

UVA.BHSC

\*\*\*  
\* 71. 163 \*  
\*\*\*



UVA.BHSC

187

2628

CHRISTIANI WOLFII,

POTENTISSIMI SUECORUM REGIS, HASSIÆ LANDGRAVII,  
CONSILIARII REGIMINIS, MATHEMATUM AC PHILOSOPHIÆ  
PROFESSORIS PRIMARII IN ACADEMIA MARBURGENSI,  
PROFESSORIS PETROPOLITANI HONORARII, ACADEMIÆ  
REGIÆ SCIENTIARUM PARISIÆ SOCIETATUMQUE  
REGIARUM BRITANNICÆ ATQUE BORUSSICÆ MEMBRI,

ELEMENTA  
MATHESIOS  
UNIVERSÆ.

TOMUS QUINTUS,

*Qui COMMENTATIONEM DE PRÆCIPUIS SCRIPTIS MATHE-  
MATICIS, COMMENTATIONEM DE STUDIO MATHEMATICO  
RECTE INSTITUENDO, & INDICES IN TOMOS QUINQUE  
MATHESIOS UNIVERSÆ CONTINET.*

EDITIO NOVISSIMA,

MULTO AUCTIONIOR ET CORRECTIOR.



GENEVÆ,

Apud HENRICUM-ALBERTUM GOSSE, & Socios.

M D C C L I I I

CHRISTIANI WOLFF

PHILOSOPHIAE  
MORALIS  
PRINCIPALIA  
IN QUORUM  
NUMERO  
MORALIS  
PHILOSOPHIA  
CONTINETUR

PRIMA  
MORALIS  
PHILOSOPHIA

UNIVERSA

TOMUS OCTAVUS

IN QUO  
MORALIS  
PHILOSOPHIA  
CONTINETUR

LIBRO NOVISSIMO

DE MORALI  
PHILOSOPHIA



GENEVAE

APUD HENRICHUM MAYERUM LIBRARIUM



## PRÆFATIO.



**P**ROBIT tandem Tomus Quintus novæ Editionis Elementorum nostrorum Matheseos universæ, qui dudum lucem adspexisset, nisi alii labores aliaque impedimenta indeclinabilia moram injecissent. Equidem nihil restabat quam recensio Autorum, qui Mathesin vel suis inventis, vel scriptis illustrarunt, quam adjeceramus tam Germanicæ Elementorum Matheseos, quam primæ Latinæ Editioni; una cum Indice in quatuor Elementorum horum Tomos: ne tamen nimis sterilis judicaretur Tomus quintus, addere lubuit Commentationem de Studio mathematico recte instituendo. Primo igitur loco sistitur brevis Commentatio de præcipuis Scriptis mathematicis. Omnia recensere nec potuimus, nec recenseri consultum fuit. Recensuimus

P R Æ F A T I O.

fuius ea, quæ ipsimet possidemus, & pauca quædam, quæ aliunde nobis nota sunt. Hanc Autorum notitiam abunde sufficere credimus ei, qui vel se totum Mathesi dare, vel ejus aliquam partem sibi quasi propriam reddere decreverit. Et quoniam singulis adhuc annis scripta mathematica prodeunt, unusquisque, cui volupe fuerit, hanc recensionem facile continuabit. Qui vero Mathesi tantummodo operam navare voluerit, ut non modo divinæ hujus scientiæ compos fiat, verum etiam intellectus eum perfectionis gradum conciliet, ut eodem in omni cognitione reliqua rite ac prompte utatur; ei abunde satisfacient sola Elementa nostra, ut nullo alio librorum apparatu indigeat. Quodsi autem quis in aliqua ejus parte ulterius progredi voluerit; ex commentatione nostra facile videbit, quem vel quosnam sibi eligere debeat duces, ut voti sui compos reddatur. Ceterum cum nemo Autorum sibi proposuerit, ut eam omni perspicuitate explicaret, quam tyro merito desideravit, ac demonstrationes daret consummatas, quas in Logica appellamus; suademus serio ne quis ad lectionem aliorum Autorum accedat, antequam nostra sibi familiaria reddiderit. Verendum enim, ne confundatur, & perplexitate desertor studii utilissimi efficiatur. Si quis, solius intellectus perficiendi gratia, ad Mathesin animum appellit, is vel in Elementis Arithmeticæ, Geometriæ Elementaris & Trigonometriæ plane subsistere, vel ex ceteris addere potest, quæ maxime sunt ad ipsius palatum; modo sibi caveat, ne negligat eas disciplinas, ex quibus demonstrandi principia petuntur, nisi hæc tanquam certa sumere voluerit, etsi eorum evidentiam non perceperit. Et quænam hic ob-

servan-



P R Æ F A T I O.

servanda sint, ex Commentatione de Studio mathematico recte instituendo haud difficulter addiscet.

Secundo loco hic comparet Commentatio de Studio mathematico recte instituendo. Non omnes, qui eidem sese dedunt, eodem fine ad ipsum accedunt. Quamobrem nostrum fuit, non idem singulis dare consilium; sed potius pro diversitate finis diversa. Equidem Elementa nostra eo modo concinnavimus, ut singulis satisfaciant, quocunque tandem animo ad Mathesin accedant; cum tamen omnibus non conveniant omnia, indicandum omnino erat, quænam omittenda sint, quænam prætermitti minime debeant, & quomodo in iis percipiendis sit versandum, prouti unusquisque hunc vel alium finem sibi proposuerit; quamvis iis, qui sciendi cupidine flagrant, & in Philosophia aliisque scientiis cum laude versari voluerint, commendanda sit lectio integrorum nostrorum Elementorum. Ea sane hoc modo conscripsimus, ut haud multo temporis spatio integram Mathesin addiscere liceat, ac deinde qualibet ejus parte ulterius progredi detur, quantum libuerit. Cognitu nimirum utilissima & quæ ad ulteriora viam sternunt, cum primis principiis ita connexa sunt, ut ideas maxime adæquatas ex his Elementis haurire & ex aliis operibus petenda cum iisdem connectere liceat: id quod etiam in operibus nostris philosophicis eadem methodo conscriptis intendimus. Neque enim alia datur via, qua ad certam & solidam rerum cognitionem perveniatur. Etsi autem Mathesis multas afferat utilitates ad felicitatem generis humani promovendam, ut adeo digna sit, quæ excolatur; non tamen hinc recte infertur, eam omnibus omnino esse addiscendam, qui

P R Æ F A T I O.

studiis literariis operam navant. Sufficit enim esse aliquos, qui eidem, vel uni alterive parti, se consecrant, ut humanum genus utilitates istas consequatur. Enim vero quatenus Studium mathematicum perficit intellectum, ea ejus utilitas est, ut nemo ad scientias alias tractandas admitti debeat nisi in Mathesi versatus. Hæc ipsa utilitas omni ævo agnita, ex quo scientiæ honos fuit. Semper enim unanimi consensu assertum, ac hodiernum asseritur, studio Matheseos perfici intellectum. Non tamen defuere, qui utilitatem istam in dubium vocarunt, cum viderent viros in Mathesi præstantes nihil agere, ubi extra eandem demonstrationes dare audent. Immo hinc enata est opinio, quasi folius Matheseos sit ea, quæ affirmantur vel negantur, demonstrare; in Philosophia vero & facultatibus, quæ vocantur superioribus ad demonstrationes perveniri non posse. Ex hoc labyrintho patet egrediendi via, si paulo intimius inspicias, cur Mathesis acuat intellectum. Memini jam alias plus simplici vice me monuisse, methodo tribuendum esse, ut Matheseos studio perficiatur intellectus. Ut vero methodam distincte cognoscas, eamque in potestatem tuam redigas, non quælibet tractatio sufficit, sed legitimo quodam modo tractanda est Mathesis. Quinam igitur sit modus, a quo tam præclara utilitas unice speranda, in Commentatione nostra ex instituto docemus. Neque enim hætenus satis hoc animadvertum ab aliis; unde accidit, ut Mathematici summi, qui divinis prorsus inventis scientiam nobilissimam diditarunt, genuinam demonstrationis formam non perspexerint, quemadmodum in ipsa Commentatione clarissime ostendi. Quicquid igitur alii sentiant de Tomo hoc quinto Elementorum

P R Æ F A T I O.

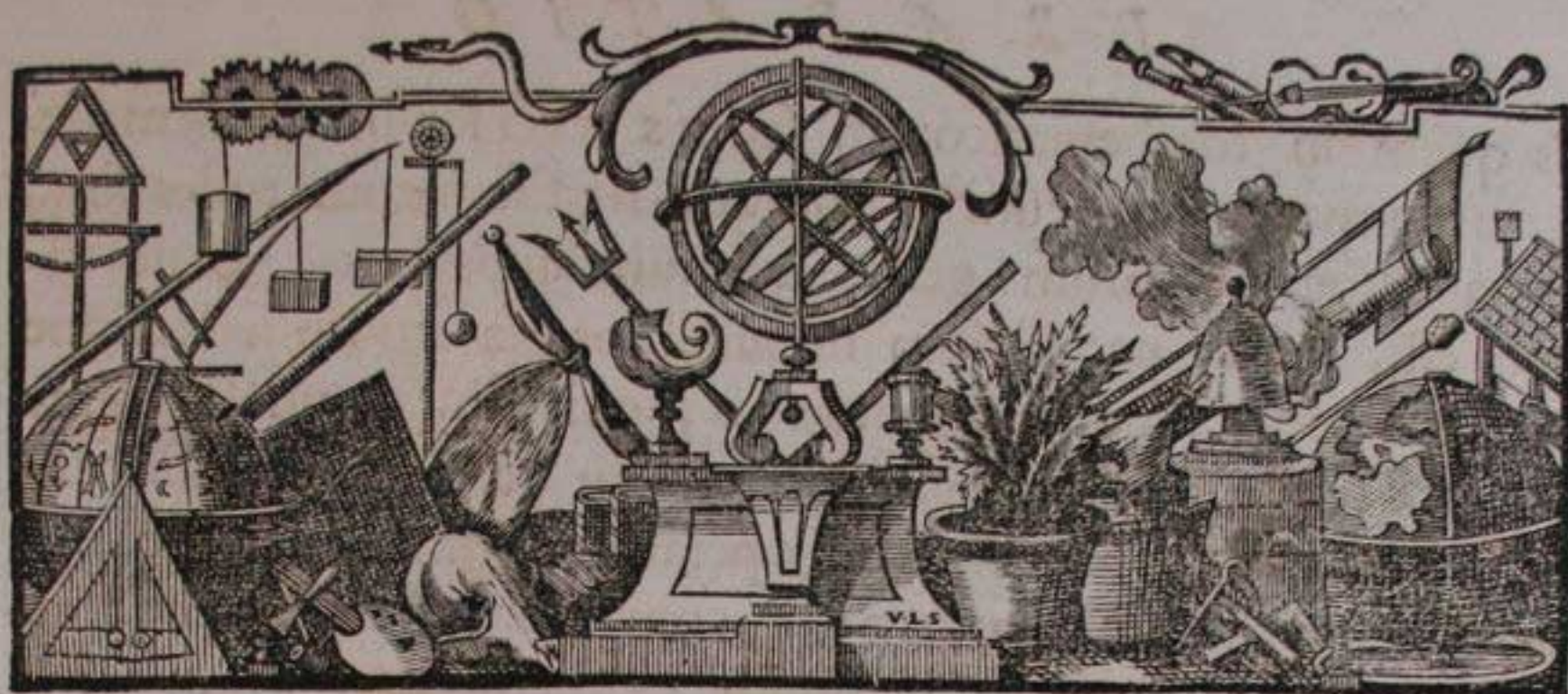
rum Matheſeos, quorum unicuique liberum ſuum relinqui-  
mus iudicium; ego hoc nomine eundem maximi facio, quod  
genuinum facultatum mentis noſtræ uſum hinc addiſcere li-  
ceat, quo ad ſolidam rerum cognitionem pervenitur. Non  
nego eundem uſum regulis comprehendere in Logica & a no-  
bis in opere præſertim Latino majore, quod de Logica con-  
ſcripſimus, demonſtrari: Monui tamen jam alias, ſtudio Ma-  
theſeos rite inſtituto eum acquirendum eſſe. Quomodo igitur  
id ipſum rite inſtituatur, ut in omni cognitionis genere  
facultatum humanarum rectum facere addiſcas uſum, in Com-  
mentatione noſtra tanta perſpicuitate docuimus, ut, quid am-  
plius deſiderari poſſit, non videamus. Quamobrem, ſi quis  
conſilio noſtro uti voluerit, is in ſe ipſo experietur, quod non  
modo regulas logicas, quas in opere noſtro expoſuimus, nunc  
penitus intelligat, & nihil in iis ſuperſit obſcuro; verum etiam  
quod iisdem prompte ac ſine ulla aberratione ſatisfacere poſ-  
ſit, modo attentionem ſuam in ſe deſiderari minime patiatur.  
Dari aliquam Artem inveniendi, quæ hæcenus abſque regulis  
exercetur, Mathematici exemplo ſuo abunde confirmant, qui  
noſtro præſertim ævo novis indies inventis Matheſin augent.  
Nemo diffitebitur, qui vel ad ea animum advertit, quæ ſpe-  
ciminis loco in Arithmetica (\*) tradidimus, ab exemplis abſ-  
trahi poſſe regulas. Quoniam igitur ſumma intellectus per-  
fectio eſt, eum facere facultatum noſtrarum uſum, qui ad  
veritatem latentem investigandam requiritur; id quoque egi-  
mus in Commentatione noſtra ut oſtenderemus, quomodo  
verſandum ſit in Matheſi, ut uſum iſtum conſequamur. Hac-  
tenus

(\*) S. 1231

P R Æ F A T I O.

tenus Ars inveniendi regulis comprehensa non est, quæ enim sub hoc titulo prostant, augustum istud nomen non merentur. Demus autem mox affore tempus, quo Ars inveniendi omnibus suis numeris absoluta exactisque regulis comprehensa in publicum profert; minime tamen hinc sequitur, ea, quæ in Commentatione nostra in usum hujus Artis acquirendæ præcipiuntur, nullius fore utilitatis: valent enim de hac Arte eadem quo modo de Logica annotavimus. Quid, quod etiam consilium nostrum de studio Matheseos in usum Artis inveniendi acquirendæ instituendo ei prodesse possit, qui eam regulis comprehendere voluerit?

Ultimo demum loco sequuntur Indices, de quibus ut multa dicam opus non est. Unicum tantummodo moneri consultum duxi. Initio constitueram Indices omnes rerum & verborum in Elementis nostris contentorum in unum compingere. Enimvero cum consultissimum videretur in iis citari paragraphos, literis autem alphabeti singulæ partes non commode distingui possent; potius visum est singulos singulorum Tomorum Indices figillatim conficere. Quoniam enim in separato Tomo leguntur, absque ulla opera, quæ in uno non inveniuntur, in alio quæruntur. Ac ita tandem Elementa nostra Matheseos universæ ad umbilicum perduximus; nil magis in votis habentes, quam ut iisdem in addiscenda Mathesi utentes eum consequantur usum, quem Commentatio nostra promittit. Dabam Marburgi Cattorum d. 17. Septembr. A. O. R. 1740.



## PRÆFATIO.

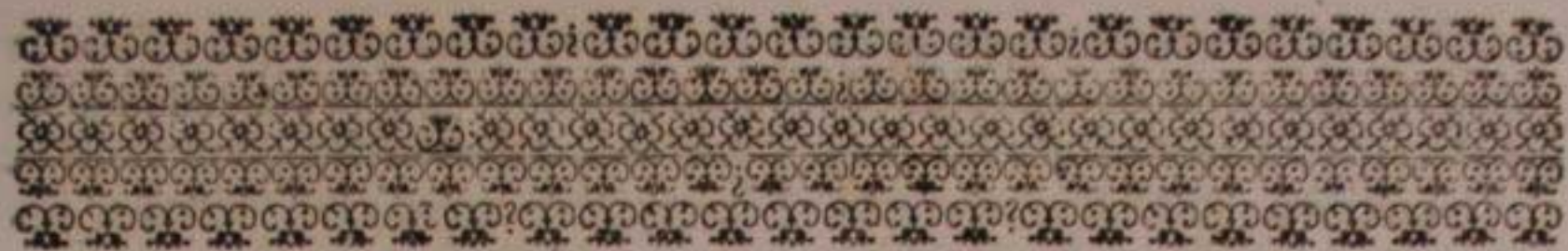


Non nobis propositum est condere Historiam Matheseos universæ, ut ortus ejus pateat atque progressus ad nostra usque tempora. Opus enim hoc arduum est ac difficile, quod infinitam propemodum requirit lectionem & Bibliothecam libris omnibus tam antiquis, quam recentioribus instructissimam. Nostrum jam non est in hunc campum descendere. Quod ordinaria negotia nobis relinquunt otium, in Philosophia reformanda totum consumendum, etiamsi alia non obstarent, de quibus in præsentis dicere nil attinet. Neque etiam nobis animus est recensendi Autores omnes, qui vel de Mathesi integra, vel de una aut altera ejus parte, vel etiam de particularibus quibusdam argumentis commentati sunt: Sufficit recensuisse scripta præcipua, quorum lectione in studio Matheseos feliciter progredi licet. Etsi enim hodie reperiantur plurimi, qui in historia literaria industriam suam exercent: nullibi tamen ma-

P R Æ F A T I O.

gis quam in Mathematicorum scriptis recensendis eandem deficere animadvertes, cum plerumque Mathematicum rudes sint, qui ad hoc studiorum genus animum appellant. Utile tamen est, immo necessarium nosse libros, a quorum lectione recedas doctior, ne in legendis iis, qui ad scopum minime faciunt, tempus fallas & magno conatu parum aut nihil dicas. Me igitur non inutilem operam præstitisse confido iis, qui ad Mathesin addiscendam sese convertunt. Patebit hoc ex sequente commentatione de studio mathematico, in qua indicaturus sum, quinam pro diverso discipulorum scopo legendi sint autores. Ceterum non dubito, hanc recensione Autorum etiam prodesse posse iis, qui ad Historiam Matheseos condendam sese accingent observaturi eas leges, quas præscripsimus in opere nostro Logico. Vix tamen eandem ab uno homine expectes. Rationes perspicies ex iis, quæ de Historia scientiarum in Logica tradidimus. Optandum foret, ne pars eruditionis longe utilissima diutius negligeretur, & bene de humano genere merebitur, qui vel unius Matheseos partis historiam exarsciatam dederit, exemplo suo excitaturus alios ad focias operas conferendas.





D E

PRÆCIPUIS SCRIPTIS  
 MATHEMATICIS  
 BREVIS COMMENTATIO.

CAPUT PRIMUM.

*De Cursibus, Operibus atque Lexicis Mathematicis.*

§. 1.

**P**rimus *Cursus mathematicum* Latino & Gallico idiomate edidit PETRUS HERIGONIUS *Parisiis* 1644. in 8. (10 Alph. 2 plag.). Constat Tomis sex. Primo continentur 1. Elementa EUCLIDIS XV. 2. Data EUCLIDIS, 3. APOLLONII PERGÆI de determinata sectione Geometria, a WILLEBRORDO SNELLIO restituta, 5. Eiusdem APOLLONII inclinationum Geometria, a MARINO GHETALDO restituta, 6. Eiusdem APOLLONII Tactionum Geometria, a FRANCISCO VIETA restituta, 7. Doctrina Sectionum angulorum. Tomus secundus complectitur 1. Arithmetica[m] practicam, & 2. Algebra[m] tum vulgarem, tum speciosam, una cum ratione componen-

di ac demonstrandi per regressum sive repetitionem vestigiorum Analyseos. Tomus tertius exhibet 1. Constructionem Canonum, Sinuum, atque Tangentium & Logarithmorum, 2. ipsos hos Canones, 3. Trigonometriam planam, 4. Geometriam practicam, 5. Architecturam militarem, 6. Tractatum de militia Græcorum, Romanorum, & hodierna, 7. Mechanicam. Tomus quartus continet 1. Doctrinam de Sphæra mundi, 2. Geographiam tam veterem, quam novam, 3. Histiodromiam, seu Artem navigandi. In Tomo quinto extant, 1. Optica EUCLIDIS aucta & novis demonstrationibus illustrata, 2. Catoptrica EUCLIDIS, 3. Dioptrica, 4. Perspectiva, 5. THEODOSII Sphæricorum libri

A 2

libri

libri tres, quibus additur quartus de triangulis sphaericis & trigonometria sphaerica, 6. Theoricæ planetarum, 6. Gnomonica, 8. Musica EUCLIDIS. Denique Tomus sextus supplementis destinatur 1. in Algebram, 2. in Perspectivam, 3. in Theoriam Planetarum: quibus additur introductio in Chronologiam. Apparet adeo, præter inventa recentiora, quæ Autor suo tempore tradere nondum potuit, desiderari adhuc 1. Theorematum Archimedeæ, 2. Doctrinam Conicorum, 3. Staticam, 5. Hydraulicam, 6. Architecturam civilem, 7. Pyrotechniam. Quæ vero de singulis disciplinis monenda sunt, ea inferius suo loco annotabimus. Nunc in genere observamus, Autorem ubique accurata uti demonstrandi methodo, eaque nova, per notas reales & universales, ita ut demonstrationes ipsius ab eo, qui notarum vim animo comprehendit, citra usum cujuscunque idiomatis intelligi possint. Sed cum signa sint Autori peculiariora & diversa ab iis, quibus hodie in casibus similibus utimur; nonnihil difficultatis facessunt sub initium lectionis, aliis præsertim signis jam adfuerit. Ubi tamen signa familiaria evaserint, multum facilitatis habet hæc demonstrandi methodus: quia integra demonstratio uno obtutu haud difficulter comprehenditur & una singulæ ejus partes distincte exhibentur. Ceterum HERIGONIUS theoriam magis, quam praxin cordi habet, &

ab ejus tempore pleræque disciplinæ mathematicæ multum mutationis subierunt, ad altius fastigium evectæ, ita ut nostro ævo non satisfaciat iis, qui ad Mathesin universam addiscendam animum appellunt.

§. 2. Anno 1662, CASPARUS SCHOTTUS, e Societate Jesu, *Cursum Mathematicum* edidit *Herbipoli* in fol. reculum *Francofurti ad Mœnum* An. 1674, & denuo *Bambergæ* An. 1677, in fol. (7 Alph. 19 plag. una cum 2 Alph. 4. plag. figurarum æri incisarum). Constat opus Libris 28, quorum primus Isagogen continet ad Mathesin, in qua problemata facillima Geometriæ practicæ explicantur; secundus Arithmeticam; tertius Libros VI priores Elementorum EUCLIDIS, quartus & quintus Trigonometriam; sextus Geometriam practicam secundum pantometron KIRCHERI; septimus elementa Astronomiæ; octavus Theoricæ planetarum; nonus problemata Astronomiæ practicæ; decimus Astrologiam judicariam; undecimus Chronographiam; duodecimus Geographiam; decimus tertius Hydrographiam; decimus quartus Horographiam; decimus quintus Mechanicam; decimus sextus Staticam; decimus septimus Hydrostaticam; decimus octavus Hydrotechniam; decimus nonus Opticam; vigesimus Catoptricam; vigesimus primus Dioptricam; vigesimus secundus & tertius Architecturam militarem; vigesimus quartus Tacticam hodiernam;



nam; vigesimus quintus Musicam; vigesimus sextus Algebram; vigesimus septimus Logarithmorum doctrinam; vigesimus octavus Synopsis Matheſeos tradit. Deſiderantur adeo Pyrotechnia, Architectura civilis & Ars navigandi; pleræque diſciplinæ nimis breviter pertractantur, nec demonſtrativa methodus ubique adhibetur: deſunt etiam recentiora inventa, nec ſublimiora attingit Autor, ipſius præſertim ævo parum trita. Non ergo ſatisfacit, noſtro tempore, iis qui ad ſolidam Mathematicam notitiam adſpirant.

§. 3. Anno 1681, Londini in 4. idiomate Anglico prodiit JONÆ MOORE Novum ſyſtema Mathematicum (*A new Systeme of the Mathematicks*). Conſtat Tomis duobus, quorum primo continentur 1. Arithmetica tum decadica, tum decimalis, tum ſpecioſa, 2. ſex libri priores Elementorum EUCLIDIS, una cum undecimo & duodecimo, atque Geometrica practica, 3. Trigonometria plana & Sphærica, 4. Cosmographia, 5. Ars navigandi, 6. Doctrina Sphærica ſecundum hypotheſin terræ motæ: in altero autem extant Tabulæ aſtronomiæ, Sinuum verſorum & Logarithmorum, atque Geographia ſeu deſcriptio præcipuarum Regionum. Eorum potiffimum conatibus inſervit hoc opus, qui Artem navigandi ſolidioribus fundamentis ſuperſtructam addiſcere geſtiunt. Commendatur quoque doctrina Sphærica talia con-

tinens, quæ alibi fruſtra quæſiveris.

§. 4. CLAUDIUS FRANCISCUS MILLIET DECHALES, Camberienſis, e Societate Jeſu, An. 1674, edere cœpit *Curſum ſeu Mundum mathematicum*, tribus Tomis: ſed cum novam editionem multo auctiorem meditatus ante diem obiiffet, AMATUS VARCINUS ex eadem Societate An. 1690, editionem ex MSC. Autoris auctam & emendatam dedit *Lugduni Gallorum* in fol. (32 Alph.) Editio poſthuma in 4 Tomos digeſta, quorum primo continentur 1. Tractatus de progreſſu Matheſeos & de illuſtribus Mathematicis, 2. EUCLIDIS Elementa XIV. 3. THEODOSII Sphærica, 4. Tractatus de ſectionibus Conicis, 5. Arithmetica practica, 6. Trigonometria, 7. Algebra, 8. Hypotheſium Cartefianarum refutatio: ſecundo 1. Geometria practica, 2. Mechanica, 3. Statica, 4. Geographia, 5. Tractatus de Magnete, 6. Architectura civilis, 7. Ars tignaria, 8. Tractatus de lapidum ſectione: tertio 1. Architectura militaris, 2. Hydroſtatica, 3. Tractatus de fontibus & fluviis, 4. Hydraulica, 5. Ars navigandi, 6. Optica, 7. Perſpectiva, 8. Catoptrica, 9. Dioptrica: quarto denique 1. Muſica, 2. Pyrotechnia, 3. Astrolabium, 4. Gnomonica, 5. Aſtronomia, 6. Astrologia, 7. Tractatus de Meteoris, 8. Calendarium. Autor, in Matheſi pura, antiqua & vulgaria bene explicat; recentiora vero inventa &

sublimiora non attingit. De disciplinis ad Mathesin mixtam spectantibus dicemus suo loco, id unice nunc annotasse contenti sumus, quod ad discursus physicos sæpius digrediat. In demonstrando rigori veterum perspicuitatem jungit. Cursuum Mathematicorum, qui hætenus lucem publicam adspexerunt, absolutissimus est.

§. 5. Anno 1690, WILHELMUS LEYBORN, Anglus, patrio idioma re publicavit Cursum Mathematicum sub titulo: *Mathematical Siences in nine Books; Londini* in fol. (11 Alph. Tab. æn. 43). Liber primus explicat Arithmetica, vulgarem pariter, ac decimalem, cum logarithmica; secundus Geometriam elementarem (cui appendicis instar subjungitur brevis ad Algebram speciosam introductio); tertius doctrinam de primo mobili; quartus Cosmographiam, Geographiam & Chronologicam doctrinam de epochis; quintus Trigonometriam planam & sphericam; sextus usum instrumentorum Geometricorum in Geodæsia, Planimetria & Architectura tam civili, quam militari; septimus Artem navigandi; octavus Gnomonicam; nonus librum secundum Institutionum Astronomicarum NICOLAI MERCATORIS de theoria planetarum. Plurimas disciplinas Mathematicas in hoc cursu desiderari statim apparebit, si quidem eam cum cursu præcedente conferre libuerit.

§. 6. ABRAHAMUS DE GRAAF, Batavus, idiomate patrio *Amsteloda-*

*mi* An. 1694, in 4. (1 Alph. 21 plag. Tab. æn. 94.) sub titulo *De geheele Mathesis of Wiskonst* publici juris fecit Cursum Mathematicum, in quo reperiuntur 1. tractatus brevis de Proportione, 2. Arithmetica præctica, 3. Geometria elementaris, 4. Trigonometria plana & spherica, 5. Astronomia, 6. Ars agrimensoria cum Stereometria doliorum, 7. Ars navigandi, 8. Architectura militaris, 9. Gnomonica, 10. Perspectiva, 11. Dioptrica cum Catoptrica, 12. Mechanica, 13. Algebra. In plerisque nimis brevis, Algebra excepta.

§. 7. Anno 1697, OZANAM, Galus, vir variis scriptis mathematicis suo loco commendandis celebris, in publicum emisit Cursum Mathematicum, quatuor Tomis comprehensum, sub tit. *Cours de Mathematique, Parisiis* in 8., recensum *Amstelodami* (quamvis Parisiorum nomen præ se ferat) An. 1699. (4 Alph. 14 plag. Tab. æn. 155.). Tomus primus complectitur Elementa EUCLIDIS sex priora, una cum undecimo & duodecimo, atque Arithmetica litterali; secundus Trigonometriam planam & Sphericam, cum Tabulis Sinuum, Tangentium, atque Logarithmorum; tertius Geometriam præctiam; quartus Mechanicam atque Perspectivam; quintus Geographiam & Gnomonicam. Desunt adeo disciplinae quam plurimæ. Ceterum in demonstrando rigorem veterum pulchre observat Cl. Autor.

§. 8.

§. 8. JAC. TAYLOR in Thesaurario Mathematicæ, quod An. 1707, W. ALINGHAM Londini in 8. recudi fecit ( 1 Alph. 12 plag. Tabb. æn. 18. ) sermone Anglico sub Titulo *Treasury of the Mathematicks*, explicat præcipua problemata Arithmeticæ, Geometriæ practicæ, Trigonometriæ utriusque, Astronomiæ Sphæricæ, Geographiæ, Navigationis, Geodesiæ, Stereometriæ, Gnomonicæ, Architecturæ militaris & Pyrotechniæ, suppositis terminorum definitionibus, & demonstrationibus sepositis. Adduntur Tabulæ Logarithmorum, & Tabulæ Sinuum atque Tangentium.

§. 9. Cum sub finem An. 1706, munus docendi publice Mathesin in Academia Halensi in me translatum esset; statim animadverti, me eidem ex voto satisfacere non posse, quamdiu desit liber, multiplici studiosorum ad celeberrimam hanc Musarum sedem undiquaque confluentium scopo conveniens. Prælectiones mathematicæ in Academiis Germaniæ tum instituebantur in *Mathesin Compendiarium* JOANNIS CHRISTOPHORI STURMIJ, Philosophiæ Naturalis & Matheseos in Academia Altorfina Professoris, paucis Tabulis comprehensam. Sed cum in iis nonnisi prima Matheseos rudimenta continerentur, ac inprimis desideraretur methodus, qua intellectus juvenum ad reliqua studia rectius absolvenda formatur; meo, quem in docenda & discenda

Mathesi mihi præfixeram, scopo eadem parum conveniebant. Equidem idem An. 1699, duobus Tomis *Norimbergæ* in 8. ediderat *Mathesin Juvenilem*, quorum prior Arithmeticam practicam, Geometriam practicam, cum palmariis Geometriæ elementaris theorematis, Trigonometriam planam, Architecturam militarem atque civilem, & Staticam seu Artem mechanicam; posterior Opticam, Catoptricam & Dioptricam, Astronomiam, Chronologiam, & Gnomonicam continet: in ea tamen nonnisi uberiori discursu illustrantur, quæ in Tabulis concisius proponuntur. Utitur Autor methodo erotematica, nec demonstrationibus locum concedit, ut ipse in præfatione moneat, non quærendam in hoc libro esse Mathesin suis numeris absolutam, ac demonstrationibus exactissimis ubique firmatam, sed facilem, planam ac demonstrationibus discipulorum captui accommodatis illustratam verius, quam corroboratam. (Tom. I. 2 Alph. 12 plag. Tabb. æn. 52. Tom. II. 2 Alph. 9 plag. Tabb. æn. 57.)

§. 10. Filius ejus LEONHARDUS CHRISTOPHORUS STURMIUS, Francofurti ad Oderam Matheseos Professor, Compendium Matheseos conscripsit in usum Prælectionum suarum, idiomate patrio, methodo erotematica, ad imitationem Matheseos juvenilis parentis sui, in quinque partes divisam, quarum prima Mathesin universalem, Arithmeticam, Geometriam element-

elementarem, Phoronomiam, Algebram; secunda Arithmeticam practicam, Geometriam practicam, Architecturam militarem & civilem, Pyrotechniam, Mechanicam; tertia Astromonomiam, Geographiam & Chronologiam; quarta Gnomonicam, Opticam, Perspectivam & Acusticam, quinta Tabulas quasdam mathematicas continet. Prodiit secunda vice *Francofurti ad Oderam*, 1710, in 8. sub Titulo: *Kurtzer Begriff der gesammten Mathesis*. Autor totum se dederat studio Architecturæ civilis ac militaris & Geometriæ practicæ, ut adeo in theoria elementari cespitet. In ceteris vestigia parentis in Mathesi juvenili legit, quantum ipsi dabatur.

§. 11. Ut igitur ad verum Matheleos studium juventutem Academicam manuducerem, Universæ Matheleos Elementa idiomate patrio conscripsi, & quatuor Tomis *Hala*, 1710, in 8. sub Titulo: *Anfangs-Gründe der Mathematischen Wissenschaften*, evulgavi (5 Alph. 10 plag. Tab. æn. 111.) Tomus primus continet Commentationem de Methodo mathematica, Arithmeticam, Geometriam, Trigonometriam & Architecturam civilem; secundus Pyrotechniam, Architecturam militarem, Mechanicam, Hydrostaticam, Aërometriam & Hydraulicam; tertius Opticam, Catoptricam, Dioptricam, Perspectivam, Trigonometriam Sphæricam, Astromonomiam, Chronologiam, Geographiam & Gnomoni-

cam: quartus denique Algebram communem, Analyfin infinitesimalem Illustris LEIBNITII, & appendicem de præcipuis scriptis mathematicis. Theoretica parcius exposui, ut tempori ac loco servirem, quantum ad praxes, quas uberius tradidi, demonstrandas sufficere deprehendi, reliquis in parte quarta per Analyfin erutis. Ubivis tamen methodi rationem habui, ut verioris Logicæ praxis animis discentium insinuaretur, & ad solidam doctrinam capiendam discentes apti efficerentur. Non inutilem fuisse huncce laborem, tum propria experientia me quotidie adhuc edocet, tum alii publice confessi sunt. Videantur Acta Eruditorum An. 1711, pag. 279; An. 1713, pag. 222, 428; & An. 1714, p. 250. Quinta vice recusa sunt hæc Elementa An. 1738, in 8. (6 Alph. Tab. æn. 121.) Prodeunt nunc *Amstelodami* in linguam Batavorum translata & *Lausanne* in Latinum versa eduntur.

§. 12. Quoniam hæc Elementa nonnullis prolixiora videbantur, quam ut tyronibus promiscue proponerentur, & imprimis Algebra in parte quarta prolixius explicata eorum captui non convenire, nec ad omnium palatum esse judicaretur; desiderio aliorum satisfactorius eadem in *Compendium* redegei & An. 1713, *Hala* in 8. edidi (2 Alph. Tab. æn. 45). Continetur in hoc compendio Commentatio de Methodo mathematica, Arithmetica, Geometria, Trigonometria

metria plana, Mechanica, Hydrostatica, Aërometria, Hydraulica, Optica, Catoptrica, Dioptrica, Perspectiva, Astronomia, Geographia, Chronologia, Pyrotechnia, Architectura militaris & civilis, Algebra speciosa ad exempla arithmetica applicata. Editio sexta prodiit *Hale* An. 1737.

§. 13. Quid me impulerit, ut *Elementa Matheseos* Latina a Germanicis diversa ederem, in præfatione Tomi primi exposui. An finem mihi propositum fuerim consecutus, aliorum esto iudicium. Editio altera, quæ ab Anno 1730 prodiit & cui nunc Tomo quinto colophonem imponimus, recusa est *Genevæ* in 4. ab Anno 1732 forma majore. Enimvero editionem nitidissimam & ab omnibus mendis expurgatam *Veronæ* parat JOSEPHUS SERERIUS, Medicinæ ac Philosophiæ Doctör, in omni Mathesi ac Philosophia versatissimus. Ad commodiorem usum figuræ ipsi textui inseruntur. Eandem operam iisdem impendit, quam orbi erudito in recudendis operibus nostris philosophicis Latinis abunde comprobavit. Ut Gallorum commodis inserviat JOANNES THEOBALDUS BION, *Elementa* hæc nostra quoad substantiam in linguam Gallicam transfundit; satis ingenue ac feliciter, quemadmodum ex speciminibus ad me transmissis intellexi.

§. 14. Ab eo tempore, ex quo *Elementa Matheseos*, tam patrio, *Wolfii Oper. Mathem.* Tom. V.

quam Latino sermone conscripta edidi, plura in Germania passim prodire Compendia Matheseos, Nostris satis nota & in bibliopolis nostris ubi-vis obvia. Sed de singulis dicere nimis foret prolixum & a præsentis instituto alienum.

§. 15. CONRADUS DASIPODIUS, Mathematicum Professor *Argentoratensis*, *Argentorati*, an. 1573, edidit *Dictionarium Mathematicum* Græce atque Latine conscriptum in 8. (plag. 12.) Continentur in eo definitiones ac divisiones Arithmeticæ, Logisticæ, Geometriæ, Geodesiæ, Astronomiæ, & Harmonicæ. Non ordinem Alphabeti sequitur Autor, sed disciplinarum. In iis etiam disciplinis, quas attingit, opera ejus est admodum imperfecta.

§. 16. HIERONYMI VITALIS, Capuani, Clerici Regularis Theatini, *Lexicon Mathematicum*, *Parisiis* 1668, in 8. prodiit (1 Alph. 18 plag.) In eo tamen nonnisi voces Geometriæ elementaris, Astronomiæ & Astrologiæ explicantur. Idem An. 1690, *Romæ* in 4., recusum & ex omnibus fere disciplinis Mathematicis insigniter auctum, multis inutilibus passim rescissis. (6 Alph. 3 plag.)

§. 17. OZANAM supra laudatus *Lexicon Mathematicum*, secundum ordinem disciplinarum disposuit, editum *Parisiis* An. 1691 in 4. (4 Alph.) Explicat Cl. Autor terminos Arithmeticæ, Algebrae, Geometriæ speculativæ & practicæ, Cosmographiæ, Astro-

B nomia,

nomiæ, Navigationis, Geographiæ tum astronomicæ, tum naturalis, tum historicæ, Opticæ, Perspectivæ, Gnomonicæ, Catoptricæ, Dioptricæ, Artis pictoriæ, Mechanicæ, Staticæ, Hydrostaticæ, Architecturæ civilis & militaris, atque Musicæ.

§. 18. J. HARRIS in Lexico Technico magno, cujus Tomus primus *Londini* 1704, alter ibidem 1710, in fol. prodiit, præter alios terminos Artium & Scientiarum non modo Mathematicos terminos, verum etiam res ipsas explicat. Titulus operis est: *An universal English Dictionary of Arts and Sciences, explaining not only the Terms of Arts, but themselves.*

§. 19. E. CHAMBERS *Londini* An. 1728, duobus Voluminibus in fol. forma majore edidit Lexicon Universale artium & scientiarum, sub Titulo, *Cyclopædia, or an Universal Dictionary of Arts and Sciences* ordine alphabetico conscriptum (Alph. 22. plag. 8. Tabb. æn. 28). In eo etiam explicantur, quæ ad Mathesin spectant, ita ut Lexici Mathematici nomen simul tueatur. Mathematica pleraque ex Elementis hisce nostris petuntur, quæ etiam passim citat.

§. 20. An. 1716, lucem publicam adspexit *Lipsiæ* in 8. forma majore, *Lexicon Mathematicum*, (2. Alph. 5. plag. cum multis figuris textui insertis) quod nonnullorum precibus fatigatus, idiomate vernaculo, secundum ordinem alphabeticum, ita digessi, ut non modo singulos terminos in

disciplinis Mathematicis passim obvios explicuerim, verum etiam Auctores citaverim, qui vel primi res iisdem notatas invenerunt, vel optima ratione exposuerunt, ac præterea præcipua dogmata recensuerim, singulorumque usum indicaverim, ut scilicet usui sit illis, qui vel historicam Matheos cognitionem affectant, vel in lectione Auctorum ob voces non intellectas hærent, vel denique ducem in cognoscendo aliquo argumento desiderant. In Italicum idioma idem transtulit JOSEPHUS SERERIUS supra laudatus (§. 13.)

§. 21. Cum bibliopola novam hujus Lexici editionem dare vellet, a me desideravit, ut idem ad mentem ipsius reformarem aut alteri hunc laborem committerem, sed paterer, ut nomen meum eidem præfigeretur. Quoniam non possideo calamum venalem, insulso petito deferre nec volui, nec potui. Bibliopola itaque, cum Lexicon istud diu desideraretur, tandem aliud edidit An. 1734, (2. Alph. Tabb. æn. 26), de quo judicium meum lubens suspendo. Sed quia vulgo pro meo Lexico venditur ac emitur; monendus est Lector, me istud pro meo non agnoscere, nec mea facere, quæ in eodem immutata. Præfationem quoque, quæ eidem præfigitur, diversam esse ab ea, quæ a me profecta fuerat, ipsa collatio utriusque prodit. Nec tamen abusui nominis mei locus daretur; Auctor ejus nomen suum præfigere debuisset.

§. 22. 19

§. 22. In gratiam eorum, qui castra sequuntur, Lexicon militare, pyrotechnicum & navale conscripsit JOANNES LUDOLPHUS FÆSCH, quod *Dresdæ* An. 1735, in 8. forma majore (2. Alph. 8. plag. Tab. æn. 21.) prodiit sub titulo: *Kriegs-Ingénieur-Artillerie und See-Lexicon*. Explicantur in iis termini, qui in Architectura & re militari, Pyrotechnia, & Architectura navali ac navigatione occurrunt, figurisque æri incisis, ubi opus est, illustrantur.

§. 23. SIMON STEVINUS varia Opera mathematica conscripsit, quæ sub titulo: *Les Oeuvres Mathématiques de SIMON STEVIN de Bruges, Lugduni Batavorum* in fol. publicavit An. 1634, ALBERTUS GIRARDUS (1. Alph. 19. plag.) Continentur in iisdem. 1. Arithmetica tam rationalium, quam irrationalium cum regulis Algebrae; 2. Sex libri DIOPHANTI *Alexandrini*, quorum quatuor priores opera STEVINI, duo posteriores a GIRARDO traducti, 3. Usurarum computus, Logistica decimalis, & incommensurabilium doctrina, ubi simul Elementum EUCLIDIS decimum illustratur; 4. Trigonometria plana & spherica, 5. Geographia, 6. Astronomia, 7. Geometria practica, 8. Statica, 9. Optica, 10. Castrametatio, 11. Ratio muniendi per cataractas, 12. Architectura militaris. Autor & in theoria, & in praxi cum laude versatus.

§. 24. CHRISTOPHORI CLAVII,

Bambergensis, e Societate Jesu, *Opera Mathematica* in quinque Tomos distributa, & ab Autore ipso correctæ, plurimisque locis aucta, prodire *Moguntia* An. 1612, in fol. (40 Alph. 9. plag.) Tomus primus complectitur XVI Elementa EUCLIDIS & Libros tres Sphæricorum THEODOSII, cum Commentariis CLAVII in utrumque Autorem, Sinuum, Tangentium & Secantium rationem & Canones; Tractationem triangulorum, tum rectilineorum, tum Sphæricorum. Tomus secundus Geometriam practicam, Arithmeticam, & Algebram, una cum refutatione Cyclometriæ JOSEPHI SCALIGERI. Tomus tertius JOANNIS DE SACRO BOSCO, libellum de Sphæra, cum prolixo Commentario CLAVII in eundem, atque libros tres de Astrolabio. Tomus quartus Gnomonicam, Fabricam & usum instrumenti ad Horologiorum descriptionem peropportuni, Horologiorum novam descriptionem, Compendium brevissimum describendorum Horologiorum horizontalium ac declinantium, cum notis in idem. Tomus denique quintus Romani Calendarii a GREGORIO XIII P. M. restituti explicationem, Novi Calendarii Romani Apologiam adversus MICHAELEM MÆSTLINUM, & Appendicem ad Novi Calendarii Romani Apologiam, in qua JOSEPHUS SCALIGER, GEORGIUS GERMANUS & FRANCISCUS VIETA, qui Calendarium aliter instaurandum esse contenderunt, seorsim

ben singuli confutantur. CLAVIUS instar veterum, EUCLIDIS, ARCHIMEDIS & APOLLONII, demonstrator rigidus.

§. 25. FRANCISCI VIETÆ Galli, *Opera Mathematica* in unum volumen congesta *Lugduni Batavorum*, in fol. An. 1646, edidit FRANCISCUS A SCHOOTEN, Leydenfis, in Academia patria Mathematicum Professor (6 Alph.) Continentur in iisdem 1. Isagoge in Artem analyticam, 2. ad Logisticen Speciosam Notæ priores, 3. Zeteticorum libri quinque, 4. De æquationum recognitione & emendatione Tractatus duo, 5. de numerosa potestatum ad exegefin resolutione, 6. Effectuum Geometricarum Canonica recensio, 7. Supplementum Geometriæ, 8. Pseudo-Mesolabum & alia quædam adjuncta capitula, 9. Theoremata ad sectiones angulares, 10. Responsum ad problema, quod omnibus Mathematicis totius orbis construendum proposuit ADRIANUS ROMANUS, 11. Apollonius Gallus, 12. Variorum de rebus Mathematicis Responsorum Liber VIII, 13. Munimen adversus nova Cyclometrica, 14. Ratio Calendarii vere Gregoriani, 15. Calendarium Gregorianum perpetuum, 16. Adversus CHRISTOPHORUM CLAVIUM Expostulatio.

§. 26. PHILIPPI LANSBERGII *Opera omnia* prodiere, *Middelburgi in Selandia* A. 1663, in fol. (10 Alph.) Continentur in iisdem 1. Triangulorum Geometriæ libri quatuor, 2. Cyclo-

metriæ novæ libri duo, 3. Uranometriæ libri tres, 4. in quadrantem tum Astronomicum, tum Geometricum, nec non in Astrolabium Introductio, 5. Horologigraphia plana, 6. Commentationes in motum Terræ diurnum & annum, & in verum adspectabilis cœli typum, 7. Tabulæ motuum cœlestium perpetuæ, cum novis motuum cœlestium Theoricis & Astronomicarum Observationum thesauro, 8. Chronologiæ Sacræ libri tres in quibus annorum mundi series, ab orbe condito ad eversa per Romanos Hierosolyma, nova methodo ostenditur.

§. 27. In *Opusculis Mathematicis* GUILIELMI OUGHTRED, quondam Collegii Regalis in Cantabrigiensi Academia Socii, *Oxonii*, An. 1677, in 8. editis, habentur 1. Institutiones Mechanicæ, 2. De variis corporum generibus, gravitate & magnitudine comparatis Tractatus ex MARINI GHETALDI *Archimede promoti* excerptus, 4. Tractatus alius de Automatis, 4. quæstionum DIOPHANTI *Alexandrini* Libri tres, 5. de triangulis planis reëtangulis, 6. de divisione superficierum Tractatus, 7. Musicæ Elementa, 8. Architectura militaris, 9. Tractatus de sectionibus angularibus (15 plag.)

§. 28. ANDRÆ TACQUET, Antverpiensis, e Societate Jesu, *Opera Mathematica*, *Antverpiæ* An. 1669, in fol. publicavit SIMON LAURENTIUS VETERANUS ex Comitibus *Montis Calvi*, e Societate Jesu (9 Alph. 15 plag.)



plag. Tab. æn. 88.) Extant in iisdem  
 1. Astronomiæ libri octo cum Ap-  
 pendice, 2. Geometriæ præcticæ libri  
 tres, 3. Opticæ libri tres, 4. Catoptri-  
 cæ libri tres, 5. Architecturæ militaris  
 liber unus, 6. Cylindricorum & An-  
 nularium libri quinque, 7. Disserta-  
 tio Physico-Mathematica de Circu-  
 lorum volutionibus.

§. 29. Anno 1692, prodiit *Parisi*  
 in 12. Synopsis Tractatum Ma-  
 thematicorum, qui necessarii esse pos-  
 sunt Nobilibus tercia marive operam  
 militiæ daturis; auctore P. HOSTO,  
 e Societate Jesu, Mathematicum Pro-  
 fessore Tulonensi. Titulus operis;  
*Recueil des Traités de Mathématique,*  
*qui peuvent être nécessaires à un Gentil-*  
*homme, pour servir par mer, ou par*  
*terre.* (Plag. 26, Tab. æn. 67.) Con-  
 stat hæc synopsis tribus Tomis, quo-  
 rum primus Elementa EUCLIDIS,  
 Arithmetica & Trigonometriam; se-  
 cundus Geometriam præcticam, Sphæ-  
 ricam, Mechanicam, Artem munien-  
 di & Pyrotechniam; tertius denique  
 Artem navigandi complectitur.

§. 30. Anno 1693, munificentia  
 LUDOVICI MAGNI, Galliarum Regis,  
*Parisi* in fol. reg. lucem adspexe-  
 runt *Veterum Mathematicorum Opera*,  
 Græce & Latine, pleraque tum pri-  
 mum edita. (4 Alph. Fig. æn. 174.)  
 Continentur in istorum numero  
 ATHENÆUS de machinis; APOLLODO-  
 RII Poliorcetica; PHILONIS liber quartus  
 de telorum constructione, & quintus  
 de rationibus tolerandæ instituendæ

que obsidionis; BITON de construc-  
 tione machinarum bellicarum & ca-  
 tapultarum; HERONIS Belopœca,  
 Spiritalia, & Automata, JULII  
 AFRICANI Cesti; Anonymi liber  
 de toleranda obsidione. Adduntur  
 BERNARDINI BALDI scholia in HE-  
 RONIS Belopœca & nonnulla alia.

§. 31. Ex eadem typographia Re-  
 gia An. 1693, in fol. prodire, *Varia*  
*Opera Mathematica & Physica*, Au-  
 toribus Academicis Regiis scientia-  
 rum. Titulus operis: *Divers Ouvrages*  
*de Mathématique & de Physique par*  
*Messieurs de l'Académie Royale des*  
*sciences* (Plag. 108.) Reperies in hoc  
 Volumine 1. FRENICLIJ Tractatum de  
 Exclusionibus; 2. ejusdem compen-  
 dium Combinationum; 3. ejusdem  
 Tractatus de quadratis magicis; 4.  
 ROBERVALLI observationes super  
 compositionem motuum, quam ad  
 tangentes curvarum ducendas appli-  
 cat; 5. Delineatio libri Mechanicæ  
 de motu composito; 6. de recogni-  
 tione æquationum liber; 7. Tractatus  
 de indivisibilibus; 8. Liber de Tro-  
 choide; 9. Epistola ad MERSENNUM  
 de TORRICELLI quibusdam proposi-  
 tionibus; 10. TORRICELLI litteræ  
 ad ROBERVALLIUM missæ occasione  
 præcedentis epistolæ; 11. ROBERVALLI  
 Epistola, qua sua sibi inventa con-  
 tra TORRICELLIUM aliosque Italos vin-  
 dicat; 12. HUGENII opusculum de  
 causa gravitatis; 13. Æquilibrii in  
 libra demonstratio; 14. Potentiarum  
 fila funesque trahentium vires; 15.

Nova vis movens ope pulveris pyrii & aëris; 16. Constructio ingeniosa loci ad hyperbolam per asymptotos; 17. Regula FERMATII de maximis & minimis demonstrata & ad mirabilem brevitatem perducta; 18. Problema Opticum sive 39 Prop. lib. 5. ALHAZENI, aut 22. lib. 6. VITELLIONIS constructum; 19. PICARDI praxis magnorum sciaticorum per calculum absolvenda; 20. Schediasma de mensuris; 21. Mensuræ ab originalibus desumptæ; 22. de mensura liquidorum & aridorum; 23. de proportione aquarum effluentium; 24. experimenta circa aquas effluentes, 25. Fragmenta dioptrica de vitrorum potissimum focus determinandis; 26. AUZOUT Tractatus de micrometro; 27. MARIOTTI Regulæ de aquæ jactibus; 28. ROEMERI Regulæ de crassitie & viribus tuborum in aquæductibus secundum diversas fontium altitudines diversasque tuborum diametros; 29. ejusdem experimenta circa altitudines & amplitudines projectionis corporum gravium.

§. 32. FRANCISCI MAUROLYCI, Abbatis Messanensis, *Opuscula Mathematica*, Venetiis 1575, in 4. edita (1. Alph. 18½ plag.) complectuntur 1. de Sphæra librum unum, in quo termini in hac doctrina obvii explicantur: 2. Computum Ecclesiasticum: 3. Tractatum instrumentorum Astronomicorum, nempe de Quadrato Geometrico, Quadrante, Astrolabio, Armillis, Sphæra Solida: 4.

De lineis horariis Tractatum Gnomonicum: 5. Propositiones libri decimi tertii Elementorum EUCLIDIS: 6. Musicæ traditiones, continententes epitomen Musicæ Boëtiana & paucas de Musica regulas: 7. De lineis horariis libros tres, Gnomonicæ uberiora fundamenta exponentes: 8. Arithmeti corum libros duos.

§. 33. *Opuscula Mathematica* THOMÆ CEVÆ, e Societate Jesu, *Mediolani* 1699, in 8. typis descripta (plag. 4.), constant ex nonnullis demonstrationibus de ratione æquilibrii, de sectione Geometrico-harmonica & arithmetica; de sectione anguli rectilinei in quotvis partes tum organice, tum per quasdam lineas curvas, Cycloides scilicet anomalas; de parabola consideranda instar ellipsis maximæ atque instar hyperbolæ habentis transversam diametrum infinitam; de lineis phantasticis & flexilincis. Adduntur quædam excerpta ex VINCENTII VIVIANI Exercitatione mathematica, cui titulus *Formatione di tutti cieli*, & ex idea universali Matheſeos Cl. OZANAMI.

§. 34. JOHANNIS WALLISII, SS. Theol. Doct. & Geometriæ Professoris Saviliani in Academia Oxoniensi celeberrimi, *Opera Mathematica* tribus voluminibus prostant. Volumen primum editum *Oxonii* An. 1665, in fol. (11. Alph. 17. plag.) continet 1. Orationem inauguralem An. 1649. d. ultimo Octobris habitam, cum publicam Professionem auspicaretur: 2. Ma-

Mathesin universalem seu Arithmeti-  
cum opus integrum, tam philologi-  
ce, quam mathematice traditum: 3.  
Tractatum elencticum adversus MAR-  
CI MEIBOMII de Proportionibus  
Dialogum: 4. Tractatum de Sectio-  
nibus Conicis nova methodo expo-  
sitis: 5. Arithmetica infinitorum:  
6. Tractatus duos de Cycloide &  
Cissoide ac corporibus inde genitis,  
& de curvarum tum linearum *εὐθύσει*,  
tum superficierum *πλατυσμοῖ*: 7. ob-  
servationem eclipsis solaris An. 1654,  
d. 2. Aug. Oxonii visæ: 8. Mechanicam,  
sive de motu Tractatum Geometri-  
cum. Volumen secundum, quod ibi-  
dem An. 1693, in fol. prodiit. ( 10.  
Alph. 17. plag. ) complectitur, 1. Trac-  
tatum Historicum & practicum de Al-  
gebra, 2. de combinationibus, alter-  
nationibus & partibus aliquotis, 3.  
de Sectionibus angularibus, 4. de  
angulo contactus & semicirculi, 5.  
defensionem ejusdem Tractatus, 6.  
disceptationem Geometricam de pos-  
tulato quinto & quinta definitione lib.  
6. EUCLIDIS, 7. Cono-Cuneum, seu  
Corpus partim Conum, partim Cu-  
neum repræsentans, Geometricè con-  
sideratum, 8. de gravitate & gravita-  
tione disquisitionem Geometricam,  
9. de æstu maris hypothesin novam,  
10. Commertium epistolicum de  
quæstionibus quibusdam Mathemati-  
cis, 11. JOH. CASWELLI Trigonome-  
triam planam & Sphæricam. In tertium  
denique volumen, quod 1699, in fol.  
lucem adspexit ( 14. Alph. ), congesta

sunt 1. CLAUDII PTOLEMÆI, POR-  
PHYRII & MANUELIS BRIENNII Har-  
monica; 2. ARCHIMEDIS Arenarius  
& dimensio circuli cum EUTOCII  
*Ascalonite* in hanc Commentario;  
3. ARISTARCHI *Sami* liber de ma-  
gnitudinibus & distantis Solis & Lu-  
næ; 4. Fragmentum libri secundi  
Collectionis Mathematicæ PAPPI *Ale-  
xandrini* desideratum; 5. Collectio  
epistolarum quarundam COLLINII,  
LEIBNITII, NEWTONI, WALLISII,  
FLAMSTEDII rem mathematicam spec-  
tantium; 6. opera quædam miscella-  
nea, nimirum Tractatus de loquela,  
Grammatica linguæ Anglicanæ, In-  
stitutio Logica ad communes usus  
accommodata, Mens sobria serio  
commendata, in concione latine ha-  
bita, Epistolæ ad Titum expositio alia-  
que nonnulla Theologica, quæ hujus  
non sunt loci.

§. 35. CHRISTIANUS EUGENIUS,  
Mathematicus summus, multa præ-  
clara conscripsit opera, de quibus suo  
loco dicemus. Post obitum ejus jun-  
ctim prodierunt quatuor voluminibus  
in 4. sub Titulo, Operum variorum, &  
reliquorum. *Opera varia* lucem ad-  
spexerunt *Lugduni Batavorum*, An.  
1724, duobus voluminibus: *Opera  
reliqua*, *Amstelodami* An. 1728, duo-  
bus itidem voluminibus. Volumen  
primum variorum continet 1. Horo-  
logium, 2. Horologium Oscillatorium,  
sive de motu pendulorum ad horolo-  
gia aptato Demonstrationes Geome-  
tricas, 3. brevem Institutionem de usu  
horo-

horologiorum ad inveniendas longitudes, 4. de Hugeniana centri oscillationis determinatione Controversiam, 5. Machinas quasdam & varia circa Mechanicam. (Alph. 1, plag. 17, Tabb. æn. 33.) ; secundum vero 1. Theoremata de Quadratura Hyperboles, Ellipsis & Circuli ex dato portionum gravitatis centro, quibus subjuncta est *Egêtaois* Cyclometriæ Cl. Viri GREGORII A S. VINCENTIO editæ An. 1647. 2. Epistolam ad Cl. Vir. FRANCISCUM XAVERIUM AINSCOM S. J. qua diluuntur ea, quibus *Egêtaois* Cyclometriæ GREGORII A S. VINCENTIO impugnata fuit, 3. De Circuli magnitudine Inventæ & problematum quorundam illustrium constructiones, 4. de Circuli & Hyperbolæ Quadratura Controversiam, 5. Geometrica varia, 6. de Saturni Luna Observationem novam, 7. Systema Saturnium, 8. EUSTACHII DE DIVINIS Septempedani brevem annotationem in systema Saturnium CHRISTIANI HUGENII, 8. brevem assertionem systematis Saturnii sui, 9. de Saturni Anulo observationes, 10. Cosmotheon, sive de Terris cœlestibus earumque ornatu conjecturas, 11. Ratiocinia in Ludo aleæ, 12. Novum Cyclum harmonicum, 13. Varia de Optica, 14. Experimenta physica (Alph. 2, plag. 14, Tabb. æn. 23.) In Reliquorum volumine primo extant 1. Tractatus de Lumine & Dissertatio de causa gravitatis, 2. Geometrica demonstratio Theorematum Hugenianorum circa Logisticam, GUIDO-

NIS GRANDI, 3. ejusdem GRANDI epistola Geometrica ad V. C. THOMAM CEVAM e Societate Jesu (Alph. 1, plag. 18, Tabb. æn. 15.) In altero autem comprehenduntur opera posthuma, nimirum 1. Dioptrica, 2. Commentarii de poliendis vitris, 3. Dissertatio de Coronis & Parheliis, 4. Tractatus de motu corporum ex percussione, 5. Tractatus de vi centrifuga, 6. Descriptio Automati Planetarii. (Alph. 2, plag. 6, Tab. æn. 43.) De præclaris hisce operibus specialia monebimus suo loco.

§. 36. Inprimis hic commemoranda sunt Acta Societatum Scientiarum, quæ nostro ævo ad promovendam Mathesin præsertim atque Physicam fuere institutæ. Pertinent huc Acta Philosophica Societatis Regiæ Anglicanæ, quæ a Secretariis eduntur sub Titulo : *Philosophical Transactions giving some account of the present undertakings, studies and labours of the ingenious, in many considerable parts of the World*, & quorum usque ad annum 1734, prostant volumina 38. De his singulis dicere ab instituto nostro alienum est. Sufficit itaque monuisse, quod in iis contineantur plurima ad mathesin spectantia lectu dignissima iis, quibus curæ cordique est Scientiam Mathematicam ultra limites præsentis promovere. Anno 1705, JOHANNES LOWTHORP Volumina 21, quæ usque ad Annum 1700 prodierunt, in epitomen redegit & in iis conten-

contenta per capita generalia disposita. Lucem adspexit hoc opus sub Titulo: *The Philosophical Transactions and Collections to the end of the year 1700, abridg'd and dispos'd under general heads*, tribus voluminibus, *Londini* in 4. Volumine primo continentur Mathematica, ad Geometriam, Arithmetica, Algebra, Logarithmotechniam, Trigonometriam, Artem libellandi, Opticam, Astronomiam, Mechanicam, Acusticam, Hydrostaticam, Hydraulicam, Artem navigandi, Architecturam civilem & navalem, Perspectivam, Sculpturam, Artem pictoriam & Musicam spectantia. Constat Alph. 4, plag. 4, Tabb. æn. 7. Specialius ad singulas Mathematicas partes pertinentia recensentur in Actis Eruditorum, Supplementorum Tom. IV. sect. 7. p. 290. & seqq. Epitomen hanc Actorum Philosophicorum ab An. 1700 usque ad An. 1720, continuavit BENJAMINUS MOTTE, & ab An. 1720 usque ad An. 1732, REIDIUS & JOHANNES GRAY. Continuationis primæ Volumen I, quod *Londini* 1721, in 4. prodiit (Alph. 3. plag. 18. Tabb. æn. 18.) Mathematica, Anatomica, Medica; secundæ vero Voluminis I pars prima, quæ *Londini* 1733, in 4. lucem adspexit, (Alph. 2, plag. 7, Tab. æn. 12.) Mathematica sola continet. Illa *Wolfii Oper. Mathem.* Tom. V.

\* Autoris nostri voto satisfacit Cl. BREMOND, non compendii *Lovvithorpiani*, sed ipsorum Actorum Societatis Londinensis versionem Gallicam suscipiens. Ejus duo Volumina jam prodire sub Titulo, *Transactions Philosophiques de la Société*

specialius recensentur in Actis Eruditorum An. 1723, p. 89. & seqq. hæc vero in Novis Actis Eruditorum An. 1735, p. 125. Cum lingua Anglica sit minus trita & libri in Anglia impressi in aliis terris difficulter haberi possint; optandum foret, ut in Linguam Latinam, aut nimirum Gallicam verterentur. Equidem cum prima volumina in linguam Latinam translata superiori seculo Lipsiæ eederentur, nullos fere invenerunt emtores, ut versio continuata non fuerit: non tamen dubitandum est, fore ut nostro ævo, ubi Mathesis & Physica plures numerat cultores, majore applausu excipiantur\*.

§. 37. Ab Anno 1699, quo Academia Regia scientiarum Parisiis florens, instaurata, singulorum annorum Historiam Gallico idiomate conscripsit ejusdem Secretarius FONTENELLIUS, quibus accedunt Commentarii Mathematici & Physici. Titulus cujuslibet Voluminis est: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique*. Imprimatur Parisiis in 4. forma majore & recuditur in *Batavia* caractere minore, ut leviori pretio comparari possint hæc opera. In singulis voluminibus continentur, quæ ad Physicam generalem, ad Anatomiam, Chimiã, Botanicam, Geometriam,

*Royale de Londres, années 1735. & 1736, Paris. 4to. 1738. Item, années 1733 & 1734, Paris. 4to. 1740. Addatur Volumen sub hoc Titulo, Table des matières imprimées dans les Transactions Philosophiques depuis 1665, jusques en 1735, &c. Paris 4. 1739.*

metriam, Astronomiam, Geographiam, Chronologiam & Mechanicam spectant, siquidem ad singulas hæc classes referendum schediasmata a Membris fuerint exhibita & sub finem Historiæ subjiciuntur Elogia Membrorum, quæ isto anno, cujus historia exhibetur, diem supremum obierunt. Opus præclarum & omnibus Matheseos ac Physicæ cultoribus nunquam satis commendandum continuatur in hodiernum usque diem. Prolixum nimis foret de tot voluminibus sigillatim dicere & in iis contenta recensere. Adeat Diaria Eruditorum, in quibus eadem recensentur, qui hoc desiderat. Enimvero ne deessent ea, quæ ante instaurationem acta fuere, recentius edere libuit Collectionem Commentariorum Academiae Regiæ scientiarum ab An. 1666, quo fundata fuit, usque ad An. 1699, eadem forma, qua nunc pro singulis annis Historia cum suis commentariis edi solet, Tomis undecim. Tomo primo continetur Historia a prima origine An. 1666, usque ad An. 1686; secundo Historia ab An. 1686, usque ad An. 1699; tertio Commentarii in usum Historiæ naturalis Animalium autore PERRALTIO; quarto Dissertatio de principiis mixtorum naturalium DU CLOS, observationes ejusdem de aquis mineralibus plurium Provinciarum Galliæ, Commentarii DODARTI in usum Historiæ plantarum, ejusdem descriptiones novarum quarundam plantarum, DE BEZE & S. J. De-

scriptiones quarundam arborum & plantarum exoticarum, quinto diversa opera FRENICLI DE BESSY, scilicet Methodus inveniendi solutionem problematum per Exclusiones, Compendium Combinationum, Tractatus de Triangulis reëctangulis in Numeris, Tractatus de Quadratis magicis, Tabula generalis Quadratorum magicorum, & BLONDELLI Resolutio quatuor problematum principum Architecturæ; sexto diversa opera ROBERVALLII, scilicet observationes de compositione motuum, & de modo inveniendi tangentes curvarum, Idea libri Mechanicæ de motibus compositis, Tractatus de recognitione æquationum, de geometrica planarum & cubicarum æquationum resolutione, de Indivisibilibus, de Trochoide ejusque spatio, epistola ÆGIDII PERSONERI de ROBERVAL ad Cl. P. MERSENNUM, epistola EVANGELISTÆ TORRICELLII ad ROBERVALLIUM, & Epistola ROBERVALLII ad TORRICELLIUM; præterea diversa opera PICARDI, nimirum Praxis horologiorum solarium majorum per calculum, dissertatio de Mensuris, una cum AUZOUTI comparatione mensurarum, de mensura liquidorum & aridorum, Experimenta circa aquas effluentes, fragmenta dioptrica, Tractatus de libellariene, ROEMERI de crassitie & viribus tuborum in aquæductibus, secundum diversas fontium altitudines diversasque tuborum diametros & ejusdem Experimenta circa altitudines & amplitudines

dines projectionis corporum gravium, instituta cum argento vivo; septimo Tractatus & observationes astronomicae atque physicae factae in pluribus itineribus a Membris Academiae & pluribus, quibus commercium literarium cum Academia fuit: octavo diversa opera CASSINI, scilicet de Origine & progressu Astronomiae & de ejus usu in Geographia & Navigatione, Elementa Astronomiae reificata ex observationibus RICHERII factis in Insula Cayennae, Luminis coelestis, quod in Zodiaco apparet, detectio, Regulae Astronomiae Indorum computandi motus Solis & Lunae, Reflexiones de Chronologia Sinarum, de Insula Taprobane, Hypotheses & Tabulae Satellitum Jovis ex observationibus recentioribus reformatae, Tabularum Satellitum Jovis usus praecipui; nono diversa opera DE LA HIRE, scilicet Tractatus de Mechanica, Tractatus de Epicycloidibus & earum usu in Mechanica, Explicatio praecipuorum effectuum glaciei & frigoris, Dissertatio de differentia sonorum chordae & Tubae Marinae, Tractatus de differentibus accidentibus visus, Tractatus de Praxi Picturae; decimo commentarii Mathematici & Physici Academiae scientiarum Annorum 1692, 1693, &c. & Commentarii Mathematici & Physici Memborum Academiae scientiarum ex diversis Diariis Eruditorum extracti; undecimo denique Analysis generalis seu Methodi novae resolvendi proble-

mata omnis generis & omnis gradus in infinitum, autore DE LAGNY. Volumen septimum in duas partes dividitur, quarum utraque justum volumen constituit & multa continet, quae sigillatim recensere nimis prolixum foret.

§. 38. Anno 1710, Berolini in 4. prodierunt *Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarum ex scriptis Societati Regiae exhibitis edita* (Alph. 2, plag. 6, Tabb. aen. 31.) Dividitur in tres partes, quarum prima literaria, secunda physica & medica, tertia Mathematica & Mechanica continet. Tertia mole sua longe superat duas priores. Haec *Miscellanea* deinceps continuata fuere ac in posterum continuabuntur. Continuatio prima lucem adspexit Berolini An. 1723, in 4 (Alph. 1, plag. 2, Tabb. aen. 8), secunda ibidem An. 1727, in 4. (Alph. 1, plag. 21, Tab. aen. 10.), tertia sub Titulo Tomi quarti ibidem An. 1734, in 4. (Alph. 2, plag. Tabb. aen. 11.)

§. 39. Academia Scientiarum Petropolitana quinque ab Anno 1728 usque ad An. 1738, Petropoli edidit Volumina in 4. charta augusta sub Titulo: *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* pro annis 1726, 1727, 1728, 1729, 1730, & 1731. Sunt vero horum Commentariorum tres classes, nimirum Mathematica, Physica & Historica. Quae in classe mathematica continentur, hujus sunt loci & Mathefin imprimis sublimiorem multum promovent, quem-

quemadmodum suo loco clarius edisseremus. Cum enim hoc opus continuandum sit in posterum, ut de singulis in classe mathematica cujusvis voluminis contenta figillatim dicamus præsentis instituti ratio non fert.

§. 40. Denique hic quoque commemorandi sunt, *De Bononiensi scientiarum & Artium Instituto atque Academia Commentarii*, qui *Bononia* An. 1731, in 4. charta itidem augusta lucem publicam adspexerunt (Alph. 3, plag. 13, Tab. æn. 9.). Præfationis loco præmittitur *Historia Bononiensis scientiarum Instituti*: in *Commentariis* vero præter ea, quæ ad *Historiam naturæ* spectant, atque *Chymica*, *Anatomica*, *Medica*, *Physica*, continentur etiam *Mechanica*, *Analytica*, *Geographica*, *Astronomica* & *Meteorologica*. Subjunguntur iisdem opuscula varia quorundam Academicorum, inter quæ ad *Mathesin* spectant *DOMINICI GUILIELMINI* epistola *hydrostatica*, *EUSTACHII MANFREDII* de *meridianæ lineæ*, quæ in *D. Petronii* exstat, *dimensione* & de *novissimis circa fixarum siderum errores observationibus*, *GABRIELIS MANFREDII* de *formulis quibusdam integrandis*, *JACOBI RICCATI* virium *elasticarum* leges, *JOANNIS RIZETTI* de *corporum collisionibus* & inde *orta motuum communicatione*, & *FRANCISCI MARIE ZANOTTI* de *motu composito* & de *reflexionibus globi in plano rectangulo*.

§. 41. Ad præsentem scriptorum

classẽ etiam referimus *CASPARIS SCHOTTI*, supra laudati, *Organon Mathematicum & Magiam Universalem Naturæ & Artis*. *Organon Mathematicum* editum est *Herbipoli* An. 1688, in 4. (5 Alph. Fig. æn. 1, Alph. 7 plag.). Ope tabularum quarundam *Mathematicarum* problemata *Arithmetica*, *Geometrica*, *Architecturæ militaris*, *Chronologiæ*, *Gnomoniæ*, *Astronomiæ*, *Astrologiæ judicariæ*, *Steganographiæ* & *Musiciæ* facilia redduntur tyronibus. *Magia* in quatuor partes *divisa* *Bambergæ* 1677, in 4. lucem adspexit (14 Alph. Tab. æn. 89.) In Tomo primo continentur *Optica*, *Catoptrica* & *Dioptrica*; in secundo *Acustica* & *Musica*; in tertio *Mechanica*, *Statica*, *Hydrostatica*, *Hydrotechnica*, *Aërotechnica*, nec non *Arithmetica*, *Geometrica*: in quarto denique *Cryptographica*, *Pyrotechnica*, *Magnetica*, *Sympathica*, *Medica*, *divinatoria*, *Physiognomica* & *Chiromantica*.

§. 42. In eundem censum veniunt *DANIELIS SCHWENTERI* *Mathematicum & Linguarum orientalium* in *Academia Altorffina Professoris*, *Delicia Physico-Mathematicæ*. *Norimbergæ* 1636, in 4. primum editæ (Alph. 4 plag.) & postea a *PHILIPPO HARSCHDORFFERO* duobus Tomis auctæ (10 Alph. 8 plag.) Continentur in iisdem ludicra varia, nonnulla etiam utilia, ex *Arithmetica*, *Geometria*, *Stereometria*, *Musica*, *Optica*, *Catoptrica*, *Astronomia*, *Astrologia*, *Gnomonica* & *Thaumato-*  
poe-



poëtica, Statica, Mechanica, Pyrobo-  
lia, Pneumatica, Hydraulica, Arte  
scriptoria, Architectura & Chymia.

§. 43. Majorem selectum in simili  
scripto fecit OZAN M., quod sub ti-  
tulo *Recréations de Mathématique &  
de Physique*, Parisiis 1696, in 8. reg.  
edidit ( 3. Alph. 7 pl. Tabb. æn. 44. )  
Recusæ sunt hæ Recreationes multo  
auctiores, quatuor Tomis, ibidem An.  
1725, in 8. forma majore, ( Alph.  
5, plag. 6, Tabb. æn. 132 ). Tomus  
primus continet problemata Arithme-

ticæ, Geometriæ & Opticæ; secun-  
dus problemata Gnomonicæ, Cosmo-  
graphiæ, Mechanicæ; tertius proble-  
mata Pyrotechniæ & Physicæ, & Tra-  
ctatum de Horologiis elementaribus  
DOMINICI MARTINELI ex Italico in  
Gallicum idioma translatum. In  
quarto denique Tomo agitur de  
Phosphoris naturalibus & artificiali-  
bus & lampadibus perpetuis, atque  
præstigiatorum artificia, una cum aliis  
ludicris explicantur.

C A P U T II.

De Arithmetica.

§. 1. **A**rithmetica veterum ab  
Arithmetica hodierna pror-  
sus erat diversa. Veteres enim in ea-  
dem nonnisi varias numerorum divi-  
siones considerabant. Videre hoc est  
ex duobus *Arithmetices* libris, quos  
tertio Urbis conditæ seculo configna-  
vit NICOMACHUS, editis Parisiis 1538.  
Eum sequitur presso pede, sexto a  
Christo nato seculo, ANITIUS MAN-  
LIUS SEVERINUS BOETHIUS in Arith-  
metica sua.

§. 2. *Compendium Arithmetica* ve-  
terum composuit, nono post Christum  
natum seculo, PSELLUS, a GUILIELMO  
XYLANDRO ex Græco idiomate in  
Latinum translatum, annotationibus  
auctum & Basilea 1556, in 8. in lu-

cem publicam emissum. Recentius  
simile Compendium conscripsit JO-  
DOCUS WILlichius, sub titulo :  
*Arithmetica libri tres editum Argento-  
rati* 1540, in 8. ( plag. 8. ) Usus ha-  
ber in Idea exemplari definitionum  
animis tyronum ingeneranda, ut præ-  
cepta Logicæ facilius comprehen-  
dant & ad divisionem rerum in sua  
genera & species intimius perspicien-  
dam : de quo suo loco plura.

§. 3. Prolixius hoc Arithmeticæ  
genus illustrarunt, duodecimo post  
Christum natum seculo, JORDANUS  
in duodecim *de Arithmetica* libris; &  
JACOBUS FABER *Stapulensis* in Com-  
mentario in eisdem An. 1480 edito.

§. 4. Arithmetica theoreticam

quæ numerorum proprietates expendit, illustravit EUCLIDES Elementorum libro VII, VIII, & IX. Sed de his Elementis dicemus plura in sequente capite.

§. 5. Exactam theoriam ad demonstrandas operationes communes Arithmeticæ practicæ cum innumeris integris, tum fractis sive vulgaribus, sive sexagenariis, dedit BARLAAMUS MOMACHUS in *Logistica*, quam Latine reddidit & scholiis illustratam Parisiis An. 1600, in 4. edidit JOANNES CHAMBERUS, Collegii Etonensis apud Anglos socius. (1 Alph. 3 plag. Sed captum tyronum transcendit, quibus nimia accuratio inutilis, immo ridicula videtur.

§. 6. Frater LUCAS DE BURGO S. SEPULCHRI, Ordinis Minorum, Sacræ Theologiæ Magister, idiomate Italico An. 1523, edidit opus in fol. (6 Alph. 10 plag.) de *Arithmetica & Geometria*. Maxima operis pars Arithmeticæ impenditur, & in ea non modo divisiones numerorum ex NICOMACHO & proprietates ex EUCLIDE traduntur; verum etiam Algorithmus cum in integris, tum in fractis, una cum extractionibus radicum, regulis proportionum & progressionum, nec non regula falsi & Algebrae explicatur.

§. 7. MICHAEL STIFELIUS, Pastor Ecclesiæ Holtzdorffianæ, An. 1544, in 4. edidit *Arithmetica integræ* (1 Alph. 13 plag.), in qua multa tradit de numerorum cum rationa-

lium, tum irrationalium, immo etiam Cossicorum praxi, quæ alibi frustra quæsiueris, sed sine demonstrationibus.

§. 8. *Arithmetica practicæ* opus absolutum An. 1556 dedit NICOLAUS TARTAGLIA, Venetus, in duas partes divisum, quarum prima arithmetica practicam ad usum vitæ humanæ applicatam, altera vero Algebrae fundamenta explicat.

§. 9. FRANCISCUS MAUROLIUS in suis *Arithmetica* libris supra laudatis (§. 32. C. 1.) doctrinam de numeris figuratis promovit, & algorithmum, cum extractionibus radicum, atque aliis Arithmeticæ practicæ regulis rigorose demonstravit: Sed ejus demonstrationes non sunt ad cuiusvis captum accommodatæ.

§. 10. GEORGIUS HENISCHIUS in *Arithmetica perfecta & demonstrata* (*Augustæ Vindelicorum* 1609, in 4. 2 Alph. 6 plag.) omnem praxin de numero vulgari, Cossico & astronomico demonstrat, & id singulare habet, quod demonstrationes in syllogismos resolverit.

§. 11. ANDREAS TACQUET in *Theoria & praxi Arithmetices* sæpius recusa (e. gr. *Amstelodami* 1704, in 8. plag. 34. Tabb 8.) Elementa EUCLIDIS Arithmetica facilius demonstrat & praxes arithmeticas suis quoque demonstrationibus munit. Unde non immerito commendatur hoc opus.

§. 12. Demonstrationes in Arithmetica practicæ etiam affert DECHALES

LES (§. 4. C. 1.) Sed negligunt CLAVIUS, HERIGONIUS, VINCENTIUS LEOTAUDUS e Societ. Jesu, qui *Institutionum arithmeticarum* libros quatuor composuit, SCHOTTUS & plerique alii (§. 5. & seqq. Cap. cit.). WALLISIUS calculum litteralem cum numerorum algorithmo conjunxit, & illius ope regulas fractionum, proportionum & extractionum radicum demonstravit: ex quo compendium dedit EDUARDUS WELLS sub titulo *Elementorum Arithmetice*, 1698, in 8. tyronibus calculi utriusque commendandum.

§. 13. In *Elementis Arithmetice* non modo praxin, verum etiam theoriam demonstravi, præsertim theoriam de ratione Quantitatum. Ast in *Elementis Germanicis* dedi demonstrationes ad captum tyronum magis compositas. Sunt vero eadem vere analyticæ, ex ipsa notione numeri deductæ: ex qua integram Arithmeticam practicam methodo analytica deduxi, ut ad meditandum formarentur ingenia studio Arithmeticæ.

§. 14. Omittimus Autores alios, qui solam praxin tradiderunt, quamvis ad usum communem commendari mereantur GEMMA FRISIUS in *Methodo facili Arithmetice practicæ* (*Vitebergæ* 1544, in 8. plag. 11), ex quo me puerum integram arithmeticam practicam, ipsam etiam extractionem radicum, proprio Marte didicisse memini, & ADRIANUS METIUS in *Arithmetica* duobus libris

comprehensa (*Hafniæ* 1640, in 4.). Recentius regulam generalem Arithmeticæ resolvendi omnia problemata, quæ ratione nituntur, dedit K. F. DE REES, quæ ex idiomate Batavo in Germanicum translata publici juris facta *Gettingæ* An. 1739, in 8. (plag. 12.). Usui est illis, qui nulla theoria animum imbutum possident.

§. 15. SAMUEL MORLANDUS *Londini* An. 1673, in 12. (plag. 6½) idiomate Anglico emisit *descriptionem duorum instrumentorum, quorum ope additio, subtractio & multiplicatio motu quorundam orbium absolvitur*. Utrumque An. 1666, CAROLO II. Regi exhibuit. Sed multo ingeniosiore machinam Arithmeticam in juventute sua dudum invenit illustris LEIBNITIUS, de qua in *Miscellaneis Berolinensibus* pag. 394. nonnulla leguntur. Aliam utut minus perfectam, ingeniosam tamen dedit Cl. JOANNES POLENUS in *Miscellaneis, Venetiis* 1709, in 4. (plag. 8. Tabb. 9.)

§. 16. Logisticam decimalem prolixè ac perspicue peculiari libro exposuit JOHANNES HARTMANNUS BAYERUS, D. Medicinæ, An. 1619, *Francos. ad Mœnum* vernaculo idiomate in 4. edito (1 Alph. 6. plag.) Arithmeticam Logarithmicam vero optime explicuit in peculiari itidem volumine, de quo inter scripta Trigonometrica plura dicemus, BRIGGIUS.

§. 17. De Arithmetica autem decimali imprimis commendari meretur libellus, quem sub Titulo: *A new*  
*and*

*and compleat Treatise of the Doctrine of fractions, vulgar and Decimal, Londini An. 1714, in 8. edidit SAMUEL CUNN, ubi omnia explicantur & exemplis illustrantur, quæ de usu fractionum decimalium tenenda sunt. Non inutilem operam fumeret, qui eundem in linguam Latinam, vel etiam Germanicam transferret. Nos theoriam harum fractionum, quantum ad praxin sufficit, exposuimus & demonstravimus Cap. 9 Elementorum Arithmeticæ. Hodie enim usus earum prorsus egregius est, ubi ex æquationibus algebraicis radices per approximationem eruendæ & series infinitæ ad communem usum aptandæ.*

§. 18. Virgulas suas, quibus magnorum numerorum multiplicationem ac divisionem facilitavit, JOANNES NEPERUS, Baro Merchistonius, Scotus, in *Rhabdologia* (Edinburgi 1617, in 12. plag. 6.) descripsit. JO-

HANNES VERO GEORGIUS HERWART AB HOHENBURG, U. J. Doct. ex Assessore summi tribunalis imperatorii & Cancellario supremo Baviaræ Ducis ejusdem consiliarius intimus, Præses provinciæ Schwabæ & inelytorum utriusque Baviaræ Statuum Cancellarius, *Monachii* An. 1710, in fol. reg. evulgavit *Tabulas Arithmeticas ἀριθμητικῶν universales*, quarum subsidio numerus quilibet ex multiplicatione producendus per solam additionem & quotiens quilibet e divisione eliciendus per solam subtractionem etiam ab eo, qui Arithmetices non admodum sit gnarus, exacte & celeriter invenitur (11 Alph. 9 plag.). NEPERUM imitatus SAMUEL REYHERUS, Mathem. Prof. Kiloniensis, Bacillos sexagenales *Kilonii* 1688, in 4. publicavit, quorum ope Logistica sexagenaria facile exercetur: de qua egimus Cap. 10. *Arithmetice*.

### C A P U T III.

#### *De Geometria.*

§. 1. **G**eometria est vel theoretica, vel practica: theoretica vel elementaris, vel sublimior.

§. 2. Geometriam elementarem conscripsit EUCLIDES, cujus *Elementa* a variis in lucem edita fuere. Textum Græcum cum versione Latina An. 1703. *Oxonia* in fol. (7 Alph.

17. plag.) sub titulo ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΤΑ ΣΟΦΙΣΜΕΝΑ, h. e. EUCLIDIS, *qua supersunt, omnia*, edidit DAVID GREGORIUS, Astronomiæ Professor Savilianus. Anno 1530, in priora sex Elementa Commentarium edidit ORONTIUS FINÆUS, in quo mentem EUCLIDIS tantummodo explicat, qualem etiam

etiam An. 1557, dedit JACOBUS PELLETARIUS. In Elementa omnia XV commentati sunt circa idem tempus NICOLAUS TARTAGLIA, aliqua etiam de suo addens, & An. 1578, FRANCISCUS FLUSSATES CANDALLA, nobilis Gallus, qui ad Elementa decimum sextum, septimum, & octavum de solidorum corporum comparatione & inscriptionibus variis adjecit. Elementa EUCLIDIS pariter ac FLUSSATIS cum commentario prolixo edidit CLAVIUS. Sæpius recusa prodire inter alia *Franc. ad Mæn.* 1654, in 8. duobus Tomis (Tom. I. 2 Alph. 4 plag. & Tom. II. 1 Alph. 20 plag.) atque etiam inter Opera ejus extant (§. 24. C. 1.) Bene quoque EUCLIDEM integrum explicarunt DECHALES (§. 4. C. 1.), HERIGONIUS (§. 1. cap. cit.), & inprimis concinna brevitate ISAACUS BARROWIUS, Matheseos olim in Academia Cantabrigiensi Professor. Sed quoniam integer EUCLIDES tyronibus parum utilis; ideo complures sex tantum priora Elementa ediderunt, & ad summum undecimum & duodecimum adjecerunt. Prolixum nimis foret singulas recensere editiones: sufficit eas nominasse, quæ præ aliis commendari merentur. In hunc ergo censum referimus Elementa EUCLIDIS Gallica, quæ DECHALES sigillatim edidit, & Elementa Geometriæ planæ & solidæ ANDRÆ TACQUET. Præstantissima illorum editio est *Parisiæ* An. 1709, in 12. reg. *Wolfii Oper. Mathem.* Tom. V.

(12 plag. Tab. æn. 16.) ; horum vero *Cantabrigiensi* An. 1703, in 8. (plag. 16. Tab. 7.), quorum illam debemus OZANAMO, hanc vero GUILIELMO WHISTONO, tunc temporis Mathematicum Professore Cantabrigiensi. Continetur autem in Elemento VII, VIII, & IX, theoria numerorum seu Arithmetica elementaris: unde ANDRÆAS TACQUET tria hæc Elementa Arithmeticæ suæ inseruit (§. 11. c. 2.). Opus hoc illustre inter ea eminet, quæ ex Antiquitate ad nos pervenerunt, ita ut providentiæ divinæ tribuendum sit, quod injuria temporum non interciderit.

§. 3. JOANNES SCHEUBELIUS, in Academia Tubingensi EUCLIDIS Professor, existimans, præter institutum EUCLIDIS, in designandis demonstrationum momentis literarum figuras usurpari, atque hac ratione & docentibus laborem ac molestiam augeri, & discipulorum intelligentiam impediri, An. 1550, novo consilio Elementa sex priora ita demonstravit, ut literis remotis sua unumquodque propria appellatione designarit. Prodiit opus *Basileæ* in fol. præmissa brevi Algebrae descriptione. (3 Alph. 5 plag.)

§. 4. Alio consilio An. 1565, CHRISTIANUS HERLINUS & CONRADUS DASYPODIUS demonstrationes *Euclideanas* in syllogismos resolverunt: qui labor hunc usum habere potest, ut appareat, quomodo ex plurium Syllogismorum concatenatione tandem

D

dem

dem demonstratio completa enascatur. Idem opus utrique debetur ex parte. Prodiit *Argentina* An. 1506, in fol. (Alph. 2, plag. 4, cum figuris ligno incis.) Titulus est: *Analyses Geometrica sex librorum EUCLIDIS, primi & quinti a CHRISTIANO HERPINO, reliquæ, una cum Commentariis & scholiis perbreuibus in eosdem sex libros Geometricos, a CONRADO DASYPODIO.*

§. 5. Ordo EUCLIDIS displicuit PETRO RAMO, quemadmodum ex iis intelligitur, quæ in *Scholis Mathematicis* lib. 6, & seqq. contra EUCLIDEM passim disputat. Prodiere hæc Scholæ *Francofurti ad Mænum* opera LAZARI SCHONERI An. 1599, in 4. (2 Alph. 17 plag.) continentibus 1. exhortationem ad artes mathematicas, 2. disputationes de præcipuis quibusdam capitibus Arithmeticæ, & 3. discursus de quindecim libris EUCLIDIS. Confer etiam lib. 3, pag. 94, & seqq. RAMUS itaque alia Geometriæ elementa conscripsit libris 27 comprehensa secundum ordinem Scholæ, a SCHONERO An. 1599, in 4. *Francofurti*, una cum libris 2 Arithmeticæ edita & *Euclideanis* prælata. Titulus libri est: PETRI RAMI *Arithmetica Libri duo, Geometria septem & viginti, a LAZARO SCHONERO recogniti & aucti* (2 Alph. 9 plag. cum figuris textui insertis). Arithmetica magis practica, quam theoretica est, etsi theoria de ratione & proportione exemplis illustretur &

ad praxin transferatur. Deficiunt tamen demonstrationes accuratæ, quales dedit EUCLIDES. Adjecit SCHONERUS de numeris figuratis librum unum & RAMI Algebrae libros duos a se emendatos, atque de Logistica sexagenaria librum proprium. In Geometria agitur primum de magnitudine in genere, deinde de lineis, postea de superficiebus, tandem de solidis. Enimvero qui primus Geometriam ad ordinem Scholæ reformare ausus est, statim exemplo suo docuit (quod supra §. 57. *Math. Math.* annotatum est) accuratam demonstrandi methodum cum ordine Scholæ subsistere non posse. Etsi enim SCHONERUS testetur, se in docenda Arithmetica & Geometria P. RAMI per multos annos versatum, & quantum ex iis proficere liceat tyronibus experientia multiplici edoctum fuisse; hoc tamen non obstat, quo minus EUCLIDEM ipsum RAMO præferamus. Neque enim SCHONERUS methodi ac rigoris in demonstrando; sed tantummodo doctrinæ rationem habet, quam ex RAMO facilius hauriri ac memoriæ imprimi posse facile conceditur. Nobis vero jam sermo est de methodo, quæ cum rigore demonstrandi consistit, ut plenaria adsit convictio eaque immota, quocumque tandem acumine demonstrationem perlustres. Hanc desiderari in RAMO, nec cum eo ordine, quo doctrinas congeffit, consistere posse contendimus.

§. 6. Idem apparet etiam ex ceterorum scriptis, qui post RAMUM idem consilii ceperunt. Pertinent huc 1. *Elementa Geometriae* IGNATII GASTONIS PARDIES e Societate Jesu, quartum *Hagæ Comitum* An. 1680, in 12 (plag. 8) recusa & a summe Reverendo Abbate SCHMIDIO, Helmstadiensium Theologo celeberrimo, cum adhuc Jenæ Mathesin & Philosophiam profiteretur, ex Gallico sermone in Latinum translata. Extant in Opusculis ejus mathematicis, quæ sub titulo: *Oeuvres de Mathématique*, *Hagæ Comitum* An. 1691, in 12. prodire, in quibus præter hæc elementa libris IX. comprehensa continetur Discursus de motu locali, Statica, & Descriptio duarum machinarum describendis horologiis Solaribus convenientium. 2. *Nova Elementa Geometriae* ARNALDI, suppresso nomine, Anno 1667, *Parisiis* primum edita in 4. dein An. 1685, ibidem & An. 1690, *Hagæ Comitum* in 8. recusa (plag. 21) idiomate Gallico 3. *Elementa Geometriae* Gallica R. P. BERNHARDI LAMY An. 1685, *Parisiis* in 12. primum edita & An. 1710, ibidem multo auctiora recusa, ita ut nunc singulæ EUCLIDIS propositiones, exceptis Elementis septimo, octavo & nono de numeris agentibus, in iisdem contineantur una cum introductione ad sectiones conicas (plag. 21.) 4. *Elementa Geometriae Serenissimi Burgundiae Ducis Gal-*

lice conscripta (*Trevoltii* 1705, in 4. reg. 1 Alph. 7 plag.) concinna brevitate maxime necessaria methodo *Arnaldiana* evolventia\*. Omittimus alia, quæ minoris sunt momenti & ex hisce compilata.

§. 7. Integrum quoque EUCLIDEM alio ordine digessit & novis passim demonstrationibus munivit Cl. PETRUS POLYNIER, Medicus Parisiensis, in Elementis Geometriæ, quæ una cum Elementis Arithmeticæ sub titulo: *Elémens des Mathématiques*, *Parisiis* 1704, in 12. reg. (1 Alph. 4 plag.) edidit. Contra quæ ex EUCLIDE cognitu minus necessaria sunt, omisit, & necessaria alio ordine digessit, aliterque subinde demonstravit Cl. ANGELUS DE MARCHETTIS in Pisana Universitate Mathematicum Professor in EUCLIDE, quem vocat, *Reformato* (*Liburni* 1709, in 4. 1 Alph. 10 plag.)

§. 8. Præter nos alii etiam Mathematici agnoverant, reformatores Elementorum EUCLIDIS non fuisse in ausu suo satis felices; sed EUCLIDIS Elementis palmam adhuc merito tribuendam esse. Memini hanc fuisse LEIBNITIO sententiam, cum me inviseret, dum Elementis Geometriæ concinnandis operam darem, ipsique referrem me multiplici modo tentasse, ut eo ordine Elementa Geometriæ digererem, quo usus est BERNHARDUS LAMY, sed nunquam hoc fieri potuisse, nisi quædam assumerem abs-

D 2

que

\* Elementorum horum Autor DR. DE MALESIEUX.

que demonstratione, quæ essent demonstranda, vel in demonstrando ac definiendo admitterem confuse tantummodo percepta. In Anglia JOHANNES KEIL, ut Matheseos Studiosos ad Elementa EUCLIDIS reduceret, eo fine Oxonii An. 1715, in 8. (Alph. 1, plag. 6, cum figuris textui insertis), imprimi curavit Elementa sex priora EUCLIDIS una cum decimo & undecimo ex versione FREDERICI COMMANDINI. In præfatione, quam iisdem præmisit, graviter invenitur in eos, qui EUCLIDEM carpunt, & ab ejus lectione juvenes abducunt. Addidit Elementa Trigonometriæ planæ & Sphæricæ, atque Tractatum de natura & Arithmetica Logarithmorum.

§. 9. Præter ordinem, quem EUCLIDES in Elementis suis tenet, multi ex antiquis pariter ac recentioribus Geometriæ, tres sibi visi sunt deprehendisse novos in ejusdem Elementis, quorum primus respicit definitionem parallelarum & sub ea axioma, quod apud CLAVIUM est decimum tertium libri primi; secundus definitionem sextam libri quinti, quæ est æque proportionalium; & tertius definitionem quintam libri sexti de compositione rationum. Ab his novis cum vindicare aggressus est HIERONYMUS SACCHERIUS, Societatis Jesu, in Ticinensi Universitate Matheseos Professor, in Opusculo, quod sub titulo: *EUCLIDES ab omnino novo vindicatus, sive Conatus Geome-*

*tricus, quo stabiliuntur prima ipsa universæ Geometriæ principia, Mediolani 1733, in 4. (plag. 20, Tab. æn. 6).*

§. 10. Nos equidem in Elementis hisce Matheseos non exhibuimus Elementa EUCLIDIS ipsa; nihil tamen in iis occurrit, quod non reperiatur vel in Arithmetica, vel in Geometria, vel in Algebra, quemadmodum inferius fidem oculatam dabimus. Nihil vero nobis magis curæ cordique fuit, quam ut rigori demonstrandi consuleremus & demonstrationes ita componeremus, ut essent consummatæ eo sensu, quem in Logica Latina (§. 799, 854, 855) explicamus, ad usum tamen tyronum compositæ. Et plurimorum annorum experientia abunde docuit fructum, quem inde percipere licet.

§. 11. Quæ in EUCLIDE de Circuli, Sphærae, & Cylindri dimensione defuere; ea supplevit ARCHIMEDES in duobus *de Sphæra & Cylindro Libris, & de Circuli dimensione Libello unico*: ex quibus selecta theoremata ad faciliorem tyronum intelligentiam proposuit TACQUETUS sub finem Geometriæ supra laudatæ (§. 2). Idem ARCHIMEDES Libros alios *de Spiralibus, de Conoidibus & Spheroidibus, & de Quadratura Parabolæ* scripsit. Opera ejus una cum Conicis APOLLONII & Sphæricis THEODOSII edidit facilioribus cum demonstrationibus ISAACUS BARROWIUS Londini 1675, in 4. (Opera ARCHIMEDIS constant 24 plag. Tab. æn. 13.

APOL:



APOLLONII 14 plag. Tab. 12, & THEODOSII plag. 6, Tab. 3 ). Præter vero Geometrica in operibus ARCHIMEDIS una continentur Libri *de aquiponderantibus & insidentibus humido: Arenarium* tamen ejus omisit BARROWIUS, qui in alia editione una comparet, quæ Panormi An. 1685, in fol. prodiit, & cujus singularia fata in Actis Eruditorum An. 1687, p. 543, & 544, recensentur. Germanicam operum ARCHIMEDIS versionem ( Libris de insidentibus humido exceptis ) dedit JOH. CHRISTOPH. STURMIUS ( *Norimbergæ* 1670, in fol. 6 Alph. 2 plag. )

§. 12. Archimedeæ promovere studuit JOHANNES KEPLERUS in *Nova Stereometria doliorum vinariorum*, imprimis Austriaci ( *Lincii* 1615, in fol. plag. 28 ), quæ una continet supplementum ad ARCHIMEDEM de Stereometria figurarum Conoidibus & Sphæroidibus proxime succedentium. Ex Latino in Germanicum versam eandem anno sequenti edidit, sed passim mutatam, alicubi etiam practicis nonnullis auctam. Ejus exemplo excitatus BONAVENTURA CAVALERIUS, ordinis S. Hieronymi, olim Mathematicum Professor Bononiensis ( quem admodum ipse in præfatione fatetur ) adhuc ulterius progressus plurimum, quam ARCHIMEDES & KEPLERUS, solidorum per revolutionem sectionum conicarum circa axem aut rectas alias dedit nova methodo indivisibilium, quam vocat, a KEPLERO part. 1.

theor. 2. Stereom. indicata, in *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* ( *Bononiæ* 1653, in 4. 3 Alph. 1 plag. ) Similiter Archimedeæ illustravit atque promovit EVANGELISTA TORRICELLIUS, magni Hetruriæ Ducis Mathematicus, in *Operibus Geometricis de Solidis sphericalibus, de motu, de dimensione parabola, de solido hyperbolico cum appendicibus, de cycloide & cochlea* ( *Florentiæ* An. 1644, in 4. 2 Alph. )

§. 13. Præter ea, quæ ARCHIMEDES ad sublimiorem Geometriam spectantia tradidit, Veteres imprimis ad eandem *Sectionum Conicarum* doctrinam referebant, de quibus opus absolutum VIII Libris comprehensum composuit APOLLONIUS Pergæus, quorum quatuor priores sæpius editi. Inter optimas editiones refertur, quam cum Commentariis prolixis An. 1655, in fol. ( 5 Alph. 19 plag. Tabb. æn. 30. ) *Antverpiæ* in lucem emisit CLAUDIUS RICHARDUS, e Societate Jesu, quales etiam in EUCLIDIS Elementa XV, An. 1645, in fol. dederat integro volumine comprehensos. Quintum, sextum & septimum, qui præmissis habebantur, ex Arabico MSC. ABALPHATI *Aspahanensis* opera ABRAHAMI ECHELLENSIS *Maronita*, Linguarum Orientalium Professoris Romani, in vertendis usus, *Florentiæ* 1641, in fol. ( 4 Alph. 21 plag. ), cum libro *Assumptorum* ARCHIMEDIS in lucem protulit JOH. ALPHONSUS BORELLUS, in Academia Pisana Mathe-

feos Professor. Antequam vero iidem prodirent, VINCENTIUS VIVIANI, Magni Hetruriæ Ducis Mathematicus, ex descriptione PAPPÌ librum quintum feliciter restituit, & sub titulo *Divinationis Geometricæ* in quintum Conicorum APOLLONII Pergæi adhuc desideratum, *Florentiæ* 1659, in lucem emisit; quo successu felici permotus ex intervallo An. 1701, addidit *de locis solidis secundam divinationem Geometricam* in quinque libros injuria temporum amissos ARISTÆI senioris Geometriæ (*Florentiæ* in fol. 3 Alph. 15 plag.). Scripta VIVIANI usui esse possunt illis, qui methodo demonstrandi veterum in Geometria sublimiori delectantur. Præstantissimam operum APOLLONII editionem dedit Celeberrimus HALLEJUS *Oxonie* An. 1710, in fol. (5 Alph. 16 plag.). Accessere eidem SERENI Libri duo de *Sectione Cylindri & Coni*, qui primum Græce editi, & APOLLONII liber octavus ab HALLEJO restitutus.

§. 14. Inter recentiores doctrinam conicam illustrarunt varii. Commendari meretur opus de *Sectionibus Conicis* CLAUDII MYDORGII An. 1632, *Parisiis* in fol. publicatum, in quo & proprietates earundem demonstrantur, & descriptiones variæ docentur. Huic præferendus GREGORIUS A S. VINCENTIO, e Societate Jesu, qui in *Opere Geometrico Quadratura circuli & Sectionum Coni*, 10 Libris comprehenso ad inventa

recentiora viam stravit, ita ut LEIBNITIUS in *Actis Eruditorum* An. 1691, p. 438, fateatur, sibi in interiori Geometria hospiti, cum opus hoc GREGORII A S. VINCENTIO, una cum HUGENII libro de Horologio oscillatorio & DETTONVILLÆI (hoc est, PASCALII) Epistolis legeret, subito affulsisse lucem & sibi & aliis inexpectatam. Prodiit opus insignè *Antverpiæ* 1647, in fol. (14 Alph.) & præter conica in eodem continentur variæ linearum inter se proportionales, triangulorum novæ proprietates, rectangulorum proportionales, progressionum Geometricarum etiam in infinitum progredientium miræ proprietates, multa de circulo alibi minus obvia, doctrina de ducta plani in planum, de proportionalitatibus Geometricis theoria nova, unguularum item, conoidum & sphaeroidum doctrina. Absolutum quoque *Sectionum conicarum* opus debemus industriæ PHILIPPI DE LA HIRE (*Parisiis* An. 1685, in fol. 2 Alph. 18 plag.), in quo præter APOLLONIANA plurima alia methodo veterum demonstrantur: ex quo in gratiam tyronum compendium fecit JACOBUS MILNES impressum *Oxonii* An. 1702, in 8. (12 plag. & 19 Tab. Fig.) & recusum emendatius atque auctius ibidem 1712, in 8. (15 plag. Tabb. 19) sub titulo; *Elementa Sectionum Conicarum nova methodo demonstrata*.

§. 15. Ipse etiam celeberrimus DE LA HIRE in eorundem gratiam Ele-

Elementa Sectionum conicarum, Parisiis An. 1679, in 12. in lucem emisit una cum constructione locorum geometricorum & æquationum, de qua in capite subsequente. Titulus opusculi: *Nouveaux Elémens des Sections Coniques, les lieux Géométriques, la construction des Equations.* (plag. 21.) Similis iisdem est Tractatus OZANAMI Gallicus *de lineis primi generis, locis Geometricis & constructione æquationum* (Parisiis 1687, in 4. 1 Alph. 15 plag. Tab. æn. 35). Nominandus hic quoque est *Tractatus de Sectionibus cylindri & conii in solido & plano consideratis, cum demonstrationibus simplicibus ac novis*, quem sermone Gallico Parisiis An. 1704, in 8. edidit POIVRE (5 plag. & 8 Tabb. æn.). De aliis Conicorum scriptoribus dicemus capite sequente.

§. 16. Commemoranda tamen de iisdem adhuc nonnulla sunt, quæ hic apprime locum merentur. Nimirum GUIDO GRANDUS, cum intelligeret, desiderari libellum Conicorum ad captum tyronum, cujus defectu doctrina conica in Scholis vulgo negligitur; eundem supplevit & methodo veterum conscripsit libellum mole parvum, sed rerum ubertate gravem, in quo præcipua de sectionibus conicis theoremata demonstrat. Prodiit Florentiæ An. 1722, in 12. (plag. 6½, Tabb. æn. 7.) sub titulo: *Compendio delle sezioni coniche d'Apollonio.* Quoniam hoc compendium commendari meretur Matheseos Studiosis,

CHRISTIANUS AUGUSTUS HAUSEN, Matheseos Professor Lipsiensis, versionem hujus opusculi Latinam in gratiam auditorum adornasse dicitur in Actis Eruditorum supplement. Tom. VIII, sect. X, hinc inde tamen quædam immutasse. Equidem VINCENTIUS SANTINI, Florentinus, simile Compendium dare conatus est *Luce* 1722, in 8, (plag. 6, Fig. 28) sub titulo: *Delle sezioni coniche dedotte nuovamente in Piano dal cerchio*, in quo nova ratione sectiones conicas in plano a circulo deducit; sed demonstrationes ejus laborare circulo vitioso jam annotarunt Collectores Actorum Eruditorum *loc. cit.* p. 432. NICOLAUS DE MARTINO, Regius Mathematicum Professor Neapoli, duobus Tomis *Elementa Sectionum conicarum* edidit Neapoli An. 1734, in 8. charta augusta (Tom. I, plag. 21½, Tabb. æn. 8, Tom. II, plag. 22, Tab. æn. 8.). Conscripserat hæc Elementa ad usum FAUSTINÆ PIGNATELLI, Principis Culubranensis & Tolvensis Ducatus hæredis; postea in gratiam studiosæ juventutis publici juris fecit. Omissis propositionum, scholiorum & corollariorum titulis, continuo textu ad morem vulgarent extra Mathesin receptum cuncta demonstrat. Præter Sectionum conicarum proprietates, earum usum in construendis problematis solidis docet, præmissis iis, quæ cum in genere de constructionibus geometricis, tum problematum planorum sciri debent.

§. 17. Præter Conica apud veteres in Geometria sublimiori celebre fuit Problema Deliacum de duplicando cubo, seu, quod eodem recidit (§. 626, *Anal. fin.*), deveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas: quem in finem excogitatae sunt variae lineae curvae a PAPPUS Alexandrino in *Collectionibus Mathematicis* conservatae. Earum duo Libri priores hætenus desiderantur. Sex posteriores Bononiae 1660, in fol. editi (Alph. 5, plag. 9, cum figuris textui insertis, continent, inter alia solutiones varias problematis Deliaci, trisectionem anguli, isoperimetrorum doctrinam, sphaerica nonnulla, & quaedam ad Mechanicam spectantia. Varia etiam scripta Geometrarum veterum in præfatione ad librum septimum recenset PAPPUS.

§. 18. Inter præcipua inventa Geometrica superioris seculi refertur methodus centrobaryca PAULI GULDINI, e Societate Jesu, de qua diximus in *Mechanica & Statica* (§. 164). Prodiit ejus liber primus *de centro gravitatis, una cum Tabulis numerorum quadratorum & cubicorum decies millium*, Vienna Austriae 1635, in fol. (4 Alph. 21 plag.). Accessere libri secundus, tertius & quartus An. 1640, (4 Alph. 14 plag.). Libro primo adjuncta est dissertatio de motu terrae ex mutatione centri gravitatis ipsius proveniente.

§. 19. Curvarum doctrinam uni-

versaliter pertractavit & multis novis inventis auxit ISAACUS BARROWIUS supra laudatus in egregio opere *Lectionum Geometricarum*, Londini 1674, in 4. (plag. 21, Tabb. 13) Elementa curvarum in usum tyronum hætenus desiderantur, qualia tamen proficere consultum foret.

§. 20. Alia scripta particularia ad Geometriam theoreticam spectantia nimis longum foret hic recensere. Quaedam tamen recensere lubet. Pertinet huc CHRISTIANI HUGENII liber *de circuli magnitudine*, Haga Comitum An. 1644, in 4. (plag. 5, cum figuris textui insertis) & ejusdem *Theorematum de Quadratura Hyperboles, Ellipsis & Circuli ex dato portionum gravitatis centro*, Lugduni Batavorum An. 1651, in 4. (plag. 6½ cum figuris textui insertis). Uterque Tractatus legitur Operum variorum Tomo secundo (§. 35, c. 1).

§. 21. Affinia his sunt LUDOLPHI A CEULEN, Hildesheimensis, *de Circulo & Adscriptis* liber, ex vernacula in Latinam translatus & annotationibus illustratus a WILLEBRORDO SNELLI (Lugd. Batav. 1619, in 4. plag. 8) & ejusdem *Fundamenta Arithmetica & Geometrica* cum eorundem usu in variis problematis Geometricis, partim solo linearum ductu, partim per numeros irracionales & tabulas sinuum & Algebram solutis, a SNELLI itidem Latine versa, Lugd. Bat. 1615, in 4. (1 Alph. 16 plag.)

§. 22. LAURENTIUS LORENZINIUS, Disci-

Discipulus VINCENTII VIVIANI, edidit *Florentia* An. 1721, in 4. (plag. 20, Tabb. xn. 14.) *Exercitationem Geometricam*, in qua agitur de dimensione omnium conicarum sectionum, curvæ parabolicæ, curvæque superficiæ Conoidis parabolici. Solvit more veterum per demonstrationes problemata, quæ hodie per Algebram solvi solent. Unde ejus lectio commendanda iis, qui methodum veterum sibi familiarem reddere gestiunt. Cum viginti annos in vinculis duro fato detineretur, ab omni commercio cum hominibus literatis remotus, nullius libri usu concessio, methodum istam excoluit & duodecim libros de sectionibus conicis & cylindricis eorumque solidis conscripsit, ultra APOLLONII & VIVIANI inventa progressus. Ex carcere igitur tandem dimissus, ubi cognovisset, quæ nunc agerentur a Geometris, sublimiora quoque meditari cœpit, sed consueta sibi utens methodo. Sex itaque composuit Exercitationes, quarum prima est, quæ hic commemoratur: ceteræ enim, quantum constat, lucem publicam non adspexerunt.

§. 23. Comes de PAGAN, cujus non minus in Astronomia, quam Architectura militari celebre est nomen, decem edidit libros Theorematum Geometricorum sub titulo: *Les dix Livres des Théorèmes Géométriques du Comte de PAGAN*, *Parisii* 1654, in 8. (1 Alph. 5 plag.), in quibus de lineis 4 proportionalibus, de se-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

ctionibus conicis, de theoria planetarum elliptica, de munitionibus regularibus & de navigatione agit. Prostant etiam ISMAELIS BULLIALDI de *Lineis spiralibus demonstrationes novæ* (*Paris.* 1657, in 4. plag. 18.) & ejusdem *Exercitationes Geometriæ circa demonstrationes per inscriptas & circumscriptas figuras, circa conicarum sectionum quasdam propositiones, & de porismatibus* (*Paris.* 1657. in 4. plag. 6).

§. 24. STEPHANUS DE ANGELIS, Nobilis Venetus, Ordinis Jesuatorum S. Hieronymi, methodum CAVALERII excoluit, ejus usum insignem demonstraturus, cum non deessent, qui eandem impugnarent & contemnerent. Edidit *Venetis* An. 1658, in 4. (Alph. 1, plag. 14, cum figuris textui insertis) *Problemata Geometrica Sexaginta circa Conos, sphaeras, superficies conicas sphaericasque præcipue versantia*; ibidem An. 1656, in 4. *Libros quatuor de infinitis parabolis infinitisque solidis ex variis rotationibus ipsarum partiumque earundem genitis, una cum nonnullis ad prædictarum magnitudinum aliarumque centra gravitatis attinentibus* (Alph. 2, plag. 7). Adidit An. 1663, librum quintum (plag. 14). Ibidem 1759, in 4. in lucem publicam emisit *Miscellaneum hyperbolicum & parabolicum*, in quo præcipue agitur de centrâ gravitatis hyperbolæ, partium ejusdem, atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est. Parabola noviter quadratur dupliciter,

E

ducun-

ducuntur infinitarum parabolarum tangentes, assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia infinitis parabolis, conoidibus ac semifusis parabolicis, aliaque geometrica nova exponuntur scitu digna (Alph. 1, plag. 11). An. 1660, ibidem prodit ejus *Opusculum Geometricum de infinitorum spiraliū spatiorum mensura* (plag. 16) & tandem An. 1661, publici juris facti Tractatus de *infinitarum cochlearum mensuris ac centrīs gravitatis* (plag. 16), & Tractatus duo de *superficie Ungulae & de Quartis Liliorum parabolicorum & cycloidalium* (Alph. 1, plag. 19). Atque adeo patet, quod suo tempore Geometriam sublimiorem multum promoverit, aliisque viam ad ulteriora monstraverit.

§. 25. FRANCISCUS A SCHOOTEN, Leydenfis, in Academia Lugduno-Batava Matheseos Professor, *Exercitationum mathematicarum* libros quinque *Lugduni Batavorum* in 4. An. 1657, (Alph. 3) edidit, in quibus habentur varia tum ad Geometriam elementarem, tum sublimiorem spectantia, una cum tractatu de sectionum conicarum in plano descriptione, qui sigillatim prodit (*Lugd. Batav.* 1646, in 4. plag. 17). Nimirum libro primo continetur propositionum arithmeticarum & geometricarum centuria, secundo constructio problematum simplicium geometricorum, tertio APOLLONII Pergæi loca plana restituta, quarto organica conicarum

sectionum in plano descriptio, & quinto sectiones miscellanæ triginta. Colophonis loco adjicitur HUGENII Tractatus de *Ratiociniis in ludo aleæ*, qui inter opera varia Vol. 2, legitur (§. 35, C. 1).

§. 26. JACOBI DE BILLY, e Societate Jesu, tractatus de *proportione harmonica*, An. 1658, editus, in quo varia problemata ejus ope solvuntur. ANTONII LALOVERÆ, e Societate Jesu, *Geometria veterum promota*, seu libri septem de *Cycloide Tolosa* 1660, prodire, quibus multa continentur ad Geometriam sublimiorem spectantia. Extat etiam FERDINANDI ERNESTI Comitis ab HERBERSTEIN *Diatome Circulorum seu specimen Geometricum*, quo Lunularum, Curvilinearum aliorumque spatiorum propositiones demonstrat (*Prage* 1710, in 8. 1. Alph. Tab. 1): VINCENTII VIVIANI *Exercitatio mathematica de formatione & mensura fornicum* (*Florentia* 1692, in 4. plag. 6): JOH. BAPTISTÆ PALMÆ in *Geometriam Exercitationes* (*Neapoli* 1689, in 4. plag. 16) 100 propositiones, quæ ad Geometriam elementarem pertinent, continent.

§. 27. ANGELUS DE MARCHETTIS, in Pisana Universitate scientiarum mechanicarum Professor, *Pistoria* An. 1695, in 4. (plag. 14) sermone patrio edidit Tractatum de natura rationis & proportionis nova, facili & secunda methodo explicata. Titulus libelli est: *La Natura della proporzione & della proporzionalità*. In

eo aliam viam ingressus est, quam EUCLIDES, aliam quoque, quam alii recentiores ab EUCLIDE recedentes calcarunt. Cum intellexisset, eundem probari STEPHANO DE ANGELIS, DOMINICO GULIELMINO, FRANCISCO SPOLETI, *Collectoribus Aëtorum Eruditorum* in Actis An. 1696, p. 244, 245, in Latinam linguam ipsum transtulit: Qua data occasione cetera quoque EUCLIDIS Elementa tam plana quam solida in breviorum & meliorem formam redigere voluit. Unde enatum est opus Elementorum planorum & solidorum Geometriæ, quod sub titulo: *EUCLIDES Reformatus* prodiit & quod supra laudavimus (§. 7).

§. 28. Ad libros analyticos veterum, quorum memoriam conservavit PAPPUS in præfatione ad librum septimum Collectionum mathematicarum referendi sunt APOLLONII *Pergæi de sectione rationis* Libri duo ex arabico latine versi, & de *sectione spatii* Libri duo restituti ab EDMUNDO HALLEY ac editi *Oxonii* 1706, in 8. (1 Alph. 3 plag.).

§. 29. Ad Geometriam quoque spectat *Sphæricorum* doctrina, quæ circulorum in superficie Sphære descriptorum & sese mutuo interfecantium proprietates explicat. Eam olim tribus libris comprehendit THEODOSIUS, quos Tomo primo Cursus Mathematici exhibet DECHALES, ut supra monuimus (§. 4). Eosdem nova methodo illustravit & succincte demonstravit ISAACUS BARROWIUS atque

*Londini* 1675, in 4. (plag. 6, Tab. æn. 3) edidit, subjunctos operibus ARCHIMEDIS & APOLLONII. Aliqua hujus doctrinæ etiam attingit PAPPUS libro septimo collectionum mathematicarum, ubi addit, quæ in THEODOSIO desiderantur scitu necessaria.

§. 30. *Geometriam practicam* omnium absolutissimam, sed sine demonstrationibus dedit MALLETTUS, quatuor Tomis idiomate Gallico conscriptis comprehensam (*Paris* 1702, in 8. reg. Tom. I, plag. 23, Tom. II, plag. 26, Tom. III, plag. 24, Tom. IV, plag. 18). In Geodæsia declaratur usus semicirculi, quadrati Geometrici, circini proportionum, Astrolabii, pixidis magneticæ, baculi Jacobi & mensulæ geometricæ. Singula folia Figuris elegantibus, sed ad rem parum facientibus exornantur.

§. 31. Germanico idiomate Geometriam practicam conscripsit DANIEL SCHWENTERUS, Professor olim Mathematicum Altorfinus, cum notis JOHANNIS BOECKLERI, *Norimbergæ* 1667, in 4. (4 Alph. 18 plag.) recusam. Praxis in charta cum demonstrationibus docetur: in campo solus baculorum & mensulæ geometricæ usus ostenditur, stereometria desideratur. Unde instar supplementi esse potest JOHANNIS HARTMANNI BEYERI, Med. D. *Stereometria*, quam sub titulo: *Eine neue und schöne Art der vollkommenen Visir-Kunst*, *Franc. ad Aæn.* 1603, in 4. (1 Alph. 7 plag.) edidit. Autor imprimis Stereo-

metriam doliorum plenius explicat, quam ab aliis factum. Cum tamen doliorum non plenorum stereometriam non attigisset; An. 1619, addidit Conometriam Mauritianam vernaculo itidem sermone conscriptam. (*Franc.* in 4. plag. 11), in qua stereometria doliorum tam plenorum, quam non plenorum traditur. Ceterum idem Autor de virgula pithometrica conficienda ibidem 1620, plagulam unam adjecit.

§. 32. Ante SCHWENTERUM in usum agrimensorum BERNARDUS CANTZLERUS edidit tractatum geodæticum sub titulo: *Kurtzer und leichter Bericht vom Feldmessen*, quem ABDIAS TREW Mathes. Prof. Altorfinus multis annotationibus auxit, ita ut sub titulo: *Summa Geometrie practica* An. 1673, *Norimberga* in 8. (plag. 33, Tab. æn. 55) edi meruerit.

§. 33. Nomen Autoris commendat scholam agrimensorum, quam PHIL. DE LA HIRE sub titulo: *l'Ecole des Arpenteurs*, *Paris*. Anno 1689, in 8. edidit. Prodiit tertia vice *Paris*. An. 1728, in 12. reg. (plag. 16). Explicantur in hoc libello operationes arithmeticae & trigonometricae cum principiis Geometriae, quibus agrimensores habent opus. Deinde exponuntur praxes Geodatarum & subjicitur descriptio artis libellandi. Nec minus laudem merentur CLAVII (§. 24, TACQUETI (§. 28), OZANAMI Geometriae practicae (§. 7), hujusque *Méthode facile pour arpenter*,

ou mesurer toutes sortes de superficies & pour toiser exactement la Maçonnerie, les vuidanges des Terres & tous les autres corps, dont on peut avoir besoin dans la pratique. Prodiit denuo *Paris* An. 1725, in 12. reg. (plag. 12). Explicantur etiam in hoc libello operationes Arithmeticae & Trigonometricae ac principia Geometriae agrimensoribus scitu necessaria. Eundem cum PHILIPPO DE LA HIRE scopum sibi præfixit HENRICUS WILSON in libro Anglico, quem sub Titulo: *Surveying improved*, *Londini* 1726, in 8. reg. (Alph. 1, Tabb. æn. 11) edidit, in suo genere satis consummatum. Solet vulgo institutionibus Architecturae militaris præmitti Geometria practica.

§. 34. ADRIANUS METIUS 1725, in 4. edidit *Arithmetica* libros duos & *Geometria* libros sex. Qui multo auctiores 1650, *Lugduni Batavorum* in 4. recusi (Alph. 3). Geometria non nisi practica est, perinde ac Arithmetica, ut adeo hic recenseri mereatur. Tractatur in hisce libris etiam Trigonometria plana, usus circini & regulae proportionalis, Architectura militaris, problemata Astronomica, & sciaterica Horologia, ita ut in hoc opere reperias, quæ titulus non promittere videtur, nec in libris, quæ eundem habent, vulgo quæri solent. Nullas tamen addit demonstrationes. Aliter JOHANNES DUSER, Tigurinus, in *Geometria Theorica & practica* patrio idiomate *Tiguri* 1627, in 4. publi-



publicata theoriam cum praxi conjungit, & hanc ex illa deducit. Multa docet, quæ istiusmodi autores non tangunt: de stereometria tamen nihil habet.

§. 35. A. SHARPE, Anglus, idiomate patrio edidit *Geometriam promotam* 1<sup>o</sup>. per tabulam amplam & accuratam segmentorum circularum, & 2<sup>o</sup>. per Tractatum concisum de Polyhedris *Londini* An. 1718, in 4 (plag. 17, Tabb. æn. 4). Tractatus primus sine controversia ad Geometriam practicam spectat, cum computandis segmentis circularum destinatur, qui calculus ad Geometriam practicam pertinet ac multiplicem in variis problematis huc spectantibus habet usum. Tractatus alter ad stereometriam refertur, cumque Autor in eodem constructionem & dimensionem quinque corporum regularium ac præterea duodecim novorum a Geometris hætenus non expensorum polyhedrorum tradat; hic quoque Tractatus Geometriæ practicæ quædam pars est.

§. 36. BATTY LANGLEY *Londini* 1726, in fol. (Alph. I, plag. 11, Tabb. æn. 40), Geometriam practicam ad Architecturam civilem, & hortensem, Geodæsiam, & Stereometriam applicatam edidit sermone patrio. Titulus libri est: *Practical Geometry applied to the useful Arts of Building, Surveying, Gardening and Mensuration*. Sed hic liber potiore jure inter Architectonicos locum meretur, quam inter eos, qui de

Geometria conscripti sunt; quemadmodum suo loco monebimus.

§. 37. Pithometriam promovere aggressus est JOANNES MATTHIAS HASIUS, Mathematicum Professor in Academia Wittebergenfi, in *Pithometria Theoria & Praxi nova*, *Witteberge* 1728, in 4. (plag. 10, Tabb. æn. 2): ubi etiam Algebrae in hoc argumento usum declarat.

§. 38. ERASMUS REINHOLDUS in Geodæsiâ sua, quæ sub Titulo: *Gründlicher Bericht vom Feldmessen*, *Franc.* 1615, in 4. (1 Alph. 17 plag.) recusa, Geometriam quoque subterraneam explicat: de qua opus peculiare conscripsit NICOLAUS VOIGTEL, decimarum e Mansfeldensibus metallifodinis Receptor, *Islebia* An. 1688, in fol. (plag. 32, Tab. 9) excusum & iterum An. 1713, auctius (2 Alph. 10 plag. Tab. æn. 10) recusum, unicum sane in hoc genere, donec An. 1710, LEONHARDUS CHRISTOPHORUS STURMIUS *Frankofurti* An. 1710. in 8. Tractatus quatuor idiomate Germanico ederet, inter quos quartus est *Geometriæ subterraneæ Compendium*, primus vero de *descriptione corporum regularium*, secundus de *Circino proportionum*, tertius de *Trigonometria plana* (plag. 6, Tab. æn.), & An. 1727. JOANNES FRIDERICUS WEIDLERUS, Professor Mathematicum Wittebergenfis, *Institutiones Geometriæ subterraneæ* latinas daret *Witteberge* in 4 (plag. 10, Tab. 1).

§. 39. Circinum proportionis a

E 3

IUSTO

JUSTO BYRGIO multo ante inventum descripsit LEVINUS HULSIUS Tractatu tertio instrumentorum mechanicorum vernaculo idiomate *Francof. ad Mœnum* An. 1603, edito (plag. 4). Postea An. 1607, GALILAUS, alienum inventum sibi attribuens, de eodem librum Italicum sub titulo: *Le Operationi del compasso Geometrico e militari* publicavit. Omnium maxime commendari in hoc genere videtur NICOLAI GOLDMANNI de *Circino proportionis Tractatus* (*Lugd. Batav.* 1679, Latine & Germanice in fol. (1 Alph. Tab. 16) editus, ex quo sua descripsit MICHAEL SCHEFFELT in tractatu Germanico *Unterricht von dem Proportional-Circul*, *Ulma* 1697, in 4 (plag. 18, Tab. 12). Prostat quoque Tractatus Gallicus Cl. OZANAMI de *usu circini proportionum* (*Parisiis* 1688, in 8). Recentius ejus constructionem & usum in peculiari Tractatu, qui multa singularia continet, exposuit SAMUEL CUNE. Eum post mortem Autoris EDMUNDUS STONE sub Titulo: *A new Treatise of construction and use of the Sector*, *Londini* An. 1729, in 8. (plag. 15,

Tab. æn. 2, & Fig. multis ligno incis) publici juris fecit.

§. 40. Ad scripta de Geometria practica referendum quoque est CASPARIS SCHOTTI *Pantometrum Kircherianum*, hoc est, instrumentum Geometricum novum ab ATHANASIO KIRCHERO inventum, decem libris universam pæne practicam Geometriam complectentibus explicatum perspicuisque demonstrationibus illustratum. Prodiit *Herbipoli* 1660, in 4. (Alph. 2, plag. 11, Tab. æn. 32). Liber primus technicus fabricam instrumenti, secundus euthymetricus linearum rectorum dimensiones, tertius enbadometricus dimensionem superficierum, quartus stereometricus dimensiones solidorum, sextus cœlometricus dimensiones concavorum, septimus geodæticus divisiones superficierum, octavus metamorphoticus planorum corporumque transformationem, nonus hydrogogicus libellationem aquarum totamque libellationis naturam, decimus tandem variis problematum variorum solutionem docet, quæ ope circini proportionum alias solvi solent.

## C A P U T IV.

### *De Scriptis Analyticis.*

§. 1. Scripta veterum analytica recenset PAPPUS in præfatione

ad librum septimum *Collectionis mathematicæ*. Sunt nempe *Datorum EUCLIDIS*

CLIDIS liber unus (§. 1. C. 1.) APOLLONII de *Sectione Rationis* libri duo ab HALLEIO editi, & de *Sectione spatii* libri duo ab eodem restituti (§. 28. c. 3), APOLLONII de *Tactionibus* libri duo, de *Inclinationibus* duo, de *locis planis* duo, *Conicorum* octo, EUCLIDIS *Porismatum* tres, & de *locis ad superficiem* duo, ARISTÆI de *locis solidis* quinque, ERATOSTHENIS de *mediis proportionalibus* duo: quorum aliqui extant (§. 13, Cap. 3), aliqui desiderantur, sed a recentioribus Geometris restituti, (§. 1, Cap. 1, & §. 13, Cap. 3). Sed Analysis veterum ab Analyfi recentiorum longe fuit diversa.

§. 2. Ad analysin recentiorum potissimum spectat Algebra, de qua olim exempla tredecim libris comprehensa dedit DIOPHANTUS. Hodie nonnisi 6 prostant, a XYLANDRO latine versi, & An. 1575, in fol. primum editi, postea cum Commentariis CASPARIS BACHETI, An. 1621, recusi. Illustrat autem DIOPHANTUS artem solvendi problemata arithmetica indeterminata. Gallica eorum versio extat inter Opera STEVINI (§. 23, c. 1.)

§. 3. Antequam DIOPHANTUS in publicum proftaret, LUCAS PACIOLUS seu (ut vulgo vocatur) LUCAS DE BURGO S. SEPULCHRI in Summa Arithmetice & Geometrie supra laudata (§. 6, cap. 2.) Libris 8 Algebram explicat, prout eam acceperat ab Arabibus. Nimirum ultra

æquationes simplices & quadraticas non progreditur. Nec longius progressi CHRISTOPHORUS RUDOLPHUS Jaroviensis Silesius, qui primus de Algebra seu Cossa, prout tunc dicebatur, in lingua Germanica scripsit & cujus librum additis regularum demonstrationibus & exemplis pluribus recudi fecit MICHAEL STIFELIUS *Regiomonti* An. 1553, in 4. (Alph. 5, plag. 11). Titulus libri: *Die Coss CHRISTOFFS RUDOLFFS, mit schönen Exempeln der Coss durch MICHAEL STIFEL gebessert und sehr gemehrt.* STIFELIUS, qui hoc Magistro profecit, in *Arithmetica integra* (§. 7, cap. 2), HENISCHII in *Arithmetica perfecta* (§. 10, cap. cit.) alique. Non ineleganter RUDOLPHUS, eumque secutus STIFELIUS, æquationes algebraicas ex progressionibus geometricis derivant. Sed SCIPIO FERREUS addidit regulas resolvendi æquationes cubicas, a CARDANO in *Arte Magna*, quam vulgo Cossam seu Regulam Algebrae vocant, An. 1545, primum publicatas: Cl. LUDOVICUS FERRARIENSIS ostendit methodum reducendi æquationes biquadraticas, quam An. 1579. Algebrae suae inseruit RAPHAEL BOMBELLI. Ulteriores progressus Algebrae stricte sic dicta nondum vidit.

§. 4. Circa annum Christi 1590; FRANCISCUS VIETA Gallus Arithmetice litteralem invenit, & ad Algebram applicavit, quam & methodo ingeniosa extrahendi radices ex æquationi-

tionibus quibuscunque per approximationem locupletavit. (§. 25, cap. 1). Ejus inventa explicat, iisdemque utitur GUILIELMUS OUGHTRED, Anglus, in *Clave Mathematica*, An. 1631, primum, sed An. 1693, *Oxonii* quinta vice edita (plag. 12). Regulas ad exempla applicat & usum Arithmeticae litteralis in Geometria elementari ostendit, quem in inveniendis theorematis & resolvendis problematis habet. Extractionem quoque radicum per approximationem ex æquationibus exemplo VIETÆ docet.

§. 5. THOMAS HARRIOT, itidem Anglus, qui *Londini* An. 1621 obiit, in *Artis Analytica Praxi* ad æquationes algebraicas nova, expedita & generali methodo resolvendas, a WALTHERO WARNERO An. 1631, in fol. *Londini* (2 Alph. 2 plag.) edita, Arithmetica *Vietæam* ad commodiorem formam reduxit, eam nempe, qua nunc utimur, & æquationum indolem ac reductionem plenius explicavit.

§. 6. Anno 1637, CARTESIUS *Geometriam*, quam vocat, idiomate gallico publicavit, quam postea Latine vertit & prolixis Commentariis auxit FRANCIS. A SCHOOTEN. Utor ego editione *Amstelodamensi* An. 1659, in 4. (5 Alph. 8 plag.). Continentur in eadem præter CARTESII *Geometriam* (plag. 12), FLORIMUNDI DE BEAUNE Notæ breves & FRANCISCI A SCHOOTEN Commentarii in eandem; JOH. HUDDENII *epistola de re-*

*ductione æquationum*, ejusdem *epistola de maximis & minimis*: ERASMI BARTHOLINI *Principia Matheseos universalis seu introductio ad Geometriæ methodum* CARTESII; FLORIMUNDI DE BEAUNE tractatus posthumi *de natura & constitutione atque de limitibus æquationum*; JOH. DE WITT libri duo *de Elementis Curvarum*, & FRANC. A SCHOOTEN tractatus *de concinnandis demonstrationibus geometricis ex calculo algebraico*. CARTESIUS Arithmetica litteralem & regulas Algebrae descripsit ex HARRIOTO, & quemadmodum OUGHTREDUS in *Clave*, atque MARINUS GHETALDUS in *Libris 5, de Resolutione & Compositione mathematica* (Romæ 1630, in fol. 2 Alph. 15 plag.) Arithmetica *Vietæam* ad Geometriam elementarem applicarunt & constructiones æquationum simplicium ac quadraticarum dederunt, ita ipse, *Harriotæam* ad Geometriam sublimiorem transferens, curvarum naturam per æquationes algebraicas explicare cœpit & constructionem cubicarum atque biquadraticarum æquationum, immo etiam superiorum, docuit. Opus hoc imprimis utile ad Algebrae speciosam addiscendam.

§. 7. CARTESIUS non tyronibus, sed Geometris peritis scripsit, nimis concisa brevitate, ut adeo Commentario maxime opus sit. Quamvis vero de ejus Geometria egregie meritus sit FRANCISCUS A SCHOOTEN, quemadmodum ex iis intelligitur, que

quæ modo diximus (§. 6); nondum tamen ea dedit, quæ in Commentario consummato quæruntur, sed ipse potius Commentatore haud raro opus habet. Dedit tandem istiusmodi Commentarium, qualis desiderari poterat CLAUDIUS RABUEL, e Societate Jesu, qui post fata ejus *Lugduni Gallorum* sub titulo: *Commentaires sur la Geometrie de Mr. Descartes* An. 1730, in 4. reg. prodiit (Alph. 3, plag. 6, Tab. æn. 23.) Textum CARTESII, quem presso pede sequitur, ita explanat, atque ita regulis, exemplis, & problematis illustrat, ut nihil occurrat, quod ex Commentario non plene intelligatur. Commentarius hic in linguam Latinam transferri & in nova editione Geometriæ CARTESII Commentatoribus aliis adjungi mereretur: sit ita quod solus sufficiat menti tanti Geometriæ penitus intelligendæ.

§. 8. Regulam CARTESII construendi æquationes cubicas & biquadraticas uberius exposuit THOMAS BAKER in *Clave geometrica catholica* (Londini 1684, in 4. (1 Alph. 10 plag. 10 Tab. æn.)): ast verum harum Constructionum fundamentum, quod a MENECHMO didicit CARTESIUS, minime affecutus. Hoc monstravit RENATUS SLUSIUS Tomo secundo *Mesolabi* An. 1668, in 4. (plag. 24) *Leodii* excusi cum variis *Miscellaneis*, in quibus Algebra ad quadraturas Curvarum, ad quæstiones de maximis & minimis, ad methodum invenien-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

di punctum flexus contrarii, ad methodum centrobarycam GULDINI &c. applicatur. Cartesiana inventa etiam promoverunt, quemadmodum SLUSIUS in *Miscellaneis*, FERMATIUS in *Operibus mathematicis* (Tolose 1679, in fol.), ROBERVALLIUS (§. 31, 37, Cap. 1), & BARROWIUS (§. 19, Cap. 3).

§. 9. JOHANNES KERSEY, An. 1671, Londini in fol. edidit *Elementa Algebrae*, idiomate Anglico (Alph. 10, plag. 10). In iis explicatur arithmetica litteralis & æquationum natura, præceptaque exemplis plurimis illustrantur, totus DIOPHANTUS enucleatur, & resolutione & compositione mathematica ex GETHALDO multa exhibentur. Idem fere institutum apud Gallos fuit JOH. PRESTET, cujus *Nova Matheseos elementa* Tomo integro secundo auctiora, Parisiis An. 1694, in 4. (6 Alph. 3 plag.) gallice prodierunt. In iis omnia dogmata arithmetica una cum problematibus DIOPHANTI atque VIETÆ per analysin recentiore[m] resolvuntur.

§. 10. Similiter OZANAM in *Elementis Gallicis Algebrae* (Amstelodami An. 1703, in 8. reg. 1 Alph. 21 plag.) præter calculum litteralem & æquationum doctrinam, artem quoque Diophanteam resolvendi problemata numerica egregie illustrat, in qua imprimis excellit hic Autor. Quanti autem fieri debeat analysis *Diophantea*, vulgo a *Cartesianis* neglecta, docuit illustris LEIBNITIUS in Actis Erudito-

F

dito-

ditorum, An. 1702, pag. 219. Et si autem Algebra OZANAMI legi mereatur ab iis, qui in Analyfi *Diophantea* sese exercere voluerint; tyronibus tamen Algebrae ejus lectio commendanda non est, propterea quod nimis diffusa regularum explicatione nulla regularum applicatione, ad exempla facta, nimis diu detinet lectorem in parte prima, facitque studii hujus in ipso limine desertores, ut taceam ipsum inventorum recentiorum minime gnarum multa brevius tradere potuisse, ita ut & facilius intelligerentur, & sine tædio. Peccat etiam proluxa præceptorum explicatione PRESTETUS: Unde Compendium ejus dedit BERNHARDUS LAMY, quod sub titulo: *Elémens de Mathématique*, (Paris. An. 1704, in 12. reg. (1 Alph. 7 plag.) auctius recusum tyronibus ob perspicuitatem commendari meretur. Artificia tamen analyseos *Diophantea* non attingit.

§. 11. Hi tamen autores applicationem Algebrae ad Geometriam insuper habent: quem defectum suppleant OZANAM in Tractatu Gallico *de locis Geometricis* (plag. 8, Tab. 12.) & altero *de constructione aequationum* (plag. 12, Tab. 9) Tractatui de lineis primi generis (§. 15, cap. 3) subjuncto; DE LA HIRE in gemino Tractatu ejusdem nominis & argumenti (§. cit. cap. 3) & imprimis GUISENE in *Applicatione Algebra ad Geometriam* gallice Parisiis An. 1704,

in 4. (1 Alph. 19 plag. Tab. æn. 6) edita & ad captum tyronum composita exemplisque selectis instructa, atque Illustris Marchio DE L'HOSPITAL in egregio Tractatu Analytico *de Sectionibus Conicis & earum usu*, Paris. 1707, in 4. reg. 2 Alph. 12½ plag. Tab. 32, Gall.) Applicatio Algebrae ad Geometriam sublimiorem ex HOSPITALIANO opere omnium optime addiscere licet iis, qui jam in Geometria & Algebra cum fructu versati & acumine pollent. Ceteris magis satisfaciet GUISENE, quo lecto faciliores facient in illo progressus.

§. 12. Algebrae quoque præcepta, sed sine exemplis, perspicue explicat GERARD KINCKHUYSEN in *Algebra*, sermone Batavo, Harlemi An. 1661, in 4. edita, (plag. 14) & idem in Fundamento Geometriae (*Grondt der Meetkonst*). Harlemi An. 1684, in 4. plag. 12) Sectionum conicarum palmarias proprietates per analysin eruit; in *Geometria* vero (Harlemi An. 1663, in 4. plag. 22) constructiones Geometricas problematum per Algebrae solutorum elegantes affert. Singula quoque ABRAHAMUS DE GRAAF in *Algebra* sua (§. 7, cap. 1) cum laude exequitur. Unde Dn. DE TSCHIRNHUSEN ad studium Algebrae plurimum commendavit hosce autores. Celeberrimus NEWTONUS in *Arithmetica universali*, quam GUIL. WHISTON Cantabrigiae An. 1707, in 8. (1 Alph.) edidit, exempla habet singularia & regulas varias a se inventas.

tas. Recusa sunt hæc Elementa *Londini* An. 1722, in 8. (plag. 22). In nova editione ordo problematum paulisper immutatus, WHISTONI præfatio & methodus *Hallejana* extrahendi radices ex æquationibus per approximationem omiffæ. Prodiere etiam in *Batavia*, ut nunc facilius haberi possint. Utilem tyronibus operam sumeret, qui eadem Commentario illustraret. Multa enim occurrunt difficilia, quorum rationes non facile assequi licet etiam exercitationibus. Desunt etiam constructiones geometricæ problematum, quorum tantummodo dantur solutiones per calculum. Monuit jam GRAVESANDIUS istiusmodi Commentario esse opus & ejus aliquod specimen de inventionem divisorum dedit in *Elementis Matheseos universalis*, *Lugduni Batavorum* An. 1727, in 8. editis (plag. 16, Tab. æn. 4), quæ Algebrae principia continent.

§. 13. JOSEPHUS RAPHSO in *Analyfi æquationum universalis*, quæ (si titulo credimus) secunda vice *Londini* An. 1702, in 4. prodiit una cum Conamine metaphysico de Spatio reali seu ente infinito (plag. 20.) extractiones radicum ex æquationibus per approximationem facilitavit: ROLLIUS in Tractatu gallico *de Algebra* (*Paris*. 1690, in 4. plag. 12) subsidia non contemnenda ad radicum extractionem suppeditat, sed more suo terminis infuetis utitur, & haud raro nodum in scirpo quærit.

Tractatum quoque Gallicum *de Algebra* conscripsit DE CROUZAS, quem *Parisiis* An. 1726, in 8. reg. sub titulo: *Traité de l'Algebre*, edidit (1 Alph. 8 plag.). In eo nonnisi Arithmeticam literalem & regulam Algebrae propriissime sic dictam explicat, quemadmodum faciunt PRESTETUS & OZANAMUS, nimium prolixus in vulgaribus, ita ut longo tempore multa patientia addiscenda sint, quorum usum prospicere non licet. Desunt artificia recentiora, quibus calculus præsertim surdorum & extractio radicum mirifice fuit promota. Nec ars exercetur problematis, contra illud SENECAE: *Itet longum per præcepta, breve per exempla.*

§. 14. Exemplo PASCALII in *Triangulo Arithmetico*, *Parisiis* Anno 1654, Gallice edito, HUGENII in *Tractatu de Ludo alæ*, qui sub finem Exercitationum Geometricarum SCHOOTENII (§. 25) & Operum variorum Vol. 2 (§. 35) legitur, aliorumque, REMUNDUS DE MONMORT in *Tentamine Gallico Analyseos de ludis eventus fortuiti*, *Parisiis* An. 1708, in 4. reg. (1 Alph. 14 plag.) excuso & ibidem 1714, auctius (2 Alph. 11 plag.) recuso ad Sortem in ludis diversis determinandam analysin applicavit: qui combinationum doctrinam egregie illustrat & insignia artificia analytica edocet. In altera editione leguntur literæ JOANNIS & NICOLAI BERNOULLIORUM de

hoc argumento ad Autorem datæ. Idem præstitit JACOBUS BERNOULLI in Opere posthumo *Artis Conjectandi* (Basil. 1713, in 4. Alph. 1, plag. 20, Tab. 1). Accessit huic operi Tractatus de seriebus infinitis, mox commendandus. Inprimis autem hoc in argumento commendari meretur ABRAHAMI DE MOIVRE opus pereruditum & multa nova continens, quod sub titulo: *The doctrine of chances, or a Method of calculating probability of Events in play*, Londini 1718, in 4. reg. (Alph. 1) \*.

§. 15. ÆGIDIUS FRANCISCUS DE GOTTIGNES, e Societate Jesu, in *Logistica universalis* (Neap. An. 1687, in fol. 5 Alph. 14 plag. Tab. 5) principia Algebrae labefactare aggressus est; sed nodum in scirpo quærit & per ambages eo tendit, quo recta pertingere datur. Condonandum hoc videbatur ea ætate, qua Algebrae speciosæ infantia erat: sed si nostra reperiantur, qui in dubitationem adducere volunt, quæ dudum stabilita ipsoque diuturno usu probata fuerunt, vix ferendum. Nostrum igitur non esse existimamus de iis scriptis loqui, quæ hic recenseri poterant.

§. 16. HUGO DE OMERIQUE in *Analyfi Geometrica* (Gadibus Anno 1698, in 4.) methodo communi algebraica, quæ per æquationes procedit, aliud substituit per rationes argumentandi genus: quod tamen

non adeo late patet, quam illa. Applicat illud ad problemata, per Algebrae ab aliis jam soluta & parum difficultatis habentia. Non tamen usu suo caret, cum ad demonstrationes syntheticas manu ducat. Monet PEMBERTON in præfatione ad *Conspectum Philosophiæ Newtonianæ*, NEWTONUM laudasse in hoc autore, quod Analysis veterum restituere conatus fuerit.

§. 17. Methodum CAVALLERII ad calculum aptare studuit JOHANNES WALLISIUS in *Arithmetica infinitorum* An. 1655, primum edita (S. 34, cap. 1) in qua, per summationes serierum infinitarum, quadraturas curvarum & cubationes solidorum determinare aggressus est: Sed cum inductione uteretur, quæ minus demonstrativa videri poterat, ISM. BULLIALDUS per maximas ambages more veterum Geometrarum hoc Arithmeticae genus demonstravit in Opere novo *Arithmetica infinitorum* Libris 6, comprehendente. (Paris. An. 1682, in fol. 4 Alph. 16 plag.). Hodie tamen paucis lineis plura præstare licet, quam quæ integro opere BULLIALDI comprehenduntur.

§. 18. Veram viam ingressus non est WALLISIUS, felicius id præstitit Illustris LEIBNITIUS invento calculo differentiali & integrali, quem primum in Actis Eruditorum Anno 1684, pag. 467, publicavit, cum dudum ante An. 1677, eundem in litteris cum celeberrimo NEWTONO

\* Atque iterum auctius, ibidem An. 1738, in 4. reg. (Alph. 1, plag. 11).



communicasset, qui in egregias methodos circa idem tempus inciderat: quemadmodum apparet ex litteris LEIBNITII atque NEWTONI, quæ leguntur apud WALLISIUM Operum Tomo tertio, fol. 634, 648. Cum enim NEWTONUS in literis d. 24 Octobr. 1676, scriberet: *Inversa de Tangentibus problemata sunt in potestate atque illis difficiliora: ad quæ solvenda usus sum duplici methodo, una concinniori, altera generaliori. Utramque visum est in presentia litteris transpositis consignare: 5accdæ 1oeffh &c.* Literæ in ordinem suum dispositæ hunc habent sensum: *Una methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex æquatione simul involvente fluxionem ejus: altera tantum in assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua cetera commode derivari possunt, & in collatione terminorum homologorum æquationis resultantis ad inveniendos terminos assumptæ Seriei:* MOX LEIBNITIUS ipsum Calculum suum differentialem in literis d. 21 Jun. 1677, apertis verbis perscripsit. Ingenuè hoc ipsum fatetur NEWTONUS in prima & secunda editione Principiorum Philosophiæ naturalis Mathematicorum Schol. Lemmat. 2, Lib. 2, pag. 253, 254. In ultima vero ingenuam confessionem, quæ viros summos maxime decet, omisit. Ratio patebit inferius. LEIBNITIUS calculum suum publici juris fecit in Actis Eruditorum An. 1684, pag. 467, & NEWTONUS methodum suam in prima

editione Principiorum modo laudatorum, quæ An. 1687, prodiit. Postea JACOBI ac imprimis JOANNIS BERNOULLI opera, calculus LEIBNITII ad majorem perfectionem perductus.

§. 19. Calculi differentialis leges exposuit & problematibus exquisitis illustravit illustris Marchio DE L'HOSPITAL, Præceptore usus JOANNE BERNOULLI, in egregio Opere Gallico *Analyseos infinite parvorum* (Paris. 1696, in 4. reg. 1, Alph. 2, plag. Tab. 11), omnibus Geometriæ sublimioris Studiosis maximopere commendando. Subinde tamen Commentatore opus habet, ut a tyronibus Geometriæ sublimioris intelligatur. Equidem DE CROUZAS *Commentarium* edidit, qui idiomate Gallico Parisiis An. 1721, in 4. (2 Alph. 1½ plag. 4 Tab.) ; sed plerumque nonnisi calculos, quos Autor contraxit, extendit, in difficilioribus vero lectorem destituit. Unde magis satisfaciet VARIGNONIUS in suis dilucidationibus, quæ sub titulo: *Eclaircissement sur l'Analyse des infiniment petits*, post fata ipsius Parisiis An. 1725, in 4, (plag. 16, Tabb. 6) prodierunt. Opus egregium HOSPITALII Anglice vertit & altera parte de calculo integrali auxit E. STONE, ac sub titulo: *A Method of fluxions both direct and inverse*, Londini 1730, in 8. reg. (1 Alph. 6 plag. Tabb. 15) edidit.

§. 20. Equidem HOSPITALIUS addere constituerat partem alteram de calculo integrali; sed cum LEIB-

E. 3.

NITIUS

NITIUS Scientiam infiniti dare sibi proposuisset, a proposito suo destitit. Enimvero præter specimina in Actis Eruditorum An. 1702, & An. 1703, nihil ejus publice comparuit. Interea calculi integralis faciliores regulas dare & exemplis illustrare consultum existimabat CARRE', cujus scriptum gallicum: *Méthode pour la mesure des surfaces, la dimension des solides, leurs centres de pesanteur, de percussion & d'oscillation par l'application du calcul integral* prodiit Paris. An. 1700, in 4. reg. (plag. 15, Tabb. 4). Sed longius progressus GABRIEL MANFREDIUS in Opere eximio *de constructione aequationum differentialium primi gradus* (Bononia An. 1707, in 4. 1 Alph. 2 plag. Tabb. 7) & vir summus NEWTONUS in Tractatu *de quadraturis Curvarum*, qui Opticæ subjungitur, præclara dedit. Plura quoque in parte altera dedit STONE de hoc calculo, quam quæ in Methodo Dn. CARRE' leguntur.

§. 21. Postquam NICOLAUS MERCATOR, Holsatus, in *Logarithmotechnia* (Lond. 1668, in 4. cum MICHAELIS ANGELI RICCI *Exercitatione Geometrica* edita) prop. 17, pag. 31, seqq. quadraturam hyperbolæ per seriem infinitam dedisset; serierum doctrinam per extractionem radicum insigniter promovit & ad curvarum quadraturas & rectificationes applicavit vir summus ISAACUS NEWTONUS: cujus *Analysin per quantitatum series, fluxiones ac diffe-*

*rentias, cum Enumeratione linearum tertii ordinis*, varios tractatus analyticos a Viro celeberrimo diu ante compositos continentem, Londini 1711, in 4. (plag. 16, Tabb. 2) edidit GUIL. JONES. Quemadmodum vero hoc opus ad serierum doctrinam perdiscendam multum commendari meretur; ita recondita de hoc argumento supperaddi debent ex celeberrimi JAC. BERNOULLI dissertationibus *de seriebus infinitis* (§. 14).

§. 22. Serierum doctrinam ex inventis MERCATORIS, NEWTONI, LEIBNITII atque JOHANNIS BERNOULLI exhibuit quoque GEORGIUS CHEYNAUS in *Methodo Fluxionum inversa* (Londini 1703, in 4. reg. plag. 6). Multo vero ante methodum serierum MERCATORIS & NEWTONI multis exemplis illustravit DAVID GREGORIUS in *Exercitatione Geometrica de dimensione figurarum*, Edinburgi An. 1684, in 4. edita (plag. 7, Tabb. 1). Horum exempla complura computata sunt a patruo ipsius JACOBO GREGORIO, quemadmodum ipse fatetur pag. 2, 3, & 4. De Geometria enim sublimiore optime meritus JACOBUS GREGORIUS, quemadmodum ex ejus Libro *de vera Circuli & Hyperbolæ Quadratura, cum Geometria parte universali*, quantitatum curvarum transmutationi inserviente colligitur. Prodiit Patavia 1668, in 4. Tractatus de Quadratura constans plag. 8, Appendix de Geometria parte universali plag. 19. Ceterum

terum hinc perspicere licet, quid ab eo expectandum fuisset, nisi fata propositum ejus intervertissent.

§. 23. JOAN. CRAIGE, Scotus, 1685, Londini in 4. (plag. 6, Tab. I) edidit *Traëctatum de Methodo figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum Quadraturas determinandi*, & An. 1693. addidit *Traëctatum de figurarum curvilinearum Quadraturis & Locis Geometricis*, Londini in 4. (plag. 11, Tab. I) excusum. Utitur equidem calculo differentiali LEIBNITII, cum in Anglia calculus fluxionum adhuc ignoraretur, nec editis An. 1687, Principiis Philosophiæ naturalis mathematicis NEWTONI, ullus Geometra de eodem cogitaret; per ambages tamen adhuc incedit, quod calculus integralis seu summatorius nondum ipsi esset perspectus. In quadrandis igitur curvis utitur Theorematis BARROWIANIS, quibus opus non habemus, si calculi differentialis vis fuerit perspecta, cujus pars quædam est summatorius seu integralis, qui dicitur. Inde est, quod etiam GREGORIUS alia via incedat, etsi seriebus infinitis utatur. De Locis Geometricis formulas generales tradit CRAIGIUS, quas HOSPITALIUS in opere analytico de sectionibus conicis (§. 10) uberius explicavit & illustravit, & nos in Elementis Algebrae dilucidatas ad facillimam intelligentiam reduximus, via ad ulteriora planissima strata. Enimvero ubi calculus integralis, quem Angli me-

thodum fluxionum inversam vocant, in Anglia quoque invaluisse; idem CRAIGIUS Londini An. 1718, in 4. (plag. 12½) Libros duos *de Calculo fluentium & totidem de Optica analytica* edidit, quorum istis doctrinam de Quadraturis Curvarum promovet.

§. 24. Quæ apud HOSPITALIUM in Analyfi infinite parvorum, CARRESIUM, sive Quadratum, CHEYNÆUM, GREGORIUM & CRAIGIUM in Methodo figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum Quadraturas determinandi & in Traëctatu de Quadraturis figurarum Curvilinearum occurrunt; ea in unum volumen congestit & perspicue explicavit, varia etiam problemata, quorum solutiones in Actis Eruditorum Lipsiensibus extant, inprimis quæ in iisdem LEIBNITIUS de motuum coelestium causis physicis dedit, illustravit CAROLUS HAYES in opere Anglico, quod sub titulo: *Traëtise of Fluxions, or introduction to mathematical and mechanical Philosophy*, Londini An. 1704. in fol. (3 Alph. 3 plag.) prodiit.

§. 25. Regulas Algebrae communis atque Analyseos LEIBNITIANÆ, hoc est, calculi differentialis & summatorii, uno opere complexus est CAROLUS REYNAU, quod sub titulo: *Analyse démontrée*, Paris. 1708, in 4. reg. (Alph. 5, plag. 7, Tabb. xn. 5): sed in exemplis parcior videri poterat, quam ut tyronibus inservire possit, provecioribus tamen commendandus. Neque etiam ea præstitisse  
vide

videtur, quæ titulus promittit, cum eas demonstrationes in hoc Opere non reperias, quæ forsan in eodem quæfiveris, demonstrationis notionem distinctam animo complexus.

§. 26. Calculus fluxionum, qui cum differentiali & summatorio idem est, in Anglia primum comparuit, cum ISAACUS NEWTONUS Opticam suam ederet An. 1704, de qua suo loco dicemus. Addidit enim præter *Enumerationem Linearum tertii Ordinis seu curvarum secundi generis* Tractatum de *Quadratura curvarum*, in quo hanc doctrinam plurimum promovit, & calculum hunc explicat eademque utitur. Ex intervallo GUILIELMUS JONES *Londini* An. 1711, in 4. plag. 16, Tab. 2, edidit NEWTONI *Analysin per quantitatum series, fluxiones ac differentias cum Enumeratione linearum tertii ordinis*, ex quo apparet, quid NEWTONUS in Geometria sublimiori per analysin promotam præstiterit, & quantum serierum doctrinam promoverit. Cum vero in tractatu de Enumeratione linearum tertii ordinis demonstrationes desiderarentur; hunc defectum supplevit JACOBUS STIRLING in *Illustratione Tractatus D. NEWTONI de Enumeratione linearum tertii Ordinis*, quæ *Oxonia* An. 1717, in 8 (plag. 9½) lucem adspexit & multa præclara continet.

§. 27. Haud ita pridem, nimi-

rum An. 1736, JOHANNES COLSON Methodum fluxionum & infinitarum serierum NEWTONI in sermonem Anglicum translata edidit *Londini* in 4. sub titulo: *The Method of fluxions and infinite series, With its application to the Geometry of curve-lines.* (Alph. 2)\*. Tractatus hic idem est, quem publico An. 1728, in præfatione ad Conspectum Philosophiæ *Newtonianæ* promiserat PEMBERTON. Egregio Commentario librum hunc illustravit Editor, qui maximam operis partem complet & multa offert, quæ Analyseos cultores alibi frustra quærunt. Ipse NEWTONUS docet, quomodo æquationes in series infinitas resolvantur, quomodo fluentium fluxiones seu quantitatum variabilium differentialia & ex fluxionibus fluentes seu differentialium summæ inveniuntur, & per methodum fluxionum maxima & minima, tangentes, quadraturæ & rectificationes curvarum determinantur. Ubi simul ostenditur, quomodo curvæ quadrabiles detegantur, curvæ cum sectionibus conicis comparabiles investigentur, curvæ rectificabiles inveniuntur & quæ sunt alia hujus generis.

§. 28. Anno 1730, JACOBUS STIRLING *Londini* in 4. charta augusta (Alph. 1, plag. 15) edidit *Methodum differentialem* sive Tractatum de *Summatione & interpolatione serierum infinitarum*. In eo potissimum docet,

\* Eundem NEWTONI Tractatum Gallice versum dedit nuperrime Celeb. DE BUFFON. *Parisi* in 4. (Alph. 1) cum eleganti Præfatione.

docet, quibus artificiis assequamur valores illarum serierum, quæ summari nequeunt, ut habeatur solutio illorum problematum, quæ ex quadraturis pendunt. Non modo inventa aliorum exponit, verum etiam propriis hanc doctrinam plurimum promovit, ut adeo opus insigne sublimioris Matheseos studiosis summopere sit commendandum.

§. 29. Commendanda hic quoque sunt ABRAHAMI DE MOIVRE *Miscellanea analytica de seriebus & quadraturis*, quæ eodem Anno Londini in 4. reg. (Alph. 1, plag. 9) prodierunt. Accessere variæ considerationes de Methodis comparationum, combinationum & differentiarum, solutiones difficiliorum aliquot problematum ad sortem spectantium, itemque constructiones faciles orbium Planetarum, una cum determinatione maximarum & minimarum mutationum, quæ in motibus corporum cœlestium occurrunt. Multa in hisce Miscellaneis occurrunt, quibus non modo serierum doctrina, verum etiam mensura fortis & alia ad Mathesin sublimiorem spectantia capita promoventur.

§. 30. Quæ NEWTONUS in Tractatu de Quadraturis curvarum dederat, alia methodo investigare docuit ROGERUS COTESIUS, Professor Astronomiæ & Experimentalis Philosophiæ apud Cantabrigienses, in *Harmonia Mensurarum, sive Analyti & Synthesi per rationum & angulorum mensuras promota*, quam cum aliis ejusdem *Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

opusculis mathematicis ejus successor ROBERTUS SMITH *Cantabrigiæ* An. 1722, in 4. (plag. 50, Tab. I.) post mortem ejus præmaturam edidit. Potissimum ipsi propositam est dare *Logometriam*, quam vocat, qua scilicet per Logarithmos, sinus, atque tangentes investigantur, quæ hæcenus ad Quadraturam circuli & hyperbolæ fuerunt reducta, differentialium summatione ad mensuras rationum & angulorum reducta. In operibus miscellaneis *Æstimatio errorum in mixta Mathesi* per variationes partium Trianguli plani & spherici, qualia theoremata dedimus in Trigonometria plana, *Tractatus de Methodo differentiali Newtoniana*, quem multo ante ab eo conscriptum dicit Autor, quam a JONESIO, NEWTONI de eodem argumento *Tractatus in Analyti* superius commendata (§ 2) ederetur, *Canonotechnia* sive constructio Tabularum per differentias, & *Tractatus de Descensu gravium, de motu pendulorum in Cycloide & de Motu projectorum*. Quomodo inventa *Cotesiana* ex *Newtonianis* deducantur, docet Anonymus \* in *Epistola ad Amicum de COTESII inventis*, Londini, eodem adhuc Anno in 4. edita (plag. 13).

§. 31. LEIBNITIUS calculum differentialem & summatorium primum exercuerat in quantitibus finitis, veluti in summandis potentiis numerorum, & deinde lecto opere *Hugeniano* de horologio oscillatorio & ope-

G re

\* DR. HENRICUS PEMBERTON.

re CONICO GREGORII A S. VINCEN-  
TIO ad quantitates infinite parvas  
applicavit, atque sic via vere analy-  
tica in calculum differentialem & sum-  
matorum seu integralem incidit,  
quali hodie in Geometria sublimiori  
utimur. In Anglia eundem calculum,  
seu methodum fluxionum stylo Angli-  
cano, ad quantitates finitas applicavit  
BROOK TAYLOR in *Methodo incre-  
mentorum directa & inversa*, quæ  
*Londini* 1715, in 4. (plag. 15½) pro-  
diit. De obscuritate, qua in scriben-  
do usus Autor, publice conquestus  
est JOANNES BERNOULLI, ut  
adeo mirari desinant lectores in  
sublimioribus nondum satis versa-  
ti, siquidem hinc inde hæsitent.  
Continentur tamen in hoc opere lectu  
digna.

§. 32. Integram Mathesin puram,  
una cum Algebra & calculo differen-  
tiali, succincte explicavit WILHEL-  
MUS JONES in *Synopsi palmariorum  
Matheseos*, Anglice An. 1706, *Lon-  
dini* in 8. (plag. 20) edita; sed sine  
interprete a tyronibus vix intellige-  
tur, qui tamen hoc duce commode  
utuntur in repetendis iis, quæ ex aliis  
Autoribus didicere. In iis, quæ ad  
Algebram communem spectant, cum  
hac Synopsi convenit Tractatus *de  
Algebra* itidem Anglice scriptus &  
*Londini* 1717, in 8. reg. editus (plag.  
15) a RONAYNIO: recentior enim  
analysis in eo desideratur, & metho-  
dus Tangentium atque de maximis

& minimis per methodum exhaustio-  
num illustratur.

§. 33. Equidem BERNHARDUS  
NIEUWENTYT in *Considerationibus  
circa Analyseos ad quantitates infinite  
parvas applicata principia & calculi  
differentialis usum in resolvendis pro-  
blematibus Geometricis* (*Amstel.* 1694,  
in 8. plag. 3.) & in *Considerationibus  
secundis circa calculi differentialis prin-  
cipia* (*Amstel.* An. 1696, in 8. plag.  
3) contra calculum differentialem  
nonnulla dubia movit, & hinc in  
*Analyfi Infinitorum* (*Amstelod.* A. 1695,  
in 8. plag. 20, Tab. 21) methodum  
aliam substituit; sed non modo LEIB-  
NITIUS atque BERNOULLIUS in  
Actis Eruditorum An. 1695, p. 310.  
& seqq. it. p. 369, & seqq. & An.  
1697, p. 125 & seqq., verum etiam  
Cl. JACOBUS HERMANNUS,  
nunc \* Mathematicum Professor Fran-  
cofurtanus, in *Responsione ad illas  
considerationes secundas*, *Basilea*, Anno  
1700, in 8. (plag. 4.) iisdem abunde  
satisfecerunt; quamvis memini, quod  
hic LEIBNITIO non ex assè satis-  
fecerit, quod quantitates infinite par-  
vas tanquam entia realia consideret,  
cum tamen non sint nisi modus lo-  
quendi, qui exhibet, stylo *Jungiano*,  
tolerantur vera, quemadmodum cla-  
rissime docui in *Ontologia*, in qua  
realia ab imaginariis ubivis discrevi.  
Analyfi tamen infinitorum *Nieu-  
wentytiana* in rem suam uti norunt  
intelligentes. BERNHARDUS DE FON-  
TENELLE,

\* Anno scilicet 1715, quo primum hæc Commentatio edita est. Vide infra, Cap. VI. §. 17.

TENELLE, Academiae Regiae Scientiarum, quae Parisiis floret, Secretarius, idiomate patrio An. 1727, *Parisii* in 4. reg. (Alph. 3, plag. 3, Tab. 1) edidit Elementa Geometriae infinitorum (*Elémens de la Géométrie des infinis*), in quo potissimum sibi propositum habet, ut calculos hodie receptos ex ipsa notione infiniti deducat. Considerat vero, quemadmodum omnibus fere Mathematicis solenne est, infinite magnum & infinite parvum Mathematicorum per modum entis realis. Satisfacere intendit theoria sua iis, quibus Analysis infinitorum moderna suspecta videtur, ut adeo hic loci commemorari debuerit hoc opus.

§. 34. In Actis Philosophicis Anglicanis pro mensibus Septembri & Octobri Anno 1708, editis scripserat JOHANNES KEILL, inventorem Arithmeticae fluxionum, sine omni dubio primum esse NEWTONUM, eandem tamen postea, mutatis nomine & notationis modo, editam esse a LEIBNITIO in Actis Eruditorum. LEIBNITIUS, cui haec Acta miserat Cl. SLOANE, tum Societatis Regalis Secretarius, in literis d. 4. Martii An. 1711 datis, de injuria sibi illata conquestus desiderabat, ut KEILLIUS publice testaretur, non fuisse sibi animum LEIBNITIO imputandi, quasi alienum inventum sibi attribuerit. Enimvero KEILLIUS in epistola ad eundem SLOANIUM data, quae primum scripserat defendit &

ostendere conatur, quomodo ex *Newtonianis* sua deduxerit. Cum candorem suum jam apertius, quam ante oppugnari existimaret LEIBNITIUS, sibi que parum convenire arbitraretur, ut proveciori aetate post tot documenta vitae eum apologia defenderet; in literis ad SLOANIUM d. 29 Decembris An. 1711 datis, aequitati Societatis committebat, annon coercendae sint vanae & injustae vociferationes, quas ipsi NEWTONO improbari putabat confusus eundem sententiae suae libenter daturum indicia. Jussit Societatis monumenta antiquiora consuli & Sociis aliquot in mandatis dedit, ut in eam rem inquirerent & quae in scriptis antiquis invenirent ad eam, una cum sententia sua, referrent. Hi pronunciarunt, NEWTONUM esse primum inventorem, nec KEILLIUM inventum eidem vindicantem injuriam fecisse LEIBNITIO. Jussu adeo Societatis Regiae in lucem editum est *Londini* 1712, in 4. (plag. 15 $\frac{1}{2}$ ) *Commercium Epistolicum* D. JOHANNIS COLLINS & aliorum de *Analysi promotâ*, & per Europam inter Mathematicos distributum. Continentur in eo excerpta ex literis, quorum autographa conservat illustris Societas Regalis, una cum Epistolis NEWTONI atque LEIBNITII, quae jam apud WALLISIUM Tomo tertio Operum leguntur, Tractatus de *Analysi* per aequationes numero terminorum infinitas a JONESIO editus (§. 26), episto-

læ LEIBNITII ad HANS SLOANE & KEILLII responsiones ad easdem, de quibus modo diximus, & Relatio ac sententia Commissariorum, quam modo retulimus.

§. 35. LEIBNITIUS tunc temporis Viennæ in Austria degebat, nec Commercium epistolicum ibidem videre ipsi contingebat. Cum igitur ex ipso per litteras quærerem, num idem in Actis Eruditorum recenseri & quædam ad ipsum reponi consultum iudicaret; consultius ipsi videbatur, ut charta quadam volante, suppresso loci ac Autoris nomine, publico significaretur, ipsum esse Viennæ nec Commercium epistolicum vidisse, atque ex litteris JOANNIS BERNOULLI excerptum publicaretur, quo rationes continebantur, cur inventum calculi differentialis ipsi dubium reddi minime possit. Inde ansam arripiebat KEILLIUS, cum in Transactionibus Anglicanis, tum in Diario literario quod Hagæ Comitum prodibat, paulo durius de LEIBNITIO atque BERNOULLIO scribendi. Quamobrem cum LEIBNITIO limites modestiæ transgredi videretur, a se impetrare non potuit, ut ipse responderet. Scripsit tamen sententiam suam ad amicos, ad quas ejus litteras NEWTONUS quoque respondit, tumque apparuit, quæ a KEILLIO dicta fuerant, consentiente & approbante NEWTONO prolata fuisse. Epistolas hæc LEIBNITII atque NEWTONI idiomate Anglico cum

excerptis nonnullis aliis *Historiæ fluxionum* suæ latine conscriptæ adjecit JOSEPHUS RAPHSON, in qua originem & progressum hujus methodi brevissimo compendio exhibere intendit. Prodiit *Londini* 1715, in 4. (plag. 16). Quid sibi proposuerit Autor, ipse in præfatione monet, scilicet inventiones præcipuas in hoc genere primis suis autoribus speciatim asserere & vindicare, & in primis D. NEWTONO inventori longe & tempore primo, & præstantia inventionum præcellentissimo, & aditum patefacere tyronibus ad hæc facilius & explicatius, adeoque ut cuivis introductionis loco ad *Newtoniana*, *Cheyneana* aliorumque inventa & congesta in hoc genere inserviret. Si quis historiam Analyseos infinitesimalis conscribere vellet, ut origo & progressus pateret, ac unicuique quod suum est tribueretur; illi multo majore studio ac solertia inquirendum esset in ea, quæ a tempore CAVALLERII usque ad præsens Geometris fuere edita, & accurate determinandum, quantum unusquisque ex inventis alterius sibi notis vel proficere potuerit, vel actu profecerit: ubi certa a probabilibus exacte distinguenda. Sed alibi in Logica de historia scientiarum & artium mentem nostram aperuimus & uberius explicavimus.

§. 36. Controversia hæc de inventore calculi differentialis postea magna animorum contentione agitata,



rata, præfertim inter KEILLIUM & JOANNEM BERNOULLIUM, de qua imprimis legi possunt Acta Eruditorum Lipsiensia. Nostrum jam non est eam definire, cum discussioni hic non sit locus, sine qua definiri nequit, nec hoc nobis sumimus. Neque opus est ex Actis laudatis huc transcribere, quæ ibidem legi possunt. Nos veneramur merita NEWTONI, veneramur merita LEIBNITII, BERNOULLII, aliorumque; æquum existimamus, ut suum cuique tribuatur, & gloria, quæ dat vires præclara agendi, excitentur magna ingenia; in aliorum merita extollenda proni sumus: principiis tamen Philosophiæ moralis adversum judicamus de laude altercari, nec ulla nos autoritas movebit, ut altercationibus istiusmodi calculum adjiciamus.

§. 37. Antequam igitur recensione præsentis Autorum colophonem imponamus, monemus curvarum descriptionem plurimum promovisse COLINUM MAC LAURIN, Matheseos in collegio novo Abredonensi Professore, & GULIELMUM BRAIKENRIDGE, Ecclesiæ Anglicanæ Presbyterum. Edidit ille Londini An. 1720, in 4. (plag. 19, Tab. 12) *Geometriam organicam, sive Descriptionem Linearum curvarum universalem*. Docet in eadem, quomodo lineæ secundi, tertii, quarti tandemque ordinis cujuscunque describantur, & ubi ostendit, quomodo lineæ omnium ordinum altiorum ope linea-

rum ordinis cujuscunque inferioris describantur, simul descriptionem Curvarum organicam *Newtonianam* demonstrat. Plurima hic reperies ad Geometriam sublimiorem spectantia. Alter horum autorum, Londini 1733, in 4. in publicam lucem emisit *Exercitationem Geometricam de Descriptione Linearum Curvarum* (plag. 10). Tradit primum descriptionem curvarum primi generis, seu linearum secundi ordinis, deinde vero descriptionem Linearum cujuscunque ordinis ope Linearum ordinis inferioris & denique descriptionem sectionum conicarum ope plurium rectarum circa polos moventium. Diversa tamen sunt ejus theoremata ab illis, quæ tradit prior, & plura hisce etiam majora promittit in una aut altera exercitatione post paucos menses edenda: Nobis tamen huc usque, præter eam quam hic commemoramus, nullam videre licuit. Utiles sunt descriptiones curvarum generales ad Theoriam Curvarum condendam, qualem adhuc desiderari supra (§. 19, c. 3) monuimus. Quid enim tribuendum sit definitionibus geneticis, vel ex *Synopsi Geometrica* HONORATI FABRY, e Societate Jesu, intelligitur, quæ Lugduni Gallorum in gratiam tyronum edita An. 1669, in 12. (Alph. 1. cum figuris multis in folio excusis), & cui accessere tria opuscula, nimirum de *Lineæ Sinuum & Cycloide, de maximis & minimis centuria & Synopsis Trigonometricæ*

*plana*. Absit tamen, ut cum Autoribus Anglis, quorum Tractatus hic commendavimus, æquipares BARTHOLOMÆI INTIERI, Florentini, *ad nova arcana Geometrica detegenda aditum*, qui Beneventi 1703, in 4. (plag. 13, Tabb. 2) & APOLLONIUM ac SERENUM Promotum, qui Neapoli 1704, in 4. (plag. 9, Tab. 1) lucem adspexit, ubi sectionum conicarum graduum superiorum genesin tradit. A tyronibus tamen ea legi non inconsultum est, antequam ad sublimiora Anglorum inventa pedem promoveant.

§. 38. Cœterum multa ad calculum differentialem & integralem spectantia peti debent ex Actis Eruditorum, ex Historia & Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, qui quotannis Parisiis prodeunt & Amstelodami recuduntur, ex Transactionibus Anglicanis, ex Miscellaneis Berolinensibus, & Commentariis Petropolitans, de quibus singulis supra diximus (§. 36, & seqq. cap. 1). Inter Algebraistas imprimis quoque nominari debebant JOHAN. FAULHABERUS ex textore Mathematicus insignis, cum quo per aliquod tempus egit CARTESIUS, cum Algebra vacaret, & JUSTUS BYRGIUS WILHELMI Hassiæ Landgravii Mechanicus, sed illius scripta perpauca, hujus nulla videre hæcenus licuit.

§. 39. Coronidis loco adhuc observamus, in gratiam tyronum idiomate Anglico Institutiones fluxionum edidisse HUMPHREDUM DITTON,

in quibus præcepta calculi explicat & exemplis quibusdam selectis illustrat, cum istiusmodi libellus adhuc desideraretur. Post obitum Autoris novam editionem dedit JOHANNES CLARKE, Regi a sacris ordinariis, quæ sub titulo: *An Institution of fluxions*, Londini An. 1726, in 8. reg. (plag. 16) prodiit. In eorundem usum L. TREVIGAR *Sectionum conicarum Elementa* methodo facillima demonstrata edidit Cantabrigiæ An. 1731, in 4. reg. (Alph. 1, plag. 1, Tabb. æn. 12). In compendium misit Tractatum analyticum de sectionibus conicis HOSPITALII, in quo methodus genetica cum analytica conjungitur, ut in Geometria & Algebra vel mediocriter versatus præcipuas sectionum conicarum proprietates addiscere possit. Addidit nonnulla, quæ in HOSPITALIO desiderantur, sed ad Principia Philosophiæ naturalis mathematica intelligenda requiruntur. In Italia vero FRANCISCUS XAVERIUS BRUNETTI, Sacratio Pontificis Maximi CLEMENTIS XII. Præfectus, sub titulo: *Dell' Aritmetica commune e speciosa Trattato*, seu Tractatus de Arithmetica communi & speciosa, Romæ A. 1731, in 4. (Alph. 1, plag. 11, Tab. 2) Introductionem edidit ad scripta arithmetica & analytica intelligenda, in quo præter Arithmetica, Algebra quoque & Analysin infinitesimalem recentiore perspicue explicat, ut adeo plura in hoc opere reperiantur, quam titulus promittit.

CAPUT



Mathematicus. Prodiit An. 1616, in fol. (21 Alph. 17 plag.). Continentur in eo 1. RHETICI libri tres de fabrica Canonis doctrinæ triangulorum, & 2. ejusdem liber quartus de triangulis globi: 3. OTHONIS libri quinque de triangulis globi sine angulo recto: 4. prolixus Canon triangulorum.

§. 5. PITISCUS vero & ipse *Trigonometriam* egregie illustravit editis quinque de eadem libris An. 1599, quorum editio tertia auctior prodiit *Francof.* An. 1612, in 4. (2 Alph. 15. plag.). Libris istis subjicitur Canon Sinuum, tangentium & secantium una cum libris undecim, in quibus trigonometriæ usus in solutione problematum Geodæticorum, altimetricorum, architectonicorum, geographi-  
corum, gnomonicorum & astronomicorum ostenditur, quæ a nobis suis in locis per eandem soluta.

§. 6. Non minus commendari merentur WILLEBRORDI SNELLII *doctrinæ Triangulorum Canonice* libri quatuor, quibus Canonis sinuum, tangentium & secantium constructio, triangulorum tam planorum, quam sphericorum expedita dimensio breviter ac perspicue traditur, una cum Canone Secantium. Post mortem Autoris eos edidit MARTINUS HORTENSIVS, Delfensis (*Lugd. Bat.* 1627, in 8. plag. 29) & tractatus problematum geodæticorum & sphericorum adjecit, quibus utriusque Trigonometriæ usus edocetur.

§. 7. An. 1591, PHILIPPUS LANSBERGIUS edidit *Geometriam Triangulorum*, quæ Anno 1663, *Middelburgi in Seelandia* in fol. (plag. 11) auctius recusa & primum inter opera ejus locum tenet (§. 26, c. 1). In eo Trigonometriam tam planam, quam sphericam, & constructionem sinuum atque tangentium perspicue explicat, quemadmodum jam fecerat GEORGIUS PURBACHIUS, Præceptor REGIOMONTANI, Professor Matheseos in Academia Viennensi, qui in promovendo Matheseos studio plurimum operæ collocavit, & de cujus meritis plura dicemus in *Astronomia*.

§. 8. Insignis ad Trigonometriam accessio facta est, Logarithmis a JOHANNNE NEPERO, Barone Merchistonii Scoto, in eandem introductis. Prodiit *Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio ejusque usus in utraque Trigonometria & omni Logistica mathematica explicatio*, *Edinburgi* 1614, in 4. (plag. 21) & opera filii, parente mortuo, recusum est opus auctius An. 1619. Accessere nempe tractatus aliqui de logarithmorum constructione posthumi. In eodem opere continetur regula generalis facilius solvendi triangulorum sphericorum rectorum casus omnes, cui similem nos quoque dedimus in *Elementis nostris*. Cæterum logarithmi isti ab iis, quibus nunc utimur, sunt diversi: supposuit enim NEPERUS in prima eorundem constructione

structione logarithmum Sinus totius seu radii 0, ut multiplicationem & divisionem in Trigonometria plerumque prorsus evitaret, nec additionem vel subtractionem substituere opus haberet.

§. 9. Canonem NEPERI ad singula minuta prima quadrantis constructum ad dena secunda extendit BENJAMIN URSINUS, Mathematicus Electoralis Brandenburgicus, & cum Canonis tam naturalis, quam artificialis constructionem, tum Trigonometriam utramque & quidem sphaericam juxta NEPERUM explicavit in *Trigonometria, Colonia* An. 1625, in 4. edita (constat liber 1 Alph. 12 plag. & Canon 2 Alph. 11 plag.). Multa continet lectu digna, praesertim quoad constructionem Canonis & praxin Trigonometriae sphaericae.

§. 10. Postquam KEPLERUS hoc logarithmorum genus a JUSTO BYRGIO supra laudato (§. 38, C. 4) inventum, sed illo reprehendente in Rudolphinis f. 11, in privatos tantum usus reservatum, ad Astronomiam transtulerat; ipsius gener JACOBUS BARTSCHIIUS Canonem URSINI reduxit, resectis tribus ultimis cyphris, & particulam antilogarithmorum exactiorum ad singula bina secunda, Tabulamque logarithmorum indicis prostaphæreseos supputavit atque Heptacosiadem *Keplerianam* ad singula scrupula secunda dilatavit. Has tabulas, sub foci KEPLERI auctoritate, *Sagani* edidit An. 1630, sed ob  
*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

earum usum in calculo *Rudolphino* insignem sub titulo: JOH. KEPLERI & JACOBI BARTSCHII *Tabulae Manuales Logarithmicae* An. 1700, *Argentorati* in 8. (1 Alph. 17 plag.) recudi fecit JOHANN. CASPAR EISENSCHMID, Med. D.

§. 11. Ex consilio NEPERI logarithmorum formam immutavit HENRICUS BRIGGIUS, Professor Geometriae Oxoniensis, ita ut logarithmus unitatis fieret 0, quemadmodum nos exposuimus in *Elementis Arithmeticae* cap. 8. Construxit Canonem Logarithmorum numerorum vulgarium ab 1 usque ad 20000 & a 90000 usque ad 100000, quem in *Arithmetica Logarithmica* una cum methodo inveniendi logarithmos & usu eorundem exhibuit An. 1624, in fol. Sed mox *Goudae* An. 1628, in fol. (9 Alph. 7 plag.) eandem recudi fecit ADRIANUS VLACQ, Goudanus, qui logarithmos Briggianos 4 numeris minuit, lacunam inter 20000 & 90000 explevit, ut 100 logarithmorum chiliades exhibuerit, Canonem triangulorum seu Tabulam sinuum & tangentium artificialium ad radium 100000000000 & ad singula scrupula prima quadrantis adjecit, in descriptione vero *Briggiana* quaedam hic illic immutavit, quaedam omisit, quaedam adjunxit. Idem postea An. 1633, Canonem sinuum atque tangentium artificialium extendit ad singula dena secunda & sub titulo Trigonometriae artificialis seu Magni  
H  
Canoz

Canonis triangulorum Logarithmici, *Gouda* in fol. (5 Alph. 3. plag.), adjectis Chiliadibus viginti Logarithmorum pro numeris naturali serie crescentibus H. BRIGGII, edidit.

§. 12. Inchoaverat idem BRIGGIUS Canonem sinuum & tangentium artificialem pro gradibus graduumque centesimis; sed morte præpeditus non absolvit. Quæ adco deficiabant, supplevit HENRICUS GELLIBRAND & An. 1633, sub nomine *Trigonometriae Britannicae* publicavit. Prodiit *Gouda* in fol. (3 Alph. 7. plag.).

§. 13. Sub eodem *Trigonometriae Britannicae* nomine, sed Anglico idiomate opus trigonometricum præclarum edidit JOHANNES NEWTON, *Londini* 1658, in fol. (5 Alph. 19 plag.), in quo continentur 1. constructio & usus Canonis sinuum & tangentium naturalis atque artificialis, 2. solutio triangulorum, tam planorum, quam sphaericorum, 3. chiliades centum logarithmorum pro numeris vulgaribus, 4. Canon logarithmorum pro sinibus & tangentibus ad singulos gradus & partes graduum centesimas, 5. Canon logarithmorum pro sinibus & tangentibus ad tres primos Quadrantis gradus & partes graduum millesimas.

§. 14. Fundamentum Logarithmorum breviter quidem, attamen perspicue exposuit STIFELIUS in *Arithmetica integra* (§. 7. C. 1.) Lib. 3, f. 249, b & seqq. monens posse

hic fere novum librum integrum scribi de mirabilibus numerorum, sed oportere, ut se hic subducat & clausis oculis abeat. Utilitatem fractionum decimalium ad exprimendos numeros prope veros, qui in calculo excludant errorem quantumlibet exiguum, adeoque contemnendum, dudum ante monstravit REGIOMONTANUS. Hisce igitur luminibus usi sunt BYRGIUS atque NEPERUS in Logarithmis computandis. Recentiores vero alias invenerunt methodos, de quibus in Algebra agitur. Illa tamen, qua usi sunt Canonis conditores, ad captum tyronum composita, adeoque a nobis in Arithmetica retenta.

§. 15. An. 1643, *Bononia* in 4. (1 Alph. 1 plag.) BONAVENTURÆ CAVALLERII *Trigonometria plana & spherica, linearis & logarithmica*, cum canone duplici Trigonometrico & chiliade numerorum absolutorum ab 1 usque ad 10000, eorumque logarithmis ac differentiis, opus Autore suo dignum, prodiit. Eodem usus est GEMINIANUS RONDELLI, Mathem. Professor Bononiensis, qui An. 1705, *Bononiae* in 4. (2 Alph. 12 plag.) *Trigonometriam universalem linearem & logarithmicam*, Italico idiomate edidit, cum Canone sinuum, tangentium & secantium, atque logarithmorum sinuum & tangentium & decem chiliadibus logarithmorum pro numeris vulgaribus.

§. 16. SETHI WARDI *Idea Trigonometriae*

*gonometria demonstrata*, quæ cum Prælectione de Cometis & Inquisitione in BULLIALDI *Astronomia Philolaica fundamentum*, Oxonii An. 1654, in 4. (plag. 3) prodiit, est admodum concisa & characteribus expressa. Eiusdem vero indolis est *Trigonometria* WILHELMI OUGHTREDI, quæ cum Canone sinuum, tangentium & secantium *Londini* 1657, in 4. lucem adspexit (1 Alph. 13 plag.). In eundem quoque censum veniunt JOANNIS WILSON *Principia Trigonometriae succincte demonstrata*, quæ *Lugduni Batavorum* An. 1718, in 8. (plag. 5, Tab. 2) prodire.

§. 17. RICHARDUS NORWOOD in *Trigonometria*, quæ Anglico sermone *Lond.* 1651, in 4. recusa, (2 Alph. 3 plag.) præter Trigonometriam planam & sphericam, logarithmorum doctrinam explicat, & omnia Trigonometriæ sphericæ problemata per duo axiomata fundamentalia NEPERI solvit. Adjiciuntur Canones sinuum & tangentium naturalium atque artificialium, cum 10 chiliadibus logarithmorum pro numeris vulgaribus.

§. 18. WILHELMUS HAWNEY An. 1725, *Londini* in 8. reg. (Alph. 1, plag. 8) Trigonometriam planam & sphericam omnem explicatam dedit & ejus usum in Navigatione, Astronomia, Geographia, Architectura militari, Geodæsia & Euthymetria, atque Gnomonica prolixè commonstravit in libro sermone An-

glico edito sub titulo: *The Doctrine of plain and spherical Trigonometry.*

§. 19. *Compendium Trigonometriae planæ & sphericæ non contemnendum*, *Leodii* 1704, in 8. (12½ plag.) edidit JACOBUS GOODEN, e Societate Jesu, in quo regulæ accurate demonstrantur & exemplis utilibus ex Geodæsia, Astronomia & Geographia petitis illustrantur. Adjiciuntur palmaria ex EUCLIDE theoremata, cum Canonibus sinuum, tangentium & logarithmorum contractis.

§. 20. In cursibus Trigonometriam bene explicant DECHALES atque OZANAM (§. 4. 7. c. 1). Præterea in multis aliis libris, qui de Astronomia & Navigatione conscripti sunt, Trigonometria tam plana, quam spherica explicatur. Sed de eo dicemus suo loco, quando illorum mentionem facturi sumus.

§. 21. *Tabula Sinuum & Tangentium itemque Logarithmorum* separatim editæ commendantur VLACCI, quæ *Hagæ Comitum* An. 1665, prodierunt, & OZANAMI, quæ juxta eas correctæ. Quid nos in nostris præstiterimus, quæ *Hale* 1711 (plag. 20) prodierunt, & 1728, recusæ ex præfatione iisdem præfixa intelligi potest.

§. 22. *Analysis speciosa Trigonometriæ sphericæ, primo mobili, Triangulis rectilineis & Progressioni Arithmeticæ & Geometricæ aliisque variis Problematis applicata* a R. P. JACOBO KRESA, e Societate Jesu,  
H a lu,

lu, quæ *Praga* prodiit 1720, in 4. (Alph. 2, Tab. 2), docet usum Algebrae communis, cujus Isagoge li-

bro primo præmittitur, in Trigonometria plana & Sphærica.

## CAPUT VI.

*De Statica & Mechanica.*

§. 1. **T**heoria Staticæ atque Mechanicæ apud veteres fuit valde imperfecta, nec quicquam ea de re extat, nisi quod ARCHIMEDES in duobus *De equiponderantibus* libris, de centro gravitatis figurarum planarum, & de Statices palmario fundamento, & PAPPUS lib. 8. *Collect. Mathemat.* de quinque Potentiis mechanicis, vecte, axe in peritrochio, trochlea, cochlea & cuneo demonstrat.

§. 2. Neque ulterius progrediuntur Autores recentiores, qui institutiones Mechanicas ediderunt: immo plerique Archimedeæ de centro gravitatis, quæ non sunt ad palatum tyronum, nec ad praxin directe tendunt, omittunt. Pertinent huc GUIDI UBALDI liber *Mechanicorum*, *Pisauri* An. 1577, editus in fol. (2 Alph.) SIMONIS STEVINI *Statica* (§. 23, Cap. 1); JAC. ROHAULT *Tractatus de Mechanica*, qui inter posthuma habetur *Haga* 1690, in 12. reg. (1 Alph. 22 plag.) edita & non nullis editionibus Physicæ ejus in Latinum versæ subjungitur; IGNA-

TII GASTONIS PARDIES *Statica* Gallice *Haga Comitum* An. 1692, in 12. (10½ plag.) tertia vice recusa & vitiosissime in Latinam linguam translata; BERNHARDI LAMY *Tractatus Gallicus de Mechanica* (*Parisiis* 1687, in 12. plag. 12), cui accessit plagula una continens Novam methodum demonstrandi præcipua theoremata Elementorum Mechanicorum; GUIL. OUGHTRED *Institutiones Mechanicæ* (§. 27, cap. 1), PAULI CASATI *Mechanicorum* libri octo *Lugduni Gallorum* An. 1684, in 4. (4 Alph. 7 plag.) & AND. JUNGENICKELS, ex vitriario primum militis gregarii, deinde Suggestuum tormentorum Præfecti *Clavis Machinarum*, Germanice conscripta & *Norimbergæ* An. 1661, in 4. (2 Alph. 3 plag.) edita. Hos inter STEVINUS atque CASATUS multa ad praxin profutura afferunt: ROHALTIUS atque LAMY ob perspicuitatem tyronibus commendandi: JUNGENICKELIUS iis satisfacit, qui in Geometria non multum versati fundamenta mechanica populari modo cognoscere cupiunt.



§. 3. Theoriam potentiæ mechanicarum, quæ dicuntur, seu machinarum simplicium nemo prolixius demonstravit, ac singula huc spectantia uberius exposuit, quam VARIIGNONIUS in opere posthumo, quod duobus Tomis *Parisiis* An. 1725, in 4. reg. (Alph. 4, plag. 21, Tabb. 64) sub titulo: *Nouvelle Mécanique & Statique* prodiit, ubi ex motu composito demonstrationes deducit. Ad eorum palatum est, qui theoriis profundis delectantur. Ideam hujus operis jam publicaverat An. 1687, *Parisiis* in 4. sub titulo: *Projet d'une nouvelle Mécanique*, in quo nonnisi principia continentur peritis valde probata. Adjiciuntur duo Tractatus, quorum primo examinatur Machina ab affricu libera, cujus mentionem facit PERRAULT in Commentario ad VITRUVIUM; secundo autem opinio BORELLI de ponderibus ex chorda suspensis.

§. 4. Ulterius primus omnium progressus GALILÆUS GALILÆI in *Discursibus & demonstrationibus mathematicis circa duas novas scientias, pertinentes ad Mechanicam & motum localem*, una cum *Dialogis ejus de systemate mundi*, *Lugduni Bat.* 1699, in 4. editis. (Dialogi de motu constant 1 Alph. 14. plag.) In iis enim resistantiam solidorum considerare aggressus est, quamvis parum feliciter, usus nimirum principiis parum genuinis, & de motu cum generalia tradidit, tum in specie motum gravium

tam libere, quam super plano inclinato descendantium vel ascendentium, atque motum projectorum & pendulorum felicissime evoluit.

§. 5. Inventa GALILÆI expolivit discipulus ejus EVANGELISTA TORRICELLIUS in libris duobus *de motu gravium naturaliter descendantium & projectorum*, qui inter opera ejus Geometrica habentur (§. 12, Cap. 3); immutavit JOH. BAPTISTA BALKIANUS in Tractatu *de motu naturali gravium* (*Genue* 1646, in 4.), sed parum feliciter; & doctrinam de motu pendulorum ulterius promovit CHRISTIANUS HUGENIUS in insigni Tractatu *de Horologio oscillatorio*, *Parisi*). An. 1673, in fol. (2 Alph.), cujus etiam parte tertia de linearum curvarum evolutione & dimensione Geometria sublimior novis inventis illustratur. Illustris LEIBNITIUS de resistantia solidorum certiora dedit in Actis Eruditorum, An. 1684, pag. 319, & eandem doctrinam celeberrimus VARIIGNONIUS more suo maxime universalem reddidit Commentariis Academiae Regiæ scientiarum An. 1702, pag. 87.

§. 6. JOH. ALPHONSUS BORELLUS in Tractatu *De vi percussio- nis regulas motuum explicare* aggressus est. Prodiit primum *Bononiæ* An. 1666, in 4. & cum Tractatu altero *De motionibus naturalibus a gravitate pendentibus*, *Lugd. Batav.* An. 1686, in 4. (3 Alph. 18 plag. 21 Tabb. æn.) Idem in Opere eximio *De motu ani-*

*malium*, Lugd. Batav. 1685, in 4. (3 Alph. 18 plag. 18 Tabb. æn.) regulas Staticorum ad motus animalium varios explicandos applicavit.

§. 7. Primi regulas motuum veras dedere eodem tempore WALLISIUS, HUGENIUS & CHRISTOPHORUS WREN: ille quidem de Corporibus non elasticis, hi vero de corporibus elasticis. Extant regulæ *Wallisiana* in *Transactionibus Anglicanis* n. 43, p. 864, *Wrenniana* n. 43. p. 867, & *Hugeniana* n. 46, pag. 927, Conf. *the Philosophical Transactions abrig'd* by JOHN LOWTHORP Vol. I. cap. 5, p. 545, & seqq.

§. 8. HUGENIUS postea Tractatum peculiarem *De motu corporum ex percussione* conscripsit, qui inter posthuma opera habetur, & in quo inventa sua clarius explicat: WALLISIUS vero absolutissimum *de Mechanica seu motu* opus perfecit, Oxonii An. 1669, in 4. primum editum, deinde Tomo primo Operum insertam, in quo non solum inventa veterum & *Galileana*, *Wrenniana*, *Hugeniana* atque propria, ope analyseos plerumque demonstrantur, verum etiam in proluxa de centro gravitatis pertractatione multa ad Geometriam sublimiorem spectantia una evolvuntur. Utitur Arithmetica hinc inde infinitorum, sed ope calculi differentialis ac integralis talia feliciter eruuntur.

§. 9. Quoniam opus præclarum captum tyronum transcendit; operæ pretium fecit Cl. JOH. KEILL, Astro-

nomiæ Professor in Academia Oxoniensi, quod in *Introductione ad veram Physicam*, quæ An. 1705, Oxonii in 8. reg. (19½ plag.) auctior recusa, palmaria illius de motu dogmata ad captum tyronum ex elementis demonstraverit, more veterum Geometrarum.

§. 10. Cel. PHILIPPUS DE LA HIRE in Tractatu *de Mechanica* (Paris. 1695, in reg. 12. plag. 18.) non modo ea demonstrat, quæ ad praxin mechanicam usui sunt; verum etiam motuum doctrinam attingit. Unde merito in hoc genere commendatur.

§. 11. Prostant etiam alia de motu corporum ex percussione Scripta particularia. Pertinet huc MARIOTTI Tractatus de percussione corporum (*du Choc des corps*,) qui Parisiis An. 1673, in 12. (plag. 18, Tab. 2) editus Autore suo dignus; & inter opera ejus legitur, quæ Lugduni Batavorum An. 1717, in 4. (Alph. 4. plag. 2, Tabb. 25) prodierunt. In eo ex experimentis pendulorum demonstrationes deducit; P. DECHALES Tractatus Gallicus *De motu* (Lugd. Gall. An. 1682, in 8) & P. PARDIES *Discursus de motu locali* (Hag. Comit. An. 1692, in 12. tertia vice Gallice recusus) non magni momenti, nec veritati per omnia consentaneus. In primis vero hic nominanda sunt *Elementa Gallica Mechanicæ & Physicæ* a PARENTIO, Paris. An. 1700, in reg. 12, (plag. 22, Tabb. 12) edita, quamvis non satis perspicua.

§. 12. HUGENIUS primum considerare coepit in motu curvilineo, praesertim circulari, vim centrifugam, & de ea aliquot theoremata, sed suppressa demonstratione, Tractatui de Horologio oscillatorio (§. 4) subjunxit. Conscripsit deinde Tractatum *De vi centrifuga*, qui inter posthuma comperet, ubi theoremata ista demonstrantur. Sed antequam is in publicum prodiret, Cl. KEILLIUS faciles ac elegantes eorundem theorematum demonstrationes dedit sub finem Introductionis ad veram Physicam modo laudatae (§. 9). Easdem regulas per calculum differentialem in Commentariis Academiae Regiae scientiarum An. 1700, p. 19. eruit HOSPITALIUS & nos nostro more in Elementis Mechanicae demonstravimus.

§. 13. De motu, praesertim curvilineo, inventa prorsus praecelara & admiranda dedit Geometra summus ISAACUS NEWTONUS in excellenti *Principiorum Mathematicorum Philosophiae Naturalis Opere* (Londini An. 1687, in 4. reg. 2 Alph. 18 plag.) quod hinc inde emendatum & auctum *Cantabrigiae* 1713, in 4. reg. (2 Alph. 19 plag.) & mox *Amstelodami* An. 1714, eadem forma recusum cum praefatione ROGERI COTES, Astronomiae & Philosophiae experimentalis Professoris Plumiani in Academia Cantabrigiensi, qui operam dedit, ut opus praestantissimum nitide imprimeretur. Tandem An. 1726.

*Londini* in 4. reg. (Alph. 2 plag. 3) prodiit editio tertia aucta & emendata, ceteris omnibus praeferenda. Docetur in hoc opere applicatio Geometriae ad Naturae explicationem & Scientia mechanica mirifice fuit promota.

§. 14. Excitavit illud attentionem Geometrarum primi ordinis, eosque incitavit, ut varia ad majorem universalitatem perducerent & ulterius proveherent: quos inter inprimis nominandus mihi est celeberrimus VARRIGNONIUS, cujus praecelara in hoc genere meditata in Commentariis Academiae Regiae Scientiarum passim leguntur.

§. 15. Caeterum cum ad lectionem operis *Newtoniani* non admittantur, nisi in Theoria mathematica multum diuque versati, cum in ea majorem perspicuitatem desideraverit ipse HUGENIUS; GUILIELMUS WHISTON, Matheseos tum Professor in Academia Cantabrigiensi, in *Praelectionibus Physico-Mathematicis* Philosophiam Newtoni mathematicam explicatius tradidit & facilius, quamvis subinde laxius, demonstravit (*Cantabrigiae* An. 1710, in 8. 1 Alph.). Forsan huc etiam tendit liber alius ab HENRICO DITTON *Londini* An. 1706, sub titulo *the general Laws of nature and motion with their application to Mechanicks, also the doctrine of centripetal forces and velocities of bodies, describing any of the Conick Sections* editus, quem nobis non visum

sum nomen Autoris ex aliis specimnibus nobis noti commendat.

§. 16. Inprimis etiam loco introductionis in opus *Newtonianum* commendanda est explicatio quarundam sectionum ejusdem, quam dedit JOHANNES CLARKE & sub titulo: *A Demonstration of some of the principal sections, of Sir Isaac Newton's principles of natural Philosophy, in which his peculiar method of treating that useful subject is explained and applied to some of the chief phenomena of the system of the World*, Lond. 1730, in 8. reg. (plag. 22, Tab. 17) edidit, & omnium maxime DOMCKII *Philosophia mathematica Newtoniana illustrata*, quam Latino sermone conscriptam Londini An. 1731, in 8. (Alph. 1, plag. 3, Tab. 16) publici juris fecit autor. Enimvero cum opus *Newtonianum* merito tantopere celebratum a tyronum non modo, sed etiam provectorum captu valde removeatur, utilissimam operam sumeret, qui continuo Commentario idem illustraret, qualem in Geometriam CARTESII edidit RABUEL (§. 7, c. 4).\* Præstaret enim, ut principiis Geometriæ, Analyseos & Mechanicæ instructus statim ad lectionem ejus accederet, cum dulcius ex fonte bibantur aquæ, quam demum per ambages non sine multo temporis dispendio ad eandem perduceretur, aut prorsus ab eadem avocaretur.

\* Id fecerunt PP. LE SEUR & JACQUIER ex ordine Minimorum. Prodierunt hujus Commentarii Volumina duo, *Genève* in 4. primum An.

§. 17. Multa egregia de motu & resistantia cum solidorum, tum fluidorum a celeberrimis avi hujus Geometris detecta in Actis Eruditorum & Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, nec non in Transactionibus Anglicanis, passim extant; & præclarum de motu solidorum & fluidorum opus Geometriæ insignis JACOBI HERMANNI, Mathematicum Professoris primum Patavii, deinde Francofurti ad Oderam, posthac Petropoli Mathematicum, tandem in Academia patria Basileensi Philosophiæ moralis celeberrimi, *Amstel.* 1716, in 4. (Alph. 2, plag. 15, Tab. 12) sub *Phoronomia* nomine editum plurima inventa nova eaque egregia continet. More veterum doctrinam hanc demonstrare voluit, quorum tamen methodum non satis familiarem expertus, nec intimius perspectam possedit, ut adeo & sibi, & aliis magis consulisset, siquidem analytica methodo, in qua erat versatissimus, usus fuisset.

§. 18. Ne igitur desideraretur opus Mechanicæ, in quo Motus scientia profundius explicaretur, & lectores ad solvenda proprio Marte problemata præpararentur, LEONHARDUS EULERUS, Academiæ Imperialis scientiarum, quæ Petropoli floret, Membrum & Matheseos sublimioris Professor, *Mechanicam* sive *Motus scientiam analytice expositam*

con-  
1739 (Alph. 3, plag. 5) secundum An. 1740 (Alph. 2, plag. 7) Tertium An. 1742.

conscriptit & duobus Tomis, *Petro-  
poli* in 4. reg. ( Tom. I, Alph. 2,  
plag. 17, Tabb. 14, & Tom. II, Alph.  
2, plag. 18, Tabb. 18 ) in lucem pu-  
blicam emisit, plura suo tempore ad-  
diturus. Reperies in hoc opere multa  
nova, quæ alibi frustra quæsieris,  
& ad ejus lectionem cum fructu ab-  
solvendam admittitur, qui in Analyfi  
finitorum & infinitorum satis fuerit  
exercitatus.

§. 19. Quibus machinarum con-  
structio curæ cordique est, in eorum  
gratiam Tractatum de Viribus motri-  
cibus ( *Traité des Forces mouvantes* )  
*Parisiis* An. 1722, in 8. reg. ( Alph.  
1½, Tabb. 8 ) edidit DE CAMUS.  
Explicantur enim principia & ad  
machinas explicantur, quorum in  
praxi mechanica cognitio præsuppo-  
nitur.

§. 20. Machinarum descriptiones  
dederunt JACOBUS DE STRADA,  
*Ferdinandi, Maximiliani & Rudol-  
phi II, Imperatorum Antiquarius*,  
An. 1618, a nepote OCTAVIO DE  
STRADA in publicum emissas, &  
An. 1629, recusas; ZEISINGIUS  
in *Theatro Machinarum*, *Lipsiæ* An.  
1612, in 4. edito, JACOBUS BESSON  
in *Theatro instrumentorum & ma-  
chinarum* An. 1582, in lucem emisso  
in fol. ( plag. 32 ), cum FRANCISCI  
BEROALDI Figurarum declaratione  
demonstrativa & JOLII PASCHALIS  
additionibus: AUGUSTINUS DE RA-  
MELLIS DE MASANZANA in opere,  
quod ex Gallico in sermonem Ger-  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

manicum translatum *Lipsiæ* An. 1620,  
in fol. ( 7 Alph. 18 plag. ) sub titulo:  
*Schatz-Kammer Mechanischer Künste*  
prodiit, & GEORGIUS ANDREAS  
BÖCKLER, in *Theatro Machinarum*  
novo ( *Norimb.* 1673, in fol. plag. 11,  
Tabb. æn. 154 ).

§. 21. Quoniam descriptiones  
machinarum, quas Autores isti tra-  
dunt, omnes sunt nimis breves, &  
inprimis dimensionum rationes non  
exprimunt, ita ut adæquata machi-  
narum idea inde hauriri nequeat;  
Mechanicus ingeniosus atque indus-  
trius JACOBUS LEUPOLDUS no-  
vum promisit Theatrum machinarum  
& instrumentorum in Actis Erudito-  
rum An. 1712, p. 366, cui ut sta-  
ret, ipsimet eum hortati sumus.  
Stetit tandem, quantum per fata li-  
cuit, & *Lipsiæ* An. 1724, in publi-  
cam lucem protulit *Theatrum machi-  
narum generale, Schau-Platz des Grun-  
des mechanischer Wissenschaften* in fol.  
( Alph. 2, plag. 20, Tab. 71 ), in quo  
potentias mechanicas & virium mo-  
triciam ad machinas applicationem  
declarat. Eodem adhuc anno com-  
paruerunt *Theatrum machinarum hy-  
drotechnicarum, Schau-Platz der Wasser-  
Bau-Kunst*, in quo ea traduntur, quæ  
ad Architecturam aquarum faciunt  
( Alph. 2, plag. 5, Tabb. 51 ) & pars  
prior *Theatri machinarum hydraulica-  
rum; Schau-Platz der Wasser Künste*,  
in quo representantur machinæ ad  
aquas elevandas excogitatae ( Alph. 2,  
Tabb. 52 ). Pars posterior subsequuta

I

anno

anno sequente ( Alph. 2, plag. 1, Tab. 54). Eodem adhuc anno 1725, comparuit *Theatrum Machinarium*, quod vocat Autor, *Schau-Platz der Hebezeuge* ( Alph. 2, Tab. 96 ), in quo reperies machinas ponderibus elevandis aptas hisque agnatas, & *Theatrum staticum universale*, *Schau Platz der Wage und Gewicht-Kunst*, ( Alph. 2, plag. 11, Tab. 57 ), quod exhibet varias librarum & staterarum structuras, una cum instrumentis hydrostaticis, meteorologicis & ad libellationem necessariis, & quæ ad pondera spectant, explicat. An. 1726, *Theatrum Pontificiale*, quod vocat autor, *Schau-Platz der Brücken und des Brücken-Baues* ( Alph. 1, plag. 21, Tab. 57 ), quæ eam Architecturæ partem illustrat, quæ de pontibus struendis agit. Tandem An. 1727, *Theatrum Arithmetico Geometricum*, *Schau-Platz der Rechen-und Meß-Kunst* ( 2 Alph. 8½ plag. Tab. 43 ) successit, in quo instrumenta Arithmetica & Geometrica describuntur. Nisi mors Autoris finem imposuisset, dare adhuc constituerat Theatra 1. fontium hydraulicorum, 2. molarum, 3. ad mechanicam ignis spectantium, 4. machinarum in metalli fodinis usitatarum, 5. machinarum & instrumentorum, quæ in Architectura civili & militari usui sunt, 6. quæ in re Oeconomica & 7. venatoria usum habent, 8. machinarum & instrumentorum aërometricorum, 9. machinarum & in-

strumentorum opticorum, 10. machinarum & instrumentorum in Gnomonica & arte horologiopæa usitatorum, 11. instrumentorum astronomicorum, 12. acusticorum & musicorum aliorumque agnatorum, 13. anatomicorum & chirurgicorum, & tandem omnium machinarum & instrumentorum apud artifices & opifices obviatorum.

§. 22. Dolendum imprimis erat, quod molarum usitatarum genera cum Architecturæ parte, quæ iisdem excitandis destinatur, non describere potuerit Autor. Hunc igitur defectum supplere conatus est JOHANNES MATTHIAS BEYER, qui per modum Tomi noni Theatri machinarum LEUPOLDI An. 1735, *Lip. sive* in fol. ( Alph. 1, plag. 14, Tab. 43 ) edidit, in quo non modo usitata molarum genera, verum etiam ea, quæ ad extructionem earundem necessaria scitu, describuntur. Accessit Tomus secundus, in quo jura molidinorum operose congeruntur ( Alph. 2, plag. 12 ) in usum Jurisperitorum.

§. 23. Molas Batavorum peculiari libro exhibuit PETRUS LIMPERGII sermone patrio, cujus *Moolen-Boek*, *Amstelodami* An. 1690, in fol. reg. ( plag. 2, Tab. 32 ) prodiit. Accuratiorum illarum delineationes ac descriptiones dedit JOHANNES VAN ZYL in Theatro Machinarum universali, *of groot algemen Moolen-Boek*, cujus

cujus Tomus I, *Amstelodami* An. 1734, in fol. reg. prodiit ( plag. 6, Tab. 56 ), etenim singulæ partes, qualescunque tandem fuerint, quam accuratissime secundum suas dimensiones repræsentantur, ut integræ structuræ adæquatam ideam inde haurire liceat. Textus in Germanicam linguam translatus fuit, ut operis hujus etiam in Germania esset usus.

§. 24. Accuratas quarundam machinarum recentius inventarum descriptiones dedit PERRAULT in opusculo Gallico, quod sub titulo: *Recueil de plusieurs Machines de nouvelle invention*, *Paris* An. 1700, in 4. ( plag. 7, Tab. 11 ) prodiit, & HUGENIUS cum in Tractatu *De horologio oscillatorio* horologium a se inventum, tum in *Operibus posthumis* automatam suam planetarium accurate describit.

§. 25. In Gallia machinas ab Academia Scientiarum approbatas, a prima fundatione usque ad nostra tempora, una cum illarum descriptionibus, delineatas consensu Academiæ sub titulo: *Machines & Inventions approuvées par l'Académie Royale des Sciences*, *Paris* sex Tomis publici juris fecit GALLONUS An. 1735, in 4. reg. ( Alph. 6, plag. 20, Tab. 422 ). Non modo machinæ scenographice repræsentantur, verum etiam ichnographice, cum orthographiis & singularum partium delineationibus

adjiciuntur, ubi opus fuerit. Descriptiones sunt satis accuratæ, ut nihil in iis desiderari possit. Subinde etiam vires ad agitandam machinam requisitæ ad calculum revocantur, aliaque cognitu necessaria annotantur. Opus hoc Mechanicæ practicæ cultoribus plurimum commendandum.

§. 26. Structuram horologiorum exponit Anglus Anonymus \* in Tractatu Anglico, qui auctior *Londini* An. 1700, in 12. reg. sub titulo: *The artificial Clockmaker* ( 7½ plag. Tab. 2 ) prodiit & An. 1707, in Germanicum idioma translatus, novæ editioni Gnomonicæ *Welperiana* subjungitur: quod argumentum etiam attingit OUGHTREDUS in posthumis pag. 68, & seqq. Idiomate autem Germanico de horologiorum structura commentatus est JOANNES GEORGIUS LEUTMANNUS, in mechanicis & praxi optica versatissimus. Prodiit ejus Tractatus sub titulo: *Vollständige Nachricht von den Uhren*, *Hale* 1718, in 8. ( plag. 9, Tab. 7 ). Addidit An. 1722, Continuationem, in qua suppleantur, quæ desiderari poterant de horologio examinatorio & repetitorio ( plag. 12, Tab. 22 ).

§. 27. Autoribus tamen istis palmam præripit D. JACOBUS ALEXANDER, Monachus Benedictinus Congregationis S. Mauri, in Tractatu generali de Horologiis, qui sub titulo: *Traité général des Horloges*,  
I 2 Pari-

\* GULIELMINI DERHAM Canon. Windsor, non uno nomine commendandus.

*Parisiis* in 8. maj. 1734, prodiit (Alph. 1, plag. 2, Tabb. 26), quem ob utilitatem suam, me suasore, in Germanicam linguam transtulit CHRISTIANUS PHILIPPUS BERGERUS, Medicinæ Doctor, & Lemgovii An. 1738, in 8. (Alph. 1, plag. 5, Tabb. 25) edidit sub titulo: *Des P. Dom JACOBS ALEXANDERS ausführliche Abhandlung von den Uhren*. Agit etiam de horologiis solaribus majoribus construendis. Ceterum hoc opus omnibus commendandum, qui horologiorum constructionem accurate cognoscere desiderant. Singularia vero de constructione horologiorum tradit in libro Gallico HENRICUS SULLY, qui secunda vice auctior recusus *Parisiis* An. 1737, in 12. (plag. 20, Tabb. 5) cum multis accessionibus. Maximopere commendandus iis est, qui perfectionem horologiorum curæ cordique habent, atque adeo in Germanicam linguam verti meretur, ut Tractatui ALEXANDRI jungi posset.

§. 28. Silentio denique hic præ-

tereunda non erant CASPARI SCHOTTI, e Societate Jesu, *Technica curiosa*, libris 12 comprehensa, quæ *Norimbergæ* An. 1664, in 4. (Alph. 6, Tabb. 20) prodierunt. Etenim in iis, præter varia experimenta aliaque technasmata, continentur etiam mechanica, chronometrica & automatica, consequenter plurima ad Mechanicam practicam spectantia. Edidit idem *Magiam universalem Naturæ & Artis* in tres partes distributam *Bambergæ* 1677, in 4. (Alph. 14, plag. 2, Tabb. 90): pars enim tertia multa continet, quæ ad Mechanicam & Staticam spectant, nimirum quæ sub nominibus Magiæ centrobarycæ, mechanicæ, thaumaturgæ libris tribus prioribus continentur.

§. 29. Idem SCHOTTUS in *Technica curiosa* lib. 9, sub titulo *mirabilium chronometricorum* multa artis horologiopææ utilia tradit, præter alia mechanica. Inprimis etiam de mobili perpetuo varios conatus describit.

## C A P U T VII.

### *De Hydrostatica, Aerometria, & Hydraulica.*

§. 1. **H**Ydrostaticam primus docuit ARCHIMEDES in libris *De insidentibus humido*, cujus dogmata ad experimenta applicavit

MARINUS GHETALDUS in ARCHIMEDE *promoto*: unde sua excerpfit OUGHTREDUS (§. 19, cap. 1).

§. 2.



§. 2. MARIOTTUS in Tractatu Gallico de motu aquarum & aliorum corporum fluidorum, qui primum sub titulo: *Traité du mouvement des eaux & des autres corps fluides*, prodiit Parisiis An. 1686, in 12. reg. (plag. 17½) & in editione Batava operum ipsius legitur, propositionum hydrostaticarum & hydraulicarum magnam partem & rationibus confirmavit, & experimentis comprobavit. Propter insignem utilitatem D. JOHANNES CHRISTOPHORUS MEINIG eum in Germanicam linguam transtulit & notis quibusdam illustratum Lipsiæ An. 1723, in 8. (Alph. I, plag. 5½) edidit.

§. 3. Nec contemnenda habet ROBERTUS BOYLE, cum in *Paradoxis Hydrostaticis* (Genevæ An. 1680, in 4. plag. 15, Tab. 3), tum in *Medicina Hydrostatica* (Genevæ An. 1693, in 4. plag. 10½): quod utrumque scriptum in usum præsertim physicum legi meretur, intelligendum etiam ab iis, qui Mathematicum sunt imperiti.

§. 4. FRANCISCUS TERTIUS DE LANIS, e Societate Jesu, Tomo tertio *Magisterii Naturæ & Artis*, Parmae An. 1692, in fol. (6 Alph. 14 plag. Tab. 13) lib. 25, f. 49, & seqq. dogmata hydrostatica uberius exposuit, quam alibi leguntur. Tomo autem primo & imprimis secundo passim Machinas Hydraulicas descripsit: quemadmodum etiam in primo Mechanicam multum illustra-

vit. Tom. I, Brixia An. 1684, in fol. 6 Alph. Tab. 24. Tom. II, Brixia 1686, 6 Alph. 5 plag. Tab. 20).

§. 5. BERNHARDUS LAMY parte secunda Mechanicæ (§. 2, cap. 6), quæ inscribitur *Traité de l'équilibre des liqueurs*, propositiones aliquot Hydrostaticæ ac Hydraulicæ fundamentales explicavit: quod etiam fecere ROHALTIUS (§. cit.) & WALLISIUS in *Mechanicis* (§. 8, c. cit.). Commendanda quoque tyronibus *Hydrostatica* P. DECHALES, quæ in Mundo ipsius Mathematico Tom. III, legitur. (§. 4, cap. 1).

§. 6. Sublimiora dedit Geometra summus ISAACUS NEWTONUS in *Principiis Philosophiæ Naturalis Mathematicis* Sect. 5, lib. 2, pag. 282, & seqq.

§. 7. De Aërometria scriptum aliud non extat, nisi quod sub titulo: *Elementa Aërometriæ*, Lipsiæ An. 1709, in 12. (16 plag. Tab. 12) edidi in usum potissimum tyronum, ut Mathesin ad experimenta applicare discant. Sed ea deinceps hisce Elementis Matheseos universæ inserui. Passim tamen huc spectantia leguntur apud GUERICKIUM, Consullem Magdeburgicum, antliæ pneumaticæ inventorem, in *Experimentis novis Magdeburgicis de vacuo spatio*, Amstelodami An. 1672, in fol. (Alph. 2, plag. 20, Tab. 18) editis & qui post eum aëris proprietates experimentis comprobarunt.

§. 8. Ceterum hic etiam locum meretur

meretur libellus Gallicus, qui sub titulo: *Traité des Barometres, Thermometres & Hygrometres* prostat & barometrorum, thermometrorum atque hygrometrorum constructionem ac usum edocet (*Amstel.* 1707, in 12. plag. 7, Tabb. 35). In primis autem hinc inde in Commentariis Academiae Regiae Scientiarum inseruntur, quibus Aërometria locupletari ac ad majorem perfectionem adduci potest.

§. 9. Ad hydraulicam perficiendam tendit JOHANNIS CEVÆ, Mediolanensis, *Geometria motus* (*Bononiae* 1692, in 4. plag. 12, Tabb. 9), in qua de motu tam simplici, quam composito traduntur, quæ ad motum aquarum explicandum utilia sunt.

§. 10. JOHANNES BAPTISTA BALIANUS lib. 3, 4 & 5, *de motu naturali gravium, solidorum & liquidorum* (§. 5, cap. 6) de motu liquidorum, canalium sectionibus, & de foraminibus vasis, ad praxin hydraulicæ utilia profert: quorum etiam spectant Tractatus aliquot PICARDI, ROEMERI & MARIOTTI supra recensiti (§. 31, cap. 1).

§. 11. DOMINICUS GULIELMINI in *Mensura Aquarum fluentium* (*Bononiae* An. 1690, & 1691, in 4. plag. 39, Tabb. 8) theorias hydraulicas sublimiores ad praxin revocare studet. Nemo autem in theoria hydraulica sublimiora dedit quam Geometræ celeberrimi, NEWTONUS in Opere modo laudato (§. 6) lib. 2. sect. 7.

p. 318, & seqq. atque VARIGNONIUS in Commentariis Academiae Regiae Scientiarum An. 1699, & 1703. Multa nova & egregia de hoc argumento dedit Geometra insignis BERMANNUS in *Phoronomia* (§. 17, cap. 6).

§. 12. Quemadmodum vero EULERUS theoriam mechanicam perficere studuit (§. 18, cap. 6), in quam stricturas Londini edidit ROBINSON NOURSE\* sub titulo: *Remarks on Mr. Eulers Treatise of motion*, nobis nondum visas; ita DANIEL BERNOULLI, Medicinæ Professor Basileensis, antea Matheseos sublimioris in Academia scientiarum imperiali Petropolitana, nunc Professor honorarius, similem operam impendit theoriæ Hydrostaticæ & Hydraulicæ, quam sub titulo: *Hydrodynamica sive de viribus & motibus fluidorum Commentarii*, Argentorati An. 1738, in 4, reg. (Alph. 1, plag. 16, Tabb. 12) publici juris fecit, cum hoc opus jam octo annis ante congestisset, dum Petropoli ageret.

§. 13. Ceterum ad Hydraulicam quoque facit SEXTI JULII FRONTINI *de Aqua ductibus urbis Romæ Commentarius*, quem uberrimis notis explicatum Patavii Anno 1722, in 4. reg. (Alph. 1, plag. 21, Tabb. 15) in lucem emisit JOANNES POLENUS, Professor Patavinus, cui etiam debentur de *Motu aquæ mixto* libri duo, quibus multa nova pertinentia ad æstua-

\* Aut potius BENJAMIN ROBINS; Nourse nomen est Bibliopolæ.

æstuariorum, ad portus atque ad flumina continentur, *Patavii* An. 1697, in 4. reg. (plag. 18, Tabb. 3) & liber *de Castellis, per quæ derivantur fluviorum aquæ, habentibus latera convergentia*, qui etiam continet nova experimenta ad aquas fluentes & ad percussionis vires pertinentia, & *Patavii* An. 1718, in 4. (plag. 9, Tab. 1) prodiit. Idem etiam An. 1723, edidit *Epistolam ad JOANNEM JACOBUM MARINONIUM*, Mathematicum Casarem, in qua præter defectum Solis anno isto Patavii observatum, agitur de aliquibus experimentis pertinentibus ad aquas fluentes, & cui subicitur JOANNIS BUTEONIS *libellus de fluentis aquæ mensura cum annotationibus nonnullis*, *Patavii* in 4. (plag. 3½, Tabb. 1).

§. 14. Neque silentio hic prætereunda sunt MARINI MERSENNI *Phænomena Hydraulica pneumatica*, quæ inter *Cogitata ipsius Physico-Mathematica* leguntur, in quibus tam naturæ, quam artis effectus admirandi certissimis demonstrationibus explicantur, *Parisis* An. 1654, in 4. (Alph. 8, plag. 19). In hac nimirum collectione, quæ inter opera mathematica, superius commemorari merebatur, reperiuntur 1. Tractatus de mensuris, ponderibus, atque nummis tam Hebraicis, quam Græcis & Romanis, ad Parisiensiâ expensis, 2. Tractatus, cui titulus: *Hydraulica pneumatica, Arsque navigandi, Harmonia theorica, practica, & Mechanica*

phænomena, 3. Tractatus mechanicus theoreticus & practicus, 4. *Balistica & Acontismologia*, in qua sagittarum, jaculorum & aliorum missilium jactus & robur arcuum explicantur, 5. *Universæ Geometriæ mixtæque Mathematicæ Synopsis & binæ refractionum demonstratarum Tractatus*, 6. ARISTARCHI SAMII *Tractatus de mundi Systemate & Reflexiones Physico-Mathematicæ*, quibus varia adjiciuntur ad præcedentia. In Synopsi tantummodo sine demonstratione recensentur Propositiones EUCLIDIS, PETRI RAMI, ARCHIMEDIS, THEODOSII, MENELAI, MAUROLYCI, APOLLONII, MYDORGII, *geometricæ*, PAPPY, GUIDONIS UBALDI & STEVINI *mechanica*.

§. 15. De motu fluminum scripsit DECHALES in Tractatu *De fontibus naturalibus* prop. 39, & seqq. Tomi III, *Mundi Mathematici* f. 137, & seqq. sed paucis plura & abstrusiora hisce complexus est HERMANNUS in *Phoronomia* cap. 10, pag. 226, & seqq. Ex instituto de hoc argumento scripsit DOMINICUS GULIELMINI, cujus *della Natura de' Fiumi Trattato Fisico-Matematico* prodiit *Bononiæ* An. 1697, in 4. (Alph. 2, plag. 3, Tabb. 15). Multa in Italia prodiere scripta Italico sermone, in quibus plura ad hoc argumentum spectantia leguntur, occasione controversiæ de Rheno fluvio in Padum deducendo.

§. 16. Inter

§. 16. Inter Veteres, machinas hydraulicas descripsit HERON *Alexandrinus* in libro *Spirituum* a COMMANDINO in Latinam linguam translato (*Parisiis* An. 1583, in 4.) Ex recentioribus similem operam collocarunt SALOMON DE CAUX, Architectus militaris Electoris Palatini, in libro Gallico *De Machinis, præcipue hydraulicis*, qui An. 1615, prodiit: CASPARUS SCHOTTUS in *Mechanica Hydraulico-pneumatica*, *Herbipoli* 1657, in 4. (Alph. 2, plag. 22, Tab. 56) edita, DECHALES in *Mundo Mathematico* Tom. III, (§. 4, cap. 1), GEORGIUS ANDREAS BÖCKLER in *Architectura Curiosa Germanica* (*Norimbergæ* An. 1704, in fol. plag. 21, Tab. 200), qui ultra 70 fontium salientium & ultra 120 fontium artificialium formas describit; & LUCAS ANTONIUS PORTIUS in nonnullis *de fontibus naturalibus*, quæ nonnullis *de motu corporum* subjuncta, possibilitatem imprimis quorundam fontium adstruens, qui a PLINIO commemorantur. (*Neapoli* An. 1704, in 4. plag. 7, Tab. 5).

§. 17. Denique quæ de Hydrostatica & Hydraulica per plurimos libros & volumina dispersa leguntur, qua theoriam & praxin, uno complexus est & sub titulo: *An intro-*

*duction to a general system of Hydrostatics and Hydraulicks*, Londini An. 1729, in 4. charta aug. (Alph. 2, plag. 16, Tab. æn. 60) edidit STEPHANUS SWITZER. Extant etiam in hoc libro descriptiones machinarum, quibus aqua elevatur.

§. 18. Inprimis autem iis, qui praxin solidam Hydraulicæ curæ cordique habent, commendari meretur *Architectura hydraulica*, quam Gallico idiomate conscriptam *Parisiis* Anno 1737, in 4. reg. cum 44 Tabulis æneis splendidissimis edidit DE BELIDOR. \* In hoc opere etiam accurata traditur molarum descriptio & quæ ad molas aqua agitandas requiruntur ibidem explanantur. Opus utilissimum in linguam Germanicam verti mereretur.

§. 19. Ad Hydraulicam quidam referunt *Libellationem* aquarum, de qua nos egimus in *Mechanicæ Elementis*. Egregium de ea Tractatum conscripsit PICARDUS, quem PHILIPPUS DE LA HIRE post mortem ipsius *Parisiis* An. 1684, in 12. (plag. 15, Tab. 3) edidit, unde sua desumfere, qui de hoc argumento apud Nostros scripsere, veluti LEUPOLDUS atque STURMIUS filius. Inter opera MARIOTTI extat quoque *De libellatione* Tractatus brevis.

\* Habet quidem Tom. I, 2 Alph. 9 plag. Tab. 44. Prodiit autem Tom. II. Anno 1739, & complectitur 2 Alph. 12 plag. Tab. 55.

C A P U T VIII.

*De Optica, Catoptrica, Dioptrica & Perspectiva.*

§. 1. **O**ptica & Catoptrica Elementa olim conscripsit EUCLIDES, quæ a JOHANNÉ PENA, Mathematico Regio, Latine versa Parisiis An. 1604, prodire. Extat etiam in *Cursu Mathematico* HERIGONII (§. 1. cap. 1) & in editione *Gregoriana* operum EUCLIDIS (§. 2, cap. 3).

§. 2. Circa annum Christi 1100, ALHAZEN Arabs ingens *de Optica* volumen composuit, quod in libros, capita & propositiones distinxit FRIDERICUS RISNERUS. Usus est scriptis veterum, præsertim PTOLEMÆI *de Optica* libris decem, qui hodie desiderantur.

§. 3. Cum demonstrationes ALHAZENI sint admodum intricatæ ac prolixæ; VITELLIO Polonus circa An. 1270, aliud *de Optica* volumen conscripsit in libros X digestum. Pleraque ex ALHAZENO desumpsit, sed demonstrationum fundamenta ex APOLLONIO, THEODOSIO, MENELAO, THEONE, PAPPO & PROCLUSO petiit. Ad hunc Auctorem *Paralipomena* edidit JOHANNES KEPLERUS, quibus Astronomiæ pars optica traditur. (*Francofurti* An. 1604, in 4. 2 Alph. 15 plag.). Habentur tamen multa quoque alia in *Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

hisce Paralipomenis, & inter alia modum visionis primus decente ratione explicat Auctor. ALHAZENUM & VITELLIONEM uno volumine edidit FRIDERICUS RISNERUS *Basilæ* An. 1572, in fol. (Alph. 7, plag. 18). Titulus libri est: *Opticæ Thesaurus. ALHAZENI Arabis libri septem nunc primum editi. Eiusdem liber de crepusculis & Nubium ascensionibus. Item VITELLIONIS libri X. Omnes instaurati, figuris illustrati & aucti, adjectis etiam in ALHAZENUM commentariis a FEDERICO RISNERO.*

§. 4. Compendium Opticæ antiquæ circa annum 1279, conscripsit JOHANNES PECCAMUS, Archiepiscopus Cantuariensis & Primas Angliæ (*Colonia Agrippina* 1627, in 4. plag. 11), quale etiam recentius dedit AMBROSIUS RHODIUS, Professor Mathematicum Wittebergenfis, cujus *Optica, Wittebergæ* 1611, cum *Traçtatu de crepusculis* in 8. prodiit (1 Alph. 10 plag.). Uberius eandem exposuit RISNERUS ante laudatus, cujus *Opticæ* libri quatuor, *Cassellis* An. 1606, in 4. prodire (Alph. 1, plag. 14).

§. 5. Opticam quoque illustrare aggressus est circa idem tempus ROGERIUS BACON, Philosophus suo  
K tempore

tempore summus, Anno 1284, Oxonii mortuus, & ob scientias Mathematicas magiæ accusatus. Ejus *Per. spectivam* in lucem protraxit JOANNES COMBACHIUS, Philos. Professor Marpurgensis, (*Francof. An. 1614, in 4. 1 Alph. 5 plag.*): parum tamen Mathematici ea continet, etsi lectu non indigna.

§. 6. Enimvero Veteres ea, quæ visionem directam & reflexam concernunt, potissimum explicant: quæ vero ad refractam spectant, nimis imperfecte tradunt. JOANNES BAPTISTA PORTA libris novem *de Refractione* conscriptis hanc doctrinam melius tradere conatus est (prodiere *Neapoli An. 1593, in 4. 1 Alph. 6 plag.*); sed parum adhuc profecit. Primus qui Dioptricam meliori habitu induit & lentium sphericarum proprietates demonstravit accurate, fuit JOHANNES KEPLERUS, cujus *Dioptrica* prodiit *Augustæ Vindelicorum An. 1611, in 4. (plag. 14)* & posthac alibi recusa. Præmittuntur *Epistola GALILÆI de iis, quæ post editionem Nuncii sideris ope perspicilli nova & admiranda in cælo deprehensa sunt*, itemque *Examen præfationis JOHANNIS PENÆ in Opticam EUCLIDIS de usu Opticæ in Philosophia.*

§. 7. CARTESIUS in *Dioptrica*, quæ principiis Philosophiæ subjungi solet, veram refractionis legem a SNELLIO inventam, sed suppresso inventoris nomine, affert & modum visionis distinctius, quam ab aliis

factum fuerat, explicat, lentium ellipticarum & hyperbolicarum proprietates recenset & praxin poliendi vitra ita docet, ut in ea non satis versatum judicent experti.

§. 8. Theoriam Dioptricæ magis excoluit, novis plerumque demonstrationibus inventis, WILHELMUS MOLYNEUX in *Dioptrica nova* Anglice conscripta (*Londini An. 1692, in 4. plag. 16, Tabb. 40*), ubi calculo trigonometrico ad eruendas lentium sphericarum proprietates juxta veram refractionis legem utitur. Omnium maxime eandem hætenus perfecit HUGENIUS, cujus *Dioptrica* maximam posthumorum partem constituit. Eidem & praxis multum debet: de quo tractatus *De poliendis vitris* testatur, *Dioptricæ* subjunctus. Prodiere primum *Opera posthuma, Lugd. Batav. An. 1703, in 4. (2 Alph. 19 plag. Tabb. 24)*, deinde cum aliis recusa (§. 35, cap. 1). Opus Hugonianum perfectissimum eorum, quæ in hoc genere prostant: requirit autem lectorem in Geometria probe versatum.

§. 9. Tyronibus adeo commendandum est *Dioptrica Tentamen Gallicum* NICOLAI HARTSOEKER (*Paris. An. 1694, 1 Alph. 10 plag.*), ubi multa quoque ad Physicam & praxin spectantia traduntur. Ipse enim in poliendis vitris & opticis technasmatis erat versatissimus.

§. 10. In splendidi Operis dioptrici CHERUBINI, Capucini, To-

mo primo, qui sub titulo: *Dioptrique oculaire*, Parisiis An. 1671, in fol. ( 5 Alph. 11 plag. Tab. 16 ) prodiit, multa ad praxin spectantia reperiuntur. In altero Tomo, qui sub titulo: *La Vision parfaite*, Parisiis 1678, in fol. ( 3 Alph. 10 plag. Tab. 23 ) lucem adspexit, argumentum palmarium est tubus binoculus, cujus sub finem Tomi primi mentionem iniecerat.

§. 11. Opticam sine Catoptrica & Dioptrica tradit CHRISTOPHORUS SCHEINERUS, e Societate Jesu, in *Oculo* ( *Oeniponti* An. 1619, in 4. 1 Alph. 10 plag. ). Ab iis potissimum legendus, qui rationes phaenomenorum visionis directae cognoscere gestiunt.

§. 12. Vir summus NEWTONUS in egregio *Optices* opere novas luminis proprietates, ante nondum animadversas, & quarum consideratio ( ceu ex HUGENII *Dioptrica* apparet ) maximi in *Dioptrica* momenti, per experimenta edocet. Prodiit opus primum *Londini* An. 1704, in 4. reg. ( 2 Alph. 5 plag. ) sub titulo: *Opticks, or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and colours of Light*. In fine adjiciuntur duo *Tractatus* Latini, primus scilicet *de enumeratione linearum tertii ordinis*, alter *de Quadratura curvarum*. Ipsum in Latinam linguam transtulit SAMUEL CLARKE, Autore approbante & nonnulla adjiciente ( *Londini* An. 1706, in reg. 4. 2 Alph. 9 plag. Tab. 19 ).

An. 1719, ibidem prodiit versionis editio altera in 4. ( Alph. 2, plag. 8, Tab. 12 ), ubi quaestiones adjectae augentur, sed *Tractatus* geometrici omittuntur, quos in *Analyfi* sua ediderat JONES ( §. 21, cap. 4 ). Post mortem NEWTONI, *Londini* An. 1729, in 4. ( Alph. 1, plag. 14, Tab. 24 ) prodierunt *Lectiones ejus opticae* An. 1669, 1670 & 1671, in *Scholis publicis habitae*. In his equidem multa continentur quae in *Optica* leguntur, alia tamen prorsus ratione proponuntur. Reperiuntur hic, quae alibi frustra quaesiveris.

§. 13. Huc etiam referri potest MARIOTTI *Tentamen de Coloribus* ( *Parisi*. An. 1681, in reg. 12. Alph. 1, plag. 9, Tab. 16 ) quod *Tentaminum* *Physicorum* Gallice conscriptorum quartum est, & in editione *Batava* operum ipsius legitur, atque HUGENII *Tractatus Gallicus de Lumine* ( *Lugd. Batav.* 1690, in 4. 1 Alph. 2 plag. ), qui in *Operum* reliquorum volumine primo extat. Ejus hypothese in explicandis phaenomenis opticis utitur PETRUS ANGO in *Optica Gallica* ( *Parisi*. An. 1682, in 12 ).

§. 14. ANDREAS TACQUET in *Optica* *Perspectivae* fundamenta jecit, & in *Catoptrica* *speculorum planorum & sphaericorum* proprietates bene demonstrat. ( §. 28, cap. 1 ), sed *Dioptricam* non attingit. ISAACUS BARROWIUS in *Lectionibus Opticis*, quae *Lectionibus Geometricis*

cis præmittuntur (§. 19, cap. 3), theoriam Catoptricæ & Dioptricæ demonstrat. Nec dubitamus, quin JACOBUS GREGORIUS in *Optica promota* multa præclara dederit, etsi nobis non visa. An. 1663, in 4. lucem adspexit.

§. 15. Utriusque Compendium dedit DAVID GREGORIUS in *Elementis Dioptrica & Catoptrica spherica* (Oxonii 1695, in reg. 8. plag. 7). Idem in linguam Anglicam vertit WILHELMUS BROWNE, M. D. & prolixum supplementum adjecit atque Introductionem præmisit. Prodiit secunda vice cum appendice J. T. DESAGULIERS, L. L. D. de telescopio reflectente cum epistolis, quas de eodem NEWTONUS & JACOBUS GREGORIUS ad se invicem scripsere, Londini An. 1735, in 8. reg. (plag. 20, Tab. 4). Prima telescopii catoptrico dioptrici idea debetur GREGORIO, qui eam describit in *Optica promota* p. 94. Sed eam perfecit NEWTONUS & tandem felicissime istiusmodi telescopium construxit J. HADLEY, atque nunc construuntur ab EDUARDO SCARLET, Optico Regio, ejusque filio. Descripsimus idem in *Elementis Dioptricæ nostris*.

§. 16. Opticam, Catoptricam & Dioptricam una exposuit ZACHARIAS TRABERUS, e Societate Jesu, in *Nervo Optico* (Vienna An. 1675, in fol. 2. Alph. 16 plag. Tab. 28). Multa in praxi jucunda habet, sed theoria exigui momenti. Quoad praxes

opticas opus absolutum censei potest JOHANNIS ZAHN *Oculus artificialis teledioptricus*. Editio altera auctior, sed vitiosior prodiit Norimbergæ An. 1702, in fol. (9 Alph. 8 plag.) cum figuris multis cum ligno, tum æri incis. Huc etiam spectat ATHANASII KIRCHERI *Ars magna lucis & umbra* (Roma 1646, in fol. 10 Alph. 16 plag. Tab. 34).

§. 17. JOHANNES CHRISTOPHORUS KOLHANS in *Traclatu Optico* (Lips. An. 1663, in 8. 1 Alph. 15 plag.) non contemnenda profus dedit excerpta cum ad theoriam, tum ad praxin opticam spectantia, retentis in forummet Autorum verbis. Omnes tres Opticæ partes discursu vulgari recensuit in gratiam artificum JOHANNES MICHAEL CONRADI in *Optica Germanica*, quam sub titulo: *Der dreyfach geartete Sehe-Strahl*, Coburgi An. 1710, in 4. edidit (plag. 17, Tab. 25).

§. 18. *De poliendis vitris Commentarios* reliquit HUGENIUS, qui inter posthuma leguntur (§. 35). Hac arte excelluit ipse: primus enim lentes objectivas tanta exactitudine paravit, ut iis pares nullibi reperirentur, quemadmodum in Astronomicis docuimus & Dioptriciis. In Germania An. 1716, in 8. (plag. 14, Tab. 20) Hale prodiit sub titulo: *CHRISTIAN GOTTLIEB HERTELS vollständige Anweisung zum Glaschleiffen wie auch zu Verfertigung der optischen Maschinen*. Erat Autor Matheseos Pro-



Professor in Academia illustri Lignicensi & in arte poliendi vitra plurimum exercitatus. Eandem notis illustravit JOANNES GEORGIUS LEUTMANNUS, qui & ipse hanc artem non sine successu excoluerat. Prodiit Wittebergæ An. 1719, in 8. (plag. 7, Tabb. 21) sub titulo: *Neue Anmerckungen vom Glaschleiffen.*

§. 19. Scriptis opticis accenseri merentur ea, in quibus microscopicae observationes recensentur. Pertinent huc I°. ROBERTI HOOKE *Micrographia* Anglice scripta (Londini An. 1667, in fol. 3 Alph. 8 plag. Tabb. 38) II°. Antonii van Leeuwenhoek scripta varia; nempe 1) *Arcana Naturæ detecta*, Delphis An. 1695, in 4. (Alph. 2, plag. 6, Tabb. 11) 2) *Continuatio Arcanorum Naturæ detectorum* Ibid. An. 1697, in 4. (Alph. 1, plag. 2, Tab. 7) 3) *Arcana Naturæ ope & beneficio exquisitissimorum microscopiorum detecta*, Lugd. Batav. An. 1696, in 4. Alph. 3, Tabb. 26) 4) *Continuatio epistolarum datarum ad longe celeberrimam Regiam Societatem Londinensem* Lugd. Batav. An. 1696, in 4. (plag. 16½, Tabb. 10) 5) *Epistola ad Societatem Regiam Anglicam & alios illustres viros*, Lugd. Bat. 1719, in 4. (Alph. 2, plag. 11, Tabb. 33). 6) *Epistola physiologica super compluribus naturæ arcanis*, Delphis An. 1719, in 4. (Alph. 2, plag. 16, Tabb. 31). Titulus generalis: ANTONII A LEEUWENHOEK *Opera omnia*, seu

*Arcana naturæ ope exactissimorum microscopiorum detecta*, experimentis variis comprobata, epistolis ad varios illustres viros, ut & ad integram, quæ Londini floret, sapientem Societatem datis comprehensa, impressus Lugduni Batavorum & scriptis istis diverso tempore nec eadem prorsus forma editis in unum fasciculum collectis præfixus. III°. JOHANNIS FRANCISCI GRIENDELS VON AACH *Micrographia curiosa* Germanica (Norimbergæ An. 1687, in 4. plag. 9, Tabb. 35) IV°. PHILIPPI BONANNI *Micrographia curiosa*, adjuncta observationibus circa viventia, quæ in rebus non viventibus reperiuntur (Romæ An. 1691, in 4. 2 Alph. 12 plag. Tabb. 68).

§. 20. Inter scriptores Perspectivæ omnium maxime commendatur DESARGUES, cujus *methodum universalem exercendi Perspectivam* gallice conscriptam edidit ABRAHAMUS BOSSE, ex Gallico in Belgicum sermonem transtulit J. BARRA. Prodiit Amstelodami An. 1686, in 8. (plag. 12, & figurarum æri incisarum 1 Alph.).

§. 21. Nec parum Perspectivæ studiosum juvant ANDRÆ ALBERTI Libri duo *De Perspectiva*, (Norimb. An. 1670, in fol. plag. 19, Tabb. 15): primis vero tyronum conatibus respondet BERNHARDI LAMY *Perspectiva* Gallice conscripta (Paris An. 1701, in 8).

§. 22. Concinnas Praxium Perspecti-

ſpectivæ demonstrationes dedit JOH. FRANCISCUS NICERON ex Ordine Minimorum, in hac arte excellens, in *Thaumaturgo Optico*, cujus tantum pars prima *Parisiis* 1646, in fol. prodiit ( 2 Alph. 18 plag. Tabb. 42 ). Post mortem ejus immaturam Anno 1652, prodiit *Perspectiva curiosa* Gallice conſcripta in 4. ſub ejuſdem nomine, in libros quatuor diſiſa, in qua plura continentur, quam in *Thaumaturgo*.

§. 23. Ad praxin properantibus & theoriam ſpinofam averſantibus ſatiſfacit Anonymus Gallus e Societate Jeſu in *Perspectiva practica* Gallice *Parisiis* An. 1642, in 4. publicata & a JOHANNES CHRISTOPHORO REMBOLDO Germanice verſa atque *Auguſta Vindellicorum* An. 1710, in 4. edita ( 1 Alph. 8 plag. cum 150 Tabulis æri inciſis atque textui inſertis ). Enimvero An. 1663. prodiit editio altera duabus partibus & auctior, & quoad primam emendatior ac locupletior. ( Tom. I, Alph. 2, plag. 10. Tom. II, Alph. 1, plag. 13. Tom. III, Alph. 2, plag. 8 ). In parte ſeconda docetur *Perspectiva corporum inclinatorum* : in tertia agitur de la-

\* Imprimis commendari meretur ROBERTI SMITH *Optices Systema integrum*, quod ſub titulo : *A compleat System of Opticks*, prodiit Can-

quearibus & anamorphoſibus optiſis, catoptricis & dioptricis.

§. 24. Praxin *Perspectivæ* multis exemplis illuſtrat P. ANDREAS PUZZO in *Architectura Pictorum & Sculptorum*. Tomus prior prodiit *Roma* An. 1693, in fol. poſterior ibidem An. 1700, in fol. Uterque totidem continet Tabulas æneas, quot folia, nimirum prior 102; poſterior 120. Prior Germanice prodiit *Auguſta Vindellicorum* An. 1706, in fol. poſterior ibidem An. 1709.

§. 25. An. 1711, G. J. GRAVESANDIUS, Juris Doctör, nunc Mathematicum Profeſſor Lugdunenſis, *Hagæ Comitum* idioma Gallico evulgavit Tentamen de *Perspectiva*, in 8. ( plag. 12, Tabb. 32 ). Titulus libelli: *Eſſai de perspective*, in quo multiplices regulas ſeu methodos demonſtrat.

§. 26. Cæterum ſcriptoribus Optiſis adhuc accenſendus eſt HONORATUS FABRI, e Societate Jeſu, qui in *Synopſi Optica* (*Lugd.* An. 1667, in 4. 1 Alph. 8 plag.) illa omnia, quæ ad Opticam, Dioptricam & Catoptricam pertinent, breviter quidem, accurate tamen demonſtrat. \*

*tabrigia*, An. 1738, in 4. reg. ( Tom. I, Alph. 1, plag. 15, Tabb. 45. Tom. II, Alph. 2, Tabb. 38 )

## CAPUT IX.

## De Astronomia.

§. 1. **S**cripta Astronomica sunt varii generis. Aut enim observationes recensent, aut calculos motuum coelestium trigonometricos & geometricos exponunt, aut tabulas Astronomicas complectuntur, aut usum globi coelestis, aut denique corporum mundanorum rationem declarant.

§. 2. Veterum observationes, quas inter eminent observationes HIPPARCHI, conservavit PTOLEMÆUS in *Almagesto*. An. 882, apud Saracenos observationibus operam dedit ALBATEGNIUS. Ab An. 1457, Norimbergæ iisdem incubuit JOHANNES REGIOMONTANUS (vero nomine MÜLLER), cui successere discipuli JOHAN. WERNERUS & BERNHARDUS WALTHERUS, ab An. 1475, usque ad An. 1504, observationes suas continuantes. REGIOMONTANI atque WALTHERI observationes prodire *Norimbergæ* cum quibusdam aliis REGIOMONTANI atque PURBACHII scriptis An. 1544, in 4. (plag. 22). Titulus operis: *Scripta JOHANNIS REGIOMONTANI de Torqueto, Astrolabio armillari, Regula magna Ptolemaica baculoque Astronomico & observationibus cometarum; item observationes motuum Solis ac stellarum tam fixarum, quam*

*erraticarum; item libellus M. GEORGII PURBACHII de Quadrato Geometrico*. Ab An. 1509, COPERNICUS, post eum WILHELMUS Hassiæ Landgravius cum Mathematico CHRISTOPHORO ROTHMANNO & Mechanico suo JUSTO BYRGIO Cassellis, & TYCHO DE BRAHE Uraniburgi observarunt. Incepit observationes suas TYCHO An. 1582, easque continuavit usque ad An. 1601, majori & meliori instrumentorum apparatu, quam ante ipsum fecerat nemo. Omnes observationes hætenus recensitæ continentur in *Historia cælesti*, quæ jussu FERDINANDI III, Imperatoris, *Ratisbonæ* 1672, in fol. prodiit (12 Alph. 6 plag. Tab. 3). Describuntur quoque in eadem instrumenta TYCHONIS; una exhibentur observationes MOESTLINI, SCHICKHARDI aliorumque. Ipse alias Tycho instrumenta sua descripsit An. 1602, in *Astronomiæ restauratæ Mechanica*, *Norimbergæ* An. 1602, in fol. edita (Alph. 1, plag. 11). WILHELMI vero Hassiæ Landgravi observationes, una cum observationibus REGIOMONTANI atque WALTHERI edidit WILLEBRORDUS SNELLIUS, *Lugduni Batavorum* An. 1618, in 4. (Alph. 1, plag. 13).  
§. 3. Ma-

§. 3. Magis sumtuoso instrumentorum apparatu & majori studio, quam TYCHO, observationibus cœlestibus vacavit JOHANNES HEVELIUS, Consul Dantiscanus. Instrumentorum apparatus descripsit Tomo primo *Machina cœlestis* (Gedani An. 1673, in fol. reg. 5 Alph. 4 plag. Tab. 30): Tomo secundo (Gedani An. 1679, in fol. 14 Alph. 6 plag.) observationes 48 annorum comprehendit. Dolendum vero, quod Tomi præsertim posterioris exemplaria pleraque ferali flamma fuerint absumta. Equidem ROBERTUS HOOKE in *Animadversionibus in Tomum primum* Anglico sermone editis Londini An. 1674, in 4. (plag. 11, Tab. æn. 3) instrumenta *Heveliana* reprehendit ceu minus exacta; sed celeberrimus HALLEIUS, consensu Societatis Regiæ Britannicæ, Dantiscum An. 1679, profectus & instrumentorum, & observandi accuratorem approbavit. Observationes, quas in gratiam hospitis instituit, una cum aliis reperiuntur in *Anno climacterico s. Rerum Uranicarum observationum quadragesimo nono* (Gedani 1685, in fol. 2 Alph. 6 plag. Tab. 8). Jam ante An. 1661, celeberrimus Galliæ Astronomus ISMAEL BULLIALDUS Dantiscum venit Observatorium HEVELII visurus & modum ejus observandi examinaturus. Quid uterque, BULLIALDUS nimirum atque HALLEIUS, de eodem senserint; docent *Excerpta ex literis illustrinm*

& clarissimorum virorum ad D. JOH. HEVELIUM perscriptis *Judicia de rebus astronomicis ejusdemque scriptis*, quæ Dantisci An. 1683, in 4. (Alph. 1, plag. 5) edidit JOANNES ERICUS OLHOFIUS p. 67, 68, 71, 79, 187.

§. 4. In Anglia seculo superiori observandi studio clarus extitit JEREMIAS HOROCCIUS ab A. 1636 usque ad An. 1640. Ejus observationes ex epistolis ad GUIL. CRABTRIUM, suum in studiis astronomicis socium, excerptæ leguntur in *Operibus posthumis* (Londini An. 1673, in 4. 3 Alph. 12 plag. Tab. 2). Adji-ciuntur excerpta ex schediasmatis GUIL. CRABTRII de observationibus ab ipso institutis An. 1635, 36, 37 & 38.

§. 5. In Italia JOH. BAPTISTA RICCIOLUS superiori seculo observatorem egit, qui præcipuas observationes suas in *Astronomia Reformata* (Bononia An. 1665, in fol. 6 Alph. 5 plag.) cum selectis veterum & recentiorum observationibus contulit & de Astronomiæ perfectione inde judicium tulit.

§. 6. Selectæ celeberrimi CASSINI aliorumque observationes extant in præstantissimo opere, cujus titulus: *Recueil d'observations faites en plusieurs voyages par ordre de Sa Majesté, pour perfectionner l'Astronomie & la Géographie, avec divers Traités Astronomiques, par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences.* (Paris. An. 1693. in fol. 6 Alph. 12 plag. Tab. 11).  
Vide

Vide supra §. 37. c. 1. Eiusdem CASSINI, aliorumque Astronomorum Regiorum, CASSINI junioris, MARALDI atque PHILIPPI DE LA HIRE observationes complures extant in *Commentariis Academia Regia Scientiarum*, qui quotannis prodeunt: de quibus supra (§. cit.). Habemus quoque observationes non contemnendas in *Transactionibus Anglicanis*, *Miscellaneis Berolinensibus*, *Commentariis Petropolitanis*, *Actis Eruditorum* & *Diario Trevoltiensis*. Vide supra (§. 36, 38, 39).

§. 7. In Anglica longa annorum ferie observationes cœlestes continuavit observator celeberrimus JOANNES FLAMSTEDIUS. Quænam in historia ejus cœlesti, ab Astronomis dudum desiderata, essent comparitura, in *Miscellaneis Berolinensibus* p. 263 & seqq. docetur. An. 1712, *Historiam cœlestem FLAMSTEDII* edidit HALLEIUS *Londini* in fol. reg. (Alph. 6, plag. 8, Tab. 5) Libris duobus, quorum prior exhibet Catalogum stellarum Fixarum Britannicum novum & locupletissimum, una cum earundem Planetarumque omnium observationibus, sextante, micrometro &c. habitis; posterior transitus siderum per planum arcus meridionalis & distantias eorum a vertice complectitur. Nimirum An. 1704, aliquot Societatis Regiæ Sodalibus, FRANCISCO nimirum ROBARTES, CHRISTOPHORO WRENNO, ISAACO Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

NEWTONO, DAVIDI GREGORIO & JOHANNI ARBUTHNOT ex chartis FLAMSTEDII observationes ejus edendas suis sumtibus commiserat serenissimus Daniæ Princeps GEORGIUS, Reginae ANNÆ conjux: Sed cum moreretur, antequam liber observationum primus absolveretur, tandem Regina, FLAMSTEDII oculis in nascentia indies siderum phœnomena intentis & in ætate provec̄ta minus acutis, hanc curam demandavit EDMUNDO HALLEIO, ut ea quæ adhuc deerant perficeret. Enimvero cum editio non prorsus esset ad mentem FLAMSTEDII, de nova ipse cogitavit: cui tamen immortuus est An. 1719, die ultima Decembris, cum magna ejus pars typis jam esset descripta, ita ut tandem denuo HALLEIUS editionem hanc novam ad umbilicum perducere teneretur. Prodiere itaque *Historia cœlestis Britannica* Volumina tria, Autore JOANNE FLAMSTEDIO, Astronomo Regio, *Londini* in fol. maj. An. 1725, (Alph. 13). Volumen I, continet stellarum fixarum & planetarum omnium observationes, sextante & micrometro peractas, subjunctis locis, quæ ex observationibus deducta sunt. Volumen II, complectitur fixarum stellarum & planetarum omnium transitus, per planum arcus meridionalis & distantias eorum a vertice, nec non Solis, Lunæ & Satellitum Jovis observationes arcu meridionali habitas & loca planetarum

rum inde derivata ab An. 1689, ad An. 1720. Volumen III, comprehendit Historiam Astronomiæ, Catalogos fixarum ante autorem editos una cum ABRAHAMI SHARPII Indice fixarum australium in nostro hemisphærio non conspicuarum & Catalogum Britannicum Autoris ad A. C. 1689, cui subjunguntur longitudines & latitudines stellarum fixarum, quæ a Luna tegi possunt, sigillatim & appendicula Tabularum astronomicarum a SHARPIO constructarum. Optandum quoque foret, ut selectæ observationes Hafnienfes ROEMERI, Berolinenses KIRCHII ac viduæ ipsius, Norimbergenses EIMARTI atque WURTZELBAUERI lucem publicam adspicerent.

§. 8. FRANCISCI BLANCHINI *Observationes astronomicas & geographicas per Italiam passim habitas nuperime Verona in fol. edi curavit EU TACHIUS MANFREDI, Astronomus Bononiensis.*

§. 9. *Observationes physicæ, mathematicæ, atque botanicæ jussu Regis Christianissimi in America Meridionali & India occidentali ab An. 1701, usque ad annum 1712, a LUDOVICO FEUILLE'E, Minimo, factæ sub titulo: Journal des Observations physiques, mathématiques, & botaniques prodire Parisiis duobus Vol. in 4. reg. 1714, & 1725, (Vol. I, Alph. 4, plag. 6, Tab. æn. 66. Vol. II, Alph. 3, plag. 5, Tab. æn. 57,*

*& An. 1729. ST. SOUCIET, e Societate Jesu, idiomate Gallico Paris. in 4. reg. (Alph. 1, plag. 18, Tab. 8) publicæ luci exposuit Observations mathématiques, astronomiques, géographiques, chronologiques & physiques, ex antiquissimis Sinarum libris excerptas, & recentius a Patribus Societatis in India & China factas. Addit An. 1732, Tomum secundum, qui continet Historiam Astronomiæ Sinarum a R. P. GAUBIL e Societate Jesu conscriptam, cum dissertationibus (Alph. 2, plag. 5, Tab. 3). Huc etiam referendæ sunt FRANCISCI NOEL, Societatis Jesu, *Observationes mathematicæ & physicæ in India & China factæ ab An. 1684, usque ad An. 1708, quæ Praga 1710, in 4. (plag. 14, Tab. 1) prodierunt.**

§. 10. Astronomiam Geometricam inter veteres justo volumine exposuit CLAUDIUS PTOLEMÆUS anno Christi 147 mortuus. Opus ejus, quod *μεγάλη συντάξις* inscribitur, A. C. 827, jussu MAIMONIS Regis Saracenorum in Arabicum translatum & An. 1528 ex Arabico in Latinum versum a GEORGIO TRAPEZUNTIO & a LUCA GAURICO Mathematicum Professore Neapolitano revisum, illoque anno primum editum. An. 1551, idem cum ejusdem PTOLEMÆI scriptis Astrologicis, libris nempe quatuor *de judiciis, Centiloquio & significationibus stellarum errantium* sub titulo: Cl. PTOLEMÆI *omnia, quæ extant, Opera præter Geographicam,*

graphiam, Basilea in fol. (6 Alph.) opera ERASMI OSWALDI recusum.

§. 11. Cum ipsum Astronomiam integram complectatur, sed ad captum tyronum minime sit accommodatum; GEORGIUS PURBACHIUS in commodiorem formam id redigere coepit. Sed cum vix coepto labore rebus humanis valdicere cogere, REGIOMONTANUS discipulus, suasu Praeceptoris, telam pertextam absolvit. Recusi sunt ejus Libri tredecim in PTOLEMÆI magnam compositionem, quam *Almagestum* vocant, Noribergae 1550, in fol. (2 Alph. 11 plag.) & in iis universa doctrina de caelestibus motibus, magnitudinibus, eclipsibus &c. in epitomen redacta proponitur. Commendantur merito Astronomiae studiosis, praesertim si qui Astronomiam veterem cognoscere in animum induxerint.

§. 12. Juxta formam *Almagesti* inter Arabes ALBATEGNIUS opus de *Scientia stellarum* composuit, Norimbergae An. 1537, & Bononiae An. 1545, in 4. editum, in quo ex propriis observationibus Astronomiam perficere studet.

§. 13. Seculo decimo sexto NICOLAUS COPERNICUS in libris 6 *Revolutionum caelestium* aliquoties recusis, resuscitato PHILOLAI de motu Telluris dogmate, primus ad theoriam caelo consonam fundamenta posuit. Prostat inter alias editiones *Basileensis* An. 1566, in fol. (Alph.

4. plag. 14.) COPERNICUM secutus PHILIPPUS LANSBERGIUS theorias motuum caelestium faciles dedit (§. 26, cap. 1).

§. 14. Ex adverso autem CHRISTIANUS SEVERINUS LONGOMONTANUS in *Astronomia Danica*, in qua integram Astronomiam pertractat & regulas exemplis veris illustrat, theorias intricatiores proposuit, cum motum Telluris annum circa Solem in Astronomiam cum TYCHONE admittere nollet. (*Amstelod.* An. 1640, in fol. 6 Alph.) Etenim extra omnem controversiam positum est, motus Planetarum per hypothesein Terrae motae non modo facilius, quam in hypothesei Terrae quiescentis explicari posse; verum etiam loca planetarum in ista computata cum caelo demum consentire. Unde etiam Inquisitores in Italia permittunt, ut eadem utantur Astronomi, etsi eam pro veritate demonstrata venditari non ferant.

§. 15. Omnes omnino Astronomi usque ad KEPLERUM motum planetarum circulaarem statuerunt: unde theoriae ipsorum caelo non satis responderunt. Hanc Astronomiam circulaarem omnium optime exposuit ANDREAS TACQUET in octo de *Astronomia* libris (§. 28, cap. 1). Dolendum vero, quod praeccepta nullis exemplis illustraverit, ut magis inservirent studiis tyronum.

§. 16. Enimvero vir acerrimi judicii ingenique sagacissimi JOHANNES

NEŠ KEPLERUS observationibus TYCHONIS (quas etiam adhibuerunt LONGOMONTANUS atque LANSBERGIUS) felicissime usus in *Commentariis de motibus stellæ Martis* seu *Astronomia nova* αἰτιολογητικῆ An. 1609, in fol. (4 Alph.) theoriam planetarum ellipticam proposuit & in *Epitome Astronomiæ Copernicana* (Franc. 1635, in 8. 2 Alph. 15 plag. ad omnium planetarum motus supputandos adhibuit, ac primus in causas físicas motuum cœlestium inquirere cœpit. Hanc theoriam causis físicas convenientem demonstravit NEWTONUS lib. 3 Princ. Mathem. Philos. Nat. itemque LEIBNITIUS in Tentamine de causis motuum cœlestium físicas, quod legitur in *Actis Eruditorum* An. 1689, p. 82, quod idem suo modo ostendere conatus PHILIPPUS VILLEMOT in *Novo systemate motus Planetarum*, Lugduni An. 1707, in 12. (plag. 12, Tab. 12) edito. Phænomenis rectius, quam cæteras hypothesés, satisficientem deprehenderunt Astronomi.

§. 17. Equidem KEPLERI inventa sprevit LANSBERGIUS suæque iisdem anteposuit: sed optime illum contra hujus insultus defendit HOROCCIUS in posthumis (§. 4), qui in extollendis laudibus KEPLERI, a quo, sub initium studii astronomici, LANSBERGII magnificis promissis & nimium acerbis in KEPLERUM stricturis factus fuerat alienior, veluti extra seipsum rapitur.

§. 18. ISMAEL BULLIALDUS in *Astronomia Philolaica* (Parisiis An. 1645, in fol. 7 Alph. 20 plag.) KEPLERI theoriam emendare conabatur, ut scilicet calculus magis geometricus fieret, cum KEPLERUS regula positionum interdum uti cogatur (§. 691. *Astron.*): ostendit vero SETHUS WARDUS, Astronomiæ in Academia Oxoniensi Professor, in *Inquisitione in Astronomiam Philolaicam* BULLIALDI, quæ Tractatui de Cometis subjecta prodiit Oxonii An. 1653, in 4. (plag. 14), errores quosdam ab ipso fuisse commissos: quos agnoscens BULLIALDUS in *Fundamentis Astronomiæ Philolaicæ clarius explicatis & assertis, adversus WARDI impugnationem* (Parisiis An. 1657, in 4. plag. 7) emendavit. Cæterum WARDUS *Ideæ quoque Trigonometriæ demonstratæ*, quæ cum prælectione de Cometis, Oxonii An. 1654, in 4. (plag. 3) prodiit, inquisitionem aliquam in BULLIALDI Astronomiæ Philolaicæ fundamenta adjecit.

§. 19. SETHUS WARDUS in *Astronomia Geometrica* (Londini 1656, in 8. reg. 14½ plag.) methodum geometricam proposuit motus siderum computandi; sed a veris motuum regulis per KEPLERUM stabilitis recedit. Eandem anno sequenti proposuit Comes DE PAGAN. in *Theoria Planetarum*, Parisiis An. 1657, in 4. idiomate patrio edita. Non ignoravit eam KEPLERUS; sed ex *Epitome Astronomiæ Copernicana* haud obscure



seure colligitur, quod ideo rejecerit, quia veris naturæ legibus adversam reperit.

§. 20. BULLIALDI hypothesin excoluit VINGENTIUS WING in *Astronomia Britannica* (Londini An. 1669, in fol. 7 Alph. 5 plag.) ubi præcepta singula Astronomiæ practicæ veris exemplis illustrantur ad caput tyronum studii Astronomici. Præmittit *Trigonometriam* planam & sphericam, in qua exemplis illustrantur problemata, & in spherica exhibet regulam catholicam NEPERI.

§. 21. *Wardianam* ad numeros revocavit JOHANNES NEWTON in *Astronomia Britannica* patrio sermone conscripta (Lond. 1657, in 4. 2 Alph. 20 plag.). Eandem excoluit THOMAS STREETE in *Astronomia Carolina*, Londini An. 1661, in 4. (plag. 29) primum edita & non sine augmento ibidem 1710. in 4. (2. Alph. plag. 3,) recusa. Id peculiare habet, quod motum Apheliorum & Nodorum sustulerit. Astronomiam hanc Carolinam ex idiomate Anglico in Latinum transtulit GABRIEL DOPPELMAYER & *Norimbergæ* An. 1705, in 4. (Alph. 1, plag. 13, Tab. 5) edidit.

§. 22. Omnia Astronomorum tam veterum, quam recentiorum, hypotheses atque inventa, quæ tunc temporis prostabant, in unum volumen congeffit JOHANNES BAPTISTA RICCIOLUS e Societate Jesu in *Almagesto Novo* (Bonon. An. 1651, in fol.

16½ Alph.). Contra DAVID GREGORIUS in *Elementis Astronomiæ Physicæ & Geometricæ* (Oxonie 1702, in fol. 5 Alph. 12 plag.) recentiorem Astronomiam exposuit, COPERNICI, KEPLERI atque NEWTONI inventis superstructam, quorum ille verum systema mundi, iste veras planetarum orbitas ac motuum leges, hic tandem omnium causas physicas detexit. Multum præstantiæ operis accederet, si numeris ex recentioribus observationibus illustraretur. In Anglia in linguam Anglicam versa sunt hæc Astronomiæ Elementa: Latina vero recusa sunt *Genevæ* An. 1726, in 4. Alph. 5, Tabb. 46) cum nonnullis additamentis.

§. 23. Nucleum Astronomiæ recentioris exhibuit GUILIELMUS WHISTON in *Prælectionibus Astronomicis* (Cantabrigiæ An. 1707, in 8. reg. 1 Alph. 6 plag.) solam tamen partem theoreticam pertingit. Idem fuit institutum JOHANNIS KEILL in *Introductione ad veram Astronomiam* (Oxonie An. 1718, in 8. Alph. 1, plag. 9½, Tabb. 2), in qua recentissima continentur Astronomorum inventa. Alias Tyronibus imprimis commendandi sunt NICOLAI MERCATORIS *Institutionum Astronomicarum* Libri duo (Londini An. 1676, in 8. 1 Alph.), in quo & Spherica, & theorica, juxta hypotheses tam veteres, quam recentiores breviter explicatus & exemplis illustratur, calculus quoque astronomicus perspicue docetur.

§. 24. Quodsi cui volupe fuerit, theoricas Veterum animi gratia cognoscere; ei satisfaciet PURBACHIUS in *Theoricis Planetarum* sæpius editis. Recusæ sunt *Basileæ* An. 1569, in 8. cum REGIOMONTANI *disputationibus contra Cremonensia in planetarum theoricas deliramenta* & JOHANNIS ESSLERI *Speculo Astrologico* (plag. 18). Accessere huic editioni CHRISTIANI WURSTISII, Mathematicum Professoris Basileensis, *quæstiones novæ in illas theoricas* (1 Alph. 5 plag.). Explicat autem PURBACHIUS in tyronum gratiam solas theoricas planetarum, forma calculi geometrici neglecta, quæ ex REGIOMONTANI *Epitome Almagesti* PTOLEMÆI hauriri debet. Hæc Theoricas prolixo ac perspicuo Commentario illustravit ERASMUS OSWALDUS SCHRECKENFUCHSIUS, qui *Basileæ* An. 1556, in fol. (Alph. 5, plag. 5) prodiit, ita ut Astronomiam veterem, qualem tradidit PTOLEMÆUS, omnium optime ex hoc opere haurire possint tyrones. Theoricam Astronomiam tantummodo explicavit in gratiam tyronum PURBACHIUS, quia isto tempore in Scholis doctrina spherica tradebatur ex JOANNIS DE SACRO BOSCO libello *de Sphæra*, sæpissime recuso, quem prolixo Commentario illustravit CLAVIUS Tomo tertio Operum (§. 24). MICHAEL MOESTLINUS, Matheseos Professor Tubingensis, KEPLERI Præceptor, in *Epitome Astronomiæ* (Tubingæ An.

1610, in 8. 1 Alph. 12 plag.) non modo theoricas Planetarum, sed & partem Astronomiæ sphericam explicat.

§. 25. Tabulæ Astronomicæ antiquissimæ sunt *Ptolemaica*, in PTOLEMÆI *Almagesto*; sed hodie cum cælo non amplius consentiunt. Eas An. 1252, corrigi curavit ALPHONSUS XI Rex Castiliæ, usus inprimis opera ISAACI HAZAN Judæi, impensis 400000 aureorum factis. Hinc enatæ sunt *Tabulæ Alphonsinæ*, quibus ipse Rex præfationem præmisit. Sed mox hæc etiam defectum agnoverunt Astronomi periti PURBACHIUS & REGIOMONTANUS: unde REGIOMONTANUS & post ipsum WALTHERUS atque WERNERUS observationibus cælestibus incubuerunt; non tamen fata permisere, ut iis emendandis manum admoverent. Sane *Tabulæ resolutæ*, quas dedit REGIOMONTANUS, ex Alphonsinis derivatæ. Hæc correctas & locupletatas edidit SCHONERUS An. 1536. Ea reperire licet in Operibus ejus mathematicis, de quibus postea dicemus. Neque ab his abludunt *Tabulæ resolutæ de supputandis siderum motibus* JOANNIS VIRDUNGI HAFFURDII, quas An. 1542, *Norimbergæ* edidit JACOBUS CURIO, nunquam antea typis excusas, in 4. (plag. 15), nisi quod sint breviores.

§. 26. NICOLAUS COPERNICUS in libris *Revolutionum cælestium* tabulis Alphonsinis alias substituit ex recentioribus & partim propriis observationibus

tionibus a se supputatas; sed ex COPERNICI observationibus & theoriis mox ERASMUS REINHOLDUS *Tabulas Prutenicas* procudit, aliquoties reculas. Utor ego editione *Tubingensi* An. 1571, in 4. 2 Alph. 15 plag.

§. 27. Tabularum Prutenicarum imperfectionem juvenis agnovit TYCHO DE BRAHE: qua agnita permotus, ut tanto cum fervore observationes cœlestes venaretur. Ipse tamen nonnisi Solis ac Lunæ motus inde restituit *Progymnasmatum* Tomo primo. Sed mox iisdem utebantur LONGOMONTANUS, qui in *Astronomia Danica* exemplo PTOLEMÆI & COPERNICI theoreticis singulorum Planetarum *Tabulas* motuum subjunxit, *Danicarum* nomine hodiernum celebratas, & KEPLERUS, cujus opera prodire *Tabula Rudolphina* (*Ulma* An. 1627, in fol. 2 Alph. 20 plag.), quæ hodiernum magno in pretio habentur, anterioribus omnibus prælatæ. Has in aliam formam transmutavit MARIA CUNITIA, cujus *Urania protia* sive *Tabula Astronomica mire faciles* vim hypothesium physicarum a KEPLERO proditarum complexæ, facillimo calculandi compendio, sine ulla Logarithmorum mentione phænomenis satisfaciens Latine & Germanice *Olsna* in Silesia An. 1650, in fol. (6 Alph. 4 plag.) prodire, ut scilicet calculus *Rudolphinus* difficilis facilius redderetur. Idem institutum fuit MERCATORIS in *Astronomicis Institutionibus* (§. 23)

& JOH. BAPTISTÆ MORINI, cujus *Tabula Rudolphina* in compendium redactæ versioni Latinæ Astronomiæ Carolinæ STREETII subjunctæ (§. 21).

§. 28. Equidem LANSBERGIUS Tabularum Rudolphinarum fidem sublestam reddere tentavit & *Tabulas motuum cœlestium perpetuas*, quas vocat, condidit (§. 26, cap. 1) sed non solum HOROCCIUS hominis arrogantiam retudit in *Astronomia Kepleriana defensa*, quæ maximam posthumorum partem absolvit (§. 4); verum etiam reliqui Astronomi parum eidem tribuerunt. Similiter *Rudolphinarum* auctoritatem non imminuere *Tabula Britannica* WINGII (§. 20), quæ in ipsius *Astronomia Britannica* leguntur, & NEWTONI, quas in sua *Astronomia Britannica* proposuit (§. 21), nec Gallicæ Comitissæ DE PAGAN (*Paris*. An. 1658, in 4. 1 Alph. 11 plag.), *Novalmagestica* RICCIOLI, quæ extant in ejusdem *Astronomia Reformatâ* (§. 22), *Philolaica* BULLIALDI, quæ leguntur in *Astronomia Philolaica* (§. 18) & *Carolina* STREETII in *Astronomia Carolina* (§. 21). Inter meliores tamen censentur *Philolaicæ* & *Carolinæ*, ita ut ob benignum FLAMSTEDII, optimi hac in re arbitri, judicium Carolinas *Prælectionibus* suis *Astronomicis* subjunxerit WHISTON (§. 23).

§. 29. Novas quoque Tabulas ex datis *Keplerianis* & *Bullialdinis* juxta propriam hypothesin Cono-ellipticam

cam supputavit JOH. JACOBUS ZIMMERMANN Ecclesiæ Würtembergæ-Bieticane Diaconus, in *Prodromo Bicipite Cono-elliptica & a priori demonstrata Planetarum Theorices* (Stuttgartiæ An. 1679, in 4. plag. 15); sed nullam hæcenus in foro Astronomico auctoritatem adeptæ.

§. 30. *Tabule* omnium novissimæ sunt *Ludoviciane*, quas Astronomus præclarus PHILIPPUS DE LA HIRE ex solis observationibus, citra ullius hypotheseos subsidium, deduxit: quod ante inventa micrometra, tubos & horologium oscillatorium impossibile habebatur. Prodiere *Parisiis* An. 1702, in 4. (1 Alph. 4 plag. Tab. 4) cum ante jam An. 1687, *Tabulæ Solares & Lunares* sub titulo *partis prioris Tabularum Astronomicarum* (in 4. plag. 17) lucem adspexissent. Haberi possunt pro *Tabulis Rudolphinis* correctis. Dudum etiam in manibus Astronomorum versantur JOH. DOMINICI CASSINI *Tabula astronomica* \* & in Anglia novas condidit HALLEIUS.

§. 31. JOHANNES HEVELIUS in *Prodromo Astronomiæ* (*Gedani* An. 1690, in fol. 4 Alph. 7 plag. Tab. 1) cum *Catalogo fixarum ex propriis observationibus deducto* *Tabulas* quoque *Solares* exhibuit domesticis observationibus superstructas, quæ præstantissimæ habentur. Optandum vero

\* Edidit nuperrime JACOBUS CASSINI Domin. filius, *Tabulas Astronomicas*, una cum *Elementis Astronomiæ gallice*, *Parisiis*, in 4. 2 Vol. An. 1740. Primum volumen, quod Astro-

fuisset, ut fata permisissent, quo reliquorum quoque Planetarum *Tabulas* conderet observationum suarum fructum laturus celeberrimus Autor.

§. 32. Primus fixarum *Catalogum* confecit ex domesticis observationibus HIPPARCHUS, quem ad suum tempus reductum PTOLEMÆUS exhibuit in *Almagesto* lib. 7. Novum dedit TYCHO *Progymnasmatum* Tomo primo p. 257, & seqq. quem extendit KEPLERUS in *Rudolphinis*. Exhibet fixarum *Catalogum*, sed tantummodo correctum, non vero ex propriis observationibus conditum RICCIOLUS in *Astronomia Reformata*. Ast *Tabula Longitudinis ac Latitudinis stellarum fixarum* ex observatione ULUGH BEIGHII, TAMERLANI Magni Nepotis, ex MSC. Persicis Latine vertit, *Commentariis* illustravit & *Oxonii* An. 1665, in 4. (1 Alph. 13 plag.), edidit THOMAS HYDE. Addit MUHAMMEDIS TIXINI *Tabulas declinationum & ascensionum reclarum*. HEVELIUS in *Prodromo* *catalogos* fixarum omnes, qui hæcenus prostant, una exhibet atque inter se comparat.

§. 33. Enimvero locupletissimus *Fixarum omnium*, quæ conspici possunt, ex propriis observationibus conditus a FLAMSTEDIO & sub titulo: *Catalogi Fixarum Britannici*, exhibetur in *Astronomi summi Historia*

miam complectitur, habet Alph. 3, plag. 15, Tab. 20. Alterum quod *Tabulis* destinatur, constat Alph. 1, plag. 3, Tab. 5.

storia cœlesti, de qua abunde diximus superius (§. 7).

§. 34. Astra describunt & schematicis illustrant JOHANNES BAYERUS in *Uranometria*, Ulmæ An. 1661, quæ prodiit textu in 4. figuris in folio impressis ( plag. 13, Tab. 48 ), quæ in citandis stellis utuntur Astronomi, & JOHANNES HEVELIUS in *Firmamento Sobiesciano* ( Gedani An. 1690, in fol. plag. 6, Tab. æn. 54 ). Optandum vero fuisset, ut literas, quibus ad indigitandas stellas usus fuit BAYERUS, etiam HEVELIUS retinisset: id quod fecit JOHANNES FLAMSTEDIUS in opere magnifico *Atlantis cœlestis*, quod Londini An. 1729, in fol. reg. ( plag. 5, Tab. 29 ) prodiit. Compendia usibus tyronum servientia sunt ÆGIDII STRAUCHII *Astrognoſia* ( Vittebergæ An. 1684, in 12. plag. 9, Tab. 25 ) & WILHELMI SCHICKARDI *Astroſcopium* ( Lipsiæ An. 1698, in 12. plag. 6, Tab. 2 ).

§. 35. Globi cœlestis constructionem & usum perspicue explicavit SCHONERUS in Tractatu, qui inter opera ipsius extat. Recentius præter alios usum globi cœlestis docent GUILIELMUS BLEAU in *Institutione Astronomica de usu globorum* ( Amstelod. An. 1690, in reg. 8. plag. 16 ) & BION in libro Gallico ejusdem argumenti, qui sub titulo *Usage des Globes célestes & terrestres, & des sphères*, Parisiis An. 1699, in 12. reg. *Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

( 16 plag. Tab. 26 ) prodiit, ac nuper auctior recusus.

§. 36. Librum BIONIS Germanice vertit & annotationibus nonnullisque additamentis locupletavit D. CHRISTIANUS PHILIPPUS BERGER. Prodiit Lemgovia sub titulo: *Des Herrn BIONS Abhandlung von der Welt-Beschreibung und dem Gebrauch derer Himmels und Erd Kugeln auch Sphären* An. 1736, in 8. ( Alph. 1, plag. 19, Tab. 35 ). Explicat hic Autor in altera præsertim editione, quæ ex Astronomia & Geographia tanquam cognita supponi debent, siquidem usum utriusque Globi, terrestris scilicet ac cœlestis, intelligere volueris. Adduntur etiam physica de Meteoris & alia, quæ ad Calendarii notitiam faciunt.

§. 37. Cum LOTHARIUS ZUMBACH DE KOESFELD, Med. D. postea Matheseos Professor in illustri Collegio Carolino, quod Cassellis erat, novos Globos, cœlestem juxta Catalogum fixarum HEVELII & terrestrem ex recentissimis observationibus, GERARDO VALK chalcographo construxisset, adornationem quoque & distributionem ac usum Globorum descripsit. Enimvero quia Globus cœlestis tantummodo satisfacit phænomenis primi mobilis, novum excogitavit instrumentum astronomicum, quale adhuc desiderari arbitrabatur, quo loca & motus Planetarum atque stellarum fixarum proprii in longitudinem &

M

latitu-

latitudinem Zodiaci, eclipses Solis & Lunæ, occultationes stellarum, aliaque plurima inde derivata, absque calculo exacte, facile, ac promte exhibentur. Instrumentum hoc *Planetolabium* appellavit & GERARDUS VALK dextre idem præparavit. Descriptioni itaque Globorum adjunxit descriptionem Planetolabii sui, explicans omnem ejus rationem & usum. Utraque descriptio sub titulo: *Praxis Astronomiæ utriusque, ut & Geographiæ exercita per usum Globi cælestis & Terrestris, tum & Planetolabii*, prodiit *Amstelodami* An. 1700, in 4. Descriptio globorum constat plag. 18, Tabb. 4. Planetolabii plag. 9, Tabb. 2. Supponit illa ad manus esse Globos, hæc Planetolabium. Equidem SCHONERUS jam invenerat Organum Uranicum, quod vocat, e quo facillime, absque scrupulosa supputatione, veri mediæque planetarum motus reperiuntur, & quod sub finem operum describitur; cum tamen ejus constructio nitatur hypothefibus Veterum, ZUMBACHII vero Planetolabium secundum hypothefin recentiore ellipticam, & *Bullialdi* inprimis Astronomiam Philolaicam fuerit constructum, & multo accuratius exhibeat loca planetarum; quin non inutilem operam sumferit ZUMBACHIIUS dubitandum non est. Ne quid in mechanica Astronomiæ Theoricæ parte desiderari posset, addidit idem *Jovilabium* & *Saturnilabium*, quorum isto loca Satellitum Jovis, hoc au-

tem loca Satellitum Saturni, absque calculo, ad datum quodcunque tempus determinantur. *Descriptio Jovilabii* prodiit *Amstelodami* An. 1716, in 4. (plag. 6, Tab. 1); *Saturnilabii* vero ibid. An. 1726, in 4. (plag. 9, Tabb. 2).

§. 38. Construxit ZUMBACHIIUS Planetolabium suum ad imitationem Astrolabii, instrumenti ad explicanda phænomena motus primi dudum adhibiti. Astrolabii constructionem & usum rigidissime demonstravit CLAVIUS in *Tractatu de Astrolabio*, qui in Operibus ejus legitur (§. 24, cap. 1). Etsi autem CLAVIUS tantummodo de polari, quod vocatur, egerit; tanta tamen usus prolixitate & schemata construxit tam implexa ac intricata, ut a nullo mortalium totum fuisse perlectum judicet TAQUETUS. Quamobrem ipse lib. 3 *Opticæ*, qui de projectione astronomica agit, doctrinam hanc magis perspicue proponit, & non minus æquinoctiale, quam polare explanat. Ceterum quoad doctrinam de projectione sphaeræ, tam orthographica, quam stereographica, commendari meretur *Tractatus*, quem sub titulo: *A Treatise of the sphere* patrio sermone *Londini* An. 1714, edidit JOANNES WITTY (plag. 15, Tabb. 10). Tyronibus autem, qui usum Astrolabii cognoscere student, satisfaciet BION in *Tractatu*, qui *Parisiis* An. 1702, in 12. reg. (plag. 10½, Tabb. 9) sub titulo: *L'Usage des Astrolabes tant universels que particuliers* lucem adspexit.

§. 39. Ad

§. 39. Ad naturam siderum & rationem universi cognoscendam conducunt, præter RICCIOLUM in Almagesto, CHRISTOPHORI SCHEINERI *Rosa Ursina* (Bracciani An. 1626, usque ad An. 1630, in fol. II Alph. cum figuris multis textui insertis) opus de maculis solaribus absolutissimum; ejusdem *Disquisitiones Mathematicæ de controversiis & novitatibus astronomicis* (Ingolstadii An. 1614, in 4. plag. 12); opusculum de refractionibus cælestibus (Ingolstadii An. 1617, in 4.) & ejusdem *Sol ellipticus* (Augustæ Vindelicorum in 4. plag. 5); GALILÆI *Tractatus de maculis solaribus* (Romæ An. 1613) & *Nuncius sidereus* aliquoties recusus; ejusdem *Dialogi de Systemate mundi* (Lugd. Bat. An. 1699, in 4. 3 Alph.), opus lectu dignissimum; JOHANNIS KEPLERI *Tractatus Germanicus de Cometa anni 1607*, (Hale 1608, in 4. plag. 5) & *De Cometis libelli tres* (Augustæ Vindelicorum An. 1619, in 4. plag. 20, Tab. 1): ejusdem *Prodromus dissertationum cosmographicarum, continens Mystrium cosmographicum de admirabili proportione orbium cælestium, deque causis cælorum numeri, magnitudinis, motuumque periodicorum genuinis & propriis, demonstratum per quinque regularia corpora Geometrica, cum Narratione GEORGII JOACHIMI RHETICI de libris revolutionum NICOLAI COPERNICI* (Tubingæ An. 1596, in 4. I Alph.): ejusdem *Somnium seu opus*

*posthumum de Astronomia lunari* (Francof. An. 1634, in 4. I Alph.): ejusdem *Harmonica Mundi* (Lincii An. 1619, in fol. 3 Alph. 13 plag.): ejusdem *Hyperaspistes TYCHONIS* (Francof. An. 1625, in 4. plag. 28) adversus SCIPIONIS CLARAMONTII *Antitychonem*, in quo contra TYCHONEM BRAHE demonstrare fatigit cometas esse sublunares, non cœlestes (Venetiis An. 1621, in 4. 2 Alph. 2 plag.); HEVELII *Seleographia* (Gedani An. 1647, in fol. 6 Alph. 10 plag. Tabb. III), in quo ejus facies secundum omnes phases accuratissime delineatur: ejusdem *Prodromus Cometicus*, quo historia Cometæ An. 1664 exorti, cursum, faciesque diversas capitis ac caudæ, accurate delineatas complectens, nec non *Dissertatio de Cometarum omnium motu, generatione, variisque phaenomenis* exhibetur (Gedani An. 1665, in fol. plag. 17, Tabb. 3): ejusdem *Descriptio Cometæ* An. 1664, (Gedani An. 1666, in fol. 2 Alph. 5 plag. Tabb. 7): ejusdem *Epistola de Cometa* An. 1672, (Gedani An. 1672, in fol. 2 plag. Tab. 1): ejusdem *Cometographia* (Gedani An. 1668, in fol. 10 Alph. 19 plag. Tabb. 38) opus de Cometis absolutissimum: ejusdem *Dissertatio de nativa Saturni facie* (Gedani An. 1656, fol. 12 plag. Tabb. 9), ubi phases Saturni delineat & ad causas suas revocare studet: ejusdem *Mercurius in Sole visus, cum HOROCII Venere in Sole visa, & Historia*  
M 2 Stella

*stella mira* (Gedani An. 1662, in fol. 2 Alph. 2 plag. 10 Tabb.); CHRISTIANI HUGENII *Systema Saturninum* (Haga Comitum An. 1659, in 4. plag. 12), in quo annulus Saturni describitur & unus ejus satellitum annuntiatur, & imprimis ejusdem *Cosmotheoros* (ibid. An. 1698, in 4. plag. 18, Tabb. 5, item *Leoburgi* 1704, in 8. plag. 8, Trbb. 5), in quo natura planetarum ex conjecturis probabilibus eruitur: FRANCISCI BLANCHINI *Hesperii & Phosphori Nova phenomena, sive Observationes circa Planetam Veneris* (Romæ An. 1728, in fol. Alph. 1, plag. 2, Tabb. 10), in quo opere maculæ Veneris exactissime delineantur, & Veneri eadem opera impenditur, quam in Luna consumpsit HEVELIUS, præter alia ad parallaxin Veneris & ejus a Terra distantiam spectantia: DE MAUPERTUIS *Discursus Gallice conscriptus de Figuris differentibus astrorum* (Paris. An. 1732, in 8. plag. 5½): JACOBI BERNOULLI *Conamen novi systematis Cometarum* (Amstelodami An. 1682, in 8. 6½ plag. Tabb. 8): JOH. BAPTISTÆ DU HAMEL *Astronomia Physica* (Tom. 1. Operum Philos. Norimb. An. 1681, in 4): WILHELMI DERHAM *Theologia Astronomica*, quæ sub titulo: *Astro-Theology*, Londini An. 1715, in 8. (plag. 20, Tabb. 3) prodiit, & *Hamburgi* ex Anglico sermone in Germanicum translata lucem adspexit.

§. 40. Huc etiam referendi sunt

Autores qui motuum cœlestium causas físicas tradere aggressi sunt; KEPLERUS in *Physica cœlesti seu Commentariis de motibus stellæ Martis*, & in *Epitome Astronomiæ Copernicæ* (§. 16), NEWTONUS in *Principiis Philos. Natur. Mathem.* cum GREGORIO in *Elementis Astronomiæ* (§. cit.) VILLEMOT supra laudatus (§. cit.): & Cel. J. POLBENUS in *Dialogo de Vorticibus cœlestibus* (Patavii An. 1712, in 4. 1 Alph. 6. plag. 7 Tabb.).

§. 41. Systema Copernicanum defendunt, præter GALILÆUM ante laudatum in *Dialogis de Systemate mundi* (§. 39), peculiaribus scriptis PETRUS MEGERLINUS, Professor Mathematicum Basileensis in *Systemate mundi Copernicano argumentis invictis demonstrato* (Amstelodami An. 1682, in 8. plag. 6, Tabb. 3); BULLIALDUS in *Philolao ab inferis resuscitato seu Dissertatione de vero systemate* (Amstelod. An. 1629, in 4.), PETRUS HORREBOWIUS Mathematicum Professor Hafniensis, in *Copernico triumphante, sive de parallaxi Orbis annui Tractatu epistolari* (Hafnia 1727, in 4. plag. 7, Tabb. 1) & JOH. JACOBUS ZIMMERMANN in *Scriptura Copernicante* Germanice sæpius edita. Utor editione *Norimbergensi* anni 1709, in 8. (plag. 8).

§. 42. Astronomiam, quam in parte prima secundum proprias hypothèses explicaverat, in secunda ad usum concionatorum transfert AN-

TONIUS





TONIUS MARIA SCHYRLÆUS DE RHEITA, Capucinus, in *Oculo Enochii atque Eliae, seu Radio sidereo mystico* (Antverpiæ An. 1665, in fol. 4 Alph. 9 plag.), qui etiam sub finem partis primæ praxin Dioptricæ explicat.

§. 43. Calculum eclipsium peculiaribus scriptis in usum tyronum illustrarunt ELIAS MOLERUS in *Opere novo Astronomico*, in quo doctrina de supputandis deliquiis juxta Tabulas Prutenicas explicatur (Lugduni An. 1687, in 4. 1 Alph. 4 plag.); JOHANNES HANKE, e Societate Jesu, in *Tenebris summatis illustratis*, qui secundum Tabulas RICCIOLI computum instituit (Moguntia An. 1682, in 4. plag. 15) & imprimis ZIMMERMANNUS modo laudatus in scripto Germanico, cui titulus: *Auf alle und jede Hypothesen applicable Fundamental-Aufgaben von den Sond- und Mond-Finsternissen* (Hamburgi An. 1691, in 8. 15½ plag.) Eclipseos solaris calculum quoque bene tradidit, & Logarithmos, in usum Logisticæ sexagenariæ exhibuit, quales alibi non prostant. Commemorari hic quoque merentur Dissertationes quædam academicæ. Nimirum calculum Eclipseos solarium exemplo Eclipseos anni 1705, illustravit JOHANNES BERNHARDUS WIDEBURGIUS, nunc Professor Mathematicum Jenensis (Helmstadii An. 1714, in 4. plag. 12, Tab. 4) & Eclipseos solaris anni 1723, calculum secun-

dum methodura PHILIPPI DE LA HIRE, ex ejusdem Tabulis, quoad minutissima, repræsentat GEORGIUS MATTHIAS BOSE, nunc Physicæ Professor in Academia Wittebergenfi, in *Commentatione in Eclipsin Terræ* An. 1723, d. 13 Maji (Lipsiæ An. 1723, in 4. maj. Alph. 1, Tab. 1) Huc etiam pertinent *Dissertationes de Eclipsi lunari & de Eclipsi solari* CHRISTOPHORI LANGHANSEN, Professoris Mathematicum Regiomontani, quarum primam sub præsidio BLÆFINGII, tum Mathematicum Professoris, alteram ipse Præses defendit.

§. 44. Equidem Tabularum astronomicarum conditores præcepta quoque calculi iisdem præmittere solent, quod etiam fecit PHILIPPUS DE LA HIRE: quoniam tamen sæpissime præcepta breviora sunt, quam ut ad omnem calculum astronomicum absolvendum tyronibus præsertim satisfaciant; ideo JOANNES ALBERTUS KLIMMIUS, idiomate Germanico, *Norimbergæ* An. 1725, in 4. (Alph. 1, plag. 17, Tab. 16). Tabulas PHILIPPI DE LA HIRE cum nova, completa, & accurata descriptione omnis calculi astronomici in usum tyronum calculi edidit. Ad eundem finem tendit opus in hoc genere maxime commendandum, *Astrologia numerica*, sive astronomica supputandi ratio ANGELI CAPELLI, Canonici & Astronomiæ Professoris Parmensis, quæ duabus partibus *Veneriis* An. 1733 & 1736, in 4. prodit.

M 3

diit



diit (Pars I, plag. 14, Tabb. æn. 3. Pars II, Alph. 1, plag. 16). Parte priori abunde docentur, quæ ad calculum faciunt; posteriori autem Tabulæ astronomicæ continentur.

§. 45. JOANNES LEONHARDUS ROSTIUS An. 1718, *Norimbergæ* in 4. (Alph. 3, Tabb. 14), edidit librum astronomicum sub Titulo: *Astronomisches Hand-Buch*, h. e. Manuale Astronomicum, in quo doctrinam sphericam exemplis perspicuis illustrat, & modum observandi declarat, ipse nimirum in observando versatissimus. Addidit deinde An. 1727, (*Norimbergæ* in 4. Alph. 2, plag. 5, Tabb. 14) partem alteram sub Titulo: *Aufrichtiger Astronomus*, h. e. Astronomus ingenuus. In ea plurima tradit, quæ ad doctrinam sphericam, motus Cometarum, & observationes astronomicas spectant. Inprimis autem plurima tradit, quæ ad calculum Eclipsium facilitandum conducunt. Ad Astronomiam adeo practicam addiscendam utile opus.

§. 46. Quoniam in anterioribus aliquoties mentionem injecimus *Operum Mathematicorum* JOANNIS SCHONERI, ut de iis adhuc dicamus res ipsa flagitare videtur. Ea in unum volumen congeffit, & correctæ & locupletata *Norimbergæ* An. 1561, in fol. excudi curavit Autoris filius ANDREAS SCHONERUS (Alph. 10). Continentur in hisce 1. Isagoge Astrologiæ judiciariæ, 2. de Judiciis Nativitatum libri tres, 3. Tabulæ re-

solutæ astronomicæ, 4. de usu globi cœlestis, 5. de compositione globi cœlestis, 6. de usu globi terrestris, 7. de compositione globi terrestris, 8. Libellus de distantis locorum per numeros & instrumentum investigandis, 9. de constructione Torqueti, 10. In constructionem atque usum Rectanguli sive radii astronomici Annotationes, 11. In Fabricam & usum magnæ Regulæ PTOLEMÆI Annotationes, 12. Horarii Cylindri Canones, 13. Æquatorium astronomicum, ex quo errantium stellarum motus, luminarium configurationes & defectus colliguntur, oppositis ubique planetarum sphaeris & terminorum expositionibus, 14. Planisphaerium seu Meteoroscopium, in quo singula, quæ per motum primi mobilis contingunt, inveniuntur, 15. Organum Uranicum, quo facillime, absque scrupulosa supputatione, veri mediique planetarum motus reperiuntur, 16. Instrumentum impedimentorum Lunæ, per quod dies impediti facillime colliguntur his apprime utile, qui Almanach conscribere gestiunt. Videmus adeo in hisce operibus non contineri alia, nisi quæ ad præsens caput pertinent, quæ siderum nempe scientiam concernunt.

§. 47. Plura nobis recensenda essent scripta astronomica, si omnia promiscue in medium afferre liberet. Sed cum ea, quæ a veteribus & recentioribus usque ad Annum 1660, seculi superioris literis consignata fue-

re,

re, ex RICCIOLI Almagesto facile suppleri queant, cetera ex Diariis Eruditorum, quæ hodie magno numero eduntur, peti queant; potiora a nobis commemorata esse sufficit. De TYCHONIS tantum *Progymnasmatibus Astronomiæ instauratæ*, aliquoties laudatis, observamus, quod pars prima equidem inscribatur *De nova stella anni 1572*, generaliter tamen de restitutione motuum Solis & Lunæ stellarumque inerrantium tractet (*Uraniburgi & Praga 1610*, in 4. 4 Alph. 13 plag.); altera vero de Cometa An. 1577, agat (*Praga An. 1610*, in 4. 2 Alph. 13 plag.). Tomo secundo hujus editionis adjiciuntur TYCHONIS DE BRAHE *Epistole Astronomicæ* (*Uraniburgi An. 1610*, in 4. 1 Alph. 16 plag.). Sola Progymnasmata sub titulo Operum TYCHONIS DE BRAHE postea *Francofurti ad Mœnum* in 4. recusa.

§. 48. Dignum quoque est, cujus singularem mentionem injiciamus, Automatum Planetarium HUGENII, motus planetarum motu suo accurate indicans, descriptum sub finem posthumorum (§. 35, cap. 1). Et si enim ante ipsum istiusmodi automata construxerint alii, quorum nonnulla recenset SCHOTTUS in *Technica curiosa*: eorum tamen usus hodie nullus amplius est, postquam *Hugenianum* ad Astronomiæ recentioris perfectionem compositum.

§. 49. Præterea nobis adhuc commemoranda sunt scripta quædam

recentiora, quæ silentio præteriri nefas. Nimirum An. 1697, *Norimbergæ* in fol. (Alph. 1, plag. 4, Tabb. 4) JOH. PHILIPPUS A WURTZELBAU edidit Tractatum de situ Geographico secundum latitudinem & longitudinem civitatis Norimbergensis sub titulo: *Uranies Noricæ Basis*; in usum observationum suarum, quas ibidem multa solertia & instrumentis exquisitis instituebat. Sed cum in longitudine ac refractionibus aliquid immutandum esse posthac deprehenderet, ejus supplementum An. 1713, in fol. (plag. 5½) addidit sub titulo: *Stabilimentum Baseos Uranies Noricæ Astronomicæ & Geographicæ pro deducta antehac inclite urbis latitudine & corrigendis longitudinum Geographicarum numeris &c.* ubi etiam de obliquitate Eclipticæ & refractione horizontali agit. Tandem An. 1719, accessit opus Motuum solarium, in qua ex Solis observationibus in Meridiano Norimbergensi per tria secula habitis iidem definiuntur, & eorundem Tabulæ exhibentur, sed intra dimidium seculum variabiles ob eccentricitatis, quam statuit, mutabilitatem. Prodiit *Norimbergæ* An. 1719, in fol. (plag. 22½, Tabb. 1) sub titulo: *Uranies Noricæ Basis astronomica, sive Rationes motus annui ex observationibus in Solem hoc nostro & seculo abhinc tertio, Norimbergæ sub eodem Meridiano habitis quam plurimis deductæ & ampliter demonstratæ.* Operi huic solari adjicitur tractatus de situ geographico

Norimber-

Norimbergæ & ejus supplementum, de quo ante diximus, ut adeo integrum, quale nunc in bibliopoliis prostat, constet (Alph. 2, plag. 9, Tab. 5).

§. 50. An. 1735, *Hafniæ* in 4. reg. (Alph. 1, plag. 7, Tab. 11) PETRUS HORREBOWIUS, Phil. & Med. D. in Universitate Hafniensi Astronomiæ Professor, edidit *Basin Astronomiæ*, sive Astronomiæ partem mechanicam, in qua describuntur observatoria atque instrumenta astronomica Røemeriana Danica, simulque eorundem usus, sive methodi observandi Røemerianæ in usum publicum, & præsertim in gratiam una prodeuntis valde insignis atque usus amplissimi, nunquam non posteris memorandi, Tridui observationum Tusculanarum RØEMERI ex fundamentis exponuntur. Dolendum vero, quod duo libri, in quo observationes suas descriperat RØEMERUS ferali isto incendio An. 1726, quod circa finem Octobris totam fere Hafniam vastavit, una cum observationibus *Horrebovianis* perierint.

§. 51. Multum desudavit RØEMERUS in detegenda parallaxi orbis annui, nec sine successu hoc se præstitisse sibi videbatur. Ex ejus adeo observationibus HORREBOWIUS eandem demonstrandam sibi sumsit, ediditque ea fini Hafniæ in 4. (plag. 8, Tab. 1) suis sumtibus *Copernicum triumphantem*, sive *de parallaxi orbis annui Tractatum epistolarem* ad Sere-

nissimum Principem CHRISTIANUM, Daniæ & Norwegiæ hæredem An. 1727, cujus pleraque exemplaria ferali istud, quod modo commemoravimus, incendium consumpsit.

§. 52. Enimvero nondum triumphare Copernicum in *Commentariis Bononiensis Scientiarum & Artium Instituti* (§. 40, cap. 1) ostendit EUSTACHIUS MANFREDI, cum ex observationibus Røemerianis, quæ colligitur in fixis, quoad declinationem & ascensionem rectam, mutatio parallaxi orbis annui minime consentiat. Nimirum hætenus Astronomi in parallaxin orbis annui inquirunt id tantummodo agebant, ut omni circumspæctione dispicerent, num aliqua fixarum a loco fixo aberratio annua deprehendatur, parum solliciti utrum præcise talis sit, qualem exigit motus annuus Telluris circa Solem, an vero eidem contrarietur. Saluberrimo igitur consilio MANFREDIUS *Theoriam de annuis inerrantium stellarum aberrationibus*, in Astronomia hætenus desideratam condidit eamque publici juris fecit *Bononiæ* Anno 1729, in 4. (plag. 10, Tab. 6), ut juxta eam observationes examinari queant, ne per errorem parallaxis orbis annui inde colligatur, quæ inde colligi nequit.

§. 53. Celebratissimus hodie inter Astronomos est Gnomon Meridianus Bononiensis ad D. Petronii, cui Astronomia multa debet incrementa & cujus historiam dederunt  
JOAN-

JOANNES DOMINICUS CASSINI atque DOMINICUS GULIELMINUS. Hujus instrumenti descriptionem & observationes astronomicas omnes eodem, ab ejus constructione usque ad hoc tempus, peractas An. 1736, *Bononia* in 4. reg. (Alph. 2. plag. 2) edidit idem MANFREDIUS. In hoc opere de obliquitatis eclipticæ mutatione & theoria Solis præclara leguntur, & illa inprimis extra omnem controversiæ aleam ponitur.

§. 54. Anno 1725, HORREBOVIUS edidit *Hafnia* in 4. (plag. 16, Tab. 1) *Clavem Astronomiæ*, sive *Astronomiæ partem physicam*, in qua potissimum in parallaxin Solis inquirat. Pendet autem methodus ab hypothese quadam physica. Unde ipsi posthac consultum visum, ut missis omnibus hypothesebus elementa Astronomiæ quoad refractiones, obliquitatem eclipticæ, polique altitudinem nudis observationibus ROEMERI superstrueret. Eo consilio in publicam lucem emisit, An. 1732, *Hafnia* in 4. (plag. 16, Tab. 1). *Atrium Astronomiæ*, sive *de inveniendis refractionibus, obliquitate eclipticæ atque elevatione poli* Tractatum. Subjunxit schediasma de arte interpolandi, quod jam antea seorsim publicatum ad scripta analytica referendum. Ceterum in Atrio hoc aperiendo amplissimum usum ostendit Tridui illius *Roemeriani*, quod in *Basi Astronomiæ* extat (§. 50), & se in posterum uberiorem adhuc ostensurum pollicetur.

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

Unde non mireris ROEMERUM morti vicinum ejus editionem, una cum descriptione instrumentorum suorum serio commendasse, & eo fine ejus exemplar nitide descriptum S. R. Selandiæ Episcopo C. W. WORMIO tradidisse.

§. 55. Ad scripta Astronomica referendæ etiam sunt Ephemerides, in quibus loca planetarum eorumque adspectus, ad singulos anni dies computati, una cum Eclipsium descriptionibus exhibentur. Juxta Tabulas Prutenicas, *Ephemerides* ab An. 1577, ad annum 1590, construxerat JOANNES STADIUS. Juxta easdem ab An. 1581 usque ad annum 1620, computatas *Venetiis* excudi curavit JOANNES ANTONIUS MAGINUS, Mathematicum Professor Bononiensis, edito opere *Primi Mobilis*, duodecim libris contenti, in quibus habentur Trigonometria sphericorum & astronomica, gnomonica, geographicaque problemata, magnus trigonometricus canon emendatus & auctus, ac magna primi mobilis Tabula ad decades primorum scrupulorum supputata (*Bononia* An. 1609, in fol. Alph. 10, plag. 21), celebris: sed cum eas examinaret DAVIDES ORIGANUS, Mathematicum Professor Francof. ad Viadrum, eas non satis accuratas deprehendit. Quamobrem ipse An. 1599, *Franc. ad Viadrum* in 4. (4 Alph. 12 plag.) novas edidit *Ephemerides*, ab An. 1595 usque ad An. 1630, deinceps continuatas

N usque

usque ad finem sæculi. Præmissa est Introductio seu compendiaria Ephemeridum enarratio, qua non solum, quæ ad motum primi & secundorum mobilium usumque pleniorum Ephemeridum faciunt, sed & plurima alia chronologica & astrologica præcepta ea facilitate explicantur, ut inde quisque calendaria anniversaria & nativitatum texere possit judicia. Hæ Ephemerides seculo decimo sexto celebratissimæ fuerunt, iisdemque usi sunt calendariographi. Etsi enim KEPLERUS ab An. 1617 usque ad An. 1636, ex Tabulis suis Rudolphinis supputatas *Lincii* in 4. (3 Alph. 17 plag.) edidisset, inchoatas *Lincii* 1616, & absolutas *Sagani* Silesiæ typis Autoris An. 1630, quibus præmittitur explicatio fundamentorum Ephemeridis & instructio super nova ejus forma; facile tamen apparet, cur usum Ephemeridum ORIGANI impedire minime potuerint.

§. 56. Cum ORIGANI Ephemerides cum seculo præcedente exspirassent, initio hujus complures de novis computandis consilia agitarunt: quo successu, nostrum jam non est enarrare. Initio hujus sæculi Ephemerides dederat MEZZAVACCHA, quibus deficientibus, manum eidem operi admovit Marchio ANTONIUS GHISLERIUS, cujus *Ephemerides motuum cælestium* ab An. 1721 ad An. 1740, ex Tabulis DE LA HIRE, STREETII & FLAMSTEDII ad Meridianum Bononiæ supputatæ pro-

dierunt *Bononia* An. 1720, in 4. (Alph. 3, plag. 9½). Anno autem 1725, ibidem lucem adspexere *Novissima Ephemerides motuum cælestium e Cassinianis Tabulis ad meridianum Bononia supputata*, autoribus EUSTACHIO MANFREDIO Bononiensis Scientiarum Instituti Astronomo & sociis ad usum Instituti. Tomus primus continens Ephemerides ex An. 1726 in An. 1737, constat Alph. 2, plag. 4, Tabb. 8: Tomus II, complectens Ephemerides ex An. 1738 in An. 1750, Alph. 2, plag. 6, Tabb. 7. Id singulare habet MANFREDIUS, quod dederit typos eclipsium solarium, quales per totam Telluris faciem, ubi conspicuæ sunt, apparent, juxta principia projectionis.

§. 57. Singulis annis Parisiis in usum anni sequentis, jussu Academiæ Regiæ scientiarum, ad Meridianum Parisiensem editur Ephemeris sub titulo: *Connoissance des Temps pour l'Année v. gr. 1753*. Ephemeridi subjiciuntur Tabulæ quædam astronomicæ cum earundem explicatione & usu, una cum Catalogo singulorum membrorum Academiæ Regiæ scientiarum, qualis est mense Novembri ejus, quo editur, anni. Extant in iisdem eclipses Satellitum Jovis, cum in casum observationum astronomicarum potissimum edantur istæ Ephemerides, quæ præterea usum Calendarii præstant.

§. 58. Olim usque ultra dimidium sæculi superioris ad Astronomiam quo-

quoque relata fuit *Astrologia iudicialis*, ars divinandi ex astris : omnes enim & naturæ, & hominum actiones, horumque fata iisdem subiecerunt Veteres. Magna ea fuit auctoritas, exculta & defensa a gravibus Autoribus, ita ut ipse PTOLEMÆUS de eadem commentatus fuerit, eamque Astronomiæ sociam fecerit (§. 10, cap. 9). Nostro autem ævo, vanitate ejus agnita, indigna censeatur, quæ inter scientias mathematicas referatur : quæ etiam ratio est, cur nullum eidem in Elementis nostris Matheseos universæ fecerimus locum. Quodsi tamen cui volupe fuerit Astrologiæ præcepta cognoscere, ei satisfaciet SCHONERUS in *Opusculo astrologico*, quod ex diversorum libris summa cura pro studiosorum utilitate collegit & *Norimbergæ* An. 1539, in 4. (plag. 14) edidit. Legitur idem in *Operibus*, in quibus primum tenet locum (§. 46). In his autem proluxa quoque occurrit tractatio de judiciis nativitatum, ut in hac Astrologiæ parte nihil am-

plius desiderari possit. Compendiosior est *Tractatus astrologicus de genethliacorum thematum judiciis, pro singulis nati accidentibus, ex vetustis & optimis quibusque auctoribus collectus industria HENRICI RANZOVII, Producis Cimbrici, qui Francofurti ad Mænum* An. 1633, in 8. (Alph. 1, plag. 2) prodiit, & quo in juventute usus, cum artem illam pernoscere gestirem.

§. 59. Superiori adhuc seculo Astrologiæ maxime deditus fuit JOANNES BAPTISTA MORINUS, Medicinæ Doctor, & Parisiis Regius Mathematicum Professor, cujus *Astrologia Gallica principiis & rationibus propriis stabilita*, atque in 26 libros distributa, prodiit *Hagæ Comitum* An. 1661, in fol. cum proluxa præfatione apologetica (Alph. 6, plag. 12), qui vulgo dicitur Astrologiam demonstrasse. Sed quantum distent a veris demonstrationibus ejus probationes, haud difficulter judicabit, qui genuinæ demonstrationis formam animo concepit.

## C A P U T X.

### *De Scriptis Chronologicis, Geographicis & Gnomonicis.*

§. 1. **D**octrinam temporum primus in Scientiæ formam redegit JOSEPHUS SCALIGER, cujus *De emendatione temporum* libri primum

An. 1587, lucem adspexerunt, deinde quindecim annis elapsis prorsus immutati denuo prodierunt. Multa eruditione conscriptum est hoc opus;

N 2

sed

sed ad captum Tyronum minime compositum.

§. 2. Præclarum quoque in Chronologia opus est DIONYSII PETAVII *Doctrina Temporum*, Parisiis An. 1627, in fol. primùm edita; sed An. 1703, tribus Tomis in fol. reg. ( 21 Alph. 7 plag. ) Antverpiæ recusa. Accessit editioni novæ integer Tomus tertius, in quo continentur *Uranologium sive systema variorum auctorum*, qui de *Sphæra ac sideribus eorumque motu Græce commentati sunt*, An. 1630, seorsim editum; Libri VIII. variarum Dissertationum Chronologiam illustrantium & Libri tres epistolarum. Nimirum in Uranologio continentur GEMINI Elementa Astronomiæ; PTOLEMÆI de Apparentiis inerrantium & significationibus, cui Tractatui subjungitur Calendarium vetus Romanum, cum ortu occasuque stellarum ex OVIDIO, COLUMELLA, PLINIO; ACHILLIS TATII *Isagoge ad ARATI Phænomena*; Eiusdem fragmenta a VICTORIO edita, quæ cum anterioribus eadem fere continent; HIPPARCHI BITHYNI ad ARATI & EUDOXI Phænomena Enarrationum libri tres; ARATI *Genus & Vita*; THEODORI GAZÆ liber de mensibus; S. MAXIMI Martyris *Computus ecclesiasticus*; ISAACI Monachi *Computus*; S. ANDRÆ Hierosolymitani *methodus investigandi Cycli solaris & lunaris, nec non Paschatis*. Ceterum paulo durius tractat SCALIGE-

RUM, cui opus suum opposuit.

§. 3. Dogmata SCALIGERI ad faciliorem intelligentiam proposuit SETHUS CALVISIUS, Cantor Lipsiensis, vir longe ultra sortem sui similium eruditus, cuius *Introductio ad Chronologiam* sæpius cum in 4. tum in folio recusa.

§. 4. Triumviris istis jungi meretur JOANNES BAPTISTA RICCIOLUS in *Chronologia Reformata*, quæ Bononiæ An. 1669, in fol. prodiit ( Alph. 11, plag. 18 ).

§. 5. Tyronibus inserviunt DIONYSII PETAVII *Rationarium temporum* ( *Moguntia* An. 1646, in 8. 2. Alph. 22 plag. ), GUILIELMI BEVEREGII *Institutiones Chronologicae*, quæ cum *Arithmetica Chronologica* recusa Londini An. 1705, in 4. ( 1 Alph. 11 plag. ) & ÆGIDII STRAUCHII *Breviarium Chronologicum* ( *Wittebergæ* An. 1664, in 12. 2 Alph. 10 plag. ).

§. 6. Ad Chronologiam Historicam spectat opus ISAACI NEWTONI, quod Londini An. 1728, in 4. sub titulo: *The Chronology of ancient Kingdoms amended* Alph. 2, plag. 4, Tabb. 3 ) prodiit, in quo agitur de Chronologia Græcorum, Ægyptiorum, Assyriorum, Babylo-niorum & Medorum, atque Persarum. Traditur etiam in eodem descriptio templi SALOMONIS. Cum nobis jam sit negotium cum Chronologia mathematica; facile patet, Chronologiam NEWTONI non esse hujus



hujus loci. Ne tamen quis miretur, cur ejus nullam injecerimus mentionem, cum NEWTONUS inter Mathematicos summus emineat; eum silentio præterire nolimus. Singulares vero prorsus sibi que proprias de Chronologia antiquorum imperiorum fovet opiniones NEWTONUS, ita ut enormis detur inter ipsum & ceteros Chronologos dissensus. Quamobrem eodem adhuc anno, ARTHURUS BEDFORD idiomate patrio Animadversiones in Chronologiam NEWTONI edebat *Londini* in 8. (plag. 15). Ostendit autem, NEWTONUM e diametro esse adversum scriptoribus sacris: quæ adeo ratio esse videtur, cur ad eum confutandum adeo properaverit.

§. 7. Ad Calendariographiam spectant, quæ Tomo quinto operum CLAVII habentur (§. 24, cap. 1): SETHI CALVISII *Elenchus Calendarii Gregoriani* (*Franc. ad Mæn. An. 1612*, in 4. plag. 27); FRANCISCI VIETÆ *Relatio Calendarii vere Gregoriani & Calendarium Gregorianum perpetuum* (§. 25, cap. 1); BLONDELLI *Historia Calendarii Romani* Gallice conscripta (*Paris. An. 1682*, in 4. ); ERHARDI WEIGELII *Bürgerlicher Zeit Spiegel*, seu speculum temporis civile (*Jenæ An. 1664*, in 4. plag. 15), GUILIELMI BONJOUR *Calendarium Romanum* (*Romæ An. 1701*, in fol. 21 plag.) FRANCISCI BLANCHINI *Solutio Problematis paschalis* (*Romæ An. 1703*,

in 4. plag. 13, Tabb. 5); DOMINICI QUARTAIRONII *Responsiones ad assertiones DOMINICI CASSINI pro reformatione Calendarii Gregoriani* (*Romæ 1703*, in 4. plag. 4); EUSTACHII MANFREDII *epistola ad QUARTAIRONIUM, qua CASSINI assertiones 16 vindicantur* (*Venetis An. 1705*, in 4. reg. plag. 8); THOMÆ PII MAPHÆI *Opus De Cyclorum Soli-Lunarium inconstantia & emendatione* (*Venetis An. 1706*, in 4. 1½ Alph. ).

§. 8. *Calendarium Judaicum* ex Hebræorum penetralibus cum versione Latina edidit SEBASTIANUS MÜNSTERUS *Basileæ An. 1527*, in 4. (1 Alph. 5 plag. ); in quo computus Judæis usitatus exponitur. Rabbi ORI *Calendarium Palæstinorum & universorum Judæorum* ex Hebræo sermone in Latinum vertit, & *Francos. ad Mænum* publicavit JACOBUS CHRISTMANNUS, in Academia Heidelbergensi Professor *An. 1594*, in 4. (plag. 20).

§. 9. Inter veteres Geographos eminent PTOLEMÆUS, cujus *Geographiæ* libri octo, in quibus non modo traduntur ad Geographiam mathematicam spectantia, sed imprimis etiam quæ ad historicam faciunt, *Basileæ* prodire plus simplici vice, e. gr. *An. 1542*, in fol. (Alph. 2, plag. 16, Tabb. 48). Inter compendia vero maxime celebre fuit JOANNIS DE SACRO-BOSCO libellus *de sphaera*, sæpius recusus: in quem

post alios commentatus est CLAVIUS ( §. 24, cap. 1 ).

§. 10. Præstantissimum in hoc scientiarum genere & fere unicum est JOANNIS BAPTISTÆ RICCIOLI *Geographia & Hydrographia Reformata* ( Venetiis An. 1662, in fol. 7 Alph. 17 plag. ), ex quo ERHARDUS WEIGELIUS scitu præ cæteris necessaria, in tyronum gratiam, in compendium misit in Speculo Terræ, ( *Erd-Spiegel* ), quod vocat, patrio idiomate conscripto, ( *Jenæ* Anno 1665, in 4. 1 Alph. 3. plag. ).

§. 11. Multa habet RICCIOLUS, quæ ad Geographiam proprie non spectant, sed ab eo in eadem pertractantur, ne ea aliunde supponere habeat opus. Unde tyronum conatibus magis respondet *Geographia*, quæ in cursu Mathematico MILLIETI DECHALES extat ( §. 4, cap. 1 ).

§. 12. Ceterum applausum Eruditorum dudum quoque meruit BERNHARDI VARENI *Geographia generalis*, sæpius recusa. Elegans est editio *Cantabrigiæ* anni 1672, in 8, ( 1 Alph. 9 plag. Tabb. 5 ), juxta quam recusa est *Jenæ* An. 1693, in 8. sed præstantissima omnium prodiit *Cantabrigiæ* An. 1712, in 8. reg. ( 1 Alph. 15 plag. 9 Tabb. ) cum Appendice JACOBI JURIN, in qua nova habentur inventa, post obitum scilicet VARENI demum detecta. VARENIO autem non solum mathematica, verum etiam physica curæ cordique sunt.

§. 13. Laudantur quoque *Elementa Geographiæ generalis* Cl. J. G. LIEBKNECHT Prof. Giess. ( *Franc.* An. 1712, in 8. 1 Alph. 10 plag. fig. plag. 3 $\frac{1}{2}$  ). LEONHARDUS CHRISTOPHORUS STURMIUS vero in *Compendio Geographico*, quod idioma vernaculo in gratiam tyronum *Francof.* An. 1705, in 8. edidit ( plag. 10, Tabb. 5 ) praxin imprimis conficiendi mappas geographicas bene tradit, quamvis demonstrationes omiserit, utpote quæ non sunt ad palatum tyronum.

§. 14. De *Hydrographia*, seu arte navigandi, commendatur Tractatus in Cursu mathematico MILLIETI DECHALES ( §. 4, cap. 1 ). Data opera omnium prolixissime scripsit de eadem GEORGIUS FOURNIER e Societate Jesu in *Hydrographia* Gallice edita *Paris.* An. 1653, in fol. ( 10 Alph. 10 plag. ). Habebatur pro opere præstantissimo in hoc genere: verum postea in Anglia prodire libri complures de arte navigandi, qui præ illo commendari merentur.

§. 15. JACOBUS HODGSON, Matheseos in schola mathematica regia orphanotrophii ad S. Salvatorem conscripsit *Theoriam navigationis demonstratam*, in usum Navigationis docendæ. Eam deinde multo auctiorem sub titulo, *A system of the Mathematicks*, hoc est, systema Matheseos, *Londini* An. 1723, in 4. duobus Voluminibus ( Alph. 7, plag. 19 $\frac{1}{2}$ , Tabb. æn. 14, cum figuris mul-

multis ligno incisus & textui insertis) multo auctiorem recudi curavit. In hoc systemate ex Mathesi non traduntur, nisi quæ ad Navigationem rigide demonstrandam faciunt & in ea usum habent. Præmittuntur ex EUCLIDIS Elementis sex prioribus, quæ ad hunc scopum conducunt, una cum Trigonometria plana ex inventis recentiorum plurimum illustrata. Reperies hic porro Trigonometriam sphericam, & doctrinam de projectione spheræ, tam ortographica, quam stereographica prolixè explicatam, quarum hæc ad solvenda problemata trigonometrica & astronomica applicatur. Ex Astronomia docentur, quæcumque usui esse possunt in navigatione, veluti modus computandi appulsam Lunæ ad stellas fixas, & harum per illam occultationes, quarum in determinandis longitudinibus locorum usus est. Inferuntur novæ Tabulæ solares, quarum docetur constructio & usus. Adduntur Tabulæ aliæ, quibus opus est in navigatione. Ipsa autem praxis Navigationis omnis perspicue docetur, exemplis illustratur, & Theoriæ demonstratæ superstruitur. Id nimirum egit Autor, ut ex suo opere Navigationis theoriam & praxin solide addiscere liceat, & quæ ex reliqua Mathesi præsupponuntur aliunde hauriri non demum opus sit.

§. 16. Anno 1715, HENRICUS WILSON, problemata nautica variis modis soluta dedit in Tractatu,

quem sub titulo : *Navigation new modell'd*, hoc est, Navigatio in novam formam redacta, *Londini* in 8. maj. (Alph. 1, plag. 12) publici juris fecit. Docet problemata ista solvere 1. per constructiones geometricas triangulorum, in locum solutionum trigonometricarum surrogandas, 2. per calculum trigonometricum, & ope peculiarium Tabularum, ut calculo nullo sit opus; 3. per calculum, qui canone sinuum, tangentium, secantium & logarithmorum non habet opus, sed tantummodo paucis quibusdam numeris in Tabulam redactis; 4. ope circini & scalæ geometricæ; tandemque 5. per novam methodam a se inventam, qua problemata Trigonometriæ planæ sine Tabulis ac instrumentis solvuntur. Navigationem primam geometricam, secundam trigonometricam, tertiam arithmeticam, quartam instrumentalem, quintam vero practicam appellat. Nullum adeo dubium est, quin hunc librum multo cum fructu legant, qui artem navigandi addiscere cupiunt, modo ex ceteris partibus Matheseos hausta theoria fuerint instructi, quæ hic præsupponitur.

§. 17. Quoniam libri, qui magno numero de navigatione conscripti sunt, vel solam praxin tradunt, vel nimis diffusi sunt, nec levi pretio comparandi; ideo ARCHIBALDUS PATOUN praxin navigationis ex primis principiis demonstratam sub titulo : *A Compleat Treatise of practis*  
cabi

*cal navigation demonstrated from its first Principles*, una cum tabulis omnibus necessariis, *Londini* An. 1730, in 8. maj. (Alph. 1, plag. 10, Tab. 1) edidit. Præmittit adeo ea, quæ ex Geometria, Trigonometria plana, Geographia, Astronomia & Chronologia perspecta esse debent ei, qui artem navigandi penitus perspicere voluerit.

§. 18. Eodem anno idiomate itidem Anglico *Londini* An. 1730, in 8. maj. (Alph. 1, plag. 9) a GEORGIO GORDONIO publicata sunt ex MSC. originali *Opera posthuma* JOHANNIS WARDI. In horum parte prima, præmissis principiis Geometriæ & Trigonometriæ planæ, Navigatio explicatur, ubi nova quædam methodus simul proponitur ab Autore inventa; in parte autem secunda Trigonometria spherica traditur, ubi simul spheræ projectio, tam orthographica, quam stereographica explicatur. Ad demonstrationes illius facilius percipiendas schemata ita construxit, ut casus singuli in solido representari possint; quo artificio etiam usus est JOANNES KEILL in *Trigonometria*, quam EUCLIDIS Elementis ex versione COMMANDINI a se editis subjunxit.

§. 19. Apud Batavos de arte navigandi Tractatum conscripsit WILLEBRORDUS SNELLIUS, qui sub titulo: *Tiphys Batavus, sive Histiodromice de navium cursibus & re navali*, *Lugduni Batavorum* An. 1624,

in 4 Alph. 1, plag. 7) prodiit. De Loxodromia accuratas affert demonstrationes quæ hætenus desiderabantur. Theoriam tradit libro primo; praxin secundo.

§. 20. Inter problemata vexata refertur problema de invenienda longitudine maris, quod hætenus multum exercuit ingenia Mathematicorum, irrito successu solutionem ejus aggressorum. Nimis prolixum foret recensere tentamina, quæ publice descripta prostant. Non tamen possumus, quin mentionem injiciamus Autoris cujusdam personati DOROTHEI ALIMARI, Mathematici (si credimus) Veneti, cujus *Methodus longitudinis aut terra, aut mari investiganda, adjectis demonstrationibus & instrumentorum Iconisimis*, *Londini* An. 1715, in 8. (plag. 13, Tabb. 4) prodiit. Etsi enim ea non satisfaciat, continentur tamen in hoc Tractatu quæ legi merentur.

§. 21. Pars nauticæ difficillima est manuaria nautica, quia reconditam Geometriæ sublimioris notitiam supponit. Agit autem manuaria nautica de dispositione velorum, gubernaculi & navis. Equidem Vir & generis nobilitate, & experientia maritima præstans RENAU An. 1689, libellum de ea ediderat; sed mox HUGENIUS principium ejus unum, dein ex intervallo celeberrimus BERNOULLIUS alterum impugnavit, & theoriam aliam substituit in Tentamine novæ theoriæ nauticæ, quæ  
idio-

idiomate Gallico sub titulo : *Essai d'une nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, una cum epistolis nonnullis de eadem materia perscriptis, *Basilea* An. 1714, in 8. reg. (plag. 15, Tabb. 10) prodiit. Theoriam hujus artis ad praxin aptare studuit PITOTUS in libro Gallice conscripto, qui sub titulo : *Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux reduite en Pratique*, *Parisiis* in 4. An. 1731, prodiit.

§. 22. Ad Geographiæ potissimum perfectionem tendunt *Observationes Mathematica & Physica in India & China facta a R. P. FRANCISCO NOEL*, e *Societate Jesu* ab An. 1684, usque ad An. 1708, (*Pragæ* 1710, in 4. plag. 17, Tabb. 2) & *Observationes* argumenti similis a R. P. FRANCISCO FEUILLE'E jussu Regis Christianissimi in regionibus potissimum Australibus facta, de quibus supra (§. 9, cap. 9). Summæ harum observationum leguntur in Actis Eruditorum Lipsiensibus.

§. 23. Commemorandi hic denique sunt Autores, qui in magnitudinem & figuram Telluris inquisiverunt. Laudandus hic nobis WILLEBRORDUS SNELLIUS, cujus *Eratosthenes Batavus de Terra ambitus vera quantitate*, *Lugduni Batavorum* An. 1617, in 4. (Alph. 1, plag. 11½) prodiit. Sed errores quosdam in metiendis angulis, tum & in calculo admisit, quos ipse agnovit: Unde observationes repetiit & in MSC. correctas reliquit. Emendationes videlicet *Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

dere licet in *Dissertatione de magnitudine Terra* PETRI VAN MUSCHENBROEK, Mathematicum Professor in Academia Ultrajectina, quæ legitur in opere *Dissertationum physicarum experimentalium & geometricarum de magnete, tuborum capillarum vitreorumque speculorum attractione, magnitudine Terra, coherencia corporum firmiter, Lugduni Batavorum* An. 1729. in 4. reg. edito p. 354, & seqq.

§. 24. In Gallia feliciori successu laborem hunc exantlatus est PICARDUS, postea continuatus a CASSINO. Mensurationem PICARDI videre licet in Tractatu, quem ex sermone Gallico in Anglicum transtulit RICHARDUS WALLER & *Londini* sub titulo : *The Measure of the Earth* 1688, (plag. 6, Tabb. 4), edidit, tum in Commentariis Academiae Regiæ scientiarum Parisinæ ab An. 1666, usque ad An. 1699, Tom. 7, *Cassinianam* vero in Commentariis An. 1718.

§. 25. Quoniam per mensurationes *Cassinianas* alia prodibat figura Telluris, quam per demonstrationes NEWTONI atque HUGENII; ideo jussu Regis Christianissimi DE MAUPERTUIS cum Sociis, summo cum studio & plusquam Herculeo labore, gradum Meridiani prope circulum polarem dimensus est aliasque observationes huic instituto inservientes instituit. Legatur Tractatus, quem *Parisiis* An. 1738, in 8. edidit (plag. 13, Tabb. 10). Observationibus hisce exactis

exactissimis figura Telluris confirmatur *Newtoniana & Hugeniana*. Constat jussu Regis Christianissimi eodem sine missos esse Mathematicos in regnum Peruvianum, qui ubi redierint, cum publico dubio procul communicabunt absque mora suas quoque observationes.

§. 26. Theoriam atque praxin Gnomonicam more veterum rigidissime, sed adeo intricate demonstravit CHRISTOPHORUS CLAVIUS (§. 24, cap. 1) ut vix credibile sit, ullum unquam ejus demonstrationes omnes perlegisse. Faciliores vero exhibent DE CHALES atque OZANAM in cursibus (§. 4, 7, cap. 1).

§. 27. Demonstrationes quoque affert GUARINUS GUARINI in parte posteriore *Mathematica cœlestis* (*Mediol.* An. 1683, in fol. 1 Alph. 3. plag.). Pars prior, quæ una cum posteriore prodiit (7 Alph. 5. plag.) integram Astronomiam complectitur.

§. 28. Novam methodum horologia solaria magna conficiendi, lineis horariis per calculum determinatis, invenit PICARDUS, quæ in Operibus Mathematicis Academicorum Gallicorum (§. 31, cap. 1) legitur. Et Cel. PHILIPPUS DE LA HIRE in sua *Gnomonica*, quam patrio sermone *Parisiis* 1683, in 12. reg. publici juris fecit, methodum Geometricam exposuit, ex quibusdam punctis per observationem determinatis lineas horarias ducendi.

§. 29. Anno 1625, EBERHAR-

DUS WELPERUS, Artium Magister, *Argentorati* propriis sumptibus typis describi curavit suum de *Gnomonica* tractatum vernaculum in 4. (plag. 8), in quo ex facili fundamento horologia in planis primariis describere docet. Idem fundamentum jam antea perspicue exposuit eodemque in describendis horologiis usus est SEBASTIANUS MUNSTERUS in *Rudimentis Mathematicis*, quorum liber prior prima elementa Geometriæ, posterior omnigenum horologiorum genus delineare docet. (*Basilæ* An. 1551, in fol. 2 Alph. 20. plag.).

§. 30. WELPERI *Gnomonicam* An. 1672, *Norimb.* in 4. (plag. 21, Fig. plag. 14½) recudi curavit & integra parte secunda de horologiis inclinatis & declinatis, ac figuris Zodiacalibus, arcubusque diurnis, & horis varii generis inscribendis auxit, notisque partem primam illustravit JOH. CHRISTOPHORUS STURMIUS, Math. Prof. Altorfinus. Addidit An. 1681. (*Norimbergæ* in 4. plag. 19, Fig. plag. 9) partem tertiam de horologiis reflexis & portatilibus. Eadem *Gnomonica* cum insigni augmento *Sturmiano* denuo recusa *Norimbergæ* An. 1708, in fol. (2 Alph. 16. plag. Tabb. 35). Accessit vero pars quarta, in qua methodi, *Picardiana & Lahiriana*, magna horologia describendi exponuntur (§. 28). In hoc adeo opere plura continentur, quam ullibi in unum volumen

con-

congesta reperire licet, ita ut instar omnium esse possit, nisi quis demonstrationes exasciatis praxium desideret, theoriæ magis, quam praxi intentus. Appendicis quoque loco adjicitur Tractatus de horologiis automaticis ex Anglico in Germanicum sermonem translatus, quemadmodum jam supra monuimus (§. 26, cap. 6.).

§. 31. Commendandum hic quoque est opus de horologiis majoribus delineandis, methodo universalis, quod debetur J. G. DOPPELMAYERO, Matheseos Professore Norimbergensi, & sub titulo: *Neue und gründliche Anweisung, wie nach einer Universal-Methode grosse Sonnen-Uhren aus einem arithmetischen und geometrischen Fundament zu zeichnen*, Norimbergæ An. 1719, in fol. (Alph. 2, plag. 10, Tabb. 20) prodiit. Quodsi idem cum novissima & auctiori Gnomonica *Welperiana* conjungas, vix est ut quicquam in praxi Gnomonica, sive utilitatem, sive curiositatem spectes, amplius desideres. Ceterum ALEXANDER in eximio de horologiis Tractatu egregiam quoque tradit methodum horologia majora solaris accurate in quovis pariete delineandi (§. 26, cap. 6.)

§. 32. Solas praxes tradunt JOHANNES PETERSON STENGEL in *Gnomonica universalis*, idiomate vernaculo (*Ulma* An. 1706, in 8. plag. 18, Tabb. 109) edita, rerum varietate commendanda, GEORGIUS MICHAELIS in *Praxi Gnomonica*

Germanice An. 1701, *Jene* in 8. edita (12 plag. fig. æn. plag. 1½), qui tamen tantum communiora exponit; JOH. ULRICUS MULLER in *Indice horarum infallibili* Germanice itidem *Ulma* An. 1702, in 8. edito (1 Alph. plag. 9, Fig. æn. plag. 9) & HENRICUS COETSIUS in *Horologiographia plana* (*Lugd. Batav.* An. 1689, in 4. plag. 12, Tabb. 20), qui tamen inscriptiones signorum & arcuum diurnorum negligit, nec ad horologia portatilia descendit.

§. 33. Anno 1711, *Augustæ Vindellicorum* in 4. (2½ Alph. Tabb. æn. 21½ plag.) prodiit JOHANNIS GAUPPENII *Gnomonica Mechanica universalis*, sermone vernaculo in eorum gratiam conscripta, qui in theoria Mathematica parum versati. Inseruit operi suo Tractatum brevem, quem HENRICUS BIERUM, Architectus militaris, An. 1676, (plag. 4) ediderat, & ejus fundamento mechanice describendi horologia utitur. Rerum varietate commendatur iis, qui variis horologiorum solarium generibus conficiendis delectantur.

§. 34. Eodem fundamento nititur JOHANNES JACOBUS SCHEUBLERUS in libro Germanico, qui sub titulo: *Neue und deutliche Anleitung zur practischen Sonnen-Uhr-Kunst*, Norimbergæ An. 1726, in 8. reg. (plag. 14, Tabb. 44) prodiit, & ubi inter alia ornamenta, quibus horologia solaris parietibus inscripta circumscribi possunt, delineat. Alias jam

initio seculi præteriti CASPARUS UTTE NHÆFER, civis Norimbergensis, Pedem Mechanicum invenit, cujus ope horologia solaria mechanice delineari possunt. Descriptionis editio altera auctior prodiit *Norimberga* An. 1620, in 4. (plag. 7).

§. 35. Horologiorum solarium omnis generis, præsertim portatili, descriptionem etiam tradit NICOLAUS BION in opere Gallico *De constructione & præcipuis usibus instrumentorum mathematicorum* (Parisiis An. 1709, in 8. reg. 1 Alph. Tabb. 28), quod unicum fere in hoc genere a J. G. DOPPELMAYERO Prof. Math. Noribergensi ex Gallico in Germanicum sermonem verti meruit (*Norimberga* An. 1712, in 4. Alph. 2, plag. 5, Tabb. 28).

§. 36. Commendari quoque merentur Machinae duæ, quæ pro describendis horologiis solaribus publicavit aliquoties jam citatus IGNATIUS GASTON PARDIES (*Hagæ Comitum* An. 1691, in 12. 2 plag.). In hac editione tertia subjunguntur Elementis Staticæ.

§. 37. Methodum trigonometricam describendi horologia solaria excoluit BERNARDUS GRUBER, S. Ordinis Cisterciensis in Monasterio B. V. Mariæ de Alto Vado Professor, in Collegio Archiepiscopali Pragæ A. L. L. & Philosophiæ Professor, in *Horographia trigonometrica, seu Methodo accuratissima arithmetice per sinus & tangentes horologia quævis*

*solaria in plano stabili qualitercunque situato, etiam declinante & simul inclinato, facile negotio describendi, & quædam alia, quæ vialia dicuntur, expositis eorundem fundamentis & rationibus, Vetero-Pragæ* An. 1718, in 4. (Alph. 1, plag. 14, Tabb. 11) edidit. Idem institutum fuit BENEDICTI MARIÆ CASTRONII, Ordinis Prædicatorum ac Panormi Mathematicos Professoris, qui *Horographiam universalem, seu Sciatericorum omnium planorum, gnomonice nova methodo describendorum, pro quovis horologio sive astronomico, sive Italico, sive Babylónico, sive Judaico doctrinam uniformem atque universalem, sola triangulorum analysi breviter expositam, cum Isagogicis nonnullis Mathematicum & triplici Appendice de nautica scientia, de militari Architectura, ac de temporum Janua, Panormi* An. 1728, in fol. (Alph. 4, plag. 10, Tabb. 19) edidit. Temporum Januam vocat Calendarium quoddam perpetuum, Januæ formam præ se ferens, quod a se inventum. Tenendum hic est methodum trigonometricam, quæ & arithmetica dici solet, in Gnomonica præferendam esse geometricam, cum hæc facilius errori obnoxia fiat, qui per illam evitari potest.

§. 38. Quoniam non cujusvis est per calculum trigonometricum eruerre numeros, quibus in describendis horologiis solaribus opus est; ideo JOANNES LUDOVICUS QUADRI, Academiae Instituti scientiarum Bononiensis



nienſis adſcriptus idiomaſe Italico *Bononiae* An. 1733, in 4. (Alph. 1, plag. 5. Tabb. 6) edidit *Tabulas Gnomonicas delineationi Horologiorum ſciaticorum inſervientes*; quæ conſentiunt cum horologiis Italicis, ſonitu campanæ pulſæ horas indicantibus: ut adeo Itolorum tantummodo uſui deſtinentur. Dederat jam ante iſtiusmodi Tabulas in Italia P. ANGELUS MARIA COLOMBONUS & apud Noſtros JO. GAUPPIUS in *Gnomonica mechanica* (§. 33) & BERNARDUS GRUBER in *Horographia trigonometrica modo laudata* (§. 37). Edidit quoque Tabulas Gnomonicas, ſed pro horarum quovis genere, ſub titulo *Deliciarum mathematicarum*, ſermone patrio, una cum brevi deſcriptione praxeos univerſæ Geometriæ & Trigonometriæ tam ſphæricæ, quam planæ, quæſtionibusque & problematibus aſtronomicis chronologicisque ad Calendarium eccleſiaſticum pertinentibus, ope tabularum logarithmicarum facili modo ſolvendis, *Roma* An. 1730, in 4. reg. (Alph. 4. plag. 2, Tabb. 14).

§. 39. Hic denique commemorare lubet ADRIANI METII, Med. D. & Matheſeos Profeſſoris in Academia Friſiorum, *Primum mobile aſtronomice, ſciographice, geometricæ & hydrographice nova methodo explicatum*. Prodiit editio nova ab innumeris mendis vendicata & instrumentis mathematicis aucta a GUILIELMO BLAEU *Amſteledami* An. 1633, in 4. (Tomus I, Alph. 2. Tom. II, Alph. 1, plag. 12. Tom. III, Alph. 1, plag. 10. Tom. IV, plag. 20). Primo exponitur doctrina Sphærica, Gnomonica & Geographica; ſecundo continetur accurata deſcriptio Aſtrolabii utriuſque & ejus uſus, una cum Trigonometria ſphærica; tertio ſolvuntur problemata primi mobilis per aſtrolabium, Trigonometriam ſphæricam & Tabulas Aſtronomicas; quarto denique problemata primi mobilis geometricè delineantur & arithmetice ſolvuntur, atque Tabulæ geographicæ & hydrographicæ deſcribuntur, & per eaſdem, tumque per Canones ex ſecantibus conflatos, Ars navigandi abſolvitur.

## C A P U T X I.

### *De Architectura Civili.*

§. 1. **I**ntegram Architecturam civilem tradidit VITRUVIUS, qui ſub AUGUSTO floruit, cui de-

cem *De Architectura* libros dedicavit. Optima editio Latina prodiit *Amſteledami* An. 1649, in fol. (6 Alph.)

O 3

Acces

Accessere huic editioni novæ castigationes & observationes GUIL. PHILANDRI integræ, DANIELIS BARBARI & CLAUDII SALMASII excerptæ & passim insertæ. Præmittuntur *Elementa Architecturæ* HENRICI WOTTONI, Equitis Angli: subjiciuntur *Lexicon Vitruvianum* BERNHARDI BALDI, ejusdem *Scamilli impares Vitruviani*, *Depictura* libri tres LEONIS BAPTISTÆ DE ALBERTIS, *De sculptura* excerpta ex Dialogo POMPONII GAURICI & Commentarius *De sculptura & pictura* LUDOVICI DEMONTIOSII.

§. 2. Reprehendunt in egregio alias opere *Vitruviano*, quod nullum ordinem tenuerit; quod obscure scripserit, nempe judice LEONE BAPTISTA DE ALBERTIS (a) Græcis Latine & Latinis Græce; quod denique multa superflua ac aliena immiscuerit. Hinc PERRAULT, quemadmodum olim suaserat PHILIBERTUS DE L'ORME, regulas Architectonicas Vitruvianas ex opere prolixo excerptis & in ordinem redactas sub titulo: *Architecture generale de Vitruve reduite en Abregé* publici juris fecit (*Amstelodami* An. 1681, in 8. 16½ plag. & fig. æn. plag. 1½). Textum obscurum VITRUVII in versione Germanica, & adjecta singulis capitibus paraphrasi clariorem reddidit D. GUALT. H. RIVIUS. Recusa est hæc versio *Basilea* An. 1614, in fol. (7 Alph. 2

plag.). In paraphrasi seu Commentario, si mavis, more *Vitruviano*, multa aliena admiscuit. Magis commendanda est versio Gallica, quam primum An. 1673, typis describi, sed An. 1684, auctiorem & emendatiorem recudi curavit PERRAULT adjectis notis selectis & figuris æri nitidissime incisis (*Parisis* in fol. reg. 4 Alph. 5 plag.). Idem PERRAULT opus præclarum de Ordinibus An. 1684, in fol. addidit sub titulo: *Ordonnance des cinq espèces de Colonnes selon la méthode des anciens*, in quo præjudicia Architectorum refellit & quod instar supplementi Architecturæ VITRUVII haberi potest, qui doctrinam de Ordinibus imperfectam tradidit.

§. 3. Post VITRUVIUM libros decem *De re adificatoria* edidit LEO BAPTISTA DE ALBERTIS aliquoties recusos & ex idiomate Latino in varias Linguas translatos. Prodiit Latine *Parisis* An. 1512, in 4. (2 Alph.) & *Florentia* An. 1585. Italice lucem adspexit *Venetis* An. 1546, in 8. (1 Alph. 9½ plag.); Gallice An. 1553. Multa habet utilia; sed VITRUVIO, quemadmodum intenderrat, palmam præripere non potuit. Doctrinam de Ordinibus non satis perfectam tradidit.

§. 4. Mox secuti sunt SEBASTIANUS SERLIUS & ANDREAS PALLADIUS coætanei, quorum ille septem, hic quatuor *De Architectura* libros

(a) Lib. 6. cap. 1. de re ædificatoria pag. 80. & seq.

bros composuit. Architecturæ *Serlianae* libri quinque Italice *Venetiis* An. 1602, in fol. Germanice, *Basilea* An. 1609, in fol. (4 Alph. 13 plag.) prodire. Quinque tantum ordines cum variis ædificiorum generibus describit; regulas ex *VITRUVIO* supponit, a quibus recedere religioni duxit. Vid. lib. 3, f. 46, edit. *Venetæ*. Liber sextus de ædificiis privatis in publicum nondum prodiit: Septimum de ædificiis publicis *JACOBUS STRADA* Latine & Gallice *Francofurti* An. 1575, in fol. imprimi curavit.

§. 5. *PALLADIUS* hanc laudem meruit, quod splendorem ordinibus ac operibus suis conciliaverit. Libro primo regulas fundamentales Architecturæ tradidit; reliquis varia ædificiorum & operum architectonicorum genera delineavit. Commendatur Architecturæ purioris studiosis. Prodiere libri omnes Italice An. 1575, in fol. recusano superiore An. 1714, *Venetiis* in fol. adjecto ipsius de Antiquitatibus Romanis tractatu. Libros duos priores *GEORGIUS ANDREAS BOECKLER*, Germanice vertit & multis annotationibus auxit (*Norimberge* 1689, in fol. 1 Alph. 3 plag. Tab. 88). Idem *PALLADIUS* scripsit de *Templis Romanis* (An. 1554, in 8).

§. 6. *PHILIBERTUS DE L'ORME*, Caroli IX. Consiliarius, Elemosinarius & Architectus An. 1567, *Parisiis* in fol. edidit novem *De Architectura* libros idiomate vernaculo.

Architecturæ peritia adeo celebris erat, ut ad excitanda palatia Principum ex Gallia in exteras regiones evocaretur.

§. 7. *JACOBUS BAROZZIUS VIGNOLA* An. 1631, Italice de quinque ordinibus scripsit, cujus liber in varias linguas translatus. Utor ego editione Gallica, quæ sub titulo: *Règles des cinq Ordres d'Architecture de J. B. DE VIGNOLE, avec plusieurs augmentations de MICHEL ANGE-BUONAROTI*, cura *DURÆI DE CHAMPDORÉ*, *Lugduni Batavorum* An. 1712, in 8. prodiit (plag. 9½). Eundem prolixis additamentis locupletavit *DAVILER* & idiomate Gallico *Parisiis* in 4. edidit cum *Lexico Architectonico*. Mox recusum est opus sub titulo: *Cours d'Architecture, qui comprend les Ordres de VIGNOLE, avec des Commentaires, les figures & descriptions des plus beaux bâtimens & de ceux de MICHEL ANGE &c.* *Amstelodami* An. 1694, in 4. (3 Alph. 20 plag. Tab. 103, magnam partem textui insertæ). *LEONHARDUS CHRISTOPHORUS STURMIUS* Germanice vertit & notis quibusdam auctum, omisso *Lexico*, *Amstelodami* An. 1699, in 4. (2 Alph.) edidit, figuram plagulis 3½, adjectis ultra eas, quæ in editione Gallica habentur. Prodiit nuper nova editio Gallica *Parisiis* in 4. auctior. Laudatur ob facilitatem & perspicuitatem. Unde omnibus fere sese probavit, qui praxi operam dant.

§. 8. *VIN-*

§. 8. VINCENTIUS SCAMOZZI An. 1615, Venetiis sermone patrio edidit librum primum, secundum, tertium, sextum & septimum *Idea Architecturae universalis* in fol. Præstantissima editio est, quæ idiomate Gallico *Lugd. Batav.* An. 1713, in fol. reg. (3 Alph. 5. plag. Tab. 105, quarum 84 textui insertæ) sub titulo: *Oeuvres d'Architecture de VINCENT SCAMOZZI* prodiit. Liber sextus & tertius Germanice versus sub titulo: *Klärliche Beschreibung der fünf Säulen-Ordnungen und der gantzen Bau-Kunst.* *Norimbergæ* An. 1697, in fol. (2 Alph. 6 plag. Tab. 85) lucem adspexit. Laudatur, quod Symmetriam unus omnium optime exco-luerit, sed intricate scribit.

§. 9. CAROLUS PHILIPPUS DIEUSSART in *Theatro Architecturae civilis*, quod vernaculo sermone *Bambergæ* An. 1697, in fol. reg. (1 Alph. 3 plag. Tab. 95) prodiit, non modo regulas Architectonicas explicavit, verum etiam Ordines juxta institutum PALLADII, VIGNOLÆ, SCAMOZZI, PETRI CATANEI, SEBASTIANI SERLII & BRANCÆ inter se comparavit: quod idem executus est ante ipsum ROL. FREARD DE CHAMBRAY in *Parallelismo Architectonico* Gallice *Parisiis* An. 1650, in fol. publicato. Et postea idem fecit LE BLOND in Libro sub titulo: *Parallèle des V. Ordres d'Architecture*, *Parisiis* An. 1710, in 4. edito. Plurimum quoque Architectorum Ordines

inter se confert JOHANNES CHRISTIANUS SEYLER, in *Parallelismo Architectonico* Germanice *Lipsiæ* in fol. edito.

§. 10. FRANCISCUS BLONDEL in *Cursu Architecturae Gallico* (*Parisiis* An. 1698, in fol. reg. 8. Alph. 14. plag. Tab. 24, cum figuris plurimis textui insertis) parte prima Ordines VITRUVII, VIGNOLÆ, PALLADII & SCAMOZZI explicat; in ceteris quatuor ex omnium Architectorum celeberrimis scriptis congestit, quicquid circa ordinum usum notatu dignum occurrit. Habentur etiam in eodem alia nonnulla ad Architecturam spectantia, v. gr. de fenestris & scalis. Cursus hujus aliquid jam 1675 prodierat. Ea potissimum explicare intendit, quæ ad ornatum ædificiorum faciunt.

§. 11. NICOLAUS GOLDMANNUS, Vratislaviensis, in *Tractatu de Stylo-metris* (*Lugd. Batav.* An. 1661, fol. Lat. & Germ. 9. plag. Tab. 40) ostendit, quomodo Ordines Architectonici ab ipso ad majorem perfectionis gradum deducti ope peculiarium quorundam instrumentorum facile delineari possint: quorum & constructionem, & usum docet, textui Latino ad latus adjecta versione Germanica. In opere vero Architectonico, quod LEONHARDUS CHRISTOPHORUS STURMIUS sub titulo: *Vollständige Anweisung zu der Civil-Bau-Kunst* (*Guelpherbyti* An. 1696, in fol. reg. 2 Alph. 4 plag. Tab.

Tabb. 74) publici juris fecit, præter Ordinum doctrinam, magna dexteritate tradidit quicquid in VITRUVII, & Architectorum Italorum scriptis atque VILALPANDI Commentario in Prophetam Ezechielem, ex quo se plura didicisse ait, quam ex Architectorum ceterorum omnium scriptis, boni continetur: ita ut hoc opus ceteris omnibus præferatur. Cl. Editor An. 1699, Appendicem sub titulo: *Ausübung der Civil-Bau-Kunst des Goldmanns*, in fol. (1 Alph. 14 plag. Tabb. 19) adjecit, in quibus ex aliis supplet, quæ in eo scitu necessaria desiderantur. Ordinem quoque sextum, quem Germanicum appellat, proponit; sed hætenus in usum non receptum. Fallitur autem plurimum editor, dum sibi aliisque persuadere vult, GOLDMANNUM regulas Architecturæ demonstrasse & eam in formam scientiæ redeçisse. Plura ad operis hujus illustrationem posthac edidit STURMIUS, qui Architecturæ totus erat deditus. Sed de his dicemus mox apertius.

§. 12. DOMINICUS DE ROSSI in *Studio Architecturæ civilis in ornamentis portarum & fenestrarum delineatis ex insignioribus Romæ adificiis* An. 1702, seu potius 1712, Romæ in fol. reg. edito figuris æneis 143, celeberrimorum Architectorum monumenta circa ornatum portarum & fenestrarum repræsentat. *Augustæ Vindelicorum* figuris ad minorem modulum reduçtis recusum est hoc opus, *Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

ut facilius & minori sumtu comparari possit. Plurima tamen habet, quæ imitari non licet, nisi a puritate Architecturæ Græcorum recedere velis.

§. 13. Ad eam perspiciendam interservit opus, quod ANTONIUS DESGODETZ, qui ædificia antiqua Romæ ex ruderibus nitidissime delineavit, sub Titulo: *Edifices antiques de Rome* (Parisii An. 1697, in fol. (3 Alph. 17 plag.) edidit.

§. 14. JOHANNES BALTHASAR LAUTERBACH in *Compendio Architecturæ* (Amstelodami An. 1699, in 8. Gall. 2 plag. Tabb. 18) ordines Architectonicos delineandi methodum facillimam proponit.

§. 15. In *Gallia* An. 1728, in 4. reg. (Alph. 1, plag. 19½ Tabb. 150) prodiit opus architectonicum sub titulo: *Architecture moderne, ou l'Art de bien bâtir pour toutes sortes de Personnes, tant pour les Maisons des particuliers, que pour les Palais*. Explicantur satis perspicue omnia, quæ ad extructionem ædificiorum omnis generis scitu necessaria, excepta doctrina de Ordinibus, quæ aliunde nota supponitur. Maximam operis partem complent omnis generis ædificiorum delineationes, quibus doctrina de distributione ædificiorum illustratur, vulgo vel neglecta, vel saltem non nisi levi brachio pertractata. Commendatur etiam Tractatus de Architectura, quem LE MUET in 4 edidit, inventiones quasdam novas continens; sed nobis non visus.

P

§. 16. Ædi-

§. 16. *Ædificia magna, cura PETRI POST Architecti insignis, passim per Bataviam exstructa accurate describuntur, tum quoad ichnographiam, tum quoad orthographiam cum externam, tum internam in opere splendido, quod sub titulo: Les Oeuvres d'Architecture de PIERRE POST, Lugd. Batav. An. 1715, in fol. reg. (plag. 22, Tab. 75) prodiit. Orthographiæ externæ & ichnographiæ ædificiorum, quæ in Batavia extruxit PHILIPPUS VINGBOON, Architectus Amstelodamensis, exhibentur in alio opere, quod sub titulo: Les nouvelles Oeuvres d'Architecture de PHILIPPE VINGBOONS Lugduni Batav. An. 1715, in fol. reg. (plag. 11, Tab. 80) lucem adspexit.*

§. 17. *Villas Veterum, in quibus describendis admodum parcus est VITRUVIUS, idiomate Anglico plenius descripsit ROBERTUS CASTELLUS & sub titulo: The Villa's of the Ancients illustrated, Londini suis sumtibus in fol. (Alph. 1, plag. 12, Tab. 11) edidit. De Amphitheatris vero & præcipue Veronensi libros duos idiomate Italico Verone. 1718, in 12, (plag. 15, Fig. æn. 15) edidit SCIPIO MAFFEIUS, in quo non minus ea, quæ ad historiam, quam architecturam eorundem pertinent, exponuntur. Formam minorem elegit autor ob commodiorem usum in rudibus eorundem perlustrandis.*

§. 18. *Anno 1721, Vienna Austria in fol. reg. (Alph. 1, plag. 21,*

*Tab. 93) prodiit opus splendidissimum JOHANNIS BERNHARDI FISCHERI AB ERLACHEN, S. Cæsareæ Majestatis Architecti primarii, sub titulo: Entwurff einer historischnen Architectur, hoc est, Speciminis Architecturæ historicæ, sumtibus Autoris, in quo varia exhibentur ædificia, quæ ab antiquis historicis celebrantur, vel hodiernum apud exterarum gentes conspiciuntur, æri nitidissime insculpta. Textui Germanico adjicitur versio Gallica, ut exterorum quoque usui inserviat.*

§. 19. *In Opere architectonico FRANCISCI BORROMINI, Patrum Congregationis Oratorii, quod Romæ est, Architecti, describuntur Oratorium & ædesque Romanæ P. P. Congregationis Oratorii S. Philippi Neri. Prodiit Romæ An. 1725, in fol. (plag. 8, Tab. 67).*

§. 20. *In Schola vero civili Architectura, quam FERDINANDUS RUGGIERI, Architectus Italus, idiomate patrio Florentia An. 1722, in fol. reg. (Tab. 80) edidit, præmissa præfatione & dedicatione cum indice contentorum, exhibentur ornamenta januarum & fenestrarum cum mensuris, ichnographia, orthographia & sectionibus verticalibus e potioribus Florentiæ ædificiis desumpta, quæ a celeberrimis Italiæ Architectis exstructa esse constat, ita ut nulla per totam Italiam occurrat urbs, quæ ædificiis se magis commendat Florentia.*

§. 21. Non

§. 21. Non exiguus est numerus illorum scriptorum, quæ illustrandæ Architecturæ Goldmanniæ causa reliquit LEONHARDUS CHRISTOPHORUS STURMIUS & quæ post facta ipsius Augustæ Vindelicorum impensis Chalcographi Augustani JEREMIAE WOLFFII lucem adspexerunt. Eorum argumentum ex ipso titulo comparet, quos hic ex Germanico in Latinum versos exhibere lubet. Nimirum An. 1718, in fol. ( plag. 8, Tab. 11 ) lucem adspexerunt *Idea & compendium Architecturæ Civilis*, explicationem terminorum technicorum & præcipuarum regularum exhibens; An. 1717, ( plag. 17, Tab. 17 ) *Officina ornatus architectonici perfecta*, in qua ordines architectonici juxta GOLDMANNUM, cujus insignia in hoc genere merita, describuntur; An. 1730, ( plag. 4½, Tab. 10 ) *Regule symmetriæ*, cæque in Architectura templi Salomonæi conspicuæ & ab eodem mutuo in nostra opera transsumptæ; An. 1718 ( plag. 4½, Tab. 9 ) *Tractatio de arcuationibus architectonicis triumphalibusque arcibus rite designandis*; An. 1720, ( plag. 3, Tab. 17 ) *Institutio de interioribus ædificiorum rite ordinandis & disponendis*, ubi etiam de aperturis fenestrarum & januarum, & de caminis, scalis, cœlis conclavium, aulis subdialibus præcepta reperiuntur. Anno eodem ( plag. 4½, Tab. 5 ) *Institutio Goldmanniana de ornatu architectonico extraordinario*, veluti picturis, quibus ædificia exor-

nantur, statuis & sculpturis, obeliscis, encarpis, cornibus Amaltheæ &c. An. 1715, ( plag. 4, Tab. 15 ) *Institutio de commoda dispositione ædium privatarum & civilium*; An eodem ( plag. 5, Tab. 8 ) *De suburbanis & nobilium ædibus in agris*; An. 1718, ( plag. 21, Tab. 35 ) *De construendis palatiis Principum ad Architecturæ regulas & genium seculi nostri*; An. eodem ( plag. 6, Tab. 13 ) *De ædificiis ad conventus publicos Provincia rectorum, magistratum, mercatorum &c. instituendos aptis*; An eodem ( plag. 8, Tab. 22 ) *De templis varii generis bene construendis*; An. 1720, ( plag. 6½, Tab. 15 ) *De ædificiis publicis, quæ curæ orphanorum, liberalibus studiis erudiendorum, ob flagitia castigandorum, senum, ægrotorum, peregrinorum & vinctorum custodia destinantur, rite parandis*; An. eodem ( plag. 2, Tab. 5 ) *De monumentis defunctorum, cenotaphiis, castris doloris &c.* An. eodem ( plag. 4½, Tab. 10 ) *De machinis hydraulicis, aquæ ductibus, fontibus & cisternis publicis*, & tandem An. 1721, ( plag. 2½, Tab. 4 ) *De Navium armamentariis & stationibus, itemque partibus rite parandis.* Ceterum huc etiam pertinet Prodromus Architecturæ Goldmannianæ editioni novæ & auctiori præmissus, qui sub titulo: *Vorbereitung zu einer neuen und vermehrten Edition der vollständigen Anweisung zur Civil-Bau Kunst, Augustæ Vindelicorum* An. 1714, in fol. reg. ( plag. 10, Tab. 29 ) prodit.

diit. In eo de cognitione Architecto necessaria agit, consilium impertitur; quomodo Princeps efficere possit, ut omnis materia sufficienti copia in promptu habeatur, ædificium publicum describit, in quo materiæ cum machinis & instrumentis afferuntur, & denique specimina quædam Architecturæ exhibet, veluti ideam palatii principalis, domus suburbanæ Ducis Megapolitani & turris alicujus prægrandis.

§. 22. In Anglia GUILIELMUS HALFPENNY Londini An. 1728, in 4. ( plag. 3, Tab. 15 ) edidit libellum sub titulo: *Magnum in parvo*, seu *The Marrow of Architecture*, hoc est, Medulla Architecturæ. In eo ordines architectonicos juxta PALLADIUM una cum arcubus delineare docet.

§. 23. Artem tignariam illustrant DECHALES in cursu ( §. 4, cap. 1 ) JOHANNES WILHELM in *Architectura civili* idiomate Germanico edita Norimbergæ in fol. ( 5 plag. Tab. 74. ) & JOHANNES VOGEL in *Architectura moderna* Germanico itidem idiomate conscripta ( *Hamburgi* An. 1707, in fol. 3 plag. Tab. 36 ). In Anglia JACOBUS SMITH edidit Tractatum de Arte tignaria Londini An. 1733, in 8. maj. ( plag. 2, Tab. 41 ) sub titulo: *The Carpenters Companion*, h. e. Fabrorum lignariorum Comes. Sed non alia habet quam WILHELMUS, nisi quod appendicem de ordinibus delineandis adjecerit.

§. 24. Artem secandi lapides in usum architectonicum, quam primus dedisse creditur PHILIBERTUS DE L'ORME in Architectura ( §. 6 ), docent DECHALES in cursu ( §. 4, cap. 1 ), qui sua ex opere, quod P. DERAN An. 1643. publicavit, præstantissimum in hoc genere, descripsit & DES ARGUES, cujus liber ex Gallico in Germanicum versus sub titulo: *Kunstrichtige und probmäßige Zeichnung zum Steinhauen in der Bau Kunst*, Norimbergæ An. 1699, in 8. ( 15 plag. Tab. 154 ) prodiit.

§. 25. Quoniam vero Autores isti, si P. DECHALES excipias, omissis demonstrationibus tantummodo praxin inculcant, neque etiam hic perfectam dedit Theoriam; ideo hunc defectum supplere conatus est FREZIER in *Theoria & Praxi de Sectione Lapidum*, seu *Tractatu de Stereotomia*, sermone Gallico duobus Tomis Argentorati 1737, & 1738, in 4. maj. edito ( Tomus I, Alph. 2, plag. 14, Tab. 27. Tom. II, Alph. 2, plag. 19½, Tab. 69 ). In usum eorum, qui praxi operam navant, ex Tomo secundo excerpti poterant, quæ huc faciunt, aut opus insigne P. DERAN in Linguam Germanicam verti mereretur.

§. 26. Ad Architecturam aquarum spectant libri Italici sequentes: 1. JO. BAPTISTÆ BARATTERI *Architettura d'Acque* ( *Piacenza* An. 1656, in fol. 3 Alph. 6 plag. ) 2. CORNELII MEYERI, Batavi, *L'Arte di restituire*



nuire a Roma la tralasciata navigazione del suo Tevere ( Roma 1675, in fol. 2 Alph. 3 plag. cum multis figuris textui insertis ) & ejusdem *Nuovi ritrovamenti* ( Roma An. 1689, in fol. plag. 8, & 1696, in fol. plag. 12, cum figuris plurimis ) 3. DOMINICI GUILMINI *della natura de' fiumi Trattato* ( Bononia An. 1697, in 4. 2 Alph. 2 plag. 15 Tabb. ). Ex *Meyeri* libro insigni plagio sua omnia descripsit Anonymus Gallus in libello *Amstelodami* An. 1696, in reg. 8. edito ( 6 plag. Tabb. 12 ) sub titulo : *Traité des moyens de rendre les Rivières navigables*. Quoniam vero Theoriae loco est, quod ab Italis praesertim de motu aquarum traditum; ideo non alienum a scopo praesente est injicere mentionem sylloges scriptorum de motu aquarum, quae sub titulo : *Raccolta d'Autori, che trattano del moto dell' Aque*, Tomis tribus in 4. maj. Florentiae An. 1723, ( Alph. 9, plag. 6, Tabb. 44, cum multis figuris textui insertis ) prodiit.

§. 27. Ad Architecturam aquarum referri quoque potest Tractatus de pontibus & aggeribus & dissertatio de crismatis, fornicibus, pilis & anteridibus pontium HENRICI GAUTIER, Architecti & Inspectoris viarum regiarum, pontium & aggerum in Gallia. Prodiit ille sub titulo : *Traité des ponts & chaussées*, Parisius An. 1716, in 8. ( plag. 14, Tabb. 26 ); haec vero sub titulo : *Dissertation sur les Culées, voussoirs, piles &*

*poussées des Ponts*. Habemus ab eodem autore Tractatum de viis muniendis sub titulo : *Traité de la Construction des Chemins* ( Parisius An. 1716, in 8. ( plag. 8, Tabb. 5 ) editum.

§. 28. De Architectura navali sermone Anglico commentatus est WILHELMUS SUTHERLAND, cujus quinque tentamina huc spectantia sub titulo : *The Shipbuilders Assistant, or Some Essays towards compleating the Art of Marine Architecture*, Londini An. 1711, in 4. ( Alph. 1, Tabb. 13 ) lucem adspexerunt. Inprimis autem hanc Architecturae partem tradidit Anonymus in Arte extruendi naves & earum constructionem perficiendi, quae *Amstelodami* sub titulo : *L'Art de bâtir les Vaisseaux*, in 4. ( Alph. 1, plag. 5½, Tabb. 147, quarum 35 textui inseruntur ) edita.

§. 29. Geometriam practicam ad Architecturam civilem applicatam addiscere licet ex opere Anglico, quod sub titulo : *Practical Geometry applied to the usefull Arts of Building, Surveying, Gardening and Mensuration*, Londini 1726, in fol. ( Alph. 1, plag. 112, Tabb. 40 ) edidit BATTY LANGLEY. Eodem instituto inservit *Architectura practica*, quam BULLET, Architectus Regius, An. 1691, in 8. maj. ( Alph. 4, plag. 4 ) Paris. publici juris fecit.

§. 30. In Dictionario Architectonico, quod *Londini* 1734, in 8. reg. ( Alph. 2, plag. 18, Tabb. 33 ) sub titulo : *The Builder's Dictionary* pro-

diit, non modo termini explicantur, verum etiam ex Architectorum celeberrimorum scriptis excerpuntur, quæ res ipsas vocabulis denotatas concernunt. Unde non modo usui est Anglis, verum etiam exteris usui esse potest.

Ceterum nullam h'c mentionem facimus scientiæ Architectorum militarium de BELIDOR, in qua multa habentur ad Architecturam spectantia singularia, quæ alibi frustra quæsieris, quia de hoc libro dicemus capite 13.

## C A P U T XII.

### *De Pyrotechnia.*

§. 1. **I**Nter nostros, qui Pyrotechniæ operam dant, maximi fiunt CASIMIRUS SIMIENOWITZ, Polonus, JOHANNES SIGISMUNDUS BUCHNERUS & ERNESTUS BRAUNIVS. Illius opus a THOMA LEONHARDO BEEREN ex Latino idiomate in Germanicum translatum & a DANIELE ELRICH integra parte secunda auctum prodiit *Francofurti ad Mœnum* An. 1676, in fol. sub titulo: *Vollkommene Büchsen-Meisterey-Kunst*. Ex eo sua plerumque descripsit DECHALES in *Cursu* (§. 4. cap. 1). Istius *Theoria & praxis Artilleriæ* Germanico idiomate *Norimbergæ* An. 1685, in fol. (2 Alph. 18 plag. Tabb. 53) Hujus denique *Novissimum Fundamentum & praxis Artilleriæ* eodem sermone conscriptum *Dantisci* An. 1687, in fol. (2 Alph. 16 plag. Tabb. 60) lucem adspexit. Ceterum Autores isti non tantum de iis agunt, quæ in bello usui sunt, sed ignium quoque festivorum rationem exponunt.

§. 2. MICHAEL MIETH in *Artilleriæ recentiori praxi* lingua nobis vernacula conscripta (*Francof. An.* 1684, in fol. 3 Alph. 10 plag. Tabb. 60) tormentorum & mortariorum descriptionem omnium exactissimam dedit & ignium nocivorum rationem declaravit, festivis omissis. Atque hi Autores abunde satisfaciunt iis ipsis, qui Pyrotechniæ data opera incumbunt.

§. 3. Inter Gallos eminet SURIREUS DE S. REMIGIO, cujus *Commentarii Pyrotechnici* (*Mémoires d'Artillerie*) accuratam descriptionem continent omnium machinarum & instrumentorum bellicorum hodie usitatorum, una cum rebus aliis eo pertinentibus. Optima editio est *Parisiensis* An. 1707, in 4. reg. (4. Alph. 17 plag. Tabb. 196), quæ ceteris quoque longe auctior.

§. 4. Ob peritiam bellicam celeberrimus COEHORNIUS sermone Batavo de *Artilleria* libellum brevem, sed

sed autore suo dignum, conscripsit, qui suppresso ejus nomine in Germanicum translatus sub titulo: *Der gründliche Unterricht von der Artillerie*, Hamburgi An. 1699, in 8. ( 10 plag. Tab. 23 ) prodiit.

§. 5. Tyronum usui servit Fabrica *Vulcani*, quam *Eques de S. Juliano* ( *Chevalier de SAINT JULIEN* ) *Hagæ* An. 1706, in reg. 8. ( 10 plag. ) edidit. Titulus libri: *La Forge de Vulcain, ou l'Appareil des Machines de Guerre*.

§. 6. An. 1713, idiomate vernaculo prodiit Compendium pyrotechnicum, Pyrotechniæ studiosis commendandum, sub titulo: *Gründlicher Unterricht von der Theoria und Praxi der heutigen Büchsenmeisterey*, *Francofurti* An. 1713, in 8. ( 2 Alph. 4 plag. 29 Tab. ). Si titulo fidem habemus, lingua Gallica ipsum conscripsit *Eques de S. Juliano* modo laudatus, & inde in Germanicam transtulit *AUGUSTINUS BRAND*. Sed diversum non modo est a Fabrica *Vulcani* paulo ante laudata; verum etiam partem primam integram verbotenus ex *MIETHII* Artilleria descriptam reperio, quod quomodo in versione libri a Gallo Gallice conscripti accidere potuerit, non satis apparet.

§. 7. Aliud compendium, sed minoris pretii, ante dedit *GEORGIUS ANDREAS BOECKLER* Tom. III, & IV, *Manualis Architectura militaris* ( *Francof. & Lips. An. 1689*, in 16, Tom. III, 4 plag. Tab. 11, & Tom. IV, 10 plag. Tab. 34 ). Cum tamen *COEHORNIUS*, *Eques de S. Juliano* & *BRANDIUS* tantum tradant, quæ usui bellico inserviunt, *BOECKLERUS* quoque de ignibus festivis tractat.

§. 8. Ceterum huc etiam referri debet *BLONDELLI* Tractatus de bombis jaciendis, qui sub titulo: *L'Art de jeter les Bombes*, *Parisiis* An. 1683, in 4. prodiit & in Germanicam linguam translatus *Sulzbaci* An. 1686, in 8. recusus. Scriptum Mathematico dignum. Huic affine est scriptum, quod sub titulo: *Le Bombardier François*, *DE BELIDOR*, *Parisiis* editum, *Amstelodami* recusum An. 1734, in 4. reg. ( Alph. 2, plag. 11, Tab. 8 ), in quo simul praxis Pyrotechniæ concinna perspicuitate exponitur. Pertinet huc etiam *F. E. Comitis de HERBERSTEIN* *Cyclodiatomia*, qua pro rei tormentariæ incremento motum ac tempus projectorum mensurat & demonstrat. ( *Prage* An. 1716, in 8. Alph. 1, Tab. 20 ).

## CAPUT XIII.

*De Architectura Militari.*

§. 1. **Q**ui de Architectura militari commentati sunt, vel formas muniendi proprias, vel alienas exponunt.

§. 2. Primum forma muniendi Belgica admodum celebris extitit, de qua scripsit ADAMUS FREYTAG, Polonus, cujus *Architectura militaris* Germanice prodiit *Amstelodami* An. 1665, in fol. ( 2 Alph. 9 plag. Tabb. 3½ Alph. ). Eandem in numeris tantum immutavit GERHARDUS MELDER, cujus *Praxis fortificatoria, Francofurti* An. 1666, in fol. lucem adspexit ( plag. 36, Tabb. 8 ).

§. 3. Minori autem in pretio statim haberi cœpit, cum An. 1645, Comes DE PAGAN suam muniendi formam publicaret *Parisiis* in fol. ( 1 Alph. 6 plag. Tabb. II. ) sub titulo : *Les Fortifications de Comte DE PAGAN*, postea in sermonem Germanicum translata. Cum eo in multis convenit HENRICUS RUSIUS *Baro de RUSENSTEIN*, cujus muniendi forma cum *Melderiana* prodiit ( §. 2 ).

§. 4. Eidem quoque agnata est, magis tamen quam *Rusiana* ab eadem dissidet, quam BLONDELLUS sub titulo : *Nouvelle manière de fortifier les places, Parisiis* An. 1686, in 12. reg. ( 5 plag. Tabb. 12 ) in lucem

emisit, recusam *Hagæ Comitum* ( An. 1686, in 8 ) bonam quidem, sed sumtuosam nimis.

§. 5. Comes DE VAUBAN duas muniendi formas invenit & secundum eas celebria munimenta exstruxit; sed neutram ipsemet descripsit. Priorem optime delineavit Abbas DU FAY, qui eam sub titulo : *La véritable manière de bien fortifier de M. DE VAUBAN* in lucem publicam emisit. ( *Amstelod.* An. 1692, in 12. plag. 9 ). Posteriores primus descripsit Autor Anonymus in libro Gallico, cujus titulus : *L'Ingénieur François* ( *Paris.* An. 1691, in 8. reg. 13½ plag. Tabb. 33 ). Utramque STURMIUS, aliquoties jam laudatus, in libro Gallico sub titulo : *Le Véritable VAUBAN* explanavit ( *Hagæ Comitum* 1709, in reg. 8. plag. 14, Tabb. 31 ). Recenset idem regulas Architecturæ militaris fundamentales & principia Arithmeticæ ac Geometriæ practicæ more communi præmittit, ut adeo tyronum instituto inserviat hic liber.

§. 6. COEHORNIUS suam muniendi methodum primum sermone Batavo edidit *Leeuwardia* An. 1685, in fol. ( 45 plag. Tabb. 14 ). Postea in sermonem Gallicum translatus prodiit *Hagæ Comitum* An. 1706, in reg. 8. ( 19 plag.

(19 plag. Tab. 14.) sub titulo: *Nouvelle Fortification, tant pour un terrain bas & humide, que sec & élevé.*

§. 7. Singulares muniendi formas, a reliquis prorsus diffidentes, apud Italos dedere ALEXANDER DE GROTTTE & DONATUS ROSETTI. Prior prodiit Italice *Venetiis* An. 1617, (3 Alph. in fol.) anno sequente Monachii Germanice recusa: posterior itidem Italice *Augusta Taurinorum* An. 1678, in fol. (Alph. 2, plag. 5).

§. 8. Similiter apud nostros inusitatam reliquis formam dedit BERNHARDUS SCHEITER in libro Germanico, cui titulus: *Neu vermehrte und verstärkte Vestungs-Bau- und Kriegs-Schule* (*Brunswiga* An. 1672, in fol. 11 Alph. 7 plag. Tab. 24). Eam cum anno sequente oppugnaret CHRISTIANUS NEUBAUER eidemque aliam suam opponeret in libro Germanico, cui titulus: *Wohlmeinende Gedancken, oder Discurs über ausgegangene Fortification des Tit. Herrn JOH. BERNHARD SCHEITERS* (*Colonia ad Spream* in 8.); SCHEITERUS An. 1677, *Argentorati* in fol. (1 Alph. 2 plag. Tab. 8) *Examen fortificationum* in lucem publicam emisit, in quo *Neubauerianam* oppugnat, suam defendit, aliamque novam superaddit. NEUBAUERUS autem An. 1679, suam in *vera praxi Architectura militaris* (*Stargardia* An. 1679, in fol. plag. 19, Tab. 8) uberiorius exposuit.

§. 9. ERNESTUS FRIDERICUS *Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

DE BORGS DORF novas muniendi methodos publicavit cum in Munimento inexpugnabili, cui titulus: *Unüberwindliche Festung* (*Ulma* An. 1682. in 8. plag. 7, Tab. 8), tum in scripto altero, cui titulus: *Die besetzte Stütze eines Fürstenthums, oder neu erfundene Defension wieder das sonst Welt bezwingende Canoniren, Bombardiren und Miniren.* (*Norimberga* An. 1687, in 8. cum aliquot figuris).

§. 10. GEORGIUS RIMPLERUS in libello Germanico, cui titulus: *Die bevestigte Festung* (*Francofurti* An. 1674, in 12. plag. 16) hactenus usitatas muniendi formas omnes rejicit, tanquam principiis spuris nitentes, & axiomata prorsus nova substituit: quibus tamen convenientem muniendi formam ipse non delineat. Nemo autem magis in ea delineanda desudavit, quam Cl. STURMIUS in libello, cui titulus: *Entdeckung der unstreitig allerbesten Manier zu bevestigen* (*Francof. ad Oderam* An. 1704, in 8. plag. 12, Tab. 9). Alias quoque eandem operam sumsit DANIEL SÜTTINGER in scripto Germanico *Dresda* in fol. edito (plag. 14, & 9½ plag. fig.).

§. 11. Scripta RIMPLERI admodum rara annotationibus & schematibus, quæ desiderabantur, illustrata, additis nonnullis aliis, *Dresda* in 4. An. 1724, (Alph. 3, plag. 9, Tab. 10) recudi curavit LUDOVICUS ANDREAS HERLIN, qui

Q

STUR-

STURMII de RIMPLERI inventis  
judicium parum probat.

§. 12. RIMPLERI principia pro-  
bat J. H. LANDSBERGIUS, Ger-  
manus, Statuum Belgii fœderati Ar-  
chitectus militaris primarius, & iif-  
dem consonam muniendi formam de-  
lineat: cum tamen non ex affe ipsi  
fatisfaciat, novam quandam aliam  
substituit, in libro Gallico, cui titu-  
lus: *Nouvelle manière de fortifier les  
places* (Haga Comitum, An. 1712, in  
4. plag. 11, Tabb. 8).

§. 13. Idem laudatus LANDS-  
BERGIUS, una cum aliis Architectis  
militaribus peritis, valde probat  
*Architecturam militarem*, quam DA-  
NIEL SPECKLE, Architectus Ar-  
gentoratenfis, jam An. 1589, in fol.  
(2 Alph. 10 plag. Tabb. 36) publici  
juris fecit. Hinc etiam factum est,  
ut præclarum in hoc genere opus  
*Dresda* An. 1705, in fol. fuerit recu-  
sum (2 Alph. 12 plag. Tabb. 24).

§. 14. Sunt vero adhuc plures in-  
ter nostros, qui singulares muniendi  
formas dedere, attentione Archi-  
tektorum militarium non indignas.  
Huc refero JOHANNEM FRANCIS-  
CUM GRIENDEL AB AACH, qui  
septem muniendi formis, utut eidem  
fundamento superstructis, inclaruit  
(*Norimbergæ* An. 1683, in fol. plag.  
14. Fig. plag. 15), CHRISTOPHO-  
RUM HEER, qui in *Theoria & praxi  
Artis muniendi* (*Francof.* An. 1689,  
in 4. plag. 16, Tabb. 30) elegantes  
dedit sibi que proprias constructio-

nes; in *Speculo vero Artis muniendi*  
(*Lipsiæ* An. 1694, in 4. plag. 17,  
Tabb. 31) præterea varia munimen-  
ta celebria Europæ describit, &  
CHRISTOPHORUM HEIDENMANN,  
cujus *Architectura militaris* una pro-  
diit *Monachii* An. 1664, in fol. (1  
Alph. 22 plag. 27, & fig. plag.) al-  
tera ibidem An. 1673, in fol. (plag.  
10, & Fig. plag. 14).

§. 15. Nec forte e re esset WIL-  
HELMI DILICHII *Peribologiam*  
(*Francofurti* An. 1640, in fol. 2 Alph.  
2 plag. Tabb. 409, seu 9. Alph. 11  
plag. (in scenam adducere, quoniam  
Architecturæ militaris periti multa ad  
praxin proficua in ea reperient. Im-  
mo si verum fateri fas est, in hoc  
autore occurrunt, quæ dudum post-  
hac in Gallia tanquam nova inventa  
prodita fuerunt. Unde melius de eo  
judicium ferendum, quam tulit DE-  
CHALES in Tractatu de illustribus  
Mathematicis Tomo I, Mundi Ma-  
thematici (§. 4, cap. 1). Idem quo-  
que edidit *Scholam militarem* (*Fran-  
cof. ad Mæn.* An. 1689, in fol. 10  
Alph. 13 plag. cum ingenti numero  
figurarum partim æri, partim ligno  
incisarum), in qua omnia ad bellum  
tam veterum, quam nostris moribus  
necessaria describuntur & illustrantur.

§. 16. In eadem scena mimi vi-  
ces adimplebit WENDELINUS SCHILD-  
KNECHT, qui muniendi formam Ba-  
tavam stylo histrionico describit (*Ste-  
tini* An. 1652, in fol. plag. 129, &  
fig. plag. 20½).

§. 17.

§. 17. Eclecticam quandam muniendi formam ex ANTONII DE VILLE, Comitum DE PAGAN & VAUBAN methodis deductam proposuit Autor Anonymus in libro, cui titulus: *Nouvelle manière de fortifier les places, tirée des méthodes du Chevalier DE VILLE &c.* (Amstelodami An. 1689, in reg. 12 plag. 10 Tabb. 15), qui regulas Architecturæ militaris bene explicat, simulque ideam exhibet, quomodo diversorum Architectorum muniendi formas una ad praxin transferre liceat. ANTONII DE VILLE *Ars muniendi* prodiit Amstelodami An. 1675, recusa juxta editionem Parisinam An. 1672, in 8. (1 Alph. 3 plag. cum figuris multis partim textui insertis, partim seorsim excusis). Multa hic distincte exponuntur, quæ alibi vel omittuntur, vel strictim proponuntur.

§. 18. MATTHIAS DOEGEN in *Architectura militari moderna*, quæ An. 1647, in fol. (Alph. 5, plag. 13, Tabb. 78), Latina lingua prodiit, formam equidem muniendi Batavam nonnisi describit, quæ illo tempore usitatissima erat; multa tamen lectu digna habet iis præsertim, qui in extructione munimentorum scitu necessaria nosse desiderant. Regulas, quas tradit, exemplis veris celebrium tunc temporis per Europam munimentorum illustrat, calculos, ubi iis opus est, perspicue explicat, de figurarum irregularium fortificatione experientia confirmata tradit,

modumque munimenta oppugnandi & defendendi declarat. Singula variis historiis tam veteribus, quam novis confirmat. Partem Architecturæ militaris, quæ de locis muniendis agit, *Hercoteclonicen*; alteram vero, quæ de munimentis oppugnandis & defendendis tractat, *Areoteclonicen* vocat. Et hujus partem oppugnatoriam *Poliorecticen*; repugnatoriam vero *Antipoliorecticen* appellat.

§. 19. BONAJUTUS LORINUS, Nobilis Florentinus, cujus *De Architectura militari* Libri quinque a DAVIDE WORMBS R ex Italico in Germanicum versi *Frankofurti ad Manum* An. 1607, in fol. prodierunt, multa habet, quæ etiam in Architectura civili usui sunt, & libro quinto Mechanicam practicam tradit, variaque instrumenta & machinas varias describit.

§. 20. DONATUM ROSETTI singularem quandam muniendi methodum invenisse, quæ a ceteris prorsus dissidet, eandemque sub titulo: *Fortificazione à rovescio* sermone patrio edidisse, supra jam meminimus (§. 7). Ejus ideo mentionem injicere lubet, quia peritis viam ad ulteriora sternit. Unde eidem multum tribuit ALEXANDER CHRISTIANUS LE MAITRE in *Troja vetere & nova* An. 1684, in 8. (Alph. 1, plag. 7, Tabb. 14), ob principia utilia lectu dignissimus.

§. 21. Nec minus singularis ea est, quam pro inexpugnabili vendi-

tat JACOBUS DE LA VERGNE, Architectus militaris Cæsareus primarius, cujus *Nouvelle Fortification imprenable par force d'Armes*, lucem adspexit *Vienna Austria* An. 1700, in 4. (plag. 17, Tab. 1). Ostendit idem, quomodo munimenta ordinaria ad novam istam formam reduci queant. Edidit idem ibidem An. 1698, duos Tractatus alios in 4. quorum unus inscribitur: *De l'utilité d'avoir un bon Ingénieur ou Directeur général des Fortifications dans un Etat &c.* alter vero: *Nouveau exercice du Gabion & de la Fascine*. Constat ille plag. 11, hic itidem plag. 11, & Tabb. 3. Quemadmodum vero illi jungit Tractatum de officiis Architectorum militarium, qui subsunt Directori generali; ita in altero quoque agit de modo oppugnandi munimenti satis perspicue.

§. 22. Hactenus recensitas muniendi formas omnes, sola Landsbergiana excepta, una cum aliis a nobis brevitatis studio prætermisissis atque propriis, breviter describit & ad examen revocat, vir in hoc studiorum genere probe versatus sapientiusque jam nobis laudatus STURMIUS in *Architectura militari hypothetica & eclectica* ( *Norimbergæ* An. 1702, in 8. plag. 10, & fig. plag. 6 ), ex quo adeo libro brevi temporis spatio cognoscere licet, quæ alias ex vastis voluminibus cum multo sumptuum & temporis dispendio forent conquirenda. In prima editione desideratur orthographia munimento-

rum. Hic vero defectus suppletur in altera, quæ multo auctior *Norimbergæ* An. 1719, in 4. ( Alph. 1, Tabb. 42 ) prodiit.

§. 23. Novam quoque muniendi methodum dedit ROZARD, Architectus militaris Electoris Bavariæ, quam in libro sub titulo: *Nouvelle Fortification Française, Norimbergæ* in 4. reg. An. 1731, Alph. 1, Tabb. 42 ) editio describit. In parte altera desiderio aliorum satisfactorius adiecit explicationem trium systematum Comitum DE VAUBAN, qualem ex ipsis munimentis ab eodem extructis hausit, una cum omni praxi offensiva & defensiva, ubi etiam præriorum rationem habet, addens ubivis observationes, quas experientia domestica suggererat.

§. 24. Restat ut de iis Autoribus dicamus, qui in gratiam Architecturæ militaris studiosorum libros ediderunt. Commendandi hic nobis sunt Don SEBASTIAN FERNANDEZ DE MEDRANO in *Architectura militari*, quæ sub titulo *Ingénieur pratique, Bruxellis* An. 1696, in 8. ( 1 Alph. Tabb. 35 ) lucem adspexit; Cl. OZANAM, cujus Tractatus de *Architectura militari* ( *Traité de Fortification* ) *Parisiis* An. 1694, in 8. reg. ( 17 plag. Tabb. 44 ) prodiit; Eques de S. JULIANO supra laudatus, cujus *Architectura militaris* publicata est sermone Gallico, *Hagæ Comitum* An. 1705, in 8. ( plag. 11, Tabb. 25 ). In eundem censum venit  
Ano.



Anonymi Architectus militaris Gallicus supra laudatus (§. 5).

§. 25. In vernacula nostra notissimi sunt libri sequentes: 1. GEORGE CONRAD MARTII *Europäischer Ingenieur* (Norimbergæ An. 1696, in 8. 2 Alph. 16 plag. Tabb. 60), qui præter Architecturam militarem etiam Arithmeticam & Geometriam practicam prolixè tradit: 2. JOH. HEINRICI BEHRS *aufs neu verschantzter Turenne oder gründlich-alt und neue Kriegs-Bau-Kunst* (Francofurti An. 1690, in 8. 1 Alph. 16 plag. Tabb. 32): 3. JOHANN SEBASTIAN GRUBERS *Friedens- und Krieges-Schule* (Norimbergæ An. 1697, in 8. 2 Alph. 11½ plag.): 4. Eiusdem *Examen Fortificationum* (Lipsiæ An. 1703, in 8. 1 Alph. 22 plag. Tabb. 19): 5. ejusdem *neuer und gründlicher Unterricht von der heutigen Fortification und Artillerie* (Norimb. 1700, in 8. 1 Alph. 17. plag. 16 Tabb.) alique.

§. 26. Anno 1722, *Bruxellis* prodiere Principia Architecturæ militaris modernæ (*Les Principes de la Fortification moderne*) Directoris Academiæ militaris Cæsareæ, quæ *Bruxellis* est, HARTMANNI in reg. (plag. 19, Tabb. 9). Explicat principia Comitum de VAUBAN & COEHORNII, ac multus imprimis est in uberius explicanda munimentorum oppugnatione & defensione, quam ab aliis factum: ut hinc addiscere liceat, quomodo munimentorum forma ad examen re-

vocanda, ubi quidem rectum de iis iudicium ferre velis.

§. 27. Inprimis autem commendari meretur Anonymi \* *Institutio Architecturæ militaris*, quam sub titulo: *Le parfait Ingénieur François*, Amstelodami An. 1734, in 4 (Alph. 1, plag. 22, Tabb. 42) edidit. Omnem enim artem muniendi secundum triplicem non modo methodum Comitum de VAUBAN, verum etiam ER-RARDI, SARDII, Equitis de VILLE, Equitis de S. JULIANO, MAROLOISII, BOMBELLI, BLONDELLI, Comitum de PAGAN, COEHORNII, SCHEITERI, STURMII aliorumque anonymorum explicat, artem muniendi irregularem reformat, & praxin offensivam ac defensivam consummatam tradit. De STURMII cogitatis parum honorifice sentit, quantumvisque sibi visus fuerit Apollo.

§. 28. Antea celebrabatur liber Gallicus, quem secunda vice multo auctiorem sub titulo: *Les Travaux de Mars ou l'Art de la Guerre*, seu *Artis militaris*, Parisiis An. 1685, in 8. reg. ediderat ALLAIN MANNESON MALLET tribus tomis. Tomus I, constat Alph. 1, plag. 2, Tabb. 152; Tomus II, plag. 22, Tabb. 111; Tomus III, Alph. 1, plag. 3. Figuræ ipsi textui insertæ sunt & ornatus gratia multa adjiciuntur, quæ ad rem non faciunt, quemadmodum fecit in Geometria practica supra laudata (§. 30, cap. 3). Etsi

Q 3

autem

\* Abbatis DEIDJER.

autem ab eo tempore Architectura militaris multum subierit mutationis, in primo tamen præsertim ac tertio tomo habentur, quæ non sine fructu leguntur. Editionis primæ versionem Germanicam dedit An. 1672, *Amstelodami* in 8. reg. excusam sub titulo : MANESSON MALLET *Kriegs-Arbeit*, qui puritatem linguæ Germanicæ ridicule affectabat PHILIPPUS A ZESEN, sed ob insuetum dicendi genus nullius momenti.

§. 29. Regulas fundamentales Architecturæ militaris qui cognoscere avent, iis abunde satisfaciet JOHAN. JACOBUS WERTMULLER in Theatro regularum fundamentalium Architecturæ militaris tam veterum, quam recentiorum, *Schauplatz der alten und neuen Fortifications Maximen*, *Francof. ad Mæn.* An. 1691, in 8. 1 Alph. 20 plag. Tab. 12) & in Lapide Lydio Architectorum militarium, *Probiar-Stein der Ingenieur* An. 1685, in 8. 16 plag. Tab. 4), tum etiam in *Apologia fortificatoria*, in qua Belgicam muniendi formam defendit, quamvis eam aliqua emendatione indigere fateatur (*Francof.* An. 1691, in fol. 1 Alph. 15 plag. & Fig. plag. 16).

§. 30. Quæ in excitatione munitamentorum observari merentur, docent JOHANNES FAULHABER in *Schola Architectorum militarium* (*Norimbergæ* An. 1637, in 4.) & HEER in *Praxi Artis muniendi* (§. 14) præter alios, quos antea laudavimus.

Inprimis hic commemorari meretur LAMBERTUS LAMBION in *Praxi Architectonica* (*der Bau-Practica*) (*Viennæ* An. 1696, in 8. plag. 16, & Fig. plag. 1½), ubi multa singularia occurrunt præsertim de cuniculis subterraneis, nisi quod linguæ Germanicæ non satis peritus male scripserit, ut adeo libellus Germanice scriptus in idioma Germanicum verti meretur.

§. 31. De praxi militari tam offensiva, quam defensiva data opera scripsit GOULON in libello Gallico, cui titulus : *Mémoires pour l'attaque & pour la défense d'une Place* (*Hagæ Comitum* An. 1706, in 8. plag. 13, Tab. 4) & qui eodem adhuc anno recusus *Weseli* in 8. reg. (plag. 5, Tab. 4) postea in Germanicum idioma translatus (*Norimb.* An. 1709, in 8. plag. 5½, Tab. 4).

§. 32. Etsi autem multa utilia dederit, quæ domestica experientia ipsum docuit, non tamen dedit, quæ sufficiunt. Anno autem superiori 1737, *Hagæ Comitum* in 4. reg. (Alph. 1, plag. 5½, Tab. 33) prodit *Comitis* DE VAUBAN de praxi offensiva & defensiva opus posthumum, sub titulo : *De l'attaque & de la défense des places*, quod observationibus ultra dimidium seculum a se continuatis superstruitur. Composuerat idem in usum Ducis Burgundiæ, cui MSC. dederat, non ea intentione, ut publici juris fieret; sed ut arcani instar asservaretur. Neque adeo facile

facile erat MSC. istud describi, propter Tabulas majores, in quibus Schemata nitidissime delineata erant. Cui in eo candide de singulis mentem suam aperuerit; nullum superesse potest dubium, quin insigni cum fructu legatur ab iis, qui castra sequuntur, vel de praxi offensiva & defensiva iudicium sibi sumunt.

§. 33. JOHANNES TEYLER in *Architectura militari* (Rot. 1697, in 4. plag. 8, Tabb. 41) ad Architecturam militarem Algebram applicare coepit, quoad calculum inprimis probabilium, spem ferendi planum sclopeto vel tormento ad mensuram revocaturus. Aliud vero Specimen Algebrae ad Artem Fortificatoriam applicatae, diversum profus a *Teyleriano*, etiam dedit JOH. MATTHIAS HASIUS, nunc Mathematicum Professor Wittebergensis, *Lipsiae* An. 1707, in 4. (plag. 3½, Tab. 1).

§. 34. Tandem hic commemorandum est opus, quod in usum Architectorum militarium conscripsit BELIDOR, Commissarius ordinarius Artilleriae, Professor Mathematicum Regius in Scholis eidem destinatis, editum *Parisiis*, mox vero *Hagae Comitum* recusum An. 1734, in 4. reg. (Alph. 2, plag. 10, Tabb. maj. 53) sub titulo: *La Science des Ingénieurs dans la conduite des Travaux de Fortification & d'Architecture civile*. In eo Autor, qui omni studio id agit, ut ad solidam scientiam Architectos militares perducatur, eoque fine in eorum

gratiam Cursum mathematicum jam ante edidit, recusum *Parisiis* An. 1725, in 4. reg. cum 24 Tabulis figuras nitidissime æri incisas exhibentibus, in quo ea inprimis docentur, quæ iisdem scitu necessaria sunt ad finem istum consequendum, non modo ea tradit, quæ ex Architectura militari, verum etiam quæ ex civili iisdem perspecta esse debent. Traditur hic theoria multorum, quæ hactenus in utraque Architectura nudæ experientiae fuere superstructa. Videre hoc est ex libro primo atque secundo, quorum isto quæ ad muros, hoc autem quæ ad fornices pertinent, ex principiis geometricis & mechanicis demonstrat, usus hinc inde demonstrationibus algebraicis. Usui esse potest hoc opus iis, qui ad formam scientiae vere mathematicae utramque Architecturam reducere voluerint ea demonstraturi, quæ hactenus experientiae fide sumuntur nondum satis limata. Opus hoc etiam in censum scriptorum de Architectura civili referendum, inter quæ eminet, quatenus viam ad ulteriora sternit.

§. 35. Non silentio prætereundus est libellus Germanicus, quem JOHANNES CHRISTOPHORUS GLASERUS *Hale Saxonum* An. 1728, in 4. (Alph. 1, plag. 2, Tabb. 6) (sub titulo: *Vernünfftige Gedancken von der Kriegs-Bau Kunst erste Probe*) edidit, in quo ostendit in omnibus muniendi formis, quæ hactenus prostant, deficere defensionem fossæ sufficientem, novamque

vamque proponit, qua huic defectui succurritur. Addit adhuc aliam per Algebram erutam. Plura dare constituerat specimina Architecturæ militaris perficiendæ: sed nescio qui factum, ut a proposito suo destiterit.

§. 36. Artem militarem universam describit GEORGIUS ANDREAS BOECKLER in Schola militari moderna: *Neu vermehrte Kriegs-Schule*, quæ *Francofurti ad Mœnum* An. 1635, in 8. (Alph. 2, plag. 8, cum figuris multis æri incisis) prodiit. Tradit autor ea omnia, quæ in bello usui esse possunt, ita ut etiam jus militare Cæsareum, Suecium & Batavum libro suo inseruerit, & sub finem in Appendice varia arcana doceat, quæ militibus scitu necessaria.

§. 37. Huc etiam pertinet JOHANNIS FRIDERICI A FLEMMING, Regis Poloniarum & Electoris Saxoniae Tribuni militum pedestrium, Miles Germanus perfectus, *der vollkom-*

*mene Deutsche Soldat*, qui *Lipsiæ* An. 1726, in fol. (Alph. 9, plag. 8, Tabb. 64) prodiit, in quo autor omnem scientiam militarem, inprimis quæ ad militem pedestrem spectant, dilucide exponit. In eundem quoque censum referri potest liber Gallice conscriptus, quem sub titulo: *Les Fonctions du Capitaine de Cavalerie & les principales de ses Officiers subalternes*, multo auctiorem *Parisiis* edidit DE BIRAC, recensum *Hagæ* An. 1693, in 8. (Alph. 1, plag. 2, Tabb. 14). Optandum vero foret, ut quis rei militaris peritus, in Mathesi versatus & methodi gnarus Artem militarem in eam formam redigeret, qua nos Pyrotechniam, Architecturam militarem & civilem repræsentavimus, iis simul perlustratis, quæ Autores modo laudati tradiderunt, & ex Autoribus superioribus aliisque peti possunt.

## F I N I S

*Commentationis de præcipuis scriptis mathematicis.*



PRÆFATIO



# COMMENTATIO

DE

## STUDIO MATHESEOS RECTE INSTITUENDO.

### PRÆFATIO.



QUI Mathesi addiscendæ operam navant, non eundem sibi scopum præfigunt. Elementa nostra Matheseos universæ ita conscripsimus, ut pro multiplici discentium scopo satisfaciant omnibus. Quoniam vero non omnes eadem industria eidem incumbere tenentur, nec omnia addiscenda omnibus; igitur nobis propositum est docere, quid unicuique conveniat. Mul-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

R

tum

tum omnino interest, ut studium Matheseos rite tractetur, siquidem sine molestia ac temporis dispendio feliciter progredi volueris. Quamobrem nostrum esse duximus, monstrare viam, qua sit eundem, ne ad devia declinemus: id quod facillime accidit. Eam igitur, quam in nos suscepimus, de studio mathematico rite instituendo tractationem utilitate sua non destitutum iri confidimus. Quamobrem suademus, ut omni attentione eandem legat & relegat, qui Matheseos addiscendæ animo ad Elementa nostra legenda accedit. Quod si quis studiose observet, quæ præcipimus, eum participem futurum fructus, quem eidem pollicemur, nulli dubitamus. Insignem vero percipiet voluptatem, ubi senserit voto respondere eventum: quem ubi prævidet, eo ipso accendetur ardor majore industria Matheseos studium continuandi, quam qua idem inchoavit. Nostrum imprimis est amplificare Matheseos studium, nunquam satis commendandum, nunquam pro dignitate deprædicandum. Nihil igitur omittendum, quod huc quomodocunque facit. Alienam felicitatem qui nostram existimamus, id unice intendimus, ut dicamus, ut scribamus, quæ profunt aliis. Quamobrem nec quicquam magis in votis habemus, quam ut omnes, qui ad Mathesin addiscendam animum appellunt, participes fiant ejus fructus, qui ex studio mathematico percipi potest.

C O M M E N T A T I O  
D E  
S T U D I O M A T H E S E O S  
R E C T E I N S T I T U E N D O .

---

C A P U T P R I M U M .

*De diversis cognitionis gradibus & quomodo iidem acquirantur.*

§. 1. **T**res dantur gradus cognitionis humanæ in omni veritatis genere, quos recto facultatum cognoscendi usu acquirere licet. Aut enim in eo acquiescimus, quod veritatem ab aliis propositam intelligamus; aut ulterius progressi id agimus, ut ejusdem etiam convincamur; aut denique operam damus, ut ex iis, quæ cognovimus, alia adhuc nobis incognita proprio Marte eruere valeamus.

§. 2. Primus gradus acquisitu omnium facillimus & a ceteris præsupponitur: neque enim veritatis, nisi intellectæ, convincitur animus; sive eum a priori, sive a posteriori convincere volueris; multo minus autem ex iis, quæ cognovisti, alia in-

cognita deducere potueris, nisi ea, quæ cognovisti, satis intellexeris. Gradus secundus difficilius comparatur primo, cum multo ampliorem requirat facultatum usum; nec ad tertium adspirandum, nisi ubi ad secundum ascenderit. Tertium denique omnium difficillime consequi licet, cum amplissimum omnium exigat facultatum usum. Qui in Logica & Psychologia satis fuerint versati veritatem dictorum abunde perspicient: ceteris satisfaciet experientia domestica, ubi diversis hisce gradibus acquirendis non sine successu operam dederint. Elucescet quoque quodammodo veritas ex iis, quæ mox de illis uberius dicentur.

§. 3. Cognitionem gradus primi  
R 2 acqui-

acquisturus, definitiones, theoremata & problematum resolutiones sibi perspecta reddere tenetur, omiffis demonstrationibus. Cognitionis secundi gradus compos futurus addere debet demonstrationes. Ad cognitionem tandem tertii gradus perventurus, in rem presentem veniat necesse est, & ex iis, quæ ipsi cognita & perspecta sunt, aequifito cum secundo gradu facultatum usu, eruerestudeat opus est sibi nondum nota: quod quomodo fiat, posthac indigitabimus, quantum presentis instituti ratio permittit. Neque enim nobis jam propositum est explicare Artem inveniendi, quæ legitimum facultatum usum in eliciendis incognitis ex cognitis distincte docet.

§. 4. Theoremata & problemata eorumque resolutiones non intelliguntur nisi per definitiones terminorum, qui in iisdem occurrunt. Incipiendum igitur est a definitionibus, quæ ideo propositionibus præmittuntur; vel omnes simul, quemadmodum in Arithmetica & Geometria fecimus; vel eo saltem loco, ubi occurrunt propositiones, quæ per eas intelligendæ, quemadmodum in reliquis Matheseos partibus non sine ratione factum esse apparet.

§. 5. Ad definitiones intelligendas afferenda est attentio, sub initium præsertim molesta, adeoque omnimodo excitanda & fovenda. Conducit huc, si definitiones exemplis, veluti in Arithmetica numeris, illus-

trentur, & in Geometria, ad figuram oculis presentem applicentur. Ita enim facilius intelliguntur; ut molestia vanescat, quæ attentionis conservandæ difficultatem parit. Ita definitio similitudinis illustratur exemplis duorum horologiorum, & duorum ædificiorum, quæ in scholio definitioni adjecto in medium attulimus (§. 27. *Arith.*). Definitionem partis aliquotæ illustramus exemplo lineæ in quatuor partes æquales divisæ, cum enim pars una quater sumta lineam integram adæquet, erit ea pars aliquota (§. 30. *Arithm.*). Ita, in ipsa Arithmetica, definitionem numeri quadrati & radice quadratæ numeris adjectis illustravimus, ut tali exemplo non sit opus. Cum definitiones in Geometria retulerimus ad figuras, me tacente apparet, quomodo ad eas applicari possint, veluti dicendo in definitione trianguli æquilateri (§. 88. *Geom.*), quod sit  $AB=BC=CA$  (*Tab. I. Fig. 16*); perinde ac si ratio ostendi deberet, figuram, quæ oculis subjicitur, esse triangulum æquicrurum. Sensus nimirum, aut imaginatio, quæ sensu antea percepta denuo presentia sistit, attentionem in objectum trahit, cujus idea exhibet, quæ in definitione continentur; quo ipso & attentio excitatur & conservatur: cumque definitionem a nobis intelligi nobis jam conscii simus, molestia evanescit, quam termini non satis intellecti primum nobis objiciebant, immo in voluptatem abit, quæ ardorem



ardorem dicendi accendit & inflammat, prout casus tulerit.

§. 6. Definitiones eo ordine collocantur, ut termini in anterioribus jam fuerint definiti, qui datam ingrediuntur. Ex. gr. Commensurabilia definiuntur, quod partem aliquotam communem habent, vel eorum unum sit pars aliquota alterius (§. 31. *Arithm.*). Pars vero aliquota jam fuit definita (§. 30. *Arithm.*), immo pars in genere (§. 9. *Arithm.*). Similiter Quadratum definitur per figuram quadrilateram, æquilateram, rectangulam (§. 98 *Geom.*). Sed figura jam ante (§. 34. *Geom.*), figura quadrilatera (§. 97. *Geom.*), figura æquilatera (§. 88. *Geom.*), figura rectangula (§. 97. *Geom.*) fuit definita. Unde consequitur, definitiones legendas esse eo ordine, quod in singulis disciplinis numerantur, & definitiones terminorum esse repetendas, qui datam ingrediuntur. Ita nimirum obtinetur, ut quælibet earum penitus intelligatur, & animo ingenerentur notiones adæquatæ, in quibus nihil latet obscuri, ut intellectus plena luce perfruatur. Ex. gr. ubi definitionem commensurabilium expendere volueris, illustranda primum est exemplis (§. 5), utrumque ejus casum repræsentando in numeris atque lineis. Ad exempla tam arithmetica, quam geometrica applicanda est definitio; ita ut primum contentus sis notionibus confusis, quas conspectus numerorum & figurarum

suggerit. Deinde applicandæ ad eadem exempla sunt definitiones partis & partis aliquotæ; ita enim futurum, ut definitionem commensurabilium in utroque quantitatum genere penitus intelligas, nec quicquam relinquatur obscuri, ubi eadem industria in definitionibus anterioribus fueris versatus. Sint ex. gr. duo numeri 3 & 12. Quoniam 3, sive ternarius, quater sumtus, numerum 12, sive duodenarium adæquat, erit ille hujus pars aliquota (§. 30. *Arithm.*); adeoque numerus unus est pars aliquota alterius. Numeri igitur hi 3 & 12 commensurabiles sunt. Et quoniam 3, 3, 3 & 3 simul conficiunt unum numerum, nempe 12 sive duodenarium, adeoque idem sunt cum duodenario; 12 est totum, 3, 3, 3 & 3 sunt ejus partes, consequenter 3 pars una (§. 9. *Arithm.*). Similiter sint duo numeri alii 6 & 8, quorum primus componitur ex 2, 2, & 2, seu binario ter sumto; alter ex 2, 2, 2 & 2, seu binario quater sumto. Habent igitur partem aliquotam communem 2 (§. 30. *Arithm.*), adeoque commensurabiles sunt. Et quia 2, 2 & 2 simul sumti idem sunt cum 6, & 2, 2, 2 & 2 simul sumti idem cum 8; in genere etiam patet, esse 2 sive binarium partem ipsorum 6 & 8 (§. 9. *Arithm.*), adeoque communem. Idem etiam in lineis repræsentatur, si linea AB ter transferatur in CD, ita ut sit  $CE=EF=FD=AB$ . Tab. 12.  
Erit enim AB pars aliquota ipsius CD Fig. 14.  
R. 3. (§. 30.)

( §. 30 *Arithm.* ). Unde lineæ AB & CD commensurabiles sunt, &  $CE = AB$  intelligitur pars ipsius CD  
 Tab. I. ( §. 9. *Arithm.* ). Eodem modo patet  
 Fig. 2. casus alter, si recta AB concipitur divisa in tres partes æquales, ut sit  $AC = CD = DB$ , & EF in quatuor partes æquales EG, GH, HI & IF, ut sit  $EG = GH = HI = IF$  ac præterea  $EG = AC$ . Erit enim AC pars aliquota communis ( §. 30 *Arithm.* ), & eadem AC pars utriusque lineæ AB & EF intelligitur, quia  $AC + CD + DB$  & recta AB, itemque  $EG + GH + HI + IF$  & recta EF sunt una eademque linea ( §. 9. *Arithm.* ). Unde lineas AB & EF commensurabiles esse liquet.

§. 7. Ne evidentia quid desit, probe observandum est, intellectum lucem foenerari debere a sensu, quatenus huic obvia sunt, quæ ille concipere debet, ut, dum sensus suo munere fungitur, intellectus sua veluti sponte fungatur itidem suo, atque ad cooperandum leniter trahatur; quatenus fieri nequit, ut operationes intellectus cessent, dum sensus facit quod suum est, & attentione in hunc conversa, illarum ne quidem conscius esse videaris, operationibus intellectus cum sensuum actionibus perceptione confusa in unum confusis. Eo ipso obtinetur, ut ad rectum intellectus seu facultatis cognoscendi superioris usum adducaris; dum sensu tantummodo, concurrentibus ceteris sua veluti sponte facultatibus cognoscendi inferioribus, imagina-

tione scilicet atque memoria, tibi uti videris: id quod mirifice conducit tyronibus, ut usui intellectus recto absque ulla molestia adsuefiant. Tyrones enim non adsueti sunt nisi sensuum, imaginationis atque memoriae usui, quatenus is hæc indivulsas comites habet. Eum vero, qui requiritur, intellectus usum hæcenus non fecerunt. Quamobrem molestum accidit, si a sensu ad operationes intellectus per saltum adducantur.

§. 8. Quamvis adeo levia ac puerilia videantur, quæ de definitionibus rite expendendis inculcavimus ( §. 6 ), ut eadem penitus intelligantur & notiones adæquatæ ab omni obscuritate liberatæ animo insinuentur; principiorum tamen psychologicorum gnarus; quæ in Psychologia præsertim empirica explicavimus, ex indubia experientia derivata, profunditatem in obviis, non sine voluptate, deprehendet. Et ubi attenta mente perlegerit, quæ de usu facultatum, in parte altera Philosophiæ practicæ universalis, ad recte vivendum requisito demonstravimus, fructum inde sperandum facile prævidebit: qui quod quantivis pretii sit, in dubium minime revocabit. Qui vero Logicam nostram perlustravit & imprimis sibi cognitum atque perspectum reddidit, quod de praxi ejus docetur; is abunde intelliget quam necessarius sit hic intellectus usus, de quo in præsentibus nobis sermo est. Quodsi ergo in Philosophia veriori hospites contem-

contemnant, quæ nos maximi facimus, & ambages inutiles pronuncient, per quas incedere volumus animum ad Mathemata discenda appellentes; ii haud ægre ferant contradictionem, cum nos æquo animo, non indignabundo, feramus contemptum.

§. 9. Quamobrem non piget exemplo etiam geometrico docere, quomodo in perpendendis definitionibus sit procedendum. Sumamus v. gr. definitionem rhombi, quem definimus (§. 99 *Geom.*), quod sit figura quadrilatera, æquilatera, obliquangula.

Tab. I. Ut cum idea rhombi notio distincta  
Fig. 3. animo insinuetur, nec quicquam in ea relinquatur obscuri; oculos convertamus necesse est in figuram LMNO. Numerentur latera LM, MN, NO & LO, quæ numero quatuor deprehenduntur; unde liquet figuram hanc esse quadrilateram (§. 97 *Geom.*). Circino capiatur intervallum LM, idemque successive transferatur ex M in N, ex N in O atque ex O in L; quo ipso patet, latera omnia esse inter se æqualia; atque hinc colligitur, figuram hanc esse æquilateram (§. 88 *Geom.*). Contemplemur jam angulos L, M, N & O, quos obliquos esse patet (§. 66 *Geom.*); unde infertur, figuram eandem esse obliquangulam (§. 97 *Geom.*). Sola attentio ad ea, quæ oculis usurpamus, omnem ex idea rhombi arcet obscuritatem, nec quicquam in notione distincta relinquit obscuri, quo minus penitus intelligatur. Quodsi de-

initiones anteriores, in quas definitio rhombi resolvitur, rite applices; iis suppositis familiaribus, notio evadit adæquata.

§. 10. Non ignoro in figuris non requiri veritatem, sed sufficere ea sumi, quæ per definitionem inesse debent, ut definitio intelligatur: neque enim demonstrandum esse, quod, in nostro exemplo, figura LMNO sit rhombus; sed docendum potius, qualis esse debeat, ut rhombus dici possit, ubi non intenditur, nisi ut definitio intelligatur. Ita, in casu nostro, sufficit dicere, si figura esse debeat rhombus, requiri ut latera LM, MN, NO & LO, quibus terminatur, sint numero quatuor; ut sit  $LM=MN=NO=LO$ , seu ut latera hæc singula sint inter se æqualia; ut denique anguli L, M, N & O sint obliqui. Hoc pacto enim constat, quænam figuræ cuidam datæ inesse debeant, ut rhombi nomen eidem tribui possit: id quod sufficit ad definitionem intelligendam. Et ubi hæc noveris atque memoriæ manderis, verendum non est, ne rhombum appelles figuram tibi obviam, quæ hoc nomen non meretur: quo sane sine definitio præmittitur. Immo patet, quænam de rhombo sumenda sint, aut sumere liceat, ubi alia de eodem demonstranda, quando ex definitione rhombi deducere volueris, quæ eidem conveniunt: quem alterum esse definitionum finem, non minus ex Logica, quam Geometra-

rum & recta methodo philosophantium praxi constat. Ipsa etiam definitionum nominalium natura aliud non requirere videtur, quam ut intelligatur, quænam in ea sumantur de definito; cum nondum quærat, utrum definitio sit possibilis, nec ne, seu utrum detur istiusmodi ens, cui ea insint, quæ in definitione sumuntur; sed de eò tantum quæstio sit, qualia requiramus, ut insint, siquidem id nominis convenire debeat, seu quidnam hoc nomine insignire velimus. Enimvero cum in Mathesi non proponantur definitiones, nisi quæ veræ sunt; ubi, sensuum ope, operationes intellectus elicere & eorundem beneficio, eidem lucem affundere, atque ad rectam definitionum applicationem tyronem manuducere volueris, nil obstat, quo minus tacite supponas, quod deinceps demonstrandum, definitionibus inesse veritatem, hoc est, dari istiusmodi entia, quibus insunt, quæ in definitione nominali sumuntur. Absit itaque, ut tibi persuadeas, nos eorum, quæ in Logica docemus & in philosophando, non tantummodo in universa Mathesi, sancte observamus, oblitos tradere, quæ iisdem contraria sunt. Ecquis vero adeo vesanus erit, qui reprehendat, quod utilitatis insignis gratia, absque ullo præiudicio veritatis, tacite sumatur quod verum est, immo quod sumi necesse est, ubi in primo gradu cognitionis humanæ pedem sistere, nec

ulterius progredi volueris (§. 1).

§. 11. Etsi itaque præcepta verioris Logicæ, quæ nos tradidisse certissimus, inviolabilia existimemus, & methodi adeo simus tenaces, ut ab iis recedere nefas reputemus; tanta tamen religio minime obstat, quo minus in favorem ejus faciamus, quod eidem promovendæ conducit. Quamobrem, ut finem tam præclarum ex asse consequamur, quem intendimus (§. 7), & sensus omnes ferant suppetias intellectui, quæ ab eodem expectari possunt; id adhuc monendum esse duximus, in exemplis Arithmeticis non arbitrarium esse, quocumque modo numeri scribantur, quibus definitionem illustrare volueris, sed eos potius ita scribendos esse, ut sensui subjiciantur, quæ intellectus concipere tenetur, ut omnis arceatur obscuritas, & notio evadat tam adæquata, quantum per anteriores definitiones permittitur. Dedimus in superioribus exempla, quibus definitionem commensurabilium illustravimus (§. 6). Duo sunt commensurabilium casus. Aut enim numerus minor est pars aliquota majoris, aut uterque numerus partem aliquotam communem habet (§. 31 *Arithm.*). Exemplum casus primi præbent numeri 3 & 12, quorum prior quater sumtus posteriori fit æqualis. Repræsentandus igitur est ternarius tanquam pars duodenarii, definitioni partis convenienter (§. 9 *Arithm.*) & tanquam pars aliquota ejusdem, defi-

definitioni partis aliquotæ conformiter (§. 30 *Arithm.*). Quamobrem non sufficit, duodenarium, sive 12, resolvere in 3, 3, & 3, sed ipsis etiam oculis quasi spectandum exhiberi debet, quod ternarius sit pars duodenarii, & hic consideretur tanquam pars aliquota ejusdem, quatenus ea oculis usurpare licet, quæ definitiones partis, atque partis aliquotæ, tanquam notas continent. Exhibetur autem 3 tanquam pars ternarii, si scribatur  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ : etenim signum + ostendit quatuor istos ternarios simul sumtos constituere duodenarium, seu numerum, qui idem est cum duodenario. Unde unus intelligitur pars duodenarii (§. 9 *Arithm.*). Et dum apparet, eundem numerum 3 aliquoties, nimirum quater repetitum, numerum 12 adæquare; illum hujus partem aliquotam esse perspicitur (§. 30 *Arithm.*). Nimirum, hoc modo, ipsis oculis exhibetur, quod plura, scilicet 3, 3, 3 & 3 sint idem cum uno, scilicet 12, & pars una 3 aliquoties, scilicet hic quater sumta, adæquet totum; quemadmodum volunt definitiones partis, atque totius, & partis aliquotæ. Sola igitur hac scriptione in conspectum adducuntur, quæ in oculos per se minime incurunt, & definitiones partis, atque totius, & partis aliquotæ, instar rei visibilis exhibentur. Dum vero ternarius, sive 3, etiam solitarie scribitur, juxta duodenarium in partes

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

suas aliquotas resolutum, quemadmodum hic factum esse apparet,

$$3 \quad 3 + 3 + 3 + 3 = 12,$$
 tum ipsis oculis exhibentur 3 & 12 tanquam duo numeri, qui ad se invicem referuntur, & primus 3 representatur tanquam pars aliquota alterius 12; ut nihil insit in definitione commensurabilium, quoad casum primum, quod non pateat conspectui. Immo, hac ipsa scriptione, non minus manifestum est, quomodo, dato quocunque numero, prodeat alius ipsi commensurabilis; nimirum, si numerus quidam, semel positus, deinceps ponatur aliquoties, quoties nempe visum fuerit, & iterato positi sumantur simul tanquam unum: id quod clarius perspicitur, si duo vel tria exempla sibi invicem subscribantur, quemadmodum hic factum vides.

$$\begin{array}{l}
 3 \quad 3 + 3 = 6 \\
 3 \quad 3 + 3 + 3 = 9 \\
 3 \quad 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \\
 \text{\&c.} \quad \text{\&c. in infinitum.}
 \end{array}$$

Ad illustrandum casum alterum, qui in definitione commensurabilium continetur, adduximus exemplum numerorum 6 & 8, qui partem aliquotam communem 2 habent. Quod si ergo singula ut ante representare volueris, numeri ita scribendi sunt

$$\begin{array}{l}
 2 + 2 + 2 = 6 \quad 2 + 2 + 2 + 2 = 8 \\
 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10 \quad 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14 \\
 \text{\&c.} \quad \text{\&c.}
 \end{array}$$

in infinitum in infinitum.

Ita nimirum etiam conspicitur, quomodo

S

do

do numeri commensurabiles in altero casu procreentur, nimirum, si idem quicumque numerus, veluti hic 2, ponitur toties, quoties libuerit, veluti hic ter, quinquies &c. & deinceps adhuc pluries, veluti hic quater, septies &c. ac iterato positi sumantur simul tanquam unum. Hoc pacto, definitio commensurabilium nominalis reducitur ad genericam, adeoque realem: id quod multiplicem habet usum. Quodsi numeris subjiciantur lineæ in tot partes æquales divisæ, quoties idem numerus repetitur ad constituendum numerum eundem; in continuo jam magis claret, quænam sit vis signi +, quo indigitatur plura coalescere in unum, ut unum sit idem cum multis, quemadmodum vult definitio partium, atque totius. (§. 9. *Arith.*)

§. 12. Quoniam in definitionibus partis, atque totius, relativis, quarum una absque altera intelligi nequit, diversa utique sunt pluralitas eorum quæ ad totum constituendum concurrunt, plurium concretio qua fit unum seu totum constituitur, & inde resultans identitas plurium cum uno; adeoque ubi definitionem penitus intelligere volueris, notionem distinctam formaturus, opus habes totidem actibus intellectus, quibus pars & totum concipitur, quot definitioni diversa insunt, tanquam totidem notæ. Siquidem sensus suppetias ferre debet intellectui; singulis intellectus operationibus respondere de-

bent singuli actus externi, qui in sensus incurrunt & illas individuas comites habent: id quod in dato casu obtinetur, si numeri, quibus simul sumtis efficitur totum, primum scribantur juxta se invicem absque ullo signo interposito, deinde autem signum + interponatur, tandemque iisdem, hoc signo inter se connexis, adjiciatur signum æqualitatis =, cum nota numerica, qua indigitatur numerus ex iisdem coalescens, veluti in exemplo primo 12, qui ex 3, 3, 3; & 3 in unum coalescentibus resultat. Hac enim successiva scriptione, eoque quem diximus, ordine facta; actus scriptio primo determinatur intellectus ad concipiendam pluralitatem; ad totum constituendum concurrentium; actu secundo exhibetur concretio in unum, quam cogitare tenemur; & tertio denique repræsentatur plurium cum uno identitas, inquam aciem mentis intendi necesse est. Hoc pacto efficitur, ut nihil sit in intellectu, quod non etiam sit in sensu, & sensus intellectum blande trahit ad cooperandum, dum operationes intellectus per actus in sensum incurrentes determinatur, adeoque, cum actibus sensus, una ponuntur; modo animo præsens sis, attentione allata ad singula quæ sunt. Quodsi ergo in illustrandis definitionibus eam, quam monstramus, viam ingredi volueris; sensus suppetias omnes ferent intellectui, quas ab eo expectare licet.

§. 13. Si

§. 13. Simile quid obtinet in exemplis geometricis; si singulas determinationes, quæ definitionem ingrediuntur, ita scribere volueris, ut ad figuram oculis subjectam referantur signa, quibus representatur. Dedimus in superioribus exemplum rhombi, qui per definitionem est figura quadrilatera, æquilatera, obliquangula. Quamobrem si scribas, quemadmodum hic factum esse vides,

Tab. I.  $LM + MN + NO + LO = 4$

Fig. 3.  $LM = MN = NO = LO$

$$\left. \begin{array}{l} L \\ M \\ N \\ O \end{array} \right\} \text{angulus obliquus}$$

LMNO rhombus; ipsi sensui obvium est, quomodo ex determinationibus definitionem ingredientibus, seu notis in eadem contentis, colligatur figuram datam esse rhombum. Etenim  $LM + MN + NO + LO = 4$  indigitat, figuram datam LMNO quatuor habere latera; adeoque æquilateram esse:  $LM = MN = NO = LO$  significat, latera omnia esse inter se æqualia; consequenter figuram datam LMNO esse æquilateram: denique

$$\left. \begin{array}{l} L \\ M \\ N \\ O \end{array} \right\} \text{angulus obliquus,}$$

indigitat singulos figuræ datæ LMNO angulos esse obliquos; consequenter figuram ipsam obliquangulam. Linea

his subducta signum est quo indigitatur, id quod eidem subscribitur, inde inferri, seu per supra scripta determinari; nimirum quod figura oculis subjecta LMNO sit rhombus. Evidens adeo est, ad quænam successive promovenda sit attentio, ubi rhombum agnoscere, atque ab aliis figuris distinguere volueris. Hoc pacto sensus distinguit, quæ intellectus distinguere tenetur, dum distincte rhombum concipit.

§. 14. Representatio definitionum symbolica, qua oculis conspicienda exhibentur, quæ ab intellectu concipiuntur, eo quidem ordine, quo operationes intellectus eliciuntur, convenit regulis Artis characteristicæ; cujus theoria, hætenus desiderata, partem quandam Artis inveniendi absolvit, propterea quod in inveniendo usum multiplicem habet, quemadmodum suo tempore ostendemus, ubi, philosophia ad umbilicum perducta, Artem inveniendi ad eam formam redigemus, qua Logicam exhibuimus. Major enim est Artis characteristicæ usus, quam vulgo creditur; ut adeo consultum sit, quasi aliud agendo mature eidem adsuescere. Non loquimur nisi experta, & quæ ex ipsa animæ humanæ natura a priori demonstrare valeamus; etsi a præsentis loco alienum sit ipsas demonstrationes afferri, ex principiis nostris psychologicis haud difficulter contexendas, sed Arti inveniendi reservandas.

§. 15. Unicum est, quod hic monuisse sufficiat, silentio minime prætereundum; scilicet, quod ista definitionum symbolica repræsentatio mirifice conducat ad facilitandam repetitionem, qua eadem memoriæ, absque ulla molestia & mora, insiguntur, & memoria retinentur. Distincte nimirum oculis exhibentur, quæ intellectus distinguere tenetur in definito sibi repræsentando, & eo ordine, quo actus intellectus sese invicem excipere debent. Cognitio non modo symbolica ad intuitivam reducitur, sed ipsa etiam symbolica intuitivæ assimilatur. Nemo autem est qui nesciat, sensu percepta facilius & tenacius memoria retineri, quam quæ sola vi intellectus concipiuntur. Et convenit omnino omnem facere facultatum usum, qui natura nobis concessus est; ac mature adfueri juvat, ut eundem ubivis constanter faciamus. Quamobrem & nos per studium mathematicum plura intendimus, quam ut Mathesis sibi sola discatur; quemadmodum faciunt illi, qui contenti sunt ea, quæ docentur in Mathesi, cognita atque perspecta sibi habere.

§. 16. Erit forsan acutior, qui reprehendet, quod, in illustrandis definitionibus, in methodi leges injuriosimus, quod in illustrandis definitionibus anterioribus præsupponamus, quæ demum per sequentes patent. Objiciet v. gr. nos, in symbolica parti aliquotæ repræsentatione (veluti

quod  $3+3+3+3=12$ ), supponere; quod perspectæ sint notæ numericæ, quod notum sit signum additionis, quod ipsam additionis notionem habeamus, cum tamen definitio partis aliquotæ præcedat (§. 30 *Arithm.*), definitio additionis demum sequatur (§. 61 *Arithm.*) & notæ numericæ in sequentibus demum (§. 49 *Arith.*), cum signo additionis (§. 63 *Arithm.*) explicentur. Immo forsan arguet ipsam additionem præsupponi, quæ demum docetur multo post (§. 96 *Arithm.*). Enimvero quicquid est hujus difficultatis, id protinus omne evanescit, modo attentionem nostram desiderari non patiamur. Etenim nemo ad studium Matheseos, præsertim ad legenda Arithmeticæ nostræ Elementa Latina, accedit adeo rudis, ut notæ numericæ nondum ipsi sint perspectæ, & numerare nesciat. Neque lex numerandi & notæ numericæ explicantur eo fine, ut numerare discamus & notas numericas cognoscamus; sed ut appareat, cur ea numerandi lex sanciantur, & cur notis istis utamur, tum etiam quia hypothesebus istis opus habemus, tanquam principiis ad demonstrandum ea, quæ sequuntur. Signum additionis quodnam sit, anticipando doceri potest, ubi ejus usus requiritur. Neque hic opus est, ut notio additionis una explicetur: sufficit enim moneri, hoc signo indigitari, numeros simul sumi debere, ut constituatur per eos unus. Multo minus



nus autem præsupponenda est additio, cum nemo numerandi peritus nesciat, quomodo numeros exiguos, sive digitos in unitates, siquidem opus est, resolutos connumerare debeat. Accedit, quod nemo facile ad Matheseos studium, præfertim ad Elementa nostra Latina legenda sese conferat, qui Algorithmum numerorum integrorum, saltem additionem & subtractionem, non didicerit. Abunde igitur patet, non præsupponi quæ nondum cognita sunt, sed ex inferius traditis demum haurienda, in definitionibus illustrandis.

§. 17. Propositiones, sive theoremata fuerint, sive problemata, primum exponuntur, dum in Arithmetica ad numeros, in Geometria ad figuras delineatas applicantur: id quod *ἐπιθέσις*, sive expositionem, appellarunt veteres, quam propositionibus subjecerunt. Sit ex. gr. Theorema 21 Arithmeticæ (§. 181) exponendum, quod ita sese habet. *Si quantitates quasunque per eandem tertiam divides; quoti sunt inter se ut quantitates, quæ dividuntur.* Theorematis hujus expositio hæc est: Sint duo numeri 24 & 12, qui dividuntur per eundem tertium 3; erunt quoti 8, & 4. Dico esse 8 ad 4, ut 24 ad 12. Continet enim 8 bis 4, & 24 itidem bis 12, adeoque numeri proportionales sunt (§. 155 *Arithm.*). Similiter fit pars prima theorematis 37, in Geometria (§. 233) exponenda, quæ ita se habet:

*Si duas lineas parallelas secet transversa, erunt anguli alterni æquales.* Expositio talis est: Sint AB & CD duæ lineæ rectæ, sitque AB parallela ipsi CD; erunt anguli  $y$  &  $u$  alterni (§. 68 *Geom.*). Dico angulum  $y$  esse æqualem angulo  $u$ . Eodem modo exponuntur problemata. Sit ex. gr. problema 20 Geometriæ (§. 258) cujus hic est tenor: *Per datum punctum parallelam rectæ datæ ducere.* Expositio hæc erit: Sit data linea recta RS; sitque datum punctum V ubicunque extra eandem lineam. Ducenda est recta quædam alia, quæ transit per punctum V, sitque rectæ alteri RS parallela.

§. 18. Nos, brevitatis gratia, in Arithmetica theoremata ita enunciamus, ut expositionem una contineant; dum quantitates designavimus literis majoribus, tanquam numeros indeterminatos (§. 13 *Arith.*), in quorum locum facile surrogantur numeri determinati notis numericis expressi, quales etiam hinc inde exhibemus ad latus demonstrationis. Ita theoremata 21, de quo modo diximus (§. 17), hoc modo proponitur (§. 181 *Arith.*). *Si quantitates quasunque A & B per eandem tertiam C divides; quoti F & G sunt inter se ut A & B.* Constat ex paragrapho præcedente theoremata hoc pure sic enunciari: *Si duas quantitates quasunque per eandem tertiam divides, quoti per divisionem prodeuntes erunt inter se, ut quantitates, quæ dividuntur.* Atque adeo liquet, literas majores

S. 3.

A, B.

A, B, C, F, G nonnisi expositionis gratia esse adjectas, quæ ita sese habet: *Sint duæ quantitates quæcunque, A & B; dividatur quantitas A per quantitatem C, & prodeat quotus F. Dividatur etiam quantitas B per eandem quantitatem C, & prodeat quotus G. Dico esse quotum F ad quotum G, ut quantitatem A ad quantitatem B.* Quodsi jam pro literis substituantur numeri; nimirum 24 pro A, 12 pro B, 3 pro C, 8 pro F, & denique 4 pro G; habebis expositionem in numeris, quam ante dedemus (§. 17).

§. 19. Similiter in Geometria propositiones retulimus ad figuras æri incisas, ut expositionem una contineant. Ita theorematis 37 pars prima, quam exempli loco adduximus (§. 17), hoc modo proponitur in

Tab. I. Geometria (§. 233). *Si duas parallelas AB & CD secet transversa EF, in G & H, erunt anguli alterni y & u æquales.* Quodsi literas omitas, habebis theoremata pure enunciata. Ubi vero oculos in figuram iisdem subiectam convertens, idem ad eandem applices, adhibitis literis, quibus lineæ & anguli in schemate designantur, quemadmodum paulo ante factum est (§. 17); habebis expositionem. Similiter problema 20 (§. 258 Geom.) ita enunciatur: *Per datum punctum V parallelam rectæ RS ducere.* Omissis literis V & RS prodit propositio pure enunciata; quæ ad schema applicata, ut ante fecimus (§. 17), dat expositionem.

§. 20. Veteres Geometræ propositionem ab expositione, tanquam duo diversa, a se invicem distinxerunt; atque adeo illam pure enunciarunt, hanc eidem subjecerunt. Hunc morem secutus est CLAVIUS in Elementis EUCLIDIS. Nos expositionem cum propositione conjunximus, non tam quod in unum confundi velimus, quæ diversa sunt, quam ut, brevitatis gratia, quemadmodum jam monuimus (§. 18, 19), una exhiberemus, quæ a lectore separanda sunt; ne in nimiam molem excresceret opus, ac præter necessitatem evaderet sumtuosius.

§. 21. Necessè autem est propositionem pure enunciari, remotis iis, quæ ad expositionem spectant; cum pure enunciata in usum futurum memoriæ sit mandanda; expositio autem adhibenda, ut claritas affundatur notioni complexæ, quæ propositioni respondet, sine qua intelligi nequit, aut saltem non satis intelligitur; quemadmodum nil videmus absque lumine, aut absque lumine sufficiente non satis clare videmus visibile. Non tamen opus est expositionem una memoriæ mandari, cum in applicatione, ratiocinando facta, ejus nullam habeamus rationem; sed sufficiat propositioni per expositionem satis intellectæ adherere, per naturam animæ, sensum claritatis, quatenus fieri potest, ut expositionem addamus, quando exigitur, vel e re esse videtur; qua actu affunditur claritas, cujus, dum nunc  
obscu-

obscure percipitur, antea clare perceptæ memoriæ habemus.

§. 22. Resolutiones problematum arithmeticæ ad exempla, geometricæ ad figurarum constructiones statim sunt transferendæ. Singula, quæ fieri præcipiuntur, suis numeris distinximus. Numerantur autem eo ordine singula, quo fieri debent. Quamobrem, cum qualibet resolutio tot contineat regulas, quot sunt numeri; lecta prima statim faciendum, quod eadem præcipitur, & progressus ordine fieri debet ad sequentes. Ita nimirum absque ullo negotio facies, quod fuerat faciendum; & dum hoc facis, regulis affundetur claritas, quæ ad totam resolutionem intelligendam sufficit. Quoniam vero in resolutionibus problematum sequentium præcipiuntur, quæ quomodo fieri debeant, docetur in anterioribus; igitur necesse est, ut eo ordine problematum resolutiones tibi familiares reddas, quo numerantur; ne facturus ea, quæ præcipiuntur, incidas in talia, quæ quomodo fieri debeant nondum nosti, nec unquam antea fecisti. Non est, quod excipias, citari in resolutionibus ea, quæ ex anterioribus præsupponuntur; veluti in resolutione problematis, de linea alteri parallela per datum punctum duccenda prima, quod paulo ante exempli loco adduximus (§. 19), problema 17 (§. 216 *Geom.*), de linea perpendiculari ex dato puncto in eam demittenda, & problema 16 (§. 212 *Geom.*),

de linea perpendiculari ex dato in linea data puncto ad eandem erigenda: ita enim labor multiplicatus difficilis redditur, & molestiam parit; quæ, sublata difficultate, prorsus nulla est, ubi jam noveris, quomodo ex puncto dato ad lineam datam perpendicularis sit demittenda, & ex puncto in eadem dato perpendicularis excitanda, ac utrumque facere valeas.

§. 23. Quoniam vero non sufficit problematum resolutiones intelligere, verum etiam habitus comparandus est ea faciendi, quæ fieri debent; habitus autem omnis, non nisi exercitio, adeoque idem iterato agendo, comparatur; a problemate uno non progrediendum ad alterum, nisi ubi ea, quæ in resolutione præcipiuntur, prompte facere potueris. Hoc enim pacto, nullam senties in difficilioribus difficultatem; nec verendum est, ne molestia fastidium creet; nec progressus destituetur voluptate individua comite, quæ ardorem continuo progrediendi ulterius accendit, alit, & auget. Merentur ea, quæ hic dicuntur, attentionem; hoc enim modo acquiruntur singulares animi doctes, ad præclara nitenti mirifice profutura. Sed de his dicemus nonnulla in sequentibus.

§. 24. Enimvero; si quis omnem usum Mathefeos facere velit, quem potest, eumque magis præclarum, quam qui in cognitione veritatum mathematicarum consistit; in iis persistere non debet, quæ hæc-

nus

nus docuimus. Superfunt alia adhuc observanda, de quibus ut dicamus, instituti nostri ratio postulat. Nimirum primum, in symbolica representatione theorematis, sicuti in representatione definitionum (§. 11), non perinde est, quocunque modo id fiat; sed id omnino agendum est, ut sensui tanquam diversa exhibeantur, quæ intellectus a se invicem distinguere tenetur, & ut singula ipsa scriptione a se invicem distinguantur, quæ in notione propositioni respondente distinguenda veniunt. Omne theorema in duas resolvitur partes, hypothesein atque thesism; quarum ista exhibentur, quæ de subiecto sumuntur, hac vero exhibetur prædicatum quod, vi illorum quæ sumuntur, de eodem enunciandum, seu, propter ea quæ sumuntur, ponendum. In symbolica igitur representatione theorematis, hypothesis scribenda est a sinistra, thesis vero a dextra. Quodsi hypothesis plura continet; singula quæ sumuntur, sigillatim scribi, & eo, quo sequuntur, ordine sibi invicem subscribi debent; ita ut ipsa scriptione exprimentur eorum ad se invicem relationes, quæ supponuntur. Et idem observandum est in thesi, siquidem plura continet. Exemplis manifestum reddetur, quod obscurius dictum videri poterat, deficiente idea, a qua claritatem suam haurit notio. Sit exempli loco theorema, ad quod ante provocavimus (§. 18). *Si dua*

*quantitates quacunque per eandem tertiam dividas; quoti sunt inter se ut quantitates divisæ.* Hypothesis theorematis est, quod duæ dentur quantitates; quod eandem dividantur per eandem tertiam; quo factò prodeunt duo quoti: thesis vero, quod hi ipsi quoti eam inter se habeant rationem, quam habent quantitates divisæ. Quodsi (quemadmodum supra fecimus) quantitates dividendæ exponantur per A & B, dividens per C, quoti vero per F & G, theorema ita representabitur.

*Hypothesis*

*Thesis*

A & B quantitates  
dividendæ

F : G = A : B.

C dividens communis.

F & G quoti ex divisione  
prodeuntes

Idem observandum est in numeris, per quos theorema exponitur.

24 & 12 Numeri  
dividendi

8 : 4 = 24 : 12

3 Divisor communis.

8 & 4 Quoti ex divis.  
prodeuntes.

Immo, si ab expressione generali obscuritatem arcere volueris, quæ per naturam suam eidem inhaeret, non tollendam nisi claritate, quam affundunt singularia; numeros literis, quibus quantitates, numeri indeterminati (§. 13 *Arithm.*), designantur, subscribi oportet, eo, quo hic factum esse vides, modo.

A &

A & B Quantitat. F:G=A:B  
 24 12 dividendæ. 8:4=24:12  
 C Dividens  
 3 communis.  
 F & G Quoti ex  
 8 4 divis. prod.

Quodsi meris signis repræsentatio symbolica theorematis constare debeat; hoc modo quod intendis assequeris.

A (F 24 (8 F:G=A:B  
 C 3  
 B (G 12 (4 8:4=24:12  
 C 3

Idem fiet hoc modo :

$$\frac{A}{c} = F, \frac{24}{3} = 8 \quad F:G=A:B$$

$$\frac{B}{c} = G, \frac{12}{3} = 4 \quad 8:4=24:12$$

§. 25. Demus etiam exemplum unum alterumve geometricum. Theorema 37 (§. 233 Geom.) hoc est: Si duas parallelas secet transversa, qui procedunt 1° anguli alterni æquales sunt, 2° angulus externus æquatur interno opposito, 3° duo interni oppositi sunt æquales duobus rectis. Hypothesis hæc est, quod duæ lineæ sint parallelæ, & quod eadem secentur linea alia transversa: Thesis autem, quod anguli alterni sint æquales; quod angulus oppositus externus æquetur interno opposito; quod denique duo oppositi interni sint æquales duobus rectis. Illa adeo duas habet partes, quæ junctim sumtæ eandem constituunt; hæc aut. m tria membra, quæ  
*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

singula ex eadem hypothesi sequuntur; ita ut propositio sit composita ex tribus, eandem hypothesin habentibus, & ad tres hæc categoricas revocetur: 1°. Anguli alterni intra lineas parallelas sunt æquales; 2°. Angulus externus, ex lineis parallelis per transversam sectis ortus, æqualis est opposito interno; 3°. Duo anguli intra lineas parallelas transversa sectas orti sunt æquales duobus rectis. Quodsi hoc theorema eo, quem supra diximus (§. 19), modo explices; symbolice distincte ita repræsentatur:

Hypothesis.	Thesis.	Tab. I.
AB parall. CD	1. $y = u$	Fig. 4.
EF secat AB & CD	2. $x = u$	
in G & H	3. $o + u = 2R.$	

Theorema 18 (§. 179) pure ita enunciatur: Si in duobus triangulis fuerit angulus unus unius æqualis angulo uni alterius, & duo latera comprehendentia angulum in uno triangulo fuerint sigillatim æqualia duobus lateribus comprehendentibus angulum in altero triangulo; erit etiam latus tertium unius æquale lateri tertio alterius, & duo ad idem anguli reliqui in uno erunt sigillatim æquales duobus ad idem angulis reliquis in altero triangulo, & tota triangula æqualia & similia erunt. Hypothesis Tab. I. hæc est, accedente expositione, Fig. 6. quod in duobus triangulis ACB & acb, angulus unus unius A sit æqualis angulo uni alterius a, quod duo latera AC & AB comprehendentia angulum A in uno triangulo, sint sigil-

figillatim æqualia duobus lateribus  $ac$  &  $ab$  comprehendentibus angulum  $a$  in altero triangulo: thesis vero, quod 1<sup>o</sup>. latus tertium  $BC$  unius sit æquale lateri tertio  $bc$  alterius, 2<sup>o</sup>. quod angulus  $C$  in uno sit æqualis angulo  $c$  in altero, 3<sup>o</sup>. quod angulus  $B$  in uno sit æqualis angulo  $b$  in altero, 4<sup>o</sup>. quod triangulum  $ACB$  sit æquale & simile triangulo  $acb$ . Propositio adeo denuo composita est, in qua eidem subjecto sub eadem conditione tribuitur multiplex prædicatum. Quodsi theorema hoc symbolice repræsentare volueris, ita distincte exhibetur scriptum:

<i>Hypothesis</i>	<i>Thesis.</i>
ang. $A = a$	1. $BC = bc$
$AB = ab$	2. ang. $A = c$
$AC = ac$	3. $B = b$
	4. $\triangle ACB \cong \triangle acb$

Hoc nimirum pacto distincte exhibentur singula, quæ in hypothesi sumuntur, ut sensus præsto sit in formanda notione distincta intellectui, quæ eidem respondet, nec minus distincte in sensum incurrunt singula, quæ istis positis una ponuntur: id quod egregium habet usum, sive in primo gradu cognitionis subsistere, sive ad secundum progredi volueris, quemadmodum ex deinceps dicendis plenius constabit. Quodsi Ars characteristicæ foret satis exulta; ab omnibus vocabulis in symbolica repræsentatione theorematum abstinere poteramus. Quoniam tamen signorum

numerus multiplicaretur, quorum usus tyronibus molestior; consultius est ut paucis simus contenti, & subinde vocabulis nonnullis abbreviata scriptio locum concedamus.

§. 26. In problematis quædam Tab. I.  
dantur; quædam fieri, vel inveniri Fig. 5.  
jubentur. Ita in problemate 20 (§. 258. *Geom.*), ad quod supra provocavimus (§. 19), datur recta  $RS$ , & punctum extra eam  $V$ ; jubemur autem per punctum  $V$  ducere lineam rectam, quæ sit ipsi  $RS$  parallela. Quodsi ergo problema distincte concipere volueris; quæ dantur, ab eo quod quæritur, hoc est, quod vel fieri, vel inveniri jubetur, distinguenda, consequenter ubi problema sensui distincte repræsentare volueris, versus sinistram scribenda sunt data, eo modo quo singulæ determinationes in hypothesi theorematum exprimentur; versus dextram vero quæsitum, quemadmodum hic factum esse apparet:

<i>Data</i>	<i>Quæsitum</i>
Recta $AB$ ,	Recta transiens
punctum $V$ extra	per $V$
eam	&
	paral. ipsi $AB$ .

Ita nimirum non modo quæsitum a datis separatur; verum etiam data singula distincte exhibentur, non minus quam singulæ determinationes quæsitæ; consequenter si hæc figuræ subscribantur, idea singula a se invicem separata exhibet, quæ in notione problemati respondente totidem operationibus

tionibus intellectus discernenda sunt, ut notio evadat distincta.

§. 27. Simile quid imitari licet in ipsa resolutione: id quod inprimis usui est, ubi ad gradum secundum cognitionis progredi, nec in primo acquiescere volueris. Exempli loco sit resolutio prima problematis 20 Geometriæ, cum quo nobis jam negotium est (§. 26). Ea nimirum ita repræsentatur.

VK perpendicularis ad RS.  
T punctum pro arbitrio assumptum.  
TA perpendicularis ad RS.  
TA = VK  
MN per V & A transiens.

—————  
MN parallela RS.

Notandum vero, in denominandis rectis, præponi literam quæ designat terminum a quo, unde ducenda est recta, quam ducere jubet resolutio; & singula fieri debere eo ordine, quo sibi invicem subscribuntur. Ita VK indigitat, perpendicularem VK ad RS duci ex puncto V, consequenter ad rectam RS ex puncto V demitti; TA vero indicat, perpendicularem TA ad RS ducendam esse ex puncto T tanquam termino a quo: TA = VK significat, perpendicularem TA æqualem fieri debere antea ductæ VK: Denique MN per VA indicat, rectam MN ducendam esse per puncta V & A, quibus datis determinatur situs rectæ MN per superius in Geometria ostensa. Linea recta separat

ea, quæ fieri præcipiuntur, ab iis determinationibus, quas quæsitum habere debet, & quæ infra lineam exhibentur; scilicet quod hic linea MN sit datæ RS parallela. Quod enim transeat per punctum V, per se manifestum est, aut si mavis per ea, quæ vi resolutionis facta sunt, attenta mente considerata. Ubi nimirum ad secundum cognitionis gradum progredi libuerit, ea, quæ ex resolutione problematis per se manifesta sunt quoad quæsitum, probe distinguenda ab iis, quæ esse dicuntur.

§. 28. Non nego, si quis idem facere velit in aliis problematis, quod hic præstitimus in uno eorum, eoque haud difficili, ut facilius intelligeretur; eidem plura notanda esse, quam quæ hic docemus: sed instituti nostri ratio non fert, ut simus prolixiores. Sufficit generalem quandam ideam eorum, quæ facienda sunt, insinuas- se animo lectoris. Quodsi enim hæc probe perpenderit, quæ hic inculcantur; plura suo Marte assequetur, quæ hinc inde præterea requiruntur. Et sic ubi subinde cespitat; in progressu, ipsemet errores a se admissos, & quæ melius fieri poterant, animadvertet. Quamobrem diutius hisce non immoramur.

§. 29. In resolutionibus numericis problematum, typus calculi ad figuram relatus exhibendus est, qui problema cum resolutione distincte repræsentat, & ideam operatricem animo insinuat, quæ firmior ei-

dem inhæret, quam resolutio memorie mandata, ita ut hæc non tam facile te fallat. Immo si hæc eidem nondum fuerit infixæ; ubi ad librum recurrendum, quando resolutione ista in praxi opus habes, in typum solum exempli oculos convertere sufficit, quod vi ideæ operatricis, quam repræsentat, totam operationem docet ac dirigit. Quoniam in ipsis Elementis nostris exempla hoc modo exhibuimus, non opus est, nisi ut unum lucis affundendæ gratia huc transcribamus. Sistimus adeo illud, quod ad illustrandum problema 13 Trigonometriæ planæ (§. 36 *Trigon.*) in medium adduximus. Problema hoc est: *Datis duobus angulis una cum latere uni eorum opposito invenire latus alteri oppositum.* Typus vero exempli problema cum resolutione repræsentans talis est:

	<i>Data</i>	<i>Quæsitum.</i>
Tab. 1. Fig. 6.	$C = 48^\circ 35'$ $A = 57^\circ 28'$ $AB = 74'$	BC
	<i>Calculus.</i>	
	Log. Sin. C            9.8750142 Log. AB                1.86923177 Log. Sin. A            9.92586815 ----- Log. AB + Log. Sin. A 11.7950998 Log. BC                1.9200856 = Log. AB + Log. Sin. A - Log. Sin. C.	}

Quodsi enim oculos in exemplum hoc modo repræsentatum convertas; statim liquet dari duos angulos A & C, una cum latere AB uni eorum C opposito; & quæri latus BC, quod opponitur alteri A. Typus calculi ostendit, ex tabulis excerpandos esse logarithmos sinus anguli C, lateris AB & sinus anguli A. Logarithmos lateris AB & sinus anguli A addendos, & a summa subtrahendum esse logarithmum sinus anguli C, ut relinquatur logarithmus lateris quæsitum BC, in Canone Logarithmorum evolvendus, ut pateat numerus lateri quæsitum respondens.

§. 30. Abunde hætenus docuimus, quomodo ad gradum primum cognitionis perveniatur, ut nihil superfit in notionibus obscuri, sed omnia penitus intelligantur. Agendum itaque! progrediamur ad secundum, cui acquirendo inserviunt demonstrationes. Quoniam ad demonstrationem accedere non licet, nisi propositione rite intellecta; gradus secundus primum supponit; consequenter, quæ in antecedentibus præcepimus, ea ante fieri debent, quam ad demonstrationem distincte percipiendam animum appellas. Quamobrem, qui utrumque gradum una eademque operâ acquirere studet; & ea observare tenetur, quæ de primo inculcavimus, & facere ea, quæ de secundo jam addemus.



§. 31. Demonstrationes ex ratiociniis contextæ sunt eo modo inter se concatenatis, quem in Logica (§. 551 & seqq.) satis perspicue explicavimus, & mox uberius dicenda reddent manifestum. Ratiocinatio, tertia mentis seu intellectus operatio, involvit duas priores, primam atque secundam, notionem scilicet atque iudicium, una cum usu facultatum inferiorum, sensus scilicet, imaginationis atque memoriæ, & iis animæ actibus, per quos fit transitus ab usu facultatum inferiorum ad usum superiorum, attentione nimirum atque reflexione: quæ denuo parumper attentis ad sequentia manifesta evadent, modo facultatum animæ notiones ex Psychologia habuerint perspectas. Quodsi ergo a primo cognitionis gradu ad secundum per saltum ascendere nolueris; demonstrationibus ante utendum est mechanicis, quam ad eas progrediaris, quæ vi intellectus concipiuntur, seu ejus operationibus absolvuntur.

§. 32. Quid sit demonstratio mechanica, in Lexico Mathematico docuimus. Nimirum, juxta hypothesin theorematis construuntur figuræ; quo factò, ea una determinantur, quæ in thesi continentur, seu vi illorum, quæ in hypothesi sumuntur de subiecto, eidem attribuuntur. Quamobrem, num ea, quæ una determinantur, talia sint, ope instrumentorum examinanda. Sit exempli loco theo-

rema 18 Geometriæ (§. 179 *Geom.*), ad quod supra provocavimus (§. 25), scilicet, *Si angulus unus trianguli unius sit æqualis angulo uni trianguli alterius, & latera comprehendentia angulum istum in uno triangulo sint sigillatim æqualia lateribus comprehendentibus angulum in altero triangulo; quod etiam latus tertium unius trianguli sit æquale lateri tertio alterius, quod duo anguli reliqui unius sint sigillatim æquales duobus angulis alterius, quod tota triangula æqualia & denique similia sint.* Construe triangulum ABC, Tab. I. prout visum fuerit; deinde ducatur *Fig. 6.* recta *ab*, & ex *a* in *b* transferatur intervallum AB; in *a* excitetur angulus ipsi A æqualis; & in crus *ac* transferatur intervallum AC. Quodsi jam puncta *c* & *b* connectantur recta *bc*, prodit triangulum alterum *abc*. Jam ubi circino capis intervallum BC, & circini crus unum colles in *b*, crus alterum attinget punctum *c*. Vides itaque latus trianguli *abc* tertium *bc* esse æquale lateri tertio BC alterius trianguli ABC. Ex punctis C, B, *c* & *b*, arbitraria circini apertura, sed eadem, describantur arcus, angulorum istorum mensuræ (§. 57 *Geom.*). Quodsi ope circini examines arcus ex centris C & *c*, itemque ex centris B & *b* descriptos; bini singuli deprehenduntur æquales (289 *Geom.*), atque hinc angulorum C & *c*, itemque B & *b* æqualitas colligitur (§. 141 *Geom.*). Excindantur ex charta, in qua delineata sunt,

sunt, triangula  $ACB$  &  $acb$ ; & triangulum  $acb$  ponatur super altero  $ACB$ , ea quidem lege, ut punctum  $a$  in  $A$ , & recta  $ab$  super  $AB$  cadat; videbis triangulum  $acb$  coincidere cum triangulo  $ACB$ , seu illud huic congruere (§. 3. *Geom.*). Atque, ex congruentia, triangula  $ACB$  &  $acb$  æqualia esse intelliguntur (§. 161 *Geom.*), vi notionis etiam communis: communiter enim ex congruentia æqualitatem æstimant omnes. Immo quia non minus laterum  $bc$  &  $BC$ , itemque angulorum  $b$  &  $B$ ,  $c$  &  $C$  congruentia oculis obvia est; vi notionis etiam communis, colligitur eorundem æqualitas, nempe quod fit  $bc = BC$ ,  $b = B$  &  $c = C$ ; ita ut examinibus anterioribus ope circini factis non sit opus. Denique ubi ad animum revocas, esse  $a = A$ ,  $ab = AB$  &  $ac = AC$  per hypothesin, aut  $b = B$ ,  $c = C$  &  $bc = BC$  per examen, quod instituisti; cum præter angulos & latera nihil reperias in triangulis istis, per quæ a se invicem discerni possint; eadem quoque triangula  $acb$  &  $ACB$  similia deprehendis (§. 24. *Arithm.*). Similiter tibi theorema 37 (§. 233 *Geom.*) de-

Tab. I. monstrare volueris: Si duas paralle-  
Fig. 8. las secet transversa, erunt anguli alter-  
ni æquales, angulus externus æquatur  
interno opposito & duo interni oppositi  
sunt æquales duobus rectis; ducenda  
est 1°. linea  $CD$ ; deinde 2°. altera  
 $AB$  eidem parallela, ad quamcun-  
que distantiam, cum ea non determi-

netur in hypothesi; & 3°. pro arbitrio recta  $EF$ , quæ oblique secat parallelam utramque in  $G$  &  $H$ . 4°. Ex puncto intersectionis  $G$  ducatur arcus intra crura ipsius anguli  $y$ , & eodem radio ex puncto intersectionis altero arcus intra crura anguli  $u$ ; quo facto, ut ante, ex æqualitate mensurarum colligis æqualitatem angulorum. Quodli 5°. ex centro  $G$  eodem radio ducas arcum intra crura anguli  $x$ ; ex æqualitate mensurarum anguli  $x$  &  $u$  colligis æqualitatem horum angulorum. Denique 6°. duc etiam ex centro  $G$  eodem adhuc radio anguli  $o$  mensuram; videbisque mensuras angulorum  $o$  &  $u$ , quarum hæc eadem deprehenditur cum mensura anguli  $x$ , semicirculum comple-  
re: unde colligis eos esse duobus rectis æquales.

§. 33. Absit autem, ut tibi persuadeas, demonstrationes hæc mechanicas in locum ceterarum surrogari posse, quas scientificas appellare libet in oppositione ad mechanicas. Etenim quod per mechanicas patet, nonnisi verum esse intelligitur de figura, quam descripsisti & præmanibus habes; adeoque theorematis veritas perspicitur nonnisi in casu singulari. Enimvero demonstratio, ex hypothesi theorematis ratiocinando, veritatem theorematis manifestat universaliter. Demonstratio tamen mechanica universalitatem loquitur, quatenus patet, ea, quæ ex assumtis inferuntur in theorematis,

te, per constructionem semper talia determinari debere. Nolo tamen de his dicere disertius, propterea quod vix conveniunt illorum captui, quibus demonstrationes mechanicæ satisfaciunt. Consultum etiam est, ut demonstrationes mechanicæ ad formam scientificarum reducantur, quantum datur, ut ad hæc quasi manuducant. Sed talia relinquenda sunt circumspeditioni illorum, qui erudiendis aliis præficiuntur. Ceterum exemplum præbet demonstratio theorematis geometrici mechanica de congruentia triangulorum, quam modo dedimus (§. 31), ubi ex congruentia laterum  $bc$  &  $BC$ , angulorum  $b$  &  $B$ , itemque  $c$  &  $C$ , atque triangulorum  $acb$  &  $ACB$  colligitur eorundem æqualitas, quemadmodum in demonstratione scientifica.

§. 34. Demonstrationes mechanicæ æquipollent exemplis numericis, quæ veritatem theorematum & problematum in casu singulari perspicendam præbent. Atque adeo facile patet, quid fieri debeat, si simile quid circa theoremata arithmetica tentes. Quod vero etiam hic formæ demonstrationis scientificæ ratio haberi possit, manifestis speciminibus docuimus in Arithmetica de genesi numerorum quadratorum (§. 262 *Arithm.*), de genesi numerorum cubicorum (§. 277, 280 *Arithm.*), de numeris æquidistantibus (§. 327, 329 *Arithm.*). Quoniam vero hæc speciminibus profundiora

insunt, quæ ad tertium cognitionis gradum viam sternunt; de iis plura nobis dicenda sunt in sequentibus. Diximus istiusmodi demonstrationes in Arithmetica oculares; quia oculis conspicienda sistunt, quæ in scientifica intellectus concipere debet. Et loquuntur universalitatem ex eadem ratione, quam modo dedimus de mechanicis theorematum geometricorum demonstrationibus (§. 32). Vix tamen ratio satis manifesta erit iis, qui, in Ontologia nondum versati, non capiunt quomodo, positis determinantibus, ponatur determinatum. Sane memini, Mathematicos primi ordinis hæsitasse in talibus, quæ principio isti superstruuntur. Nec mirum: ignoratis enim, vel saltem non distincte expensis principiis, a quibus principiata pendent, horum veritas non perspicitur.

§. 35. Exempla, quibus veritas propositionis perspicitur in numericis, qualia sunt, quæ in Arithmetica subinde adduximus, & quibus propositiones illustrari debere supra præcepimus (§. 17), si coacerventur, pluribus in medium allatis, parere inductionem, quam dicunt Logici (§. 478 *Logarith.*), nemo est qui nesciat. Quoniam figuræ in charta delineatæ non minus singularia repræsentant, quam notæ numericæ; quilibet concedere tenetur, si demonstratio mechanica in pluribus figuris instituat, similiter prodire inductionem. In utroque igitur casu certitudo major non est, quam

quam quæ ab inductione expectari potest. Non est quod excipias, hoc pacto, etiam in demonstrationibus scientificis, a singulari ad universale argumentari, cum eadem ad figuras in charta delineatas referantur. Et enim quod demonstratur, non de figura in charta delineata demonstratur; sed ex assumtis, universaliter ratiocinando, colligitur quod erat demonstrandum; demonstratio autem refertur ad figuram in charta delineatam, ut notionibus affundatur claritas, ne in demonstratione intelligenda hæsitemus. Inde est, quod schematismorum in Geometria non requiratur veritas, quæ in usum demonstrationum delineantur: sufficit enim talia supponi, qualia in hypothesis sumuntur, neque enim ex iis, quæ figuræ delineatæ revera insunt, sed potius ex illis, quæ in hypothesis sumuntur & figuræ inesse supponuntur, procedit ratiocinatio.

§. 36. Demonstrationes istæ mechanicæ satisfaciunt iis, qui in primo cognitionis gradu acquiescunt. Faciunt enim ad perspiciendum veritatem in singulari. Eo autem contenti sunt, qui ulterius progredi nolunt; utpote nullum habentes sensum ejus convictionis, qui per demonstrationes genuinas, quas scientificas dicere libuit, demum producit. Non tamen nullius prorsus usus sunt ceteris. Quoniam enim veritatem in singulari perspiciendam præbent; ad nexum prædicati cum subjecto, seu ejus,

quod ex assumtis in hypothesis colligendum, cum iisdem, pervidendum conducunt; ut clarius intelligatur, quid demonstrari debeat, seu quomodo thesis ab hypothesis pendeat. Immo cum veritas, quamprimum perspicitur, delectet; voluptate quadam perfunditur animus tyronis, ubi videt, posita hypothesis, poni thesin, seu per assumpta determinari, quæ de subjecto prædicanda sunt. Hac voluptate non modo tollitur tædium, ex prævisa difficultate percipiendæ demonstrationis, sive vera, sive imaginaria oriundum; verum etiam ardor accenditur demonstrationis percipiendæ, & ad eam percipiendam animus redditur attentus. Novi equidem exercitationibus molestum accidere, ubi animum ante ad demonstrationem mechanicam advertere jubentur, quam ad scientificam accedant, & hac molestia effici impatientes, quod per inutiles ambages incedere debeant: id quod inprimis accidit iis, qui animum sciendi cupidum possident. Etenimvero, quæ initio studii mathematici commendantur, ea in progressu prætermittuntur, quando iisdem non amplius opus habemus. A syllabizatione incipimus, quando legere discimus: ab ea abstinemus, quamprimum eadem non amplius habemus opus. Ecquis vero damnet syllabizationem, quod exercitiores eadem in legendo non habent opus? Quamobrem velim ut de iis, quæ hic inculcantur,

non

non feratur iudicium, nisi singulis rite expensis. Notandum quoque non omnia ingenia esse velocia; sed dari etiam tarda; & tarda effici studii utilissimi desertores, nisi molestiæ, qua deterrentur, tempestive afferatur medela. Sunt vero subinde tarda ingenia optima, quando nimirum naturali quodam veritatis intime perspiciendæ impetu feruntur, ut alia taceamus.

§. 37. Demonstrationes continua ratiocinatione absolvuntur, & ex assumtis procedunt. Assumpta continentur in hypothese, quæ singula demonstrationem ingredi debent. Ab his igitur exordiendum; redigendo in propositiones assumta, & ex anterioribus sumendo principia, quæ vel in definitionum, vel axiomatum, & postulatorum, vel propositionum jam demonstratarum numero sunt, terminum communem cum istis habentia, qui ipse principium istud veluti sponte sua in memoriam revocat, ubi anteriora eidem firmiter infixata tenueris. Quæ prodeunt conclusiones sumuntur deinceps eodem modo, quo ea, quæ hypothesis continebat; eodemque modo ratiocinando progrediendum, donec inferantur ea, quæ thesis sistit. Unde facile apparet, apprime opus esse, ut conclusiones per singula ratiocinia elicita probe notentur, & ad tollendam omnem molestiam oculis subjiciantur: id quod ope symbolicae representationis fieri posse dudum

Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

docuimus, non minus in Ratione Prælectionum Sect. 1, c. 2, §. 38, 50, quam in Logica tam minori c. §. quam majori (not. §. 551 & seqq.). Consultum vero est, ut hic exemplo uno alteroque illustrentur, quæ modo diximus, cum amplissimum habeant usum, deinceps disertius exponendum. Hic tantum modo observamus, quod neglecta hac demonstrationum resolutione, & symbolica earundem representatione, studium mathematicum reddatur difficile, & plurimis idem deserendi causa detur.

§. 38. Exemplum facillimum præbet theorema sextum Geometriæ (§. 156 Geom.), cujus hic est tenor: *Si recta quadam secet rectam aliam, anguli verticales ad punctum intersectionis æquales sunt.* Theorema symbolice ita repræsentatur:

<p><i>Hypothesis.</i>                  CD recta data,                  AB recta eam secans,                  E punctum intersectionis, adeoque  <math>o</math> &amp; <math>x</math> anguli verticales, (§. 67 Geom.).</p>	<p><i>Thesis.</i>  <math>o = x</math></p>	<p>Tab. I.                  Fig. 9.</p>
---	---	---

Patet itaque æqualitatem angulorum verticalium  $o$  &  $x$  demonstrandam esse ex eo, quod orientur intersectione rectarum CD & AB ad punctum intersectionis E. Quodsi ergo omnia minutissime persequi volueris, convenienter definitionibus, quæ in Elementis nostris præmissimus, ut in tota demonstratione nihil

V

admit-

admittatur, quod confuse saltem percipitur, ratiocinatio ita instituenda. In hypothelin ad figuram oculis præsentem relatam, qualem exhibet symbolica ejus repræsentatio eidem subjicienda, non minus oculos conjiciens, quam animum advertens, vides CD esse rectam, quam in E fecat recta alia AB, adeoque angulos  $\alpha$  &  $\gamma$  habere crus unum AE commune, & crus alterum CE anguli  $\alpha$  in directum situm esse cruri alteri ED anguli  $\gamma$ ; adeoque definitio nominalis angulorum deinceps positum, quam ex reali, instar corollarii, deduximus (§. 63 *Geom.*), tibi suggerit hoc principium: Anguli, qui crus unum commune habent & quorum duo crura reliqua in directum jacent, sunt anguli deinceps positi. Unde inferitur: Angulos  $\alpha$  &  $\gamma$  esse deinceps positos. Quodsi primam hanc conclusionem sumas tanquam præmissam syllogismi, & tam subiectum, quam prædicatum perpendis, memoriam subit theorema Geometriæ quintum (§. 147 *Geom.*): Duo anguli deinceps positi sunt æquales duobus rectis; quod præbet majorem novi syllogismi. Ex his præmissis colligis conclusionem: Ergo anguli  $\alpha$  &  $\gamma$  sunt æquales duobus rectis, quæ probe notanda in usum sequentem. Quodsi jam porro oculos in hypothelin ad figuram oculis præsentem conjicis, & animum ad eandem advertis; denuo vides, AB esse

rectam, quæ secat alteram CD, adeoque angulos  $\gamma$  &  $\alpha$  habere crus commune ED, & crura reliqua AE & EB in directum sita esse; atque hoc formas judicium intuitivum: Anguli  $\gamma$  &  $\alpha$  habent crus commune & eorum crura reliqua in directum jacent. Ad hoc si animum attendis, memoria suggerit denuo definitionem nominalem angulorum deinceps positum, quam, corollarii instar, ex reali deduximus (§. 63 *Geom.*) & hoc supeditat principium, quod ad conclusionem modo elicitam, tanquam præmissam novi syllogismi assumptum, vicem alterius præmissæ tuetur: Anguli, qui crus unum commune habent & quorum crura reliqua in directum jacent, sunt anguli deinceps positi. Ex his igitur præmissis infer conclusionem: Anguli  $\gamma$  &  $\alpha$  sunt anguli deinceps positi. Quodsi porro hanc conclusionem sumas præmissam syllogismi novi, animum ad eam advertenti succurrit theorema (§. 147 *Geom.*): Anguli deinceps positi sunt æquales duobus rectis. Ex his itaque præmissis infer conclusionem: Ergo anguli  $\gamma$  &  $\alpha$  sunt æquales duobus rectis. Quodsi jam in duas conclusiones,  $\alpha$  &  $\gamma$  sunt æquales duobus rectis,  $\alpha$  &  $\gamma$  sunt æquales duobus rectis, oculos conjicis, & super iisdem reflectis; attendenti manifestum est: angulos  $\gamma$  &  $\alpha$  atque angulos  $\alpha$  &  $\gamma$  esse duo æqualia eidem tertio, quod hic sunt duo recti. Quamobrem si judi-

judicium hoc quasi intuitivum sumas, instar præmissæ novi syllogismi; memoria suggerit principium, quod antea didicisti (§. 87 *Arithm.*): Æqualia eidem tertio sunt æqualia inter se. Ex his adeo præmissis infers: Anguli  $o$  &  $y$  simul sumti sunt æquales angulis  $y$  &  $x$  simul sumtis. Enimvero thesis, ubi in eam oculos conjicis, attendenti loquitur demonstrandum esse, quod angulus  $o$  sit æqualis angulo  $x$ . Quamobrem vides angulum  $y$  utrinque esse auferendum, ut anguli  $o$  &  $x$  relinquuntur: quod dum fieri supponitur, patet, quod idem ab æqualibus auferatur. Hoc igitur si sumis, succurrit denuo principium, quod in *Arithmetica* didicisti (§. 91 *Arithm.*): Si æqualia ab æqualibus auferas, vel idem ab æqualibus, quæ relinquuntur æqualia sunt. Unde porro concludis: Anguli  $o$  &  $x$ , qui hic relinquuntur, æquales sunt. Atque sic patet, demonstratum esse, quod demonstrandum fuisse thesis insinuat.

§. 39. Distinctissime adeo docuimus, quomodo concipienda sit demonstratio, ut omnem consequatur evidentiam, quam habere potest. Quod si jam eandem symbolice repræsentare volueris, ut omnem quoque consequatur claritatem, quam habere potest, omnisque in ea concipienda tollatur difficultas; hoc modo ipsum fieri debet:

I.

AE crus commune ang.  $o$  &  $y$ .  
CE in directum situm ipsi ED

---

$o$  &  $y$  anguli deinceps positi

---

1.  $o + y = 2$  R.

II.

ED crus commune ang.  $y$  &  $x$   
AE in directum situm ipsi EB

---

$y$  &  $x$  anguli deinceps positi

---

2.  $y + x = 2$  R.

III.

$o + y = 2$  R. *vi num. 1.*

$y + x = 2$  R. *vi num. 2.*

---

$y + o = y + x$

---

$o = x$

Q. E. D.

Notandum hic, lineam a se invicem separare, quæ sumuntur, & quod ex iis concluditur. Illa supra lineam collocantur, hoc infra eandem constituitur. Quod intra duas lineas deprehenditur, duplici modo considerari, nimirum 1<sup>o</sup>. tanquam conclusionem, quæ ex assumtis colligitur, & 2<sup>o</sup>. tanquam assumptum, unde ulterius infertur, quod infra lineam alteram scribitur. Vides autem porro, primo loco *num. 1.*, & *num. II.*, assumpta ex hypothesis peti, ac inde duplici ratiocinio elici conclusionem *num. 1.*, & alteram *num. 2.* Exhausta

V 2

fic

fic hypothefi, *num. III.* fumuntur conclusiones *num. 1. & 2* ex hypothefi elicita; ac inde porro duplici ratiocinio tandem elicitur, quod in thefi continetur, effe  $\theta = x$ , feu angulos verticales effe æquales. Repræfentatio hæc demonstrationis symbolica tantummodo propositionem minorem & conclusionem uniuscujusque fyllogifmi exhibet, qui demonstrationem ingreditur; adeoque fyllogifmos ad enthymemata reducit; omiffis principiis, quæ unicuique fyllogifmo majorem præbent, ac facile fupplentur ex regulis lögicis; immo fua veluti fponde memoriã fubeunt, ubi ea familiaria experiris; vel per citationem in contextu poftitam reperiri poffunt, ubi memoriã nondum fuerint infixã. Atque adeo abunde patet, nihil hic defiderari, quod ad demonstrationem diftincte concipiendam requiritur, & non minus ad evidentiam quoad illationem demonstrationi conciliandã, quam ad claritatem omnem eidem affundendam, ne quicquam obfcuri fuperfit, fed ut penitus intelligatur, defideratur.

§. 40. Demus adhuc exemplum aliud. Sit demonftrandum theoremã 18 Geometriæ, de quo diximus fuperius (§. 25.). *Si duo triangula habuerint angulum unum æqualem & latera eundem comprehendentia figillatim æqualia; erit etiam latus tertium unius æquale lateri tertio alterius; duo*

*anguli reliqui erunt figillatim æquales; & tota triangula æqualia atque fimilia.* Quoniam ex hypothefi ratiocinatio nondum procedit, quemadmodum in cafu anteriore (§. 38, 39); præterea in ufum demonstrationis quædam adhuc alia fumuntur, quæ fumi poffe patet. Ubi vero hoc fieri folet, tum quæ ulterius fupponuntur, præparationem conftituere dicuntur. Eft itaque hoc in cafu, ubi æqualitatem & fimilitudinem ex principio congruentiæ demonftraturi fumus, præparatio hæc (§. 3 *Geom.*). Triangulum unum ponatur fuper altero, ita ut vertex angulorum æqualium unius ponatur fuper vertice alterius & crus illius unum cadat fuper crure uno alterius. Quæ in præparatione fumuntur, ea tanquam ad hypothefin fpectantia confiderantur, nullo inter hypothefin & præparationem, quoad ufum affumtorum in demonftrando, factò difcrimine. Dico quoad ufum affumtorum in demonftrando: alias enim manifefturn eft difcrimen inter ea, quæ in hypothefi, & ea, quæ in præparatione fumuntur. Etenim per ea fola, quæ in hypothefi fumuntur, determinantur ea, quæ fubjecto tribuenda & de eodem adeo demonftranda veniunt: quæ vero in præparatione fumuntur, non alium habent ufum, quam ut ex fumtis in hypothefi procedat ratiocinatio. Nimirum quæ in præparatione fumuntur, per ea, quæ fumuntur in hypothefi non determinantur; alias enim

ratio-



rationando ex iisdem colligi poterant, nec ulla foret ratio, cur sumerentur. Sumi autem possunt non invito principio contradictionis, quatenus hypothese non repugnant, sed cum iis, quæ in eadem continentur, una consistunt. Absoluta itaque præparatione demonstratio ordine naturali, qualem requirit usus facultatum animæ, ita procedit.

Tab. I. §. 41. Vertex anguli  $a$  cadit in Fig. 6. verticem anguli  $A$ , & crus illius  $ab$  in crus alterius  $AB$ , per præparationem, estque angulus  $a$  æqualis ipsi  $A$ , per hypothese. Hæc ubi perpendis, succurrit theorema 12 (§. 166 *Geom.*). Si fuerint duo anguli æquales, & vertex unius ponatur super verticem alterius, ac præterea crus unum illius super crure uno hujus; etiam crus alterum illius super crus alterum hujus cadit. Unde infertur: 1º. crus  $ac$  anguli  $a$  super crure  $AC$  anguli  $A$  cadit. Jam porro  $a$  cadit in  $A$  &  $ab$  super  $AB$ , per præparationem, &  $ab=AB$ , per hypothese. Ad hæc animum advertenti succurrit: Si recta quædam alteri æqualis ita applicetur, ut terminus ejus unus cadat super terminum unum alterius, ac ipsa cadat in alteram; etiam alter ejus terminus in terminum alterum alterius cadit (§. 169 *Geom.*). Unde infertur 2º. rectæ  $ab$  punctum  $b$  cadere in punctum  $B$  rectæ alterius  $AB$ . Similiter punctum  $a$  cadit in  $A$ , per præparationem, &  $ac$  super  $AC$  per demonstrata *num.* 1, estque  $ac$

$=AC$ , per hypothese. Succurrit igitur denuo principium modo commemoratum, indeque infertur: 3º. punctum  $c$  cadere in  $C$ . Atque hæc sunt, quæ ex hypothese, accedente præparatione, rationando colliguntur. Enimvero quoniam in hisce conclusionibus nondum continentur, quæ demonstranda loquitur thesis; hæc ex illis continuata rationatione colligenda. Ad conclusiones modo elicitas perspicienti manifestum est, quod punctum  $c$  in  $C$  per demonstrata *num.* 3, & punctum  $b$  in  $B$  per demonstrata *num.* 2 cadere; unde formatur hoc judicium quasi intuitivum: Rectæ  $bc$  &  $BC$  intra eosdem terminos continentur (§. 11 *Geom.*). Vi definitionis congruentiæ (§. 3 *Geom.*), memoria suggerit hoc principium. Quæ intra eosdem terminos continentur, ea sibi mutuo congruunt. Hinc infertur conclusio: Recta  $bc$  congruit rectæ  $BC$ . Hanc conclusionem si sumas instar præmissæ novi syllogismi; memoria suggerit hoc principium (§. 161 *Geom.*): Quæ sibi mutuo congruunt, ea sunt æqualia. Unde infertur: I. recta  $bc$  æqualis est rectæ  $BC$ ; quod erat primum, eorum scilicet, quæ vi thesios demonstranda. Porro  $b$  cadit in  $B$ , per demonstrata *num.* 2,  $ba$  in  $BA$ , per præparationem, &  $bc$  in  $BC$ , per demonstrata *num.* 2 & *n.* 3, atque §. 170. *Geom.* Habemus adeo duos angulos  $b$  &  $B$ , quorum vertices  $b$  &  $B$

V 3. atque

atque crura  $bc$  &  $BC$ , itemque  $ba$  &  $BA$  coincidunt. Enimvero si vertex & crura angulorum duorum coincidunt, anguli æquales sunt (§. 167 *Geom.*). Ergo II, angulus  $b$  æqualis est ipsi  $B$ ; quod erat secundum, eorum scilicet, quæ vi thesicos demonstranda. Similiter punctum  $c$  in  $C$  cadit per demonstrata *num.* 3, &  $ca$  in  $CA$  per demonstrata *num.* 1, item  $cb$  in  $CB$  per demonstrata *num.* 2 & *num.* 3, atque §. 170 *Geom.* Habemus igitur denuo duos angulos  $c$  &  $C$ , quorum vertices & crura coincidunt. Denuo ad hoc animum advertenti succurrit principium: Si duorum angulorum vertices & crura coincidunt, anguli æquales sunt. Unde infertur conclusio III, anguli  $c$  &  $C$  æquales sunt; quod erat tertium. Denique  $a$  cadit in  $A$ , per præparationem,  $b$  in  $B$ , per demonstrata *num.* 2, &  $c$  in  $C$  per demonstrata *num.* 3, adeoque patet triangula  $acb$  &  $ACB$  intra eosdem terminos contineri (§. 11, 170 *Geom.*). Hoc ipsum perpendenti succurrit; Quæ intra eosdem terminos continentur, ea sibi mutuo congruunt (§. 3 *Geom.*). Unde colligitur: Triangula  $acb$  &  $ACB$  sibi mutuo congruunt. Quodsi hanc conclusionem sumas tanquam præmissam novi syllogismi, memoriam subit principium (§. 161 *Geom.*): Quæ sibi mutuo congruunt, ea & æqualia, & similia sunt. Unde infertur IV, triangula  $acb$  &  $ACB$  æqualia & similia sunt; quod erat

quartum. Integram adeo demonstrationem absolvimus, cum vi thesicos nihil amplius demonstrandum restet.

§. 42. Quodsi symbolicam demonstrationis hujus repræsentationem desideres, qua singula veluti oculis conspicienda exhibentur; ea ita sese habet:

<i>Hypothesis</i>	<i>Thesis.</i>	
ang. $a = A$	I. $bc = BC$	Tab. I. Fig. 6.
$ab = AB$	II. ang. $b = B$	
$ac = AC$	III. $c = C$	
	IV. $\triangle acb \cong \triangle ACB$	

*Præparatio.*

$a$  cadit in  $A$

$ab$  cadit in  $AB$

*Demonstratio.*

I.

$a$  cadit in  $A$ , per præparat.

$ab$  cadit in  $AB$ , per eandem.

$a = A$ , per hypoth.

---

1°.  $ac$  cadit in  $AC$

II.

$ab = AB$ , per hypoth.

$a$  cadit in  $A$ , per præparat.

$ab$  cadit in  $AB$ , per eandem.

---

2°.  $b$  cadit in  $B$

III.

$a$  cadit in  $A$ , per præparat.

$ac$  cadit in  $AC$ , per demonstr. *num.* 1.

$ac = AC$ , per hypoth.

---

3°.  $c$  cadit in  $C$

IV.

$c$  cadit in  $C$ , per demonstr. *num.* 3.

$b$  cadit in  $B$ , per demonstr. *num.* 2.

adeo:

adeoque  
 $bc$  &  $BC$  intra eosdem terminos continentur.

---

Recta  $bc$  congruit ipsi  $BC$

---

I.  $bc = BC$

V.

$b$  cadit in  $B$ , per demonstr. num. 2.

$ba$  cadit in  $BA$ , per preparat.

$bc$  cadit in  $BC$  per demonstr. num. 2.

& num. 3 & §. 170 Geom.

---

II. angulus  $b = B$

VI.

$c$  cadit in  $C$ , per demonstr. num. 3.

$ca$  cadit in  $CA$ , per demonstr. num. 1.

$cb$  cadit in  $CB$ , per demonstr. num. 2.

& num. 3. & §. 170 Geom.

---

III. angulus  $c = C$

VII.

$a$  cadit in  $A$ , per preparat.

$b$  cadit in  $B$ , per demonstr. num. 2.

$c$  cadit in  $C$ , per demonstr. num. 3.

adeoque

$\triangle acb$  &  $\triangle ACB$  intra eosdem terminos continentur (§. 11, 170 Geom.)

---

$\triangle acb$  congruit  $\triangle ACB$

---

IV.  $\triangle acb \cong \triangle ACB$

§. 43. Atque ita totam demonstrationem in sua prima principia resolvimus, ex quibus facultatum nostrarum usu deducitur, non admissis notionibus confusis, quæ ob-

scuritatem quandam relinquere poterant, & ratiociniis distincte atque naturali ordine expressis, ac inter se concatenatis, ut nihil desit evidentiae (§. 41). Singula hæc ipsis oculis spectanda exhibet representatio demonstrationis resolutæ symbolica (§. 42). Etenim conspicitur, quomodo demonstratio ex hypothese & præparatione, tanquam ex assumtis procedat; quemnam utriusque usum faciamus in demonstrando; & cur præparatione opus sit; nec non quomodo sese habeant ea, quæ præparatio superaddit, ad ea quæ in hypothese continentur. Videmus porro, quomodo omnes determinaciones in hypothese contentæ invehantur in demonstrationem; ut tandem, ex omnibus simul sumtis, concludatur unumquodque eorum, quod in thesi continetur, tanquam determinatum ex determinantibus. Videmus quoque, quomodo ratiocinia concatenentur, introductis conclusionibus præcedentium in sequentia. Videmus denique, quomodo ratiocinia ultima terminentur in iis, quæ demonstranda loquitur thesis, ut manifestum sit demonstrationem esse absolutam.

§. 44. Habet autem representatio demonstrationis symbolica hunc usum, ut eandem facilius & omnem difficultatem arceat. Oritur difficultas ex ratiociniorum continuandorum longa serie, & conclusiones, quæ in præcedentibus ratiociniis fuerant elicite, memoria retinenda, ut eas intro-

introducere liceat in sequentes per modum præmissarum, ubi non statim, quando illatæ fuerunt, in locum præmissæ assumuntur in syllogismo proxime sequente, quemadmodum in exemplo primo factum esse apparet *num.* I, & II, ( §. 39 ) & in præsentibus *num.* IV, & VII. Enimvero, si demonstratio symbolice repræsentetur, gradum sistere licet in singulis, quæ sigillatim expressa exhibentur, & quacunque mora interposita redeunti progredi datur, ac si nulla interposita fuisset. Quantacunque igitur fuerit ratiociniorum eo usque continuandorum series, donec perveniatur ad ea, quæ demonstranda fuerant; non tamen defatigabitur animus ratiocinationi in longa serie continuandæ minus adsuetus. Nec distrahitur animus, quocunque, durante illa quam interponere visum est mora, cogitationes tuas convertas. Non interrumpitur eadem attentio, quæ ad demonstrationem afferenda, ne desit sensus evidentiae ad convictionem plenariam requisitus. Immo dum omnia, ad quæ animus advertendus, oculis spectanda subjicit, attentionem mirifice juvat, sive ea excitanda, sive conservanda fuerit. Neque defatigatur imaginatio, atque memoria; quatenus conclusiones syllogismorum anteriorum retinendæ, ut earum prompte meminerimus, dum in syllogismos sequentes introducendæ; cum oculis in ea, quæ distincte scripta cernuntur, conversis,

sua sese sponte sistant, quamprimum earundem meminisse debemus. Neque etiam hæsitatio in eo, quomodo progrediendum sit in demonstratione, donec absolvatur. Etenim clarissime vides, primum formari propositiones ex iis, quæ in hypothesis &, ubi ea non sufficit sola, in præparatione sumuntur, ut, adscitis principiis, ex anterioribus inferantur conclusiones, donec hypothesis & præparatio fuerit exhausta. In locum hypothesis & præparationis, deinde succedunt conclusiones hoc pacto elicite, & quomodo introducendæ sint in novos syllogismos, tum thesis, quæ demonstranda oculis objicit, tum memoria principiorum, quæ conspectus conclusionum & in thesi contentorum offert, ostendit. Quodsi adeo principia anteriora familiaria experiris, in distincte concipienda demonstratione nihil prorsus difficultatis percipitur. Redduntur autem familiaria, si eo, quem præscripsimus, modo expendantur, & symbolice repræsentationes, quas explicavimus, aliquoties animo recolantur.

§. 45. Qui principia, quibus opus habet, nondum adeo familiaria experitur, ut sponte sua memoriam subeant, quoties iisdem opus est; ei inserviunt citationes demonstrationibus in contextu insertæ. Hæ enim ostendunt paragraphum, in quo principium continetur, quod ad propositionem, vel ex hypothesis ac præparatione formatam, vel ex conclusio-

nibus

nibus jam elicitis assumtam aut derivatam, applicatum conclusioni elicendæ inservit. Patebit hoc, demonstrationis symbolicam repræsentationem cum contextu conferenti, ut adeo opus non sit plura in hanc rem afferri.

§. 46. Notandum nimirum, in contextu demonstrationem concisius proponi; quantum sufficit, ut singula suggerantur, quæ animum subire debent, ubi illam distincte concipere volueris. Quodsi tamen contextum cum resolutione, qualem hic præcepimus, & repræsentatione symbolica, qualem exhibuimus, conferre volueris; facile observabis, demonstrationem in contextu positam esse utriusque directorium, ne hæsites in eo, quid fieri debeat. Facile adeo animadvertes, demonstrationes ita a nobis fuisse expressas, ut huic instituto maxime convenient. Disces etiam, resolvendo demonstrationes eo, quem præcepimus, modo, & symbolice repræsentando, easdem minime effici prolixiores: cum supplendo ea, quæ conspectus schematismi suggerit & quæ citationes insinuant, eodem prorsus ordine prodeant singula ratiocinia, quo eadem posuimus. Immo, si sufficiente attentione uti volueris, in te ipso experieris, deesse adhuc aliquid sensui evidentiae, quamdiu singula ratiocinia non formaveris; præsertim ubi uno vel altero exemplo eundem acquisiveris, ut ne ignores differentiam, quæ inter distinc-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

tam & confusam perceptionem intercedit. Absit itaque ut tibi persuadeas, hic a nobis præcipi, quæ a contextu abhorrent, ac per inutiles ambages ad scopum tendi.

§. 47. Enimvero non inconsultum esse videtur, ut exemplum quoque demonstrationis theorematis arithmetici in medium afferamus. Sumamus itaque theoremata 21 (§. 181 *Arithm.*), quo superius usi sumus (§. 24) & quod ita habet: *Si duas quascunque quantitates per eandem tertiam divides; quoti sunt inter se ut quantitates divise.* Theorema hoc symbolice ita repræsentatur:

<i>Hypothesis.</i>	<i>Thesis.</i>
A & B quantitates dividendæ,	F : G = A : B.
C dividens communis, F & G quoti ex divisione prodeuntes	

Patet itaque demonstrandum esse, quotos F & G esse quantitatibus A & B proportionales, ex eo, quod prodeant ex divisione quantitatum A & B per eandem tertiam C. Quodsi ergo ex hypothesis sumis: Quotus F prodit ex divisione quantitatis A per quantitatem C; ex anterioribus (§. 174 *Arithm.*) succurrit principium: In divisione unitas est ad divisorem, ut quotus ad dividendum. Unde infertur: 1, sive unitas, est ad C ut F ad A. Quodsi porro ex hypothesis sumis: Quotus G prodit ex divisione quantitatis B per quantitatem

X

titatem

titatem C; vi ejusdem principii infertur: unitas, sive 1, est ad C ut G ad B. Exhausta hypothese, ut inde nihil amplius concludi possit, ubi conclusiones modo elicitas inter se confers, patebit rationes F ad A, & G ad B, esse duas rationes eidem tertiæ 1 ad C æquales. Succurrit itaque theorema (§. 167 *Arithm.*): Rationes æquales eidem tertiæ sunt æquales inter se. Atque hinc infertur: Rationes F ad A & G ad B esse æquales, seu esse  $F : A = G : B$ . Enimvero thesis ostendit, quæri quomodo sese habeat A ad B. Huc si animum advertas, succurrit theorema 18 (§. 173 *Arithm.*): Quantitates proportionales etiam alternando proportionales sunt. Atque adeo tandem infertur, esse  $F : G = A : B$ , quod erat demonstrandum.

§. 48. Symbolica demonstrationis hujus repræsentatio hæc est:

*Hypothesis.*

$$\frac{A}{C} = F$$

$$\frac{B}{C} = G$$

*Thesis.*

$$F : G = A : B$$

*Demonstratio.*

I.

$$\frac{A}{C} = F, \text{ per hypothesis.}$$

---


$$1^\circ. 1 : C = F : A$$

II.

$$\frac{B}{C} = G, \text{ per hypothesis.}$$

---


$$2^\circ. 1 : C = G : B$$

III.

$$1 : C = F : A, \text{ per demonstrata n. 1.}$$

$$1 : C = G : B, \text{ per demonstrata n. 2.}$$

---


$$F : A = G : B$$

---


$$F : G = A : B \quad Q. E. D.$$

Nulla hic opus est præparatione, cum sola hypothesis ea contineat, unde vi principiorum anteriorum tandem infertur conclusio, quæ vi theses inde elicienda. Quodsi majoris perspicuitatis gratia in numeris demonstrationem repræsentare volueris, non alia re opus est, quam ut literis substituantur numeri; eo modo, quo hic factum esse vides:

*Hypothesis.*

$$\frac{24}{3} = 8$$

$$\frac{12}{3} = 4$$

*Thesis.*

$$8 : 4 = 24 : 12$$

*Demonstratio.*

I.

$$\frac{24}{3} = 8, \text{ per hypothesis.}$$

---


$$1^\circ. 1 : 3 = 8 : 24$$

II.

II.

$$\frac{1^2}{3} = 4, \text{ per hypothesein.}$$

---


$$2^o. 1 : 3 = 4 : 12$$

III.

$$1 : 3 = 8 : 24, \text{ per demonstrata n. 1.}$$

$$1 : 3 = 4 : 12, \text{ per demonstrata n. 2.}$$

---


$$8 : 24 = 4 : 12$$

---


$$8 : 4 = 24 : 12 \quad \text{Q. E. D.}$$

Possunt etiam numeri quantitibus per literas designatis subscribi, vel ad latus adjici, prout supra factum esse apparet (§. 24), ut claritate sua dispellant obscuritatem, quæ signis istis universalibus adhærere videtur, quamdiu iisdem nondum satis fueris adfuetus. Ceterum si demonstrationem in numeris exhibere volueris, eadem demonstratione ad plura exempla applicata, absque ulla molestia fit repetitio, quod idem agendo semper aliud agere tibi videris, quatenus numerorum diversitas varietatem quandam inducit.

§. 49. Cum repræsentatio demonstrationis in numeris non sit nisi ipsa demonstratio scientifica, seu generalis, ad exemplum aliquod, majoris perspicuitatis gratia, applicata; quemadmodum in Geometria demonstratio applicatur ad figuram in charta delineatam, quæ singulare exemplum præbet; ideo in eadem acquiescere

licet, nec opus est, ut iisdem signa universalia substituas; modo tibi caveas, ne in ratiocinia tacite invehas determinationes nonnullas, quæ insunt numeris assumtis, non vero hypothesei. Etenim tum demonstratio non succedit, nisi in eo casu, ubi istæ determinationes adsunt; consequenter tantummodo casum quendam particularem attingit, nec universaliter demonstratur, quod erat demonstrandum. Atque adeo contingere potest, ut, dum conclusio in casu particulari elicitur habetur pro universalis, in errorem incidas. Enimvero error hic præcavetur, modo probe consideres, num quod assumis, conclusionis inferendæ gratia, totum in hypothesei contineatur, aut per præparationem superaccedat, si præterea aliud quid sumitur, nulla habita ratione eorum, quæ numeris quæ talibus insunt. Ita enim certum est, in omni exemplo alio ratiocinationem eodem modo procedere, nec argumentationem fieri ab eo, quod huic exemplo inest singulare, sed ab eo, quod cum omnibus aliis sub hypothesei contentis commune habet. Ex. gr. in exemplo nostro (§. 48), quoti 8 & 4, *num. I. & II*, sunt numeri integri rationales. Ast principium, quo mediante hinc inferimus conclusiones, scilicet quod in omni divisione sit ut unitas ad divisorem, ita quotus ad dividendum, satis ostendit, conclusionem inferri ex eo, quod 8 & 4 sint quoti

X 2 per

per divisionem duorum numerorum 24 & 12, per eundem tertium 3 prodeutes, nec supponi quotum esse numerum integrum rationalem; consequenter nihil hypothefi superaddi, dum demonstratio ad exemplum aliquod singulare applicatur. Ceterum, quæ hic dicuntur probe notanda sunt, cum usum habeant etiam extra Mathesin, atque in partibus Matheseos mixtis, & in cognitione Naturæ mathematica, ubi majore circumspeditione opus est, quam in Arithmetica: præsertim si theoria accurata nondum prostat, unde haurienda sunt principia demonstrandi; nec distinctis ratiociniis in demonstrando fueris adfuetus; qualia requirit nostra demonstrationum resolutio, earundemque symbolica repræsentatio, secundum leges animæ, naturali ordine ex hypothefi &, quæ subinde eidem superaccedere debet, præparatione, tanquam ex fonte suo, profluentia, quemadmodum ex principiis Psychologiæ empiricæ demonstrari potest nullo negotio, modo ea habueris perspecta.

§. 50. Quoniam demonstrationis universalitati nil quicquam decedit, dum ad exemplum aliquod applicatur (§. 49); ab ejus repræsentatione in numeris facile abstrahitur demonstratio, qualem libro inseri convenit; si quæ assumuntur, & conclusiones quæ hinc inferuntur, verbis enuncientur, & conclusionibus adjiciantur citationes principiorum, quo-

rum vi hæ inferuntur. Ita in casu dato (§. 48) talis prodit demonstratio: Quoniam quoti ex divisione duarum quantitatum per eandem tertiam resultant, per hypothefin; quilibet eorum est ad quantitatem divisam ut unitas ad tertiam, quæ utramque dividit (§. 174 *Arithm.*); consequenter quoti ad quantitates divisas eandem habent rationem (§. 167 *Arithm.*). Sunt igitur inter se ut quantitates divisæ (§. 173 *Arithm.*). *Q. e. d.*

§. 51. Quodsi problema aliquod demonstrandum est; notandum idem converti in theorema, sumta resolutione cum datis tanquam hypothefi, & eo, quod fieri debet, tanquam thesi. Ex. gr. Problema de ducenda linea alteri parallela, per punctum extra ipsam datum, adhibita resolutione prima, quam superius exempli loco produximus (§. 27), in hoc theorema convertitur: Si ex puncto, extra lineam dato, demittatur ad lineam datam perpendicularis; & ex puncto alio intra eandem pro arbitrio assumpto, erigatur perpendicularis altera eidem æqualis: recta per punctum datum & extremum perpendicularis alterius transiens est lineæ datæ parallela.

§. 52. Ubi problema in theorema fuerit conversum, resolutio demonstrationis eodem modo absolvitur, quo in demonstrationibus theorematum resolvendis usi sumus (§. 38, 41 & 47). Sit ex. gr. resolvenda demonstratio problematis, quod modo ad theorema

revoca-



Tab. I. Fig. 5. revocavimus (§. 51); demonstratio ita procedit. Recta VK, ex puncto V extra lineam RS dato, ducta est ad eandem perpendicularis; recta TA, ex puncto T intra rectam RS pro arbitrio assumpta, est itidem ad eandem perpendicularis, alterique perpendiculari VK æqualis, per constructionem seu resolutionem; adeoque perpendiculara, inter rectam datam RS & rectam per punctum V & A ductam intercepta, VK & TA æqualia sunt. Enimvero si perpendiculara inter duas lineas intercepta æqualia sunt, lineæ istæ sunt parallelæ (§. 226 Geom.). Linea igitur, ducta per punctum datum V & extremum A alterius perpendicularis TA, est parallela lineæ datæ RS. *Q. e. d.* Videmus adeo ex iis, quæ constructio, juxta resolutionem problematis facta, suggerit, unico syllogismo inferri, quod demonstrandum erat: quæ ratio est, cur nullam in contextu demonstrationem adjecerimus, sed tantummodo citationem principii, vi cujus ex constructione infertur, quod erat demonstrandum, nempe parallelismus linearum RS & MN.

§. 53. Symbolica demonstrationis hujus repræsentatio nihil prorsus difficultatis habet. Etenim non alia re opus est, quam ut repræsentationi symbolicæ resolutionis supra datæ (§. 27) adscribas data ex repræsentatione problematis symbolica, & ad summum adjicias propositionem ex iisdem formatam; prouti hic factum esse vides:

<i>Hypothesis.</i>	<i>Thesis.</i>
Recta RS data,	MN paral. RS.
Punctum V extra eam datum,	
VK perpendicularis ad RS,	
T punctum pro arbitrio assumptum,	
TA=VK,	
MN transiens per V & A.	
<i>Demonstratio.</i>	
VK & TA perpendiculara.	
inter MN & RS,	
atque VK=TA.	

MN parallela ipsi RS. *Q. e. d.*

§. 54. Quoniam demonstratio problematis, quod exempli loco in medium protulimus (§. 51 & seqq.), perbrevis est, utpote quæ nonnisi unico syllogismo constat; non inconsultum videtur addere exemplum adhuc aliud. Sumamus itaque problema 33 Geometriæ de inveniendâ lineâ mediâ proportionali inter duas datas. Sunt itaque data rectæ duæ AB & BE; Tab. I. Fig. 10. quælitum est recta BD mediâ proportionalis inter AB & BE. Resolutio jubet rectas AB & BE jungi in directum, ut prodeat recta AE; super AE describi semicirculum ADE: & ex B erigi perpendiculararem BD semicirculo in D occurrentem; quæ esse dicitur mediâ proportionalis inter AB & BE. Quodsi ergo problema demonstrare volueris, resolutione in hypothesin versa & propositione prothesi sumta; sequens prodit theoremata. Si super recta AE describatur

X 3

semis

femicirculus, & ex puncto quocunque diametri B erigatur perpendicularis BD semicirculo in D occurrens; erit ea inter segmenta diametri AB & BE media proportionalis.

§. 55. Quodsi jam hoc theorema demonstrare volueris, præparatio accedere debet. Ducantur itaque rectæ AD & DE, chordæ arcus semicirculi cognomines subtendentes, ut prodeant triangula ADB, BDE & ADE. Quo factò demonstratio ita resolvitur. Sumimus ex constructione: Recta BD perpendicularis est ad AE. Hoc ubi perpendis, definitio perpendicularis lineæ suggerit hoc principium (§. 78 *Geom.*): Si linea recta fuerit ad alteram perpendicularis, anguli, quos cum ea efficit, recti sunt & æquales (§. 79 *Geom.*). Unde infertur angulos  $m$  &  $n$  esse rectos & æquales. Porro rectæ AD & DE semicirculum subtendunt, vi præparationis & AE diameter circuli est, per constructionem. Unde patet, quod ADE sit angulus in semicirculo. Huc si animum advertis succurrit theorema (§. 317 *Geom.*): Angulus in semicirculo rectus est. Unde infertur: angulus ADE seu  $o + x$  rectus est. Est vero etiam angulus  $m$  rectus, per demonstrata. Quamobrem, si angulum  $m$  ad angulum  $o + x$  referas, succurrit principium (§. 145 *Geom.*): omnes anguli recti inter se æquales sunt. Unde infertur: angulus  $m$  trianguli ADB est æqualis angulo  $o + x$

trianguli ADE. Enimvero angulus  $y$  utrique triangulo ADB & ADE communis est, atque adeo duo in hisce triangulis anguli æquales sunt. Memoria suggerit, siquidem anteriora eidem mandaveris, quemadmodum fieri debet, adeoque hic supponitur: Si duo anguli unius trianguli æquentur duobus alterius, etiam tertius unius æqualis est tertio alterius (§. 246 *Geom.*). Hinc itaque colligitur angulum  $o$  in triangulo ADB esse æqualem angulo  $z$  in triangulo ADE. Quodsi jam angulos in triangulis ADB & DBE inter se confers, tum patet duos angulos  $m$  &  $o$  trianguli ADB esse sigillatim æquales duobus angulis  $n$  &  $z$  alterius trianguli DBE. Succurrit itaque, ex anterioribus memoriæ probe infixis, principium: si duo anguli unius trianguli fuerint sigillatim æquales duobus angulis alterius, triangula latera æqualibus angulis opposita proportionalia habent (§. 267 *Geom.*). Hinc infertur, latera AB & BD in triangulo ABD esse proportionalia lateribus BD & BE in triangulo DBE, quorum scilicet illa opponuntur angulis  $o$  &  $y$ , hi vero angulis  $z$  &  $x$ , angulo  $o$  existente æquali angulo  $z$  & angulo  $y$  æquali angulo  $x$ , per demonstrata. Habemus adeo  $AB : BD = BD : BE$ . *Q. e. d.* Ita demonstrationem resolvimus, ut singula distincte enuncientur, quæ in notionibus continentur, quæ eandem absolvunt, & præsentis animo ejus

ejus esse debent, qui eadem convincitur.

Tab. I. §. 56. Demonstratio problematis  
Fig. 9. hujus symbolice ita repræsentatur.

*Hypothesis.*

*Thesis.*

AB recta data	BD recta quæsitæ.
BE recta data	AB:BD=BD:BE
AE diameter semicirculi	
ADE semicirculus	
AB } BE }	Segmenta diametri

*Preparatio.*

AD & DE chordæ semicirculum subtendentes.

*Demonstratio.*

I.

BD perpendicularis ad AE, per constr.

---

1°.  $m$  &  $n$  anguli recti  
&  $m = n$

II.

AD & DE semicirc. subtendunt,  
per preparat.

AE diameter circuli, per construct.  
adeoque

ADE angulus in semicirculo.

---

2°. angulus  $o + x$  rectus.

III.

ang.  $o + x$  rectus, per demonstr. num. 2.  
 $m$  rectus, per demonstr. num. 1.

---

3°.  $o + x = m$

IV.

in  $\triangle\triangle$  ADE & ABD

$o + x = m$ , per demonstr. num. 3.

$y = y$

---

4.  $z = o$ .

V.

in  $\triangle\triangle$  ADB & DBE

$m = n$ , per demonstrat. num. 1.

$o = z$ , per demonstrat. num. 4.

---

5°.  $y = x$  &

AB:BD=BD:BE. Q. e. d.

§. 57. Atque adeo patet, inter demonstrationem theorematis & problematis nullam intercedere differentiam, modo problema in theorema convertatur, quemadmodum id fieri debere præcepimus (§. 51, 54). Et hoc pacto docuimus omnia, quæ observanda sunt ei, qui ad secundum cognitionis humanæ gradum adspirat. Unicum adhuc moneri consultum ducimus; scilicet quod ex resolutione demonstrationum pateat, cur propositiones pure enunciare debeamus, quas brevitatis gratia in contextu statim ad figuras retulimus, expositione cum propositione in unum confusa. Etenim ubi distincte ratiocinari volueris, quemadmodum exigit resolutio demonstrationis; necesse est ut propositiones singulæ pure enuncientur. Quamobrem etiam pure enunciatae memoriæ mandanda; cum alias applicatio, in casu dato, ob literarum figuris adscriptæ

scriptarum diversitatem, confundat, ut difficilis ac molesta evadat. In addiscenda igitur Mathesi morem veterum sequi tenemur, ut primum propositionem unamquamque pure enunciemus, ac deinde eandem exponamus, separata expositione a propositione, quando eidem immixta.

§. 58. Quodsi objicias, nos nihil dixisse de corollariis, quorum tamen bene multa in Elementis nostris occurrunt: facilis est responsio. Corollaria enim sunt propositiones, quarum veritas perspicitur per definitionem, vel propositionem, cui subjiciuntur. Quoniam pleraque eorum demonstratione indigent, quam per modum principii ingreditur definitio, vel propositio, cui subjiciuntur; quæ de resolutione & symbolica repræsentatione propositionum diximus, ea quoque de corollariis tenenda, Nimirum propositio pure enuncianda, deinde exponenda, exposita in hypothesin & thesin resolvenda, quarum utraque consueto more symbolice repræsentata. Demonstratio deinde, eodem modo resolvenda, quo eandem in anterioribus resolvimus, eodem etiam modo symbolice repræsentanda, quo eandem in anterioribus repræsentavimus. Nullis igitur peculiaribus præceptis hic opus.

§. 59. Ne quicquam in dictis superfit obscuri, exemplum aliquod

superaddere lubet. Sumamus itaque corollarium quartum theorematis 34 (§. 228 *Geom.*), quod revera est corollarium præcedentis tertii; cum non theoremata ipsum, sed ejus corollarium tertium ingrediatur demonstrationem tanquam principium. Propositio in eodem contenta hæc est:

*Si in triangulo rectangulo cathetus unus sumatur pro basi, erit alter altitudo.*

Hæc propositio ita exponitur. Sit MKL triangulum, MK & KL catheti ejus. Dico si KL sumatur pro basi, fore MK altitudinem ejus. Hypothesis adeo est quod triangulum MKL sit rectangulum, MK & KL sint catheti, & KL sumatur pro basi; thesis autem, quod cathetus MK sit altitudo trianguli. Demonstratio ita resolvitur, si nihil perceptioni confusæ tribuere, sed singula ad notionem distinctam reducere volueris. Figura MKL triangulum rectangulum est, per hypothesin. Succurrit definitio 52 (§. 91 *Geom.*): In triangulo rectangulo angulus unus rectus est. Unde concluditur: In figura MKL angulus unus rectus est: Porro latera MK & KL sunt catheti, per hypothesin. Succurrit definitio 57 (§. 96 *Geom.*). Catheti trianguli rectanguli angulum rectum intercipiunt. Unde inferitur. Angulus K rectus est. Studio utor syllogismo cryptico, quem a crypti facile liberabit in Logica versatus, tum quia syllogismi cryptici frequentissime sua veluti sponte sese offerunt in demonstrationibus, manifesti autem

Tab. I  
Fig. 11.

tem studio quarendi; tum ut cryptoseos in ratiocinando idea animo sese insinuet profutura in Logica, ubi theoria syllogismorum crypticorum traditur. Ceterum hanc conclusionem, quam modo intulimus, unica etiam ratiocinatione colligere licet hoc modo: Angulum K in triangulo rectangulo MKL catheti intercipiunt, per hypothesein. Angulus in triangulo rectangulo, quem catheti intercipiunt, rectus est. Ergo angulus K rectus est. Ex eo, quod angulus K rectus sit, per immediatam consequentiam infertur: Cathetum MK cum altero KL efficere rectum. Quodsi hanc conclusionem sumas tanquam præmissam novi syllogismi, vi definitionis lineæ perpendicularis (§. 78 *Geom.*) succurrit principium: Linea recta cum altera efficiens angulum rectum ad eandem perpendicularis est. Unde colligitur: Cathetus MK ad alterum KL perpendicularis est. Quodsi perpendas ex puncto M ad rectam KL ductam esse perpendicularem MK, succurrit vi definitionis 47 (§. 85 *Geom.*) principium: punctum, ex quo perpendicularis ad rectam duci potest, eidem rectæ opponitur; quod scilicet ex definitione, animo obversante per consequentiam immediatam elicitur. Unde infertur: Punctum M catheto trianguli KL opponitur. Jam rectæ KM & LM in puncto M concurrunt ad formandum angulum KML, ut adeo M sit vertex hujus anguli,  
*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

quod per definitionem 26 (§. 54 *Geom.*) patet, nec demum per ratiocinia distincta elicere lubet. Hoc ubi perpendis, ac præterea ex hypothesei sumis quod KL sit basis trianguli, succurrit definitio 74 (§. 114 *Geom.*): Vertex figuræ est vertex anguli basi oppositus. Unde infertur: Punctum M est vertex figuræ seu trianguli MKL. Recordatus quod MK sit ad KL perpendicularis, per demonstrationem, hoc formas iudicium: Cathetus MK est perpendiculum ex vertice trianguli M in basin KL demissum. Quodsi denique huc animum advertis, succurrit principium (§. 227 *Geom.*): Perpendiculum ex vertice figuræ in basin ejus demissum est altitudo figuræ. Atque hinc tandem concludis: Cathetum MK esse altitudinem trianguli rectanguli MKL.

§. 60. Quodsi hanc demonstrationem symbolice repræsentare volueris, hoc modo id fieri debere, ex anterioribus abunde liquet.

<i>Hypothesis.</i>	<i>Thesis.</i>
MKL $\Delta$ rectangulum,	MK altitudo;
MK & KL catheti,	
KL basis,	

*Demonstratio.*

I.

MKL  $\Delta$  rectangulum, per hypothesein.

---

1°. In  $\Delta$  MKL angulus unus rectus

Y

II.

## II.

MK & KL catheti  $\Delta$  rectanguli  
MKL, *per hypoth.*

---

2. Angulus K rectus.

## III.

MK cum KL efficit rectum, *per  
demonstr. num. 2.*

---

3. MK ad KL perpendicularis.

## IV.

MK ad KL perpendicularis, *per  
demonstr. num. 3.*

---

4. M opponitur ipsi KL.

## V.

M vertex anguli KML, *quod  
patet intuitive.*

---

5. M vertex  $\Delta$  MKL.

## VI.

M vertex  $\Delta$  MKL, *per de-  
monstr. num. 5.*

MK perpendicularis ad KL, *per  
demonstr. num. 3.*

KL basis, *per hypothesein.*  
adeoque

MK perpendicularum ex vertice  
M in basin KL demissum.

---

MK altitudo  $\Delta$  rectang. MKL.

§. 61. Insunt resolutioni demon-  
strationis præcedentis, quæ attentio-  
nem merentur. Nimirum quando  
per notiones confusas clare perspi-  
cimus, quæ distincte cognoscenda

ratiociniis inferenda, saltum in ratio-  
cinando committimus: qui quando  
admitti possit citra lapsus periculum,  
ex resolutione confuse perceptorum  
in ratiocinia patet. Quod si integram  
Arithmetiam & Geometriam eo mo-  
do pertractare libuerit, quem præ-  
scripsimus & exemplis illustravimus,  
vix quicquam in theoria Logicæ oc-  
curret, cui non lux affundatur. Ipsa  
quoque resolutio demonstrationis co-  
rollarii, quam modo in medium at-  
tulimus, clarissime docet, cur in de-  
finiendo fuerimus prolixiores, quam  
vulgo fieri solet, & cur multa demon-  
straverimus principia, quorum nul-  
lus in Elementis Geometriæ locus esse  
solet. Etenim, omissis istis defini-  
tionibus atque principiis, in demon-  
strationibus saltus in demonstrando  
committuntur, nec distinctam hujus  
notionem consequi datur, ubi nun-  
quam, quæ per notiones confusas  
clara putantur, distinctis ratiociniis  
inferuntur. Equidem non nego ty-  
ronibus initio studii mathematici mo-  
lestum esse hunc rigorem, immo su-  
perfluum videri, propterea quod de-  
monstratione non indigere existimant  
ea, quæ absque demonstratione vera  
intelliguntur; non tamen hinc sequi-  
tur, rigorem istum sua carere utilita-  
te. Quamvis adeo, initio studii ma-  
thematici, in gratiam tyronum, ab  
eo tantisper sit recedendum, in pro-  
gressu tamen non negligendus. Ea de  
causa in Elementis Germanicis multa  
non definivimus, quæ in Latinis defi-  
niuntur

niuntur; multa sine demonstratione sumimus in illis, quæ in hisce demonstrantur. Nec hoc fecimus sine prægnantibus rationibus, quæ manifestæ evadent per ea, quæ capite sequente dicentur. Non defuere, qui tantum definitionum & principiorum demonstratorum apparatus improbarunt; immo autores nobis fuere, ut in nova editione refecaremus, quæ ipsis superflua videbantur, propterea quod evidentes sint demonstrationes, absque illis definitionibus & absque principiorum istorum demonstrationibus. Enimvero si nostram demonstrationum resolutionem viderint & ex sequentibus consilium intellexerint, quo id fecimus; non dubitamus fore, ut aliud sit ipsorum iudicium.

§. 62. Probe autem notandum est, tum demum demonstrationes esse naturales, seu ordinatas, & completas, adeoque consummatas, quales in Logica requirimus (§. 799, 854, 855 *Log.*), si eo modo resolvantur, quem præscripsimus, ut plenaria oriatur convictio, nec quicquam quoad evidentiam desiderari possit. Et qui in Psychologia empirica satis fuerit versatus, ex principiis ibidem traditis, demonstrabit, tum demum facultatum animæ in cognoscendo rectum fieri usum, ubi demonstrationes eo modo expenduntur, quo easdem resolvere docuimus. Nec minus patebit, in demonstrando tum eum fieri facultatum cognoscendi

usum, quem in communi cogitationum sese mutuo excipientium serie observamus.

§. 63. Nos in Elementis nostris demonstrationes eo ordine digessimus, ut in ratiocinia ex hypothesi & superaccedente præparatione, si quando opus est, deducta & inter se concatenata facile resolvi possint. Etenim conclusiones eo ordine sese invicem excipiunt, quæ in repræsentatione symbolica exhibentur, & iis adjiciuntur citationes, quibus insinuantur principia, quæ in resolutione commemorantur. Sumuntur etiam, ex hypothesi & in demonstrationibus problematum, ex constructione unde infertur conclusio, immo etiam ex demonstratis, conclusiones; nisi immediate ingrediantur ratiocinium proxime sequens, ut eandem bis poni inconsultum foret. Saltus si quos admittimus, quemadmodum in corollario, quod exempli loco modo adduximus, tales sunt, ut, nisi acutior fueris in demonstrando, eos non animadvertas, quod oculis in schema conversis per se clara videntur; veluti quod M sit vertex trianguli, quod MK & KL interceptiant rectum K. Nullum vero in demonstrationibus nostris apprehendes hiatus, ut omitterentur quædam, quæ ad formanda ratiocinia sunt necessaria, & sine quibus singula, quæ ad demonstrationem requiruntur, formari nequeunt: qui ipse hiatus demonstrationem reddit incom-

pletam (§. 854 *Log.*). Enimvero exactam hanc formam logicam naturæ animæ convenientem, quemadmodum ex Psychologia constat, demonstrationibus vulgo non tribuunt autores: unde eadem facilitate non resolvuntur in ratiocinia, ex quibus constant, nec symbolice eo modo absque difficultate repræsentantur, quo nos easdem exhibere docuimus. Quamobrem, ex nostris quoque Elementis, Mathesis minore studio atque minore temporis intervallo addisci potest, quam ex aliorum scriptis; & si qua sphalmata, vel typographi incuria, vel festinante scribentis calamo, irrepsere, ea attentione adhibita haud difficulter corriguntur.

§. 64. Vulgo demonstrationes non eo modo expenduntur, quo nos eas resolvere docuimus. Immo ipse, cum Mathesi addiscendæ operam darem, aliam viam ingressus sum, donec tandem studium philosophicum cum mathematico coniungens & in rationem evidentiae anxius inquirens, in veram inciderem. Nimirum vulgo animum primo convertimus in conclusionem quam contextus suggerit, & deinde inquiritur in rationem, cur ea tanquam vera sit admitenda, quæ vel ex hypothese, vel ex definitione, aut propositione quadam anteriore petita, & cum schemate oculis subjecto collata, attento vim consequentiæ confuse percipiendam exhibet, nullo ratiocinio distincte

formato. Ex. gr. Si quis demonstrationem theorematis 6. (§. 156 *Geom.*) expendere voluerit, is conclusiones  $x+y$  &  $y+o=180$  confert cum figura Tab. I.  
Fig. 9. ra, ut intelligat, quid affirmetur. Quærit deinde, cur hæc propositio sit vera; & §. 148, qui citatur, evolvens, ubi legit angulos deinceps positos junctim sumtos conficere 180 grad., recurrit ad figuram, ex qua ubi confuse percipit, angulos  $y$  &  $x$ ; itemque  $o$  &  $y$  esse deinceps positos, duas istas conclusiones admittit tanquam veras. Deinde recordatur, quod demonstrandum sit, angulos  $o$  &  $x$  esse æquales, hanc conclusionem cum illis confert, oculis in figuram coniectis. Et ubi videt, eos relinqui, si angulus communis  $y$  auferatur, theorematis veritatem admittit; cur hoc faciat quæsitus, respondens, quia ab æqualibus idem auferatur, seu particulariter, quia angulus communis  $y$  auferatur; axiomata istud, quod eodem ab æqualibus ablato æqualia relinquuntur, non nisi confuse sibi repræsentans. Unde audias alios respondentes, hoc per se patere. Solenne enim est hominibus, ut per se liquere dicant id, quod per confusas perceptiones verum apparet, cur vero verum sit rationem reddere nequeunt. Admittuntur hinc saltus & hiatus in demonstrando, quæ, initio studii mathematici, subinde haud parum obstant evidentiae ad plenariam convictionem requisitæ, antequam confusis



fufis istis ratiocinationibus adfuefcas, ut familiaritas fuppleat defectum evidentiæ.

§. 65. Quid interfit discriminis inter noftram demonstrationum resolutionem, & communem eas expendendi morem; in feipfo experietur, qui initio ftudii mathematici utramque viam ingreditur. Magis autem idem animadvertet, ubi in philofophia noftra verfatus, utrumque modum expendendi demonstrationes inter fe confert. Quam diverfi autem fint fructus, quos hinc percipere datur, ex capite fequente elucefcet. Dicta igitur de fecundo cognitionis gradu acquirendo fufficiant.

§. 66. Reftat ut dicamus de tertio cognitionis gradu, quomodo ad eum perveniatur, quantum hic datur. Tertius cognitionis gradu in eo confiftit, ut ex iis, quæ cognovimus, alia adhuc nobis incognita proprio Marte eruere valeamus (§. 1). Si quis demonstrationes noftra methodo refolvit; is modum colligendi ex affumtis quæfitum, continuo ratiociniorum nexu, inde perfpicit (§. 38, 41, 47, 52, 54, 59). Quodfi ergo habitum refolvendi demonstrationes præfcripto modo fibi comparaverit; habitu ratiocinandi pollet, quo in veritatibus fibi adhuc incognitis eruendis opus habet. Quamobrem ifta demonstrationum refolutio maximopere quoque commendanda eft, in ufum tertii cogni-

tionis gradu; ita ut ad tertium appropinquemus, dum fecundo acquirendo ftudemus. Et qui ad tertium cognitionis gradu adspirat, is multus effe debet in demonstrationibus refolvendis; cum omnis habitus non modo acquiratur, verum etiam perficiatur, augeatur, & confervetur continuo exercitio (§. 430, 431 *Psych. empir.*). Quamobrem cui tertius cognitionis gradu curæ cordique eft, is acquiefcere non debet in Elementis Arithmeticæ & Geometriæ, fed ad alias quoque Mathefeos partes progredi tenetur.

§. 67. Si ex affumtis ratiocinando, colligendum eft quod in thefi continetur; ipfa refolutio demonstrationis, præfcripto modo facta, loquitur, non opus effe ut hoc tanquam cognitum præfupponatur. Quamobrem, fub generali tantummodo determinatione fupponi poteft tanquam quærendum. Unde theoremata convertere licet in problemata, quæ, fub data in hypothefi conditione, investigari jubent, quod thefi continet. Ita theoremata de æqualitate angulorum verticalium (§. 38) in hoc convertitur problema: Invenire rationem angulorum verticalium ex interfectione duarum linearum rectarum prodeuntium. Similiter theoremata de congruentia triangulorum angulum æqualem cruribus æqualibus comprehenfum habentium (§. 40) in fequens abit problema: Invenire rationem triangulo-

rum angulum unum æqualem æqualibus cruribus comprehensum habentium; & rationem, quam habent anguli duo reliqui unius ad duos reliquos alterius sigillatim; necnon latus tertium unius ad latus tertium alterius. Theorema arithmeticum, de quotis, ex divisione duarum quantitatum per eandem tertiam resultantibus, quantitatis divisis proportionalibus (§. 47) in hoc problema transmutatur: Invenire rationem quotorum, qui prodeunt, si duæ quantitates per eandem tertiam dividuntur. Denique corollarium, quod, catheto uno trianguli rectanguli sumto pro basi, cathetus alter sit altitudo (§. 59) ad problema redigitur hoc modo: sumto catheto uno trianguli rectanguli pro basi; invenire, aut determinare altitudinem ipsius. Discere hinc licet, quomodo quod jam inventum est spectetur ut adhuc inveniendum, & instar problematis proponatur ad exercendam artem inveniendi. Sane omnia theoremata, non modo in Arithmetica atque Geometria, verum etiam in omni Mathesi reliqua, hoc modo ad problemata rediguntur, quæ tanquam inveniendum proponunt, quod jam cognitum est, dum exercitii gratia tanquam adhuc incognitum supponitur.

§. 68. Quodsi theoremata ad formam problematum fuerint reduceta, quibus aliquid inveniendum proponitur; data a quæsitis sunt distinguenda. Quoniam in hac conver-

sione aut, si mavis, reductione; quæ in hypothesis continentur, sumuntur tanquam data; quod vero in thesi continetur, sub determinatione quadam generali, exhibet quæsitum; data & quæsitum eodem prorsus modo a se invicem distinguuntur, quo superius thesin ab hypothesis separavimus. Ita, in exemplo primo angulorum verticalium, dari supponimus duas lineas sese mutuo interfecantes, ex quarum intersectione necessario oriuntur anguli verticales; quæritur autem, quanam sit horum angulorum ratio ad se invicem. In thesi theorematis, determinatur ratio, quæ inter eos intercedit, nimirum quod sit ratio æqualitatis. Ast hic qualis ea sit, ignotum supponitur & investigari jubetur. In exemplo secundo de congruentia triangulorum, datur in duobus triangulis ratio, quam habet angulus unus unius  $a$  ad Tab. I. unum alterius  $A$ , ratio crurum  $a b$  ad Fig. 6.  $AB$  &  $ac$  ad  $AC$ , nempe quod ubivis sit ratio æqualitatis, seu  $a=A$ ,  $ab=AB$  &  $ac=AC$ : quæritur autem ratio lateris tertii  $ab$  ad  $AB$ , anguli  $b$  ad  $B$ , anguli  $c$  ad  $C$  & totius trianguli  $acb$  ad totum  $ACB$ . Immo quæri etiam potest, utrum triangulum  $acb$  sit simile, an dissimile triangulo  $ACB$ . In thesi theorematis, denuo determinatur ratio horum omnium ad se invicem, qualis sit; scilicet quod sit ratio æqualitatis, seu  $bc=BC$ ,  $b=B$ ,  $c=C$  &  $\triangle acb = \triangle ACB$ . Hic vero

vero eadem tanquam ignota supponitur & investigari jubetur. In exemplo tertio, quod arithmeticum est, dantur duæ quantitates, dantur quantitas tertia, per quam istæ dividendæ, ut duo prodeant quoti; quæritur ratio, quam habent quoti hi ad se invicem. In thesi theorematis eadem determinatur, nimirum quod eadem sit cum ratione quantitatum divisarum; sed hic tanquam ignota supponitur & investigari jubetur. Denique in exemplo quarto, datur species trianguli MKL, nimirum quod sit rectangulum, datur etiam basis, scilicet quod ea sit cathetus KL; determinari jubetur altitudo. In theoremate seu corollario, quod in problema conversum fuit, altitudo determinatur, nimirum quod ea sit cathetus alter MK: hic vero demum quæritur. Videmus adeo, quomodo data a quæsitis distinguantur.

§. 69. Enimvero non sine ratione data a quæsitis discernuntur. Cum enim id, quod quæritur, per ea quæ dantur, determinetur; ex datis ratiocinando colligendum est quæsitum. Facimus hoc, dum demonstrationem nostro more resolvimus; neque enim in omni ratiocinatione supponitur tanquam cognitum, quod inde tandem colligitur, quando ratiocinatio finitur. Quamobrem patet, ad inveniendum quod quæritur, non aliud requiri, quam ut modo præscripto ratiocinemur. Nostræ igitur reso-

lutiones demonstrationum totæ analyticæ sunt; ostendentes modum, quo ex datis colligitur quæsitum, seu ratiocinando pervenitur ad id, quod investigandum erat. Eadem adeo non minus ad tertium cognitionis gradum ducunt, quam ad secundum: id quod non obtinet, ubi communi more demonstrationes expenduntur (§. 64). Insigne hic patet discrimen, quod inter nostras demonstrationum resolutiones, & communem eas expendendi modum intercedit; tanti æstimandum, quanto præstantior est gradus cognitionis tertius, quam secundus. Velim huc animum advertant illi, quibus nostræ demonstrationum resolutiones superflue, aut prorsus pueriles videntur. Quodsi exemplum Mathematicorum præclarorum obvertere volueris, qui ad artem eximiæ inveniendi pervenerunt absque ista demonstrationum resolutione; hoc parum nos movebit. Objectionem enim esse nullam capite sequente ostendemus. Absit itaque ut hoc exemplo ab ista, quam commendavimus, demonstrationum resolutione te deterri patiari.

§. 70. Ex iis, quæ diximus & per anteriora satis manifesta sunt, liquet, quantum fallantur, qui sibi aliisque persuadere conantur, quod demonstrationes syntheticæ, quales sunt EUCLIDIS, atque Geometrarum veterum, non simul sint analyticæ; consequenter veritates eodem modo

modo ab ipsis reperiri non potuerint, quo demonstrantur. Etenim, si ex assumtis legitime ratiocineris, quemadmodum fieri debere ex principiis Psychologiae empiricae demonstrari potest; eodem prorsus modo colligitur quod ignotum est, & ad investigandum proponitur, quo, quod jam notum est, demonstratur. Deditur fidem oculatam, quae in suspicionem adduci minime potest. Memini me olim, cum in Academia Lipsiensi Mathesin atque Philosophiam docerem, antequam ad Professionem Mathematicam in Academia Halensi vocarer, Artem invenendi juxta regulas Dn. DE TSCHIRNHAUSEN in *Medicina mentis* explicatam, per exempla exerciturus, Geometriam elementarem ea methodo pertractasse, ut theoremata ad problemata revocarem, & quomodo ex assumtis in hypothesis, tanquam datis, eruatur quod in thesi continetur, tanquam quaesitum, ostenderem, ipsaque problemata tanquam nondum soluta, sed adhuc solvenda proponerem, idemque imitarer in Arithmetica. Unde contigit in Elementis Germanicis Arithmeticae practicae a me pertractari methodo vere analytica; ut ex unica notione numeri rationalis, qui juxta definitionem EUCLIDIS, sistitur tanquam unitatum multitudo, nimirum, juxta methodum geneticam, tanquam ortus ex continua unitatis additione, integram Arithmeticae practicae

deduxerim, tyronum captui accommodato modo: quod tantisper attententi facile animadvertent; iis autem satis superque perspectum est, qui me eandem explicantem audiverunt. Deditur etiam hinc inde specimina quaedam in his ipsis Elementis Latinis, veluti ubi de extractione radicum, & numeris aequae-differentibus agitur.

§. 71. Ex resolutione demonstrationum praescripto modo facta, praeterea videre est, singula ratiocinia, quibus colligitur quod demonstrandum erat, aut, ubi theorema in problema mutatur, quod investigandum fuerat, supponere aliquam definitionem, vel propositionem jam cognitam, quae, vel ope ejus quod assumitur, seu datur, vel auxilio conclusionum jam elicitarum, in memoriam revocatur. Patet etiam ne unicum quidem ratiocinium abesse posse, siquidem ex assumtis inferendum, quod demonstrandum, vel ex datis deducendum, quod investigandum erat. Etsi enim non omnes ratiocinia distincte expendant; in confusis tamen ipsorum notionibus, quae animo obversantur, actu continentur. Quaelibet adeo veritas latens, ubi in apricum producenda, certas veritates cognitatas supponit, quarum si vel una ignoratur, ut quaesitam invenias fieri nequit. Quo plures igitur veritates, hoc est, definitiones & propositiones, tibi perspectae fuerint, eo plures quoque invenire poteris; cum  
abun-

abundes principiis, quibus ad ratiocinandum indiges, ex datis inventurus quæsitum. Quamobrem dum secundo cognitionis gradui acquirendo studes, ad tertium quoque acquirendum te præparas, immo aptum reddis. Qui inoffenso pede, in detegenda veritate latente ex iis quæ dantur, progredi voluerit; ei principia, quibus ad ratiocinandum opus habet, familiaria esse debent; ut ea, veluti sponte sua memoriam subeant, quoties eorum usus requiritur. Definitiones itaque, & propositiones, in quarum etiam numerum referuntur resolutiones problematum, cum eo quod fieri jubetur in theorema conversæ, memoriæ firmiter infigendæ sunt ei, qui ad tertium cognitionis gradum adspirat; ut multus esse debeas in acquirendo gradu primo, antequam ad tertium properes; nisi quod expediat ea, quæ demonstrationum vi tanquam vera assecutus es, tanquam invenienda tibi proponi (§. 67): ita enim tanto facilius & absque ulla molestia, immo potius cum insigni voluptate, memoriæ mandabis, quæ eidem firmiter inhærere debent, ac una cum gradu secundo tertium acquires.

§. 72. Demonstrationes etiam mechanicæ ad tertium cognitionis gradum ducunt; quatenus tentando manifestant incognitum (§. 32): quibus cum æquipolleant exempla in numeris (§. 35), horum etiam usus est in tertio cognitionis gradu

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

comparando. Quoniam tamen demonstrationes mechanicæ, perinde ac exempla (§. cit.), veritatem conspiciendam non præbent, nisi in casu singulari, aut ad summum in particulari (§. 33); in iis non acquiescendum, ne cum periculo errandi a singulari ad universale argumenteris. Quamobrem propositio in casu singulari, vel particulari, detecta sumi debet tanquam universalis, & in problema convertenda; ac deinde inquirendum, num, ex datis legitime ratiocinando, universaliter erui possit, quod in casu singulari, vel particulari, verum cognovisti. Ita constat olim PYTHAGORAM animadvertisse, si quadratum numeri 3, quod est 9, addatur quadrato numeri 4, quod est 16, summam 25 exhibere quadratum numeri 5. Quamobrem cum perpenderet, si latus unum trianguli rectanguli fiat trium, alterum vero quatuor partium, hypothenusam esse partium quinque; consequenter quadratum hypothenusæ æquale esse quadratis reliquorum laterum; suspicio ipsi enata est, num hæc sit proprietas trianguli rectanguli, ut quadratum hypothenusæ sit æquale quadratis laterum simul sumtis. Non diffiteor levem admodum hanc esse suspicionem, si secundum regulas probabilitatis æstimetur; sed levis etiam suspicio ad investigandum verum invitat. Quamobrem ubi super trianguli rectanguli lateribus fuere constructa quadrata, superac-

Z

ceden-

cedente præparatione ad comparationem quadrati hypotenusæ cum quadratis reliquorum laterum requisita, eo modo detegi poterat veritas, quo theorema istud demonstravimus (§. 417 *Geom.*). Dico veritatem theorematis hoc modo detegi potuisse: cum enim constet, ipsum non uno modo demonstrari posse, & demonstrationem unamquamque, nostro more resolutam, monstrare modum ad veritatem liquidam perveniendi (§. 70), non una patebat ad eandem via. Demonstrationes itaque mechanicæ, si tanquam artificium heuristico adhibeantur, haud raro faciunt, ut de problemate quodam cogites, cujus cogitatio alias animum non subiret.

§. 73. Exempla, quæ in superioribus dedimus, dicta confirmant. Ita Tab. I. Fig. 9. si ducas lineas AB & CD se mutuo secantes in E, ut prodeant anguli verticales  $\theta$  &  $\alpha$ ; ac, vi demonstrationis mechanicæ, eorum æqualitatem deprehendas (§. 32); ubi porro sumis æqualitatem angulorum verticalium tanquam universaliter veram, & hoc theorema in problema convertis (§. 67), eodem modo eruetur veritas in omni casu, quo theorema hoc demonstrandum esse ostendimus (§. 38, 70). Similiter si construas triangulum quodcunque ACB, & deinde alterum  $acb$ , ea conditione, ut fiat  $ab = AB$ , angulus  $a = A$ , &  $ac = AC$ ; atque triangulo  $acb$  exciso ex charta, in qua

delineatum fuerat, ita ponas super altero ACB, ut punctum  $a$  in A, & latus  $ab$  in AB cadat; atque videas, triangulum  $acb$  esse alteri ACB æquale, & esse præterea  $bc = BC$ ,  $c = C$ , atque  $b = B$ ; ubi hoc sumis tanquam universaliter verum, & theorema in problema convertis (§. 67), eodem prorsus modo ratiocinando assequeris, quod quæritur, quo theorema demonstrandum esse supra præcepimus (§. 41, 70). Me tacente patebit, quomodo eadem valeant de exemplo, quod in numeris exhibet theorema, de quotis, ex divisione duorum numerorum per eundem tertium resultantibus, numeris divisis proportionalibus; ut plura eam in rem dici non sit opus. Obiter observo, demonstrationem mechanicam de congruentia triangulorum, ubi ad notionem congruentiæ animum advertis, simul insinuare principia, quibus opus est ad ratiocinandum, sive in demonstratione synthetica, sive in investigatione ejus, quod quæritur; ut adeo idea confusa, quæ oculis obversatur, integram demonstrationem contineat, ab ea abstrahendam, si ad notionem distinctam revocetur. Immo notionem theorematis respondentem esse universalem agnoscimus, si in rationem coincidentiæ eorum, quæ in triangulis discernuntur, inquirimus; quatenus patet eandem rationem redire in quolibet casu. Coincidit hic demonstratio mechanica cum exemplis, quibus universaliter

saliter representavimus numerorum quadratorum & cubicorum genesis (§. 262, 266, 277, 280 *Arithm.*). Ex: gr. in exemplo numerico, 16 quadratum numeri 4, quæ est pars secunda radicis, prodit, quia 4 ducitur in seipsum (§. 246 *Arithm.*). Idem vero cum fiat in quocunque exemplo alio, eadem quoque semper adest ratio, cur quadratum partis secundæ prodire debeat. Similiter in exemplo geometrico, punctum *b* cadit in *B*, quia *a* ponitur super *A*, & *ab* super *AB*, estque  $ab = AB$ . Singula vero cum eodem modo sese habeant in exemplo quocunque alio, eadem semper adest ratio, cur punctum *b* in *B* cadere debeat. Principium nimirum ontologicum est, quod posita ratione sufficiente ponatur etiam id, quod propter eam potius est quam non est (§. 118 *Ontol.*): quod principium in Arte inveniendi multum habet usum.

§. 74. Constat ex superioribus (§. 40), hypothesein solam non semper sufficere, ut inde colligatur, quod erat demonstrandum; sed præterea accedere debere præparationem, qua superadduntur iis, quæ in hypothese sumuntur, adhuc alia, eadem non invita sumenda, ut ex sumtis colligi possit, quod thesis continet. Quoniam theorematis in problemata conversis, quibus investigandum proponitur, quod thesis insinuat (§. 67); ratiocinatio, ex assumtis tanquam datis, eodem modo

cedit ad colligendum quæsitum, quo, in resolutione demonstrationis præscripto modo facta, colligitur quod demonstrandum erat (§. 70); facile intelligitur, præparatione eadem non minus opus esse in veritate investiganda, quam in jam inventa demonstranda. Quando præparatione opus sit, quivis animadvertit; nimirum, quando animum advertens ad assumpta; deprehendit deesse principia, quorum vi ex iis elicitur conclusio una, vel plures eliciuntur, prout casus tulerit. Hic itaque dispiciendum, præter ea quæ hypothesis continet tanquam determinata id quod thesi continetur, sumi adhuc possint alia istis minime repugnantia; quibus accedentibus, hypothesis apta efficitur ad conclusiones, vi principiorum anteriorum, inde inferendas. In demonstrationibus præparatio ista non demum quærenda; sed Autor, qui theoremata demonstrat, eam supeditat. Ast ubi theoremata per modum problematis proponitur; præparatio non tanquam cognita spectari potest, sed adhuc incognita supponitur; non tanquam jam inventa consideranda venit, sed tanquam quærenda spectatur. Ad tertium igitur cognitionis gradum adspirans inquirere tenetur, quomodo præparatio innotescere potuerit. In exemplo de triangulis, angulum æqualem æqualibus cruribus comprehensum habentibus, constat, datis cruribus cum angulo intercepto, construi posse

triangulum; consequenter per crura data & angulum interceptum datum triangulum, non minus integrum, quam latus ejus tertium, eidemque adjacentes duos angulos reliquos determinari; adeoque in hypothesi nihil eorum deficere, quæ assumenda sunt, ut inde colligi queant, quæ per ea determinantur. Quoniam vero quæritur triangulorum ratio, ratio lateris tertii unius ad tertium alterius, & ratio angulorum ad idem adjacentium in uno ad angulos eidem adjacentes in altero figillatim; ratio vero omnis vel æqualitatis vel inæqualitatis est (§. 130 *Arithm.*); per modum hypotheseos tantisper sumitur, rationem æqualitatis hic obtineri. Hæc hypothesis cum examinanda sit, utrum veritati consentanea sit, nec ne; quæritur quomodo æqualitas innotescat. Quamobrem, cum, juxta notionem communem, æqualitas æstimetur ex congruentia, notio congruentiæ insinuat triangulum unum super altero poni debere. Aequæ adeo in præparationem incidimus. Vides adeo, quomodo notiones communes insinuare queant præparationem: id quod tamen non semper procedit, cum non omnia ex notionibus communibus immediate deduci possint.

§. 75. Quoniam tamen, per naturam animæ impossibile est, ut quicquam nobis in mentem veniat, nisi quatenus antea cognita, beneficio eorum quæ nunc cogitamus, vel in

memoriam revocantur, vel ratiocinationem ingrediuntur; quæ ex notionibus communibus immediate deduci nequeunt, ex aliis utique notionibus derivanda. Quamobrem ut hoc appareat, sumamus exemplum alterum, quo usi sumus in superioribus (§. 54) in demonstratione problematis, de invenienda media proportionali inter duas rectas datas, in hoc theorema conversi: Si ex quocunque puncto diametri exciterur perpendicularis peripheriæ circuli occurrens, erit ea inter segmenta diametri perpendicularis. Patet hic demonstrandam esse proportionem linearum  $AB$ ,  $BD$  &  $BE$  ex eo, quod  $BD$  sit ad  $AE$  perpendicularis &  $ADE$  semicirculus. Quamobrem cum constet, triangula similia habere latera æqualibus angulis opposita proportionalia; consequenter linearum proportionem ex triangulorum similitudine colligi posse; ideo liquet, dispiciendum esse, annon lineis quibusdam ductis, ut prodeant triangula, obtineri possint triangula similia. Ducuntur itaque subtensæ arcuum  $AD$  &  $DE$ ; quia sic prodeunt triangula  $ADB$ ,  $ADE$  &  $DBE$ , quæ, per modum hypotheseos, sumuntur tanquam similia, ab eo qui veritatem demum investigat; & deinde experimur, num eorum similitudo demonstrari possit; consequenter num hæc bene sumpta fuerit. Quodsi modum, quo in hanc præparationem incidis, distincte perpendis; evidens est, id quod demon-

Tab. I.  
Fig. 10.

stran-



strandum est ad animum revocare similitudinem triangulorum, cujus notionem antea tibi acquisivisti; & ex hypothese theorematis patet, ductis rectis AD & DE, obtineri triangula, quæ utrum similia sint, nec ne, angulos eorum inter se conferenti innotescit; cum ex anterioribus constet, triangulorum similitudinem ab æqualitate angulorum pendere; consequenter per eandem probari. Nimirum in inveniendò conjecturis locus est; ubi ex iis, quæ dantur, vi principiorum tibi perspectorum, ratiocinando colligi nequit quod quaeritur; quemadmodum in demonstranda æqualitate angulorum verticalium succedit (§. 38). Cum vero conjectando, non nisi casu, prima statim vice incidamus in veritatem; ideo haud raro variis modis tentanda est præparatio, antequam in eam incidas, quæ recta est: id quod satis experiuntur, qui veritati proprio Marte eruendæ operam navant. Enimvero de iis hic dicere disertius, quæ ad Artem inveniendi spectant, nostri non est instituti, ubi tantummodi docemus, quomodo ad præparationem pervenire potuerint, qui bene positam retinuerunt. Bene autem positas esse eas, quæ in demonstrationibus adhibentur, ipse successus in demonstrando probat. Non tamen existimandum est, quasi earundem inventores prima statim vice in eas inciderint, quemadmodum exemplum modo datum insinuare videtur; sed

potius tenendum, tentatis haud raro pluribus sine successu, eam retentam fuisse, quam successus approbabat. Sed talia, suo tempore, demonstraturi sumus a priori, ex ipsa animæ natura, in Arte inveniendi; si quidem Deo visum fuerit corporis animique vires eo usque conservare, donec ad hanc telam pertexendam ordo nos deducet.

§. 76. Hic non aliud agendum est, quam ut ostendamus, quomodo inquiramus in modum, quo ad præparationes in Elementis nostris occurrentes perveniri licuerit; reddendo rationem, cur hoc modo fiat, tum ex conditione propositionis demonstrandæ, tum ex anterioribus, quæ tanquam cognita & nobis familiaria supponuntur. Quod si ergo, ad imitationem eorum quæ, exempli loco, in medium attulimus (§. 74, 75), præparationes omnes in Elementis nostris expendere libuerit; nulli dubitamus lucem affulsuram sufficientem iis, qui ad tertium cognitionis gradum adspirant. Quibus vero in secundo acquiescere visum est, illi hac disquisitione non habent opus, huicque labori supersedere possunt ac debent. Sufficit enim iis præparatione, prouti præscribitur, ad hypothesein accedente, demonstrationem legitime procedere, qua animus convincitur verum esse, quod erat demonstrandum.

§. 77. Illud adhuc superest, ut doceamus, quomodo procedendum sit, si resolutionem problematis suppo-

nis tanquam incognitam, adeoque eandem consideras tanquam inveniendam. Ex hac enim hypothefi, perinde ac in theorematis, vi anteriorum ratiocinando, colligendum, quid fieri debeat, ut facias, quod erat faciendum. Sumamus exempli loco problema de linea recta per datum punctum alteri rectae parallela ducenda. Supponamus factum, quod petebatur; nimirum rectam MN,

Tab. I. quae per datum punctum V transit, Fig. 7. alteri RS, quae data supponitur, esse parallelam. Quodsi hoc sumis; ex anterioribus succurrit: perpendiculara inter duas parallelas intercepta aequalia esse (§. 226 *Geom.*). Unde infertur: duo quaecunque perpendiculara inter rectas MN & RS aequalia sunt. Porro constat, quod V sit punctum extra lineam RS datum. Huc animum advertenti succurrit (§. 216 *Geom.*), a dato puncto extra lineam datam perpendiculararem demitti posse. Unde infertur, posse quoque ex puncto V ad rectam RS demitti perpendiculararem, nempe VK. Succurrit porro, ubi perpendis duas requiri lineas perpendiculares inter rectas MN & RS, ut per earum aequalitatem pateat parallelismus ipsarum, per demonstrata, ex quovis puncto intra rectam datam assumpto erigi posse perpendiculararem (§. 212 *Geom.*). Unde denuo infertur, ex puncto quocunque lineae RS, veluti T, erigi posse perpendiculararem TA. Jam, quia MN supponitur ipsi RS

parallela, & VK atque TA sunt perpendiculara inter hasce parallelas intercepta, adeoque aequalia, per demonstrata; resolutio, quae quaerebatur, jam patet. Nimirum 1°. ex puncto dato V demittenda est perpendicularis VK ad rectam RS: 2°. ex puncto quolibet T erigenda est perpendicularis TA priori aequalis: 3°. per duo puncta A & V ducenda est recta MN. Haec ipsa est resolutio, quae in Elementis nostris legitur (§. 258 *Geom.*).

§. 78. Patet autem, si hoc modo in resolutionem problematis inquiris; hinc simul modum problema in theoremata conversum demonstrandi manifestum esse. In ea enim investiganda uteris principiis, quibus in demonstrando habes opus: id quod ex collatione eorum, quae modo dicta sunt, cum resolutione demonstrationis superius facta (§. 52) patet. Demonstrationes nimirum, una cum resolutione, una eademque opera deteguntur; ut adeo non opus sit, nisi ut, ubi synthetice proponere volueris quae invenisti, ea, quae faciunt ad resolutionem, separe a ceteris, quae ad demonstrationem spectant. Subinde tamen etiam in Elementis nostris resolutionem & demonstrationem una exhibuimus; quemadmodum in hoc ipso casu factum, quem exempli loco produximus; & in aliis, ubi prolixior est demonstratio, veluti in problematis de extrahenda radice quadrata & cubica (§. 269, 282. *Aritbm.*).

§. 79.

§. 79. Demus adhuc exemplum aliud. Supponatur itaque resolutio problematis 16 (§. 212 *Geom.*) de linea perpendiculari, ex dato in recta  
 Tab. I. data puncto, excitanda. Data sit  
 Fig. 12. recta  $ML$ , & in eo detur punctum  $G$ ; ex hoc puncto  $G$  ducenda est linea, quæ sit ad rectam  $ML$  perpendicularis. Ponatur factum, quod petebatur, nempe ducta perpendicularis  $GL$ . Succurrit ex anterioribus: Si linea recta ducenda, duo dari debent puncta, ex quorum uno ad alterum ducitur recta (§. 121 *Geom.*). Unde infertur: Præter punctum  $G$ , quod datur, determinandum esse adhuc punctum aliud  $I$ , ut recta  $GI$  duci possit. Liquet igitur, totum negotium in eo versari, ut punctum  $I$  determinetur. Ponamus denuo hoc esse factum. Sumitur itaque: Recta ex puncto  $I$  ad punctum  $G$  ducta perpendicularis est. Succurrit principium. Si recta quædam fuerit ad alteram perpendicularis, anguli deinceps positi æquales sunt (§. 79 *Geom.*). Unde infertur: Anguli  $MGI$  &  $IGL$  æquales sunt. Sumatur  $IG$  pro crure triangulorum contiguorum communi. Patet triangula ista habere angulum unum æqualem &, crus unum ejus esse æquale, nempe idem. Succurrit ex anterioribus principium (§. 179 *Geom.*): Si duo triangula habuerint angulum unum æqualem duobus cruribus sigillatim æqualibus comprehensum, etiam latus tertium unius æquale erit lateri tertio alterius. At-

que hinc infertur: Si præterea fiat  $GK=GH$ , erit etiam  $KI=HI$ . Atque adeo liquet, si fiat  $GK=GH$ , hoc est, si ex puncto  $H$  capiatur utrinque æquale intervallum, ex punctis  $K$  &  $H$  eodem intervallo quocunque alio (cum hic longitudinis  $GI$  nulla habenda sit ratio, sed tantummodo situs ad rectam  $ML$ ) per intersectionem determinari posse punctum  $I$ , quod quærebatur, ut recta  $IG$  duci possit. Denuo manifestum est, resolutionem problematis analyticam simul continere & ejus demonstrationem. Quod si unam ab altera separet, utraque prodibit, qualis in Elementis nostris extat. Obiter moneo, inter principia heuristica in Geometrica referendum esse, ut dispiciamus, num triangula congruentia & similia determinari possint, quorum ope procedat ratiocinatio ad investigandum quod quæritur, vel demonstrandum quod asseritur requisita. Quomodo in hoc principium inciderint Geometræ, nostrum jam non est disquirere. Erit alibi de eo dicendi locus.

§. 80. Subinde resolutiones problematum innotescunt sola attentione ad theoremata inventa, ad quas nulla patet via, si hæc tanquam incognita supponuntur. Istiusmodi est problema de invenienda linea media proportionali inter duas datas. Etenim si supponimus lineam  $BD$  esse inventam, quæ inter duas datas  $AB$  &  $BE$  media proportionalis est, succurrit

Tab. I. currit tantummodo vi definitionis (§. Fig. 10. 155 *Arithm.*): Si fuerint tres lineæ continue proportionales, erit prima ad secundam, ut secunda ad tertiam. Atque hinc infertur: Recta data AB est ad inveniendam BD ut hæc ipsa BD ad alteram datam BE. Etsi hic ad similitudinem triangulorum tanquam principium heuristico confugas; & sumas BD esse crus commune duorum triangulorum similium ABD & BDE, videasque, si BD fuerit ad AE perpendicularis, angulum  $x$  angulo  $y$  æqualem construi debere, quod etiam fieri posse constat (§. 208 *Geom.*); quoniam tamen BD determinatæ magnitudinis est, non constat, quantus fieri debeat angulus  $x$ , ut recta AD attingat punctum D, quod quæritur, atque ita determinandum, ut crus anguli  $x$  secet AE in puncto E. Nihil itaque conficies, nisi supponas theorema tanquam cognitum: Si ex puncto quocunque B diametri AE erigatur perpendicularis peripheriæ in puncto D occurrens; erit ea inter segmenta diametri AB & EB media proportionalis. Ubi vero hoc theorema tanquam notum sumitur, resolutio problematis, de invenienda recta inter duas alias datas media proportionali, sua quasi sponte sese offert. Etenim non multa attentione opus est, ut animadvertas rectas datas AB & BE in eandem rectam transferri, & super eadem semicirculum describi posse; infertur vi corollarii theorematis pri-

mi (§. 136 *Geom.*). Neque ullum est dubium, quin inventori resolutionis hujus problematis ante innotuerit theorema istud, quam de resolutione cogitaret. Non est quod excipias, nos theorema istud non præmississe in Elementis nostris problemati huic. Etenim si ita visum fuisset, præmitti poterat: sed in synthesi non necessarium erat. Dum enim demonstranda est resolutio, problema in istud theorema convertitur, atque demonstratio ejus adjicitur, quemadmodum ex superioribus constat (§. 54, 55). Non nego fieri quoque potuisse, ut resolutio eadem deduceretur ex aliqua proprietate trianguli rectanguli, scilicet ex hoc theoremate: Si ex angulo recto D trianguli rectanguli ADE demittatur ad hypotenusam AE perpendicularis DB; erit hæc ipsa DB media proportionalis inter hypotenusæ AE segmenta AB & BE. Quod si enim supponas tanquam notum, quomodo super data hypotenusam construi possit triangulum rectangulum: resolutio problematis nostri non minus in aprico est. Plures haud raro patent viæ ad eandem veritatem, & prouti vel hæc, vel alia principia, tanquam cognita supponuntur, unus hanc, alius aliam calcet viam. Mihi tamen probabilius est, ex proprietate circuli potius, quam trianguli rectanguli, resolutionem de qua nobis sermo est fuisse deductam. Enimvero non opus est, ut ea  
de

de re contentionis ferram cum aliis reciprocemus. Ubi enim veritates tanquam quærendæ proponuntur, quæ jam inventæ sunt, sufficit ingredi viam, qua recto facultatum cognoscendi usu ad eas pervenire datur.

§. 81. Dantur integræ disciplinæ mathematicæ, quas inter Algebra eminet, aut, si mavis, Analysis mathematica, quibus docetur, quomodo veritates mathematicæ sint inve- niendæ. Nemo non intelligit, ad tertium gradum cognitionis mathe- maticæ adspiranti inprimis opus esse, ut in iis addiscendis assiduus sit. Enimvero ea de re nobis demum di- cendum erit, ubi ad specialia descen- demus. Hic enim nonnisi generalia tradimus, quæ in qualibet Matheseos parte observanda sunt; etsi tantum- modo exempla ex Arithmetica & Geometria dederimus.

§. 82. Restat denique ut adhuc dicamus, quomodo definitiones ex- pendere debeat, qui ad tertium cog- nitionis gradum adspirat. Facile apparet, inquirendum hic quoque esse, quomodo definitiones fuerint de- lectæ, aut inveniri saltem potuerint. Quamobrem id nobis agendum est, ut ostendamus, quomodo hæc inqui- sitio sit instituenda. Definitiones esse duplices, nominales, & reales, in Commentatione de methodo mathe- matica monuimus (§. 17, 18); ubi etiam docuimus, quomodo tum ad

Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

nominales (§. 19 & seqq.), tum ad rea- les perveniatur (§. 25 & seqq.). Jux- ta regulas igitur ibidem traditas de- finitiones ad examen revocandæ: quod quomodo fiat, uno alteroque exemplo docendum.

§. 83. *Congruentia* definitur, quod sit coincidentia terminorum, & *con- gruere* dicuntur, quorum iidem ter- mini esse possunt. Definitio hæc explicat, unde congruentiam agnos- cere possis in duabus magnitudinibus, veluti in duabus lineis, vel super- ficiebus. Quamobrem cum defini- tio nominalis sit, cujus beneficio res agnoscitur, & ab aliis distinguitur (§. 17 *Comment. de Meth.*); definitio- nem hanc nominalem esse hinc col- ligitur. Primus modus perveniendi ad definitiones nominales consistit in eo, ut ad rem præsentem quam per- cipimus animum attendamus, & cum cura distinguamus quæ distingui pos- sunt; eaque fini singula primum sigillatim consideremus, mox vero ea- dem inter se conferamus. Quodsi inquiremus, utrum hoc modo defi- nitio congruentiæ inveniri potuerit, nec ne; hoc modo eam detectam esse deprehendes. Sumantur, ex. gr. duo fila ejusdem longitudinis coëx- tensa, dicuntur ea sibi mutuo con- gruere. Quodsi quæsieris, cur sibi mutuo congruere dicantur; non aliam reddere potes rationem, quam quod ab eodem termino incipiant, & in eodem desinant;

Aa

feu

seu quod extrema eorum coincident, ipsaque etiam coincident quoad longitudinem. Atque adeo patet, ex lege ratiocinandi (§. 349 *Log.*), coincidentiam terminorum hic dici congruentiam. Similiter notio lineæ rectæ abstrahitur a filo extenso, cujus crassities, cum diminui posse concipiatur in infinitum, donec tandem evanescat, a notione confusa ejus abstrahitur notio lineæ in genere, quod sit longitudo latitudinis expers: quæ est definitio *Lineæ* in genere, quam dedit EUCLIDES. Quodsi jam notionem rectæ confusam ad distinctam revocare volueris, distinguenda in ea sunt, quæ distinguuntur; eaque fini singula primum sigillatim considerari, & mox inter se conferri debent (§. 19 *Meth.*). Cum in lineæ non concipiantur nisi puncta, quæ a se invicem distinguuntur, & situs eorundem, quem ad se invicem habent; recta a curva differre nequit, nisi situ punctorum quæ in ea assumuntur. Advertit hoc EUCLIDES: unde *Rectam* definit, quod sit lineæ ex æquo interjacens inter sua extrema. Enimvero cum huic punctorum situi nulla respondeat notio, nisi confusa, quam verbis ex æquo interjacere inter sua extrema indigitat, eadem nempe cum notione confusa lineæ rectæ; nihil explicuit, nec definitione sua uti potuit.

Tab. 1.  
Fig. 13.

Nos igitur assumentes partem quamcunque rectæ AC, eamque conferentes cum tota AB, inquisivimus, num

quid in situ punctorum, quæ in parte assumuntur, deprehendi possit, quod diversum sit a situ punctorum in toto assumtorum. Ubi nullam diversitatem reperiri posse deprehendimus; memores definitionis similitudinis (§. 24 *Arith.*), *Rectam* definivimus per lineam, cujus pars quæcunque toti similis. Nimirum, vi illius definitionis, in parte ad totam collata, præter magnitudinem nihil observare datur, quo ea a tota distinguatur. Quamobrem cum Linea curva sit, quæ recta non est; eademque, supposita definitione rectæ, hoc modo defini poterat (*not. §. 85 Ont.*); nos in definitionem nostram *Lineæ curvæ*, incidimus, quod nimirum sit lineæ, cujus partes toti dissimiles (§. 22 *Geom.*). Ita si assumas Tab. 1.  
Fig. 14.  
AC & AB, ducasque chordas cognomines; situm puncti C ad A & B ad A distinguere licet per diversam rationem subtensarum ad diametrum; neque enim arcuum subtensarum omnes eandem ad diametrum rationem habent, ut adeo pars arcus ab arcu integro, hoc modo, distinguatur possit. Tacemus modos alios distinguendi situm punctorum in parte; consequenter partem ipsam, a tota Geometriæ sublimioris gnari non ignorant hoc principio distinguere curvas a se invicem. Sed cum seniores Geometriæ in recta a curva distinguenda hæsitaverint, definitiones utriusque daturi; non opus est ut tyrones, in modo

modo quo eadem detectæ fuerunt inquirendo, industriam suam fatigent. Tum enim idem manifestus erit, ubi in Geometria curvarum fuerint versati.

§. 84. Similiter videre licet ubi vis, lineam rectam cum altera in eodem puncto concurrentem, diversimode ad se invicem inclinari posse. Unde, non attenda inclinationis diversitate, enata est definitio *Anguli* in genere (§. 54 *Geom.*), quod scilicet sit duarum linearum in puncto uno concurrentium mutua inclinatio. Quodsi ergo recordatus, a puncto quovis ad punctum quodvis lineam rectam duci posse (§. 20 *Geom.*), Tab. I. Fig. 6. crura anguli CAB recta CB jungi concipias; reflectendo super iis, quæ in figura, quæ sic prodit, distinguuntur; reperitur (§. 19 *Meth.*) definitio trianguli in genere, rectilinei scilicet; quoniam, in Geometria elementari, cum aliis nullum nobis est negotium, quod sit figura tribus lineis rectis terminata (§. 87 *Geom.*). Quodsi perpendis, in hac definitione non determinatam esse rationem laterum AB, BC & AC; & recordaris rationem omnem vel esse æqualitatis, vel inæqualitatis (§. 130 *Arith.*); addendo determinationem rationis laterum ad se invicem, nascuntur triangulorum species (§. 22 *Meth.*). Nimirum, si tria latera habeant ad se invicem rationem æqualitatis, seu omnia inter se æqualia sint; definitio præsto est *Trianguli æquilateri* (§. 88. *Geom.*).

Si sumis eadem habere ad se invicem rationem inæqualitatis, hoc est, singula inæqualia esse; definitionem habes *Trianguli scaleni* (§. 90. *Geom.*). Denique si sumis latus unum habere ad unum reliquorum rationem æqualitatis, ad alterum vero rationem inæqualitatis, seu duo non nisi latera æqualia esse; in definitionem *Trianguli æquicruri* incidis.

§. 85. A definitione trianguli æquilateri, quod tria latera æqualia habet, abstrahitur definitio *Figure æquilateræ* in genere, omiſſa determinatione numeri laterum (§. 20 *Meth.*); quod scilicet sit figura, cujus latera singula inter se æqualia sunt (§. 88 *Geom.*). Atque adeo satis patet, quomodo, ope regularum in Commentatione de Methodo mathematica explicatarum, detectæ fuerint, aut saltem detegi possint, definitiones nominales Geometriæ, immo in qualibet Matheseos parte. Idem enim quoque succedere in definitionibus aliis experietur, qui tentare voluerit.

§. 86. Sufficiant igitur hæc dixisse de definitionibus nominalibus: restat ut nonnulla addamus de realibus. Ex. gr. lineam quandam rectam LM, Tab. I. Fig. 3. juxta ductum alterius rectæ LO, motu sibi semper parallelo, hoc est, ut in quolibet situ semper parallela sit, deorsum moveri posse constat. Quamobrem, si hoc fieri sumis; prodit definitio *parallelogrammi* in genere. Similiter rectam quandam AC, circa punctum fixum C, in gyrum

Tab. I. rum agi posse, donec redeat ad ter-  
 Fig. 15. minum A, unde digressa fuerat, per  
 se liquet, & per notiones communes  
 confirmatur. Quodsi ergo hoc su-  
 mis; prodit definitio *Circuli* realis  
 (§. 25 *Meth.*).

§. 87. Eadem definitionis repe-  
 riri quoque potuerunt, præsuppositis  
 definitionibus nominalibus. Paralle-  
 logrammi definitio nominalis est,  
 quod sit figura quadrilatera, cujus  
 latera opposita sunt parallela (§. 102  
 Tab. 1. *Geom.*). Quodsi concipias rectam  
 Fig. 3. LM juxta ductum alterius rectæ mo-  
 veri deorsum; patet figuram descri-  
 bi quadrilateram. Quodsi linea po-  
 natur sibi semper manere parallela;  
 liquet latus ON opposito LM esse  
 parallelum, & rectas quascunque pa-  
 rallelas inter latera OL & MN inter-  
 ceptas esse æquales. Enimvero si li-  
 neæ parallelæ æquales intra easdem  
 lineas comprehendantur, erunt quo-  
 que hæ inter se parallelæ (§. 257  
*Geom.*). Unde infertur, Latus quo-  
 que MN esse opposito LO paralle-  
 lum. Evidens adeo est, figuram,  
 quæ describitur, motu lineæ rectæ  
 LM, juxta ductum alterius rectæ LO  
 sibi semper parallelo, esse quadrilate-  
 ram & habere latera opposita paral-  
 lela. Atque sic liquet, figuram hoc  
 modo descriptam esse, vi definitio-  
 nis nominalis, parallelogrammum.  
 Nimirum, si definitio nominalis pa-  
 rallelogrammi sumitur; parallelo-  
 grammum dici nequit nisi figura, quæ  
 & quadrilatera est, & latera oppo-

sita æqualia habet. Quamobrem ubi  
 definitionem realem, hac supposita,  
 dare volueris; ita omnino concipien-  
 da, ut nominali non repugnet ista  
 genesis, sed ex genesi figuræ potius  
 demonstrari possit, nominalem defi-  
 nitionem eidem convenire. Quodsi  
 excipias, supponi hic, quæ demon-  
 stranda ante sunt, quam definitio-  
 nem realem ex nominali deducere  
 valeas, nimirum quod lineæ paral-  
 lelæ inter duas lineas interceptæ  
 æquales esse debeant, ut hæ quoque  
 inter se sint parallelæ; objectio nulla  
 est. Ecquis enim dixerit, salva ve-  
 ritate, definitiones reales ex nomina-  
 libus deducendas esse, nulla theoria  
 præsupposita, quæ demonstranda an-  
 te venit. Quin potius ipsum exem-  
 plum, quod modo dedimus, con-  
 trarium loquitur. Definitiones no-  
 minales sumere licet, antequam theo-  
 remata demonstrantur. Sumere quo-  
 que licet reales, antequam demon-  
 strentur propositiones, modo genesis  
 intelligatur possibilis absque demon-  
 stratione; scilicet ut nihil fieri jubea-  
 tur, quod absque demonstratione  
 fieri posse non constet. Sed figu-  
 ram, quæ per genesin prodit, esse  
 eandem, cujus definitio nominalis  
 datur, utique demonstrandum. Quod-  
 si ergo demonstratio supponit princi-  
 pia, quæ absque demonstratione ve-  
 ra esse non perspicitur; illa utique  
 ante demonstranda sunt, quam figuram  
 genitam cum ea, cujus definitio nomi-  
 nalis datur, eandem esse ostendi potest.

§. 88.



Tab. I.  
Fig. 15.

§. 88. Facilius ex definitione nominali detegitur realis *circuli*, non suppositis aliis, quæ de circulo demum demonstranda. Nominalis circuli definitio est, quod sit figura plana, linea in se redeunte terminata, ex cuius singulis punctis ad punctum intermedium C ductæ rectæ sunt inter se æquales. Quodsi sumis, quod in hac definitione continetur, circulum terminari linea curva in se redeunte; atque succurrit, vi intentionis inveniendi genesin curvæ, seu detegendi motum, quo describitur, describi lineam, si punctum ab uno termino ad alterum moveatur (§. 10 *Geom.*): facile animadvertis, lineam, qua terminatur circulus, describi, si punctum describens continuo motu redeat ad terminum A, unde digressum fuerat. Quodsi porro sumis, vi definitionis nominalis, rectas ex singulis lineæ istius punctis ad centrum C ductas esse æquales; consequenter punctum describens A esse alterum extremum lineæ rectæ, cuius alterum extremum fixum hæret in centro C; patet, si punctum A a termino suo dimoveri debet, ut tamen alterum rectæ AC extremum in puncto C sit fixum; rectam AC circa punctum fixum C moveri debere. Vides itaque circulum describi, si recta quædam AC circa punctum fixum C in gyrum agatur: quæ ipsa

est circuli definitio realis deducta ex nominali, nulla præsupposita theoria circuli, sed tantummodo assumtis, quæ in definitione nominali continentur.

§. 89. DN. DE TSCHIRNHAUSEN in *Medicina mentis* definitiones reales mirifice deprædicat, iisque omne tribuit pretium, nominalibus nullo relicto. Enimvero, quemadmodum vidimus, definitiones reales ex nominalibus deduci posse; ita vicissim nominales deducuntur ex realibus: id quod in circulo levi attentione animadvertitur. Exempla alia dedimus in solidis (§. 456 & seqq. *Geom.*). Etsi autem non negemus, ex definitionibus realibus haud raro facilius deduci, quæ ex nominalibus operosius demonstrantur, adeoque ad inveniendum eas esse admodum utiles; nominales tamen realibus præstant in rebus ad sua genera suasque species reducendis: id quod in demonstrationibus & in applicatione theoriæ ad casus obvios maxime usui est. Quamobrem definitiones nominales non sunt contemnendæ, immo certo sine realibus præferendæ, quæ ad res obvias agnoscendas & ab aliis distinguendas non adeo commodæ sunt, quam nominales; id quod ipsa circuli atque parallelogrammi definitione reali docetur.

## C A P U T II.

*De Modo instituendi studium Matheseos intellectus perficiendi causa.*

§. 90. **N**on omnes in addiscenda Mathesi eundem sibi scopum præfigunt. Postquam igitur in genere docuimus, quomodo Mathesis sit tractanda, ut eam consequaris cognitionem, quam intendis; nunc porro dispiciendum est, quinam per Matheseos studium intendi possint fines, & quænam observanda sint ei, qui finem intentum consequi voluerit. Eminent inter hosce fines perfectio intellectus, quæ consistit habitu rectum faciendi facultatum cognoscendi usum in veritate cognoscenda. Hunc finem intendere debent, quotquot ad certam cognitionem in quocunque genere cognoscibilem adspirant, sive philosophari voluerint, sive Theologiæ, Jurisprudentiæ, ac Medicinæ operam navare decreverint. Ea de causa, veteres neminem ad Philosophiam addiscendam admittere voluerunt, nisi Geometriæ peritum; cum olim Geometria sola accurata methodo traderetur. Optandumque erat, ut idem mos in scholas nostras introduceretur. Rationes perspicientur ex iis, quæ mox tradituri sumus, & per transennam prospiciuntur vi eorum quæ modo diximus. In veritate

enim cognoscenda, rectum facere tenetur facultatum usum, qui a veritatis tramite deflectere noluerit.

§. 91. Tres sunt intellectus operationes, notio, iudicium, atque discursus, sive ratiocinium; & hisce suppetitas ferunt facultates cognoscendi inferiores, sensus, imaginatio, atque memoria, una cum facultatibus intermediis, attentione ac reflexione, per quas ab inferioribus ad superiorem fit transitus. Quæ omnia satis manifesta sunt ei, qui Psychologiam empiricam cognitam atque perspectam habet. Qui adeo intellectum perficere voluerit, is rectum operationum intellectus usum facere tenetur; ac in iis eliciendis uti debet facultatibus inferioribus atque intermediis. Quamobrem studio Matheseos perficitur intellectus; si eodem habitu operationibus intellectus recte utendi, & in iis eliciendis rectum facultatum cognoscendi inferiorum ac intermediarum usum faciendi acquiratur.

§. 92. Non igitur nuda cognitione veritatum mathematicarum perficitur intellectus, sed accuratæ methodo, qua traduntur mathemata, fructus hic debetur. Ejus adeo participes non fiunt, qui methodum accuratam

curatam insuper habent. Quamobrem cum Mathesis, perficiendi intellectus causa, potissimum in scholas sit introducenda; parum adolescentibus & juvenibus consulunt, qui ut desideriosis placeant, methodi nullam rationem habent, sibi magis, quam ipsis prospicientes.

§. 93. Qui in primo cognitionis gradu acquiescit, non alium finem sibi propositum habet, quam ut veritatem ab aliis propositam intelligat (§. 1); consequenter non aliud intendit, præterquam veritatum mathematicarum nudam cognitionem. Quoniam igitur nuda veritatum mathematicarum cognitione non perficitur intellectus (§. 92); nec fructus hujus particeps fieri potest, qui primum cognitionis gradum unice curæ cordique habet. Quod si ergo eum praxes quædam mathematicæ non juvant, veluti si agrimensorem, aut architectum militarem agere decreverit, vel si principiorum mathematicorum usum non experitur in addiscendis aliis, ex. gr. in percipiendis dogmatis nonnullis physicis; Mathesin plerumque in spem futuræ oblivionis addiscit; ut studii hujus, quod multiplici ratione sese commendat cultoribus suis, nullum prorsus percipiat fructum. Unde facile intelligitur, quinam in addiscenda Mathesi oleum atque operam perdant; ut ab hoc studio potius sint arcendi, quam ad idem invitandi vanis pollicitationibus. Convenit ingenuitati docen-

tis, ne aliquid lucelli facturus, juvenes ab addiscendis iis, quæ magis profutura sunt, ad ea avocet, quæ in spem futuræ oblivionis addiscunt.

§. 94. Qui primo cognitionis gradui acquirendo eam operam navat, quam requisivimus; is attentionem ad ea, quæ discit, afferre ac tamdiu conservare adsuescit, donec illa rite intellexerit (§. 5). Quænam ad hoc requirantur, ut definitiones intelligat (§. 6 & seqq.), nec in propositionibus quicquam supersit obscuri (§. 17 & seqq.), perspicit. Definitionum accuratarum, & in disciplinis rite ordinandarum (§. 6), ac theorematum (§. 24, 25), & problematum, & resolutionis eorundem (§. 26 & seqq.) genuinæ formæ ideam exemplarem animo concipit. Differentiam inter notiones distinctas & confusas, adæquatas & inadæquatas penitus perspicit (§. 6, 9 & seqq. §. 24 & seqq.). Quomodo recto sensuum usu faciliteretur operatio intellectus addiscit (§. 7). Quo pacto repetitio facilior minusque molesta reddatur, qua memoriæ infiguntur firmiter eadem retinenda, cognoscit (§. 15). Nemo non agnoscit, ad perfectionem intellectus pertinere, ut formet notiones distinctas & adæquatas cognoscibilium; ut judicia formet determinata; ut resolutiones problematum distincte concipiat; ut attentionem, prout usus requisiverit, determinet; ut usum sensuum in operationibus intellectus decernat; ut

memor-

memoriæ infigendorum eademque retinendorum curam gerat. Quamobrem cum hæc perfectio intellectus acquiratur, si primo cognitionis gradui acquirendo præscripto modo studeamus; quin Matheseos studium, si nostro more tractetur, faciat ad intellectum perficiendum dubitandum non est.

§. 95. Non est quod mireris modum, a nobis præscriptum, ad primum cognitionis gradum adspirantibus, facere ad perficiendum intellectum; cum tamen a methodo, non a dogmatis expectanda sit perfectio intellectus (§. 92). Etenim cum secundus cognitionis gradus supponat primum; nos in acquirendo cognitionis gradu primo jam ea præcepimus, quæ vi methodi observanda sunt iis, quibus secundus curæ cordique est (§. 30); cum vulgo methodi nulla habeatur ratio, & plerumque nonnisi confusæ notiones memoriæ imprimantur, vi imaginationis reproducendæ, quando iisdem opus est. Sane in Geometria, lecta vel audita definitione, oculos in schema delineatum statim conjicientes ideam definiti memoriæ infigunt, non distincte expensis, quæ in definitione continentur; eodemque modo idea schematis, quæ theorema & resolutionem problematis exhibet, eidem mandatur, quæ vi imaginationis præsens sistitur, quoties de ea re cogitamus. Parum adeo, vel nihil, tribuitur intellectui, facultatum vero

cognoscendi inferiorum usus prædominatur. Immo ne attentionis quidem is fit usus, quem facultas cognoscendi superior exigit.

§. 96. Qui definitiones, propositiones, & resolutiones problematum eo modo exponit, quem nos præscripsimus (§. 9, 17 & seqq.); eas ad figuras in charta delineatas & exempla exhibita applicat, qualis applicatio requiritur, dum ratiocinamur. Ratiocinatio tertia intellectus operatio est; eodemque prorsus modo ratiocinandum, dum propositiones demonstramus, vel a priori, ex cognitis, alia adhuc nobis incognita colligimus. Quamobrem patet, si in acquirendo cognitionis gradu primo morem nostrum sequaris, hoc ipso perfici debere intellectum. Nulla adeo intellectus operatio est, cui rite elicendæ non inserviat modus acquirendi primum cognitionis gradum a nobis præscriptus (§. 94 & præf.).

§. 97. In primo igitur cognitionis gradu acquirendo, omnem illum facis facultatum cognoscendi usum, qui in secundo acquirendo requiritur, immo in tertio familiaris supponitur. Est adeo modus acquirendi cognitionis gradum primum, quem nos præscribimus, præparatio ad secundum: qua facta, nihil prorsus difficultatis in secundo percipitur, cum eum usum facultatum jam facere possis, quem is requirit. Me vero tacente liquet, quod, ubi primus cognitionis gradus acquiratur, antequam

quam ad secundum accedas, una in parato habeas principia, quibus in ratiocinando opus est, dum ad secundum animum appellis. Equidem id modus a nobis præscriptus commune habere videtur cum vulgari; non tamen utroque idem prorsus efficitur. Etenim, nostro more, definitiones ac propositiones pure enunciatæ memoriæ infiguntur, quales adhibendæ sunt in ratiociniis distinctis; &, dum præscripto modo expenduntur, simul familiares evadunt, quales esse debent, ut statim memoriæ subeant, quando iisdem indigemus. Quodsi vero nostro more non expenduntur; nec eadem facilitate definitiones ac propositiones memoriæ mandantur, sed multa demum repetitione consequimur, quod multo temporis compendio obtineri poterat.

§. 98. Plurimum autem refert, ut definitiones, & propositiones antecedentes familiares experiaris, antequam ad sequentes accedas. Etenim, definitiones sequentes non intelliguntur nisi per anteriores, ubi eas ingrediuntur termini per anteriores explicati. Quamobrem ubi hæc nondum familiares experiris; sequentes tibi non possunt non videri obscuræ, nec fieri potest, ut eas penitus intelligas. Similiter demonstratio non convincit, nisi principia, quæ ex antecedentibus sumuntur, sensum evidentiam secum ferant. Necessè igitur denuo est, ut tibi antecedentes definitiones ac propositiones fuerint fami-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

liares, ubi sine hæsitacione in demonstratione progredi volueris. Quid, quod nec propositiones satis intelligantur, quamdiu definitiones, quibus explicantur termini in iisdem occurrentes, non fuerint familiares? Ea de causa observare licet, quod studium mathematicum difficile videatur iis, qui nulla terminorum notitia instructi ad idem accedunt, nec in repetendis iis, quæ explicata fuerunt, seduli ac frequentes sunt; cum in casu opposito nulla percipiatur difficultas. Danda vero omnino est opera, ut difficultas hæc tollatur, ne studii utilissimi efficiat desertores.

§. 99. Qui Mathesi addiscendæ operam navant, ut intellectum perficiant; iis imprimis convenit, ut in secundo cognitionis gradu acquirendo industriam suam exerceant. Methodo enim debetur hic fructus, non dogmatis, quæ in Mathesi proponuntur. Hujus autem potissima pars sunt demonstrationes, quibus veritatis eorum, quæ docentur, convincimur, ut nihil nobis dubii supersit. Secundo gradui cognitionis acquirendo inserviunt demonstrationes (§. 30). Quamobrem si studium Matheseos intellectum perficere debet, necesse est ut in demonstrando sis assiduus.

§. 100. Intelliguntur vero hic demonstrationes syntheticæ, quales sunt EUCLIDIS & Geometrarum veterum. Neque alia de causa, quam harum demonstrationum gratia,

B b

Vete-

Veteres voluerunt, ne quis ad philosophiam accedat, nisi Geometriæ peritus. Quamvis enim demonstrationes recentiorum analyticae, quæ calculis algebraicis absolvuntur, suum etiam habere possint usum in intellectu perficiendo; ab iis tamen eundem expectare minime licet, quem spondent syntheticae: id quod satis manifestum evadet per ea, quæ mox disertius dicentur. Inde nimirum est, ut in Mathesi licet versatissimi & inter summos Mathematicos eminentes, ubi extra Mathesin methodo mathematica uti voluerunt, minime dare potuerint, quæ satisfaciunt. Exemplo nobis est **CARTESIUS**, Vir summus, cujus memoriam egregia in Mathesi inventa posteritati commendabunt, quamdiu scientiæ honos erit. Cum enim **MERSENNI** desiderio satisfactorius, suum de existentia Dei argumentum ad formam demonstrationis geometricæ reducere vellet; quam parum ipsi leges methodi mathematicæ & genuina demonstrationis forma fuerit perspecta, abunde prodidit in Responsionibus ad objectiones contra Meditationes suas metaphysicas. Taceo exempla alia, quæ commemorari poterant; & quibus tandem effectum est, ut extra Mathesin nullam dari certam cognitionem acutiores inde colligerent: in qua opinione ipsum scepticismum consistere, nemo est qui non agnoscat. Quodsi ergo ad certam cognitionem extra Mathesin pervenire vo-

lueris; necesse est ut methodi mathematicæ interiorem rationem perspicias, & leges ejus distincte cognoscas: id quod fieri non poterit, nisi demonstrationum syntheticarum resolutione naturæ animæ convenienter facta, quam in superioribus factis declaravimus, ut nihil in ea desiderari possit. Atque, ea de causa, demonstrationes nostras syntheticas eo ordine digessimus, ut facillime præscripto modo resolvi possint. Nihil enim magis intendimus, quam ut studio mathematico intellectus perficiatur, quo certæ extra Mathesin cognitioni acquirendæ sufficiat.

§. 101. Doluit ideo ipse Vir summus **ISAACUS NEWTONUS**, quod, cum se studio mathematico totum daret, ad **CARTESII** Geometriam, aliosque scriptores algebraicos, statim progressus fuisset, antequam **EUCLIDIS** ea attentione expendisset, quam merentur; nec probavit, quod hodie Geometriæ methodum syntheticam Veterum prorsus negligant, & in solis calculis algebraicis acquiescant; quemadmodum ex ore ipsius hausta refert **HENRICUS PEMBERTON** in præfatione ad **Conspectum Philosophiæ NEWTONI**, quem patrio sermone edidit. Nullum mihi dubium est, quin, quantum sibi hoc ipso defuerit, abunde expertus fuerit, cum in divino opere **Principiorum Philosophiæ naturalis mathematicorum**, inventa præclara methodo veterum Geometrarum proponere

nerere decreviffet. Quodfi enim quis, more a nobis præfcripto, demonstrationes fyntheticas refolvere didicerit, & genuinam earum formam animo comprehenderit; is facile animadvertet, quod eam non perviderit NEWTONUS; neque adeo diftincte agnoverit, unde pendeat evidentia veritatis extra Mathefin; quemadmodum & CARTESIO accidiffè modo monuimus (§. 100). Idem videre licet in eximio opere Phoronomiæ JAC. HERMANNI; qui, cum omnem ætatem in calculis algebraicis confumiffet, methodo Veterum recentiora in Mechanica & Hydraulica, agnatisque difciplinis inventa demonftrare volebat. Quam parum enim fibi & lectoribus fuis confuluerit; quod methodo, cujus vim ac poteflratem minime comprehendebat, ea proponere voluerit, quæ per calculos algebraicos affecutus fuerat, & cum laude ad utilitatem difcentium proponere poterat, acutiores vident.

§. 102. Firmum itaque ratumque manet; qui intellectus perficiendi gratia ad Mathefin accedit, ei demonftrationes *Euclideas* omni cura ac follicitudine expendendas effe: quæ qualis effe debeat, noftra demonftrationum analyfis & earundem fymbolica repræfentatio clariffime docet (§. 38 & feqq.). In his igitur induftriam fuam ingeniique vires exerceat, qui extra Mathefin evidentiam in veritatis cognitione confequi

voluerit. Proprio experimento edocti fumus, non dari aliam ad evidentiam in Philofophia & Facultatibus, quæ dicuntur, fuperioribus viam: quam fi calcare nolueris, tanto pronior erit in Scepticifmum prolafus, quanto fueris acutior; & facillimum erit nubem pro Junone amplecti, nec abortus imaginationis a genuinis intellectus foetibus diftinguere dabitur. Quodfi, præfcripto a nobis more, in Mathefi verfari volueris, ceffabunt querelæ de imbecillitate intellectus humani, quales movit HUETIUS, non profuturæ, nifi ut sternant ad Scepticifmum viam, non fine detrimento religionis tam revelatæ, quam naturalis. Scepticifmum hodie ubi vis terrarum invalefcentem everfuri methodo ifta philofophari cœpimus, qua EUCLIDES in fuis Elementis olim ufus. Cumque, in Philofophia, notiones confusæ refolvendæ fint in diftinctas, quas fine detrimento veritatis fert Mathefis; ipfas etiam demonftrationes geometricas ad eam formam reduximus, quam extra eandem habere debent, ne quid defit evidentia; ut adeo fuperflua exiftimanda non fint, quæ finis tam præclari gratia fiunt. Nec puerilia cenfenda funt, quorum neglectus fe vindicat in Viris fummis. Abfit itaque, ut eorum autoritate ad eundem defendendum abutaris.

§. 103. Modus, quo definitiones ac propofitiones expendere docuimus, omnem facultatum ufum legitimum

num in veritate cognoscenda pollicetur, ipso opere consequendum. Quodsi vero ad repræsentationem symbolicam animum advertere, & regulas generales inde abstrahere volueris; verioris Logicæ præcepta consequeris, quæ in Logica nostra demonstravimus. Atque adeo reipsa experieris, Logicam artificialem tum demum esse genuinam, ubi praxi veterum Geometrarum conformis; quemadmodum in Prolegomenis Logicæ ostendimus (§. 26 *Log.*). Qui sic præparatus ad Logicæ studium accedit, non modo omnia, quæ hic docemus, penitus intelliget; verum etiam regulas ibidem traditas, absque ulla hæsitatione, dextre applicabit; ut nec in iis applicandis sibi met ipsi imponat; quemadmodum haud raro contingit, nec de difficultate applicandi queratur. Ubi studium Matheseos præscripto a nobis more instituerit; in studio Logicæ, quod spinosum alias ac tædii plenum videtur, non sine voluptate versabitur, nec Logicam soli scholæ addisci in seipso experietur. Etenim ideas, quæ regulis logicis lucem affundunt, tot exemplis confirmatas, recta Mathematicarum tractatione, adeo familiares possidet; ut, quoties iisdem opus est, sua veluti sponte sese sistant animo præsentibus; ipsaque Mathematicarum tractatio in continua regularum istarum applicatione cum consistat, quin continuo, hoc exercitio, eas applicandi habitum sit consecutus, dubitari

nequit. Voluptate perfunditur animus, dum veritatis plenarie convincitur. Quamobrem cum veritatis eorum, quæ in Logica docentur, convincatur qui, Matheseos studio nostro more præparatus, ad studium Logicæ accedit; quin continua in eodem fruatur voluptate dubitandum non est. Docet Logica usum facultatum cognoscendi in veritate cognoscenda & applicanda. Quoniam itaque usum facere potest, qui nostro more in Mathesi fuit versatus; usus autem idem requiritur, in singulis omnino actionibus recte determinandis, prouti abunde constabit, si quis attentamente Tomum posteriorem Philosophiæ practicæ universalis perlustrare voluerit; utilitatem Logicæ per omnem vitam experietur, qui regulas ejus penitus intelligit, & dextre applicare didicit.

§. 104. Quoniam ea demum Logica censetur genuina, quæ praxi veterum Geometrarum conformis (§. 26 *Log.*); utrum vero huic conformis sit, nec ne, dijudicare valet, qui in Mathesi præscripto a nobis modo fuit versatus (§. 103); nostra Matheseos quoque tractatio hunc pollicetur fructum, ut Logicam genuinam a spuriis discernamus, quales nostra ætate eduntur haud pauca, & quæ naturali facultatum animæ usui e diametro adversantur; ita ut studium Logicæ non amplius faciat ad dirigendum facultatem cognoscitivam in cognoscenda veritate, sed intel-



intellectum potius corrumpat, ut a solida cognitione veritatis proscribaris. Neque verendum est, ne auctoritas Mathematici, Logicæ non unius scriptoris, ipsi imponat: satis enim intelligit, vulgari Mathematica discendi more (§. 64) non patefieri regulas logicas, quas nostra resolutio & analytica expressio in apricum producit. Non igitur sufficit Logicam scribi ab eo, qui Mathematicus audit, vel Geometricæ quædam Elementa methodo minus accurata compilavit; sed necesse est, ut, qui Logicam scribit, in expendendis definitionibus ac propositionibus earumque demonstrationibus, eum faciat facultatum usum, quem regulæ logicæ urgent, & ut hæc ipsas regulas praxi huic conformes tradat. Vidimus paulo ante (§. 101) deficere hic acumen Mathematicorum summorum; ut adeo mirum videri non debeat, si acumen illorum desideretur, qui in illorum numerum referri nequeunt.

§. 105. Quoniam ad studium logicum accedere non debet, nisi qui in studio Matheseos secundum morem nostrum versatus est; ideo in Logica exempla mathematica dedimus, quippe quæ satis cognita atque perspecta supponimus, nisi ubi exempla vulgaria satisfaciunt. Accedit, quod nonnulla in Logica tradantur, quæ aliis, quam mathematicis exemplis, non eadem perspicuitate illustrantur. Bene sibi consulunt, qui

saltem Arithmeticæ ac Geometriæ Elementa præscripto a nobis modo perlustrant, antequam ad Logicam animum appellunt. Reipsa experientur, quod ex studio logico omnem percepturi sint fructum, qui ab eo sperari potest. Quodsi vero, neglecta Mathesi, ad Logicam properant, multa in iis non penitus intelligent, etsi omnia rite percepisse videantur; nec absoluto studio logico in potestate sua positum deprehendent, ut regulis Logicæ satisfaciant, hoc est, eum faciant facultatum usum, quem Logica præscribit.

§. 106. Maxima intellectus perfectio est Ars inveniendi; qua ex iis, quæ cognovimus, alia nobis incognita ratiocinando colligimus. Qui eo usque in perficiendo intellectu progredi voluerit; illi tenenda sunt, quæ de tertio cognitionis gradu acquirendo inculcavimus (§. 66 & seqq.) Quodsi enim vel sola Elementa Arithmeticæ ac Geometriæ eo modo pertractaveris, qui ibidem præscribitur; non modo constabit, quomodo in veritate invenienda sit procedendum; verum etiam habitum quendam tibi comparabis ex cognitis alia incognita colligendi; consequenter aliquid saltem hujus Artis acquies. Quemadmodum vero intellectus continuo magis magisque perficitur, quoad promptum usum in veritate cognoscenda; si simili modo Philosophiam nostram pertractare volueris, quo in acquirendo gradu secundo

cognitionis mathematicæ utendum esse docuimus; ita quoque, quoad *Artem inveniendi*, eundem ulterius perficies, si in *Philosophia* facias, quæ tertii cognitionis gradus acquirendi gratia fieri debere præcepimus. Quod si cui hoc nimis molestum videtur; is sciat velim, quæ ardua sunt, ea non facili opera acquiri. Qui vult finem, media velit necesse est, quæ ad eundem ducunt.

§. 107. Satis itaque docuimus, quomodo instituendum sit studium *Matheseos*, ut intellectus, quantum datur, perficiatur. Unicum adhuc superest, de quo nonnulla mihi dicenda sunt, antequam ad alia progrediar. Sunt qui sibi aliisque persuadere conantur, quasi *methodus mathematica* *Philosophiæ* minus conveniat; multo autem adhuc minus in *Theologia*, *Jurisprudencia*, & *Medicina* eidem locus sit. Equidem hoc dubium jam sustulimus in *Discursu præliminari*, quem *Logicæ* præmisimus, de *Philosophia* in genere, ubi (§. 139) identitatem *methodi philosophicæ* ac *mathematicæ* demonstravimus; & in *Horis nostris subsecivis* ostendimus, quod & quomodo *methodus mathematica* adhiberi possit in *Jurisprudencia*, & *Scriptura sacra* interpretanda: ex nostra tamen definitionum & demonstrationum propositionum *analyfi*, *singulari ratione* idem elucet. Etenim per hanc manifestum est, omnem *methodum mathematicam*, qua usus est *EUCLIDES*,

huc tandem redire, ut *operationum* intellectus legitimum faciamus usum in *veritate cognoscenda*, qui ad *evidentiam* acquiritur, qua *veritas* *indubitato* agnoscitur. Hinc manifestum est, non alias homini esse facultates, quibus in *cognoscendis* *mathematis* utitur, quam quibus opus habet ad *cognoscendam* *veritatem* quamcunque aliam; nec alium esse facultatum earumdem usum in *Mathesi* addiscenda, vel etiam in *veritatibus* *mathematicis* inveniendis, quam qui requiritur ad certam cognitionem *veritatis* cujuscunque alterius, sive ab aliis inventa fuerit, sive demum nostra opera detegenda. *Mathesis* adeo exemplis docet, quomodo rectus facultatum cognoscendi usus fieri debeat, si ad liquidam *veritatis* cognitionem pervenire decreveris: id quod regulis docet *Logica*, quæ ideo ab exemplis *mathematicis* abstrahi possunt (§. 103), ita ut earundem cum *praxi Mathematicorum* conformitas sit lapis *Lydius* *genuinæ* *Logicæ* (§. 26 *Log.*). Quotquot igitur in ea sunt opinione, quasi *Mathesis* propriam sibi habeat *methodum*, quæ extra eam nullius sit usus; aut *methodi mathematicæ* vim ac potestatem, aut *genuinum* facultatum cognoscendi ad certam *veritatis* cognitionem consequendam usum, aut utrumque, ignorant. Hinc etiam videas, *objectionem* moveri ab iis, qui vel sunt in omni *Mathesi* hospites ac peregrini, vel legitimi usus facult-

facultatum cognoscendi prorsus ignari.

§. 108. Denique nostra Mathematicum tractatio manifesto loquitur, eum, qui in Mathesi addiscenda præscriptum a nobis morem observat, sequi modum cogitandi maxime naturalem. Primus hoc animadverti, cum ad demonstrationum analysin, præscripto a nobis modo factam, animum attenderem, & publice hoc monui in Lexico mathematico, idemque postea uberius docui in Psychologia. Naturalis cogitandi modus est, qui leges animæ exacte sequitur. Quis igitur adeo vesanus est, ut sibi persuadeat, usum facultatum aliis legibus accommodandum esse in Philosophia, Theologia, Jurisprudencia, Medicina, quam quas fert natura animæ?

§. 109. Etsi autem Mathesis universa faciat ad intellectum perficiendum, si eo, quem præscripsimus, modo tractetur; ut adeo optime sibi consulat, qui Elementa nostra omnia eodem studio perlustrat: quoniam tamen non omnibus tantum suppetit temporis spatium, quantum huic labori sufficit; unusquisque eo usque progredi poterit, quantum conceditur. Arithmeticae autem & Geometriae pertractatio prorsus indispensabilis est; quæ ideo præmittenda, antequam ad Logicam animum appellis, & hinc ad reliquam Philosophiam te conferas. Immo, si cui volupe fuerit integra Mathe-

seos nostræ Elementa perlustrare; eî tamen non suaserim, ut de Philosophia omnem cogitationem abjiciat, donec studium Matheseos omne fuerit absolutum: sed potius autor sum, ut, Arithmetica & Geometria absoluta, statim Logicæ operam suam addicet, & in Mathesi juxta Philosophiam pergat. Ita enim futurum certus sum, ut studium Matheseos ac Philosophiæ sibi mutuo lucem affundant.

§. 110. Supponimus autem Philosophiam eadem methodo esse conscriptam, qua in Elementis Matheseos utimur. Quamobrem cum id ante nos fecerit nemo; nec alia ipsi scripta philosophica commendare valeamus, nisi Opera nostra philosophica, Latino imprimis idiomate conscripta. Quodsi prolixitatem obtendas, nulla sane ratio est, cur ea te deterreat. Etenim si non ante ulterius progredi volueris, quam singularite intellexeris, ac veritatis eorum convictus fueris; multo minore temporis spatio scripta nostra utiliter perlegere potueris, quam breve quoddam compendium, communi more conscriptum; modo in pertractanda Arithmetica & Geometria industriam tuam desiderari passus non fueris. Immo valde vereor, ne si præscripto a nobis more in Arithmetica & Geometria fueris versatus, lectio aliorum scriptorum philosophicorum quam nostrorum, te efficiat studii philosophici desertorem, aut in Scepticismum deduc-

deducat. Absit, ut quis existimet hæc arroganter a nobis dicta esse, nimia in nos fiducia, in contemptum aliorum! Veritati enim unice litamus, non loquentes nisi experta, quæ ratio defendit. Ab aliorum contemptu procul remoti, aliena merita suspicimus & extollimus; neminem in scriptis nostris nominatim perstringimus; iis etiam parcimus, qui in laceffenda fama nostra quidvis sibi licere arbitrantur; probe memores eam non dependere a laudibus aliorum, sed a factis propriis; omni animi contentione omnique industria

ac diligentia in id ententes, ut calumnias factis contrariis refellamus. Alienum a nobis esse existimamus, ut doctrinis, quas profitemur, facta sint contraria. Nemo igitur nobis vitio vertet, si aliorum utilitati velificaturi ea dicimus, quæ veritas imperat, citra injuriam alterius. Minus toleranda potius ambitio est, si quis non sine detrimento aliorum veritatem reticere vult, ut videatur qui non est. Ceterum, si quis consilio nostro aurem benignam dare voluerit; re ipsa experietur vera omnino esse, quæ dicimus.

### C A P U T III.

#### *De Studio Arithmetica, Geometria, & Trigonometria plana in specie.*

§. 111. **A**rithmetica, Geometria, & Trigonometria planæ nostra Elementa ita conscripsimus, ut satisfaciant omnibus, quocunque fine ad Arithmetica & Geometriam addiscendam appellunt. Ea enim digessimus, ut nullo negotio prætermittantur, quæ salvo fine, quem quis sibi præfixum habet, ignorare potest; & ea iisdem inseruimus, quæ nisi eo excidere voluerit, ignorare nequit.

§. 112. Qui Arithmetica addiscit, vel soli praxi studet, theoriam non curat, vel hujus etiam rationem habet. Qui soli praxi operam na-

vat, is vel solum ejus usum in vita communi, vel usum etiam in Geometria practica, aliisque Matheseos mixtæ partibus, intendit. Idem præterea, vel in nuda praxi acquiescere vult, vel veritatem quoque praxeos perspicere avet. Cui theoria curæ cordique est, is eandem, vel propter usum in ceteris Matheseos partibus, vel propter usum in perficiendo intellectu, appetit. Videamus igitur, quomodo Elementa nostra Arithmetica pro multiplici hoc discentium scopo satisfaciant.

§. 113. Qui soli praxi operam navant,

vant, & quidem in usum vitæ communis; iis satisfaciunt problemata de Algorithmo in numeris integris, & fractis, quæ capite secundo & quarto continentur, una cum problemate 33, quod capite sexto legitur, de numero tertio, vel quarto proportionali inveniando, una cum scholiis, in quibus idem problema ad varios casus in vita communi obvios applicatur. Qui vero usum etiam in Geometria practica, aliisque Matheseos mixtæ partibus intendunt; illi superaddere debent problemata de extractione quadratæ ac cubicæ radicis, quæ capite quinto leguntur, problemata de logarithmis, fractionibus decimalibus & fractionibus sexagesimalibus, quæ capite octavo, nono & decimo extant. Fractiones sexagesimales omittere possunt, qui calculi Astronomici nullam habent rationem. Immo eodem carere possunt, qui ultra ea non progrediuntur, quæ in nostris Astronomiæ, & Chronologiæ Elementis traduntur.

§. 114. Problemata a definitionibus & theorematis satis aperte distinguuntur, suoque nomine insignita numerantur, ut adeo nullo labore opus sit ad ea evolvenda, & agnoscenda. Ut adeo usus quidam hinc elucescat, cur in Mathesi veritates singulæ suis nominibus compellentur, ac numerentur; etiamsi in citationibus ad paragraphum provocemus, in quo principium istud continetur, quo in demonstrando utimur.

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

§. 115. Quoniam in propositione, itemque in resolutione, occurrere solent termini, quibus nondum intellectis, nec propositio, nec resolutio intelligi potest; igitur necesse est, ut istorum terminorum definitiones ante expendat, quam ad problema accedat, qui praxin in eodem traditam discere studet. Ita ex. gr. problema secundum (§. 96 *Arithm.*) docet numeros quotcunque datos addere. Supponitur adeo definitio additionis, quæ traditur in anterioribus (§. 61 *Arithm.*). Quia vero nec definitiones intelliguntur, nisi intellectis terminis, qui eas ingrediuntur; si qui termini per notiones claras, sed confusas communes non satis perspicui sunt, ad definitiones eorum, quas in antecedentibus damus, recurrendum. Ita, in definitione additionis mentio fit numerorum homogeneorum. Quinam numeri sint homogenei, ex communi sermone notum non est. Quamobrem necesse est, ut ad definitionem numerorum inter se homogeneorum recurras, quam in anterioribus exhibemus (§. 35 *Arithm.*). Quomodo autem hæ definitiones sint expendendæ, patet ex iis, quæ de primo cognitionis gradu acquirendo, quoad definitiones, præcepimus.

§. 116. Problematum resolutiones statim applicandæ sunt ad exempla, quemadmodum in ipso textu a nobis factum. Nimirum regulæ, quibus præcipiuntur, quæ fieri debent,

C c

suis

fuis numeris distinguuntur, ut singulis statim satisfieri possit. Collocantur eo ordine, quo singula fieri debent; ut, lecta regula una, statim fiat quod eadem præcipitur. Nihil adeo applicatio ad exempla habet difficultatis; ita ut totam Arithmetica præcticam proprio Marte addiscere possis, nisi fueris valde impatientis; aut si, duce alterius, unam operationem arithmetica didicisti, ceteras deinde, absque ullo duce, tibi familiares reddere queas.

§. 117. Si quis veritatem resolutionis problematum perspicere voluerit, necesse est demonstrationes addat. Citationes in iisdem adductæ ostendunt principia, quibus opus habet. Neque opus est, ut theoremata, quæ capite primo proponuntur, demonstrat; sed sufficit ea sumi, tanquam per notiones communes nota, absque demonstrationibus. Similiter sufficit, ut ex capite 3 non nisi definitionem rationis, nominis rationis, rationum identitatis & proportionis in genere, ejusque specierum, proportionis continuæ atque discretæ (§. 126, 136, 149, 155, 156) sibi cognitam ac perspectam reddat, una cum theoremate 20 & 21, quorum demonstrationes omittere potest, in illustratione per exempla facta acquiescens. Problema 36, de modo inveniendi logarithmum, prætermittere potest; immo totam de Logarithmis doctrinam tamdiu differre; donec, absoluta Geome-

tria, ad Trigonometriam accedere voluerit.

§. 118. Quodsi vero theoriam expetit, sive propter usum in ceteris Matheseos partibus, sive intellectus perficiendi gratia, tota omnino Elementa pertractanda sunt, eo modo, quem in capite primo pro acquirendo gradu cognitionis secundo præscripsimus, ut adeo nihil supersit, quod hic veniat addendum.

§. 119. Quamvis ostenderimus, quid faciendum sit, si quis nudæ præxi operam navat, nulla prorsus habita ratione theoriæ; hujus tamen neglectum nemini suademus: quin potius consultum ducimus, ut Arithmetica, etiam præctica, in usum vitæ communis, non sine demonstrationibus addiscatur. Ut enim alios taceam usus; non modo tota Arithmetica præctica facilius addiscitur; verum etiam memoriæ multo firmiter infigitur, non sine temporis compendio; & ubi quorundam oblitus est, absque multa difficultate in memoriâ revocantur: id quod inprimis usui est, ubi arithmetice operationibus non quotidie habueris opus.

§. 120. Ceterum hinc liquet, quod, absque ullo negotio, ex Elementis nostris Arithmetice exscribi possit Compendium Arithmetice præctice, in usum illorum qui solam Arithmetica præcticam, propter usum in vita communi, expetunt; levi sumtu ab iis comparandum, qui eodem

eodem opus habent. Quodsi plura desiderentur exempla, ea cumulare difficile non est. Etenim non alia re opus est, quam ut in locum numerorum, quos exemplum sistit, substituuntur quicumque alii. Quodsi demonstrationes non negligantur, quemadmodum ne id fiat modo suavisimus (§. 119); paucis exemplis obtinetur, quod non sine multis consequi datur, ubi theoriam omnem abjicere volueris.

§. 121. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, ii memores esse debent ejus, quod in scholio definitionis primæ (§. 2 *Arithm.*) monuimus; scilicet quod ab Arithmetica practica, tanquam methodo inveniendi speciali, regulæ inveniendi generales abstrahere liceat. Cumque in scholio generali ad Algorithmum numerorum integrorum (§. 125 *Arithm.*), istiusmodi regulas abstraxerimus, ut exemplo quodam præiremus; & in genesi numerorum quadratorum & cubicorum (§. 262, 266, 277, 280 *Arithm.*), nec non in theoria numerorum æquidifferentium (§. 327, 329 *Arithm.*) artificia quædam analytica docuerimus; ad hæc imprimis animum advertere debent, qui non modo in Arithmetis, Artem inveniendi, sed eam etiam generalem, curæ cordique habent. Si prolixioribus esse liceret, addi poterant multa specialia, de quibus alibi commodius dicetur; ubi nimirum Artem inveniendi ea methodo tra-

dituri sumus, qua huc usque Logicam & Metaphysicam universam, una cum Philosophia practica universali, tradidimus. Ita ex. gr. quæ (§. 142 & seqq. *Arithm.*) de generibus & speciebus rationum rationalium docentur, insinuant modum ex dato genere inveniendi genera inferiora eorundemque species: quo etiam Dignitatum divisio facit (§. 252 *Arithm.*). Huc etiam pertinent fictiones, quarum exemplum habemus in fractionibus spuris (§. 221, 222 *Arithm.*)

§. 122. Qui Geometriæ studio sese dedunt; similiter aut soli praxi student, theoriæ nullam prorsus rationem habentes, veluti agrimensores & architecti militares; aut in praxi nuda acquiescere nolunt, sed ejus demonstrationes expetunt. Qui vero theoriæ addiscendæ sese dedunt, aut usum in ceteris Mathematicis partibus intendunt, aut hoc faciunt intellectus perficiendi causa.

§. 123. Quibus in nuda praxi acquiescere visum est; iis satisfaciunt definitiones & problemata, omissis demonstrationibus. Nullum est problema, quod usui esse non possit, adeoque prætermittendum sit: sed definitiones quædam omitti possunt, veluti figuræ in genere, lateris, tangentis, secantis, &c. Sufficit enim didicisse definitiones angulorum & figurarum, atque lineæ perpendicularis, & linearum parallelarum. Ceterorum notiones confusæ, ipso usu

terminorum, in casu dato insinuantur, quæ praxi soli intentis satisfaciunt.

§. 124. Quænam observanda sint circa definitiones, & problemata, eorundemque resolutiones, ex iis intelliguntur, quæ de acquirendo gradu primo cognitionis in anterioribus præcepimus (§. 5 & seqq.); nisi quod definitiones sequentes non opus sit resolvi in antecedentes, quia sufficit eas referri ad schemata oculis subiecta; cum non requiratur adæquata entium geometricorum notio, sed vel in confusa eorundem notione acquiescere possit.

§. 125. Praxis duplex est: alia, quæ exercetur in charta; alia, quæ in campo. Qui praxi unice se dat, eam exercere intendit. Non igitur sufficit resolutiones problematum intelligere; verum etiam requiritur, ut facias, quæ fieri jubentur. Ad praxin igitur in charta exercendam, ad manus esse debet circinus, regula, instrumentum transportatorium, norma, & parallelismus, una cum triangulo ex ligno ebenino, & scala modica; ad eandem vero in campo exercendam, baculi, cum catena, vel fune cannabino in pedes & decempedas illorumque digitos legitime diviso, una cum instrumentis ceteris, quorum usus explicatur.

§. 126. Juxta resolutionem problematis uniuscujusque instituenda est operatio, sive in charta, sive in campo; ut videas, num ea facere

possis, quæ jubentur. Quorum vero problematum resolutiones arithmeticæ sunt, adeoque calculo absolvuntur; eæ tentandæ sunt in exemplis non modo iis, quæ ipsimet in medium attulimus, verum etiam aliis; qualia comminisci haud difficile, ubi in locum numerorum datorum surrogantur alii pro arbitrio nostro. Quemadmodum enim consultum est, ut una eademque operatio, sive in charta, sive in campo, aliquoties repetatur, donec exacte facere possis quod jubetur; ita etiam exempla cumulanda. Hoc nimirum non tantummodo facit, ut resolutionem problematis uniuscujusque rite intelligas, eandemque memoriæ firmiter infigas; sed & ut habitum exacte faciendi, quod faciendum erat, acquiras. Qui enim praxin exercere vult, non modo intelligere debet, quid fieri debeat, sed & ut omni exactitudine id facere possit requiritur. Habitus docendo communicari nequit, sed crebro exercitio, seu idem sæpius faciendo acquiritur. Qui adeo docet, officio suo satisfacit, si ea tradit, quæ, ut recte facias quod faciendum, nosse debes.

§. 127. Quoniam multa dantur problemata geometrica, quorum resolutiones per calculum expediuntur; Geometria practica Arithmetica practica supponit. Illam igitur si addiscere volueris, hanc ante addiscas necesse est.

§. 128. Ex nostris adeo Elementis



tis Geometriæ, absque ullo negotio, Geometria practica extrahi poterat, ne verbo quidem immutato: cui quod utiliter addatur compendium Arithmeticæ practicæ, ex Elementis Arithmeticæ exscribendum (§. 120), nemo est, qui non videt (§. 127).

§. 129. Enimvero, etsi praxis absque theoria commode addisci possit, & Elementa nostra ita conscripta sint, ut brevissima ad eandem via ducant absque ulla theoria; meo tamen, si quid valet, consilio, omnes agrimensores & architecti militares, & si qui alii praxin geometricam exercere voluerint, tantum theoriæ sibi acquirere deberent, quantum ad praxin demonstrandam sufficit. Quemadmodum enim theoria accurata praxin accuratam parit; ita etiam probe intellecta exercitium praxeos reddit exactum. Immo succurrunt subinde in praxi casus nonnulli, in quibus hæret ac facile aberrat, qui theoria instructus non est. Non opus esse videtur, ut hoc multis rationibus adstruatur; qui enim consilio nostro aurem benignam præbere voluerit, veritatem dicti re ipsa experietur. Nemo non novit, si plures agrimensores aream ejusdem campi investigent, haud raro magnum esse dissensum in quantitate ejus definienda; certo indicio, quod non eadem accuratatione singuli fuerint usi, etsi omnem diligentiam adhibuisse sibi videantur. Diligentia oculata esse debet, quæ ab accuratatione nulla in

re deficit. Ut hæc oculata sit, theoriæ debetur.

§. 130. Equidem non diffitemur; theoriæ adeo exactam non requiri in iis, qui Geometriam practicam exercent, qualem nos intellectus perficiendi gratia condidimus; unde & in Elementis nostris Germanicis ab ea abstinuimus eandemque in compendium contraximus. Quod si tamen visum fuerit omnem retinere theoriæ, quam dedimus; ea multiplici utilitate sese commendabit etiam praxin exercentibus. Per eam enim obtinebis, ut nulla in re patiaris desiderari attentionem tuam, & vel in minimis te præbeas circumspæctum. Taceo, quod omnibus usui sit, si facultatum cognoscendi legitimum usum facere queant; & ipsa obligatione naturali, nemo negligere teneatur occasionem, qua eundem in potestatem suam redigere valet.

§. 131. Neque est quod excipias, agrimensoribus, & architectis militaribus, aliisque praxin geometricam exercentibus non convenire theoriæ, sed eam captum pforum transcendere, immo ipsos eandem naturali quadam aversione fastidire: hoc enim quam sit a veritate alienum, & experientia me docuit, & ratio convicit. Si qui theoriæ contemnunt, non alia de causa hoc faciunt, quam quod eam non didicerint, nec ignoti ulla sit cupido, & quod eadem in praxi sua carere posse sibi videantur. Aliter vero sentirent, ubi mature theoriæ

eorundem animis instillaretur. Quod vero eam capere nequeant, si rite eandem doceantur, adeo verum non est, ut experimento contrario refellatur. Ne difficultatem præter necessitatem facessas, doce ipsos primum praxin solam, sed ea methodo, ut distincte concipiant singula, quæ fieri debent, quemadmodum nos urgemus: ita enim futurum, ut notionibus distinctis adsueti, quid inter has atque confusas intersit facile inter noscant. Adde demonstrationes, quas diximus, mechanicas; ut veritatem eorum, quæ docentur, experiantur: quam ubi percepisse sibi videntur, eosdem mone experimenta hæc loqui non nisi veritatem in casu singulari, nec reiterata eandem procedere in universali. Neque difficile est convincere quemvis a posteriori, quod a particula ad universale non valeat argumentatio, cum ubivis prostent exempla, quibus idem doceri potest. Cum hoc modo excitaveris cupidinem sciendi, quod scire delectet; commodum jam erit ad theoriam progredi. Et ubi quis in cognitionis gradu primo acquirendo nostro more versatus fuerit, ad secundum consequendum præparatus accedit; in quo si denuo morem a nobis præscriptum sequaris, absque ulla molestia in theoria addiscenda progredi dabitur.

§. 132. Qui theoriæ operam navant, propter usum in disciplinis ceteris mathematicis; illo non modo

omnes propositiones sibi familiares reddere, verum etiam habitum demonstrandi comparare tenentur. Quamobrem universa Elementa Geometriæ eo modo pertractare debent quem, acquirendi secundi & tertii cognitionis gradus causa, capite primo præscripsimus; & definitiones, ac propositiones pure enunciatas memoriæ firmiter infigere tenentur: quo plurimum confert accurata demonstrationum analysis, in quibus definitiones & propositiones pure enunciatæ tanquam principia adhibentur. Hoc enim pacto demonstrationum sequentium evolutio repetitionis vicem sustinet, qua definitiones ac propositiones pure enunciatæ memoriæ mandantur, & discenti familiares evadunt; quales supponuntur ad ceteras Matheseos partes absque difficultate pertractandas.

§. 133. Quod problemata attinet, quæ praxin continent; notandum est, praxin in charta exercendam usui esse in ceteris Matheseos partibus, quæ vero exercetur in campo, ea nullum habere in reliquis usum, nisi in Architectura militari, & in Astronomia, atque Geographia, nonnulla ex iis cognita atque perspecta supponi. Praxis accurata in charta magis ornat Mathematicum, quam necessaria est, si in sola theoria acquiescere voluerit. Neque is multo instrumentorum apparatu indiget; sed sufficit regula, cum circino, & graphio, cujus tamen vicem supplet pen-  
na

na ex corvorum alis evulsa (§. 123 *Geom.*). Problemata, quæ praxin in campo docent, non tamen prorsus negligenda. Eorum enim theoretica cognitio discentem præparat ad ceteras Matheseos partes facilius addiscendas. Neesse igitur est, ut resolutionem distincte concipiat, & demonstrationem nostro more resolvat, ac analytice exprimat; omni cura ac sollicitudine animi observans, quæ de iis, secundi cognitionis gradus acquirendi gratia, præcepimus, qui theoreticam Matheseos universæ cognitionem curæ cordique habet.

§. 134. Eadem tenenda sunt, si quis, intellectus perficiendi gratia, Geometriæ studet; sive tantummodo ad secundum cognitionis gradum, sive simul ad tertium extra Mathesin adspiret. Utilitatem percipiet qui, in Philosophia morali & civili, accurata diligentia versari, eandemque ad usum vitæ transferre, & theoriam physicam ad Artes perficiendas applicare voluerit.

§. 135. Qui a Geometria & Trigonometria ad Algebram progredi voluerit, is cognitionis gradum tertium in Mathesi intendit. Quamobrem ea ipsi observanda sunt, quæ de tertio cognitionis gradu acquirendo inculcavimus capite primo. Inprimis autem animum attendere debet ad præparationem, quæ demonstrationi præmittitur; cum ea opus quoque habeat in resolutione problematum geometricorum in Algebra,

& in solutionibus, præsertim algebraicis, problematum in ceteris Matheseos partibus.

§. 136. Elementa Arithmeticæ & Geometriæ, per Mathesin universam, & in omni cognitione mathematica, quam philosophicæ contra distinguimus (§. 14 *Disc. prelim.*), apprime necessaria sunt, ita ut eorum notitia nemo carere possit, qui in ceteris Matheseos partibus ad cognitionis gradum secundum atque tertium adspirat. Quo majore igitur studio ac industria in illis fuerit versatus, eo felicius in reliqua Mathesi progredietur. Id etiam obtinebit, quod hodie in plerisque Mathematicis, & in seipso desideravit Vir summus NEWTONUS (§. 101), ut methodum Geometrarum veterum cum algebraicæ recentiorum conjungat, & utriusque compos reddatur: cujus insignem experietur usum, si ad summa quævis in Mathesi contendat, & exemplo NEWTONI naturam mathematicæ tractare voluerit; inprimis si quando volupe fuerit mathematicarum naturalium cognitionem in systema redigere, quantum fert ætas nostra, præsertim ubi ante officio suo satisfecerint Philosophi.

§. 137. Trigonometria plana, non minus quam Sphærica, primum in usum Astronomiæ fuit inventa. Quamobrem indispensabilis usus est in Astronomia, adeoque eam negligere nequit, qui nobilissimæ huic scientiæ operam dare decrevit. Postea quoque

quoque ad praxin geometricam in campo fuit applicata; quemadmodum capite ultimo Trigonometriæ planæ ostendimus. Quamobrem eisdem quoque studere tenentur, qui praxin geometricam in campo exercere voluerint. Applicata eadem fuit ad varia problemata in Geographia, Hydrographia, Gnomonica, Mechanica, Architectura militari, & Opticis disciplinis: ut adeo commendanda veniat ad hæc quoque Matheseos partes animum appellentibus. Multo igitur illustrior est ejus usus, quam qui olim fuerat.

§. 138. Qui in sola praxi acquiescunt, iis satisfaciunt perpauca ista problemata, quæ capite secundo continentur; addituri ea, quæ continentur tertio, ubi Geometriam practicam curæ cordique habent. Hoc unicum notandum est, quod usum Canonis sinuum & tangentium, una cum Canone logarithmorum tam sinuum atque tangentium, sibi familiarem reddere teneantur, qui in usum praxeos Trigonometriam planam addiscunt; additis problematis, quibus in Arithmetica usus logarithmorum docetur ( §. 349 & seqq. *Arithm.* ), una cum definitione logarithmorum, & theorematibus eorum naturam explicantibus ( §. 334 & seqq. *Arithm.* ); sed absque demonstratione.

§. 139. Exempla, quibus calculum trigonometricum illustravimus, adeo distincte repræsentavimus, ut

ideam exemplarem resolutionis problematum animo insinuent, & resolutionis vicem tueri possint. Quamobrem ii, quos sola praxis juvat, eandem sibi familiarem reddere tenentur: id quod uno alteroque exemplo facile obtinetur. Exempla autem complura facile comminiscitur, qui numeris in exemplo proposito datis substituit pro arbitrio alios. Inprimis etiam suademus omnibus, quotquot praxin geometricam in campo exercere voluerint, ut exempla proprio Marte addant problematis, quæ hunc in usum traduntur capite tertio. Reperiuntur autem ad imitationem eorum, quæ dedimus capite secundo. Nimirum non alia re opus est, quam ut data numeris exprimantur: id quod nihil difficultatis habet; præsertim cum in expendendis problematis data a quæsitis semper veniant distinguenda ( §. 26 ). Quod si hoc feceris, calculus erit idem, qui in problematis citatis: quæ etiam ratio est, cur eundem in textu non apposuerimus, ne præter necessitatem essemus prolixiores.

§. 140. Qui praxin oculatam desiderant, vel theoriæ tantummodo rationem habent; illos demonstrationes superaddere & in Trigonometria eodem modo versari debere, quem pro secundo & primo cognitionis gradu acquirendo supra præscripsimus, me vel tacente, intelligitur. Nihil adeo prætermittere tenentur, quæ in Elementis nostris continentur. Et  
quam-

quamvis Canon sinuum atque tangentium, cum naturalis, tum artificialis, jam fuerit constructus, ut nullus amplius problematum, quæ in capite primo in hunc finem traduntur, videatur usus; ea tamen negligenda non sunt, ut appareat, quomodo Canones isti constructi potuerint, & quomodo ex theoria praxis, ad quam tendit, deducatur.

§. 141. Inprimis hoc proderit iis, qui ad cognitionis gradum tertium adspirant. Ex hisce enim perspiciunt, quomodo ex cognitis alia incognita ratiocinando colligantur, & quomodo haud raro praxes prorsus inexpectatæ eademque longe utilissimæ ex theoriis deriventur, quarum tantam prævidere non licebat utilitatem. Sane non alia de causa, postquam Canon sinuum & tangentium jam fuit constructus, Mathematici tamen recentiores alios eisdem construendi excogitarunt modos, quam quibus usi sunt illorum conditores. Non alia de causa, postquam docuimus Canonis sinuum atque tangentium constructionem, adjecimus scholion (§. 27 *Trigon.*), in quo monemus, eundem adhuc multis aliis modis constru-

posse; laudavimusque URSINUM, qui nonnulla præclara dedit, & in Algebra, ubi de serierum doctrina agitur, ostendimus, quomodo pro sinibus & tangentibus, nec non pro logarithmis reperiantur series infinitæ, ex quibus per approximationem deducuntur numeri, qui satisfaciunt.

§. 142. Trigonometria non modo pars quædam Artis inveniendi specialis est, cujus usus in aliis Matheseos partibus elucet (§. 137); sed tota etiam ita digesta, ut appareat, quomodo singula fuerint inventa, modo observare volueris, quæ de acquirendo cognitionis gradu tertio præcepimus capite primo. Ab ea igitur regulas generales Artis inveniendi non modo abstrahere licet; verum si præscripto a nobis modo, ad quem hic provocamus, pertractetur, ad ipsam quoque Artem inveniendi acquirendam aliquid conferet. Quamobrem studium trigonometricum rite instituendum tam iis, qui ad tertium cognitionis gradum in Mathesi adspirant, quam illis, qui Artem inveniendi in genere acquirere volunt, commendandum.

## C A P U T IV.

### *De Studio Algebra, seu Analyseos mathematicæ in specie.*

§. 143. **A** Nalyfis mathematica est ipsa Ars inveniendi, qua hodie utuntur Mathematici in veritate.  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

tibus mathematicis investigandis. Huic adeo operam dare debent, quotquot ad cognitionis gradum tertium in

D d

Mathesi

Mathesi adspirant. Etsi enim demonstrationum more nostro facta resolutio etiam analytica sit, ut eodem modo ex hypothese data inveniri possit, quo demonstrandum quod demonstratur; non tamen iis detegendis sufficit, ad quæ analysis recentiorum ducit, tota vulgo Algebra nomine appellari solita. Etenim, per Algebram, paucis cognitis, invenire licet quæ, si more veterum detegenda essent, longam rerum inventarum seriem supponerent. Quid, quod facili labore eruantur, quæ Herculeo investiganda essent? Hæc sane ratio est, cur inventa Mathematicorum recentiorum longissimo intervallo post se relinquunt inventa Veterum, & quod uno seculo plura fuerint detecta, quam tot seculis inveniri potuerint, quibus Mathesis antea fuit exculta. Sane si ARCHIMEDES & APOLLONIUS nostro ævo reviviscerent; in stuporem raperentur, visis inventis recentiorum, quæ per Algebram fuerunt in apricum producta: neque enim unquam sibi persuasissent, patere ad talia mortalibus adirum.

§. 144. Non tamen omnia per calculos algebraicos erui possunt, quæ ad Geometriam spectant. Patet id ex ipsa Geometria elementari. Etenim quæ ibidem de lineis perpendicularibus, de parallelismo linearum, de angulis, de congruentia & similitudine triangulorum, aliisque nonnullis demonstrantur, per Algebram investigari nequeunt.

Pendent enim hæc a situ linearum, quem ad se invicem habent. Calculus vero algebraicus est calculus magnitudinum, non situs. Unde LEIBNITIUS in Analyti recentiori adhuc desiderari monuit calculum situs, a calculo magnitudinum prorsus diversum; quem tamen nec ipse dedit, nec dedit adhuc alius, sed in desideratis numeramus.

§. 145. Similiter Analytin Veterum, qualem loquitur nostra demonstrationum analytis, non eam esse qua, Algebra inventa, carere possimus, haud difficulter ostenditur. Etenim antequam problemata geometrica, vel alia in Mathesi mixta ad Geometriam puram reducta, per Algebram solvantur, reducendæ sunt ad æquationes. Hæc vero reductio non modo supponit præparationem methodo Veterum inveniendam, verum etiam ipsamet per eandem methodum eruenda. Accedit subinde occurrere problemata, etiam in altioribus, quæ methodo Veterum multo brevius & elegantius solvantur, quam per calculum algebraicum, qui haud raro admodum perplexus & nimis longus est. Accedit, quod absque omni theoria calculo algebraico minime sit locus. Hinc qui problemata physico-mathematica, vel etiam mechanico-physica solvunt, quædam tanquam cognita sumere tenentur. Contingit autem haud raro, ut sumant nondum satis explorata, vel si ea demonstrare voluerint, quæ certa sunt & methodo Veterum

rigide

rigide demonstrari poterant in dubitationem adducant; ut adeo, quæ per calculum ex assumtis eruuntur, vel incertitudini obnoxia fiant, vel suspecta reddantur acutioribus, rigori Veterum adsuetis. Immo nullum est dubium, quin plura irreperint a veritate aliena, ita ut inventa recentiorum Mathematicorum revisione quadam indigerent, & haud pauca firmitiori fundamento superstrui mererentur. Nec alia ratio est, cur inter recentiores Mathematicos agitentur controversiæ, quales Veteribus erant ignotæ. Optime igitur sibi consulunt, qui methodum Veterum cum algebraica Recentiorum conjungunt. Et merito dolemus cum NEWTONO (§. 101), quod, illa neglecta, cito nimis pede ad hanc hodie properent, qui inter Mathematicos eminare volunt.

§. 146. In Analyfi nostra, primo loco occurrit Arithmetica speciosa, quam etiam literalem appellare solent. Primo loco agitur de signis tam primitivis, quam derivativis. Occurrunt nempe signa quantitatum, & operationum arithmeticarum, quas vulgo species Arithmeticæ vocant. Quantitates, cum sint numeri indeterminati (§. 13 *Arithm.*), per determinatos explicabiles sint. Quamobrem suadendum tyronibus, ut literas, quibus indigitantur quantitates, per plures numeros diversos explicent. Quoniam vero eadem quantitates etiam sub se comprehendunt quamli-

bet magnitudinem; igitur non minus consultum est, ut etiam per magnitudines, veluti per lineas, explicentur. Linearum enim, & magnitudinum quarumvis determinatarum ratio ad aliam homogeneam, quæ pro unitate sumitur, per numeros determinatos definiri potest; cum numeri revera omnes, tam rationales, quam irrationales, nonnisi rationem ad unitatem exprimant. Nimirum, quod literis generaliter, hoc est, indeterminate designatur, per numeros determinate exprimitur; itidemque per magnitudines determinatas; quatenus harum ratio ad aliam homogeneam pro unitate assumptam numeris, sive rationalibus, sive irrationalibus, exprimi potest: sit ita, quod hoc variis modis fieri possit pro diversitate ejus, quæ pro unitate sumitur, nec semper hoc præstare valeamus. Qui theoriam entis universalis, ab ipsa Mathesi abstrahendam, perspectam habet, multo intimius quæ dixi perspiciet, quam qui ab omni Philosophia prorsus alienum habet animum.

§. 147. Qui Artem inveniendi in genere curæ cordique habent; modo universalia a specialibus abstrahere didicerint, multa animadvertent ad Characteristicam universalem spectantia, quam esse partem Artis inveniendi ipsa Arithmetica universalis, & calculus differentialis docet, suoque ostendemus loco, si quando ad Artem inveniendi explicandam ordo nos deducet. Ipsa autem

Ars Characteristica universalis plurimum lucis affundet, tum notationi numerorum in Arithmetica, tum signis, quibus utimur in calculo literali, sive communi, sive differentiali. Ceterum hic notandum est, signa primitiva, quæ in alia resolvable non sunt, respondere notionibus confusis; derivativa vero distinctis: quemadmodum suo loco demonstrabimus. Qui enim novit differentiam, quæ inter notiones distinctas & confusas, quoad usum earundem, intercedit, quantæ sit utilitatis huc adverti animum facile perspiciet.

§. 148. Ipsum algorithmum in integris satis perspicue explicavimus. Tyrones sibi eundem familiarem reddent, ubi diversis modis exempla literalia explicaverit per numeros determinatos, si ita visum fuerit, etiam per concretos, quemadmodum ostendimus (§. 28, 30 *Analys.*). Qui in Arte inveniendi generali proficere volunt, iis consultum est, ut ex ipsis hisce exemplis in numeris concretis datis addiscant, quomodo algorithmus literalis ex notionibus communibus deducatur, per quas primum inventoribus innotuerunt regulæ, quibus in eodem utimur; quamvis idem, ut non eadem facilitate, jam ex Elementis Arithmeticæ ac Geometriæ addisci poterat. Plurimum enim prodest ut noris, omnem tandem cognitionem humanam ex notionibus communibus

fuisse deductam, in quocunque scientiarum genere. Et in Ontologia jam me monuisse memini, EUCLIDEM Elementa sua reduxisse ad notiones communes; consequenter, per ea, omnem Mathesin. Hoc notasse etiam usui erit in Mathesi mixta: demonstrabitur autem in Arte inveniendi generali, aliter fieri hoc minime posse.

§. 149. In multiplicatione quoad usum signorum fictiones occurrunt, veluti si quantitas sive positiva, sive negativa, per privativam multiplicanda venit (§. 34, 36 *Arithm.*) Unde liquet usus fictionum, ad conservandam notionum universalitatem. Etsi autem regulas, in subsidium vocata Geometria, demonstravimus; ut ad imaginationem reducantur, quæ vi intellectus concipienda, consultum tamen est, ut tyrones exempla statim in numeris addant, in iis regularum veritatem perspecturi, vel ipsas etiam regulas ex iisdem deducturi, quemadmodum in Elementis Germanicis feci. Clarius enim in numeris liquet, cur addendum sit, quod plus fuerat subtractum, vel subtrahendum, quod plus fuerat additum, ubi conceptibus universalibus, utpote nimium abstractis, nondum fueris adsuetus: id quod initio studii algebraici supponi nequit.

§. 150. Algorithmus fractionum literalis cum numero idem est; cum quantitates, quæ literis designantur, sint numeri indeterminati; regulæ autem



autem hujus algorithmi ex notione numeri generali fluant; consequenter ex iis deducantur, quæ numeris determinatis & indeterminatis communia sunt. Hinc tyrones sibi consulunt, si literis numeros substituunt determinatos, ut clarius appareat, nihil hic occurrere diversitatis. Quæ vero problemate 7, & ejus corollaris, ac scholiis (§. 45 & seqq. *Analys.*), de seriebus infinitis per divisionem prodeuntibus docentur, initio prætermitti possunt ab iis, quorum attentio facile defatigatur; donec multo inferius in doctrina de seriebus infinitis iisdem habuerint opus, ubi attentio nihil amplius difficultatis faceffit, cum multo usu jam major gradus fuerit acquisitus.

§. 151. Multiplicatio & divisio potentiarum, & elevatio ad potentiam, atque extractio ex radice, a Logarithmorum doctrina pendet, quam in Arithmetica tradidimus. Quamobrem, nisi hic in tenebris versari volueris, illam ante tibi perspectam reddere debes, quam ad Algorithmum dignitatum accedas. Inprimis autem hic notanda est reductio quantitatum irrationalium ad formam rationalium, & unitatis ad  $\infty$  (§. 57, 55 *Analys.*), quoniam hæc reductio non modo multiplicem, eundemque prorsus eximium & inexpectatum, in altioribus habet usum; verum etiam apertissime loquitur, quantum intersit inter characteres primitivos & derivativos: id quod Arti

characteristicæ generali, quam partem quandam Artis inveniendi esse supra jam monuimus, notiones fecundas suppeditat.

§. 152. Usus hujus reductionis analyticus in Arithmetica irrationalium conspicitur; præsertim ubi ea, quæ nos de eadem tradimus, cum illis conferre velis, quæ vulgo in eadem docentur, veluti cum calculo irrationalium in Elementis Algebræ OZANAMI. Sane tractatio nostra tota vere analytica est, qualem requirit Analysis recentiorum mathematica. Et qui ad cognitionis gradum tertium adspirant, hinc discunt, quemnam facere teneantur characterum derivativorum usum; eumque inferius per Algebram eruamus (§. 146 *Analys.*) quæ hic ex characterè derivativo, regulis Artis characteristicæ generalis convenienter, deducuntur; hinc porro discere licet, quomodo ex characteribus, derivativis, modo magis naturali & ad *Analysin Veterum* propius accedente, eruantur, ad quæ Algebra via quadam extraordinaria ducit: sit ita quod tyrones, quibus intimius singula perspicere nondum datur, Algebræ magis fidant, quam Arti characteristicæ, quemadmodum indigitavi in scholio problematis 19 (§. 60 *Analys.*) Illustratur quoque doctrina fictionum in Arte inveniendi utilium, radicibus imaginariis, de quibus in scholio tertio problematis 13 (§. 71 *Analys.*) diximus. Et perplexa EUCLIDIS

de irrationalibus doctrina, ope hujus characteristicæ, ab omni perplexitate liberari, eidemque plena lux affundi potest; ut non amplius habeant, quod de obscuritate illius conquerrantur, qui eandem ex Elementis hodie vulgo eliminare solent.

§. 153. Quibus calculus irrationalium sub initium molestus est, ii eundem prætermittant, & statim ad usum calculi literalis in inveniendis theorematis se transferant, absoluto algorithmo integrorum & fractorum; donec multo usu calculum literalem magis familiarem sibi reddiderint, majusque acumen acquisiverint ejus applicatione, & attentione majori uti didicerint. In ipso autem progressu patebit, quandonam calculo irrationalium habeas opus; ut gradum sistere & ad ea, quæ in anterioribus neglecta fuerunt, regredi te nearis.

§. 154. Sola Arithmetica literalis sufficit ad invenienda longe plurima, quæ in Elementis *Euclidis* docentur; ita ut, qui eam didicit, absque ullo negotio eadem facilitate theoremata *Euclidea* reperire possit, qua exemplis illustrantur. Ostendimus hoc capite tertio. Neque in problematis resolvendis, quæ ibidem proponuntur, alia notanda sunt, quam ut attendatur, quomodo datorum denominatio fiat, & ut literis designatæ quantitates numeris quoque exprimantur; quo pateat quid intersit discriminis inter exempla universalis

& singularia, & hisce illis lux quædam affundatur, qua indigent tyrones. Observandum tamen, calculum in casu singulari instituendum esse, juxta regulas calculi universalis seu literalis, ubi iste pleniori luce fulgere debet. Ex. gr. in problemate 20 (§. 81 *Analys.*) jubemur determinare differentiam quadratorum, quorum radices unitate differunt. Diximus radicem unam  $n$ , alteram  $n + 1$ . Dicantur in casu singulari  $7$  &  $7 + 1 = 8$ . Quodsi quadratum majoris per calculum universalem reperias, erit  $7 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 1 = 64$ ; Quadratum minus  $= 7 \cdot 7$ , Differentia  $2 \cdot 7 + 1 = 14 + 1 = 15$ . Ita nimirum constabit, calculum universalem etiam exerceri posse in numeris, & sic absque calculo literali eadem detegi posse, quæ per literalem eruuntur; quemadmodum & in Arithmetica fecimus, ubi v. gr. in genesin numerorum quadratorum & cubicorum inquisivimus. Consultius tamen est uti calculo literali, qui hoc commodo gaudet, ut numeri determinati ab indeterminatis sua sponte sese distinguant: cum si notis numericis uti volueris, artificii demum opus sit, quibus hoc fiat. Ita in allato exemplo  $2 \cdot 7 + 1 = 14 + 1$ , numerus binarius 2 est determinatus, idem in omnibus exemplis, sed 7 est indeterminatus, qui in omni exemplo alio alius. Collatio autem calculi literalis cum calculo universalis, in exemplis singularibus, usui esse poterit

terit ad invenienda artificia, quibus absque ulla confusione calculus universalis in numeris utiliter exercetur. Nostrum non est ea hic docere uberius, quæ Ars inveniendi jure suo sibi vindicat. Etsi autem calculus universalis in numeris instituendus superfluous videri poterat, literali invento; falluntur tamen, qui ita sentiunt. Facit enim ad facile demonstrandum haud pauca in gratiam eorum, qui ad Analysin animum appellere nolunt, nec difficiles demonstrationes capiunt; quemadmodum patet per ea, quæ de genesi numerorum quadratorum & cubicorum in Arithmetica docentur. Neque nullus quoque ejus usus est in Analyfi speciosa, prout ex sequentibus constabit. Taceo alia, quæ in ejus favorem dici poterant.

§. 155. Multa hic facillime, absque ullo fere negotio, eruimus theoremata, quæ in Elementis EUCLIDIS extant, eorumque plura erui poterant, nisi hæc specimina sufficerent. Alia vero investigavimus per Algebram. Enimvero jam supra monuimus (§. 144), per calculum literalem, qui nonnisi magnitudinum calculus est, non omnia in Geometria demonstrari posse theoremata, sed quædam pendere a situ; ad quæ investiganda & analytice demonstranda, peculiaris requiratur calculus situs. Quodsi Analysis situs fuisset reperta; non inconsultum foret in-

tegra Elementa EUCLIDIS analytice demonstrari; ut inter methodum Veterum, & Analysin Recentiorum clarius pateret differentia. Quodsi quis eam investigare voluerit, is novas condere tenetur definitiones situs notionem involventes; veluti quod *Punctum* sit situs sui unicum, quod *Circulus* sit figura plana, in cujus perimetro singula puncta ad punctum quoddam intra eam dato eundem situm habent, quod *Linea* una sit ad alteram *perpendicularis*, si punctum quodcumque in ea assumptum sit situs sui ad idem punctum alterius unicum. Dicitur autem *situs sui unicum*, quod ad aliam magnitudinem datam, seu punctum aliud datum, eum habet situm, ut nullum aliud præter ipsum eundem situm habere possit. *Eundem vero situm* habent, inter quæ idem extensum, veluti eadem linea recta poni potest (§. 5 *Geom.*). Præterea opus est novo calculo, calculo nempe situs: quem investigaturus perpendere tenetur, calculum in genere esse inventionem characteris derivativi ex aliis, sive primitivis, sive derivativis, per continuam æquivalentium substitutionem (§. 298 *Psych. empir.*). Hinc enim conficitur, diversos determinandos esse situs possibiles eorumque excogitandos characteres, & ut hos legitime combinare liceat, requiri axiomata quædam generalia aut, si mavis, regulas quædam generales, quibus perficitur combinatio & substitutio. Sed

Sed nobis minime vacat, ut in talibus investigandis ingenii nostri vires exerceamus, qui magnum adhuc campum emetiri tenemur, antequam Philosophiam universam ad umbilicum perduxerimus. Sufficit aliis monstrasse viam, qua fit ad metam contendendum. Reddat eandem proprio ingenio & propria industria perviam, qui hanc attingere voluerit.

§. 156. Quanta vero sit vis Artis characteristicae, non modo ex singulis problematis, sed vigesimo praefertim nono, ejusque corollariis (§. 95 & seqq. *Analys.*) perspicitur; in quo binomium ad dignitatem quamcunque evehere docemur; quod deinde ad extractiones radicum (§. 98 *Analys.*), & ad infinitinomialium ad dignitatem datam evehendum transferimus (§. 102 *Analys.*). Huc animum advertere debent non modo, qui in *Analysi Recentiorum* feliciter progredi voluerint, verum etiam qui eidem, Artis generalis inveniendi causa, operam navant.

§. 157. Quoniam vero non uno artificio analytico utimur in problematis istis per calculum literalem solvendis; singulis autem artificiis insunt generales notiones, quae ad Artem inveniendi generalem spectant; eas inde abstrahere tenentur, qui Artis generalis inveniendi gratia in *Analysi Mathematicorum* versantur: ut vero hoc facere possint, acquirere sibi tenentur acumen pervidendi abstracta in concretis, quod quomodo com-

paretur docebimus in philosophia morali, ubi praxin virtutum intellectualium, inter quas etiam sibi acumen istud locum vindicat, expositurum. Quodsi vero quis in addiscenda Mathesi eo modo versatus fuerit, quem capite primo praescripsimus, & imprimis in representatione definitionum, propositionum, & demonstrationum symbolica industriam suam exercuerit, atque imprimis ad animum probe revocaverit, quae in scholio generali ad algorithmum integrorum de abstrahendis regulis generalibus, juxta quas intellectus in eodem dirigitur, inculcavimus; is se hujus acuminis compotem fieri animadvertet: quod quomodo fiat, nunc exponere non lubet, ne extra oleas evagari videamur. Quemadmodum vero Mathesis & Philosophia mutuas sibi suppetias ferunt; ita quoque ad acumen istud ipso usu acquirendum haud parum confert Logica, qualem nos tradidimus idiomate Latino. Immo Ontologia etiam, & Psychologia, adjumento esse poterit. Quamobrem autor fui, ut, absolutis Arithmeticae ac Geometriae Elementis, studium Philosophiae cum mathematico jungatur. Et si quis in Arte inveniendi generali ex studio Matheseos proficere voluerit; ei suademus, ut, postquam in Philosophia fuerit cum laude versatus, Mathesin universam denuo pertractet, & huc imprimis animum advertat, quod ad usum facultatum in veritate cognoscenda

cenda usui esse potest. Nullum enim dubito fore, ut perspicillis philosophicis usus plus videat, quam cum iisdem destitueretur.

§. 158. Inprimis autem operanda est, ut tempestive adsuēfiamus formulis algebraicis, tam per numeros, quam per lineas, explicandis. Quamobrem consultum est, ut data exprimantur, tum numeris, tum lineis, & tam in formula substituantur pro literis numeri, quam figuræ construuntur juxta formulam: id quod cum in præsentī capite facillime succedat, plurimum confert ad formulas per Algebram erutas, geometricè præsertim, minori molestia construendas. Ex. gr. in problemate 24 (§. 90 *Analys.*), partes totius sunt  $Q$  &  $q$ , & prodit aggregatum ex  $Q^2$  &  $Q^2 + 2Qq + q^2 = 2Q(Q + q) + q^2$ . Quodsi fiat  $Q = 4$  &  $q = 3$ , erit  $Q + q = 7$ ,  $Q^2 = 16$ ,  $(Q + q)^2 = 49$ , adeoque  $Q^2 + (Q + q)^2 = 65$ . Sed  $2Q = 8$ , adeoque  $2Q(Q + q) = 56$ . Est vero  $q^2 = 9$ . Quare  $2Q(Q + q) + q^2 = 65$ . Habes itaque etiam examen, quali inprimis indigent tyrones, ut tanto clarius perspiciant, quod per calculum fuit erutum a veritate non esse alienum. Etsi enim exempla singularia non evincant veritatem in universali; tyronibus tamen magis satisfaciunt, quam si animum ad calculum advertentes nullibi a se aberratum esse observent. Neque destituitur summa pro-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

babilitate, si quidem formula analytica cum exemplo in numeris consentit. Quoniam enim numeri nullo consilio eliguntur, sed potius sumuntur, prout eos casus obtulerit; vix credibile est te casu incidere in numeros, qui ex ratione singulari satisfaciunt formulæ, in omni casu minime veræ. In præsentī casu dubium hoc esse nullum, quod quis movere poterat, ostendi nullo negotio poterat, si calculus universaliratione institueretur etiam in numeris. Etenim si  $Q = 4$  &  $q = 3$ , habebis  $2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 3^2 = 2 \cdot 4(4 + 3) + 3^2$ , hoc est,  $2 \cdot 16 + 2 \cdot 12 + 9 = 8(4 + 3) + 9$ , seu  $32 + 24 + 9 = 32 + 24 + 9$ . Vides autem pro numeris 4 & 3 substitui posse duos alios quoscunque, ceteris semper eodem modo sese habentibus. Sed nolim tyrones talibus defatigari, nisi tempestive adsuēfieri voluerint calculo, universaliratione in numeris instituendo: quo in casu consultum foret, ut numeri determinati, in omni casu iidem, qualis hic binarius ter occurrit, virgula transversa notentur, nempe ut scribatur  $2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 3^2 = 2 \cdot 4(4 + 3) + 3^2$ . Quodsi  $Q$  &  $q$  explices per lineas & construas tam quadratum ex composita  $Q + q$ , quam ex una  $Q$ , & deinde rectangulum ex composita  $Q$  &  $q$  in rectam  $Q$  bis sumtam atque quadratum lineæ alterius  $q$ , formulam geometricè representabis. Sed utriusque figuræ æqualitatem intuitive non cognosces,

E e

quem-

quemadmodum numerorum, qui calculo secundum formulam instituto prodeunt. Hoc tamen non obstante figurarum constructio non omni utilitate caret. Neque enim figuræ eum in finem construuntur, ut examinis vicem subeant; sed ut discamus, quomodo formulæ analyticæ geometricæ construuntur, & earum sensus per figuras explicetur. Subinde tamen accidit, ut non minus veritatem formulæ intuendam præbeant figuræ, quemadmodum numeri. Taceo quod mechanicæ demonstrationi, de qua supra diximus, hic sit locus, si ad principium congruentiæ confugas & partes a figura una recessas alteri superimponas, prout ipse usus docuerit. Enimvero quibus talia inutilia videntur, is ea prætermittat. Neque enim omnia conducunt omnibus.

§. 159. Nimirum calculus literalis, & ejus applicatio ad solutionem problematum, doceri poterat pueros & adolescentes; quorum captui consulitur, si, quæ abstracta sunt, ad sensum & imaginationem reducantur. In omni Philosophia utilis est hæc reductio; ut eidem nunquam satis adfueri possit, qui in hac inoffenso pede progredi voluerit. Quamobrem qui, intellectus perficiendi gratia, in Algebra versantur, talia negligere non debent, quæ superflua ac puerilia videntur aliis, qui in nuda veritatum mathematicarum cognitione acquiescunt. Maximæ

quoque utilitatis est ad recte philosophandum, si actus imaginationis ab operationibus intellectus discernere valeas, ne abortus imaginationis cum notionibus realibus confundas; quemadmodum accidit summis etiam Mathematicis, qui imaginaria a realibus separare non didicere, neglectis exercitiis, quæ huc facere poterant.

§. 160. Difficilis est tyronibus doctrina de ratione quantitatum, quam in Arithmetica demonstravimus; præsertim si theoremata non exponantur per numeros, & demonstratio ad exempla non applicetur. Delectabuntur itaque, quando in problemate 32 (§. 124 *Analys.*) videbunt, quomodo per calculum literalem, absque ullo negotio, omnia pateant; ut ad ea capienda sensuum magis usu, quam intellectus operationibus opus sit. Hæc ipsa autem voluptas, non modo amorem studii algebraici, sed & alacritatem idem prosequendi instillabit. Consultum vero est, ut literæ non minus per numeros rationales, quam irrationales explicentur: id quod non modo universalitatem theorematum per calculum erutorum confirmabit, verum etiam exercitio calculum irrationalium reddet magis familiarem. Immo, ne multitudine theorematum hic coacervatorum obruaris, sed ut singula absque molestia memoriæ infixantur, nisi hoc jam factum fuerit in Arithmetica, hoc ipso obtinebis. Quoniam vero theoremata verbis pure enun-

enunciata in usum futurum memoriæ mandanda sunt (§. 21); non minus consultum est, ut singula verbis enunciis. Hoc modo enunciatorum facilius quoque erit comparatio cum theorematis in Arithmetica propositis; cumque ea tota nitatur distinctis notionibus, faciet idem institutum ad notiones confusas ad distinctas revocandum, & animum impatientem reddet ad acquiescendum in confusis, per quas nobis veritatem perspicere videmur: id quod haud parum proderit in Philosophia ad præcavendam præcipitiam, qua in periculum errandi adducimur, & in errorem haud raro præcipites damur. Theorema primum, quo investigatur ratio factorum communem efficientem habentium, multiplicatis scilicet duabus quantitibus, rationem quamcunque inter se habentibus,  $a$  &  $ma$ , per eandem tertiam  $c$ , ita repræsentatur:

$$\begin{array}{r} a : ma \\ c \quad c \\ \hline ac : mac = a : ma \end{array}$$

Per numeros rationales explicabitur hoc modo:

$$\begin{array}{r} 8 : 12 \\ 3 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$3 \cdot 8 : 3 \cdot 12 = 8 : 12$$

$$\text{seu } 24 : 36 = 8 : 12$$

Quodsi 24 dividas per 36 & 8 per 12; fractionibus  $\frac{24}{36}$  &  $\frac{8}{12}$  reductis, prodibit utrobique  $\frac{2}{3}$ , idem nempe

exponens (§. 136 *Arithm.*, quemadmodum requirit proportio (§. 149, 155 *Arithm.*).

Per numeros irrationales explicabitur hoc modo:

$$\begin{array}{r} \sqrt{5} : \sqrt{3} \\ \sqrt{7} \quad \sqrt{7} \\ \hline \end{array}$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} : \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{35} : \sqrt{21} = \sqrt{5} : \sqrt{3}$$

Quodsi denuo  $\sqrt{35}$  dividas per  $\sqrt{21}$  &  $\sqrt{5}$  per  $\sqrt{3}$ , prodibit utrobique exponens idem  $\sqrt{1\frac{2}{3}}$ .

§. 161. Quodsi existimes, committi hoc pacto circulum vitiosum, cum fractionum reductio ad minores terminos supponat rationum doctrinam, & calculus quoque irrationalium eadem nitatur; non unum est, quod respondeo. Primum constat, calculum fractionum & irrationalium erui posse per Algebram, quemadmodum specimine quodam docuimus (§. 146 *Analys.*), & quod idem imitari detur in casibus aliis, etiam in algorithmo fractionum, monuimus (§. 147 *Analys.*). Sane per Algebram reperiri posse reductionem fractionum ad minores terminos, quod dubio careat, exemplo singulari hoc docere lubet. Sit fractio reducenda  $\frac{9}{12}$  Fiat

$$\frac{9}{12} = y$$

$$\text{erit } 9 = 12y$$

$$3 = 4y$$

$$\frac{3}{4} = y$$

adcoque  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ .

Ecce 2

Quodsi

Quodsi pro  $\frac{a}{1x}$  substituas  $\frac{a}{ma}$ , vel si mavis  $ma : ma$ ; habebis regulam, quæ in Arithmetica ad fractiones ad minores terminos reducendos præscribitur. Cumque calculus hic nitatur axiomatis notissimis, intelligi etiam poterit ab iis, qui Algebram nondum didicerunt. Deinde notandum est, nos calculum fractorum & irrationalium jam tradidisse, independenter a problemate 32 (§. 124 *Analys.*), adeoque absque circulo vitioso a nobis illustrationis gratia adhiberi posse, quæ aliter jam demonstrata sunt, ut eorum, quæ traduntur, appareat consensus. Quamprimum vero scrupulus iste te angit, tollitur exemplo eo, quem diximus, modo. Quodsi quis Elementa Arithmeticæ & Geometriæ methodo analytica recentiorum demonstrare vellet, is calculum literalem cum numero in Arithmetica combinare poterat, & algorithmum fractorum, nullis suppositis de ratione quantitatum theorematis, per Algebram elicere teneretur, antequam per calculum literalem demonstraret theoriam rationum. Ceterum hic notari velim, quam facile committatur circulosus vitiosus, qui non advertitur, ab iis, qui extra systema propositiones aliquas demonstrare volunt; ut agnoscatur necessitas systematum veri nominis in omni scientiarum genere, & ut principia, quibus utimur in demonstrando, desumantur ex systemate, in quo pro-

positiones demonstrandæ vel non occurrunt, vel saltem non anteriore loco, quam principia ista, collocantur. Videmus etiam per præcipitantiam judicare eos, qui demonstrationi cuidam circulum vitiosum simpliciter imputant, qui nonnisi in relatione ad certum aliquod systema committitur; ubi nondum demonstraverunt, non posse condi systema, in quo veritates ita sibi invicem subordinentur, ut demonstrationi isti absque circulo vitioso sit locus. Ad talia omnino animum advertere tenentur, quotquot intellectus perficiendi curam gerunt.

§. 162. Inprimis etiam attentionem meretur problema 29 (§. 95 *Analys.*), quo theorema generale pro binomio ad dignitatem quamcunque evehendo investigatur, ope solius calculi literalis; quatenus scilicet ostendit, quomodo theoremata infinita ad unicum reduci possint, ita ut unum æquipolleat infinitis; ut præjudicium illud evellatur animo, quasi intellectus finitus non sit capax infiniti. Falsum enim esse hinc intelligitur, quod aliis quoque specimenibus comprobabitur in sequentibus, intellectum infinita comprehendere non posse; cum hic formulas numero infinitas sub una quadam contentas exhibeamus. Rationem, cur hoc fieri possit, perspiciet, qui attentamente perpendere voluerit, quæ hic docentur. Nec minus idem problema singularem attentionem mere-



zur, ob artificia singularia, quibus in eodem solvendo utimur, & quorum usus etiam est in aliis, immo quæ artificia heuristica generalia suggerunt, extra Mathesin etiam usurpanda.

§. 163. Elementa nimirum Analyseos ita conscripsimus, ut paucas præscriperimus regulas, reliqua vero artificia ipso usu insinuentur: quibus cum utendum sit, non modo in eo problemate ubi primum adhibentur, verum etiam in aliis ubi adhiberi possunt; si reflectendo super iisdem distincta eorundem notio animo imprimatur, & facilius eadem memoria retinentur, & eorum statim meminimus, quando iisdem denuo opus habemus, nec tentatis demum frustra aliis in ea casu incidimus. Generalia vero Artis inveniendi præcepta ut inde abstrahat, qui artificia quibus utimur nondum distincte animo concepit, & in rationes eorum inquisivit, prorsus impossibile est. Quoniam generalia constituuntur similitudine latente in specialibus; ingenii quoque acumen mirifice augetur generalium ista abstractione, quam juvant regulæ de notione generis ex data notione speciei formanda (§. 710 *Log.*), & de notione generum superiorum ex notionibus inferiorum derivanda (§. 711 *Log.*), quemadmodum applicationem extra Mathesin adjuvant regulæ de notionibus specierum ex notione generis (§. 712 *Log.*), & de notionibus

specierum aliarum ex notione speciei unius deducenda (§. 714 *Log.*); quas singulas & ipsas a Mathesi abstrahi posse, exempla docent, quibus problemata hæc illustravimus in *Logica*.

§. 164. Nemo a nobis requisiverit, ut artificia specialia, quibus utimur, ad notiones generales revoce- mus, & alias speciales determinemus, quibus extra Mathesin in aliis veritatibus investigandis opus est. Hæc enim pertinent ad Artem inveniendi generalem, quam suo loco, si Deo visum fuerit, explicaturi sumus: ubi in notis adjectis doceri poterit, quomodo ab artificiis analyticis Mathematicorum abstrahantur, quæ in ea ex notionibus ontologicis, & psychologicis, aliisque Philosophiæ principiis, demonstrantur. Sufficit excitate attentionem illorum, qui studium Philosophiæ cum mathematico conjungunt, ea methodo philosophantes, qua nos utimur.

§. 165. Enimvero progrediamur ad Algebram proprie sic dictam. Algebra primum non erat nisi regulæ arithmetica, quæ instar regulæ trium in eadem docebatur, & in numeris tantummodo exercebatur. Arithmetica literali a VIETA, Gallo, inventa, latior patebat ejus usus; cum sub literis, non solum numeri seu quantitates discretæ, sed & magnitudines seu quantitates continuæ comprehenderentur. Unde calculum literalem VIETÆ ad Geometriam elementarem applicabat.

GHETALDUS Italus in *Libris de Resolutione & Compositione mathematica*. Cum HARRIOTTUS Anglus, Arithmeticam literalem ope characteristicæ magis perfecisset, & CARTESIUS genuina characteristicæ potentiarum usus, (quemadmodum jam obiter monuerat KEPLERUS in *Harmonica*, & rationem designationis perspicue multo ante docuerat STEFELIUS in *Arithmetica integra*, numerorum cosmicorum naturam ex genuinis fundamentis eruens,) Algebram quoque ad Geometriam superiorem applicaret; illustrior adhuc ejus evasit usus. Nos igitur ut in tradenda Algebra gradatim progredieremur, primum eam exercere docuimus in problematis arithmetiis determinatis; deinde etiam in indeterminatis; mox in problematis Geometriæ elementaris; tandemque in problematis Geometriæ sublimioris. Quoniam vero Geometria sublimior aliud adhuc calculi genus requirit, in quo quantitates supponuntur infinite parvæ, methodo a KEPLERO in *Stereometria* primum quasi obiter indicata, a CAVALERIO in *Geometria indivisibilium magis promota* & a STEPHANO præsertim DE ANGELIS, atque GREGORIO A S. VINCENTIO ulterius exulta; hoc quoque calculi genus, cum reductione quantitatum ad series infinitas per divisionem MERCATORIS, & extractions radicum *Newtonianas*, combinatum, explicavimus; & Al-

gebræ usum, adhibito hoc calculo in Geometria sublimiori, multo latiorrem exposuimus. Ceterum cum in Geometria elementari omiserimus theoremata nonnulla, quæ difficilior demonstrantur; qualia sunt de multificatione anguli, seu divisione circuli & arcus in partes quotcunque æquales, & de investiganda soliditate corporum regularium, nec non de inscriptione quorundam polygonorum in circulo ab EUCLIDE demonstrata; Geometriam vero sublimiorem methodo Veterum demonstratam prorsus non attigerimus; quæ hic desiderari poterant, per Algebram investigare docuimus, ut una eademque opera & Ars inveniendi exerceretur, & theorematum scitu necessariorum cognitio acquireretur. Quoniam enim non cujusvis est in numeris, & lineis, atque figuris consensescere, & ab omnibus studium Philosophiæ cum mathematico conjungi consultum sit; plerique etiam non alio fine Mathesin puram tractare debent, quam ut in Philosophia aliisque studiorum generibus felicior progrediantur; Elementa Arithmeticæ ac Geometriæ abunde sufficere existimavimus, ut genuinam methodum, sine qua ad solidam rerum cognitionem in quocunque scientiarum genere perveniri minime datur, nobis familiarem reddamus; præsertim si demonstrationes nostro more resolvantur, & singula analytice represententur, quemadmodum capite primo

primo præcepimus; & ceterarum veritatum mathematicarum facillimo modo acquirendam esse duximus cognitionem.

§. 166. Studium algebraicum ut facilitarem, primas tantummodo exposuimus regulas (§. 141, 143 *Analys.*), easque statim applicavimus ad exempla; problematis eo consilio electis, ut vel artificium aliquod analyticum animo insinuent, vel veritatem quandam cognitu necessariam doceant. Ita problemate statim 38, quod in hoc genere primum est, (§. 144 *Analys.*) ostendimus, dari proprietates numerorum singulares, quibus ab omnibus aliis distinguuntur, & quæ differentiam eorum numericam constituunt. Hoc ipso illustratur doctrina de differentia numerica individuorum, in Ontologia a nobis tradita, & in Cosmologia, ac Psychologia demonstrata; ex doctrina autem de origine idearum in intellectu divino, prorsus a priori deducta, ex ipsa natura & attributis Dei, entis omnium primi, multo clarius elucescens, scholæ autem non satis animadversa, multo minus expensa. Quoniam vero exemplum nonnisi singulare est, numeri nempe nonnisi duodenarii; sequente statim problemate (§. 145 *Analys.*) theorema generale eruere docemus, tum ut pluribus exemplis confirmetur idea tam nobilis, multique per philosophiam omnem, tam practicam quam theoreticam, usus, tum ut uberius

explicetur artificium problemata particularia, immo singularia, ad universalitatem revocandi; cuius jam specimina quædam dedimus in anterioribus, veluti cum problema generale de binomino ad dignitatem quamcunque evehendo (§. 95 *Analys.*), de radice quacunque inde extrahenda (§. 98 *Analys.*) & de infinitinomio ad dignitatem quamcunque evehendo proponeremus (§. 102 *Analys.*), & regulas de permutatione quantitatum, seu variatione ordinis earundem, ad universalitatem revocarem. Similiter problemate 40 (§. 146 *Analys.*), specimine quodam docui per Algebram investigari possibilia, quæ aliis etiam modis erui possunt, & in scholio (§. 147 *Analys.*) monui, idem in aliis quoque eodem modo procedere. Quod vero utilitate sua non destituatur, eandem veritatem pluribus modis diversis investigari, supra jam monuimus (§. 161). Illustravimus differentiam, quæ intercedit inter solutionem problematum in numeris abstractis & concretis (§. 161 & seqq. *Analys.*), & artificia reductionis insinuavimus (§. 163, 183, 184 *Analys.*). Cum de proportione harmonica & contra harmonica, nec non de numero pronico, & numeris polygonis, aliisque figuratis nihil dixerimus in Arithmetica, ne ejus theoriam nimium extenderemus, & a studio Geometriæ nimis diu detineremus tyrones, studii mathematici facile effecturi desertores; defectum

istum

istum hic supplemus, dum theoremata præcipua ad theoriam istorum numerorum spectantia per Algebram eruere docemus (§. 186 & seqq. ac §. 206 & seqq. *Analys.*). Idem a nobis factum esse in reliquis capitibus, qui animum huc advertere libuerit, facile deprehendet.

§. 167. Inprimis autem singularem attentionem meretur artificium prorsus singulare, quo in summandis quadratis & cubis, quorum radices in serie numerorum naturali progrediuntur, utimur (§. 200 *Analys.*), & quod mox ad summandas potentias quascunque numerorum naturalium transferimus (§. 203 *Analys.*), ac deinde ad summandos numeros polygonos (§. 212 *Analys.*), & ad summandos quoque pyramidales adhibemus (§. 216 *Analys.*). Quantum enim eodem præstetur, abunde intelliget, qui quæ hac methodo eruuntur conferre voluerit cum *Arithmetica infinitorum* WALLISII & inprimis BULLIALDI. Facile autem apparet, methodum hanc ad alia problemata arithmetica solvenda transferri posse, perinde ac calculus summatorius in Geometria amplissimum habet usum. Nec puto faciliiori modo potentias, & numeros figuratos summari posse. Loquuntur autem hæc ipsa problemata, & problema de binomio ad dignitatem infinitam evehendo, ac radice quacunque ex eodem extrahenda, ut alia taceamus, quam ardua problemata per calculum lite-

ralem, & Algebram solvi possint, etiamsi paucissima theoria fueris instructus; ut adeo methodi hæ, in Arte inveniendi, præ methodo Veterum sese maxime commendent. Per eas enim aditus ad ea patet, quæ a nostra cognitione intervallo quam longissimo adhuc sunt remota. Clarius idem elucescet in sequentibus. Unde si quis in Mathesi inventorem agere voluerit, ei *Analys. Mathematicorum recentiorum* nunquam satis commendari potest.

§. 168. Per universam *Analysin*, in solvendis problematis, calculum integrum distincte exhibuimus; ut quilibet tyro proprio Marte intelligat, quomodo problema fuerit solutum, & quomodo ordine in solutione sit progrediendum, quem præscribunt regulæ generales ab initio expositæ. Lineis quoque distinximus ea, quæ ex anterioribus concluduntur, ab iis, ex quibus colliguntur per communem algorithmum. Non tamen hoc ipso solutiones reddidimus prolixiores, quin potius in minus eisdem spatium haud raro coarctavimus. Et qui citra confusionem, quæ errorem facile parit, absque ulla molestia, problemata solve- re voluerit; eo modo calculum instituire tenetur, quo eundem in contextu representamus. Quilibet adeo experietur, nullibi ipsi esse hærendum, modo attentionem afferre voluerit. Equidem, brevitatis gratia, nonnisi speciminibus quibusdam ostendimus, quo-

quomodo formulæ algebraicæ verbis explicentur, ut prodeant regulæ, per quas problema solvitur in dato quocunque casu particulari; nec non quomodo theoremata ex calculo eruantur. Suadendum tamen tyronibus, ut idem faciant in singulis problematis. Sentient utilitatem, ubi in hoc labore sese præstiterint diligentes. Explicavimus formulas per numeros; ut discant tyrones, quod eadem instar regulæ sint, quæ per calculum eruuntur universalem. Initio tamen utilitate sua non caret, si solutionem algebraicam tentent in exemplis singularibus, numeris in locum literarum, quibus quantitates datæ designantur, surrogatis, quemadmodum exemplo aliquo ostendere lubet. In problemate 41 (§. 148 *Analys.*), datur duarum quantitatum summa & eorundem factum, quæruntur quantitates ipsæ. Quare si sit summa  $a = 14$ , factum  $b = 48$ ; resolutio talis erit:

$$\begin{array}{l} \text{Sit summa} = 14, \text{ semidiffer.} = x \\ \text{factum} = 48, \text{ erit Quantitas} \\ \text{maj.} = 7 + x \\ \text{min.} = 7 - x \\ \hline \phantom{\text{min.}} - 7x - x^2 \\ \phantom{\text{min.}} 49 + 7x \\ \hline \text{Factum} = 49 - x^2 \end{array}$$

Ergo

$$49 - x^2 = 48$$

$$1 - x^2 = 0$$

$$1 = x^2$$

$$1 = x.$$

Quare  $7 + x = 8$ , &  $7 - x = 6$ .

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

§. 169. Quodsi problemata quoque per Algebram numerosam solvas; non modo hinc elucescet discrimen inter Algebram numerosam & speciosam, & hujus præ illa præstantia agnosceretur; cum per istam non nisi exempla computentur, per hanc vero solutiones, adeoque veritates universales detegantur; verum etiam calculus algebraicus reddetur familiarior & clarior. Hoc vero suademus non nisi primis tyronibus. Qui enim in calculo jam fuerint versati, istiusmodi exercitiis non amplius habebunt opus. Consultum vero est exemplum calculi numerosi conferri cum calculo specioso; tum ut appareat, quantum convenient, quantum differant, tum ut numerosus lucem affundat specioso. Quodsi quis universalitatem in calculo numerofo conservare velit, haud difficulter idem præstabitur, quemadmodum exemplum modo allatum, & hic alia forma exhibitum, docet:

$$7^2 - x^2 = 48$$

$$\hline 7^2 = 48 + x^2$$

$$\hline 7^2 - 48 = x^2$$

$$\hline \sqrt{(7^2 - 48)} = x$$

Vides nimirum, in quolibet casu, a quadrato semisummæ  $7^2$  subtrahendum esse factum & ex residuo extrahendam radicem, ut habeas semidifferentiam numerorum quæditorum. Quodsi Veteres hoc animadvertissent,

Ff

sent,

sent, per Algebram numerosam, ante inventum calculum literalem, non minus veritates universales eruisent, quam nunc per speciosam erui solent. Si enim in calculo numeroso universalitatem conserves, specioso prorsus æquipollet, quemadmodum collatio utriusque calculi intuenti ex tempore prodit. Immo hoc pacto etiam, eodem successu, per Algebram numerosam solvi poterant problemata geometrica, quemadmodum nunc solvuntur per speciosam. Sed de hoc dicemus suo loco. Ratio in aprico est. Per calculum speciosum obtinentur solutiones universales, quia idem in omni casu particulari, & pro literis, quibus quantitates datæ designantur, numeri quilibet substitui possunt, salvo calculo integro. Idem vero succedere eodem modo in calculo numeroso, qui universalitatem conservat, per se patet. Quoniam signa primitiva, qualia sunt quibus exprimuntur quantitates datæ, prorsus arbitraria sunt; notis autem numericis significatum universalem imponere licet; universum a singulari, quem habent, abstrahere licet: veluti ut 14 non significet summam ex duobus numeris determinatis, (quas hic esse 8 & 6 solutio prodit), sed summam ex duobus quibuscunque numeris, immo generalius ex duabus quibuscunque quantitatibus compositam, veluti si significet lineam in duas quascunque partes divisam; & similiter 48 non denotet factum ex

duobus numeris determinatis iisdem cum anterioribus, quorum summa est 14, sed potius factum ex duobus quibuscunque aliis, cum illis tantummodo iisdem qui summam conficiunt, vel generalius ex duabus quibuscunque quantitatibus, cum illis iisdem ex quibus summa componitur; veluti quando 14 significet lineam in duas quascunque partes divisam, si 48 denotet rectangulum ex parte una in alteram.

§. 170. Non difficile fuisset Veteribus hæc animadvertere; si quidem in universalia in iis, quæ cognoscebant, latentia mentis aciem intendere voluissent, & a notatione numerorum notiones Artis characteristicæ universales abstraxissent: ad quod faciendum non defuit ipsis acumen, sed defecit tantummodo attentio ad ea quæ, pro scopo præsentis, satis cognita atque perspecta deprehendebant. Discant hinc velim omnes, quibus puerilia, aut saltem superflua videntur, quæ ad tractandam Mathesin præcipimus; quantum non modo sibi, verum etiam scientiæ defint, qui, quæ se satis intelligere arbitrantur, ea nulla amplius attentione dignantur, & vulgarium meditationem ad sublimia nitentibus non convenire arbitrantur. Multo luculentius hæc patebunt, ubi Artem inveniendi explicare licuerit. Nos experti, quantum valeat vulgarium meditatio, nulli dubitamus, quin in Philosophia universa, præsertim in Physica, & Philosophia morali, im-

mo ipsa civili, dudum principia certa, per quæ ad remotiora paratur aditus, constituissent Philosophi; siquidem ad notiones communes, ex maxime vulgaribus derivandas, sufficientem attentionem afferre voluissent. Neque vero existimandum est, convenire hæc iis, quibus ad sublimiora non conceditur aditus. Etenim non leve acumen requiritur, ut notiones communes, quas supeditant obvia, non modo ad distinctas & determinatas revoces, sed & inde universales abstrahas. Quænam enim, quæso, ratio est, cur notionum communium, admodum fertilem, quemadmodum vel EUCLIDIS Elementa testantur, immo ipsa quoque Algebra confirmat, non eum hætenus fecerint usum Philosophi, nec etiam in dirigendis actionibus viri prudentes, quem facere poterant, nisi quod negligantur ab iis, qui acumine alios vincunt. Sane cur Mathematici summi, quorum acumen accusari nefas, genuinam demonstrationis formam non apprehenderint, ratio alia non est, quam quod eandem attentione sufficiente dignati minime fuerint, sine qua distinctam ejus notionem consequi minime datur. Constat autem, quantum sibimetipsis defuerint, tum ubi demonstrationes more Veterum in ipsa Mathefi dare voluerunt, tum quando extra eandem veritates quasdam demonstrare conati sunt. Quo majore acumine maxime vulgaria

perlustrantur, eo profundiora in iis latentia in apricum proferantur.

§. 171. Postquam usum Algebrae in solvendis problematis Arithmeti-  
cis determinatis ostendimus, ad problemata indeterminata progredimur capite secundo. Applicamus in eo Algebram ad problemata pleraque DIOPHANTI, a quo horum solutio *Analysis Diophantea* appellari suevit. Ex quo Algebra ad Geometriam, præsertim sublimiorem, & inprimis ad problemata physico-mechanica applicata fuit; Analysis Diophantea negligi coepit, ita ut præter OZANAMUM in *Elementis Algebrae*, vix quisquam fuerit alius, qui ultra *Diophanteos* limites eandem promoveri conatus fuerit. Quam minus recte autem hoc fiat, jam LEIBNITIUS monuit, qui ejus præclarum usum in *Analyfi infinitorum* observavit. Singularibus in iis artificiis haud raro opus est, tum si denominationem spectes, tum si reductionem consideres. Quamobrem suadeo, ut, qui horum problematum solutionem expendit, in rationem inquiret, cur denominatio hoc modo fuerit facta & reductio hoc modo instituat, ubi aliquid inusitati occurrit. Ex. gr. in problemate 92 (§. 230 *Analys.*), quo summam duorum quadratorum in duo alia quadrata dividere jubemur, ubi latus quadrati majoris dicitur  $a$ , minoris  $b$ ; latus quaesiti unius appellatur  $ax$ , latus alterius  $yz$   $b$ . Ratio denominationis non patet per communes

Ff 2

regulas :

regulas: per eas enim dicendum erat latus unum  $x$ , alterum  $y$  (§. 141 *Analys.*). Enimvero si denominatio hoc modo fiat, habebimus  $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$ , consequenter  $x = \sqrt{a^2 + b^2 - y^2}$ . Sed hæc solutio nulla est, cum in *Analysi* Diophantea solutio quaeratur in numeris rationalibus. Quamobrem in scholio (§. 231 *Analys.*) monuimus, cur ad vitandam irrationalitatem, latera quadratorum quaesitorum sumserimus  $a - x$  &  $yz - b$ . Enimvero cum idem non fecerimus in ceteris, sed propriae discentis meditationi reliquerimus; necesse est ut ad rationem generalem animum advertens specialem ex conditione calculi eruat.

§. 172. Quoniam in problematis indeterminatis facilius aberratur, ubi singularia artificia adhibenda sunt; tyronibus suadendum, ut problemata generaliter soluta etiam in numeris aliquoties solvant, quo artificia ista ipsis magis familiaria reddantur. Consultum etiam est, ut, ubi formulas generales per numeros explicaverint, examen addant, quo numeros repertos conditionem in problemate praescriptam habere innotescit. Ex. gr. in problemate 87 (§. 225 *Analys.*), reperiuntur numeri 11 & 6, quorum partes aliquotæ numeris suis additæ efficere debent eandem summam. Quoniam 11 est numerus primus, quem quippe sola unitas metitur (§. 75 *Arithm.*), præter unitatem partem aliquotam aliam

non habet (§. 30, 74 *Arithm.*). Unitas igitur si eidem addatur, summa efficitur 12. Ast senarii partes aliquotæ sunt 1, 2 & 3, quas ubi addas ipsi numero 6; habebis itidem summam 12. Similiter, per formulam generalem determinantur duo numeri 104 & 116. Illius partes aliquotæ sunt, 1, 2, 4, 8, 13, 26 & 52: hujus vero 1, 2, 4, 29 & 58. Est vero  $1 + 2 + 4 + 8 + 13 + 26 + 52 + 104 = 210$ , &  $1 + 2 + 4 + 29 + 58 + 116 = 210$ . Nec inconsultum est, ut etiam in hac *Analysi* formulæ algebraicæ verbis explicentur, quemadmodum supra præcepimus (§. 168); si quis præsertim Mathesin non sibi soli discit, sed intellectus potissimum perficiendi gratia eidem incumbit. Etenim non leve exercitio opus est, ut, quicquid animo concipis, verbis distincte enuncies. Nisi vero hac facultate polleas, in studio philosophico, & quocunque alio scientiarum genere, accurata methodo nunquam uteris. Extra Mathesin non habemus characteres & figuras, quibus imaginatio juvatur, & defectus distincte enunciandi, quæ concipiuntur vi intellectus, suppletur. Inprimis autem usui est, ut quam maxime abstracta verbis perspicuis accurate enunciare valeas; ubi tibi propositum fuerit, ex perceptionibus obviis eruere notiones universales quæ iisdem insunt, & veritatibus in casu particulari agnitis omnem suam tribuere ampli-



amplitudinem, quam habere possunt: id quod mirifice conducit ad omnem cognitionem promovendam, & prudentiam, qua ad recte agendum opus habemus, amplificandam. Immo augebitur eodem medio notionibus distinctas formandi facultas, quæ non adeo facile acquiritur, quemadmodum vulgo putatur, præsertim ubi cum abstractis tibi fuerit negotium. Scholastici in distinguendis iis, quæ diversa sunt, satisfuerunt acuti; sed quæ confuse ceperunt distincte concipere, & verbis perspicuis accurate enunciare non valuerunt. Quamobrem Metaphysicam tenebris involverunt, nec ratiocinando quicquam ex notionibus confusis colligere potuerunt; ut scientia nobilissima in terminologiam versa fuerit, ac proinde a nonnullis perperam pro Lexico quodam philosophico habita. CARTESIUS vero, qui notionum distinctarum usum indispensabilem in scientiis perviderat, Ontologiam in eorum numerum retulit quæ contemni merentur; & in Physicis, imaginaria cum realibus confudit, ut ad veritatem liquidam pertingere non potuerit; Philosophiam vero practicam, quam excoli maxime interest, prorsus intactam reliquit; etsi ipsi propositum esset Philosophiam reformare, cuius defectus abunde agnoscebat.

§. 173. Sed dicta sufficiant de applicatione Algebræ ad problemata

arithmetica. Progrediamur itaque ad problemata geometrica, quæ capite tertio traduntur. Problemata geometrica duo singularia habent. Etenim plerumque artis est invenire æquationem; nec ea tam obvia est, quemadmodum in problematis arithmetice puris, ubi scilicet numeri dantur abstracti. Deinde non minoris artis est formularum algebraicarum, per quas determinatur quæsitum, constructio geometrica. Immo subinde difficultate non caret, ut reperias, quid quæri debeat, ut in commodam incidas solutionem. Quamvis vero problemate 110 (§. 250 *Analys.*) præscribantur regulæ generales de inveniendâ æquatione; eadem tamen non ita determinatæ sunt, ut in dato quolibet casu statim appareat, quam earum utendum sit ad æquationem inveniendam, sed haud raro variis id tentandum est modis. Similiter in problemate 111 & 112 (§. 252, 253 *Analys.*) docuimus, quomodo construantur æquationes simplices & quadraticæ omnes; monuimus tamen in scholio (§. 254 *Analys.*), quod hoc modo raro incidamus in constructiones concinnas, quales sunt, quæ in Elementis Geometriæ extant, cum tamen concinnæ potissimum desiderantur. Quamobrem modus quo pervenitur ad æquationem, & quo æquatio ultima, per quam determinatur quæsitum, construitur, majorem attentionem meretur, quam qua in

problematis arithmetici usi fuimus; ut pateant artificia, quibus utimur, in aliis casibus similibus, quando occurrunt, imitanda. Ut autem constructionem concinnam reperias, primo tentanda est per regulas generales, quæ præscribuntur. Deinde dispiciendum, quomodo omnes linearum determinationes eidem schemati includantur, in quo lineæ singulæ commodum nanciscantur situm; ut prodeat schema, quod visum minime offendit, & in quo citra molestiam lineæ ex loco uno in alterum transportantur. Nulla adhuc datur constructionum elegantium theoria, in qua elegantia, quam ipsi tribuimus, ad notiones distinctas reducitur; quamvis ea non impossibilis sit. Pendet ea a principiis generalibus pulchritudinis entis compositi, quam & ipsam nemo hætenus explicavit. Insunt Architecturæ civili notiones quædam generales, quæ huc faciunt; sed nemo hætenus ad eas, quantum publice constat, animum advertit. Quamobrem hætenus, in casu omni, demonstrari nequit, constructionem, quam dedisti, esse eam, in qua nihil desiderari possit. Et haud raro, casui magis quam arti tribuendum, quod in constructionem incidat, quæ pulchritudine sua sese commendat. Neque vero existimandum est, si vel in nostris Analyseos Elementis, vel apud autores alios, occurrunt constructiones elegantes; eas ex formula algebraica juxta regulas generales re-

soluta primo statim conamine deductas fuisse. Quin potius pro certo tenendum, eas haud raro multum negotii fecisse inventoribus, antequam ad eam formam deducerentur, quam habent. Ceterum ut dicta intelligantur, specialia quædam addenda sunt.

§. 174. In problemate 113 (§. 255 *Analys.*), quo, ex data perimetro & area trianguli rectanguli, hypotenusam invenire, ipsumque triangulum construere docemus, non minus æquationis investigatio, quam trianguli constructio singularia quædam habent, quæ attentionem merentur. Quodsi in investiganda æquatione via ordinaria, quam monstrant regulæ generales, incedere voluiffemus, hoc modo æquatio inventa fuisset.

$$\begin{array}{ll} AB + BC + CA = a & AC = x \\ \text{Area} = b^2 & AB = y \end{array}$$

erit

$$\begin{array}{l} AB + BC = a - x \\ BC = a - x - y \end{array}$$

Duæ cum inveniendæ sint æquationes, alteram suppeditat theoremata Pythagoricum, vi cujus  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  (§. 417 *Geom.*), alteram vero area trianguli  $= \frac{1}{2} AB \cdot BC$  (§. 392 *Geom.*). Habemus itaque

$$\begin{array}{r} x^2 = 2y^2 + a^2 - 2ax \quad b^2 = \frac{1}{2}ay \cdot \frac{1}{2}xy \cdot \frac{1}{2}y^2 \\ + x^2 - 2ay + 2xy \quad \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}ay \cdot \frac{1}{2}y^2 \cdot b^2 \\ \hline 0 = 2y^2 + a^2 - 2ax - 2ay \quad xy = ay \cdot y^2 - 2b^2 \\ + 2xy \quad x = \frac{ay \cdot y^2 - 2b^2}{y} \\ \hline 2ax - 2xy = 2y^2 + a^2 - 2ay \\ x = \frac{2y^2 + a^2 - 2ay}{2a - 2y} \end{array}$$

Quam-

Quamobrem

$$\frac{2y^2 + a^2 - 2ay}{2a - 2y} = \frac{ay - y^2 - 2b^2}{y}$$


---


$$2y^2 + a^2 - 2ay = 2a^2y - 4ay^2 \quad 4ab^2 + 2y^3 + 4b^2y$$


---


$$0 = a^2y - 2ay^2 + 4b^2y - 2ab^2$$


---


$$\frac{2ay^2 - 4b^2y - a^2y}{y^2 - \frac{4b^2 + a^2}{2a}y} = -4ab^2$$


---


$$\text{Fiat } \frac{4b^2 + a^2}{2a} = m,$$


---


$$\text{erit } y^2 - my = -2b^2$$


---


$$y^2 - my + \frac{1}{4}m^2 = \frac{1}{4}m^2 - 2b^2$$


---


$$\left. \begin{array}{l} y - \frac{1}{2}m \\ \frac{1}{2}m - y \end{array} \right\} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}m^2 - 2b^2\right)}$$


---


$$y = \frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}m^2 - 2b^2\right)}$$

Vides hic, quam prolixus evadat calculus, si viam ordinariam ingredaris stricte inhærens regulis generalibus. Incidis in æquationem quadraticam affectam; cum in solutione, quam in textu dedimus, æquatio sit simplex, adeoque primi gradus. Quodsi  $y$  per constructionem geometricam determinare volueris, primo eruendus est valor ipsius  $m$ . Est vero  $m = \frac{4b^2 + a^2}{2a} = \frac{2b^2}{a} + \frac{1}{2}a$ . Unde patet, te eadem opera, si æquatione in contextu utaris, reperisse hypothensam, qua hic valorem  $m$  repe-

ris, quo in constructione geometrica æquationis ultimæ hic opus habes: ut adeo dubitari non possit, constructionem quoque fore multo prolixiorem, & intricatorem ea, quam in contextu exhibemus. Abbreviatur calculus, & æquatio multo simplicior eruitur, quia problema ad æquationem reducturus uteris theoremate de compositione quadrati, cujus radix binomia (§. 261 *Arithm.*); adeoque plures veritates cognitatas supponis, quam si viam ordinariam ingredaris; & ad circumstantias particulares animum attendis, quarum viam ordinariam ingressus nullam habes rationem. Nihil itaque hic singulare occurrit, quod non eodem modo locum habeat in aliarum regularum generalium applicatione. Quia ea attentione utitur in addiscenda Mathesi, quam in capite primo inculcavimus; rationem hanc jam didicit in *Practica Italica*, ubi, ob circumstantias singulares, ope theorematum quæ tanquam cognita præsupponuntur, & quorum in regula trium opus non habemus, calculus abbreviatur. Discas hinc velim, quod, si nostro more in studio *Arithmeticæ* & *Geometriæ* versatus acumen quoddam tibi comparaveris, te in studio quoque algebraico fore acutiorem, & dum eidem incumbis, in maiore luce versaturum. Acumen vero, hoc studio algebraico auctum, non uno nomine sese tibi commendabit, ubi ad *Philosophiam* & alia addiscenda

dum progredieris, immo in ipsa praxi vitæ. Enimvero constructio quoque trianguli rectanguli, ex perimetro & area datis, attentionem meretur. Vulgo triacula rectangula construimus ex datis cruribus, quibus ad angulum rectum junctis determinatur hypotenusa: quæ etiam ratio est, cur problema per regulas generales solventes investigamus cruris  $y$  valorem. Construi vero etiam potest triangulum rectangulum data hypotenusa & altitudine: quæ constructio denuo uberiorem theoriam supponit, quam communis; quod facile animadvertes, ubi fundamentum, quo nititur constructio, perpendere volueris. Unde vides cur, inventa hypotenusa, etiam quæsi-verimus altitudinem. Et quoniam inventa in numerum cognitorum refertur,  $x$  non amplius spectatur tanquam magnitudo incognita, sed pro cognita habetur; ut adeo constructionem præter necessitatem efficeret prolixiorum & intricatiorum, si pro  $x$  valorem inventum in æquatione  $y = b^2 : \frac{1}{2}x$ ,  $= 2b^2 : x$  substituere velles. Immo commodius accidit, si retineas  $y = b^2 : \frac{1}{2}x$ , quam si, reductione modo ordinario facta, sumas  $y = 2b^2 : x$ . In quo denuo latet quoddam artificium, quod in geometricis constructionibus formularum algebraicarum utile est, & quo etiam in sequentibus utimur.

§. 175. Regulas arithmeticas non adscripsimus, brevitatis gratia; non

modo, quod geometricarum constructionum hic potissimum habetur ratio; verum etiam quod ex anterioribus satis manifestum supponimus, quomodo formulæ algebraicæ arithmetice explicentur, & regulæ arithmeticæ inde deducantur. Non tamen ideo tyrones negligere debent formularum per numeros explicationem, & regularum arithmeticarum enunciationem. Etsi vix opus esse videatur, exemplo præsentis rem declarari; ut tamen consulamus minus perspicacibus, id fecisse non nocebit. Æquatio itaque  $x = \frac{1}{2}a - 2b^2 : a$  hanc suppeditat solutionem arithmetice, adhibito artificio, quod sub finem paragraphi præcedentis commendavimus: 1. Quærat ad perimetro dimidiam  $\frac{1}{2}a$ , & latus quadrati areae æqualis  $b$ , tertia proportionalis, quæ erit  $\frac{2b^2}{a}$ . 2. Hæc sub-

trahatur a semiperipheria  $\frac{1}{2}a$ , relinquatur hypotenusa quæsitæ. Arithmetice explicabis formulam hoc modo. Sit  $a = 12$ ,  $b^2 = 6$ . Erit  $\frac{1}{2}a = 6$ , adeoque  $x = 6 - \frac{1}{2} \cdot 6 = 6 - 3 = 3$ .

§. 176. Qui ex solutionibus problematum proficere voluerit, quantum datur; is negligere minime debet theoremata, quæ offerunt æquationes. Quamobrem in problemate, quod nunc perlustramus, docuimus, quomodo theoremata ex æquatione secunda, seu penultima eruantur. Enimvero ipsa etiam æquatio ultima theoremata

rema non inelegans suppeditat. Cum enim  $2b^2 : a$  vel  $b^2 : \frac{1}{2}a$  sit differentia inter semiperimetrum trianguli rectanguli  $\frac{1}{2}a$  & hypotenusam  $x$ , extemplo patet theorema sequens: *Differentia inter hypotenusam & semiperimetrum trianguli rectanguli est tertia proportionalis ad semiperimetrum & latus quadrati area trianguli aequalis.* Non video quid obstet, quominus hoc theorema ceteris Geometriæ elementaris adscribi possit; nisi quod usum, quem habere possit, non prævideas: nullum enim esse demonstrare minime vales. Sane si hæc ratio sufficeret ad theoremata ex Mathesi eliminanda, multa ex eadem arcenda & olim fuissent, & nunc essent; quorum egregius prorsus, successu temporis, comparuit usus, & in posterum comparebit. Ecquis prævidere poterat usum, quem habet comparatio progressionum arithmeticarum & geometricarum, cui inventum logarithmorum longe utilissimum deberi constat, & qua STIFELIUS usus in algebraicis æquationibus intimius explicandis? Quodsi igitur hanc comparisonem tanquam inutilem rejicere voluissent Mathematici, locum in Mathesi eidem denegaturi, quod usum ejus minime præviderent; logarithmorum doctrina & ardua illa, quæ in Mathesi sublimiori ab eadem dependet, forsitan hodiernum non essent detecta. Inventores non solliciti esse debent, num, quod investigandum sibi sumunt, utile sit, sed

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

num quod investigaverunt sit verum. Utilitas enim sua veluti sponte sese manifestabit, ubi in veritate investiganda progrediuntur, quam prævidere nullo modo poterant. Multum obest incremento scientiæ, si qui eam promovere possunt ac volunt, hoc præjudicio tenentur, quod de veritatis inveniendæ utilitate prima moveri debeat quæstio. Hæc enim cura tangere debet nonnisi eos, qui ab aliis inventa certo fine addiscunt; etsi cautione multa opus sit, ubi utilitatem ex vero aestimare voluerint; ne quemadmodum plerumque accidit, quæ maxime utilia sunt pro inutilibus reputentur.

§. 177. Forsan non inconsultum judicaveris, ut constructiones ex calculo erutæ, itemque theoremata hinc derivata etiam more Veterum, seu synthetice demonstrantur. Non improbo consilium, ubi hoc facile fieri potest, & ea fini problemata quædam per leges rationum reduxi-  
mus, quemadmodum problema 116 ( §. 259 *Analys.* ); ubi ipsa reductio demonstrationem quæsitam continet, modo singulæ analogiæ verbis enunciatur. Enimvero, cum per Algebram solvantur problemata, quæ a cognitione nostra adhuc procul sunt remota; defectu principiorum ad ratiocinandum requisitorum, per quæ ratiocinando colligi poterat quæsitum, quemadmodum in Geometria fecimus; multa haud raro theoremata interme-  
dia

Gg

dia

dia essent inveniendæ, antequam demonstratio synthetica dari posset. Unde facile intelliges eam non esse in potestate tua. Sume exempli loco theorema, quod modo (§. 176) elicimus: In triangulo rectangulo differentia hypotenusæ a semiperimetro est tertia proportionalis ad semiperimetrum & latus quadrati triangulo æqualis. Si demonstrationem syntheticam dare volueris; hæc analogia ex aliis notis colligenda per theoremata de ratione quantitatum. Enimvero in Geometria elementari nihil adhuc demonstratum est de perimetro trianguli rectanguli. Quamobrem alia adhuc inveniendæ essent theoremata, antequam demonstrationem consummatam dare possis, quales dedimus in Geometria. Nobis jam non vacat eam in rem inquirere, ut exemplo dicta confirmaremus. Nemini igitur suademus, ut tempus in quærendis istiusmodi demonstrationibus fallat, quod longe utilius in exercenda Analyfi consumere datur. Quodsi vero obvia fuerit demonstratio, eam addi non dissuademus.

§. 178. Si existimaveris demonstrationes syntheticas dari posse, si vestigiis calculi insistentes verbis enunciis, quæ per eum patent, & in reddendis rationibus ad leges calculi confugas; totus falleris: neque enim forma demonstrationis mutabitur, si characteribus expressa verba enunciarentur. Abunde hoc videre licet in *Phoronomia* HERMANNI, cujus

prætensæ demonstrationes syntheticæ seu lineares, quas vocat, quantum distent a demonstrationibus *Euclidis* nullo negotio deprehendet, qui cum fuerit in resolvendis demonstrationibus more nostro versatus resolutionem demonstrationum *Hermannianarum* tentare voluerit. Præstat igitur in analyfi acquiescere, quam per eandem reperta minus recte demonstrare. Sane ipse NEWTONUS (quod citra injuriam in maxima Viri summi merita dictum esto,) multa, corollariorum instar, absque ulla demonstratione subjicit propositionibus, quæ subinde prolixam desiderant demonstrationem, si *Euclideo* more evincenda eorundem veritas; immo corollariorum loco habet quæ absque ulla demonstratione pateant lectori, quæ posita propositione minime ponuntur. Exempli loco est, quando problema inversum virium centripetarum in sectionibus conicis pro corollario directi habet, cum tamen conversio per se minime pateat; nec quis ferret, in Geometria elementari, si, ex parrallelismo linearum demonstrata angulorum æqualitate, per modum corollarii absque demonstratione inferret: Ergo etiam parallelæ sunt lineæ, si anguli alterni fuerint æquales. Non omnes propositiones posse converti, ex doctrina logica de conversione satis manifestum est. Quamobrem ubi conversio per rationes logicas non statim patet, conversa utique demon-

demonstranda est. Immo cum ex principiis logicis demonstrandum foret, propositionem converti posse; Geometris veteribus consultius visum ex principiis propriis, aliunde non supponendis, demonstrare conuersam. Nos vero, qui omnibus iustum statuere pretium solemus, demonstrationes logicas in numerum artificiorum heuristicoꝝ referimus, per quas reperire, nonnunquam saltem coniectare licet, propositionem aliquam datam & demonstratam converti posse. Qui intellectus perficiendi gratia Mathesi operam navat, is a rigore demonstrandi ne latum quidem unguem recedere tenetur; ne methodi confusæ notiones & de eadem concepta præiudicia noceant extra Mathesin: quod quam facile fieri possit, jam in superioribus monuimus (§. 100, 101).

§. 179. Ceterum, cum demonstrationibus syntheticis confundendæ non sunt demonstrationes, quibus evincitur constructionem juxta formulam per calculum erutam rite esse factam. In his enim supponimus quæsitum eo modo determinandum esse, quemadmodum exigit formula algebraica. Quoniam nos constructiones ad formulam retulimus, earundem demonstrationes in ipsa constructionum explicatione jam continentur. Quodsi vero illas verbis enunciare velles, demonstratio ubique adjicienda foret, de qua hic sermo est. Ita in exemplo nostro, ubi

triangulum rectangulum construendum ex formulis  $x = \frac{1}{2}a - 2b^2 : a$  &  $y = b^2 : \frac{1}{2}x$  (§. 255 *Analys.*); constructio pure enunciabitur hoc modo:

1°. Erigatur ad perimetrum BD perpendicularis AB, quæ sit ad latus quadrati areae trianguli æqualis in ratione dupla; fiatque BG ipsi lateri huic æqualis. 2°. Quærat ad BD, AB & BG quarta proportionalis BH. 3°. Fiat BC semiperimetro æqualis; & ex C in I transferatur modo inventa BH. 4°. Super BI describatur semicirculus; & ad BO dimidiam ipsius BI, & BE dimidiam ipsius AB, quærat tertia proportionalis BK. 5°. Ducatur denique ex puncto K diametro BI parallela KL. Quodsi 6°. punctum L cum extremis diametri B & I rectis BL & LI connectatur, prodibit triangulum rectangulum quæsitum BLI. Hoc modo si enunciaveris constructionem, ut prodeat resolutio problematis, quali forma exhibentur resolutiones in Geometria elementari; demonstratio sequens adjicienda utique est, ut manifestum evadat, suppositis formulis abgebraicis tanquam veris, seu, uti loqui amamus, iisdem concessis, constructionem esse veram. Nimirum quoniam  $BD = a$ ,  $AB = 2b$ ,  $BG = b$ ; erit quarta proportionalis  $BH = 2b^2 : a$ . Quare cum sit  $BC = \frac{1}{2}a$  &  $CI = BH$ , erit  $BI = x$ , seu hypotenusa trianguli rectanguli construendi per formulam primam. Jam quia porro  $BO = \frac{1}{2}x$ ,  $BG = BE = b$ , erit BK

Gg 2  $= b^2 :$

Fig. Al-gebr. Tab. XII. Fig. 113.

$= b^2 : \frac{1}{2}x$ , adeoque altitudo trianguli rectanguli construendi. Quoniam itaque recta KL est ipsi BI parallela & BLI semicirculus super hypotenusa trianguli descriptus; erit BLI triangulum rectangulum, cujus hypotenusa  $\frac{1}{2}a - 2b^2 : a$  & altitudo  $= b^2 : \frac{1}{2}x$ . Quod erat construendum. Suppono nimirum hic tanquam notum, quomodo triangulum rectangulum datae altitudinis supra hypotenusa sit construendum. Quodsi enim notum non sit, demonstratio ex principiis Geometriæ elementaris facile contextitur. Etenim angulus BLI, cum sit in semicirculo *per constr.* rectus est (§. 317 *Geom.*), adeoque BLI triangulum rectangulum, cujus hypotenusa BI (§. 91, 95 *Geom.*). Linea KL est diametro BI parallela, & KB ad BC perpendicularis, *per construct.* consequenter perpendiculara inter eadem intercepta KB & ex L in BI demissum æqualia sunt (§. 226 *Geom.*). Enimvero KB est altitudini trianguli æqualis, *per construct.* & perpendicularum ex L in BI demissum ipsa trianguli BLI altitudo (§. 227 *Geom.*). Patet itaque si supra hypotenusa describatur semicirculus & in ejus altero extremo erigatur perpendicularis altitudini æqualis, per ejus vero summitatem ducatur recta diametro parallela & punctum, in quo hæc secat semicirculum, connectatur cum extremis diametri; triangulum rectangulum datae altitudinis supra hypotenusa data esse constructum.

Problema hoc, cum sua demonstratione, Elementis Geometriæ inseri poterat; ex cujus quippe principiis eodem prorsus modo demonstratur, quo problemata cetera ibidem demonstrantur.

§. 180. Cum formulæ algebraicæ contineant regulas, per quas ex datis determinatur quæsitum; & per calculum ac demonstrationem æquationis, nisi hæc in conditione seu hypothesis problematis continetur, verum esse constet, quod sic determinetur quæsitum, quemadmodum vult formula; qui constructiones ex formulis erutas pure enunciat, & easdem deinde hisce convenienter factas demonstrat, in demonstrando sese non minus exercet, quam si in demonstrationibus Arithmeticæ & Geometriæ elementaris versetur. Quamobrem qui methodum demonstrandi sibi familiarem reddere intendunt, eadem extra Mathesin feliciter usuri; iis omnino suadendum, ut constructiones pure enuncient, & ad eam formam redigant qua resolutiones problematum in Geometria elementari exhibentur, atque deinde demonstrationes, cum quibus jam nobis negotium est, superaddant.

§. 181. Et quoniam problematum simplicium reductio per leges rationum, cujus exempla quædam dedimus (§. 259, 266, 289 *Analyf.*), & reductio quadratici ordinis ad lineas reciprocas (§. 263, 265, 278 *Analyf.*) propius accedit ad *Analyfin Veterum*,



terum, & demonstrationes ad formam Veterum componendas formaliter continet; eam negligere minime debet, qui methodum Veterum cum methodo Recentiorum conjungere voluerit. Probe nimirum notandum est, signorum usu non variari ipsam methodum, quæ in modo ratiocinandi consistit, sed tantummodo facilitari & clariorem reddi; quemadmodum demonstrationes Veterum eadem manent, si nostro more resolutæ, ope Artis characteristicæ, symbolice repræsentantur. Sane per hoc, quod in Geometria elementari utamur signis, quorum in Algebra usus est, demonstrationes non fiunt algebraicæ, quemadmodum hebetiores judicant; sed tantummodo brevius & clarius exprimuntur. Vocabula non minus signa sunt, quam signa alia, quæ in locum eorum surrogantur. Quemadmodum itaque eadem manet demonstratio, si vocabula idem significantia sibi mutuo substituis, prouti in versionibus accidere solet, ubi v. gr. Latinis substituis Germanica, vel Gallica; ita nec alia evadit, si vocabulis alia signa substituis, quæ cum ipsis idem significant. Ita perinde est, siue dicas, triangulum BDE simile est triangulo BAC, siue scribas,  $\triangle BDE \sim \triangle BAC$ : etenim si verbis reddere volueris, quæ ita scripsisti, verbis istis eadem efferre teneris; perinde ac dicendum est, *das Dreyecke BDE ist dem Dreyecke BAC ähnlich*, ubi Germanice redde-

re volueris, quod Latine dictum fuerat.

§. 182. In problemate 114, (§. 257 *Analys.*) quo, data area trianguli rectanguli, cujus latera sunt in proportione continua, inveniri jubentur latera; & reductio, & constructio singularia habet, quæ attentionem tyronum merentur. In reductioe notandus est modus, quo eliminatur quantitas alterutra incognita, utpote a regula generali recedens (§. 141 *Analys.*). Notanda quoque est applicatio calculi irrationalium, qua formula efficitur simplicior. In constructione autem notatu dignum est artificium, quo numeri irrationales in lineis exhibentur, & radices quoque quadrato-quadratae per Geometriam elementarem construuntur. Quæ enim in aliquo problemate singularia occurrunt, ad ea advertendus est animus, cum eidem insinuentur artificia, quibus utendum in casu simili, quoties is occurrit. Et selecta dicuntur problemata, quæ vel in veritatum cognitu necessariarum notitiam nos deducunt, vel artificia suggerunt, quibus Ars inveniendi locupletatur, ipso usu rectius discenda, quam per præcepta; cum hæc non satis intelligantur, nisi per exempla. Quamobrem qui in *Analysi* proficere voluerit, non sine singulari attentione circa singula problemata versari tenetur; ut, si qua nova occurrunt, ea comparatione cum regulis generalibus instituta advertat & memoriæ infigat.

G. g. 3.

§. 183.

§. 183. Non commemoramus hic alia, quæ in ceteris problematis annotabit attenta mente & solutionem & constructionem perlustrans; ne præter necessitatem iusto prolixiores videamur. Unum tamen est, quod notasse non piget, scilicet ex problemate 124 (§. 275 *Analys.*) patere, per Algebram subinde prodire formulas, quæ statim dant constructionem, quam Veteres suo modo invenerunt. Patet in hoc problemate ratio, quod in æquatione investiganda insistamus iisdem principiis, quibus usi Veteres in eruenda constructione. Et quamvis problema sequens (§. 279 *Analys.*) de latere Pentagoni inveniendi contrarium insinuare videatur; videbis tamen, si attentius rem consideres, nos totos in eo esse, ut investigemus relationem lateris Pentagoni ad latus Decagoni & Hexagoni regularis eidem circulo inscriptorum simul, qua nititur constructio Veterum. Eam vero non dare regulas reductionis generales; sed utendum hic esse singulari artificio substitutionis; quo neglecto, per æquationem  $x^2 = 4b^2 - b^4 : a^2$ , vel per  $\frac{10}{4}a^2 - a\sqrt{\frac{5}{4}a^2}$  longe alia prodiret constructio, quam dedere Veteres. Immo nisi relatio lateris Pentagoni ad latus Decagoni & Hexagoni simul, ex inventis Veterum, nobis cognita & perspecta fuisset; non facile adfuisset ratio, cur de ista substitutione cogitassetur. Duo igitur hic probe notari velim, cum in veritate investi-

ganda multum relictum sit tentaminibus, in problematum resolutionibus algebraicis & præsertim in formularum constructionibus, operam dandam esse ut problema & ejus constructio efficiatur dependens a veritatibus aliis jam inventis; quæ dependentia in methodo Veterum, qua usi sumus in Geometria elementari, & in demonstrationibus propositionum syntheticis, unice attenditur, & ut ea fini tententur substitutiones, quibus locus esse potest. Elucescit hinc usus, quo commendatur studium in veritatibus nobis jam notis analyticè investigandis, si nempe proponantur tanquam quærendæ. Istiusmodi enim investigationes efficient, ut animum attendas ad artificia, quæ alias eundem non subirent, & quibus posthac felici successu usus es in investigandis iis, quæ nondum cognita, sed adhuc latent. Neque enim sufficit, artificia quædam esse in potestate nostra; verum etiam requiritur ratio, cur eadem mentem nostram subeant, quando iisdem commode utimur: id quod ex principiis nostris psychologicis abunde patet. Ratio autem ista non semper a nobis pendet, sed a casu, qui potestati nostræ subducitur. Quodsi vero artificia nobis fuerint familiaria, quoniam iisdem jam ante usi ea attentione conveniente memoriæ infiximus; probe conscii varia esse tentanda, ubi veritas latens eruenda; eadem nobis in memoriam revocamus: id quod

quod denuo per principia nostra psychologica manifestum est; ut nihil affirmetur, quod non ex iisdem demonstrari possit, si demonstratio exigatur; quamvis defectum demonstrationis hic suppleat experientia domestica, si quis dictis fidem habere voluerit.

§. 184. Forſan nec inconfultum erit quædam adhuc moneri circa examen Regulæ *Renaldiniana* polygonum regulare quodcunque circulo inſcribendi. Conſtat ex Elementis EUCLIDIS, conſtare modum, quo trigonum, quadratum, pentagonum, octogonum, decagonum, quindecagonum circulo inſcribitur, & idem patet ex anterioribus. Quamobrem totum examen huc redit, ut inveſtigetur valor lateris cujuſdam polygони, aut ſaltem partis ejuſdem, per regulas demonſtratas; deinde vero idem valor eruatur per regulam RENALDINI; quæ ſi vera fuerit, valor per eam inventus erit alteri æqualis. Quodſi ergo hoſce duos valores æquales ponas, & exinde eruas contradiccionem; hinc patebit, regulam *Renaldinianam* eſſe falſam, cum alteram veram eſſe conſtet. Nimirum hinc agnoſcitur illam contradicere veritati manifeſtæ, adeoque, per principia logica, quibus nititur tota methodus demonſtrandi per indirectum, colligitur eam falſam eſſe debere. Examen adeo præſens pendet a principio contradiccionis, & in applicatione methodi de-

monſtrandi per indirectum conſiſtit. Eodem artificio utimur etiam in aliis; veluti ſi quis dederit Quadraturam circuli; ſumta diametro pro unitate, valorem peripheriæ eruimus in fractionibus decimalibus, quia conſtat numeros LUDOLPHI notiffimos cum veritate conſentire. Quodſi enim ab his diverſi prodeant, prætenſam quadraturam circuli veritati contradicere, adeoque falſam eſſe colligitur. Novi equidem quod huic examini manus victas dare nolint, qui circuli quadraturam ſibi inveniffe videntur: ſed hi ſunt, qui ignorant, quomodo numeros ſuos eruerit LUDOLPHUS, & quales ſint methodi recentiorum, quibus inveſtigantur ſeries infinitæ pro circulo, unde iidem numeri deducuntur. Valeat hic per vulgatum iſtud: Cum ignorante principia non eſt diſputandum.

§. 185. Quantum interſit discriminis, inter conſtructionem elegantem & minus elegantem, clariffime eluceſcit, ubi utramque conſtructionem \* trianguli rectanguli, ex data area una cum angulo uno obliquo, inter ſe conferre volueris. Ipa vero hæc collatio etiam manifeſtabit rationem, cur conſtructio ſecunda prima ſit elegantior. Conſtructio ſecunda ſimplicitate ſua ſeſe ita commendat, ut in Geometriam referri poſſit. Habet autem hoc ſingulare conſtructio, quod recta ſimul repræſentet ſinum totum, & rectam datam; ſicque loco quartæ proportionalis invenienda

\* Probl. 140.

fit tertia, singulari modo per constructionem trianguli rectanguli determinata, qui ab eo longius recedit, quam in Elementis Geometriæ docuimus; etsi hujus quoque fundamentum in illis ipsis contineatur. Quodsi quis constructionibus æquationum in Algebra sedulam operam navaverit; is varias solutiones ex Elementis demonstrandas detegat, quæ in usum constructionum elegantium in Algebra, non sine tyronum commodo, posthac Geometriæ elementari inferentur; ut hæc ampliorem nanciscatur usum, & studium construendi formulas algebraicas faciliatur.

§. 186. Problema 152, cum duobus sequentibus (§. 325 & seqq. *Analys.*) inter difficilia referri solet. Ita autem eadem resolvimus, ut nec tyronibus quicquam difficultatis faceffant. Præmittitur, in resolutione primi, theorema quod tanta facilitate ex principiis Geometriæ elementaris demonstratur, ut ipsum in iisdem Elementis locum mereatur. Hoc ipso autem exemplo docemur, quod in usum *Analyseos* & Geometriæ sublimioris, supplementum quoddam Elementorum Geometriæ conscribi posset, quo studium algebraicum & Matheseos mixtæ multum faciliteretur. Sane si hoc ipsum theorema, quod ad resolvendum problema præsens primus adhibuit *NEWTONUS*, ab *EUCLIDE* jam fuisset traditum; Mathematici alii non tantopere in resolvendo hoc problemate desudaf-

sent. Confirmat igitur problematis præsentis resolutio ea, quæ superius (§. 176) inculcavimus de non contemnendis theorematis, quæ nullum usum habere videntur, seu quorum saltem usum prævidere minime licet. Vi hujus theorematis, solo calculo literali, absque regulis Algebrae, ex sinu & cosinu anguli simpli eruuntur sinus & cosinus dupli, tripli, quadrupli, quintupli, sextupli, septupli &c. ita ut hoc problema jam superius c. 3. exhibere potuissemus, ubi usus calculi literalis in inveniendis theorematis explicatur. Apparet adeo denuo, quam ardua solo calculo literali eruantur, etiamsi Algebra prorsus ignota supponatur. Inprimis vero animum attendi convenit ad artificium, quo ex theorematis particularibus eruitur universale. Consistit hoc in reductione ad theorema generale de binomio ad dignitatem quamcunque evehendo; & reductio ipsa nititur comparatione formularum particularium problematis præsentis cum formulis particularibus problematis superioris. Principium hoc reductionis amplissimum habet usum in omni Arte inveniendi, etiam extra Mathesin; quemadmodum jam in *Psychologia* me monuisse memini. Inprimis autem reductio problematis unius ad aliud, quod notius & simplicius, in Geometria sublimiori & in calculo integrali usum prorsus eximium habet. Quamobrem  
con-

consultum est hoc artificium tempe-  
stive observari. Tollit reductio hæc,  
in casu præsentè, omnem laborem,  
eumque valde molestum, quo alias  
opus foret, si eodem modo legem  
progressionum in infinitum, quam  
formulæ particulares loquuntur, ex  
earundem comparatione elicere vel-  
les; quemadmodum supra fecimus,  
cum theorema generale de binomio  
ad dignitatem quamcunque evehen-  
do investigaremus. Ostendi etiam,  
quomodo ex formula cosinus multi-  
pli, expungatur valor sinus simpli,  
per legem substitutionis, ut cosinus  
multipli determinetur per solum sim-  
plum atque sinum totum. Hoc mo-  
do eruuntur alia theoremata particu-  
laria; & universale quoque aliud  
prodiret, si eadem substitutione va-  
lores  $b^2$ ,  $b^4$ ,  $b^6$ ,  $b^8$ , &c. eliminare  
velles. Quem calculi molestia non  
deterret, is eundem tentare potest;  
quamvis non opus habeamus hisce  
theorematis, cum dato sinu facile  
reperiatur cosinus (§. 16 *Trigonom.*).  
Ceterum hic quoque elucet, quomo-  
do infinita theoremata comprehen-  
dantur uno generali. Sed cum hic  
nihil occurrat, quod non jam ani-  
madversum fuerit in problemate 29  
(§. 95 *Analys.*); plura ea de re non  
addimus. Corollarium vero, quod  
adjicitur, attentionem meretur, ut  
notes alibi etiam profutura. In eo-  
dem scilicet ostendimus, quod idem  
theorema inserviat determinandis  
chordis arcuum multiporum, quo  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

sinus angulorum multiporum deter-  
minantur: immo quod hinc etiam  
pendeat multiplicatio arcus, & con-  
sequenter anguli per datum nume-  
rum. Notandum igitur hic est; in  
scientiis, problematum quoque æqui-  
pollentiam esse perpendendam; non  
modo, ne entia præter necessitatem  
multiplicentur, verum etiam ut, in  
solutione problematis investiganda,  
seligamus illud quod facilius solvi  
potest. Sane, in nostro casu, non  
adeo prona erat solutio, si loco sinus  
anguli multipli investigandam tibi  
proposuisses chordam arcus multipli.  
Neque enim meditatio te duxisset ad  
theorema geometricum, cui debe-  
tur solutionis problematis præsentis  
facilitas. Multum in philosophia  
usum habet, ut æquipollentia agnos-  
cantur. Quamobrem qui, intelle-  
ctus perficiendi gratia, Mathesi ope-  
ran navant, ea probe notare tenen-  
tur, ad quæ hic attentionem excitamus.

§. 187. Problema de tangente ar-  
cus multipli ex data tangente simpli  
inveniendâ, quod operosissime sol-  
vitur ab aliis, hic nullo fere negotio  
solvitur, si nostram solutionem cum  
aliis solutionibus compares. Notanda  
igitur sunt artificia, quæ facilitatem  
solutionis pariunt. Primum artifi-  
cium, idque palmarium, in eo con-  
sistit, quod problema hoc confide-  
retur tanquam dependens ab alte-  
ro de inveniendâ sinu anguli mul-  
tipli ex dato sinu simpli. Unde  
intelligitur, quantæ sit utilitatis,  
H h ut

ut dependentiæ problematum a se invicem habeatur ratio. Quoniam vero hoc pacto prodit formula, tangentem anguli multipli ex datis sinu & cosinu simpli, non ex tangente simpli determinans, quod quærebatur; ideo, per legem substitutionis, valores sinus & cosinus simpli eliminamus, ut eorum loco introducatur tangens anguli simpli. Duæ sunt quantitates exterminandæ, nimirum  $a$  &  $b$ . Singulari autem ratione hic accidit ut, cum una earundem  $a$ , eliminetur etiam altera  $b$ : quod nisi succederet, substitutione nihil efficeret, propterea quod valorem ipsius  $a$ , per tangentem  $t$  expressum, ingreditur simul  $b$ , & vicissim valorem  $b$ , per  $t$  expressum, simul  $a$ . Atque hæc forsitan ratio fuit, cur problema nostrum independenter a problemate sinus & cosinus anguli multipli inveniendi solvendum esse visum fuerit. Unde patet veritatem investigaturum non nimis tribuere debere iis, quæ apparent; &, nisi impossibilitas fuerit demonstrata, non obstante apparentia tentandum esse, quod successu cariturum videtur. Tentaminibus enim in veritate investiganda multum esse tribuendum nemo diffitebitur, nisi qui eorum usum nondum fuit expertus. Ceterum hic quoque attentionem meretur artificium, quo utimur in abbreviando calculo, eoque a perplexitate tædiosa liberando; dum pro coefficientibus substituimus literas majores, pro quibus deinde,

calculo absoluto, iterum reponuntur earundem valores. Etsi enim eodem artificio jam antea fuerimus usi, veluti in problematis 54 & 81 (§. 165, 213 *Analys.*); applicatio tamen in casu præsentis non statim cuilibet succurrit, nisi qui in anterioribus ad idem artificium animum attendit, & distincta notione comprehensum memoriæ infixit; quemadmodum ex natura animæ, vi principiorum nostrorum psychologorum, facile demonstratur. Ea enim dedimus in Psychologia principia, per quæ ratio a priori dari potest, in casu dato, eorum quæ in anima contingere observamus. Denique notandum est, quomodo formula pure enunciatur, ut prodeat solutio facillima intellectu, in locum formulæ surroganda. Continet ea legem progressionis in infinitum, qua nituntur formulæ particulares, qualem in anteriori problemate deduximus ex formulis particularibus in usum generalis eruendæ. Ceterum, quæ hic annotavimus de problemate tangentis multipli ex tangente simpli arcus inveniendæ, eadem etiam tenenda sunt de problemate secantis anguli multipli ex data secante simpli inveniendæ (§. 328 *Analys.*).

§. 188. Quæ hæctenus de Algebra tradidimus, non progrediuntur ultra terminos ab Arabibus assignatos, a quibus eandem accepimus; nisi quatenus ope Arithmeticæ literalis, seu calculi universalis, ad quem animum non

non adverterunt Arabes, multo amplior efficitur illius usus, ut per eam pateat accessus ad ea, quæ inaccessa videbantur. Ante inventam vero Arithmetica literalem, Algebram ulterius provehere studuerunt Itali; nec infelici prorsus successu. Cum enim Arabes in æquationibus quadraticis subsisterent; SCIPIO FERREUS, ulterius progressus, dedit regulas ex æquationibus cubicis extrahendi radicem, a CARDANO publici juris factas; LUDOVICUS vero Ferrariensis etiam ex æquatione biquadratica radicem extrahere docuit. Neque Algebra in hunc usque diem ulterius promotam, ex quo, ope calculi literalis & calculi differentialis, adeo amplificatus est ejusdem usus, ut nihil videatur a cognitione nostra adeo remotum, quin ad ipsum aperiat aditum. Etsi enim DE TSCHIRNHAUSEN invenisse sibi visus est methodum universalem quamcunque æquationem affectam reducendi ad puram; eamque Analyti suæ demonstratæ inferere nullus dubitavit CAROLUS REYNEAU; tentanti tamen apparebit, eam non succedere, nisi in æquationibus cubicis, ad quas etiam eandem tantummodo applicavit DE TSCHIRNHAUSEN & qui eandem approbavit REYNEAU: eandem enim methodum ad æquationes altioris gradus applicaturus, incidit in æquationes, quæ superioris gradus sunt quam resolvenda; id quod monendum utique fuerat, ne Algebra

complementum suum videatur nata, a quo tamen longissimo intervallo adhuc distat. Non difficile fuerat Dn. DE TSCHIRNHAUSEN hoc observare, modo applicationem in superioribus æquationibus tentasset, nec nimia forsitan in vires suas confidentia, quæ ipsum non in unum errorem seduxit, difficultates oblatas pro superabilibus reputasset, quæ omnino insuperabiles sunt, saltem hætenus superari minime possunt. Quoniam itaque methodus universalis, extrahendi radicem exactam ex æquatione quacunque data, desiderabatur, nec adeo facile erat eandem reperire; ad extractionem radicis per approximationem confugerunt Analystæ, & methodum ingeniosam jam dedit FRANCISCUS VIETA. Alii alio modo idem tentarunt; quod prolixè recenseri nostri jam non est institutum: neque enim nobis propositum est historiam Algebrae scribere, sed ea tantummodo enarrare, quæ scitu necessaria sunt lectori Elementorum nostrorum Analyseos, ut majore luce fruatur, nec quasi in tenebris versetur, ignorans, cur ea de extractione radicum ex æquationibus altioribus tradamus, quæ capite quinto continentur. Nos hic retinuimus methodum facillimam, (quam Arithmetici nostrates, *die Rechenmeister*, in Algebra numerosa *Cossicam mechanicam* appellarunt; & quam etiam adhibuit NEWTONUS, & RAPHSO in peculiari Tractatu multis exemplis

illustravit); sed nostro more captui tyronum magis accommodatam; qua radix æquationis reperitur in fractionibus decimalibus tam exacta, quantum desideratur. Et quoniam HALLEIUS regulas duas universales investigavit, alteram rationalem, alteram irrationalem, quæ merito commendatur; easdem eadem methodo investigare docuimus, qua in exemplis singularibus usi sumus, & quæ breviori ac trita magis via ad easdem ducit, quam qua HALLEIUS ad easdem pervenit. Methodus hæc in praxi satisfacit, nec ea ulteriorem Algebrae perfectionem desiderat. Neque enim in praxi desiderantur numeri irrationales, quales prodeunt per inventas generales formulas radicum in æquationibus cubicis (§. 358 *Analys.*); sed numeri rationales. Quando vero ex irrationali actu extrahenda radix; eam quærimus in fractionibus decimalibus, quales reperimus per methodum, de qua jam nobis sermo est. Applicatio autem formularum irrationalium plerumque plus pareret laboris quam methodus approximandi. Immo si in formula, substitutis numeris pro literis, extrahenda foret radix altioris gradus; non inutiliter recurreremus ad methodum approximandi, qua statim uti poteramus (§. 365 *Analys.*). Non tamen ideo damnamus, si quis in extrahendis radicibus ex æquationibus superioribus ulterius progrediatur: facit enim ad perfe-

ctionem theoriæ, seu incrementum scientiæ, & ad Artem inveniendi locupletandam. Enimvero, cum de commoda methodo extrahendi radicem ex æquatione quacunque data, five exacte, five per approximationem, laborarent Mathematici; in naturam æquationum inquisiverunt & quomodo eadem præparentur, sicubi opus est, investigarunt. Unde enata sunt problemata ista, quæ initio hujus capituli explicantur.

§. 189. Problemata ista intellectu facilia sunt ei, qui in anterioribus attentionem suam suumque acumen desiderari minime passus; ut adeo opus non sit quædam de iis moneri. Calculum in singulis adeo perspicue repræsentavimus, ut in eodem versantes levi saltem attentione opus habeant ad problematum solutionem intelligendam. Usus autem eorum, quæ de natura æquationum docentur, elucescit ex problemate 165 (§. 351) de extrahenda radice rationali, si quam habet æquatio; id quod rarissime accidit. Duplicem proponimus methodum. Altera nititur principio substitutionis; altera vero principio de natura æquationum, quod scilicet æquationes altiores prodeant per multiplicationem simplicium. Atque hæc posterior ingeniosior est priori. Non amplius turbabit tyrones, quod alterum æquationis membrum hic ponatur 0, modo in anterioribus fuerint satis attenti; quoniam per reductionem aliquoties pro-

dit



dit talis æquationum forma. Quando primum tale quid occurrit, attoniti quasi hærent tyrones, quod aliquid nihilo æquale esse debere existiment, non advertentes ad diversitatem signorum, ut ipsis succurreret axioma, Si æqualia ab æqualia subtrahuntur, nihil relinquitur. Nimirum hic differentia nulla est: differentia autem nulla per fictionem quandam nihilo æqualis ponitur. Proprie enim loquendo ei, quod non est, nullum prædicatum positivum competere potest; juxta canonem tritissimum scholasticorum, Non entis nulla sunt prædicata. Æqualitas est prædicatum, quod quantitatibus convenit: quod vero nullum est, cum non sit in quantatum numero, nec æquale dici potest alteri. Fingitur adeo nihil quantitatis esse aliquam quantitatis speciem; ut de eo prædicatum, quod non nisi quantitatibus convenire potest, enunciari possit fiducia axiomatis, Quamlibet quantitatem æqualem esse sibimetipsi. Nugari videretur, qui extra usum in calculo talia proponeret; veluti si demonstrare vellet, nihilum æquale esse nihilo. Hac tamen demonstratione subsistit fictio adeo utilis in calculo algebraico. Simile quid obtinet, si alterum æquationis membrum fuerit quantitas privativa; ubi tyrones perspicaciores, ad diversitatem signorum in altero æquationis membro non attenti, vel saltem ignari, quantitates privativas excedere positi-

vas, hærent, existimantes aliquid poni minus nihilo, seu quod aliquid est æquale esse debere ei quod nihilo minus est; cum tamen revera minus nihilo ponatur ei quod minus nihilo est æquale; quatenus, in calculo, fingimus quantitatis defectum per eam, quæ deficit, æstimabilem esse veram quantitatem. Fisiones istiusmodi plurimum habent utilitatis in calculo, nec iisdem carere possumus. Nodum in scirpo quærit, qui contra eas difficultates facessit. Ad fisiones recurrendum est etiam extra Mathesin, nisi nescire velis, quæ scitu maxime necessaria sunt. Ita, in Jure naturali, Civitatem fingimus instar personæ liberæ, quæ sui juris est, & cui per naturam suam certa competunt jura; immo individuum unum physicum in plura moralia dividimus, & individuum morale physico contradistinguimus, tanquam personam diversam ab eo; immo unum eundemque hominem distinguimus a se ipso, quasi duæ sint personæ, quarum una alteri obligatur, & unæ in alteram competunt certa jura: qua fictione utitur ipse Apostolus, dum hominem novum veteri contradistinguit. Nec ignotæ sunt istiusmodi fisiones in Jure Romano. Exemplo sit postliminium; ut taceamus alia, ubi fisiones non adeo manifestæ sunt, alio loco a nobis commemorandæ. Quod si dicas, in explicanda æquationum natura poni  $x = -b$ , adeoque quantitatem positivam æqualem

lem privativæ: id quod utique contradictorium fit; cum quantitates privativæ positivis heterogeneæ sint, adeoque ratio æqualitatis, qualem supponit æquatio, inter eas intercedere nequeat (§. 24 *Analys.*). Enimvero cum, in æquationibus compositis, radix non minus quantitas negativa, quam positiva esse possit; ea autem designetur litera  $x$ ; quamdiu valor ejus ignoratur, signum eidem adjiciendum dubium est: in casu autem dubio signo  $+$  afficitur: id quod etiam in sequentibus fiet, ubi utile est non attendi signorum diversitatem. Quando itaque in formatione æquationum sumitur  $x = -b$ , non supponitur, quantitatem positivam privativæ æqualem esse, sed tantummodo sumitur, eadem litera  $x$  indigitari posse non minus quantitatem positivam, quam negativam; cum signa primitiva sint prorsus arbitraria; & quantitatem privativam subinde utiliter considerari instar positivæ, quando fictionem istiusmodi fert natura rei, nec ea in errorem seducit.

§. 190. In resolutione problematis 168 (§. 358 *Analys.*), quo ex æquatione cubica extrahi jubetur radix, singulare occurrit artificium, quo quantitas incognita  $x$  dividitur in duas partes indeterminatas  $y$  &  $z$ , & harum ope æquatio data transmutatur in aliam, quæ duas incognitas indeterminatas continet. Etenim hoc ipso obtinetur, ut lege comparationis terminorum utraque determine-

tur, & sic inveniatur quæsitum per partes. Nimirum, quia  $y$  &  $z$  indeterminatæ sumuntur, ideo licet ponere  $3y^2z + 3z^2y = py + pz$  &  $y^3 + z^3 = q$ ; non alia de causa, quam quia commodum accidit, ut per primam æquationem cruatur valor unius indeterminatæ  $z$ , qui in æquatione altera substitutus dat valorem ipsius  $y$  atque  $z$  determinatum. Æquatio  $y^3 - qy^3 = -\frac{1}{27}p^3$  duas habet radices; quarum altera quod sit  $= y$ , altera vero  $= z$ , ex eo liquet, quia ex æquatione prima  $3y^2z + 3z^2y = py + pz$ , reperitur  $y = p : 3z$ , perinde ac  $z = p : 3y$ , & valor ipsius  $y$  in altera  $y^3 + z^3 = q$  substitutus dat æquationem  $z^3 - qz^3 = -\frac{1}{27}p^3$ , eandem cum anteriore. Manifestum enim est æquationem, quæ ducit ad valorem determinatum quantitatis cognitæ, duas habere debere radices, quarum una denotat  $y$ , altera vero  $z$ ; etsi perinde sit quam ipsi  $y$ , quam vero ipsi  $z$  tribuere velis; cum quantitates  $y$  &  $z$  pro arbitrio assumantur, ut pro majore & minore habere possis, quam volueris. Hoc artificio jam usi sumus in investiganda regula tollendi secundum terminum ex æquatione data (§. 343 *Analys.*), ut nempe coëfficiens secundi termini propter indeterminatam  $t$  poni possit nihilo æqualis. Diversa tamen in præsentī casu ejus applicatio est.

§. 191. Limites æquationum eo modo investigare docuimus, (§. 356 *Analys.*), qui in *Commentariis ad Geometriam*

*metriam* CARTESII proponitur. Habet enim hoc singulare ea methodus; quod Algebram, quæ tota nititur ratione æqualitatis, extendat ad rationem inæqualitatis, ubi inæqualia, mediante signo  $\gt$  vel  $\lt$ , eodem modo inter se comparantur, quo in Algebra æqualia mediante signo  $=$ , & reductio per similia axiomata instituitur, quo eadem in Algebra fieri consuevit. Hanc ipsam vero methodum, etsi hæcenus attentione sua indignam eam judicaverint Analystæ, etiam alibi usui esse posse, exemplo aliquo facili monstrare lubet. Ponamus quæri, qualis sit ratio, quam habent duæ quantitates inæquales ad eandem tertiam. Resolutio problematis ita sese habet:

Sit major  $= x$       Data tertia  $= a$   
 minor  $= y$

erit

$$\frac{x \gt y}{ax \gt ay}$$

Fiat  $x : a = t : v$

---

erit  $x = \frac{at}{v}$

adeoque  $\frac{a^2 t}{v} \gt ay$

---

$\frac{at}{v} \gt y$

---

$\frac{t}{v} \gt \frac{y}{a}$

Ergo ob  $\frac{t}{v} = \frac{x}{a}$

$\frac{x}{a} \gt \frac{y}{a}$

hoc est  $x : a \gt y : a$

Habemus adeo theorema: *Majus ad idem majorem rationem habet, quam minus*, istiusmodi analyfi investigatum, qua problemata algebraice solvuntur. Non alio fine proponimus hoc problema, quam ut ideam quandam hujus methodi animo tyronum ingereremus. Consultum igitur erat, ut exemplum eligeremus facile, & ex anterioribus jam notum. Videbimus deinceps applicatione methodorum, quæ nobis innotescunt, ad exempla notissima & maxime vulgaria haud raro detegi maxime ardua: fit ita, quod methodorum inventores, ne ardua nullo fere negotio detexisse videantur, eas applicent ad exempla, quæ sublime quid spirant & intellectu difficilia deprehenduntur.

§. 192. Extractio radice ex serie infinita (§. 366 *Analys.*), etiam artificium quoddam singulare habet; quod consistit in diversa applicatione assumptionis quantitatum indeterminatarum lege comparationis determinandarum; quo supra jam usi sumus in tollendo secundo termino ex æquatione data (§. 343 *Analys.*), & in extrahenda radice ex æquatione cubica (§. 358 *Analys.*). Series enim assumptitia, qua exprimitur valor ipsius  $x$ , qui quæritur, coefficientes habet indeter-

indeterminatos, lege comparationis determinandos. Ut vero determinari possint, perinde ac superius lege substitutionis; æquatio proposita, cujus coëfficientes determinati sunt, transmutatur in aliam, quam coëfficientes indeterminati cum determinatis simul ingrediuntur; quemadmodum fecimus in extractione radicis ex æquatione cubica (§. 358 *Analys.*); etsi alio principio hic nitatur coëfficientium indeterminatorum determinatio, cujus ratio ex ipso contextu liquet, & quod affine est ei, quo eodem fine usi sumus in tollendo secundo termino ex æquatione data (§. 343 *Analys.*), quamvis ob aliam rationem. Patet hinc, quam utile sit ut artificia analytica, quibus in resolutione problematum utimur, inter se conferantur, quo pateat eorum, quæ eadem sunt, diversa applicatio. Quodsi enim in rationem applicationis inquisiveris; id non modo efficiet, ut eadem in casu eodem recurrente facilius memoriam subeat; verum etiam hoc ipso consequeris, ut eandem, prout casus exigit, ipsemet variare possis. Istiusmodi autem disquisitiones apprime necessariae sunt ei, qui in Arte inveniendi generali proficere vult studio Algebrae, & intellectui conciliare gestit eam habitudinem, qua ad artificia heuristica diversimode applicanda opus habet. Problema, de quo jam loquimur, maximæ utilitatis est: continet enim methodum,

quæ *Regressus serierum* nomine venit, & cujus maxima est utilitas in Geometria sublimiori; quemadmodum suo loco ostendemus. Equidem problema hoc tanta perspicuitate exposuimus, ut tyro in anterioribus cum laude versatus idem absque ulla difficultate intelligat, nisi calculi molestias fugiat; quodsi tamen quis ab iisdem abhorreat, idem tamdiu seponat, donec regressu serierum ad solvenda problemata opus habuerimus.

§. 193. Extractionses radicum ex æquationibus, de quibus diximus in capite præsentè, usum tantummodo habent in solutionibus problematum arithmetice. Quamobrem docendum quoque erat, quomodo æquationes altiores geometricè construantur. Per rectas & circulum eadem construi nequeunt: sed confugiendum hic est ad lineas curvas. Quamobrem cum de lineis curvis, præter circulum, nihil doceatur in Geometria elementari; nostrum erat ante docere, quomodo Algebra ad Geometriam sublimiorem, quæ de curvis agit, applicetur; ut ejus ope curvarum descriptiones, & proprietates, ac symptomata, hoc est, prædicata absoluta & conditionata, inveniantur. Applicationem hanc debemus CARTESIO, qui eam docuit in Geometria, sed non ad captum tyronum. Facile tamen reperiri poterat, si quis ad vulgaria animum attendere voluisset. Tota enim in hoc

hoc consistit, ut curva definiatur per æquationem, & ex ea, adhibitis artificijs in Algebra usitatis, eliciantur curvarum constructiones, proprietates, & symptomata. Ecce igitur tibi facillimam ad hanc methodum, quæ inexhaustæ utilitatis est in Geometria sublimiori, viam. Constat ex elementis Geometriæ (§. 327 *Geom.*),  
 Tab. II. Fig. 17. semiordinatam PM esse mediam proportionalem, inter abscissam AP & complementum diametri PB; si utamur terminis in doctrina de Curvis receptis, & initio capitis sexti explicatis. Quare si sit diameter AB = a, abscissa AP = x, semiordinata PM = y, erit complementum diametri PB = a - x; consequenter

$$AP : PM = PM : PB$$

$$x : y = y : a - x$$

$$\text{adeoque } y^2 = ax - x^2$$

Habemus adeo æquationem, quæ circulum definit. Quod si jam ponamus, nos nescire, qualis sit hæc curva; ea, quæ de eadem nobis innotescere possunt, hoc modo eruimus.

$$\text{Sit } y = 0$$

$$\text{erit } ax - x^2 = 0$$

$$ax = x^2$$

$$a = x$$

Patet itaque 1°. curvam secare rectam AB in B.

$$\text{Sit } x = 0$$

$$\text{erit } y^2 = 0$$

$$y = 0$$

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

Unde liquet 2°. curvam secare rectam AB in A.

$$\text{Sit } x = \frac{1}{2}a$$

$$\text{erit } y^2 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}a^2$$

$$= \frac{1}{4}a^2$$

$$y = \frac{1}{2}a$$

Videmus itaque, 3°. si ex medio rectæ AB erigatur perpendicularis CD, æqualis AC, curvam transire per punctum D.

Quoniam eadem curva transit per A & B (*vi num. 1 & 2*); evidens est, 4°. eam concavitatem rectæ AB obvertere. Et quoniam patet, singula sese eodem modo habere debere, si semiordinatæ ex altera parte sumantur; porro liquet, 5°. curvam esse in se redeuntem. Quærat jam magnitudo rectæ MC, ex puncto C, in medio rectæ AB assumto, ad extremitatem semiordinatæ PM, seu punctum in curva M ductæ.

$$\text{Sit } AC = \frac{1}{2}a \quad MC = z$$

$$AP = x$$

$$\text{erit } PC = \frac{1}{2}a - x$$

$$\text{adeoque } PC^2 = \frac{1}{4}a^2 - ax + x^2$$

$$PM^2 = ax - x^2 \text{ per naturam curvæ.}$$

$$\text{Ergo ob } MC^2 = MP^2 + PC^2, z = \frac{1}{4}a^2$$

$$z = \frac{1}{2}a$$

6°. Recta igitur ex puncto C in quolibet peripheriæ punctum M ducta æqualis est rectæ AC, seu dimidiæ rectæ AB; consequenter rectæ omnes ex eodem puncto C in peripheriam

riam ductæ æquales sunt (§. 87 *Arithm.*): quæ est proprietas circuli, per quam defini solet in Geometria elementari.

Hinc vero porro 8<sup>o</sup> liquet, Curvam hanc describi, si recta CA circa punctum fixum C in gyrum agatur: quæ est definitio circuli realis.

Ponamus  $y = \frac{1}{2}a$

$$\text{erit } y^2 = \frac{1}{4}a^2 = ax - x^2$$

$$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}a \\ \frac{1}{2}a - x \end{array} \right\} = 0$$

$$x = \frac{1}{2}a$$

Quoniam superius (n. 3) reperimus  $y = \frac{1}{2}a$ , si fiat  $x = \frac{1}{2}a$ ; ideo patet, 9<sup>o</sup>. In nullo alio puncto, quam in C semiordinatam rectæ dimidiæ AB æqualem esse posse.

Si sit  $PM = y, PC = v, CM = \frac{1}{2}a$  (n. 6); erit per theorema Pythagoricum:

$$\frac{1}{4}a^2 = y^2 + v^2$$

$$\text{adeoque } \frac{1}{4}a^2 > y^2$$

$$\frac{1}{2}a > y$$

$$y < \frac{1}{2}a$$

Quamobrem 10<sup>o</sup>. ubivis extra centrum, semiordinata minor dimidia recta AB: consequenter cum minor sit semiordinata in centro erecta CD (n. 3), semiordinatæ autem sint chordarum dimidiæ; 11<sup>o</sup>. diameter chordarum maxima est.

Sit distantia semiordinatæ a centro  $PC = v, PM = y$ , erit

$$\frac{1}{4}a^2 = y^2 + v^2 \text{ (n. 6).}$$

Et si alia  $PC = t, PM$  alia  $= z$ ,

$$\text{erit } \frac{1}{4}a^2 = z^2 + t^2$$

$$\text{Quare } z^2 + t^2 = y^2 + v^2$$

$$\text{fit } t > v$$

$$\text{erit } z^2 < y^2$$

$$z < y$$

12<sup>o</sup>. Semiordinata itaque  $z$  tanto minor alia quacunque semiordinata  $y$ , quanto magis a centro distat; consequenter chordæ tanto minores, quanto a centro remotiores.

Sit  $AB = a, AP = x$ , erit  $PB$  Tab. II. Fig. 18.  
 $= a - x$ , adeoque

$$AP^2 = x^2$$

$$PM^2 = ax - x^2, \text{ ex natura Curvæ}$$

$$AM^2 = ax$$

$$\text{Similiter } PB^2 = a^2 - 2ax + x^2$$

$$PM^2 = ax - x^2$$

$$MB^2 = a^2 - x^2$$

$$AM^2 = ax$$

$$MB^2 + AM^2 = a^2 = AB^2$$

Quoniam  $AB^2 = AM^2 + PB^2$ , triangulum AMB rectangulum est, consequenter 13<sup>o</sup>. angulus AMB in semicirculo rectus.

Et quia  $AM^2 = ax, BM^2 = a^2 - ax$ ;

$$\text{erit } a : AM = AM : x$$

$$a : BM = BM : a - x$$

hoc est  $AB : AM = AM : AP$

$$AB : BM = BM : PB$$

Est

Est igitur 14°. Chorda media proportionalis inter diametrum AB & segmentum adjacens.

Tab. II. Fig. 19. Quod si quærat<sup>r</sup>ur recta TM ex puncto quocunque T intra circulum assumpto in peripheriam ducta; ducatur, per centrum C & punctum T, recta AB, quæ erit diameter circuli, & ex puncto peripheriæ M demittatur perpendicularis MP, quæ erit semiordinata. Sit jam

$$\begin{array}{l} AC=CB=a \quad AP=x \\ BT=b \quad \text{erit} \quad PC=a-x \\ \text{erit} \quad CT=ab \quad PT=2a-b-x \end{array}$$

Porro

$$\begin{array}{l} PM^2=2ax-x^2, \text{ ex natura circuli} \\ PT^2=(2a-b)^2-4ax+2bx+x^2 \end{array}$$

---


$$\begin{array}{l} TM^2=(2a-b)^2-2ax+2bx \\ = (2a-b)^2-2(a-b)x \\ = TA^2-2CT. \quad AP \end{array}$$

Est adeo 15°. Quadratum rectæ TM æquale excessui quadrati rectæ TA supra rectangulum ex duplo distantia puncti T a centro C in abscissam AP puncto M respondentem. Hoc theorema in Elementis non extat: ex eo tamen consequuntur, quæ in iis demonstrantur. Nimirum quia 2CT constans est; decrescente abscissa AP decrescit quoque rectangulum ex AP in 2CT; & cum quadratum rectæ TA non minus constans sit, quo minus fuerit rectangulum ex 2CT in AP, eo major evadet excessus quadrati rectæ TA supra hoc rectangulum; consequenter eo majus erit quadratum rectæ TM, quippe

eidem æquale, adeoque etiam ipsa recta TM. Et quando TM incidit in diametrum, seu punctum M in A, quadratum ipsius TM æquale evadit quadrato ipsius TA; consequenter TA major est qualibet TM, adeoque maxima rectarum, quæ ex puncto T in peripheriam duci possunt. Incidimus adeo 16°. in theorema 63 (§. 303 Geom.)

Ante invenimus (n. 14)  $AM^2=AB$ . Tab. II. Fig. 18. AP, hoc est, quod quadratum chordæ sit æquale rectangulo ex diametro in abscissam. Quamobrem, cum crescente abscissa AP crescat arcus AM, crescat etiam rectangulum ex diametro AB in abscissam AP; ideo patet 17°. quadratum chordæ majoris esse majus quadrato chordæ minoris; consequenter chordam majorem subtendere arcum majorem, quam minor, seu chordam arcus majoris majorem esse, chordam minoris minorem.

Alia ex æquatione ad circulum deducuntur, in ipsa Analyfi præsertim infinitorum, qua in Geometria sublimiori carere minime possumus. Ex hæcenus dictis abunde patet, quomodo applicatione Algebrae ad ea, quæ ex EUCLIDE notissima sunt, methodus definiendi curvas per æquationes, & ex iis deducendi earum geneses ac constructiones, proprietates, aliaque symptomata, innotescere poterit. De sectionibus conicis APOLLONIUS similiter demonstravit theoremata, quorum ope per æquationes

nes definiuntur, quemadmodum in hoc capite fecimus. Quamobrem apparuit, eandem methodum ad conicas quoque sectiones applicari posse. Atque sic enata est methodus tractandi curvas per æquationes, seu Algebram ad Geometriam sublimiorem applicandi. Hæc non eo fine a nobis adducuntur, ut inventorum laudi detrahamus; sed ut discamus, vulgarium meditationem ducere ad maxime ardua; & ea neglecta inventores sibimetipsis obesse, si quando per ambages quærunt, quæ obvia sunt recta via incedentibus; utque tyrones ideam hujus methodi animo concipiant, quæ in ejus applicatione ad altiora facem præfert. Qui recta via in inveniendis progreditur, ex iis, quæ cognita atque trita sunt, colligit quæ nondum patent, parum sollicitus, quamnam utilitatem sint habitura, quæ deteguntur. Sed de his dicemus, ubi Artem inveniendi ex instituto exposituri sumus.

§. 194. Diximus superius (§. 169), nondum invento calculo universalis, Algebram numerosam jam applicari potuisse ad Geometriam, ut per eam detegerentur theoremata & problematum constructiones. Immo ipsa etiam applicatio ad Geometriam sublimiorem fieri poterat non sine successu. Dictis igitur fidem facere nostrum est uno alteroque exemplo. Ponamus ex. gr. quæri relationem rectarum AT & TE, ex eodem puncto T extra cir-

culum dato ductarum; quarum altera Tab. II. AT circulum tangit in A, altera TE Fig. 20. eundem secat.

Sit diameter BE=1, TB=x

erit AC= $\frac{1}{2}$ , TC= $\frac{1}{2}+x$

sit porro AT=2, TE=1+x

Quoniam AT perpendicularis ad AC (§. 308 *Geom.*), erit

TC<sup>2</sup>=AC<sup>2</sup>+TA<sup>2</sup> (§. 417 *Geom.*)

adeoque  $(\frac{1}{2})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + x^2 = (\frac{1}{2})^2 + 2^2$

---


$$2 \cdot \frac{1}{2}x + x^2 = 2^2$$

sed  $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ , per cond. probl.

ergo  $1x + x^2 = 2^2$

hoc est  $(1+x)x = 2^2$

sive TE. TB = AT<sup>2</sup>

Quamobrem TE:AT=AT:TB

Habemus itaque duo theoremata: 1°. Quadratum tangentis, in hypothesisi problematis, est æquale rectangulo ex secante in ejus portionem extra circulum. 2°. In eadem hypothesisi tangens est media proportionalis inter secantem & ejus portionem extra circulum.

In Algebra speciosa diametrum appellamus *a*, tangentem *b*. Cum hæc signa sint primitiva, perinde est sive diametrum *a*, sive 1, & num tangentem *b*, an vero 2 dicas, modo in calculo universalitatem conserves, ut in locum 2 quemcunque numerum alium surrogare possis, sive rationalem, sive irrationalem, sive integrum, sive fractum, qui in dato casu exprimit rationem ad diametrum tanquam unitatem.

Pona-



Tab. I. Ponamus porro problema 13 (§. 255 *Analys.*) solvendum esse per Algebram numerosam, sed universaliter, quemadmodum solvitur per speciosam. Solutio hæc erit:

fit  $AB + BC + CA = 6$   $AC = x$   
 Area  $\Delta = 2^2$ , erit  $BC + BA = 6 - x$   
 $AC^2 = x^2$

Cum sit  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  (§. 417 *Geom.*) &  $AB^2 + BC^2 = (AB + BC)^2 - 2AB \cdot BC$  (§. 216 *Aritm.*); erit  $AC^2 = (AB + BC)^2 - 2AB \cdot BC$  (§. 91 *Aritm.*). Est vero  $(AB + BC)^2 = 6^2 - 2 \cdot 6x + x^2$  &  $2AB \cdot BC = 4 \cdot 2^2$  (§. 392 *Geom.*). Quamobrem  $x^2 = 6^2 - 2 \cdot 6x + x^2 - 4 \cdot 2^2$

$$0 = 6^2 - 2 \cdot 6x - 4 \cdot 2^2$$

$$2 \cdot 6x = 6^2 - 4 \cdot 2^2$$

$$x = \frac{6}{2} - 2 \cdot \frac{2^2}{6}$$

Patet itaque hypotenusam trianguli rectanguli  $x$  esse æqualem excessui semiperimetri  $\frac{6}{2}$  supra tertiam proportionalem ad semiperimetrum  $\frac{6}{2}$  & latus quadrati 2 areae trianguli æqualis. Unde liquet, problema geometricè construi, si ad semiperimetrum & latus quadrati areae trianguli æqualis quæratür tertia proportionalis, & hæc ex semiperimetro auferatur.

Æquatio pro circulo erat  $y^2 = ax - x^2$ , ubi  $a$  diametrum denotat, sive igitur diametrum dicas  $a$ , sive 1 aut 2, modo observes ea, quæ ad

universalitatem calculi conservandam præcepimus; ex æquatione  $y^2 = ax - x^2$ , vel  $y^2 = 2x - x^2$  eadem erues, quæ paulo ante ex altera eruimus (§. 194).

Immo nondum invento calculo literali poterant quoque quantitates datæ exprimi literis, quibus in Geometria lineas indigitamus, veluti in exemplo primo.

Diameter = BE  $TB = x$  Tab. II.  
 radius = AC  $TC = AC + x$  Fig. 20.  
 tangens = AT  $TE = BE + x$

Unde resultat æquatio  
 $AC^2 + 2AC \cdot x + x^2 = AC^2 + AT^2$

$$2AC \cdot x + x^2 = AT^2$$

$$(BE + x) x = AT^2$$

h. e.  $TE \cdot TB = AT^2$   
 vel in problemate altero  
 Periph.  $\Delta = AB + BC + CA$   $AC = x$  Tab. I.  
 Area  $\Delta = DE^2$   $AC^2 = x^2$  Fig. 3.  
 $BC + CA = AB + BC + CA - x$  Analys.  
 Unde reperitur ut ante æquatio:  
 $x^2 = (AB + BC + CA)^2 -$   
 $2(AB + BC + CA)x + x^2 - 4DE^2$

$$0 = (AB + BC + CA)^2 - 2(AB + BC + CA)x - 4DE^2$$

$$2(AB + BC + CA)x = (AB + BC + CA)^2 - 4DE^2$$

$$x = \frac{1}{2}(AB + BC + CA) - 2DE^2 : (AB + BC + CA)$$

li 3.

Simi-

Tab. II. Similiter si diameter circuli dicatur  
Fig. 17. AB, semiordinata PM, abscissa AP;  
æquatio ad circulum est  $PM^2 = AB \cdot AP - AP^2$ :  
unde eadem deducuntur, quæ ex æquatione  $y^2 = ax - x^2$  de-  
duximus.

Talia monemus, ut appareat Veteribus plura in potestate fuisse, quam existimavere, propterea quod ad studium mathematicum non eam attentionem attulerunt, quam in superioribus commendavimus, ut methodos intimius perspiciamus, ea discernentes, quæ sunt legum methodi, ab iis, quæ characteristicæ tribuenda, & ut characteristicæ ubivis commodum faciamus usum: neque enim iidem characteres æque satisfaciunt in omni casu, sed alii aliis non sine utilitate haud raro substituuntur. Neque vero est, quod excipias, nos in calculo universali numeroso, & substitutis linearum appellationibus communibus, adhibere artificia ex characteristicâ, qua in Algebra speciosa utimur, petita; veluti dum potentias linearum designamus per exponentes, numeris vel literis majoribus quibus lineæ denotantur adscriptos instar apicum. Etenim hanc denotationem jam indicavit KEPLERUS in *Harmonica*, calculo literali adhuc ignorato, & per ea eadem patere poterat, quæ de natura numerorum cofficorum, quos vocat, tradidit STIFELIUS in *Arithmetica integra*, multo ante, quam VIETA de *Arithmetica literali* cogitaret, & HARIOT-

TUS atque CARTESIUS eandem ulterius perficerent. Et quamvis recentior characteristicâ commodior sit; ipsa tamen methodus per eam non variatur, quæ etiam absque omni characteristicâ subsistit: sit ita, quod, deficiente characteristicâ comoda, subinde tantæ suboriantur molestiæ, quas devorare non est cuiusvis, & ea requiratur attentio, ut ab errore immunem te præstes, quam non quivis afferre valet. Hæc ignorare non potest, qui ad characteristicam, qua hodie in *Arithmetica* utimur, eam attentionem attulerit, quam in superioribus commendavimus; & quæ acumen istud, quo ea quæ sunt legum methodi, ab iis quæ characteristicæ debentur separantur, confert.

§. 195. Circulus per æquationem algebraicam definiri potest, quia punctorum omnium M ad diametrum  
AB constans quædam relatio est, Tab. II.  
Fig. 17.  
quæ exprimitur per relationem semiordinatæ ad abscissam; demittendo scilicet ex puncto quolibet M perpendiculum PM in diametrum AB, ut abscindatur AP. Unde facile intelligitur idem succedere debere in aliis curvis ubi similis relatio obtinet. Quamobrem cum constet, APOLLONIUM de parabola, hyperbola, & ellipsi, seu sectionibus conicis, tale quid demonstrasse; statim prævidere licet methodum, qua in circulo usi sumus, in iisdem quoque adhiberi posse. Enimvero possunt puncta cur-  
væ

Tab. II.  
Fig. 21.

væ referri ad quamcunque aliam rectam positione datam: id quod cum usui sit in sequentibus, exemplo circuli hoc ipsum declarare lubet. Ducatur recta AL, quæ circum in C tangat; erit ea ad radium GC perpendicularis (§. 308 Geom.). Ducatur quoque DA, quæ circum tangit in D, adeoque ad radium DG perpendicularis (§. cit.); cum etiam CG sit perpendicularis ad GD (§. 143, 78 Geom.), erit AL diametro DE parallela (§. 258 Geom.), & AD ad eandem perpendicularis (§. 230 Geom.), adeoque semiordinata (§. 370 Analys.). Ducatur semiordinata alia quæcunque PM, continuanda donec diametro DE in Q occurrat; erit MQ ad DE perpendicularis. Sit AC=DG=a, AP=x, PM=y; erit QM=a-y; adeoque per naturam circuli, cum sit

$$QM^2 = DQ \cdot QE$$

$$\text{erit, } a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$$

Quæ æquatio circum definit respectu tangentis AL.

Fiat jam x=0, erit

$$a^2 - 2ay + y^2 = 0$$

$$\underline{a - y = 0}$$

$$a = y$$

hoc est, in origine abscissæ A semiordinata AD est radio circuli æqualis.

Sit x=a, erit

$$a^2 - ay + y^2 = 2a^2 - a^2$$

$$= a^2$$

$$\underline{y^2 - ay = 0}$$

$$\underline{y - 2a = 0}$$

$$y = 2a$$

hoc est, semiordinata CN diametro circuli æqualis, seu perpendicularis CN ad AC curvæ in N occurrit.

Sit x=2a, erit

$$a^2 - 2ay + y^2 = 4a^2 - 4a^2$$

$$= 0$$

$$\underline{a - y = 0}$$

$$a = y$$

hoc est semiordinata LE radio circuli æqualis.

Quodsi quæratur recta GM, cum sit per theorema Pythagoricum

$$GM^2 = MQ^2 + QG^2$$

$$\text{erit } GM^2 = 2a^2 - 2ay + y^2 - 2ax - x^2$$

est vero ex natura curvæ

$$a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$$

$$\text{Ergo } GM^2 = a^2$$

$$\underline{GM = a}$$

Quare si ponamus, nos ignorare, ad quam curvam sit æquatio; patet hinc eam esse ad circum.

Nimirum quando ex æquatione data eruuntur, quæ de curva cognosci possunt, tum semper supponitur, non constare, ad quamnam curvam sit æquatio. Quodsi semicirculus DNE ad rectam AL referretur, semiordinata PO foret y, adeoque QO=y-a. Quamobrem cum eadem prodiret, quæ ante æquatio; alterum ejus membrum a^2-2ay+y^2 duas habet radices a-y & y-a: id quod indicio est, semiordinatam recta AC & minorem, & majorem esse posse; consequenter ex ipsa æquatione intelligitur.

gitor, curvam a femiordinata secari in duobus punctis. Quoniam itaque in C eandem nonnisi in uno puncto N secat; id indicio est, quod in C eandem tangat. Similiter quia in A & L femiordinata nonnisi unum valorem habet; hinc conficitur, quod femiordinatæ AD & LE curvam similiter tangere debeant. Unde liquet curvam esse in se redeuntem, & ejus puncta referri ad lineam, quæ tota extra curvam cadit, ab ea tamen non distat. Distantia enim a tota curva æstimatur ex perpendiculari minima, quæ hic nulla est.

Suadendum omnino est, ut tyrones notent, quomodo curvæ agnoscantur, & a se invicem distinguantur; nimirum relatione punctorum ad rectam quandam positione datam, & circulum referant ad varias rectæ positiones, ut totius methodi vim ac potestatem rectius ac intimius perspiciant. Hoc enim pacto non modo nihil difficultatis habebit, quod in capite præsentis occurrit; verum etiam doctrina de Locis geometricis, quæ omnem rectæ illius positionem possibilem supponit, non perturbabit tyronem. Immo in genere notandum est, si ad maxime obvia & notissima applicentur methodi novæ, in quas incidimus; haud raro talia offerri, circa quæ hærent etiam exercitationes, ubi in applicatione methodi ad nondum cognita occurrunt. Exemplum suppeditat æquatio, quam

modo dedimus pro circulo  $a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$ . Etenim si sumis, cam explicare relationem quadrantis DMC ad rectam AC, & ponis AP = AC, seu  $x = a$ , per ea, quæ vidimus in æquatione præcedente (§. 193), prodire debere videtur  $y = 0$ . Unde miraris, ubi prodit  $y = 2a$ . Verum enimvero ubi consideras, æquationem  $a^2 - 2ay + y^2$  habere duas radices, alteram nimirum  $a - y$ , alteram  $y - a$ , & priori respondere QM, posteriori autem QO; hinc disces, per æquationem  $a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$  tam semicirculi superioris DNE, quam inferioris DCE ad rectam AL relationem exprimi; consequenter in puncto C, ubi valor unus ipsius PM sive  $y = 0$ , etiam prodire debere valorem alterum ipsius  $y = 2a$ , recta nimirum PO in CN degenerante. Quod si tale quid occurreret in tractatione æquationis, cui, quamquam curva respondeat, adhuc ignoratur; unde hoc fiat, non adeo facile animadverteres, & multum omnino olei ac operæ perderes, antequam ex perturbatione eluctari valeres. Similiter ubi ponis  $x = 0$  &  $x = 2a$ , prodit  $a^2 - 2ay + y^2 = 0$ , adeoque  $y - a = 0$  &  $a - y = 0$ , quæ utraque æquatio dat eundem valorem nempe  $y = a$ . Unde vides, in contactu D & E, duas radices æquales habere æquationem; quemadmodum deinceps supponitur in methodo tangentium, & sine quo principio CARTESIUS ad methodum suam tangentium non pervenisset. Non

Non addimus plura, cum hætenus dicta abunde sufficiant ad persuadendum utilitatem meditationis eorum, quæ nobis notissima sunt, ut eorundem ope detegantur alia, quorum alias cogitatio animum nunquam subiisset.

§. 196. Quodsi hanc methodum, quam adeo foecundam experiris in circulo, etiam ad curvas alias, quas tractarunt Veteres, applicare volueris; non omnes promiscue per æquationes definiri posse animadvertes, ubi eodem modo puncta eorum refers ad rectam quandam positione datam. Non succedet in Spiralibus ARCHIMEDIS, nec in Quadraticæ DINOSTRATIS, quemadmodum sub finem capitis videbimus. Quoniam itaque ex iis, quæ de circulo diximus, & per sectiones conicas confirmantur, didiceris, quod æquatio curvam definiens supponat constantem relationem puncti cujuslibet ad eandem rectam positione datam; hinc utique patet, non dari posse æquationem ad curvam, cujus puncta ad rectam positione datam constantem relationem minime habent. Atque adeo non miraberis, nec hærebit aqua, ubi curva offertur, quæ per istiusmodi æquationem explicari nequit. Et patet ratio, cur CARTESIUS curvas distinxerit in algebraicas & non algebraicas, quarum illas vocat geometricas, has vero mechanicas; propterea quod existimavit, illas solas in Geometriam recipi posse,  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

has vero ex eadem excludi debere; quod ignoravit æquationes differentiales, de quibus dicemus in Analyfi infinitorum, & quarum ope non minus algebraice tractantur curvæ, quæ a CARTESIO mechanicæ appellantur, quam quas geometricas appellat. Et sic patet ratio divisionis Curvarum in algebraicas & transcendentis, quam tradimus (§. 377, 380 *Analyf.*)

§. 197. Notandum vero est artificium, quo æquatio curvæ particularis reducitur ad generalem, quæ infinitas curvarum species sub se comprehendit: id quod fit exponentium indeterminatorum surrogatione in locum determinantum: quo artificio jam usi sumus in anterioribus, veluti in theoremate generali de binomio ad dignitatem quamcunque evehendo (§. 95 *Analyf.*). Probe quoque notandum est, quod in istiusmodi æquationibus observanda sit lex homogeneorum, quæ præcipit, ut termini singuli æquationum habeant dimensiones numero æquales, hoc est, ut unus valor prodeat, ductis tot rectis in se invicem, quot in se invicem sunt ducendæ, ut prodeat quilibet alter. Etsi enim in Geometria non detur magnitudo, quæ ultra solidum, quod trium dimensionum est & tribus rectis in se invicem ductis resultat, assurgit; in Algebra tamen fictione non inutili admittuntur hypersolida, quæ ductu quotlibet rectarum in se invicem in infinitum resultant. Nititur hæc fictio principio,

pio, quod inter duas lineas infinitæ cadere possint lineæ mediæ continue proportionales, quemadmodum ex genesi potentiarum in infinitum progredientium liquet; veluti si ponas numeros in progressionem geometricam 1, 2, 4, 8, 16, 32, &c. in infinitum, hoc est 1, 2<sup>1</sup>, 2<sup>2</sup>, 2<sup>3</sup>, 2<sup>4</sup>, 2<sup>5</sup>, &c. in infinitum; ubi inter 1 & 2<sup>2</sup> una, inter 1 & 2<sup>3</sup> duæ, inter 1 & 2<sup>4</sup> tres, inter 1 & 2<sup>5</sup> quatuor cadunt numeri mediæ continue proportionales, & sic porro in infinitum. Etsi enim hic numeri omnes, quorum ductu in se invicem resultant termini posteriores, sint inter se æquales; constat tamen, vel ex Geometria elementari, (in qua v. gr. rectangulum reducitur ad quadratum eidem æquale, & parallelepipedum ad cubum sibi æqualem,) ea, quæ ductu linearum inæqualium in se oriuntur, reduci posse ad talia, quæ oriuntur ductu totidem æqualium in se invicem. Sufficiant hæc in gratiam tyronum dicta, ut ipsi aliqua lux affundatur in considerandis hypersolidis, quæ Algebra admittit. Inprimis autem attentionem meretur æquatio, quæ eminenter continet omnes æquationes ad algebraicas curvas. Etenim in eo latent tria artificia, nimirum 1<sup>o</sup>. quod æquationis alterum membrum sit nihilum, de quo artificio jam supra diximus (§. 189); 2<sup>o</sup>. quod terminus unus repræsentet in casu particulari plures, ut adeo coëfficientes explicandi sint non uno, sed diversis modis, 3<sup>o</sup>. quod

in æquatione nulla habeatur ratio signorum, quæ in particularibus variant æquationibus, sed termini omnes afficiantur signo +, ne opus sit plures formare æquationes generales, ubi omnes particulares sub una comprehendi possunt, quod sane artificium maximi faciendum. Enimvero ut applicatio formulæ generalis manifesta evadat, lubet eam applicare ad circulum. Æquatio generalis est:

$$ay^m + bx^n + cy^r x^s + df = 0$$

Æquatio ad circulum:

$$y^2 + ax - x^2 = 0$$

Vides hic abesse  $xy$ , nec ullum adest membrum constans ex mere cognitis, adeoque  $cy^r x^s + df = 0$ , consequenter formula generalis contracta hæc relinquitur:

$$ay^m + bx^n = 0$$

Est igitur

$$\frac{ay^m}{bx^n} = y^2$$

$$\text{adeoque } a = 1$$

$$m = 2$$

Porro

$$\frac{bx^n}{bx^n} = \frac{+ax}{-x^2}$$

$$\text{adeoque } b = a, n = 1 \quad b = -1, n = 2$$

Docet adeo hoc ipsum exemplum, quomodo terminus unus in generali comparetur cum pluribus in particulari, ut coëfficientes indeterminati in generali determinantur ex particulari. Patet etiam, quomodo signum + in formula generali non obstet, quo minus coëfficiens negativus

vus determinetur ex particulari, dum hic reperitur  $b = -1$ . Habet nimirum  $b$  in casu præsentis valorem duplicem, alterum positivum  $+a$ , alterum negativum  $-1$ .

§. 198. Qui quæ de circulo diximus probe perpendit, ei non hærebit aqua circa ea, quæ de sectionibus conicis aliisque curvis in præsentis capite, & de locis geometricis in sequente demonstrantur. Incepimus a parabola, quæ est sectionum conicarum simplicissima. Æquatio ejus  $y^2 = ax$ . Quodsi fiat

$$\begin{array}{r} x = 0 \\ \hline \text{erit } y^2 = 0 \\ \hline y = 0 \end{array}$$

Tab. II. Fig. 22. Atque adeo patet 1°. in origine abscissæ A curvam secare rectam datam, ad quam refertur, AX.

Sit alia abscissa  $AP = v$ , eidem respondens semiordinata  $PM = z$ , erit  $z^2 = av$ .

$$\begin{array}{r} \text{Ponamus } v > x \\ \hline \text{erit } av > ax \\ \text{adeoque } z^2 > y^2 \\ \hline z > y \end{array}$$

2°. Crescentibus adeo abscissis, semiordinatæ quoque crescunt; consequenter curva in infinitum continuari potest, & ab axe AX continuo magis magisque recedit.

$$\begin{array}{r} \text{Si fiat } x = a \\ \hline \text{erit } y^2 = a^2 \\ \hline y = a \end{array}$$

3°. Quando igitur abscissa parametro æqualis, etiam semiordinata eidem æqualis est, consequenter si abscissa parametro æqualis, semiordinata & abscissa æquales sunt.

$$\begin{array}{r} \text{Sit } y = \frac{1}{2}a \\ \hline \text{erit } ax = \frac{1}{4}a^2 \\ \hline x = \frac{1}{4}a \end{array}$$

4°. Si ergo semiordinata semiparametro æqualis, quarta diametri parte a vertice A seu origine sua distat.

Quodsi æquationem ad parabolam cum æquatione pro omnibus curvis algebraicis conferre volueris; cum hæc sit:

$$ay^m + bx^n + cy^r + dx^s + df = 0$$

pro parabola vero

$$y^2 - ax = 0$$

& in hac deficiat  $xy$  & terminus constans ex mere cognitio respondens ipsi  $df$ , æquatio generalis contrahitur in

$$\text{estque } \begin{array}{r} ay^m + bx^n = 0 \\ \hline ay^m = y^2 \quad bx^n = -ax \end{array}$$

adeoque  $a=1, m=2, b=-a, n=1$

Hæc addere libuit, ut appareat, eodem modo tractari posse æquationem ad parabolam, qua tractavimus æquationem ad circulum. Cetera enim patent per resolutionem problematum in hoc capite propositorum.

§. 199. De methodo tangentium, qua utimur problematis 181, 189, 208, (§. 410, 440, 491 *Analys.*), quædam adhuc annotanda sunt. Tangentes curvarum facillime determinantur per calculum differentialem, quemadmodum in *Analysi* infinito- rum docemus. Quoniam vero sectiones conicas referre minime licet ad diametrum, nisi præsupposita tangente, cui semiordinatæ sunt parallelæ & quæ ex puncto contactus ducitur; ideo necessarium fuit tangentem determinari per Algebram communem. Adhibuimus itaque methodum CAR- TESII, quæ nititur hoc principio, quod in contactu duæ radices evadant æquales: id quod superius in Tab. II. circulo reperimus (§. 195). Pona- *Fig. 23.* mus enim rectam TR secare curvam in M & N; evidens est, quod, si abscissæ AP & AQ dicantur  $x$ , eisdem respondere duas semiordinatas PM & QN, per quas  $y$  in æquatione explicari potest. Ducatur alia  $tr$ , quæ eandem curvam secat in punctis  $m$  &  $n$ : habebimus denuo duas semiordinatas  $pm$  &  $qn$ , per quas explicatur  $y$  in æquatione data. Patet autem abscissam unam PM continuo crescere, & alteram QN continuo decrescere, donec punctis M & N in contactu coincidentibus, in æquatione data una alteri fiat æqualis. Ad hæc qui animum advertit, nullo negotio deprehendet, quomodo ad methodum istam pervenire licuerit. Patebit autem suo loco, subtangentem per hanc

methodum prodire eandem in sectionibus conicis, quæ invenitur per calculum differentialem. Etsi autem hæc methodus videatur universalis, ad tantas tamen in curvis altioribus calculi perplexitates deducit, quæ vix videntur superabiles. Unde in ea perficienda plurimum desudarunt Geometræ, donec tandem ope calculi differentialis obtentum fuerit quod quærebatur.

§. 200. In Ellipfi  $ay^2 = abx - bx^2$  (§. 420 *Analys.*). Quodsi hic ponas

$$\begin{array}{l} x = 0 \\ \hline \text{erit } ay^2 = 0 \\ \hline y^2 = 0 \\ \hline y = 0 \end{array}$$

Quamobrem patet, 1°. in origine abscissarum curvam secare rectam positione datam, ad quam refertur.

$$\begin{array}{l} \text{Si fiat } x = a \\ \hline \text{erit } ay^2 = a^2b - a^2b \\ \hline = 0 \end{array}$$

adeoque denuo  $y = 0$

Unde liquet, 2°. curvam quoque secare rectam, ad quam refertur, si abscissa fit datæ  $a$  æqualis, adeoque concavitatem obvertere eidem rectæ: ex quo porro sequitur, cum ex altera parte eodem modo sese habeant, quæ modo reperimus, curvam esse in se redeuntem.

Fiat



Fiat  $b = a$   


---

erit  $ay^2 = a^2x - ax^2$   


---

 $y^2 = ax - x^2$

3°. Æquatio adeo ad ellipsin degenerat in æquationem ad circulum, ut circulus pro specie quadam ellipseos haberi possit, nactus nomen ellipseos æquilateræ, nisi jam antea nomine circuli insignita fuisset hæc curva.

Quodsi  $a$  ponatur infinita, erit in æquatione ad ellipsin

$$\frac{bx^2}{a} = 0$$

adeoque  $y^2 = bx$

Cum adeo æquatio ad ellipsin degeneret in æquationem ad parabolam, ideo liquet 4°. In locum ellipseos, cujus axis infinitus est, surrogari posse parabolam eandem cum ellipsi parametrum habentem.

Quodsi quis hæreat in infinitate axis elliptici, & in eo, quod hinc colligatur  $\frac{bx^2}{a} = 0$ ; is evolvat, quæ in Ontologia de infinito mathematico demonstravimus.

§. 201. Eodem modo in hyperbola quoque generalia quædam ex æquatione ejus colliguntur. Æquatio ad hyperbolam est:  $ay^2 = abx + bx^2$ , seu

$$y^2 = bx + \frac{bx^2}{a}$$

Sit  $x = 0$

erit  $y^2 = 0$

$y = 0$

Patet ergo 1°. in origine abscissarum curvam secare rectam positione datam; ad quam ea refertur.

Sit  $x = a$

erit  $y^2 = ab + a^2b : a$   
 $= ab + ab = 2ab$

$y = \sqrt{2ab}$

Unde liquet 2°. si abscissa fuerit axi transverso æqualis, semiordinatam fore mediam proportionalem inter axem transversum & duplam parametrum.

Sit  $x = b$

erit  $y^2 = b^2 + \frac{b^3}{a}$

$y = \sqrt{b^2 + \frac{b^3}{a}}$

Patet adeo 3°. si abscissa fuerit parametro æqualis, semiordinatam esse mediam proportionalem inter parametrum & compositam ex parametrum & tertia proportionali ad axem transversum & parametrum.

Sit alia abscissa  $v$ , alia semiordinata eidem respondens  $z$ ; erit per naturam curvæ

$$z^2 = bv + \frac{bv^2}{a}$$

Quare si  $v > x$

$$\text{erit } \frac{bv}{a} > \frac{bx}{a}$$

$$\frac{bv + \frac{bv^2}{a}}{a} > \frac{bx + \frac{bx^2}{a}}{a}$$

$$\frac{y^2}{a} > \frac{z^2}{a}$$

$$y > z$$

Patet itaque 4°. crescente abscissa crescere semiordinatam; adeoque curvam continuo magis magisque ab axe recedere; consequenter in infinitum continuari.

Quodsi æquationem pro hyperbola cum generali pro omnibus algebraicis conferre volueris; cum sit

$$ay^m + bx^n + cx^r y^s + df = 0$$

$$ay^2 - abx - bx^2 = 0$$

$$\text{erit } cx^r y^s + df = 0$$

$$ay^m = ay^2$$

$$a = a, m = 2$$

$$\frac{bx^n}{a} = -\frac{abx}{a} \quad \frac{bx^n}{a} = -\frac{bx^2}{a}$$

$$b = -ab, n = 1 \quad b = -b, n = 2$$

Reliqua in ipsa Analyfi reperiuntur.

§. 202. Enimvero applicemus eandem methodum ad æquationem pro hyperbola intra asymptotos. Quoniam  $xy = ab$ ,

$$\text{erit } x = \frac{ab}{y}$$

$$\text{Fiat } x = 0$$

$$\text{erit } \frac{ab}{y} = 0$$

adeoque,  $y = \text{infin.}$

Patet itaque 1°. in origine abscissarum semiordinatam esse infinitam.

Similiter cum fit  $y = \frac{ab}{x}$

Si ponamus  $x = \text{infin.}$

$$\text{erit } \frac{ab}{x} = 0$$

adeoque  $y = 0$

Unde liquet 2°. rectam, in qua sumuntur abscissæ cum curva non concurrere nisi intervallo infinito, seu ab eadem non distare nisi intervallo infinite parvo; quatenus  $a$   $b$  quantitas ordinaria per infinitam divisa dat particulam infinite parvam, quæ respective nihilum est.

Sit jam alia abscissa  $v$ , semiordinata alia  $z$ ; erit per naturam curvæ

$$z = \frac{ab}{v}$$

Ponamus  $v > x$

$$\text{erit } \frac{ab}{v} < \frac{ab}{x}$$

adeoque  $z < x$

Videmus ergo 3°. crescente abscissa decrescere semiordinatam; consequenter lineam curvam continuo magis magisque ad eam appropinquare rectam, in qua sumuntur semiordinatæ.

Quoniam itaque hæc cum curva non concurrat nisi infinito intervallo, aut potius ab eadem non distat nisi quantitate infinite parva, quando illa

illa in infinitum continuatur (vi num. 2); & in origine abscissarum semiordinata infinita (vi num. 1); curva continetur inter duas rectas, quæ in infinitum excurrunt, & ad quas curva continuo propius propiusque accedit, nunquam tamen easdem secat. Continetur adeo inter asymptotos. Ex hoc exemplo apparet, quomodo ex æquatione colligatur, quod curva, quæ per eam definitur, habeat asymptotos.

§. 203. Sed demus etiam exemplum in curva quadam superioris generis, cujus æquatio perplexa videtur. Sit itaque  $x^4 + 2bx^3 + y^2x^2 + b^2x^2 = a^2b^2 + 2a^2bx + a^2x^2$ , quam invenimus pro Conchoide prima five superiore (§. 538 Anal.); erit

$$y^2x^2 = a^2b^2 + 2a^2bx + a^2x^2 - x^4 - 2bx^3 - b^2x^2$$

$$y^2 = \frac{a^2b^2}{x^2} + \frac{2a^2b}{x} + a^2 - x^2 - 2bx - b^2$$

Fiat  $x = 0$

erit  $x^2 - 2bx = 0$

$$\frac{a^2b^2}{x^2} + \frac{2a^2b}{x} = \frac{a^2b^2}{0^2} + \frac{2a^2b}{0} = \text{infin.}$$

adeoq;  $a^2 - b^2 = 0$ , respectu  $\frac{a^2b^2}{0^2} + \frac{2a^2b}{0}$

Quare  $y^2 = \text{infin.}$

$y = \text{infin.}$

Patet itaque 1°. in origine abscissarum semiordinatam esse infinitam, consequenter curvæ asymptotum,

Fiat  $x = a$

erit  $y^2 = \frac{a^2b^2}{a^2} + \frac{2a^2b}{a} + a^2 - a^2 + 2ab - b^2$

$= b^2 + 2ab + a^2 - a^2 - 2ab - b^2$

$= 0$

$y = 0$

Quando igitur 2°. abscissa fit ipsi æqualis, semiordinata nulla est, adeoque curva rectam, in qua sumuntur abscissæ, secat.

Quoniam  $y$  ex infinita nulla evadit, dum  $x$  ex nihilo degenerat in  $a$ ; necesse est 3°. crescente abscissa decrescere semiordinatam.

Quia  $y^2 = \frac{a^2b^2}{x^2} + 2\frac{a^2b}{x} + a^2 - x^2 - 2bx - b^2$

$= (\frac{ab}{x} + a)^2 - (x + b)^2$

$y = \sqrt{((\frac{ab}{x} + a)^2 - (x + b)^2)}$

Est igitur  $y$  latus trianguli rectanguli, cujus hypotenusa componitur ex  $\frac{ab}{x}$  &  $a$ , crus unum vero ex  $b$  &  $x$ . Unde liquet, 4°. Si semiordinata infinita dicatur regula, recta  $b$  distantia poli a regula, recta vero  $a$  distantia verticis a regula, quemadmodum termini in Conchoide recepti sunt (§. 535 Anal.); semiordinatam esse crus trianguli rectanguli, cujus hypotenusa componitur ex tertia proportionali ad abscissam (ejus origine in regula constituta), distantiam regulæ a vertice & ejusdem

a polo distantiam, atque distantia ejusdem regulæ a vertice, cuius vero alterum ex abscissa & distantia regulæ a polo.

Tab. II. Hinc 5°. ex data abscissa BP, Fig. 24. distantia regulæ a polo BC, & a vertice BA, reperitur semiordinata PM, si ex P intervallo BA interfecetur regula in O, & recta PO producat, donec perpendiculari CH in polo erecta in H occurrat; tandemque intervallo CH interfecetur PM ad AB perpendicularis in M.

Quoniam enim  $PB = x$ ,  $PO = a$ ,  $BC = b$ ; erit  $OH = \frac{ab}{x}$ , consequenter

$$PH = \frac{ab}{x} + a, \text{ trianguli rectanguli}$$

PCH hypotenusa. Quamobrem cum porro sit  $CP = b + x$ ; erit  $CH = \sqrt{\left(\frac{ab}{x} + a\right)^2 - (b + x)^2} = y$ ,

consequenter quia  $PM = CH$ ; erit PM semiordinata quæ sita. Quod si fiat  $CL = PB$  &  $CN = BA$ , ac LN ad BC perpendicularis; recta CN producta statim resecabit semiordinatam PM.

Manifestum itaque est, quomodo ex æquatione eruatur modus determinandi geometrice punctum curvæ respondens cuilibet abscissæ, quamvis æquatio primo intuitu videatur admodum perplexa. Ceterum in applicatione methodi generalis adhibentur varia artificia, ex anterioribus equidem nota, quæ tamen tyroni

non statim succurrunt. Quamobrem hinc elucescit, quod jam læpe inculcavimus, artem exercendam esse per exempla, non per regulas particulares: etsi particulares annotandæ sint, ubi occurrunt; ut tanto facilius succurrant, quando denuo iisdem opus habemus. Non addimus de conchoide alia, quæ ex ejus æquatione deduci poterant, ne simus justo prolixiores.

§. 204. Etsi ex dictis appareat, ductum curvæ hac methodo facillime indagari posse, ut de reliquis taceamus; non tamen existimandum est, idem in qualibet promiscue curva eadem facilitate succedere. Etenim si in æquationibus altioribus occurrunt termini, quos duæ indeterminatæ ingrediuntur, nec earum separatio in promptu est, quemadmodum vidimus in conchoide (§. 203); hærebit aqua. Sit ex. gr.  $y^3 - axy = x^3$ . Quod si ponamus  $x = a$ , prodibit  $y^3 - a^2y = a^3$ , æquatio cubica affecta, ex qua radicis extractio difficilis & cujus constructio geometrica per inferiora demum patet. Similiter, quamvis per calculum algebraicum, quæ quærentur, haud raro mira facilitate eruantur, quemadmodum supra vidimus in circulo (§. 193), & plurima capituli præsentis problemata loquuntur, quæ de sectionibus conicis proposuimus; subinde tamen calculus prolixus & intricatus evadit, prouti videre licet in probl. 193, 195, 209, (§. 449, 454, 492 *Analys.*)

§ 205.

§. 205. Nos sectiones conicas consideravimus in plano & æquationes assumimus, quæ eas definiunt. Hinc vero nondum constat, curvas istas esse sectiones conicæ, nisi supponas theoriam sectionum conicarum a Veteribus traditam, tanquam cognitam. Quamobrem consultum esse duximus analytice demonstrari, sectione conicæ prodire has ipsas curvas, quas in plano consideravimus, & quarum descriptiones, proprietates aliaque symptomata ex æquationibus assumptis deduximus (§. 511 & seqq. *Anal.*). Poteramus æquationes, quas assumimus, eruere ex proprietatibus, quas ex sectione conicæ derivavimus: sed cur hoc minime fecerimus, jam monuimus (§. 514 *Anal.*). Ex. gr. pro parabola ex sectione conicæ deduximus.

$$y^2 : q^2 = x : z$$

ubi  $y$  &  $q$  denotant semiordinatas,  $x$  &  $z$  autem ipsis respondentibus abscissas.

Quoniam etiam est

$$y^2 : x = q^2 : z$$

$$\text{erit } y^2 : ax = q^2 : az;$$

Quare si ponamus, constantem  $a$  talem assumi, ut sit  $y^2 = ax$ ; evidens est fore etiam  $q^2 = az$ , atque adeo in omni puncto curvæ esse quadratum semiordinatæ æquale rectangulo ex abscissa in eandem rectam constantem. Posse autem  $a$  talem assumi, ut sit  $y^2 = ax$  patet, quia  $a$  tertia proportionalis est ad abscissam & semiordinatam. Idem etiam hoc

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

modo patere poterat. Si alternando esse debet  $y^2 : x = q^2 : z$  (§. 173 *Arithm.*) cum ratio non sit nisi homogeneorum (§. 126 *Arithm.*)  $x$  &  $z$  denotare debent rectangula, quorum latus unum unius est  $x$ , latus unum alterius  $z$ , latus vero alterum unitas seu recta, quæ pro unitate sumitur (§. 375 *Geom.*), utique eadem utrobique (§. 178 *Arithm.*). Quodsi ergo hæc recta efficere debet rectangulum  $x$ , æquale quadrato  $y^2$ , unitas ista degenerare debet in tertiam proportionalem ad  $x$  &  $y$ , quam fore eandem cum tertia proportionali ad  $q$  &  $z$  per modo demonstrata patet. Unde manifestum est, æquationem ad sectionem conicæ præsentem esse  $y^2 = ax$ , aut, si  $a = 1$ ,  $y^2 = x$ . Notandum adeo hic est, si in æquationibus non appareat lex homogeneorum observata, termini pauciorum dimensionum coefficientem esse unitatem, seu rectam quandam determinatam, quæ pro unitate sumitur. Cum autem quælibet recta pro unitate assumi possit, unitatem esse eandem non sumendum, sed demonstrandum est. Ita sumere licet  $y^2 = x$ , ubi coefficientens ipsius  $x$  est 1; sumere quoque licet  $q^2 = z$ , ubi coefficientens ipsius  $z$  est 1. Enimvero non licet sumere coefficientens ipsarum  $x$  &  $z$  esse æquales; sed hoc demonstrandum, quemadmodum ex modo dictis claret. Nihil hic supponitur, quod non sit ex notione numeri rationalis integri manifestum, quem in communi Arithmetica

metica practica consideramus; modo ad communia perpendenda omnem attentionem afferamus: qua neglecta, haud raro hærent tyrones, ubi sumuntur quæ per ea patent, & ad ardua magis applicantur; nisi fide Mathematicorum tanquam vera admittere velint, quorum rationem minime capiunt.

§. 206. Id quoque notandum est, in æquationibus, per quas definiuntur curvæ, originem abscissarum non semper assumendam esse in aliquo curvæ puncto, etiam si recta, ad quam curva refertur, eandem secat vel tangit; sed eandem esse posse quodvis punctum aliud in eadem recta assumtum. Ita ex. gr. in circulo, si peripheriæ puncta referuntur ad diametrum AB, origo abscissarum statui potest in centro C, ut sit PC = x, PM = y & radius AC = MC = a. Quoniam enim  $MC^2 = PM^2 + PC^2$  (§. 417 *Geom.*); habebimus  $a^2 = y^2 + x^2$ , adeoque  $y^2 = a^2 - x^2$ ; quæ æquatio non minus circulum definit, quam altera, quam supra dedimus, & unde circuli genesin atque proprietates, cum aliis symptomatis, deduximus (§. 193). Atque ex hac æquatione eadem deducere licet, quæ ibidem ex altera deduximus, si tanquam data supponatur, ut adhuc ignoretur, ad quamnam curvam ea sit. Etenim si hic ponas

$$\begin{array}{r} x^2 = 0 \\ \hline \text{erit } y^2 = a^2 \\ \hline y = a. \end{array}$$

Unde liquet 1<sup>o</sup>. in origine abscissarum semiordinatam esse constanti a æqualem.

Si vero ponas  $x = a$

$$\begin{array}{r} \text{erit } y^2 = a^2 - a^2 \\ \hline = 0 \\ \hline y = 0 \end{array}$$

Unde patet 2<sup>o</sup>. si abscissa fiat semiordinatæ, quæ in origine abscissarum est (*vi num. 1*), æqualis, curvam secare rectam positione datam, ad quam refertur.

Quoniam  $a^2 = y^2 + x^2$ ; ideo liquet, 3<sup>o</sup>. Hypothenusam trianguli rectanguli, cujus crura sunt abscissa & semiordinata, ad quodvis punctum curvæ esse eandem; consequenter cum hæc hypothenusa constanter ex origine abscissarum ducatur, rectas omnes ex origine abscissarum ductas ad curvam esse inter se æquales. Æquatio adeo nos deducit ad genesin circuli non minus, quam ad definitionem ejus nominalem; & ubi definitio circuli ex elementis nota supponitur, hinc discimus, æquationem esse ad circulum. Immo potest origo abscissarum etiam extra centrum statui, veluti in L, ubi AL Tab. II. constans est, & abscissa LP. Fig. 21. Sit enim AL = b, AB = a, LP = x, PM = y, erit AP = b + x, PB = a - b - x, consequenter ob

$$\begin{array}{l} PM^2 = AP \cdot PB \\ y^2 = ab - b^2 + ax - 2bx - x^2 \end{array}$$

Quodsi

Quodsi hic ponas

$$x = 0$$

$$\text{erit } y^2 = ab - b^2$$

$$y = \sqrt{ab - b^2}$$

Unde liquet, 1<sup>o</sup>. in origine abscissarum semiordinatam esse mediam proportionalem inter rectam quandam constantem  $b$  & differentiam ejus a constante alia  $a$ .

Quodsi fiat

$$x = a$$

$$\text{erit } y^2 = ab - b^2 + a^2 - 2ab - a^2 = -ab - b^2$$

Patet itaque 2<sup>o</sup>. abscissam nunquam fieri posse ipsi  $a$  æqualem, sed semper eadem minorem esse debere.

$$\text{Sit } x = a - b$$

$$\text{erit } y^2 = ab - b^2 - 2ab + 2b^2 + a^2 - ab - a^2 + 2ab - b^2$$

$$y^2 = 0$$

$$y = 0$$

Patet adeo, 3<sup>o</sup>. si abscissa fiat differentie quantitatum constantium æqualis, curvam secare rectam positione datam.

$$\text{Sit } x = \frac{1}{2}a - b$$

$$\text{erit } y^2 = ab - b^2 - ab + 2b^2 + \frac{1}{4}a^2 - ab - \frac{1}{4}a^2 + ab - b^2$$

$$y^2 = \frac{1}{4}a^2$$

$$y = \frac{1}{2}a$$

Videmus itaque 4<sup>o</sup>. si abscissa fiat  $\frac{1}{2}a - b$ , semiordinatam esse  $= \frac{1}{2}a$ .

Quodsi ponamus

$$b = 0$$

$$\text{erit } y^2 = ax - x^2$$

Æquatio igitur degenerat in æquationem ordinariam pro circulo (§. 193).

Licet etiam originem abscissarum statuere extra circulum, veluti in N, ut sit, NP =  $x$ , adeoque si NA =  $b$ , AP =  $x - b$ . Et similiter abscissas computare licet in aliqua a centro C distantia, ut earum origo vel sit inter A & C, vel inter C & B. Hæc si notent tyrones, in doctrina de locis geometricis & constructione æquationum altiorum nihil prorsus sentient difficultatis. Patebit etiam, quomodo ad formulas generales plana sit via. Quæ vero hic annotamus de relatione curvarum ad rectam, quæ curvam in puncto quodam secat, eadem quoque locum habent, ubi eandem referre libuerit ad rectam extra curvam quomodocunque sitam. Nec oleum atque operam perdunt tyrones, si in omni casu possibili æquationem ad circulum investigent, ut methodum definiendi curvas per æquationem intimius inspiciant beneficio exempli omnium facillimi & notissimi, idem imitaturi in curvis aliis, quod in circulo fecere.

§. 207. Enimvero abunde ea docuimus, quæ in hac methodo lucem accendunt tyronibus, ne in tenebris

Tab. VI.  
Fig. 67.  
Algeb.

bris palpitent ad magis ardua progressi, quemadmodum vulgo accidere solet. Sed dicenda quoque nonnulla sunt de lineis non algebraicis, quarum nonnullæ sub finem capitis definiuntur. Definimus Quadratricem *DINOSTRATIS*, per  $ay = bx$ , ubi  $x$  denotat arcum *AN*,  $a$  Quadrantem *AB*,  $b$  radium *AC*, &  $y$  portionem radii *AP*, quæ ad radium eandem rationem habet, quam habet arcus *AN* ad Quadrantem. Quamobrem etsi æquatio alias definiat triangulum rectangulum æquicrurum; consequenter in ea spectetur relatio rectæ, quæ hypotenusa est ad crus unum, in quo sumuntur abscissæ; præsentem tamen in casu æquatio, quæ eadem videtur, prorsus diversa est. Etenim in casu priori, quando est ad triangulum rectangulum æquicrurum,  $a$  &  $x$  denotant lineas rectas; in posteriori autem, quando ad Quadratricem est,  $a$  designat quadrantem,  $x$  arcum circuli quadrante minorem. Æquatio igitur algebraica non est; nisi cum in ea singulæ literæ denotent totidem rectas. Hoc tamen non obstante æquationes istiusmodi, quas curvæ lineæ ingrediuntur, tractari possunt eodem modo, quo ante tractavimus algebraicas: quod succedere ipsa præfens æquatio docere potest. Etenim

$$\begin{array}{l} \text{Si fiat} \\ \text{erit} \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ ay = 0 \\ y = 0 \end{array}$$

Atque adeo patet, quadratricem concurrere cum radio in origine abscissæ.

$$\begin{array}{l} \text{Si} \\ \text{erit} \end{array} \quad \begin{array}{l} x = a \\ ay = ab \\ y = b \end{array}$$

Unde liquet, quamprimum  $x$  fit quadranti æqualis, rectam *AP*, quæ designatur per  $y$ , degenerare in radium.

$$\begin{array}{l} \text{Si} \\ \text{erit} \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{1}{2}a \\ ay = \frac{1}{2}ab \\ y = \frac{1}{2}b \end{array}$$

Evidens igitur est, dimidio quadranti respondere radium dimidium.

Eadem adeo eliciuntur, quæ per genesin Quadratricis manifesta sunt.

Quod vero etiam alia ignota hinc deduci possint, suo patebit loco (§. 55 *Anal. infin.*): id quod omnino notandum, ne nullum in usum æquatio ista data videatur.

Singulare quid habet æquatio; quod non exprimat relationem ipsius curvæ ad rectam positionem datam per se, sed relationem potius curvæ alterius, nimirum Quadrantis circuli, cujus ope determinatur punctum *M*; quod rectæ *AP* & arcui *AN*, hoc est duabus indeterminatis  $y$  &  $x$  respondet. Exprimit scilicet relationem arcus *AN* ad rectam *AP*, qualis esse debeat, ut ipsi *AP* respondeat punctum *M* in Quadratrice. Data enim hac relatione datur etiam punctum *M*.

Quo.



Quoniam vero  $y = \frac{ab}{x}$ , adeoque AP quarta proportionalis ad arcum AN, quadrantem AB & radium AC; determinatio puncti M dependet a rectificatione indefinita circuli, consequenter a circuli quadratura. Ceterum Quadratrix insinuat artificium reductionis constructionis curvarum ad curvas simpliciores, supposita harum quadratura vel rectificatione: neque enim in omnibus curvis rectificatio pendet a quadratura, prouti in circulo obtinet (vi. theor. 3. §. 128 Anal.), quemadmodum suo loco videbimus, ubi de quadratura & rectificatione curvarum agitur. Artificium hoc maximi momenti est in Analyfi infinitorum ad Geometriam sublimiorem applicata, quemadmodum patet per problemata physicomechanica, qualia in Elementis Mechanicæ occurrunt. Quamobrem consultum est, ut tyrones, qui ad tertium cognitionis gradum adspiciant, tempestive annotent, quomodo inventa Veterum recentioribus Geometris insinuaverint artificia, aut saltem insinuare potuerint, siquidem attentionem suam deficere non fuerunt passi.

§. 208. Notandum adhuc est, posse etiam curvas referri ad curvas alias positione datas, quemadmodum referuntur ad rectas positione datas, ita ut abscissæ sumantur in curva positione data, quemadmodum su-

muntur in recta positione data: quod ut facilius intelligatur, dabo exemplum. Sit AMO parabola *Apollo-niana* seu primi generis. Produca-tur semiordinata PM in N, donec recta MN habeat ad arcum parabo-licum AM eam relationem, quam habet semiordinata PM ad ejus ab-scissam AP; evidens est, si arcus AM =  $x$ , MN =  $y$  & recta quædam con-stans =  $a$ , fore  $y^2 = ax$ . Æquatio hæc ab æquatione ad parabolam in eo differt, quod  $x$  denotet arcum parabolicum AM, cum in æquatione ad parabolam denotet rectam AP. Ceterum eadem ex æquatione hac deducuntur, quæ ex æquatione ad parabolam, nisi quod theoremata ingrediatur arcus parabolicus. Ni-mirum cum sit  $y = \sqrt{ax}$ ; semiordi-nata MN est media proportionalis inter arcum parabolicum datum AM & rectam quandam datam constan-tem  $a$ , quæ tertia proportionalis est ad quemvis arcum parabolicum & ipsi respondentem semiordinatam. Et quemadmodum in parabola quadra-ta semiordinatarum habent rationem abscissarum, ita semiordinatæ cur-væ ANR sunt in ratione arcuum pa-rabolicorum ipsis respondentium. Hoc artificio jam usus est ARCHI-MEDES in spiralibus qui eas retulit ad peripheriam circuli tanquam ad axem. Facile autem apparet, rela-tionem semiordinatæ MN ad arcum AM exprimi posse per æquationem curvæ algebraicæ cujuscunque alte-rius.

Tab. II.  
Fig. 22.

rius. Ita si arcus  $AO = a$ ,  $AM = x$ , &  $MN = y$ ; curva  $AMR$  definiri potest per æquationem  $y^2 = ax - x^2$ , quæ est æquatio ad circulum (§. 193).

Si ponamus  $x = a$

$$y^2 = a^2 - a^2$$

$$y = 0$$

$$y = 0$$

Unde liquet punctum  $R$  cum puncto  $O$  coincidere, adeoque curvam  $AR$  parabolam  $AO$  secare in  $O$ .

Si fiat  $x = \frac{1}{2}a$

$$y^2 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}a^2$$

$$= \frac{1}{4}a^2$$

$$y = \frac{1}{2}a$$

Patet itaque, si arcus parabolicus  $AO$  bifecetur, fore  $MN$  arcui dimidio æqualem.

Ponamus ex adverso  $y = \frac{1}{2}a$

erit  $\frac{1}{4}a^2 = ax - x^2$

$$x^2 - ax = -\frac{1}{4}a^2$$

$$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 = 0$$

$$x - \frac{1}{2}a = 0$$

$$x = \frac{1}{2}a$$

Unde manifestum est, in nullo alio puncto, quam in medio arcus  $AO$  arcum parabolicum  $AM$  rectæ  $MN$  æqualem esse.

§. 209. Præter sectiones conicas definivimus potissimum eas curvas, quæ a Veteribus fuerunt inventæ, & quas

recentiores Geometræ addiderunt, antequam Algebra ad Geometriam sublimiorem applicaretur & doctrina curvarum amplificaretur. Veteres præter circulum, parabolam, hyperbolam & ellipsin considerarunt conchoidem, cissoïdem, quadratricem, atque spirales, & recentiores addiderunt logarithmicam & cycloïdem, cui deinceps accessit epicyclois. Tenendum nimirum est, Veteres non animum advertisse ad curvas, nisi quatenus problematis geometricis solvendis inserviebant. Duo autem apud ipsos celebrabantur problemata; alterum scilicet de inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas rectas datas; alterum de quadratura circuli. In usum prioris problematis solvendi NICOMEDES invenit conchoidem, DIOCLEES cissoïdem: posterius autem problema per spirales solve tentavit ARCHIMEDES, per quadratricem DINOSTRATES. Recentius quadratura circuli tentata per cycloïdem, ad cujus imitationem, si genesin illius spectes, inventa epicyclois. Cum vero logarithmi essent inventi & tanta utilitate in Mathesin practicam recepti; in usum logarithmorum reperta est logarithmica, ad cujus imitationem deinceps excogitata logistica spiralis. Nostrum erat lineas curvas veteribus celebratas non prætermittere silentio, qui lectorem nostrorum Elementorum ad Matheseos universæ cognitionem manuducere intendimus; præter

præsertim cum inventis recentioribus ansam dederint, quæ a Veteribus inventa fuerunt, quemadmodum jam hinc inde annotavimus. Logarithmica autem & cyclois usum præclarum nactæ sunt in problematis physico-mechanicis, prouti suo loco in Elementis Mechanicæ ostendimus. Earundem itaque mentionem injicere debuimus. Habet quoque usum prorsus eximium epicyclois in Mechanica practica, & aliis inventis recentioribus ansam dedit. Quamobrem nec hancce silentio præteriri fas erat. Quadratricem *Tschirnhausianam* & Lineam sinuum, tangentium atque secantium non alio fine adjecimus, quam ut constaret, quomodo curvarum geneses excogitari possint: quem in finem etiam adjecimus problemata ultima hujus capituli (§. 579 & seqq. *Anal.*). Ex duobus tamen ultimis (§. 581, 583 *Anal.*) simul discimus, quomodo curvæ superiorum generum describi possint ope curvarum generum inferiorum. Ecce igitur tibi rationem, cur hæc potissimum curvas in præsentem capite consideraverimus.

§. 210. Postquam ostendimus, quomodo Algebra utamur in eruendis curvarum descriptionibus, proprietatibus, aliisque symptomatis; ad earum usum in construendis problematis exponendum progredimur. Primum itaque docemus, quomodo problemata indeterminata construantur. Atque eo fine capite sexto

agitur de locis geometricis. Doctrinam hanc invenere veteres Geometræ; sed Recentiores ad eandem Algebram applicare cœperunt; ubi constabat interfectione duorum locorum construi æquationes altiores. Problemata indeterminata, quemadmodum vidimus superius cap. 2, sect. 2, duas habent quantitates incognitas, quarum, una pro arbitrio assumpta, determinatur altera; quemadmodum vidimus in curvis algebraicis assumpta abscissa pro arbitrio determinari semiordinatam: id quod etiam obtinere, si recta quædam positione data referatur ad rectam aliam itidem positione datam, ex iis liquet, quæ in Geometria de lineis proportionalibus inveniendis demonstrata sunt. Ita in triangulo rectangulo *ABC*, habet *PM* ad *AP* rationem constantem ipsius *BC* ad *AB*; atque adeo sumpta *AP* pro arbitrio, per rectam *AC* determinatur *PM*. Dum itaque problema indeterminatum construimus, omnes reperimus rectas possibiles, quæ eandem datam relationem ad se invicem habent. Unde si ad rectam positione datam applicentur parallelæ, & quaeritur in recta positione data punctum, quod sit origo unius indeterminatæ, atque linea secans omnes istas parallelas, ut ad ipsas respondentes portiones in linea positione data habeant eandem relationem datam; problemati satisfactum. Hinc vero patet, cur linea ista dicatur *Locus*

Tab. II.  
Fig. 16.

CUS 5

cus; quia nempe continet omnes lineas rectas, quæ in problemate in locum indeterminatarum substitui possunt; seu quia in ea sunt singula puncta, quibus terminantur rectæ, una indeterminatarum pro arbitrio assumpta, determinandæ. Ex. gr. in triangulo rectangulo hypotenusâ AC est locus omnium rectarum proportionalium cruribus AB & BC: etenim continuatis rectis AB & AC in infinitum, intra crura hujus anguli continentur omnes istæ proportionales, quarum una sumitur in AB, altera vero determinatur per rectam AC; & in recta AC sunt omnia puncta M, quibus terminantur indeterminatæ ad AB normales, ut fiant assumptis AP in data ratione proportionales. Ratio est relatio simplicissima, quam exhibet recta ad rectam aliam relata. Relationes vero ceteræ constantes repræsentantur per lineas curvas; qualis est in circulo, ut quadratum semiordinatæ sit æquale rectangulo ex segmentis diametri. Videmus adeo æquationes, quæ duas involvunt lineas incognitas, geometricè construi posse; quatenus eadem exprimunt relationem constantem, quam habent singula lineæ curvæ puncta ad rectam positione datam, seu quatenus eadem sunt æquationes ad curvam quandam lineam, quam definiunt. Atque ideo æquationes, quas ante diximus æquationes ad curvam, hic vocantur locales.

§. 211. Monuimus in anterioribus, curvam referri posse ad quamlibet rectam positione datam, sive ea curvam secet in vertice, sive in alio quocunque puncto, sive eandem non secet, sed tota extra eam cadat intervallo vel nullo, vel dato ab eadem distans, & sive axi fuerit parallela, sive ad eundem obliqua. Hinc determinantur omnes casus possibiles æquationum localium: quæ quomodo reperiantur, ex iis patet, quæ de circulo paulo ante ostendimus. Cum SLUSIUS æquationum localium usum in construendis æquationibus cubicis & biquadraticis docuisset; PHILIPPUS DE LA HIRE Algebram ad loca geometrica applicavit, & in omni casu æquationes locales ad rectam, circulum, & sectiones conicas investigare docuit: quod idem fecit OZANAMUS. Enimvero cum sic plures prodirent æquationes particulares ad eandem lineam; JOANNES CRAIGIUS æquationes generales investigavit ad sectiones conicas, quæ omnes particulares eminenter continent: cujus exemplum secutus HOSPITALIUS. Nobis quoque placuit generalia invenire theoremata construendi omnes æquationes locales ad rectam & sectiones conicas; cum per ea constructiones problematum indeterminatorum, viâ vere analytica, erui possint. Rempenitius examinanti constabit, non aliis hic opus esse artificiis, quam quæ paulo ante insinuavimus, cum de æquationi-

tionibus ad circulum ageremus. Theoremata generalia inveniuntur, si investigentur theoremata in casu maxime composito; in quo linea, ad quam refertur curva, ponitur esse ad axem obliqua, & origo abscissarum distare a vertice, vel centro curvæ, si quod habet, aliquo intervallo. Etenim si hic quædam lineæ constantes supponantur nullæ, in æquatione termini evanescent, qui in eas ducuntur, sicque prodit æquatio in casu simpliciori. Hoc fieri debere observavimus superius, cum in circulo origo abscissarum statuere-  
 tur in L intra verticem A & centrum C. Vidimus enim si ponatur  $AL=0$ , æquationem in eo casu repertam  $y^2 = ab - b^2 + ax - 2bx - x^2$ , degenerare in æquationem ad circulum  $y^2 = ax - x^2$ , in casu simplicissimo, quando origo abscissarum est in A. Enimvero non modo æquatio magis composita, hoc pacto, reducitur ad simpliciore; verum etiam schema, quod exhibet constructionem illius æquationis, degenerat in schema, quod hujus repræsentat constructionem. Ex. gr. si fuerit  $LH=0$ , linea DH incidit in DL, adeoque pars schematis, quæ relinquitur, casum istum repræsentat, in quo recta positione data DL, ad quam refertur curva AMB, est axi AS parallela. Quodsi porro fiat  $KD=0$ , relinquitur pars schematis, quæ repræsentat casum, in quo abscissæ computantur in axe ultra verticem continuato KS,

& origo earum statuitur in aliqua a vertice distantia K. Denique si etiam ponatur  $AK=0$ , prodit schema casum ordinarium exhibens, in quo abscissæ sumuntur in axe AS, & origo abscissarum in vertice. Methodus adeo qua utimur, non modo æquationes locales omnes ad eandem curvam una æquatione includit, eodem artificio, quo æquationes omnes ad curvas algebraicas ad æquationem unicam generalem reduximus (§. 385 *Analys.*); sit ita quod ibidem aliud præterea artificio adhibendum erat, quo hic non habemus opus; quia ibidem æquationes omnes una formula comprehendendæ, non erant ejusdem gradus, quemadmodum in præsentis obtinet; sed etiam unico schemate omnium æquationum localium constructiones comprehendit. Quænam hæc sit prærogativa præ methodo communi, qua singuli casus sigillatim expenduntur; facillimo negotio animadvertet, qui, quæ de locis geometricis tradimus, cum iis conferre voluerit, quæ de iisdem docet DE LA HIRE, vel OZANAMUS.

§. 212. Unum adhuc superest; quod de theorematis hisce generalibus observandum, ne eorum applicatio turbet tyrones. In schemate nostro supponimus, originem abscissarum removeri ultra verticem, ita ut abscissa linea quadam data excedat abscissam ordinariam. Enimvero  
 vidimus supra, originem earundem

Tab. II.  
Fig. 25.

etiam statui posse ex parte altera, veluti in L, ita ut abscissa LP deficiat ab abscissa ordinaria linea quadam data AL. Similiter rectam axi parallelam, vel ad eum obliquam ponimus ultra eundem, ut augeat semiordinatam ordinariam PM recta quadam data; cum tamen etiam hæ lineæ ita duci possint ex parte opposita, ut semiordinata QM vel RM deficiat ab ordinaria PM, linea quadam data PQ, vel PR. Æquatio igitur localis generalis non videtur omnes æquationes particulares continere, nec schema illi respondens comprehendere omnia schemata, quæ harum constructionem exhibent. Dubium hoc ut tollatur, nostrum est docere, qua ratione innotuerit, quomodo iidem quoque casus in eo, ad quem computavimus æquationem, contineantur. Supra reperimus æquationem ad circulum, si origo abscissarum fuerit in L,  $y^2 = ab - b^2 + ax - 2bx - x^2$ . Ponamus jam originem abscissarum esse in N, ut sit  $NA = b$ ,  $NP = x$ , sitque  $AB = a$ ,  $PM = y$ ; erit  $AP = x - b$ ,  $PB = a + b - x$ .

Ob  $PM^2 = AP \cdot PB$

prodibit

$$y^2 = ax - x^2 + 2bx - ab - b^2$$

Æquationem hanc a superiori non differre videmus nisi signis & hanc diversitatem hinc oriri observamus, quod ibi abscissa ordinaria AP sit  $x - b$ , hic vero  $b - x$ . Quodsi ergo æquationes istæ redigantur ad nihilum, quemadmodum in hac

doctrina fieri solet; habebimus in eo casu, ubi abscissarum origo in N,

$$y^2 + x^2 - ax + ab = 0 \\ - 2bx + b^2$$

in casu autem opposito, ubi origo abscissarum in L,

$$y^2 + x^2 - ax - ab = 0 \\ + 2bx + b^2$$

Quare si duas haberes formulas, valor ipsius  $b$  in casu particulari dato semper eliceretur positivus, cum in priori coëfficiens negativus comparandus esset cum negativo  $-2b$ , in posteriori coëfficiens positivus cum  $+2b$ . Quodsi vero æquationem, quæ cum formula posteriori conferri debebat, cum priori componis, adeoque quantitatem positivam cum negativa, necesse est ut valor ipsius  $b$  prodeat negativus. Si  $-b$  substituas in locum  $+b$  in æquatione altera; pro  $+2bx$  habebis  $-2bx$ , pro  $-ab$  vero  $+ab$ ; ducendo scilicet  $-a$  in  $-b$ : at  $b^2$  retinet signum suum, quia  $-b$  in  $-b$  efficit  $+b^2$ . Atque sic æquatio posterior degenerat in priorem; ut adeo prior in utroque casu adhiberi possit; modo notes, quoties in casu particulari lege comparationis valor ipsius  $b$  elicitur negativus, toties sumendam esse rectam eidem respondentem ex parte opposita, ut sit  $AL = b$ . Idem cum eodem modo obtineat quoad distantiam parallelæ axi ab eodem PQ; manifestum est, cur una formula satisfaciat in casu utroque, modo observetur, quod de valore negativo in

in æquationis particularis cum generali comparatione prodeunte annotavimus. Idem adhuc clarius patet in parabola. Etenim si fuerit  $SA = b$ ,  $SP = x$ , adeoque  $AP = x - b$ ; erit ex natura Parabolæ, si parameter fuerit  $a$ ,

$$y^2 = ax - ab$$

$$\text{seu } y^2 - ax + ab = 0$$

Quodsi fuerint omnia ut ante, sed  $AL = b$ , adeoque  $AP = b + x$ , erit

$$y^2 = ax + ab$$

$$\text{seu } y^2 - ax - ab = 0$$

Hic denuo patet, æquationem posteriorem non differre a priori, nisi diversitate signorum in iis terminis, quorum coëfficiens est  $b$ ; in priori enim habemus  $+ab$ , in posteriori  $-ab$ . Quamobrem ubi in applicatione formulæ generalis, quæ ad casum priorem spectat, confers terminum negativum æquationis ad casum posteriorem spectantis cum positivo, qui ex formula casus prioris sumitur; valor utique prodire debet negativus pro  $AL$ . Patet etiam hic, si in æquatione posteriori pro  $+b$  substituas  $-b$ , docendo  $-b$  in  $-a$ , prodire  $+ab$ , adeoque æquationem posteriorem degenerare in priorem; quemadmodum ex adverso prior abit in posteriorem, si in priori substituas  $-b$  pro  $+b$ . Quodsi enim ducas  $+a$  in  $-b$ , prodibit  $-ab$ , quemadmodum habet formula posterior. Videmus adeo, quomodo innotuerit, eandem formulam subire posse

vicem duarum, si valoris negativi quantitas sumatur ex parte opposita. Immo videmus, perinde esse, sive in formula generali abscissam & semiordinatam statuas ordinariis  $AP$  &  $PM$  majorem, sive minorem; ut adeo nulla ratio intrinseca fuerit electionis, sed tantummodo extrinseca: quod ideo monemus, ne quis in Philosophia hinc petat argumentum contra principium rationis sufficientis in electionis casu. Utimur eodem artificio, non sine maxima utilitate, in Analyfi infinitorum seu calculo differentiali & integrali, quemadmodum suo loco videbimus; ubi ex eadem ratione valorem negativum sumimus pro magnitudine ex parte opposita sita. Absit itaque ut tibi persuadeas, hoc fieri ex natura quantitatum privativarum; & hinc colligas, quantitates privativas esse veras quantitates, seu in numero positivarum; cum satis constet eas non denotare nisi defectum quantitatis veræ, seu positivæ, per positivam, quæ deficit, æstimabilem; quemadmodum pecunia, quæ debetur, non est parata pecunia, quam habes, etsi per paratam pecuniam æstimetur, quæ solvenda, ut debitum tollatur. Nullæ revera sunt quantitates negativæ, etsi utiliter in usum calculi universalis fingantur. Cavendum omnino est, ne entia ficta Mathematicorum confundantur cum realibus in detrimentum scientiæ philosophicæ.

§. 213. Hinc simul patet ratio,  
M m 2 cur

Tab. II.  
Fig. 25.

cur in casu particulari demonstraturi constructionem ex formula generali elicita; eruendo ex hac æquationem ad construendum propositam; non utamur valoribus negativis, qui per comparationem cum formula generali prodeunt, sed iis substituamus positivos: id quod fieri non licebat, si per naturam quantitatum valor esset negativus. Valor negativus v. gr. rectæ AL non nisi fictitius est; quatenus æquatio, unde elicitur, repræsentare fingitur casum, quem non repræsentat; cum revera non exhibeat nisi eum, in quo origo abscissarum est in N; propterea quod, hac fictione, eadem formula sufficere deprehenditur in utroque casu, quam absque ea non nisi in uno adhibere liceret, nimirum quando origo abscissarum est in N. Extra hanc fictionem utique contradictorium est, quantitatem positivam esse æqualem privativæ; quemadmodum etiam in ipsa Analyfi contradictionem inde colligimus, atque ex ea porro, notioni impossibilis convenienter, (§. 97 *Ontol.*) impossibilitatem inferimus. Habemus exemplum in æquatione ad circulum  $y^2 + x^2 - ax + 2bx - ab + b^2 = 0$ .

Quodsi enim ponas

$$x = a$$

$$\text{erit } y^2 + a^2 - a^2 + 2ab - ab + b^2 = 0$$

$$y^2 = -ab - b^2$$

$$y = \sqrt{-ab - b^2}$$

Ex eo itaque, quod valor ipsius  $y^2$

prodit negativus, qui producit pro  $y$  radicem imaginariam; infertur, impossibile esse, ut abscissa fiat diametro æqualis; recte omnino, cum idem per se pateat, ubi supponis notum esse, quod æquatio sit ad circulum, & origo abscissarum in L, cum abscissa major esse nequeat recta  $LB = a - b$ . Nimirum hic colligitur, hypothesin  $x = a$  esse absurdam; quia hinc sequitur, quantitatem positivam esse æqualem privativæ, aut radici imaginariæ; quod absurdum esse supponitur.

§. 214. Ut usus formularum generalium in construendis æquationibus problematum indeterminatorum clarius elucesceret, aliquot exemplis eundem illustrare lubuit (§. 593 & seqq. *Anal.*). Patet per ea, ope istarum formularum, nos via vere analytica deduci ad problematum indeterminatorum constructionem, ac constructiones semper obtineri concinnas, quales in Geometria desiderantur; ut adeo non solius brevitatis gratia easdem prætulerimus methodo communi, qua usi sunt DE LA HIRE & OZANAMUS. Dedimus quoque exempla, (§. 597, 600 *Anal.*), quibus ostenderemus, quomodo, ex constructione locorum, deriventur æquationes locales; ut appareat ad quamnam curvam sit locus constructus. Quoniam vero id intendimus, ut, dum artificia Analyseos inculcamus, simul doceamus veritates mathematicas cognitu utiles; ideo selegimus constructiones curvas



curvarum, quas pro fornicibus commendant Architecti, ut constaret, eas esse ellipses Apollonianas. Æquationem primam (§. 597 Anal.)  $y^2 + \frac{d^2 x^2}{a^2}$

$\frac{d^2 x}{a} = 0$  esse ad ellipsin, constare poterat ex collatione cum formula generali pro ellipsi (§. 588 Anal.). Quodsi consueto more hanc æquationem cum formula ista compares, deprehendes  $a$  esse axem majorem,  $d$  vero minorem ellipseos. Etenim vi formulæ generalis

$$\frac{2r}{q} = 0 \quad \frac{t}{2m} = \frac{d^2}{a^2} \quad 2n = 0$$

$$q = f \quad -$$

$$\frac{2tp}{2m} = -\frac{d^2}{a} \quad m^2 = p^2 = \frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{2d^2 p}{a^2} = \frac{d^2}{a} \quad m = \frac{1}{2}a$$

$$\frac{2p}{a} = 1$$

$$p = \frac{1}{2}a$$

Habemus adeo

$$a^2 : d^2 = a : t$$

$$t = \frac{ad^2}{a^2}$$

$$= \frac{d^2}{a}$$

Quoniam parameter  $t$  est tertia

proportionalis ad axem majorem & minorem (§. 423 Anal.); cum  $a$  sit axis major, erit  $d$  minor, & ob  $p = \frac{1}{2}a$  abscissæ computantur a vertice.

Similiter æquationem alteram  $y^2 + \frac{ddx^2}{a^2} - \frac{2ddx}{a} = 0$  esse ad ellipsin, ejus cum formula generali collatio prodit; & illius cum hac comparatione facta patet, quod  $a$  sit axis dimidius major,  $d$  vero dimidius minor. Etenim vi formulæ generalis

$$\frac{t}{2m} = \frac{d^2}{a^2} \quad \frac{2tp}{2m} = \frac{2dd}{a}$$

$$\text{h. e.} \quad \frac{d^2 p}{a^2} = \frac{d^2}{a}$$

$$p = a$$

$$m^2 = p^2 = a^2$$

$$m = a$$

$$a^2 : d^2 = 2a : t$$

$$t = \frac{2ad^2}{a^2}$$

$$= \frac{2d^2}{a}$$

Quoniam  $a$  est dimidius axis major, & parameter  $t$  tertia proportionalis ad axem majorem & minorem (§. 423 Anal.), seu quarta ad dimidium axem majorem, minorem dimidium, & minorem integram (§. 124 Anal.); ideo patet,  $d$  esse axem minorem dimidium, & ob

Mm 3

$p = a$

$p = a$  originem abscissarum esse in vertice ellipseos.

§. 215. Utraque æquatio localis, etsi ex diversis constructionibus eruatur, eadem est; nisi quod in posteriori  $a$  &  $d$  denotent femiaxes, in priori autem integros axes conjugatos. Forsan non inconsultum erit hic docere, quomodo constructio utraque eruatur ex æquatione ordinaria ad ellipsin. Æqua-

tio hæc est  $y = bx - \frac{bx^2}{a}$ , in qua  $b$  parametrum,  $a$  vero axem majorem denotat. Quoniam parameter est tertia proportionalis ad axem majorem  $a$  & minorem  $d$  (§. 423 *Anal.*); erit  $b = d^2 : a$ . Quodsi ergo in æquatione ordinaria hunc valorem in locum ipsius  $b$  surroges; habebis

$$y^2 = \frac{d^2 x}{a} - \frac{d^2 x^2}{a^2}$$

$$= \frac{d^2 ax - d^2 x^2}{a^2}$$

Quare

$$a^2 : d^2 = ax - x^2 : y^2$$

$$a : d = \sqrt{ax - x^2} : y$$

Patet adeo semiordinatam in ellipsi esse quartam proportionalem ad axem majorem, minorem & semiordinatam circuli super axe majore descripti eadem cum semiordinata ellipseos abscissæ respondentem. Quamobrem *Tab. II. Fig. 26.* cum pro  $a$  &  $d$  sumi etiam possit  $\frac{1}{2}a$  &  $\frac{1}{2}d$  (§. 124 *Anal.*); igitur patet, si super axe majore describatur semicirculus & in  $P$  erigatur perpendicularis  $PN$ , ductaque ex centro  $C$  radio  $CN$

in eum transferatur  $CR$  semiaxi minori æqualis, ac tandem ex  $R$  demittatur perpendicularis  $RM$ ; fore punctum  $M$  in ellipsi: quæ est ipsa constructio *SERLI* ex æquatione ordinaria elicita. Cum enim sit  $MR$  parallela ipsi  $PC$ ; erit (§. 268 *Geom.*)

$$NC : RC = NP : PM$$

$$\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}d = \sqrt{ax - x^2} : y$$

Poteramus itaque constructionem *Serlianam* ellipseos jam ex æquatione ordinaria elicere in superioribus, cum doctrinam de ellipsi traderemus. Etsi autem æquatio ex altera constructione elicita eadem sit cum anteriore; ex ea tamen non minus deduci poterat constructio altera. Etenim *Tab. III. Fig. 27.* sit ellipsis  $ADB$ , cujus axis major  $AB$ , femiaxis minor  $EF$ . Describatur, radio  $CD$ , semicirculus  $EDF$ , & erecta perpendiculari  $PM$  ducatur axi  $AB$  parallela  $MN$ , ex  $N$  vero demittatur perpendicularis  $NQ$ , quæ erit ipsi  $PM$  æqualis. Si sit  $AC = a$ ,  $DC = d$ ,  $AP = x$ , erit æquatio ad ellipsin  $y^2 = \frac{2addx - d^2x^2}{a^2}$ , adeoque

$$a^2 : 2ax - x^2 = d^2 : y^2$$

Sit jam  $EQ = z$ , erit  $QF = 2d - z$ , adeoque  $QN^2 = PM^2 = y^2 = 2dz - z^2$ . Habemus itaque

$$a^2 : 2ax - x^2 = d^2 : 2dz - z^2$$

adeoque (§. 124 *Anal.*)

$$a^2 - 2ax + x^2 : a^2 = d^2 - 2dz + z^2 : d^2$$

$$a - x : a = d - z : d$$

$$x : a = z : d$$

$$x : z = a : d$$

hoc

hoc est,  $AP : EQ = AC : EC$

Quare si ad semiaxem majorem, & minorem ellipseos, atque abscissam AP pro arbitrio assumptam, quærat<sup>r</sup> quarta proportionalis; erit ea abscissa EQ, cui respondet semiordinata QN in circulo semiordinatæ ellipseos PM æqualis.

Quodsi displicet resolutio per analysin rationum; analogiam, qua nititur constructio, per Algebram quoque reperire licet. Etenim

$$\frac{2ad^2x - d^2x^2}{a^2} = 2dz - z^2$$

$$\frac{d^2x^2 - 2ad^2x}{a^2} = z^2 - 2dz$$

$$\frac{d^2x - 2ad^2x + a^2d^2}{a^2} = z^2 - 2dz + d^2$$

$$\frac{ad - dx}{a} = d - z$$

$$\frac{dx}{a} = z$$

Habemus itaque, ut ante:

$$a : d = x : z$$

Notanda hic sunt artificia, quibus constructiones ex æquatione ordinaria eliciuntur. Nimirum in æquatione ordinaria substituimus valorem parametri, quam ex eadem elicuimus, ut eandem ingrediantur non nisi lineæ in ipsa contentæ. Ita enim prodibat æquatio, cujus in analogiam resolutione constructio prior erat

manifesta. Ex eadem æquatione in analogiam resoluta prodit quoque altera; substituendo valorem quadrati semiordinatæ ellipseos ex circulo circa axem minorem descripto. Equidem prævidere non licet, quid per substitutionem sit proditurum; non tamen ideo ea negligenda est. Ubi enim veritatem quærimus; tentanda sunt omnia, donec incidamus in theoremata & constructiones problematum. Principii substitutionis magna vis est in Analyfi: efficit enim æquationem dependentem a pluribus veritatibus, ut jam ex ea per reductionem eadem erui possint, quæ ex iisdem more Veterum ratiocinando colliguntur.

§. 216. Enimvero ut intelligant, <sup>Tab. III. Fig. 28.</sup> tyrones, idem artificium etiam in aliis curvis adhiberi posse, lubet hoc ipsum applicare ad hyperbolam. Pro hyperbola æquatio ordinaria est  $y^2 = bx + \frac{bx^2}{a}$ . Est etiam hic, si axis

conjugatus =  $d$ , parameter  $b = \frac{d^2}{a}$ .

Quodsi ergo hunc valorem in æquatione ordinaria substituas, habebis.

$$y^2 = \frac{d^2x}{a} + \frac{d^2x^2}{a^2} = \frac{d^2ax + d^2x^2}{a^2}$$

Quare  $a^2 : d^2 = ax + x^2 : y^2$

$$a : d = \sqrt{ax + x^2} : y$$

$$\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}d = \sqrt{ax + x^2} : y$$

Quodsi

Quodsi ergo ex centro hyperbolæ C erigas  $CD = \frac{1}{2}d$ , & super BP, abscissa AP pro lubitu assumpta, describas semicirculum secantem perpendicularem in A erectam in N, &  $PN = \sqrt{ax + x^2}$  transferas ex B in L, tandemque in L erigas perpendicularem LI, occurrentem rectæ per B & D ductæ in I; erit LI semiordinata  $y$  abscissæ AP respondens. Quamobrem, si fiat recta PM ad BP perpendicularis = LI; erit punctum M in hyperbola. Cum in praxi non opus sit semicirculum describi, sed ex medio BP, tantummodo intersecanda recta AN in N, & intervallum PN ex B in L transferendum; quodvis in hyperbola punctum M hoc modo facillime determinatur, ut constructio pro non ineleganti haberi possit. Notent igitur hic tyrones, quod ad artificia, quibus in solutionibus problematum utuntur Autores, animum attendere debeant, eadem statim adhibitori ad alia, quantum ipsis datur. Nec inconsultum erit, ut Autores, qui de sectionibus conicis commentati sunt, evolvant, & ubi theoremata & problemata elegantia occurrunt, ea analytice investiganda sibi proponant. Ad hoc studium ut eos incitarem, iisdemque viam, qua eundem, demonstrarem, ea in medium proferre libuit, quæ de ellipsi & hyperbola dicta sunt. Unicum adhuc addendum. In hyperbola æquilatera  $a=d$ , adeoque  $y = \sqrt{ax + x^2}$ , consequen-

ter  $PM = PN$ . Quamobrem punctum M in eadem nullo fere negotio determinatur, scilicet si ex medio BP, intervallo  $\frac{1}{2}BP$ , intersecetur AN in N, & intervallo PN intersecetur PM in M; ut adeo non opus sit, nisi in A erigi perpendicularem infinitam.

§. 217. Nos non progredimur ultra loca solida, in quibus acquieverunt Veteres: neque enim hæc doctrina ultra hosce limites multum promotæ. NEWTONUS enumeravit lineas tertii ordinis, seu curvas secundi generis, quarum æquationes ad tres dimensiones ascendunt. Eam esse completam demonstravit STIRLINGIUS, simulque ostendit, quomodo, æquatione curvæ tertii ordinis data, inveniatur locus, hoc est, species curvarum dignoscatur, ad quam eadem est. Enimvero hæc non sunt ad captum tyronum, in quorum usum conscriptimus Elementa nostra; neque adhuc ea ratione pertractata, ut eadem facilitate intelligantur, qua a nobis proposita capiuntur. Neque etiam opus est, ut hac doctrina sis instructus, ubi ea, quæ in sequentibus tradimus, intelligere volueris; immo eadem ignorata non impeditur progressus in Analyti recentiorum, qua Geometria ad naturam applicatur. Hoc non eo fine monemus, ut præclaris inventis laudem suam detrahamus; sed ne tyrones remorentur progressum ad ulteriora; affectantes scientiam eorum, quorum ignorantia eadem

dem minime obstat. Monitum igitur nostrum exigit præfens institutum. Ultra enumerationem linearum tertii ordinis, seu curvarum secundi generis, nemo adhuc progressus. Atque adeo doctrina de speciebus curvarum algebraicarum tanto adhuc intervallo distat a perfectione sua, quanto ab eadem distare Algebram monuimus. Abunde tyronibus ad altiora adspirantibus sufficiunt ea, quæ de locis geometricis tradidimus. Et ubi ad artificia, quibus in doctrina hac explananda utimur, animum attulerint attentum, ut eadem animo distincte comprehendant; iisdem plurimum juvabuntur in altioribus, quæ deinceps sequuntur. Hoc auxilio methodus comparationis æquationum particularium, in quibus coefficientes indeterminatarum sunt determinati, cum assumptiis, in quibus coefficientes isti indeterminati sunt, familiaris redditur. Ejus autem in Analyfi multus est usus.

§. 218. Doctrinam de locis geometricis non solum proposuimus in usum constructionis problematum indeterminatorum, cujus ideo dedimus aliquot exempla; sed & in usum constructionis æquationum altiorum, præsertim cubicarum & biquadraticarum. Quamobrem capite septimo docemus primum in genere, quomodo æquationes superiores construuntur, & mox in specie, quomodo construuntur æquationes cubicæ & biquadraticæ. Methodus autem, qua

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

hic utimur, tota huc redit, ut construuntur duo loca, quorum intersectione determinatur radix æquationis, seu linea recta, quæ eidem respondet. Invenit eandem SLUSIUS. Etsi enim non desint, qui eam jam CARTESIO perspectam fuisse contendunt; certo tamen, quod affirmant, probare minime possunt; cum alia quoque via in regulam suam incidere potuerit, quam in Geometria pro construendis æquationibus cubicis & biquadraticis, per parabolam & circulum, præscribit. Quemadmodum vero inventa Veterum profuerunt Recentioribus ad inveniendam suam, quibus ad ulteriora progressuris usui sunt inventa anteriora; ita dubium non est, quin Veterum quoque inventa facem protulerint SLUSIO ad methodum suam construendi æquationes cubicæ & biquadraticas inveniendam. Etenim cum Veteres multum defudarent in duabus lineis EF, GH, mediis continue proportionalibus inter duas datas AB, CD, inveniendis; MENECHMUS via vere analytica pervenit ad solutionem problematis tantopere celebrati, ope intersectionis duarum parabolarum. Atque in hac ipsa constructione continetur idea ejus methodi, quam SLUSIUS primus reperit: id quod ut appareat, analysis MENECHMI paulo disertius explicanda. Quoniam GH tertia proportionalis ad AB & EF, itidemque CD tertia proportionalis ad EF & GH; habemus

Tab.  
III.  
Fig. 29.

N n

AB :

$$AB:EF=EF:GH \quad EF:GH=GH:CD$$

$$EF^2=AB \cdot GH \quad GH^2=CD \cdot EF$$

Patet itaque, quadratum primæ mediarum continue proportionalium esse æquale rectangulo ex data prima AB in quæsitam alteram, seu mediarum continuæ proportionalium secundam; quadratum vero secundæ mediarum continue proportionalium esse æquale rectangulo ex datarum altera in primam quæsitam seu continue proportionalium. Quoniam in parabola quadratum semiordinatæ est æquale rectangulo ex parametro in abscissam; igitur patet si, parametro data una AB, describatur parabola; secundam quæsitam GH fore in numero abscissarum, & eidem respondentem semiordinatam fore primam quæsitam EF: contra si, parametro data altera CD, describatur parabola; secundam quæsitam GH fore in numero semiordinatarum ejusdem, & eidem respondentem abscissam fore primam quæsitam. Quamobrem patet eandem rectam esse abscissam in parabola una & semiordinatam in altera, & quæ in una semiordinata est, eandem esse abscissam in altera. Obtinet hoc si duæ parabolæ, AMR & AMO, circa axes AD & AE, ad angulos rectos junctos, describantur; in puncto enim intersectionis semiordinata PM parabolæ AMR æqualis est abscissæ AQ parabolæ alterius AMO, & vicissim semiordinata QM parabolæ

Tab. III  
Fig. 30.

AMO æqualis est abscissæ AP parabolæ AMR. Patet itaque si rectæ datæ sumantur pro parametris parabolæ AMR & AMO; rectas AP & PM fore duas medias continue proportionales inter duas istas rectas datas. Hic est modus inveniendi duas lineas medias continue proportionales inter duas datas. Quod si  $AB = a$ ,  $CD = b$ ,  $EF = x$ ,  $GH = y$ ; erit

$$x^2 = ay$$

$$y^2 = bx$$

$$\frac{y^4}{b^2} = ay$$

$$\frac{y^2}{b} = x$$

$$y^4 = ab^2 y$$

$$y^3 = ab^2$$

Tab. III  
Fig. 28.

Unde liquet, æquationem cubicam  $y^3 - ab^2 = 0$  construi per duos loca  $x^2 - ay = 0$ , &  $y^2 - bx = 0$ ; quorum intersectione determinatur semiordinata PM, quæ radici æquationis  $y^3 - ab^2 = 0$  respondet. Constructio adeo MENECHMI insinuat ideam methodi SLUSIANÆ.

§. 219. Inventum MENECHMI ansam quoque dare poterat inveniendæ regulæ Cartesianæ, qua æquationes cubicæ & biquadraticæ construuntur. Nimirum cum ex illo constet, æquationem cubicam construi per duas parabolæ, quarum mutua intersectione determinatur radix; in Arte inveniendi autem tentaminibus multa relinquuntur; facile animus subit cogitatio tentandi, num cir-

culus.

Tab III.  
Fig. 31.

culus quoque per verticem parabolæ ductus in puncto interfectionis extra verticem determinet radicem æquationis cubicæ. Sit itaque centrum circuli, per verticem parabolæ A descripti, in C; si ex eo in axem parabolæ demittatur perpendicularis CD, evidens est per rectas AD & DC determinari & centrum C, & radium AC. Sit itaque  $PM = y$ , parameter  $= a$ ,  $AD = b$ ,  $DC = c$ . Demittatur ex C perpendicularis CR ad femiordinatam PM; erit  $RM = y - c$ , & ex natura Parabolæ  $AP = \frac{y^2}{a}$  (§.

391 *Analys.*), adeoque  $DP = CR = \frac{y^2}{a} - b$ . Quoniam  $AC^2 = AD^2 + DC^2$  &  $CM^2 = CR^2 + RM^2$  (§. 417 *Geom.*); erit  $AC^2 = b^2 + c^2$  &  $CM^2 = \frac{y^4}{a^2} - \frac{2by^2}{a} + b^2 + y^2 - 2cy + c^2$ , consequenter ob  $CM^2 - AC^2 = 0$

$$\frac{y^4}{a^2} - \frac{2by^2}{a} - 2cy = 0$$

$$+ y^2$$


---


$$y^3 - 2aby - 2a^2c = 0$$

$$+ a^2y$$

Patet itaque, interfectione circuli per verticem parabolæ transeuntis & parabolæ, construi posse æquationem cubicam, in qua secundus terminus deficit.

Ut jam determinetur valor ipsius  $b$ , seu rectæ AD, & valor ipsius  $c$ ,

seu rectæ DC; sit æquatio alteri æquivalens

$$y^3 - py - q = 0$$

crit  $-2ab + a^2 = -p$

$$b - \frac{1}{2}a = \frac{p}{2a}$$

$$AD = b = \frac{p}{2a} + \frac{1}{2}a$$

Similiter  $-2a^2c = -q$

$$DC = c = \frac{q}{2a^2}$$

Quodsi cum CARTESIO sumas parametrum pro unitate, & fiat in axe AH = semiparametro, erit

$$HD = \frac{1}{2}p$$

$$DC = \frac{1}{2}q$$

hoc est, recta HD est æqualis coëfficienti dimidio termini tertii, & DC coëfficienti dimidio quarti, secundo deficiente; quemadmodum habet regula CARTESII.

Non aliis hic utimur artificiis, quam quibus usi sumus in determinanda tangente sectionum conicarum juxta methodum CARTESII (§. 410, 440, 491 *Analys.*). CARTESIO itaque constructio MENECHMI, qua utitur in inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas rectas, ansam dare potuit inveniendi regulam construendi æquationes cubicæ, in quibus secundus terminus deficit; & artificia ipsi familiaria, quibus hic utitur, animum avertere potuerunt ab idea constructionis.

structionis per combinationem duorum locorum in constructione MENECHMI contenta, ad quam eundem advertit SLUSIUS; ut adeo certo asseverari non possit, methodum *Slusianam* cognitam jam fuisse CARTESIO, & eadem hunc pervenisse ad regulam suam. Quicquid sit, utile tamen est tyronibus perpendisse, quomodo inventum MENECHMI analyticè expensum, & ideam constructionis æquationum superiorum per combinationem duorum locorum, & ansam inveniendi regulam construendi æquationes cubicas, in quibus secundus terminus deficit, ad biquadraticarum constructionem deinceps extensam, præbere potuerit; siquidem ad tertium cognitionis gradum aspirant. Quoniam ex qualibet æquatione secundus terminus auferri potest (§. 343 *Analys.*) & hoc pacto æquationes cubicæ omnes reducuntur ad tres casus (§. 345 *Analys.*); regula CARTESII, quæ secundum terminum deficere supponit, omnibus omnino æquationibus cubicis construendis sufficit; etsi haud difficile sit eandem quoque extendere ad eas æquationes, quæ secundum terminum habent, quemadmodum operose ostendit BAKERUS; nos brevius docuimus (§. 622 *Anal.*). Cur vero methodum *Slusianam* præferamus regulæ *Cartesiana* a BAKERO extensæ, rationem reddimus in scholio probl. 245. (§. 608 *Analys.*).

§. 220. Notandum vero est, quod

constructiones æquationum cubicarum & biquadraticarum vere analyticas tradiderimus; ut adeo in his industriam suam utiliter exercent, qui ad tertium cognitionis gradum aspirant. Tanta autem perspicuitate doctrinam hanc exposuimus, ut, qui in anterioribus industriam suam desiderari non fuerunt passi, nihil profus difficultatis sentiant. Inprimis autem hinc discere licet, quomodo tollatur omnis difficultas, quæ ex nimis longa rerum meditandarum serie nascitur. Quamobrem huc animum advertant, quotquot meditationibus longis adsuescere voluerint. Quod qui faciunt, hunc utique percipient fructum, ne longitudine meditationum defatigentur. Id tantummodo adhuc monemus tyrones, ut, ubi locus construendus, formula generalis, cum qua particularis data conferenda, ex superioribus exscribatur, & eidem æquatio localis construenda subscribatur, ut termini comparandi sibi invicem respondeant. Ex. gr. in problemate 245 (§. 607 *Anal.*) locus ad circulum est  $y^2 + x^2 - cy + bx - ax = 0$ . Formulæ igitur generali ea ita subscribitur, quemadmodum hic factum esse vides:

$$y^2 - \frac{2rxy}{q} + \frac{r^2x^2}{q^2} - ny + \frac{2nrx}{q} + n^2 = 0$$

$$+ \frac{f^2x^2}{q^2} - \frac{2pfx}{q} - m^2$$

$$y^2 * + x^2 - cy + bx * = 0$$

$$- ax$$

Loca



Loca vacua replentur stellula, ut appareat, quinam termini sint nihilo æquales in casu particulari dato. Hoc nimirum pacto statim videmus, quinam coëfficientes sint invicem comparandi, & quinam poni debeant nihilo æquales; ne ex confusione oriatur error. Quamvis vero, prolixitatis evitandæ gratia, non omnia combinavimus loca, quorum æquationes ex æquatione cubica vel bi-quadratica elicuimus; qui tamen ingenium & industriam suam exercere voluerint, hoc non inutiliter facient. Ubi vero, comparatione æquationum particularium, cum formula generali facta, valores omnes linearum ad constructionem loci requisitarum fuerunt determinati; oculi convertendi sunt in schema formulæ generali respondens & delendæ lineæ, quarum valores reperti sunt nihilo æquales: ita enim relinquitur schema æquationi particulari respondens. Quamobrem si lineis remanentibus adscribas valores modo repertos; statim videbis, quomodo locus sit construendus. Et ubi schemata duobus locis respondentia inter se confers; illico patebit, quomodo unum alteri sit imponendum, ut lineæ, quæ utrobique eadem sunt, sibi mutuo congruant; consequenter quomodo æquatio data sit construenda. Hac via si incedere volueris, non modo aberit molestia, quæ ex nimis diu continuanda meditatione suboritur; verum etiam constructione ad finem

perducta voluptate perfundetur animus, quæ studium Matheseos continuo magis magisque tibi commendabit, & ardorem in eodem progrediendi accendet. Inprimis etiam sensum evidentia acquires; statim post-hac animadversurus, ubi distincte perceptis quædam permiscentur, quæ adhuc confuse percipiuntur: id quod inprimis usui est extra Mathesin, ubi confuse perceptorum cum distincte perceptis commixtio magis nocet, quam in Mathesi; præsertim iis in casibus, in quibus intellectus ab imaginatione avocandus totus, ut veritatem liquidam perspicias. Hoc etiam obtinebis, ne nimia festinatione te præcipites; & ut inter multos strepitus attentionem conserves; eamque interrumpere possis, quotiescunque volueris, certo semper tramite progressurus, quando visum fuerit; quemadmodum viator recta via incedens ab eadem minime aberrat, nec iter jam emensum repetere tenetur, ubi gradum sistit, quotiescunque libuerit. Neque verendum est, ut diuturna meditatione defatigetur animus & sanitati corporis insidiæ struantur. Non opus est, ut in hisce asserendis multum studii collocemus, quamvis ad singula demonstranda a priori principia suppeditet Psychologia nostra. Qui enim dictis obediens fuerit, in seipso experietur, veritati consentanea esse, quæ dicimus non loquentes nisi experta.

§. 221. Quoniam idem problema

Nº 3.

mult.

multis modis construi potest, cum v. gr. eidem æquationi cubicæ satisfaciat non modo cujusvis loci solidi cum loco ad circulum, verum etiam cujusvis loci solidi cum quovis loco solido combinatio; quæri omnino poterat, quænam curvæ sint ceteris præferendæ. **CARTESIUS** æquationes cubicas & biquadraticas non construit nisi per parabolam & circulum; etsi non ignoraverit, easdem quoque construi posse per ceteras sectiones conicas, atque circulum. Videtur utique hoc fecisse, quod æquatio parabolæ & circuli sit simplicior æquationibus ceterarum sectionum conicarum. Cum enim vitium ἀσυμμετρούτης ipsi sit, si æquatio construat per lineas superioris cujusdam generis, quæ construi potest per lineas generis inferioris, veluti si æquatio cubica vel biquadratica construat per curvas secundi generis, cum construi possint per curvas primi generis; ex ejusdem omnino generis curvis eas præferre debuit, quæ per æquationes simpliciores definiuntur. Recte autem monuit **NEWTONUS**, in constructione problematum geometricorum non respiciendum esse ad æquationes curvarum, sed potius ad earum descriptionem; ita ut hæ præferantur aliis, quæ sunt facilioris descriptionis. Unde ad construenda problemata solida adhibet conchoidem, etsi ea sit tertii generis. Immo non improbat, si quis ad datum angulum in data ratione secan-

dum utatur cycloide, quæ motu rotæ, vel circuli, super recta facillime describitur; etsi ea per nullam æquationem algebraicam definiiri possit. Etsi autem æquationes cubicæ ac biquadraticæ omnes per circulum & parabolam construi possint; non tamen ideo consultum est, ut non aliis etiam sectionibus conicis in istis æquationibus construendis utamur. Etenim ubi problemata algebraice solvimus, haud raro incidimus in æquationes locales alterius sectionis conicæ, quam parabolæ; ut adeo sua veluti sponte sese offerat ad constructionem, cum parabola demum anxie quærenda esset; &, per aliam sectionem conicam quam parabolam, haud raro multo concinnius construi potest. Quædam adeo lineæ quibusdam problematis videntur quasi propriæ, ita ut destinentur eorundem constructioni; quia pariunt elegantem, & simpliciore, si linearum rationem habeas, ex quibus datis quæsitæ determinanda; cum constructiones ceteræ evadant intricatiores, & schemata pariant confusa, si omnes constructiones subsidiariæ eidem simul inferendæ, nec curva supponatur tanquam data, nec lineæ ex coefficientibus terminorum repertiundæ tanquam jam repertæ.

§. 222. Apud Veteres celebrabantur problemata, de inveniendis lineis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas, & de trifsectione anguli. Cum enim per Geometricam

metriam elementarem facillime inveniatur media proportionalis inter duas datas, & angulus non minus facile bifecetur, per solas rectas & circulum, seu per Geometriam elementarem; Veteres primum horum problematum solutiones intersectione rectarum & circuli quoque tentarunt, sed frustra. Unde ad constructiones per alias lineas curvas confugiendum tandem erat. Quamobrem nostrum quoque erat, ut, constructiones æquationum cubicarum & biquadraticarum illustraturi, horum imprimis problematum rationem haberemus. Distinxerunt vero ideo Veteres problemata in plana, solida, & linearia. Plana appellarunt, quæ per rectas & circulum construui possunt, quia hæ lineæ supponuntur in plano descriptæ; solida, ad quorum constructiones adhibendæ sunt sectiones conicæ, quæ, cum per conii dati sectionem prodeant, tanquam in solido datæ supponuntur. Cumque præter rectam, circulum, & sectiones conicas, lineas alias in Geometriam recipere nollent; problemata plana & solida sola geometrica appellarunt, quemadmodum etiam lineas istas solas geometricas dixerunt. Per alias vero lineas construenda problemata, mechanica vocarunt; ipsasque, quarum ope construuntur, lineas mechanicas nuncuparunt. Ast CARTESIUS, connubium Arithmeticæ cum Geometria introducens, cum videret sectiones conicas per æquationes

definiri posse algebraicas, & præter eas dari curvas innumeras alias, quæ per istiusmodi æquationes definiuntur; hæc omnes illis æquiparavit & in Geometriam recipiendas esse intulit; in numerum mechanicarum reiectis, quæ æquationes istiusmodi respuunt. Invento autem calculo differentiali; cum curvæ, CARTESIO mechanicæ dictæ, non minus per æquationes differentiales definiantur, quam ceteræ per ordinarias, & ad constructiones problematum utilissimorum adhibeantur, quemadmodum in Mechanicis videbimus; his quoque aditus, in Geometriam factus. Unde multo amplior evasit speculationum geometricarum campus, qui a Veteribus intra nimis arctos limites coërcebatur. Sane inventa longe præclarissima ex Mathesi exularent, si recentiores Geometræ vestigiis, vel Veterum, vel CARTESII, insistere voluissent.

§. 223. Non omnia problemata per rectam & circulum construui posse, inventio duarum linearum mediarum continue proportionalium inter duas datas, & trisectio anguli docuit; & ex æquationibus algebraicis, ad quas ducunt solutiones problematum, patet ratio. Quemadmodum enim æquationum quadraticarum constructio pendet ab invenienda una linea media proportionali inter duas alias quomodocunque datas; ita constructio cubicarum supponit duas medias continue propor-

tionalia

tionales, constructio biquadraticarum tres inveniendas & ita porro. In æquationibus puris hoc ipsum obvium est; in affectis non minus ostendi potest. Sufficiat nobis in gratiam tyronum id ostendisse in æquationibus puris. Æquatio quadratica pura est  $x^2 = ab$ . Patet hic esse

$$a : x = x : b$$

adeoque constructurus æquationem invenire debet mediam proportionalem inter  $a$  &  $b$ .

Æquatio cubica pura est

$$x^3 = a^2 b$$

adeoque  $x^4 = a^2 b x$

$$a^2 : x^2 = x^2 : b x$$

Sit  $b x = y^2$

erit  $x : y = y : b$

&  $a^2 : x^2 = x^2 : y^2$

$$a : x = x : y = y : b$$

Igitur  $a, x, y, b$  sunt continue proportionales. Æquationem ergo cubicam puram constructurus, invenire debet duas medias continue proportionales inter datas  $a$  &  $b$ , quarum prima  $x$  est radix æquationis cubicæ puræ.

Similiter æquatio biquadratica pura est

$$x^4 = a^3 b$$

Quare  $a^3 : x^3 = x^3 : b$   
 $= x^3 : b x^3$

Sit  $b x^3 = y^3$

erit  $a^3 : x^3 = x^3 : y^3$

$$a : x = x : y$$

&  $x^2 : y^2 = y : b$   
 $= y^2 : b y$

Sit  $b y = z^3$

erit  $x^3 : y^3 = y^3 : z^3$

$$x : y = y^2 : z$$

&  $y : z = z : b$

Habemus adeo

$$a : x = x : y = y : z = z : b$$

consequenter  $a, x, y, z, b$  sunt continue proportionales; & æquationem biquadraticam puram constructurus, invenire debet tres medias continue proportionales inter duas datas  $a$  &  $b$ , quarum prima  $x$  est radix æquationis. Intersectio rectæ & circuli nonnisi unam exhibet lineam mediam continue proportionalem inter duas. Quamobrem si plures inveniendæ supponuntur, sola rectæ ac circuli intersectione obtineri minime possunt. Hinc duarum inventio deduxit MENECHMUM ad intersectionem duarum parabolæ, quemadmodum vidimus supra (§. 218).

§. 224. Forsan autem non inutile erit, si hic exemplo aliquo ostendamus, quomodo inventio duarum linearum mediarum continue proportionalium ad æquationes cubicæ affectas deducat; ne quæ de extremis quomodocunque datis diximus obscura videantur, nec satis a tyronibus intelligantur. Sit igitur problema tale: *Data quatuor quantitatum continue proportionalium prima & differentia quarta a secunda; invenire singulas.* Resolutio hæc erit.

Sit Quant. I =  $a$       Quant. II =  $x$   
 Differ. II & IV =  $b$       III =  $y$   
 erit IV =  $x - b$   
 & per

& per conditionem problematis

$$a : x = x : y \quad a : x = y : x - b$$

$$x^2 = ay \quad xy = ax - ab$$

$$\frac{x^2}{a} = y \quad y = \frac{ax - ab}{x}$$

adeoque

$$\frac{x^2}{a} = \frac{ax - ab}{x}$$

$$x^3 = ax^2 - a^2b$$

$$x^3 - ax^2 + a^2b = 0$$

Videmus itaque constructionem æquationis cubicæ affectæ dependere ab inventione duarum mediarum proportionalium inter duas extremas, quarum prima simpliciter datur, altera autem per differentiam a prima mediarum. Ad constructionem vero sese offerunt æquatio ad parabolam  $x^2 - ay = 0$ , & æquatio ad hyperbolam intra asymptotos  $xy - ax + ab = 0$ . Cum vero etiam sit  $x : y = y : x - b$  adeoque  $y^2 = x^2 - bx$ , consequenter  $y^2 - x^2 + bx = 0$ ; loco hyperbolæ intra asymptotos offert etiam sese hyperbola æquilatera.

Eodem modo ex sequente problemate liquet, quomodo inventio unius mediæ proportionalis ducat ad æquationem quadraticam affectam. Scilicet, data quantitatum continue proportionalium prima & differentia tertiæ a secunda, invenienda sit secunda. Sit itaque

Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

Quantitas I = a    Quant. II = x  
Differ. II. & III = b    erit III = x - b  
adeoque per conditionem problematis

$$a : x = x : x - b$$

$$x^2 = ax - ab$$

$$x^2 - ax + ab = 0$$

Non sine ratione addimus exemplum æquationis quadraticæ affectæ, propterea quod harum æquationem constructionum reduximus ad inventionem linearum reciprocarum (§ 265 Anal.); ne existiment tyrones veritati consentaneum non esse, quod eadem pendeat ab inventionem mediæ proportionalis inter duas extremas quomodocunque datas. Poterant casus omnes æquationum cubicarum per inventionem duarum, casus vero omnes æquationum biquadraticarum per inventionem trium mediarum continue proportionalium illustrari; siquidem prolixioribus esse licuisset.

§. 225. Doctrina de numeris irrationalibus illustratur problemate 259 (§. 630 Anal.), in quo ostendimus, quomodo numerus irrationalis quicumque per lineam exprimat; ut intelligatur, cur Veteres quantitates irrationales non in numeris, sed in continuo considerarent, unde oriuntur, adeoque eas ad Geometriam retulerint. Attentionem denique meretur usus constructionis æquationum ad curvas datarum, per combinationem locorum; cum hoc pacto,

O o

pacto,

pacto, ope curvarum inferioris generis, construi possint curvæ superioris; quemadmodum, ope parabolæ & circuli, construximus parabolam cubicam & circulum secundi generis. Etsi enim hæ constructiones sint molestiores, quam ut in usum recipiantur; sufficit tamen quod per easdem in curva, quæ descripta supponitur, quodvis punctum datum ad examen revocari possit, num rite fuerit determinatum; & saltem ex possibilitate constructionis pateat curvæ possibilitas.

§. 226. Satis ostendimus, quomodo in Elementis nostris Analyseos finitorum versari debeat, qui artem hanc intimius perspicere sibi que familiarem reddere voluerit; quamvis longe plura annotare poteramus, si singula accuratius perpendenda proponere visum nobis fuisset, nec acquiescere voluissemus in speciminibus, quæ in aliis imitari poterit attentione sufficiente usus. Restat igitur ut doceamus, quomodo in Analysei infinitorum sit versandum. Initio tyrones non scrupulosiores esse debent in notione quantitatis infinite parvæ expendenda; modo notent eas non in se esse nihilum, sed tantummodo respectu aliarum pro nihilo haberi: quo facit scholion def. 2 ( §. 5 *Analys. infin.* ). Quodsi enim difficultates quædam supersunt, quæ assensum remorantur; eadem in progressu evanescent: tollentur autem penitus, ubi ea perpenderit, quæ in

Metaphysicis de ente infinito Mathematicorum imaginario demonstrantur ( §. 796 & seqq. *Ontol.* ) Dudum Mathematici ex differentiis quæsivere quadrata & cubos; quemadmodum docuimus in applicatione calculi literalis ad Arithmeticam ( §. 81 & seqq. *Anal.* ). Inventum hoc ansam dedit LEIBNITIO investigandi methodum ex differentiis colligendi terminos seriei cujuscunque continue crescentis, vel decrescentis; cum ignoraret, id jam in literas fuisse relatum a D. MOUTON, Canonico Lugdunensi, ex observatione FRANCISCI REGINALDI, Lugdunensis; quemadmodum constat ex epistola LEIBNITII ad OLDENBURGIUM scripta, quæ legitur in *Commercio epistolico* D. JOANNIS COLLINS & aliorum de *Analyse promovata*, jussu Societatis Regiæ Britannicæ in lucem edito, p. 32 & seqq. Calculum adeo differentialem primum exercuit in numeris, ubi differentix sunt finitæ, seu assignabiles. Cum deinde opus præclarum de *Quadratura circuli & sectionibus conicis* GREGORII A S. VINCENTIO, ab HUGENIO sibi commendatum, legeret, in quo differentix magnitudinum infinite parvæ considerantur, quarum summæ exhibent ipsas magnitudines; hæc observans in calculum differentialem incidit, de quo hic nobis sermo est; methodo *Cavalieriana*, qua felicissime usus GREGORIUS A S. VINCENTIO, ad calculum perducta. In hoc calculo

cūlo omnia pendent a differentiatio-  
ne rectanguli  $xy$ . Quamobrem ad  
eam omnem attentionem afferre de-  
bent tyrones; ne in ceteris supersit  
ulla difficultas. Etenim si supponas,  
quomodo differentiale rectanguli  $xy$   
inveniatur; nullo negotio cetera  
erues per Algebram communem;  
quemadmodum ostendimus tum in  
ipso problemate primo *num. II.* &  
*seqq.* tum in problemate secundo at-  
que tertio. Constat lineam generari  
motu continuo puncti ab uno termi-  
no ad alterum, qualis est motus li-  
quidi fluentis; unde a NEWTONO  
appellatur *Fluxus*. Constat etiam  
superficies istiusmodi motu linearum;  
solida vero motu superficierum gigni  
Quodsi ergo ad genesis magnitudi-  
num animum advertas; per ea, quæ  
ab EUCLIDE & ARCHIMEDE  
demonstrata sunt (§. 5 *Anal. infin.*),  
animadvertes, magnitudines crescere  
vel decrescere, per incrementa, vel  
decrementa inassignabilia, quæ ipsæ  
sunt quantitates infinite parvæ, cum  
quibus hic nobis negotium est, a  
NEWTONO, ad genesis magnitu-  
dinum respiciente, *Fluxiones* ap-  
pellatæ; quemadmodum ipsas mag-  
nitudines, quæ hoc modo crescunt  
vel decrescunt, *Fluentes* vocat. Un-  
de quantitatem differentiare, stylo  
*Newtoniano*, est invenire fluentis da-  
tæ fluxionem. Ut hæc rectius intel-  
ligantur; perpendant velim tyrones,  
si recta quædam AB, juxta ductum  
alterius rectæ AC, motu sibi semper

parallelo atque æquabili, moveatur  
deorsum, dum interea punctum quod-  
dam, motu quomodocunque acce-  
lerato, in ipsa recta AB, a termino  
A versus alterum B, progreditur;  
punctum describet lineam curvam  
AM, recta vero spatium curvilineum  
APM. Quodsi ponamus rectam ex P  
pervenire in  $p$ , adeoque abscissam AP  
augeri incremento  $Pp$ ; evidens est, eo-  
dem quo hoc accidit momento, semi-  
ordinatam PM augeri incremento  $mR$ ,  
arcum AM incremento  $Mm$ , & spatium  
curvilineum APM incremento  $PpmM$ .  
Arcus adeo AM differt ab arcu  $Am$ , ar-  
culo  $Mm$ ; semiordinata PM a semior-  
dinata  $pm$ , particula  $mR$ ; spatium cur-  
vilineum, sive area APM, ab area  
 $Apm$ , particula  $PpmM$ ; dum diffe-  
rentia abscissæ AP ab abscissa  $Ap$  est  
 $Pp$ . Unde, stylo *Leibnitiano*, si in  
tempusculo infinite parvo incremen-  
tum  $Pp$  est inassignabile; hoc ipsum  
incrementum  $Pp$  dicitur differentiale  
abscissæ  $Ap$ ,  $mR$  differentiale semior-  
dinatæ PM,  $Mm$  differentiale arcus  
AM, & tandem  $PpmM$  differentiale  
aræ APM: stylo autem *Newtonia-*  
*no*,  $Pp$  abscissæ,  $mR$  semiordinatæ,  
 $Mm$  arcus,  $PpmM$  aræ, fluxio est.  
Atque adeo patet, cur calculus dif-  
ferentialis seu methodus fluxionum in  
Geometria sublimiori tantæ sit utilita-  
tis: id quod ex ejus applicatione  
clarius elucescet. Incrementa ab-  
scissæ  $Pp$  generantur motu æquabili;  
adeoque æquali tempore, sive tem-  
pusculo, æqualia sunt: ast cum in  
cremen-

crementa femiordinatæ  $mR$  eodem tempusculo generentur motu inæquali, & incrementa lineæ curvæ sive arcus  $Mm$ , atque areæ  $PpmM$ , motu mixto ex æquali & inæquali, singula inæqualia esse debent. Unde liquet in hoc calculo magnitudinis unius incrementum sumi ut æquale, dum reliqua inæqualia sunt, quæ simul generantur. Non autem necesse est, ut abscissa ponatur crescere per incrementa æqualia; sed sumi etiam possunt momentanea incrementa magnitudinis alterius tanquam æqualia, quo casu abscissa crescit per inæqualia incrementa. Ponamus enim rectam  $AC$  æqualiter moveri, motu sibi semper parallelo, juxta ductum rectæ  $AB$ ; dum interea punctum motu continuo accelerato in illa descendit; patet incrementa  $Qq$ , sive  $Rm$ , eodem tempusculo æqualia esse debere; dum interea incrementa  $Sm$ , sive  $Pp$ , inæqualia gignuntur. Hactenus dicta qui perpendit, is non modo animadvertet calculum differentialem niti methodo genetica, & rigorem acquirere ex demonstratis ab EUCLIDE & ARCHIMEDE (§. 5 *Anal. infin.*); verum etiam, in applicatione hujus calculi ad Geometriam sublimiorem, nihil deprehendet obscuritatis.

§. 227. Ope calculi differentialis, tangentes curvarum facillime determinantur; hancque methodum, non modo ad omnes curvas algebraicas extendi patet ex formula generali,

Tab.III.  
Fig. 33.

quam dedimus (§. 32 *Anal. infin.*), verum etiam eandem ad alias curvas, quæ mechanicæ non sunt, applicari posse, exemplo spiraliū, cycloidis, logarithmicæ & quadratricis DINOSTRATIS docuimus. Non opus hic est perplexis longisque calculis; nec methodum hanc irrationales quantitates remorantur; ut adeo nihil in eadem desiderari possit. Tota nititur ratione differentialium femiordinatæ ac abscissæ, quæ sunt inter se in ratione femiordinatæ ad subtangentem; quemadmodum in resolutione probl. 4 (§. 20 *Anal. infin.*) demonstravimus. Quoniam enim quantitatibus proportionalibus infinite parvis substitui possunt aliæ finitæ; valor subtangentis, qua tangens determinatur, ex quantitatibus assignabilibus componitur. Artificio hoc usus est BARROWIUS in sua Tangentium methodo: quod ut appareat, exemplo parabolæ *Apoloniana* perfacili docere lubet. Sit  $QN=y$ ,  $AQ=x$ ,  $PT=t$ . Sit femiordinata alia  $PM$ , & ei respondens abscissa  $AP$ , differentia earundem femiordinatarum adeo exigua, quantum desideratur, & differentia abscissarum  $MR$  exiguæ parvitas. Sit  $PQ=MR=e$ ,  $NR=a$ ; erit  $PM=y-a$ ,  $AP=x-e$ . Si parameter parabolæ fuerit  $p$ ; habebimus

$$\begin{aligned}
 &y^2 - 2ay + a^2 = px - ep \\
 &\text{\&} \qquad \qquad \qquad y^2 = px \\
 \hline
 &\text{adeoque } -2ay + a^2 = -ep \\
 &\qquad \qquad \qquad 2ay = ep, \text{ ob } a^2 = 0
 \end{aligned}$$

Est

Tab.III.  
Fig. 36



$$\begin{aligned} \text{Est vero } & e : a = t : y \\ & \& e : a = 2y : p \\ \hline \text{adeoque } & t : y = 2y : p \\ \hline & t = 2y^2 : p \end{aligned}$$

Nemo non videt, si pro  $a$  substituas  $dy$ , & pro  $e$  ponas  $dx$ ; prodire  $2ydy = pdx$  &  $t = \frac{ydy}{dx}$ . Unde resul-

tat  $t = \frac{2y^2}{p}$ : Methodus itaque *Bar-*

*rowiana* tangentium a præfenti, quam proponimus, non differt; & calculus, quo utitur *BARROWIUS*, non differt a calculo differentiali, nisi characteristicâ. Hæc sane ratio est, cur *JACOBUS BERNOULLI* primum existimaret calculum differentialem *LEIBNITII* non differre a *Barrowiano*; & *Dn. DE TSCHIRNHAUSEN* contenderet, calculum differentialem *Barrowiano* ortum suum debere; præsertim cum *LEIBNITIUS*, ubi eundem in *Actis Eruditorum* primum publicavit, non nisi ad methodum de maximis & minimis, quæ specialis casus est methodi tangentium, applicaret. Enimvero cum usus calculi differentialis in problematis magis arduis solvendis conspiceretur; aliter de eodem sentire cœperunt Geometræ, ipse etiam *HUGENIUS*, qui sibi persuadebat, aliis methodis detecta tantummodo aliter exprimi hoc calculo.

Tab. III. §. 228. Methodus *Barrowiana* nititur artificiis *CARTESII* in deter-

minanda tangente curvarum, & principiis Geometriæ indivisibilium *Cavallo*, atque Algebrae ordinariae. Etenim si curva *AMNO* secatur recta *TO*, erit *NR*.  $MR = PM$ : *TP*, quemadmodum demonstravimus in resolutione probl. 4. (§. 20). Quamobrem si sit  $NR = a$ ,  $MR = e$ ,  $PM = y$ ,  $TP = t$ ; erit  $a : e = y : t$ , & ex. gr. ex natura parabolæ, cujus parameter  $p$ ,

$$\begin{aligned} & y^2 = px \\ y^2 - 2ay + a^2 &= px - ep \\ \hline -2ay + a^2 &= 0 - ep \end{aligned}$$

Quodsi semiordinatæ *PM* & *QN* continuo propius ad se invicem accedant, ut differentia semiordinatarum *NR* & abscissarum *MR*, sive *PQ*, tandem degenerent in partes infinite parvas, seu momentanea incrementa; recta *MN* degenerat in arculum cognominem, *TN* degenerat in tangentem & *TP* in subtangentem. Tum vero ex principiis Geometriæ indivisibilium  $a^2 = 0$  respectu  $2ay$ , &  $ep$ ; &  $y - a$  atque  $y$  habentur pro æqualibus in contactu. Unde habemus:

$$\begin{aligned} -2ay &= -ep \\ \text{seu } 2ay &= ep \\ \& a : e &= (y : t) p : 2y \end{aligned}$$

quemadmodum ante (§. 227).

Ad methodum *Barrowianam* si applicatur vera characteristicâ infinitesimalium, seu quantatum infinite parvarum, sine qua algorithmus infinitesimalis non subsistit, qui est ipse sic dictus calculus differentialis; prodit

prodit methodus tangentium, quam hic applicamus. Ope autem hujus calculi, non modo expedita redditur, verum etiam extenditur, ut ultimum suum complementum ab eodem accepisse dicenda sit. Obiter hic annotamus, quando quæstio est de inventore calculi differentialis, id potissimum quæri, quinam primus Algorithmum quantitatum infinite parvarum invenerit, & in solvendis problematis exercuerit; cum antea adhiberetur calculus literalis communis, & vi principiorum Geometriæ indivisibilium, termini quidam expungerentur respectu ceterorum evanescentes. Similis quodammodo est hæc quæstio alteri communi, qua quæritur, quinam sit inventor veræ characteristicae numerorum & Algorithmi communis, quo hodie utimur in Arithmetica, tanta calculi commoditate & amplitudine. Habuere Veteres numerorum signa, sed parum apta. Usi iisdem sunt in Arithmetica practica. Non tamen ideo dici potest, quod habuerint veram numerorum characteristicam, & Arithmetica practica talem, qualem nunc habemus; nec quisquam hodie inventis notis numericis, quorum significatus ex ipsa numerorum natura deductus, aliis quam hisce signis uti vult: quemadmodum nec hodie inventa vera characteristica quantitatum infinite parvarum, qua calculus infinitesimalis in Analysis introductus, ut per modum Algorithmi exerceri

possit, quisquam calculum literalem communem adhibere mavult in solvendis problematis, quorum solutio a quantitibus infinite parvis pendet. Equidem ex ore ipsius Dn. DE TSCHIRNHAUSEN hausi, quod contenderet, se per Algebram communem eadem præstare posse, quæ per calculum differentialem adeo feliciter eruuntur; nec calculum hunc esse veram methodum, sed tantummodo veræ methodi compendium; qualia complura, immo, ut ipse confidenter admodum loquebatur, infinita excogitari possint, hocque sese ostensurum in secunda parte Medicinæ Mentis; nunquam tamen dictis fidem fecit, quin potius mortis vicinus Schedas suas Manuscriptas Vulcano tradidit, ne publicum statueret, quo successu in vera, quam pollicebatur, methodo detegenda fuerit versatus, & quousque fuerit progressus. Constat autem ex iis, quæ dedit in Actis Eruditorum, quod nimia in se ipsum confidentia de iis, quæ animo versabatur, locutus fuerit, quasi a se jam essent inventa; etsi re penitus examinata impossibilia deprehenderentur. Ostendi in Arithmetica, calculum numerosum ita institui posse, ut conservetur universalitas, quemadmodum in literali, & hoc pacto inveniri per calculum numerosum, quæ per literalem eruuntur. Ostendi superius, quomodo Algebra numerosa ad solvenda problemata geometricè applicari possit, ut prodeant formulæ algebraicæ geometricè

metricè construendæ (§. 194). Immo ostendi, quomodo, retenta communi linearum designatione, regulæ Algebræ ad solutiones problematum geometricorum applicari potuerint (§. cit.). Ecquis vero dixerit, si quis hoc fecisset, ante inventam Arithmetica literalem, eum jam habuisse Algorithmum universalem & Algebram speciosam? Immo si hanc methodum ad tractandas curvas adhibuisset; ecquis dixerit, eum habuisse methodum CARTESII tractandi curvas per æquationes algebraicas? Habuisset similem quandam methodum, sed non eandem; ut adeo in multis paria præstare potuisset, ast non eadem facilitate. Ars characteristica differt a methodo, & pro illius diversitate, hæc prorsus aliam induit formam; ita ut non modo facilius præstentur, quæ fieri debent, verum etiam plura in potestate sint, quam si alia characteristica adhiberetur. Patebunt hæc clarius, ubi Ars inveniendi ad formam artis fuerit redacta, quemadmodum Logica; & qui ad diversitatem methodorum, prouti hæc per Artem characteristicam modificantur, animum adverterit, prouti in hac commentatione inculcamus, eadem perspiciet. Talia autem observasse non tantum proderit ei, qui Artem inveniendi ad formam artis reducere voluerit; sed etiam ei, qui in Mathesi addiscenda ad tertium cognitionis gradum adspirat; ut methodos, quæ ipsi innotuerunt, limare,

iisdemque omnem suam amplitudinem tribuere possit, quam suscipere valent; ne a casu expectandum sit, quod artis est, usu facultatum huc requisito non occasione sponte oblata, sed ex scientia determinato, nec tentaminibus subiciatur, quod certa lege regitur. Nihil hic asserimus, quod non obvium sit ei, qui in Mathesi addiscenda præscripto a nobis modo fuerit versatus. Multa hic annotare poteramus, siquidem prolixioribus esse liceret, nec a præsentis instituto digressio longior videretur aliena.

§. 229. Notandum vero est, formulas algebraicas, quæ pro subtangente prodeunt, geometricè esse construendas, siquidem tangentem curvæ actû ducere volueris. Omitimus istas constructiones, brevitatis gratia; propterea quod in Analyfi finitorum satis perspicue docuimus, quomodo istiusmodi formulæ construuntur. Tyronibus tamen, quorum est exercere artem, eadem negligendæ non sunt. Ex. gr. subtangens ellipsis est  $\frac{ax-x^2}{\frac{1}{2}a-x}$  (§. 25 Anal. infin. Est itaque

$\frac{1}{2}a-x : a-x = x : PT$   
 h. e.  $PC : PB = AP : PT$   
 Quodsi ergo fiat  $PQ = PC$  &  $PR = PB$ , ductæque rectæ  $AQ$  agatur parallela  $TR$ ; erit  
 $PQ : PR = AP : PT$   
 h. e.  $PC : PB = AP : PT$   
 adeo-

Tab. III.  
 Fig. 36.

adeoque subtangens PT rite determinata, consequenter TM tangens quaesita.

Quoniam subtangens pro omnibus ellipsis in infinitum

$$\frac{(m+n)(ax-x^2)}{ma-mx-nx} = \frac{ax-x^2}{ma:(m+n)-x}$$

habemus:

$$\frac{ma}{m+n} - x : a - x = x : PT$$

Patet itaque non absimili modo tangentem pro omnibus ellipsis in infinitum determinari posse. Et quia pro circulo eadem subtangentis formula reperitur, quae pro ellipsi *Apolloniana*; & pro infinitis circulis eadem formula, quae pro ellipsis infinitis; nisi quod isthic  $n=1$ ; eodem etiam modo tangens omnium circulorum in infinitum determinatur. Immo cum formula subtangentis hyperbolarum a formula subtangentis ellipseos non differat nisi signis; tangens etiam hyperbolarum in infinitum non absimili modo determinatur. Subtangens curvae, quae definitur per aequationem  $y^3 - x^3 = axy$ , est

$$\frac{3y^3 - axy}{3x^2 + ay} = \frac{y^3 - \frac{1}{3}axy}{x^2 + \frac{1}{3}ay}$$

Habemus itaque

$$x^2 + \frac{1}{3}ay : y^2 - \frac{1}{3}ax = y : PT$$

$$\frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y : \frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x = y : PT$$

Tab. III. Fig. 37. Quantitates  $\frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y$  &  $\frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x$  concinna admodum constructione reperiuntur

hunc in modum. Fiat  $CA = \frac{1}{3}a$ ; sitque  $AP = x$ ,  $PM = y$ . Erigatur in A perpendicularis AN ipsi PM aequalis, seu construatur parallelogrammum rectangulum APMN. Ducta recta CN erigatur ad eandem perpendicularis NR. Erit  $PR = \frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x$ .

Est enim

$$CA : AN = AN : AR$$

$$\frac{1}{3}a : y = y : \frac{y^2}{\frac{1}{3}a}$$

$$\text{Ergo } PR = AR - AP = \frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x.$$

Fiat porro  $AO = CA$ , ductaque OP erigatur PS ad eandem perpendicularis occurrens ipsi NA ultra rectam CP continuatae in S. Erit  $NS = \frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y$ . Est enim  $AO : AP = AP : AS$

$$\frac{1}{3}a : x = x : \frac{x^2}{\frac{1}{3}a}$$

$$\text{Ergo } NS = SA + AN = \frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y.$$

Quodsi curva supponatur data seu in plano descripta, datis jam NS & PR subtangens nullo negotio determinatur.

§. 230. Quoniam normalis ad tangentem perpendicularis; tangens quoque determinatur per normalem; consequenter etiam per subnormalem, per quam normalis determinatur. Subinde subnormalis per constructionem faciliorem reperitur; adeoque praestat tangentem determinare

minare per normalem, quam per subtangentem. Exemplum habemus in circulo, ubi radius ad tangentem perpendicularis; quemadmodum per præsentem quoque methodum calculo eruitur (§. 38 *Anal. infin.*); vi cuius subnormalis reperitur distantiaæ semiordinatæ a centro æqualis; adeoque datur, data abscissa, cum subtangens eandem requirat constructionem, quam Ellipsis exigit (§. 229). Enimvero subinde etiam subnormalis postulat constructionem magis compositam quam subtangens; subinde utraque eadem simplicitate gaudet. Illius exemplum præbet ellipsis; hujus vero curva, ad quam est æquatio  $y^3 - x^3 = axy$ . Etenim in Ellipsi est (§. 40 *Anal. infin.*).

$$ax - x^2 : y^2 = \frac{1}{2}a - x : PG$$

$$a - x : \frac{y^2}{x} = \frac{1}{2}a - x : PH$$

Fiat itaque  $AQ = PM = y$ , & in Q erigatur perpendicularis QN rectæ per A & M ductæ in N occurrens; erit  $QN = \frac{y^2}{x}$ .

Est enim

$$AP : PM = AQ : QN$$

$$x : y = y : \frac{y^2}{x}$$

Continuetur PM in O, donec  $PO = QN$ , & ex centro C ducatur recta RC ipsi OB parallela, erit PR subnormali æqualis. Est enim

$$PB : PO = PC : PR$$

$$a - x : \frac{y^2}{x} = \frac{1}{2}a - x : PR$$

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

Quare si fiat  $PH = PR$ , habebis subnormalem, eritque HM normalis quæsitæ. Hanc constructionem si cum ea conferre volueris, quam pro subtangente dedimus (§. 229); patebit eam esse magis compositam. Subnormalis curvæ, quæ definitur per æquationem  $y^3 - x^3 = axy$  reperitur

$$= \frac{x^2 y + \frac{1}{3} ay^2}{y^2 - \frac{1}{3} ax}$$

Habemus itaque

$$y^2 - \frac{1}{3} ax : x^2 + \frac{1}{3} ay = y : PH$$

$$\frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x : \frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y = y : PH$$

Analogia hæc ab altera, quam pro subtangente eliciimus (§. 229), non differt, nisi quod termini in ratione priori invertantur; consequenter constructio eadem fere manet, nec simplicior est pro subnormali, quam pro subtangente.

§. 231. Methodus determinandi asymptotos curvarum nititur principio reductionis. Asymptoti enim considerantur instar tangentium in puncto a vertice infinito intervallo distante, ut abscissa eidem respondens sit infinita; consequenter axis  $a$  habeat ad eandem rationem inassignabilem; adeoque fiat respective nihilum. Hanc suppositionem a veritate non recedere, tyrones inde intelligunt, quod in hac hypothese eruantur eadem quantitates linearum, per quas asymptoti determinantur, quas supra in Analyfi finitorum aliter demonstravimus. Novarum enim methodos

Pp

thodos

rhodorum examina haberi debent, si applicentur ad jam nota. Ceterum attendant tyrones ad differentiam, quæ inter absolute nihilum, seu nihilum verum, & inter respectively nihilum, seu quod respectu quantitatis alterius pro nihilo habetur, intercedit. Etenim si qua quantitas per absolute nihilum multiplicatur, nihilo æqualis est: sed quæ ducitur in respectively nihilum non evadit nihilo æqualis. Hinc (§.47 *Anal. infin.*) in valore  $ax : (a + 2x)$ , recta  $a$  non quidem auget valorem rectæ  $2x$ , ut adeo sit  $a + 2x = 2x$ ; attamen non efficit  $ax$  nihilo æquale; sed hoc factum spectatur tanquam quantitas  $a$  infinites sumpta, quia  $a$  quantitas finita,  $x$  infinita. Idem patet in æquatione  $ay^2 = bx(a + x)$ , quæ, quia  $a$  respectively nihilum, reducitur ad æquationem  $ay^2 = bx^2$ . Unde simul liquet, si sumatur  $ay^2 = abx + bx^2$ , cur infinitum primi gradus  $abx$  habeatur pro nihilo, respectu infiniti secundi gradus  $ay^2$  &  $bx^2$ ; quippe quod infinitum primi gradus infinites superat, quemadmodum infinitum primi gradus quantitatem finitam. Non nego, hæc in numerum fictionum referenda esse; sunt tamen toleranter vera, ut cum JUNGIO loquamur, & in calculo, quemadmodum fictiones aliæ, utiliter adhibentur. Cavendum itaque, ne in præjudicium veritatis talia in Physicam inferantur principia, ex qua imaginaria exulare debent; quippe ubi in veras phænomenorum causas inquirimus.

§. 232. Attentionem quoque peculiarem meretur problema 7 (§. 49 *Anal. infin.*) in quo subtangens & subnormalis in conchoide determinatur. Curva hæc ex numero algebraicarum est: unde semiordinatæ ejus sumi possunt ad axem AB normales. Habet vero eadem etiam Tab. I. polum C: unde pro semiordinatis *Anal. infin.* quoque haberi possunt rectæ CM ex *Fig. 5.* polo C ad punctum curvæ M ductæ. Quamobrem duplicem explicamus methodum determinandi ejus tangentem & normalem. Prima eadem est, qua utimur in curvis algebraicis ceteris; nisi quod valor ipsius  $dx$  non ex æquatione ad curvam, sed aliis artificiis eruatur; ne formulæ pro subtangente & subnormali prodeant nimis perplexæ, constructionem minus concinnam parientes. Formula autem pro subnormali expeditior est, quam pro subtangente, adeoque in constructione præferenda. Cum enim sit subnormalis =  $t$

$$t + \frac{z^2 - az}{v} = t + \frac{(z - a)z}{v}; \text{ erit}$$

$$v : z = z + a : \frac{z^2 - az}{v}$$

$$PB : MC = QC : \frac{z^2 - az}{v}$$

cui si addatur  $PC = t$ ; prodibit subnormalis. Formula subtangentis

$$\frac{v(z^2 - t^2)}{z^2 - az + tv} = \frac{z^2 - t^2}{\frac{z^2 - az}{v} + t}$$

resol:

resolvitur in hanc analogiam :

$$\frac{z^2 - az}{v} + t : z + t = z - t : PT$$

Atque adeo patet, si formula subtangentis construenda, ante invenientiam esse subnormalem. Data autem subnormali, datur etiam tangens, ut adeo ulteriori constructione non habeamus opus. Altera methodus nititur hypothese semiordinatarum in puncto quodam concurrentium, quam ideo addere visum est, ut idea ejus animo ingeneretur ad alia profutura.

§. 233. Notanda vero sunt artificia, quibus subtangens determinatur in iis curvis, quarum semiordinatae in puncto quodam coeunt. Nimirum quia, in curvis algebraicis, subtangens intercipitur inter tangentem & semiordinatam; in puncto communi concursus excitatur perpendicularis, tangentem, cui occurrit, secans, quemadmodum videre est in methodo altera pro conchoide & in methodo pro spiralibus. In cycloide subtangens determinatur per intersectionem tangentis cycloidis & tangentis circuli genitoris; quia portio illa tangentis intercipitur inter semiordinatam & tangentem cycloidis, etsi ad illam non sit perpendicularis; ut adeo hic a significato termini tantisper recedatur, quem is in curvis algebraicis habet; quemadmodum etiam non retinetur significatus prorsus idem semiordinatae, ubi eadem in

puncto quodam concurrunt. Nimirum definitiones terminorum inventae sunt pro curvis algebraicis; deinceps per analogiam quandam aptantur ad curvas alias termini, ut in iisdem proprias sibi nanciscantur definitiones. Absit itaque, ut tibi persuadeas, ipsos Geometras alere significatum terminorum vagum. Ita subtangentem cycloidis definire licet per portionem tangentis circuli, in puncto intersectionis circuli & semiordinatae cycloidis, inter semiordinatam & tangentem cycloidis interceptam; & cum definitiones nominales sint arbitrariae, utique hoc facere licet. Nec ideo dicere licet, quod vocabulum *Subtangens* varios habeat significatus. Subtangens enim cycloidis non est subtangens curvarum simpliciter ita dicta. In quadratrice *DINOSTRATIS*, abscissa sumitur in circulo genitore, & portio radii quadratricem secantis pro semiordinata. Quoniam hic recta ad semiordinatam perpendicularis cum tangente in puncto contactus concurrat, quae adeo extra ipsum eam non secat, ideo necessarium fuit, ut eo, quem explicavimus (§. 55 *Anal. infim.*) modo determinaretur. Ad hoc animum probe advertere debent tyrones, ne notione subtangentis confundantur, ubi ipsimet tangentes in curvis non algebraicis determinare voluerint.

§. 234. Methodus de maximis & minimis nititur principio reductionis: maximae enim & minimae applicatae

P p 2

redu-

reducuntur ad casum tangentium. Et similiter applicatio hujus methodi ad problemata particularia eodem principio nititur; quatenus quantitarum series ad certum quendam terminum continuo crescentium vel decrecentium, deinceps rursus decrecentium vel crescentium exponitur per semiordinatas curvæ cujusdam algebraicæ, in qua semiordinatæ eandem constantem relationem habent ad abscissas, quæ convenit quantitatibus crescentibus vel decrecentibus. Ex. gr. Si linea recta ita secanda, ut rectangulum ex segmentis sit maximum eorum, quæ hac ratione constructui possunt; constans ratio quantitatis continuo crescentis usque ad terminum maximum exprimitur per factum segmentorum in se invicem. Quamobrem si segmentum minus sumas pro abscissa; problema hoc reducitur ad circulum, in quo maxima semiordinata determinanda.

Tab.  
III.  
Fig. 32.

§. 235. Ut ideam calculi summatorii, qui vulgo integralis dicitur, animo concipiant tyrones; repetendum est ex superioribus, magnitudines crescere per momentanea incrementa. Nimirum si tempusculo quodam abscissa augetur incremento  $Pp$ , semiordinatæ accedit incrementum  $mR$ , arcui incrementum  $Mm$  & areæ incrementum  $PpmM$ . Unde si abscissa  $AP = x$ , constare concipitur ex infinitis istiusmodi incrementis successivis, quorum unumquodque in-

definite exprimitur per  $dx$ , ita ut summa omnium  $dx$  sive  $\int dx = x$ ; Similiter semiordinata  $PM = y$  constare concipitur ex infinitis istiusmodi incrementis, quorum unumquodque indefinite exprimitur per  $dy$ , ita ut summa omnium  $dy$  sive  $\int dy = y$ ; Arcus  $AM = v$  constare concipitur ex infinitis istiusmodi incrementis, quorum unumquodque  $dv$ , ita ut  $\int dv = v$ ; & area  $APM$  constare concipitur ex innumeris istiusmodi areolis, quarum unaquæque, quemadmodum ostendimus, exprimitur per  $ydy$ , ita ut summa omnium istarum areolarum sive  $\int ydy$  sit areæ æqualis. Calculo adeo summatorio quæritur summa omnium incrementorum momentaneorum, ut habeatur magnitudo, cuius incrementum indefinite datur. Quamobrem si valor incrementi exprimat per relationem, quam habet semiordinata ad abscissam; per summationem reperitur valor semiordinatæ, arcus, & areæ curvæ datæ. Ex. gr. in parabola  $dy = \frac{1}{2} a^{1:2} x^{-1:2} dx$ . Quare  $\int \frac{1}{2} a^{1:2} x^{-1:2} dx = a^{1:2} x^{1:2} = \sqrt{ax}$  est semiordinata parabolæ. Similiter in circulo  $dy = \frac{1}{2} (a - 2x) dx (ax - x^2)^{-1:2}$ . Quare  $\int \frac{1}{2} (a - 2x) (ax - x^2)^{-1:2} dx = (ax - x^2)^{1:2} = \sqrt{ax - x^2}$  est semiordinata circuli. Et in hyperbola intra asymptotos  $dy = ax^{-2} dx$ . Quare  $ax^{-1} = \frac{a}{x}$  est semiordinata hyperbolæ intra asymptotos. Patet adeo per calculum summatorium restitui quantitatem variabilem, cuius differ-



rentiatione prædit magnitudinis elementum, seu momentaneum in ejus genesi incrementum. Unde Angli methodum fluxionum inversam vocant, quia ex data fluxione reperitur fluens, quemadmodum per directam ex fluente fluxio. Regressus autem iste non ubivis obvius est. Unde hodiernum Mathematicorum ingenia exercet. Constat autem ex problematis physico - mechanicis, qualia exempli loco in Mechanica dabimus, solutiones problematum sæpe nos deducere ad æquationes differentiales, quarum integratione detegitur natura curvæ; vel, ubi hoc fieri nequit, ope æquationum differentialium curvæ construuntur. Ope igitur hujus calculi multa in potestate sunt, ad quæ alias non pateret aditus. Ceterum tyrones ad exemplum trianguli, quod primo loco (§. 101 *Anal. infin.*) exhibuimus, animum probe attendant; ut non modo idea methodi quadrandi curvas in eodem nascatur, verum etiam dubium evanescat, quasi ex neglectu trianguli characteristici oriri debeat in summatione error assignabilis: quod ubi fieret, impossibile erat, ut prodiret area trianguli tanta, quantam esse debere demonstratur in Elementis Geometriæ. Præstantia autem hujus calculi inde elucescit, quod paucis lineis non modo exhibeatur quadratura parabolæ *Apolloniana*, sed & omnium parabolæ, & curvarum ipsis agnatarum in infinitum; cum methodo

*Archimæda* difficillime eruatur tantummodo prior.

§. 236. Cum nobis proposuerimus exemplis potius docere regulas, quam earum multitudine obruere memoriam tyronum, præceptis omnibus in unum locum congestis, antequam ad exempla accedatur; quæ de quantitate in summatione adjicienda tenenda sunt, exemplo quadraturæ segmenti parabolici inculcare lubuit (§. 107 *Anal. infin.*): ita enim ratio, cur adjicienda veniat, clarius percipitur, manifestior in casu particulari, quam si generalis detur. Ratio nimirum generalis est, quod in differentiatione, cum differentiale quantitatum constantium sit  $= 0$ ; quantitates constantes in composita variabilibus adjectæ evanescant; ita ut idem sit differentiale quantitatum  $x + a$  atque  $x$ , & quantitatum  $x - a$  atque  $x$ . Est enim &  $d(x + a) = dx$ , &  $d(x - a) = dx$  & differentiale ipsius  $x = dx$ . Unde in summatione, summæ adjiciendum, quod in differentiatione evanuit. Quomodo vero appareat, utrum aliqua quantitas constans sit adjicienda, nec ne; & num ea, quæ adjicienda venit, signum habere debeat positivum, an privativum; in exemplo particulari multo clarius elucet, quam si idem generaliter doceri deberet. Vidimus Tab. II. in doctrina de locis geometricis, Fig. 22. initium abscissæ non modo statui posse in vertice A, ubi cum abscissa evanescit etiam semiordinata,

evanescit arcus, evanescit spatium curvilineum, abscissa, semiordinata, & arcu contentum; verum etiam in puncto L infra verticem, vel in puncto N ultra eundem. Per hoc ipsum vero non variatur elementum abscissæ Pp, quod in omni casu idem est. Ne igitur in summatione obscurum sit, quod de quantitate adjicienda hic præcipitur; probe perpendant velim tyrones, quæ in scholio (§. 108 *Analys. infin.*) habentur. Inventores talia non animadvertent, nisi ubi animum ad solutionem particularium applicarunt; neque enim methodi repertæ sunt, nisi dum solutiones problematum tentatæ ad easdem deduxerunt inventores. Quamobrem qui *Analyfi*, tertii cognitionis gradus acquirendi gratia, operam navat, eadem via incedere debet, quam calcarunt Inventores; utut evitentur avia, in quæ haud raro inciderunt, cum in terris adhuc incognitis versarentur, antequam in viam regiam pervenirent. Ea quoque de causa, non dedimus nisi particularium problematum solutiones; etsi facillimum fuisset generales huc transcribere. Neque enim existimandum est, generales solutiones fuisse particularibus priores; sed illæ potius ex his enatæ sunt. Plerumque majoris artis est solvere problemata in casu particulari, quam universaliter.

§. 237. Quadraturam parabolæ omnium, immo curvarum aliarum eisdem agnatarum in infinitum,

nullo negotio dari per calculum integrale patet (§. 103, 105 *Analys. infin.*). Curvæ autem ceteræ, quas deinceps quadramus, tum etiam segmenta parabolica, quæ quadrantur, reducuntur ad parabolas; sive elementum per se non integrabile, juxta canones generales, reducat ad integrabile, terminis finitis aut nonnisi uno constans; sive resolvatur in seriem infinitam, quæ terminos numero infinitos habet. Etenim in casu priore, area curvæ reducitur ad areas tot parabolæ, quot sunt termini; in casu posteriori autem ad areas parabolæ infinitarum; quemadmodum, in Geometria elementari, figurarum rectilinearum, & ipsius circuli area reducuntur ad areas triangulorum. Ex. gr. ubi segmentum parabolicum, cujus elementum est  $dx \sqrt{ab + ax}$  quadrare jubemur,  $dx \sqrt{ab + ax}$  reducimus ad  $2v^2 dv : a$ . Quod si  $dv$  sumatur pro differentiali abscissæ &  $v$  pro abscissa, erit  $\frac{2v^2}{a} = z$ ,

adeoque  $v^2 = \frac{1}{2}az$ . Unde liquet segmentum parabolicum quadrantum reduci ad parabolam externam, cujus parameter est  $\frac{1}{2}a$ , seu dimidio parametri parabolæ æqualis, cujus segmentum quadrantum. Similiter patet aream curvæ CARTESII (§. 111 *Analys. infin.*) esse differentiam arearum parabolæ externæ Apolloniæ, ad quam  $x^2 = bz$ , & parabolæ externæ secundi generis, ad quam  $x^2 = b^2v$ . Non absimili modo patet, in  
eleme-

elemento hyperbolæ intra asymp-  
 totes  $dx - xdx + x^2dx - x^3dx + x^4dx$  &c.  
 in termino primo semiordinatam esse  
 $= 1$ , in secundo  $= x$ , in tertio,  
 si  $1 = a$ , esse  $x^2 = ay$ , in quarto  
 $x^3 = a^2y$ , in quinto  $x^4 = a^3y$  &c.  
 consequenter terminum primum esse  
 elementum parallelogrammi rectan-  
 guli, secundum elementum trianguli  
 æquicruri, tertium parabolæ externæ  
*Apolloniane* seu primi generis, quar-  
 tum elementum parabolæ externæ  
 secundi generis, quintum elementum  
 parabolæ externæ tertii generis & ita  
 porro in infinitum. Quadratura  
 igitur hyperbolæ reducitur ad qua-  
 draturam parallelogrammi rectanguli,  
 trianguli æquicruri & infinitarum pa-  
 rabolarum. Inde est quod hyper-  
 bolæ & circuli quadraturam per infini-  
 tas parabolas demonstraverit GUIDO  
 GRANDUS. Equidem, data hyper-  
 bolæ area intra asymptotos, datur  
 etiam area interna inter axem & cur-  
 vam interjacens; placuit tamen (§.  
 233 *Analys. infin.*) etiam ostendere,  
 quomodo area interna quadretur.  
 Enimvero patet quadraturam areæ  
 intra asymptotos esse simpliciorum  
 quadratura internæ, in qua  $\sqrt{ax}$   
 ducenda est in seriem infinitam.

§. 238. Exemplo circuli docuimus  
 (§. 124 *Analys. infin.*) quadraturam  
 non uno modo absolvi posse. Qua-  
 dravimus enim circulum, ex dato  
 sinu verso, ex dato sinu complemen-  
 ti, & ex tangente. Notanda hic sunt

artificia, quibus progressus termino-  
 rum in infinitum redditur conspi-  
 cuus: id quod inprimis ostendimus  
 in quadratura *Newtoniana*. Artificia  
 etsi eadem sint, quibus jam in Ana-  
 lyfi infinitorum usi sumus; scilicet ut  
 in numeris conservetur universalitas  
 calculi, & ut terminus sequens effi-  
 ciatur dependens ab antecedente;  
 applicatio tamen eorundem non sta-  
 tim cuivis succurrit. Unde memi-  
 ni quosdam seriem *Leibnitianam*, aut,  
 si magis, *Gregorianam*, pro circulo  
 prætulisse *Newtoniana*, quæ tamen  
 citius convergit, seu celerius appropin-  
 quat; quod illa constantem servet  
 legem, in hac vero termini nulla cer-  
 ta lege progrediantur; etsi *Newto-  
 niana* non modo manifestam legem  
 admittat, qua termini in infinitum  
 progrediuntur, verum etiam hoc ha-  
 beat, ut terminus quilibet sequens ex  
 proxime antecedente inveniri possit.  
 Id potius attentionem tyronum me-  
 retur, quod quadratura *Newtoniana*  
 exhibeat quadraturam segmentorum  
 circuli, *Leibnitiana* vero quadratu-  
 ram sectorum; atque adeo hæc in-  
 sinuet ideam quadrandi sectores cur-  
 varum, quæ centrum habent, animo  
 jam observata ARCHIMEDI, dum  
 circuli aream ad aream trianguli re-  
 duxit; quemadmodum clarissime do-  
 cuit KEPLERUS in *Stereometria doliæ  
 Austriaci*. Notandum porro est, quod  
 docuit LEIBNITIUS in *Actis Erudi-  
 torum* An. 1682, p. 45, cum termini  
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{17},$  &c. itemque termini  $\frac{1}{3}, \frac{1}{7},$   
 $\frac{1}{11}, \frac{1}{17},$

$\frac{1}{11}, \frac{1}{17}, \frac{1}{19},$  &c. progrediantur in progressionē harmonica; aream circuli esse differentiam duarum serie- rum progressionis harmonicæ. Præ- terea, si binos quosque terminos ad eandem denominationem reducas; quia  $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, \frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{28}, \frac{1}{9} - \frac{1}{11} = \frac{2}{99},$   $\frac{1}{13} - \frac{1}{17} = \frac{4}{221}, \frac{1}{17} - \frac{1}{19} = \frac{2}{323}$  &c. area circuli, quadrato diametri existente 1, erit  $\frac{2}{3} + \frac{2}{33} + \frac{2}{99} + \frac{2}{195} + \frac{2}{323}$  &c. in infinitum. Jam si diameter circuli  $= 1$ , erit semidiameter  $= \frac{1}{2}$ , adeo- que quadratum inscriptum  $= \frac{1}{4}$  (§. 21 *Trigon.*). Quoniam itaque quadra- tum circumscriptum est inscripti du- plum, si quadratum inscriptum fue- rit  $\frac{1}{4}$ , erit circumscriptum  $\frac{1}{2}$ , adeo- que area circuli  $\frac{1}{2} + \frac{1}{33} + \frac{1}{99} + \frac{1}{195} + \frac{1}{323}$  &c. in infinitum (§. 181 *Arithm.*). Sta- tim patet 3, 35, 99 esse numeros quadratos unitate mulctatos, nempe  $4 - 1, 36 - 1, 100 - 1$ ; & inter quadratum 4 & 36 interjacere tres numeros quadratos 9, 16, 25; simi- literque inter 36 & 100 interjacere tres 49, 64, 81. Quod si seriem pro circulo continues, & cum numeris in Tabula quadratorum numerorum compares; videbis eam constante hac lege progredi, ut denominator fractionis sit quartus quisque nume- rus excerptus ex serie numerorum quadratorum unitate mulctatorum, numeratore semper existente unitate. Quando vero quadratum inscriptum  $\frac{1}{4}$ , radius est  $\sqrt{\frac{1}{8}}$  (§. 21 *Trigon.*), adeo- que diameter  $= 2\sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ . Hæc ideo monemus, ut discant tyro-

nes dari etiam artificia particularia legem progressionis terminorum in infinitum detegendi, præter genera- lia, de quibus diximus ante: quam- vis istiusmodi quoque artificiiis jam usi fuerimus in inveniendo generali theoremate pro binomio ad dignita- tem quamcunque evehendo (§. 95 *Analys. infin.*). Neque enim inutile est eadem artificia variis exemplis illustrari.

§. 239. Quemadmodum vero qua- draturæ curvarum per series infinitas reducuntur ad quadraturam infinita- rum parabolæ; ita quoque cur- varum aliarum quadratura ad quadra- turam circuli atque hyperbolæ reduci solent: id quod non uno modo fieri solet. Exemplum habemus in ellipsi (§. 126 *Anal. infin.*), ubi ratio areæ ellipticæ ad aream circuli sua veluti sponte sese offert. Exempla alia præ- bent cyclois, cissois, spiralis *Archi- medea*. Non sine ratione addidimus hanc reductionem, cum eadem uta- mur in altioribus; prouti suo loco constabit in Mechanicis, ubi proble- mata physico-mechanica solvuntur. Probe autem notandæ sunt hæc redu- ctiones iis, qui ad tertium cognitio- nis gradum adspirant, ut vim princi- pii reductionis per omnem Artem in- veniendi utilissimi rectius percipiant. Ceterum eodem instituto, (§. 147 *Anal. infin.*) rectificationem parabolæ reducimus ad quadraturam hyperbo- læ: id quod ideo attentionem mere- tur, ut discamus subinde summatio- nem

nem ejusdem elementi dependere, & a quadratura curvæ, & a rectificatione arcus cujusdam. Habet enim hoc usum non contemnendum in methodo tangentium inversa, ubi æquationes differentiales construere jubemur, supposita curvæ cujusdam quadratura, vel rectificatione arcus. Exempla occurrunt in Mechanicis, ubi problemata physico-mechanica solvimus. Quodsi enim tempestive animum advertamus ad talia, quæ in progressu usum præclarum habent; quæ alias difficilia videntur, facilia evadunt, nec perturbatur animus, quando applicantur ea, quorum idea nobis jam familiaris evasit; præsertim cum haud raro insolita, nondumque perspecta videantur, quæ ex anterioribus nota esse poterant, si attentione sufficiente in iisdem usi fuisset.

§. 240. Rectificatio curvarum, perinde ac inventio sectorum ellipticorum & hyperbolicorum, interdum requirit calculos admodum prolixos. Ne igitur prolixitate tyrones redderentur perplexi, & a solutione problematis deterrerentur; calculos integros admodum distincte explicatos exhibuimus. Consulent autem sibi tyrones, si initio generalem quandam ideam solutionis animo concipiant; veluti quod in rectificatione arcus elliptici (§. 172 *Anal. infin.*) primum quæratür valor ex æquatione ad curvam, deinde tam ex numeratore, quam denominatore, in

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

valore isto emergente, extrahatur radix per theorema *Newtonianum*, & tandem series pro numeratore emergens dividatur per seriem, quæ emergit pro denominatore. Hoc pacto enim, in usum solutionis problematis, problema unum resolvitur quasi in plura, quorum unumquodque sigillatim solvi potest. Circa divisionem attentionem meretur artificium, quo calculus a perplexitate liberatur, ut distincte singula ipsis oculis exhibeantur: quod non modo facit ad facilius evitandum errorem, qui in calculum perplexum facile irrepit, defectu attentionis; verum etiam omnem molestiam aufert, qua attentio turbatur. Distincta perceptio intellectus est: unde qui intellectus perficiendi gratia Mathesi operam navant, non modo nostro more singula distincte sibi repræsentare, verum etiam ad diversa artificia, quibus eo sine hinc inde utimur, animum sollicite advertere tenentur. Ceterum ne quis aliorum libros evolvens, in quibus eorundem Problematum solutio occurrit, existimet, paucis ibidem explicari, quæ a nobis tanta prolixitate expediuntur; monendum esse duco, autores plerisque scribere peritis, non tyronibus, quorum utilitati nos velificamur; adeoque multa omittre, quæ a lectore supplenda sunt, siquidem veritatem assequi voluerit. Unde non modo tyrones, verum etiam haud raro exercitiores multum temporis fallunt,

Qq

fallunt,



Notandum adhuc est, ex formulis indefinitis erui posse adhuc alias formulas pro circulo integro, vel ejus peripheria integra, si valor ipsius  $x$  non explicetur per diametrum 1, sed per sinum, sinum versum, cosinum, vel tangentem alicujus arcus: quo in casu sæpius prodit series magis convergens, cum priori modo inventa minus convergeret & contra. Ex. gr. Si tangens fuerit  $x$ , pro arcu prodit  $x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{11}x^{11}$  &c.

Tab. III. Fig. 39.

Ponamus arcum  $x$  esse  $30^\circ$ . Si fuerit radius  $CA = CB = 1$ , erit sinus  $BI = \frac{1}{2}$  (§. 15 *Trigon.*), consequenter ob  $IC^2 = BC^2 - BI^2$  (§. 417 *Geom.*)  $IC^2 = \frac{3}{4}$ . Quamobrem cum sit

$IC : IB = CA : AD$  (§. 26 *Trigon.*)  
&  $IC^2 : IB^2 = CA^2 : AD^2$  (§. 124 *Anal.*)  
erit  $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 1 : AD^2$   
five  $3 : 1 = 1 : AD^2$  (§. *cit.*)  
Unde reperitur  $AD = \sqrt{\frac{1}{3}}$ .

Quodsi hunc valorem pro  $x$  substituas, cum sit

$x^2 = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}x^2 = \frac{1}{9}$
$x^4 = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{5}x^4 = \frac{1}{45}$
$x^6 = \frac{1}{27}$	$\frac{1}{7}x^6 = \frac{1}{189}$
$x^8 = \frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}x^8 = \frac{1}{729}$
$x^{10} = \frac{1}{243}$	$\frac{1}{11}x^{10} = \frac{1}{2673}$

series  $x (1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{5}x^4 - \frac{1}{7}x^6 + \frac{1}{9}x^8 - \frac{1}{11}x^{10}$  &c.) degenerat in sequentem  $\sqrt{\frac{1}{3}} (\frac{1}{1} - \frac{1}{9} + \frac{1}{45} - \frac{1}{189} + \frac{1}{729} - \frac{1}{2673}$  &c.) quæ exprimit arcum  $30$  graduum. Si vero diameter fuerit 1, eadem exprimit arcum  $60$  graduum. Quamobrem si seriem hanc ducas in 6,

hoc est, si  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  multiplices per 6, cum sit  $6\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{36}{3}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ; pro area circuli habebis

$$2\sqrt{3} (\frac{1}{1} - \frac{1}{9} + \frac{1}{45} - \frac{1}{189} + \frac{1}{729} - \frac{1}{2673} \text{ \&c.})$$

Quodsi porro binos quosque terminos reducere volueris ad eandem denominationem, erit

$$\begin{aligned} -\frac{1}{9} + \frac{1}{45} &= \frac{-45 + 9}{405} = -\frac{36}{405} = -\frac{12}{135} \\ -\frac{1}{189} + \frac{1}{729} &= \frac{-729 + 189}{189 \cdot 729} \\ &= \frac{-81 + 21}{21 \cdot 729} \\ &= -\frac{60}{21 \cdot 729} \\ &= -\frac{20}{7 \cdot 729} \\ &= -\frac{20}{5103} \end{aligned}$$

Si adhuc addas terminum seriei sequentem  $+\frac{1}{9477}$ ; eodem modo reperies

$$-\frac{1}{2673} + \frac{1}{9477} = -\frac{28}{104247}$$

Unde series pro circulo resultat  $2\sqrt{3} (1 - \frac{12}{135} - \frac{20}{5103} - \frac{28}{104247}$  &c.)

Quodsi eandem seriem divides per 4, & factorem  $2\sqrt{3}$  per 4 multiplices; habebis pro circulo

$$8\sqrt{3} (\frac{1}{4} - \frac{3}{135} - \frac{5}{5103} - \frac{7}{104247} \text{ \&c.})$$

seu  $\sqrt{192} (\frac{1}{4} - \frac{3}{135} - \frac{5}{5103} - \frac{7}{104247} \text{ \&c.})$

$$\text{Est vero } 135 = 15 \cdot 9$$

$$5103 = 63 \cdot 81$$

$$= 63 \cdot 9^2$$

$$104247 = 143 \cdot 729$$

$$= 143 \cdot 9^3$$

$$Qq 2$$

Quam

Quamobrem series pro circulo

$$\sqrt{192} \left( \frac{1}{4} - \frac{3}{15 \cdot 9} + \frac{5}{63 \cdot 9^2} - \frac{7}{143 \cdot 9^3} \&c. \right)$$

Unde patet lex progressionis in infinitum. Etenim numeratores progrediuntur secundum numeros impares; denominatores componuntur ex binis factoribus, quorum unus sumitur ex progressionem geometrica, cujus terminus primus 9, & exponens rationis eidem æqualis; alter vero per saltum excerpitur ex serie numerorum quadratorum unitate multiplicatorum, quorum radices sunt 4. 8. 12. &c. hoc est, progrediuntur in progressionem arithmetica, cujus terminus primus est 4 & differentia terminorum eidem æqualis.

Nisi formulam abbreviare voluissimus reductione binorum terminorum diversis signis præditorum ad eandem denominationem; lex progressionis in infinitum manifestari quoque poterat in formula

$2\sqrt{3} \left( 1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{45} - \frac{1}{189} + \frac{1}{729} - \frac{1}{2673} \&c. \right)$   
resolvendo denominatores in suos factores. Cum enim fit

$$45 = 5 \cdot 9$$

$$189 = 7 \cdot 27$$

$$729 = 9 \cdot 81$$

$$2673 = 11 \cdot 243$$

erit pro circulo series, si diameter = 1

$$\sqrt{12} \left( \frac{1}{1 \cdot 1} - \frac{5}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 9} - \frac{1}{7 \cdot 27} + \frac{1}{9 \cdot 81} - \frac{1}{11 \cdot 243} \&c. \right)$$

Una hic series factorum progreditur secundum numeros impares 1. 3. 5. 7. 9. 11. altera vero in progressionem geometrica, cujus exponens rationis 3, nimirum 1. 3. 9. 27. 81. 143.

§. 243. Patet hinc non temere esse judicandum, utrum series aliqua citius appropinquet altera, nec ne, & num constante quadam lege progrediatur. Neque enim eadem formula indefinita in omni casu particulari æque appropinquat, & lex progressionis sæpius latet, atque in casu particulari non eadem est, quæ in universali. Liquet etiam ad detegendam legem progressionis facere Arithmeticam, seu numerorum scientiam, quæ subinde etiam compendia summationis quotlibet terminorum seriei subministrat; ut adeo inutile existimare minime debeat studium, quod in speciebus numerorum certa lege progredientibus & in iis summandis collocatur; sit ita quod hodie Geometria magis excolatur Arithmetica, immo Geometriæ ad Mechanicam applicatæ magis habeatur ratio, quam puræ. Apparet etiam usui formularum minime obstare, quod irrationalitati obnoxia sint; & in casu particulari formulam ab irrationalitate liberam eidem implicari posse citra ullum incommodum, immo usum ejus per hoc fieri posse expeditiorem. Hæc probe notanda sunt, ne judicium de formulis diversis præcipitemus, quando de unius



unius præ altera prærogativa agitur. Et si itaque jam in superioribus (§. 238) de transmutatione seriei *Leibnitiana*, seu *Gregoriana* pro circulo in alias quadam monuerimus; non tamen piguit plura in eam rem dicere (§. 241), tum ut intelligatur, ex eadem formula, per transmutationem communi Arithmetica nixam, varias deduci posse alias, tum ut constet, hoc non inutiliter fieri, ubi eadem ad praxin sunt transferendæ; tum ut excitaremus attentionem eorum, & juvaremus eorundem acumen, qui de seriebus infinitis ad usum aptandis forsitan commentari decreverint. Neque enim inutilem operam sumeret, si quis hoc argumentum pro dignitate tractaret; ne inanes viderentur speculationes, quæ certum sui pollicentur usum. Nec est quod excipias talia peritis nullum facere negotium. Nam quibus sese commendat usus, ii non semper, immo rarissime adeo periti sunt, ut talia per se assequantur.

§. 244. Ut hæc rectius intelligantur; lubet exemplo quodam docere, quomodo per series infinitas inveniuntur approximationes in numeris quantalibet exactitudine, prouti plures vel pauciores terminos summare libuerit. Resolvuntur autem termini singuli in fractiones decimales per divisionem; quemadmodum fecimus in extractione radicum ex æquationibus per approximationem (§. 363 *Anal. finit.*). Ne autem

in numero cyphrarum quoto præfigendis aberres; tenendum est, tot præfigendas esse cyphras, quot numeratori cyphræ adjiciendæ, ut prima divisio succedat. Ex. gr. si fractio fuerit  $\frac{1}{8}$ , divisio non succedit nisi unitati adjecta cyphra. Quoto igitur præfigitur cyphra una, ut constet deficere integra, seu locum integrorum esse vacuum, & fractionem incipere a partibus decimis. Si fractio fuerit  $\frac{1}{40}$ , divisio inchoari nequit, nisi numeratori 1 adjectis duabus cyphris. Unde liquet quoto præfigendas esse duas cyphras: id quod indicio est, fractionem decimalem incipere a partibus centesimis. Si fractio fuerit  $\frac{1}{112}$ , divisio non potest inchoari, nisi tribus cyphris numeratori 1 adjectis: quoto igitur præfiguntur tres cyphræ, & fractio decimales incipit a millesimis. Similiter si fractio fuerit  $\frac{5}{1152}$ ; quoto denuo adjiciendæ sunt cyphræ tres & fractio incipit itidem a millesimis. In casu tamen particulari dantur compendia singulos terminos per divisionem in fractiones decimales resolvendi, quando scilicet alii ex aliis jam inventis inveniri possunt. Quamobrem sumamus seriem pro circulo

$$\sqrt{192} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{15 \cdot 9} - \frac{5}{63 \cdot 9^2} \right. \\ \left. \frac{7}{143 \cdot 9^3} \&c. \right)$$

quam ex *Leibnitiana* deduximus (§. 242). Patet ex 192 extrahendam

293

esse

esse radicem in fractionibus decimalibus (§. 274 *Arithm.*), continuata operatione ad tot loca, quot visum fuerit. Quodsi hanc divides per 4, habebis  $\frac{1}{4}\sqrt{192}$ , consequenter numerum, a quo summa terminorum signo negativo affectorum subtrahenda venit. Dividatur jam eadem radix per 9,  $9^2$  five 81,  $9^3$  five 729, &c. ut habeatur  $\frac{1}{9}\sqrt{192}$ ,  $\frac{1}{9^2}\sqrt{192}$ ,  $\frac{1}{9^3}\sqrt{192}$ , &c. aut, quod perinde est, quotus anterior semper per 9, pro obtinendo proxime sequente. Porro numerus  $=\frac{1}{9}\sqrt{192}$  multiplicetur per 3, & factum dividatur per 15, ita prodibit numerus respondens  $\frac{3}{15 \cdot 9}\sqrt{192}$ . Similiter numerus  $=\frac{1}{9^2}$

$\sqrt{192}$  multiplicetur per 5 & factum dividatur per 63, ut prodeat numerus  $=\frac{5}{63 \cdot 9^2}\sqrt{192}$ ; atque ita porro. Quodsi enim terminos hosce, in unam summam collectos, subtrahas a numero  $=\frac{1}{4}\sqrt{192}$ , relinquetur numerus peripheriæ circuli respondens, posita diametro 1. Cum sit  $\sqrt{192} = 13.856406460551018348219$ ; erit  $\frac{1}{4}\sqrt{192} = 3.464101615137754587055$  & porro,  $\sqrt{192}$  per R designata &  $\frac{1}{9}R$  per A,  $\frac{1}{9^2}R$  per B,  $\frac{1}{9^3}R$  per C,  $\frac{1}{9^4}R$  per D & ita porro, five  $\frac{1}{9}R = A$ ,  $\frac{1}{9}A = B$ ,  $\frac{1}{9}B = C$ ,  $\frac{1}{9}C = D$  & ita porro,

I.	5	3	9	6	0	0	7	1	7	8	3	9	0	0	2	0	3	8	6	9	1	=	A
	1	7	1	0	6	6	7	4	6	4	2	6	5	5	5	7	8	2	0	7	6	=	B
	1	9	0	0	7	4	1	6	2	6	9	6	1	7	3	0	9	1	1	9	=	C	
	2	1	1	1	9	3	5	1	4	1	0	6	8	5	8	9	9	0	2	=	D		
	2	3	4	6	5	9	4	6	0	1	1	8	7	3	2	2	1	1	=	E			
	2	6	0	7	3	2	7	3	3	4	6	5	2	5	8	0	1	=	F				
	2	8	9	7	0	3	0	3	7	1	8	3	6	2	0	0	=	G					
	3	2	1	8	9	2	2	6	3	5	3	7	3	5	5	=	H						
	3	5	7	6	5	8	0	7	0	5	9	7	0	6	=	I							
	3	9	7	3	9	7	8	5	6	2	1	8	9	=	K								
	4	4	1	5	5	3	1	7	3	5	7	6	=	L									
	4	9	0	6	1	4	6	3	7	3	0	=	M										
	5	4	5	1	2	7	3	7	4	8	=	N											
	6	0	5	6	9	7	0	8	3	=	O												
	6	7	2	9	9	6	7	6	=	P													
	7	4	7	7	7	4	1	=	Q														
	8	3	0	8	6	0	=	R															
	9	2	3	1	8	=	S																
	10	2	5	7	=	T																	
	11	1	3	9	=	V																	
	12	6	=	X																			
	14	=	Y																				

Quodsi jam fit  $a = \frac{3}{15}$ ,  $b = \frac{5}{63}$ ,  $c = \frac{7}{143}$ ,  $d = \frac{9}{255}$ ,  $e = \frac{11}{399}$  &c. continuata serie juxta legem progressionis, ut porro inveniantur valores  $f, g, h,$  &c. fitque A.  $a = \frac{3}{15 \cdot 9} \sqrt{192}$ , B.  $b = \frac{5}{63 \cdot 9^2} \sqrt{192}$ , C.  $c = \frac{7}{143 \cdot 9^3} \sqrt{192}$  &c. prodibit



$$=y + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} Ay^2 + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5} By^2 + \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 7} Cy^2 + \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 9} Dy^2 + \frac{9 \cdot 9}{10 \cdot 11} Ey^2 \text{ \&c. in infinitum.}$$

Sit  $y$  sinus arcus  $30^\circ$ ; erit is  $=\frac{1}{2}$ ; adeoque series degenerat in

$$\text{sequentem } \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 4} A + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 4} B + \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 7 \cdot 4} C + \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 9 \cdot 4} D + \frac{9 \cdot 9}{10 \cdot 11 \cdot 4} E \text{ \&c.}$$

in infinitum; consequenter si diameter fuerit 1, eadem series exprimit arcum  $60^\circ$ . Quodsi ergo terminum primum ducas in 6, & qui hinc prodit 3, in  $\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 4}$  coefficientem secundi,

ut habeas  $\frac{1}{8}$ , obtinebitur series pro

$$\text{circulo } 3 + \frac{1}{8} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 4} B + \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 7 \cdot 4} C + \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 9 \cdot 4} D + \frac{9 \cdot 9}{10 \cdot 11 \cdot 4} E \text{ \&c.}$$

Neque enim hic opus est, ut termini singuli multiplicentur per 6; quia sequentem semper ingreditur proxime præcedens; adeoque primus, qui est sextuplus primi in anteriore serie, terminos omnes sequentes. Non igitur alia re opus est, quam ut  $\frac{1}{8}$  resolvas in fractionem decimalem 1250000000000000000, ut habeas terminum secundum; hunc porro ducas in  $\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 4}$  sive  $\frac{9}{80}$ , hoc est, multiplices per 9 & dividas per 80, ut obtineas tertium 1406250000000000000;

Wolffii Oper. Mathem. Tom. V,

tertium vero ducas in  $\frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 7 \cdot 4}$ , seu multiplices per 25, & dividas per 168; ut prodeat quartus 2092633928571428; & ita porro. Quodsi enim terminos omnes addas, aggregatum erit peripheria circuli, cum numeris Ludolphinis consentiens. Sane si quatuor saltem terminos addis, posita diametro 10000, prout hic factum esse vides,

$$\begin{aligned} 3.0000 &= A \\ 1250 &= B \\ 140 &= C \\ 20 &= D \end{aligned}$$

Summa 3.1410

habebimus pro peripheria 3141; cum nota ultima non sit accurata. Reperitur adeo ratio diametri ad peripheriam ut 1000 ad 3141 cum Ludolphinis numeris consentiens. Nisi adeo fractiones decimales ad multa loca extendere volueris, sed in paucis numeris acquiescas, quemadmodum fecere ARCHIMEDES, PTOLOMÆUS, alii; exiguo tantum calculo opus est. Similiter brevi calculo iidem numeri inveniri poterant ex serie præcedente. Cum enim sit  $\frac{1}{4}\sqrt{192} = 3.46410 \text{ \&c}$

$$\begin{aligned} 1.53960 &= \frac{1}{5}R = A \\ 17106 &= \frac{1}{5}A = B \\ 1900 &= \frac{1}{5}B = C \\ 211 &= \frac{1}{5}C = D \end{aligned}$$

reperietur ut ante (§. 244)

R r 30792

$$30792 = A. a$$

$$1357 = B. b$$

$$93 = C. c$$

$$7 = D. d.$$

---


$$32249 \text{ Summa}$$

$$346410 = \frac{1}{4} \sqrt{192}$$


---

314161 Peripheria circuli, in qua quatuor numeri 3141, ut ante, cum *Ludolphinis* consentiunt.

§. 246. Quod si resolutio serierum infinitarum hic data probe perpendatur; nullus dubito fore ut, in seriis ad usum aptandis, nihil posthac supersit difficultatis. Inprimis autem hinc perspicitur, quantum interfit, ut lex progressionis in infinitum sit manifesta; ne multo labore demum investigandi sint termini, quibus habemus opus, & ut termini sequentes inveniantur ex antecedentibus; sive id fiat per dependentiam eorundem a se invicem in formula generali, quemadmodum in exemplo altero (§. 245), sive id singulari quadam ratione contingat in casu particulari, quemadmodum in exemplo primo (§. 244). Intelligimus etiam quanta, in tractandis altioribus, attentione opus sit ad maxime vulgaria, ne ea eidem sese subducant, & per ambages incedamus, ubi brevior ducit ad scopum via. Ex. gr. notissimum est ex communi Algorithmofractorum, si  $\frac{1}{3}$  dividas per 9, quotum esse  $\frac{1}{27}$ ; si  $\frac{1}{9}$  porro dividas per

9, quotum esse  $\frac{1}{243}$  & sic porro in in-

finitum. Enimvero, si in exemplo primo huc animum minime advertas, &  $\sqrt{192}$  sive 13. 856406460551018348219 dividere velis per 9, per  $9^2$  sive 81, per  $9^3$  sive 279 & ita porro, operoso calculo invenies numeros A, B, C, D &c. qui, continua divisione antecedentis per 9, multo facilius eruuntur. Immo si quis una divisione terminum quemcunque resolvere vel-

let, v. gr. secundum  $\frac{3}{15.9} \sqrt{192}$  sive

$\frac{3}{135} \sqrt{192}$ , multiplicando scilicet

13. 85640 &c. per 3, & factum dividendo per 135; in ambages multo longiores incideret; adhuc longiores futuras, si terminus quilibet reduceretur ad pure irrationalem & ex eo extraheretur radix, veluti si fieret  $\frac{3}{135}$

$\sqrt{192} = \sqrt{\frac{1728}{18225}}$  atque inde ex-

traheretur radix. Non existimandum est, talia inutiliter moneri: nisi enim ad ea animum reflectamus, ubi obvia sunt, attentioni nostrae sese subducent, ubi magis latent. Illustria dare poteramus exempla, nisi nostrum foret ab invidiosis abstinere, quae nulla necessitas imperat. Ad vitandam itaque *absentiam* sedato opus est animo; ne appetitus influat in determinationem operationum intellectus, in qua nullae ipsius sunt partes. *Distinctae notiones nullibi*

nullibi negligendæ sunt, ubi earum participes fieri possumus; præsertim si quis philosophari constituit, & ad vitæ perfectionem tanquam ad scopum tendit. Diximus insuper, quam difficile sit de prærogativa formulæ unius præ altera statuere, nisi utriusque resolutione observatis omnibus, quæ observari possunt, facta. Sane si formula posteriore utaris pro circulo, & terminos resolutos sibi invicem legitime subordinas, & idem facias cum priori; videbitur posterior priori longe anteponenda. Enimvero si totam operationem in casu priori conferas cum tota in altero; præsertim ubi divisionem per novenarium transmutas in subtractionem (§. 116 *Arithm.*); longe aliter senties. Nolo addere plura, ne videar in levioribus commendandis nimius; præsertim iis, qui, cum in calculis consenescere decreverint, nec studii Matheos utilitatem extra Mathesin quærant, illorum fructum prospicere nequeant.

§. 247. In capite de cubatione solidorum & complanatione superficierum tantummodo notandum est, quomodo elementa solidorum & superficierum eorundem inveniantur; & quomodo per calculum summatorium, eruta soliditate vel superficie corporis rotundi, investigentur per calculum literalem theoremata praxi inservientia. Inprimis hic attentionem meretur, quomodo solidum unum transformetur in aliud ipsi æquale. Ea cum facilia sint, pauca tantum-

modo speciminis loco exhibuimus, cum unusquisque per se plura addere possit.

§. 248. Methodus tangentium inversa maximæ utilitatis est in sublimioribus, atque ideo maximam quoque meretur attentionem. Ejus saltem primas lineas duximus; ut nascatur methodi hujus idea in animis tyronum; ne hæsitent in problematis, quæ in Mechanica traduntur. Duo autem hic præ ceteris notanda sunt; primum quomodo constructio æquationum reducatur ad quadraturam curvarum simpliciorum & earundem rectificationem, ut appareat, quomodo solvantur problemata, supposita quadratura curvæ vel rectificatione arcus; deinde quomodo ex æquatione differentiali ad logarithmicam deducatur modus differentiandi quantitates, quas logarithmi ingrediuntur (§. 243 *Anal. infin.*). Hujus enim usus insignis est in inveniendis logarithmis, tam numerorum vulgariæ, quam sinuum, atque tangentium; quemadmodum capite sexto docetur. Eodem quoque artificio nititur calculus exponentialis, quem integra sectione tertia exposuimus, & constructio curvarum exponentialium, ope logarithmicæ, atque quantitatæ, quas logarithmi ingrediuntur; cujus exempla dedimus capite altero hujus sectionis. Hinc vero elucet insignis lineæ logarithmicæ utilitas, quam nemo prævidere poterat, iis probe notanda, qui ad tertium cognitionis gradum adspirant. Ratio-

mem jam dedimus in superioribus (§. 176).

§. 249. Artificia, quibus utimur in investigando modo differentiandi differentialia (§. 297 *Analys. infin.*), eadem sunt, quæ ante adhibuimus ad investigandas regulas differentiandi quantitates finitas, & quæ jam nobis innotuere in calculo literali, ubi algorithmum fractionum ex algorithmo integrorum, & algorithmum irrationalium ex algorithmo rationalium deduximus; ut adeo hinc appareat, quomodo quæ vulgaria videntur, haud raro profint ad altiora; & quam utile sit ad artificia, quibus utimur in facilioribus, animum attendere, ne impervia nobis videantur magis ardua. Cum Methodus determinandi puncta flexus contrarii curvarum non minus utilis sit, ad ductum curvarum repræsentandum, quarum præter æquationem nihil novimus, quam methodus de maximis & minimis, & methodus determinandi puncta, in quibus curva rectam positione datam secat, quam in superioribus illustravimus; illa vero a calculo differentiali pendeat; eandem quoque exemplis nonnullis illustrare lubuit. Etsi enim curva integra nondum construi possit; ope tamen punctorum, quæ per eas methodos determinantur, ductum ejus imaginari licet. Exempla occurrent in Mechanica.

§. 250. In doctrina de evolutione curvarum, quam capite tertio

proponimus, notatu maxime dignum est, quod cyclois sua evolutione se ipsam describat (§. 350 *Analys. infin.*), cum hoc faciat ad perfectionem motus penduli, quo horologia automata ad maximam perfectionem perducuntur, quemadmodum in Mechanicis demonstratur. Sane ea ipsa permovet HUGENIUM, ut de evolutione curvarum cogitaret, sicuti ex egregio Mathematici summi *Tractatu de horologio oscillatorio* intelligitur. Notandum præterea, quod inserviat rectificationi curvarum, & ipsam curvedinem curvæ discernat; ut arcus circuli osculatoris pro arcu curvæ alterius in praxi substitui possit (§. 331 *Anal. infin.*). Applicatio calculi differentialis in hoc argumento nihil habet, quod non sit ex anterioribus manifestum. Hoc tamen adhuc attentionem meretur, quod determinatio radii osculi, seu evolutæ, interdum faciat ad theoremata selecta eruenda, quemadmodum exemplo logarithmicæ docemus (§. 332 *Anal. infin.*).

§. 251. Arithmetica infinitorum, invento calculo differentiali & summatorio, non amplius eum habet usum quem habere poterat, si is nondum fuisset inventus. Eam tamen prætermittendam esse non duximus; ne quod sit inventum, celebre inter recentiores Mathematicos nomen adeptum, quod a nobis non illustretur. Etsi autem pauca tantummodo de ea tradidisse videamur, plura tamen.



tamen dedimus, quam in prolixo opere ISMAELIS BULLIALDI continentur. Eam illustrare voluerat JOANNES CHRISTOPHORUS STURMIUS in *Mathesi enucleata*; sed cum esset artificiorum recentiorum ignarus, quod sibi proposuerat non perfecit. Quæ de termino ultimo seriei continuatæ evanescente notanda sunt, satis perspicue exposuimus (§. 345 *Analys. infin.*), ut plura eam in rem annotari minime sit opus. Ratio, cur usum Arithmeticæ infinitorum extendi quasi in infinitum licuerit ultra terminos, intra quos a BULLIALDO coërcetur, in summatione

potentiarum & numerorum pyramidalium consistit, quam in *Analyfi finitorum* universali quadam ratione absolvimus (§. 200 & *seqq.*, & §. 216). In Arithmetica enim infinitorum semiordinatæ curvarum spectantur tanquam in certa numerorum serie progredientium, veluti potentiarum dati cujusdam gradus in curvis parabolici generis (§. 349, 350 *Anal. infin.*). Unde *analyfi* ad *analyfin Veterum* propius accedente, quadraturæ curvarum quadrabilium deducuntur in Arithmetica infinitorum. Atque hoc artificium heuristico notari meretur.

## C A P U T V.

*De Studio Mechanicæ.*

§. 252. **M**echanica a Veteribus inventa fuit in usum machinarum: Veteres enim laudabili exemplo in theoria semper respiciebant ad usum in praxin; quippe cum in omni theoriæ genere intendenda sit praxis, quemadmodum in Philosophia sedulo inculcamus. Primas ejus lineas duxit ARCHIMEDES in libris de æquiponderantibus, nec ultra eos terminos progressi sunt Mathematici usque ad GALILÆUM. Quoniam machinæ omnes ex paucis quibusdam machinis simplicibus componuntur, quas potentias mechanicas appellare solent, nos machinas

simplices diximus; in Mechanica non considerarunt nisi machinas simplices, vectem, axem in peritrochio, trochleam, cochleam, planum inclinatum & cuneum, quarum theoriam amplissimam, sed nimis diffusam dedit VARIGNONIUS in opere posthumo. Considerarunt autem machinas hæc simplices in statu æquilibrii, in quo non nisi adest conatus ad motum, quam vim mortuam vocat LEIBNITIUS; propterea quod sublato æquilibrio, dum potentia motrix augetur, nascitur motus diversæ celeritatis, pro diverso illius incremento, seu excessu potentie.

Rr 3.

317

motricis supra pondus movendum. Inde est quod, in agitandis machinis, non modo potentiae motrices conferantur cum pondere movendo; verum etiam ipsæmet ad pondus ipsis æquale, & resistentiæ in motu machinarum superandæ ad pondus æquivalens reducuntur; quatenus potentia cuilibet motrici, quoad effectum, substitui potest aliquod pondus, vi gravitatis, qua ad descensum urgetur in machinam agens, seu eandem animans; & resistentiis superandis substituere licet pondus eandem potentiam motricem requirens, si elevari debet. Atque hæc probe notanda sunt tyronibus, ut & mentem Veterum plenius assequantur, & in applicatione theoriæ machinarum simplicium ad praxin, hoc est, ad machinas compositas explicandas nihil sentiant difficultatis. Patet hinc, quod LEIBNITIUS asseruit, Veteres nonnisi vis mortuæ notionem habuisse. GALILÆUS in *Dialogis de motu* ulterius primum progressus, & motum gravium descendendum, & projectorum explicare cœpit, non infeliciter: eum vero in finem præmisit theoriæ motus æquabilis. Attingit etiam nonnulla de motu pendulorum, sed quasi obiter. Accuratus vero, & data opera, in eundem inquisivit HUGENIUS in *Tractatu de Horologio oscillatorio*, & theoriæ imprimis centri oscillationis superaddidit. Occasione motus pendulorum idem incidit in vim cen-

trifugam, quam in circulo ad examen revocavit, adjectis in fine *Tractatus de horologio oscillatorio* theorematibus de vi centrifuga, quorum demonstrationes demum publici juris factæ sunt in posthumis. Inde NEWTONUS vires centrales, tam centripetas, quam centrifugas considerare cœpit etiam in curvis aliis, præsertim centripetis, & ad explicandum motum Planetarum theoriæ transtulit, in *Principiis Philosophiæ naturalis mathematicis*. CARTESIUS, in *Principiis Philosophiæ*, leges motus ex percussione explicare aggrediebatur, sed non satis feliciter, cum ad veritatem liquidam pertingere non potuerit. Postea vero WALLISIO, CHRISTOPHORO WREN & HUGENIO negotium feliciter cessit; quorum ille leges motus corporum non elasticorum, hi vero corporum elasticorum bene explicarunt. Quoniam autem motus corporum diminuuntur propter resistentiam medii, in quo moventur; in eandem quoque inquirere cœpit WALLISIUS; deinde vero hoc argumentum ulterius profecutus est NEWTONUS in *Principiis* modo laudatis. Denique, cum calculus differentialis esset inventus, & a Geometris præclaris, quos inter eminent BERNOULLII fratres, ad solutionem problematum physico-mechanicorum transferretur; descensus & ascensus corporum in lineis curvis expendi cœpit. Atque sic tandem latissimus  
evalit

evasis Mechanicæ campus, qui arctis nimium limitibus a Veteribus includebatur. Nos igitur Elementa Mechanicæ daturi, quæ satisfacerent, non minus inventorum antiquorum, quam recentiorum rationem habuimus. Hæc probe notanda sunt, ut idea quædam Mechanicæ animo concipiatur, definitio rectius intelligatur, nec quisquam miretur, ubi viderit, in Elementis nostris Mechanicæ longe alia pertractari, quam quæ vulgo in libellis hujus nominis reperiuntur.

§. 253. Qui solam praxin mechanicam curæ cordique habent, ii, prætermisissis ceteris omnibus, ad caput decimum quintum statim digrediantur: in eo enim & sequentibus continentur, quæ ad machinarum intellectum faciunt. Quoniam nobis theoriam cum praxi semper conjungere proposuimus, potentiarum quoque motricium ad machinas applicationem, & machinarum usitatorum constructionem explicare voluimus: quæ duo vulgo in libellis mechanicis negliguntur. A potentiarum motricium ad machinas applicatione pendet structura externa machinarum, quæ absque illa intelligi nequit; quemadmodum structura interna non intelligitur absque notitia machinarum simplicium. Libellatio vulgo in Geometria practica docetur: sed cum nos Geometriam practicam a theoretica non separaverimus; libellationis vero indispensabilis usus

fit in construendis molendinis, quæ aquarum vi agitantur; eandem quoque hic explicare visum fuit, ubi de applicatione potentiarum ad machinas agitur. Quoniam tamen ad machinas applicantur, quæ de æquilibrio solidorum c. 3, quod de centro gravitatis agit, demonstrantur in prima ejus parte, & quæ c. 4, de quiete & lapsu corporum gravium docentur; expensis definitionibus machinarum simplicium, addendæ sunt definitiones ac propositiones horum capitum, eo modo, qui ad primum cognitionis gradum acquirendum sufficit. Ubi vero animo satis comprehenderit, quæ ad machinas, tam simplices, quam compositas spectant; non inutile fuerit, si ceterorum quoque theorematum notitiam quandam tibi compares ex anterioribus, prætermisissis tantummodo problematis, quæ analytice solvuntur per calculum; ne ignores principia, quæ in praxi accuratiori usui sunt.

§. 254. Qui praxin mechanicam demonstratam expetit, ad secundum cognitionis gradum adspirans; eum addere debere demonstrationes per se patet. Non tamen ideo necesse est, ut omnis theoriæ campum emetiatur; sed sufficiunt ea, quæ ad intellectum machinarum faciunt. Quænam vero ea sint, facta demonstrationum cap. 15, contentarum analysis, eo quidem modo, quam in Logica (§. 922,) satis distincte explicavimus, & exemplis illustravimus, docet.

docet. Quod si quis praxin ante hauserit, quam ad theoriam accedat, quemadmodum modo (§. 253) inculcavimus; ei haud difficile fuerit ea, quæ sibi usui sunt, discernere a ceteris, quæ insuper habere potest. Nec nocet, si vel maxime quædam addiscat, quorum in machinis usum nullum perspicit: neque enim solum fieri potest, ut in posterum usus quidam sese offerat, quæ prævideri haud quaquam poterat; verum etiam omnis theoriæ tractatio certissimam spondet in firmandis ratiociniis mechanicis utilitatem, & menti acumen quoddam conciliat, ut perspicacius videamus aliis, in iis quæ ad machinas spectant. Acumen vero mechanicum, & prompta de machinis ratiocinatio, non nullius censeretur debet momenti.

§. 255. Qui denique ad tertium cognitionis gradum aditum sibi parare gestit, is nihil eorum prætermittere debet, quæ in Elementis nostris Mechanicæ continentur; sed omnia potius accurata industria persequi tenetur; quemadmodum in superioribus in genere præcepimus. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirat, intendit habitum ex iis, quæ cognovit, inveniendi alia sibi adhuc incognita. Opus igitur habet principiis, quibus in ratiocinando utatur; opus habet artificiis heuristics, quæ data occasione imitentur. Quæ a nobis demonstrantur, vel analyticè eruuntur, sunt principia, per quæ aditus

patet ad ulteriora. Resolutiones analyticæ problematum, quas damus, continent artificia heuristica a lectore attento annotanda, vi perspicaciæ quam inculcavimus, cum de studio Algebrae ageremus. Atque ea ratio est, cur problemata physico-mechanica in casu particulari solverimus, in quo soluta a primis inventoribus; etsi subinde quoque docuerimus, quomodo problemata particularia ad universalitatem reducantur. Plus enim artis plerumque deprehenditur in solutionibus particularibus, quam in universalibus; multoque difficilius fuit primis inventoribus dare solutiones particulares, quam deinceps aliis, qui iisdem omnem universalitatem conciliare voluerunt. Quamobrem qui non ad pompam scripsimus, (levitate quadam animi in ambitionem adducti, quæ cum condonanda sit homini in lineis & calculis ætatem omnem consumenti, ob egregia in scientiam merita, in Philosopho tamen ferenda non est, qui non minus appetitum, quam intellectum, seu facultatem cognoscitivam perficere tenetur;) sed utilitatem discantis unice respicimus, ad quam tanquam ad metam contendimus; eundem quoque a via regia deducere non debuimus, quam calcarunt, qui ad inaccessa aditum pararunt; ut appareat, quomodo quæ impervia videntur, humano ingenio pervia reddantur. In imprimis cognitu utilissimum, si non necessarium, dicendum

iis qui Artem inveniendi extra Mathesin exercere sibi propositum habent. Postquam enim abunde convicti sumus, quam necessarium sit, studio Matheseos etiam sublimioris, perficere intellectum, ut extra ejus pomœria inoffenso pede progrediaris; hanc quoque utilitatem, vulgo non satis animadvertam, etsi a multis commendatam, in conscribendis Elementis nostris intendimus, operamque dedimus, ne vana spe lactaremus lectoris animum.

§. 256. Enimvero non opus est, ut ad particularia descendamus: neque enim alia re opus est, quam ut ea, quæ superius de studio Matheseos in genere, & de studio præsertim Algebrae in specie, præcipimus, ad lectionem Mechanicæ transferantur. Quamvis enim hinc inde nonnulla scitu non inutilia annotari poterant; tantam tamen prolixitatem non fert præsens institutum; & qui per superiora ad ea, quæ sunt methodi, sufficientem attentionem, cum acumine, ubivis afferre didicit, perspicillis propriis usus animadvertet, quæ eum subterfugere non debent, nec manuuctione alterius indiget, qui firmo pede incedere valet. De duobus tamen artificiis, quibus utimur in Mechanicis, prorsus silere nefas est; propterea quod in Mathesi pura iisdem locus non est, in Philosophia tamen naturali, & in ipsa quoque morali, maximam utilitatem habent. Ut facilius intelli-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

gantur, quæ dicenda sunt; sumamus casum particularem. Gravia moventur in rerum natura per medium resistens, veluti per aërem, aut aquam. Enimvero in Mechanicis consideramus primo motum gravium in medio non resistente; qualis nempe foret, si nihil adesset, quod motum ejus quomodocunque impediret; seu quatenus a sola gravitate tanquam causa dependet. Ubi enim constat, qualis sit per se, nec difficile est postea quoque definire, quid per resistantiam medii detrahatur; ut intelligatur, qualis sit in medio resistente. Similiter in æquilibrio solidorum, pondera primum consideramus tanquam lineis gravitatis expertibus applicata; ut quale in se sit pateat. Deinde vero idem applicamus ad pondera ex gravibus suspensa, veluti longurione aut hasta quadam ferrea. Eodem prorsus modo, in Philosophia morali, appetitus sensitivus consideratur in se, independenter a rationali; deinde vero etiam, quatenus ab eodem dependet, & vice versa. Similiter appetitus spectatur ut dependens a solo sensu, deinde vero ut simul dependens ab imaginatione. Qui concursum plurium facultatum ad eandem actionem non distincte expendunt, ut sigillatim inquirent, quid ab unaquaque proficiscatur; nunquam ad veritatem liquidam pertinent; sed summa imis miscent; aut coecutientes hæsitant, quid statuere debeant; & veritatem, vel nullam

S s

agno-

agnoscunt, vel eam rationi humanæ imperviam temere pronunciant. Deinde probe quoque notandum venit artificium, quo problemata physico-mechanica reducuntur ad Geometriam puram, ut per eandem solutio in potestatem redigatur: id quod imprimis locum habet in transitu Geometriæ ad Physicam; ut tractare naturam mathematice liceat. Utile est hoc artificium in omni cognitione mathematica, qualis etiam locum habet in Psychologia, & in variis Philosophiæ practicæ capitibus; etsi hætenus de ea non cogitarint Mathematici; quippe principiorum philosophicorum ignari, nec Philosophi, qui subtilitates mathematicas a se alienas existimarunt. Erit autem tempus, quo, Philosophia nostro more magis exulta, cognitionem mathematicam ultra eos, intra quos hætenus coarctatur, terminos etiam ad talia provehent, in quibus quod locum habeat, hætenus vix sibi persuadere patiuntur. Quæ hic speciminis loco in medium afferuntur, excitare debent attentionem lectoris ad ea artificia, quibus methodus amplificatur, & quæ pauci in Mathesi imitantur in casu simili; extra eandem vero ut adhibeat nemo cogitat.

§. 257. In resolutione problematum physico-mechanicorum, id quoque considerandum est, utrum solvantur in hypothese naturæ, an vero in aliena. Illud obtinet, si quod sumitur in rerum natura, revera ita

se habet; hoc autem, si minus. Exempli loco esto acceleratio gravium. Motum gravium continuo accelerari, experientia constat; nec minus liquet, naturæ conveniens esse, ut certa lege acceleretur. Quod si, in solutionibus problematum de motu gravium, lex accelerationis sumatur, qualis obtinet in rerum natura; eadem in hypothese naturæ solvuntur. Si vero alia sumatur, quam quæ in rerum natura obtinet; eadem solvi dicimus in hypothese aliena. Geometriæ perinde est, in quacunque hypothese problema solvat, modo hypothesis non sit impossibilis, libera nimirum a contradictione. Enimvero in Physica non sunt usui nisi solutiones, quæ hypothese naturæ nituntur. Hinc qui non nisi Geometram agit, problema solvit in omni hypothese possibili; Physico relinquens ut hypothese naturæ definiat, & ad eandem solutionem generalem applicet, vel ex pluribus particularibus eam seligat, quæ instituto suo convenit. Quod si dicas, solutiones in hypothese aliena nullius esse utilitatis; lubens concedo, si non de alia utilitate sermo fuerit, quam quæ in Physica locum habet; nego autem, si de utilitate simpliciter sermo fuerit. Neque enim destituitur suo in Mathesi pura usu; qualis est incrementum Artis analyticæ magni omnino faciendum. Non igitur contemnenda sunt magna Geometrarum molimina, quæ per se ad cognitionem naturæ mathe-

mathematicam nil conferunt. Sufficit enim detegi methodos, per quas ea in potestate nostra constituitur, quam primum hypotheses naturæ innotuerunt. Quid quod solutiones problematum, in alienis hypothesis factæ, conducant ad illas investigandas; quatenus ad experimenta ducunt, de quibus alias non cogitare daretur. Quoniam principia Philosophiæ naturalis mathematica cognitioni naturæ mathematicæ inferuire debent; rigorose loquendo talia non sunt, nisi quæ hypothesis naturæ nituntur. Et si certam desideres cognitionem, hypotheses naturæ evinci debent, ne de earum veritate ullum superfit dubium. Quoniam tamen indirecte ad cognitionem naturæ mathematicam profunt, quæ ex alienis quoque hypothesis ducuntur, quemadmodum modo annotavimus; & in Physicam quoque admittuntur hypotheses philosophicæ, etsi nondum certæ, probabilitate tamen non destitutæ, quatenus ad veritatem liquidam inveniendam viam sternunt (§. 127 *Disc. pralim.*); sit ita, quod non ingredi debeant, tanquam principia, demonstrationem propositionum, quæ in Physicam tanquam dogmata admittuntur (§. 128 *Disc. pralim.*); imprudens reprehenderit, quod principia Philosophiæ naturalis mathematica dicantur, quæ ex hypothesis alienis, & ex aliis, quas naturæ hypotheses esse nondum certo constant, deducuntur.

Ecquis propterea invideret titulum *Principiorum Philosophiæ naturalis mathematicorum* celebratissimo operi Viri summi ISAACI NEWTONI; quo magno suo merito tantam nominis celebritatem consecutus? Cauti tamen ac circumspecti esse debemus; ne quæ, ob usum quem indirecte habent, principia Philosophiæ naturalis mathematica tolerando sensu dicuntur, pro principiis proprie ac rigorose dictis habeantur: hoc enim cederet in detrimentum scientiæ philosophicæ. Nemo igitur Philosophus probaverit, si qui hypotheses *Newtonianas*, eas præsertim, quibus nonnisi in Mathesi locus conceditur, pro principiis Philosophiæ naturalis sumunt, & nescio quam Philosophiam *Newtonianam* exsculpunt; non modo Physicam cum Philosophia, hoc est, cum genere speciem, verum etiam cognitionem mathematicam cum philosophica confundentes. Etsi in Virorum magnorum meritis extollendis liberales simus; non tamen eorum laudes in præjudicium veritatis producimus: id quod ne quidem in adulate ferendum. Valet hic quam maxime tritissimum illud; Amicus Socrates, amicus Plato, amicus Aristoteles, sed magis amica veritas. Ceterum notandum est, inter hypotheses alienas & hypotheses naturæ, dari genus quoddam earum intermedium, quæ non invita experientia, ob commoditatem praxeos, in locum

hypothesium naturæ assumi possunt, immo debent; ne præter necessitatem difficultatibus praxin immergas, quam simplicem ac expeditam esse oportet; & quas adeo convenienter admodum *Vicarias* dixeris. Exemplum habemus in motu gravium. Cum gravia vi gravitatis ferantur ad centrum terræ, in motu projectorum directiones sunt convergentes, utpote in centro Terræ concurrentes. Hypothesis adeo directionum convergentium, naturæ hypothesis est. Hoc tamen non obstante, recte cum GALILÆO in ejus locum surrogatur hypothesis directionum parallelarum; propterea quod in iis distantis, in quibus experimenta sumere licet, lineæ convergentes pro parallelis citra errorem assignabilem, in praxi inde metuendum, haberi possunt. Referendæ sunt hypotheses istæ vicariæ ad ea, quæ sunt toleranter vera; & quorum plurima in Mathesi occurrunt exempla, ex ea in Philosophiam minime inferenda.

§. 258. Quoniam in rerum natura nulla nisi motu contingit mutatio: Mechanica vero motus scientia est; ad quam etiam recte refertur status æquilibrii, quo sublato, oritur motus; dubium superesse potest nullum, quod Mechanicæ principia in explicandis naturæ phænomenis usum habeant. Quamobrem qui in usum Physicæ Mechanicam addiscit; definitiones ac theoremata de motu, & æquilibrio solidorum, cognita atque

perspecta sibi reddere debet. Quodsi demonstrationes difficiliores videantur, quam ut eas capere possit; vel si tantum temporis impendere nolit, quantum iis percipiendis sufficit; satis erit, si historicam saltem cognitionem sibi acquisiverit, in eo cognitionis gradu acquiescens, quem supra primum diximus. Quando enim principia mechanica in Physica applicantur, non attenta demonstratione, sumuntur tanquam vera; adeoque quoad applicationem perinde est, sive demonstrationem animo comprehenderit, sive eam non attigerit. Absit autem, ut quis sibi persuadeat, nos Philosophum a demonstrationibus mathematicis arcere velle; quas non modo necessarias agnoscimus, ne sine convictione tanquam verum sumas, quod ad reddendam rationem phænomenorum naturæ applicas, consequenter ut certa tibi sit rerum naturalium cognitio; verum etiam quia habitus demonstrandi, omni modo perficiendus, ad recte philosophandum in Physica conducit; immo nec in eadem demonstrationibus geometricis semper supersedere licet, etsi cognitionem mathematicam a philosophica separaveris. Ceterum non inutile est præcipua theoremata mechanica, in eorum gratiam qui demonstrationes capere, vel non possunt, vel nolunt, experimentis comprobari; ut veritatem a posteriori agnoscant, quam a priori agnoscere minime valent; id quod in Physica  
tanto



tanto magis satisfacit, quanto plura in eadem assumenda sunt, non nisi experientiæ fide. Profunt autem experimenta mechanica etiam Mathematicis, ut constet de rationis cum experientiâ consensu, tantoque magis exploratum sit, quod ratiocinando veritatem fuerint assecuti. Eadem commendanda sunt iis, qui solam praxin Mechanicæ curant, ne in reddendis rationibus sumere teneantur, sola autoritate aliena confisi, quæ nullo modo vera perspiciunt.

§. 259. Qui ad Mathesin sublimiorem adspirant, iis imprimis commendanda sunt, quæ in capite primo, usque ad decimum quartum inclusive, leguntur. Etenim iis familiaria esse debent theoremata de motu, quemadmodum theoremata de ratione quantitatum, & theoremata Geometriæ elementaris familiaria experiri debet, qui in Mathesi inoffenso pede progredi voluerit. Dedimus præterea problematum physico-mechanicorum solutiones, quæ Analyseos applicationem insinuant, qualis in Mathesi sublimiori requiritur; ut adeo artem doceamus per exempla, quemadmodum in Algebra fecimus. Quemadmodum adeo, cum de studio Algebrae ageremus, docuimus quomodo annotanda sint artificia in futurum usum, & hinc inde memoriæ infigenda theoremata, quæ analyticè eruuntur; ita utrumque etiam quoad problemata in Mechanica soluta notandum. Prolixum nimis fo-

ret, si eadem industria, qua in explicando Algebrae studio usi sumus, hic quoque singula perlustrare vellemus. Quamobrem hoc propriæ lectoris ad superiora satis attentæ meditationi relinquimus.

§. 260. Denique demonstrationes syntheticas analyticis miscuimus; cum ad utrumque genus præparare voluerimus lectorem nostrum. In demonstrationibus autem syntheticis accuratam servavimus formam, quam vi regularum logicarum habere debent: id quod facile experietur, qui easdem eodem modo resolvere voluerit, quo supra geometricas resolvere docuimus. Proposuimus quoque demonstrationes completas, ne quid divinandum lectori relinquatur; quemadmodum faciunt qui peritis scribunt; ac ideo citamus, quæcunque ex Arithmetica & Geometriâ elementari sumuntur; ne a studio Mechanicæ arceantur, qui Mathesin puram nondum adeo familiarem experiuntur, ut per se assequantur, quæ ex anterioribus supponuntur. Ac idem observamus in problematum analytica resolutione; ne quid desit, quod ad facilitandum eorum intellectum conducere possit. Neque enim hoc pacto solum consequimur, ut lector nostrorum Elementorum, absque multo laboris ac temporis dispendio, addiscat quæ discenda sunt; verum etiam ut meditationibus consummatis adsuescat, quibus in Philosophia, & superioribus, quæ dicuntur, Facultatibus opus habet.

## C A P U T VI.

*De Studio Hydrostatica, Aërometria & Hydraulica.*

§. 261. **H**ydrostatica tota cognitu utilis iis, qui praxi Mechanicæ student. Sufficit autem iisdem primus cognitionis gradus. Enimvero ne sensus theorematum videatur obscurus, singula exemplis numericis illustranda. Ex. gr. Theorema 14, §. 55, hujus tenoris est: *Corpus specificè gravius, in fluido leviori, eam ponderis sui partem amittit, quantum est pondus fluidi sub eodem volumine.* Ponatur itaque corpus specificè gravius, quod aquæ immergitur, esse cubum, cujus latus unius pedis. Cum juxta MORLANDUM (§. 65) pes cubicus aquæ sit 70 librarum, cum 2 unciis; quodlibet corpus, aqua specificè gravius, amittet pondus 70 librarum & 2 unciarum. Quodsi ergo totum pondus fuerit 100 librarum; intra aquam suspensum non erit nisi 29 librarum, 14 unciarum. Siquidem veritatem principiorum hydrostaticorum a posteriori cognoscere volueris; facillime singula experimentis comprobari possunt, qualia descripsi Tomo primo Experimentorum idiomate patrio evulgatorum. Theoremata, quæ capite primo de corporum gravitate & levitate specifica leguntur, foliis exemplis numericis illustrari suffi-

cit. Ex. gr. Theorema 1, §. 17, tale est: *Si duo corpora eandem densitatem habuerint; massa sunt ut volumina.* Sumamus adeo duos dari globos plumbeos, quorum unus 5, alter 9 librarum. Quoniam massæ, seu quantitates materiæ, æstimantur pondere, quemadmodum in vulgus notum est; erunt etiam volumina, seu magnitudines horum globorum, ut 5 ad 9; nempe si magnitudo minoris divisa concipiatur in partes quinque æquales, istiusmodi partium 9 erit magnitudo majoris. Quodsi ergo magnitudo unius constiterit in mensura absoluta, veluti si detur in digitis cubicis Rhenanis; per regulam trium invenietur in eadem mensura alteræ. Istiusmodi exempla simul ostendunt theorematum usum, quem facere possunt, qui praxi operam dant. Erunt autem tanto utiliora, & tanto certiore spondent usum in praxi, si fuerint vera, numeris per experimenta definitis.

§. 262. Multum quoque usum habet Hydrostatica in Philosophia naturali; cum multorum phænomenorum inde reddatur ratio. Quamobrem si quis Mathematicum imperitum ad Physicam accedit, principiorum tamen hydrostaticorum ignarus esse

esse non debet. Consultum igitur est, ut primum saltem cognitionis gradum acquirat, eadem observans, quæ modo præcepimus (§. 258). In primis autem qui Physicæ operam navare decrevit, principia hydrostatica, experimentorum fide, tanquam vera amplecti, sibi que familiaria reddere debet. Experimenta huc facientia dabimus suo loco, quando ordo in Philosophia nos ad experimenta physica describenda, & principia quæ in scientia naturali usui sunt, inde stabilienda deducet. Quinam vero sit horum principiorum in Philosophia naturali usus, suo patebit loco, ubi eandem eadem methodo trademus, qua hæctenus in Metaphysica usi sumus, & nunc in Philosophia practica utimur. Quod si quis in omni Mathesi fuerit prorsus peregrinus ac hospes, historicam tamen propositionum hydrostaticarum cognitionem acquirere valet, observans ea quæ de primo cognitionis gradu supra, capite primo docuimus, & breviter præcedente paragrapho annotavimus; modo sibi terminos quosdam perspectos reddat: id quod facile fieri poterit, si indicis auxilio evolvat definitiones, quibus explicantur; veluti quid sibi velit ratio composita, quid directæ, quid reciproca, qui termini in Arithmetica explicantur. Sane etiam Mathematicum imperitus terminis tamen mathematicis uti debet, quoties aliis verbis mentem suam commode ex-

primere non licet, seu quoties loquendum de iis quæ ad objectum Mathematicorum spectant; quemadmodum Physicus terminis Medicorum utitur, si de rebus ad Medicinam pertinentibus ipsi dicendum. Qui enim de re quadam loqui vult, nosse quoque debet nomen ejus.

§. 263. Equidem demonstrationes hydrostaticæ nihil prorsus habent difficultatis; præsertim si quis in anterioribus, multo difficilioribus, jam fuerit versatus; negandum tamen non est, quod, cum subsidio figurarum destituamur, quæ imaginationem juvant, termini generales, quibus hic utimur, eas reddant captu difficiliore, quemadmodum ipsas propositiones intellectu. Consultum igitur est, ut demonstratio applicetur ad casum particularem, quemadmodum fecimus in theoremate 14, §. 55, ubi pro corpore specificè graviore sumimus cubum pollicarem plumbeum, pro fluido leviori aquam; adeoque pro volumine cubum pollicarem seu digitum cubicum. Hoc pacto enim idea imaginationi suggeritur, qualem in Geometria sistit figura. Immo si ita visum fuerit, schema quoque delineari potest, quod cubum intra aquam in vase vitreo suspensum repræsentat. Neque vero verendum est, demonstrationibus hoc pacto detrahi suam universalitatem, & probato casu particulari, argumentando a particulari ad universale, colligi veritatem theorematis universaliter

saliter enunciati. Etsi enim idea, ad quam dirigitur demonstratio, repræsentet casum maxime particularem; cum tamen in demonstrando non sumamus nisi universalia, quæ insunt, ut eodem successu particulare quodcumque aliud in illius locum surrogari possit; quod ex universalibus concluditur utique universale est. Sane in Geometria quoque, figura ad quam refertur demonstratio, singulare quid est, cujus idea particulare refert, v. gr. triangulum, cujus anguli sunt datæ magnitudinis, & latera in data quadam ratione. Enimvero cum non ex particulari, sed universali, quod ideæ inest, procedat demonstratio; universalitati non officit, quod, dum intellectus concipit universale, in imaginatione hæret idea quædam singularis, quæ casum quendam particularem repræsentat, quoad ea quæ ipsius vi facile distinguuntur, nudo reflexionis actu accedente. Quamdiu in ratiocinando non nisi vocabulis utimur, universalia ab imaginibus separare non licet; quippe quæ non intelliguntur, nisi quatenus universalia in singularibus, seu imaginibus, intuemur. Hæc satis aperta sunt iis, qui in Psychologia nostra fuerunt versati. Ceterum eodem artificio utendum est in Physica, siquidem demonstrationes facilitare volueris, quales hæcenus dare neglexerunt Physici. Etsi enim hoc intenderit HONORATUS FABRY, qui in præfatione methodum sibi

optime perspectam, immo tritam affirmat; si tamen in iis, quæ mathematica non sunt, prætensas demonstrationes examines; quantum disteant a genuina earum forma, superiorum gnarus facile deprehendet. Eidem quoque artificio locus est in ipsa Philosophia practica, si casum theorematis, vel problematis, exemplo quodam, sive vero, sive ficto, explices, quod imaginem quandam imaginationi præsentem sistit; & ad idem demonstrationem referas, quemadmodum in Geometria ad figuras; quatenus nempe in imagine, quæ exemplum repræsentat, attentionem non dirigis nisi ad universalia, quæ hypothesis theorematis vel resolutio problematis continet. Immo in ipsis Metaphysicis idem imitari licet; quidni debemus? quamdiu desideratur Characteristica generalis, vi cujus notionem abstractæ qualitatum ab imaginibus separantur, & calculus qualitatum a calculo magnitudinum utique diversus, quem literalem vulgo vocamus, ut characterum combinationes in locum ratiociniorum succedant. In hisce enim continetur Algebra philosophica, cujus aliam prorsus ideam sibi finxit ROBERTUS HOOKE in Posthumis, & quam speciosam generalem appellavit LEIBNITIUS. Sed de hac dixi, quæ sufficiunt, ut intelligantur termini, in Psychologia empirica.

§. 264. Elementa Aërometriæ eo sine conscripsimus, ut specimine quodam

dam non admodum difficili doceremus, quomodo Mathesis ad experimenta applicetur; & ideam quandam cognitionis mathematicæ in Scientia naturali animo legentium insinuaremus; simulque usum Algebrae in Physica, exemplis non nimis difficilibus, demonstraremus. Cum postea Elementa Matheseos universæ ederemus, Aërometriam in numerum disciplinarum mathematicarum referre nulli dubitavimus; præsertim quia principiis ejus opus habemus in Hydraulica, quæ dudum inter disciplinas mathematicas locum obtinuit. Eodem nimirum jure, quo Hydrostatica, & Mechanica, immo etiam Optica, pro partibus Matheseos habentur; Aërometria quoque pars ejusdem habetur. Quamobrem facile patet, hanc Matheseos partem imprimis commendandam esse iis, qui Scientiæ naturali operam navare decreverunt; maxime ubi in cognitione philosophica subsistere non voluerint, sed ad mathematicam ascendendi animum habuerint. Supponit autem Hydrostaticam, cujus principia ad aërem, tanquam fluidum grave, applicantur. Quamobrem illi studere ante debes, quam ad Aërometriam accedas. Supponuntur etiam pauca ex Mechanica, quemadmodum ex citationibus videre est. Etsi autem Aërometria potissimum ad cognitionem naturæ mathematicam manuducit tyrones; in genere tamen docet, quomodo Physica me-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

thodo demonstrativa tractari debeat; quatenus in ea etiam continentur, quæ absque principiis mathematicis demonstrantur. Discimus præterea ex ea, quamvis in reliqua Philosophia cognitio philosophica a mathematica separari possit, in Physica tamen, nisi certitudini deesse velis, fieri non posse, quin subinde nonnulla ex principiis mathematicis demonstrantur.

§. 265. Quibus sola praxis satisfacit, illis inservient problemata de antliæ pneumaticæ, barometrorum, thermometrorum, & hygroskopiorum constructionibus, una cum scholiis, quibus horum instrumentorum usus dilucidatur. Non tamen negligenda sunt theoremata & corollaria, quibus tum fabrica, tum usus istorum instrumentorum perfectius intelligitur. Definitiones quoque expendendas esse per se patet. Cum in Elementis Matheseos Germanicis ea potissimum tradiderimus, quæ ad praxin faciunt, etsi oculatam, non omissis scilicet demonstrationibus; ex Aërometriæ quoque Elementis ea excerpimus, quæ praxin propius respiciunt, & ad theoriam uberiores præparant lectorem ex Latinis deinceps hauriendam.

§. 266. Inprimis autem Aërometria inservire potest illis, qui ad tertium cognitionis gradum contendunt. Si enim animum ad ea attendunt, quæ sunt methodi; ideam quandam exemplarem applicationis Matheseos puræ, Algebrae præsertim, ad experi-

perimenta & observationes inde haurient; ut in cognitione rerum naturalium certo tramite progrediantur. Multo enim clarius etiam tyrones hinc perspiciunt utilitatem cognitionis mathematicæ, tum ad certitudinem in Scientiâ naturali consequendam, tum ad praxin accuratissime exercendam, quam ex sublimibus istis problematis Physico-mechanicis, qualia in Mechanica complura explicavimus. Quamobrem cum pauca sint, quæ ex mechanicis in Hydrostatica & Aërometria sumuntur, demonstrandi principia, non inconsultum erit, si qui ex Mechanica tantummodo principium de æquilibrio solidorum perspexerunt, sepositis ceteris, ad Hydrostaticam & Aërometriam statim se conferant. Quodsi enim, in hisce disciplinis intellectu non adeo difficilibus, applicationem Matheseos puræ, & Algebrae imprimis, ad Naturæ cognitionem didicerint; minus difficultatis experientur in sublimioribus, quæ in Mechanica traduntur. Non est quod objicias, Elementa Matheseos cum sint in tyronum gratiam conscripta, ut scientiam inde hauriant, in iis quoque faciliora difficilioribus fuisse præmittenda; adeoque Elementa Hydrostaticæ & Aërometriæ Elementis Mechanicæ fuisse anteponenda. Etenim methodus studendi non per omnia consentit cum methodo tradendi disciplinas, & eas sibi mutuo subordinandi, atque in singulis veri-

tati unicuique locum suum assignandi. Nimirum qui in scientiis operam navat a facilioribus incipit, & inde continuo ad difficiliora progreditur; quam legem præscribit methodus studendi. Ast disciplinæ integræ, & in iis veritates singulæ eo ordine collocandæ, ut sequentia ex antecedentibus intelligi & demonstrari possint. Non autem semper contingit ut disciplina, quæ continet intellectu faciliora, non dependeat ab alia, in qua occurrunt multo difficiliora. Unde methodo studendi convenit, ut difficilia initio seponantur, & ad faciliora properetur. Immo hac de causa, in gratiam primorum tyronum, conscribuntur compendia; in quibus nonnisi facillima & scitu maxime necessaria continentur; ut animum imbuant principiis, & ad profundiora haurienda præparent. Memini me olim cum disciplinis operam navarem, iis quæ captu difficilia videbantur non immoratum fuisse, sed ad sequentia progressum, si vel maxime eorum veritas ab istis penderet: quando enim postea, sequentibus intellectu, ea denuo expendebam, sine ulla mora obvium erat, quod antea impervium videbatur. Nec ignoro rationes, cur hoc contigerit, quippe quas Psychologia suppeditat, quas tamen hic commemorari parum refert. Absit itaque, ut, ubi quædam a te percipi non posse tibi videtur, de viribus tuis desperans, efficiaris studii desertor.

Noceat

Nocet non minus desperatio, quam nimia de viribus suis confidentia; nec ardor sciendi, qui accendere debet cupiditatem discendi, producendus in nocumentum.

§. 267. Hydraulica olim machinarum hydraulicarum & fontium salientium constructione tota absolvebatur, atque adeo non erat nisi pars Matheseos practicæ. Enimvero, postquam theoria Mechanicæ ad omnem motum solidorum fuit extensa; in Hydraulica quoque in motum fluidorum inquirere cœperunt Geometræ. Unde hæc Matheseos pars longe aliam induit formam; qua etiam sese commendat Theoristis, quibus nauseam movet praxis; ne quid commune habere videantur cum hominibus, quibus natura manus loco ingenii dedisse censetur. Nos & theoriam, & praxin æstimamus; quamvis non eodem, sed suo unamquamque pretio, ut utrique suus habeatur honor. Quamobrem in Hydraulica quoque praxin cum theoria copulavimus, nec hanc illa dehonestari opinamur. Etsi enim Mathematicus, Geometra præsertim profundus, qui arduis meditationibus sufficit, longo intervallo post se relinquat machinarum fabrum, & hic perperam pro Mathematico habeatur; non tamen ideo praxis contemnenda; quin potius Geometra profundis suis meditationibus hunc fructum deberi agnoscere debet, ut illa perficiatur. Ex Hydraulica facillime perspicere

licet, quod auxilio Geometrarum indigeant, qui praxi operam navant. Exempli loco esto determinatio situs alarum molendini vi venti agitandi (§. 216 & seqq. *Hydraul.*). Quod si non deessent, qui inventa Geometrarum profunda ad praxin communem aptarent, illud adhuc magis pateret. Dolendum vero, quod nemo ea de re cogitare velit.

§. 268. Qui soli praxin operam navant, iis sufficit, ut distincta notione constructionem machinarum hydraulicarum & fontium salientium animo concipiant. Non tamen inconsultum est, ut theoremata quoque, siue synthetice demonstrata, siue analytice investigata, percurrant; visuri num in iis quid contineatur, quod praxin juvet. Idem quoque facere tenentur, ubi praxin desiderant oculatam, hoc est, rationem quandam eorum perspicere volunt, quæ faciunt; ne subinde cœcutientes in praxi aberrant. Exemplum illustre habemus in siphonibus, quos aquis per montium vertices in oppositam planitiem deducendis sufficere existimarunt, qui causam ascensus in crure breviori ignorarunt (§. 68 *Hydraul.*). Istiusmodi exemplis convincendi sunt, qui theoriam omnem contemnunt, quantum sibi noceant, si ne historicam quidem ejus notitiam sibi comparare velint. Quamobrem in genere suademus, ne illi, quos praxis juvat, theoriam Matheseos

prorsus negligent, sed primum cognitionis gradum suum esse credant. Ipso nimirum usu experientur, quænam hinc utilitas in eos sit redundatura.

§. 269. Theoria non modo Hydraulicæ, verum etiam praxis multa continet, quæ usui esse possunt in Physica. Quamobrem si quis, vel maxime se minus aptum sentiat ad demonstrationes & resolutiones analyticas capiendas, qui Scientiæ naturali incumbere decrevit; ei tamen maxime commendanda est historica saltem Hydraulicæ cognitio. Enimvero quia in Scientia quoque naturali methodo demonstrativa utendum, si certitudinis metam attingere velis, quantum datur; consultius omnino est, ut demonstrationes quoque expendat. Et qui Mathesin ad Physicam applicare voluerit; ei huic instituto non minus inservire poterit Hydraulica, quam Aërometria; ut, quæ paulo ante de hac dicta sunt, ad hanc quoque applicanda veniant.

§. 270. Hydraulica autem, sive theoriam, sive praxin spectes, attentionem eorum meretur, qui ad tertium cognitionis gradum aspirant. Ubivis enim annotare licet artificia heuristica, quibus felicissime usi sunt, aut uti saltem potuerunt inventores veritatum tam theoreticarum, quam practicarum. Cum de Algebrae stu-

dio ageremus, ad nauseam forsitan inculcavimus, qua attentione artificia ista sint detegenda, ut in casu simili posthac iisdem utaris. Quamobrem nolumus hic ad particularia descendere; sed nobis sufficit monito generali excitasse attentionem, quam afferre debent, qui Artem invenienti curæ cordique habent. Ne tamen quis existimet, laudari artificia, quæ in Hydraulica non reperiuntur, singularia; exempli loco ad unum provocare licet; nimirum quo ad mensuram reducuntur, quæ mensuram respuere videntur. Obtinet hoc in doctrina de cursu fluminum; ubi, cum aqua omnis per totam sectionem non eadem celeritate fluit, aquæ per eandem fluenti tribuitur celeritas quædam media, qua si per totam sectionem flueret, eodem tempore tantundem per eam effunderetur, quantum celeritate inæquali per eandem fertur; & quomodo media ista celeritas inveniri possit docetur. Ceterum ex superioribus abunde constat, nos ubique in studio Matheseos urgere distinctam eorum cognitionem, quæ actu reflexo intellectus detegenda præcipimus; cum id maxime conducat ad recte philosophandum: quem finem intendimus, dum in studio Matheseos, intellectus perficiendi causa, versamur.



C A P U T VII.

*De Studio Opticæ, Perspectivæ, Catoptricæ & Dioptricæ.*

§. 271. **I**N Opticâ strictiori sensu sumpta pauca occurrunt, quæ ad praxin faciunt. Præter ea enim, quæ de camera obscura (§. 79 *Opt.*) & de quadrato geometrico ejusque usu (§. 172 & seqq. *Opt.*) & tessellatis imaginibus construendis (§. 312 *Opt.*) docentur, nonnisi problemata nonnulla de magnitudine visa *cap. 5.* & theoremata nonnulla de lumine Solis per foramen angustum radiante *cap. 6.*, praxin directe respiciunt. Palmaria praxis Opticæ directæ in Perspectiva continetur. Quoniam tamen indirecte omnia, quæ de visu demonstrantur, usui esse possunt, qui praxi catoptrica & dioptrica delectantur, & quos exercitia Perspectivæ juvant; non male sibi confidunt, qui, si non omnium, præcipuorum tamen theorematum opticorum cognitionem historicam acquirere student.

§. 272. Qui ad Physicam animum appellant, iis studium Opticæ maxime commendandum. Non tamen sufficit nuda ejus cognitio historica, quam iis commendavimus, qui praxi student (§. 271); sed requiritur scientifica, quæ non sine accurata demonstrationum evolutione acquiratur. Visus phænomenon na-

turæ est; ad objectum adeo Physicæ, rerum naturalium scientiam, referendum. Nec minus lumen, umbra, & colores ad idem spectant, quæ hic tanquam visibilia considerantur. Etsi enim, in Mathesi, potissimum ratio habeatur cognitionis mathematicæ; ut tamen hæc in potestate sit, multa declarantur, quæ explicare Physici est; quemadmodum & modum visionis Physicus explicare debet. Quodsi ergo, in Opticâ, ea animi attentione utaris, quam hæcenus in ceteris disciplinis mathematicis commendavimus; ex hac Mathematicos parte discere licebit, quomodo res naturales sint explicandæ, ut certam earum cognitionem acquiras. Dum vero Geometria elementaris applicatur ad phænomena visus accurate determinanda; Opticâ prima & facillima cognitionis mathematicæ rerum naturalium exempla exhibet. Quamobrem si quis nullam adhuc hujus cognitionis habeat ideam, is omnium facillime ex Opticâ eandem hauriet. Unde suademus, ut, quamprimum principiis Arithmeticæ, Geometriæ elementaris, ac Trigonometriæ planæ imbutum habet animum, ad lectionem Opticæ accedat, intellecta multo faciliorem, quam Mechanicâ, Hydro-

drostatica, Aërometria, & Hydraulica, ac præterea jucunditate sua animum lectoris in se trahentem. Accedit quod ex Optica etiam innotescant fallaciæ visus, a quibus sibi cavere debet Naturæ scrutator, ab observationibus inquisitionem omnem exordiens.

§. 273. Cum Perspectiva sit praxis Opticæ directæ, qua docetur delineatio objecti cujuslibet in tabula, quale, ad datam distantiam, & in data altitudine oculi, super tabula transparente inter ipsum & objectum ad horizontem perpendiculariter erecta, apparet (§. 1 *Perspect.*), qui solam praxin curant, schemata juxta ea, quæ in singulis problematis præcipiuntur, delineare, & deinceps in aliis figuris delineandis imitari debent. Quodsi quis in Architectura fuerit versatus, exempla quoque inde petere potest, ac debet. Exercitia hæc facilitabis, si Anonymi Galli *Perspectivam practicam*, cujus supra in recensione Autorum c. 8, §. 23 mentionem injecimus, in subsidium adhibeas, & deinde exempla ex ANDRÆE PUTEI *Architectura Pictorum & Sculptorum* (§. 24 *cap. cit.*) petas. Satisfacient ubivis regulæ, quas dedimus. Hic labor continuandus, donec habitum consequaris. Nemo autem non videt, Artem pictoriam cum praxi Perspectivæ esse conjungendam. Hæc enim ad illam perficiendam unice tendit. Qui vero nonnisi scientiam expetunt, iis sufficit demon-

strationes praxium percepisse, quas in usum potissimum Philosophorum addidimus; quorum cum sit rationem reddere eorum quæ sunt atque fiunt, rationem quoque perspicere debent delineationum objecti cujuscunque juxta regulas Perspectivæ factarum. Qui tertium cognitionis gradum intendunt, iis notandum est artificium, quo tota Perspectiva in potestatem Geometriæ redacta (§. 2 *Perspect.*), & praxin mechanicam eodem fundamento nixam, quam problemate primo exposuimus, conferant cum regulis geometricis, quæ in sequentibus problematis exponuntur; ut applicatione Geometriæ praxis perficiatur, & certa scientia eorum acquiratur, quæ nonnisi confuse percipiuntur. Eodem fine conducunt, quæ de anamorphosis capite ultimo proponuntur.

§. 274. Catoptrica phænomena visionis reflexæ demonstrat, quæ fit ope speculorum. Specula communissima sunt plana, quorum ideo usus ceteris præfertur, quia objectum ea forma & magnitudine spectandum exhibent, quale & quantum est; ut adeo teipsum videre ac contemplari possis. Visio reflexa variat pro diversitate superficiæ reflectentis: unde alia sunt speculorum planorum, alia concavorum, alia convexorum, alia ex hisce compositorum phænomena. Cumque figuræ concavæ ac convexæ in infinitum varient, phænomena quoque in infinitum variare debent.

debent. Artifices hætenus parare nequeunt nisi specula plana, convexa sphaerica, cylindrica, & conica, concava sphaerica, & cylindrica; prismatica enim & pyramidalia ex planis componuntur. Quamobrem contenti sumus horum speculorum phaenomena demonstrasse, quæ ante experientia innotuisse, quam via demonstrationis in eadem inquisiverint Mathematici, facile largior. Fuere tamen artifices, qui specula parabolica conficere conati sunt. Unde horum quoque mentionem quandam injicere voluimus. Etsi autem specula plana sint quotidiani usus, ex eorum tamen combinatione, pro diverso ad se invicem situ, inexpectata prorsus prodeunt phaenomena; quæ non modo delectant, sed ignaros quoque in admirationem rapiunt, non sine delectationis incremento. Inserviunt etiam variis technasmatis specula cetera; quæ, etsi ad delectandum fuerint excogitata, seriis tamen inserviunt meditationibus Philosophi, quippe naturam imitantis, quæ serio agere solet, etiam dum pueri ludunt. Quamobrem nec piguit technasmata ista variis speciminibus illustrare. Et quoniam in omni Mathesi praxin cum theoria conjunximus, idem quoque fecimus in Catoptrica. Qua de causa, non modo explicavimus technasmata, quæ ex theoria Catoptrica demonstrantur, & adeo a priori deducuntur; verum etiam modum specula conficiendi: neque enim solum

dedecet Mathematicum ignorare, qua arte prodeant specula, quorum phaenomena demonstrat, etsi in demonstrationibus sumere possit ac debeat speculorum figuram; verum etiam hoc posse utile est, ubi theoremata a se demonstrata per experientiam ad examen revocare voluerit. Quoniam nimirum in demonstrationibus suis supponit in rigore geometrico figuras speculorum; si de consensu demonstrationum & experimentorum judicium exactum ferre voluerit, nosse utique debet, ad quam perfectionem ars perducta fuerit, & num ea perfectionem ulteriorem recipere queat. In Mathesi mixta plurimum tribuimus connubio experientiae ac rationis; quo consensus experimentorum & demonstrationum innotescit, & quod tantopere commendamus per universam Scientiam naturalem. Nihil adeo praetermittendum erat, quod eo ducere poterat.

§. 275. Qui adeo solam praxin amant, illis satisficient problemata, praetermissis demonstrationibus. Non tamen praetermittere debent theoremata, cum historica eorundem cognitio æquipolleat recensioni phaenomenorum: si qua enim sunt, quæ non nisi in usum demonstrandorum aliorum afferuntur, ea facile a ceteris distinguunt. Nimirum consultum est, ut theoremata experimentis subiiciant; ne omni prorsus certitudine destituatur cognitio: tumque

pate:

patebit, quamnam sint ea, quorum cognitio scitu necessaria ac utilis, etiam iis quos sola praxis juvat. Quid quod in numero quoque theorematum sint haud pauca, quibus in praxi locus est, aut quæ ad praxes transferri possunt. Exempli loco esse potest theorema 11, §. 71, vi cuius §. 73, exhibetur globus descendens in plano inclinato tanquam ascendens in verticali. Catoptrica praxi abundat, atque hoc nomine sese commendat omnibus, quotquot eandem amant, iis præsertim qui quærunt, quod delectat.

§. 276. Inter specula imprimis sese commendant spherica concava; non solum propter phaenomenorum profus singularium raritatem; verum etiam quod sint caustica, seu ustoria, & lumini intendendo inserviant. Specula caustica præsertim majora usum habent in experimentis physicis, qualia describuntur in schol. 4, probl. 22, §. 221, immo phaenomena omnia visionis reflexæ argumentum physicum sunt, quorum adeo rationes Physicus reddere tenetur, etiam si geometricas insuper habeat demonstrationes. Physicus phaenomena sumit tanquam a posteriori cognita, & eorum rationem reddit. Mathematicus illa demonstrat, ex supposita speculi figura; vi legis reflexionis, ea deducens a priori, tanquam incognita ex cognitis. Atque adeo diverso profus modo suo funguntur munere: quod dum uterque facit, manifesta est differentia, quæ inter

cognitionem philosophicam & mathematicam, hac in parte, intercedit. Ut autem certius constet Physico, quid sumere liceat, theoremata & technasmata catoptrica eum docent. Quemadmodum autem Optica patefacit fallacias visus circa visionem directam, quas utiliter cognoscit Physicus, immo Philosophus in aliis quoque Philosophiæ partibus; ita Catoptrica revelat fallacias visus circa visionem reflexam, non minore utilitate agnoscendas. Atque adeo patet, quomodo in studio Catoptricæ versari debeat Philosophus, qui ab omni cognitione mathematica alienum habet animum: quem etsi non probemus, tolerandum tamen censemus, pro diversitate ingenii humani; quantum absque detrimento scientiæ fieri potest. Ceterum quæ de cognitione mathematica quoad visionem directam modo annotavimus (§. 272); ea etiam de eadem quoad reflexam notanda veniunt.

§. 277. E re esse videtur, ut præjudicio occurramus, quo nonnulli sibi mirifice placent, & cui alii applaudunt, quasi singulare quoddam acumen proderet. Diximus paulo ante (§. 274), nos facile largiri, quod phaenomena speculorum innotuerint a posteriori, antequam de iis a priori demonstrandis cogitarent Mathematici. Non adeo dubito fore haud paucos, qui contendunt demonstrationes mathematicas superfluas

suas esse; immo qui hinc inferent inventa, quæ in Mathesi mixta celebrantur, deberi artificibus; a quibus postquam inventa fuerant, ea demum demonstrare conati sunt Mathematici, inventionis tamen gloria inter alios eruditos eminere gestientes. Memini hoc argumento arrogantiam Mathematicorum redarguere voluisse CLERICUM, cum HERMANNI Phoronomiam recenseret. Qua de causa desiderabat, ut Geometra præclarus significaret, quantum Scientia naturalis, & Ars facta sit locupletior, postquam abstrusas istas theorias orbi literato in opere suo propinasset. Artifices enim pro inventoribus habebat; Mathematicos vero demonstratores pronuntiabat; qui non nisi in artificum inventis ingenii sui vires exercent. Non unum est, quod hic repono. Phænomena, ipsi etiam vulgo cognita, sumit Physicus & eorum rationem reddit: non tamen ideo inanis censetur ejus opera; propterea quod illa ante innotuerint quam de rationibus eorundem reddendis cogitavit Physicus. Ecurr ergo inanem operam sumere, aut nihil præclari facere dicendus est Mathematicus, qui longe ulterius progressus, phænomena non sumit, sed ex iis, quæ sumi debent, via demonstrationis a priori deducit; ut certa sit etiam ejus cognitio, qui existentiam phænomeni nondum supponit? Notandum præterea est, phænomena haud raro a posteriori non satis deter-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V,*

minate cognosci, quæ tamen accuratissime determinantur a Mathematico in suis theorematis. Accedit porro, quod Mathematicus non omnia phænomena jam ante norit, quam ea demonstrat; sed multa potius adhuc ignorata in apicum producat. Denique inventa, quæ haud raro casui debentur, imperfectiora ad majorem perfectionem perducit; aut, siquidem ulteriorem perfectionem non admittunt, ut idem certo constat demonstrat. Quid, quod hinc inde a priori quoque deducat technasmata, quæ tentando nondum fuerunt detecta, aut profus non potuissent detegi? Absit autem ut tibi persuadeas ea, quæ casu plerumque aut tentando reperta fuerunt, perficere minoris esse, quam illa reperire. Non semper valet illud pervulgatum: Inventis facile est addere. Inventis nondum æstimare didicit, qui ea aliunde quam ex usu facultatum, cui debentur, æstimat. HUGENIUS, qui horologia singulari pendulorum applicatione perfecit, longo intervallo post se relinquit primum eorundem inventorem; & demonstrationes, quas de tubo optico dedit in *Dioptrica*, multo majorem laudem pariunt, quam fortuita imperfecti inventio. Ut inventa, quæ casui accepta referenda sunt, vel tentaminibus laboriosis, perficiantur, inventis haud raro opus est, non sine summo acumine & maxima ingenii vi eruendis. Plurimum adeo falluntur, inventionis

*V v*

gloriam

gloriam non deberi nisi iis, qui primi in quidpiam inciderunt. Sed hæc evidentiora erunt, ubi Ars inveniendi eodem habitu fuerit investita, quo Logicam indutam dudum in scenam produximus; ut ex arte æstimare detur artificem; non vero, quemadmodum nunc plerumque fieri solet, ex eo, quod inventum ejus sit utile, vel quod sit inexpectatum, vel quod aliis fuerit inaccessible, vel quod in admirationem rapiat ignaros & ita porro.

§. 278. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, reperient in Catoptrica, sive theoriam speculæ, sive praxin, quæ Artem inveniendi illustrant & amplificant; ubi in artificia inquirere voluerint, quibus aditus paratur ad ea, quæ inaccessible videbantur. Neque eum, qui in Physica feliciter progredi voluerit, ubi non minus applicatione Matheseos puræ ad phænomena naturæ, quam connubio experientiæ ac rationis opus est, pigebit eo modo perlustrasse Catoptricam, quem ad tertium cognitionis gradum acquirendum supra præscripsimus, & cum de studio Algebrae ageremus exemplis illustravimus. Quoniam vero nobis quoque propositum est usum Algebrae in Mathesi mixta ostendere; placuit sub finem adjicere Catoptricam analyticam, seu modum investigandi theorematum catoptrica per Analytin. Substitimus autem in iis speculis, quorum antea phænomena demonstravimus, more Veterum; tum ne

tyrones universalitate ipsis inutili perplexi reddantur, tum quia solutiones particulares occasionem dedere universalibus in omni curvarum genere. Discendum enim, quibus scribimus, ratio habenda fuit.

§. 279. Erunt forsitan, qui, cum viderint, Algebrae beneficio, nullo fere negotio patere, quæ more Veterum non sine multo apparatu demonstrantur; demonstrationes syntheticas inutiles existimabunt, imo prorsus damnabunt. Recolenda animo hic sunt, quæ supra (§. 100 & seqq.) monuimus, cum de studio Matheseos intellectus perficiendi causa ageremus; quem inter usus præcipuos referimus studio mathematico tribuendos, & qui multo latius patet quam usus reliquus omnis. Quamobrem qui hac intentione ad studium Matheseos animum appellunt, iis omnino maximopere commendandum, ne demonstrationes syntheticas negligant, etiam in Catoptrica, & demonstrationes catoptricas eadem industria resolvant; ut pateat earum forma in Logica præscripta, qua demonstrationes Geometriæ elementaris resolvi præcepimus; ut non modo idea exemplaris demonstrationis consummatæ, quam in Logica vocamus, reddatur illustrior, magisque indies confirmetur, verum etiam ut habitus juxta eam operandi in omni scientiarum genere perficiatur. Pudeat enim Philosophos, seculo tam illustri, quo scientiæ

tiæ mathematicæ ad tantum fastigium evectæ, diutius in ancipiti hætere, & , dum Mathematici plena luce fruuntur, in tenebris palpitare.

§. 280. Dioptrica praxi multa abundat. Agit enim de visione refracta, cujus multus usus est in spectandis objectis remotis & vicinis exiguæ molis; quorum illa, ob distantiam, hæc vero, ob pravitatem, oculis sese subducunt. Hinc, in hac parte Matheseos mixtæ, præcipue agitur de tubo optico, & microscopio. Tubi non minus optici, quam microscopia, componuntur ex vitris lenticularibus arte parandis. Atque adeo ad praxin dioptricam spectat quoque ars poliendi vitra, quam adeo integro capite accuratissime explicavimus. Quoniam tubus opticus maximam utilitatem affert in observationibus astronomicis, ita ut sine ejus auxilio Astronomia nondum ad eum perfectionis gradum fuisset ducta, ad quem eam hodie evectam cernimus; accurata lentium fabrica ipsis quoque Mathematicis curæ cordique esse debuit. Quamobrem non mirandum, Mathematicos etiam summos, veluti HUGENIUM, vitris poliendis operam dedisse, nec eos piguisse praxin manuariam exercere, etsi in theoria augenda & amplificanda inter paucos emerent. Ad praxin dioptricam spectant quoque perspicilla, quæ quomodo Myopes & Presbytas juvent in videndis iis ad quæ oculorum acies non pertingit,

in vulgus notum est. Dantur denique alia technasmata dioptrica, & catoptrico-dioptrica, qualia nonnulla descripsimus, & plura apud alios, veluti TRABERUM & ZAHNIUM, describuntur: quæ etsi nonnullis magis ludicra quam utilia videantur, & ad delectandum magis quam ad augendam scientiam composita; minime tamen contemnenda sunt. Usum enim præbent in experimentando haud raro prorsus insignem. Exempli loco, provocare licet ad prisma trigonum; quod quantum adjumenti attulerit ad naturam luminis & colorum indagandam, ex præclaro opere Viri summi ISAACI NEWTONI clarissime conspicitur. Inprimis etiam attentionem merentur, quæ (§. 476, 477 *Dioptr.*) de laterna magica in microscopium convertenda, & ad foramen cameræ obscuræ lumine solari directo illustratum applicanda annotavi; in Experimentis autem idiomate patrio descriptis fusius exposui. Novi enim Virum quendam illustrem istiusmodi microscopium parasse, & insignes prorsus ejus effectus, quos ego prædixeram, observasse. Qui adeo praxi operam navant, non modo ea, quæ de poliendis vitris, de construendis telescopiis, microscopiis, aliisque technasmatis larga manu traduntur, probe perpendere tenetur; sed ut oculata sit praxis, theoremata quoque de refractione luminis in lentibus opticis, præsertim de focus earundem, sibi familiaria reddere debent,

bent, etsi demonstrationes insuper habeant. Clarissime omnium ex Dioptrica perspicitur, quam necessaria sit theoria ad praxin; nisi hæc multa imperfectione laborare debeat, nec in eadem committendi errores, qui evitari poterant. Huc igitur velim animum advertant, qui theoriam contemnere solent. Velim etiam ut ad hæc animum attendant, quorum est theoriam ad praxin aptare; ut ad historicam ejus cognitionem pateat aditus Artis cultoribus ad praxin eandem applicaturis. Optandum enim foret, ut quis omnes theorias, quantumvis profundas, perlustraret, & quæ in Arte usui esse possunt excerpta, sine demonstratione, in usum Artis cultorum, exponeret; experimentis confirmanda, ubi id absque multo apparatu ac sumtu facile fieri potest. Quoniam tamen Geometræ in solvendis problematis physico-mathematicis quædam sumunt, quæ, quod non invita natura sumantur, non demonstrant; atque adeo idem ipsis subinde accidit quod GALILÆO circa resistantiam solidorum, ut ex assumptis recte quidem colligant, quæ inde sequuntur, hæc tamen ab experimento dissentiant, quod illa naturæ rerum minime convenient; ideo consultum foret, ut in Physica veriori satis versatus in hypothese Geometrarum accurate inquireret, ea, quæ certa sunt, ab incertis aut prorsus falsis separaturus; ne, dum praxin theoria perficiendi animus est, ea

inculcentur, quæ eidem magis obsunt, quam profunt; & artificum perspicaciorum judicio, cum theoriam fallere videant, hæc tandem magis in contemptum adducatur, quam ut eidem aliquod pretium statuatur. Etsi enim a particulari ad universale non valeat argumentatio, & precipitantia in judicando tribuendum sit, si quis ea utatur; hæc ipsa tamen precipitantia tanto excusatio est in artifice, qui quoad theoriam aliorum dictis habere debet fidem; consequenter judicium suum determinare nequit, nisi per notiones communes probabilitatis extrinsecæ.

§. 281. In Dioptrica explicatur visio refracta, ac imprimis ostenditur, quomodo refractione fiat in vitris politis. Quamobrem primo omnium loco inquirendum est in legem refractionis: quæ quomodo per experimenta eruat, primo loco docendum duximus. Equidem hodie, postquam usus telescopiorum & microscopiorum invaluit, potissimum ratio habetur refractionis in vitro factæ; addidimus tamen etiam, quomodo sese habeat in aqua & aëre, propterea quod in Physica major est utilitas legis refractionis in aqua & aëre, quam in vitro factæ. Quamvis vero etiam ostenderimus, quomodo lex refractionis in genere per calculum analyticum eruat; experimentis tamen superfedere minime possumus, cum ratio sinus anguli inclinationis ad sinus anguli refracti, quæ per calculum con-

stans



stans, eruitur, non eadem deprehendatur in omni diaphano. Qui ergo ad secundum gradum cognitionis aspirant, ea, quæ de refractione in genere capite primo docentur, probe expendere debent, quoniam hinc pendet certitudo ceterorum omnium, quæ in Dioptrica demonstrantur. Quod demonstrationes dioptricas attinet, non uno modo easdem contexere licet. Etenim, supposita lege refractionis, per calculum trigonometricum erui potest, quomodo fiat refractionis in vitro cujuslibet figuræ, veluti in vitris utrinque planis, plano convexis, plano concavis, utrinque convexis, utrinque concavis & concavo - convexis sive meniscis. Idem reperiri potest per calculum algebraicum. Potest denique etiam geometricè demonstrari, quod tanquam jam inventum supponitur, per legem refractionis, vi principiorum geometricorum, more Veterum. Ut igitur diversos hosce demonstrandi modos lectorem nostrum doceremus, nunc ad calculum trigonometricum, nunc ad algebraicum, nunc vero ad demonstrationes geometricas Veteribus usitatas recurramus. In vitris politis, ex quibus tubi & microscopia componuntur, & quæ ad alia technasmata adhibentur, duplex occurrit refractionis; altera, quæ fit in ingressu luminis ex aëre in vitrum; altera vero, quæ contingit in egressu ejusdem ex vitro in aërem; atque adeo refractionis luminis in vitris po-

litis composita est. Ut tamen ea facilius intelligatur, primo loco docemus, quomodo refractionis simplex fiat in superficiebus tam planis, quam sphericis, cum cavis, tum convexis. Quod si enim hæc principia fuerint cognita atque perspecta; haud difficile est per ea demonstrare refractionem duplicem, qualis in vitris politis occurrit. Enimvero quoniam nos principia dioptrica etiam usui esse volumus in explicandis aliis Naturæ phænomenis; theoremata generaliter demonstramus, ut ad quodlibet diaphanum applicari possint, modo ratio sinus anguli incidentiæ ad sinum refracti in eodem diaphano per experientiam fuerit definita. Quia tamen in Dioptrica potissimum usui est refractionis in vitro facta, & in Physica frequentiora sunt phænomena refractionis in aqua facta; in corollariis, theoremata de refractione in vitro & aqua facta exhibemus. Non diffiteor, theoriam dioptricam esse satis diffusam, si respicias usum, quem habent vitra polita in tubis opticis atque microscopiis, & aliis nonnullis technasmatis; sed quibus scientia, quæ sola certitudinem parit, curæ cordique est, illis non videretur nimis ampla, etiamsi praxis inde pendens multis adhuc arctioribus limitibus constringeretur. Quod vero subinde calculo algebraico usi fuerimus in demonstrandis theorematis dioptricis, non alio fine factum est, quam ut demonstra-

tiones redderemus faciliores & theoriam contraheremus. Neque vero opus est ad demonstrationes algebraicas intelligendas, ut quis in studio Algebrae multum diuque fuerit versatus. Sufficit, si prima saltem rudimenta non ignoraverit, ut adeo nemo jure conqueri possit, quasi hoc nomine Dioptrica multis facta sit inaccessa. Vix enim hodie ferendum est, ut, qui Mathesin addiscere voluerit, Algebrae prorsus intactam relinquat: quae potius commendanda venit iis, qui theoriae non multum temporis impendere possunt, eam tamen ignorare nolunt. Non exigua voluptate animum sciendi cupidum demulcent demonstrationes dioptricae; ut adeo theoria nemini videri possit molesta, nisi ab omni sciendi cupidine prorsus immuni. Notandum vero in Dioptrica non modo quae, quomodo lumen refringatur in transitu per diaphana diversae densitatis; verum etiam quomodo beneficio radii sic refracti videatur visibile: quod posterius imprimis nosse debemus, ubi phaenomena tubi optici ac microscopiorum aliaque visionis refractae demonstrare voluerimus. Quamobrem in theoria quoque demonstratur, quomodo appareat visibile per radios refractos visum. Unde lentium dioptricarum duplex est usus, alter, dum lumine per ea transmissio utimur, alter vero, dum per eas visibilia respicimus. Qui adeo utrumque usum certo cognos-

cere studet, is etiam omnem theoriam cognitam atque perspectam habere debet: neque enim theoriam dioptricam extendimus ultra usum, quem in praxi habet.

§. 282. Refractio luminis & visio refracta phaenomena naturalia sunt, quorum adeo rationes reddere tenetur Physicus. Ex Dioptrica phaenomena particularia multo accuratius addisci possunt, quam per observationes absque theoriae dioptricae subsidio innotescunt. Et si experimenta capere volueris ad phaenomena utraque venanda; theoria Dioptricae eadem dirigit, ut accurate cognoscantur. Quoniam in Physica phaenomenorum rationes proximas ex aliis phaenomenis reddimus; eo nomine Dioptrica ad scientiam naturalem plurimum affert adjumenti. Multa dantur naturae phaenomena, quae a refractione luminis pendent. Eminent inter ea Meteora, quae dicuntur, emphatica; quae absque principiis Dioptricae explicari nequeunt. Atque ea ratio est, cur subinde Mathematici de meteoris emphaticis, veluti de Iride, halonibus, parheliis & paraselenis, in Dioptrica agant. Immo Dioptricae theoria, si a telescopiis & aliis technasmatibus dioptriciis recesseris, ad cognitionem naturae mathematicam spectat. Quamobrem quae paulo ante de eadem, quoad Opticam (§. 272) & Catoptricam (§. 276) monuimus; eadem quoque de Dioptrica tenenda sunt. Quamobrem

obrem qui ad Naturæ cognitionem mathematicam adspirant, iis quoque commendamus, ut omnem Dioptricæ theoriam attenta mente perlustrent. Quodsi enim in Optica, Catoptrica & Dioptrica didicerint, quomodo Geometria & Algebra ad Naturæ phænomena sint applicanda, & quomodo cognitio mathematica differat a philosophica, quidque ad perfectiōnem philosophicæ conferat mathematica; ad altiora progredientes tantò minus difficultatis experientur. Extra omnem controversiam est, prima cognitionis mathematicæ in Philosophia naturali specimina fuisse Optica, nisi forsàn Astronomiam ipsis priorem agnoscere volueris; quamvis nostris demum temporibus, præsertim quod Dioptricam attinet, disciplinæ opticæ magis fuerint excultæ, cum jam sublimiora cognitionis Naturæ mathematicæ exempla prostant. Quodsi ergo a disciplinis opticis exordiaris, ubi cognitionis hujus ideam animo complecti volueris, deinceps magis amplificandam per ea, quæ in disciplinis mechanicis Tomo secundo Elementorum occurrunt: naturalem omnino dicendus es sequi ordinem, quem tenuerunt primi inventores. Neque adeo dubitandum est, quin hoc pacto, a facilioribus ad difficiliora continuo progressus, multo intimius hunc cognitionis humanæ gradum inspicias, quam si inverso ordine, insuper habitis primis inventis, statim ad sublimiora te con-

feras, ad quæ non patuit aditus nisi per faciliora inventoribus.

§. 283. Atque hoc ordine si progrediaris, haud parum quoque lucis affunditur ad tertium cognitionis gradum adspiranti. Cum enim ad Artem inveniendi exercendam certa quoque requiratur mentis habitudo, ea omnino omnium commodissime acquiritur eo modo, quo successive, in diversis licet subjectis, incrementa sua cœpit. Sed de hoc ipso plura mox nobis dicenda erunt, ubi de studio Astronomiæ in usum tertii gradus cognitionis agendum erit. Ceterum qui Dioptricam ea lege perlustrare voluerit, quam pro acquirendo tertio cognitionis gradu præscripsimus; is non inanem operam a se sumi ipso factò deprehendet. Probe notandum est artificium, quo lex refractionis analyticè investigatur (§. 36 *Dioptr.*); tum quod in argumento physico adhibeatur principium a causa finali desumptum, nimirum quod Natura agat via brevissima, tum quod methodus de maximis & minimis ad problema physicum applicetur. Præterea considerandum, quod Mathematicis requiratur experimenta, si per ejusdemonstrationes aliquid in Physica accurate determinandum. Etenim per analysin mathematicam ratio sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti indeterminata prodit, quæ per experimenta deinde in quolibet diaphano determinanda. Etsi autem KEPLERUS veram refractionis legem

gem non fuerit affecutus, cum rationem constantem quaesiverit in angulis, non in eorum sinibus; non tamen propterea attentione indignum est principium *Kepplerianum*, cum inde pateat, quomodo hypotheses vicarias, in locum verarum Naturæ, subinde surrogare liceat in cognitione mathematica; siue veras detegere non detur, siue eadem disquisitiones reddant molestiores; tum etiam quod inventum *KEPPLERI* ad veram legem refractionis inveniendam manducere potuit *SNELLIUM*; quatenus constans quaedam ratio inter angulum incidentiæ & angulum refractionis observatur, quamdiu anguli sinibus physice propemodum proportionales sunt: id quod tanto facilius succedere potuit, quia in ipsa Trigonometria in simili casu angulorum ratio substituitur rationi sinuum (§. 23 *Trigon.*). Et non minus demonstrationes, quam analysis dioptrica loquuntur, ubi Geometria ad Physicam applicatur, non semper observandum esse rigorem geometricum; ita ut lineæ v. gr. convergentes haberi possint pro parallelis, & anguli quantitate parva differentes pro æqualibus: id quod convenit approximationibus in Mathesi pura, & eandem cum hisce habet rationem. Quod si singula eodem modo perlustrare velimus, quo in studio Algebrae explicando a nobis factum; multa artificia annotare licebit, quæ ad tertium cognitionis gradum faciunt. Sed

nostrum jam non est in tantas ambages descendere, qui tantummodo monstramus viam, qua sit eundem. Non tamen nobis temperare possumus, quin unicum adhuc commemoremus. Nemo est qui nesciat, primam telescopii inventionem casui deberi; ejus autem perfectionem, maxima ingenii vi & acumine summo, a Mathematicis primi ordinis fuisse promotam. Fortuita telescopii inventio attento insinuat modum, quo in inveniendo casui obviam ire licet. Ac evidentissime hinc perspicitur, quod ea, in quæ casu incidimus, manum emendatricem & auxiliatricem expectent a scientia & arte inveniendi. Amplissimus sese hic aperit dicendi campus; sed eum ingredi prohibet instituti præsentis ratio. Quamvis autem in ipsis demonstrationibus dioptriciis passim adhibuerimus calculum algebraicum, distantiam foci a lente determinaturi; id ipsum tamen non obstitit, quo minus doceremus, quomodo eadem analytice investigetur; non modo ut usus Algebrae in Mathesi mixta doceatur, verum etiam ut præstantia ejus appareat; cum theoremata in anterioribus operose demonstrata, quamvis ope calculi analytici fuerint contractæ demonstrationes, mira facilitate ex formula generali eliciantur: id quod extra Mathesin usui esse potest in speciebus ex dato genere determinandis. Cur vero solutionem dederimus particularem, quæ Dioptricae sufficit, non  
vero

vero universalem, sive figuram medii refringentis, sive ejus densitatem spectes, quod tanto facilius fieri poterat, cum dudum prostant solutiones generales, nec eadem supponant, nisi quæ in Analyfi a nobis fuerunt tradita, ex iis liquet, quæ in superioribus jam annotavimus, cur solutiones particulares universalibus prætulerimus, in ipsa etiam Algebra, vel subinde universales nonnisi præmissis solutionibus in casu particulari subjunxerimus; ut adeo opus non sit hic repetere, quæ in anterioribus jam inculcata fuerunt. Ceterum hic quoque annotari poterat, quod, cum Dioptrica multis experimentis ansam præbeat; Ars quoque experimentandi lucem quandam hinc expectare possit. Enimvero cum suo tempore, quando nos ordo deducet ad experimentalem Philosophiam tradendam, ea de re ex instituto sit agendum; eidem in præsentì immorari non debemus.

§. 284. Antequam vero hinc discedamus, non inconsultum ducimus unum adhuc moneri Dioptricæ lectorum ad tertium cognitionis gradum adspirantem. Trigonometriam planam pro parte Artis inveniendi venditare solemus, aut, si mavis, pro methodo particulari investigandi ve-

ritatem latentem (§. 142). Unde studium trigonometricum commendamus iis, qui Artem inveniendi in genere acquirere volunt, non modo illis, qui ad tertium cognitionis gradum, in Mathesi adspirant (§. cit.). Non desunt, qui sibi persuadent, Trigonometriam ad Artem inveniendi parum conferre; propterea quod per eam tantummodo computentur exempla, non vero veritates universales eruuntur. Hi facillime confutantur per problemata in Dioptrica trigonometricè soluta: apparet enim per Trigonometriam eadem inveniri, quæ per Algebra eruuntur. Quamvis vero opinio ista satis refelli poterat per hoc, quod ipsæ solutiones trigonometricæ problematum sint veritates generales, quæ per applicationem Trigonometriæ inveniuntur, & harum demum applicatione computari exempla; multo tamen clarius idem patet in Dioptrica, ubi etiam per computum trigonometricum eruuntur theoremata universalìa Dioptricæ. Accedit, quod usus quoque Trigonometriæ in Philosophia naturali per Dioptricam elucescat. Ita ex ejus applicatione ad experimenta innotescit, quomodo lex refractionis ex. gr. in vitro detegatur, ut alia taceam.

## CAPUT VIII.

*De Studio Sphæricorum & Trigonometria Sphærica.*

§. 285. **T**Rigonometria Sphærica demonstrari nequit, nisi præmittantur principia Sphæricorum, quæ etiam ante applicanda sunt ad Astronomiam sphæricam, quam calculo trigonometrico in eadem uti datur. Atque ea ratio est, cur Elementa Sphæricorum cum Trigonometria Sphærica conjunxerimus. Quamobrem qui cognitionis gradum secundum intendit, Elementa quoque Sphæricorum attendente mente perlustrare tenetur, antequam ad problemata Trigonometriæ Sphæricæ accedat. Quoniam demonstrationes syntheticæ sunt, quales in Geometria elementari occurrunt; eodem quoque modo expendendæ, quo demonstrationes Geometriæ elementaris resolvere docuimus. Quamobrem iis, qui methodum demonstrandi Veterum sibi familiarem reddere volunt, & demonstrationis legitimæ ideam exemplarem, quam imitentur extra Mathesin, majore luce perfundere gestiunt, lectionem quoque Elementorum Sphæricorum commendamus, si vel maxime Trigonometriam Sphæricam attingere noluerint. Sunt dubio procul Sphæricorum Elementa pars Geometriæ, si non elementaris, certe sublimioris, quæ de li-

neis curvis agit, quarum etiam in numero sunt circuli in superficie Sphærae descripti. Mallem tamen eadem referre ad Geometriam elementarem, quia in hac non minus locum habet circulus, quam Sphæra. Sed ea de re cum nemine ferram contentionis recipiimus: sufficit demonstrationes non esse difficiliore demonstrationibus Geometriæ elementaris, ex cujus etiam principiis contexitur; nisi forsan imaginatio hinc inde minus exercitatis negotium aliquod facessat; quod tamen evanescit, ubi figuris in plano delineatis substituas globum, in cujus superficie circuli debito modo sunt descripti. Et ut hoc faciant tyrones, omnino suaserim, præsertim illi, quibus molestum accidit horum Elementorum studium, ne ejus fiant desertores. Philosophis vero hinc discere licet, quænam differentia intercedat, si imaginatio juvet, non turbet operationes intellectus.

§. 286. Quodsi igitur quis nonnisi calculum trigonometricum sibi familiarem reddere voluerit; is ex problemate primo §. 114 regulam catholicam de triangulis rectangulis probe perpendat, utque eandem intelligat, definitiones 9, 10 & 11, cum suis corollariis,

rollariis, expendat & quomodo ad omnes casus applicetur ex §. 116 & seqq. addiscat. Si numeri tantummodo varientur, exempla plura comminisci licet. Hæc calculi exercitia continuanda sunt, donec regulam catholicam in dato quocunque casu dextre applicare possit. Qui experiri voluerit, quantum Trigonometria spherica per regulam catholicam facilitetur; eadem problemata more communi resolvat, quemadmodum in libellis aliis Trigonometriæ sphericæ aut in Introductione ad Tabulas sinuum atque tangentium docetur. Ubi solutio triangulorum rectorum nihil amplius difficultatis fecerit; addenda sunt problemata 20 & seqq. §. 158 & seqq. circa quæ eadem observanda, quæ de resolutione triangulorum rectorum monuimus. Nullus dubito fore, ut calculus trigonometricus absque ullo tædio addiscatur, nec majorem in eo difficultatem sentias, quam in Trigonometria plana. Quoniam multos a studio Astronomiæ practicæ abhorere expertus sum; quod tædia calculi Trigonometriæ sphericæ devorare cogentur: omnem quoque operam navavi, ut Trigonometriam sphericam redderem facilem quoad praxin, etsi theoria sit multo profundior, quam Trigonometriæ planæ.

§. 287. Trigonometriæ sphericæ demonstrationes non modo supponunt theoremata spherica seu Sphæri-

corum theoriam; sed propriam quoque theoriam habet, qua nituntur resolutiones problematum. Nimirum quemadmodum Trigonometria plana nititur theoria triangulorum planorum, seu rectorum, in plano descriptorum, quæ traditur in Geometria elementari; ita quoque Trigonometria spherica pendet a theoria triangulorum sphericorum, seu eorum quorum latera sunt arcus circulorum maximorum in superficie spheræ descriptorum. Eam cum alibi supponere non potuerimus, in ipsa Trigonometria spherica tradere debuimus; quemadmodum theoria triangulorum planorum in Trigonometria plana explicanda esset, nisi jam in Geometria elementari exposita fuisset. Quod si dicas, theoriam triangulorum sphericorum esse partem Elementorum sphericorum, quemadmodum theoria planorum est pars Geometriæ planæ: mihi perinde erit, siue eam a Trigonometria spherica separe eandemque tibi familiarem reddas, antequam ad hanc accedis; siue ipsam demum cum problematis, quorum solutiones independent, addiscas; quamvis hoc posterius mihi videatur commodius minusque molestum, cum sic theoriæ statim pateat usus, nec difficilis præmittenda sit praxi faciliori. Theoriam autem Sphericorum & Trigonometriæ sphericæ plurimum commendam suis, qui in Astronomia non modo ad secundum cognitionis gradum,

verum etiam ad ipsum tertium adspirant; consequenter omnibus, qui intellectus perficendi gratia ad Mathesin addiscendam accedunt. Cum demonstrationes singulas eadem forma exhibuerimus, qua conspiciuntur in Geometria elementari, nisi quod nonnullæ in theoria Trigonometriæ sint prolixæ; si nostro more resolvantur, nihil difficultatis facerent, ut eadem deterreatur, qui a Geometria elementari ad sphaericam Trigonometriam statim accedit. Quodsi enim cuidam visum fuerit, neglecta Algebra & ceteris Matheseos mixtæ partibus, pergere in demonstrationibus Matheseos puræ methodo Veterum conditis, ut hanc magis subiciat potestati suæ, nec ante ad analyticam Recentiorum accedat, quam ubi synthetica Veterum fuerit satis compos; is a Geometria Elementari & Trigonometria plana statim pedem promovere potest ad Elementa Sphaericorum & Trigonometriam sphaericam; cum nec hic supponantur principia, nisi quæ ex Trigonometria plana & Geometria elementari hausisti, nec alia demonstrandi methodus, quam qua ibidem usi sumus; ita ut, subjunctis Geometriæ elementari Sphaericorum Elementis, Trigonometriam sphaericam cum plana conjungere licuisset, quemadmodum vulgo a Trigonometriæ Scriptoribus fieri solet.

§. 288. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, iis studium

Elementorum sphaericorum & Trigonometriæ sphaericæ commendandum. Etenim, sine principiis sphaericis & Trigonometria sphaerica, nihil reperire licuit in Astronomia sphaerica; multa etiam in Geographia ab hisce principiis pendent. Ipsemet expertus fui, cum studium Astronomiæ mihi videretur perplexum, ac tædiosum esset resolutiones problematum primi mobilis ex Autoribus petere; principiis sphaericis perspectis, nullo negotio per me ipsum eas fuisse consecutum, & beneficio illorum principiorum eas extemplo reperire potuisse, quando de iisdem cogitandum erat, etsi eas memoria non comprehendissem. Quamobrem si in Astronomia & Geographia perspicere volueris, quomodo resolutiones problematum fuerint detectæ; principia sphaerica probe perspecta esse debent. Vi Trigonometriæ autem sphaericæ patet illatio, qua opus est, ut in casu particulari dato computatio legitime fiat, ope principiorum sphaericorum, triangulis & in iisdem datis detectis. Circuli, qui concipiuntur terminati in superficie sphaeræ, oriuntur ex sectionibus sphaeræ, quas omnes esse circulos theoremate 1, §. 13 demonstratur. Differt adeo Sphaerica a Geometria plana, in qua circuli se mutuo secantes in eodem sunt plano, cum hic in diversis sint planis, omnes tamen terminentur in eadem superficie sphaeræ. Unde facile patet, alium hic requiri



requiri usum facultatum cognoscendi, quam in Geometria plana. Qui vero tertium cognitionis gradum acquirere studet, is utique distincte cognoscere tenetur usum facultatum cognoscendi in veritate investiganda requisitum; consequenter ubi novus quidam usus emergit, ad eundem animum attendere debet, ne attentioni suæ sese subducatur. Talia autem imprimis scrutari debet, qui Artem inveniendi distincte cognoscere avet, & Mathesi quoque in usum Philosophiæ operam navat, ejusque studio intellectum perficere studet; consequenter promptum facultatum cognoscendi usum consequi conatur, quem habere possunt. Etsi autem intra cancellos, quos præfixit præsentis instituti ratio, nos continentes ad particularia non descendamus; non possumus tamen non excitare attentionem lectoris sciendi cupidi ad artificium, quo regula catholica Trigonometriæ Sphæricæ fuit eruta; præsertim cum singula huc spectantia satis distincte explicaverimus & demonstrata dederimus. Elucet enim ex eo usus prorsus singularis fictionum ad formandos conceptus universales, sub quibus comprehenduntur, quæ, propter intrinsecam diversitatem, ad commune quoddam genus, seu universalem quandam notionem reduci minime posse videbantur. Etsi enim hujus artificii jam mentionem quandam injecerimus in Analyti; singularis tamen prorsus hic oc-

currit applicatio, ut aliam prorsus formam induat. Regulam catholicam non alio fine investigavimus, quam ut memoriæ succurreretur, regularum multitudine non obruendæ, & ut omnis applicatio Trigonometriæ secum ferat sensum certitudinis manifestiorem. Habemus igitur hic, quod imitemur in aliis disciplinis practicis, ad praxin omnem facilitandam. Quamvis enim dentur artificia adhuc alia, quibus idem præstari potest, nec semper recurrendum sit ad fictiones; sufficit tamen hoc exemplo nos moneri, cogitandum quoque esse in Disciplinis practicis de praxi per regulas catholicas facilitanda; immo & de theoria multiplici ad notionem universalem reducenda, ut facilius evadat ejus ad humana negotia applicatio. Maximæ hoc ipsum utilitatis est, cum non omnium sit theoria, quæ multitudine regularum abundat, ita memoriæ infigere, ut singulæ veluti sua sponte præsententur intellectui, quoties usus eas requirit, cum tamen ad recte agendum illis carere nequeamus. Mirabuntur forsitan nonnulli, qui, cum Mathesin sibi soli discant, ad alia, quæ extra eam sunt, animum non diuertunt, nos studium Matheseos explicaturos talia proferre, quæ cum eo nihil commune habere videntur. Enimvero qui animo recoluerit, quæ supra de studio Matheseos, intellectus perficiendi gratia instituendo, in medium attulimus, & cum eodem

studium Philosophiæ verioris, quam in operibus nostris tradimus, conjunxerit, non habebit amplius quod miretur, utilitatem eorum, quæ hinc inde commendantur, reipsa experiturus.

§. 289. Trigonometriam sphaericam non explicamus, nisi in usum Astronomiæ & Geographiæ. Quamobrem non plura tradimus, quam quæ huic fini satisfaciunt. Et quoniam Trigonometria sphaerica demonstrari nequit, nisi suppositis principiis sphaericis, nec applicari in Astronomia & Geographia nisi mediantibus his ipsis principiis; nec ex hisce addidimus, nisi quæ huic scopo sufficiunt. Etsi itaque Algebra ad doctrinam quoque Sphaericorum & Trigonometriam sphaericam applicari possit; usum tamen Algebrae in hac Matheseos parte prætermisimus, cum amice propositum nobis fuerit præ-

xin Trigonometriæ sphaericæ reddere faciliorem. Ne tamen quis existimet, cum vel esse nullum, vel adeo difficilem, ut hætenus detegi non potuerit; provoco ad exempla, quæ dedit JACOBUS KRESA e Societate Jesu in Analyfi speciosa Trigonometriæ sphaericæ, primo mobili &c. applicata, & ad hisce illustriora, quæ extant in Commentariis Academiæ Imperialis Petropolitanae. Problemata primi mobilis per Algebraem soluta, si ad Geometriam puram reducuntur, non sunt nisi problemata sphaerica. Geometræ sane de Sphaerica nunquam cogitassent, nisi problemata primi mobilis in Astronomia de ea cogitandi ansam dedissent. Neque dubium est, initio hanc Geometriæ partem ab Astronomia sphaerica non fuisse separatam, quemadmodum & ipsa Trigonometria non tradebatur nisi in Astronomia.

## C A P U T IX.

### *De Studio Astronomiæ.*

§. 290. **S**tudium Astronomiæ multis sese nominibus commendat omnibus, qui ad solidam rerum cognitionem aspirant, sive secundum cognitionis gradum, sive tertium intendant; & imprimis si quis intellectus perficiendi gratia Mathesi operam navet, ac ad scientiam naturalem excolendam animum appellere velit; immo si

studio medico sese mancipandi animum habuerit. Diversi admodum sunt fines, cur quis ad studium Astronomiæ accedit. Quare nec omnibus eodem modo in eodem versandum, cum diversos fines non eodem modo consequi detur. Nostrium igitur est docere, quid unicuique faciendum, ut finem a se intentum consequatur.

§. 291.

§. 291. Sunt qui curiositatis tantummodo gratia Astronomiam addiscendam esse sibi persuadent; cui tanto magis satisfaciendum existimant, ne ignorent ea, quæ in Calendariis extant; non decere virum eruditum arbitrati, ut Calendarium quotidie in manu habeat, non tamen intelligat, quæ in eodem traduntur. Sunt alii, qui istis oculatiores longius prospiciunt, & adolescentibus ob curiositatem commendant studium Astronomicum, ut eadem excitetur sciendi cupiditas & magis magisque inflammetur. Sane non alio fine in scholis introductus est JOANNIS DE SACRO BOSCO libellus de sphaera; cui deinceps alii substituere alios libellos, usum Globorum, & computum ecclesiasticum exponentes. Etsi enim ea fini etiam Theoricas Planetarum consignaverit PURBACHIUS; cum tamen Theorica magis conducere visa iis, qui ex instituto Astronomiæ operam navaturi sunt, quam promiscue omnibus, & ipse PURBACHIUS potissimum intenderit, ut ad studium astronomicum fere neglectum ac desertum aditum aperiret, & animos juvenum ad idem persequendum accenderet; Theorica ex scholis proscripta in Academias relegata, ubi præter Professore Mathematicum inferiorum, qui Mathesin puram, cum Geometria practica, & Staticæ elementis, interpretari debebat, etiam constitutus Professor Mathematicum superiorum, qui Astronomiam cum

Geographia, Chronologia, Gnomonica & Astrologia doceret. Unde hodiernum in Academia Wittebergenfi & Hafniensi duo sunt Mathematicum Professores, alter Mathematicum inferiorum, alter superiorum. In scholis itaque inferioribus, in quibus adolescentes ad lectiones academicas præparandi, sufficere visum, si Astronomiæ sphaericæ, & computi ecclesiastici prægustum quendam haberent, & figuras geometricas construere addiscerent. Unde memini in Gymnasiis quoque patriis, Vratislaviensibus scilicet, cum ego adolescens Magdalenæum frequentarem, Professore Matheseos nonnisi constructiones figurarum, cum definitionibus Geometriæ elementaris, usum Globorum & computum ecclesiasticum docuisse. Et quamvis insigni cupiditate methodum mathematicam cognoscendi jam tum flagrarem, nec minor esset Algebrae addiscendæ ardor; quod illa certam acquiri posse cognitionem, cui contradicere nemo ausit; hac vero, proprio Marte veritates incognitas investigari audivissem; nemo tamen erat, qui sitim meam restringere valeret; immo non deerant, qui studium Matheseos dissuaderent, aut saltem affirmarent, me ejus auxilio non consecuturum, quod sperabam. Ego vero nunquam ab ea opinione me dimoveri passus sum, cujus quidem rationes hic exponi nihil attinet.

§. 292. Qui adeo solius curiositatis gratia Astronomiam addiscere volunt, iis sufficit historica veritatum præcipuarum cognitio. Nimirum primo ipsis legenda sunt, quæ capite primo Astronomiæ sphaericæ, quoad observationes communes & principia inde stabilita, traduntur. Neque enim integro hoc capite continetur quidpiam, quod captum Mathematicum imperiti excedat; & quocunque quis animo ad Astronomiam accedat, ea ignorare non debet, quæ in eodem continentur. Deinde ex secundo capite, quod de circulis sphaeræ mundanæ agit, definitiones circulorum & aliorum nonnullorum ad eos spectantium sibi familiares reddat, omissis ceteris omnibus. In capite vero quarto legat scholia probl. 16, §. 244 & seqq. quæ de catalogo fixarum, & asterismis, ac magnitudine apparente illarum loquuntur. Addi possunt hinc inde scholia quædam alia, quæ utrum contineant, nec ne, quod videatur notatu dignum, quilibet facile per seipsum judicabit. Hinc statim accedat ad caput sextum, in quo constructio & usus Globi cœlestis in ipsius potissimum usum docetur. Neque male sibi consulat, si in capite septimo perlegat de refractione & parallaxi, quæ in definitionibus & scholiis habentur, & sub rubrica observationum reperiuntur: id quod etiam intelligendum de crepusculis, quibus destinatur caput 8, seu ultimum Astronomiæ

sphaericæ. Et hæc satisfaciunt etiam adolescentibus ad studium Astronomiæ præparandis, quoad partem sphaericam. In parte Theorica iis, qui solius curiositatis gratia Astronomiam addiscunt, commendanda sunt capita tria priora de natura Solis ac Lunæ ceterorumque Planetarum, & mundi systemate, si pauca quædam problemata excipias, quæ prætermitti possunt. Poterunt etiam prætermitti theoremata, quæ in usum systematis mundani evincendi proponuntur §. 571 & seqq. Sufficit enim ut saltem theoremata 27, §. 612, & theoremata 28, §. 630 cum subjectis scholiis legat, demonstratione prioris insuper habita. De Theoria Planetarum, quæ capite quarto traditur, non plura cognoscere tenetur quam hypothesin: non tamen profus inconsultum est, ut addat definitiones, quarum in Theorica usus, propterea quod hi termini in Calendariis quoque occurrunt, quæ intelligere vult curiositatis gratia Astronomiæ operam aliquam impendens. Quoad Lunam attinet, præter definitiones & observationes, a §. 816 usque 822, non est, quod curiosus tantummodo lector attingere teneatur. Et ex capite sexto tantummodo distantias planetarum a Terra ex §. 906, earumque magnitudines ex §. 922, haurire debet. De aspectibus capite septimo sufficiunt eidem definitiones §. 926-935, cum definitionibus eclipsium §. 937 & §. 982. Denique ex capite ultimo de stel-  
lis

lis fixis & novis atque cometis, sufficiunt theoremata absque demonstrationibus, & observationes, omissis vero problematis. Ea abunde satisfaciunt, ut de rebus astronomicis verba facere possit, quando occasio tulerit in sermone communi, & intelligere, quæ in Calendariis de iisdem habentur.

§. 293. Quodsi quis cognitionem historicam Astronomiæ accuratiorem desiderat; is omnia, omissis demonstrationibus, ea industria perlegere debet, quam pro primo cognitionis gradu præscripsimus. Quodsi tamen praxin non curat, nec opus esse videtur, ut singula problemata perlustret. Abunde sufficit, si theoriam planetarum primariorum perspectam habeat & calculi eclipsium ideam aliquam animo concipiat. Permittendum adeo est unicuique, quo usque ipsum trahat sua voluptas. Vix enim alius finis intendi potest, quam ut notitia rerum astronomicarum animum delectet. Quoniam itaque sola voluptas mensura est eorum, quæ addiscenda sunt, uniuscujusque omnino relinquendum est iudicio, quantum eidem satisfaciat. Quemadmodum illam suo quisque modulo metiri debet, nec ex se iudicare licet alios; ita quoque determinari nequit, quænam unicuique conducant.

§. 294. Cognitio Astronomiæ historica quoad partem sphericam, facilitatur continuo usu Globi cœlestis, qui semper ad manus esse de-

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

bet. Etenim definitiones multo facilius intelliguntur, si ea, quæ declarant, in superficie Globi repræsententur; cum imaginatio nihil amplius facessat negotii, ob consensum ejus cum sensu seu visu. Si schemata in plano delineantur, quemadmodum fieri solet & a nobis quoque factum est; sensus non revera exhibet, quod repræsentare debebat; sed saltem dirigit imaginationem, ut vi vocabulorum, quæ in definitione continentur, sibi formet ideam ejus, quod cognosci debet. Sumamus exemplum facile, ut quæ dicuntur recte intelligantur. Declinationem stellæ definimus per distantiam ejus ab æquatore. Cumque distantiam a circulo maximo esse ostenderimus arcum circuli maximi inter duo puncta in superficie spheræ intercepti & ad circulum maximum perpendicularem (§. 76 *Spheric.*); ideam declinationis formaturi imaginari debemus circulum maximum in superficie spheræ, qui per centrum stellæ, seu punctum in spheræ superficie datum, & per æquatorem transit, & hunc ad angulos rectos secat. Quamobrem cum porro constet (§. 28 *Spher.*), hunc circulum transire debere per polos æquatoris, quos eisdem esse cum polis mundi constat (§. 48 *Astron.*); nobis imaginari debemus spheram cavam, in cujus centro oculus collocatus, & in eadem duos polos, circa quos vertitur, una cum æquatore intervallo quadrantis

Y y

in

Tab. IV.  
Fig. 40.

in superficie sphaerae descripto, & circulo transeunte per polos & stellam, seu punctum in superficie datum transeunte, qui secat aequatorem. Ita enim demum idea repraesentabit declinationem. In plano circulus MAPQ repraesentat sphaeram mundanam, puncta P & p polos mundi diametraliter oppositos, AQ aequatorem ex altera hemisphaerii parte, in qua sumitur stella S sive punctum quodcumque datum. PSp repraesentat circulum, qui per polos mundi P & p atque punctum datum S transit, in eadem hemisphaerii parte, & aequatorem in D secat. Unde arcus circuli maximi DS repraesentat Declinationem stellae, seu puncti S. Hinc liquet, quomodo definitiones primum explicandae sint per figuras in plano delineatas. Enimvero cum idea hujus schematis non sit ea, quae rem ipsam, prouti concipitur, repraesentat, sed vicariam saltem operam praestet; imaginationis est, eam transformare in ideam veram. Loco igitur circuli APQpA nobis imaginamur sphaeram cavam, in cujus centro oculus constitutus; in ejus superficie imaginamur porro duos polos P & p sibi diametraliter oppositos, & aequatorem ab utroque polo undiquaque eodem intervallo distantem, tandemque circulum alium per stellam in eadem superficie sumtam & duos polos transeuntem, qui necessario aequatorem secat. Atque ita demum imaginatio veluti visui

percipiendam exhibet declinationem SD. Nemo non videt non sine exercitio vim istam acquiri, quae imaginationi ad istam transformationem idearum sufficit; immo ipsam imaginationis vim jam extendendam esse, ut satis clare repraesentet quod percipiendum. Enimvero si globus fuerit ad manus, cum in ejus superficie designati sint poli, & aequator descriptus, ac praeterea Meridianus circulus per polos mundi transiens, sub quo ob ejus volubilitatem circa polos, & situm Meridiani fixum, quodvis superficiei punctum pro arbitrio constitui potest; non alia re opus est, quam ut stella constitutur sub Meridiano, ita enim ejus arcus inter eandem & aequatorem interceptus repraesentat declinationem, qualem imaginatio percipiendam exhibere decet. Atque ita sensus cum eadem consentit. Non est quod excipias, Globum exhibere in superficie convexa, quod imaginatio transferre debet in concavam; consequenter nec hic sensum cum imaginatione consentire. Etenim quis non videt, cum non necessarium sit ut oculus collocetur in centro sphaerae, fingi posse quod is extra sphaeram collocetur? quod ubi imaginamur, imaginatio a sensu non dissentit. Quod si vero imaginationis vi ipsam sphaeram mundanam repraesentare velis, qualis nobis apparet, dum noctu coelum stellis superbiens contuemur; multo jam facilius accidit ea, quae

quæ oculo extra spheram mundanam per fictionem constituto apparent, eidem in centrum spheræ retracto, tanquam in concava, percipienda exhibere.

§. 295. Non dubito fore haud paucos, qui nodum in scirpo quæri existimaturi sunt, & sine istiusmodi scrupulositate Astronomiæ cognitionem historicam acquiri posse tanto confidentius sibi aliisque persuaderi conabuntur, quod experientia testetur, ex schematibus in plana delineatis satis intelligi, absque ulla opera, quæ per definitiones explicantur, & in resolutionibus problematum præcipiuntur. Enimvero quis vitio vertet Philosopho, quod distincte explicet usum facultatum, quem alii de eodem parum cogitantes faciunt, præsertim eo fine, ut simul ostendat, quomodo usum istum facilitare liceat? Homines & animalia moventur absque cognitione regularum Staticæ, nec norunt, quem faciant eorundem usum, dum easdem inviolabiliter observant. Ecquis vero reprehendit BORELLUM, quod, in egregio opere de motu animalium, ex regulis Staticæ eundem demonstrandum sibi sumserit? Si quis fuerit Astronomus, qui in Psychologia simul versatus, ut acumine suo discernere possit, quæ modificationibus animæ insunt; is utique agnoscat vera esse, quæ de idea vi imaginationis formanda ad clare percipienda, quæ in Astronomia spherica docentur, in medium attulimus (§. 294).

§. 296. Quemadmodum vero illam idearum transformationem juvat, præter Globum cœlestem, spheræ etiam armillaris; ita non inutile foret, si, ad similem usum in parte Astronomiæ theoricæ obtinendum, adhiberentur Instrumenta levi sumtu parabilia, quibus phænomena motus secundi apte repræsentarentur; non quidem ea accuratatione, ut calculi vicem subire possent, sed quantum sufficit, ut motus secundus, seu proprius, distincta notione comprehendatur. Intendebat hoc PURBACHIUS cum suis Theoricis Planetarum; sed cum, Astronomiæ parte theoricæ per COPERNICUM imprimis ac KEPLERUM reformata, nullus amplius illarum sit usus; alia prorsus forma fieri hodie deberent instrumenta ad motus secundi phænomena eodem modo repræsentanda, quo ope Globi artificialis repræsentantur phænomena motus primi. Equidem non ignoro, non defuisse aliquos, qui de motu secundo Planetarum organice repræsentando cogitarunt; sed desunt instrumenta, quæ ad communem discipulorum usum adhiberi possent. Neque vero negandum est in Theoricis defectum istiusmodi instrumentorum esse tolerabiliorem quam in sphericis; quia, per schemata in plano descripta, non adeo confunditur imaginatio, quam in spherica; & quod ad Theoricam demum accedas spherica absoluta; consequenter ubi notionibus astronomicis jam aduetus animus.

§. 297. Qui propter praxin Astronomiæ operam navant, cum ea varia fit, nec omnes eodem modo in ea versari debent. Constat, ad praxin Astronomiæ facilitandam, conditas esse Tabulas tam primi mobilis, quam motus Planetarum. Illarum usus est in parte spherica; harum vero in theorica. Quibus adeo calculus astronomicus curæ cordique est, illi usum Tabularum multiplici computatione sibi familiarem reddere tenentur. Præfiguntur Tabulis præcepta calculi, quæ non in omnibus sunt prorsus eadem. Quamobrem ut ea intelligantur, cognitio saltem historica ex Elementis Astronomiæ præmittenda. Quo accuratior hæc fuerit, eo melior. Equidem fieri potest, ut calculum astronomicum juxta Tabulas absolvat, qui terminos tantummodo cognitos atque perspectos habet; sed in tenebris quasi versatur, qui nihil prorsus rationis regularum perspicit. Suadendum igitur est, ut theoriæ, tam sphericæ, quam theoricæ cognitione historica animum imbuas, antequam ad calculum accedas. Dedimus ipsimet præcepta calculi astronomici, eademque exemplis illustravimus. Quamobrem qui ad hanc praxin aspirat, ad ea animum advertere tenetur. Exemplorum typum ita representavimus, ut ideam exemplarem calculi animo ingenerare possit, quæ regularum vicem tueri potest, ubi plura exempla computaveris,

& eadem forma calculum describeris. Antequam autem satis exercitatus fueris, ut tibi fidere possis, quod nulla ex parte aberraveris; exempla computanda sunt, quæ in Ephemeridibus habentur, ut cum iis conferte queas, quæ calculus tuus prodit.

§. 298. Tabulæ astronomicæ non alio fine conduntur, quam ut calculus reddatur facilior & brevior. Computantur autem ex observationibus calculo geometrico, aut, si mavis trigonometrico. Quamobrem Tabularum conditoribus calculus geometricus perspectus esse debet. Formam quoque hujus calculi cognoscere tenetur, quicumque solidam Astronomiæ scientiam acquirere debet. Nos in Elementis nostris hunc calculum, non modo regulis perspicue ac distincte propositis, comprehendimus; verum etiam exemplis illustravimus, & typum calculi ita exhibuimus, ut in praxi commode regularum vice fungatur, ipseque calculus prolixus ab omni perplexitate & molestia liberetur. Usi nimirum hic sumus eodem artificio, quo calculum algebraicum facilitare studuimus. Quamobrem, si quis præcepta calculi cum typo conferat, non habebit, quod conqueratur de obscuritate, sed plena luce fruatur in iis intelligendis; modo in Trigonometria fuerit versatus, cujus problemata familiaria supponuntur, nec ignoret terminos, quos ex definitionibus perspectos habere debet. Neque enim accedendum



dendum est ad calculum geometricum, nisi intellectis terminis astronomicis & Trigonometriæ, tam sphericæ, quam planæ, praxi in potestatem suam redacta. Si quis numeros datos variaverit, in aliis exemplis calculi typum imitaturus; is non modo habitum computandi sibi comparabit; verum etiam ideam calculi exemplarem memoriæ infiget, ope schematis delineati in memoriam facile revocandam, quoties calculo isto utendum. Atque hoc ipso obtinetur, ut non modo molestia omnis a calculo astronomico arceatur, sed etiam ut animo placido, nec perturbato sanguinis circulo, calculos continues per tantum temporis spatium, quantum libuerit; modo tibi non molestum accidat tempus calculis fallere, quod scientiæ amplificandæ impendere malles. Neque enim tædia, ex diverso fonte propululantia, pro diversitate inclinationum naturalium quibus natura homines a se invicem differre voluit, in unum confundenda; errore manifesto iis, qui in Psychologia cum laude sunt versati. Quodsi vero præcepta calculi, quæ numeris suis distincta sigillatim exhibuimus, tranquillo animo lente festinans perpendas; formæ calculi notionem distinctam consequeris, usus regulis quas in Logica pro acquirenda notione distincta præscripsimus; etiam si illas nunquam didiceris, nec, dum juxta eas determinas facultatum cognoscendi usum, earum tibi conscius fueris. Quan-

tum hoc conducat ad perficiendum intellectum, ut etiam extra Mathesin distincte concipere adsuecas, quæ meditaris, & ordine in meditando cogitationes tuas promoveas, nunc demonstrare nolo; etsi demonstratio ex Psychologiæ ac logicæ principiis dari poterat; utpote assensum non nisi eorum extorsura, qui Metaphysicæ, prouti a nobis tradita, jam operam debitam navarunt. Sufficit monuisse, quod credendum sit experto; & oculata futura sit fides singulis, quotquot consilio nostro aurem benignam præbere non dedignati fuerint. Qui Astronomiam non sibi discunt, sed intellectus perficiendi gratia eidem incumbunt, id quod faciendum plurimis (cum paucis admodum Astronomis opus habeat genus humanum) illis formam calculi animo concepisse sufficit, nec opus est, ut in eodem sint exercitati. Quatenus tamen exempla lucem affundunt præceptis, non inconsultum est, ut unicum saltem, quod exhibuimus, exemplum computent, singulis præceptis ad idem applicatis; præsertim cum etiam extra Mathesin, in Philosophia præsertim practica, magna sit exemplorum vis; quemadmodum in parte altera Philosophiæ practicæ universalis demonstravimus; atque adeo utile sit ad Philosophiam animum appellenti præcepta ad exempla dextre ac expedite applicare. Ecce igitur tibi usum universalem eumque maximi faciendum.

dum, ob quem hæc pars studii astronomici promiscue commendari meretur omnibus, quos solida rerum cognitio juvat; etsi ætatem omnem in calculis astronomicis consumere nolint; immo etsi futurum vitæ genus minime ferat, ut notitiam multo labore acquisitam conservent. Quoniam enim ea conservari, hoc non obstante, potest intellectus habitudo, quam hoc studio acquisivisti; non est quod conqueraris; te in spem futuræ oblivionis discendo ea, quæ tibi nulli usui sunt, tempus inutiliter consumfisse.

§. 299. Peculiaris quoque praxis astronomica est phænomena siderum observandi, omnis praxeos reliquæ basis. Ex observationibus enim calculo geometrico eruuntur, quæ in Astronomia scire intendimus; nec absque iis, calculi hujus beneficio, conduntur Tabulæ, quarum in praxi tam commodus est usus. Immo, absque observationibus non licet perficere Tabulas, ut major sit earum cum cælo consensus. Ne igitur hac in parte quoque deessemus; modum quoque observandi exposuimus, ut aliquam ejus ideam animo concipere detur. Nemo autem a nobis requisiverit, ut omnia minutissime persequamur, quæ ad dexteritatem in observando faciunt. Quodsi enim quis observatorem agere voluerit, is non modo intellectis iis, quæ a nobis traduntur, legat Autores supra commemoratos, cum scripta Astro-

nomorum recenseremus; verum etiam in observatorio aliquo celebri, quale est Parisinum in Gallia & Grenovicense in Anglia, per aliquod tempus commoretur, ut, quæ ad observandi dexteritatem faciunt, ab Observatoribus exercitatis addiscat. Quamvis enim impossibile non sit, ut eandem multo exercitio per se assequatur, si in observando sedulus ac continuus sit; facilius tamen longe accidit, ubi alios præeuntes imitamur, quam si demum multa circumspèctione ipsimet detegere ea debeamus, quæ ad observationem accuratam conducunt. Quodsi quis instrumenta, modumque observandi Veterum cum recentioribus & recentissimis conferre voluerit; is animadvertet cum theoria Astronomiæ crevisse quoque observationum perfectionem. Unde conficitur, eum, qui observationibus astronomicis vacare voluerit, theoriam quoque Astronomiæ sibi perspectam reddere debere. Immo ex iis, quæ in nostris Elementis demonstrantur, jam patebit, observatorem in calculo quoque astronomico, ipso etiam geometrico versatum esse debere. Sane qui observatorem agere voluerit, Astronomiam omnem, tam theoreticam quam practicam, intime perspectam habere debet. Ad observandum requiruntur instrumenta &, si observationes accuratæ esse debent, accuratis quoque opus est instrumentis. Quamobrem qui observationibus

tionibus astronomicis sese dare voluerit, instrumentorum quoque fabricam, usum, & examen intime perspicere debet. Notio instrumenti adæquata esse debet, qualis sufficit ei, qui artificem ejus fabricam docere vellet, aut, si arte polleret, ipsemet idem construeret. Rationes singulorum in fabrica observandorum ex theoria Astronomiæ reddendæ, ut scientifica sit instrumenti cognitio. Usus accuratum determinat Astronomiæ theoria ad constructionem instrumenti applicata. Construitur enim instrumentum in certum finem, veluti magnus Gnomon ad observandas altitudines Solis meridianas per singulos anni dies; ex theoria autem Astronomiæ constat, quanta exactitudine finem intentum consequi debeamus. Instrumenti igitur is fieri debet usus, quem finis consequendus exigit. Examina non modo pro diversitate instrumentorum, verum etiam pro uno eodemque instrumento varia esse possunt. Eo autem tendunt omnia, ut inde constet, instrumenta esse accurate facta, atque adeo iis in observando fidentum esse, si quidem certus sis te debitam in observando diligentiam adhibuisse. Ad hæc examina referendum, si quis instrumento suo eadem <sup>in quibus</sup> phænomenon observat, qua ab aliis celebribus Observatoribus alias fuit observatum; veluti si quis per telescopium suum Saturni easdem phases videt, quales primus exquisi-

tissimis telescopiis observavit HUGENIUS. De examinibus istis specialia in medium afferre non licet. Supponunt enim accuratam Instrumentorum descriptionem, qualem hic dare non licet. Sufficit adeo monuisse, quod istiusmodi examinibus opus sit, ne magno conatu ac maxima diligentia nihil agas. Observationes astronomicæ sunt paucissimorum, propterea quod non quilibet, qui Astronomiæ studio delectatur, gaudet suppellectili ad observandum necessario, fruiturque otio ac commoditate observandi. Quamobrem in nostris Elementis nonnisi ea tradidimus, quæ sufficiunt, ut intelligatur, qualibus observationibus opus habeat Astronomus.

§. 300. Qui tertium cognitionis gradum intendunt, Elementa Astronomiæ integra eodem modo perlustrare tenentur, quem supra pro cognitionis gradu secundo acquirendo præscripsimus. Eum enim in finem Elementa Astronomiæ eadem methodo conscripsimus, qua Elementa Geometriæ condidimus; etsi communiter Astronomi continuo discursu, quemadmodum vulgo faciunt Autores, sua proponant; sit ita quod demonstrationes eidem interferant: quem morem etiam hodie Geometriæ sequuntur, in schediasmatis præsertim quibus inventa sua orbi literato communicant in Diariis Eruditorum & Commentariis Societatum Regiarum. Constat ipsum

ipsum PTOLOMÆUM eundem morem tenuisse in Almagesto suo. Negari tamen non potest, quod methodus *Euclidea*, quam nos adhibuimus, multo sit clarior; præsertim si omnia rigide demonstranda, nec sumenda, quorum demonstratio lectoris industriæ relinquatur, neque etiam immiscenda, quæ prorsus non demonstrantur. In parte etiam spherica, ex principiis sphericis rigide demonstravimus, quæ vulgo ab Astronomis fiducia illorum principiorum sumuntur, ne evidentiam desiderent tyrones; imprimis ubi Elementa Geometriæ tam scrupulosa industria pertractarunt, quam supra præscripsimus, & qua omnino opus est, siquidem ideam methodi demonstrativæ exemplarem in usum Philosophiæ ex Mathesi haurire volueris. Neque porro negari potest, studium Astronomiæ hoc pacto facilitari. Sane non alia de causa PURBACHIUS studium Astronomiæ amplificaturus, & ad captum tyronum accommodaturus, Almagestum PTOLOMÆI, idem methodo *Euclidea* digerere cœpit; telam vix cœptam, post obitum ejus, jure legati, pertexente REGIOMONTANO. Non igitur fecimus, nisi quod judicio REGIOMONTANI, Astronomi summi, probetur. REGIOMONTANUS nullis problemata illustravit exemplis: id quod tamen apprime necessarium esse ex iis, quæ modo in antecedentibus inculcavimus, abunde elucet. Præterea ipsa res loquitur,

quod, cum is nonnisi Almagestum PTOLOMÆI in formam Elementorum EUCLIDIS redigere voluerit, idem non tradat nisi Astronomiam antiquam, a qua recentior plurimum differt, præsertim in theorica, ut adeo dici nequeat nos actum egisse. Quemadmodum vero Elementa Geometriæ *Euclidea* multo clariora & evidentiora reddidimus, tum quod demonstrationes fecerimus completas & ordinatas, quales esse debent, si quis methodum demonstrativam in usum philosophandi addiscere voluerit, tum quod resolutiones problematum magis distincte exhibuerimus; ita idem observavimus, ut in ceteris Matheseos partibus, sic etiam in Elementis Astronomiæ. Observationes præterea, quales in Mathesi pura nullæ occurrunt, sigillatim quoque ita recensuimus, ut præter facta nihil contineant; ea vero, quæ inde concluduntur, per modum corollariorum deduximus; quemadmodum vult Logica verior, & fieri debere in Logica nostra evicimus: id quod etiam in disciplinis opticis jam fecimus. Sicuti enim methodus demonstrativa in iis, quæ operationibus intellectus perficiuntur, ad amissim observat regulas in Logica præscriptas: ita etiam in iis, quæ sensuum usu sub directione intellectus innotescunt, ejusdem regulas sequi debet. Nihil adeo a nobis prætermisum existimamus, quod methodus accurata exigere poterat. Cum in theoreticis nonnulla den-  
tur,

tur, quæ rigide demonstrata esse dici nondum potest, etsi rationi & experientiae admodum consentanea videantur, & quæ in usum Astronomiæ practicæ sumenda esse unanimiter hodie consentiunt Astronomi; veluti quod Terra moveatur motu vertiginis, & motu translationis circa Solem (§. 622), & descriptio Systematis mundi (§. 630); demonstrationis quoque titulum omisimus; ne, contra regulas Logicæ de demonstratione, pro tali venditemus, quæ non est, ut ab incautis vulgo pro tali habeatur. Nulli igitur dubitamus fore, ut certam nobilissimæ scientiæ cognitionem ex Elementis nostris hauriat, qui non perfunctoria opera in iisdem versari voluerit. In Theoricis secuti sumus hypothesein KEPLERI; quam cum cælo magis consentire ceteris hypotheseibus commentitiis omnibus in confesso hodie est, apud Astronomos omnes, fiducia observationum quibus in Astronomia omnia dirimenda. Quamobrem quoque placuit calculum geometricum explicare, qualem dedit KEPLERUS in Commentariis de stella Martis, & in Epitome Astronomiæ Copernicæ; ut & constructio Tabularum Rudolphinarum, & calculus Rudolphinus intelligatur. Quoniam tamen hodie majore fruimur luce in Geometria, quam KEPLERI ævo; ea quoque addidimus, quæ lubens ipse in theoriam suam recepisset, siquidem ipsi ea videre licuisset.

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

§. 301. Neminem vero, qui Dioptricam ante didicit, quam ad Astronomiam accederet; quemadmodum omnino fieri debet, ob exitium telescopiorum in omni Astronomia usum; offendet, ubi observaverit in theorica quædam sumi, quæ in rigore geometrico vera non sunt, ad veritatem tamen propius accedunt. Etenim in cognitione Naturæ mathematica, ad quam etiam Astronomia referenda, præsertim si more *Kepleriano* tractetur, non attendendus est rigor geometricus, modo constet quæ eodem invito sumuntur ad veritatem prope accedere; præsertim ubi theoria quæritur propter praxin, ubi approximationes æquipollent veritati. Vidimus quoque in Mechanica istiusmodi hypotheseis in locum hypotheseium naturæ utiliter substitui; immo si praxin unice respicias, substituendas esse. Quoniam tamen ad Astronomiam accedere licet, Mechanica seposita, statim a Geometria elementari & Trigonometria utraque; non inconsultum duximus denuo inculcare, quod attento lectori ex anterioribus jam patere poterat. Neque hoc abhorret a more priscorum Astronomorum, cum tamen antiquissimis temporibus rigor demonstrandi maxime sese probaret Geometris. Etenim in computo eclipsium sumserunt, quemadmodum adhuc fieri solet, lineas rectas pro arcibus circularum, & triangula spherica in

Z z

plana

plana converterunt, ad facilitandum calculum; propterea quod non committitur error sensibilis, sed qui observabili minor; error autem observabili minor in Astronomia practica habetur pro nullo. Huc etiam referri debet, quod in doctrina primi mobilis semidiameter Telluris habeatur pro puncto, respectu distantiae fixarum. Quando vero dicimus, in demonstrationibus astronomicis non semper observari rigorem demonstrandi; id non intelligendum de forma, sed de materia demonstrationis. Constat nimirum ex Logica, formam probationis semper eandem esse debere, nec ab ea unquam recedendum, si methodus accurata esse debet: id quod etiam usui est in rigore demonstrandi agnoscendo; ne quis sibi persuadeat supponi, quæ vera sunt, sibi autem in memoriam venire nequeunt. Nullo igitur modo probamus, si rigor demonstrandi quoad formam negligatur; quicquid etiam videatur aliis. Notandum vero & hoc est; in Astronomia a rigore demonstrandi quoad materiam recedi, absque ullo scientiæ detrimento; quemadmodum etiam in Dioptrica contingit. Quod enim sumitur contra veritatem, eadem tamen non invita sumitur; quia quod sumitur quoad praxin in locum veri surrogare licet, nec sine utilitate. Alia vero longe ratio est, si dubium sumitur tanquam verum, non sine formidine oppositi. Hoc enim in casu sub-

eundum est periculum errandi, quale non metuendum in præsentis casu. Sunt equidem etiam in Astronomia, quæ dubia sunt, & ad certitudinem hætenus deduci minime potuerunt: sed ea a ceteris satis aperte distinguimus, ne cum certis confundantur. De hisce plura mox monebimus in sequentibus. Non vero vitio vertitur Astronomo, si in dubiis acquiescit, ubi certitudo haberi nequit: illud demum vitio vertendum fuerat, si dubia pro certis vendicaret. A priori nullam damnus metuendum scientiæ; a posteriori autem detrimentum patitur scientia. Ingenue confitentur Astronomi, se a certitudine adhuc abesse, ubi eam nondum consecuti; minime autem certa & explorata videri volunt, quæ non sunt. Immo si contingat a vero aberratum esse, observationibus contrarium ejus, quod statutum fuerat, loquentibus; dissensum ab observationibus minime dissimulant; multo minus erroribus incrustandis ac pertinaciter defendendis operam impendunt, prouti eruditis ceteris solenne. Veritatem nimirum quærent, quam ubi nondum invenerunt, eandem invenisse videri nolunt; ne sibi non minus quam aliis ad eam inveniendam viam præcludant. In iis quoque, quæ dubia sunt, unus non ægre fert dissensum alterius, quantumcunque fuerit; nec propter dissensum unus alterius laudi detrahit, multo minus eundem insectatur, quem-

quemadmodum denuo ab aliis eruditis fieri assolet. Quamobrem & nos in dubiis adversas sententias recensuimus, citra injuriam in ullum dissentientium; & unicuique liberum reliquimus, cuinam illarum accedere velit, aut num inter extremas mediam amplecti malit.

§. 302. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, sive in Mathesi acquiescere, sive intellectum in usum philosophandi perficere velint, iis multa suppeditabit Astronomia. Et enim a parvis initiis continuo crevit, & per multiplices ambages ad ea tandem accessit, quæ a cognitione humana maxime remota videbantur. Ad progressum adeo Astronomiæ animum maxime attendere debet, qui artificia cognoscere studet, quibus abdita Naturæ rimari datur. Pars ejus spherica multo facilior theoricæ. Quamobrem de illa nobis primum sigillatim dicendum. Capite primo recensuimus observationes communes, ac inde primæ Astronomiæ sphericæ principia stabilivimus. Observationes communes sua sese sponte offerunt cœlum contuentibus, nec vulgi captum transcendunt. Atque adeo liquet prima principia esse Astronomo cum vulgo communia. Neque etiam aliter fieri potuit, quam ut, qui primus de Astronomia cogitavit, aliunde notiones aliquas distinctas acquireret ad ulteriora profuturas, quam reflectendo super iis, quæ nemo ignorat, nisi rationis usu omni

destitutus. Per hæc communes observationes, cœlum percipitur instar spheræ cavæ, in cujus centro Terra est, cui insistimus, & cujus superficiæ affixæ sunt stellæ, quæ autem circa Terram continuo revolvitur. Vulgo hæc notio confusa est; sed Astronomus, qui notionem spheræ distinctam ex Geometria hausit, eam applicans ad ea, quæ percipit, distinctam consequitur notionem. Atque ita Astronomiæ studiosus, immo primus ejus inventor ultra vulgus sapere cœpit, dum, notione communi ad distinctam revocata, aditum sibi ad ulteriora pandit; cum vulgus in confusa acquiescens ulterius progredi nequeat, sed in iis, quæ percipit, subsistere teneatur. Quæritur vero jam, an quod apparet revera quoque ita se habeat; nimirum an cœlum sit spheræ cava, an Terra sit in centro ejus, ibidemque quiescat, an cœlum circa eandem continuo rotetur, an stellæ omnes superficiæ ejus sint affixæ? Hoc pacto liquet, quomodo statim inventori plura invenienda sese offerant. Quod si ponas eum esse circumspæctum, ne per præcipitantiæ statuat; ad quæstiones hæc animum advertens, eas omnes hinc pendere animadvertit, num semper quod apparet ita quoque revera sese habeat. Ponamus Opticam nondum esse inventam, quemadmodum probabile est Astronomiæ eandem ortum suum debere: nemo non videt re-

Zz 2 currendum

currendum fuisse ad observationes communes de iis, quæ nobis apparent. Videtur nobis cœlum sphaera cava, in cuius centro sumus; quod stellæ omnes eandem distantiam a Terra habere videntur; nullumque corpus aliud inter oculum & stellas interpositum apparet. Quodsi ergo experientiam communem consulimus; objecta remota, etsi aliquo intervallo a se invicem distent, eodem tamen a nobis abesse videntur, ubi inter ea nullum aliud corpus interpositum conspicimus; veluti dum arborem in agro a sylva procul adhuc remotam huic conterminam videmus e longinquo. Incertum adeo esse cognoscimus, num cœlum sit sphaera cava; num superficiei eius affixæ sint stellæ; num denique Terra sit in centro. Cumque ex observationibus communibus hæc decidere non detur; quid statuendum sit, dubitandum; neque hæcenus apparet, quomodo a dubitatione liberari queamus. Immo ex progressu patebit, non adeo facile fuisse, ut ab eadem liberaremur. Non plura secula, sed integri millenarii elapsi sunt, antequam aliqua saltem probabilitatis specie statui potuerit, quid veritati consentaneum videatur. Liquet adeo, a præcipitantia non abesse, qui scepticismum amplectuntur, quamprimum animadvertunt se a dubitatione liberari non posse, adeoque veritatem frustra quæri sibi aliisque persuadent. Quodsi jam porro dispiciant,

num quod quiescere videtur, revera quiescat, & quod moveri videtur, revera moveatur; observationes denuo communes loquuntur, quiescentibus in re celerrime mota, quæ quiescunt in partem contrariam ferri videri; veluti dum curru celerrime vecto per sylvam arbores nobis in eodem sedentibus in plagam contrariam currere videntur, vel dum littora moveri in partem contrariam in navi celerrime mota sedentibus apparet. Quamobrem denuo in dubitationem adducimur, utrum Terra quiescat, & cœlum circa eandem rotetur; an vero stellæ quiescant & Terra motu vertiginis in plagam contrariam convertatur. Liquet autem, ut ante, ex observationibus communibus decidi minime posse, a qua parte stet veritas. Quodsi ergo qui primi ad Astronomiam animum apulerunt, scepticismo locum dare voluissent; omni adhuc Astronomia careremus. Enimvero quid faciendum erat in hisce angustiis constitutis? Ea tanquam dubia erant notanda, & observationes communes ulterius expendendæ, num forsan per eas major lux sit affulsura, & an nos deducant ad alia intellectui magis obvia. Quodsi hoc facias, in notionem ortus & occasus incidis, quemadmodum capite primo ostendimus; quos ubi invicem confers notionem habes moræ supra horizontem. Secundam porro observationem expendens, continuam stellarum situs re-  
spectu



spectu verticis tui variationem deprehendis, distantia a vertice a primo ejus ortu continuo decrescente, donec ad minimam pervenerit, & deinde rursus crescente, donec ad maximam regressa in parte coeli opposita occidit. Præterea hinc discimus, continuo alias stellas oriri; eas autem, quæ per aliquod tempus conspicuæ fuerant, denuo occidere. Hæc ubi distincte considerantur, quærendorum sese offert numerus; nimirum quando stella aliqua oriatur, quando occidat, quanto temporis intervallo in parte coeli nobis conspicua commoretur, seu quodnam tempus inter ortum atque occasum intercedat, quænam sit minima ejus a vertice distantia, quandoam ad eandem perveniat, quo tempore singulas intermedias in utraque coeli visibilis parte acquirat. Nemo non videt, phænomena, quæ quærenda animo insinuant, pendere ab eo quod coelum, cujus superficiæ stellæ affixæ sunt, videatur circa Terram quiescentem, in qua fixum tuemur locum, moveri, atque ex hoc assumto rationem eorundem reddi posse. Unde manifestum est, in gratiam horum phænomenorum, ubi quæstiones, ad quas nos ea deducunt, resolvendæ, instar hypotheseos sumi posse; quod coelum sit sphaera cava, in cujus superficie hæreant stellæ eidem affixæ, & quæ circa Tellurem in centro ejus quiescentem continuo gyra-  
tur. Quoniam ex anterioribus con-

stat, phænomena eadem proditura, si Terra in plagam contrariam circa axem suum convertatur, coelo cum stellis quiescente; æquipollentia utriusque hypotheseos probe perpendenda: ita enim constabit, ubi non quæritur nisi quæstionum illarum, quas commemoravimus, solutio, salva veritate sumi posse utramvis; consequenter in Astronomiæ parte prima, quæ de motu communi agit, nos feliciter progredi posse, etiam si ignoretur, quænam harum hypotheseos sit vera. Enimvero utraque hypothesis non eadem facilitate sese commendat dictas quæstiones resoluturis. In inveniendo itaque & demonstrando præferenda ea, quæ faciliorem operam parit. Ac ea de causa in parte sphaerica Astronomiæ sumitur motus coeli & quies Telluris; ac bona methodus jubet sumi, etiam si contrarium verum esse invictis argumentis demonstrari posset. Etenim in inveniendo & demonstrando, præsertim ubi praxin intendimus, hypotheseos vicaria in locum hypotheseos naturæ seu veritatis surrogatur; quemadmodum jam vidimus in aliis quoque disciplinis mathematicis fieri. Hinc itaque elucescit, progressui Astronomiæ sphaericæ non obesse ignorantiam veritatis, sed, eadem indubio relicta, non minus praxi satisfieri, & in ea ad liquidam veritatem pertingi posse, ac si a primis dubitationibus prorsus essemus liberati. Neque dicendus es a vero aberrare ac-

erroribus locum dare; modo caveas, ne per præcipitantiâ quoad ea erres quæ sumis. Etsi enim in præsentî negotio error non noceat, nocere tamen potest in aliis; iis scilicet quæ ab eo pendent quod est, non vero ab eo, quod apparet.

§. 303. Probe ea, quæ modo dixi, perpendant velim, qui ad Philosophiam animum appellunt; etsi Mathematicis, qui, antecessorum suorum inventa addiscendo, sibi habitum quendam inveniendi compararunt, talia puerilia videantur & contemnantur; qui tamen contemtu dant poenas, quoties de rebus philosophicis iudicium sibi sumunt, aut superbo supercilio Philosophiam contemnunt omnem, propterea quod quæ in ea vulgo docentur a certitudine, qualis in Mathesi datur, immenso intervallo distant. Quodsi vero acumine quo pollent uti, ad animum revocarent ea quæ modo dixi; haud difficulter animadverterent, Philosophiam hæcenus in infantia fuisse; infantiam vero ejus prorsus convenire cum infantia Astronomiæ; quæ, si ob eundem statum negligenda, non educanda fuisset, nunquam ad virilem ætatem adolevisset. Sane non rectius videre licet, quomodo scientiæ philosophicæ, quæ ex communi vulgi notitia tanquam ex femine nascuntur, in primo ortu esse debeant, quam si ad ortum Astronomiæ animum attendant. Quodsi porro eandem attentionem ad progressum ipsius afferant; quid fieri de-

beat, ut Philosophia quoque humano generi adeo utilis adolescat, haud difficulter perspicient Astronomos imitaturi, quantum fert differentia, quæ inter cognitionem philosophicam & mathematicam intercedit. Demus exemplum. Communi experientia constat, animam in perceptionibus suis dependere a corpore, & vicissim corpus quoad motus organorum externorum & sui totius, ab anima. Hæc dependentia phænomenon est, quale est figura spherica mundi, cujus superficiem stellæ affixæ & quæ circa Tellurem in centro ejus quiescentem continuo gyra-  
tur. Philosophus, perinde ac Astronomus, notionem confusam revocat ad distinctam, animamque a corpore dependere agnoscit, quoad specificationem perceptionum & continuitatem temporis, quo cum mutationibus in organis sensoriis contingunt; & corpus ab anima, quoad specificationem motuum voluntariorum & continuitatem temporis, quo cum volitionibus animæ contingunt (§. 962 *Psych. empir.*); notionibus adjunctis ontologicis, quemadmodum Astronomus geometricis. Atque hoc pacto primo passu discedit a cognitione vulgi, sibi aditum paraturus ad ulteriora. Quoniam vero novit, notionibus confusis non esse fidentium, cum per eas appareant haud raro, quæ non sunt; ad hæc quæstiones delabitur, utrum illa dependentia sit realis, an vero saltem appareat; seu num  
anima

anima & corpus revera in se invicem agant, & a se invicem patiantur, an vero tantummodo in se agere, & a se invicem pati videantur; quemadmodum Astronomus quærit, num cœlum cum stellis fixis circa Tellurem in centro ejus collocatam revera moveatur, an saltem moveri circa eandem videatur, & utrum Telluris situs revera talis sit, qualis apparet, nec ne. Experientia communi quæstiones suas dirimi non posse, perinde ac Astronomus agnoscit. Quemadmodum enim hic motum cœli circa Tellurem non observat, neque etiam situm ejus in centro spheræ mundanæ; ita similiter Philosophus nullam observat actionem corporis in animam, nec animæ in corpus (§. 949, 955 *Psych. empir.*). Quodsi dicas, NEWTONUM, virum perspicacissimum, affirmare, actionem illam mutuam animæ ac corporis in se invicem, singulis momentis, nos experiri; facilis est responsio. Acumine summo polluit in geometricis, non vero in metaphysicis: acumen autem Geometræ, quod ab imaginatione pendet, non est idem cum metaphysico, quod imaginationi prorsus subducitur. Quemadmodum itaque per præcipitantiæ judicant Astronomi, si qui experiri sese sibi vili fuerint figuram mundi sphericam, situm Telluris in centro ejusdem, & motum continuum circa Tellurem in centro quiescentem; ita quoque per præcipitantiæ judica-

vit NEWTONUS, quando sibi visus fuit experiri actionem mutuam corporis ac animæ in se invicem, qua una substantia in modificationibus suis efficiatur dependens ab altera. Ab hac præcipitantiæ sibi utique cavisset, siquidem ortum Astronomiæ distincte expendere voluisset, Astronomiam non sibi soli addiscens, sed in usum quoque philosophandi. Quod hoc facere debuerit, minime contendimus, nullius jus violaturi, quod Natura unicuique concessit; utpote qui ab omni injuria procul remotum habemus animum, multo minus ejus laudi detrahere cupimus, quam summam ipsi merito suo magno deferimus; ne quicquam contra humanitatis officia, ad quæ aliis prompte præstanda obligamur, admittamus. Veritati non minus debetur honos suus, quam hominibus præclare de eadem detegenda, & ejus thesauris amplificandis, promeritis. Neque præsumendum est, viros magnos velle, ut, dum laudamus, adulemur; cum adulatio potius ansam det laudibus promeritis detrahendi, quam eas amplificandi, nec ipsi appetere censendi sint nisi veritati consentaneas. Certum adeo manet, Philosophum circumspectum, non minus ac Astronomum (§. 302), in dubitationem adduci, quid de dependentia animæ ac corporis a se invicem, in modificationibus suis, statuendum sit, ubi ejus ratio ex essentia & natura utriusque reddenda;

denda; quemadmodum eam non aliunde reddendam esse per prima philosophiæ principia edoctus est. Quemadmodum vero Astronomus, in limine Astronomiæ adhuc constitutus, non videt quomodo a dubitatione liberari possit; ita similiter nec Philosophus, in limine Philosophiæ adhuc constitutus, reperit quomodo ex dubitatione eluctari queat. Quid igitur faciendum? Num animus omnis prorsus abjiciendus & in scepticismum eundum? Absit ut hoc faciat, qui philosophari decrevit! Imitari convenit Astronomum. Inquirendum itaque, num observentur alia, quæ ab ista mutua modificationum animæ ac corporis dependentia a se invicem porro dependent. Videmus a sensatione pendere alios actus facultatis cognoscitivæ, & ab his actus facultatis appetitivæ & aversativæ: videmus etiam actuum non minus interiorum animæ, quam motuum organorum corporis, seu actionum externarum, determinationem pendere a nutu animæ; consequenter eidem competere directionem actionum externarum & internarum quandam. Horum rationem reddi posse apparet ex mutua illa dependentia. In hæc igitur omnia inquirere, & praxes hinc a priori deducere licet; nondum licet cognita ratione mutua illius dependentiæ modificationum animæ ac corporis a se invicem. Quamobrem sicuti in Astronomia sumimus motum communem tanquam

phenomenon, & inde deducimus alia, quæ ab eodem pendent, parum solliciti, num revera detur, an saltem appareat; ita quoque, in Philosophia, mutua animæ ac corporis quoad modificationes a se invicem dependentia sumenda tanquam phenomenon, ac inde deducenda sunt alia, quæ hinc porro pendent; nec ea Philosophum tangere debet cura, num illa dependentia realis sit, an tantummodo apparens, & quænam sit ejus causa. Immo cum constet, quæcunque tandem causa sit illius dependentiæ, semper tamen supponendum esse animam & corpus ita agere, ac si in se invicem influerent; quemadmodum in Psychologia rationali evicimus; si vel maxime falsum esset, animam & corpus in se invicem influere, veritate tamen illaesa, sumi potest tanquam hypothesis naturæ vicaria, quoad regimen corporis, quod animæ tribuitur, immo quoad regimen sui ipsius, quatenus a corpore pendere videtur, animam & corpus in se mutuo influere; quemadmodum, in Astronomia, quoad motum communem sumimus, coelum esse sphaeram cavam, cujus superficiem affixæ sunt stellæ, & quæ circa Tellurem in centro ejus collocatam ab oriente in occidentem convertitur, etiamsi persuasi simus, hæc a veritate abhorre, ob rationem paulo ante (§. 302) dictam. Memini cum systema harmoniæ præstabilitæ maxima animorum acerbitate impugnare-

tur,

tur, quasi per ipsum omnis moralitas, omne regimen politicum, immo omnis religio funditus evertatur, cumque ad avertendum tantum ab eo periculum ista monerem; Theologo cuidam celebri hoc paradoxum, immo absonum visum fuisse. Sed hoc ipsi condonandum erat, tanquam methodi demonstrativæ, ac Artis analyticæ prorsus ignaro, cujus nec notionem ullam, nec exemplum habebat. Ecquis enim est qui nesciat, si vel in sola Mathesi attentionem suam desiderari minime passus fuerit, sine methodi demonstrativæ notitia, nemini esse posse ideam dependentiæ veritatum a se invicem, nec sine Artis analyticæ cognitione constare posse, quænam, etsi nondum definita, sumi queant illæsa veritate ad alia investiganda, quæ usum in praxi habent? Enimvero, si qua sunt quæ a causa illius mutuæ ac corporis dependentiæ a se invicem dependent; tum ea non amplius sumitur tanquam vera, nisi demonstratum fuerit, utrum ea realis sit, an tantummodo apparens; quemadmodum in parte theorica, Astronomi non amplius sumunt Telluris quietem & motum communem, sed potius motum vertiginis Telluris, cœlique ac stellarum quietem. Poteramus alia addere exempla, ex Physica generali pariter, ac speciali, nisi unicum sufficeret, ut intelligatur, quomodo in re præsentî Astronomum imitari debeat Philosophus.

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

§. 304. Postquam in Astronomia parte Sphærica Astronomi sumserunt, cœlum esse Sphæram cavam, cujus superficiem stellæ omnes sunt affixæ, & quæ circa Tellurem in centro ejus quiescentem ab oriente in occidentem continuo circumvolvitur; ad hoc phænomenon Geometriam applicarunt, ut alia hinc pendentia determinarent, cum phænomenorum motus primi, sive communis, cognitionem mathematicam quærent. Quamobrem qui tertium cognitionis gradum intendit, in capite secundo, quod de circulis Sphære mundanæ agit, ei inquirendum est, quem in finem circulos istos in ejus superficie descriptos imaginentur. Ipsa natura quasi circulum descripsit, qui visum oculi undiquaque terminat, & Sphæram mundanam in duo hemisphæria dividit, Horizon ideo dictus. Circulus hic immotus est, dum Sphæra mundana continuo volvitur; adeoque ultra Sphæram mundanam imaginari tenemur aliam immobilem, in cujus superficie periphæria hujus circuli descripta. Ipsa adeo natura Astronomos deduxit ad distinguendos circulos mobiles ab immotis, antequam perpenderent, quales circuli superficiem Sphære mundanæ sint inscribendi. Videmus hinc cognitionem Naturæ mathematicam, imaginaria admittere, tanquam principia ex quibus deducitur, & fictionibus locum dare: id quod præpostere imitari minime debet

A a a

debet

debet Philosophus ; etsi in nonnullis utiliter imitetur, quemadmodum modo vidimus ( §. 303 ). Hinc vero accidit, quod Mathematici, ad res philosophicas celeri nimis gradu properantes, imaginaria a realibus non distinguant; & notiones in Mathesi toleranter veras, tanquam reales, importuno ausu in Philosophiam inferant; quemadmodum nec alia fuit ratio, quod olim Physici mundum ex sphaëris crystallinis cavis compositum finxerint; donec tandem hypothesis insulsa, a TYCHONE DE BRAHE explosa, nullam amplius hodie inveniat fidem. Utinam huc animum serio adverterent, qui, ex Principiis Philosophiæ naturalis mathematicis & Optica Mathematici summi ISAACI NEWTONI, nescio quam Philosophiam *Newtonianam* exsculpere volunt; quasi notiones imaginariæ, quæ ad cognitionem Naturæ mathematicam sufficiunt, & in ea fecundæ deprehenduntur, in Philosophiam primam & naturalem utiliter inveherentur; immo quasi ex istis notionibus imaginariis inferri possent, quæ ad Theologiam naturalem, & Cosmologiam generalem spectant. Idem enim revera agunt, quod fecere antiqui, qui notionem imaginariam mundi, quæ Astronomo in explicando motu communi adeo proficua fuit, tanquam realem in Physicam inferre ausi sunt. In usum cognitionis mathematicæ multa fingere licet; sed fictiones istæ mathematicæ non

sunt veræ causæ, quibus effectus Naturæ intelligibili modo explicantur. Absit autem, ut quis hinc inferat, quasi laudibus Mathematicorum detrudere & supra Mathematicos Philosophos extollere velimus! Neque enim nobis jam propositum est Philosophos cum Mathematicis committere, nec de Jure præcedentiæ controversiam movere. Diversitatem saltem notionum imaginariarum & realium inculcamus; ne in detrimentum scientiæ confundantur, quæ diversa sunt; sed legitimus utrarumque conservetur usus. Nihil decedit laudi Mathematici, etsi non habeatur Philosophus: quemadmodum nec Philosophos laude sua, quam meretur, frustratur quod non simul habeatur Mathematicus. Mathematici & Philosophi in numerum eorum entium referendi, quorum non est ad se invicem ratio; utut maxime consultum sit Philosophum simul esse Mathematicum, præsertim ubi in Philosophia ad tertium cognitionis gradum adspirat; cum Mathematicus in arte sua summus esse possit, utut nullam inter Philosophos laudem mereatur.

§. 305. De sphaëricorum theoria non ante cogitarunt Geometriæ, quam cum Astronomia ad eandem eos invitaret. Qui ergo ad tertium cognitionis gradum adspirat, ei suademus, ut primo, in usum secundi, totum caput secundum perlustret, & quomodo principia illius theoriæ ad sphaë-

sphæram mundanam applicentur expendat, donec singula, quæ hic explicantur & demonstrantur, haberit perspecta; parum sollicitus, quomodo primi inventores in ea incidere potuerint. Enimvero ubi singula ipsi probe cognita atque perspecta fuerint; jam secundis curis idem caput perlustret; atque jam supponat, quasi nulla adhuc prostaret sphericorum theoria; & inquirat, quomodo supposito phænomeno, (quod veluti basis est totius Astronomiæ sphericæ, tanquam fonte rationum de ceteris quæ quærentur reddendarum, dum in phænomenorum motus communis rationes inquirimus, ) in circulos, quæ in sphæræ superficie concipi debent, aut si mavis tanquam sphæram secantia plana considerantur, incidamus. Immo non inconsultum erit, si ante, quinque priora capita, in usum secundi gradus cognitionis, pertractet, quam quæ in usum tertii perpendenda sunt, exquirat; quoniam hoc pacto evidentius ipsi constabit, quænam sint phænomena motus communis in hac Astronomiæ parte determinanda; sicque facilius apparebit, quoniam circulatorum apparatu ea fini sit opus. Dum vero curis secundis caput secundum percurrit, attentione imprimis opus est, ut observetur, quomodo theoria imperfecta nos deducat ad observationes, quibus perficiatur, simulque ad observationes, quibus ad praxin aptatur. Ex. gr. Vi phænomeni fun-

damentalis, sphæra mundana circa Tellurem continuo circumvolvitur. Enimvero quæritur an puncta illa fixa circa quæ rotatur, & qui poli dicuntur, semper sint iidem; an vero mutantur. Quid sumi debeat, per observationes definiendum. Similiter, cum motus vel æquabilis, vel inæquabilis, esse possit, & celeritas in diversis revolutionibus vel eadem, vel diversa; denuo quid sumendum sit per observationes definiendum. Equidem per modum hypotheseos sumi potest, polos semper manere eosdem, motum non modo esse æquabilem, sed eandem quoque esse in qualibet rotatione celeritatem. Enimvero, ubi examinanda hypothesis, ad observationes tandem confugiendum. Atque adeo videmus, quomodo theoria imperfecta beneficio observationum reddatur perfectior. Similiter, ubi per theoriam agnoscis Meridianum secare hemisphærium in duas partes æquales, & in eodem altitudines stellarum esse maximas, seu distantias a vertice minimas quas habere possunt; in usum praxis situs Meridiani determinandus est respectu tui loci. Nec absimili modo patet situm quoque poli respectu loci tui determinandum esse. Deducit adeo nos theoria ad observationes, quibus eadem ad praxin aptatur. Unde liquet, quomodo ea, quæ per meditationes deteguntur, ulterius quærenda insinuent, de quibus antè cogitare non poteras. Probe autem notandum

dum est, quomodo observationes sine circulo vitioso, quem Logici vocant, instituantur, quando utraque alteram supponere videtur, quales subinde in Astronomia occurrunt. Habemus exemplum, in invenienda linea meridiana, ad determinandum planum meridiani in dato loco §. 120. Etenim ea supponit stellæ declinationem, vel etiam Solis intra tempus observationis non mutari. Supponit observatio immutabilitatis declinationis immutabilitatem poli, quæ ex immutabilitate altitudinis maximæ, adeoque in plano meridiani, demonstratur §. 114. Quod si tamen perpendas, quæ §. 110 & seqq. docentur; videbis, quomodo absque periculo circuli vitiosi committendi hæc dirimantur. Equidem non negaverim, initio Astronomos plurima sumsisse per modum hypotheseos, quemadmodum idem quoque haud raro fieri debuisse ex Theoricis constabit; & cum ex istis hypotheseibus deducta cum cælo, deinceps per alias observationes, consentire deprehenderent; assumtis demum plenum assensum præbuisse: hoc tamen minime obstat, quo minus Astronomiam methodo synthetica tradituri ostendamus, quomodo scrupulosiores in infantia statim Astronomiæ certitudini prospicere potuerint; cum nobis propositum sit eam ita tradere, ut methodum imitari liceat, non modo in Philosophia naturali, verum etiam in aliis ejus partibus, ubi

a posteriori quædam stabilienda, ut alia inde deduci queant.

§. 305. Qui tertium cognitionis gradum intendit, problemata per Trigonometriam sphericam soluta analytico more expendere debet. Artificium heuristico, quo hic utendum, in eo consistit, ut intersectione circulorum sphericam secantium detegatur triangulum, cujus id, quod quaeritur, pars aliqua est, sive latus, sive angulus; ac præterea attendatur, num per observationem, principia spherica, aut calculos præcedentes dentur tres ejusdem trianguli partes aliæ. Constat enim ex tribus datis per Trigonometriam sphericam semper inveniri posse quartum, quod quaeritur. Facillimum exemplum præbet problema quartum §. 198, quo inveniri jubetur puncti cujuscunque dati Eclipticæ declinatio. Quoniam declinationem metitur arcus circuli maximi, inter æquatorem & punctum datum interceptus, atque ad æquatorem perpendicularis (§. 76. *Astron.*), qui circulus declinationis dicitur (§. 78. *Astron.*); hinc colligitur, animum advertendum esse ad æquatorem, eclipticam & circulum declinationis. Quamobrem in charta describitur circulus, qui sphericam mundanam representare fingitur; cumque situs æquatoris dependeat a polis mundi (§. 48. *Astron.*); in eo sumitur pro arbitrio punctum P, quod polum representet. Jam æquator sphericam mundanam in duo hemispheria dividit (§. 50. *Astron.*)

Tab. IV.  
Fig. 46



*Astron.*), & singula ejus puncta a polo mundi quadrantis intervallo distant (§. 49 *Astron.*). Ex polo igitur P, intervallo quadrantis AP, describitur circino arcus AQ, qui æquatorem repræsentat. Cum polus eclipticæ certo intervallo a polo mundi P distet (§. 179 *Astron.*), & illa æquatorem secet (§. 172 *Astron.*); pro arbitrio sumitur punctum M tanquam polus eclipticæ & ex eo quadrantis intervallo ME describitur arcus EL, qui eclipticam repræsentat, & æquatorem AQ in G secat. Cum circulus declinationis transeat per polos mundi P & p (§. 78 *Astron.*) & ex principiis sphericis pateat, quod poli ejus sint in æquatore, punctum vero S in ecliptica pro lubitu sumi possit; describatur denique arcus PSD, qui quadrantem circuli declinationis repræsentat (§. 79 *Astron.*). Patet hoc modo intersectione æquatoris, eclipticæ & circuli declinationis obtineri triangulum DGS in superficie spheræ mundanæ, cujus crus DS repræsentat declinationem puncti eclipticæ S, quæ quæritur. Inquirendum igitur porro est, num in eodem triangulo tria tanquam aliunde cognita deprehendantur. Quoniam itaque punctum eclipticæ S, cujus declinatio quæritur, pro lubitu sumitur a Tabularum conditore, aut in alio casu datur; in priori casu punctum G, in quo ecliptica æquatorem secat, sumi potest, vel pro principio arietis, vel pro principio

libræ (§. 158, 160 *Astron.*), in posteriori ex dato puncto eclipticæ patet, num punctum G repræsentet principium arietis, an vero principium libræ. Ponamus in præsentis puncti G esse principium arietis. Quia punctum eclipticæ S datur, ejus distantia a principio arietis seu arcus eclipticæ SG datur. Datur præterea angulus obliquitatis eclipticæ per observationem (§. 163, 178 *Astron.*). Et ex sphericis constat angulum ad D esse rectum (§. 76 *Astron.*). Habemus itaque in triangulos DGS tria data, nimirum angulum rectum D in intersectione æquatoris AQ & circuli declinationis PD, angulum obliquitatis eclipticæ G, distantiam SG puncti eclipticæ S a puncto æquinoctiali G. Inveniri autem debet latus DS angulo obliquo G oppositum: id quod fieri posse, per Trigonometriam sphericam patet. Videmus adeo, qua analysi resolutio problematis de invenienda declinatione puncti cujuscunque eclipticæ fuerit investigata, & ex hac analysi facile condi poterat demonstratio problematis ad morem Veterum Geometrarum, si quidem tanto rigore demonstrandi foret opus. Nimirum qui ad Astronomiam accedit, cum in Elementis Arithmeticæ, Geometriæ, Trigonometriæ utriusque & Sphericorum, Opticæ item, Catoptricæ atque Dioptricæ jam ita versatus supponatur, ut, quæ in istis Ma-

theseos partibus traduntur, familiaria experiatur, in Methodo demonstrandi jam satis exercitatus est, ut non minutissima quæque ipsi enucleari sit opus. Non tamen inconsultum est, ut, qui intellectus perficiendi gratia Mathesi operam navat, eodem rite extra eandem usus, analysi quam hic commendamus sedulo incumbat, ac syntheticas demonstrationes hinc eruat.

§. 306. Qui in seipsis experiuntur se, absque ista analysi quam hic urgeamus, sine mora schemata delineare, & triangulorum resolutiones invenire posse, ac absque demonstratione hinc derivata, veritatem solutionis problematum propositæ perspicere; tantum apparatus condemnabunt, ac tempus inanibus speculationibus falli existimabunt, quod longe utilius in aliis addiscendis collocari queat. Immo non deerunt, qui, cum inter Astronomos merito suo emineant, analysin istam ac derivatas inde syntheticas demonstrationes inter superflua referent; forsan tanquam puerilia prorsus ridebunt. Quamobrem apprime necessarium videtur, ut quædam ad avertendum præjudicium philosophaturo admodum nocuum annotemus. Nemo in dubium vocare potest, omnibus istis notionibus quæ analysin nostram ingrediuntur, animum ejus imbutum esse debere, qui proprio Marte solutionem problematis de investiganda declinatione singulorum graduum,

aut puncti cujuslibet ecliplicæ invenire, aut veritatis ejusdem, ubi ab alio inventa supponitur, plene convinci debet. Pone enim quamcunque illarum esse tibi incognitam; exemplo constabit, tibi de veritate solutionis dubium aliquod adhuc superesse; consequenter abesse convictionem, quæ omnem dubitationem excludit. Notiones igitur istæ omnes influunt in determinationem assensus, quem præbes solutioni tanquam veræ. Quamobrem si distincte exponendum, quomodo generetur assensus, & qui fieri potuerit, ut a priori in solutionem problematis inciderit primus inventor; nulla illarum notionum prætermittenda; sit ita quod inventor, vel qui solutionem jam inventam addiscit, in confusis notionibus acquiescat, nec quæ ideæ a qua pendet convictio insunt, singula a se invicem actu mentis discernat. Sane cum Philosophi sit rationem reddere istius assensus ac modi, quo ad solutionem problematis inventor pervenire potuerit; nemo nisi cognitionis philosophicæ contemptor reprehendet, quod quæ actibus animæ insunt distincte explicet, ut ut utilitatem non pervideat. Hanc vero esse maximam, si quis animum ad philosophandum appellit, haud difficulter ostenditur. In Astronomia, schemata, notiones, quas antea tibi comparavisti, imaginationi præsentent; ut confusa quædam idea animum attendenti sufficiat ad veritatem  
proti-

protinus perspiciendam. Enimvero in Philosophia, præsertim in Metaphysicis ac Moralibus, istiusmodi subsidio destituimur, quo imaginatio apta efficitur ad vicarias intellectus operas præstandas; nec confusis ejus ideis tuto fidere licet, siquidem errandi periculum subire nolueris. Ipse igitur intellectus agere debet, quod suum est; adeoque non admittendæ sunt nisi notiones distinctæ, nec in exacta earundem evolutione unquam nimii sumus; siquidem eam desideraverimus evidentiam, quæ in Mathesi datur. Quamobrem ut evolutioni huic adluescamus, consultum omnino est analysin problematum primi mobilis instituere, quemadmodum præcepimus: id quod in Astronomia multo facilius succedit, quam in Philosophia; quia intellectus dirigitur ab ipsa imaginatione, modo ad imaginem, quæ ob oculos versatur, animum attendas; cum, in Philosophia, imaginatio ac sensus suppetias ferre nequeant, sed intellectui magis obstaculo sint, ne suo munere dextre fungatur. Non suadeo nisi experta & quorum veritatem in seipso experiri poterit, qui voverit. Quicquid igitur videatur aliis, qui Astronomiæ totos sese dederunt, nec Philosophiæ excolendæ operam impendendi otio fruuntur; ego istam Analysin admodum proficuum judico omnibus, quotquot ad hanc excolendam animum appellere decreverunt. Neque enim existimandum

est levi opera consequi te posse, ut methodo demonstrativa in philosophando rite utaris. Plurima enim sunt, ad quæ per exempla felicius, quam per præcepta patet aditus: exempla vero tutissima offert Mathesis, si accurata demonstrationum analysis curæ cordique fuerit. Nos, quibus methodi intimius cognoscendæ cupido studium Matheseos commendavit a prima ætate, Mathesin quoque hoc nomine maximi facimus. Non jam commemorare lubet, quod distincta usus facultatum animæ explicatio augeat scientiam philosophicam, & quod eum cognoscere teneatur Philosophus, si in Philosophia morali tradere velit, quæ satis faciunt: hic enim, ubi intellectus perficiendi non nisi ratio habetur, ad methodum tantummodo digitum intendimus.

§. 307. Non lubet ad particularia descendere, quæ utiliter moneri poterant: neque enim consultum est, ut prima statim vice minutissime persequatur singula, qui intellectus perficiendi gratia ad studium astronomicum accedit. Quod si enim hisce tantummodo observatis, quæ docuimus, ad studium psychologicum & ontologicum accesserit; in Ontologia & Psychologia probe versatus, proprio, quod acquisivit, acumine deteget, quæ adhuc annotari poterant. Merentur autem attentionem, quæ de refractione, parallaxi, & crepusculis dicantur; eo etiam fine, ut intel-

intelligatur, quam necessarium sit experientiae & rationis connubium, ne per theoriam fieri posse videantur, quæ tamen in praxi minime succedunt. Nimirum qui experientiam negligit, subinde fieri posse sumit, quæ ob circumstantias a priori non definiendas haud quaquam fieri possunt. Unde contingit nos incidere in resolutiones problematum, quibus satisfieri nequit. Observanda hæc sunt Philosopho, non minus in Philosophia morali, quam civili; ne sibi jam consecutus videatur, quæ adhuc in quærendorum numero sunt; & a veritate inquirenda desistat, quam detegere in potestate ipsius erat, modo præjudicio isto non habuisset mentem præpeditam.

§. 308. Pars theorica Astronomiæ ad perficiendum intellectum, ut eodem extra Mathesin utaris, plurimum confert; modo omnem afferas attentionem ad methodum, tantopere a nobis commendatam, & tam sollicitè inculcatam. Capite primo & secundo, in quibus de natura Solis ac Lunæ, ceterorumque planetarum, tam superiorum, quam inferiorum, eorumque satellitum agitur; docentur, quæ ad Physicam magis, quam Astronomiam spectant, etsi Astronomus jure suo sibi ea arroget, quæ observationibus suis debentur. Quamobrem hinc discere licet, quomodo utiliter in Philosophia naturali, seu Physica, sit versandum; nimirum quomodo quærendæ sint observa-

tiones tam communes, quæ sua veluti sponte sese offerunt, quam studio quæsitæ; ac inde a posteriori colligantur propositiones, quas a priori detegere non dabatur, principiis ad ratiocinandum necessariis definientibus. Nos in Physica dogmatica, quam idiomate patrio evulgavimus, eandem viam ingressi sumus. Etsi autem facilis videatur hæc methodus; non tamen adeo facilem deprehendet, quantum putat, qui eadem rite uti voluerit. Nimirum acumine non nisi multa exercitatione acquisito opus est, ne observationibus inferantur, nisi quæ sensui patent; ut eadem ab omni prorsus vitio subreptionis, quod in Logica vocamus, sint liberæ: qua in re multum peccatur a Medicis, utut virorum experientissimorum titulum, quasi sibi proprium, dudum consecutis. Neque facilius est facta, quæ observantur, notione distincta comprehendere, & verbis aptis singula in eadem contenta enunciare, ut certi quid inde concludi possit. Artis præterea est, nec plus, nec minus inde colligere, quam certo ratiocinio inferri potest. Qui his accurate satisfacere voluerit, etsi in demonstrando nihil difficultatis deprehendat, nondum tamen ex voto omnia sibi succedere experietur. Quamobrem ad observationes, quas commemoramus, animum probe attendat; ut idea exemplaris eas rite describendi animo insinuetur; nec minorem attentionem afferat ad corollaria

laria, in quibus propositiones ex iisdem eliciuntur; ut modum stabilien- di per observationes principia, seu ex iis eruendi propositiones, comprehen- dat. Utilitatem non modo in Physica, verum etiam in ipsa Philosophia morali & civili experietur. Inprimis etiam eandem animadvertet, qui Medicinam ad majorem certitudinem perducere voluerit. Sed memini me de hisce jam plura dixisse, in Horis subsecivis, cum de Medico Astronomum imitante verba facerem. Non inanem operam sumet, qui ea, quæ in Logica de experientia præcipiuntur, cum observationibus ac inde dedu- ctis propositionibus confert: ita enim facilius intelliget regulas methodi, quas proprio Marte abstrahere non poterat. Immo praxin Logicæ, quoad hanc partem, hoc pacto sibi compara- bit. Qui novit, quantam utilitatem nobis afferat cognitio a posteriori ac- quisita; eum nunquam pœnitebit studii, quod in methodo hac intimius perspicienda collocaverit.

§. 309. Theoricam tradidimus juxta hypothesein COPERNICI, atque KEPLERI; nimirum supposito Ter- ræ motu, & orbitis Planetarum elli- pticis; in quibus Planetæ ea lege in- cedunt, quemadmodum sagacitate sua primus detexit KEPLERUS; pro- pterea quod sic prodit theoria cum cœlo omnium maxime consentiens. Et si autem methodum *Keplerianam* exposuerimus computandi loca Pla- netarum; non tamen negleximus,  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

quæ recentiorum industria, postquam Geometria & Astronomia magis ex- culta fuit, ad ejus perfectionem ulterio- rem accesserunt. Quod si tamen quis tertium cognitionis gradum intendit, ei suademus, ut, probe intellectis iis, quæ de motu Planetarum elliptico tra- duntur, Astronomiam quoque vete- rem perlustret, qualem tradidit PRO- LEMÆUS, juxta Epitomen a REGIO- MONTANO factam, & in subsidium vo- cato RICCIOLI *Almagesto*, in quo ex- ponuntur, quæ ad eam magis excolen- dam post eum accesserunt. Hinc enim omnium optime addiscet, quomodo Philosophia naturalis per hypotheses sit excolenda, ubi ad veritatem liqui- dam pertingere non licet; & eundem morem imitabitur in Medicina ad cer- titudinem successive evehendam; im- mo in reliqua etiam Philosophia, præ- sertim practica, ac ipsa praxi vitæ hu- manæ. Equidem non ignoro esse ho- die nonnullos, qui omnem hypothe- sium usum in Philosophia naturali & Medicina damnant; sed hi, propter abusum, ipsum etiam usum rejiciunt: id quod sine scientiæ incremento haud quaquam facere licet. Diximus non- nulla huic spectantia in Discursu præli- minari de Philosophia, quem Logicæ præmissimus, methodum philosophi- cam explicantes. Laudant quidam NEWTONUM, quod ex Philosophia naturali eliminaverit hypotheses; qui tamen hypothesis indulget in iis ipsis, in quibus eum ab iisdem ab- stinuisse existimant. Quid enim at-

B b b

tra-

tractio, seu gravitas universalis quæ per modum attractionis repræsentatur, aliud est quam hypothesis, quæ in gratiam quorundam phænomenorum sumitur, & ad omnem deinde materiam extenditur? Immo nonne explicatio systematis mundani, quæ præcipua pars est Principiorum Philosophiæ naturalis mathematicorum, per motum projectionis, & gravitationem in Solem, aut centrum Planetæ primarii, hypothesis philosophica est; quam HEVELIUS in *Cometographia*, ad imitationem motus projectorum a GALILÆO detecti, imaginatus est, & quæ in Mathesi utiliter surrogatur in locum hypotheseos naturæ; phænomenorum autem causas physicas non attingit, quas scrutari debet Physicus? Facile quidem largior hoc non videre eum, qui soli Mathesi assiduum operam navavit, ac ideo notionibus imaginariis animum imbutum possidet: extemplo tamen videt, qui cum Matheseos studio Philosophiæ, præsertim Metaphysicæ, studium conjunxit. Sed mittamus hæc, & per nos suo quisque abundet sensu. Videamus potius, quomodo in cognoscenda methodo, per hypotheses cognitionem humanam promovendi, fit progrediendum. Quemadmodum in anterioribus observavimus, omnem cognitionem humanam initium capere ab observationibus communibus; ita similiter de parte Astronomiæ theoricæ idem dicendum. Ex observationibus communibus innotuit motus proprius Solis (§. 27 *Astron.*): quo scilicet indies, ab occasu versus ortum,

certo intervallo promovetur (§. 30 *Astron.*): non tamen tanquam verus; cum applicata Mathesi ad observationem constet (§. 571 *Astron.*), motum Solis eodem modo e Tellure spectari, sive ipse circa Terram intra orbitam quiescentem revera moveatur, sive Terra circa Solem quiescentem feratur. Quando itaque Astronomus sumebat Terram quiescere, & Solem motu annuo circa eandem ab occasu in ortum moveri; quod sumebat, hypothesis erat, quæ, admissio motu vertiginis Telluris, hypothesei naturæ æquipollet; si quod autem sumitur a veritate alienum, admissio motu communi tanquam vero, hypothesis non nisi imaginaria est, cui adeo in Mathesi quidem locus conceditur, minime autem in Physica. Finge jam Astronomum noluisse uti hypothesei: nemo Astronomiæ gnarus diffitebitur, eum statim in limine nobilissimam hanc scientiam deserere debuisse, nulla spe ad veritatem liquidam perveniendi relicta, absque conjecturis hypothesei innixis. Immo si quis, posito motu communi tanquam vero, hypothesei imaginariam de motu Solis communi, in Philosophiam naturalem, tanquam veritatem, inferre voluisset; ecquis sanus Philosophus hoc approbare potuisset, propterea quod ea satisfacit Astronomo ad cognitionem mathematicam motus proprii Solis acquirendam? Ex observationibus itidem communibus, sed majore attentione factis, constabat, Solem ab eodem puncto digressum ad idem redire.  
Hinc

Hinc pronum erat inferre, quod Sol motu proprio feratur per lineam in se redeuntem, intra cujus ambitum collocata Terra. Enimvero cum infinitæ sint lineæ in se redeuntes, quemadmodum ex Geometria constat; quæstio incidebat, quænam linearum in se redeuntium sit orbita Solis. Ex Geometria elementari notum erat, in harum numero esse circulum, cujus proprietates & symptomata sunt magis obvia quam ceterarum. Sumebant igitur Astronomi, per modum hypotheseos, orbitam Solis esse circulem. Quod si hypothesei uti nolissent, non sumendum esse contententes, nisi quod sit demonstratum; impossibile fuisset, ut theoriam motus Solis cælo consentientem detegerent, & Astronomia adhuc deserta & inculta jaceret. Enimvero, quemadmodum in veritate investiganda accidit, ut, si uni quæstioni satisfacias, quantum datur, nimirum vel veritatem detegendo, vel conjecturæ locum faciendo, enascentur aliæ; ita etiam in casu præsentijam quærebatur, in quonam puncto, intra ambitum circuli sito, posita sit Terra. Ex Geometria elementari tyronibus notum est, circulum AHPI habere centrum C, a quo singula puncta peripheria AHPI æqualiter distant. Quæstio igitur huc redibat, num Terra sit in centro orbitæ C, an vero extra centrum veluti in T. Eam dirimere non licebat, nisi denuo interea alterutro assumpto tanquam vero, consequenter confugiendo ad hypothesein. Nullum adeo est dubium, quin primus inven-

tor sumserit, veritatis investigandæ gratia, Terram esse in centro C. Inquirendum ergo erat, quomodo loca Solis definiantur ad datum tempus, in hac hypothesei, ut locus Solis computatus cum eo, qui per observationem eruitur (§. 203 *Astron.*), conferri, sicque hypotheseis ad examen referri posset. Hoc ubi investigare volebat Astronomus, cum per principia Geometriæ elementaris ipsi perspectum esset, si arcus AD & DE sint æquales, angulos ACD & DCE esse æquales (§. 141 *Geom.*); nova incidebat quæstio, utrum Sol motu æquabili incedat in orbita sua, ut arcus AD & DE æquali tempore percurrantur, an vero inæquabili, ut iidem arcus absolvantur tempore inæquali. Nemo non videt, hic denuo confugiendum fuisse ad hypothesein, alterutrum horum assumendo tanquam verum; donec examen hypotheseos, per observationes decretorias, proderet quod certum est. Cum motus æquabilis sit uniformis, & intellectu facilior inæquabili; legibus artis conjectandi, quibus in assumendis hypotheseibus locus est, conveniens erat supponere, quod sit æquabilis. Unde enascebatur hypotheseis Solis concentrica, qua Sol supponitur motu æquabili incedere in orbita sua secundum signorum successionem, Terra in centro ejus collocata. Atque hoc pacto hypotheseis sufficienter determinata erat ad calculum geometricum instituendum; ut adeo non alia re opus esset, quam

Tab. IV.  
Fig. 42.

Tab. IV. Fig. 43.   
 ratiocinando hinc colligere, quæ ad eum spectant. Si Sol motu æquabili percurrit orbitam; arcus, quos percurrit AF & FG, consequenter etiam anguli ACF & FCG, sunt tempori proportionales. Quamobrem, ut dato tempori respondens angulus ACF, seu arcus AF, computari possit, notum esse debet, quo tempore Sol integram orbitam pereurrat: quod cum fit facti, aliter innotescere non poterat, nisi per observationem. Observari nimirum debebat, tempore quodam, locus Solis in dato aliquo puncto A; ac porro observandum, quo tempore ad idem redeat punctum. Etsi autem initio indifferens videretur, quodcumque punctum eligatur; ubi tamen ad observationem accedebat Astronomus, non commode observari posse tempus advertit, quo Sol ad idem punctum promiscue assumptum redit. Quoniam itaque planum æquatoris determinari potest independentem a theoria Solis (§. 149 *Astron.*); commodissima videbatur huic instituto observatio appulsus Solis ad æquatorem; modo constaret, æquatorem constanter secare orbitam Solis in eodem puncto, seu, astronomice loquendo, puncta æquinoctialia esse fixa. Sumebatur hoc primum denuo per modum hypotheseos, & inquirebatur in modum observandi tempus, quo centrum Solis ad æquatorem appellit. Et sic incidebatur in armillas æquatoreales, quibus Veteres observasse æquinoctia novimus. Quo-

niam sic, etsi adhuc ruditer constare poterat quantitas anni solaris, si momentum æquinoctii vernalis sumebatur pro epocha; per regulam trium computari poterat locus Solis ad datum quemvis diem in hypothese concentrica, quemadmodum docuimus (§. 672, 673 *Astron.*). Quodsi jam loca computata conferebantur cum observatis (§. 203 *Astron.*); illa cum his minime consentire deprehendebantur; adeoque hypothese concentricam a veritate alienam esse palam erat. Quoniam igitur Terra intra ambitum orbitæ Solis constituitur, centrum illius extra centrum hujus situm esse debet in hypothese circulari. Atque adeo in locum concentrici circuli sumebatur, per modum hypotheseos, circulus eccentricus, retento motu æquabili. Ponamus jam in C esse centrum orbitæ, in T centrum Telluris, in H punctum æquinoctiale unum, in I alterum. Repræsentabit schema hypothese Solis circularem eccentricam. Inquirendum adeo erat, quænam ex ea consequantur, ut denuo quæ inde colliguntur cum observationibus, quibus inde deducta occasionem præbent, conferri possint. Quia nos Solem ex puncto T intuemur; statim apparebat, distantiam ejus continuo variari, cum TS sit major ipsa TL, eamque in A esse maximam, in P minimam (§. 303 *Geom.*). Atque sic nascebatur notio Apogæi A (§. 636 *Astron.*) & Perigæi P (§. 635 *Astron.*), atque eccentricitatis Solis TC (§. 639 *Astron.*)

Tab. V. Fig. 44.



*Astron.*). Enimvero jam incidebat quæstio, utrum æquinoctium vernalle, seu principium arietis supponendum sit in H, an vero in I; item in quæ orbitæ solaris puncto, si ad eclipticam referatur, hæreat Apogæum A, in quonam Perigæum P, & quanta sit eccentricitas TC. Nemo non videt confugiendum hic esse ad observationes, quales autem eadem esse debeant, ut sint decisivæ, ex hypothesi deducendum. Quodsi Sol sit in S; patet distantiam ab Apogæo in centro orbitæ C videri sub angulo ACS; ex Tellure autem in T sub angulo ATS: quod cum ita sese habeat per integrum semicirculum HAI; distantia Solis ab Apogæo semper minor videtur, quam revera est in eo semicirculo, in quo hæret Apogæum Solis A. Ex adverso si Sol sit in L, ex centro orbitæ distantia a Perigæo PL videtur sub angulo PCL, ex Tellure in T autem sub angulo PTL, adeoque in semicirculo IPH continuo apparet major, quam revera est, (§. 239 *Geom.* & §. 209 *Optic.*). Consideremus porro Solem in punctis æquinoctialibus H & I. Quodsi spectetur ex centro orbitæ C, distantia ab Apogæo A, nempe AI & AH, videntur sub angulis rectis ACI & ACH, ut adeo Sol videatur absolvisse semicirculum, ab uno æquinoctio usque ad alterum, dum revera semicirculum HAI percurrit, in quo Apogæum A hæret: enimvero ex Terra spectantur distantia AI & AH ab Apogæo A, sub an-

Tab. IV.  
Fig. 45.

gulis ATI & ATH, qui sunt rectis minores (§. 239 *Geom.*); consequenter HAI minor semicirculo apparet (§. 209 *Optic.*), adeoque Sol minus temporis spatium consumere videtur in semicirculo HAI, in quo est Apogæum A, quam in altero IPH, in quo hæret Perigæum P. Jam cum porro in semicirculo HAI distantia Solis a centro Terræ T sint majores distantis a centro orbitæ, veluti TS major CS, & in Apogæo A distantia TA sit maxima (§. 303 *Geom.*), in semicirculo autem IPH distantia Solis a Terra sint minores distantis a centro orbitæ, veluti TL minor CL, & in Perigæo P distantia TP sit omnium minima (§. *cit. Geom.*); Sol ipse major videri debet in semicirculo IPH, in quo est Perigæum, quam in semicirculo HAI, in quo est Apogæum A. Quodsi jam meditationem coeptam eodem, quo hætenus, modo continuare velimus; observationes determinare licebit, quales esse debeant, quæ desiderantur. Sed ne justo prolixiores simus, filum abrumpendum est, contentis monstrasse viam, qua sit eundem, quantum ad præsens institutum sufficit. Annotabimus potius alia nonnulla, quæ usui esse possunt illis, qui Matheos studio intellectum perficere gestiunt, ut eodem rite extra eandem utantur.

Tab. IV.  
Fig. 44.

§. 310. Ex iis, quæ diximus, clarissime perspicitur, quomodo in investigandis veritatibus a posteriori sit procedendum, & quam indispensabilis usus sit hypothesium, ut, si iisdem

Bbb 3

utii

uti nolueris, nulla superfit spes veritatis unquam detegendæ. Non est quod excipias hypothefibus equidem locum esse concedendum in inveniendò, ab iis tamen esse abstinendum in libris, qui publici juris fiunt. Etenim ubi veritates ab iis, quæ nobis perspectæ sunt, principiis procul remotæ sunt, ut a priori denegatur ad eas accessus; non semper unius hominis est ea absolvere, quæ a posteriori accessibilem faciunt: quin potius haud raro sociæ requiruntur operæ, cum hic valeat illud pervulgatum, oculos plures plus videre quam oculum unum; & subinde qui accessum parare studet, laborem cœptum aliis continuandum relinquere tenetur. Qui animum ad ea attendit, quæ de theoria Solis investigata modo annotavimus, dictis facilem præbebit aurem; etsi rationes non perspiciat, quas dare poteramus, si prolixiores esse liceret. Quamvis igitur, examine instituto, hypothefes deprehendantur a veritate alienæ; non tamen ideo censendæ sunt inutiles; propterea quod aberrando a veritate deducimur ad veritatem, ubi methodo conjecturali opus est. Unde memini me sæpius auditoribus meis inculcasse, deberi etiam a veritate aberrantibus suas laudes, ubi nobis errandum fuisset, nisi ipsi priores errassent. In aliorum enim meritis censendis æqui esse debemus, ne quid admittamus, quod contra officium boni viri est. Nemo Astronomus vitio vertet ei, qui primus de

theoria Solis cogitavit, si hypothefin motus æquabilis in orbita concentrica excoluerit, utut successores eam a veritate alienam examine per observationes instituto deprehenderint. Videt enim eum fecisse, quod initio faciendum erat, & aliis perficiendum reliquisse, quod ipsi perficere vel non licebat, vel quod perficere volebat. Quodsi Physici Astronomos imitati fuissent, ex observationibus communibus eliciendo hypothefes, & has, per observationes studio quæsitæ & experimenta, examinatas corrigendo ac perficiendo, nullus profecto dubito, quin Philosophia naturalis dudum magis promotæ fuisset. Idem dicendum de Medicina, de qua jam disertius dixi in Horis subsecivis, cum Medicum Astronomos imitantem in scenam producerem.

§. 311. Discimus etiam, quales esse debeant hypothefes, quibus in Philosophia concedendus est locus; nimirum quas methodus conjecturalis suggerit, qua in veritate investiganda utendum. Sumitur nimirum in gratiam nonnullorum phænomenorum, unde ratio eorum reddi potest; ac deinde inquiritur, num ceterorum quoque per id, quod sumitur, ratio reddi possit; quatenus ea, quæ ex hypothefi a priori colliguntur, conferuntur cum iis, quæ observantur. Perinde enim est, sive antea observaris phænomena, & postea demum inquiras, num eadem a priori ex hypothefi deducantur; sive primum a priori deducas

ducas ex hypothesi, quæ inde necessario consequuntur, & postea demum observes, num eadem quoque in rerum natura ita sese habeant. Patet autem certum esse debere, quod id, quod sumitur, in se spectatum possibile sit. Ita sumebatur in Astronomia, orbitam Solis esse circulum. Certum nimirum erat, eam esse lineam in se redeuntem. Quamobrem cum circulus sit linea in se rediens, in se spectatum non impossibile est, ut orbita Solis sit circulus. Non igitur probamus commentitias hypotheses, quas hodie bene multi in Philosophiam naturalem invehunt, quidvis pro lubitu fingentes, utut demonstrare minime possint talia, quæ sibi imaginantur, in rerum natura existere posse. Immo facile largimur, istiusmodi commenta non esse qualitatibus occultis scholasticorum meliora. Quamobrem in Physica, quam patrio sermone edidimus, maluimus phænomena ex phænomenis explicare, nec in hypothesibus admittere nisi quæ ex observationibus colliguntur; ne incerta cum certis confundantur, & in inventorum numerum referantur, quæ sunt in quæstionum numero. Omnium minime autem probamus, si ex commentitiis hypothesibus rationes reddantur in Medicina; quippe quæ non modo usum nullum in praxi habent, verum etiam nocent, si in praxi earum rationem habere volueris. Et huc dubio procul animum adverterunt, qui Philosophiam naturalem & Medici-

nam ab hypothesibus liberam esse voluerunt; atque inter theoriam physicam & medicam in arte salutari distinxerunt. Propter abusum tamen hypothesium, non tollendus erat usus; sed hypotheses ad inveniendum veritatem aptæ discernendæ a figmentis, quæ in eorum locum surrogantur.

§. 312. Liquet porro ex iis, quæ de theoria Solis analytice peruestiganda diximus, in veritate a posteriori investiganda perpetuum esse debere experientiæ ac rationis connubium. Neque enim ex observationibus communibus, quæ primo loco assumuntur, quicquam concluditur, nisi in subsidium vocatis principiis geometricis. Immo ipsæ hypotheses inde non derivantur ratiocinando, nisi vi illorum principiorum. Et ubi ex hypothesi a priori deducenda quæ ex ea necessario consequuntur, & sine quibus eadem examini subjici nequit, principiis mathematicis denuo opus habemus, neque absque horum ope observationes in hunc usum capiendæ determinari possunt. Quamobrem si Astronomos in Philosophia naturali, & eidem agnata Medicina, imitari velimus; cogitandum erat de theoria demonstrativa. Ontologia, qualem dedimus, suppeditat notiones directrices, de quibus plura diximus in Horis subsecivis. Et hisce inprimis locus est, ubi analyticam viam ingressuri colligere debemus, quid sit faciendum; quamvis etiam principia ontologica conducant ad conclusiones ex obser-

vationis

vationibus & experimentis eliciendas. Subinde etiam usui sunt principia mathematica, de quorum ad experimenta applicatione nonnulla diximus in superioribus capitibus quinto, sexto, & septimo, cum de studio Mechanicæ, Hydrostaticæ, Aërometriæ, Hydraulicæ, & Opticæ ageremus. Ex observationibus quoque atque experimentis eliciendæ sunt propositiones determinatæ, eo modo quem in Logica capite 2, sect. 2, part. 2, exposuimus, cum methodum formandi iudicia intuitiva & notiones a posteriori traderemus; atque ex hisce principiis demonstranda sunt alia, quæ a priori inde deducuntur. Hoc enim pacto condenda forent Elementa Philosophiæ naturalis, eundem usum promittentia, quem habent elementa EUCLIDIS in Mathesi. Quamdiu enim desiderantur principia certa, quibus in ratiocinando utaris, luxurianti imaginationi omnia tribuuntur, atque adeo non mirum, si abortus imaginationis pro veritate in Philosophia & theoria medica obtruduntur. Neque mirum videri debet, quod de eodem subjecto meditati incidant in cogitationes toto cœlo diversas; ita ut unus per principia chymica explicare velit, quod alter explicat per mechanica, alius per figmenta, ad imitationem causarum sibi notarum, quæ effectum ei similem producant, cujus causa vel ratio quæritur. Abstinemus ab exemplis, ne sint odiosa. Censere alios videri nolumus, dum docere nobis

propositum est. Quodsi Deus nobis vitam animi, ac corporis vires conservaverit, ut ad Physicam, Philosophia practica absoluta, progredi licuerit; operam dabimus, ut istiusmodi principia stabiliamus; ne facultatibus inferioribus tribuatur, quod ab intellectu expectandum. Eorum autem necessitatem in dubium revocare nequit, qui facultates cognoscendi earumque usum perspexit. Immo si distinctam ratiocinii notionem ex Logica hausit, eam agnoscere tenetur. Observatio enim, & experimentum, non supeditat nisi propositionem unam, quæ in syllogismo minoris vicem tuetur. Quodsi ergo hinc inferenda conclusio, principio opus est, quod majoris locum occupat. Cumque non semper unico syllogismo inferatur conclusio, pluribus quoque principiis opus. Quæ enim ratio est, cur multi multa cumulaverint experimenta, multas collegerint observationes rariores; nihil tamen inde intulerint, quod ad alia ratiocinando detegenda prodesset, ut phænomena nondum observata prævidere ac prædicere liceret? Sane non alia, quam quod deficient principia, quorum ad experimenta & observationes applicatione inferantur conclusiones. Observationes communes, quæ basis sunt omnis cognitionis astronomicæ, in vulgus notæ. Cur vero Astronomus hinc colligat, quæ alii inde colligere nequeunt, non alia ratio est, quam quod ille principia Geometriæ, quæ ipsi perspecta sunt, ad

ad illas applicet, his vero nulla sint principia, quæ ad easdem applicare possint. ROBERTUS BOYLE multa dedit de qualitatibus sensibilibus experimenta: quid vero hinc colligit? Nil nisi generalem hanc propositionem, quæ in Cosmologia ex principiis metaphysicis demonstratur, omnia in natura fieri mechanice. Provocare poteram ad Chymiam, cujus theoria fecunda, ad inveniendum apta, adhuc desideratur; & usus in Scientia naturali prædicatur, sed non ostenditur: sed in re per anteriora factis manifesta prolixiores esse nolumus.

§. 313. Astronomia quoque nos docet, conjunctis viribus scientiam esse excolendam, & inventa antecessorum esse emendanda, perficienda, confirmanda, prout occasio tulerit; consequenter quæ ab aliis tradita sunt ante addiscenda, quam ad scientiam amplificandam animum appellas. Quantum hic peccetur ab aliis, qui Astronomorum non sequuntur morem, in vulgus proh dolor! notum est. In inventorum numero esse volunt, qui discentium subsellia occupare debebant. Quæ ab aliis tradita sunt contemnunt, antequam ea didicerunt. Sibi soli sapere videntur, qui ex aliena doctrina sapere debebant: Sibi soli sufficere videntur, qui alieno auxilio maxime indigent. Quo quis indoctior, eo in censendis aliis audacior. Vana virium fiducia summa audent, quæ nullo negotio a se confici posse putant, cum vulgaribus capiendis eadem vix ac ne

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

vix quidem sufficient. Non amore veritatis ducuntur, sed vanæ ambitioni litantes, vulgo imperito ut placeant unice student. Argumentis extrinsecis pugnant, qui rationes intrinsecas ut perspicerent, operam dare debebant. Quod si Astronomi iisdem moribus fuissent præditi, nihil adhuc præclari de motu siderum sciretur, nec phænomena cœlestia tanta certitudine prædicere daretur, quemadmodum hodie ab Astronomis fieri solet. Quantum, quæso, promotæ fuit scientia astronomica altercationibus istis de motu Telluris? Quantum vero incrementi debet hypothese Terræ motæ legitime excultæ? Utinam igitur omnes Astronomiæ operam navarent, eamque analytice expenderent, quemadmodum paulo ante inculcavimus, quotquot ad scientias excolendas animum appellere decreverunt. Ego hunc fructum longe maximum judico, qui ex studio astronomico sperari potest; nec me pœniteret temporis quod in eo consumsi, etiamsi alium nullum inde reportassem. Discant hinc, quantum sibi desint, qui studium Astronomiæ negligunt, hac sola de causa, quod nullam ejus utilitatem esse sibi persuadeant in eo vitæ genere, quod olim sequi statuerunt. Quasi vero ea mentis metamorphosis, quæ a studio astronomico expectanda, nullius momenti sit in quolibet vitæ genere, quod Eruditi sequi tenentur. Vulgo quidem ingeminatur;

Ccc

*Didis-*

*Didicisse fideliter artes*

*Emollit mores, nec sinit esse feros:*  
quod etsi multo laxiore sensu verum sit, quam vulgo accipitur, in praxi tamen parum attenditur. Nemo enim quærit, quantum studium aliquod faciat ad mores emolliendos, aut, ut clarius dicam, ad omnem facultatum nostrarum promptum & genuinum usum.

§. 314. Occurrendum vero est objectioni, quam forsan nonnulli movere poterant Astronomiæ non modo periti, verum etiam in eadem perficienda utiliter versati. Existimabunt enim, eo, quem diximus (§. 309), modo veritatem astronomicam non fuisse detectam. Incessisse inventores per multas ambages, antequam ad viam, qua sit eundem, ipsis pervenire datum fuerit, ac, multis frustra tentatis, tandem reperisse quod ad progressum ulteriorem faceret. Immo plures in deviis substituisse, antequam uni licuerit esse adeo felici, ut in viam rectam incideret. Multum haud raro temporis præterlapsum fuisse, antequam surgeret Astronomus, qui quid daret, cui in Analyfi nostra locus esse poterat. Non igitur tam ardua, qualia sunt Astronomorum inventa, tanta facilitate inveniri potuisse, quantam præ se fert analyfis nostra. Ubi veritates detectæ sint, earum investigationem videri obviam, quæ prorsus inaccessible videntur, ubi adhuc ignorantur. Non nego, si facta sola respicias, vera omnino esse, quæ dicuntur:

neque enim nobis difficile foret exemplis ea confirmare. Verum enimvero nobis non jam quæstio est de eo, quod factum est; sed de methodo, qua veritas latens tandem in apricum producta. Quodsi regulæ methodi, quibus legitimus facultatum nostrarum usus præcipitur, primis invento-ribus distincte fuissent perspectæ, nec defecisset theoria, principia ad ratiocinandum necessaria suppeditans, aut hæc satis familiaria illis fuissent; in ambages inutiles non incidissent, sed rectam, qua eundem est, viam statim animadvertissent, nec in devia delapsi fuissent, multo minus in iisdem diu substitissent. Breviori adeo tempore ea dedissent, quæ in analyfi nostra locum merentur, nisi quantum observandi opportunitas moram injecisset. Quando in apricum productum, quod quærebatur; quonam usu facultatum nostrarum id fuerit factum, reperire licet; ac tanto quidem evidentius id patet, si quis in principiis psychologicis fuerit versatus. Non igitur inutile, immo potius necessarium est, nisi incrementum Artis inveniendi negligere voluerimus, ut in eundem omni animi contentione inquiramus, atque eum ad distinctas notiones revocemus, ut constet, quomodo certa methodo reperiri potuisset ab uno, quod nonnisi post multa tentamina, in quibus casui multum tribuitur, detectum. Quia ea perpendit, quæ de Logica artificiali in Prolegomenis Logicæ inculcavimus, dictis facile

facile assentietur. Homines multi considerantur instar unius, in quo nonnisi locum habet rectus facultatum, quem fecerunt, usus; rejectis aberrationibus, quæ vel usus hujus defectui, vel abusu tribuendæ. Quod si enim extitisset homo, qui rectum facultatum suarum usum, absque ulla aberratione, facere potuisset; is nonnisi ea fecisset, quæ ad detegendam veritatem latentem spectassent. Quemadmodum in moralibus observandum illud CATONIS, ut ex alieno casu discas quæ vites, & nonnisi ea imiteris quæ ad rectum facultatum usum faciunt; ita similiter hoc tenendum in Arte inveniendi, & omni veritatis cognitione. Fictio illa, quæ hic admittitur, nihil absurdi habet, atque longe utilissima est. Meretur itaque attentionem, quoad omnia, quæ a facultatum humanarum usu proficisci possunt. Qui studio Matheseos intellectum perficere vult, non aliud intendit, quam ut rectum consequatur facultatum usum aberrationes omnes, quantum datur, posthac evitaturus. Animum igitur attendere debet ad ea, quæ usum istum loquuntur; parum sollicitus, utrum in eodem, an in diversis subjectis ea sint observanda; modo constet, nonnisi his factis ad scopum contendisse inventores, cetera vero ipsis nihil profuisse, sed inutiles tantummodo moras peperisse, ab illis minime intentas, sed moleste latas. Nisi hoc observaveris, aliorum exempla & casus tibi parum prode-

runt ad perfectionem propriam promovendam; quam tamen metam esse in Philosophia practica universali demonstravimus, ad quam continuo contendere tenemur, nisi obligationi nostræ naturali deesse, ac felicitati propriæ obicem ponere velimus.

§. 315. Nemo non videt amplissimum hic esse dicendorum campum, siquidem omnia, quæ ad præsentem scopum spectant, minutissime persequi velimus: sed tantæ prolixitati sese immergere non patitur præsens institutum. Neque etiam diffitemur, quod, si quis ulterius progredi voluerit, ei alios quoque autores consulendos esse, tum Veteres, quorum placita collegit RICCIOLUS in Almagesto, tum Recentiores, quos superius laudavimus, cum scriptores rerum astronomicarum recenseremus. Quod si enim ante sibi cognita atque perspecta reddiderit, quæ nos nostro more explicavimus, ut sine hæsitacione in legendis aliorum scriptis progredi possit, quam ad hæc legenda accedat; & ordinem temporis observet, quo prædita fuerunt, ut pateat, quodnam cogitata anteriora adjumentum attulerint ad posteriora: quæ exempli loco modo in medium protulimus haud difficulter imitabitur; præsertim si in disciplinis anterioribus, more nostro, fuerit versatus, nec ullibi suam passus desiderari operam. Hoc consilium qui sequi voluerit, sua sponte animadvertet, quomodo cum Geometria creverit quoque Astronomia. Sane quæ KEPPLE-

RUS dare non poterat, utut sagacissimi ingenii vir, non invita Minerva tentarunt alii; postquam nostro ævo Geometria magis exculta, & ad multo majus fastigium evecta, quam KEPLERI tempore attigerat. Est etiam Algebrae suus usus in parte Astronomiae theoricæ, cujus latissimus usus per universam Mathesin. KEPLERI ævo adeo ignorabatur, ut ne somniando quidem eum prævidere daretur; nec mirari debeamus, quod abjecta subinde vir summus de Algebra senserit. In gratiam igitur eorum, qui Algebrae studio delectantur, unum alterumque specimen dedimus, quo præclarum ejus in Astronomia usum insinuaremus. Plura suppeditat GREGORIUS in *Elementis Astronomiae*, & illustria admodum exempla petere licet ex *Commentariis Petropolitans.*

§. 316. Erunt forsitan nonnulli, qui sibi persuadebunt, inanem operam sumi in tractatione analytica studii astronomici, propterea quod absque ea Astronomi sua invenerint, ac hodiernum inventa antecessorum perficiant, novisque accessionibus nobilissimam scientiam locupletent. Enimvero facilis est responsio. Qui quæ ab aliis inventa sunt attenta mente considerant, eorum animis idea quædam exemplaris usus facultatum sese insinuat ad particulare hoc objectum restricta, quam, etsi confusam, imitantur quoad idem objectum, nescii

omnino quemnam facultatum usum faciant; quemadmodum accidit iis qui in tractandis negotiis imitantur alios in casu simili, theoria omni destituti. Neque diffidendum, hac imitatione niti omnem præxin Artis inveniendi in Astronomia; quidni etiam in Mathesi reliqua, si a regulis Algebrae, seu Analyseos Mathematicæ recesseris; quamvis etiam in Algebrae præxi huic imitationi multus sit locus. Quam multum vero in hac imitatione tribuatur casui, & quam multis ideotentaminibus locus sit, meum non est in præsentem exponere. Enimvero tota nostra tractatio analytica non alio tendit, quam ut idea ista confusa revoceatur ad distinctam; quo factò, imitatio, quæ fuerat empirica, rationalis evadit, & multo latius extenditur, immo etiam casui subducitur. Nos jam potissimum intendimus, ut Philosophus imitetur Astronomum in qualibet Philosophiæ parte; immo Eruditus quicumque in suo scibili; cum de intellectu studio Matheseos perficiendo agamus, ut eodem extra Mathesin rite utamur. Hæc vero imitatio expectari nequit ab idea confusa, quæ Astronomo prodest in Astronomia excolenda. Immo si qui eam audent, quam sint infelices satis patet. Non deessent exempla illustria, quibus hoc doceri poterat; nisi consultius existimarem, ab iis producendis abstinere.

CAPUT



C A P U T X.

*De Studio Geographia, Gnomonica, & Chronologia.*

§. 317. **G**eographia mathematica, cum qua hic nobis negotium est, multum affinitatis habet cum Astronomia, præsertim sphaerica, a cujus principiis tota pendet. Unde etiam Veteres eandem ab Astronomia non separarunt, sed quæ in eadem traduntur, ad Astronomiam retulerunt. Quamobrem quæ de studio Astronomiæ sphaericæ dicta sunt, de Geographiæ quoque studio tenenda sunt. Et quoniam Geographia, quemadmodum modo diximus, principiis Astronomiæ sphaericæ præsertim nititur; ad eam accedere minime debet nisi eorundem gnarus. Quemadmodum itaque, in Elementis nostris, Astronomiam Geographiæ præmisi-  
mus; ita etiam in Astronomia ante versari debet, quam ad Geographiam pedem promoveat, qui inoffenso pede in hac progredi voluerit. Quod si quis, extra systema, Geographiam mathematicam tradere voluerit, ei multa explicanda sunt, quæ in Astronomia docentur; quemadmodum etiam a nonnullis factum vidimus.

§. 318. Qui nonnisi historicam Geographiæ cognitionem sibi acquirere student, iis sufficiunt, quæ ad Globum terrestrem, atque mappas geographicas, & tam illius, quam ha-

rum, usum cognoscendum faciunt. Ex capite itaque primo ea addiscere tenentur, quæ de figura Telluris, & circulis in ejus superficie concipiendis, habentur; prætermittis problematis ad investigandam semidiametrum Telluris spectantibus. Sufficit iisdem notasse, quæ de quantitate semidiametri Telluris, & unius miliaris Germanici, in pedibus Parisinis leguntur (§. 43 Geogr.). Curiosior si quis fuerit, addere potest magnitudinem superficiei, ac soliditatis Terræ (§. 44 Geogr.). Nec usu caret, si Tabulam, quæ in scholio problematis 7 (§. 46 Geogr.) exhibetur, de convertendis gradibus singulorum parallelorum in miliaria Germanica inspiciat. Ex capite secundo, definitiones distantia locorum, longitudinis item, ac latitudinis sibi perspectas reddere tenentur, & quod latitudo loci æqualis sit elevationi poli notent, ut intelligant, quid sibi velit Tabula Latitudinis & Longitudinis locorum (§. 60 Geogr.); prætermittis problematis de distantia locorum per Trigonometriam sphaericam solvendis. In capite tertio, ultra definitiones zonarum, & tempestatum starum, non progrediendum, additis theorematis 8 & sequentibus, sed absque demonstrationibus. Eadem  
ferre

fere tenenda sunt, in perlustrando capite quarto, nimirum ut, præter definitiones, nonnisi theorematata pleraque absque demonstratione notentur, & usus Tabulæ climatum (§. 138 *Geogr.*) inspiciatur. Nisi quis curiosior fuerit, caput quintum sicco pede transire potest; ex sexto autem, sufficient definitiones. Ex septimo, divisionem plagarum ad dignoscendos ventos cognosci perutile est, una cum theorematis de ventorum proprietatibus, quorum usus est in dijudicandis tempestatibus vagis. Inprimis autem horum studio inservit caput 8, de Globi terrestri constructione & usu. Immo suademus ut Globus semper ad manus sit, in prima statim tractatione *Geographiæ*; quo facilius intelligantur, quæ in anterioribus docentur. Tandem ex capite nono, quod de mappis geographicis agit, nonnisi ea haurienda sunt, quæ rudem quandam earundem ideam animo ingenerant, & usum ipsarum explicant. Nimirum ad manus esse debent mappæ, tum universales, tum particulares, & addiscendum, quid denotent lineæ in iisdem descriptæ, quidque indigent numeri in margine adscripti. Ita enim constructio intelligitur, quantum sufficit ad earum usum: neque eo fine requiritur, ut quis modum construendi mappas geographicas capiat. Paucis adeo horis, studium *Geographiæ* absolvere potest, qui in historica ejus cognitione acquiescit; ultra quam nemini progrediendum, qui aliud non

intendit, quam ut mapparum geographicarum ideam quandam distinctam animo concipiat, quarum hodie promiscuus omnium usus est.

§. 319. Qui ad secundum cognitionis gradum aspirant, *Elementa Geographiæ* integra, eo quo a nobis conscripta sunt ordine, perlustrare debent; observatis iis, quæ ad nauseam usque inculcavimus, cum de studio *Astronomiæ sphericæ* ageremus: neque enim inter theorematata ac problemata *Astronomiæ sphericæ* & *Geographiæ* ulla differentia est, cum utrobique ad primum mobile referantur, seu a motu communi Solis & stellarum pendeant; ut adeo etiam, olim præsertim, problemata geographica ad problemata primi mobilis fuerint relata. Loquuntur demonstrationes, principia ubivis peti ex *Astronomia*. Unde, me tacente, intelligitur scientificam *Geographiæ mathematicæ* cognitionem acquiri minime posse, nisi ab eo qui in *Astronomia* fuerit versatus. Equidem non desunt, qui, quæ de asciiis, amphisciis, heterosciis & perisciis, nec non de antæcis, pericæcis & antipodibus docentur, profuturilibus habent, quæ utiliter ignorentur; judicium tamen præcipitant, vel terminorum insuetorum sono delusi, vel ex eorum definitionibus non prospicientes doctrinæ usum. Quibus terminorum insuetorum sonus imponit, illi cum Scholasticorum terminis metaphysicis nondum intellectos comparant, & quod de his inculcari audiverunt

runt iudicium, ad hos applicant, cœca imitatione, iis solenni qui de rerum valore ex ipsarum notionibus per se statuere nesciunt. Oppido autem falluntur: termini enim geographici accuratis definitionibus explicantur, quæ optime intelliguntur, modo terminos eas ingredientés ex anterioribus habueris perspectos; non vero definitionibus magis obscurantur, quemadmodum a Scholasticis fieri suevit. Præterea ex his ipsis definitionibus demonstrantur accurata methodo, quemadmodum in ceteris Matheseos partibus, quæ ad cognitionem Telluris mathematicam spectant, adeoque in Geographia prætermittenda non sunt (§. 1. *Geogr.*). Non minor est præcipitania eorum, qui negant, quæ prospicere nequeunt. In Geographia mathematica doceri debet omnis differentia phænomenorum, quæ per universam Terræ superficiem a primo mobili pendent. Inter hæc vero etiam sunt umbrarum differentia, quæ corpora a Sole illuminata projiciunt, & differentia longitudinum dierum atque noctium, atque tempestatum statarum, nec non ortus & occasus stellarum. Has itaque cognoscere tenetur, qui omnem in diversis Telluris locis differentiam perspiciere voluerit, etiam si locum, quo ipse commoratur, nunquam fuerit egressus. Quæ ad umbras spectant, in doctrina de asciiis, amphisciis, heterosciis & perisciis explicantur; quæ vero ad dierum, & tempestatum statarum, aliorumque

phænomenorum agnatorum, differentias pertinent, doctrina de antæcis, pericæcis, & antipodibus continet. Non igitur nugæ inanes sunt, quæ hic demonstrantur, sed veritates necessariae, non modo animum sciendî cupidum oblectantes, verum etiam aliis in posterum inveniendis inservientes. Non jam inquiremus in casus, quibus interest cognosci statum Telluris in dato loco, quoad hæc phænomena. Qui enim nulla sciendî cupiditate flagrat, eum quoque parum movebit utilitas, quam nondum existimat suam, sed alienam iudicat. Unicum moneri consultum duco, de constructione mapparum geographicarum, præsertim universalium. Mappæ universales non sunt nisi projectiones sphaeræ in plano: unde sub hoc etiam nomine earum constructionem docuimus (§. 272 & seq. *Geogr.*). Non igitur diffitemur, si doctrinam de projectione sphaeræ præmittere libuisset, quemadmodum Sphaericorum Elementa præmisimus Astronomiæ, multo concinnius constructionem istam demonstrari potuisse. Quoniam tamen brevitati consulere decrevimus, quæ de projectione sphaeræ præsupponi debebant, ipsis demonstrationibus geographicis inseruimus. Non tamen ideo Elementa projectionis sphaeræ tanquam inutilia rejicimus: probe enim novimus, quantus eorum sit usus, tum in constructione Astrolabiorum demonstranda, tum etiam in projiciendis eclipsibus solaribus; quas projectiones

jectiones hodie non inutiliter adhibent Astronomi. Quoniam vero nos ea non attingimus, in quibus potissimum usus illorum sese exerit; nec præter necessitatem theoriam nostrorum Elementorum multiplicare volumus, abunde persuasi, quod nostrorum gnarus, absque ulla difficultate, ea aliunde haurire possit, siquidem iisdem habuerit opus.

§. 320. Abunde constat ex antecedentibus, qui ad tertium cognitionis gradum aspirant, eos via analytica progredi debere, ut inquirent in artificia, quibus veritas, quæ demonstratur, in apricum fuerit perducta. Utimur, in eruendis plerisque quæ traduntur, Trigonometria, tam plana, quam potissimum spherica. Quamobrem quæ in Astronomia eo fine dicta sunt, hic repetenda veniunt. Cetera ex principiis astronomicis, & geometricis, pauca quædam de umbris ex Opticis, communi methodo Logica deducuntur; adeoque patent per ea, quæ de usu Logicæ in veritate a priori investiganda docuimus in Opere logico, & uberius explicata fuerunt in superioribus, cum de studio Arithmeticæ & Geometriæ elementaris ageremus. Non itaque opus est, ut diutius hisce immoremur, cum ad Geographiam accedere minime debeat, nisi Arithmeticæ, Geometriæ & Astronomiæ, immo etiam Opticæ gnarus. Equidem dubitandum non est, esse etiam Algebræ in solvendis problematis geographicis usum, etsi

hactenus ad Geographiam parum applicata fuerit. Neque etiam dubitamus fore ut, quemadmodum Algebra applicari cœpit ad partem Aronomiæ sphericam, seu problemata primi mobilis, in posterum non defuturi sint, qui solutiones problematum in Geographia adhuc desideratorum dabunt. Sed cum ea, quæ nostro scopo sufficere visa sunt, absque Algebræ auxilio tradi possint; hac vice consultius visum fuit a calculis algebraicis abstinerere. Neque enim Elementis Matheseos omnia inferenda sunt, quæ hactenus fuerunt detecta, aut per ea ulterius detegi poterant; ne studium Matheseos, per se satis amplum, reddatur nimis diffusum, & ejus faciamus desertores, quos ad idem allicere & ad ulteriora præparare intendimus. Quid quod nec nobis conveniat tempus in Mathesi consumere, quod Philosophiæ reformandæ impendere debemus; cum hodie non desint multi, qui Mathesi excolendæ utilem operam navant; nemo autem propemodum sit, qui similem Philosophiæ præstare velit. Unum tamen adhuc restat, quod silentio prætereundum non est. Constat hodie figuram Telluris non esse sphericam, quemadmodum credidere Veteres, sed potius spheroidicam, prouti annotavimus (§. 4 Geogr.). Neque ignotum est, ope Algebræ, in figuram Telluris inquisivisse, non infelici successu, Geometras præclaros. Problema adeo tam illustre non videbatur omnittendum; quod præsertim præ-

præstantiam Analyseos recentioris tam aperte loquitur. Enimvero monuimus, jam loco citato, sub iudice adhuc esse litem de vera Telluris figura. Quamobrem cum controversia rationis solis defini minime possit; & figura sphærica satisfaciat in Geographia, qualem tradere debuimus; a figura vera ejusdem determinanda abstinendum erat; præsertim quod ea, quæ a nobis tradita sunt de Analyse moderna, & ejus ad problemata physico-mechanica applicatione in Mechanica, abunde sufficiant ad intelligendas analyticas solutiones problematis de figura Telluris, quas dederunt Geometræ recentiores. Elementa nostra Matheseos non eo fine conscripsimus, ut Matheseos cultores a lectione aliorum librorum avocemus; sed ut eos ad eandem præparemus, & aptos efficiamus, non sine multo temporis ac laboris compendio, & ut iis pervia sit Mathesis, qui intellectus perficiendi gratia in eadem versari debent, quo eodem felicius extra eandem utantur: id quod ex tota hac tractatione de studio Matheseos recte instituendo abunde elucescit.

§. 321. In gratiam eorum, qui intellectus perficiendi gratia in Geographia versantur, ut eodem prompte extra eandem utantur, non est quoddam. Geographiam omnem methodo synthetica concinnavimus, qua usi sumus in Geometria elementari & aliis Matheseos partibus, imprimis etiam in parte Astronomiæ sphærica, ad quam

*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

proxime accedit. Quamobrem quæ eo fine ibidem inculcavimus, ea hic quoque observanda sunt. Neque vero existimandum est, propterea studium geographicum tuto negligi posse; cum ab eo sperandum non sit, quod non jam dederint disciplinæ aliæ, quibus ante operam navare tenemur, quam ad Geographiam pedem promoveamus. Etenim cum habitus omnis crebro exercitio acquiratur, & continuo exercitio conservetur ac perficiatur; non superflua videri debet opera, quæ Geographiæ analytice expendendæ impenditur. Neque est quod dicas, idem obtineri posse sola repetitione disciplinarum ceterarum. Præstat enim varietate obtinere, quod eorundem repetitio promittere videbatur. Quemadmodum nimirum varietas delectat, eorundem vero repetitio molesta accidit; ita quoque illa attentionem apprime hic necessariam excitat & conservat, quam hæc labe- factat, ut difficilius conservetur. Exercitia itaque ad eundem habitum tendentia, quæ quoad hunc scopum eadem sunt, diversa tamen apparere debent; ita ut quasi continuo aliud agendo in eundem scopum collinees, & per diversa media finem tibi consequi videaris. Neque hoc singulare quidpiam ac insolitum existimandum. Sane in ipsa Arithmetica practica varietate exemplorum consequi studemus, quod repetitione ejusdem exempli obtineri poterat, si habitum acquirendum in se spectes.

D d d

§. 322.

§. 322. Hydrographia, quæ de navigatione per mare agit, apud nos nonnisi curiositatis gratia addiscitur. Quamobrem qui eam negligere voluerit, per nos negligat. Mathematicum tamen decet, ne eandem ignoret. Quodsi vero eandem perlustrare volueris, eodem prorsus modo in eo versaberis, quemadmodum in Geographia. Eadem enim methodo conscripta est, qua Geographiam tradidimus, & perinde ac hæc, principiis astronomicis tota nititur; ut adeo hæc Matheseos pars longe utilissima fructus Astronomiæ sit & si Astronomia non alium usum haberet, propter hunc solum, summo cum studio excoli mereatur. Qui animum sciendi cupidum possident, eos studium Hydrographiæ mirifice delectat; quatenus vident, quomodo ex principiis mathematicis, præsertim astronomicis, deducta fuerint quæ intellectui humano prorsus inaccessa videri poterant, & foecunditatem principiorum mathematicorum, quæ in se sterilia apparebant, ipso facto experiuntur. Plura non addimus: quæ enim dici poterant, ex anterioribus abunde intelliguntur.

§. 323. Quod studium Chronologiæ attinet, de eo non multa nobis dicenda sunt. Pleraque enim, quæ in Chronologia traduntur, non majorem requirunt attentionem, quam quæ acquirendæ cognitioni historiæ sufficit. Qui nonnisi vulgarem Chronologiæ notitiam sibi comparare student, iis satisfaciunt definitiones diei,

& noctis, epochæ diei civilis, horæ, horæ astronomicæ, Europææ, & Judaicæ, minuti primi denique, atque secundi ex capite primo. Ex secundo, perspectas sibi reddere debent definitiones omnes, una cum quantitate mensis lunaris communis, & embolismi, seu corollario primo definitionis 28. Ex capite tertio, sufficit annotasse, quæ de anno Juliano, & Gregoriano dicuntur. Si paulo curiosior fuerit, addet ea, quæ dicuntur de recente Judæorum & Turcarum anno. Ex capite quarto, ad intelligendum calendarium addiscant, quid sit cyclus Solis, cyclus Lunæ, & cyclus Indictionum, atque periodus Juliana; & ex capite quinto, petant, quid sit epocha Rufforum, epocha mundi conditi Judaica, & epocha Muhamedica: qui vero in legendis Autoribus classicis versatur, addat definitiones epochæ Olympiadum, & epochæ Urbis conditæ. Denique, ad vulgarem Chronologiæ notitiam sufficit aliqua Calendarii Juliani & Gregoriani cognitio, ex capite sexto haurienda, & ubi quis curiosior fuerit, similem Calendarii Judaici, & Muhamedani, ex definitionibus potissimum capitis ultimi sibi compararet. Calculos enim, qui in problematis docentur, una cum corollariis, quibus eorum rationes continentur, tuto negligere poterit. Brevi adeo labore totum studium chronologicum absolvi poterit, in quo memoriæ omnes fere sunt partes. Me autem tacente, patet terminos nonnullos ex Astronomia per-

perspectos esse debere, ut definitiones chronologicae intelligantur.

§. 324. Qui accuratiorem Chronologiae cognitionem appetunt, eam totam perlustrare tenentur: id quod nullo fere negotio fiet, ubi in Astronomia fuerint versati; cum eorum, quæ in Chronologia intricata sunt, & hoc studium perplexum atque molestum reddunt, nonnisi cognitionem historicam suggeramus. Hisce principiis imbutus, & in Astronomia cum laude versatus, adeat Autores, quos supra suo loco commendavimus, ubi spinosis difficultatibus sese immergere voluerit, ut iudicium ferre queat, quid veri subsit iis, quæ aliorum fide assumuntur. Neque enim existimandum est singula quæ dicuntur, ad chronologiam historicam spectantia, ex monumentis Veterum, quæ nobis supersunt, esse adeo aperta & explorata, ut de eorum veritate ambigi minime possit. Hoc omnino monendum esse duximus; ne, qui Elementa nostra Chronologiae perlegit, miretur, cur vulgo conqueratur studium Chronologiae esse abstrusum, perplexum, atque difficile; cum tamen nullum videatur, quod in eo collocandum, si compareretur cum eo, quod in tractandis ceteris Matheseos partibus hætenus præcepimus.

§. 325. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, in Chronologia quoque quædam invenient, quæ ad ipsorum sunt palatum. Juvabit perpendere, quomodo mensuræ tempo-

ris, ex motu siderum fuerint deductæ & ad usum civilem aptatæ, ut tempus civile cum astronomico in concordiam reducatur: quod posterius cum non uno modo factum sit, quatenus arbitrium humanum in determinationem influit; observare hic licet, quæ in veritatibus necessariis locum minime habent. Singularem quoque hic attentionem merentur, quæ de characteribus temporis, præsertim artificialibus, & variis cyclis, atque periodo Juliana docentur. Denique probe perpendenda sunt, quæ de Calendario Christiano, & Judaico traduntur. Etsi enim calendarium Judaicum principiis nonnullis nitatur superstitionis; calculus tamen, quo in computatione utendum, admodum ingeniosus est; ut ab Artis inveniendi cupido probe perpendi mereatur. Præbet Chronologia exemplum, quomodo veritates, quas cognovimus, ad usum vitæ civilis aptentur; ubi summus rigor attendi nequit, id tamen agendum, ne ab eo longius recedas in præjudicium finis intenti. Simile quid occurrit, ubi Jus naturæ ad definienda negotia humana, tam privata, quam publica, adhibetur, cujus rigor summus observari nequit; ut adeo ex eodem condendum sit Jus civile, ac Jus gentium arbitrarium, quod ab eo quam minimum recedat, & quo cavetur, ne sine civitatum particularium & civitatis maximæ, quam Gentes constituunt, excidamus. Suppeditat itaque Chronologia, modo in abstrahendo

satis fueris acutus, nec destituaris illo acumine, quo abstracta in concretis pervidemus, principia generalia, quæ notionum directricium loco esse possunt in istiusmodi casibus. Qui in Philosophia nostra fuerint versati, iis satis clara & perspicua erunt, quæ dicuntur. Nimis autem prolixum esse deberemus, si uberius explicanda essent, ne ceteris quoque obscura viderentur. Videmus adeo (id quod etiam haud pauca ante dicta ulterius confirmant), quam utile sit studium Philosophiæ verioris, qualem nos profiteamur, cum studio mathematico conjungi; siquidem usus omnis, quem hoc præstat in intellectu perficiendo, compos fieri volueris. Ita demum obtinebitur, ut Mathesis profit ad recte philosophandum: id quod sola applicatione, ad cognitionem Naturæ mathematicam promovendam, obtineri nequit; ut ea præclara sit, & maxime commendandum ingeniis excelsum, ut hoc cognitionis genus excolatur.

§. 326. Gnomonica disciplina tota practica est, in qua sola praxis intenditur. Quamobrem a perplexis quoque demonstrationibus abstinuimus, quas legere nolunt, qui intelligere poterant; ceteri autem non capiunt. Quod si quis theoriam omnem aspernatur, nec nisi constructionem horologiorum solarium curæ cordique habet; ei satisficient definitiones, & problematum resolutiones. Si quæ problemata ipsi magis curiosa, quam utilia videntur; suo stabit judi-

cio in omittendis iis, quorum notitia se carere posse existimat. Descriptionem horologiorum solarium adeo perspicue exposuimus, ut eadem facilitate absolvi possit, qua figuræ in Geometria elementari delineantur, & alia ejus problemata construuntur. Ne tamen hæreat circa terminos, nec satis intelligat quid fieri debeat; omnino consultum est, ut levem quandam Astro-nomiæ Sphæricæ, Geographiæ, & Chronologiæ notitiam sibi comparet; qualem commendavimus iis, qui non nisi historicam cognitionem sibi comparare student. Inprimis autem hic usui est, si ideas, quæ lumen praxi Gnomonicæ affundere debent, ne in ea prorsus cœcutias, imaginationi insinuari cures. Exempli loco esse potest, si ipsam descriptionem horologiorum solarium, applicatione actuali horologii æquinoctialis ad planum in quo describendum, ostendas. Usus hic habent machinæ gnomonicæ, quas in usum descriptionis horologiorum solarium commendat, & brevi quodam Tractatu descripsit PARDIES; quamvis instituto præsentis sufficiat horologium æquinoctiale simplici tantummodo modo descriptum, quemadmodum ex problemate quarto (§. 36 *Gnom.*) facile intelligitur.

§. 327. Etsi autem a perplexis & intricatis demonstrationibus, quales dedit CLAVIUS, & quas parum amant studio gnomonico sese mancipantes, consulto abstinuerimus, ne nobis scriberemus, dum alios erudire volumus;

id



id tamen egimus, ut, quanta fieri potuit brevitate ac facilitate, satisfacere-  
 mus iis, qui scientificam horologio-  
 rum solarium cognitionem appetunt,  
 ne ignorent genuinas constructionum  
 rationes. Ad hanc igitur qui adspi-  
 rant, eo modo in Gnomonica versen-  
 tur, quo in Geometria elementari ver-  
 sandum esse docuimus, ubi secundus  
 cognitionis gradus intenditur. Haurit  
 Gnomonica principia sua ex Arithme-  
 tica, Geometria elementari, Trigono-  
 metria utraque, Astronomiæ sphaerica  
 præsertim parte, Geographia, & Chro-  
 nologia. Antequam igitur ad illam  
 tractandam accedat scientificæ cog-  
 nitionis cupidus, harum tractationem  
 præmittere debet. Hoc pacto, in omni  
 Gnomonica nihil deprehendet, quod  
 non satis intelligat, & de cuius verita-  
 te dubium quoddam supersit. Quo-  
 niam vero, quemadmodum modo di-  
 ximus (§. 326), Gnomonica tota præ-  
 ctica est; qui eidem operam navat,  
 singula quoque horologia in charta  
 delineare tenetur. Quodsi dicas, tibi  
 nunquam propositum esse, ut aliquan-  
 do horologium quoddam solare actu  
 construas; sed sufficere, ut intelligas,  
 quomodo construantur, & cur hoc  
 pacto construi possint; consequenter  
 te scopo tuo potiri posse, si tantum-  
 modo resolutiones problematum cum  
 schemate conferas; me per omnia  
 consentientem minime habes. Ete-  
 nim si horologia in charta ipsemet de-  
 linees, non modo facilius & clarius eo-  
 rum constructionem intelligis, verum

etiam ipsorum ideam memoriæ firmitus  
 imprimis. Quotiescunque veritates  
 practicas cognoscere studemus; sua-  
 dendum omnino est, ut eas in nobis-  
 metipsis experiamur. Hinc etiam, non  
 dissentiente CONFUCIO, summo Sina-  
 rum Philosopho, in Moralibus incul-  
 care soleo, ut eorum, quæ docentur,  
 veritatem in nobismetipsis experiri stu-  
 deamus: quod quantam afferat utili-  
 tatem, in parte altera Philosophiæ præ-  
 cticæ universalis, a priori abunde de-  
 monstravimus. Qui adeo cognitio-  
 ni scientificæ operam navat, in omni  
 Mathesi solutiones problematum ipse-  
 met tentare tenetur, sive constructio-  
 nes geometricas, sive calculos arith-  
 meticos præcipiant.

§. 328. Qui ad tertium cognitio-  
 nis gradum aspirant, resolutionem  
 problematis tanquam incognitam sup-  
 ponere debent, & vi definitionis ho-  
 rologii, quod describi jubetur, inqui-  
 rendum, quomodo describi debeat.  
 Etenim, ex datis ratiocinando, colli-  
 gendum quod quæritur. Non datur  
 nisi definitio horologii describendi,  
 quippe quæ ex anterioribus tanquam  
 data supponi potest ac debet: quæri-  
 tur modus idem describendi, quem  
 resolutio explicat. Modus adeo de-  
 scribendi horologium, ratiocinando  
 eruendus ex ejus definitione. Defini-  
 tio horologii specialis supponit defini-  
 tionem horologii solaris generalem.  
 Quamobrem facile patet, eam quoque  
 tanquam datam supponi debere; nisi  
 eam inter principia referre velis, quæ

vi eorum, quæ definitioni speciali insunt, in memoriam revocantur. Ex definitione adeo petendæ sunt primæ propositiones, quarum ope in memoriam revocantur principia, ex Astronomia vel aliunde cognita, ut ex illa ratiocinando colligi queat conclusio. Satis hæc intelliguntur ex superioribus, quæ de tertio cognitionis gradu acquirendo inculcavimus (§. 66 & seqq.). Non diffiteor, faciliorem fore operam, si demonstrationes problematum eo ordine concinnatæ essent, qui in methodo analytica observandus; non sumendo resolutionem tanquam hypothesein theorematis, quemadmodum in demonstrationibus syntheticis fieri solet (§. 51 & seqq.). Enimvero, si quis in Geometria elementari problemata analyticè tractaverit, & methodum, qua ibidem usus, in aliis imitatus fuerit; ejus vires nec superabit analytica problematum gnomonicorum tractatio. Et quamvis tyronibus hoc difficile videatur, non tamen difficile erit eorum magistris, nisi quis intempestive docentium numero sese ingerat, qui discentium subsellia potiore jure occupare debebat. Elementa Arithmeticæ Germanica, methodo analytica, conscripsimus, eandemque in iis explicandis magis adhuc illustramus. Quod si ergo quis ideam quandam exemplarem inde hauserit; ea ipsi facem præferet, non modo in Gnomonica, sed & in aliis Matheseos partibus; immo extra eandem in disciplinis aliis. Et si quis Elementa ista vel

non legit, vel legere nequit linguæ Germanicæ ignarus, aut etiam Batavæ, in quam conversa sunt; ideam tamen quandam animo concipiet vi analyticos demonstrationum, quam supra (§. 38 & seqq.) amplissime exposuimus. Non igitur opus esse judicamus, ut ad particularia descendamus.

§. 329. Ceterum Gnomonica in numero artium est, quemadmodum Mechanica practica, quæ machinarum compositarum structuram explicat. Quoniam in Gnomonica constructiones horologiorum solarium demonstrantur; ex ea discimus, quomodo Artes scientifica methodo tractandæ sint. Deducitur ea prorsus a priori, atque adeo methodi artes scientificè tractandi ideam omnium optime exhibet. Artes ceteræ, si non omnes, saltem plurimæ, inventæ sunt a posteriori, etsi subinde in nonnullis a priori perfectæ. Ars poliendi vitra omnino a posteriori detecta, perinde ac constructio telescopii; etsi hæc deinde a priori, per principia dioptrica, magis fuerit perfectæ. Phænomena telescopiorum dudum ante a posteriori innotuerunt, quam earum accuratas & rigorosas demonstrationes dederint Mathematici. Idem dicendum est de speculis, quorum phænomena in Catoptrica demonstrantur. Ad Gnomonicam tamen quam proxime accedit Ars navigandi, & construendi globos artificiales, atque mappas geographicas, & hydrographicas. Quibus adeo animus fuerit scientiam artium excolendi;

di, illi hanc differentiam probe perpendere debent. Ex Gnomonica imprimis videre licet progressum artis a priori continuandum; quomodo scilicet inventa anteriora non modo ansam suppeditent de aliis cogitandi, quorum cogitatio alias animum minime subiisset; verum etiam ad ulteriora invenienda adiumento sint; ut adeo idem sit in arte, qui in scientia progressus, cum utrobique eadem deprehendantur rationes. Huc imprimis animum advertere debent, qui Artem inveniendi ad formam Artis reducere gestiunt, quemadmodum Logicam ad eandem redactam videmus. Nos, qui nullum Matheseos usum aspernamur, ad ea quoque animum advertimus, quæ vulgo non attenduntur; & usum, quem Mathesis habere potest in excolendo intellectu, ut eodem in omni Scientiarum genere, in quavis Arte, & in ipsis negotiis, tam privatis, quam publicis, prompte ac rite utamur, majoris facimus, quam quem per se habere potest; utut singula æquo pretio æstimantes, nec meritam detrahimus iis laudem, qui in aliqua Matheseos

parte excolenda omnem ætatem consumunt. Neque enim ea est hominis ætas, immo nec eæ sunt ejus vires, ut unus omnia possit; & nisi essent, qui particulari studio scientiam egregie promoverent, nec is a Mathesi expectari poterat fructus in omni sua extensione, quem tantopere commendamus, & cui tantum statuimus pretium. Quamvis adeo in Gnomonica multa occurrunt, quæ magis curiosa, quam utilia videntur iis, qui utilitatem ex necessitate ad vitam commode degendam metiuntur; immo quæ a severis inventorum censoribus ad lusus Mathematicorum referuntur, ipsis subinde Geometris excelsi ingenii, profundique acuminis non dissentientibus, propterea quod unusquisque suam amat & laudat Minervam; nobis tamen ea non contemnenda, sed magni facienda videntur, quatenus analytica eorundem consideratio prodest ad augendam Artem inveniendi; immo etiam sola eorundem scientifica cognitio intellectum perficit, etiam si de eo perficiendo non cogites.

C A P U T XI.

*De Studio Pyrotechnia, Architecturæ Militaris, & Architecturæ civilis.*

§. 330. **P**Yrotechnia paucas continet demonstrationes, quæ ex Geometria elementari principia sua

mutuantur: quas negligere facile potest, qui soli praxi studet. Ceterum quæ ad praxin faciunt, non modo perspicue,

spicue, sed & distincte proposuimus; ut ideam distinctam eorum, quæ fieri debent, animo nullo negotio concipere detur. Nulli adeo dubitamus, quin studium pyrotechnicum per facile reddiderimus. Si quis praxi operam dare voluerit, is omnino ipso opere exequi tenetur, quæ præscribuntur: quo facto ipsemet in se experietur, resolutiones problematum eodem modo esse datas, quo resolutiones Geometriæ practicæ, veluti triangulorum constructionem, linearum perpendicularium descriptionem, in Geometria elementari exhibuimus. Quod si quis ante singulorum, quæ fieri jubentur, ideam distinctam sibi comparavit, quam ad ea facienda se conferat; is non solum ad id, quod faciendum, majorem attentionem conferet, sed & majore cum voluptate artem manuariam addiscet. Qui in nuda cognitione historica acquiescere volunt, iis quidem sufficere possunt, quæ tradimus; ubi tamen occasio offertur ipsis oculis usurpandi singula, quomodo parentur, eam negligere minime debent; cum hoc pacto ideæ efficiantur clariores, quatenus distincte explicatis insunt confuse percipienda.

§. 331. Quibus secundus cognitionis gradus curæ cordique est, non modo addere debent perpauca demonstrationes, quæ hinc inde adjiciuntur; verum etiam eorum, quæ ex principiis geometricis demonstrari nequeunt, rationes passim indicatas perpendere tenentur, & ad ea applicare studeant,

quæ sine illarum allegatione proponuntur. Dantur equidem nonnulla in Pyrotechnia, quæ Geometriæ sublimioris & Analyseos recentioris gnarus legibus mathematicis adstringere poterat, cum nunc solo arbitrio regantur; sed nobis minime vacat in talia inquirere. Hanc igitur telam aliis pertexendam lubentissime relinquimus, nobisque sufficit ea tradidisse, quæ ante perspecta habere debent, quam ingenii sui vires periclitentur.

§. 332. Pleraque, quæ in Pyrotechnia traduntur, sunt inventa, quæ artificum tentaminibus debentur, ubi casus multas sibi partes vindicat. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, & intellectum præsertim perficere intendunt, ut eodem extra Mathesin prompte ac rite utantur, hoc etiam inventorum genus probe expendere tenentur: neque enim rerum ceterarum, quemadmodum mathematicarum, tam exarsciata prostat theoria, ut suppetant principia, quorum vi a priori detegere licet omnia, quæ quærentur. Empirica inveniendi methodus, qua utuntur artifices experientiæ qua pollent omnem facientes usum qui a notionibus confusis expectari potest, in rebus utilissimis detegendis omnifert punctum, modo eadem rite utitur: id quod tibi promittere poteris, si eundo per exempla, qualia suppeditat Pyrotechnia, eam revoces ad notiones distinctas. Qui vel ea legit, quæ in Prolegomenis de differentia Logicæ naturalis & artificialis docuimus, non modo

modo dicta plene intelliget, verum etiam iisdem facilem habebit fidem. Quod si attentius resolutiones problematum pyrotechnicorum expendas, easque tanquam inveniendas tibi proponas; methodo empiricæ invenendi misceri rationalem, aut saltem misceri posse deprehendes: quemadmodum nemo hominum in actionibus suis totus empiricus est, ut non etiam rationi aliquæ deferantur partes. Et si forsan objecerit quispiam, te in modum inquirentem, quo eadem fuerint repertæ, haud raro, immo plerumque, incidere in alium ab eo, quo usi sunt inventores, prorsus diversum; non tamen inde conficitur, te nihil agere: sufficit enim si ostendere possis quod eo, quem concipis, modo reperiri potuerit quod quærebat. Cum enim non alio fine in modum invenendi inquiras, quam ut eundem in casu simili imiteris; eundem ex asse consecutus, si vel maxime de eo non cogitavit, qui quid invenit: id quod de omni analysi notandum, quam quasi divinando eruere studemus. Ceterum, si quæ compositiones occurrunt, quarum nullam reddidimus rationem; in eam eo modo inquirendum, quo rationem compositionis pulveris pyrii casu detectæ eruimus (§. 17. & seqq. *Pyrotech.*).

§. 333. Qui Architecturæ militaris nonnisi cognitionem historicam desiderant, ex definitionibus terminos sibi perspectos reddere tenentur; nec inconsultum est, si ad manus fuerit idea quædam materialis munimenti,  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

sive ex ligno, sive ex charta, sive etiam ex argilla parata. Cum enim terminos non alio fine addiscant, quam ut munimenta videntes singula suis nominibus indicare valeant, & ut nominibus auditis respondentes iisdem ideæ imaginationi præsentibus sistantur; ideæ hæc facilius memoriæ imprimuntur per conspectum ideæ materialis, quam notionibus distinctis, quibus definitiones constant. Quod si tamen hæc accedant, imprimuntur tanto firmiter, & jucundius, ut facilius eadem retineantur, nec sine voluptate labore hoc defungaris. Deinde sufficit munimenti unius vel alterius Protographiam saltem conficere, quæ nonnisi ambitum totius munimenti & operum externorum exhibet, ut hoc pacto idea munimenti integri acquiratur, nec ejus deinde conspectus adspicientem confundat. Idem tenendum est de operibus hostium campestribus, quorum in praxi offensiva & defensiva opus est. Neque inconsultum est, ut, terminis intellectis, ichnographias munimentorum ad manus sumat, & per eos easdem explicare discat. Rudis hæc Architecturæ militaris notitia usui est iter faciendis & loca munita invisentibus; tum etiam prodest ad intelligendas novellas publicas, quando de obsidionibus urbium munitarum loquuntur.

§. 334. Qui cognitionem Architecturæ militaris scientificam sibi acquirere student, Elementa integra, eo quo conscripta sunt ordine, perlustrare debent. Ex capite igitur primo, principia sibi perspecta reddere tenentur,  
 Eec tur,

tur, ex quibus omne de diversis muniendi formis iudicium pendet. Secundum hæc principia examinare debet diversas muniendi formas, quæ in capite secundo proponuntur. Neque parum sibi consulat, ubi deinceps ex STURMII Architectura militari hypothetica, simili examini alias adhuc muniendi formas subjiciat, vel ex aliis libris, quos de Architectura militari recensuimus, alias petat. Ita nimirum non modo principia ipsa sibi reddet multo clariora, eaque magis familiaria; verum etiam eorundem applicationem in suam magis rediget potestatem. Neque etiam contemnendus est calculus trigonometricus: quod qui faciunt, ejus utilitatem minime prospiciunt. Nemo non novit in qualibet muniendi forma non omnia sumi posse, principiis in capite primo expositis convenienter; sed per quædam assumpta determinari cetera. Horum adeo quantitas ex iis, quæ sumuntur, per calculum geometricum eruenda, siquidem accurate de eadem constare debet. Nullum equidem dubium est, ex iisdem, constructione geometrica, easdem lineas, eosdemque angulos determinari, & illarum magnitudinem, ope scalæ geometricæ, horum vero quantitatem, ope instrumenti transportatorii, investigari posse; nemo tamen est qui nesciat, methodum hanc, non modo supponere constructionem accuratissimam, verum etiam ne hac quidem supposita adeo accurate investigantur, quemadmodum per calculum trigonometricum eruantur quan-

titates linearum & angulorum. Quod si excipias, in praxi acribiam trigonometricam observandam non esse, immo nec semper observari posse, si vel maxime velis; utrumque largior: non tamen hinc recte inferitur, quod inutile sit nosse angulorum ac linearum magnitudinem quam accuratissime. Etenim hinc non modo certus es, te in ea definienda nullum admisisse errorem, qui facile irrepere poterat eam mechanice investigando; sed & hinc attentior efficitur animus, ne in praxi a rigore magis recedas, quam par erat. Taceo, quod ad scientificam Architecturæ militaris cognitionem etiam requiratur, ut constet quomodo ex iis, quæ principiis in parte prima expositis convenienter sumuntur, investigentur cetera, quæ per ea determinantur. Ut vero tanto minus indubium revocari possit utilitas calculi trigonometrici in Architectura militari; hoc unum adhuc probe perpendi velim. Subinde per ea, quæ in methodo muniendi sumuntur, vi principiorum generalium, molesta est constructio geometrica, siquidem accurata desideretur. Quod si vero lineæ aliæ supputentur, ex iis tanquam cognitæ jam multo simplicior evadit & accuratior. Exemplum habemus in methodo muniendi Blondelliana (§. 151. Arch. mil.), cujus constructio, per calculum trigonometricum, ad Paganianam revocatur. Immo, ope hujus calculi, constructio, ex latere interno assumpto, potest revocari ad alteram, quæ ex externo procedit, & contra: id quod subin-

subinde usui esse potest, præsertim in munitionibus irregularibus. Munimenta irregularia expendimus capite tertio, & quænam hic sint observanda, exponimus. Enimvero in methodo muniendi irregulari imprimis opus est, ut principia generalia constanter ob oculos versentur, ne quid contra ea admittatur: id quod facile accidit, nisi per ea examinentur, quæ in delineandis munimentis irregularibus facis. Hic sane haud raro cœcutiunt, qui ea non satis perspecta habent, vel in eorum applicatione hæsitant. Unde apparet, quam necessaria sit scientifica Architecturæ militaris cognitio, cum irregularia munimenta sint frequentiora regularibus; ut adeo is demum Artis muniendi peritus sit dicendus, qui in delineandi munimentis irregularibus non hæret, nec cespitat. Denique qui rationes quoque operum campestrium, quæ capite ultimo describimus, perspicere voluerit, is duo scholia, quæ in fine adjicimus, attente perlegat, ut processus obsidionis ideam animo concipiat, & quænam obsessi defensionis gratia faciunt, intelligat. Hinc enim multo clarius intelliguntur, quæ de illis præcipiuntur.

§. 335. Quodsi quis praxi Architecturæ militaris operam dare decreverit, ei scientificam ejus cognitionem quam maxime commendamus, experientia domestica deinde magis illustrandam, ac confirmandam. Ab eo autem cum expectetur, ut accuratas & nitidas munimentorum delineationes dare possit; in iis quoque deli-

neandis multum operæ consumere tenetur, donec tandem multiplici exercitio eum consequatur habitum, quo se commendare possit. Vulgo peritiam Architecturæ militaris ex munimentorum delineationibus æstimare solent, fallaci admodum judicio. Etsi autem in Arte muniendi excellere possit, qui in iis delineandis parum excelleret; cum tamen qui eidem totum sese dat, nec ea negligere debeat, quæ Artem ornant, nitidas quoque delineationes ab eo jure exigimus; tanto quidem magis, quo certius est, haud raro, immo plerumque contemni Artem ornatum isto destitutum. Qui vero praxi operam dare, ipsamque Artem exercere non decrevit, etsi castra sequatur; ei vix suademus, ut in habitu isto comparando tempus fallat, quod longe utilius in aliis addiscendis consumere poterit.

§. 336. Quibus tertius cognitionis gradus curæ cordique est, in Architectura quoque reperient militari, quæ attentionem ipsius merentur, sive in sola Mathesi versari voluerint, sive intellectum perficere studuerint, ut eodem prompte ac rite etiam extra eandem utantur. Cum Architectura militaris in numero disciplinarum practicarum sit, ratio ultima eorum, quæ in eadem traduntur, finis est, qui per eam intenditur. Quamobrem hic probe perpendendum venit, quomodo ex fine, qui in definitione indicatur, deducantur principia, quæ in capite primo proposuimus; applicata vero deinde ad eandem Geometria, cetera

Ecc 2

hinc

hinc deriventur, sine quibus forma muniendi concipi nequit, multo minus munimenta actu excitare licet. Hinc enim non solum addiscere datur, quæ ad cognitionem Artis mathematicam venandam usui sunt; verum etiam quomodo in disciplinis practicis versandum, ut satis adæquatas nanciscaris ideas, quæ praxi sufficiunt. Satis autem adæquata est, si in ea singula, quæ fieri debent, determinentur; quemadmodum ex tractatione Architecturæ militaris abunde elucescit, modo attentionem tuam in ea desiderari minime patiaris. Diversæ dantur muniendi formæ; sed, ubi eas juxta principia in capite primo proposita examines, non omnes cum iis æque consentiunt. Unde aliæ aliis tanquam meliores præferuntur. Doctet autem progressus Architecturæ militaris, quod primo inventæ muniendi formæ defectibus fuerint obnoxix, quos experientia detexit, primum ab inventoribus non animadversas, iis autem mederi studuerint, qui recentiores excogitarunt. Etsi in usum Artis inveniendi non inutile foret, eo fine expendere omnes muniendi formas, quæ hæctenus publici juris factæ, & quidem eo ordine, quo luci publicæ expositæ fuerunt; nostri tamen instituti ratio minime ferebat, ut in tantas ambages descenderemus. Ne tamen hac in re prorsus deessemus Lectori ad tertium cognitionis gradum adspiranti, ea tradidimus, quæ ad ideam quandam hujus facti animo concipiendam sufficiunt, profuturam iis, qui in aliis

disciplinis practicis Architectos militares non infeliciter imitari voluerint. Non alia sane de causa exposuimus methodum muniendi *Belgicam*; utut propter defectus, quibus laborat, hodie antiquatam, ut nullius usus esse videatur, nisi quatenus adhuc extent munimenta bene multa hac methodo constructa, & iisdem subjunximus methodos muniendi Gallorum. Constat enim formam muniendi *Belgicam*, tanquam omnium optimam, celebratam fuisse; ejus autem nævis animadversis, Gallos primum publicasse formas alias, quibus hisce mederi tentarunt. Ceterum applicatio Trigonometriæ ad Architecturam militarem, in usum tertii cognitionis gradus, etiam aliquam attentionem meretur; non modo quod hoc ipso confirmetur, quod in Arte inveniendi locum mereatur; verum etiam ut ejus amplissimus usus in majore luce constituatur.

§. 337. Architecturæ civilis cognitionem historicam acquisiturus legat definitiones, & problemata; exceptis iis, quæ ad delineationes Ordinum architectonicorum; & eorum usum in ordinandis januis, atque fenestris spectant, & quæ de Ichnographia & Orthographia ædium agunt. Quodsi desit occasio ædificia juxta regulas architectonicas constructa contemplandi; Ichnographias & Orthographias externas ædificiorum ari incisas perlustret, ut ideam ædificii integri, juxta regulas architectonicas constructi, animo imprimat. Inprimis autem



autem terminos, & constructionem Ordinum architectonicorum sibi familiares reddat, ne in ornatu, qui inde petitur, cœcutiat. Hoc pacto obtinebit, ut non solum libros de Architectura civili conscriptos sine hæsitatione legere, sed quæ usui suo esse possunt, etiam addiscere, ac data occasione ad eundem transferre, queat. Historica igitur cognitio non ob solam curiositatem, sed & ob utilitatem, quam unicuique præstat, acquiritur. Sane qui peregrinantur, quemadmodum Germani facere solent studiis academicis absolutis, cognitione ista animum imbutum habere debent; ne in ædificiis, aliisque operibus architectonicis, spectandis ignorent, quid videant, laudaturi aliis, quod cur laudent, nullam afferre valent rationem. Male adeo sibi consulunt, qui studium architectonicum, quod ea fini intra paucas hebdomades absolvi poterat, in Academiis prorsus negligunt, non alia de causa, quam quod architecti fieri nolint. Perfacile autem hoc studium est, præsertim si ultra cognitionem historicam progredi nolueris. Quod si otium suppetat, ruditer saltem delineare Ordinem aliquem architectonicum, veluti Toscanum, qui delineatu omnium facillimus, juvat; non modo ut idea Ordinis, sed etiam membrorum memoriæ firmitus infigatur: id quod tanto magis suadendum, cum norim plerosque fieri desertores studii architectonici, quod tædiosum videatur terminorum notitiam sibi comparare.

§. 338. Scientificam Architecturæ cognitionem desiderans Elementa integra, eo quo conscripta sunt ordine, perlegat, & eam attentionem afferat, quæ ad singula rite percipienda sufficit. Qui vel in Elementis Geometriæ versatus fuerit, ei attentio huc afferenda nulla fere videbitur: Mathematicum vero prorsus ignarus non majorem hic requiri experietur, quam qua in legendo libro alio quocunque utendum; immo minorem, cum omnia distincte explicentur, quod vulgo fieri non solet; nec occurrant verba, quorum dubius est sensus; præter doctrinam vero de Ordinibus architectonicis nihil occurrat, cuius non habeat Lector ideam vulgari experientia acquisitam. Nemo autem hic expectet demonstrationes, quales in Geometria dedimus; sufficit enim addisci eorum, quæ præcipiuntur, rationes, ut intelligatur, cur hoc potius modo fieri debeant, quam aliter. Inprimis etiam probe perpendat in Ordinibus architectonicis multa esse arbitraria; quorum etiam sententur, atque a nobis datæ sint rationes, absit tamen, ut quis rationes istiusmodi desideret, quales sunt ceterorum, quæ necessarias habent. Sane in Arithmetica, quæ rigidas demonstrationes admittit, cum veritates numerorum non minus necessariae sint, quam linearum & figurarum in Geometria, eorum, quæ arbitraria sunt, veluti legis numerandi & notarum numericarum, non dari possunt rationes, quæ veritatibus necessariis conveniunt. Qui praxi architectonicæ sese

Ecc 3

dedunt

dedunt, iis imprimis opus est scientifica Architecturæ cognitione : Architectus enim in promptu habere debet rationes, quas reddat quærentibus, cur hoc vel illud ita fecerit (§. 3 *Arch. civ.*). Obtinebit præterea, ne cœca sit aliorum imitatio; quam haud raro esse fallacem, ne opus probetur intelligentium judicio, experientia loquitur. Non desunt exempla, quibus quod dictum est, confirmari poterat; sed nostrum jam non est perstringere ea, quæ ab aliis minus recte facta sunt, cum jam docere id unice intendamus, quomodo tractandum sit studium architectonicum, ut recte fiant omnia. Industriam præterea suam exercere debeant in delineationibus architectonicis, quicunque Artem exercere decreverunt, & quæ paulo ante de delineationibus munimentorum annotavimus (§. 335), ea quoque hic notanda veniunt. Ex elegantia delineationum vulgo judicium fertur de peritia Architecti; etsi male, ac subinde non sine damno fundatoris. Quamobrem cum dandum non modo sit aliquid opinioni, sed & qui in Arte quadam excellit, ea negligere non debeat, quæ ad ornatum faciunt; nemo erit, qui ab Architecto elegantiam in delineandis ædificiis, aliisque operibus architectonicis, jure non desideret; quamvis non probemus contemni propterea Artem in eo, qui eadem excellit, quia elegantiam in delineando non possidet. Qui enim hoc faciunt, suo, & aliorum, quibus a consilio esse debebant, hoc faciunt damno.

Immo si quis desideret delineationes elegantes; aliorum opera eadem perfici poterunt; modo, qui in Arte excellit, ea suppeditet, quæ ad eas perficiendas necessaria sunt.

§. 339. Qui denique ad tertium cognitionis gradum adspirant, eos quoque juvabit Architectura civilis. In Architectura civili, regulæ omnes deducuntur ex fine, quem loquitur definitio ejusdem. Finis hic in eo consistit, quod ideam ædificii animo concipere, & juxta eam ipsum extruere debeamus, ita ut scopo fundatoris ex parte satisfaciat. Quamobrem huc potissimum animum advertere tenetur, qui tertium cognitionis gradum intendit, quomodo ex hoc fine deriventur regulæ omnes, ita ut rationes earundem tandem in hanc rationem ultimam resolvantur. Monuit jam VITRUVIUS, & nos in Elementis nostris a priori ex ipso fine Architecturæ, ostendimus, regulas Architecturæ omnes redire ad firmitatem, utilitatem seu commoditatem, & venustatem atque ornatum ædificii, vel alterius operis architectonici cujuscunque. Quamobrem regulæ omnes rationem sufficientem, vel in firmitate, vel in utilitate, vel in venustate atque ornatu, vel hisce binis, aut omnibus simul sumtis agnoscunt. Sufficit itaque inquirere, quomodo ex hisce fontibus, vel immediate, vel mediate fuerint deductæ. Cum paucissimæ sint, quæ Geometriæ auxilium postulant; hæc disquisitio plurimum proderit ei, qui in disciplinas practicas a Mathefi sejunctas accurata metho-

methodo pertractare voluerit. Notandum præterea, si quis ideam ædificii animo concipit, dato fundatoris scopo, eum inventorem agere, ac regulis Architecturæ civilis uti, tanquam principiis in ratiocinando. Quamobrem qui ad modum, quo hoc facit, animum attendit; is hinc addiscere valet, quomodo theoriæ ad tractanda negotia, quæ levi brachio tractari minime possunt, dextre ac rite applicentur. Suademus ergo ut ædificiorum, supposito fundatoris scopo, inveniantur constructio etiam ab iis, qui Artem exercere non intendunt: quod ut facilius succedat, ante in examinandis ædificiis juxta regulas architectonicas non inutiliter versabitur, quam ad relam istam pertexendam se accingit. Non adeo levem, nec contemnendæ utilitatis deprehendet demonstrationem, qui ædificium, dato fundatoris scopo, construendum sibi tanquam problema proponit, veluti *construere in data area, datoque loco, ædificium, quod huic fundatoris scopo ex assè satisfacit*; deinde quomodo extruendum sit eodem modo exponat, quo resolutiones problematum per universam Mathesin exhibuimus, & tandem demonstret pro datis circumstantiis scopo fundatoris ex assè satisfieri, siquidem hoc modo extruatur. Etenim qui in expediendis negotiis, tam privatis, quam publicis, eam certitudinem consequi voluerit, quam consequi datur; plurimum hinc lucis foenerabitur, quam aliunde vix ac ne vix quidem adeo commode expectet. Non igitur

erubescimus studium Architecturæ civilis, hoc modo instituendum, commendare iis, qui ad negotia publica gerenda sese præparant; ut eorum rite tractandorum ideam quandam exemplarem animo insinuent. Plura addere possem, quomodo prudentia Architecti prodesse possit in gerendis negotiis; nisi principiis, quæ in Philosophia practica tradimus, imbutus per se hoc videre possit, ubi ea, quæ hic commendamus, exercitia non neglexerit.

§. 340. Atque ita tandem nos satis docuisse confidimus, quomodo studium mathematicum tractandum sit, ut omnem consequamur usum, qui ab eo expectari potest. Non loquor nisi experta; ac ingenue profiteor, merunquam ea, quæ hætenus in Philosophia conscripsi, & in posterum, si Deo ita visum fuerit, additurus sum, daturum fuisse, nisi adminiculis istis adjutus fuisset. Eadem experientia fretus docere quoque poteram, quomodo Mathesi uti possimus ad distinctas, & fœcundas, in Philosophia prima, notiones venandas; & quomodo studio mathematico perfici possit etiam appetitus; sed cum hoc a præsentī instituto alienum sit, quæ hic dici poterant, alii occasione reservamus. Ne tamen dixisse videamur, quæ absone sunt, unum saltem alterumque exemplum in medium afferre lubet. Poteramus hic tantummodo provocare ad ea, quæ alibi jam tradidimus, veluti quod notio generum, & specierum (*not. §. 72, 73. Log.*) atque individui, ~~ex~~

ex formulis algebraicis derivari possit (*not. §. 74 Log.*); & ipse modus, quo Deus univerialia, eorundemque nexum, in singularibus intuetur, ex iisdem formulis eliciatur (*not. §. 275 part. 1. Theol. nat.*); sed ne lectorem ablegemus ad alibi quærenda, nec hic repetamus alibi dicta, consultius visum fuit, exempli loco, alia quædam proferre. Inter notions difficiles referri solet notio determinati & indeterminati. Enimvero nos eandem derivavimus ex exemplis mathematicis: qua etiam de causa, singula quæ, in Ontologia, de determinato & indeterminato docuimus, exemplis mathematicis illustramus. Neque enim dantur alia hisce clariora, & notionem in Philosophia longe utilissimam feliciter illustrantia. In formula algebraica quacunque, veluti si  $\frac{a+b}{2}$  dicatur numerus major, summa existente  $a$ , & differentia  $b$ ; numeri  $a$  &  $b$  dicuntur indeterminati; quia tam  $a$ , quam  $b$  explicari potest per numeros infinitos; consequenter de  $a$  affirmari potest, tum quod sit 6, tum quod sit 12, tum quod sit 19, & ita porro in infinitum, & de  $b$  affirmari potest, tum quod sit 2, tum quod sit 4, tum quod sit 5 & ita porro in infinitum. Indetermi-

nata igitur dicitur summa, quatenus consideratur ut id, de quo affirmari potest numerus, 6, 12, 19 &c. nullus tamen adhuc de eadem affirmatur: quæ est ipsa notio indeterminati (§. 105 *Ontol.*). Ast si summa dicatur 6, determinata dicitur; quia jam constat, quinam numerus de ea sit affirmandus: quæ est ipsa notio determinati (§. 112 *Ontol.*). Idem patet de differentia  $b$ . Ordinis quoque notio distincta inter eas refertur, quæ difficiles sunt: sed ex seriebus infinitis, quarum termini ordine dicuntur progredi, haud difficulter eruitur. Ex. gr.

$$\text{in serie } \frac{1}{1 \cdot 2} v^2 - \frac{1}{3 \cdot 4} Av^2 + \frac{1}{5 \cdot 6} Bv^2$$

$$- \frac{1}{7 \cdot 8} Cv^2, \text{ \&c. in infinitum, ubi } A$$

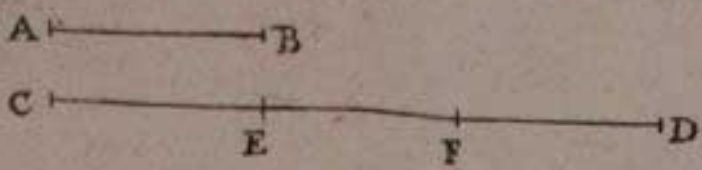
terminum primum,  $B$  secundum,  $C$  tertium denotat; terminus sequens determinatur ex præcedente eodem modo, ac ideo ordo in progressu terminorum adesse dicitur. Ex identitate determinationis nascitur similitudo (§. 217 *Ontol.*). Ordo igitur hic est similitudo obvia in modo, quo termini se invicem consequuntur; quemadmodum vult definitio nostra ordinis (§. 472 *Ontol.*). Sed pauca hæc sufficient.

*Finis Commentationis de Studio Matheseos recte instituendo.*

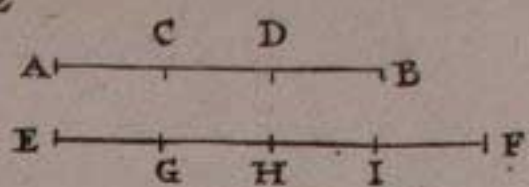
INDICES

*Tab. I Tom V.*

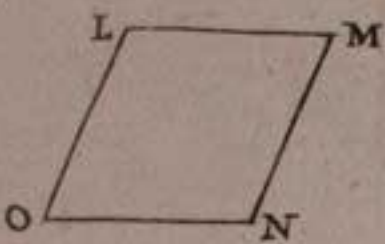
*Fig. 1*



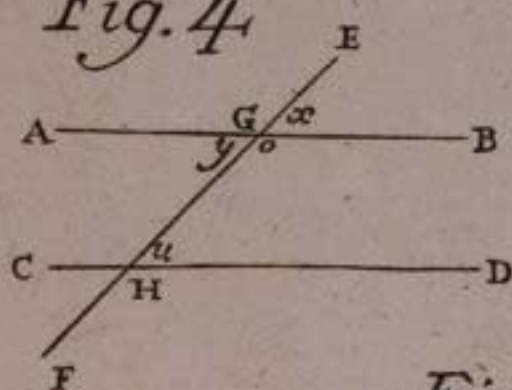
*Fig. 2*



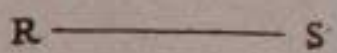
*Fig. 3*



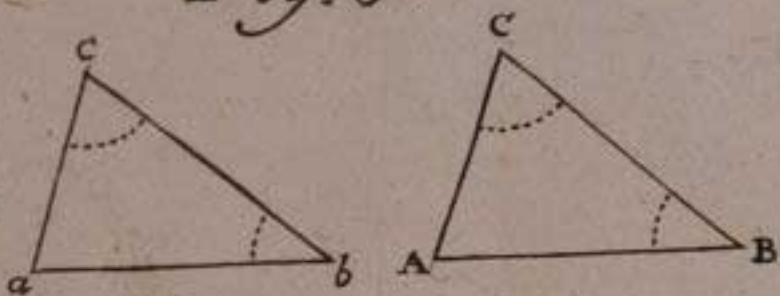
*Fig. 4*



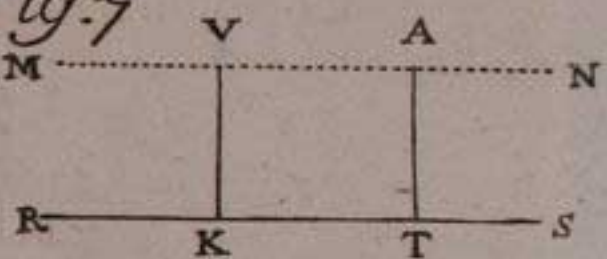
*Fig. 5* v



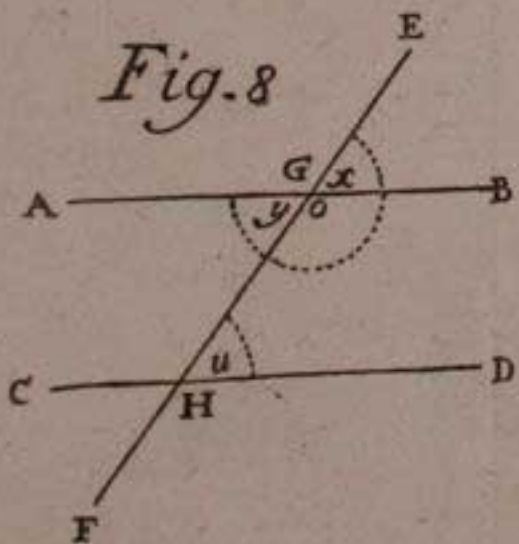
*Fig. 6*



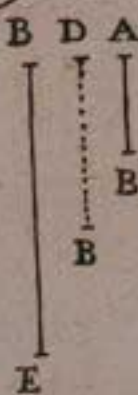
*Fig. 7*



*Fig. 8*



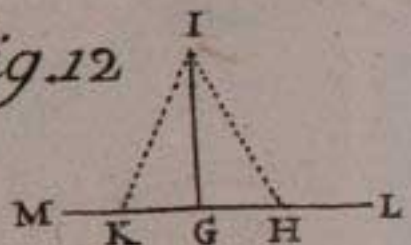
*Fig. 10*



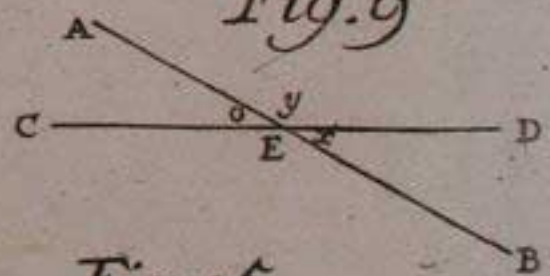
*Fig. 11*



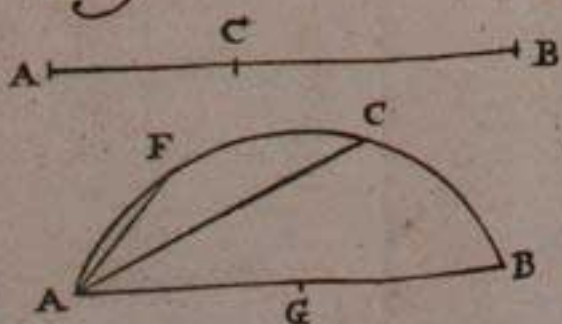
*Fig. 12*



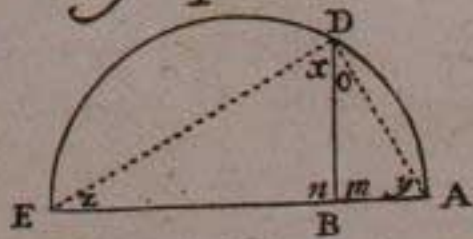
*Fig. 9*



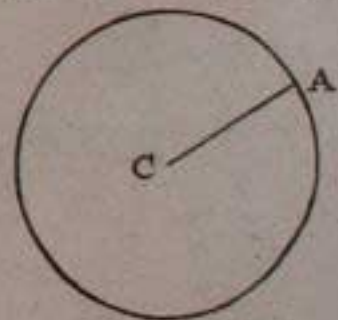
*Fig. 13*



*Fig. 14*



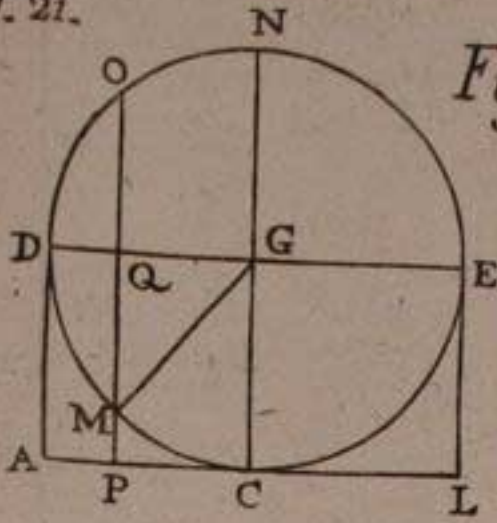
*Fig. 15*



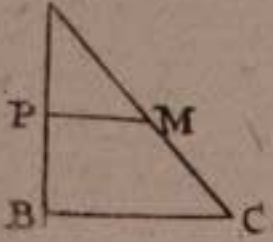


*Tab. II Tom. V.*

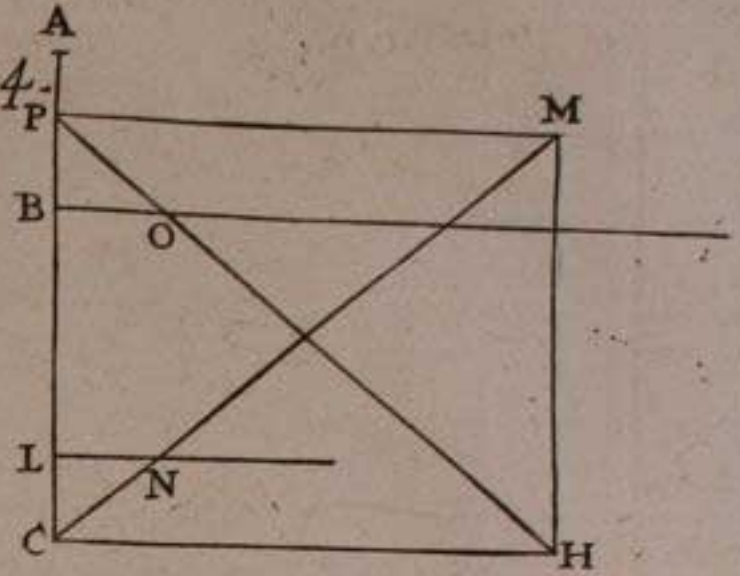
*Fig. 21.*



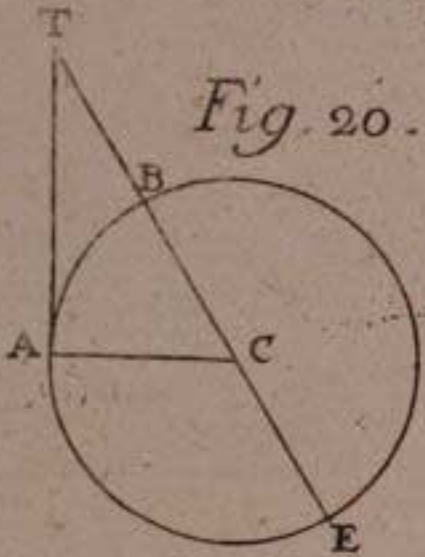
*Fig. 16. A*



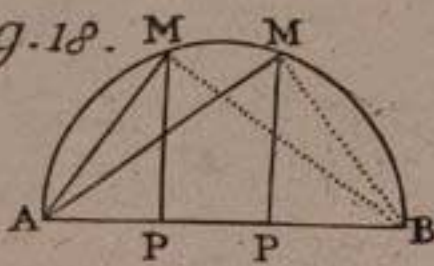
*Fig. 24.*



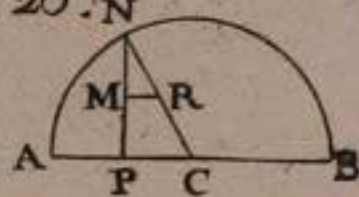
*Fig. 20.*



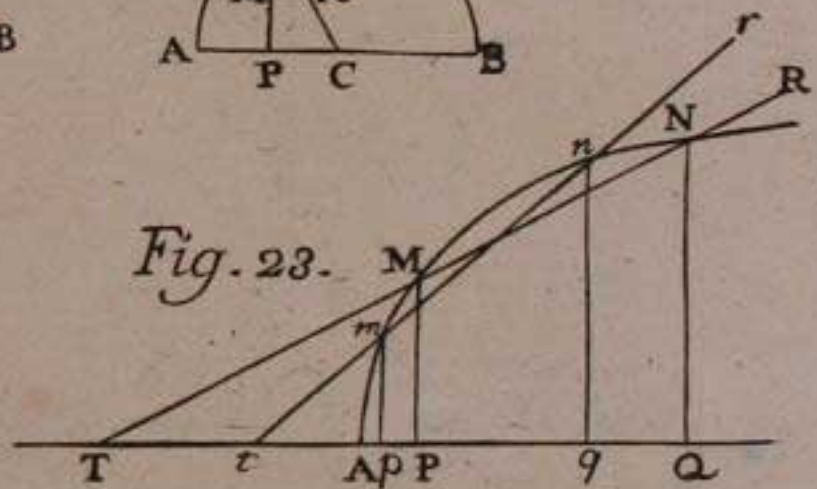
*Fig. 18.*



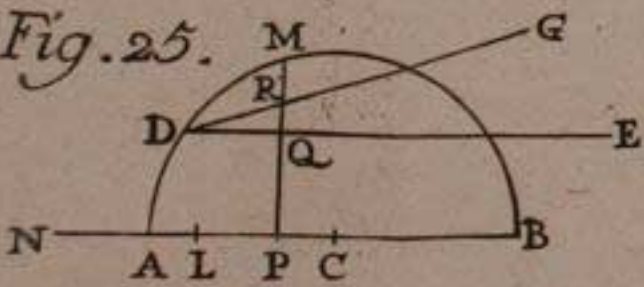
*Fig. 26. N*



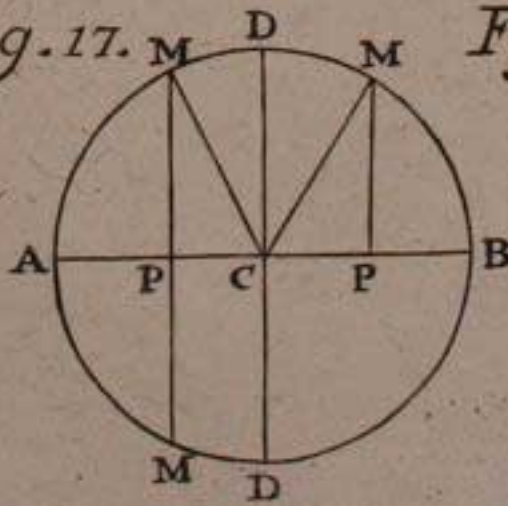
*Fig. 23.*



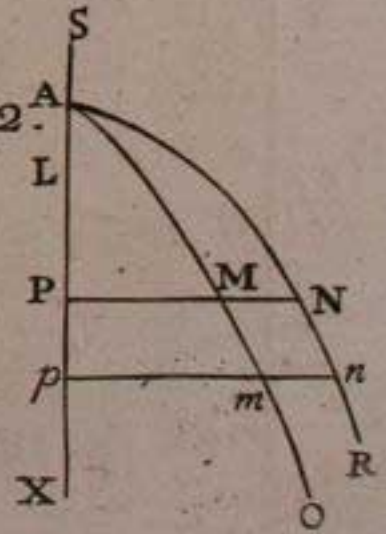
*Fig. 25.*



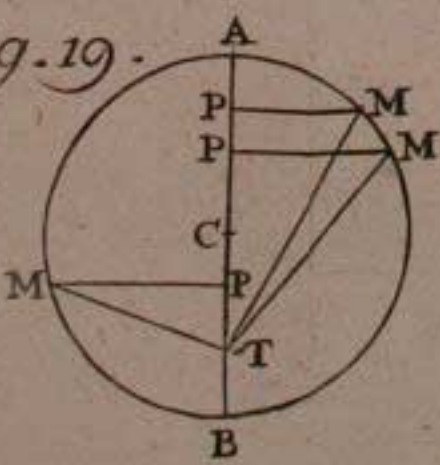
*Fig. 17.*



*Fig. 22.*



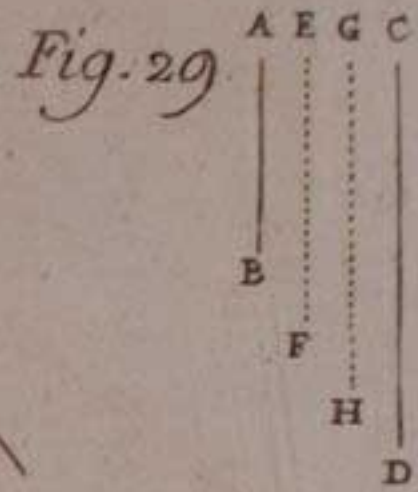
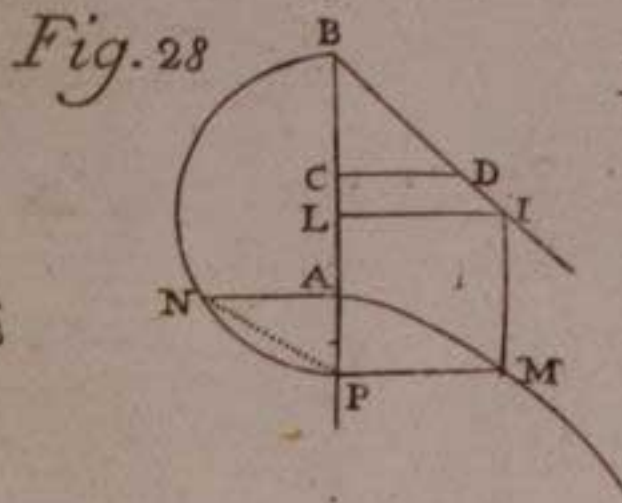
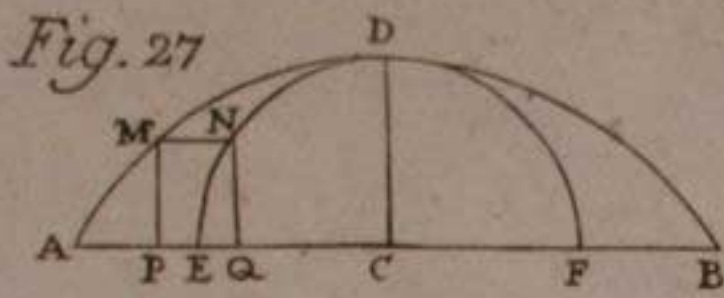
*Fig. 19.*



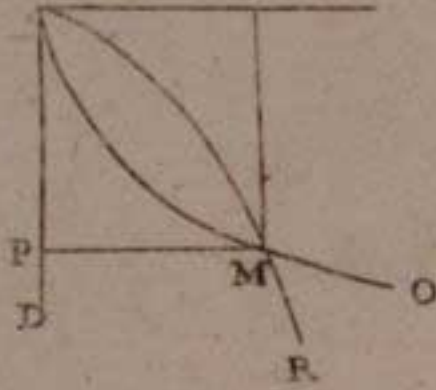




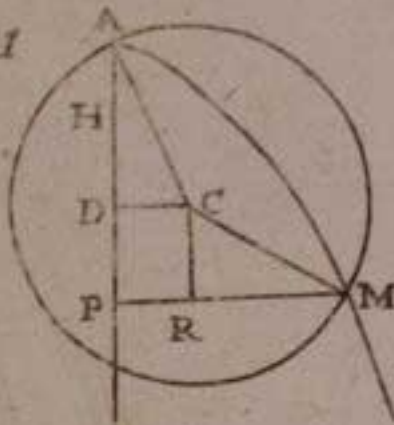
*Tab. III Tom. V.*



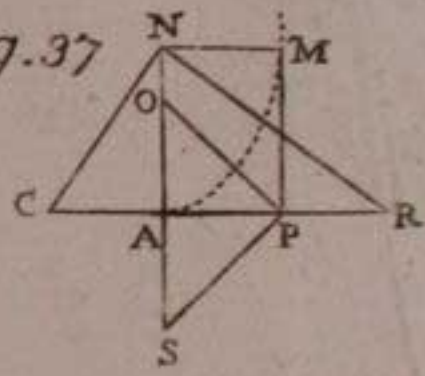
*Fig. 30*



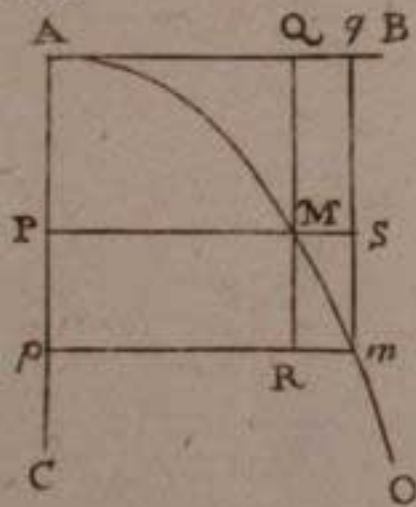
*Fig. 31*



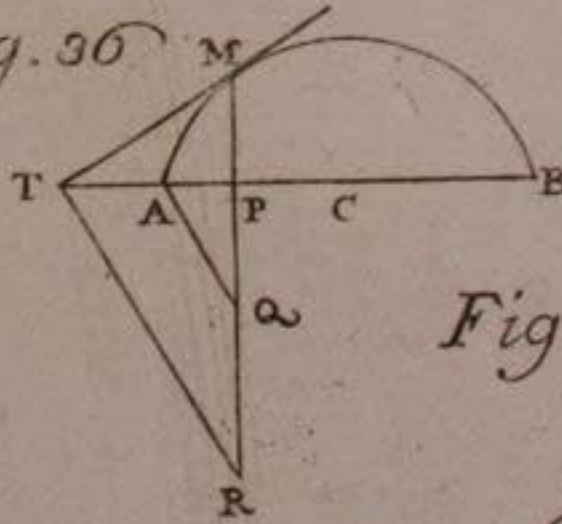
*Fig. 37*



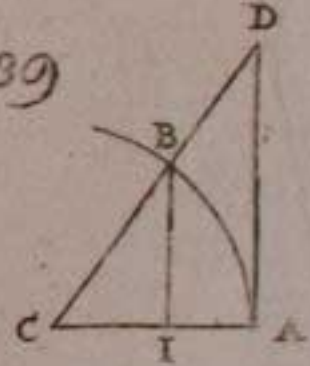
*Fig. 33*



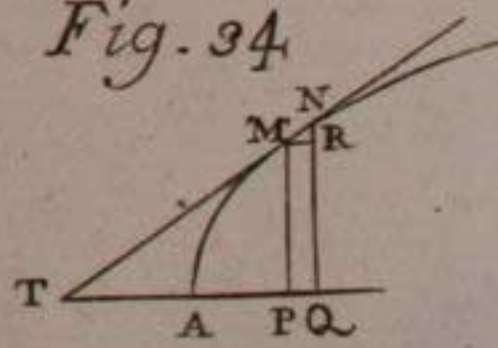
*Fig. 36*



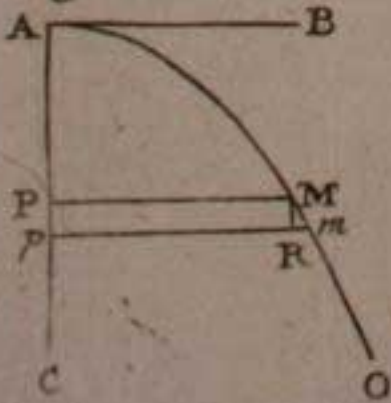
*Fig. 39*



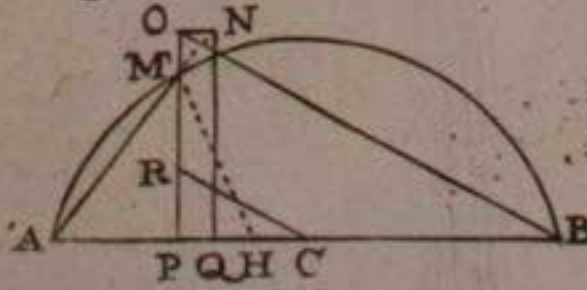
*Fig. 34*



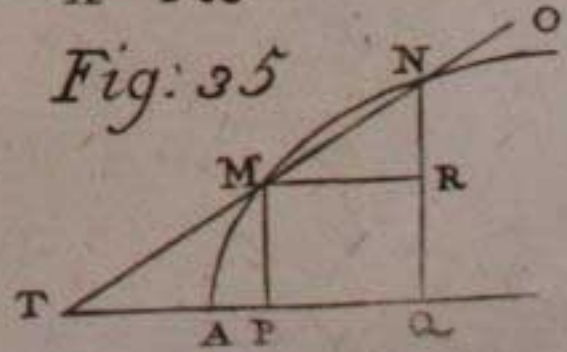
*Fig. 32*



*Fig. 38*



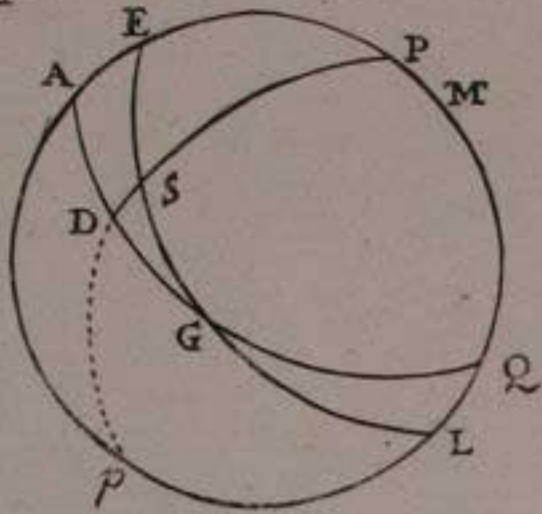
*Fig. 35*



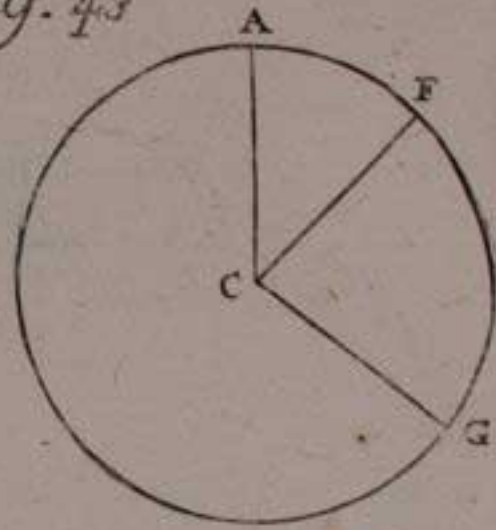


*Tab. IV. Tom. V.*

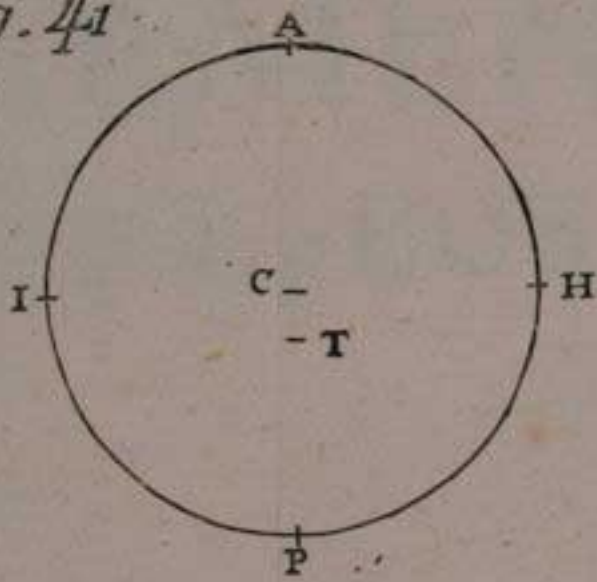
*Fig. 40*



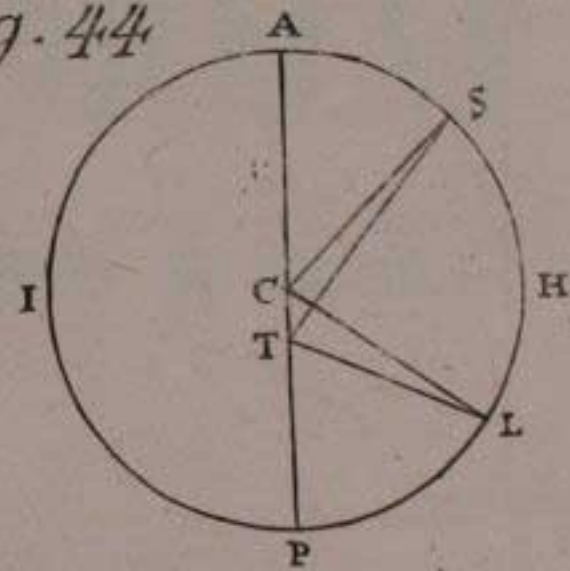
*Fig. 43*



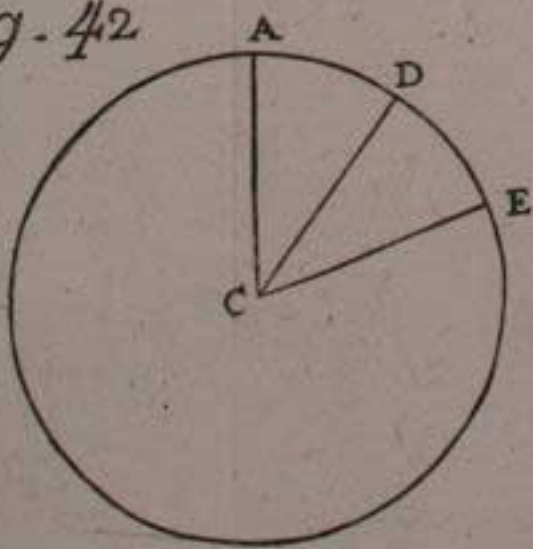
*Fig. 41*



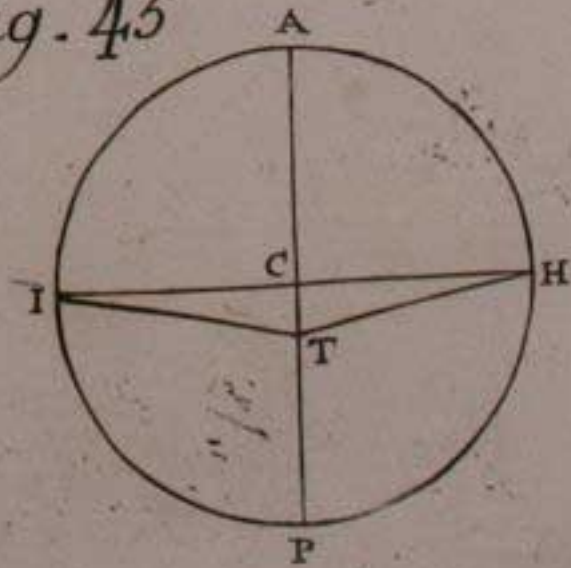
*Fig. 44*



*Fig. 42*



*Fig. 45*





INDICES  
IN  
TOMOS QUINQUE  
ELEMENTORUM  
MATHESEOS UNIVERSÆ.

INDICES  
IN  
TOMOS QUINTOS  
ELEMENTORUM  
MATHESIOS UNIVERSAE

I. INDEX.



I.

CONSPLECTUS  
ELEMENTORUM  
MATHESEOS UNIVERSÆ.

T O M U S I.

I. De Methodo mathematica brevis commentatio,	pag. 1
II. Elementa Arithmeticæ,	15
III. Geometriæ,	95
IV. Trigonometriæ planæ,	211
V. Analyseos finitorum,	233
VI. infinitorum,	417

T O M U S II.

VII. Elementa Mechanicæ & Staticæ,	1
VIII. Hydrostaticæ,	253
IX. Aërometriæ,	279
X. Hydraulicæ,	331

T O M U S III.

XI. Elementa Opticæ,	1
XII. Perspectivæ,	77
XIII. Catoptricæ,	103
XIV. Dioptricæ,	171
XV. Sphæricorum & Trigonometriæ Sphæricæ,	291
XVI. Astronomiæ,	341

T O M U S IV.

XVII. Elementa Geographiæ & Hydrographiæ,	1
XVIII. Chronologiæ,	85

Fff 2

XIX.

XIX.	Elementa Gnomonicæ,	Pag. 151
XX.	Pyrotechniæ,	197
XXI.	Architecturæ militaris,	237
XXII.	Architecturæ civilis,	287

## T O M U S V.

XXIII.	De præcipuis scriptis mathematicis brevis Commentatio.	I
Cap. I.	<i>De Cursibus, Operibus atque Lexicis mathematicis,</i>	3
Cap. II.	<i>De Arithmetica,</i>	21
Cap. III.	<i>De Geometria,</i>	24
Cap. IV.	<i>De Scriptis analyticis,</i>	38
Cap. V.	<i>De Trigonometria,</i>	55
Cap. VI.	<i>De Statica &amp; Mechanica,</i>	60
Cap. VII.	<i>De Hydrostatica, Aërometria &amp; Hydraulica,</i>	68
Cap. VIII.	<i>De Optica, Catoptrica, Dioptrica &amp; Perspectiva,</i>	73
Cap. IX.	<i>De Astronomia,</i>	79
Cap. X.	<i>De Chronologia, Geographia &amp; Gnomonica,</i>	99
Cap. XI.	<i>De Architectura civili,</i>	109
Cap. XII.	<i>De Pyrotechnia,</i>	118
Cap. XIII.	<i>De Architectura militari,</i>	120
XXIV.	Commentatio de studio mathematico recte instituendo,	129
Cap. I.	<i>De diversis cognitionis gradibus &amp; quomodo iidem acquirantur,</i>	131
Cap. II.	<i>De modo instituendi studium Matheseos intellectu perficendi causa,</i>	190
Cap. III.	<i>De Studio Arithmetica, Geometria &amp; Trigonometria plana in specie,</i>	200
Cap. IV.	<i>De Studio Algebra seu Analyseos mathematica in specie,</i>	209
Cap. V.	<i>De Studio Mechanica,</i>	317
Cap. VI.	<i>De Studio Hydrostatica, Aërometria &amp; Hydraulica,</i>	326
Cap. VII.	<i>De Studio Optica, Perspectiva, Catoptrica &amp; Dioptrica,</i>	333
Cap. VIII.	<i>De Studio Sphericorum &amp; Trigonometria spherica,</i>	346
Cap. IX.	<i>De Studio Astronomia,</i>	350
Cap. X.	<i>De Studio Geographia, Chronologia &amp; Gnomonica,</i>	389
Cap. XI.	<i>De Studio Pyrotechnia, Architectura Militaris &amp; Architectura civilis,</i>	399

FINIS TOTIUS CONSPECTUS.

II. INDEX





I I.

# I N D E X

Ostendens paragraphos, in quibus definitiones & propositiones Elementorum Euclidis continentur.

Notes velim, Ar. designare Arithmeticam, G. Geometriam, An. Analyfin finitorum.

Elementi I.				
Def. 1.	G. §. 6.	8.	9.	Def. 22.
2.	10.	12.		G. §. 104.
3.	11.		23.	88.
4.	17.		24.	89.
5.	28.		25.	90.
6.	29.		26.	91.
7.	36.		27.	92.
8.	54.		28.	93.
9.	54.		29.	98.
10.	65.	78.	30.	100.
11.	66.		31.	99.
12.	66.		32.	101.
14.	32.		33.	103.
15.	37.		34.	81.
16.	37.		35.	102.
17.	39.		36.	111.
18.	135.		Post. 1.	20.
19.	34.		2.	21.
20.	87.		3.	131.
21.	97.		Ax. 1.	Ar. 87. 89.
			2.	88.
			Ax. 3.	Ar. 91.
			4.	90.
			5.	91. 92.
			6.	93.
			7.	94.
			8.	G. §. 161.
			9.	Ar. §. 84.
			10.	G. §. 250.
			11.	50.
			12.	145.
			13.	262.
			14.	170.
			Prop. 1.	198.
			4.	179.
			5.	184.
			6.	253.
			7.	202.
			8.	204.
			9.	209.
			10.	210.

Eff. 3.

Pr.

II. I N D E X.

Pr. II. G. §. 212.	Pr. 5. An. §. 88.	Pr. 28. G. §. 289.
12. 216.	6. 94.	29. 289.
13. 147.	7. 90.	30. 293.
14. 147.	8. 90.	31. 317.
15. 156.	9. 89.	318.
16. 188.	11. 258.	319.
17. 247.	Elem. III.	32. 323.
18. 189.	Def. I. G. 171.	35. 381.
19. 189.	2. 47.	36. 379.
20. 190.	3. 47.	37. 380.
21. 300.	4. 225.	Elem. IV.
22. 205.	5. 225.	Def. 3. G. §. 116.
23. 208.	6. 45.	6. 117.
26. 251.	7. 77.	Pr. 5. 294.
27. 255.	8. 70.	297.
28. 255.	9. 56.	6. 353.
29. 233.	10. 46.	7. 351.
30. 232.	Pr. I. 295.	11. An. 279.
31. 258.	3. 291.	12. G. 355.
32. 239.240.	4. 332.	15. 357.
33. 257.	5. 288.	Elem. V.
34. 335.337.	6. 287.	Def. I. Ar. 30.
35. 383.	7. 303.	2. 142.
36. 383.	8. 302.	3. 126.
37. 385.	9. 173.	4. 131.
38. 385.	10. 203.	5. 219.
41. 386.	14. 298.	6. 155.
44. 391.	15. 299.301.	7. 158.
45. 391.	16. 304.305.	8. 155.
46. 338.	17. An. 291.	9. 156.
47. 417.	18. G. 308.	10. 159.216.
48. 417.	19. 309.	11. 159.216.
Elem. II.	20. 313.	13. 173.
Pr. 1. An. 91.	21. 315.	14. 169.
2. 93.	22. 350.	15. 190.
3. 86.	25. 295.	16. 193.
4. Ar. 261.	26. 315.	17. 193.
An. 95.	27. 315.	18. 194.195.
		Def.

II. I N D E X.

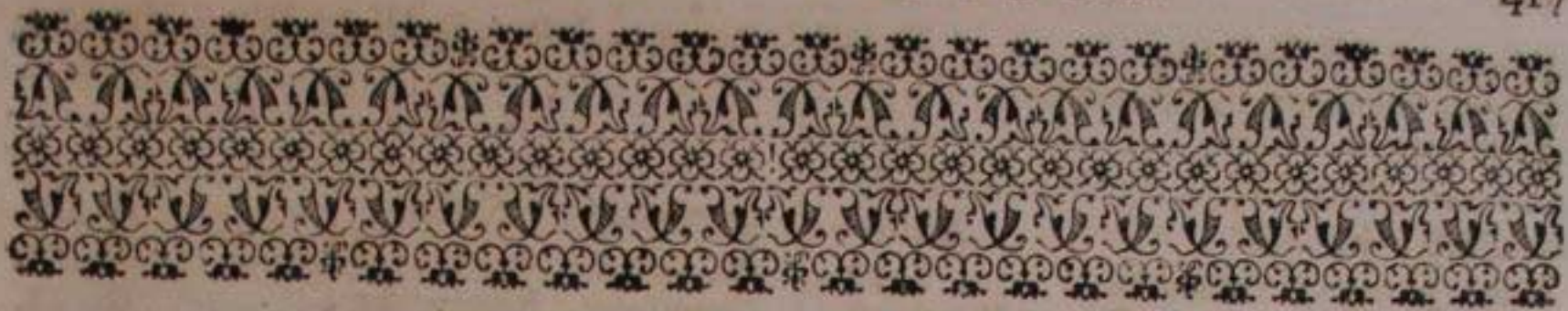
Def. 19. Ar. §. 194.	Pr. 19. G. §. 398.	Pr. 20. Ar. §. 298.
20. 195.	20. 403.	22. 198.
Pr. 4. 185.	23. 376. 388.	Elem. VIII.
5. 188.	30. An. 258.	Pr. 11. Ar. §. 259.
6. 188.	33. G. 314.	12. 259.
7. 168.	Elem. VII.	13. 260.
8. 203. 205.	Def. 1. Ar. §. 3. 4.	Elem. IX.
9. 177.	2. 10.	Pr. 21. An. §. 72.
10. 204. 206.	3. 30.	22. 75.
11. 167.	4. 30.	23. 75.
12. 155.	5. 142.	24. 72.
15. 178.	6. 72.	25. 73.
16. 173.	7. 73.	26. 74.
17. 193.	11. 75.	27. 73.
18. 190.	12. 79.	28. 72.
19. 188.	13. 76.	29. 74.
22. 194.	14. 80.	30. 79.
23. 198.	15. 66. 69.	35. 119.
Elem. VI.	18. 246.	36. 248.
Def. 1. G. 175.	19. 248.	Elem. X.
2. An. 261.	20. 155.	Def. 1. Ar. §. 31.
3. 258.	22. An. 248.	2. 31.
4. G. 227.	23. Ar. 74.	6. 39.
5. Ar. 159.	24. 126.	7. 43.
Pr. 1. G. 389.	26. 159.	Pr. 3. 230.
2. 268.	27. 217.	5. 163.
3. 269.	Ax. 7. 210.	6. 160.
4. 267.	9. 212.	7. 163.
5. 207.	Pr. 1. 230.	8. 164.
6. 183.	2. 228.	117. G. 421.
8. 329.	11. 188.	Elem. XI.
9. 274.	12. 187.	Def. 1. G. §. 444.
10. 275.	13. 173.	3. 486.
12. 271.	14. 194.	4. 494.
13. 327.	16. 207.	6. 476.
16. 378.	17. 178.	8. 498.
17. 377.	18. 178.	9. 564.
18. 360.	19. 297. 299.	11. 445.
		Def. 12.

## II. I N D E X

Def. 12. G. §. 472:	Pr. 11. G. §. 505.	Pr. 8. G. §. 578.
13.   456.	12.   502.	9.   580.
14.   470.	13.   488.	10.   547.
15.   470.	14.   497.	11.   573.
16.   470.	15.   500.	12.   578.
17.   470.	16.   499.	14.   573.
18.   467.	17.   501.	15.   580.
19.   467.	18.   506.	18.   579.
20.   468.	19.   508.	Elem. XIII.
27.   475.	21.   452.	Pr. 8. An. 294.
28.   475.	28.   537.	9.   275.
29.   475.	29.   535.	10.   279.
30.   462.	30.   535.	12.   268.
Pr. 1.   478.	31.   535.	13.   299.
2.   480. 481.	32.   573.	14.   305.
3.   482.	33.   578.	15.   302.
4.   484.	34.   580.	16.   311. &
5.   491.	Elem. XII.	seqq.
6.   492.	Pr. 1. G. 408.	17.   308. &
7.   483.	2.   408.	seqq.
8.   492.	5.   573.	18.   301. 304.
9.   495.	6.   573.	307. 310.
10.   496.	7.   543.	311.

## FINIS INDICIS SECUNDI

III. IN-



III.

# INDEX AUTORUM,

*Qui in Commentatione de precipuis scriptis mathematicis recensentur.*

Notes velim Numerum Romanum Caput, ceteros vero §§. ejusdem designare.

A.

<b>A</b> Balphatus Asphahamensis,	III. 13.
Albategnius,	IX. 2. 12.
Alberti, Andreas,	VIII. 21.
de Albertis, Leo Baptista,	XI. 1. 2. 3.
Alexander, Dominicus Jacobus,	VI. 27. 31.
Alhazen,	VIII. 2. 3. 31.
Alimarus, Dorotheus,	X. 20.
Alingham, Wilhelmus,	I. 8.
Alphonsus IX.	IX. 25.
S. Andreas Hierosolymitanus,	X. 2.
Anonymi,	VI. 26. VII. 8. IX. 2. 57. XI. 15. 26. 30. XIII. 17. 27.
Apollonius Pergæus,	I. 1. 24. III. 11. 13. 25. 28. 29. IV. 1. VII. 14.
Aratus,	X. 2.
Archimedes,	I. 24. 34. III. 11. 12. 13. 29. VI. 1. VII. 1. 14.
Ardûser, Joannes,	III. 34.
des Argues,	XI. 24.
Aristæus,	III. 13. IV. 1.
Aristarchus Samius,	I. 34. VII. 14.
Athenæus,	I. 30.
Auzout,	I. 31. 37.
<b>B</b> Achetus, Casparus,	IV. 2.
Bacon, Rogerius,	VIII. 5.
Baker, Thomas,	IV. 8.
<i>Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.</i>	

Baldus, Bernhardinus,	I. 30. XI. 1.
Balianus, Johannes Baptista,	VI. 5. VII. 10.
Bara, J.	VIII. 20.
Baratteri, Johannes Baptista,	XI. 26.
Barlaamus Monachus,	II. 5.
Barrowius, Isaacus,	III. 2. II. 19. 29. IV. 8. 23. VIII. 14.
Bartholinus, Erasmus,	IV. 6.
Bartschius, Jacobus,	V. 10.
Bayerus, Johannes,	IX. 35.
Johannes Hartmannus,	II. 16.
Johannes Matthias,	VI. 22.
de Beaune, Florimundus,	IV. 6.
Bedford, Arturus,	X. 6.
Beeren, Thomas Leonhardus,	XII. 1.
Behr, Johannes Henricus,	XIII. 25.
de Belidor,	VII. 18. XII. 8. XIII. 34.
Berger, Christianus Philippus,	VI. 27. IX. 36.
Bernoulli, Daniel,	VII. 12.
Jacobus,	IV. 18. 21. IX. 39.
Johannes,	IV. 14. 18. 19. 31. 33. 35. 36. X. 21.
Nicolaus,	IV. 14. X. 21.
Beroaldus, Franciscus,	VI. 20.
Besson, Jacobus,	VI. 20.
G g g	
Beve.	









## INDEX AUTORUM.

427

- Kinckhuyfen*, Gerhardus, IV. 12.  
*Kircherus*, Athanasius, I. 2. III. 40. VIII. 16.  
*Klimmius*, Johannes Albertus, IX. 44.  
*Kolhans*, Johannes Christophorus, VIII. 17.  
*Kresa*, Jacobus, V. 22.  
**L.**  
*de L Agny*, I. 37.  
*Lalovera*, Antonius, III. 26.  
*Lambion*, Lambertus, XIII. 30.  
*Lamy*, Bernhardus, III. 6. IV. 10. VI. 2.  
     VII. 5. VIII. 21.  
*Landsbergius*, J. H. XIII. 12.  
*Langhansen*, Christophorus, IX. 43.  
*Langley*, Batty, III. 36. XI. 29.  
*de Lanis*, Franciscus Tertius, VII. 4.  
*Lansbergius*, Philippus, I. 26. V. 7. IX.  
     13. 16. 17. 28.  
*Lauterbach*, Johannes Balthasar, XI. 14.  
*van Leeuwenhoek*, Antonius, VIII. 19.  
*Leibnitiuss*, Godofredus Guilielmus, I. 11.  
     12. 21. 34. II. 15. IV. 10. 20. 22. 23. 31.  
     33. 34. 35. IX. 16.  
*Leotaudus*, Vincentius, II. 12.  
*Leupoldus*, Jacobus, VI. 20. VII. 19.  
*Leutmannus*, Joannes Georgius, IV. 26.  
     VIII. 18.  
*Leyborn*, Wilhelmus, I. 5.  
*Liebknecht*, J. G. X. 13.  
*Limpergh*, Petrus, VI. 23.  
*Longoiontanus*, Christianus Severinus,  
     IV. 14. 16. 27.  
*Lorenzini*, Laurentius, III. 22.  
*Lorinus*, Bonajutus, XIII. 19.  
*de Lorme*, Philibertus, XI. 24.  
*Lowthorp*, Joannes, I. 36.  
*Lucas Pacirolus de Burgo S. Sepulchri*, II.  
     6. IV. 3.  
*Ludovicus*, Ferrariensis, IV. 3.  
*Ludolphus à Ceulen*, III. 21.  
**M.**  
*Ac Laurin*, Colinus, IV. 37.  
*Maffejus*, Scipio, XI. 17.  
*Maginus*, Joannes Antonius, IX. 55.  
*le Maître*, Alexander Christianus, XIII. 20.  
*de Maleseux*, III. 6.  
*Mallet*, Allain Maneffon, III. 30. XIII. 28.  
*Manfredi*, Eustachius, I. 40. IX. 52. 53.  
     56. X. 7.  
     Gabriel, I. 40. IV. 20.  
*Maphæus*, Thomas Pius, X. 7.  
*Maraldus*, IX. 6.  
*de Marchettis*, Angelus, III. 7. 27.  
*Marinonius*, Joannes Jacobus, VIII. 13.  
*Mariottus*, I. 31. VI. 11. VII. 2. 10. 19.  
     VIII. 13.  
*Marolois*, XIII. 27.  
*de Martino*, Nicolaus, III. 16.  
*Martius*, Georgius Conradus, XIII. 25.  
*Maurolycus*, Franciscus, I. 32. II. 9. VII. 14.  
*de Maupertuis*, IX. 25. 39.  
*S. Maximus Martyr*, X. 2.  
*de Medrano*, Don Sebastian Fernandez,  
     XIII. 24.  
*Megerlinus*, Petrus, IX. 41.  
*Melder*, Gerhardus, XIII. 1.  
*Menechmus*, IV. 8.  
*Menelaus*, VII. 14.  
*Mercator*, Nicolaus, I. 5. IV. 21. IX. 23. 27.  
*Mersennus*, Marinus, I. 31. 37. VII. 14.  
*Metus*, Adrianus, II. 14. III. 34. X. 39.  
*Meyer*, Cornelius, XI. 16.  
*Mezzavacca*, IX. 56.  
*Michaëlis*, Georgius, X. 32.  
*Mieth*, Michael, XII. 2.  
*Milnes*, Jacobus, III. 14.  
*Miscellanea Berolinensia*, I. 38.  
*Mæstlinus*, Michaël, IX. 2. 24.  
*de Moivre*, Abrahamus, IV. 14. 29.  
*Molerus*, Elias, IX. 43.  
*Molyneux*, Wilhelmus, VIII. 8.  
*de Monmort*, Remundus, IV. 14.  
*Moore*, Jonas, I. 3.  
*Morinus*, Johannes Baptista, IX. 27. 58.  
*Morlandus*, Samuel, II. 15.  
*Motte*, Benjaminus, I. 36.  
*Muet*, XI. 15.  
*Müller*, Johannes Ulricus, X. 32.  
*Münsterus*, Sebastianus, X. 8. 19.  
*Muhammedes*, Tixinus, IX. 32.  
*van Musschenbroek*, Petrus, X. 23.  
     G G G. 3. *Mydase*



- Robervallius*, Ægidius Personerus, I. 31. 37. IV. 8.  
*Robins*, Benjamin, VII. 12.  
*Ræmerus*, Olaus, I. 37. VII. 10. IX. 50. 51. 54.  
*Rohault*, Jacobus, VI. 2.  
*Rolle*, IV. 13.  
*Romanus*, Adrianus, I. 25.  
*Ronayne*, IV. 32.  
*Rondelii*, Geminianus, V. 15.  
*Rosetti*, Donatus, XIII. 7. 20.  
*de Rossi*, Dominicus, XI. 12.  
*Rostius*, Joannes Ludovicus, IX. 45.  
*Rothmannus*, Christophorus, IX. 2.  
*Rozard*, XIII. 23.  
*Rudolphus*, Christophorus, IV. 3.  
*Ruggieri*, Ferdinandus, XI. 20.  
*de Rufenstein*, Henricus Rufus Baro, XIII. 3.
- S.
- S** *Accherius*, Hieronymus, III. 9.  
*de Saint Julien*, Chevalier, XII. 5. 7. XIII. 24. 27.  
*Salmasius*, Claudius, XI. 1.  
*Santini*, Vincentius, III. 16.  
*Sardius*, XIII. 27.  
*Scaliger*, Josephus, I. 24. X. 1.  
*Scamozzi*, Vincentius, XI. 8. 9.  
*Scarlet*, Eduardus, VIII. 15.  
*Scheffelt*, Michaël, III. 39.  
*Scheinerus*, Christophorus, VIII. 11. IX. 39.  
*Scheiter*, Joannes Bernhardus, XIII. 8. 27.  
*Scheubelius*, Joannes, III. 3.  
*Scheubler*, Joannes Jacobus, X. 34.  
*Schickardus*, Wilhelmus, IX. 2. 35.  
*Schildknecht*, Wendelinus, XIII. 16.  
*Schmidius*, Joannes Andreas, III. 6.  
*Schonerus*, Joannes, III. 5. V. 2. IX. 25. 35. 37. 46. 58.  
Andreas, IX. 46.  
*à Schooten*, Franciscus, III. 25. IV. 6. 7. 14.  
*Schottus*, Casparus, I. 2. 41. II. 12. III. 40. VI. 28. 29. VII. 16. IX. 48.  
*Schreckenbuchsius*, Erasmus Oswaldus, IX. 24.
- Schvventerus*, Daniel, I. 42. III. 31.  
*Schyrlæus de Rheita*, Antonius Maria, IX. 42.  
*Scipio Ferreus*, IV. 3.  
*Serenus*, III. 13.  
*Sererius*, Josephus, I. 13. 20.  
*Serlius*, Sebastianus, XI. 4.  
*le Seur*, Thomas, VI. 16.  
*Seyler*, Joannes Christianus, XI. 9.  
*Sharpius*, Abrahamus, III. 35. IX. 7.  
*Simienovvitz*, Casimirus, XII. 1.  
*Slufius*, Renatus, IV. 8.  
*Smith*, Jacobus, XI. 2. 3.  
Robertus, IV. 30. VIII. 26.  
*Snellius*, Willebrordus, I. 1. III. 21. V. 6. VIII. 7. IX. 2. 19. 23.
- Speckle*, Daniel, XIII. 13.  
*Stadius*, Joannes, IX. 55.  
*Stengel*, Johannes Peterfon, X. 32.  
*Stephanus de Angelis*, III. 24.  
*Stevinus*, Simon, I. 23. VI. 2. 3. VII. 14.  
*Stifelius*, Michaël, II. 7. IV. 3. V. 14.  
*Stirling*, Jacobus, IV. 26. 28.  
*Stone*, Edmondus, IV. 19.  
*Strada*, Jacobus, VI. 20. XI. 4.  
*Strauchius*, Ægidius, IX. 35. X. 5.  
*Streete*, Carolus, IX. 28.  
Thomas, IX. 20.  
*Sturmius*, Joannes Christophorus, I. 9. III. 11. X. 30. XIII. 22.  
*Sturmius*, Leonhardus Christophorus, I. 10. III. 38. VII. 19. X. 13. XI. 7. 11. 21. XIII. 5. 10. 27.
- Sully*, Henricus, VI. 27.  
*Surtrey de St. Remy*, XII. 3.  
*Sutherland*, Wilhelmus, XI. 28.  
*Süttinger*, Daniel, XIII. 10.  
*Swizer*, Stephanus, VII. 16.
- T.
- T** *Acquet*, Andreas, I. 28. II. 11. III. 2. 11. 33. VIII. 14. IX. 15. 38.  
*Tartaglia*, Nicolaus, II. 8. III. 2.  
*Tatius*, Achilles, X. 2.  
*Taylor*, Jacobus, I. 8.  
Brook, IV. 31.  
*Teyler*, Joannes, XIII. 33.  
Theop.

- Theodosius*, I. 1. 4. 24. III. 11. 29. VII. 14.  
*Toricellius*, Evangelista, I. 31. 37. III. 12.  
VI. 5.  
*Traberus*, Zacharias, VIII. 16.  
*Trapezuntinus*, Georgius, IX. 10.  
*Trevigar*, L. IV. 39.  
*Trevv*, Abdias, III. 32.  
de *Tschirnhausen*, Ehrenfried *Waltherus*,  
IV. 12.  
*Tycho de Brahe*, IX. 2. 27. 32. 47.  
V.  
**V**  
*Valck*, Gerardus, IX. 37.  
*Varcinus*, Amatus, I. 4.  
*Varenius*, Bernhardus, X. 12.  
*Varignonius*, IV. 19. VI. 3. 4. 14. VII. 11.  
de *Vauban*, Comes, XIII. 5. 17. 23. 26.  
27. 32.  
*Ubalus*, Guidus, VI. 2. VII. 14.  
de *la Vergne*, Jacobus, XIII. 21.  
*Veteranus*, Simon Laurentius, I. 28.  
*Victoria*, X. 2.  
*Vieta*, Franciscus, I. 1. 24. 25. IV. 4. 9. X. 7.  
*Vignola*, Jacobus Barozzius, XI. 7. 9. 10.  
de *Ville*, Antonius, XIII. 17. 27.  
*Villemot*, Philippus, IX. 16.  
*Vingboon*, Philippus, XI. 16.  
*Virdungus*, Joannes, IX. 25.  
*Vitalis*, Hieronymus, I. 16.  
*Vitellio*, I. 31. VIII. 3.  
*Vitruvius*, XI. 1. 10.  
*Viviani*, Vincentius, I. 33. III. 13. 22. 26.  
*Vlacq*, Adrianus, V. 11. 21.  
*Ulugh Beigh*, IX. 32.  
*Vogel*, Johannes, XI. 23.  
*Voigtel*, Nicolaus, III. 38.  
*Ursinus*, Benjamin, V. 9.  
*Uttenhoeffer*, Casparus, X. 34.  
W.  
**W**  
*Aller*, Richardus, X. 24.  
*Wallisius*, Joannes, I. 34. II. 12.  
IV. 17. 18. VI. 7. 8. VII. 5.  
*Waltherus*, Bernhardus, IX. 2. 25.  
*Wardus*, Joannes, X. 18.  
Sethus, V. 16. IX. 18. 19. 20.  
*Warnerus*, *Waltherus*, IV. 5.  
*Weidlerus*, Joannes Fridericus, III. 38.  
*Weigelius*, Erhardus, X. 7. 10.  
*Weinig*, Joannes Christophorus, VII. 2.  
*Wells*, Eduardus, II. 12.  
*Welperus*, Eberhardus, X. 29. 30.  
*Wernerus*, Joannes, IX. 2. 25.  
*Wertmüller*, Johannes Jacobus, XIII. 29.  
*Whiston*, Guilielmus, III. 2. IV. 12. IX.  
23. 28.  
*Wideburgius*, Joannes Bernhardus, IX. 43.  
*Wilhelm*, Joannes, XI. 23.  
*Wilhelmus*, Landgravius Hassæ, IX. 2.  
*Willichius*, Jodocus, II. 2.  
*Wilson*, Henricus, III. 33. V. 16. X. 16.  
*Wing*, Vincentius, IX. 2. 20.  
de *Witt*, Joannes, IV. 6. IX. 38.  
*Wolfius*, Christianus, I. 11. II. 13. III. 10.  
VII. 7.  
Jeremias, XI. 21.  
*Wormbser*, David, XIII. 19.  
*Wotton*, Henricus, XI. 1.  
*Wren*, Christophorus, VI. 7.  
*Wurstisius*, Christianus, IX. 24.  
a *Wurtzelbauer*, Joannes Philippus, IX. 49.  
X.  
**X**  
*ylander*, Guilielmus, II. 2. IV. 2. 3.  
Z.  
**Z**  
*Ahn*, Joannes, VIII. 16.  
*Zanottus*, Franciscus Maria, I. 40.  
a *Zesen*, Philippus, XIII. 28.  
*Zimmermann*, Joannes Jacobus, IX. 29.  
41. 43.  
*Zumbach de Kæsfeld*, Lotharius, IX. 36.  
van *Zyl*, Joannes, IV. 23.

FINIS INDICIS TERTII.

IV. IN-



## IV.

# I N D E X

## R E R U M E T V E R B O R U M

### T O M O I.

#### C O N T E N T O R U M.

Notes velim, literam *c.* Commentationem de methodo mathematica, *a.* Arithmeti-  
 cam, *g.* Geometriam, *t.* Trigonometriam planam, *f.* Analyfin finitorum,  
*i.* Analyfin infinitorum; & numeros §§. designare: ubi vero  
 nulla numeris adscribitur litera, eos referri  
 ad proxime præcedentem.

## A.

**A** *Baci Pythagorici* constructio, *a.* 109.  
 necessitas, 110.

*Abscissa*, *f.* 37.

*Additio*. Definitio, *a.* 61. quomodo ab-  
 solvatur, 96. 98. in numeris concretis,  
 99. examen, 101. 107. hujus funda-  
 mentum, 103. signum, 63. quomodo  
 addiscatur, 97.

*Additio iterata ejusdem numeri* quid sit,  
*a.* 62.

*Æqualitas*. Definitio, *a.* 15. signum, 18.  
 19. unde colligatur, 87. 88. 91. 93. 94.  
 175. 176. 177.

*Æqualitas angulorum* unde colligatur, *g.*  
 167.

*Æquatio*. Definitio, *f.* 133. natura expli-  
 cata, 329. reductio per analogias, 259.  
 266. 268. 289. transformatio in aliam,  
 354. in locales resolutio, 620.

*Wolffii Oper. Mathem. Tom. V.*

*Æquatio algebraica* quænam dicatur, *f.*  
 378.

*Æquatio biquadratica* quomodo construa-  
 tur, 616. & *seqq.* 622. quomodo resol-  
 vatur, 362. quomodo ad cubicam redu-  
 catur, 361.

*Æquatio Circulorum superiorum* generalis,  
 517.

*Æquatio Cissoïdis*, 548.

*Conchoïdis*, 538.

*Æquatio cubica*. Definitio, 139. quomodo  
 resolvatur, 358. quomodo construatur,  
 607. & *seqq.* 622.

*Æquatio Ellipsis*, 420. 431. 432. 454.  
*evolutæ* quomodo inveniatur, *i.*  
 321.

*exponentialis*. Definitio, 270.

*Æquatio hyperbolæ* respectu axis, *f.* 459. &  
*seqq.* 534. intra asymptotos, 488. 490.  
 respectu diametri, 500. 501.

H h h

*Æquatio*

- Æquatio hyperbolarum infinitarum*, f. 425.  
*Æquatio parabolæ externæ*, 419. internæ respectu axis, 388. respectu diametri, 416.  
*Æquatio parabolæ infinitarum*, 519.  
*Æquatio simplex*. Definitio, 138. constructio geometrica, 252.  
*Æquatio quadratica*. Definitio, 139. constructio geometrica, 253. reductio ad inventionem linearum reciprocarum, 263. 265.  
*Æquationum superiorum* constructio geometrica, 605. & seqq.  
*Æquemultiplicium* proportio, a. 219. ex *Æquo* proportionalia, 194. 198.  
*Aggregatum*. Definitio, 61.  
*Algebra*. Definitio, f. 132. applicatio ad problemata arithmetica determinata, 144. & seqq. indeterminata, 223. & seqq. ad Geometriam elementarem, 250. & seqq. sublimiorem, 367. & seqq. Trigonometriam planam, 316.  
*Alternatio* rationum, a. 173.  
*Altitudo* figuræ. Definitio, g. 115. qualis linea fit, 227.  
*Altitudo oblongi*, 229. quadrati, 229.  
*Altitudo* trianguli quomodo inveniatur, 394. quomodo ex lateribus computetur, 287.  
*Altitudo* trianguli reſtangi, 228.  
*Altitudines*, quomodo metiamur, g. 284. & seqq. r. 75. 83.  
*Anagrammata* omnia possibilia detegendi modus, f. 131.  
*Analysis mathematica*. Definitio, f. 1.  
*Analyſeos perfectæ* exemplum, a. 84. 85.  
*Angulus*. Definitio, g. 54. quomodo denominetur, 55. describatur, 155. alteri æqualis construatur, 208. metiendi modus, 152. bisectio 209. 269. 270. trisectio, f. 629. quantitas a cruribus independens, g. 140. quomodo hæc æstimetur, 58. 59.  
*Anguli* quomodo distinguantur, g. 58. quomodo in figura reſtilinea per calculum eruantur, t. 54.  
*Angulorum æqualitas* unde colligatur, g. 141. 142.  
*Angulorum æqualium* quales sint mensuræ, *ibid.*  
*Angulorum* circa idem punctum constitutorum ratio ad reſtum, 159. 160.  
*Angulorum congruentia*, 166. similitum ratio, 174.  
*Angulus acutus*. Definitio, g. 66. relatio ad reſtum, 146.  
*Anguli alterni*. Definitio, g. 68. ratio intra parallelas, 233.  
*Anguli contigui*. Definitio, g. 60.  
*Angulus contactus*. Definitio, 76. qualis sit, 305. 306.  
*Angulus deinceps positus*. Definitio, 62. qualis sit, 63. 64. quando in campo eum metiri teneamur, 150. 151.  
*Angulorum deinceps positorum* ratio ad reſtum, 147. quot iidem sint graduum, 148.  
*Angulus ad centrum*. Definitio, g. 72. qualis sit, 73. ratio ad angulum ad peripheriam, 313.  
*Angulus extra centrum*. Definitio, 74. 75. mensura, 315.  
*Anguli homologii*. Definitio, g. 110.  
*Angulus obliquus*. Definitio, 66.  
*Angulus obtusus*. Definitio, 66. relatio ad reſtum, 146.  
*Angulorum obtusorum* sinus, t. 6.  
*Anguli oppositi*. Definitio, g. 69. oppositus externus, *ibid.* internus, *ibid.*  
*Angulus ad peripheriam*. Definitio, g. 70. Mensura, 314.  
*Anguli ad peripheriam* quando æquales, 315.  
*Angulorum in polygono* summa quomodo inveniatur, 343.  
*Angulorum in polygono regulari* quantitates, 345. quomodo inveniatur, 344. 349.  
*Angulus segmenti*. Definitio, g. 77.  
*Anguli majoris segmenti* mensura, 323. Anguli

*Anguli minoris segmenti mensura*, g. 322.  
*Angulus in segmento*. Definitio, g. 70.  
*Angulus in maiore segmento qualis*, 318.  
 ratio ad angulum majoris segmenti, 323.  
*Angulus in minore segmento qualis*, 319. ra-  
 tio ad angulum minoris segmenti, 323.  
*Angulus in semicirculo qualis*, 317.  
*Angulus reclus*. Definitio, g. 65. mensura  
 qualis, 143. 144.  
*Anguli recli quando æquales*, 145.  
*Angulus solidus*. Definitio, 445. 448. pro-  
 prietates, 446. & seqq. æqualitas, 449.  
 similitudo, 451. magnitudo, 452.  
*Anguli verticales*. Definitio, g. 67. ratio  
 ad se invicem, 156.  
*Annuli area quomodo inveniatur*, 433.  
*Antecedens rationis*, a. 126.  
*Antilogarithmus*, t. 31.  
*Arcus*. Definitio, g. 41. quomodo bisece-  
 tur, 293. perficiatur, 295. trisece-  
 tur, f. 629. per datum numerum multiplice-  
 tur, 326. in communi mensura per cal-  
 culum inveniatur, t. 49.  
*Arearum ichnographiæ quomodo perficien-  
 dæ*, g. 363. & seqq.  
*Areæ curvæ elementum*, i. 99.  
*Arithmetica*. Definitio, a. 1.  
*Arithmetica practica*. Definitio, a. 1. an sit  
 methodus inveniendi, 2.  
*Arithmetica infinitorum*. Definitio, i. 333.  
 usus in Geometria, 348. & seqq.  
*Arithmetica irrationalium*. f. 59. & seqq.  
*Arithmetica speciosa*. Definitio, f. 2.  
*Arithmetice proportionalia*. Definitio, a.  
 323. proprietates, 324. & seqq.  
*Artis characteristicæ præstantia*, a. 52.  
*Artis inveniendi regulæ ab Algorithmò ab-  
 tractæ*, a. 125.  
*Asymptotus Cissoïdis*, f. 549.  
 Conchoidis, 537.  
*Asymptoti Hyperbolæ*. Definitio, 474.  
*Asymptoti curvarum algebraicarum quo-  
 modo determinantur*, t. 46.  
*Atramentum in Geometria practica quale  
 commendandum*, g. 164.

*Axioma*. Definitio, c. 30. quænam propo-  
 sitiones in hunc numerum referantur,  
 31. abusus circa ea vitandus, 32. quo-  
 modo numerus minuatur, 33. quænam  
 cum axiomatis confundantur, 34.  
*Axiomata mathematica*, a. 81.  
*Axis conjugatus*. Definitio, f. 461.  
*Axis sphaeræ*, g. 470.  
*Axis transversus*. Definitio, f. 459.  
 B.  
**B***Aculi quomodo in linea recta terræ in-  
 figantur*, g. 125.  
*Basis figuræ*. Definitio, 112. 113.  
*Binomium quomodo ad dignitatem quan-  
 cunque evehendum*, f. 95. & seqq.  
*Biquadratum*. Definitio, a. 252.  
 C.  
**C***alculus differentialis*. Definitio, i. 1.  
 regulæ, 10. & seqq. usus in deter-  
 minandis tangentibus, 20. & seqq. in  
 determinandis maximis & minimis, 61.  
 & seqq.  
*Calculus differentio-differentialis*. Definitio,  
 i. 293. usus in determinandis evolutis  
 curvarum & radio osculi, 313. & seqq.  
 item puncto flexus contrarij, 301. &  
 seqq.  
*Calculus exponentialis*. Definitio, i. 263.  
 regulæ, 266. 267. usus, 271. & seqq.  
*Calculus integralis*. Definitio, i. 91. usus  
 in quadrandis curvis, 97. & seqq. in re-  
 ctificatione curvarum, 143. & seqq. in  
 cubandis solidis, 196. & seqq. in doctrina  
 Logarithmorum, 255. in methodo tan-  
 gentium inversa, 72. & seqq.  
*Calculus literalis in integris*, f. 27. & seqq.  
 in fractis, 41. & seqq. pro potentiis, 54.  
 & seqq. usus in inveniendis theorematis,  
 72. & seqq.  
*Calculus potentiarum*, f. 54. & seqq.  
*Calculus summatorius*. Definitio, i. 91.  
*Calculi universalis idea*, a. 95.  
*Cathetus*. Definitio, g. 96.  
*Centrum*. Definitio, g. 37.  
*Centrum Hyperbolæ*. Definitio, f. 461.  
 H h h 2 Centrum

- Centrum sphaerae*, g. 470.  
*Chorda*. Definitio, g. 38. quænam maxima, 299. quomodo ex arcu inveniatur, 171. quomodo ex alia Chorda data, i. 184.  
*Chordarum* proprietates, f. 310. & seqq. relatio ad se invicem, g. 301. in circulo ductarum proprietates & symptomata, 289. 290. 291. 292. 298. 312. se mutuo secantium proprietates, 334. 381.  
*Chorda arcus dimidii* quomodo inveniatur, g. 423.  
*Chordæ arcuum multorum* quomodo inveniatur, f. 326.  
*Circinus* qualis esse debeat, g. 133.  
*Circulus*. Definitio, g. 37. descriptio, 131. 132. 294. per quæ determinetur, 294. quando alterum fecet, 197.  
*Circuli ad triangulum sibi æquale* reductio, g. 410. subtangens, i. 23. subnormalis quomodo determinetur, 38. rectificatio, 153. 157. 158. quadratura, 124. area quomodo inveniatur, g. 429. & seqq.  
*Circulo* quomodo quadratum circumscribatur, g. 351. quomodo polygonum regulare, 335.  
*Circuli concentrici*. Definitio, g. 44. symptomata, 137.  
*Circuli eccentrici*. Definitio, g. 44. quanam sint, 49. 287. 288.  
*Circuli se extus tangentés* quales sint, g. 49.  
*Circuli se intus tangentés* quales sint, 187.  
*Circuli se mutuo secantes* quales sint, 288.  
*Circuli superiorum generum*. Definitio, f. 516. æquatio, 517.  
*Circulorum æqualitas* unde colligatur, g. 171.  
*Ciculorum congruentia* unde colligatur, g. 164. 296.  
*Ciculorum ratio ad se invicem*, 409. 412.  
*Ciculorum sectio*, 203.  
 symptomata, 287. & seqq.  
*Ciculorum infinitorum* maxima applicata, i. 65. subtangens, 24. subnormalis, 39.  
*Cissois DIOCLIS*. Definitio, f. 544. æquatio, 548. genus, 550. proprietates, 545. & seqq. subtangens, i. 31. subnormalis, 43. quadratura, 133.  
*Citationum usus in demonstrando*, c. 44.  
*Combinations omnes possibiles* quomodo inveniatur, f. 220.  
*Combinationum numerus* quomodo inveniatur, 219.  
*Commensurabilia*. Definitio, a. 31. quænam sint, 160. ratio ad se invicem, 163. 164. rationis exponens, 166.  
*Communicantia irrationalia*, f. 63.  
*Complementum ad totum* quid dicatur, a. 9.  
*Compositio rationum*, 190.  
*Compresentia* quid significet, 27.  
*Conchilis*, f. 535.  
*Conchois NICOMEDIS prima & secunda*. Definitio, f. 535. æquatio, 538. proprietates, 536. 537. punctum flexus contrarii, i. 310. quadratura, 138. subtangens, 49. subnormalis, 49.  
*Conchoidum species*, f. 540. 543.  
*Conchoides infinitæ*, 541.  
*Congruentia*. Definitio, g. 3. quid sit, 161.  
*Congruentia angulorum*, 166. linearum, 163. magnitudinum, 162.  
*Conoides parabolicum* quomodo cubetur, i. 202. 214. 352. quomodo superficies ejus complanetur, 223.  
*Conoidis hyperbolici* cubatio, i. 208. 209.  
*Conus*. Definitio, g. 467. proprietas, 468. constructio, 523. ad prisina reductio, 547. quomodo soliditas inveniatur & superficies, g. 548. i. 199. 220. 351. quomodo superficies ad triangulum, g. 519. ad sectorem reducatur, 520.  
*Conus reclus*. Definitio, g. 467.  
*scalenus*. Definitio, g. ibid.  
*Coni truncati* constructio, 524. soliditas & superficies computanda, 549.  
*Coni superiorum generum*. Definitio, f. 527.  
*Conorum æqualitas* unde colligatur, g. 542. ratio ad se invicem, 572. & seqq.





- Cylindrus reclus*, g. 465.  
*scalenus*, 465.  
 D.
- D** *Ecagoni regularis* circulo inscribendi  
 latus quomodo inveniatur, f. 275.  
*Definitio* quid sit, c. 13. quomodo dividatur,  
 16. quotuplici modo consideretur,  
 30.  
*Definitiones* superflue num dentur in Ma-  
 thesi, 56.  
*Definitio nominalis* quenam sit, c. 17. quo-  
 modo ad eam perveniatur, 19. & seqq.  
 quomodo realitas demonstretur, 23. 24.  
*Definitio realis* quenam sit, 18. quomodo  
 inveniatur, 25. & seqq. quomodo possi-  
 bilitas demonstretur, 29.  
*Demonstratio* quam habere debeat formam,  
 c. 46. 47. quenam circa eam observanda,  
 39. & seqq.  
*Demonstrationes* quomodo tyronibus facili-  
 tentur, g. 158. num superflue dentur in  
 Mathefi, c. 56.  
*Denominator rationis*. *Definitio*, a. 36. f.  
 113. num. 117. & quando cum exponen-  
 te idem, 115.  
*Determinari eodem modo* quenam dicantur,  
 g. 119.  
*Diagonalis*. *Definitio*, g. 111. in quadra-  
 to quomodo se habeat ad latus, 421. in  
 polygono quocunque quomodo omnis in-  
 veniatur per calculum, t. 51. 53.  
*Diameter circuli*. *Definitio*, g. 39. quo-  
 modo circumulum dividat, 135. quomodo  
 inveniatur, 328. 434. quam rationem  
 ad peripheriam habeat, 413. 414. quo-  
 modo inveniatur, 425. quanta sit, 426.  
 427.  
*Diameter curvæ*. *Definitio*, f. 368. quo-  
 modo in Parabola, 414. 415. in Ellipse,  
 449. 450. 452. in Hyperbola determine-  
 tur, 492. 493.  
*Diameter conjugata*. *Definitio*, f. 374.  
*transversa*. *Definitio*, f. 373.  
*Differentia*. *Definitio*, a. 64.  
*Differentiales*, t. 31.  
*Differentiale*. *Definitio*, i. 6. signum, 8.  
 gradus, 296. quomodo integretur, 95.  
 quomodo demum differentietur, 267. &  
 seqq.  
*Differentiale areæ*. *Definitio*, i. 97. arcus,  
 144.  
*Differentiale exponentiale* quomodo integre-  
 tur, i. 267.  
*Digitus*. *Definitio*, g. 25.  
*cubicus*. *Definitio*, g. 477.  
*quadratus*. *Definitio*, g. 118.  
*Dignitas*. *Definitio*, a. 250. gradus, 252.  
 ligna, 254.  
*Dissimilitudo*. *Definitio*, a. 24.  
*Distantia*. *Definitio*, g. 15. exemplum, 16.  
 puncti a linea & plano, 225. puncti a  
 puncto in plano 192. punctorum peri-  
 pheriæ a centro circuli, 193.  
*Distantiæ locorum* quomodo inveniuntur,  
 g. 194. 195. 228. & seqq. t. 56. 65. 74.  
*Divergentia linearum*. *Definitio*, g. 83.  
 proprietates, 261.  
*Dividendus*. *Definitio*, a. 69.  
*Divisio*. *Definitio*, a. 69. signum, 71. exa-  
 men, 124. regulæ, 117. 119. 120.  
*Divisio* ejusdem per majus & minus, 202.  
 majoris & minoris per idem, 182.  
*Divisio* rationum, 193.  
*Divisor*. *Definitio*, 69.  
*Dodecaëdron*. *Definitio*, g. 475. construc-  
 tio, 528. quale corpus, 530. quomodo  
 sphæræ inscribatur, f. 310. quomodo la-  
 tus sphæræ inscribendi inveniatur, 308.  
 hujus ratio ad radium, 314.  
*Dolii* soliditatem in mensura fluidorum re-  
 perire, g. 588. & seqq.  
 DURERI *curva fornicum* qualis sit, f. 601.  
 E.  
**E** *Efficientes*. *Definitio*, a. 66.  
*Elementum areæ*, i. 98.  
 lineæ curvæ, 144.  
 solidi rotatione geniti, 197.  
 superficiæ ejusdem, 219.  
*Ellipsis*. *Definitio*, f. 420. descriptio, 426.  
 435. 436. 515. 594. 598. 600. proprie-  
 tates,





- Inæqualia*. Definitio, a. 15. eorum ad se invicem relatio, 16. 17. 21.  
*Inclinatio plani ad planum*. Definitio, g. 476.  
*Incommensurabilia*. Definitio, a. 31. ratio ad se invicem, 163. 164. quod dentur, g. 422.  
*In directum situm* quid significet, g. 61.  
*Infiniteſima*. Definitio, i. 2.  
*Infiniteſimum* quomodo ad dignitatem quamcunque elevetur, f. 102. 103. 104.  
*Inſiſtere* quando angulus dicatur, g. 56.  
*Inſtrumentum transportatorium* quodnam & quale ſit, g. 153. 154.  
*Inſtrumenti transportatorii reſtilinei* conſtructio, t. 42. uſus, 43. 44.  
*Integrorum* per fractiones diviſio, a. 245. ad fractiones reductio, 224.  
*Inverſio* rationum, 169.  
*Irrationalium* ad eandem denominationem, f. 59. 146. ad ſimpliciorum expreſſionem reductio, 61. algorithmus, 67. 68. ratio rationalis quomodo invenitur, 64.  
*Judicium* quando & quomodo acuatur ſtudio Matheſeos, c. 53. 54.  
 L.  
**L** Amellarum Neperianarum conſtructio, a. 113. uſus, 115.  
*Latus Coni*. Definitio, g. 467.  
*Latus educere ex dignitate* quid ſignificet, o. 256.  
*Latus figuræ*. Definitio, g. 35. quomodo quodlibet in figura reſtilinea per calculum eruatur, t. 52.  
*Latus hexagoni regularis* quomodo ſe habeat ad radium circuli circumſcripti, g. 356.  
*Latus numeri polygoni*. Definitio, f. 208. quomodo invenitur, 213.  
*Latus pentagoni regularis* quomodo ex data diagonali invenitur, f. 294.  
*Latus polygoni regularis circumſcripti* quomodo ex latere inſcripti invenitur, g. 424.  
 Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

- Latus potentiæ*. Definitio, a. 252.  
*Latus quadrati parallelogrammo vel triangulo æqualis* quomodo invenitur, g. 395.  
*Latus reſtilis*. Definitio, f. 388. transverſum. Definitio, 459.  
*Latera homologa* quænam dicantur, g. 110.  
*Latera polygonorum regularium* in fractionibus decimalibus radii, g. 47.  
*Limites æquationis* quomodo inveniantur, f. 356.  
*Linea*. Definitio, g. 10. termini, 11. proprietates, 12. 13. uſus, 14. quænam breviffima inter duo puncta, 191.  
*Linea*, pars digiti, 25.  
*Linea curva*. Definitio, g. 22.  
*Linearum congruentia*, 163.  
*Lineæ convergentes*. Definitio, 83. unde convergentia colligatur, 262. 263.  
*Lineæ divergentes*. Definitio, 84. unde divergentia colligatur, 261.  
*Linea normalis*, 78. obliqua, 80.  
*Linea parallela*. Definitio, g. 81. quomodo alteri ducatur, 258.  
*Linearum parallelarum ſymptomata*, 230. & ſeqq. 238. & ſeqq. 260.  
*Linea perpendicularis*. Definitio, 78. quando ſit, 79. quomodo ducatur.  
*Linearum proportionalium inventio*, g. 271. & ſeqq. 327. 338. duarum mediarum in continua proportione inventio, f. 624. proprietates, g. 377. 378.  
*Lineæ reciproæ*. Definitio, f. 261. quomodo inveniantur, 262. & ſeq.  
*Linea reſtilis*. Definitio, g. 17. differentia ab alia, 18. quomodo gignatur, 19. ducatur, 121. biſecetur, 210. in partes æquales, 274. proportionales dividatur, 275. quomodo media & extrema ratione ſecetur, f. 258. quomodo eam metiamur, g. 126. & ſeqq. quando centro applicata in periphæria terminetur, 173.  
*Linearum reſtilium ſectio* qualis ſit, g. 250. congruentia, 168. & ſeqq.

*Linea reéta ad planum perpendicularis.* Definitio, 486.  
*Linea secantium.* Definitio, f. 562. proprietates, 563.  
*Linea sinuum.* Definitio, 560. proprietates, 561.  
*Linea tangentium.* Definitio, 562. proprietates, 563.  
*Locus geometricus.* Definitio, f. 584.  
     *planus,* 585.  
     *solidus,* 585.  
     *primi, secundi, tertii &c. ordinis,* 585.  
*Locus ad circumulum.* Definitio, 584. constructio, 589.  
*Locus ad reétam.* Definitio, 584. constructio, 586.  
*Locus ad ellipſin* quomodo construatur, 588.  
*Locus ad hyperbolam* quomodo construatur, 590. 591.  
*Locus ad parabolam* quomodo construatur, 587.  
*Logarithmica.* Definitio, f. 552. proprietates, 554. & seqq. circulus osculator, i. 332. quadratura, 134. & seqq. 274. & seqq. reétificatio, 177. subnormalis, 280. subtangens, 54. 243.  
*Logarithmi.* Definitio, a. 334. proprietates, 337. & seqq. quomodo fuerint computati, 346. quomodo in Logarithmica, f. 555. in Hyperbola, i. 256. per arcus tractoriæ represententur, 253. quomodo inveniuntur, 255. quomodo eisdem respondentes numeri inveniuntur, 260. differentiale quomodo integretur, 266.  
*Logarithmorum Canonis* constructio, a. 346.  
*Logarithmus hyperbolicus binarii,* i. 257.  
*Logarithmus secantis* quomodo inveniatur, i. 30.  
*Logarithmus sinus* quomodo inveniatur, i. 261. i. 28.  
*Logarithmus tangentis* quomodo inveniatur, i. 29. i. 262.  
*Logistica speciosa.* Definitio, f. 2.

*Logistica linea.* Vide *Logarithmica.*  
*Logistici solidi* cubatio, i. 277. & seqq.  
*Logistica spiralis.* Definitio, f. 557.  
*Logisticæ spirales infinitæ,* 559.

## M.

**M***Magnitudo scalaris.* Definitio, a. 250.  
*Majoritas* unde colligatur, 89. 90. ejus signum, 22. 23. 204.  
*Majus.* Definitio, a. 20.  
*Mathesis* quomodo & quando iudicium acuat, c. 53. 54.  
*Maxima chorda* in circulo, i. 64. g. 299.  
*Maxima vel minima applicata* in curvis algebraicis quomodo determinetur, i. 63.  
*Media proportionalis linea* quomodo invenitur, g. 327. quomodo inveniuntur duæ in proportione continua, f. 624.  
*Medii arithmetici* inventio, a. 330.  
*Medius proportionalis* numerus quinam dicatur, 156. quomodo inveniatur, 301.  
*Mensura.* Definitio, g. 23. 24.  
*Mensura anguli.* Definitio, 57. quo radio describatur, 139.  
*Mensura anguli ad peripheriam,* 314.  
     *extra centrum,* 316.  
     *figuræ.* Definitio, 118.  
*Mensura linearum.* Definitio, 25. divisio, 26. diversitas in diversis locis, 26. unius ad aliam reductio, 130. ex qua materia fieri debeat, 127. & seqq.  
*Mensura numeri, communis, maxima, communis maxima.* Definitio, a. 77. 78. communis maxima quomodo inveniatur, 228. 230.  
*Mensura solidi.* Definitio, g. 477.  
*Mesologarithmus,* i. 31.  
*Methodus mathematica.* Definitio, c. 1. cur ita dicatur, 52. forma, 2. 13. 14. 15. ab objectionibus vindicata, 55. & seqq.  
*Methodi tangentium inversæ* exempla, 286. & seqq.  
*Methodus de maximis & minimis.* Definitio, i. 61.  
*Metiri* quid significet in Geometria, g. 23. quid

quid in Arithmetica , a. 74.  
*Minuendus numerus* quinam dicatur , a. 64.  
*Minus.* Definitio , a. 20. unde colligatur , 89. 90. 206. signum , 22. 23.  
*Minutiæ physicales* , a. 385.  
*Minutum primum , secundum &c.* Definitio , a. 388.  
*Minutum primum , secundum &c. gradus* , g. 41. qualis sit fractio , 43.  
*Miraculosa in definitionibus geometricis* admittenda , g. 469.  
*Multa.* Definitio , a. 7.  
*Multiplicatio.* Definitio , a. 66. quid sit , 67. signum , 68. regulæ , III. II2. II5. II6. examen , 122.  
*Multiplicandus.* Definitio , 66.  
*Multiplicator* , 66.  
*Multitudo.* Definitio , 8.  

N.

**N***omen rationis* , a. 136.  
*Normalis linea.* Definitio , g. 78.  
*Normæ constructio & usus* , 212. 216. examen , 321.  
*Notæ numericæ* , a. 49. 51.  
*Notæ fractionum decimalium.* Definitio , 372.  
*Notio.* Definitio , c. 4. differentia , 5. & seqq. qualis in definitionibus mathematicis admittatur , 13. & seqq.  
*Notio adæquata.* Definitio , c. 10. gradus , II.  
*Notio clara.* Definitio , 6. divisio , 8. 9. *confusa* , 9. *distincta.* Definitio , 8. divisio , 10. 12. *inadæquata* , 12. *obscura* , 7.  
*Numerare* quid in Arithmetica significet , a. 74.  
*Numerandi lex* , 44. 46.  
*Numerus.* Definitio , 10. & seqq. quomodo scriptus enunciatur , 55. quomodo occulte scribatur , 53. 54.  
*Numeri compositi inter se.* Definitio , a. 80.  
*Numeri dati* cur in divisione & multipli-

catione non debeant esse homogenei , 70.  
*Numeri heterogenei inter se* , 35. 36. *homogenei* , 36.  
*Numeri primi inter se* , a. 39.  
*Numerorum nomina* , 45. 47. 48. notæ , 49. 51. progressio , 50.  
*Numerus abstractus* quinam , a. 34. *angulorum.* Definitio , f. 208. 209. *compositus* , a. 76. *concretus* , 34.  
*Numerus cubicus.* Definitio , a. 248. *genesis* , 276. & seqq. *tabulæ horum numerorum* quomodo construuntur , f. 85.  
*Numerus determinatus* , a. 13. *effabilis* , 39. *fructus* , 38.  
*Numerus heptagonus.* Definitio , f. 206. *quomodo inveniatur* , 211. *summatio* , 212.  
*Numerus hexagonus.* Definitio , 206. *quomodo inveniatur* , 211. *summatio* , 212.  
*Numerus indeterminatus* , a. 13. *ineffabilis* , 43.  
*Numerus integer.* Definitio , 37. *quid exprimat* , 139. *quando radicem perfectam non habeat* , 293. 294.  
*Numerus irrationalis.* Definitio , a. 43. *per lineas expressio* , g. 420. f. 630.  
*Numerus impar.* Definitio , a. 72. *proprietates & symptomata* , f. 72. & seqq.  
*Numerus numerans* , a. 33. 34. *numeratus* , 33.  
*Numerus octogonus.* Definitio , f. 206. *quomodo inveniatur* , 211. *summatio* , 212.  
*Numerus par.* Definitio , a. 72. *proprietates & symptomata* , f. 77. & seqq.  
*Numerus pentagonus.* Definitio , f. 206. *quomodo inveniatur* , 211. *summatio* , 212.  
*Numerus perfectus* quinam sit & quomodo inveniatur , f. 248.  
*Numerus polygonus.* Definitio , 206. *quomodo inveniatur* , 210. *summatur* , 212.  

Nume-





- Perpendicularis* linea. Definitio, g. 78. quomodo dicatur, 210. 212. 216. symptomatica & proprietates, 213. & seqq. 217. 224.
- Perpendicularis ad curvam* quanta sit, i. 76. 85.
- Perpendicularis ad parabolam*, 72. 78.
- Perpendicularis ad hyperbolam æquilatèram*, 74.
- Perpendicularis ad hyperbolam scalenam*, 75.
- Pertica cubica*, g. 477.  
quadrata, 118.
- Perturbata ratio*, a. 198.
- Pes*, g. 25.  
cubicus, 477.  
quadratus, 118.
- Planum*, g. 36.
- Planum plano parallelum*, 493.  
ad planum perpendicularè, 494.
- Plura*. Definitio, a. 7.
- Polus conchoidis*, f. 535.
- Polygonum*. Definitio, g. 104.
- Polygonum regulare* quomodo construatur, g. 352. t. 48. quomodo circulo inscribatur & circumscribatur, g. 353. 355. t. 46. quomodo circulus eidem circumscribatur, g. 347. ejus ad circumscriptum & circumscriptum relatio, 416. proprietas, 407. area quomodo inveniatur, 402. 416.
- Polygonorum similium* proprietas, g. 403. 406.
- Polynomium* quomodo ad dignitatem quamcunque evehatur, f. 101.
- Postulatum*. Definitio, c. 30. quænam propositiones huc referantur, 31.
- Potentia*. Definitio, a. 250. signa, 254. logarithmus, 339. quomodo prodeat, 341. quomodo ex additione numerorum imparium procreetur, f. 170. 171.
- Potentiarum proportio*, 259. 260.
- Potentia numerorum naturalium quæcunque* quomodo summentur, f. 203. 205.
- Potentia hyperbolæ*. Definitio, f. 477. quomodo determinetur, 478. & seqq.
- Potestas*. Definitio, a. 250. signa, 254.
- Præctica Italica*, a. 316. & seqq.
- Prisma, rectum, obliquum, triangulare, quadrangulare &c.* Definitio, g. 456. proprietates, 457. 458. in plano descriptio, 510. constructio, 515. superficies & soliditas quomodo inveniatur, 539.
- Prismatum ratio*, 572. & seqq. æqualitas unde colligatur, 535.
- Prismatum æqualium* proprietas, 580. similitium ratio, 578.
- Prismatis triangularis ad pyramidem* reductio, 543. 545. ad parallelepipedum ratio, 538.
- Problema* quale sit & quibus constet partibus, c. 48. quomodo algebraice solvatur, f. 141.
- Problema Deliacum*, f. 626.
- Problemata arithmetica*, f. 144. & seqq. arithmetica indeterminata, 223. & seqq. geometrica, 250. & seqq. geometrica indeterminata per Algebram soluta, 255. & seqq.
- Problematis Kepleriani* solutio, i. 193.
- Productum* quid dicatur, a. 66.
- Progressio arithmetica*. Definitio, a. 333. proprietates, f. 106. summa quomodo inveniatur, 107. 108.
- Progressionis arithmeticæ* problemata per Algebram soluta, f. 164. & seqq.
- Progressio geometrica*. Definitio, a. 322. proprietates, f. 118. & seqq. summa quomodo inveniatur, 120.
- Progressionis geometricæ* problemata per Algebram soluta, f. 182. & seqq.
- Progressionum geometricarum ab unitate incipientium* proprietates, f. 126.
- Proportio*. Definitio, a. 155.
- Proportio æquemultiplicium*, 219.
- Proportionum regulæ*, 301. & seqq.
- Proportio continua*. Definitio, i. 156. contraharmonica, f. 193. discreta, a. 156.
- Proportionalitas* quid sit, a. 157. Propor-

*Proportionales quantitates* quænam dicantur, 155.  
*Propositionis partes*, c. 39. 40.  
*Propositiones Elementi II. EUCLIDIS* analytice demonstratæ, f. 86. & seqq.  
*Punctum*. Definitio, g. 6. theoria. 7. 8. 9.  
*Punctum flexus contrarii*. Definitio, i. 301. quomodo determinetur, 302. 309.  
*Punctum regressus*, 301.  
*Pyramis*. Definitio, g. 472. proprietates, 473. 474. in plano descriptio, 512. constructio, 515. 521. ad prisina triangulare reductio, 543. 545. 546. superficies ac soliditas quomodo inveniatur, 548. i. 351.  
*Pyramidum æqualitas* unde colligatur, g. 542. ratio, 572. & seqq.  
*Pyramidum æqualium* proprietates, 580. *similium* ratio, 578.

## Q.

*Quadratrix curvæ*, i. 234.  
*Quadratrix DINOSTRATIS*. Definitio, f. 564. subtangens, i. 55.  
*Quadratrix Tschirnhuliana*, f. 566. 568.  
*Quadratorum numerorum* in serie naturali differentiæ, f. 81. 83. quomodo summentur, 200. quomodo duorum summa in duo alia quadrata dividatur, 230. logarithmus, a. 338. Vid. numerus quadratus.  
*Quadratum*. Definitio, g. 98. constructio, 333. area quomodo inveniatur, 370. & seqq.  
*Quadratorum ratio* ad se invicem, 374. additio, 419.  
*Quadrati quadratum*, a. 252.  
*Quadrato-cubus*, ibid.  
*Quadratocubocubus*, ibid.  
*Quadratoquadratum*, ibid.  
*Quadratoquadratocubus*, ibid.  
*Quadratum Cubi*, ibid.  
*Quadratum surdesolidi*, ibid.  
*Quadrata reciproca* quomodo construuntur, f. 285. 286.

*Quadrilateri circulo inscripti* proprietates, g. 350. f. 324.  
*Quadrilaterorum similium* proprietates, g. 350.  
*Quantitas* quid sit, a. 13. 14. quomodo ad dignitatem evehatur, 255. f. 95. quomodo differentietur, i. 12. & seqq.  
*Quantitatum signa*, a. 57. 58.  
*Quantitatum permutatio* quomodo inveniatur, f. 129.  
*Quantitas affirmativa*, f. 16.  
*Quantitas constans*. Definitio, f. 375. signum, 376.  
*Quantitas exponentialis*. Definitio, i. 264. signum, 265. constructio, 268.  
*Quantitas infinite parva*. Definitio, 2. quando habeatur pro nulla, 3.  
*Quantitas nihilo major*, f. 16. *minor*, 16.  
*Quantitas positiva*. Definitio, f. 17. quomodo prodeat, 17.  
*Quantitas privativa*. Definitio, 16. quomodo prodeat, 17.  
*Quantitas variabilis*. Definitio, 375. signum, 376.  
*Quantitates continue æquidifferentes*. Definitio, a. 322. proprietates, 334. & seqq.  
*Quantitates discretim æquidifferentes*. Definitio, a. 322. proprietates, 324. & seqq.  
*Quantitates harmonice proportionales*. Definitio, f. 186. quomodo inveniatur, 187. & seqq.  
*Quantitates incommensurabiles* num dentur, a. 165.  
*Quantitates positivæ & privativæ* quando se mutuo destruant, f. 21. num rationem ad se invicem habeant, 24.  
*Quantitates privativæ* quid sint, 19. 20. num inter se homogeneæ, 23. quod positivis heterogeneæ, 23.  
*Quartus æquidiferens numerus* quomodo inveniatur, a. 331.  
*Quartus proportionalis numerus* quomodo inveniatur, 302.  
*Quotus*. Definitio, a. 69. logarithmus, 343.



- Ratio quadruplicata*, a. 159.  
*rationalis*, 134. 135.  
*sesquialtera*, 143.  
*sesquitertia*, ibid.  
*subdupla*, 142.  
*subduplicata*, 159.  
*submultiplex*, 142.  
*submultiplex subsuperparticularis*, 145.  
*submultiplex subsuperpartiens*, 146.  
*submultiplicata*, 159.  
*subquadruplicata*, 159.  
*subsésquitertia*, 143.  
*subsésquialtera*, ibid.  
*subssuperparticularis*, ibid.  
*subssuperpartiens*, 144.  
*subssuperparticularis*, 143.  
*subtripla*, 142.  
*subtriplicata*, 159.  
*triplicata*, 159. 216.
- Ratio summæ* numerorum in infinitum certa lege decreſcentium ad totidem terminos maximo æquales, i. 341. & seqq.
- Recta*. Vid. *Linea recta*.
- Rectæ* in tres partes continue proportionales divisio, f. 603.
- Rectangulum*. Definitio, g. 100. area quomodo inveniatur, 375.
- Rectangulorum ratio*, 376.
- Rectificatio curvæ*. Definitio, i. 143. methodus, 144.
- Regula* quale instrumentum, g. 121. ex qua materia parari debeat, 122.
- Regula aurea* quænam dicatur, a. 307.
- Regula centralis* BAKERI, f. 623.
- Regula Conchoidis*, 535.
- Regula de quinque*, a. 312.
- Regula Renaldiniana* polygonum regulare circulo inscribendi confutata, f. 292.
- Regula Societatis*, a. 314.
- Regula trium* sive *de tri* quænam sit, 307. ubinam locum habeat, 307. usus in vita communi explicatus, 308. & seqq.
- Regula trium composita*, 312. 313.  
*directa*, 311.  
*inversa*, ibid.
- Residuum*. Definitio, a. 64.
- Rhombus*. Definitio, g. 99. constructio, 340. area quomodo inveniatur, 387.
- Rhomboides*. Definitio, 101. constructio, 341. area quomodo inveniatur, 387.  
 S.
- Scala geometricæ* constructio, g. 277.  
 S  
 usus, 278.
- Scholion* in Mathesi quid sit, c. 51.
- Scrupulum primum, secundum &c.* g. 388.
- Secans*. Definitio, 7. quomodo inveniatur, 26. i. 166. arcus multiplex quomodo inveniatur, f. 328.
- Secantium* proprietates, g. 302. 303. ex eodem puncto ductarum ratio, 380.
- Secans complementi*. Definitio, i. 11.
- Sectio circuli* per rectam qualis, g. 52. per circulum qualis, 53.
- Sectiones conicæ*. Definitio, f. 386. quænam sint, 387. & seqq.
- Sectiones conicæ superiorum generum*, 528. & seqq.
- Sectio linearum*. Definitio, g. 50.
- Sectio media & extrema ratione facta*, f. 258.
- Sectionis planorum* theoria, g. 478. & seqq.
- Sectio rectarum* mutua, 51.
- Sector circuli*. Definitio, g. 46. ad triangulum reductio, 415. area quomodo inveniatur, 435. i. 154. & seqq.
- Sectoris elliptici* quadratura, i. 186. 192. hyperbolici quadratura, 189. 194.
- Segmentum circuli*, majus, minus. Definitio, g. 44. area quomodo inveniatur, 436. & seqq. i. 170.
- Segmenti sphericæ* soliditas quomodo inveniatur, i. 199.
- Segmentum superficiæ sphericæ* quomodo inveniatur, i. 222.
- Semicirculorum sectio*, g. 201.
- Semidiameter*. Definitio, 39.
- Semiordinata*. Definitio, f. 370.
- Series convergentes*. Definitio, f. 52. divergentes, ibid.
- Serliana curva* fornicum qualis sit linea, f. 598.



*Surdefolidum tertium*, a. 252.  
*Syllogismorum* forma an in demonstrando  
 attendenda, c. 47.

## T.

**T***Angere* quid significet in Geometria,  
 g. 47.  
*Tangere circulum* extus, intus, ibid.  
*Tangens circulum* quomodo ducatur, g.  
 311. f. 291. ejus ad secantem ex eodem  
 puncto ductam relatio, g. 379.  
*Tangens curvam* quomodo inveniatur, i.  
 161.  
*Tangens in Trigonometria*. Definitio, t. 7.  
 proprietates, 8. & seqq. quomodo inveniatur,  
 26. arcus multipli quomodo inveniatur,  
 f. 327.  
*Tangentis 45<sup>o</sup>* magnitudo, t. 32.  
*Tangentium circulum* proprietates, g. 304.  
 307. & seqq. 325. 326.  
*Tangentium & secantium* ex eodem puncto  
 ductarum relatio, g. 334.  
*Tangens artificialis*, t. 31.  
 complementi, 11.  
*Tangentium methodus inversa*. Definitio, i.  
 224. in quo consistat, 225. exempla,  
 226. & seqq.  
*Termini rationis*, a. 126.  
*Terminorum usus* in rebus distincte concipiendis,  
 a. 56.  
*Tetraëdrum*. Definitio, g. 475. constructio,  
 525. quale sit corpus, 530. quomodo  
 sphaerae inscribatur, f. 301. latus sphaerae  
 inscribendi quomodo inveniatur, 299.  
 hujus ad radium ratio, 314.  
*Theorema*. Definitio, c. 38. quanam in eo  
 consideranda, 39. & seqq.  
*Theorema Newtonianum* elevandi binomium  
 ad dignitatem quamcunque, f.  
 95. & seqq.  
*Totum*. Definitio, a. 9. relatio ad partem,  
 84. 86.  
*Traectoria*, i. 250. & seqq.  
*Trapezoides*. Definitio, g. 103.  
*Trapezium*, ibid.

*Triangulum*. Definitio, g. 87. per quæ de-  
 terminetur, 182. 206. 265. 266. con-  
 structio, 180. 205. 234. 264. area quo-  
 modo inveniatur, 392. i. 107. divisio  
 in partes æquales, g. 440. ratio ad pa-  
 rallelogrammum, g. 386. 391. i. 348.  
*Triangulorum æqualitas* unde colligatur,  
 g. 179. 204.  
*Triangulorum æqualium* proprietates, 393.  
*Triangulorum congruentia*, 179. 204. 251.  
*Triangulorum proprietates*, 188. & seqq.  
 239. 240. 244. 246. 247. 268. 297.  
 300. t. 33. 35. resolutio trigonometrica,  
 t. 36. & seqq. similitudo, g. 183. 207.  
 235. 237. 252. 267.  
*Triangulorum similiarum* proprietates, 396.  
 & seqq.  
*Triangulum acutangulum*. Definitio, g. 93.  
*Triangulum æquicrurum*. Definitio, g. 89.  
 constructio, 199. per quæ determinetur,  
 200. proprietates & symptomata, 184.  
 248. 253. similitudo, 201.  
*Triangulum æquilaterum*. Definitio, g. 88.  
 constructio, 198. proprietates & sym-  
 ptomata, 185. 186. 187. 241. 254.  
*Triangulum obliquangulum*. Definitio, g. 94.  
*Triangulum obtusangulum*. Definitio, 92.  
 proprietates, 221. & seqq. 241.  
*Triangulum rectangulum*. Definitio, 91. pro-  
 prietates, 218. & seqq. 241. 244. 329. 417.  
*Trianguli regularis circulo inscribendi* latus  
 quomodo inveniatur, f. 268.  
*Trigonometria canonica* a Tabularum ne-  
 cessitate liberata, i. 167.  
*Trigonometria plana*. Definitio, t. 1.  
*Trochois*. Definitio, f. 573.  
 proprietates, 574. & seqq.

## U.

**V***ariationes* omnes quantitatum combi-  
 natarum & permutatarum quomodo  
 inveniuntur, f. 222.  
*Vertex anguli*, g. 54.  
 curvæ, f. 369.  
 figuræ, g. 114.

Uncia



- Aëris rarefactione* quomodo aqua expellatur, *h.* 91.
- Aëris residui* in vase ope antliæ evacuato ratio ad primitivum, *a.* 50. 51.
- Aërometria*. Definitio, *i.* quænam in ea tradenda, *2.*
- Alarum molendini situs optimus* quomodo determinetur, *h.* 316.
- Altitudines jacuum* sub diversis angulis quomodo sint inter se, *m.* 504. 505.
- Altitudo ascensus ponderis super plano inclinato* quomodo se habeat, *269.* 270.
- Altitudo jacus* quomodo se habeat ad parametrum, *503.*
- Altitudo maxima*, ad quam grave oblique projectum ascendit, *499.* 501. 502.
- Altitudo viva fluminis*, *h.* 228.
- Alveus fluminis*. Definitio, *h.* 185.
- artificialis*, 186.
- naturalis*, *ibid.*
- Amplitudo semitæ projectilis*. Definitio, *m.* 489. quomodo sit ad semitam, *491.* & *seqq.* quando semiparametro æqualis, *495.* quando maxima, *494.* quomodo maxima inveniatur, *497.* quomodo ceteræ ex ea eruantur, *496.*
- Anemometrum*. Definitio, *a.* 181. constructio, *182.*
- Angulus directionis*. Definitio, *m.* 240.
- Angulus elevationis* in motu projectorum. Definitio, *m.* 478. quomodo determinetur, ut projectile feriat locum datum, *506.*
- Angulus incidentiæ*. Definitio, *550.*
- Angulus reflexionis*. Definitio, *551.*
- Antliæ attractivæ* constructio, *h.* 110.
- Antliæ Ctesibianæ* constructio, *113.* & *seqq.*
- Antliæ pneumaticæ*. Definitio, *a.* 38. inventor, *39.* constructio, *40.* usus, *41.* & *seqq.* capacitas quomodo determinanda, *54.* 55.
- Antliæ pneumaticæ* quomodo inter se comparandæ, *53.*
- Aqua* quomodo vires ad agitandas machinas concipiat, *m.* 900. per exiguum orificium in vas immittatur, *a.* 149. per sectionem canalis horizontalis fluat, *h.* 235. & *seqq.* quo derivari possit, *9.* quomodo ex loco uno in alterum derivetur, *13.* & *seqq.* in locum excelsiorem deducatur, *126.* 127. per siphonem ascendat, *66.* ope catenarum fitulis instructarum elevetur, *116.*
- Aqua profiliens* quantum ascendat, *h.* 49. & *seqq.* 56. 57.
- Aquæ gravitas specifica*, *s.* 77.
- Aquæ libere fluentis in alveo* qua de causa acceleretur, *h.* 200. quantum acceleretur, *201.* & *seqq.*
- Aquæ quantitas in vas inversum ascendens*, dum eidem immergitur, quomodo determinetur, *a.* 109. & *seqq.*
- Aquæ saltus per lumen horizontale*, *h.* 58. & *seqq.* per verticale, *49.* & *seqq.*
- Aquarum quantitates per tubos effluentes*, *h.* 20. & *seqq.*
- Arcus circuli centrum gravitatis*, *m.* 165.
- Ars libellandi*. Definitio, *904.* regulæ, *911.*
- Ascensus aquæ profilientis*, *h.* 49. & *seqq.* 56. 57.
- Ascensus celeritate per descensum acquisita factus* quomodo se habeat, *m.* 339.
- Ascensus in lineis curvis demonstratus*, *m.* 334. & *seqq.*
- Affarium*. Definitio, *h.* 104. constructio, *106.*
- Axis* quid significet in Mechanica, *m.* 756. 757.
- Axis in peritrochio*. Definitio, *756.* theoria & praxis, *792.* & *seqq.*
- Axis oscillationis*. Definitio, *379.*
- B.
- B***arometrum*. Definitio, *a.* 89. theoria, *124.* & *seqq.* constructio, *131.*
- Baroscopium*. Definitio, *89.* sensibilioris constructio, *136.* & *seqq.*
- Baroscopii compositi* constructio, *134.* *inclinati* theoria, *141.* & *seqq.*
- Basis corporis gravis* quid sit, *m.* 221.
- C.



## C.

**C**alcando quomodo machina moveatur, m. 886. 888.

Calcatio quid sit, 874.

Canalis quid dicatur, h. 3.

Cavitas corporis specificè gravioris quanta esse debeat, ne fluido leviori supernatet, f. III.

Celeritas. Definitio, m. 13. quod tempore proportionalis, 14. 15. quid proprie sit, 16. quomodo a Mathematicis consideretur, 114. quando eadem ex ictu corporum resultet, 534. quando in conflictu non mutetur, 590. quando mutetur, 560. 562. 576. quanta aquæ per foramen vasis erumpentis, h. 48.

Celeritas absoluta. Definitio, h. 305.

Celeritas acquisita per descensum perpendiculararem, m. 92. in plano inclinato, 29. 192. 303. & seqq. in curva, 308.

Celeritas aquæ in alveo an major in fundo, quam superficie, h. 206. per canalem declivem fluentis num augeatur ob pressionem a superiori, 243. & seqq.

Celeritas corporum elasticorum in concursu quomodo determinetur, m. 571.

Celeritas fluidi per siphonem effluentis, h. 81. & seqq. vi aëris compressi ejecti, 92. & seqq.

Celeritas in motu composito quomodo inveniatur, m. 252.

Celeritas media in fluminibus quomodo inveniatur, h. 238. & seqq. aquæ per canalem horizontalem fluentis, 263. & seqq.

Celeritas penduli in puncto infimo qualis sit, m. 401.

Celeritas projectilis quomodo inveniatur, 514.

Celeritas respectiva. Definitio, h. 305.

Celeritates quando in conflictu corporum permutentur, m. 563. 565.

Celeritates acquisitæ in conflictu corporum elasticorum quomodo se habeant, m.

603. & seqq. in diversis planis inclinatis eodem tempore quomodo se habeant, 301. 302.

Celeritates amissæ in conflictu corporum elasticorum quomodo se habeant, m. 603.

Celeritates aquarum per tubos effluentium, h. 36. & seqq.

Celeritas terminalis in motu corporum quænam dicatur, m. 727. quomodo determinetur, 728. & seqq.

Celeritates terminales in fluminibus. Definitio, h. 237. quomodo inveniatur, 239.

Celeritatum locus in motu gravium quænam sit curva, m. 99.

Celeritatum quadratorum summa in conflictu corporum elasticorum quod conservetur, 593.

Centrum gravitatis. Definitio, m. 122. cur pro gravi corpore sumi possit, 125. quando idem cum centro magnitudinis, 121. quomodo determinetur, 157. quomodo mechanice determinetur, 186. quomodo se habeat ante & post conflictum, 598. 560.

Centrum gravitatis arcus circuli, m. 165. conici, 174. conici truncati, 184. conoidis hyperbolici, 179. parabolici, 175. 176. truncati, 185. corporis humani, 187. cylindri, 143. lineæ rectæ, 142. lunulæ HIPPOCRATIS, 169. parabolæ, 159. 162. parabolæ truncatæ, 170. parabolarum infinitarum, 160. 161. 163. parabolici mixtilinei spatii, 189. parallelepipedii, 172. parallelogrammi, 172. perimetri trianguli, 190. perimetri figuræ irregularis cujuscunque, 191. pyramidis truncatæ, 184. pyramidis, 174. sectoris circuli, 166. segmenti circuli, 168. segmenti sphaeræ, 177. segmenti sphaeroidis elliptici, 180. semicirculi, 167. sphaeræ, 178. sphaeroidis truncati, 185. sphaeroidis elliptici, 181. dimidii, 182. trianguli, 158.

kkk 3

Centri

- Centri gravitatis status* num mutetur ab actione corporum in se invicem, *m.* 602.
- Centrum gravitatis commune* duorum corporum seu ponderum quomodo determinetur, 144. 149. quomodo plurimum, 151. 192. ponderum æqualium, 145.
- Centrum magnitudinis.* Definitio, *m.* 132.
- Centrum motus.* Definitio, *m.* 228.
- Centrum oscillationis.* Definitio, *m.* 423. quomodo determinetur, 426. 429. 432. quomodo in figuris in latus agitatis, 445. & seqq.
- Centrum oscillationis conii,* *m.* 459. 466. conoidis parabolici, 462. hyperbolici, 464. infinitorum parabolicorum, 463. cylindri, 457. hemisphærii, 461. 467. lineæ rectæ, 433. parabolæ, 440. 441. 451. 453. parabolæ infinitarum & curvarum agnatarum, 440. 442. 452. rectanguli, 435. 448. solidorum rotatione genitorum, 454. sphærae, 460. sphæroidis elliptici, 465. trianguli æquicruri, 436. 437. 438. 449. 450.
- Centrum percussiois.* Definitio, *m.* 527. quando cum centro oscillationis idem, 547. quando idem cum centro gravitatis, 549.
- Centrum velocitatis,* *h.* 268. *virium.* Definitio, *m.* 654.
- Ceræ gravitas specifica,* *f.* 77.
- Circuli area* quomodo inveniatur, *m.* 198.
- Clavicula.* Definitio, *h.* 5. constructio, 7. 8.
- Clepsidrae divisio,* 45. & seqq.
- Cochlea.* Definitio, *m.* 760. theoria, 847. & seqq. praxis, 852. & seqq.
- Cochlea mas,* *m.* 760. *fœmina,* *ibid.*
- Cochlea ARCHIMEDIS* quomodo construatur, *h.* 122. & seqq.
- Cochlea infinita seu perpetua.* Definitio, *m.* 855. theoria, 856. 858. & seqq. praxis, 862. & seqq.
- Compressio.* Definitio, *a.* 5.
- Compressio aëris* in vase sub aqua detento, *a.* 106.
- Conatus.* Definitio, *m.* 18.
- Condensatio.* Definitio, 6.
- Condensatio aëris* quomodo æstimanda, 114. & seqq.
- Coni centrum gravitatis,* *m.* 184. centrum oscillationis, 459. 466. soliditas quomodo inveniatur, 202. 204. 205. quomodo superficies, 202. 203.
- Conoidis hyperbolici centrum gravitatis,* *m.* 179. centrum oscillationis, *m.* 464.
- Conoidis parabolici centrum gravitatis,* 175. 176. centrum oscillationis, 462.
- Conoidis truncati centrum gravitatis,* 185.
- Conoidum parabolicorum infinitorum centrum oscillationis,* *m.* 463.
- Corpora æqualium basium* quantum ab aëre premantur, *a.* 45.
- Corpora gravia* num eadem celeritate descendant, *m.* 133. 134.
- Corporis humani centrum gravitatis,* 187.
- Corporis pars immergenda* in fluido quando inveniatur, *f.* 105.
- Corporis specificè gravioris gravitatio* in fluido specificè leviori, *f.* 55. & seqq.
- Corporum in aëre æquilibræ æquilibrium* quando tollatur, *a.* 158.
- Corpus motu reflexo* qua via ab uno termino ad alterum accedat, *m.* 558.
- Corpus asperum.* Definitio, *m.* 935.
- Corpus durum,* 520. *elasticum,* 522. *fluidum,* *f.* 3. *molle,* *m.* 521. *solidum,* *f.* 4.
- Cunei theoria,* *m.* 865.
- Currus onustus* cur difficilius trahatur super plano inclinato, quam horizontali, 277.
- Curva,* in qua grave descendens eam constanter ei ponderi absoluto æquali premit, 672.
- Curva* in qua grave descendens eam constanter eadem vi, sed non ponderi absoluto

- luto æquali premit, 673. quæ a pondere descendente premitur in ratione dignitatum altitudinum, 675.
- Curva accessus & recessus æquabilis.* Definitio, 347. quomodo inveniatur, 349.
- Curva æquilibrationis.* Definitio, 369. quomodo inveniatur, 371. quomodo describatur, 373.
- Curva brachylochrone.* Definitio, 355. quomodo inveniatur, 357.
- Curva celerrimi descensus.* Definitio, 355. quænam sit, 357.
- Curva elastica BERNOULLI,* 675.
- Curva isochrona.* Definitio, 331. quomodo inveniatur in hypothesi Galilæana, 334. in hypothesi directionum convergentium, 336. hujus rectificatio, 338. quadratura, 339. quomodo inveniatur in quacunque accelerationis hypothesi, 343.
- Curva isochrona paracentrica.* Definitio, m. 347. quomodo inveniatur, 349.
- Curva oligochrona.* Definitio, 355. quomodo inveniatur, 357.
- Curva resistentiæ in motu gravium, 708. instantaneæ, 682. totalis, ibid.*
- Curva synchrona.* Definitio, 366. quomodo construatur, 368.
- Curva tautochrone.* Definitio, 351. quænam sit, 352.
- Cycloidis proprietates mechanicæ, m. 352. 357. 675. proprietates singulares, 311. 388. quomodo per data tria puncta describatur, 361.*
- Cyclois externa circularium segmentorum representatrix, 358.*
- Cylindri centrum gravitatis, 143. oscillationis, 457. soliditas, 197. 200. 201. superficies quomodo inveniatur, 200.*

## D.

**D**ensitates quando sunt ut massæ, f. 14. quando ut gravitates, 16. quando reciproce ut volumina, 23.

- Densitatum ratio, 24. 25.*
- Densitates fluidorum quomodo se habeant, f. 39. quomodo inveniuntur, 67. respectivæ quando determinantur, 40.*
- Densitas aëris ubi eadem, a. 46. 47. quomodo crescat, 153. num inferioris ponderi atmospherico proportionalis, 156.*
- Densusus.* Definitio, 8.
- Deprimendo movere quid sit, m. 871.*
- Descensus gravium intra minutum secundum quomodo determinetur, 472. quantus sit, 473.*
- Descensus gravium in cycloide quomodo se habeat, m. 311. in lineis curvis demonstratus, 334. & seqq. in plano inclinato cum descensu per verticale collatus, 293. & seqq. cum descensu perpendiculari iisdem legibus adstrictus, 289.*
- Descensus specificè gravioris in fluido leviori, f. 88. & seqq.*
- Diabetis constructio, 72. phænomena, 73. & seqq.*
- Diagonalis parallelogrammi quando motu composito describatur, m. 241. quo tempore describatur, 244.*
- Diameter gravitatis.* Definitio, m. 126.
- Dilatatio.* Definitio, a. 7.
- Directiones quomodo opponantur, 21.*
- Distantiæ ponderum a centro gravitatis communi quomodo se habeant, 144.*
- Distantiæ a centro gravitatis & centro motus qualis sit linea, 229.*

## E.

- E**ffectus aëris compressi quomodo computentur, a. 83. & seqq.
- Effectus pleni quomodo se habeant, m. 530.*
- Elaeteris æstimatio, m. 553.*
- Elaeteris vi quomodo machina moveatur, 897.*
- Elaeter aëris.* Definitio, a. 9. quando non mutetur, 12. quando crescat & decre-
- scat,

- scat, 12. existentia, 18. mensura, 30.  
 & seqq. quod calore intendatur, 146.  
 frigore minuatur, 147.  
*Elateris aëris directio*, 25. 26. mensura  
 ejus, quo rarefiens expanditur, 148.  
*Elater aëris compressi* quomodo se habeat  
 ad elaterem dilatati, 78. quando fortior,  
 79. quomodo determinetur, 81. magis  
 compressi ad elaterem minus compressi  
 quomodo se habeat, 80.  
*Elevatio* quid sit, m. 873.  
*Ellipseos æquatio* abscissis a foco computa-  
 tis, m. 667.  
*Epistomium*. Definitio, h. 5. constructio,  
 7. 8.  
*Ergata* qualis machina, m. 877.

## F.

- F***iguræ superficialis & solidæ magnitudo*  
 ex centro gravitatis determinata, m.  
 192.  
*Figurarum per planum deorsum latum de-*  
*scriptarum soliditas* quomodo inveniatur,  
 196.  
*Fluida homogœnea* quando in æquilibrio, f.  
 34. quodnam præponderet, 35.  
*Fluida heterogœnea* quando in æquilibrio,  
 36.  
*Fluidi ex vase inverso exigui orificii effluen-*  
*tis* quantitas quomodo determinetur, a.  
 100. & seqq.  
*Fluidi gravioris* in specificè leviori ponde-  
 ratio, f. 87. & seqq.  
*Fluidi pondus* quomodo inveniatur, 62. 63.  
*Fluidi partes inferiores* num comprimantur a  
 superioribus, 71. 72.  
*Fluidi per siphonem effluentis* acceleratio,  
 h. 81. & seqq.  
*Fluidorum diversæ gravitatis specificæ æqui-*  
*librium*, 36.  
*Fluidorum densitates* quomodo inveniuntur,  
 67.  
*Fluidorum diversæ gravitates specificæ* quo-  
 modo inveniuntur, 66. 70. quomodo se  
 habeant, 95.

*Fluidorum indirecte ac directe impingentium*  
 juxta lineas parallelas theoria, h.  
 367. & seqq.

*Fluidorum variorum* gravitas in pollice cu-  
 bico Parisino, f. 69.

*Flumen detumescere* quando dicatur, h. 199.

*Flumen intumescere* quando dicatur, *ibid.*

*Fluminum cursus* theoria, h. 185. & seqq.

*Fons naturalis* quomodo arte construatur,  
 h. 18.

*Fontis intermittētis* constructio, h. 143.  
 152.

*Fontium salientium* constructio, 128. &  
 seqq. 152. & seqq.

*Frictio*. Definitio, m. 933. quomodo æsti-  
 manda, 940. & seqq. quomodo minuatur,  
 943. & seqq. 956. & seqq.

*Fulcra* quomodo corpori supponenda, ut in  
 data ratione premantur, m. 234.

*Funis canabini contractio* ob humiditatem  
 aëris, a. 215. 216.

## G.

**G***rave* quando quiescat, m. 123. 124.  
 222. quando firmiter insistet, 223.  
 quando cadat, 222. num sit a lapsu im-  
 mune quomodo inveniatur, 224. quo  
 motu descendat, 79. 85. & seqq. quo-  
 modo in plano inclinato descendat, 261.  
 & seqq.

*Gravium* linea directionis, 212. & seqq.

*Gravia heterogœnea*. Definitio, m. 131.

*Gravia homogœnea*, 130.

*Gravitas*. Definitio, m. 4. quomodo spectetur  
 a Mathematicis in motu gravium,  
 114. num in omni distantia eadem, 78.  
 quod a polis versus æquatorem continuo  
 decrescat, 390.

*Gravitates* quando sunt ut volumina, f. 18.

*Gravitatis actio diversa* quomodo ex motu  
 pendulorum colligatur, m. 389.

*Gravitatis planum*. Definitio, 128.

*Gravitas absoluta*. Definitio, m. 259.  
 ad respectivam ponderis super plano  
 inclinato quomodo sese habeat, 261.  
 263.

Gravi

- *Gravitates absolutæ* quomodo se habeant, f. 31.  
*Gravitas aëris* evicta, a. 20. quod sit variabilis, 121. & seqq.  
*Gravitas specifica* determinata, 27. & seqq.  
*Gravitas respectiva*. Definitio, m. 260. quando in absolutam degeneret, 266. quando nulla, *ibid.* super plano inclinato quomodo crescat & decreseat, 265.  
*Gravitates respectivæ* ponderum super diversis planis inclinatis quomodo sint ad se invicem, 264.  
*Gravitas solidi* quomodo inveniatur, f. 78. 79.  
*Gravitas specifica corporum* quando eadem, 19. 30. quando diversa, 20.  
*Gravitates specificæ* quomodo se habeant, 32. 33. 65. quando sint ut volumina reciproce, 29. quando ut massæ, 28. quando ut absolutæ, 26.  
*Gravitas specifica fluidorum* quomodo inveniatur, f. 37. 66. 70. quod æstate ac hieme non eadem, 69.  
*Gravitates specificæ fluidorum* quomodo se habeant, 95.  
*Gravitatis specificæ fluidi ad gravitatem specificam solidi gravioris* ratio quomodo determinetur, 93.  
*Gravitas specifica solidi* quomodo determinetur, f. 75. 76. quomodo se habeat ad gravitatem fluidi, 101.  
*Gravitates specificæ solidorum æqualium* quomodo se habeant, 103.  
*Gravitatio*. Definitio, m. 5. in fulcra, a quibus sustentatur, 231. super plano inclinato qualis sit, 261.  
*Gravitatio corporum specificè leviorum* in fluido graviori, f. 94. & seqq.  
*Gravitatio specificè graviorum* in fluido leviori, 34.

## H.

- H**emisphæria evacuata quanta vi comprimantur, a. 59. & seqq.  
 Hemisphærii centrum oscillationis, m. 461. 467.

Wolffi Oper. Mathem. Tom. V.

- Horologii oscillatorii* constructio, m. 994.  
*Hydracontiflerii* constructio, h. 168.  
*Hydraulica*. Definitio, 1.  
*Hydrostatica*. Definitio, f. 1.  
*Hygrometrum*. Definitio, a. 197.  
*Hygroskopium*. Definitio, 197. constructio, 220.  
*Hyperbolæ æquatio* abscissis a foco computatis, m. 668.  
*Hypomochlium*. Definitio, m. 753.  
*Hypothesis Galilæana* de motu gravium, m. 89. & seqq.  
*Hypothesis Baliani* de motu gravium, 102. ejus impossibilitas demonstrata, 115.

## I.

- I**ctus quomodo se habeant in conflictu corporum, m. 567.  
*Ictus perpendicularis* ad obliquum ratio, 552.  
*Ignis vi* quomodo machinæ agitentur, 931.  
*Impactus directus* corporis unius in alterum. Definitio, 523.  
*Impactus indirectus sive obliquus*. Definitio, 526.  
*Impetus*. Definitio, 543.  
*Incessus hominum* quomodo fiat, 226.  
*Incurfus fluidorum eodem modo fieri* quando dicatur, h. 276.  
*Instrumenta* quænam ad vectem revocabilia, m. 750.  
*Instrumenti* constructio, quo quantitas falsis in aqua falsa exploratur, f. 108. & seqq.

## L.

- L**ampadis constructio, quæ eandem quantitatem olei ellychnio affundit, h. 155.  
*Lapidis gravitas specifica*, f. 77.  
*Lapsus*. Definitio, m. 211.  
*Lapsus gravium* unde pendeat, 222.  
*Lex motus*, 71.  
*Libella*. Definitio, m. 906. constructio, 907. & seqq. rectificatio, 910.  
*Libellatio aquarum* quomodo instituenda, 911.

L11

Libræ

- Librae* theoria, *m.* 779. & *seqq.* constructio, 782. & *seqq.* examen, 787. usus, 788. & *seqq.*
- Linea directionis.* Definitio, *m.* 17.
- Linea directionis gravium,* 212. & *seqq.*
- Linea horizontalis vera.* Definitio, 207. qualis sit, 208.
- Linea horizontalis apparens.* Definitio, *m.* 209. qualis sit, 210. quando pro vera assumi possit, 218. quomodo ad veram reducatur, 216.
- Lineae rectae* centrum gravitatis, 142. centrum oscillationis, 433.
- Logarithmicæ* proprietates, 682.
- Lumen tubi* quid sit, *h.* 4.
- Lunulae HIPPOCRATIS* centrum gravitatis, *m.* 169.

## M.

- M** *Achina.* Definitio, *m.* 745.
- Machina* ingenti ponderi elevando apta, *m.* 969. ad conterendam materiam pulveris pyrii serviens, 989. & *seqq.* qua aqua insigni cum impetu elevatur, *h.* 166.
- Machine,* quibus aqua elevatur, *h.* 107. & *seqq.*
- Machinae compositæ.* Definitio, *m.* 966. earum numerus, 967. quomodo inveniuntur, 968.
- Machinamenta hydraulica,* *h.* 161. & *seqq.*
- Magnetis* gravitas specifica, *f.* 77.
- Malluvii* cum fonticulo saliente constructio, *h.* 145.
- Manometri* theoria, *a.* 151.
- Manoscopium.* Definitio, *a.* 160. constructio, 161. & *seqq.*
- Marmoris* gravitas specifica, *f.* 77.
- Massa.* Definitio, *m.* 6. quomodo aestimanda, 138. quorumnam corporum æqualis, *f.* 12.
- Massæ* corporum quomodo se habeant, *f.* 21. 22. quando sint ut volumina, 17.
- Massæ bonæ ab adulteratis* quomodo distinguantur, 83. & *seqq.*
- Materia* quænam cum corpore gravitet, *m.* 136.

- Mechanica.* Definitio, *m.* 1.
- Mechanice philosophari* quid significet, *m.* 746.
- Metallorum* gravitates specificæ, *f.* 77.
- Methodus centrobarica* GULDINI, *m.* 206.
- Miscibilium* quantitas in mixto quomodo inveniatur, *f.* 81.
- Mobile* quando in curva ea lege incedat, ut radius vector verrat areas temporibus proportionales, *m.* 652.
- Molæ alatae,* *m.* 982. frumentariæ, 975. & *seqq.* jumentariæ, 981. manuarie, 979. oleariæ, 983. & *seqq.* ferrariæ constructio, 992.
- Moles.* Definitio, 7. quomodo inveniatur, 8.
- Momentum gravium* quid dicatur, *m.* 147.
- Momenta corporum* extra centrum gravitatis suspensionum, 153.
- Momenta ponderum* super plano inclinato spectantium, 271.
- Motus.* Definitio, *m.* 2. quando acceleretur, 76. quando in medio resistente nunquam extinguatur, 690. retardetur, 77. quando nullus sequatur, 75. cur naturalis rectilineus, 73. super plano inclinato descendente qualis sit, 284. & *seqq.* quando per reflexionem non mutetur, 555.
- Motus æquabilis.* Definitio, *m.* 24. theoria, 27. & *seqq.* 31.
- Motus acceleratus.* Definitio, 67. theoria, 101. & *seqq.*
- Motus animalium* explicandi principium, 226.
- Motus compositus.* Definitio, 238. theoria, 241. & *seqq.*
- Motus corporis impingentis* quando cesset, 544.
- Motus in conflictu amissus* quomodo determinetur, 541.
- Motus ex percussione* demonstratus, 530. & *seqq.*
- Motus perfecte durorum,* 532. & *seqq.*
- Motus elasticorum,* 560. & *seqq.*
- Motus*

*Motus oblique impingentium* quomodo determinetur, *m.* 616.  
*Motus curvilinearis* qualis, 239. quænam ejus causa, 74.  
*Motus fluminum* theoria, *h.* 210. & seqq.  
*Motus gravis ascendens* qualis sit, *m.* 317. quibus legibus adstringatur, 318. & seqq.  
*Motus gravium*, qua lege acceleretur, 86. 87. in medio resistente, 708. & seqq.  
*Motus pendulorum* demonstratus, 380. & seqq.  
*Motus projectorum* demonstratus, 479. & seqq.  
*Motus retilinei* in compositum resolutio, 245. 246.  
*Motus retardatus*. Definitio, *m.* 70.  
*Motus simplex*. Definitio, 237.  
*Motus uniformiter acceleratus*. Definitio, 67. ejus ratio, 80. & seqq.  
*Motus uniformiter retardati* ratio, 97. & seqq.  
*Moveri* quando dicatur corpus, 3.

## N.

*Nervi fidium* mutatio quoad longitudinem ob humiditatem aëris, *a.* 218.

## O.

*Onus ferendum* quomodo in data ratione distribuatur, *m.* 235.  
*Oscillatio*. Definitio, 376.  
*Oscillatio penduli* in cycloide quomodo determinetur, 337. quomodo efficiantur isochronæ, 382. & seqq.  
*Oscillationes pendulorum* inter se comparatæ, 392. & seqq.

## P.

*Parabola* curva temporis in motu gravium, *m.* 100. locus celeritatum in motu gravium, 99. via corporis projecti, 480. 482. quomodo describatur, 486.  
*Parabolæ æquatio* abscissis a foco computatis, *m.* 666. centrum gravitatis, 159. 162. centrum oscillationis, 451. 453. usus in motu fluminum explicando, *h.* 229. & seqq.  
*Parabolæ truncatæ* centrum gravitatis, *m.* 170.  
*Parabolarum infinitarum* centrum gravita-

tionis, *m.* 160. 161. 163. centrum oscillationis, 440. 442. 452.  
*Parallelogrammi* centrum gravitatis, 172. area quomodo inveniatur, 194.  
*Parallelopipedi* centrum gravitatis, 172.  
*Pendulum*. Definitio, *m.* 376. cur oscilletur, 380.  
*Penduli agitatio in latus*, 444.  
*in planum*, *ibid.*  
*Pendulorum intra cycloides suspensorum longitudes* quomodo se habeant, 396. & seqq.  
*Pendulum simplex*. Definitio, 377.  
*Compositum*, 378.  
*Percussio fluidi*. Definitio, *h.* 269. qualis sit, 270. 271. quænam in ea æstimanda respicienda, 272. 273. 274. theoria, 280. & seqq.  
*Perimetri figuræ irregularis cujuscunque* centrum gravitatis, *m.* 191.  
*Perimetri trianguli* centrum gravitatis, 191.  
*Peritrochium* quid dicatur, 756.  
*Pes horarius*. Definitio, *m.* 425. quantitas, 470. quomodo determinetur, 469. num sit mensura universalis, 471.  
*Plana diversa* quomodo ab aëre premantur, *a.* 61.  
*Plana similiter inclinata* quænam sint, *m.* 312.  
*Plani horizontalis* determinatio, 219.  
*Plani inclinati longitudinis* ad altitudinem ratio quomodo in praxi facile determinetur, *m.* 277. theoria & praxis, 161. & seqq.  
*Planum inclinatum*. Definitio, 258. quomodo determinetur, super quo datum pondus data vi sustentetur, 268.  
*Poculi constructio*, quo bibenti illuditur, *h.* 74.  
*Polyspasli* theoria & praxis, *m.* 833. & seqq.  
*Pondus*. Definitio, *m.* 248. quomodo hydrostatice inveniatur, *f.* 104. quando in aëre minuatur, & augeatur, *a.* 157. ejus vi quomodo machina moveatur, *m.* 890. & seqq. potentia adjuvetur, 896.  
*Pondus columnæ atmosphæricæ* quomodo inveniatur, *a.* 59.

- Pondus corporis in vacuo* quomodo inveniat, a. 58.  
*Pondus appensum* quando corpus in plano horizontali positum e situ horizontali dimovere nequeat, m. 233.  
*Pondera super curvis æquiponderantia*, m. 347.  
*Ponderum super planis inclinatis æquiponderantium ratio ad se invicem*, 281. 283.  
*Ponderis aeris incrementum* ob variatum pondus atmosphæricum quomodo determinetur, a. 159.  
*Potentia*. Definitio, 747. cuiam sit æqualis, 763.  
*Potentia animata*, 869.  
     *inanimata*, 869.  
     *movens*, 747.  
     *resistens*, ibid.  
*Præponderatio corporum duorum extra centrum gravitatis commune suspensorum* quomodo determinetur, m. 152. quomodo plurium, 155.  
*Præponderatio fluidi homogenei*, s. 35.  
*Pressio fundi vasorum a fluidis*, s. 41. & seqq. quando eadem, 42. 43. 47. 200. quomodo decreseat, 44. 45. si bases vasis fuerint inæquales, 48.  
*Pressiones fundi vasorum a fluidis quam habeant rationem*, 46.  
*Principium rationis sufficientis*, m. 25. 26.  
*Prismatis soliditas* quomodo inveniat, 197.  
*Problema Archimedæum de corona ex auro & argento mixta* quomodo solvatur, s. 82.  
*Problema de curva isochrona ad omnem universalitatem revocatum*, m. 345.  
*Projectilis motus per spatia horizontalia* qualis, 490.  
*Projectum horizontaliter vel oblique* qualem lineam describat, 480. 482.  
*Projectio horizontalis*. Definitio, m. 476. qualis hinc oriatur motus, 480.  
*Projectio obliqua*. Definitio, 477. qualis hinc oriatur motus, 488.  
*Projectio perpendicularis*. Definitio, m. 475. quinam hinc oriatur motus, 479.  
*Projectionis curva* quomodo inveniat directionibus gravium suppositis parallelis, 516. iisdem suppositis convergentibus in centro Telluris, 518.  
*Pyramidis truncatæ centrum gravitatis*, 184.
- Q.
- Q**uantitas materiæ in diversis corporibus quomodo per pendula definiatur, m. 406. & seqq. quod ponderi proportionalis, 412.  
*Quantitas motionis*. Definitio, 22. 23.  
*Quantitas motus*. Definitio, m. 22. 23. quando ante & post conflictum eadem, 581. 585. quando non, 582. & seqq. quando augeatur, 588. quando minuat, 589. in corporibus homogeneis quomodo se habeat, 139.  
*Quies*, Definitio, m. 2.  
*Quies ex ictu corporum resultans*, 533. 538. gravium unde pendeat, 222.
- R.
- R**adius vector. Definitio, m. 655.  
*Rarefactio*. Definitio, a. 8.  
*Rarefactio aeris evicta*, a. 23. quomodo eadem aqua expellatur, h. 91.  
*Rarius*. Definitio, s. 10. quod specificè levius densiori, II.  
*Rectanguli centrum oscillationis*, m. 435. 448.  
*Reflexio corporis oblique impingentis* qualis sit, m. 556.  
*Reflexionis lex* analytice investigata, 557.  
*Resistentia*, quam patiuntur corpora per fluida mota, h. 301. & seqq.  
*Resistentia medii*. Definitio, m. 677. quomodo determinetur, 679. & seqq.  
*Rosarii constructio*, h. 118. 119.  
*Rota directa*. Definitio, m. 899. constructio, 923. quomodo vi aquæ agitetur, 920.  
*Rota retrograda*. Definitio, 899. quomodo vi aquæ agitetur, 924. & seqq.  
*Rota siculis instructa* quomodo construat, h. 120.



*Rotarum dentatarum & radiatarum lignearum constructio*, m. 997.

S.

*Alis quantitas in aqua falsa quomodo determinetur*, f. 108. & seqq.

*Saltus aquæ per lumen horizontale*, h. 58. & seqq. per verticale, 49. & seqq. vi aëris compressi factus quantus sit, 96. & seqq. 101. vi rarefacti factus quantus, 102.

*Scytalæ quænam vocentur*, m. 757.

*Sectio alvei*. Definitio, h. 188.

*Sectio alvei naturalis*, 190. qualis figura, 192.

*Sectio alvei artificialis*, 190. qualis figura, 193.

*Sectio alvei tardior*, 196.  
velocior, ibid.

*Sectiones æquiveloces*. Definitio, h. 195. 209.

*Sectio fluminis*. Definitio, m. 39. quomodo inveniatur, 914. 915.

*Sectiones diversæ fluminis* quam habeant rationem, 916.

*Sectoris circuli centrum gravitatis*, 166.

*Segmenti circuli centrum gravitatis*, m. 168.

*Segmenti sphaeræ centrum gravitatis*, 177.

*Segmentorum circuli ratio*, 364.

*Segmentorum curvarum similium ratio*, 364.

*Semicirculi centrum gravitatis*, 167.

*Semita projectilis*. Definitio, m. 488. quomodo describatur, 510. parameter quomodo inveniatur, 491.

*Similitudinis principiorum in Geometria fecunditas*, 365.

*Sipho anatomicus*, f. 52. usus, ibid.

*Siphonis interrupti constructio & usus*, h. 77. & seqq.

*Siphonum constructio*, 64. 66.

*Situla baculo supra mensam posito appensa* quando non decidat, m. 233.

*Solidum quanta sui parte mergatur*, f. 94. quando profundius mergatur, 96. 97. quando datum intra fluidum locum servet, 98.

*Solidum minimæ resistentiæ* quomodo invenitur, h. 319.

*Solidorum æquiponderantium* in partes fluido submersæ quando æquales, f. 102.

*Sollicitatio ad motum*. Definitio, m. 110. quomodo determinetur ex lege accelerationis, 112. in motu composito quomodo se habeat, 253.

*Spatium motus*. Definitio, m. 12.

*Spatii parabolici mixtilinei centrum gravitatis*, m. 189.

*Specificè gravius*. Definitio, f. 6. quod sit: densius, 9.

*Specificè levius*. Definitio, 5. quod rarius, 11. quando fundo vasis incumbens a fluido non attollatur, 100. quando specificè graviori connexum in fluido non ascendat, 118. 122. & seqq. 127.

*Sphaeræ centrum gravitatis*, m. 178. centrum oscillationis, 460.

*Sphaeroidis elliptici centrum gravitatis*, 181. 182. centrum oscillationis, 465.

*Sphaeroidis elliptici segmenti centrum gravitatis*, 180.

*Sphaeroidis truncati centrum gravitatis*, 185.

*Spiritus vini quantum rarefiat*, a. 152.

*Statica*. Definitio, m. 1.

*Statera constructio*, 774. & seqq.

*Sulphuris gravitas specifica*, f. 77.

*Superincessus radens*, m. 936.

volvens, 937.

mixtus, 938.

*Symmetriæ corporis humani ratio*, 227.

*Syrinx quomodo construatur*, h. 107. quo impetu aqua expellatur, 108.

T.

**T**Empus motus, Definitio, m. 112.

*Tempus descensus per planum inclinatum*, 309. & seqq. per curvam quomodo determinetur, 353. quomodo per convexitatem curvæ, 354.

*Tempora descensus per plana similiter inclinata*, 314. & seqq. per curvas similes & similiter positas, 316.

*Tempora, quib. vasa deplentur*, h. 41. & seqq.

LII 3.

Tempora

*Temporis curva* in motu gravium, *m.* 100.  
*Tendentia*. Definitio, 255.  
*Tendentia media*. Definitio, 255. quomodo inveniatur, 256.  
*Thermometrum*. Definitio, *a.* 196.  
*Thermoscopium*. Definitio, 196. constructio, 198. 202. & *seqq.* in usu notanda, 214.  
*Traçtio*. Definitio, *m.* 872.  
*Trahendo* quomodo machina moveatur, 878. 879. 887.  
*Trahendo & deprimendo* simul quomodo machina moveatur, 882.  
*Trahendo & protrudendo* simul quomodo machina moveatur, 884.  
*Trajectoria* quænam linea dicatur, *m.* 519. quomodo inveniatur ex lege virium centripetarum, 664.  
*Trajectoria* quomodo inveniatur si vis centripeta fuerit reciproce in ratione duplicata radii vectoris, 669. quomodo hujus æquatio inveniatur, 670.  
*Trianguli centrum gravitatis*, 158.  
*Trianguli æquicruri centrum oscillationis*, 436. & *seqq.* 449. 450.  
*Trochlea*. Definitio, *m.* 759. theoria & praxis, 826. & *seqq.*  
*Trudendo movere* quid sit, 870.  
*Trudendo* quomodo machina moveatur, 870.  
*Tubus* in Hydraulica quid dicatur, *h.* 3.  
*Tubus Torricellianus*. Definitio, *a.* 87. symptomata, 91. & *seqq.* 120. & *seqq.*  
*Turres Bononiensis & Pisana inclinatæ* cur a lapsu immunes, *m.* 225.  
*Tympani constructio*, quo aqua elevatur, *h.* 120.

U.

**V***Alvula*. Definitio, *h.* 104. constructio, 106.  
*Vas ad hortos irrigandos aptum* quomodo construatur, 163.  
*Vasa concordiæ* quomodo construuntur, 180.  
*Vectis*. Definitio, *m.* 749. usus in expli-

candis instrumentis & motibus animalium, *m.* 751. theoria in hypothesi directionum perpendicularium, 765. in hypothesi obliquarum, 272. & *seqq.* praxis, 768.  
*Vectis heterodromus*. Definitio, 755. *homodromus*, 754.  
*Velocitas*. Definitio, *m.* 13. quid proprie sit, 16. qua diagonalis in motu composito describitur, quanta sit, 247. 247.  
*Velocitas in motu composito* quantitas ab angulo directionis dependens, 251.  
*Velocitates aquarum per tubos fluentium* quomodo sint inter se, *h.* 11.  
*Velocitas mediæ aquæ* in fluminibus, 208.  
*Ventus*. Definitio, *a.* 166. celeritas quomodo determinetur, 167. & *seqq.* quomodo oriatur, 185. & *seqq.* ex baroscopio prædicatur, 188. 189.  
*Venti vi* quomodo machina agitetur, *m.* 929.  
*Venti artificialis excitatio*, *a.* 194. 195. ad flammam conservandam, *h.* 176. & *seqq.*  
*Versando movere* quid sit, *m.* 875.  
*Versando* quomodo machina moveatur, 880.  
*Vis* requisita ad corpus in situ horizontali sustentandum, *m.* 230. ad grave super plano inclinato retinendum, 262. ad motum gravis impediendum, 267. ad solidum submersum attollendum, *f.* 92. ad specificè levius a fluido graviore ad ascensum urgendum, 99. ad solidum in fluido specificè leviori sustentandum, 126. ad vas vacuum in aquam immergendum, 113. ad specificè levius sub fluido graviore detinendum, 114. 120. 121. ad solidum in fluido demergendum, 106. qua solidum in fluido ascendit, 107.  
*Vis ulla* num perdat, 116.  
*Vires æquales* quænam sint, *m.* 275.  
*Vires æquiponderantium* quomodo æstimandæ, 146. 273. 274.

*Vis*

*Vis centralis* in omni curva quomodo se habeat, *m.* 657. in circulo, 658. & *seqq.* sectione conica quavis, 660. curva qualibet quomodo inveniatur, 662.

*Vires centrales* in circulo quomodo sese habeant, 623. & *seqq.*

*Vis centrifuga.* Definitio, *m.* 617.

*Vis centripeta.* Definitio, 619. quando urgeat corpus in linea curva motum versus aliquod punctum, 65.

*Vires conspirantes* quænam sint, *m.* 238.

*Vires fluidi in percussione* quomodo sese habeant, 280. & *seqq.*

*Vis mortua.* Definitio, 910. quomodo æstimanda, 278.

*Vires mortuæ* quando sicut velocitates, *m.* 280.

*Vis motrix.* Definitio, 9.

*Vires percutientes aquarum rotas molares* agitantium quomodo ad mensuram revo-centur, *h.* 286. & *seqq.*

*Vis resistendi.* Definitio, *m.* 20.

*Vis venti,* qua alas molendini convertit, *h.* 315.

*Vis viva.* Definitio, *m.* 9. 10.

*Vires vivæ corporum* quomodo æstimandæ, 325. & *seqq.*

*Volumen.* Definitio, *m.* 7.

*Volumen solidi* pondere alteri æqualis quomodo inveniatur, *f.* 80.

## FINIS INDICIS QUINTI.

## VI.

## INDEX

## RERUM ET VERBORUM

## TOMO III.

## CONTENTORUM.

Notes velim, literam *o.* Opticam, *c.* Catoptricam, *d.* Dioptricam, *p.* Perspectivam, *f.* Sphærica & Trigonometricam sphæricam, *a.* Astronomiam, numeros vero §§. designare: ubi autem nulli numeri adscribuntur, eosdem referri ad literam præcedentem.

## A.

**A**dnata quid sit, *o.* 23. ejus usus, 23.

**A**dspæctus. Definitio, *a.* 926. signa, 929. momentum, quo celebratur, quomodo inveniatur, 936.

**Æ**quatio centri. Definitio, *a.* 652. quomodo inveniatur, 687.

**Æ**quationis pars physica, *a.* 688.  
*optica, ibid.*

**Æ**quationum Tabulæ quomodo construantur, *a.* 688.

**Æ**quatio luminis, quid dicatur in theoria Lunæ, *a.* 857.

**Æ**quatio menstrua Lunæ. Definitio, *a.* 844. quomodo inveniatur, 851.

**Æ**quatio temporis. Definitio, *a.* 714. quomodo inveniatur, 715.

**Æ**quationum temporis Tabulæ quomodo construantur, *a.* 726.

**Æ**quator. Definitio, *a.* 48. proprietates, 49. 50. quomodo ab horizonte dividatur, 83. quomodo a meridiano, 84.

*Æquatoris*

- Æquatoris & horizontis interseclio* qualis sit, a. 88.
- Æquatoris arcus* inter horizontem & meridianum interceptus quantus sit, 89.
- Æquinaclium*. Definitio, a. 158. quomodo observetur, 653.
- Ær* num intensitatem luminis minuat, o. 90. 92.
- Æris altitudo* quomodo inveniatur, a. 405.
- Algebrae usus* in Catoptrica, c. 312. & seqq. in Dioptrica, d. 487. & seqq.
- Altitudo apparens* fideris. Definitio, a. 73. quomodo observetur, 109.
- Altitudo luminosi*. Definitio, o. 145.
- Altitudo meridiana* quomodo observetur, a. 129. 137. 142. Solis quomodo computetur, 202.
- Altitudinis meridiane* mensura, 95.
- Altitudo minor* quantum officiat visioni remotioris, o. 255. & seqq.
- Altitudo nonagesimi*. Definitio, a. 220. cuius æqualis, 221. quomodo inveniatur, 222.
- Altitudinis nonagesimi Tabulæ* quomodo computentur, a. 223.
- Altitudo objectiva* quomodo se habeat ad perspectivam, p. 54. quomodo exhibeatur, 55.
- Altitudo oculi*. Definitio, p. 21.
- Altitudo poli* quomodo inveniatur, a. 147. 154. ejus mensura, 96.
- Altitudo puncti apparentis in tabula* quomodo se habeat ad altitudinem oculi, p. 32.
- Altitudo Solis* quomodo ex umbra corporis inveniatur, o. 147. quomodo computetur, 215.
- Altitudo stellæ*. Definitio, a. 73. mensura, 94. quomodo ad datum tempus inveniatur, 300.
- Altitudo vera*. Definitio, a. 73.
- Altitudines* quomodo ex umbra reperiantur, o. 153. & seqq. quomodo ope quadrati geometrici investigentur, 174. & seqq. quomodo mediante speculo, c. 64. quando appareant inclinatæ, c. 326. 327. quando erectæ, 328.
- Altitudines apparentes* quando æquales, a. 104.
- Altitudines meridiane* quomodo observentur, a. 129. 137. 142.
- Altitudinum differentiæ* quænam visu non dignoscantur, o. 250.
- Altitudinum meridianarum* observatarum utilitas in Astronomia, a. 130.
- Amphiblastroides*. Definitio, o. 30.
- Amphora* sive *Aquarius*, a. 160.
- Amplitudo occidua*. Definitio, a. 195. mensura, 196. quomodo ope globi inveniatur, 320. 322.
- Amplitudo ortiva*. Definitio, a. 195. mensura, 196. fixæ quomodo computetur, 265. quomodo ope globi inveniatur, 322. Solis quomodo computetur, 206. quomodo ope globi inveniatur, 318.
- Amplitudinum ortivarum Tabulæ* quomodo condantur, 207.
- Anaclastica*. Definitio, d. 1.
- Anamorphosis*. Definitio, p. 105. quomodo fiat, 106. & seqq. in superficie conica convexa, III. in concava, III. in pyramide multilatera, III. pro polyedro, d. 277.
- Anamorphosis mechanica*, p. 109. 115.
- Anamorphoses* quomodo adipiciendæ, III.
- Anamorphoses* quomodo fiant pro speculo cylindrico, c. 290. pro conico, 301. pro pyramidalis, 304.
- Anamorphosium* pro speculo cylindrico perficiendarum theoria, 254. & seqq.
- Angulosa* quando appareant rotunda, o. 280. 281.
- Anguli* species in Triangulo rectangulo sphaerico quomodo determinentur, f. 133.
- Angulus ad nodum orbitæ Cometæ* quomodo inveniatur, a. 1138.
- Angulus ad Solem*. Definitio, a. 650. ad Terram, 762.
- Angulus*

*Angulus circuli latitudinis cum via penumbræ* quomodo inveniatur, a. 1067.  
*Angulus commutationis.* Definitio, a. 760. quomodo inveniatur, 761.  
*Angulus eclipticæ cum meridiano* quomodo in dato puncto computetur, 204.  
*Anguli eclipticæ cum meridiano Tabulæ* quomodo condantur, 205.  
*Angulus elongationis.* Definitio, a. 762. quomodo supputetur, 792.  
*Angulus incidentiæ.* Definitio, c. 19. d. II.  
*Angulus inclinationis.* Definitio, d. 12.  
*Angulus opticus, seu visorius.* Definitio, o. 207.  
*Angulus orientis* quomodo computetur, a. 218.  
*Angulus parallacticus.* Definitio, a. 370. mensura, 371.  
*Angulus reflexionis.* Definitio, c. 21.  
*refractionis.* Definitio, d. 13.  
*Angulus refractus.* Definitio, d. 14. quomodo computetur, 30.  
*Angulorum refractorum & refractionis Tabulæ,* d. 32.  
*Angulus sphaericus.* Definitio, f. 5. mensura, 31.  
*Angulorum sphaericorum ratio,* 43.  
*Animalia* num dentur in Luna, a. 488. num in planetis, 526.  
*Anni solaris magnitudo* quomodo inveniatur, 669. quanta sit, 671.  
*Annulus circa Lunam* in eclipsi Solis totali apparens, a. 454.  
*Annulus Saturni,* a. 516. 517.  
*Anomalia.* Definitio, a. 646.  
*Anomaliæ motus annuus* quomodo inveniatur, 706.  
*Anomalia coæquata.* Definitio, a. 650. quid sit, 651. quomodo inveniatur, 686. 690. 697.  
*Anomalia eccentrici.* Definitio, a. 649. quomodo inveniatur, 690.  
*Anomalia media s. simplex.* Definitio, a. 647. mensura, 648. quomodo inveniatur, 648.

Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

*Anomalia media secundo coæquata respondens* pro Luna quomodo inveniatur, a. 852.  
*Anomaliarum Solis Tabulæ* quomodo construuntur, 707.  
*Anomalia secundo æquata* pro Luna quomodo inveniatur, a. 854.  
*Anomalia vera.* Definitio, a. 650.  
*Aphelium.* Definitio, 636.  
*Aphelii locus* quomodo inveniatur pro planetis superioribus, 734. pro inferioribus, 743. pro Tellure, 674. 810. ubinam sit ad A. 1700. in planetis superioribus, 739. in inferioribus, 745.  
*Aphelii motus annuus* quomodo inveniatur in planetis superioribus, 737. in inferioribus, 746. quantus sit in superioribus, 739. in inferioribus, 747.  
*Apogæum.* Definitio, a. 636.  
*Apogæi solaris motus annuus* quomodo inveniatur, 702.  
*Apogæi solaris motuum Tabulæ* quomodo construuntur, a. 703.  
*Apogæi Lunæ locus* ad An. 1700. 835.  
*Apparentia.* Definitio, p. 22.  
*Apparentia lineæ,* ibid.  
*plani,* ibid.  
*solidi,* ibid.  
*Arachnoides,* o. 34.  
*Aranea,* 34.  
*Arcitenens,* a. 160.  
*Arcus* quando instar rectæ appareat, o. 275. 276.  
*Arcus æquatoris datus* quo tempore per meridianum transeat quomodo computetur, a. 211.  
*Arcus inter centra.* Definitio, a. 945. quomodo inveniatur, 946. & seqq.  
*Arcus latitudinarius* in eclipsi terrestri. Definitio, 1069. 1070. quomodo inveniatur, 1083.  
*Arcus visionis.* Definitio, a. 281. quomodo determinetur, 286. quantus sit, 288.  
*Argumentum latitudinis.* Definitio, a. 769.  
*Argumentum latitudinis mensuræ.* Definitio, 843. quomodo inveniatur, 846.

M m n

Argu-

- Argumentum menstruum latitudinis*. Definitio, a. 870.
- Aries*, 160.
- Ascensio obliqua*. Definitio, a. 191.
- Ascensio obliqua Solis* quomodo inveniatur, 208. 209. quomodo ope globi reperitur, 318.
- Ascensio obliqua stellæ fixæ* quomodo inveniatur, 266. 267. quomodo ope globi inveniatur, 322.
- Ascensionum obliquarum Tabulæ* quomodo condantur, 210.
- Ascensio recta*. Definitio, 190.
- Ascensio recta fixæ* quomodo observetur, 228. quomodo computetur, 260. 261. 264. quod sit mutabilis, 235.
- Ascensio recta puncti dati eclipticæ* quomodo computetur, a. 204.
- Ascensio recta Solis* quomodo inveniatur ope globi, 313.
- Ascensionum rectarum singulorum graduum eclipticæ Tabulæ* quomodo condantur, 205.
- Ascensionum rectarum duarum fixarum differentia* quomodo inveniatur, 226. 227.
- Asterismi* qui sint, 245. eorum nomina, ibid.
- Astrognoſia* quibus adminiculis juvetur, 248.
- Astronomia*. Definitio, 1.
- Astronomia spherica*. Definitio, 2.
- theorica*. Definitio, 3.
- Atmosphæra Solis* stabilita, 419. 444. 446. figura ejus, 447.
- Atmosphæra lunaris* stabilita, 486.
- Aurora*. Definitio, d. 393.
- Axis incidentiæ*. Definitio, d. 9.
- lentis*. Definitio, 21.
- mundi*. Definitio, 44.
- opticus*. Definitio, o. 340.
- partis coni umbrosi* quomodo reperitur, a. 1049.
- refractionis*. Definitio, d. 10.
- sphæræ*. Definitio, f. 9.
- Azimuthum*. Definitio, a. 194. ejus mensura, 197.
- Azimuthum solis* quomodo inveniatur, 206. quomodo ope globi, 318.
- Azimuthum stellæ* quomodo inveniatur, 302. quomodo ope globi, 320. 322.
- B.
- B** *Asis Tabulæ* quid in Perspectiva dicatur, p. 12.
- Biceps* quando quis appareat in speculo plano, c. 113.
- Biquintilis* quinam adſpectus sit, a. 931.
- C.
- C** *Alor* quomodo ope speculorum concavorum intendatur, c. 226. 227.
- Camera obscura* quid sit, o. 79. 80. effectus ejus demonstratus, 119. & seqq. quomodo accuratior construatur, d. 236.
- Cancer* quid significet in Astronomia, a. 160.
- Caper* sive *Capricornus* quid significet in Astronomia, 160.
- Capite ad pedes alterius jacentem* quando quis se videat in speculo plano, c. 115.
- Capite truncatum* quando quis se videat in speculo plano, c. 113.
- Caput Draconis*, a. 819.
- Cardines mundi*. Definitio, a. 80.
- Cardo meridiei*. Definitio, ibid.
- Cardo occidentis*. Definitio, 80. quomodo inveniatur, 126.
- Cardo orientis*. Definitio, 80. quomodo inveniatur, 126.
- Cardo orientis & occidentis* quomodo sibi invicem opponantur, 102.
- Cardo septentrionalis*. Definitio, 130.
- Catalogus fixarum* quomodo construatur, 244. a quibusnam constructus, ibid.
- Cathetus incidentiæ*. Definitio, c. 16. in quonam sit plano, 39.
- Cathetus obliquationis*. Definitio, c. 18.
- Cathetus reflexionis*. Definitio, 17. in quonam sit plano, 39.
- Catini ad polienda vitra commodi* quomodo parentur, d. 527. & seqq.

- Catoptrica*. Definitio, c. 1. principia, 24. & seqq.
- Catoptrica analytica*, 312. & seqq.
- Cauda Draconis*, a. 819.
- Celeritatum apparentium ratio*, c. 359. & seqq.
- Centrum mediorum motuum ubinam sit*, a. 680.
- Centrum penumbrae ubi sit*, a. 1050.
- Choroides*, o. 27.
- Ciliare ligamentum*, 29.
- Ciliares processus*, 29.
- Circulorum maximorum sphaerae proprietates*, s. 15. & seqq. 25. & seqq.
- Circulorum minorum sphaerae proprietates*, 36. & seqq.
- Circulorum sphaerae in planum projectio* quando recta, quando circulus, 152.
- Circuli excursuum*. Definitio, a. 187.
- Circuli polares*. Definitio, 184. quales sint circuli, 185.
- Circuli sphaerae mundanae sive caelestis*. Definitio, 41. quomodo optime dignoscantur, 189.
- Circulus* quomodo projiciatur, p. 47.
- Circulus aequinoctialis*. Definitio, a. 53. quod vulgo cum aequatore confundatur, 55.
- Circulus declinationis*. Definitio, 78. proprietas, 79.
- Circulus diurnus*. Definitio, a. 56.
- eccentricus*. Definitio, 641. 642.
- latitudinis*. Definitio, a. 239.
- immutus*. Definitio, 43.
- mobilis*. Definitio, 42.
- polaris arcticus*, ibid.
- antarcticus*, 184.
- Circulus verticalis*. Definitio, 93. quomodo horizontem sensibilem interfecet, 93.
- Cistula catoptrica*, in qua objecta alia videntur, si per aliud foramen inspexeris, c. 119. in qua objecta videntur cistula majora, 259.
- Caeli figura apparens*, a. 10. motus apparens, 11. & seqq.
- Cognitio rerum naturalium* quotuplex, a. 627.
- Colorum theoria optica*, o. 183. & seqq.
- Columnarum scenographia*, p. 71.
- Coluri*. Definitio, a. 186.
- Colurus aequinoctiorum*, ibid.
- solstitiorum*, ibid.
- Cometae*. Definitio, a. 1131. qualia sint corpora, 1168. num mundo coeva corpora, 1158. an sint supra Solem, 1171. an supra Lunam, 1151. & seqq. num habeant parallaxin sensibilem, 1148.
- Cometarum phaenomena*, 1167. motus qualis appareat, 1161. caudae quid sint, 1173. longitudo & latitudo quomodo inveniatur, 1132. ascensio recta & declinatio quomodo inveniatur, 1134. quomodo distantia a Sole, 1135. motus proprius, 1136. distantia a Terra quanam requiratur, ut datum tempus super horizonte consumant, 1150.
- Conclave speculari* quomodo construatur, c. 138. 139.
- Coni scenographia*, p. 64.
- Conjunctio planetarum*. Definitio, a. 535. 928. signum, 929.
- Conjunctio corporalis*, 935.
- centralis*, 935.
- magna*, 933.
- maxima*, 933.
- platica*, 935.
- Conjunctionis Lunae cum Sole visae momentum* quomodo inveniatur, 999.
- Conjunctiones planetarum inferiorum cum Sole* quomodo observentur, 728.
- Conspicilla*. Definitio, d. 478.
- Contigua & continua* quando videantur visibilia, o. 69.
- Conus penumbrosus*. Definitio, a. 1040. quid proprie sit, 1044. quousque exporrigatur, 1042.
- Coni penumbrosi angulus* quantus sit, 1045. 1048. similitudo cum cono umbroso, 1047.

- Conus umbrosus* quem situm habeat respectu penumbrosi, a. 1043.
- Coni umbrosi Lunæ axis* quomodo inveniatur, 1025.
- Coni umbrosi Terræ longitudo* quomodo inveniatur, 939.
- Coni umbrosi Terræ & Lunæ* quales sint eodem tempore, 1024.
- Cornea tunica.* Definitio, o. 18. proprietates, 19. cur sit tenax, 22.
- Corpus* quando instar superficiei appareat, 274.
- Corpus diaphanum.* Definitio, 11. illuminatum, 10. lucidum, 9. luminosum. ibid.
- Corpus opacum.* Definitio, o. 12. quando tegat oculo visibilia, 411. & seqq.
- Corpus pellucidum.* Definitio, 11. perspicuum, ibid.
- Cossecantes* quando ad cotangentes prope accedant, d. 51. quando sint ut cotangentes quam proxime, 52.
- Craticula eclipti in anamorphosis*, p. 106. c. 292.
- Craticula prototypi in anamorphosis*, p. 106. c. 292.
- Crepusculum.* Definitio, a. 393. causa, 395. quando per integram noctem duret, 400. quo tempore hoc fiat quomodo inveniatur, 401.
- Crepusculum matutinum.* Definitio, a. 393. quando incipiat, 394. initium quomodo inveniatur calculo, 402. quomodo ope globi, 404.
- Crepusculum Solis secundum* quomodo observatum, a. 440. undenam sit, 443. 444.
- Cubi ex angulo visi scenographia*, p. 58.
- Culminare* quando stella dicatur, a. 133.
- Culminatio stellæ.* Definitio, 133. quomodo observetur, 134. quomodo computetur, 269.
- Curvatio.* Definitio, 772.
- Curvationum Tabulæ* quomodo construantur, 790.
- Curvarum versus eandem partem cavarum* quænam major, f. 48.
- Curvilinearæ figuræ projectio*, p. 48.
- Cylindri scenographia*, 60.
- D.
- D***Ecilis*, a. 931.
- Declinatio.* Definitio, 75. qualis sit, 76. 77.
- Declinatio eclipticæ* quomodo observetur, a. 183. quomodo computetur, 198.
- Declinatio maxima eclipticæ* quomodo observetur, 163. 168. quanta observata fuerit, 165. an sit mutabilis, 166. 167.
- Declinatio Solis* quando sensibilibus non mutetur, 117. 118. quomodo ope globi inveniatur, 313.
- Declinationum Solis circa solstitium differentiarum* quomodo ope gnomonis præalti determinantur, 664.
- Declinationum Solis a maxima paulo ante & post solstitium differentiarum* quomodo se habeant, 661. & seqq.
- Declinatio stellæ fixæ* quomodo computetur, a. 260. 263. quomodo ope globi inveniatur, 311. an sit mutabilis, 233. 234. num in eadem rotatione mutetur, 115.
- Delineatio accurata objecti* cujuscunque quomodo fieri possit, p. 3.
- Descensio obliqua.* Definitio, a. 192. quomodo computetur, 207. quomodo inveniatur ope globi, 320. 322.
- Diameter apparens Lunæ* quomodo mutetur, 555. in Sole insensibilis, 1019.
- Diameter apparens Planetarum* quomodo observetur, a. 548. quantæ singulorum observatæ fuerint, 557.
- Diameter apparens Solis* quomodo observetur, 547. 548. quanta observata, 553.
- Diametri apparentis Solis, Lunæ & planetarum magnitudo* variabilis, 549.
- Diameter penumbrae.* Definitio, a. 1050.
- Diameter sphaeræ.* Definitio, f. 9.
- Diameter vera sideris* quomodo inveniatur, a. 912. ejus ratio ad diametrum Solis quomodo inveniatur, 909. quanta sit, 911.
- Diameter*



- Diameter vera planetarum* in semidiametris Terræ quomodo inveniatur, a. 919. quanta sit uniuscujusque, 920. & seqq.
- Diameter umbræ Lunæ*, 1029.
- Diei longitudo* quomodo computetur, a. 213. quomodo ope globi inveniatur, 321.
- Dies solares* quod sint inæquales, 709.
- Dierum solarium æquatio* quomodo inveniatur, 715. æqualium & inæqualium differentia, 711.
- Differentia ascensionalis*. Definitio, a. 193. quomodo computetur, 206. 265.
- Differentia ascensionalium Tabulæ* quomodo condantur, 207.
- Differentia descensionalis*. Definitio, 193.
- Differentiarum horariarum meridianorum Tabulæ* quomodo construuntur, 980.
- Digitus ecliptici*. Definitio, 950. quomodo inveniatur in Lunæ eclipsi, 951.
- Digitus ecliptici Solis* quomodo inveniatur, a. 1001. quomodo in eclipsi terrestri inveniatur, 1097.
- Dioptra objectiva*, a. 106.  
ocularis, 106.
- Dioptræ telescopicæ* cur adhibeantur, 108.
- Dioptrarum telescopicarum* positio quomodo examinetur, 131.
- Dioptrica*. Definitio, d. 1.
- Dioptrica analytica*, 487. & seqq.
- Directio planetæ*. Definitio, a. 531.
- Discus Terræ*. Definitio, 1013.
- Disjuncta* quando contigua videantur, o. 308. quando continua, 309. 310.
- Distantia duorum punctorum* in superficie spheræ, f. 54.
- Distantiarum differentia* quænam visu non dignoscantur, o. 250.
- Distantia Cometæ a Terra* quomodo inveniatur, a. 1147.
- Distantia curtata*. Definitio, 771. quomodo inveniatur, 789.
- Distantia Lunæ a Terra* quomodo variet, 556.
- Distantia planetæ a Sole* quomodo inveniatur, 812.
- Distantia planetæ a Terra* quomodo supputetur, a. 792.
- Distantia Solis vera a Terra* quomodo inveniatur, 894. & seqq.
- Distantia Solis maxima & minima a Terra* ubinam sit, 554.
- Distantia Solis a nodo & apogæo lunari*. Definitio, 841.
- Distantia stellarum* quomodo observetur, 225.
- Dodecatemorion*. Definitio, 188.
- E.
- E***ccentricitas*. Definitio, a. 638. 639.
- Eccentricitas in ellipsi*, 679.
- Eccentricitas Lunæ conitans*, 835.
- Eccentricitas Lunæ menstrua* quomodo inveniatur, 847.
- Eccentricitas orbitæ ellipticæ Telluris* quomodo inveniatur, 810.
- Eccentricitas planetarum* quanta, 750.
- Eccentricitas planetarum superiorum* quomodo inveniatur in orbita circulari, 734. quomodo in elliptica, 813.
- Eccentricitas planetarum inferiorum* quomodo inveniatur, 749.
- Eccentricitas Solis* quomodo inveniatur, 675. 678. quanta sit, 682.
- Eclipsis Lunæ*. Definitio, a. 937. quomodo appareat, 458. quænam ejus causa, 459. quid sit, 461. cur ubivis ejusdem magnitudinis, 462. ejus magnitudo, 951. initium, medium, finis & duratio quomodo inveniatur, 971. typus quomodo describatur, 976. quomodo supputetur, 974. observetur, 977. 978.
- Eclipsis Lunæ partialis*. Definitio, 937. quando sit, 948.
- Eclipsis Lunæ totalis*. Definitio, 937. phænomena, 463.
- Eclipsis Lunæ totalis cum mora*. Definitio, 937. quando sit, 948.
- Eclipsis Lunæ totalis sine mora*. Definitio, 937. quando sit, 948.
- Eclipsium lunarium termini necessarii*. Definitio, 943. quomodo reperiantur, 944.
- Eclipsium  
M m m 3

- Eclipsium lunarium termini possibiles.* Definitio, a. 943. quomodo reperiantur, 944.
- Eclipsis satellitum Jovis*, a. 502. 505. 510.
- Eclipsis Solis.* Definitio, 982. quando accidat, 984. 985. quomodo appareat, 448. quænam ejus causa, 449. & seqq. cur non in omnibus locis eodem momento accidat, 1081. quomodo supputetur, 1008. observetur, 1010. o. 303. initium & finis, a. 1004. 1101. duratio quomodo inveniatur, 1005. termini quomodo determinentur, 995. 996. typus quomodo describatur, 1007. ubi totalis videatur, 1075. 1079. ubi partialis, 1078. 1080. ubi nulla, 1077.
- Eclipsis solaris totalis* phænomena, 454.
- Eclipsis Solis CHRISTO* patiente num fuerit præternaturalis, 986.
- Eclipsis Terræ.* Definitio, a. 1011. quando detur, 1072. 1073. 1074. quomodo appareat Selenitis, 1037. termini quomodo reperiantur, 1082. initium & finis quomodo inveniatur, 1085.
- Ecliptica.* Definitio, 157. divisio, 160. qualis sphaeræ circulus, 171. ejus situs, 172. & seqq.
- Eclipticæ declinatio maxima* quomodo observetur, 163. quanta observata fuerit, 165.
- Ecliptica in disco Terræ.* Definitio, a. 1059. situs in eodem, 1060.
- Elevatio poli.* Definitio, 99. quomodo inveniatur, 200. quomodo observetur, 154. super disco Terræ cuiam æqualis 1086.
- Elevatio æquatoris.* Definitio, a. 99. mensura, 100. quomodo observetur, 154. quomodo inveniatur, 200.
- Ellipsis* quando instar circuli appareat, o. 282. quando in parabolam degeneret, a. 1163.
- Ellipseos* descriptio per data tria puncta, 809. proprietates quædam, 803. & seqq.
- Engyscopium.* Definitio, d. 402.
- Epactæ.* Definitio, a. 963. quomodo inveniuntur, 965.
- Epocharum Tabulæ* quomodo construuntur, 719. 754.
- Epochæ motus medii & apogæi Solis* quomodo constituuntur, 718.
- F.
- F***Aciam & tergum* quomodo simul spectemus in speculo plano, c. 109. 128. 129.
- Faculæ solares* num dentur, a. 429.
- Fasciæ in Jove* observatæ, 499.  
in Saturno observatæ, *ibid.*
- Fenestrarum scenographia*, p. 75.
- Fenestrarum apertarum* scenographia, 79.
- Flamma* e longinquo visa cur major appareat, quam in vicinia, o. 265. 266.
- Flamma candelæ* quando appareat rotunda, o. 307.
- Figuræ apparentia* per quænam detur, p. 31.
- Figuræ visio*, o. 272. & seqq.
- Figuræ curvilineæ* projectio quomodo fiat, pag. 35.
- Figuræ mixtilineæ* projectio, 36.  
*rectilineæ* projectio, 34.
- Figura rotunda oblonga* seu ovalis quando instar circuli appareat, o. 282.
- Figura vera polyoni regularis & circuli* quando videatur, o. 286. quando non, 287.
- Fixæ* (stellæ) quomodo in asterismos distinguantur, a. 246. quænam semper appareant, quæ semper lateant, quomodo inveniuntur, 277. quo lumine fulgeant, 1119. quid sint, 1120. quantæ sint, 1121. an habeant planetas circa se, 1122. 1123. num habeant parallaxin sensibilem, 384. num sint Terra majores, 1109. num ultra Saturnum a Tellure distent, 1110. num inæqualiter a Terra distent, 1114. cur aliæ aliis minores appareant, 1115. num mutantur, 1129.
- Fixæ in plures divisæ* quænam subinde observentur, 543.
- Fixæ per vices apparentes ac disparentes*, 1124. & seqq.
- Fixæ*

*Fixæ primæ magnitudinis* quantæ per telescopium appareant, a. 1111.  
*Fixæ temporaria*, 1127.  
*Fixarum aberrationes annuæ*, 605. num parallaxis earum annua recte inde colligatur, 606. quanta hæc esse debeat, 607.  
*Fixarum distantia a Terra* quomodo inveniatur, 1116. quanta æstimetur, 1117.  
*Fixarum mora supra horizontem* quomodo inveniatur, a. 268.  
*Fixarum magnitudines apparentes*, 249.  
*Fixarum multitudo evicta*, 1113.  
*Fixarum occultationes a planetis factæ*, 542.  
*Fixarum a Luna occultandarum figura ovalis* observata, 475. causa quænam sit, 476.  
*Focus*. Definitio, d. 22. quomodo determinetur in lentibus convexis, 186. 217. 221. quomodo in meniscis, 298. quomodo in superficie spherica convexa, 89. 90.  
*Focus virtualis*. Definitio, 23. quomodo determinetur in lente concava, 282. 290. quomodo in meniscis, 312.  
*Fulcrum telescopii longioris* quomodo construatur, d. 382.  
*Fulguratio in medio disci Lunæ* in eclipsi Solis totali observata, 454.

## G.

*Gemini*, a. 160.  
**G**lobus cælestis. Definitio, a. 303. constructio, 305. 309. usus, 311. & seqq. quomodo ad cœli situm componatur, 316.  
*Globus descendens* quomodo repræsentari possit tanquam ascendens, c. 73.  
*Gnomonis astronomici* constructio & usus, a. 137. & seqq.  
*Gravitas corporis* num in omnibus Terræ locis eadem, 569. 570.

## H.

**H**elioscopium. Definitio, d. 465. constructio, 467.  
*Hemisphærium* quomodo totum ab oculo conspici possit, o. 427.  
*Hemisphærium australe*, sive meridionale mundi, a. 52.

*Hemisphærium boreale* sive septentrionale mundi, a. 51.  
*Hemisphærium inferius cœli*, 65.  
*superius cœli*, 64.  
*Homines* num dentur in Luna, 488. num in planetis ceteris, 526.  
*Hora diei* quomodo ex Solis altitudine eruatur, a. 216.  
*Horizon*. Definitio, 61. quomodo a meridiano secetur, 84. quomodo a circulo verticali, 85.  
*Horizon apparens*, sive sensibilis. Definitio, 66. proprietates, 67. poli ejus ubinam sint, 90.  
*Horizon occiduus*. Definitio, 69.  
*ortivus*. Definitio, 68.  
*Horizon rationalis*, sive verus. Definitio, 61. proprietates, 62. 63. situs, 86. poli ubinam sint, 60.  
*Horologii motus* quomodo rectificetur, vel probetur, 297.  
*Horopter*. Definitio, o. 341.  
*Humor aqueus*. Definitio, 33.  
*Humor crystallinus*. Definitio, 34. figura, 35. 36. usus, 61. & seqq. effectus, 75.  
*Humor vitreus*. Definitio, 37.  
*Hypothesis latitudinis Lunæ*, a. 873.  
*Hypothesis Lunæ*, 839. 84.

## I.

**J**anuarum in pariete scenographia, p. 73.  
*Januarum apertarum* scenographia, 77.  
*Ichnographia geometrica*. Definitio, p. 23.  
*Ichnographia perspectiva*, sive projecta. Definitio, p. 25. quomodo fiat, 33. & seqq.  
*Imago visibilis* qualis in oculo delineetur, o. 62. & seqq. quando clarior, 77. qualis sit in presbytæ oculo, 383. qualis in oculo myopis, 386.  
*Imaginis locus* in speculo concavo, c. 232. & seqq. 253. & seqq. in speculo convexo, 166. 167. 168. in planis, 51. & seqq.  
*Imago* qualis sit in speculo concavo, 252. & seqq. in convexo, 183. in cylindrico, 280. & seqq. in cylindricis cavis, 298. & seqq.

- seqq.* cur videatur in libero aëre, c. 300. in speculis planis, 60. quanta sit in speculo concavo, 240. & *seqq.* in convexo, 155. 175. 178. 179. 180. qualis appareat per vitrum planum, d. 83. qualis post lentem convexam, o. 387. & *seqq.* d. 224. & *seqq.*
- Imago inversa post lentem convexam* quomodo sistatur erecta, c. 231. 233. 334.
- Imago lucidi* cur multiplex videatur in speculo plano, c. 88.
- Imago objecti* quomodo multiplicetur in speculis planis, c. 93. 100. 104. 106. 110. 112. 126. 127. quando verticalis appareat horizontalis & contra, 70. 71. quando infra horizontem situ inverso appareat, 57. 58. quando post speculum longius distare videtur, quam ante ipsum abest, 134. & *seqq.*
- Imago prototypo similis* quomodo mechanice delineetur, p. 110.
- Imago deformis* quomodo formosa restituitur per speculum cylindricum, c. 290. conicum, 301. pyramidale, 304.
- Imagines monstrosæ* quomodo in speculis planis exhibeantur, 112. 113. 114. 116.
- Inæqualia* quando appareant æqualia, o. 252. & *seqq.*
- Inæqualitas prima.* Definitio, 773.
- Inæqualitas secunda,* sc. motus planetarum, 775.
- Inæqualitas Lunæ prima seu soluta,* 823.
- Inæqualitas Lunæ altera seu menstrua,* 824. phænomena, 838.
- Inæqualitatis tertie* in motu Lunæ phænomena, 855.
- Inclinatio.* Definitio, a. 767. maxima quomodo observetur, 773. quanta sit in singulis planetis, 784.
- Inclinationum Tabulæ* quomodo construuntur, 785.
- Inclinatio incidentis radii.* Definitio, c. 22.
- Inclinatio limitis mensuræ.* Definitio, a. 872. quomodo inveniatur, 876.
- Inclinatio planorum* qualis, f. 97.
- Inclinatio radii reflexi.* Definitio, c. 23.
- Inclinatio viæ penumbrae.* Definitio, a. 1065. quomodo inveniatur, 1066.
- Incolæ planetarum* num dentur, 527.
- Insulæ* in Luna, 480.
- Intensitas luminis.* Definitio, o. 81. quando non mutetur, 86. quomodo se habeat, 85.
- Intervallum planetæ.* Definitio, a. 640. quomodo inveniatur, 685.
- Jovicolæ* quantæ magnitudinis, 527.
- Iris oculi,* o. 25.
- Jupiter.* Definitio, 3. quale sit corpus, 505. 524. similitudo cum Tellure, 525. motus vertiginis, 496. figura ovalis in occultatione per Lunam facta, 475. 476.
- Jupiter Jovialis,* 501.

## L

- L** *Asteris species* in triangulo rectangulo sphaerico quomodo determinetur, f. 133.
- Laterna magica.* Definitio, d. 464. constructio, 470. quomodo in microscopium convertatur, 476. 477.
- Latitudo.* Definitio, a. 786.
- Latitudo Lunæ simplex.* Definitio, a. 865.
- Latitudo Lunæ vera.* Definitio, o. 867. quomodo inveniatur, 880.
- Latitudo Lunæ visa.* Definitio, 987. quomodo inveniatur, 988. quomodo computetur in momento synodi visæ, 1000. quomodo inveniatur initio & fine eclipsis Solis, 1006.
- Latitudo menstrua.* Definitio, 869. quomodo inveniatur, 878.
- Latitudo planetæ* quomodo observetur, 559. quomodo inveniatur, 795. quomodo supputetur, 814.
- Latitudo stellæ.* Definitio, 236. mensura, 237. 238. quomodo inveniatur, 243. 261. quomodo inveniatur ope globi, 312. an sit mutabilis, 251.
- Latitudo umbræ.* Definitio, 1053.
- Latitudo umbræ apparens.* Definitio, 1055. quomodo inveniatur, 1056.

*Lens*. Definitio, d. 15.  
*Lentes causticae*. Vide *Vitra caustica*.  
*Lentes causticae ex glacie confectae*, 201.  
*Lentes convexae* quomodo refringant lumen,  
 266. & seqq.  
*Lentes hyperbolicæ* num sphaericis præstent,  
 325.  
*Lentis convexæ* effectus, o. 73. 75.  
*Lentis objectivæ* apertura in telescopio quo-  
 modo determinetur, d. 494. ejus neces-  
 sitas, 395. 398.  
*Lentium plano-convexarum* theoria, 166.  
 & seqq.  
*Lentium utrinque convexarum* theoria, 184.  
 & seqq.  
*Lentium concavarum* theoria, 279. & seqq.  
*Leo*, a. 160.  
*Libra*, 160.  
*Limites* in orbita Lunæ, 872.  
*Lineæ apparentia* per quænam detur, p. 31.  
*Linea apsidum*. Definitio, a. 636.  
*Lineæ apsidum positio* quomodo determi-  
 netur, 674. 754. 743. quomodo in or-  
 bita elliptica planetarum superiorum in-  
 veniatur, 813.  
*Linea brevissima* quænam sit in superficie  
 sphaeræ, f. 53.  
*Linea distantia*. Definitio, p. 15. quænam  
 sit, 16.  
*Linea fiducia* quænam dicatur, a. 107.  
*Linea fundamentalis*. Definitio, p. 11.  
*Linea horizontalis* in Perspectiva. Definitio,  
 17. qualis sit, 18.  
*Linea incidens*. Definitio, c. 14.  
*Linea incidentiæ*. Definitio, d. 4.  
*Linea meridiana*. Definitio, a. 81. situs,  
 82. quomodo inveniatur, 120. usus,  
 125. 128.  
*Linea objectiva*. Definitio, p. 27.  
*Lineæ parallelæ* quando convergentes ap-  
 pareant, o. 227. & seqq.  
*Linea recta* quando instar puncti appareat,  
 o. 722.  
*Lineæ rectæ* apparentia qualis, p. 28.  
*Linea reflexionis*. Definitio, c. 15.  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

*Linea refractionis*. Definitio, d. 5.  
*Linea terræ*. Definitio, p. 11.  
*Loca optica*. Definitio, o. 334. theoria,  
 335. & seqq.  
*Loci visio*, 308. & seqq.  
*Loci dati distantia a centro penumbrae* quo-  
 modo inveniatur, a. 1099.  
*Locus ad eclipticam reduclius*. Definitio,  
 757. quomodo inveniatur.  
*Locus centricus* planetæ, 755.  
*Locus eccentricus in ecliptica*. Definitio,  
 757.  
*Locus eccentricus in orbita*. Definitio, 755.  
 quomodo supputetur, 756.  
*Locus geocentricus*. Definitio, 758.  
*Locus heliocentricus*. Definitio, 557. quo-  
 modo ex geocentrico inveniatur, 812.  
*Locus imaginis in speculo ubinam sit*, c. 41.  
*Locus imaginis in speculo concavo*, con-  
 vexo, 151. 152. 154. & seqq. plano.  
*Locus Lunæ fictus*. Definitio, a. 862.  
 prope verus, ibid.  
*Locus verus*, ibid. quomodo supputetur,  
 863.  
*Locus medius Solis* quomodo inveniatur,  
 704.  
*Locus opticus*. Definitio, 364.  
*Locus opticus apparens*. Definitio, 365.  
*Locus opticus verus*. Definitio, ibid.  
*Locus physicus sideris*. Definitio, a. 363.  
*Locus Solis in ecliptica* quomodo observe-  
 tur, 203.  
*Locus Solis verus* quomodo supputetur,  
 720. & seqq.  
*Locus Terræ, ubi Sol totus eclipsatus oritur*  
*vel occidit*, quomodo determinetur,  
 1093.  
*Locus Terræ, vel quem pervenit centrum*  
*penumbrae* quomodo determinetur, 1094.  
*Loca Terræ, quibus Sol oritur & occidit,*  
*in principio ac fine eclipsis terrestris* quo-  
 modo determinetur, 1092.  
*Longitudines* quænam visus comprehendere  
 possit, o. 248. & seqq.  
*Longitudo Lunæ visa*. Definitio, a. 989.  
 quo-

- quomodo inveniatur, a. 990. 997.
- Longitudo planetæ* quomodo observetur, 559.
- Longitudo planetæ vera* quomodo supputetur, 814.
- Longitudo stellæ.* Definitio, a. 241. quomodo inveniatur, 243. 263. quomodo inveniatur ope globi, 312. quomodo ad datum annum computetur, 259.
- Longitudo stellarum fixarum* quomodo mutetur, 251. quando uno gradu augeatur, 258.
- Lucerna lumen valde intensum projiciens* quomodo construatur, d. 208.
- Lumen.* Definitio, o. 4. 5. quomodo propagetur, 45, 46. num unum officiat propagationi alterius, 99. & seqq. quomodo intendatur per lentes convexas, d. 203. & seqq. quomodo per specula concava, c. 224. & seqq. quomodo debilitetur per specula convexa, 191. & seqq. 195. per concava, 228. 229. quomodo in colores mutetur, o. 183. & seqq. quomodo reflectatur a speculis planis, 55. convexis, 144. & seqq. concavis, 208. & seqq. cylindricis, 277. 278. cylindricis concavis, 294. & seqq. ellipticis, 310. 311. quomodo refringatur in superficiebus planis, d. 49. & seqq. in lentibus convexis, 166. & seqq. utrinque convexis, 184. & seqq. concavis, 279. & seqq. sphaeris pellucidis, 178. & seqq. lentibus plano-convexis, 166. & seqq. superficiebus sphaericis, 87. & seqq.
- Luminis a duobus luminosis propagati ratio,* o. 104. & seqq.
- Lumen propagatum per radios convergentes* quomodo crescat, 89.
- Lumen propagatum per radios divergentes* quomodo decrescat, 87. 88.
- Lumen album* quod sit mixtum, o. 186.
- Lumen coloratum solare* immutabile, 201. & seqq.
- Lumen diurnum* unde, a. 407. 408.
- Lumen Lunæ* undenam sit, a. 462.
- Lumen Solis* quomodo reflectatur a speculis parabolicis, c. 306. & seqq. cur non intendatur per reflexionem a speculis planis, 66. quomodo refringatur in lentibus plano-convexis & convexo-concavis, d. 197. quomodo in colores mutetur, 271. 272. quomodo per lentem concavam debilitetur, 228.
- Lumen Solis per foramen angulosum transiens* quando figuram circuli assumat, 296. & seqq.
- Luminis solaris per foramen radiantis figura* qualis sit, o. 290. & seqq.
- Luminis solaris radii heterogenei* quomodo a se invicem separentur, 200.
- Lumen zodiacale* a quibusnam observatum, a. 436. 440. quid sit, 437. & seqq. 441. & seqq.
- Luna* quale sit corpus, a. 453. 469. 479. unde lumen habeat, 460. cur sit luminare magnum, 457. ex qua materia constet, 484. an semper æque distincte videatur, 473. an Terræ semper eandem faciem obvertat, 1103. quod Telluri propior quam Sol, 452. quando in umbram Terræ incidat, 940.
- Lunæ ætas media* quomodo inveniatur, 959. 966.
- Lunæ diameter apparens* quomodo observetur, 548. quanta sit, 549.
- Lunæ distantia a Terra* quomodo inveniatur, 888. 889. quanta sit, 893.
- Lunæ eclipsatæ colores,* 463. eorum causa, 464. causa diversitatis, 465. 466.
- Lunæ illuminatio* quomodo fiat, 455. 456. ejus causa, 460. a Terra facta, 914.
- Lunæ magnitudo,* 915.
- Lunæ montes, valles & maria,* 479.
- Lunæ motus proprius* quomodo innotuerit, 23. 24.
- Lunæ orientis & occidentis figura ovalis* seu elliptica, 475. ejus causa, 476.
- Lunæ similitudo cum Tellure,* 487.
- Lunatio.* Definitio, a. 817.

Lunæ

*Lunæ Joviales*, a. 501.  
*Lunula*. Definitio, d. 20.  
*Lux*. Definitio, o. 4. 5.  
*Lux clarior* quibusnam conducatur ad videndum, 396.  
*Lux debilior* quibusnam conducatur ad videndum, 395.  
*Lux nimia* quod visui officiat, 390.

## M.

**M***achina anamorphotica* cylindrica, c. 293. conica, 302.  
*Machina catoptrica*, in qua objecti imago multiplicatur, 137. in qua una multiplicatur & deformatur, 118.  
*Machina catoptrico-dioptrica*. Definitio, d. 458.  
*Machina hydromantica*, in qua imago spectatori pro arbitrio oculis subduci & adduci potest, d. 86.  
*Machina politoria* quomodo construatur, c. 48. d. 539.  
*Maculæ Lunæ* quales observentur, a. 468.  
*Maculæ Lunæ novæ*, 468. quales sint, 472.  
*Macularum Solis* phænomena, 411. theoria, 412. & seqq. motus, 422. undenam prodeant, 416. quid sint, 417. quomodo observentur, 427.  
*Maculæ Veneris*, 494.  
*Magis myops* quinam dicatur, d. 480. qualia ei convenient perspicilla, 482.  
*Magis presbyta* quinam dicatur, 520. qualia ei convenient perspicilla, 522. quomodo determinentur, 523.  
*Magnitudo* quando in vicinia minor appareat, quam in distantia remotiori, o. 254.  
*Magnitudinis visio*, 209. & seqq.  
*Magnitudo apparens*. Definitio, 208.  
*Magnitudinum apparentium* theoria, 212. & seqq.  
*Manus sine corpore* quando appareant in speculo plano, c. 113.  
*Maria* in Luna num dentur, a. 479.  
*Mars*. Definitio, 34. quale corpus, 524. similitudo cum Tellure, 525. phases, 491. motus vertiginis, 496. distantia

a Terra, a. 899.  
*Mediatio cæli*. Definitio, 272. quomodo inveniatur, 273. quomodo ope globi inveniatur, 315.  
*Medius motus Solis* quomodo invenitur, 672.  
*Mediorum motuum Solis Tabulæ* quomodo construuntur, 673.  
*Mediorum motuum planetarum superiorum Tabulæ* quomodo construuntur, 733.  
*Mediorum motuum planetarum inferiorum Tabulæ* quomodo construuntur, 753.  
*Mediorum motuum Lunæ Tabulæ* quomodo construuntur, 827.  
*Meniscus*. Definitio, d. 20. theoria, 295. & seqq. quando æquipolleat lenti utrinque æqualiter convexæ, 301. 302. quando plano-convexæ, 304. 305. quando sphæræ, 306. 307. quando utrinque concavæ, 315. 316. quando plano-concavæ, 317. 318. quænam sit lens caustica, 324.  
*Menisci ellipticæ & hyperbolicæ* num præstent sphæricis, 325.  
*Menisci improprie* quænam dicantur, 322.  
*Menisci proprie* quænam dicantur, 322.  
*Mensis anomalisticus*. Definitio, a. 818. quantitas quomodo inveniatur, 832.  
*Mensis draconiticus*. Definitio, 819. quantitas quomodo inveniatur, 831.  
*Mensis periodicus*. Definitio, 816. quantitas, 835. quomodo ea inveniatur, 825.  
*Mensis synodicus*. Definitio, 817. quantitas, 835. quomodo ea inveniatur, 825.  
*Mercurius*. Definitio, 36. phases, 491. 538. in Sole observatus, 492. num circa axem gyretur, 498.  
*Mercurii digressiones maximæ a Sole* quomodo observentur, 740.  
*Mercurius Jovialis*, 507.  
*Meridianus*. Definitio, 72.  
*Meridianorum differentia horaria* quomodo inveniatur, 979.  
*Meridianus universalis*. Definitio, 1087. positio super disco Terræ quomodo inveniatur, 1089.

- Meridiei momentum* quomodo observetur, a. 124.
- Micrometri constructio & usus*, 544. & seqq.
- Microscopium*. Definitio, d. 402. quomodo optima parentur, 456.
- Microscopii aquei constructio*, 436.
- Microscopium compositum*. Definitio, 405. constructio, 439.
- Microscopii reflectentis constructio*, 452. inventor, 453.
- Microscopium simplex*. Definitio, 404. theoria, 407. & seqq. constructio, 421.
- Microscopia simplicia ex sphaerulis constantia* quomodo fiant, 431. theoria, 423. & seqq. constructio, 434.
- Minus presbyta* quinam dicatur, 520. qualia ei convenient perspicilla, 522. quomodo determinentur, 523.
- Mobilia* quando quiescere videantur, o. 361. & seqq. 374. quando retrogradi, 368.
- Modulus* pro speculis sphaericis concavis fundendis quomodo paretur, c. 199.
- Monoculus* quando quis appareat in speculo plano, c. 113.
- Montes in Luna* num dentur, a. 479.
- Montium lunarium* altitudo quomodo inveniatur, 917. nomina, 918. umbrae, 483.
- Montes in Venere observati*, 493.
- Motus visio*, o. 354. & seqq.
- Motus anomaliae* quid sit, a. 820.
- Motus aphelii Tabulae* pro planetis superioribus quomodo construuntur, 737. quomodo pro inferioribus, 746.
- Motus apogaei lunaris diurnus*, 835.
- Motus communis* sive diurnus, 21.
- Motus horarius Lunae & Solis verus* quomodo inveniatur, 968.
- Motuum horariorum Lunae & Solis verorum Tabulae* quomodo construuntur, 969.
- Motus horarius in eclipsi terrestri*. Definitio, 1068.
- Motus horarius Lunae a Sole visus*. Definitio, a. 994.
- Motus imaginis in speculo plano*, c. 95. & seqq.
- Motus latitudinis Lunae diurnus*, a. 836.
- Motuum latitudinis Tabulae* pro Luna quomodo construuntur, 832.
- Motus librationis*. Definitio, 1104. causa, 1106.
- Motus Lunae ab apogaeo diurnus*, 836.
- Motus Lunae a Sole* quid sit, 820. quomodo inveniatur, 828.
- Motus Lunae a Sole visus* quomodo inveniatur, 998.
- Motus Lunae in latitudinem* quid sit, 820.
- Motus lunaris phaenomena*, 821. 822.
- Motus medius*. Definitio, 643. quidnam ad eum determinandum requiratur, 644.
- Motuum mediorum Tabulae* quomodo construuntur, 673. 827.
- Motus medius Lunae diurnus*, 835.
- Motuum nodorum Tabulae* quomodo construuntur, 779.
- Motus nodi Lunae diurnus*, 835.
- Motus periodicus in longitudinem* quid sit, a. 820.
- Motus planetarum phaenomena* observata, 562. & seqq. demonstrata, 571. & seqq.
- Motus primus*. Definitio, a. 21. primi mobilis, 21.
- Motus proprius*, sive secundus. Definitio, 30.
- Motus proprius fixarum* qualis sit, 252. quantitas annua quomodo inveniatur, 255.
- Motus vertiginis Lunae*, 1107. Solis, 422. 423. planetarum, 496. & seqq.
- Motus verus*. Definitio, 645.
- Mundus* num in Astronomia pro sphaera cava haberi possit, cujus superficiei stellae affixae, 18.
- Myops*. Definitio, o. 384. quinam sit, 401. 402. cur in luce minore legere possit quam presbyta, 408. cur legat scripturam minutam, 426. cur remota in speculo



culo convexo distinctius videat, quam directè, c. 193. qualia perspicilla ei convenient, d. 479. quomodo hæc determinentur, 483. 485. quomodo se ligantur, 525.

## N.

**N**œllis longitudo quomodo inveniatur, a. 213. quomodo ope globi inveniatur, 321.

Nodus. Definitio, 765.

Nodus australis, 765.

ascendens, ibid.

borealis, ibid.

descendens, ibid.

Nodi planetæ quomodo observentur 777.

Nodorum planetarum locus ad Ann. 1700. 780. motus quomodo inveniatur, 778.

Nodus orbitæ cometæ quomodo inveniatur, 1138.

Nodi Lunæ quomodo moveantur, 830. eorum locus quomodo inveniatur, 829.

Nonagesimus. Definitio, 220.

Novilunium medium quomodo supputetur, 959. 967. ejus epocha quomodo inveniatur, 960.

Novilunium verum quomodo supputetur, 970.

## O.

**O**bjectum quodnam videatur, o. 47. ubi videatur, 58.

Objectum oculo tectum quando videatur, in speculo plano, c. 132.

ad Objectum procul remotum quando nunquam perveniatur, o. 370.

Objectum totum quando visu comprehendatur, 237. quando non, 238.

Objectum valde minutum quando distinctius videatur, 425.

Objectum verum per polyedrum visum quomodo discernatur ab apparentibus, d. 274.

Obliquitas eclipticæ quid & quanta sit, a. 178.

Observationes astronomicæ. Definitio, 5.

Observationes communes, a. 4.

Occasus siderum. Definitio, 19.

Occasus acronichus. Definitio, 279. quomodo inveniatur, 285.

Occasus cosmicus. Definitio, 278. quomodo inveniatur, 285. quomodo ope globi inveniatur, 319.

Occasus heliacus. Definitio, 280. quomodo inveniatur, 293. quomodo ope globi inveniatur, 331.

Occasus Solis quomodo computetur, 214. quomodo ope globi inveniatur, 320.

Occasus stellæ fixæ quomodo inveniatur, 270. quomodo ope globi inveniatur, 322.

Ocellus, 931.

Oculus. Definitio, o. 16. 17. structura explicata, 78. quantum uno obtutu capiat spatium, 235. 236. quando ad objectum accedens & ab eodem recedens objectum idem semper videat sub eadem magnitudine, 232. 233.

Oculi artificialis constructio, 79.

Oculus valens quinam dicatur, 379. quinam sit, 404. 405. 406.

Oppositio planetarum. Definitio, a. 536. 928. signum, 929.

Oppositio planetarum superiorum & Solis quomodo observetur, 727.

Oppositio visibilis directæ. Definitio, o. 267. obliqua, ibid.

Optica. Definitio, o. 1. significatus latior, 2.

Orbitæ cometarum quales sint, a. 1164. 1165. 1166.

Orbitæ planetarum ellipticæ quomodo primum detectæ, 681. earum axis minor quomodo inveniatur, 696. & seqq.

Orbita Solis a circulari parum differt, 676.

Orbitarum dimensiones in semidiamentris terrestribus quomodo inveniuntur, 907. quantæ sint, 908.

Ortus siderum. Definitio, a. 19.

Ortus acronichus. Definitio, 279. quomodo inveniatur, 284.

Ortus cosmicus. Definitio, 278. quomodo inveniatur, 322.

- inveniatur, a. 283. quomodo ope globi inveniatur, 319.  
*Ortus heliacus*. Definitio, 280. quomodo inveniatur, 293. quomodo ope globi reperiatur, 331.  
*Ortus Solis* quomodo computetur, 214. quomodo ope globi reperiatur, 318.  
*Ortus stellæ fixæ* quomodo inveniatur, 271. quomodo ope globi inveniatur, 322.

## P.

- P***arallaxis*. Definitio, a. 367. theoria, 379. & seqq. quomodo altitudinem immutet, 368. quid proprie sit, 369. ubi nulla, 328. quomodo ascensionem & descensionem rectam & obliquam, declinationem, latitudinem & longitudinem mutet, 372.  
*Parallaxis altitudinis* quomodo inveniatur, 388. quomodo cometæ, 1145. quomodo Lunæ, 887.  
*Parallaxis ascensionis*. Definitio, 375. quomodo inveniatur, 390.  
*Parallaxis ascensionis rectæ fixarum*. Definitio, 596. qualis sit, 598. 599.  
*Parallaxis declinationis*. Definitio, 374. quomodo inveniatur, 390.  
*Parallaxis declinationis fixarum*. Definitio, 596. qualis sit, 598. 599.  
*Parallaxis descensionis*. Definitio, 375. quomodo inveniatur, 390.  
*Parallaxis latitudinis*. Definitio, 377. quomodo inveniatur, 390. 391.  
*Parallaxis latitudinis fixarum*. Definitio, 596. qualis sit, 598. 599.  
*Parallaxis longitudinis*. Definitio, 376. quomodo inveniatur, 390. 391.  
*Parallaxis longitudinis fixarum*. Definitio, 596. qualis inveniatur, 598. 599.  
*Parallaxis fixarum annua*. Definitio, a. 596. quinam eam observare tentaverint, 600. & seqq. quanta sit, 608.  
*Parallaxis fixarum absoluta*. Definitio. a. 596. an semper eadem, 597.  
*Parallaxis horizontalis* quomodo invenia-  
 tur, a. 387.  
*Parallaxis horizontalis Lunæ* quanta sit, 892.  
*Parallaxium horizontalium Lunæ Tabulæ* quomodo construuntur, 891.  
*Parallaxis horizontalis Solis* quomodo inveniatur, 895.  
*Parallaxis Lunæ a Sole*. Definitio, 99. quanta sit, 992.  
*Parallaxis Martis diurna* quomodo observetur, 897. & seqq.  
*Parallaxis Orbis*. Definitio, 763. 776. mensura, 764. quomodo supputetur, 792.  
*Parallaxis Veneris diurna* quomodo observetur, 897. & seqq.  
*Parietum scenographia*, p. 71.  
*Pars media* quænam dicatur in Trigonometria spherica, f. 92.  
*Partes conjunctæ triangulorum sphericorum* quænam dicantur, 93.  
*Partes laterales* quænam dicantur in triangulo spherico, f. 135.  
*Partes sejunctæ trianguli spherici* quænam dicantur, 95.  
*Particula exfors*. Definitio, a. 844. quomodo inveniatur, 850.  
*Pavimentum lapidibus stratum* quomodo projiciatur, p. 46.  
*Penduli ad singula minuta secunda oscillantis* longitudo quomodo in diversis Telluris locis se habeat, a. 567.  
*Peninsulæ* in Luna, 480.  
*Pentagoni regularis projectio*, p. 49.  
*Penumbra*. Definitio, a. 1039. quantum spatium in Terra occupet quomodo determinetur, 1058. via ejus quomodo in globo terrestri vel mappa geographica delineetur, 1095.  
*Perigæum*. Definitio, 635.  
*Perihelium*. Definitio, 635. quomodo locus ejus observetur, 674.  
*Perihelii Telluris locus* quomodo inveniatur, 810.  
*Periodis planetarum circa solem* quantæ in singulis, 732. 752. 800.

Perpetua

- Perpendicularia* quando in speculo convexo videantur everfa, c. 182.
- Perspectiva*. Definitio, p. 1.
- Perspicilla*. Definitio, d. 478. qualia myopibus convenient, 479. 482. qualia presbytis, 519. quomodo seligantur, 525.
- Phases Lunæ* quomodo se habeant, a. 455.
- Pilarum scenographia*, p. 71.
- Pisces*, a. 160.
- Planetæ*. Definitio, 31. quomodo dignoscantur, 37. signa, 38. quomodo moveantur circa Solem, 633. 634. quomodo secunda inæqualitate exuantur, 812. quomodo locus eorum in globo dato tempore exhibeatur, 314. quinam Soli opponantur, 537.
- Planetarum distantia a Sole* quomodo reperiantur, 796. quantæ sint, 797. 904.
- Planetarum distantia a Terra* quomodo inveniatur, a. 903. quantæ sint, 904. & seqq. num varient, 550. & seqq.
- Planetarum motus proprius* quomodo innotuerit, 28. 29.
- Planetarum occultationes*, 541.
- Planetarum orbitæ* quomodo se habeant respectu Terræ, 590.
- Planetarum ratio ad Terram* quoad superficiem & soliditatem, 921. 922.
- Planetarum semidiometri veræ* quomodo inveniatur, 919. quantæ sint, 920.
- Planeta directus* quando dicatur, 534.  
retrogradus, 534.  
stationarius, 534.
- Planetæ inferiores* quinam dicantur, 489. eorum revolutio circa Solem quomodo inveniatur, 731.
- Planetæ primarii*. Definitio, 529. quinam sint, 631.
- Planetæ secundarii*. Definitio, 529. quinam sint, 631.
- Planetæ superiores*. Definitio, 489. revolutio circa Solem quomodo inveniatur, 739.
- Plantæ* num dentur in Luna, 488.
- Planum* quomodo refringat lumen, d. 49. & seqq.
- Planum geometricum*. Definitio, p. 8.  
horizontale, 9.  
horopteris, 343.  
objectivum, 27.  
perspectivum, 7.  
refractionis, d. 8.  
verticale, p. 10.
- Plenilunium medium* quomodo supputetur, a. 959. 967.
- Pleniluniorum mediorum epocha* quomodo inveniatur, 961.
- Plenilunium verum* quomodo supputetur, 970.
- Polemoscopium*. Definitio, d. 460. constructio, 468.
- Poli circuli in sphaera*. Definitio, f. 12.
- Poli eclipticæ* distantia a polo mundi, a. 178.
- Poli meridiani* ubinam sint, 87. qualia sint puncta, 88.
- Poli Mundi*. Definitio, 46. num sint mutabiles, 132. num in eadem revolutione mutantur, 114.
- Poli sphaeræ*. Definitio, f. 11.
- Polyedrum* quidnam dicatur in Dioptrica, d. 262. ejus theoria, 263. & seqq. usus in camera obscura, 276.
- Polyoptrum*. Definitio, 466. constructio, 470.
- Presbyta*. Definitio, o. 381. quinam sit, 398. 399.
- Prismatis scenographia*, p. 56. scenographicè delineati umbra, 85.
- Prismatis cavi* scenographia, 70.
- Prismatis in aëre penduli* umbra, 92.
- Prismatis quinquangularis cavi* scenographia, 59.
- Profunditas*. Definitio, a. 73. mensura, 94.
- Profunditas vera*, 73. apparens, 73.
- Profunditatis poli* mensura, 96.
- Profunditas Solis* quomodo observetur, 287. quomodo sub finem crepusculi vespertini

- vespertini & initium matutini inveniatur, a. 397.
- Projectio*. Definitio, p. 22.
- Projectio lineæ, plani, solidi*, ibid.
- Projectio monstrosa*. Vide Anamorphosis.
- Promontoria Lunæ*, a. 481.
- Proportionalium quantitatum symptoma quoddam*, f. 145.
- Prosthaphæresis*. Definitio, 652.
- Puncta accidentalia* quænam in Perspectiva dicantur, p. 80.
- Puncta æquinoctialia*. Definitio, a. 158. ubinam sint, 177.
- Puncta solstitialia*. Definitio, 159. ubinam sint, 177. quomodo sibi invicem opponantur, 169. 170. quanto intervallo distent ab æquatore, 176.
- Punctum æstivum*. Definitio, 159. autumnale, 158. brumale, sive hibernum, 159.
- Punctum concursus*. Definitio, d. 22. in superficiebus planis, 73. & seqq. quomodo in his determinetur, 76. in superficie cava, 112. & seqq. quomodo in hac determinetur, 113. quomodo in superficie sphaerica cava, 145. quomodo in convexa, 122. 155.
- Punctum dispersus*. Definitio, 23. in superficiebus planis, 56. & seqq. in vitris planis, 57. & seqq. in superficie concava, 104. & seqq. in superficie sphaerica concava, 139. in superficie sphaerica convexa, 96. & seqq. 121. 128. 133.
- Punctum distantiae*. Definitio, p. 19.
- Punctum eclipticæ*, cum quo stella culminat, quomodo determinetur, a. 232. quomodo inveniatur, cum quo oritur, 282.
- Punctum incidentiæ*. Definitio, c. 13. d. 7.
- Punctum objectivum*. Definitio, p. 27. apparentia quomodo exhibeatur, 33.
- Punctum oculi*, sive *visus*. Definitio, 13. ubinam sit, 14.
- Punctum oriens eclipticæ* quomodo computetur, a. 218.
- Punctum principale*, p. 13.
- Punctum radians*. Definitio, o. 8. reflexionis, c. 13. refractionis, d. 7. suboculare, c. 283. verticale, a. 58. 59. 60. vernale, 158.
- Pupilla*. Definitio, o. 26. magnitudo variabilis, 55. & seqq. qualis in oculo valente, 394.
- Pyramis optica*. Definitio, p. 4.
- Pyramidis basi insistentis scenographia*, 62.
- Pyramidis scenographice delineatæ umbræ*, 88. 90.
- Pyramidis truncatæ scenographia*, 65. 67.
- Q.
- Q**uadrantis astronomici constructio, a. 106.
- Quadrati apparentiæ* quomodo inveniuntur, p. 40. 42. 44.
- Quadratum* quando instar trapezii appareat, o. 283.
- Quadratum geometricum* quale sit instrumentum & quomodo construatur, 172. usus, 174. & seqq.
- Quadratus* quinam adspectus dicatur, a. 928. ejus signum, 929.
- Quies mobilis* apparens, o. 361. & seqq. 374.
- Quiescens* quando moveri videatur, 366. 374. quando in plagam contrariam moveri videatur, 369. 376. & seqq.
- Quincunx* quinam adspectus dicatur, a. 931.
- R.
- R**adices motus Solis medii & æogæi quomodo constituentur, a. 718.
- Radicum mediorum motuum & aphelii pro planetis superioribus Tabulæ* quomodo construuntur, 736.
- Radicum nodorum Tabulæ* quomodo construuntur, 779.
- Radiare* quando visibile dicatur, o. 13. quænam corpora radiant, 14. quomodo radiant, 59. 60.
- Radiaturæ locus*. Definitio, 15.
- Radii colorati, rubeus, flavus &c.* Definitio, 177. num mutantur per reflexionem, 187.
- Radii

- Radii divergentes* quando haberi possint pro parallelis, o. 93. 94. quando in pupillam fere paralleli incidant, 95.
- Radii obliqui* in superficie cava, d. 139. & seqq. in convexa refractione, 121. & seqq.
- Radii optici.* Definitio, p. 5.
- Radii paralleli* quomodo in plana superficie refringantur, d. 49. quomodo in cava, 104. quomodo in convexa, 87. & seqq.
- Radiatorum divergentia*, o. 49.
- Radius luminis.* Definitio, o. 6.
- Radius directus*, 7.  
incidens, c. 14. d. 4.
- Radius obliquus* quomodo refringatur, d. 56. & seqq.
- Radius perpendicularis* cur intensior obliquo, o. 84.
- Radius reflexus.* Definitio, c. 15.  
refractus, d. 5.
- Rectangulum* quando instar trapezii appareat, o. 283.
- Reductio ad eclipticam.* Definitio, a. 770.  
quomodo inveniatur, 786.
- Reductionum Tabulae* quomodo construuntur, 787.
- Reflexibilitas radiatorum.* Definitio, o. 181.  
major, 182.  
minor, ibid.
- Reflexibilitas radiatorum diversa evicta*, 195.  
& seqq.
- Reflexionis lex*, c. 24. & seqq.
- Reflexio luminis.* Definitio, 38. evicta, 50.  
53. 54. quid dicatur in theoria Lunae, a. 857.
- Refrangibilitas radiatorum.* Definitio, o. 179.  
major, 180.  
minor, ibid.
- Refrangibilitas radiatorum diversa evicta*, 190. & seqq.
- Refractione.* Definitio, o. 39. evicta, 54. in vitro qua lege fiat, d. 25. 26. in aqua, 28. in spiritu vini & aere, ibid.
- Refractionis lex* prope vera, d. 33. 34. 39.  
vera, 25. & seqq. 42.
- Refractionis lex* quomodo per experimenta detegatur, d. 24. quomodo a priori analytice, 36.
- Refractionum Tabula*, a. 349.
- Refractione luminis in atmosphæra*, a. 334.  
quod augeat altitudinem Solis & stellarum, 335. quomodo mutet ascensionem rectam, obliquam, declinationem, 352. longitudinem item & latitudinem, 353. num sit in dato loco constans, 341. ubi maxima, 344. quomodo decreascat versus zenith, 344. an eadem in Sole & stellis, 345. quomodo observetur, 347.
- Refractione altitudinis.* Definitio, 355.
- Refractione ascensionis & descensionis.* Definitio, 356. quomodo inveniatur, 360.
- Refractione declinationis.* Definitio, 356. quomodo inveniatur, 360.
- Refractione latitudinis.* Definitio, 359. quomodo inveniatur, 361.
- Refractione longitudinis.* Definitio, 358. quomodo inveniatur, 361.
- Regula catholica Trigonometriæ sphaericæ*, f. 112.
- Regula sinuum catholica* in Trigonometria, 101. 102.
- Regula tangentium catholica* in Trigonometria, 109. 110.
- Remotiora* quando appareant sublimiora, o. 318. 319. 323. quando depressiora, 321. 322. 325. quomodo appareant ad dextram vel sinistram sita, 330. 331.
- Remotius* quando tardius moveri videatur, 354. quando eadem celeritate, 355.
- Remotorum visio* qualis sit, 314.
- Repraesentatio.* Definitio, p. 22.
- Rerum super pavimento elevatarum scenographia*, 76.
- Retina*, o. 30.
- Retrogradatio mobilis* apparens, o. 368.
- Retrogradatio planetæ.* Definitio, a. 533.  
explicata, 587. 588. 591. 592.
- Revelatio planetarum* circa Solem quomodo determinetur, 729. 751. 782.

## S.

- Satellites planetæ.* Definitio, a. 489. distantia veræ a suis primariis quomodo inveniuntur, 923.
- Satellites Jovis* a quonam fuerint detecti, 500. qualia sint corpora, 504. quales sint planetæ, 530.
- Satellitum Jovis* figura, 509. maculæ, 510. atmosphæra alterabilis, 511. tempora periodica quomodo inveniuntur, 882. eclipses, 502. 505. distantia a Jove, 924.
- Satellites Jovis spurii*, a. 519. qualia sint corpora, 523.
- Satellites Saturni*, 519. quomodo observati, *ibid.* quales sint planetæ, 530.
- Satellitum Saturni* distantia a Saturno, 884. 925. eclipsis, 520. 521. tempora periodica quomodo inveniuntur, 882.
- Saturnus.* Definitio, 32. quale corpus, 523. 524. nam circa axem gyretur, 498.
- Saturni facies* qualis observetur, 513. 514. similitudo cum Tellure, 525. a Luna occultandi figura ovalis, 475. hujus causa, 476.
- Saturnus Jovialis*, 501.
- Scenographia.* Definitio, p. 26. quomodo fiat, 55. & *seqq.*
- Scenographia mechanica*, 87.
- Sclerotica tunica.* Definitio, o. 21. cur sit tenax, 22.
- Scorpius*, a. 160.
- Scrupula defectus.* Definitio, 949. quomodo inveniatur pro Luna, 951. quomodo pro Sole, 1001.
- Scrupula dimidiæ durationis.* Definitio, 952. quomodo inveniuntur in eclipsi lunari, 956. quomodo in solari, 1003.
- Scrupula dimidiæ moræ.* Definitio, 953. quomodo inveniuntur, 759.
- Scrupula emersionis.* Definitio, 955. quomodo inveniuntur, 958.
- Scrupula incidentiæ, sive casus.* Definitio, 954. quomodo inveniuntur, 958.
- Scrupula menstrua longitudinis.* Definitio, a. 842. quomodo inveniuntur, 848.
- Scrupula latitudinis.* Definitio, 871.
- Sectio* quid dicatur in Perspectiva, p. 6.
- Sectio obliqua conii scaleni* quando circulus, f. 151.
- Sectio obliqua cylindri* qualis sit, c. 276.
- Sectoris circuli* ad aream circuli ratio, a. 683.
- Semidiametri apparentes Lunæ & Solis* quomodo ad datum tempus inveniuntur, 972.
- Semidiametrorum apparentium Lunæ & Solis Tabulæ* quomodo construuntur, 973.
- Semidiameter apprens penumbrae.* Definitio, 1055. quomodo inveniatur, 1056.
- Semidiameter apprens Terræ* in Luna vel planeta quanta sit, 1015. quod in Sole insensibilis, 1118.
- Semidiameter penumbrae.* Definitio, 1050.
- Semidiameter Solis* quomodo in camera obscura inveniatur, o. 306.
- Semidiameter umbræ Lunarum apprens,* a. 1029. quomodo inveniatur, 1030.
- Semisextus* quinam ad spectus dicatur, 931.
- Sesquadrus* quinam sit ad spectus, 931.
- Sextilis.* Definitio, 928. signum, 929.
- Sidera Medicæ,* 501.
- Sidera Urbanoctaviana,* 519.
- Signum cæleste.* Definitio, 160.
- Signorum cælestium nomina,* *ibid.*
- Signa æstiva* quænam sint, 161. *australia, sive meridionalia,* 162. *autumnalia,* 161. *borealia, seu septentrionalia,* 161. *vernalia,* *ibid.*
- Sinus & arcus* differentia quomodo inveniatur, a. 695.
- Sinus summæ duorum arcuum quadrante minorum* ratio ad sinum differentia eorundem, f. 143.
- Sinus totius* ratio ad tangentem & cotangentem, 104.
- Sinuum versorum* ratio, a. 659. 660.
- Sirius* num in speculo convexo sub aquis videatur in diebus canicularibus, c. 177. *Sinus*

- Situs* visibilis quando erectus, o. 346. quando inversus, 347.
- Sol* qualis sit substantia, 431. num ignis purus, 434. an mutationibus obnoxius, 421. cur sit luminare magnum, 409. quomodo in verticali primario observetur, 127. in quonam semicirculo eclipticæ diutius commoretur, 655. 656.
- Sol* quid dicatur in oculo, o. 25.
- Solis* in quatuor eclipticæ quadrantibus mora, a. 668. ad Terram ratio quoad soliditatem & superficiem, 916.
- Solis* diameter apparens quomodo observetur, 547. 548. qualis observetur, 549.
- Solis* distantia a Terra quomodo inveniatur, 894. quanta sit, 896.
- Solis* figura qualis sit, 425. 435.
- Solis* locus in ecliptica quomodo observetur, 203.
- Solis* motus proprius quomodo innotuerit, 26. 27. quomodo observetur, 155. 156.
- Solis* orientis & occidentis figura ovalis seu elliptica, 475. ejus causa, 476.
- Solidi* cujuscunque scenographia, p. 56.
- Soliditatum* planetarum ratio ad soliditatem Solis quomodo inveniatur, a. 910. qualis sit, 911.
- Solstitium*. Definitio, a. 159. quomodo observetur, 657. 666.
- Solstitium æstivum*, 159.  
brumale, ibid.
- Spatia* amplitudinem visus in diversis distantis definitientia quomodo se habeant, o. 243. 244.
- Specillum*. Definitio, d. 15.
- Specularia*. Definitio, c. 1.
- Speculum*. Definitio, 3. theoria analytice investigata, 312. & seqq.
- Speculum planum*. Definitio, 5. phænomena, 51. & seqq. cur lumen Solis non intendat, 66. quantum esse debeat, ut te integrum in eo contuearis, 77. 80. item objectum quodcumque aliud, 78. 84. quomodo poliatur, 43. & seqq. quomodo conficiatur, 49.
- Speculum cavum*. Definitio, c. 7. proprietates & symptomata, 208. & seqq. quomodo ex metallo paretur, 201. & seqq. quomodo vitreum terminetur, 207.
- Speculum chalybeum* quodnam dicatur, 203.
- Speculum conicum*. Definitio, 10. quomodo fiat, 142. 262. usus in anamorphosis, 301.
- Speculum convexum*. Definitio, 6. phænomena, 144. & seqq. usus in Arte pictoria, 176. quomodo fiat, 140.
- Speculum cylindricum*. Definitio, c. 9.
- Speculum cylindricum convexum*. Definitio, 9. theoria, 266. & seqq. 277. 278. quomodo fiat, 262.
- Speculum cylindricum concavum*. Definitio, 9. theoria, 294. & seqq.
- Speculum ellipticum*. Definitio, 12. cur difficillime paretur, 263. quomodo lumen in foco uno positum reflectat, 310. 311.
- Speculum hyperbolicum*. Definitio, c. 11. cur difficillime paretur, 142.
- Speculum metallicum* quomodo fiat, 201. quomodo poliatur, 204.
- Speculum parabolicum*. Definitio, 11. quomodo lumen Solis reflectat, 306. cur sit ustiorum præstantissimum, 307. cur difficillime paretur, 263.
- Specula prismatica vitrea* quomodo fiant, 142.
- Specula pyramidalia* quomodo fiant, 142. 262. usus in anamorphosis, 304. & seqq.
- Speculum sphericum*. Definitio, 8.
- Specula ustoria* quænam sint, 214. theoria, 209. & seqq. 215. & seqq. phænomena, 221. inter alia celebria, 220. 221. Tschirnhusiana, 221. quomodo ex ligno, gypso, charta, stramine & auro strepero parentur, 219.
- Sphæra*. Definitio, f. 6. proprietates & symptomata, 13. & seqq. quando instar circuli appareat, o. 277.
- Sphære illuminatio* quomodo se habeat, o. 111. & seqq. pars illuminata quomodo

- modo inveniatur, o. 115. & seqq.
- Sphæra* pars quanta videatur, 246. 247.
- Sphæra* pars hemisphærio major quando ab oculo videri possit, 428. quando minor, 429.
- Sphærarum* theoria refractionis, d. 178. & seqq.
- Sphæra* activitatis luminis quomodo augeatur, o. 108. 109.
- Sphæra* armillaris, a. 189.
- Sphæra* mundana num motu æquabili moveatur, 135. 136.
- Sphærica*. Definitio, f. 1.
- Statio* planetæ. Definitio, a. 532. explicata, 587. 588.
- Stellæ erraticæ*. Definitio, 31.
- Stellæ fixæ*. Definitio, 25. quomodo interdum observentur, 230. beneficio globi cognoscantur, 317.
- Stellarum* distantia quomodo observentur, 225. distantia a Terra æqualis quod appareat, 8. distantia a vertice num ob motum annum Telluris mutetur, 594. num hæc variatio cum parallaxi annua conveniat, 600. revolutio diurna num constantis magnitudinis, 110. mora supra & infra horizontem quomodo computetur, 268. quomodo ope globi inveniatur, 322.
- Stellæ novæ* quænam sint, 1127. 1128.
- Subocularis* quænam linea dicatur, c. 283.
- Superficies* quando instar lineæ appareat, o. 273.
- Superficies* Lunæ quomodo se habeat ad superficiem Terræ, a. 913.
- Superficies* planetæ quomodo se habeat ad superficiem Solis, 911. quomodo ratio hæc inveniatur, 910.
- Superficies* refringens. Definitio, d. 6.
- Synodus*. Definitio, a. 535.
- Systema* Copernicanum quodnam dicatur, 632.
- Systema* planetarium. Definitio, 528. explicatum, 630.
- Systema* Terræ motæ an Scripturæ adversum, 626. 627.
- Systema* Terræ quiescentis num in Astronomia & Physica usui sit, a. 621.
- Systema* Tychoicum quodnam dicatur, 632.
- T.
- T** *Abula* quid dicatur in perspectiva, p. 6.
- T** *Tabularum* astronomicarum nova forma, a. 723.
- Tabulæ* latitudinariæ quænam dicantur, 791.
- Tangentium* ratio, 794.
- Taurus*, 160.
- Telescopium*. Definitio, d. 326. inventor, 327. quomodo in microscopium convertatur, d. 454. 455. quomodo longius a tubi molimine liberetur, 383. quantum augeat objecta, quomodo observetur, 399.
- Telescopium* astronomicum. Vide *Tubus astronomicus*.
- Telescopium* terrestre. Vide *Tubus terrestris*.
- Telescopium* catadioptricum in usum observationum cœlestium quomodo construatur, d. 385.
- Tempus*, quo arcus æquatoris per meridianum transit, quomodo computetur, a. 211. quo stella culminat, quomodo inveniatur, 294. nocturnum quomodo observetur, 295. 296. quomodo computetur, 297. 298.
- Tempus* æquale quam habeat mensuram, 710.
- Tempus* apparens, sive verum. Definitio, 713. quomodo in medium convertatur, 715.
- Tempus* incidentiæ & repletionis in eclipsi Solis quomodo determinetur, 1004.
- Tempus* medium. Definitio, 712. quomodo in apparens convertatur, 715.
- Tempus* obscuritatis maximæ in eclipsi terrestri quomodo inveniatur, 1084.
- Temporum* periodicorum planetarum circa Solem ratio, a. 779. satellitum Jovis & Saturni circa suum primarium, 885.
- Tenebræ*. Definitio, o. 122.
- Terra* num moveatur motu vertiginis &



- & motu annuo circa Solem, a. 622. quando in umbram Lunæ incurrere nequeat, 1026. quando incurrat, 1027.
- Terræ hemisphærium* quomodo in Luna appareat, 1014.
- Terræ motæ systema* qualia admittat phænomena, 585. & seqq.
- Terræ motus* a quibusnam fuerit defensus, 625. num S. S. adversus, 626. num a membro Ecclesiæ Romanæ salva conscientia admitti possit, 628.
- Terræ obscuratio* quando maxima, 1071.
- Terræ quiescentis systema* qualia admittat phænomena, 611. & seqq.
- Tessellatæ imagines* quomodo construuntur, quæ in partes dissectæ oculo integræ appareant, o. 311.
- Tetraëdri super angulo solido constituti scenographia*, p. 68. scenographice delineati umbra, 89.
- Tetragonus* qualis sit adspectus, a. 928. signum, 929.
- Theatrorum* figura optima, o. 230. 231.
- Theoria planetarum*, a. 633. & seqq.
- Transitus cometæ* per eclipticam quomodo inveniatur, 1140. item per æquatorem, 1141.
- Tremor circa limbum Lunæ* in eclipsi Solis totali observatus, a. 454.
- Trianguli apparentia* quomodo inveniatur, p. 38.
- Triangulum æquatorium* quodnam a KEPLERO in theoria planetarum elliptica dicatur, a. 688.
- Triangulum opticum*. Definitio, p. 4.
- Triangulum sphæricum*. Definitio, f. 3. proprietates, 55. & seqq.
- Triangulorum reclangulorum* proprietates, f. 49.
- Triangulum sphæricum*. Definitio, 3. proprietates, 136. & seqq. 144. 146. 148. & seqq. 354. & seqq.
- Trianguli sphærici æquicruri* proprietas, 147.
- Triangulorum sphæricorum obliquangulorum* proprietates, f. 154. & seqq. resolutio, 158. & seqq.
- Triangulorum sphæricorum reclangulorum* proprietates, 98. & seqq. 165. & seqq. resolutio, 114. & seqq. 134.
- Tridecilis* quinam sit adspectus, a. 931.
- Trigonometria catholica*, f. 103. III.
- Trigonometria sphærica*. Definitio, 2.
- Trigonus*, sive *Trinus*. Definitio, 928. signum, 929.
- Trioctilis*, quinam adspectus dicatur, 931.
- Tritura vitrorum* quomodo fiat, d. 533. 535.
- Tropici*. Definitio, a. 181. distantia quanta, 182.
- Tropicus cancri*. Definitio, 181. capricorni, 181.
- Tubus*. Definitio, d. 326.
- Tubus astronomicus*. Definitio, 333. constructio, 358. proprietates, 359. & seqq. quomodo construatur, 376. quomodo in terrestrem convertatur, 388.
- Tubus ductitius* in usum telescopii quomodo construatur, d. 337.
- Tubus Galilæanus*. Definitio, 331. constructio, 340. proprietates, 341. & seqq.
- Tubus Hollandicus*. Vide *Galilæanus*.
- Tubi Newtoniani* constructio, 376.
- Tubus terrestris*. Definitio, 334. constructio, 387.
- Tunica Ruyschiana* num in oculo detur, o. 32.
- V.
- V**alles in Luna num dentur, a. 479.
- Variatio* in motu Lunæ quid dicatur, 857. quomodo inveniatur, 860.
- Variatio maxima* quanta sit, 859. quomodo inveniatur, 858.
- Vas hydromanticum*. Definitio, d. 462. constructio, 470.
- Venus*. Definitio, a. 35. quale corpus, 524. num Terræ similis, 525.
- Veneris digressiones maximæ a Sole* quomodo observentur, a. 740.
- Veneris

*Veneris distantia a Terra*, a. 901.  
*macula*, 494.  
*motus vertiginis*, 496. 497.  
*Veneris phases*, quomodo appareant, 491.  
 538. quales sint in conjunctione, 491.  
*Venus Jovialis*, 501.  
*Vertex coni umbrosi*, 1041.  
*Verticalis primarius*. Definitio, 72.  
*Via cometæ* quomodo in globo designetur,  
 1142.  
*Via Lunæ a Sole*, 1062.  
*Via penumbrae*. Definitio, 1061. qualis sit,  
 1064.  
*Via umbrae* quænam sit, 1062.  
*Vicina* cur distinctius videantur remotis, o.  
 72. cur majora appareant remotioribus,  
 211.  
*Vicinius* quando celerius moveri videatur,  
 358. quomodo ad alia remotiora relatum  
 appareat, 333.  
*Virgo*, a. 160.  
*Visibile* quomodo in oculo delineetur,  
 o. 76. quando non videatur, 71. quan-  
 do clarius, 390. cur non prorsus di-  
 stincte, 72. quando moveri, 68. au-  
 geri, 371. minui, 372. propius ac-  
 cessisse videatur, 373. quando majus,  
 quando minus appareat, 66. quomo-  
 do per lentem convexam, d. 248. 252.  
 & seqq. quotuplex videatur per polyhe-  
 drum, 166. 268. quomodo radiet, o.  
 59. 60. cur duobus oculis unicum vi-  
 deatur, 345. quando geminatum,  
 350. & seqq. quomodo appareat per  
 lentem concavam, d. 193. oblique op-  
 positum quantum appareat, o. 268. &  
 seqq.  
*Visibilia* quando æqualia appareant, o. 67.  
*Visibilis locus* ubinam sit, 344. & seqq.  
*Visibilium* in camera obscura repræsentatio,  
 o. 110. & seqq. d. 236. & seqq.  
 per lentes convexas visorum theoria,  
 239. & seqq.  
*Visio* quando eadem, o. 43. 44.  
*Visionis principium*, 70.

*Visio magnitudinis* quo fundamento nitatur,  
 o. 66. 67.  
*Visionis motus principium*, 68.  
*Visio confusa*. Definitio, o. 41.  
*distincta*, 40.  
*directa*, 3.  
*reflexa*, c. 2.  
*refracta*, d. 3.  
*Vitra caustica* quænam sint, d. 198. &  
 seqq. phænomena, 199.  
*Vitra* quomodo ad poliendum apta seligan-  
 tur, 532. ad trituram aptentur, 533.  
 poliantur, 527. & seqq.  
*Vitrum* quid dicatur in Perspectiva, p. 7.  
*Vitrum concavum* quomodo poliatur, d. 540.  
*Vitrum utrinque concavum* seu concavo-con-  
 cavum. Definitio, 19.  
*Vitrum utrinque æqualiter concavum*, ibid.  
*inæqualiter concavum*, ibid.  
*Vitrum convexum* quomodo atteratur &  
 ad poliendum disponatur, 535. polia-  
 tur, 539.  
*Vitrum convexo-convexum*, five utrinque  
 convexum. Definitio, 17.  
*Vitrum utrinque æqualiter convexum*, ibid.  
*Vitrum utrinque inæqualiter convexum*,  
 ibid.  
*Vitrum objectivum*. Definitio, d. 318.  
 oculare, 329.  
*Vitra plana* quomodo poliantur, 541.  
*Vitrum plano-concavum*. Definitio, 18.  
 plano-convexum, 16.  
*Vitrum polyedrum* quomodo poliatur, 543.  
*Umbra*. Definitio, o. 122. theoria, 123.  
 & seqq. quomodo multiplicetur, 130.  
 quando crescat & decrecat, 157.  
*Umbrae apparentia*, five projectio, p. 83.  
 & seqq. 94. & seqq.  
*Umbrae a sphaera projectæ longitudo* quo-  
 modo inveniatur, o. 143.  
*Umbrae intensitas*, 131. & seqq. figura,  
 134. & seqq.  
*Umbrae longitudo* quomodo in plano hori-  
 zontali inveniatur, 146. quando alitu-  
 dini corporis æqualis, 148.

Umbrae

- Umbrae lumini per fenestram projecto convenientis projectio*, p. 102.  
*Umbra mera* quid dicatur, o. 122.  
*Umbrae montium lunarium*, a. 483.  
*Umbrarum perpendicularium opacorum longitudines* quam habeant proportionem, o. 156.  
*Umbra recta*. Definitio, 159. theoria, 163. & seqq. ad versam ratio, 165. 170. usus, 171.  
*Umbra satellitum Jovis* observata, a. 506. 507. figura ejus, 508.  
*Umbra versa*. Definitio, 161. theoria, 166. & seqq. usus, 171.  
*Umbra Lunae*. Definitio, a. 1029. quo dirigatur, 485. num Terram totam tegere possit, a. 1035. quantam Terrae partem tegat quomodo inveniatur, 1036.  
*Umbrae lunaris diameter vera* quomodo inveniatur, 1034. via in globo terrestri, vel mappa geographica quomodo delineetur, 1095.  
*Umbrae terrestris semidiameter apprens* in loco transitus Lunae quomodo inveniatur, 941.  
*Volantes* quando nos conspiciamus in speculo plano, c. 74.  
*Uvea tunica*. Definitio, o. 24.  
**Z**.  
**Z**enith. Definitio, a. 58.  
**Z**odiacus. Definitio, 188.  
*Zodiacus cometarum*, 1157.

## F I N I S I N D I C I S S E X T I.

## VII.

I N D E X  
 R E R U M E T V E R B O R U M  
 T O M O I V.  
 C O N T E N T O R U M.

Notes velim, literam *g.* Geographiam & Hydographiam, *c.* Chronologiam, *f.* Gnomonicam, sive Sciaticam, *p.* Pyrotechniam, *m.* Architecturam militarem, *a.* Architecturam civilem, & numeros §§. designare: ubi vero nulla numeris adscribitur litera, eos referri ad proxime antecedentem.

## A.

- A** B, c. 112. 121. 123.  
*Abacus*, a. 104.  
*Abend*, g. 215.  
*Aben meh*, c. 113.  
*Abib*, 121.  
*Accessus*. Definitio, m. 239. quomodo paratur, 244.  
*Acroteria*. Definitio, a. 275. situs 276. dimensiones, 277. & seqq. quomodo construenda, 282. & seqq.  
*Acus magnetica*. Definitio, g. 291. quomodo paratur, 297.  
*Adar*, c. 112. 121. 123.  
*Adar meh*, c. 113.  
*Adar prior*, 121.  
*posterior*, ibid.

- Ædes in antis.* Definitio, a. 236. quales sint, 239.
- Ædificia* quomodo extruenda, a. 4.
- Ædificii area* quam habere debeat figuram, a. 421. & seqq.
- Ædificii dimensiones* quomodo reperiantur, 428. & seqq.
- Ædificii firmitas.* Definitio, a. 6.
- Ædificium* quale esse debeat, 18. & seqq.
- Æquator.* Definitio, g. 13. proprietates, 14.
- Æra.* Definitio, c. 81.
- Æra Aeliaca,* 168.  
*Heziræ,* 227.  
*Hispanica,* 265.  
*Judaica,* 212.  
*Martyrum,* 225.  
*Persica,* 225.  
*Tezdegerdica,* 255.
- Æstas.* Definitio, g. 76. ubinam bis sit, 200. quando sub æquatore, 101. quando in zona temperata & frigida, 112. cur in zona torrida non ubivis eodem tempore, 105.
- Æstatis initium & finis.* Definitio, 76. in zona torrida quomodo inveniatur, 106.
- Die außere Böschung,* m. 52.
- Die außere Polygon,* m. 52.
- Affirer meh,* c. 113.
- Africus* quinam dicatur ventus, g. 215. 216.
- Aiyar,* c. 112.
- Ala.* Definitio, m. 32. num concava fieri debeat, 74. quænam melior, 68. & seqq.
- Alarum multiplicatio,* 75.  
 retractio, 69. & seqq.
- Ala secundaria.* Definitio, 43.
- Alsanus* quinam ventus, g. 215. 216.
- Altitudo objecti ad distantiam datam conspiciendi* quomodo inveniatur, 50.
- Altitudo Solis* quomodo ope globi inveniatur, 235.
- Ambitus Telluris* quomodo inveniatur, g. 35. 40. quantus sit, 42.
- Ambulacrum valli.* Definitio, m. 25. latitudo, 26.
- Amphiprostylos.* Definitio, a. 236. qualis sit ædes, 241.
- Amphiscii.* Definitio, g. 152. ubinam dentur, 153.
- Amplitudo occidua Solis* quomodo ope globi inveniatur, g. 235.
- Amplitudo ortiva Solis* quomodo ope globi inveniatur, 235.
- Analemma.* Definitio, f. 132.
- Analemma signiferum.* Definitio, 132. constructio, 133.
- Angulus centri.* Definitio, m. 51.
- Angulus defendens exterior,* 50.  
*interior,* 49.
- Anguli horarii,* quomodo inveniatur in horologio horizontali, f. 50. in meridionali, 58.
- Angulus humeri.* Definitio, m. 46.
- Angulus imminutus,* 47.
- Angulus loxodromiæ,* loxodromicus. Definitio, g. 218. quomodo inveniatur, 322.
- Angulus polygoni.* Definitio, m. 44.
- Angulus propugnaculi.* Definitio, 30. 45. magnitudo, 79.
- Annuli solaris universalis* constructio, f. 165.
- Annuli solaris particularis* constructio, 167.
- Annus.* Definitio, c. 66.
- Anni epochæ unius* quomodo reducantur ad annos epochæ alterius, 84.
- Antæci* quales habeant vicissitudines tempestatum, g. 186. temporis, 177. 192.
- Annus abundans.* Definitio, c. 333. ejus character, 334.
- Annus Ægyptiacus.* Definitio, 106. quale ejus principium, 107.
- Annus æræ Aeliacæ* quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 271.
- Annus æræ Hispanicæ* quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 267.
- Annus Æthiopicus.* Definitio, 111.  
*Arabum,* 125.  
*Atticus,* 117.
- Annus CHRISTI* quomodo reducatur ad annum Gratiae, 226. ad Judaicum, 216. ad annum Olympiadum, 238. ad annum Græcorum & Russorum, 198. ad annum mundi, 209. ad annum periodi Julianæ, 185.

- c. 185. ad annum urbis conditæ, 246.  
*Annus ante CHRISTUM* quomodo reducatur ad annum periodi Julianæ, c. 187.  
*Annus deficiens.* Definitio, 331. character, 332.  
*Annus Eusebianus*, quomodo reducatur ad annum periodi Julianæ, 220. ad annum CHRISTI, 222.  
*Annus fixus.* Definitio, 66.  
*Annus Galaleus.* Definitio, 113. ejus præstantia, 115.  
*Annus Græcorum.* Definitio, 117.  
*Annus Græcorum recentiorum* quomodo reducatur ad annos CHRISTI, 197. ad annos periodi Julianæ, 194.  
*Annus Gratiæ.* Definitio, 225. quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 226.  
*Annus Gregorianus.* Definitio, 101. differentia ab astronomico, 102. a Juliano, 103. num sit biffextilis quomodo inveniat, 105.  
*Annus Hebræorum antiquus*, 121.  
*Annus Julianæ Epochæ* quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 263.  
*Annus Julianus.* Definitio, 97. quantum deficiat ab astronomico, 98. num sit biffextilis quomodo inveniat, 105.  
*Anni Juliani dies* quomodo reducatur ad diem Judaici, 346.  
*Annus Judæorum recens, five Judaicus.* Definitio, 123. quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 217. ejus species, 331. 333. quomodo species inveniat, 345.  
*Anni Judaici dies* quomodo reducatur ad diem Juliani, 345.  
*Annus lunaris cælestis.* Definitio, .c. 72. quantitas, 73.  
*Annus lunaris civilis communis.* Definitio, 74. quantitas, 75.  
*Annus lunaris civilis embolimæus.* Definitio, 74. quantitas, 75. 76.  
*Annus Macedonicus.* Definitio, 119.  
*Anni mundi conditi epochæ Alexandrinæ* quomodo reducantur ad annos CHRISTI, 210.  
*Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.*

- Anni mundi conditi Græcorum historicorum* quomodo reducantur ad annos CHRISTI, c. 206. quomodo ad annos periodi Julianæ, 204.  
*Annus Nabonassareus* quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 254. quomodo ad annum periodi Julianæ, 251.  
*Annus nativitatis CHRISTI* num sit certus, 190.  
*Annus Numæus.* Definitio, 91. quantitas, *ib.*  
*Annus olympiadum* quomodo reducatur ad annos CHRISTI, 238.  
*Annus ordinarius.* Definitio, 329. character, 330.  
*Annus periodi Julianæ* quomodo ex datis cyclis Solis, Lunæ & Indictionum inveniat, 181. quomodo reducatur ad annum ante CHRISTUM, 188. ad annum CHRISTI, 186. Judaicum, 213. Eusebianum, 220. annum urbis conditæ, 242. annum Rufforum & Græcorum, 194.  
*Annus Persicus.* Definitio, 113. quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 259. quomodo initium in anno Juliano inveniat, 260.  
*Annus Romanorum veterum.* Definitio, 88. quantitas, 89.  
*Annus Rufforum* quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 197. quomodo ad annum periodi Julianæ, 194.  
*Annus secularis* ad quodnam seculum referatur, 87.  
*Annus solaris.* Definitio, 67.  
*Anni solaris civilis* quantitas, 68.  
*Annus solaris biffextilis*, 71. communis, 69. 70.  
*Annus Syriacus*, 112.  
*Annus Turcarum.* Definitio, 125. quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 352. initium ejus quomodo computetur, 353. 355.  
*Annus vagus.* Definitio, 66.  
*Annus Urbis conditæ* quomodo reducatur ad annum CHRISTI, 245. quomodo ad annum periodi Julianæ, 241.

*Annus Tezdegerdicus.* Definitio, c. 113. cum quo conveniat, 114.  
*Antepagmenta,* a. 133.  
*Antipodes.* Definitio, g. 180. quod dentur, 181. quinam sint, 182. 183. quomodo ope globi inveniuntur, 237. quales habeant vicissitudines diei ac noctis, 185. tempestatum, 186.  
*Antæci.* Definitio, 176. quinam sint, 177. quibus nulli sint, 195. quomodo ope globi inveniuntur, 237. cum antipodibus comparati, 186. & seqq. 206.  
*Apeliotes* quinam sit ventus, g. 215.  
*Apophygis.* Definitio, a. 111. delineatio, 117.  
*Aprilis,* c. 97.  
*Aquilo* quinam ventus, g. 215. 216.  
*Architecti* officium, a. 2. 3.  
*Architectura civilis.* Definitio, 1. regulæ ejus quomodo inveniuntur, 5.  
*Architectura militaris.* Definitio, m. 1. ejus prima principia, 2. & seqq.  
*Archapeliotes* qualis ventus, g. 215.  
*Arcus.* Definitio, a. 253. delineatio, 257. partes & membra, 258. 259.  
*Arcuum* Dispositio, 274.  
*Arcus æquatoris inter Loxodromiæ initium in æquatore & meridianum datum interceptus* quomodo inveniatur, g. 336.  
*Aræostylon,* a. 225.  
*Ardhascht meh,* c. 113.  
*Arææ subdialis* necessitas, a. 442. 443. 444.  
*Arenæ* qualitates, 59. examen, 60.  
*Argestes* qualis ventus, g. 215. 216.  
*Artilleria,* p. 2.  
*Arx.* Definitio, m. 201.  
*Ascensio obliqua Solis* quomodo ope globi inveniatur, g. 235.  
*Ascensio recta Solis* quomodo ope globi inveniatur, *ibid.*  
*Ascii.* Definitio, g. 149. quinam sint, 150. ubinam non dentur, 151. quinam sint dato die, quomodo inveniatur, 168.  
*Afrudia meh,* c. 113.

*Astragalus,* Definitio, a. 105. delineatio, 113.  
*Athyr,* c. 106.  
*Atlantes.* Definitio, a. 81.  
*Augustus,* c. 97.  
*Auricula.* Definitio, m. 72.  
*Aussenwercke,* 109.  
*Auster,* g. 211. 215.  
*Austro-Africus* qualis ventus, 215.  
*Autumni initium & finis.* Definitio, 79.  
*Autumnus* quando sub æquatore, 103. ubi in zona torrida, 109.  
*Axis Telluris.* Definitio, 12.]

## B.

*Das Bæcncklein,* m. 52.  
**B** *Basis columnæ,* a. 96. & seqq.  
*Basi columnæ & stylobatæ* quænam membra conveniant, 132.  
*Basis columnæ & capituli Tuscani & Dorici,* 198.  
*Basis stylobatæ,* 95.  
*Basis & Coronidis stylobatæ* ichnographia quomodo delineetur, 193.  
*Batterie,* m. 127.  
*der Bedeckte Weg,* 52.  
*Behen meh,* c. 113.  
*Berme,* m. 109.  
*Bestrichener Winckel,* 52.  
*Bogenstellungen,* a. 253.  
*Bollewerk,* m. 52.  
*Bollwercks Winckel,* 52.  
*Bomba.* Definitio, p. 31. quomodo paretur, 42. & seqq.  
*Borapeliotes,* g. 215. 216.  
*Boreas,* 215.  
*Borolybicus,* 215.  
*Brille,* m. 109.  
*Brustwehre,* *ibid.*

## C.

**C** *Æcias,* quinam ventus, g. 215. 216.  
*Cæmentorium virtutes* quomodo explorentur, a. 48.  
*Calendæ* quid sint, c. 95.  
*Calendarium* quomodo conscribatur, 316.  
*Calen-*

- Calendarium correctum*. Definitio, c. 314.  
*Calendarium Gregorianum*. Definitio, 291.  
*Calendarium Gregorianum perpetuum*, 392.  
*Calendarium Julianum*. Definitio, 271.  
*Calendarium Julianum perpetuum*, 282.  
*Calibra*. Definitio, p. 101.  
*Calx* quomodo coquenda, a. 65. & seqq. quomodo examineur, 71. conservetur, 72.  
*Camera*. Definitio, 468. constructio, 471.  
*Camini* constructio, 482.  
*Canun prior*, c. 112.  
*posterior*, ibid.  
*Capital-Linie*, m. 52.  
*Capitulum columnæ*. Definitio, a. 96. quænam ei convenient membra, 171.  
*Capituli Corinthii* ichnographia, 207.  
*Ionici* ichnographia, 202.  
*Romani* ichnographia, 205.  
*Carbas* quinam ventus dicatur, g. 215. 216.  
*Carbones* ad pulverem pyrium conficiendum idonei quomodo parentur, p. 13. & seqq.  
*Carbonum* qualitates, 19. 20. 21.  
*Cardi meh*, c. 113.  
*Carthaune*, p. 100.  
*Caryatides*. Definitio, a. 82.  
*Casleu*, c. 121. 123.  
*Castellum*. Definitio, m. 201. delineatio, 207. quomodo condi debeat, 202. & seqq.  
*Caurus* quinam ventus, g. 215. 216.  
*der Centri-Winckel*, m. 52.  
*Character anni, mensis, enneadecaëteridos*. Definitio, c. 324. mensis quinam, 325. anni quinam, 326. enneadecaëteridos quinam, 327.  
*Characteres artificiales chronologici sive instituti*. Definitio, 130.  
*Characteres astronomici chronologici sive naturales*. Definitio, 128. quales sint, 129.  
*Characteres chronologici*. Definitio, 127.  
*Characteres historici chronologici*. Definitio, 132.  
*Charta* quomodo super tabula expandenda, a. 174.  
*Chartæ reductionis in hydrographia*. Definitio, g. 363.  
*Chojac*, c. 106.  
*Chorda*. Definitio, m. 31.  
*Chronologia*. Definitio, c. 1.  
*Circius* qualis sit ventus, g. 215. 216.  
*Circuli horarii sive horarum*. Definitio, f. 28.  
*Circulus æquinoctialis*. Definitio, g. 13.  
*polaris antarcticus*, 19.  
*polaris arcticus*, ibid.  
*Circumvallatio exterior*. Definitio, m. 235.  
*interior*, 236.  
*Clima*. Definitio, g. 114.  
*Climatis initium*, 115. medium, 117. finis, 116.  
*Climatum Tabulæ* quomodo construantur, 138. exhibentur, ibid.  
*Cochlidium*. Definitio, a. 515. nævi, 516. delineatio, 517.  
*Colli dimidium*. Definitio, m. 37.  
*Columnellæ*. Definitio, a. 80.  
*Columna*. Definitio, 75. quomodo super alia columna erigatur, 289. & seqq.  
*Columnæ conjugatæ*. Definitio, a. 216. quomodo conjugatio fieri debeat, 217. & seqq.  
*Columna parietina*. Definitio, 75.  
*Commoditas ædificii*. Definitio, a. 7.  
*Compassus nauticus*. Definitio, g. 296.  
*Computi vulgaris Autor*, c. 189.  
*Conclavium altitudo*, a. 435. & seqq. communicatio, 440. figura, ibid. locus, 441.  
*Corona*, a. 104.  
*Coronis stylobatæ*, 95. quænam membra ei convenient, 131.  
*Coronix*, 100. qualis esse debeat, 102. quænam membra ei convenient, 131.  
*die Cortine*, m. 52.  
*Contre-Mine*, 109.  
*Contregarde*, ibid.  
*Corus*, g. 215. 216.  
*Craticula ad firmitatem fundamenti quomodo paranda*, a. 328.

*Crepusculi matutini initium* quomodo ope globi inveniatur, g. 235.  
*Crepusculi vespertini finis* quomodo ope globi inveniatur, 235.  
*Creutz-Gewölbe*, a. 469.  
*Crucis gnomonicae constructio*, f. 163.  
*Cuniculi subterranei*. Definitio, m. 154. quid de iis observatum, 155. & seqq. quomodo parentur, 160. 163.  
*Cyclus Indictionum*. Definitio, c. 151. quomodo inveniatur, 153.  
*Cyclus Lu. æ.* Definitio, 147. quantus sit, & quamdiu valeat, 148.  
*Cyclus Solis*. Definitio, c. 140. quomodo inveniatur, 143.  
*Cycli Solis* pro annis Gregorianis quomodo condantur, 145.  
*Cycli Solis, Lunæ & Indictionum anni dati periodi Julianæ* quomodo inveniatur, 180.  
*Cylindrus pyrotechnicus*. Definitio, p. 35.  
*Cylindricum horologium*, f. 152. & seqq.  
*Cymatium Doricum*. Definitio, a. 107. delineatio, 115.

## D:

**D***ecember*, c. 97.  
*Declinatio plani* quomodo inveniatur, f. 90. 101.  
*Defensionis quantitas* quomodo mensuretur, m. 58. & seqq.  
*Delineatio acus magneticæ*. Definitio, g. 293. quomodo observetur, 302.  
*Denticuli* quid sint, a. 133. quomodo delineentur, 180.  
*Diameter Columnæ* quomodo inveniatur, a. 155. 156.  
*Diameter globi unius libræ* quomodo inveniatur, p. 110.  
*Diameter globorum* pro singulis semunciis libræ quomodo inveniatur, p. 109.  
*Diastylon opus*, a. 225.  
*Dies*. Definitio, g. 118. ubinam unicus, 128. ubi perpetuo nocti æqualis, 126. quandonam ubivis terrarum noctiæ qualis, 132.

*Dies iidem* ubinam æquales, g. 135.  
*Diei longitudo* quomodo variet pro locorum latitudine, 134.  
*Diei brevissimi & longissimi longitudo* quomodo inveniatur, 136. 142.  
*Dies bissextilis seu intercalaris*. Definitio, c. 71.  
*Dies civilis*. Definitio, 3.  
*Dies naturalis*. Definitio, 5. quantitas quomodo inveniatur, 6.  
*Dies rejiculæ*. Definitio, 336.  
*Dies mensis anni Nabonassarei* quomodo reductatur ad diem anni Juliani, 202.  
*Dierum hebdomadis nomina*, 45.  
*Di meh*, 113.  
*Dipteros*, a. 236. quale sit opus, 244.  
*Distantia locorum* quomodo ope globi inveniatur, g. 264.  
*Distantia locorum magno intervallo distitorum* quomodo inveniatur, 29.  
*Distantia locorum geographica*. Definitio, 51. quomodo inveniatur, 63. & seqq.  
*Distantiæ Solis a vertice mensura*, 264.  
*Dulheggia*, c. 125.  
*Dulkaadah*, ibid.

## E.

**E***chinus*. Definitio, a. 106. delineatio, 114.  
*Ecliptica*. Definitio, g. 15. situs, 16.  
*Eclipticæ declinatio maxima* quomodo inveniatur, 140.  
*Ephora*. Definitio, a. 150.  
*Einbohrende Defens-Linie*, m. 52.  
*Einsallendes Licht*, a. 390. 391.  
*Elul*, c. 112. 121. 123.  
*Enneadecaëteris Judaica*. Definitio, c. 322. quot sit dierum, 323.  
*Epactæ annuæ*. Definitio, 296. quantæ sint, 297. & seqq.  
*Epactæ menstruæ*. Definitio, 294.  
*Epactæ* quomodo per Calendarium disponendæ, 302.  
*Epactarum officium*, 300.  
*Epactarum cyclus* quando expiret, 299. cur non omni ævo satisfaciatur, 301. 103.  
*Epactæ*



*Epactarum expansa Tabula* quomodo construatur, c. 306.  
*Epacta Juliana & Gregoriana* anni dati quomodo inveniatur, 310.  
*Epiphi*, 106.  
*Epistylum* quid sit, a. 100. quale esse debeat, 101.  
*Epocha*. Definitio, c. 81. quod sit arbitraria, 82.  
*Epocha Constantinopolitana*, 171.  
*Diocletiana*, 225.  
*Juliana*, 261.  
*Muhamedica*, 227.  
*Mundi conditi Judæorum*, 212.  
*Mundi Alexandrina*, 207.  
*Mundi Eusebiana*, 219.  
*Mundi recentiorum Græcorum & Russorum*, 192.  
*Mundi Græcorum Historicorum*, 201. 202.  
*Nabonassarea*, 247.  
*Olympiastica*, 232.  
*Urbis conditæ*, 239.  
*Epocha vulgaris CHRISTI nati* quomodo reducat ad annum periodi Julianæ, 183.  
*Epocha diei civilis*. Definitio, 10. quomodo constituatur, 11. & seqq.  
*Etesia*, g. 216.  
*Etharim*, c. 121.  
*Euroauster* quinam ventus, g. 215.  
*Euronotus* quinam ventus, 216.  
*Europææ horæ* quomodo in Babylonicas convertantur, c. 34.  
*Eurus* quinam ventus, g. 215. 216.  
*Eurythmia*. Definitio, a. 31. & seqq.  
*Eustylon opus*, 225.  
 F.  
**F***acies*. Definitio, m. 30.  
*Facierum* magnitudo, 63.  
*Falconet*, p. 100.  
*Famulus pyrotechnicus*. Definitio, 37. quomodo fiat, 63.  
*Fascia*, a. 104.  
*Fastigium*. Definitio, 262.  
*Favonius* quinam ventus, g. 215. 216.

*Februarius*, c. 97.  
*Fenestra*. Definitio, a. 381. quomodo construenda, 382. & seqq. 389. 390. dimensiones, 387. 388. 395. situs, 400. & seqq. figura, 393. ornatus, 402. 404. quot fenestræ conclavi unicuique convenient, 425.  
*Fenestra podio septa*. Definitio, a. 414. quomodo construenda, 415. & seqq.  
*Festa immobilia*. Definitio, 274. quænam sint, 275.  
*Judaica* quænam sint, 549.  
*Festa mobilia*. Definitio, c. 276. quænam sint, 277.  
*Figura irregularis* quomodo ad regularitatem reducat, m. 185. quomodo muniatur, 186. 188. & seqq.  
*Finitor*. Definitio, g. 28.  
*Flores capitulorum* quomodo delineentur, a. 210.  
*Focus* quomodo exstruatur, a. 495. 496. & seqq.  
*Folia acanthina* cum cauliculis, 133.  
*Forcipula composita*. Definitio, m. 105. an utilis, 106. quomodo delineetur, 138. 179.  
*Forcipula simplex*. Definitio, 103. an utilis, 104. quomodo delineetur, 137. 179.  
*Fornaces* quomodo construendæ, a. 486. & seqq.  
*Fornices*. Definitio, a. 468. quomodo construuntur, 471.  
*Fossæ necessitas*, m. 15. latitudo, 16. latitudo quænam melior, 86. quales terminos habere debeat, 87.  
*Fossæ operum externorum* magnitudo, 122.  
*Frons primaria ædium* quam plagam respicere debeat, a. 445. & seqq.  
*Frontispicium*. Definitio, 262. figura, 264. 266. locus, 265. nævi, 267. 268. quomodo delineetur, 272.  
*Fulcrum*. Definitio, 74. quodnam perfectius, 84. quale esse debeat, 85. & seqq.  
*Fumarii exstructio*, 499. & seqq.

*Fundamentum ædificii.* Definitio, a. 311.  
necessitas, 313. quale esse debeat, 314.  
& seqq. dimensiones, 332. 333. quo-  
modo ponatur, 332. & seqq. 334. quo-  
modo in loco aquoso ponatur, 339.

## G.

*Allicus*, quinam ventus, g. 215. 216.  
*Gangeticus* quinam ventus, 215.  
*Geographia.* Definitio, 1.  
*Gesichts-Linie*, m. 52.  
*Gewelbe*, a. 469.  
*Ginbat*, c. 111.  
*Glacis*, m. 52.  
*Globus aëreus.* Definitio, p. 71. quomodo  
componatur, 92.  
*Globus aquaticus.* Definitio, 72. quomodo  
componatur, 96.  
*Globus fœrens.* Definitio, 41. quomodo  
componatur, 68.  
*Globus sionans.* Definitio, 40.  
*Globi incendiarii.* Definitio, 38. qua ma-  
teria repleantur, 52. quomodo repleti  
ligentur, 54. baptizentur, 55. granatis  
manuariis impleantur, 57.  
*Globus lucens.* Definitio, 39. 74. quomodo  
componatur, 66. 96.  
*Globus obscurans* quomodo componatur, 67.  
*Globus terrestris.* Definitio, 73. quomodo  
componatur, 97.  
*Globus terrestris* in *Geographia.* Definitio,  
g. 231. constructio, 233. 234. usus,  
235. & seqq. quomodo ita constitua-  
tur, ut Sol omnes regiones illuminet,  
quæ in ipsa Tellure illuminantur, 261.  
*Gnomonica.* Definitio, f. 1.  
*Gradus Meridiani terrestris* quomodo men-  
surentur, g. 40.  
*Gradus paralleli* quantitas quomodo inve-  
niatur, 45. 46.  
*Græcus* quinam ventus dicatur, 28.  
*Granata.* Definitio, p. 31.  
*Granata manualis*, ibid.  
*Grando pyrotechnica.* Definitio, p. 32. quo-  
modo paretur, 48.

## H.

*H Aase*, c. 111.  
*Halber Mond*, m. 109.  
*Hamle*, c. 111.  
*Haugender Mærser*, p. 142.  
*Haupt-Linie*, 52.  
*Haziran*, c. 112.  
*Hebdomas.* Definitio, 43.  
*Helakim*, 40.  
*Hellespontius* qualis ventus, g. 215.  
*Hemisphæria.* Definitio, a. 468.  
*Heteroscii.* Definitio, g. 155. ubinam den-  
tur, 156.  
*Hexastylon* quale sit opus, a. 214.  
*Hiemis initium & finis.* Definitio, g. 77.  
*Hiems* ubinam unica, 17. quando sub  
æquatore, 102.  
*Hora.* Definitio, c. 17.  
*Hora composita.* Definitio, 17.  
*simplex*, ibid.  
*Horæ antiquæ*, 24.  
*Horæ astronomicae.* Definitio, 21. quo-  
modo in *Babylonicas* convertantur,  
31.  
*Horæ Babylonicæ.* Definitio, 19. quomo-  
do in *astronomicas* convertantur, 31.  
quomodo in *Europæas*, 34. quomodo  
horologio inscribantur, f. 147.  
*Horæ Europææ.* Definitio, c. 22. quomodo  
convertantur in *astronomicas*, 30. *Ita-  
licas*, 35. *Judaicas*, 37.  
*Horæ Italicæ.* Definitio, 20. quomodo  
convertantur in *Europæas*, 35. quomo-  
do horologio inscribantur, f. 149.  
*Horæ Judaicæ.* Definitio, c. 24. quales sint,  
25. & seqq. quomodo in *Europæas* con-  
vertantur, 37.  
*Horæ Norimbergenses*, Definitio, 28.  
*Horæ planetariæ*, 24.  
*Horizon.* Definitio, g. 28.  
*Horizon physicus*, 28.  
*sensibilis*, ibid.  
*Hornwerck*, m. 109.  
*Horologigraphia*, f. 2.

Horo-

- Horologii descriptio generalis*, f. 36. in baculo, 160.
- Horologium æquinoctiale*. Definitio, 5. quomodo eidem signorum paralleli inscribantur, 140.
- Horologium æquinoctiale inferius*. Definitio, 5. descriptio, 33. quot horas indicet, 7.
- Horologium æquinoctiale superius*. Definitio, 5. quot horas indicet, 6. quomodo describatur, 30.
- Horologium æquinoctiale universale* quomodo construatur, 34.
- Horologium astrale*. Definitio, 176. constructio, 184.
- Horologii cylindrici descriptio*, 152. & seqq. 161.
- Horologia declinantia*. Definitio, 76. descriptio, 94. 96. 102. 104.
- Horologia deklinata*. Definitio, 82. descriptio, 109.
- Horologium horizontale*. Definitio, 10. quo tempore ejus usus, 11. ejus perfectio, 12. quomodo describatur, 38. & seqq. quomodo sub sphaera parallela, 129. quomodo sub recta, 124. & seqq. quomodo paralleli signorum eidem inscribantur, 135.
- Horologii horizontalis sine centro descriptio*, 119. & seqq.
- Horologii horizontalis universalis descriptio*, 170.
- Horologia inclinata*. Definitio, 78. descriptio, 106.
- Horologium lunare*. Definitio, 75. descriptio, 180. 182.
- Horologium meridionale*. Definitio, 14. quasnam horas indicet, 15. quomodo describatur, 54. & seqq.
- Horologium nocturnale*. Definitio, 177.
- Horologium occidentale*. Definitio, 22. quas horas indicet, 23. quomodo describatur, 68.
- Horologium orientale*. Definitio, 20. quas horas indicet, 21. quomodo describetur, f. 66.
- Horologium polare*. Definitio, 25.
- Horologium polare inferius*. Definitio, 25. quas horas indicet, 27. quomodo describatur, 72. & seqq.
- Horologium polare superius*. Definitio, 25. quas horas indicet, 27. quomodo describatur, 69. & seqq.
- Horologia reclinata*. Definitio, 80. descriptio, 108.
- Horologium septentrionale*. Definitio, 16. quasnam horas indicet, 17. quo tempore nullus ejus usus, 18. quomodo describatur, 63. 64.
- Horologium solare*. Definitio, 3. diversitas unde, 4. quomodo vicem lunaris sustineat, 178. quomodo in superficie globi describatur, 150.
- Horologia solaris primaria* quomodo eidem trunco inscribantur, 74.
- Horologia sine centro*. Definitio, 115. ubi contruenda, 116. & seqq.
- Horologium verticale*. Definitio, 13. quomodo sub sphaera recta describatur, 127. quomodo sub parallela, 130. quomodo sine centro, 122. & seqq.
- Horologii universalis in Tabula quadam portatili descriptio*, 172.
- Hydar*, c. 111.
- Hydrographia*. Definitio, g. 2.
- Hypæthros*. Definitio, a. 236. quale sit opus, 247.
- Hypæfricus* qualis sit ventus, g. 215.
- Hypaquilo* qualis sit ventus, 215.
- Hypargestes*, qualis sit ventus, 215.
- Hyperboreas* qualis sit ventus, 215.
- Hypereurus* qualis ventus, *ibid.*
- Hypeurus*, 215.
- Hypocæcias* qualis sit ventus, 215.
- Hypocircius* qualis ventus, *ibid.*
- Hypocorus*, *ibid.*
- Hypolibs*, *ibid.*
- Hypophænix*, *ibid.*
- Hypothrascias Scirem*, 215.

## I.

- J** *Acatit*, c. 111.  
*Janua*. Definitio, a. 372. dimensiones, 373. & seqq. figura, 378. locus, 410. 411. ornatus, 402. 404.  
*Januarius*, c. 97.  
*Japys*, g. 215.  
*Ichnographia ædificii*. Definitio, a. 524. quomodo fiat, 528.  
*Ichnographia munimenti*. Definitio, m. 131.  
*Ichnographia partis alicujus columnæ*. Definitio, a. 188.  
*Idus* quid sint, c. 95. quot in quolibet mense, *ibid.*  
*Jiar*, 121. 123.  
*Imbrices*, a. 522.  
*Inclinatio acus magneticæ*. Definitio, g. 294. quomodo observetur, 307.  
*Inclinatio plani* quomodo inveniatur, f. 88. 89.  
*Incolæ ejusdem paralleli* quomodo inter se comparentur, g. 196. & seqq. 202.  
*Incumba*. Definitio, a. 255. membra, 256.  
*Initium diei civilis*. Definitio, c. 10. quomodo constituatur, 11. & seqq.  
*Die innere Bæschung*, m. 52.  
     *Drossirung*, *ibid.*  
     *Polygon*, *ibid.*  
*Instrumentum*, quo pulvis pyrius in tormentum immittitur, p. 127. in arcum spatium redigitur, 128. tormenta repurgantur, 129.  
*Instrumentum declinatorium*. Definitio, f. 85. constructio, 86. usus, 88.  
*Intercolumnium*. Definitio, a. 225. prope januas & portas quantum esse debeat, 332.  
*Jomada prior*, c. 125.  
     *posterior*, *ibidem.*  
*Itineris quantitas* quomodo in mari æstimentur, g. 351.  
*Iter confectum in mari* quomodo inveniatur, 386. 389.  
*Iter consiciendum in mari* quomodo inveniatur, 384.  
*Junius*, c. 97.

## K.

- K** *Artetsche*, p. 32.  
*Eine Katze*, m. 109.  
*Kebia* quid, c. 376.  
*Die Kehle*, m. 52.  
*Der kleine Winckel*, *ibid.*  
*Ein Kron-Werck*, 109.  
 L.  
**L** *Acunar* quomodo construendum, u. 466.  
*Lagenæ pyrotechnicæ*. Definitio, p. 34.  
*Laquear gypseum* quomodo perficiatur, a. 467.  
*Lateres* quomodo ducantur, 51. & seqq. examinentur, 58.  
*Latitudo loci*. Definitio, g. 54. quomodo inveniatur, 55. 137. 143. quomodo ope globi inveniatur, 237. quomodo observetur, 344. & seqq.  
*Latitudinum locorum* Tabulæ, 60.  
*Latitudinis mutatio* in navigatione quomodo inveniatur, 321. quomodo se habeat ad latus mecodynamicum, 327.  
*Latus exterius*. Definitio, m. 35.  
     *interius*, 36.  
*Latus mecodynamicum*. Definitio, g. 317. quale sit, 329. quomodo inveniatur, 325. 328. 330. 383.  
*Lauffgraben*, m. 240.  
*Leuco-notus* qualis ventus, g. 215.  
*Libonotus* qualis ventus, 215. 216.  
*Libs* qualis ventus, 215.  
*Ligna* qualia esse debeant, a. 43. quomodo cædenda, 46. exsiccanda, 47.  
*Ligni parsimonie principia*, 474. & seqq.  
*Limen* quantum esse debeat, 380.  
*Linea* quid dicatur in Architectura militari, m. 233. quid in Geographia, g. 13.  
*Linea capitalis*. Definitio, m. 40.  
*Linea communicationis*. Definitio, 241.  
*Linea defensionis major*. Definitio, m. 41. magnitudo, 55. 56.  
*Linea defensionis minor*, sive stringens. Definitio. 42.  
*Linea semicollis* quænam melior, 77.  
 Linea

*Linea substylaris.* Definitio, *f.* 91. quænam fit, 92. 93.  
*Literæ ardentes* quomodo efformentur, *p.* 98.  
*Litera dominicalis.* Definitio, *c.* 133. quomodo variet, 136. & *seqq.* quando ordo restituatur, 139. quomodo inveniatur, 143.  
*Loca* quænam in zona torrida sita, *g.* 69. quænam in temperata, 72. quænam in frigida, 75.  
*Loca secreta ne fœtore sint molesta* quomodo impediatur, *a.* 448. & *seqq.*  
*Loca Terræ*, ubi simul meridies, *g.* 23.  
*Loca Terræ* quomodo ope globi inveniuntur, in quibus dies est datarum horarum, 251. 252. quibus Sol oritur, vel occidit, quæ meridiem, quæ mediam noctem, quæ diem, quæ noctem habent, 255. quæ vident eclipses medium, 256. quibus planeta, 257. stella vel aliud phænomenon fit verticale, 258. 259. quibus hoc oriatur, vel occidat, 260. quibus Sol, 261. vel Luna lucet, 262. quibus Sol & Luna oriuntur, vel occidunt, 263.  
*Loca zonæ frigida* quomodo inveniuntur ope globi, in quibus dierum dato numero Sol non occidit, 254.  
*Locus ad fluctum suus* quomodo muniatur, *m.* 208.  
*Longitudo diei* quomodo ope globi inveniatur, *g.* 235. quomodo in horologiis solaribus indicetur, *f.* 142.  
*Longitudo jactus tormentorum* quanta sit, *p.* 137.  
*Longitudo loci.* Definitio, *g.* 52. quomodo inveniatur, 56. & *seqq.* quomodo ope globi inveniatur, 237.  
*Longitudinum locorum differentia* quomodo inveniatur, 58. 59.  
*Longitudinum locorum Tabulæ*, 60.  
*Longitudo maris* quomodo inveniatur, 335. 354. 385.  
*Longitudinum in mari differentia* quomodo

Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

inveniatur, *g.* 386.  
*Longitudinis mutatio* quomodo inveniatur, *g.* 337. 338. 387.  
*Longitudo noctis* quomodo ope globi inveniatur, 235.  
*Lorica.* Definitio, *m.* 21. crassities, 22. altitudo, 23. 24.  
*Lorica fenestrarum.* Definitio, *a.* 431. dimensiones, 432. & *seqq.*  
*Loricæ transversæ utilitas*, *m.* 124.  
*Loxodromia.* Definitio, *g.* 309. proprietates, 310. 311. 313. & *seqq.* quomodo inveniatur, 320.  
*Loxodromiæ longitudo* quomodo se habeat ad latus mecodynamicum, 324. quomodo ad mutationem latitudinis, 319. 323.  
*Lunula.* Definitio, *m.* 99. delineatio, 136.

## M.

**M** *Agabit*, *c.* 111.  
*Maius*, 97.  
*Mappæ composita* per rhombos & distancias, Definitio, *g.* 367.  
*Mappa geographica.* Definitio, 266.  
*Mappæ hydrographica.* Definitio, 356.  
*Mappæ planæ.* Definitio, 358. quales sint, 359. & *seqq.* quomodo construantur, 368.  
*Mappa particularis.* Definitio, 268. quomodo construat, 278.  
*Mappæ reductæ.* Definitio, 363. quales sint, 364. 365. quomodo construantur, 375.  
*Mappæ universales.* Definitio, 267.  
*Marchesuan*, *c.* 121. 123.  
*Mare circumfluit terram*, *g.* 7. latitudo in mari quomodo observetur, 340. inveniatur, 342.  
*Margo fossæ.* Definitio, *m.* 27.  
*Martius*, *c.* 97.  
*Mascaran*, 111.  
*Materia ædificiorum.* Definitio, *a.* 34. qualis sit seligenda, 35. & *seqq.*  
*Materia liquefacta* quid dicatur, *p.* 61.  
*Mecheir*, 106.

Meha

Qqq

- Meha meh*, c. 113.  
*Membra Ordinum architectonicorum*. Definitio, a. 103. divisio, 103. altitudines eorum quomodo determinantur, 151.  
*Membra essentialia*. Definitio, 125. quænam sint, 126. & seqq.  
*Mensis astronomicus*. Definitio, c. 58.  
*Mensis civilis*. Definitio, 60.  
*Mensis illuminationis*. Definitio, c. 55. quantus, 56.  
*Mensis lunaris periodicus*. Definitio, 51. quantus fit, 52.  
*Mensis lunaris synodicus*. Definitio, 53. quantitas, 54.  
*Mensis lunaris astronomicus*. Definitio, 58.  
*Mensis lunaris civilis*. Definitio, 60. quantus fit, 61. & seqq.  
*Menses Numæi* quales fuerint, 93.  
*Mensis solaris*. Definitio, 48. quod omnes non sint æquales, 50. quantus statuitur, 50.  
*Mensis solaris civilis*. Definitio, 60. quantitas, 64. 65.  
*Menses Romulæi* quales fuerint, 93.  
*Mensium Turcicorum* initium in anno Juliano quomodo reperiatur, 356.  
*Merded meh*, c. 113.  
*Meridianus*. Definitio, g. 20. situs, 21. officium, 23. numerus Meridianorum, 24.  
*Meridiani diversorum locorum* quomodo eidem horologio inscribantur, f. 144.  
*Meridianus primus*. Definitio, g. 26. quinam sit, 27. 61.  
*Meridies* quænam plaga dicatur, g. 215.  
*Meridies* cur citius in locis orientioribus, quam occidentalioribus, 25. ubi nam sit dato momento quomodo ope globi inveniatur, 174.  
*Mesquilo* quinam ventus, g. 215.  
*Mesargestes*, ibid.  
*Meseurus*, ibid.  
*Mesoboreas*, ibid.  
*Mesocacias*, ibid.  
*Mesocircius*, ibid.  
*Mesocorus*, quinam ventus, g. 215.  
*Mesolibonotus*, ibid.  
*Mesolibs*, ibid.  
*Mesophænix*, ibid.  
*Mesori*, c. 106.  
*Mesozephyrus*, quinam ventus, g. 215.  
*Mijazia*, c. 111.  
*Milliaria longitudinis*. Definitio, g. 317. quomodo inveniuntur, 383.  
*Minitum primum*. Definitio, c. 39. secundum, ibid.  
*Mittag*, g. 215.  
*Mitternacht*, ibid.  
*Modulus*. Definitio, a. 148.  
*Modulus ornatus* januarum & fenestrarum, 403.  
*Molad Tohu*. Definitio, c. 320. character, 328.  
*Monopteros ædes* rotunda, a. 251.  
*Môrser*, p. 142.  
*Mortarii præparatio*, a. 361.  
*Mortarium in Artilleria*. Definitio, p. 140. quomodo delineetur, 143. & seqq. oneretur, 148. dirigatur, 150.  
*Muharram*, c. 125.  
*Muniendi forma Belgica*. Definitio, m. 126. calculus geometricus, 128. 129. delineatio ichnographica, 133. 141. orthographica, 142.  
*Muniendi forma Blondelliana*. Definitio, 151. calculus geometricus, 152. delineatio, 153.  
*Muniendi forma Paganiana*. Definitio, 145. calculus geometricus, 146. delineatio, 148.  
*Muniendi forma Scheiteriana*. Definitio, 170. calculus geometricus, 171. delineatio, 173.  
*Muniendi forma Vaubaniana*. Definitio, 157. calculus geometricus, 159. delineatio, 161.  
*Muniendi forma Vaubaniana recentior*. Definitio, 166. delineatio, 168.  
*Munimenti forma* qualis esse debeat, 61. & seqq.

Muni-

*Munimenta campestria.* Definitio, m. 217. orthographia, 219. delineatio, 220. & seqq.  
*Munimentum irregulare.* Definitio, 180. undenam tale sit, 183. 184.  
*Munimentum regulare.* Definitio, 125.  
*Munimentum stellatum* quomodo delineetur, m. 223.  
*Muri* quomodo construendi, a. 341. & seqq. quomodo anchoris firmentur, 370. quomodo tectorio vestiantur, 363.  
*Murus* ante fenestram qualis esse debeat, 413.  
*Mutuli compositi.* Definitio, 133. delineatio, 182.  
*Mutuli simplices.* Definitio, 133. delineatio, 181.

## N.

**N***avigatio circularis.* Definitio, g. 381. theoria, 391. & seqq.  
*Navigatio MERCATORIS.* Definitio, 380.  
*Navigatio plana.* Definitio, 379.  
*Neben-Streiche,* m. 52.  
*Neomeniæ* omnium mensium quomodo inveniuntur, c. 344.  
*Neomenia Tisri* quomodo inveniatur, 339. & seqq.  
*der Niedrige Wall,* m. 52.  
*Nisan,* c. 112. 121. 123.  
*Nitri* qualitates, p. 17. 20. 22. defæcatio & pulverisatio, 5. & seqq.  
*Nonæ* quid sint, c. 95. quot sint in quolibet mense, *ibid.*  
*Nord,* g. 211.  
*Nord gen Osten,* 215.  
*Nord gen Westen,* *ibid.*  
*Nord-Nord-Ost,* *ibid.*  
*Nord-Nord-West,* *ibid.*  
*Nord-Ost,* *ibid.*  
*Nord-Ost gen Osten,* *ibid.*  
*Nord-Ost gen Norden,* *ibid.*  
*Nord-Ost gen Westen,* *ibid.*  
*Nord-West,* *ibid.*  
*Nord-West gen Norden,* *ibid.*

*Nord-West gen Westen,* g. 215.  
*Notapeliotes,* *ibid.*  
*Notolybicus,* *ibid.*  
*Notozephyrus,* *ibid.*  
*Notus,* *ibid.*  
*November,* c. 97.  
*Nox.* Definitio, g. 118. c. 8. quomodo quantitas inveniatur, 9. ubinam unica, g. 128.  
*Numerus aureus.* Definitio, c. 149. quomodo inveniatur, 150.  
 O.  
**O***bsidionis* processus, m. 249. defensio contra eandem, 250.  
*Occasus Solis* quomodo ope globi inveniatur, 235. quomodo in horologio indicetur, f. 142.  
*Occidens.* Definitio, g. 211. 215.  
*Ocstasylon,* a. 214.  
*October,* c. 97.  
*Olympias,* g. 215.  
*Opera campestria.* Definitio, m. 216.  
*Opus coronatum.* Definitio, 108. quomodo delineetur, 140. 178.  
*Opus cornutum.* Definitio, 107. quomodo delineetur, 131. 176.  
*Opera externa.* Definitio, 94. utilitas, 95. qualia esse debeant, 96.  
*Opus rusticum.* Definitio, a. 366. quibus ædificiis conveniat, 367. & seqq.  
*Ordo architectonicus.* Definitio, a. 90. divisio, 153. quomodo componantur, 160. & seqq. 137. quomodo delineentur, 176. 178.  
*Ordo Corinthius,* 145. quod sit ornatissimus, 146.  
*Ordo Doricus,* 140.  
*Ionicus,* 141.  
*Romanus, sive compositus,* 143.  
*Tuscanus,* 139.  
*Oriens.* Definitio, g. 211.  
*Ornatus ædificii.* Definitio, a. 15.  
*Ornithias* qualis ventus, g. 216.  
*Orthographia externa ædificii.* Definitio, a. 525. quomodo fiat, 529. Ortho-

*Orthographia interna ædificii.* Definitio, a. 256. quomodo fiat, 530.  
*Orthographia munimenti.* Definitio, m. 132.  
*Orthographia partis alicujus columnæ.* Definitio, a. 188.  
*Ortus Solis* quomodo ope globi inveniatur, g. 235. quomodo in horologiis solaribus indicetur, f. 142.  
*Ost*, g. 211. 215.  
*Ost gen Norden*, 215.  
*Ost gen Süden*, ibid.  
*Ost - Nord - Ost*, ibid.  
*Ost - Süd - Ost*, ibid.

## P.

**P***Achor*, c. 106.  
*Pagomen*, 111.  
*Paophi*, 106.  
*Paralleli locorum* quomodo horologio solari inscribantur, f. 146.  
*Parastata.* Definitio, a. 78.  
*Parmula.* Definitio, m. 98. usus, 110. qualis esse debeat, 111. & seqq. quomodo delineetur, 135.  
*Partes ordinum* quomodo componantur, 137.  
*Pascha* quomodo celebrandum, c. 279.  
*Pascha Gregorianum* quomodo computetur, 312.  
*Pascha Judaicum* quomodo computetur, 347.  
*Pascha Julianum* quomodo computetur, 288.  
*Pavimenta* qualia esse debeant, 457.  
*Pauni*, 206.  
*Perfectio ædificii.* Definitio, a. 8.  
*Periodus Calippica.* Definitio, c. 154. quanta sit, 156. quot lunationum, 157. quamdiu valeat, 158.  
*Periodus HIPPARCHI.* Definitio, c. 161. quanta sit, 164. quot lunationum, 165. quamdiu valeat, 166.  
*Periodus Juliana.* Definitio, 175. quanta sit, 176. ejus usus, 178. inventor, 179.  
*Periodus Victoriae.* Definitio, 167. quot

fit lunationum, c. 173. quantum valeat, 171. quamdiu valeat, 174.  
*Periæci.* Definitio, g. 178. quinam sint, 179. quibus nulli sint, 195. 205. quomodo numerent horas, 204. quomodo ope globi inveniatur, 237.  
*Peripteros.* Definitio, a. 236. quale sit opus, 242.  
*Peripteros ædes rotunda*, 251.  
*Periscii.* Definitio, g. 157. ubinam dentur, 158. quinam sint dato loco, quomodo inveniatur, 169. 170.  
*Perystiliium.* Definitio, a. 212. genera apud veteres, 236.  
*Petarde*, p. 151.  
*Phamenot*, c. 106.  
*Phenicias* qualis ventus, g. 215.  
*Phoenix*, ibid.  
*Phorosciaterica*, f. 2.  
*Pila.* Definitio, a. 77.  
*Pila parietina*, ibid.  
*Plagæ.* Definitio, g. 207. quot sint, 208. quomodo indicentur, 210. quomodo determinentur, 217.  
*Plagæ cardinales.* Definitio, 211.  
*Plagæ collaterales*, vel *intermediæ.* Definitio, 211. *species*, ibid.  
*Plagæ collaterales primariæ*, ibid.  
*secundariæ*, ibid.  
*secundariæ primi ordinis*, ibid.  
*secundariæ secundi ordinis*, ibid.  
*Plinthus*, a. 104.  
*Pluvia ignea* quomodo efficiatur, p. 61.  
*Pluvia pyrotechnica.* Definitio, 33.  
*Podium.* Definitio, a. 414.  
*Poli Telluris.* Definitio, g. 12.  
*Polus Terræ antarcticus*, sive *australis*, ibid.  
*Polus Terræ arcticus*, sive *borealis*, ibid.  
*Poli elevatio* ubi nulla, 125. quomodo inveniatur, 143.  
*Polygonorum distantia* in methodo munienti recentiore quomodo inveniatur, m. 209.

Poly-



*Polygon-Winckel*, m. 52.  
*Postes*. Definitio, a. 79.  
*Posticum*, 236.  
*Principium anni*. Definitio, c. 78. ubi statuendum, 79. 80.  
*Profunditas Solis* quomodo ope globi inveniatur, g. 235.  
*Projectio sphaerae*. Definitio, g. 269. quomodo fiat, 272. 275.  
*Projectio orthographica*, 270.  
*stereographica*, ibid.  
*Projectura*, sive *Projectio*. Definitio, a. 94.  
*Pronaus* qualis aedes, 236.  
*Prostylus*. Definitio, 236. quale sit opus, 240.  
*Propugnaculum*. Definitio, m. 29. forma, 62.  
*Propugnaculi exterius vallum*. Definitio, 101. usus, 116. 117.  
*Pseudodipteros*. Definitio, a. 236. quale sit opus, 243. 244.  
*Pseudodipteros aedes*. Definitio, 249. qualis sit, 250.  
*Pulchritudo*. Definitio, a. 10. principia, 11. & seqq.  
*Pulvis pyrius*. Definitio, p. 4. compositio, 24. & seqq. examen, 29. 30.  
*Pycnostylon* opus, a. 225.  
*Pyropologia*, p. 2.  
*Pyrobolus*. Definitio, 69. quomodo conficiatur, 77. qua materia impleatur, 78. quomodo terebretur, 79.  
*Pyroboli forma* quomodo paretur, 75. 76.  
*Pyrobolus aquaticus* quomodo componatur, 94.  
*Pyrotechnia*. Definitio, p. 1.  
*Pyxis nautica*, seu *magnetica*. Definitio, 296. quomodo construatur, 297.

## Q.

*Quadra*, a. 104.  
*Quadrantis horodii* constructio, s. 157.  
*Quintilis*, c. 88.

## R.

*Rabia prior*, c. 125.  
*posterior*, ibid.  
*Rajab*, ibid.  
*Radius major*. Definitio, m. 39.  
*minor*, 38.  
*Rationum symptoma*, g. 84.  
*Ravelin*, m. 109.  
*Reductus* quomodo delineetur, 224. & seqq.  
*Refractio horizontalis Solis* quomodo inveniatur, g. 144.  
*Regula* quale membrum in Ordinibus, a. 104.  
*Regula ad delineandum Ordines atque aedificium utilis* quomodo construatur, 175.  
*Regula Calibrae*. Definitio, p. 102. quomodo paretur, 103. usus, 105. & seqq. examen, 111.  
*Rhombus*. Definitio, g. 286. quomodo inveniatur, 387. 388. quomodo inveniat, in quo navigandum, 384. juxta quem facta navigatio, 322. 326.  
*Rosa nautica*. Definitio, 289.  
*Rosa pyrotechnica* quomodo fiat, p. 82. 83.  
*Ruderatio* quomodo fiat, a. 461. & seqq.

## S.

*Sabat*, sive *Shebat*, c. 121. 123.  
*Saccus globi incendiarii* quomodo delineatur, p. 49. 51.  
*Succus pyrotechnicus*. Definitio, 36.  
*Samadan*, c. 125.  
*Saphar*, ibid.  
*Sappa*, sive *suffossio*. Definitio, m. 242. quomodo paretur, 246.  
*Säulenstellungen*, a. 213.  
*Saxa* quomodo caedenda, 49.  
*Saxorum virtutes* quomodo cognoscantur, 48.  
*Scala*. Definitio, a. 502. quomodo construenda, 503. & seqq. delineanda, 514.  
*Scale constructio* ad delineandos Ordines necessaria, a. 172. quae errores distantiarum in mappis planis corrigat, g. 372.

Qqq 3.

Scopus.

- Scapus columnæ*, a. 96. quomodo contrahatur, 183.  
*Scenographia ædium*. Definitio, a. 527.  
*Scharis meh*, c. 113.  
*Scheere*, sive *Scheer-Werck*, m. 109.  
*Schiefs-Scharten*, 109.  
*Schlangen*, p. 100.  
*Schulter-Winckel*, m. 52.  
*Sciaterica*, f. 2.  
*Sciatericum*. Definitio, 3.  
*Scintillæ pyrotechnicæ* quomodo conficiantur, p. 87.  
*Scrupulum Chaldaicum*. Definitio, c. 40. quomodo in horaria convertatur, 42.  
*Seculum*. Definitio, c. 86.  
*Semidiameter Terræ* quanta sit, g. 41. & seqq. quomodo inveniatur, 30. 32. & seqq. 38.  
*September*, c. 97.  
*Septentrio*. Definitio, g. 211.  
*Septimana*. Definitio, c. 43.  
*Serpentinel*, p. 100.  
*Sextilis*, c. 88.  
*Shaaban*, 125.  
*Shabat*, ibid.  
*Shawal*, ibid.  
*Signorum paralleli* quomodo horologiis solaribus inscribantur, f. 135. & seqq.  
*Sima*. Definitio, a. 110. delineatio, 119.  
*Sivan*, c. 123.  
*Sol* ubinam fiat verticalis, ubinam non, g. 93. quando hoc fiat, 94. ubinam dato momento verticalis, quomodo inveniatur, 173. quando in zona torrida loco alicui fiat verticalis quomodo ope globi inveniatur, 242. & seqq. quando mediam distantiam a vertice in zona torrida habeat, quomodo inveniatur, 95. & seqq. ubinam ter per annum mediam distantiam a vertice habeat, 98. ubinam bis, 99. quo momento planum declinans illustrare incipiat, quomodo determinetur, f. 110. & seqq. quando in zona torrida appareat retrogradus, g. 171. ubinam dato momento oriatur & occidat, quomodo inveniatur, g. 175. quando in zona torrida non occidat, quomodo ope globi inveniatur, 248. item quando non amplius oriatur, 249. Solis non occidentis mora supra horizontem quomodo inveniatur, 146.  
*Solis meridiani a vertice distantia* quanta sit, g. 159.  
*Solanus* quinam ventus, 215. 216.  
*Soli conditio* quomodo exploranda, a. 320.  
*Soliditas Terræ* quanta sit, g. 44.  
*Sphæra obliqua*. Definitio, 121. ubinam sit, 124.  
*Sphæra parallela*. Definitio, 120. ubinam sit, 123. phænomena ejus, 125. 128. & seqq.  
*Sphæra recta*. Definitio, 119. phænomena, 125. & seqq. ubinam sit, 122.  
*Spreng-Kugel*, p. 58.  
*Statio vallis*. Definitio, m. 25.  
*Stehender Mörser*, p. 142.  
*Stellulæ pyrotechnicæ* quomodo conficiantur, 84.  
*Die Streiche*, m. 52.  
*Die streichende Defens-Linie*, ibid.  
*Der Streich-Winckel*, ibid.  
*Structura Græca*, a. 354.  
     *incerta*, 352.  
     *isodoma*, 356.  
     *pseudisodoma*, 357.  
     *revincta*, 359.  
     *reticulata*, 349.  
*Stupæ pyrotechnicæ præparatio*, p. 59.  
*Stylobata*. Definitio, a. 95.  
*Subsolanus* qualis ventus, g. 215.  
*Substructio*, a. 311.  
*Subvesperus* qualis ventus, g. 215. 216.  
*Sud*, c. 211.  
*Süd gen Osten*, g. 215.  
*Süd gen Westen*, ibid.  
*Süd-Ost*, ibid.  
*Süd-Ost gen Osten*, ibid.  
*Süd-Ost gen Norden*, ibid.  
*Süd-Sud-Ost*, ibid.

Süd-

*Sūd - Sūd - West*, g. 215.  
*Sūd - West*, ibid.  
*Sūd - West gen Sūden*, ibid.  
*Sūd - West gen Westen*, ibid.  
*Suggestus mortariorum*. Definitio, m. 228.  
*Suggestus tormentorum*. Definitio, 227. delineatio, 229.  
*Sulphuris depuratio*, p. 10. qualitates, 18. 21. 22.  
*Supercilia*, a. 104.  
*Superficies Terræ* quanta sit, 44. quomodo se habeat ad zonam frigidam, 88. & seqq. quomodo ad temperatam, 85. torridam, 80. 81.  
*Supernas* quinam ventus, g. 215. 216.  
*Symmetria* quid sit & in quo consistat, a. 24. & seqq.  
*Syne*, c. III.  
*Systylon opus*, a. 225.

## T.

**T***Abulæ loxodromicæ*. Definitio, g. 331. quomodo construuntur, 333.  
*Tania*, a. 104.  
*Tamuz*, c. 112.  
*Tebeth*, 123.  
*Tecta* quomodo construenda, a. 519. & seqq. 523.  
*Tegulæ hamatæ*, 522.  
*imbricatæ*, ibid.  
*Tekuphæ* quid sint, c. 337. quomodo inveniuntur, 348.  
*Tempestates annuæ* quomodo se habeant sub æquatore, g. 100. & seqq. quomodo in zona torrida extra æquatorem, 104. & seqq.  
*Tempestates vagæ*. Definitio, g. 227. causæ, 229.  
*Templi Cella sive Corpus*, a. 236.  
*Temporis momentum* quomodo ex altitudine Solis ope globi inveniatur, g. 136.  
*Termini paschales*. Definitio, c. 284.  
*Terminorum paschalium Tabula Gregoriana* quomodo construatur, 309.

*Terra* cur circumnavigari potuerit, g. 5.  
*Terræ figura* qualis sit, 3. 4.  
*Terræ figura sphaerica* num in Tellure citra errorem sensibilem assumi possit, 10.  
*Testudines*. Definitio, a. 468.  
*Tetrastylon*, 214.  
*Thamuz*, c. 121. 123.  
*Thir meh*, 113.  
*Thisri*, 121. 123.  
*Thot*, 106.  
*Thrascias* qualis ventus, g. 215. 216.  
*Tishrin prior*, c. 112.  
*posterior*, ibid.  
*Tonnen - Gewölbe*, a. 469.  
*Tormentum*. Definitio, p. 99. species, 100. delineatio, 115. & seqq.  
*Tormentum* quomodo oneretur, p. 130. dirigatur, 133. 134. cur explosum retrocedat, 138.  
*Tormentum inscitium*. Definitio, 151. quomodo paratur & oneretur, 152.  
*Torus*, a. 105. quomodo delineetur, 113.  
*Trabeatio*. Definitio, a. 100. quænam cui libet intercolumnio conveniat quomodo inveniatur, 227. & seqq.  
*Traversen*, m. 109.  
*Trenchéen - Kugel*, p. 58.  
*Triacontaëteris Muhammedana*. Definitio, c. 350.  
*Triglyphi cum guttis* quid sint, a. 133. quomodo delineentur, 179.  
*Trochilus*, a. 108. quomodo delineetur, 116.  
*Tropicus cancri*. Definitio, g. 17. situs, 18.  
*Tropicus Capricorni*. Definitio, 17. situs, 18.  
*Truncus stylobatæ*, a. 95.  
*Tybi*, c. 106.  
*Tykymt*, 111.  
*Tympani altitudo*, a. 270. 271.  
*Tyr*, c. 111.  
*Tyshas*, ibid.

## V.

- V** *Allum*. Definitio, m. 13. cur munitis conveniat, 14. altitudo, 18. 82. declivitas, 19. defensio qualis esse debeat, 53.
- Valli operum externorum* dimensiones, 120.
- Veadar*, c. 123.
- Ventus*. Definitio, g. 215. divisio, 215. qualis sit, qui per terram continentem spirat, 222. 225. qualis, qui per maria spirat, 220.
- Ventus cardinalis*, 215.  
*collateralis*, ibid.  
*collateralis primarius*, ibid.  
*collateralis secundarius primi vel secundi ordinis*, ibid.
- Venustas*. Definitio, a. 10.
- Veris initium & finis*. Definitio, g. 78.
- Ver* quando sub æquatore, 103. ubinam bis, 109.
- Verforium*. Definitio, 296.
- Versuræ compositæ* quomodo delineandæ, a. 408.
- Versuræ simplicis* quomodo delineandæ, 407.
- Vertex objectorum* cur iter facientibus prius videatur quam radix & contra, g. 8. 9.
- Via navis* qualis sit, 339.
- Vinea*. Definitio, m. 243. quomodo paratur, 248.
- Visus distantia*, quam in superficie maris vel planitie terræ attingit, quomodo inveniat, g. 47.
- Umbra meridiana* quo die altitudini corporis æqualis, g. 166. quando quolibet die, 167. quomodo variet in diversis locis, 164.
- Umbre solstitiales* quomodo se habeant in diversis locis, 164.
- Umbre rectæ* ratio ad altitudinem opaci, 160.

- Umbre versæ* ratio ad altitudinem opaci, g. 161.
- Voluta*. Definitio, a. 133. quomodo delineatur, 135.
- Urnæ pyrotechnicæ*. Definitio, p. 34.
- Utilitas ædificii*. Definitio, a. 7.
- Vulturinus* quinam ventus, g. 15. 16.

## W.

- W** *Affen-Plätze*, m. 109.
- der Wall*, m. 52.
- der Waigang*, ibid.
- West*, g. 212.
- West gen Norden*, 215.
- West gen Süden*, ibid.
- West-Nord-West*, ibid.
- West-Süd-West*, ibid.
- Winckel der Flanck und Cortine*, m. 52.

## Z.

- Z** *Ephyroboreas* qualis ventus, g. 215.
- Zephyrus*, ibid.
- Zius*, c. 121.
- Zonæ* inter se collatæ quoad magnitudinem, g. 91. 92.
- Zona frigida australis*. Definitio, 73. latitudo, 74.
- Zona frigida borealis*. Definitio, 73. latitudo, 74.
- Zonæ temperatæ* ratio ad superficiem Terræ, 85. 86. magnitudo, 87.
- Zona temperata australis*. Definitio, g. 70. latitudo, 72.
- Zona temperata borealis*. Definitio, 70. latitudo, 72.
- Zona torrida*. Definitio, 66. latitudo, 68. magnitudo, 82. ratio ad superficiem Terræ, 80. 81. quomodo ab æquatore dividatur, 68.
- Zophorus*. Definitio, a. 100. qualis esse debeat, 101.
- der Zwischen-Wall*, m. 52.

## VIII.

## INDEX

Rerum in Commentatione de Studio Mathematico recte  
institueno contentarum, quæ legitur Tomo V.  
Elementorum Matheſeos.

## A.

**A** Equatio ad parabolam quomodo deducatur ex ſeſtione conii, 205.

Equatio curvæ particularis quomodo reducatur ad generalem, 197.

Equationes ad curvam, in qua origo abſciſſarum non eſt in aliquo puncto curvæ, quomodo tractentur, 206.

Equationis cubicæ & biquadraticæ conſtructio, quod ſupponat inventionem duarum medianum proportionalium inter duas datas, 223.

Equationum inventio cur ſubinde non uno modo tentanda, 174.

Equationum uſus in curvis mechanicis oſtenditur, 207.

Aerometriæ ſtudium quomodo inſtituendum, 264. & ſeqq.

Agriſenſores an theoriam Geometriæ recte negligant, 129. & ſeqq.

Algebra quomodo tractanda, 143. & ſeqq. quomodo ad Geometriam applicanda, 173. & ſeqq. qualis primum fuerit & quomodo deinceps ulterius perfectæ, 165. quouſque perfectæ, 188. cur ad tertium cognitionis gradum adſpiranti cognitu neceſſaria, 681. quod ſubinde ſuppeditet abſque ulla ambage conſtructiones problematum veterum, 183.

Algebraicum ſtudium quomodo facilitetur, 166.

Analysis mathematica quomodo exercenda, 143. & ſeqq. cur ad tertium cognitionis gradum adſpiranti cognitu ne-

Wolfii Oper. Mathem. Tom. V.

ceſſaria, 81.

Analysis Diophantea quomodo tractanda, 171. 172.

Analysis infinitorum quomodo tractanda, 226. & ſeqq.

Analysis Veterum qualis fuerit, 145.

Approximationes quomodo per ſeries infinitas inveniantur, 244. & ſeqq.

Architecti militares an theoriam Geometriæ tuto negligant, 129. & ſeqq.

Architecturæ civilis ſtudium, 337. & ſeqq.

Architecturæ militaris ſtudium, 333. & ſeqq. ſcientifica cognitio num proſit Architecto militari, 335.

Arithmetica quomodo in uſum Artis inveniendi tractanda, 121.

Arithmetica infinitorum in infinitum extenta, 251.

Arithmetice literalis quomodo tractanda, 146. & ſeqq.

Arithmetice literalis uſus in inveniendi, 154.

Arithmetica practica quomodo tractanda, 113. & ſeqq.

Arithmetice practice compendium quomodo ex Elementis Autoris exſcribendum, 120.

Arithmetica theoretica quomodo tractanda, 118.

Ars inveniendi quomodo ope Architecturæ civilis exerceatur, 339.

Artificia analytica cur probe notanda, 166. 167. 192. inter ſe conferenda, 192.

Artis characteriſtica notio quomodo acquiratur,

R R R

ratur, 147. usus in inveniendō, 156.  
*Artis inveniendī regulæ* abstrahendæ ab  
 Arithmetica communi, 122. a literali,  
 157. 163. 164.  
*Artis inveniendī causa* quomodo Mathesis  
 tractanda, 106.  
*Artium scientiam excolenti* quid notasse  
 profit, 329.  
*Astronomiæ studium*, 290. & seqq. cog-  
 nitio historica quomodo acquirenda, 293.  
 & seqq.  
*Astronomia* quid conferat ad Artem inve-  
 niendī, 302. & seqq.  
*Astronomia practica* quomodo addiscatur,  
 297. & seqq.  
*Asymptotos determinandi methodus* quo prin-  
 cipio nitatur, 231.  
 C.  
**C**alculus algebraicus a perplexitate libe-  
 ratus, 187. num theoriā supponat  
 in solvendis problematis, 145.  
 de *Calculi differentialis inventore controversia*  
 quomodo intelligenda, 228.  
*Calculi integralis* notio explicata, 235.  
*Calculus literalis* in Algebra quomodo per  
 numeros explicetur servata universalitate,  
 168.  
*Calculus numerosus* quomodo ad formam  
 universalis reducatur, 154. quomodo in  
 locum literalis surrogari possit, 169.  
*Calculus situs* quid sit, 144. quales supponat  
 in Geometria definitiones, 155.  
*Catoptricæ studium*, 274. & seqq.  
*Chronologiæ studium*, 323. & seqq.  
*Circulus* cur per æquationem algebraicam  
 definiri possit, 195.  
*Circuli proprietates* algebraice erutæ, 193.  
 & seqq. 206.  
*Circuli quadratura* per series infinitas expli-  
 cata, 238.  
*Citationes* in demonstrationibus quem ha-  
 beant usum, 45.  
*Cognitionis humanæ gradus* quot dentur, I.  
 quot non eadem facilitate acquirantur,  
 2. quomodo acquirantur, 3.

*Cogitandi modus naturalis* quomodo serve-  
 tur in studio mathematico, 108.  
*Conchoidis proprietates* quomodo ex æqua-  
 tione ad eandem deducantur, 203. con-  
 structio facillima inde deducta, *ibid.* tan-  
 gens quomodo ducenda, 232.  
*Constructio æquationum* quomodo ad Analy-  
 sin Veterum propius adducatur, 181.  
*Constructiones æquationum superiorum* quo-  
 modo inventæ, 218. 219. cur analyticas  
 dederit Autor, 220.  
*Constructiones geometricæ formularum alge-  
 braicarum* num pure enunciandæ, 180.  
 an semper synthetice demonstrandæ,  
 177. quodnam inter elegantes & inele-  
 gantes intercedat discrimen, 185.  
*Corollaria* quid sibi velint, 58. quomodo  
 expendenda, 59. quomodo symboli-  
 ce repræsentanda eorum demonstratio,  
 60.  
*Curiositatis gratia* quomodo Astronomia  
 tractanda, 292.  
*Curvæ* quænam per æquationes algebraicas  
 definiri nequeant, 196. quænam ab Au-  
 tore considerentur in Elementis suis, 209.  
 quomodo ad curvas alias referantur, 208.  
 quænam in constructione problematis al-  
 teri præferenda, 221.  
*Curvarum doctrina* quantum adhuc distet a  
 perfectione sua, 217.  
*Curvarum proprietates* quomodo per æqua-  
 tiones eruantur, 193.  
*Curvarum quadraturæ* a quadratura para-  
 bolæ pendentes, 237. quod reducantur  
 ad quadraturam circuli & hyperbolæ,  
 239.  
*Cycloidis* proprietas singularis, 250.  
 D.  
**D**efinitiones quomodo expendendæ, 5.  
 quomodo expendendæ in usum Ar-  
 tis inveniendī, 82. & seqq. cur ab iis in-  
 ciendum, 4. cur exemplis & quomodo  
 illustrandæ, 5. quo ordine collocandæ  
 & legendæ, 6.  
*Definitiones arithmeticae* quomodo exem-  
 plis.

plis illustrentur, 11. 12. objectio quædam removetur, 16.

*Definitiones geometricæ* quomodo ad evidentiam sensus reducendæ, 13.

*Definitiones nominales* quales esse debeant, 10.

*Definitiones reales* quomodo inveniantur præsuppositis nominalibus, 87. 88. num nominalibus præferendæ, 89.

*Definitionum* repræsentatio symbolica, 11. & seqq.

*Demonstrandæ* principia qualia supponantur, 71.

*Demonstrationes* quando sint naturales, 62. quales ab Autore exhibeantur, 63. quales vulgo, 64. quomodo resolvendæ, 31. 38. 40. & seqq. 47. quomodo faciant ad perficiendum intellectum, 99. & seqq. 102. & seqq. quomodo libris inferantur, 46. quomodo in Hydrostatica facilitandæ, 263.

*Demonstrationes arithmeticae* cur servent universalitatem ad exempla applicatæ, 50.

*Demonstrationes astronomicae* quatenus recedant a rigore, 301.

*Demonstrationes catoptricae* num sint superflua, 277.

*Demonstrationes dioptricae* quod pluribus modis fieri possint, 281.

*Demonstrationes mechanicæ* quales sint, 32. cur in locum cæterarum non surrogandæ, 33. quod æquipolleant exemplis numericis, 34. quibusnam satisfaciant, 36. quomodo ad tertium cognitionis gradum conducant, 72. 73.

*Demonstrationes problematum* quomodo resolvendæ, 52. quomodo symbolice repræsententur, 53. 55.

*Demonstrationes syntheticae* num recte negligantur, 101. num ex calculo algebraico erui possint, 178. quænam cum iis non confundendæ, 179. cur analyticis misceantur ab Autore, 260.

*Demonstrationum forma*, 31. 37. symbo-

lica repræsentatio, 39. 42. quem habeat usum, 44. 48. 49.

*Dioptricae* studium, 280. & seqq.

## E.

*Ellipseos* constructio ex æquatione elicitæ, 215. proprietates quomodo ex æquatione ad eandem deducantur, 200.

*Experientiæ ac rationis connubium* cur perpetuum esse debeat, 312.

## F.

*Fictionum* in calculo algebraico usus, 189.

*Figuræ* in Mathesi quales requirantur, 10.

*Formulæ algebraicæ* quomodo applicandæ, 158. & seqq.

## G.

*Geographiæ* studium, 317. & seqq.

*Geographiæ historica cognitio* quomodo acquiratur, 318.

*Geometria* quomodo in usum Matheseos reliquæ tractanda, 162. usus in reliqua Mathesi stabilitus, 133. 136. quomodo intellectus perficiendi gratia tractanda, 134.

*Geometriæ elementaris supplementum* in usum Algebrae conscribendum, 186.

*Geometria practica* quomodo tractanda, 122. & seqq. quomodo ex Elementis Autoris extrahenda, 128.

*Gnomonicae* studium, 326. & seqq.

## H.

*Hydraulicæ* studium quomodo instituentum, 267. & seqq.

*Hydrographiæ* studium, 322.

*Hydrostaticæ* studium, 261. & seqq. usus in Philosophia naturali, 262.

*Hyperbolæ* constructio ex æquatione elicitæ, 216. proprietates quomodo ex æquatione ad eandem deducantur, 201. 202.

*Hypotheses* quomodo excolendæ, 309. 310. qualibus in Philosophia locus, 311.

## I.

- I**nductio quomodo pariat, 35.  
*Integratio differentialium* cur subinde requirat quantitatem adjiciendam, 236.  
*Intellectus* cur & quomodo studio *Matheseos* perficiatur, 92. & *seqq.* quomodo perficiatur, si ad primum tantummodo cognitionis gradum adspires, 94. & *seqq.*  
*Intellectus perfectio* quænam maxima, 106.  
*Intellectus perficiendi gratia* quomodo in *Geographia* versandum, 321.  
*Intellectui quæ patent* quomodo ad evidentiam sensus reducantur, 11. & *seqq.*  
*Irrationalium* existentia, 225. ad formam rationalium reductio quem habeat usum, 152.

## L.

- de **L**ocis *geometricis* notanda, 210. & *seqq.*  
*Logica genuina* unde agnoscatur, 104.  
*Logicæ* studio quodnam præmittendum, 105.

## M.

- M**athesis an in usum *Artis* invenienti tractari possit, 314. & *seqq.* quomodo in hunc usum tractetur, 106.  
*Matheseos studium* quomodo intellectus perficiendi causa tractandum, 90.  
*Matheseos sublimioris* studiosi quænam ex *Mechanicis* addiscere debeant, 259.  
*Mechanica* quantum a *Veteribus* promota, 252. quantum a *Rēcentioribus*, *ibid.* quomodo tractanda in usum tertii gradus cognitionis, 255. 256.  
*Mechanicæ praxis* quomodo addiscenda, 253. 254.  
*Mechanicæ principia* ad phænomena naturæ explicanda, utilia, 258.  
*Mechanicæ studium*, quomodo tractandum, 252.  
*Methodus mathematica* num *Theologiæ*

*Jurisprudentiæ & Medicinæ* conveniat, 107.

*Methodus de maximis & minimis* quomodo nitatur principio, 234.

*Methodus tangentium inversa* quomodo expendenda, 248.

## N.

**N**otiones *ontologicæ* quomodo ex *Mathesi* derivandæ, 340.

## O.

**O**pticæ studium quomodo instituendum, 271. & *seqq.* quod ad *Physicam* conducat, 272.

## P.

**P**arabolæ proprietates quomodo ex æquatione ad eandem deducantur, 198.

*Perspectiva* quomodo tractanda, 273.

*Philosophiæ naturalis principia mathematica* quænam proprie dicantur, 257.

*Philosophus* quomodo versari debeat in *Catoptrica*, 276. quomodo in *Dioptrica*, 282.

*Præparatio ad demonstrationem* cur necessaria, 74. 75. quomodo ad eam perveniatur, 76.

*Præparatio ad tertium gradum cognitionis* per secundum, 71.

*Praxis* quomodo reddatur oculata, 140.

*Problemata* quomodo in *theoremata* convertantur, 51. 54. quomodo tractanda, ac si resolutio invenienda esset, 77. & *seqq.*

*Problematum* symbolica repræsentatio, 26. 27.

de *Problematis physico-mechanicis* notanda, 257.

*Propositiones* quomodo rite exponendæ, 17. quomodo a nobis enunciandæ, 18. 19. quomodo a *Veteribus & Clavio*, 20. cur pure enunciandæ, 21. 57.

*Pyrotechniæ* studium, 330. quid conferat ad artem inveniendi, 332.

Q. Qua



## Q.

**Q**uadraturæ per series infinitas pendent a quadratura infinitarum Parabolarum, 239.

## R.

**R**adices duæ in contactu æquales, 199.  
Rationum doctrina quomodo facilitate-  
tur, 160. 161.

Rationum inæqualitatis tractatio ad modum æquationum, 191.

Regressus serierum explicatur, 241.

Regulæ arithmeticæ cur formulis algebraicis ab Autore non fuerint adscriptæ, 175.

Resolutiones problematum quomodo illustrandæ, 22. quomodo in potestatem redigendæ, 23. quomodo sola attentione ad theoremata innotescant, 80.

Resolutiones problematum numericæ quomodo exemplis illustrandæ, 29.

Resolutionum spuriarum examina quomodo subinde instituantur, 180.

## S.

**S**altus in ratiocinando expenditur, 61.  
Scientiæ conjunctis viribus excolendæ, 313.

Sensus quid adjumenti afferant intellectui in veritate intelligenda, 7. 8. 9.

Series magis convergentes pro circulo quomodo deducantur ex minus divergentibus, 242. 243.

Sphæricorum studium, 285. & seqq.

Studium mathematicum quibusnam difficile videatur, 98.

Subnormalium formulæ algebraicæ quomodo geometricè construantur, 230.

Subtangentiæ notio explicata, 233.

Subtangentiæ formulæ algebraicæ quomodo geometricè construantur, 229.

## T.

**T**abulæ astronomicæ expenduntur, 298.

Tangentium methodus Barrowiana, 227. 228. quomodo inde prodeat differentialis, 228.

Theoremata quomodo in usum Artis inveniendi expendenda, 68. quod eo modo inveniri potuerint, quo demonstrantur, 70. quomodo in problemata resolvenda convertantur, 67.

Theorematum symbolica repræsentatio, 24. 25.

Theorica Planetarum quomodo ab autore tradita, 309.

Trigonometria in quem usum primum inventa, 137. quomodo in usum praxeos tractanda, 138. & seqq.

Trigonometriæ sphericæ studium, 286. & seqq.

## V.

**V**eritas inveniendæ quod alias cognitæ supponat, 71.

Veritatis inveniendæ utilitas cur non attendenda, 176.

Vulgarium meditatio quem habeat usum, 170.

CHAPTER I  
 THE DISCOVERY OF AMERICA  
 In the year 1492, Christopher Columbus, an Italian navigator, sailed across the Atlantic Ocean in search of a westward route to the Indies. On October 12, 1492, he landed on the island of San Salvador in the West Indies. This event marked the beginning of European exploration and colonization of the Americas.

CHAPTER II  
 THE EARLY YEARS OF COLONIZATION  
 The first permanent European settlement in North America was founded by Spanish explorer Juan Ponce de Leon in 1565 at St. Augustine, Florida. Other early colonies were established by the French and Dutch in the eastern and southern parts of the continent.

CHAPTER III  
 THE PURITAN EXPERIMENT  
 In 1620, a group of English Puritans, known as the Pilgrims, sailed to the New World on the ship the Mayflower. They established the Plymouth colony in Massachusetts, where they faced numerous hardships but eventually thrived.

CHAPTER IV  
 THE GREAT MIGRATION  
 The 17th century saw a large influx of immigrants to North America, including the Quakers, who established colonies in Pennsylvania and other regions. This period was characterized by diverse religious and cultural influences.

CHAPTER V  
 THE STRUGGLE FOR INDEPENDENCE  
 Tensions between the American colonies and Great Britain grew over issues of taxation and self-governance. The American Revolutionary War broke out in 1775, leading to the Declaration of Independence in 1776.

CHAPTER VI  
 THE FOUNDING OF THE NATION  
 The new nation was governed by the Articles of Confederation and later the Constitution. Key figures like George Washington, Thomas Jefferson, and James Madison played pivotal roles in shaping the young republic.

CHAPTER VII  
 THE WESTWARD EXPANSION  
 The 18th and 19th centuries were marked by westward expansion, driven by the desire for land and resources. This led to the Louisiana Purchase and the eventual acquisition of the western territories.

CHAPTER VIII  
 THE CIVIL WAR  
 The Civil War, fought from 1861 to 1865, was a pivotal moment in American history, as it resolved the issue of slavery and preserved the Union. Abraham Lincoln's leadership was crucial during this time.

CHAPTER IX  
 THE RECONSTRUCTION ERA  
 Following the Civil War, the Reconstruction era sought to rebuild the South and integrate freed slaves into society. This period was marked by significant social and political changes.

CHAPTER X  
 THE GROWING ECONOMY  
 The late 19th century saw rapid industrialization and economic growth. The invention of the steam engine and the expansion of railroads transformed the American landscape.













UVA.BHSC