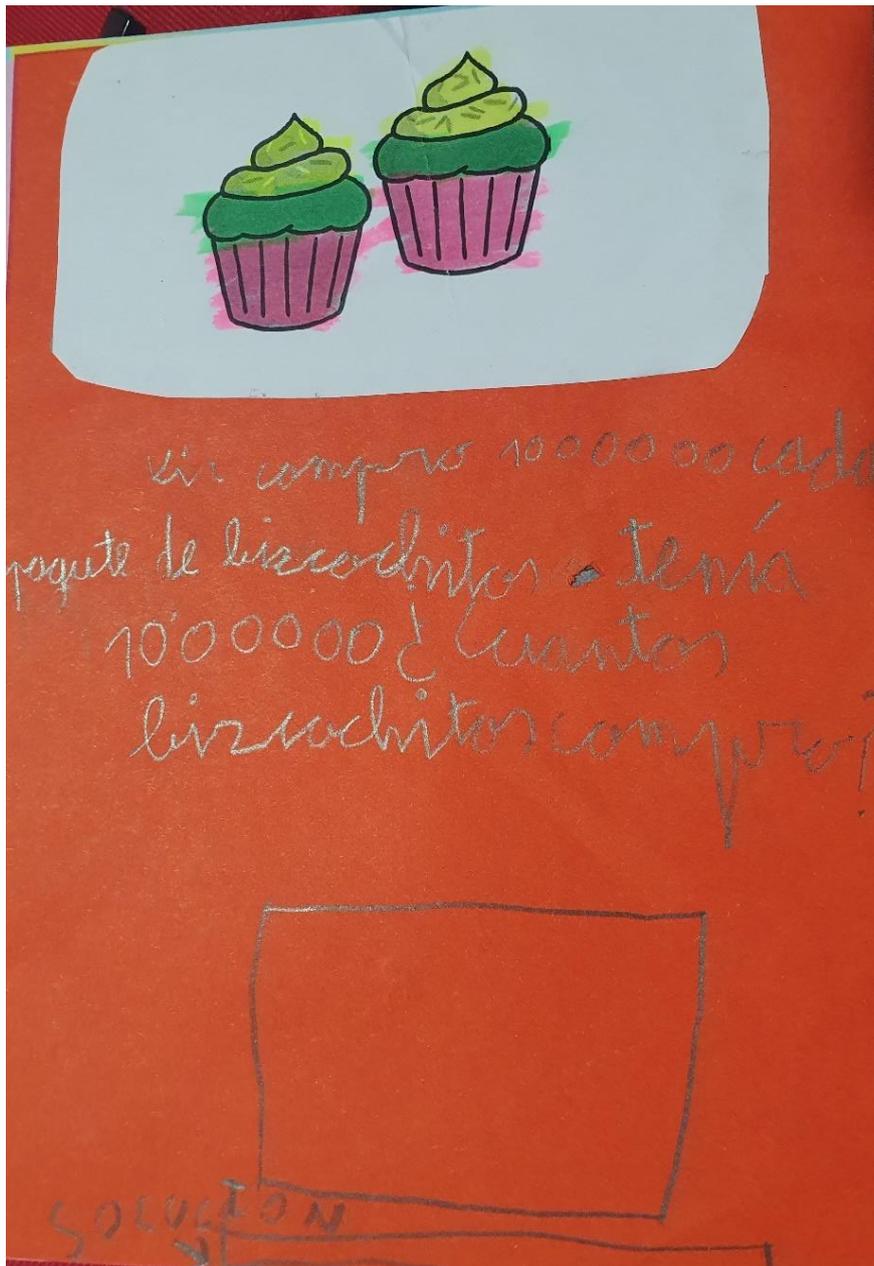
Is escoge el dibujo de la pecera, como la que tenemos en el aula, para crear un problema de cambio de tipo 2, ya que, aunque no utiliza “palabras tipo” como perder, gastar, etc. A efectos prácticos, cuando un pez se muere se resta la cantidad de la cantidad inicial.

Figura 19. Actividad 2 de Na



Na, haciendo un gran esfuerzo por escribir con letra legible, nos propone un problema de cambio de tipo 2 muy bien redactado.

Figura 20. Actividad 2 de R



R se basa en la metodología que tenemos en el aula de gamificación, en la cual ellos, si realizan las tareas de fuera del aula ganan “Vircoins” unas moneditas que luego pueden canjear por premios, entre ellos, con un valor de 100 Vircoins equivalentes a 10 días de tareas, está el “cromo de bizcochito”. Un bizcochito de chocolate delicioso que les encanta. Sin embargo, es una pasión mental porque R ha ahorrado todos y cada uno de los Vircoins que ha conseguido, nunca se ha comprado tal cromo, y debe ser esta la razón de querer tanta cantidad. Centrándonos en el problema, R ha elegido un problema multiplicativo, que además resuelve perfectamente.

PRUEBA 3

Esta prueba, a diferencia de las otras 3, se realizó de manera grupal, en grupos mixtos de 4 personas, en las que cada individuo tenía un papel: los 4 pensarían y pondrían sus ideas en común, 1 de ellos sería elegido por tener mejor caligrafía, 1 sería elegido por su habilidad artística para dibujar, 1 se encargaría de la distribución de enunciado y dibujo en la hoja y 1 haría de mediador en caso de conflictos en el grupo.

Como estábamos haciendo un proyecto sobre el imperio romano, y habíamos realizado actividades lúdicas sobre romanos y griegos se les ofrece el siguiente problema matemático: “En un campamento romano hay 37 soldados con 31 espadas romanas. Sin embargo, en el campamento griego hay 28 soldados con 43 espadas griegas. ¿Cuántos dioses egipcios comen uvas?”

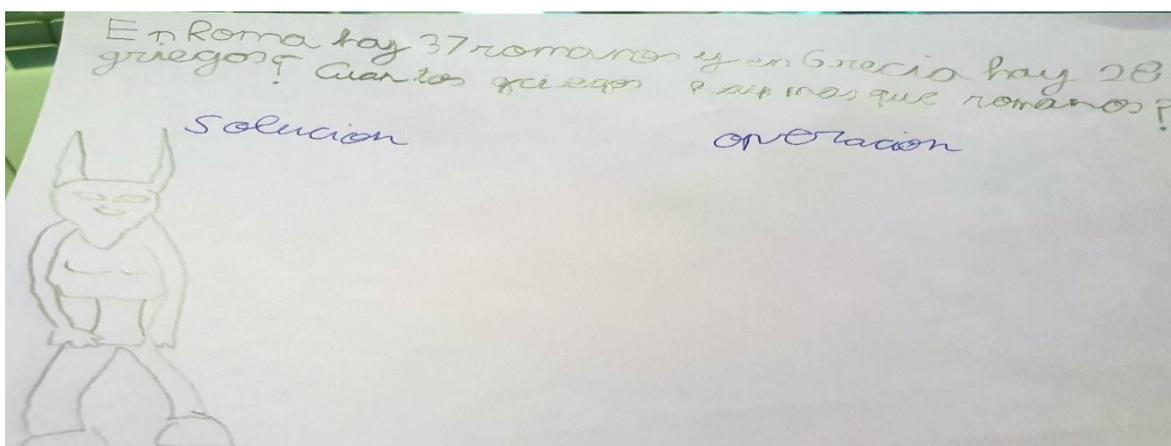
Tras leerlo, los alumnos se miraban los unos a los otros con extrañeza y en seguida empezaron a decir: “está mal”. Puede que no sea importante, pero me parecía positivo que los alumnos no se centrasen en responder con los datos que les daba el enunciado del problema de manera sistemática. Percibía que ellos comprendían lo que estaba pasando, que eran capaces de visualizar lo que habían leído, pero carecía de total sentido.

Cuando buscaban una respuesta en mí con alegría les dije: “pues vamos a hacerlo posible, ¿cómo podría estar redactado?” Y simplemente les dejé que comenzasen con su creación, esta vez, grupal, siendo los resultados:

Tabla 11. Recogida de datos de la actividad 3

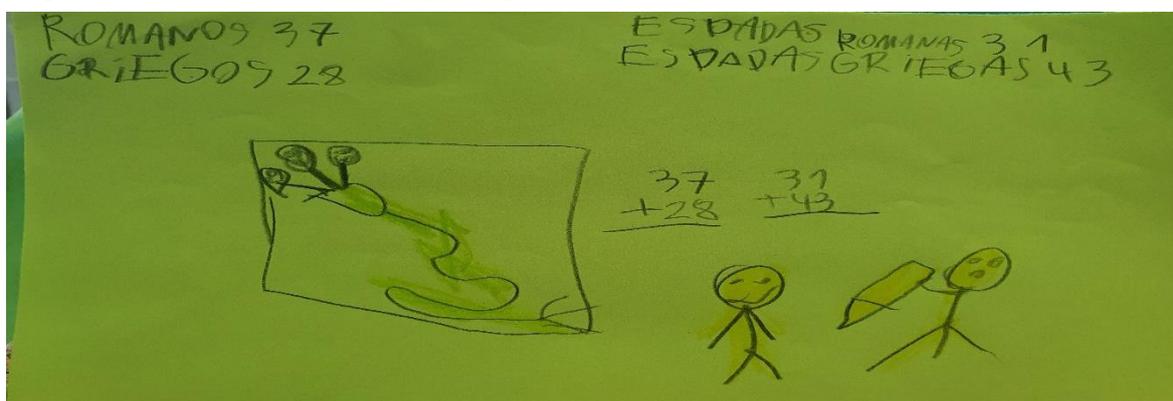
TIPO		CANTIDAD
ADITIVO-SUSTRATIVOS		
	De cambio	
	De combinación	
	De comparación	3
	De igualación	
DE MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN		
	De repartos equitativos	
MAL FORMULADOS		1

Figura 21. Actividad 3 de Alx, Ai, Ar y JL



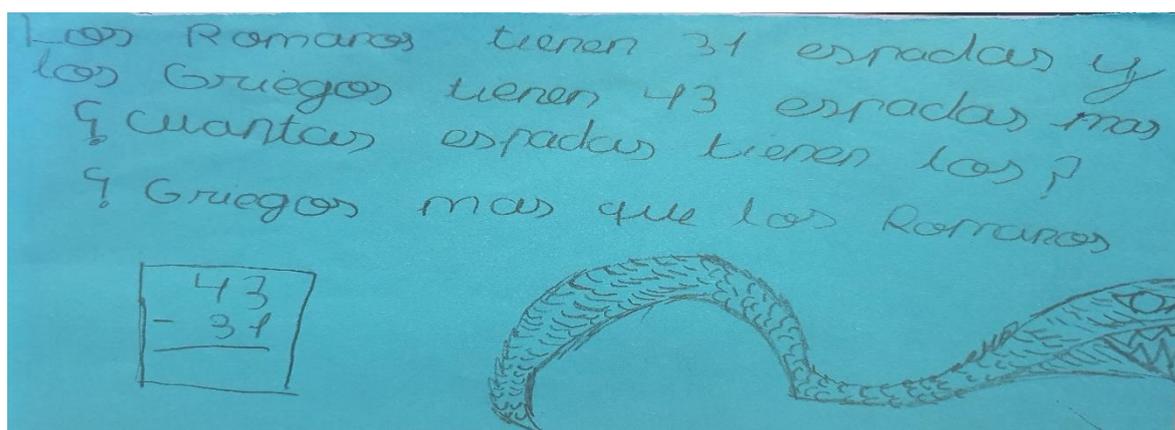
Alx, Ai, Ar y JL han resultado formar un gran equipo. Enseguida se establecieron los papeles y se propusieron un objetivo común. Escogieron los papeles que se ofrecían para cada individuo debatiendo sobre las aptitudes de cada uno, seleccionando las fortalezas de sus compañeros: el que tenía mejor letra, el que dibujaba mejor, etc. Incluso cuando eligieron el color de la hoja lo hicieron mediante votación, tal y como lo hacemos en clase. Este grupo nos propone un problema de comparación, que no había aparecido hasta este momento, de tipo 3, pues encontramos los datos sobre la cantidad inicial o de referencia, una segunda cantidad, pero desconocemos la variante o diferencia entre ambas, solucionándose ésta con una resta. Muy interesante, sin duda.

Figura 22. Actividad 3 de Al, Ay, Ah y Ar



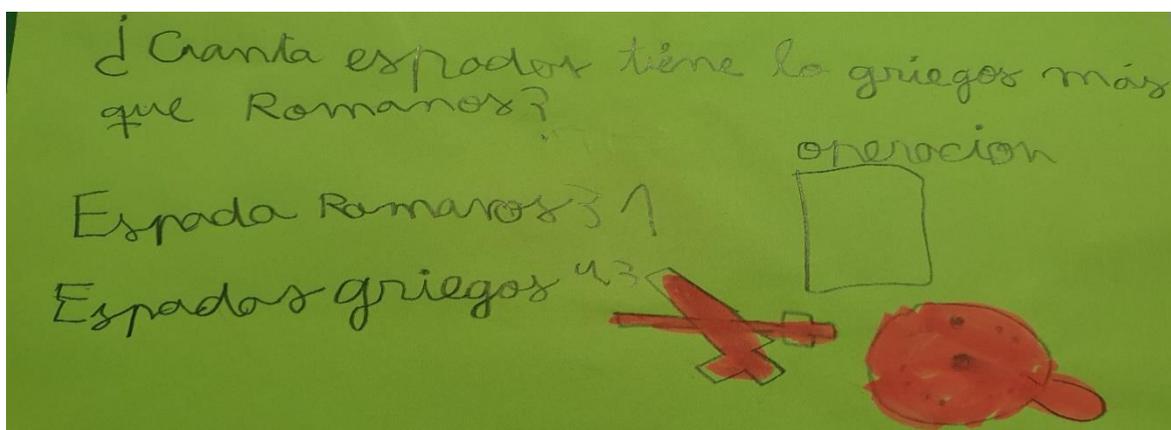
Este grupo está compuesto por los alumnos: Al, Ay, Ah y Ar, siendo los dos primeros alumnos la personas que más me habían sorprendido en las actividades anteriores, en esta se vio reflejada una parte de su personalidad en la que prefieren trabajos en solitario y tienen capacidades nulas de trabajo en equipo. Los otros dos alumnos, uno por falta de idioma y otra por falta de personalidad dominante, se dejaron llevar y la consecuencia de no haber trabajado de manera óptima en equipo ha sido un problema mal formulado, que no llega a ser ni problema. Durante todo el proceso han tenido disputas, riñas y nada de consenso. También muy curioso de analizar.

Figura 23. Actividad 3 de DB, Na, Mi y Dv



DB, Na, Mi y Dv (este último no acude mucho a clase, por lo que era su primera experiencia) forman un equipo heterogéneo que ha tenido alguna dificultad a la hora de trabajar en equipo en su parte inicial, a la hora de establecer sus papeles. Pero a medida que cada uno iba asumiendo el rol que le tocaba han realizado un trabajo muy interesante. Se podría argumentar que no está bien redactado, puesto que, en el mismo enunciado, los alumnos proponen ya que los griegos tienen “43 espadas más”, pero a la hora de solucionarlo, en realidad se percibe que ese “más” del enunciado es una errata y solo se debe tener en cuenta el de la pregunta. Con ello nos encontramos un problema de comparación tipo 3.

Figura 24. Actividad 3 de R, Is, Mh y Sa



Por último, R, Is, Mh y Sa forman otro de los grupos que mejor ha sabido trabajar en cooperativo. Aunque es el grupo más heterogéneo de los que se han formado en el aula ha sido muy interesante verlos interactuar. Han cumplido los papeles que previamente habían debatido, lo que provocó que, aquellos alumnos que se sienten menos capaces respecto a otros en cuanto a capacidades matemáticas pueden valorar sus propias aptitudes, tan válidas y reconocibles como cualquier otra. Esto hizo que hubiese mucha cohesión entre ellos. Como resultado han elaborado un problema de comparación tipo 3.

8. ANÁLISIS D.A.F.O. DE LA INVENCIÓN DE PROBLEMAS

En este apartado se hará referencia a los aspectos positivos y negativos que pueden surgir a la hora de hacer la actividad de invención de problemas.

En el análisis DAFO se subdividen los cuatro apartados según si los puntos positivos y negativos dependen de factores internos o externos al individuo. Las debilidades son aquellos inconvenientes que pueden surgir por una cuestión interna de la persona del alumno que desarrolle el problema, sin embargo, amenazas se refieren a aquellos elementos que no dependen del alumno en sí, si no de las características que le rodean que pueden perjudicarlo. Por el contrario, las fortalezas se refieren a aquellas aptitudes que el alumno posee per se a la hora de enfrentarse a la invención de problemas, y se consideran oportunidades a todos los elementos externos a éste que pueden servirle de apoyo y mejora de sus resultados.

Tabla 12: análisis DAFO sobre la invención de problemas

DEBILIDADES	AMENAZAS
<ul style="list-style-type: none"> - Dificultad para crear problemas de calidad: No todos los alumnos pueden crear problemas de calidad. Pueden surgir problemas con la comprensión de los conceptos matemáticos o con la formulación del problema, lo que puede afectar negativamente la calidad de los problemas que se crean. Puig y Cerdán (1998) detallan además que, simplemente un cambio en el lugar donde el alumno se encuentra la pregunta en un problema matemático puede suponer un bloqueo a la hora de afrontarse a él. - Poca variedad de problemas: Es posible que los alumnos tengan dificultades para crear una amplia variedad de problemas matemáticos. Esto puede resultar en una 	<ul style="list-style-type: none"> - Tiempo requerido: Crear problemas matemáticos puede ser un proceso que requiere mucho tiempo y esfuerzo, lo que puede afectar negativamente a otros aspectos del currículo. - Dificultades concretas en el alumnado, como la discalculia. Kosci (1974) relaciona esta disfunción de ciertas partes del cerebro, con los siguientes tipos de inconvenientes: <ul style="list-style-type: none"> a. Verbal: dificultad para nombrar términos matemáticos. b. Léxica: dificultad para leer símbolos matemáticos. c. Gráfica: dificultad para escribir números y símbolos d. Operacional: dificultad para realizar operaciones aritméticas.

<p>falta de variedad en la práctica de resolución de problemas.</p>	<p>e. Ideognóstica: dificultad en la comprensión de las relaciones necesarias para llevar a cabo los cálculos mentales.</p>
<p>FORTALEZAS</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mejora la motivación y el interés por las matemáticas: La invención de problemas matemáticos puede ser una tarea interesante y motivadora para los alumnos, lo que puede aumentar su interés y motivación por las matemáticas. - Fomenta el trabajo en equipo y la colaboración: La creación de problemas matemáticos puede ser una tarea en equipo, lo que fomenta la colaboración y el trabajo en equipo entre los alumnos. 	<p>OPORTUNIDADES</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fomenta el pensamiento crítico: La creación de problemas matemáticos exige que los alumnos utilicen su pensamiento crítico y resuelvan problemas complejos, lo que les ayuda a desarrollar habilidades analíticas y de resolución de problemas. - Fomenta la creatividad: Al inventar sus propios problemas matemáticos, los alumnos deben pensar fuera de lo común y encontrar nuevas soluciones a los problemas, lo que fomenta la creatividad y la originalidad. - Ayuda a la comprensión de los conceptos matemáticos: La creación de problemas matemáticos puede ayudar a los alumnos a comprender mejor los conceptos matemáticos, ya que deben aplicarlos de manera práctica en la creación de problemas.

9. CONCLUSIONES

9.1. CONSIDERACIONES FINALES

Para terminar, se exponen las conclusiones a las que he llegado tras la puesta en práctica de este Trabajo de Fin de Grado en un aula de 2º de Primaria, así como cuestiones de mejora y sobre todo de ampliación para futuros trabajos relacionados con la invención de problemas en alumnos de Primaria.

En la experiencia real con 2º de Primaria he encontrado diferentes dificultades que no solamente han dependido del desempeño del alumnado, pues una de las principales dificultades fue mi falta de formación al inicio de la misma. He sido consciente de mis errores a la hora de crear las actividades de invención de problemas, pero, en general, creo que el objetivo principal se ha conseguido en un alto porcentaje.

Es cierto que me esfuerzo mucho para que mis alumnos no les tengan miedo a las matemáticas, pero a veces no solamente hay que decirlo, sino que estas actividades les ha demostrado la capacidad que tienen para enfrentarse al área. Creo que, al verse ellos como autores de libros como los que utilizan en clase, les ha hecho enfrentarse al reto como creadores y no solamente como ejecutores, lo que le ha expuesto a un cambio de papeles o roles que les ha motivado considerablemente. Y, además, al solucionar su propio problema se han sentido orgullosos y ha incrementado la motivación y su propia autoestima. He notado, además, que cuando realizan un problema matemático de un libro de texto de alguna editorial, comprenden mejor los enunciados, pues, en muchos casos, ellos mismos me dicen: “profé, pero si pusiese el problema que le devuelven sería restar”, es decir, que su cabeza modifica los enunciados que encuentra meramente por placer.

Para futuras experiencias, voy a estructurar la experiencia como un conjunto de actividades interrelacionadas entre sí, suscribiendo a alguno de los autores en concreto, pues en esta ocasión, lo he diseñado como 3 actividades diferentes y creo que eso me ha impedido comprobar una mejor evolución en los discentes.

Además, creo que sería interesante colaborar con otro grupo de su mismo curso, bien sea en el mismo centro o colaborando con otro colegio, en caso de ser línea 1, pues se puede realizar un intercambio de producciones entre ambos grupos para que, a la hora de solucionar problemas de otros compañeros, puedan adquirir ideas para futuras producciones, porque, seguramente, estén elaborados bajo sus gustos, aspecto que no siempre cumplen los libros de texto.

10. BIBLIOGRAFÍA

Ayllón Blanco, M.F. (2013) *Invencción-resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria*. Granada: Universidad de Granada, 2013. 728 p. [http://hdl.handle.net/10481/27771]

Ayllón, M. & Gómez, I. A. (2014). *La invención de problemas como tarea escolar*. Escuela Abierta: Revista de Investigación Educativa 17, 29-40.

Ayllón, M., Ballesta-Claver, J., & Gómez, I. (2016) . *Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos*. Propósitos Y Representaciones, 4(1), 169–193. Recuperado de: <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015) . *Problem posing research in mathematics: Some answered and unanswered questions*. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer.

Calvo, P., García, A. y Marrero, G. (2015). *La disciplina en el aula*. Vanguardia Educativa, 19 , 444.

Carpenter, T y Moser, J. (1983). *La adquisición de los conceptos de suma y resta*. Dans R. Lesh et M. Landau (Eds.), *Adquisición de conceptos y procesos matemáticos*. Prensa Académica

Castro, E. (2008). *Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper” y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Echenique, Isabel. (2006) *Matemáticas. Resolución de problemas*. Gobierno de Navarra. Prensa Publicac.

Espinoza, J., Lupiáñez J. L. & Segovia, I. (2014) . *La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en Educación Matemática*. Revista digital Matemática, Educación e Internet (14)2, 1-12

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L. & Segovia, I. (2016). *La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático*. Electronic Journal or Research in Educational Psychology, 14(2), 368-392.

Fernandez Bravo, Jose Antonio (2006) “*Algo sobre resolución de problemas matemáticos*”. Revista sigma, noviembre de 2006, núm 29, 29-42

Kesan, C., Kaya, D. & Güvercin, S. (2010). *The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's Mathematical Abilities*. International Online Journal of Educational Sciences, 2(3), 677-687

Kilpatrick, J. (1987). *Problem formulating: where do good problems come from?* En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123- 127). Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum Associate

Martín Rueda, María Zani (2018) *Estructura de los problemas aritméticos de enunciado verbal de una etapa en libros de texto: problemas de suma y resta en el Primer Internivel de Educación Primaria*. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación de SegoviaAutoridad UVA. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/30739>

Monroy, J. I. (2014). *La resolución de problemas matemáticos y su impacto en pensamiento crítico del ciudadano*. Revista de cooperación, 1(3), 79-86. Recuperado de : <http://www.revistadecooperacion.com/numero3/03-06.pdf>

Noda, A. (2000). *Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del primer ciclo de la ESO y maestros en formación*. Tesis doctoral, Universidad de la Laguna, España.

Polya, G., (1957), *How to Solve It*. 2nd. edition. Princeton University Press: Princeton, NJ. (Trad. castellana, Cómo plantear y resolver problemas. (Trillas: México, 1965).

Puig, L. y Cerdán, F. (1988), *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis: Madrid.

Schoenfeld, AH (1985). *Resolución de problemas matemáticos*. Nueva York: Prensa Académica.

Stanic, g. & kilpatrick, J.(1989), *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. In R. Charles&Silver (Eds.) The teaching and assesing of mathematical problem solving, pp.1-22 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stoyanova, E. (1998). *Problem posing in mathematics classrooms* [La invención de problemas en clases de matemática]. En A. McIntosh y N. Ellerton (Eds.), *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective*[Investigación en Educación Mateamática: una perspectiva contemporanea], pp 164-185. Edit Cowan University: MASTEC.

Silver, E. A. y Cai, J. (2005) *Investigación que plantea problemas en la educación matemática: algunas preguntas respondidas y no respondidas. Presentación de problemas matemáticos* (págs. 3-34) https://www.researchgate.net/publication/283028209_Problem-posing_Research_in_Mathematics_Education_Some_Answered_and_Unanswered_Questions