



---

**Universidad de Valladolid**

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SORIA

Grado en Educación Primaria

TRABAJO FIN DE GRADO

# **El aprendizaje matemático dinámico**

Presentado por: Miryam Marín Recio

Tutelado por: Edgar Martínez Moro

Soria, 2 de julio de 2014

El presente Trabajo de Fin de Grado tiene como propósito plantear una propuesta en el aula basada en el trabajo de la geometría mediante el uso de un software de Geometría Dinámica llamado “Geogebra”, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de Matemáticas, en quinto curso de Educación Primaria. Este planteamiento, se lleva a cabo para integrar el uso de la tecnología en las competencias relacionadas con el bloque de geometría.

El trabajo se inicia haciendo un repaso de la situación actual de las matemáticas en el currículo haciendo hincapié en la competencia matemática y en la realidad que desde el aprendizaje nos encontramos.

Se realiza un registro de actividades y experiencias previas relacionadas con la enseñanza de la geometría. Se diseñan una planificación de actividades de geometría a modo de guía para el desarrollo de dichas competencias no desarrolladas.

Se plantean una serie de actividades desarrolladas con los alumnos y se observan los efectos didácticos que tiene sobre ellos Geogebra.

**PALABRAS CLAVE:** Matemáticas, Geometría, Geogebra, TICS, Competencias.

# ÍNDICE

1. Introducción.....	3
1.1    Justificación.....	3
1.2    Objetivos del trabajo.....	4
2. Marco teórico.....	5
2.1    La situación actual de las matemáticas en el currículum: la competencia matemática.....	5
2.2    Las tecnologías de la información y la comunicación y la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.....	8
2.2.1 La competencia digital.....	8
2.2.2 Integración de las TICS en el aula.....	9
2.2.3 La competencia matemático-digital.....	11
2.2.4 Las TICS como vehículo de aprendizaje en Geometría.....	16
2.3    La enseñanza de la Geometría en Primaria.....	17
2.4    La enseñanza basada en Proyectos.....	20
3. Metodología.....	22
3.1    Propuesta de intervención.....	22
3.1.1    ¿Por qué utilizar Geogebra?.....	22
3.2    Etapas del proceso.....	23
3.3    Evaluación de la propuesta.....	34
4. Conclusiones.....	36
5. Referencias.....	37

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. JUSTIFICACIÓN

La elección del tema de mi trabajo parte de mi necesidad, como profesora de matemáticas en Educación Primaria, de aumentar la motivación de mis alumnos por esta asignatura así como mejorar su aprendizaje. Desde mi experiencia como docente desde hace 7 años, he podido observar que hay alumnos que en matemáticas se encuentran desmotivados por la dificultad del área y, que hay otros alumnos, que simplemente se sienten aburridos por que la metodología siempre es la misma.

Por ello, creo que es necesario buscar nuevos caminos que me ayuden a evolucionar en mi forma de enseñar, con el fin de mejorar el aprendizaje de los alumnos y transformar esta mala concepción que algunos tienen de la asignatura.

Es importante que como docentes nos planteemos temas de investigación como éste, en el que analizar cómo poder ayudar a nuestros alumnos a “enfrentarse a esa materia de fama dura y difícil”.

Una buena forma de conseguir este objetivo es la utilización de las TICS en el aula puesto que pueden transformar positivamente las actitudes de los alumnos relacionadas con las matemáticas, así como desarrollar sus competencias en esta área.

En concreto, me he centrado en el análisis y trabajo con un software específico de geometría dinámica (SGD) denominado “Geogebra” desde la creencia de que este incidirá en mayor grado en el desarrollo de actitudes y competencias matemáticas.

*Se puede realizar un uso de SGD en el aula para trabajar contenidos geométricos que contribuya a una transformación positiva de las actitudes relacionadas con las matemáticas y a un desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes, siendo su influencia más notable en la transformación de determinadas actitudes y competencias.*

GeoGebra es un software libre, de matemática para educación en todos sus niveles. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo e incluso recursos de

probabilidad y estadística, en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraica general y simbólica, estadísticas y de organización en tablas, planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Ha recibido numerosas distinciones y ha sido galardonado en Europa y USA en organizaciones y foros de software educativo.

Desde la legislación educativa de los últimos años se hace referencia a la importancia de tener en cuenta las diferencias individuales de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, procurar la integración de las distintas experiencias y aprendizajes del alumno y saber adaptarlas a su ritmo de aprendizaje.

Sin embargo, la realidad educativa es bien distinta, porque se siguen enseñando las matemáticas de un modo tradicional en el que predomina el uso del libro de texto como guía para que los niños trabajen, y en el aprendizaje sin relación con las vivencias diarias de los niños.

La justificación de este trabajo se basa en las dificultades que encontramos los docentes a la hora de transmitir a los niños de 5º de Primaria el “gusto” por las matemáticas y en hacer significativo y satisfactorio su aprendizaje, con las consiguientes dificultades que los alumnos encuentran y que les pueden llevar a un cierto fracaso en esta área.

La introducción de un nuevo software de geometría dinámico en el aula ayudará a que los niños aprendan de una manera diferente, divertida y motivadora y romperá con la estructura rígida del aprendizaje a través de los libros.

## **1.2 OBJETIVOS DEL TRABAJO**

- Analizar las dificultades que presentan los alumnos de 5º de Primaria cuando se enfrentan a contenidos de geometría.
- Identificar las características de Geogebra que pueden influir en la transformación de determinadas actitudes relacionadas con las matemáticas.

- Introducir en el aula un nuevo software de geometría dinámica que ayude a mejorar las dificultades planteadas así como que permita a los alumnos descubrir la geometría de una manera lúdica y sobre todo significativa para el aprendizaje.
- Poner en práctica el uso del software “Geogebra” en el aula.
- Analizar los resultados obtenidos en el aprendizaje de los alumnos a partir del uso de Geogebra.

En cuanto a la metodología que emplearé para lograr los objetivos propuestos será la siguiente:

- Búsqueda de bibliografía a través de documentos escritos y páginas web.
- Herramientas del software.
- Búsqueda de herramientas del software.
- Puesta en práctica de ejercicios dinámicos.
- Evaluación de la propuesta.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. LA SITUACIÓN ACTUAL DE LAS MATEMÁTICAS EN EL CURRÍCULUM: LA COMPETENCIAS MATEMÁTICA

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE), expone en su Preámbulo que uno de los fines más importantes del sistema educativo es:

*“Fomentar el aprendizaje a lo largo de toda la vida implica, ante todo, proporcionar a los jóvenes una educación completa, que abarque los conocimientos y las competencias básicas que resultan necesarias en la sociedad actual, que les permita desarrollar los valores que sustentan la práctica de la ciudadanía democrática, la vida en común y la cohesión social, que estimule en ellos y ellas el deseo de seguir aprendiendo y la capacidad de aprender por sí mismos.”*

Se destaca, por tanto, la necesidad de promover una educación orientada a lograr que los alumnos se conviertan en personas capaces de integrarse en el mundo actual y, también, después de haber adquirido las competencias básicas en su etapa escolar obligatoria, ser capaces de continuar aprendiendo a lo largo de toda su vida.

La LOE ha establecido las ocho competencias básicas de la enseñanza básica para el conjunto del Estado:

- Competencia en comunicación lingüística.
- Competencia matemática.
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
- Tratamiento de la información y competencia digital.
- Competencia para aprender a aprender.
- Competencia social y ciudadana.
- Autonomía e iniciativa personal.
- Competencia cultural y artística.

La LOE define así la competencia matemática:

*La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.*

Como podemos ver, tanto la orientación del currículo como el propio concepto de competencia matemática están íntimamente relacionados con el punto de vista funcional de las matemáticas, tiene que ver con las matemáticas como “modo de hacer”, la utilización de herramientas matemáticas, el conocimiento matemático en funcionamiento y el conocimiento crítico que permita la aplicabilidad del mismo.

La competencia matemática cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. La propuesta de competencia matemática, sin dejar de lado el carácter formativo del área, acentúa su carácter instrumental y de puesta en práctica,

es decir, un enfoque integrado de la misma que le hace ser reconocida en otras áreas y materias del currículo. Su capacidad para producir mensajes de forma concisa y sin ambigüedades ha hecho que su uso se haya extendido a todos los ámbitos de la sociedad, la intención es pues, que los estudiantes se conviertan en personas capaces de hacer uso funcional de los conocimientos matemáticos.

Como dice K. Devlin (cit. Alsina, 2004), “...el objetivo de la educación matemática debe ser preparar ciudadanos educados y no una pobre imitación de una calculadora de 30 €”.

En palabras de Niss, M. (1999,cit. González Mari, 2004), “Tener competencia matemática significa: poseer habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo”

Cualquier definición de competencia matemática plantea aplicar las matemáticas en un contexto real, es decir, en el entorno natural, social y cultural donde vivimos. Desde las matemáticas debemos educar para que las personas puedan beneficiarse de la cultura matemática para actuar, lo mejor posible, en este mundo real que es su mundo. Actuar a nivel personal, social y profesional tanto en el presente inevitable como en el futuro previsible.

Dentro del área de matemáticas es importante recordar que: “La mayor complejidad de las herramientas matemáticas que se sea capaz de utilizar permite, a su vez, el tratamiento de una gran variedad de situaciones y una información más rica. Por ello, a lo largo de la escolaridad básica, el aprendizaje de la disciplina ha de ir dirigido a enriquecer sus posibilidades de utilización”. (BOCyL 89, 9 de mayo de 2007, p.9889).

Los contenidos de matemáticas se organizan en cuatro bloques, correspondiendo el tercero, la geometría. De todos los bloques temáticos que se estudian en Educación Primaria, la Geometría, es la que mayores posibilidades ofrece a la hora de experimentar con materiales manipulativos, permitiendo al alumnado familiarizarse con todo un mundo de formas, figuras y movimientos sobre los que asentar posteriormente los modelos abstractos.



Será necesario introducir en el aula situaciones de juego así como dotarla de recursos, sobre todo manipulativos, que permitan al alumnado construir los conceptos geométricos.

Miguel de Guzmán en la conferencia sobre “Juegos matemáticos en la enseñanza” recogida en los Informes de las IV Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas, organizadas por la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas “Isaac Newton” (1984), cita en relación a la utilización de los juegos en la enseñanza:

“El objetivo primordial de la enseñanza básica y media no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, pensamos que, le va a ser muy necesaria como ciudadano en nuestra sociedad. El objetivo fundamental consiste en ayudarlo a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas de modo armonioso. Y para ello nuestro instrumento principal debe consistir en estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que mejor pueden conducir a la adquisición de las actitudes básicas más características que se pretende transmitir con el cultivo de cada materia. Por la semejanza de estructura entre el juego y la matemática, es claro que existen muchos tipos de actividad y muchas actitudes fundamentales comunes que pueden ejercitarse escogiendo juegos adecuados también o mejor que escogiendo contenidos matemáticos de apariencia más seria, en muchos casos con claras ventajas de tipo psicológico y motivacional para el juego sobre los contenidos propiamente matemáticos”.

## **2.2 LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN Y LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.**

### **2.2.1 La competencia digital**

Con la Ley orgánica 2/2006 de Educación, se han incorporado por primera vez las tecnologías de la información y la comunicación, entre una de sus competencias, convirtiendo a estas en algo más que un recurso. Además tal y como indica la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2008) entre los

materiales y las metodologías educativas imprescindibles para que sean integrados eficazmente en las tareas educativas, con el objetivo de desarrollar la competencia matemática están, entre otros , el uso de la tecnología.

Según el MEC, la competencia digital consiste en “disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento. Incorpora diferentes habilidades, que van desde el acceso a la información hasta su transmisión en distintos soportes una vez tratada, incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como elemento esencial para informarse, aprender y comunicarse. El tratamiento de la información y la competencia digital implican ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva al seleccionar, tratar y utilizar la información disponible, contrastándola cuando es necesario, y respetar las normas de conducta acordadas socialmente para regular el uso de la información y sus fuentes en los distintos soportes”

Podemos decir que la integración de las TIC en las aulas ha pasado de ser sólo recomendable a hacerse imprescindible. Los tipos de habilidades que los ciudadanos necesitan están cambiando rápidamente y los sistemas de educación deben adaptarse para dotar a los jóvenes de las competencias necesarias. La competencia digital es cada vez más importante, no sólo como una habilidad en sí misma, sino también como facilitadora de otras habilidades como el trabajo en equipo, aprender a aprender, etc. La tecnología no sólo estimula la creatividad y la innovación, sino que también contribuye al diálogo intercultural y juega un papel importante en la superación de problemas de aprendizaje individuales.

### **2.2.2 Integración de las tics en las aulas**

El desarrollo de la competencia digital no se logra de manera automática al hacer posible la utilización de herramientas TIC, sino que es necesario alcanzar habilidades relacionadas con tales herramientas además de una actitud crítica en la creación y utilización de contenido, privacidad y seguridad, así como uso ético y legal. De este modo, los estudiantes deben aprender a utilizar y ser creativos con las herramientas digitales y los medios de comunicación en diferentes campos temáticos, teniendo en cuenta las consideraciones específicas de algunas materias.

Las aplicaciones informáticas de carácter multimedia incorporadas a las aulas aportan grandes ventajas, dadas sus múltiples funciones, desde la gran capacidad de almacenamiento y de acceso a todo tipo de información, hasta la posibilidad de representar modelos de sistemas inaccesibles.

Con la llegada de las TIC, y sobre todo con Internet, los materiales didácticos y los demás recursos de apoyo a la educación se han multiplicado de manera exponencial y han mejorado sus prestaciones, facilitando la contextualización de los contenidos y un tratamiento más personalizado de los alumnos, así como una mayor autonomía y calidad en sus aprendizajes, ya que además de facilitar información, canales de comunicación e instrumentos de productividad para un mejor proceso de la información, actúan como instrumentos cognitivos que pueden apoyar y expandir su capacidad de pensamiento.

"Cuando los profesores conozcan eficaces modelos de utilización didáctica de las TIC que puedan reproducir sin dificultad en su contexto (tengan recursos y formación) y les ayuden realmente en su labor docente (mejores aprendizajes de los estudiantes, reducción del tiempo y esfuerzo necesario, satisfacción personal)..., seguro que todos van a querer utilizarlas. ¿Por qué no?" (Pere Marquès, 2005)

Según Pere Marquès podemos distinguir varios niveles de integración de las TIC en las aulas:

- Instrumento para la gestión administrativa y tutorial.
- Alfabetización en TIC y su uso como instrumento de productividad: uso de los ordenadores y programas generales (editor de textos, navegador...).
- Aplicación de las TIC en el marco de cada asignatura: función informativa, transmisora e interactiva de los recursos TIC específicos de cada área y de los materiales didácticos.
- Uso de las TIC como instrumento cognitivo y para la interacción y colaboración grupal.

La incorporación de las TIC debe iniciarse tan pronto como sea posible, desde la Educación Infantil, para que el alumnado aprenda a utilizar las herramientas digitales de

manera crítica, con confianza y creatividad, pero también con atención a la seguridad y privacidad.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje, las TIC pueden adoptar distintas funcionalidades:

- Función informativa: presentación de una información estructurada de la realidad.
- Función instructiva: orientación del aprendizaje de los estudiantes, facilitando el logro de determinados objetivos educativos.
- Función motivadora: captación de la atención y mantenimiento del interés de los estudiantes mediante presentaciones atractivas, actividades, refuerzos, etc.
- Función evaluadora: información continua de la actuación de los estudiantes mediante la corrección inmediata de los posibles errores de aprendizaje y la presentación de ayudas adicionales cuando son necesarias.
- Función investigadora: búsqueda y difusión de información, relación de conocimientos, obtención de conclusiones, etc.
- Función expresiva: elaboración de materiales con de terminadas herramientas.
- Función comunicativa: canal de comunicación que facilita la tutoría, el intercambio y la colaboración entre estudiantes y docentes.
- Función metalingüística: aprendizaje de los lenguajes propios de la informática.
- Función lúdica: el trabajo con ordenadores tiene para los estudiantes, en muchos casos, connotaciones lúdicas, pero además algunos programas incluyen elementos lúdicos.
- Función innovadora: utilización de una tecnología que permite hacer actividades muy diversas y generar diferente roles tanto en los profesores como en los estudiantes, introduciendo nuevos elementos organizativos en la clase.
- Función creativa: desarrollo de los sentidos, fomento de la iniciativa personal y despliegue de la imaginación

### **2.2.3 La competencia matemático-digital**

Vamos a plantear una nueva competencia que no ha sido tratada hasta el momento como tal, de hecho, cuando se habla de competencia matemático-digital no se trata en sí de

una competencia incluida en los objetivos de la formación inicial del profesorado y del alumnado, pero al menos debe considerarse la posibilidad de realizar un pequeño análisis de en qué consiste.

La idea que subyace es la de establecer un proceso de enseñanza aprendizaje cercano al concepto “Tecnologías del aprendizaje y del conocimiento (TAC)”, tal y como dice Lozano (2011) se trata de cambiar el “aprendizaje de la tecnología” por el “aprendizaje con la tecnología”, de realizar una apuesta consistente “explorar las herramientas tecnológicas al servicio del aprendizaje y de la adquisición del conocimiento” (Vivancos, citado por Lozano, 2011). Algunos autores ya han apuntado detalles de la relación existente entre matemáticas y tecnología, por ejemplo, para González y Gutiérrez (2005) una idea de cómo se puede ayudar a educar matemáticamente en la sociedad de la información es:

“Dotar a los estudiantes de herramientas autónomas de búsqueda de información y análisis crítico de la realidad, cultivar la capacidad de diálogo con los sistemas convencionales y sus regularidades, sin perder el lado creativo de las cosas; y, sobre todo, entender el lado más divertido y estético de los contenidos matemáticos, sus curiosidades y sorpresas”.

Una posible definición:

*La competencia matemático-digital consistiría en que el alumno disponga de la habilidad para resolver problemas de su entorno y la vida cotidiana, mediante el uso de razonamientos y métodos matemáticos y la selección y correcta utilización de los medios informáticos adecuados para esta tarea. También consiste en transmitir la solución y aplicación de dichos problemas en soportes digitales.*

El desarrollo de la competencia matemático-digital contribuirá desarrollar aptitudes y actitudes relacionadas con las matemáticas y la tecnología, tales como el gusto por la precisión de los resultados, más sencillos de analizar con la seguridad e inmediatez que proporcionan las tecnologías y la valoración de los trabajos bien realizados y presentados. Además la competencia matemático digital, trata de ayudar a la interacción

de los lenguajes matemático e informático o digital, permitiendo ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los alumnos.

Se tendrá en cuenta que la relación de la geometría y el uso del ordenador en clase tienen una serie de ventajas, se indican las siguientes:

- Facilita al alumnado la construcción del conocimiento de manera autónoma pues éste es capaz de construir esquemas de conocimiento partiendo de sus conocimientos previos que le llevan a descubrir o modificar una idea.
- Permite adecuar el ritmo de trabajo de cada alumno/a a su situación personal.
- Puede desplazar la frontera que separa lo concreto de lo real.
- Incide positivamente en la motivación.
- Favorece el conocimiento y la comprensión de transformaciones geométricas así como la capacidad para aplicarlas.
- Permite tomar conciencia de las conexiones entre la geometría y el resto de las matemáticas, con otras materias escolares y con el mundo real.
- Facilita la comprensión espacial al incluir las tres dimensiones.
- Permite representar objetos geométricos y medir con precisión usando diversos instrumentos de la geometría tradicional, programas de ordenadores, sensores de movimiento, etc.
- Mejora la capacidad para formular, comprobar, generalizar y discutir conjeturas.
- Incrementa la disposición del alumnado para encontrar y usar sus propios métodos de resolución de problemas.

(Porras, 2010, p. 15)

Aunque se pueden encontrar varios inconvenientes del uso de las TIC en el aula que el maestro tiene que tener en cuenta y solventar. Estos inconvenientes son:

- Transformar en un ciber la sala de informática.
- Convertir la clase de matemáticas en clase de informática.
- La atención se puede desviar hacia el manejo de un PC o de un programa.
- Pérdida de destrezas básicas (cálculos simples).
- Considerar la matemática como algo mágico, sin saber cómo funciona en realidad.
- Que no haya control de resultados (confianza en la máquina)

(Leonardi, 2008, p. 9)

No se debe perder de vista el objetivo principal del trabajo, “realizar una propuesta que integre el uso de las TIC en clase de matemáticas de quinto de primaria, centrado en los contenidos relacionados con la geometría”. Y el hecho de que es un trabajo que pretende contribuir a mejorar el rendimiento de los alumnos en la Geometría, por lo tanto, contribuir a mejorar el desarrollo de las subcompetencias específicas de la Geometría. Para el desarrollo de estas subcompetencias, en el bloque temático Geometría, en primaria, Gregorio (2008), propone priorizar los siguientes contenidos y criterios de evaluación, lo que él denomina “tareas matemáticas”

- La orientación espacial:
  - Identificación y descripción de la situación de un objeto en un espacio real o simbólico (derecha-izquierda, arriba-abajo, delante-detrás, cerca-lejos, próximo-lejano).
  - Identificación, descripción y realización de un desplazamiento o recorrido en un espacio real o virtual.
- El entorno cotidiano como fuente de estudio de diversas situaciones físicas reales, trabajando los elementos, propiedades,... de las formas planas y tridimensionales.
- Relevancia de la manipulación, la investigación y la construcción de formas y figuras, el uso de materiales, modelos reales y programas informáticos.

(Gregorio, 2008, p. 39)

Entre los contenidos que se deben priorizar se encuentran algunos como utilizar entorno cotidiano como fuente de estudio, o la relevancia del uso de modelos reales y programas informáticos. Estas, entre otras, serán directrices a seguir a la hora de diseñar las actividades. Se trata de conseguir que la competencia digital deje de ser tratada como una competencia transversal, para pasar a formar parte integral de la enseñanza de las matemáticas y en particular de la geometría, pero al igual que en el punto anterior para realizar una selección de contenidos que contribuyan al desarrollo de la competencia matemático-digital en la rama de la geometría se da la dificultad de encontrar contenidos específicos en el currículo oficial. Por ello se presenta la siguiente tabla de contenidos de Geometría en quinto de primaria que contribuyen a desarrollar la

competencia matemático-digital, que completan y desarrollan los contenidos del Decreto 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, del bloque temático número tres, geometría, para el tercer ciclo de Educación Primaria.

**Contenidos de Geometría en quinto de primaria que contribuyen a desarrollar la competencia matemático-digital.**

<b><u>La situación en el plano y en el espacio, distancias, ángulos y giros.</u></b>
-Ángulos en distintas posiciones. La fotografía digital. Programa informático Geoclic. Distancias, ángulos, giros.... Programa informático Geogebra.
-La representación elemental del espacio, escalas y gráficas sencillas. Programa informático SketchUp.
<b><u>Formas planas y espaciales.</u></b>
-Relaciones entre lados y entre ángulos de un triángulo. La fotografía digital.
-Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición. Programas informáticos, Geoclic, Geogebra y Sketch.
<b><u>Regularidades y simetrías.</u></b>
-Reconocimiento de simetrías en figuras y objetos. Programas informáticos Geoclic y Geogebra. La fotografía digital.
-Trazado de una figura plana simétrica de otra respecto de un elemento dado. Programa informático Geogebra.
-Introducción a la semejanza: ampliaciones y reducciones. Programas informáticos Geoclic y Geogebra. La fotografía digital.

(Elaboración propia)



## 2.2.4 Las tics como vehículo de aprendizaje en geometría

Como dice el artículo de Guerrero (2010) “las demostraciones son esenciales en Geometría y deben estar presentes en la interacción del aula escolar”(p. 2)y qué mejor manera de acercar la geometría utilizando programas de geometría dinámica para poder realizar ciertas demostraciones que en la Educación Primaria, tal y como está estructurada, son difíciles de realizar.

Trabajos previos como los de Aya et al. (2005) y Sordo (2005) apuntan las ventajas de impartir la enseñanza de Geometría utilizando una metodología basada en Software de Geometría Dinámica. “Los programas de Geometría Dinámica son útiles para que el alumno descubra por sí mismo conceptos y procedimientos mediante la exploración de situaciones prácticas” (Mora, 2007, p. 4).

En su tesis para optar al grado de Doctor, Sordo (2005) realiza un Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría, y concluye los siguientes aspectos a la vista de la recogida de datos realizada tras la puesta en práctica de su propuesta:

- El aprendizaje suscitado por diferentes tareas de enseñanza que se han realizado en clase ha sido un aprendizaje por descubrimiento, con la experimentación y construcción por parte de los alumnos. Esto ha sido posible por la estrategia didáctica a través de la geometría dinámica.
- La estrategia didáctica ha favorecido la participación de los alumnos en las actividades de descubrimiento.
- La experimentación y el descubrimiento han facilitado la comprensión de los contenidos.
- La estrategia didáctica ha provocado un aprendizaje activo y significativo.
- Los alumnos consideran que los programas de geometría dinámica han sido una herramienta más cómoda que el lápiz y papel; y que el manejo del programa no ha sido en ningún momento una barrera adicional, al contrario ha ayudado a comprender mejor los contenidos tratados.
- Se ha conseguido una cierta autonomía cognitiva.
- Favorece las relaciones interpersonales entre los alumnos, la comunicación entre los alumnos es buena y distendida.

- El uso de los ordenadores en el aprendizaje de la geometría facilita el aprendizaje colaborativo ya que favorece la comunicación entre los alumnos
- Permiten una mayor atención a la diversidad.
- La estrategia didáctica empleada hace que el alumno esté más entretenido y por tanto más motivado en su aprendizaje.

(Sordo, 2005, pp. 390-411)

### **2.3 LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN PRIMARIA**

Se encuentra una primera razón para la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria en la relación que ésta tiene con la comprensión del mundo físico por parte del alumno, “La Geometría es una de las partes de las matemáticas más próxima a la realidad que nos rodea, y es por ello por lo que su enseñanza es imprescindible, sobre todo en las primeras etapas educativas” (Rodríguez, 2007).

En la etapa de primaria resulta importante realizar una enseñanza de la geometría que permita al alumno entenderla como algo más que una relación de perímetros, áreas, fórmulas... una enseñanza que ayude al alumno a comprender que la geometría se encuentra en multitud de objetos cotidianos.

Las razones para enseñar geometría “las encontramos en nuestro entorno inmediato, basta con mirarlo y descubrir que en él se encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos... las personas construyen de manera intuitiva algunas relaciones y conceptos geométricos, producto de su interacción con el espacio” (López y García, 2008, p. 29). Además son varios los autores que apuntan que la geometría es una rama de las matemáticas que más contribuye a desarrollar procesos de demostración, inducción y deducción. En particular, la geometría resulta especialmente importante en procesos en los que el alumno puede enunciar y comprobar conjeturas propias.

Tal y como señalan Acosta, Camargo, Castiblanco y Urquina (2004), es importante enseñar geometría ya que no sólo describe, comprende e interactúa con el espacio, sino que, se dan procesos de rigor, abstracción y generalidad.

En las diferentes actividades que se realizan en las clases de geometría se desarrollan habilidades, tales como visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas o de razonamiento y de aplicación o transferencias (Guerrero, 2010).

Otro motivo para la enseñanza de la geometría es facilitar al alumno la comprensión de su entorno tridimensional, para Alsina (2000) “Educar geoméricamente es un objetivo docente clave cuya finalidad debe ser facilitar el conocimiento del espacio tridimensional, desarrollando con ello la creatividad y los procesos de matematización” (p. 1) y éste pensamiento tridimensional debe ser estimulado en todos los niveles. También dice “La geometría abarca diversas ramas matemáticas relevantes para desarrollar procesos de modelización y labores interdisciplinarias, permite poner en juego recursos matemáticos distintos y puede ayudar a ver en cada caso cual es el instrumento más adecuado” (p. 12).

Todos estos motivos que dan los diferentes autores para enseñar geometría en Educación Primaria hacen que la Geometría esté vinculada con la socialización del alumno y al desarrollo de las competencias básicas.

Un resumen de los motivos para enseñar geometría se encuentra en la siguiente tabla:

### **¿Para qué enseñar y aprender Geometría?**

▪ Para conocer una rama de las Matemáticas más instructivas.
▪ Para cultivar la inteligencia.
▪ Para desarrollar estrategias de pensamiento.
▪ Para descubrir las propias habilidades creativas.
▪ Para aprender una materia interesante y útil.
▪ Para fomentar la sensibilidad hacia lo bello.
▪ Para trabajar Matemáticas experimentalmente.
▪ Para agudizar la visión del mundo que nos rodea.
▪ Para gozar de sus aplicaciones prácticas.
▪ Para disfrutar aprendiendo y enseñando.

(López y García, 2008, p 31)

En el estudio La exploración como actividad en el aprendizaje de la geometría se compara la educación tradicional de la geometría con la educación basada en el aprendizaje de la geometría con un software de geometría dinámica, en este se indica que los estudiantes que aprenden la geometría dinámica reconocen el desarrollo de un tema, propicia la autonomía de aprendizaje, desarrolla competencias para la investigación, generalización, argumentación y desarrolla confianza en sus capacidades. (Aya, Leguizamón, Martínez y Samper,2005).

Para terminar este apartado, señalar la selección de los objetivos del área de las Matemáticas que del Decreto de Enseñanza Mínimas MEC que contribuye a desarrollar la enseñanza de la Geometría en Primaria:

#### **Objetivos a los que contribuye la enseñanza de la geometría.**

♦ Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
♦ Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones diversas, que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios y confiar en sus posibilidades de uso.
♦ Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de cálculo mental y medida, así como procedimientos de orientación espacial, en contextos de resolución de problemas, decidiendo, en cada caso, las ventajas de su uso y valorando la coherencia de los resultados.
♦ Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas.
♦ Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

MEC (R.D. 1513/2006, p. 43097)

## 2.4 LA ENSEÑANZA BASADA EN PROYECTOS

Las evoluciones que se han producido en la sociedad, sobretodo en el sector de las TIC, han hecho que el tipo de educación que existía tenga que actualizarse para afrontar los cambios continuos. Los alumnos han de adaptarse a las necesidades del mundo laboral desarrollando una capacidad autónoma. Para ello la metodología escolar debe modificar sus modelos de aprendizaje y desarrollar en el alumno habilidades, capacidades y competencias que se demandan.

Los orígenes de las aplicaciones del aprendizaje basado en proyectos están en la Escuela de Medicina de la Universidad de Case Western Reserve y en la Universidad de McMaster en los sesenta. Esta metodología se desarrolló con el objetivo de mejorar la calidad de la educación médica y supuso un cambio de un currículum que se basaba en exposiciones del maestro, a uno más integrado y organizado en problemas de la vida real (Gómez, s.f). Se produjo un gran éxito del aprendizaje basado en proyectos por lo que su expansión ha sido enorme.

Las actividades se plantean desde tres aspectos, pensamiento crítico, colaboración y comunicación; basados en la teoría del aprendizaje basado en proyectos (Problem Based Learning). Este tipo de modelo de aprendizaje es un conjunto de interesantes experiencias que implican a los estudiantes en proyectos del mundo real mientras desarrollan y aplican habilidades y conocimientos. En esta experiencia el alumno aplica el conocimiento en la necesidad del proyecto y también desarrolla integralmente sus habilidades, actitudes y valores (Sistematización de la enseñanza, 2007).

El aprendizaje que se produce con la teoría del PBL es resultado del propio esfuerzo del alumno, que resuelve un proyecto o un problema de manera activa, produciéndose un aprendizaje basado en la competencia de aprender a aprender.

Los pasos a seguir para realizar un aprendizaje basado en proyectos o problemas son:

### **Pasos a seguir para realizar un aprendizaje basado en proyectos o problemas**

- |  |
|--|
| 1. Definición de un problema o proyecto por parte del profesor.  |
| 2. Una vez definido y presentado el problema a los estudiantes, éstos lo analizan y discuten en un marco de trabajo cooperativo, utilizando sus conocimientos previos. |
| 3. En el transcurso de esta discusión los estudiantes comprueban la necesidad de posteriores clarificaciones y nuevos conocimientos para encontrar la solución.        |

4. Se formulan los nuevos temas de aprendizaje, que deben ser aprobados por equipo. Estos nuevos temas son distribuidos entre los miembros.
5. Los estudiantes trabajan autónomamente durante varios días redactando un resumen de su trabajo.
6. Los estudiantes exponen lo aprendido por cada uno. Se discute y enfoca de nuevo el problema inicial, basándose en los nuevos conocimientos adquiridos.
7. El equipo se aplica en la resolución del problema planteado
8. Los estudiantes realizan un análisis de los conceptos aprendidos y de los conceptos que no han podido ser asumidos por el equipo o alguno de sus miembros y que requieren mayor estudio.
9. Cada equipo redacta un informe final con la solución propuesta, exponiéndolo al resto.

(Hernández y Lacuesta, 2007, p. 33)

Estos pasos son una guía para el docente que debe de seguir, a título orientativo, por ejemplo, la definición del problema, puede ser planteada por el profesor o por cualquier agente educativo. Por otra parte el punto ocho son recomendaciones que el docente debe procurar que se cumpla.

Se puede seguir esta metodología ya que según un estudio sobre la puesta en práctica del aprendizaje basado en problemas (PBL) de Hernández y Lacuesta (2007) se recogen los siguientes datos:

Con respecto a las capacidades y habilidades desarrolladas, los resultados de la encuesta señalan que las capacidades y habilidades más desarrolladas han sido el trabajo en equipo(97%), la comunicación con el grupo (93%), la capacidad crítica (90%) y la comunicación oral o escrita (90%). Al valorar los aspectos del desarrollo de la experiencia destaca la integración de los conocimientos por parte de los alumnos (83%), la positiva valoración del trabajo en equipo (88%) y la buena comunicación entre los miembros (90%). Los alumnos manifiestan la realización de un mayor esfuerzo con respecto al método tradicional (97%). (p. 40)

Como puede observarse, entre las ventajas de esta metodología está la contribución a que se desarrollen competencias necesarias, tales como el trabajo en equipo, la comunicación del grupo, etc. y contribuye a que los alumnos realicen un mayor esfuerzo.

## **3. METODOLOGÍA**

### **3.1 PLANTEAMIENTO DE LA PROPUESTA**

Este trabajo presenta como punto de partida el estudio de los obstáculos y dificultades localizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría en 5° de Educación Primaria. Planteo cómo mejorar la calidad educativa basada en la utilización de un software informático llamado GeoGebra, en su versión para Primaria.

En este apartado, trataré de dar respuesta a la necesidad de desarrollar la competencia matemático-digital, en el bloque temático Geometría en quinto curso de primaria.

#### **3.1.1 ¿Por qué utilizar Geogebra?**

Geogebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de Geogebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos

algebraicos y las gráficas geométricas. Todos los objetos que vayamos incorporando en la zona gráfica le corresponderán una expresión en la ventana algebraica y viceversa.

Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

Geogebra Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

### **3.2 ETAPAS-FASES DEL PROCESO**

Este proyecto de investigación se ha llevado a cabo en el colegio “C.R.A Campos de Gómara”, mi lugar de trabajo. Se trata de un colegio rural agrupado de la provincia de Soria, compuesto por cuatro pueblos con un número muy reducido de alumnos. Mi puesto de trabajo se encuentra en la localidad de Serón de Nágima, en la cuál hay 13 alumnos desde el primer curso de Educación Infantil hasta sexto curso de Educación Primaria divididos en dos aulas. Aunque el número de alumnos es bajo, existe la dificultad de atender a diferentes cursos a la vez por lo que a veces resulta complicado realizar ciertas actividades o programar tareas en grupo debido a la diferencia de edades.

Me he centrado en quinto curso Primaria y en los contenidos referentes a las medidas de ángulos. Propuestas de medición de ángulos variando su posición, amplitud y longitud de sus lados. Se puede hacer con graduaciones numéricas, o mejor aún sin ellas, ya que permite clarificar el concepto de "amplitud", así como practicar en todo tipo de situaciones el procedimiento de medición de ángulos con transportador.

El proyecto de investigación ha sido dividido en tres fases o etapas. La primera fase o etapa ha sido dirigida a la presentación del software interactivo Geogebra a los alumnos de 5º curso de Educación Primaria del colegio en el que trabajo, para que estos tengan una aproximación de lo que es el programa y cómo es su utilización. La segunda fase o



etapa se ha centrado en la realización de ejercicios geométricos mediante la utilización del software, es decir que en este punto el alumno interactuará con el software, explorará su contexto y se le aclararán las dudas que tenga sobre este. En la tercera fase o etapa se analizan los resultados de la utilización de este software dinámico en el aula, la repercusión que ha tenido en los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **PRIMERA FASE: ¿QUÉ ES GEOGEBRA?**

---

Los cambios que hay que producir, tienen que estar dirigidos a una nueva manera de trabajar estos contenidos donde se puedan explotar más y mejor los recursos tecnológicos actuales y poner a los alumnos en situación activa de aprendizaje y donde se enfrenten continuamente a procesos de búsqueda, planteo de conjeturas comprobación experimental de ellas, entre otras formas de actuación.

En relación con lo planteado en el párrafo anterior, es necesario discutir cómo se ha estado enseñando la geometría durante miles de años y cómo se puede iniciar un proceso de cambio en ello.

La forma clásica de trabajar la geometría, presenta las figuras estáticas por tanto aparece siempre una posición particular, una concepción particular, una figura en particular. Esto hace que el alumno forme en su imaginación una preconcepción del objeto geométrico y siempre presente el mismo de una manera concreta.

En relación con lo anterior, independientemente de todas las cosas que puedan decirse sobre el hecho de que las figuras geométricas son abstractas todo lo que pueda decirse sobre el hecho de que esas figuras son solamente un caso particular, que no deben asumirse las propiedades de la figura concreta que está viendo, en la práctica el alumno siempre ve una figura y siempre piensa sobre una figura y las propiedades las asocia con una determinada figura.

Por ejemplo, aunque enunciemos que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es de 180 grados, siempre el alumno lo va a ver asociado a un determinado triángulo, y difícilmente él va a asumir esa propiedad cualquiera que sea el triángulo, porque va a tener alguna figura concreta en su cabeza.

En el trabajo con esta propiedad, que es quizás una de las que más se trabaja, se le hace ver al alumno que da lo mismo que el triángulo sea rectángulo, acutángulo u obtusángulo, pero sin embargo no se tiene tanto cuidado con la figura que sirve de modelo. De igual modo se enuncia, por ejemplo, el hecho de que la distancia entre dos puntos es el menor camino, o que cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos, y también eso siempre se ve asociado a una determinada forma de figura.

Ahora bien, cuando las figuras geométricas adquieren la forma de moverse, es decir, adquieren dinamismo, estamos en presencia de la geometría dinámica y esta permite que el alumno se forme una idea más general de esas figuras geométricas, que no asocie las propiedades a una forma particular de las figuras. Por ejemplo, en el caso de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, él podrá ver que cuando movemos el triángulo esto hace que se mantenga la suma de sus ángulos interiores y permite, además, precisar el caso especial del triángulo rectángulo y el caso límite que es el caso en que un ángulo se hace 180 grados y los otros dos miden 0 grados.

Esto hace que la geometría dinámica permita a los alumnos formarse conceptos mucho más generales acerca de las figuras geométricas y comprender de una manera más completa las propiedades geométricas. De esa manera el alumno no va a asociar ya cada propiedad con una forma particular de la figura.

Se explica a los alumnos qué es Geogebra y cuál es mi objetivo para su uso.

GeoGebra es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y lo continúa en la Universidad de Atlantic, Florida.

Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, por lo que puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. Su categoría más cercana es software de geometría dinámica.

Con GeoGebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, etc., mediante el empleo directo de herramientas operadas

con el ratón o la anotación de comandos en la Barra de Entrada, con el teclado o seleccionándolos del listado disponible -. Todo lo trazado es modificable en forma dinámica: es decir que si algún objeto B depende de otro A, al modificar A, B pasa a ajustarse y actualizarse para mantener las relaciones correspondientes con A.

GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc.

Para comprender mejor el uso de Geogebra, descargamos en los mini portátiles que tiene cada alumno, este software gratuito. Descargamos la versión “GeogebraPrim” puesto que es específico para primaria. Para que los alumnos puedan seguir bien los pasos para su descarga, utilizo la pizarra digital del aula como apoyo.

Una vez descargado el programa, los alumnos investigan sobre las opciones y las herramientas que nos puede ofrecer este software.



Figura 1: Opciones de Geogebra.

## SEGUNDA FASE: USO DE GEOGEBRA EN EL AULA

---

Antes de empezar a usar Geogebra para construir ángulos, hacemos un repaso sobre lo que sabemos, y a partir de aquí se desarrollan las actividades que los alumnos realizarán.

### ❖ *ÁNGULOS Y CLASES DE ÁNGULOS*

Un ángulo es cada una de las cuatro regiones que forman dos rectas cuando se cortan.

Los ángulos están limitados por dos lados y un vértice.

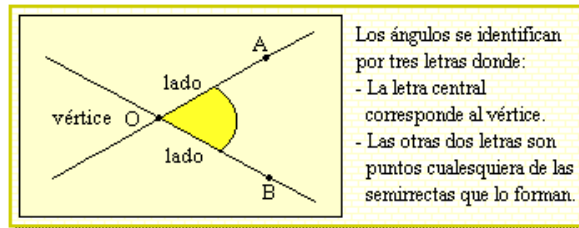


Figura 2: Partes de un ángulo.

Por tanto, podemos definir también ángulo como la porción del plano comprendido entre dos semirrectas que tienen el mismo origen.

Los ángulos pueden ser: agudos, rectos, llanos y obtusos.

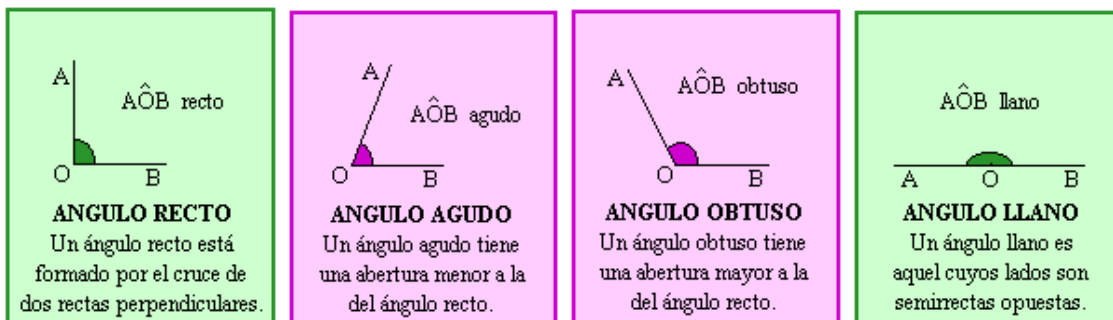


Figura 3: Clases de ángulos.

El ángulo recto tiene  $90^\circ$  porque es la mitad de un ángulo llano. Cuatro ángulos rectos forman un ángulo completo. El ángulo llano tiene  $180^\circ$  porque es la mitad de un ángulo completo. El ángulo completo tiene  $360^\circ$ .

**ACTIVIDAD 1.** A continuación, vamos a dibujar con el programa GEOGEBRA, un ángulo agudo, y otro obtuso. Abre el Programa GEOGEBRA y selecciona la opción <Ángulo> y después selecciona en el desplegable <Ángulo dada su amplitud>. Marca sobre el espacio de dibujo del programa un punto, después otro y a continuación indica en el cuadro de diálogo la amplitud, en grados sexagesimales, del ángulo que quieres dibujar.

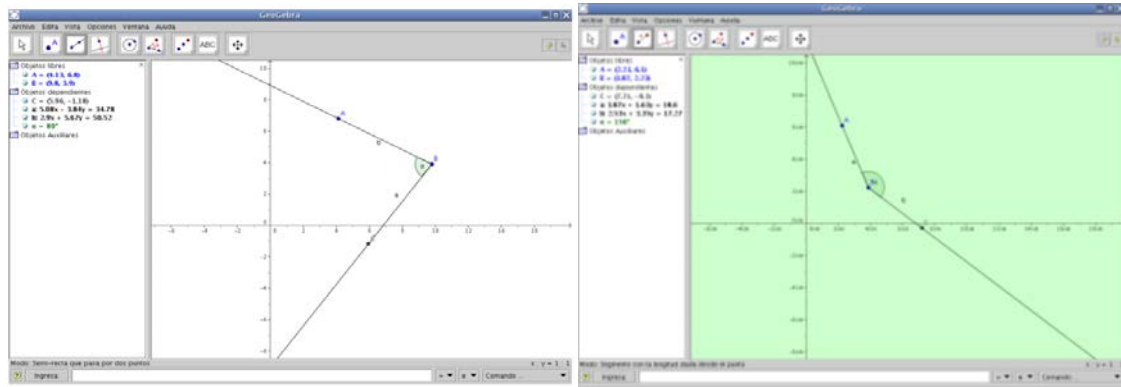


Figura 4: Creación de ángulos.

### ❖ *MEDIDA DE ÁNGULOS*

La unidad de medida de los ángulos se llama grado, y resulta de dividir un ángulo recto en 90 partes iguales, por lo tanto, un ángulo recto mide  $90^\circ$ . El sistema de medición de los ángulos se llama sexagesimal (sus unidades aumentan o disminuyen de 60 en 60) y está formado por las siguientes medidas: grado ( $^\circ$ ), minuto ( $'$ ) y segundo ( $''$ ).

**ACTIVIDAD 2.** Anota en tu cuaderno las medidas (en grados) que tienen los ángulos agudo y obtuso que has dibujado antes con GEOGEBRA.

### ❖ *MEDIDA DE ÁNGULOS CON EL TRANSPORTADOR*

Para medir ángulos utilizamos el transportador o semicírculo graduado. El transportador de ángulos es una herramienta de dibujo que nos permite medir y construir ángulos. Consiste en un semicírculo graduado con el que podemos medir ángulos convexos (hasta  $180^\circ$ ).

**ACTIVIDAD 3.** Abre el Programa GEOGEBRA y selecciona la opción <Ángulo> y después selecciona en el desplegable <Ángulo dada su amplitud>. Marca sobre el espacio de dibujo del programa un punto, después otro y a continuación indica en el cuadro de diálogo la amplitud, en grados sexagesimales, del ángulo que quieres dibujar.

**ACTIVIDAD 4.** Dibuja con la aplicación GEOGEBRA un ángulo de  $80^\circ$ .

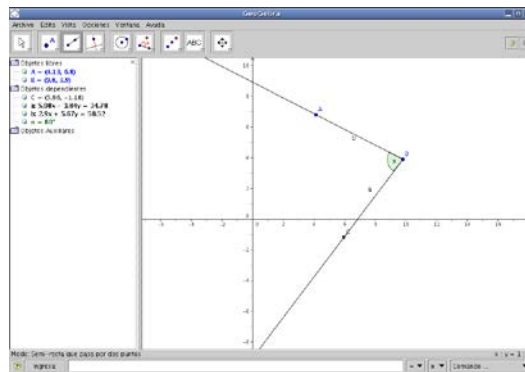


Figura 5: Ángulo de  $80^\circ$ .

**ACTIVIDAD 5.** Dibuja con la aplicación GEOGEBRA un ángulo de  $150^\circ$ .

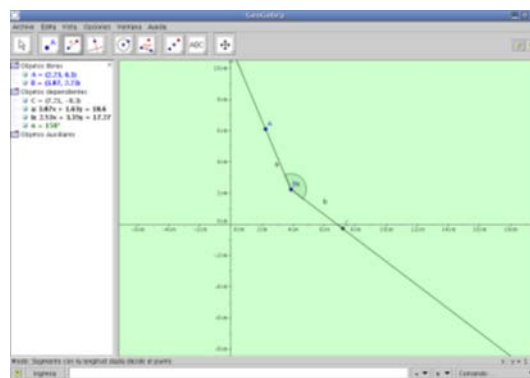


Figura 6: Ángulo de  $150^\circ$

### ❖ **ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS**

Dos ángulos son complementarios cuando la suma de sus medidas es igual a  $90^\circ$  (un ángulo recto).

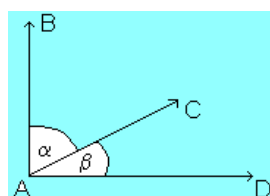


Figura 7: Ángulos complementarios.

**ACTIVIDAD 6.** Dibuja con la aplicación GEOGEBRA, dos ángulos complementarios, uno de ellos de  $30^\circ$ . Calcula cuánto debe medir el otro.

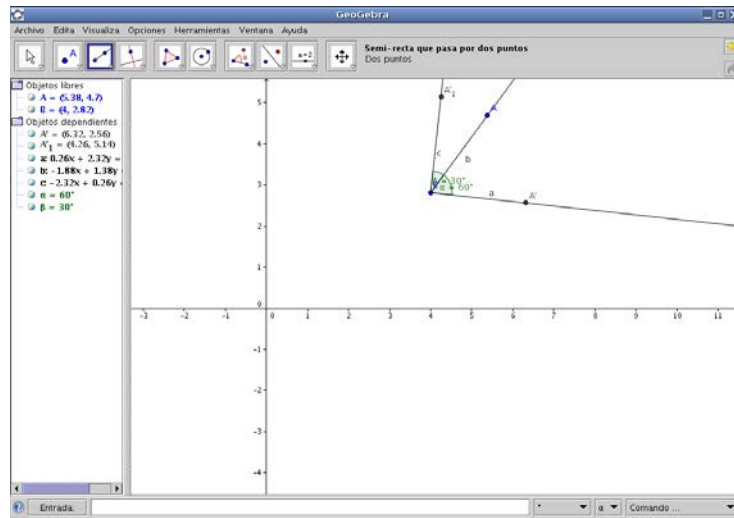


Figura 8: Creación de ángulos complementarios.

### ❖ **ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS**

Dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus medidas es igual a  $180^\circ$  (un ángulo llano).

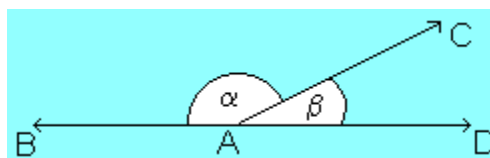


Figura 9: Ángulos suplementarios.

**ACTIVIDAD 7.** Dibuja con la aplicación GEOGEBRA, dos ángulos suplementarios, uno de ellos de  $60^\circ$ . Calcula cuánto debe medir el otro.

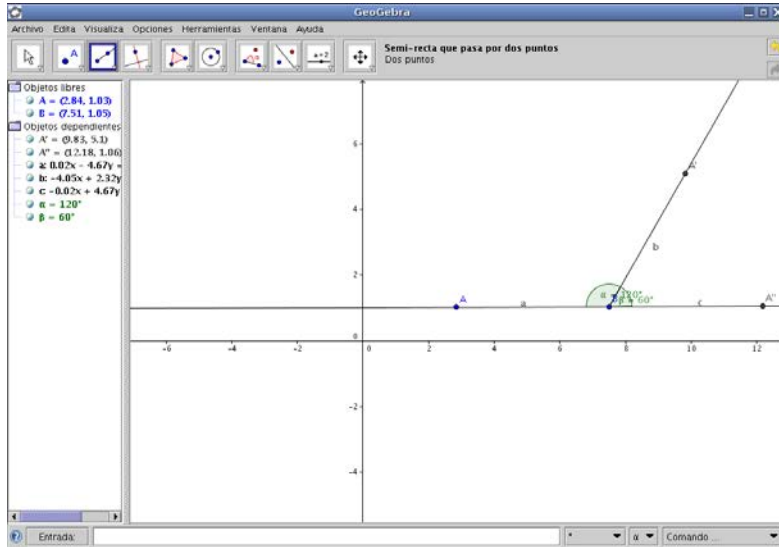


Figura 10: Creación de ángulos suplementarios.

### ❖ CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

Los triángulos los podemos clasificar por sus lados y por sus ángulos.



Figura 11: Clasificación de los triángulos.

**ACTIVIDAD 8.** Dibuja con la aplicación GEOGEBRA, los siguientes triángulos:

- Un triángulo escaleno de 5 cm de lado.
- Un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 6 cm y el tercero 4 cm.
- Un triángulo escaleno de 5, 7 y 3 cm de lado.



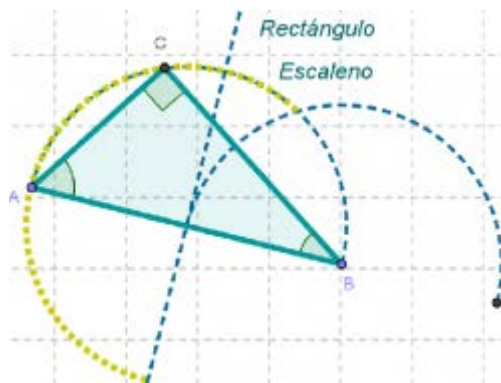


Figura 12: Construcción de triángulos según sus lados.

**ACTIVIDAD 9.** Dibuja con la aplicación GEOGEBRA, un triángulo rectángulo, un triángulo acutángulo y un triángulo obtusángulo.

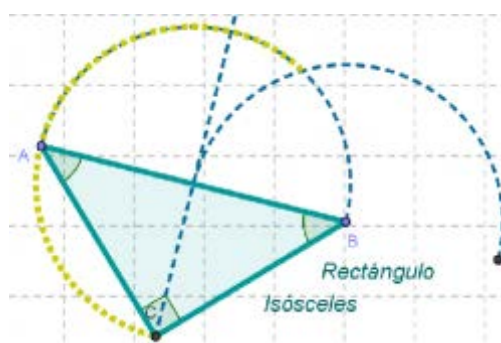


Figura 13: Construcción de triángulos según sus ángulos.

**ACTIVIDAD 10.** Para repasar todo lo que hemos aprendido hasta ahora con Geogebra, realiza estas actividades:

- Dibuja estos ángulos: agudo, recto, obtuso y llano.
- Dibuja ángulos con estas medidas:  $30^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $160^\circ$  y  $180^\circ$ .
- Dibuja dos ángulos complementarios.
- Dibuja dos ángulos suplementarios.
- Dibuja los tres tipos de triángulos que hay según sus lados.
- Dibuja los tres tipos de triángulos que hay según sus ángulos.

### **TERCERA FASE: RESULTADOS DEL USO DE GEOGEBRA**

---

El proceso de evaluación es una parte imprescindible en la enseñanza. Desde el punto de vista curricular la evaluación es un elemento fundamental del currículo que permite orientar el potencial educativo.

Una vez trabajados los contenidos de geometría utilizando un nuevo software como Geogebra, hay que plantearse cómo han sido los resultados.

Podemos afirmar que los resultados obtenidos después del uso de Geogebra en el aula han sido muy buenos y positivos con mis alumnos:

- ✓ El aprendizaje suscitado por diferentes tareas de enseñanza que se han realizado en clase ha sido un aprendizaje por descubrimiento, con la experimentación y construcción por parte de los alumnos. Esto ha sido posible por la estrategia didáctica a través de la geometría dinámica.
- ✓ La estrategia didáctica ha favorecido la participación de los alumnos en las actividades de descubrimiento.
- ✓ La experimentación y el descubrimiento han facilitado la comprensión de los contenidos.
- ✓ La estrategia didáctica ha provocado un aprendizaje activo y significativo.
- ✓ Los alumnos consideran que los programas de geometría dinámica han sido una herramienta más cómoda que el lápiz y papel; y que el manejo del programa no ha sido en ningún momento una barrera adicional, al contrario ha ayudado a comprender mejor los contenidos tratados.
- ✓ Se ha conseguido una cierta autonomía cognitiva.
- ✓ Ha favorecido las relaciones interpersonales entre los alumnos. La comunicación entre los alumnos es buena y distendida.
- ✓ El uso de los ordenadores en el aprendizaje de la geometría facilita el aprendizaje colaborativo ya que favorece la comunicación entre los alumnos.
- ✓ La estrategia didáctica empleada hace que el alumno esté más entretenido y por tanto más motivado en su aprendizaje.

### **3.3 EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA**

Con la propuesta didáctica se han tratado de activar ciertos campos que han salido a la luz una vez analizadas las dificultades que presentan los alumnos de 5º de Primaria cuando se enfrentan a contenidos de geometría.

Esta propuesta de intervención la he llevado acabo en el colegio donde trabajo, concretamente con mis alumnos de 5º de Primaria. Se han incluido el uso de las TIC en la enseñanza de matemáticas en el bloque temático geometría en este curso.

El objetivo general de la propuesta “el trabajo de la geometría mediante el uso de un software de Geometría Dinámica, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de Matemáticas, en quinto curso de Educación Primaria para integrar el uso de la tecnología en las competencias relacionadas con el bloque de geometría, se puede concluir que se ha alcanzado.

A lo largo de este trabajo se ha visto la importancia de incorporar las TIC a la enseñanza de las Matemáticas y de la Geometría en particular.

Para ello se ha trabajado en el aula con el software de Geometría dinámica “Geogebra”, en su versión para Educación Primaria llamada “GeogebraPrim”.

Lo que he podido observar durante la puesta en práctica de mi propuesta, es que utilizar GeoGebra proporciona numerosas ventajas, tanto para el alumnado como para el profesorado. De todo lo visto se puede extraer lo siguiente:

#### **Ventajas para el alumnado:**

- La sencillez del programa GeogebraPrim permite que su uso sea idóneo incluso para los primeros cursos de Primaria.
- El nuevo sistema de trabajo aumenta el interés de los alumnos por la geometría, por lo que su motivación es mayor que en el sistema tradicional.
- El entorno de aprendizaje estimula la actividad, la iniciativa y el esfuerzo entre todos los alumnos, a pesar de la diversidad existente.

- La comprensión de las figuras geométricas es mayor puesto que éstas están dibujadas sin distorsiones ni errores en un entorno mucho más atractivo, incluso lúdico.
- Promueve el autodescubrimiento: Una propiedad del programa GeoGebra es que las relaciones entre las partes que forman una construcción se mantienen con el desplazamiento de uno de los elementos primarios sobre los que se ha dibujado la misma. Si una propiedad geométrica se mantiene durante el desplazamiento, esta propiedad es válida en general para todas las figuras similares a la representada. Comprobando esto en los resultados de una construcción, se puede ver la coherencia, y así valorar los resultados obtenidos. Éste hecho permite al alumno convertirse en protagonista de su aprendizaje, deja de ser un observador pasivo.
- Tienen la oportunidad de repetir construcciones de ejercicios ya explicados gracias al protocolo de construcción. Para alumnos “tímidos” y con diferentes niveles de aprendizaje es una herramienta muy útil.
- El alumno con problemas de destreza manual no termina con apuntes confusos e imprecisos, sin explicación escrita ni orden del proceso, todo eso se supera con las construcciones hechas en GeoGebra.

### **Ventajas para el profesorado:**

- Se optimiza el tiempo en el aula. Si se llevan preparadas las actividades y construcciones que se pretenden explicar, se puede dedicar más tiempo a trabajar en clase, bien con GeoGebra o con lápiz y papel.
- El hecho de ser un software gratuito permite que los alumnos lo descarguen en casa para trabajar con él y practicar una vez fuera del aula.
- La utilización del programa contribuye a la actualización de la metodología didáctica.
- GeoGebra permite crear distintas actividades para su posterior aplicación orientando objetivos, según materia, curso, y competencias que queramos desarrollar.
- GeoGebra nos ayuda a plantear la visualización de conceptos abstractos facilitando la labor de la enseñanza de las construcciones geométricas.

- Facilita la precisión en el trazado reduciendo el tiempo empleado en pizarra tradicional.
- Facilita la simultaneidad de explicación y dibujo.

## 4. CONCLUSIONES

Aunque todo parecen ventajas, es importante señalar que antes de utilizar en las clases GeoGebra, el profesorado debe implicarse e invertir tiempo tanto en su formación para estar al día de su actividad profesional, como para la preparación y elaboración de materiales. Resulta necesario adaptar nuestra metodología a los nuevos tiempos y ser capaces de utilizar los actuales recursos con los que contamos en el aula. Debemos contribuir con nuestro tiempo y esfuerzo a mejorar la enseñanza del área de Matemáticas introduciendo este tipo de programas de geometría dinámica en el aula.

Este hecho hace necesario propuestas de mejora. Para poder desarrollar en el aula una metodología innovadora, se necesitan unas buenas condiciones de trabajo. Sería conveniente presentar proyectos de mejora o de innovación en los centros, para poder obtener recursos necesarios.

Considero que la actitud del profesorado es fundamental: actitud positiva hacia la innovación e incorporación de las TIC, disposición a la formación y al desarrollo profesional, coordinación, etc. Sin ella no es posible pensar en cambios, ni en proyectos, ni en mejoras.

Las ganas de superarse, de ayudar y motivar al alumnado deberían ser el motor que introduzca estos cambios en la metodología actual. Deberíamos pensar en el fin de la Educación.

## 5. REFERENCIAS

- Acosta, M., Camargo, L., Castiblanco, A.C. y Urquina, H. (2004). *Pensamiento Geométrico*.

<http://es.scribd.com/doc/32774886/Pags1-94-Pensamiento-Geometrico-y-Tecnologias-Computacionales> (Consulta: 10 de febrero de 2014)

- Alonso, S. (2010). Desarrollo de la competencia matemática. Material no publicado.

[http://www.educantabria.tv/Kc74Snr99R\\_uploads/20100816\\_NkkhThsg5GhT2WJthU8x\\_5.pdf](http://www.educantabria.tv/Kc74Snr99R_uploads/20100816_NkkhThsg5GhT2WJthU8x_5.pdf) (Consulta: 11 de febrero de 2014)

- Cannone, G., Hernández, J., Palarea, M. M. y Socas, M. M. (2007). Actitud hacia las matemáticas y hacía el uso del ordenador en alumnos de educación primaria. Universidad de la Laguna, v.8, 51-75.

[http://www.anamat.ull.es/didactica/articulos\\_V8/Cannone-Hernandez-Palarea-Socas-Vol8.pdf](http://www.anamat.ull.es/didactica/articulos_V8/Cannone-Hernandez-Palarea-Socas-Vol8.pdf) (Consulta: 20 de febrero de 2014)

- DECRETO 40/2007, de 3 de mayo, por el que se establece el Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. B.O.C. y L. - N. ° 89. (Consulta: 20 de febrero de 2014)

- Galdeano, M. y Gómez, M. (2012). Las competencias metadisciplinarias en matemáticas. *Aula de innovación educativa*, 209, 16-22.

- García, A. y González, L. (s.f). *Uso pedagógico de materiales y recursos educativos de las TIC: sus ventajas en el aula*. Universidad de Salamanca.

[http://www.eyg-fere.com/TICC/archivos\\_ticc/AnayLuis.pdf](http://www.eyg-fere.com/TICC/archivos_ticc/AnayLuis.pdf)

- García, A. y Tejedor, F. J. (2010) Evaluación de proyectos de innovación escolar basadas en el uso de la TIC, en la Comunidad de Castilla y León. *Revista de Educación*, 352, 125-147.

[http://www.revistaeducacion.educacion.es/re352/re352\\_06.pdf](http://www.revistaeducacion.educacion.es/re352/re352_06.pdf)

- Gómez, M. A. (Sin fecha). SM Profes.net.

[http://www.primaria.profes.net/apieaula2.asp?id\\_contenido=49051](http://www.primaria.profes.net/apieaula2.asp?id_contenido=49051) (Consulta: 3 de marzo de 2014)

- González, E. y Gutiérrez, J. (2005). ¿Qué ocurre en las aulas de Primaria con la enseñanza de las matemáticas? CEAPA, 82, 18-23.

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/primaria/Matematicas%20en%20Primaria%20Evaristo%20Glez.pdf>

- Guerrero, F. J. (2010). Las tareas de demostración en el aprendizaje de la geometría. *Revista Digital*, 36.

[http://www.csicsif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_36/FRANCISCO%20JAVIER\\_GUERRERO\\_2.pdf](http://www.csicsif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_36/FRANCISCO%20JAVIER_GUERRERO_2.pdf)

- Instituto de Tecnologías Educativas (2011). Competencia digital. Ministerio de Educación.

[http://recursostic.educacion.es/blogs/europa/media/blogs/europa/informes/Competencia\\_Digital\\_Europa\\_ITE\\_marzo\\_2011.pdf](http://recursostic.educacion.es/blogs/europa/media/blogs/europa/informes/Competencia_Digital_Europa_ITE_marzo_2011.pdf)

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 106, de 4 de mayo del 2006, (17158 a 1720).

<http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf> (Consulta: 20 de febrero de 2014)

- Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. Boletín Oficial del Estado, 293, de 8 de diciembre de 2006, Anexo I (43059- 43061). (Consulta: 20 de febrero de 2014)

<http://www.boe.es/boe/dias/2006/12/08/pdfs/A43053-43102.pdf>