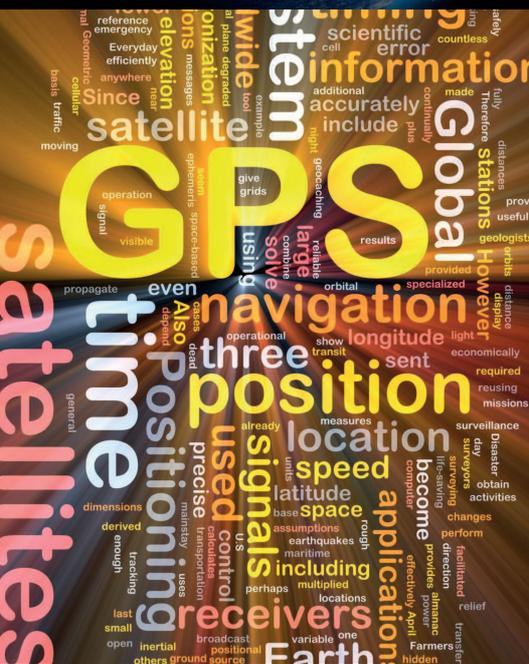
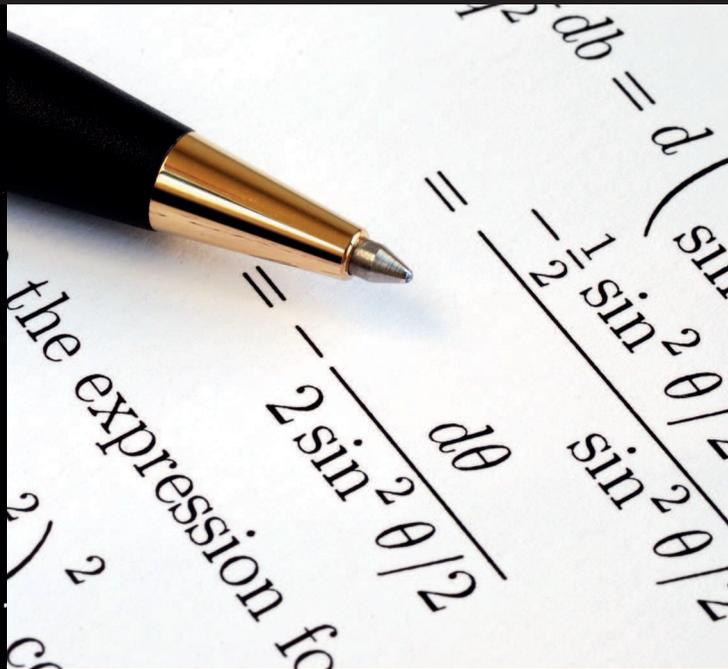




APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE POSICIONAMIENTO GLOBAL EN RADIACIÓN SOLAR, APROVECHAMIENTO ENERGÉTICO, Y DISEÑO DE SEGUIDORES SOLARES



Alumno:
Tutores:

FERNANDO PABLOS ARROYO
ANA BELÉN GONZALO CALDERÓN
ÁNGEL LUIS MUÑOZ NIETO

Septiembre 2013

Índice de contenido

1.INTRODUCCIÓN.....	1
2.EXPOSICIÓN DE MOTIVOS.....	2
2.1. Antecedentes:.....	2
2.2. Incidencia en el alumno del contenido del Máster.....	2
2.3. Motivos para elegir el tema del Proyecto Fin de Máster.....	2
2.4. Líneas en las que se basan generalmente los estudios sobre radiación solar.....	2
2.5. Aplicación de sistemas de posicionamiento global sobre radiación solar.....	3
3.OBJETIVOS.....	5
3.1. Objetivos de carácter general.....	5
3.2. Objetivos de carácter específico.....	5
4. MEDIOS EMPLEADOS	7
4.1. Hardware.....	7
4.2. Software.....	7
5.METODOLOGÍA.....	9
6.LA RADIACION SOLAR	10
6.1. El sol y la radiación.....	10
6.2. Radiometría	10
6.3. Irradiación del sol en la superficie terrestre y constante solar.....	10
6.4. Tipos de irradiación solar en función de como inciden los rayos.....	11
6.5. La posición de captadores en función de su ubicación y estacionalidad de servicio.....	12
6.6. Tablas de radiación PVGIS.....	14
6.7. Horas de pico solar (HPS)	19
6.8. Efecto de sombras.....	20
6.9. Pérdidas en sistemas fijos por orientación e inclinación.....	22
7.APLICACIONES ENERGÉTICAS BASADAS EN LA RADIACIÓN SOLAR.....	24
7.1. Sistemas fotovoltaicos.....	24
7.2. Fotovoltaica conectada a la Red.....	26
7.3. Fotovoltaica aisladas de la Red.....	28
7.4. Sistemas de energía solar térmica.....	30
7.5. Sistemas de concentración (CSP) Concentrating Solar Power.....	31
7.6.Seguidores solares y sus elementos de mando.....	33
8.ANÁLISIS SOCIO-ECONÓMICO DE LA ENERGÍA SOLAR.....	36
8.1. Presente y futuro del sistema de la energía solar.....	36
8.2. Futuro profesional para la topografía y geodesia, en relación a radiación solar.....	37
9.EL SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL – GLOBAL POSITION SYSTEM.....	37
9.1.Ancestros del Sistema de Posicionamiento Global.....	37
9.2.La necesidad, utilidad y origen del GPS.....	39
9.3.Sistemas globales de navegación por satélite GNSS.....	40
9.4.Elementos que componen el GPS.....	41
9.5.Fundamentos del sistema de navegación global GPS.....	43
9.6.Reducción del error GPS,técnicas diferenciales, y realidad aumentada GNSS.....	48
9.7.Aplicación indirectas de posicionamiento GPS en los sistemas de radiación solar.....	51
10.ÓRBITA TERRESTRE SOBRE EL SOL.....	53
10.1.Movimiento de la tierra alrededor del sol.....	53

10.2.Movimiento de aparente del sol alrededor de la tierra y la bóveda celeste.....	55
10.3.La precesión y nutación.....	58
10.4.El tiempo absoluto en astronomía, Fecha juliana y época J2000.0.....	59
10.5.El tiempo sidéreo.....	60
11.CÁLCULOS DE MODELIZACIÓN DE MOVIMIENTO APARENTE DEL SOL.....	62
11.1.Esquema 3D de órbita terrestre alrededor del sol y cambio de ejes del sistema.....	62
11.2.Ecuaciones movimiento del sol dentro de la eclíptica.....	62
11.3.Representación gráfica-numérica de ecuaciones eclíptica.....	67
12.ECUACIÓN DEL SOL PUBLICADA POR EL OBSERVATORIO NAVAL EEUU.....	70
12.1.Aproximate Solar Coordinates.....	70
12.2.Gráfico de error coordenadas eclípticas en longitud y latitud.....	72
12.3.Gráfico de error coordenadas en ascensión recta y declinación.....	73
12.4.Gráfico en función de t de ascensión recta y declinación.....	74
12.5.Comprobación de resultados con aplicación astronómica Stellarium.....	75
13.SUPERPOSICIÓN DECLINACIÓN DE ECUACIÓN DESARROLLADA Y ECUACIÓN DEL OBSERVATORIO NAVAL.....	78
14.SINCRONIZACIÓN DE LA ROTACIÓN DE LA TIERRA.....	81
15.TRANSFORMACION A COORDENADAS LOCALES.....	84
16.GRÁFICOS DE FUNCIONES.....	85
17.COMPROBACIÓN CON LISTADOS OBSERVATORIO NAVAL.....	87
18.INTEGRACIÓN DE TIEMPO GPS.....	89
18.1.Generalidades de escalas de tiempos.....	89
18.2.Forma Mensaje de tiempo incluido en la efemeride de la señal de los satélites.....	90
18.3.Transformación tiempo terrestre a valores proporcionados por GPS (WN NUMERO SEMANAS) y TE (SEGUNDOS DENTRO DEL CLICLO SEMANAL).....	92
19.ALGORITMO COMPLETO INTEGRADO.....	93
20.ANÁLISIS DE RESULTADOS Y REVISIÓN DE OBJETIVOS PERSEGUIDOS.....	108
21.APLICACIONES, DESARROLLOS FUTUROS Y LÍNEAS DE TRABAJO A DESARROLLAR.....	110
22.CONCLUSIONES	112
23.BIBLIOGRAFIA.....	114

ANEXOS:

Anexo I- Ejemplo de datos proporcionados por PVGIS para el municipio de Vitigudinom Salamanca

Anexo II- Modelo numérico para la generación de mapas de radiación solar.

Anexo III- Guía divulgativa de la Junta de Castilla y León Energía Solar

Anexo IV- BNEF re-considering the economics of photovoltaic power a co authored white

Anexo V- Documentación de interés de fabricantes.

V.1-Seguidor mono-eje.

V.2-Seguidor doble eje.

V.3-Concentración.

V.4-Seguidor solar monitorización de precisión.

V.5-Instrumental medida y accesorios

V.6-Sistemas fijos e integración arquitectónica

1. INTRODUCCIÓN

La presente documentación, Trabajo Fin de Máster, denominada **“APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE POSICIONAMIENTO GLOBAL EN RADIACIÓN SOLAR Y APROVECHAMIENTO ENERGÉTICO”** correspondiente a los estudios de postgrado realizados por Fernando Pablos Arroyo, incluidos dentro del “Máster en Geotecnologías Cartográficas Aplicadas a la Ingeniería y Arquitectura”, impartido por la Universidad de Salamanca a través de su campus de Ávila.

Para tomar contacto con tema propuesto, de la manera más directa y pragmática posible, se procede a describir en esta introducción los antecedentes del autor, así como los motivos, expectativas y reflexiones, que han llevado a este a elegir este tema para desarrollar el Trabajo Fin de Máster.

De esta manera, a través de estos primeros apartados, principalmente el denominado “Exposición de Motivos”, se quiere reflejar cual era la intención del alumno, cuando decidió desarrollar el trabajo en esta área, así como las ilusiones o expectativas, que tenía antes de iniciar el trabajo.

De esta manera el tener un punto de partida, permitirá reflexionar una vez desarrollado el trabajo, y ser consciente de cual ha sido la evolución, o el desarrollo, y si se cumplen las expectativas.

De esta manera el tener un punto de partida, permitirá reflexionar una vez desarrollado el trabajo, y ser consciente de cual ha sido la evolución, o el desarrollo, y si se cumplen las expectativas.

2. EXPOSICIÓN DE MOTIVOS

2.1. Antecedentes:

El presente alumno, proviene del sector de la construcción, y ha ejercido durante unos 10 años como Arquitecto Técnico, así mismo ha vivido la transformación que ha supuesto el Código Técnico de Edificación, en cuanto a paneles solares fotovoltaicos, y colectores solares de Agua Caliente Sanitaria.

Recientemente ha procedido a obtener la homologación según el proceso de Bolonia, y ha cursado y obtenido la adaptación al Grado de Ingeniero de Edificación. En la citada adaptación hay que indicar que una parte muy importante lo comprendía la certificación energética de edificios, tanto en términos de aislamiento y transmisibilidad térmica de las envolventes, como en sistemas de energías renovables.

2.2. Incidencia en el alumno del contenido del Máster.

El impacto que esta teniendo el Máster de Geotecnologías Cartográficas en el alumno es muy superior al esperado. El interés en la realización del Máster, surgió en relación al sistema GIS-IDE, y bases de datos georeferenciadas, que es un tema que interesa notablemente, pero ha sorprendido bastante el contenido del resto de asignaturas, con temas muy interesantes, especialmente el tema de Posicionamiento y Navegación, así como la notable carga matemática, y geométrica. Todo ello permite analizar, y revisar conocimientos pasados y futuros, desde otro punto de vista con mucha mayor amplitud de miras, y con una profundidad que anteriormente no era posible.

2.3. Motivos para elegir el tema del Proyecto Fin de Máster.

Para elegir el tema, y a su vez el título, se ha procedido simplemente, a intentar buscar un punto de unión entre conocimientos pasados anteriores al inicio de este Máster, y los conceptos y técnicas que en este se desarrollan.

Así mismo se ha procurado que el tema sea actual y que tenga recorrido para continuar desarrollándolo más adelante o, sirva como base a una posible línea de investigación.

2.4. Líneas en las que se basan generalmente los estudios sobre radiación solar.

Actualmente los estudios energéticos así como la propia normativa, trabajan en casi todos los casos, con métodos simplificados, estadísticos y tablas. Se trabaja en la mayoría de ellos, con medias anuales, así como con tablas de radiación, en función de la latitud.

Generalmente, se procede a orientar los paneles al sur, y calcular el ángulo horizontal recomendable para esta latitud. También se consideran una serie de pérdidas por sombras, o por orientación e inclinación. Existen tablas, con valores históricos de radiación, por ejemplo se puede consultar la base de datos de irradiación mundial PVGIS.

Un punto interesante siempre es determinar que interesa más si un sistema fijo, o un sistema orientable en uno o en dos ejes. Los seguidores solares de dos ejes, que aumentan el rendimiento de los paneles en un orden de 40%. En estos seguidores solares se utilizan células solares para encontrar la orientación óptima, pero puede ser interesante parametrizar esta situación.

Estas técnicas, mediante medias y tablas son las correctas, ya que en el tema energético tiene que intervenir un heterogéneo número de profesionales, que no necesariamente deben tener, unos conocimientos específicos en Posicionamiento y navegación.

No obstante con los conocimientos y las técnicas estudiadas en el presente Máster permiten realizar un planteamiento más desarrollado técnicamente, orientado a diseños más complicados o novedosos.

2.5. Aplicación de sistemas de posicionamiento global sobre radiación solar.

La fusión de las disciplinas, de radiación solar, y posicionamiento y navegación GPS, nos abre una serie de aplicaciones, o al menos ejercicios interesantes.

Se puede ir analizando, como se realizan los cálculos de eficiencia energética según lo descrito por ejemplo en el Código Técnico, u otros estudios o prácticas habituales del sector, e intentar poner en contrapartida un análisis no vamos a decir más riguroso, pero si más desarrollado, en términos geodésicos.

Da la oportunidad, de aplicar cambios de sistemas de coordenadas, intentar relacionar el eje de máxima radiación solar a través de fórmulas, y no tablas, así como problemas geométricos y matemáticos de cierta dificultad.

Posiblemente se detectarán muchas aplicaciones a medida que se desarrolle el estudio, de hecho esa debe de ser una de las finalidades del mismo. Ya empiezan a verse claras algunas de ellas, como pueden ser por ejemplo las dos siguientes:

- Análisis y comprobación de las orientaciones e inclinaciones de los paneles y colectores solares en función de su ubicación geográfica. También se podría estudiar la viabilidad de las ubicaciones de estos, ya que no todas las ubicaciones o faldones de cubierta son válidos, o digamos suficientemente eficientes para instalar estos elementos.

También serviría un cálculo de esta índole, para intentar obtener la ecuación de un seguidor solar “girasol”, en función de su posición geográfica e instante de tiempo, para plantear un funcionamiento alternativo en función de una “programación horaria”, y no de sensores como habitualmente se hace.

- Se intentará por un momento, abandonar el cálculo estático basado en medias anuales, horas año, etc..., y acercarnos a un cálculo más dinámico, para un instante concreto, de la eficiencia de un panel controlando mediante cálculo de parámetros algo más complejos.

Existe un aspecto que parece tremendamente interesante, como puede ser el análisis del error atmosférico y su relación con la eficiencia del panel. Mediante un receptor GPS, con los mismos fundamentos y tecnología, se podría utilizar en una misma posición conocida, pero variando su objetivo, no para calcular la posición, sino para registrar las series debidas al error de carácter atmosférico, conjuntamente con el ángulo de irradiación solar, y posición geográfica del panel.

Un cálculo más teórico, similar a los realizados en posicionamiento, en el que nos relacione en cada instante t , la posición geográfica del colector, en un elemento que gira (La tierra) con los ángulos de irradiación máxima (Posición del sol), y la cantidad de obstáculos que puede haber (Error por efectos atmosféricos del GPS), puede ser de gran ayuda o utilidad.

Podría de esta manera utilizarse un GPS “casi tradicional”, para verificar la eficiencia de paneles, en su propia posición, o incluso para estudiar la eficiencia real de una ubicación de un panel y recoger una serie de parámetros antes incluso de colocar el propio panel.

3. OBJETIVOS

Los objetivos por definición deben de ser realistas, pero a su vez ambiciosos.

La tendencia actual en cualquier área de investigación, desarrollo, producción o servicio, impone fijar, y auto-imponer unos objetivos muy definidos. De esta manera, se procederá a describir una serie de objetivos, a modo multidisciplinar, lo suficientemente definidos y acotados, de tal manera, que sean evaluables con posterioridad, y se pueda realizar, una especie de auto-control correctamente definido.

Si se debe indicar, que no se busca parametrizar los objetivos, en una estructura muy clasificada y rígida, si no más bien, el realizar una declaración de intenciones, del compromiso por hacer las cosas bien, y de intentar llegar hasta un cierto punto del camino. Ya después determinaremos, si hemos llegado o no "a meta" , y las razones de ello, pero lo primordial es auto-imponerse unos objetivos.

3.1. Objetivos de carácter general.

- El fin primordial del Trabajo Fin de Máster no puede ser otro que el de intentar exponer los conocimientos adquiridos a lo largo del curso, además de demostrar que se es capaz de aplicarlos en un ámbito más práctico. Por ello nunca se perderá de vista este aspecto, y en el desarrollo del trabajo, se intentará dentro de lo posible, orientar el mismo de manera que se traten aspectos diversos relacionados con las distintas áreas de conocimiento del mismo.
- Se buscará que el documento resultante sea un documento con un alto rigor técnico, pero que a su vez, sea un documento ciertamente divulgativo, y que resulte interesante e interpretable, no solo por ciertos especialistas, sino también para personas con conocimientos técnicos medios.
- Se perseguirá un documento homogéneo pero muy propio, por lo que en la medida de de lo posible se utilizaran algunas ilustraciones esquemáticas, y gráficas propias.
- Se intentará ser exquisito con las referencias a las fuentes utilizadas, y así mismo se impondrá la utilización del sistema de referencias de UNE-ISO 690:2013, y las recomendaciones por los tutores, así como las indicadas en el documento Recomendaciones para Trabajos Fin de Máster, publicados en la Plataforma "Studium".

3.2. Objetivos de carácter específico.

- Se realizará un pequeño análisis de la evolución del sector solar, llegando a unas reflexiones de viabilidad de carácter político-económicas.

- Se explicarán las generalidades del sector de la energía solar, así como expondremos de manera suficientemente detallada de los aspectos, y factores que influyen en el rendimiento, para así poder entender la utilidad de las técnicas de Posicionamiento y Navegación en esta área.
- Se realizará una descripción general, de las generalidades del Sistema de Posicionamiento Global, para darle continuidad, y divulgar la importancia y utilidad de este tipo de técnicas, así mismo como para justificar las conclusiones a las que se lleguen.
- Se analizará la órbita la tierra alrededor del sol, y buscaremos el método de cálculo más correcto para calcular el ángulo de incidencia del sol, para cualquier ubicación geográfica, e instante concreto.
- Se perseguirá una integración de cálculo de radiación, posición GPS, y tiempo.
- Se describirá un posible ejemplo, o esquema de la utilización, de la aplicación de esos cálculos al desarrollo de soportes o seguidores solares.
- Se analizará someramente la viabilidad de utilizar el GPS, a través de su error atmosférico, como medida de rendimiento de los paneles así como registro histórico.

4. MEDIOS EMPLEADOS

Los medios a utilizados para el desarrollo del presente documento han sido diversos, y principalmente ha constituido la utilización de software, bien de carácter libre o educacional.

4.1. Hardware

El compañero de viaje, ha sido como no puede ser de otra manera, el omnipresente portátil, que ya se va configurando casi como una extensión más de uno mismo, que como una herramienta externa.

En concreto el ordenador utilizado, ha sido:

Portátil ACER Aspire E1-531G con Procesador Intel B960 2,2Ghz con 6GB DDR3 de Memoria RAM. Con Windows 8 Pre-instalado.

4.2. Software

Aplicaciones de ofimática.

Se han utilizado básicamente aplicaciones libres de ofimática para la edición de textos o manejo de hojas de cálculo, y explorador web.

-Open Office 4.0 (Open Office Writer y Open Office Calc) <http://www.openoffice.org/>

-Explorador Mozilla Firefox v 22.0 <http://www.mozilla.org/es-ES/firefox/new/>

Edición y Maquetación de portada.

-Se ha utilizado una versión de prueba 30 días de el programa de edición gráfica vectorial Adobe Illustraitor CS6.

Las imágenes de las imágenes han sido descargadas de las páginas de la Universidad de Valladolid y Salamanca respectivamente, así como otras fotos han sido adquiridas en <http://www.123rf.com>

Dibujo CAD esquema de órbita solar.

-Se ha utilizado una versión de prueba 30 días de el programa CAD de referencia AutoCAD MAP 3D 2014 de Autodesk. <http://www.autodesk.es/products/autodesk-autocad-map-3d/overview>

Software científico de cálculo

Para el desarrollo de la exposición del cálculo, así como para la resolución del mismo se ha utilizado la herramienta científica Matemática. Este software es una herramienta comercial científica de altas prestaciones, que mediante acuerdo con la Universidad de Salamanca, se pone a disposición de los alumnos una licencia de uso educacional.

-Wolfram Matemática 9.0 Student Edition <http://www.wolfram.com/>

Aplicación Astronómica.

Para la comprobación de ciertos datos se ha utilizado la aplicación libre Stellarium versión 0.12.2. <http://www.stellarium.org/es/>

Base de datos de irradiación

Se ha utilizado la base de datos de irradiación mundial PVGIS .<http://re.jrc.ec.europa.eu/pvgis/>.

Conversor de Fecha Juliana

Para el cambio de fechas y horas UTC a fechas julianas y viceversa, se ha utilizado el conversor on-line facilitado por departamento de álgebra de la Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/~eaznar/conversorFecha.htm>

Es necesario hacer mención al “difunto” portátil HP 6730 que se ha quedado por el camino, y agradecer a Wolfram Matemática la ayuda “on-line” para trasvasar la licencia de estudiante de una máquina a otra.

5. METODOLOGÍA

La metodología a desarrollar va a ser muy simple. No obstante, se definirá, una línea a seguir para intentar alcanzar los objetivos, y el orden, se ajustará a los puntos que a continuación se describen:

- En primer lugar se hará un recorrido sobre los conceptos que intervienen, o pueden hacerlo con el desarrollo que se está realizando. Tanto en el área de radiación solar, así como en GPS, y en posicionamiento. De esta manera, es posible comprender en mejor medida, el alcance del trabajo, así como poder comprender los factores que le afectan, y en que posible medida o magnitud.
- Se desarrollará un planteamiento teórico en cuanto al objetivo principal, de encontrar una ecuación en tiempo real para parametrizar la posición solar en cualquier posición de la superficie terrestre, de cara al diseño de seguidores solares, o de sus elementos de mando, y control.
- Se buscará comprobar la integridad, de los resultados, haciendo una comprobación por métodos totalmente alternativos, al método en el que se ha basado el desarrollo.
- Se localizarán desarrollos similares existentes, o se describirán o enumerarán métodos similares o herramientas existentes.
- Se expondrá una serie de posibles aplicaciones prácticas, del desarrollo alcanzado, a juicio del redactor del documento, así como de desarrollos futuros, o líneas de trabajo de interés relacionadas.
- Se revisarán los objetivos propuestos, cuales se han alcanzado, cuales no lo han sido, y en que medida.
- Se rematará el documento como no puede ser de otra manera en unas conclusiones.

6. LA RADIACION SOLAR

6.1. El sol y la radiación

La radiación solar es el conjunto de radiaciones electromagnéticas emitidas por el Sol. El Sol es una estrella que se encuentra a una temperatura media de 6000K en cuyo interior tienen lugar una serie de reacciones de fusión nuclear, que producen una pérdida de masa que se transforma en energía. Esta energía liberada del Sol se transmite al exterior mediante la radiación solar. La radiación solar se distribuye desde el infrarrojo hasta el ultravioleta. No toda la radiación alcanza la superficie de la tierra, porque las ondas ultravioletas más cortas, son absorbidas por los gases de la atmósfera fundamentalmente por el ozono. La magnitud que mide la radiación solar que llega a la tierra es la irradiación, que mide la energía que por unidad de tiempo y área, alcanza la tierra. Su unidad es el W/m² (vatio por metro cuadrado)

6.2. Radiometría

Se entiende por radiación la propagación de energía en el espacio. La radiometría es el conjunto de conceptos, terminología, relaciones matemáticas, instrumentos y unidades de medida utilizados para describir y medir la radiación y su interacción con la materia. Limitando al caso de la radiación electromagnética y nos vamos a centrar en cuatro magnitudes fundamentales:

El flujo radiante ϕ , que se mide en vatios (W);

La irradiancia E, que se mide en vatios por metro cuadrado (W/m²);

La intensidad I, que se mide en vatios por esteroradián (W/sr);

La radiancia L, que se mide en vatios por esteroradián (W/sr m²)

Para los cálculos de dimensionamiento solar se utiliza la irradiancia a nivel de la superficie terrestre generalmente se utiliza los kW/m² aunque en algunas otras documentaciones se utilizan los Julios.

$$1\text{Kw} = 3,6 \text{ MJ}$$

6.3. Irradiación del sol en la superficie terrestre y constante solar

La radiancia L del Sol en su superficie es de $2.3 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$.

Cuando la radiación procedente del Sol alcanza la Tierra, la irradiancia E en la órbita media de la Tierra es de aproximadamente 1360 Wm^{-2} . No obstante, dicha irradiancia no alcanza la superficie de la Tierra debido a la presencia de la atmósfera.

Se define la constante solar como la cantidad de energía por unidad de tiempo y área, que se alcanza sobre una plano orientado perpendicularmente a la dirección de los rayos solares en la parte exterior de la atmósfera. Los resultados de su medición por satélites arrojan un valor promedio de 1366 w/m^2 .

Debido a los efectos de atenuación que se producen en la atmósfera, la constante solar para efectos de cálculo se tendrá en cuenta en la superficie terrestre, dependiente de diversos factores: nubes, vapor, horas de sol, etc.

Por lo tanto a nivel de la superficie terrestre, la irradiancia deja de ser una constante, y se convierte en un parámetro que se mueve entre ciertos parámetros.

La irradiancia en la superficie de la tierra, después de la atenuación atmosférica es de aproximadamente 1000 W/m^2 .

6.4. Tipos de irradiación solar en función de como inciden los rayos

La radiación solar se puede clasificar en función de como inciden los rayos del sol sobre el elemento situado en la superficie terrestre (Ilustración 1).

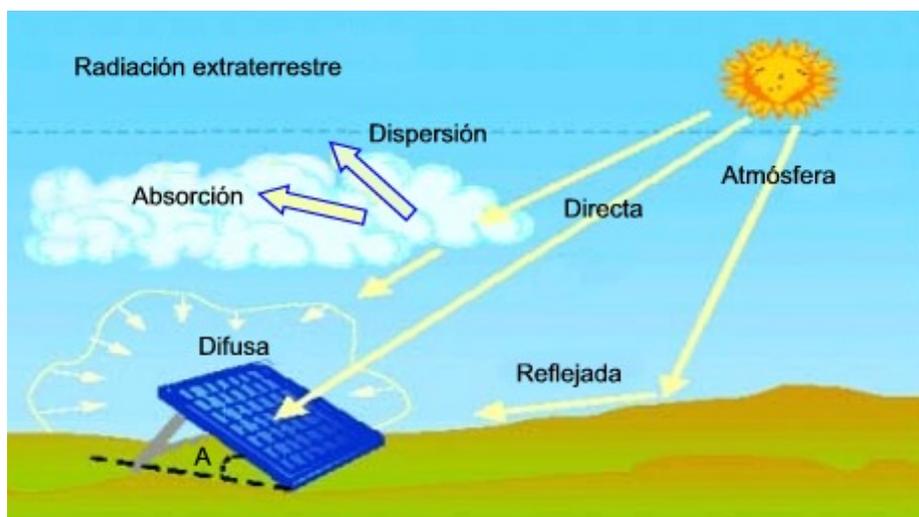


Ilustración 1: Radiación directa difusa y albedo Imagen www.opex.ernergy.com

-Directa: es la recibida desde el Sol sin que se desvíe en su paso por la atmósfera.

-Difusa: es la que sufre cambios en su dirección principalmente debidos a la reflexión y difusión en la atmósfera.

-Albedo o reflejada: es la radiación directa y difusa que se recibe por reflexión en el suelo u otras superficies próximas.

De entre los tres tipos la radiación directa es la mayor y más importante en las aplicaciones fotovoltaicas y térmicas. Aunque en días nublados (por cuestiones meteorológicas) en las cuales no se recibe radiación directa (o debido a otro obstáculo), se continua recibiendo radiación solar sobre la superficie debido a la radiación difusa. A dichos días se les denomina días de poca radiación solar.

Debido al planteamiento que se realiza, unicamente se analizará la la radiación directa, ya que se está renunciando a orientar el seguidor solar en función de unas mediciones, y se pretende hacerlo mediante un modelizado.

6.5. La posición de captadores en función de su ubicación y estacionalidad de servicio.

Aunque uno de los objetivos principales de este trabajo de investigación es de generar una herramienta de posicionamiento, y se tratará mucho más en profundidad más adelante, se procede a continuación a analizar de manera somera, algunas técnicas o recomendaciones, de las referencias bibliográficas, que describen en este punto unos principios básicos que permiten entender perfectamente la incidencia de la situación geográfica, la estacionalidad, en la colocación y orientación de captadores de energía solar fotovoltaica y térmica, y además permitirán aplicar de alguna manera

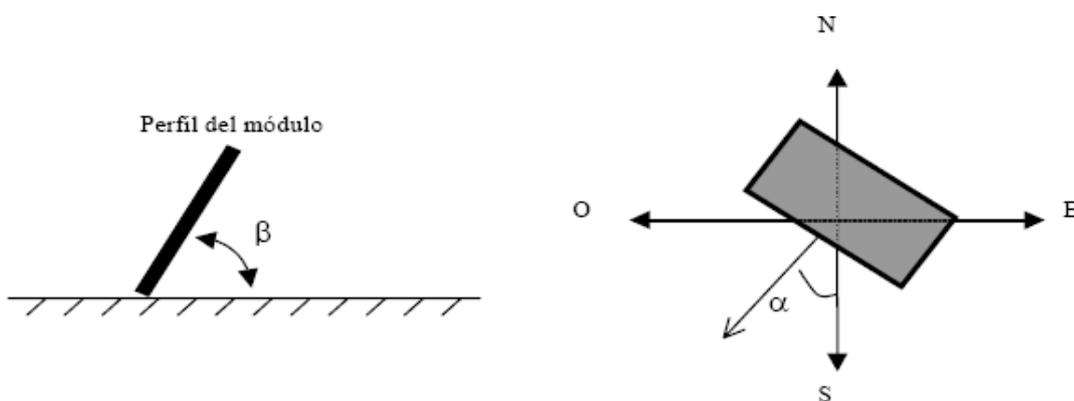


Ilustración 2: Orientación e inclinación Figura CTE DB HE

Latitud: Ángulo de latitud geográfica α según ilustración 2.

Orientación: Es el ángulo que forma un eje del captador con el sur geográfico. Como norma general, los captadores del hemisferio norte se orientan al sur, y los del hemisferio sur al norte.

Inclinación: Es el ángulo que forma el plano de la superficie captadora y la horizontal. Se corresponde con el ángulo β de la Ilustración 2.

Incidencia: Es el ángulo que forma la radiación directa sobre la superficie captadora y la perpendicular del captador. Este ángulo conviene que sea lo menor posible, para que la energía captada sea máxima.

Para instalaciones móviles es evidente que la mejor posición es la que igualar el ángulo de incidencia a cero, como sucede en los sistemas de seguidores solares en paneles fotovoltaicos, no obstante en sistemas fijos, para encontrar el mejor ángulo intermedio, debemos tener en cuenta parámetros de localización geográfica así como el uso predominante de la instalación.

Existen ciertos convencionalismos aproximados para obtener la orientación e inclinación óptima para la inclinación de los paneles.

Por ejemplo para el hemisferio norte, la orientación óptima es el sur, y la inclinación:

- Instalaciones de consumo anual: El ángulo de latitud geográfica menos 10° .
- Consumo preferentemente en invierno: Latitud geográfica más 10° .
- Consumo preferentemente en verano: Latitud geográfica menos 20° .

Es muy utilizado para instalaciones anuales el elegir tanto para fotovoltaica, como solar térmica, una inclinación igual a la latitud geográfica, para primar en cierta medida la captación invernal, en defecto de la captación en verano.

No obstante los mejores métodos para determinar la inclinación óptima es consultar la base de datos PVGIS, en la que facilita este dato.

Pareja Miguel, Radiación solar y su aprovechamiento energético, Barcelona 2010, expone como ecuación del valor óptimo de inclinación (β_{opt}) en función de la latitud del lugar (ϕ).

$$\beta_{opt} = 3,7 + 0,69 \phi$$

Desconocemos la procedencia de la ecuación, si es empírica o de desarrollo, pero una vez desarrollado la ecuación general, mediante integración se podrán obtener resultados más fiables, que la citada ecuación.

6.6. Tablas de radiación PVGIS

Para tomar decisiones sobre una instalación fotovoltaica, o solar térmica, es necesario determinar la irradiación de esa ubicación geográfica.

La adquisición de datos y el registro de ellos de manera geográfica es básico para determinar como se esta comportando la instalación, así como para determinar futuras instalaciones. Dado el ámbito del Máster de Geotecnologías Cartográficas en Arquitectura e Ingeniería, en el que una parte importante lo integra la gestión de la información espacial, no se puede dejar pasar por alto, que este es un claro ejemplo de la aplicabilidad de las bases de datos con características geoespaciales, y de la utilización de las mismas.

Es un ejemplo de como esta base de datos de radiación tiene acumulados valores, georeferenciados así como con atributos de tiempo.

Se puede consultar la aplicación en la pagina PVGIS (<http://re.jrc.ec.europa.eu/pvgis/>).

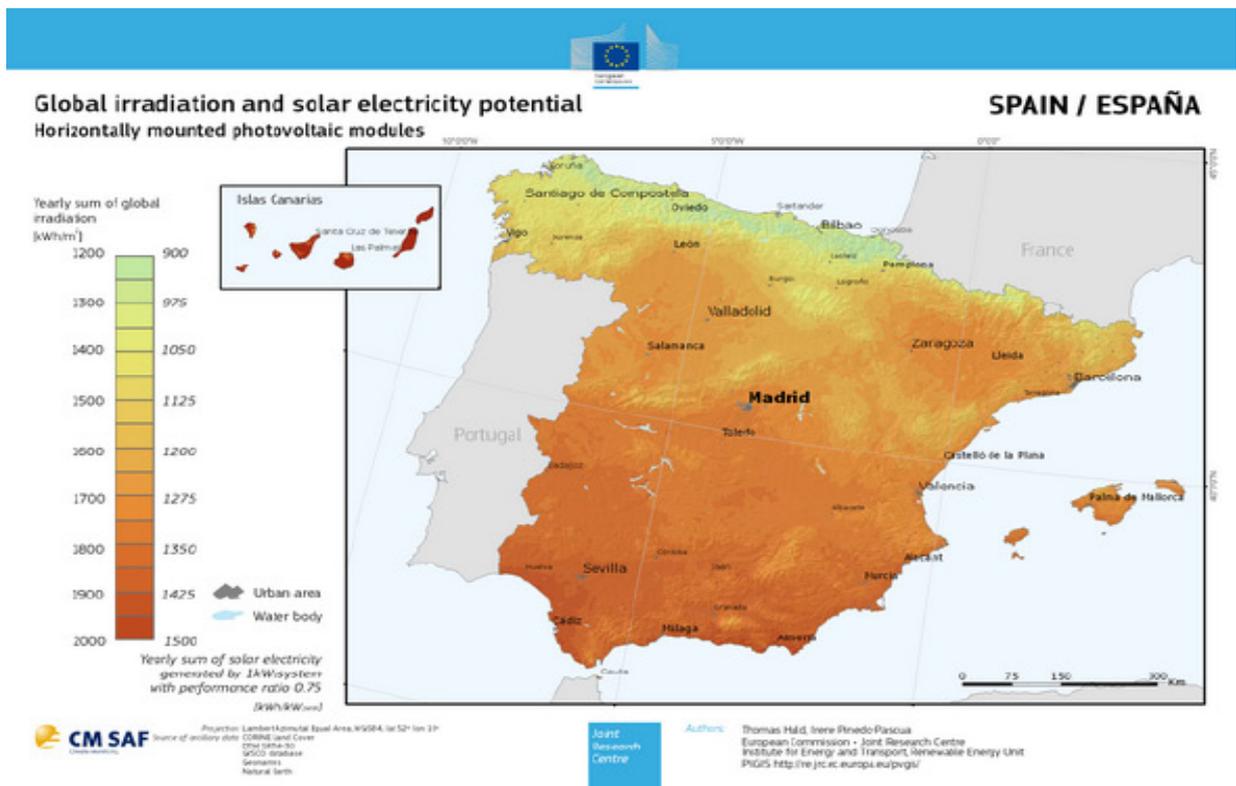


Ilustración 3: Global irradiación en territorio español PVGIS

Esta aplicación elaborada por el Institute for Energy and Transport (IET) dependiente de

European Commission, permite obtener información básica y extremadamente importante para el estudio y desarrollo de instalaciones fotovoltaicas.

Es interesante la pestaña de referencia (Sobre PVGIS) que indica datos de localización y de contacto del Instituto así como el equipo responsable. A su vez existe una pestaña muy interesante de como se ha sido construida la base de datos de irradiación Europea. <http://re.jrc.ec.europa.eu/pvgis/solres/solrespvgis.htm>

La base de datos ha sido construida a partir de datos climatológicos homogenizados, y un algoritmo calcula los valores de irradiación a través de la componente directa, difusa y albelda, y mediante integración diaria o mensual, se obtienen los valores de irradiación media.

La elevación del terreno se obtiene a través del modelo digital de elevación USGS SRTM. A través de la página del instituto se pueden descargar también mapas de reparto de la irradiación solar, como ejemplo se adjunta uno del territorio español.

A su vez también territorialmente las Comunidades autónomas realizan esfuerzos, tanto de fomento de energías renovables.

En el caso concreto de la Junta de Castilla y León a través de su web, realiza además una importante labor divulgativa.

Dada su relevancia se utilizará PVGIS y analizaremos la información que nos ofrece, para unas coordenadas determinadas, arbitrarias, introduciremos un municipio por ejemplo de Salamanca Vitigudino, y analizaremos los datos.

La aplicación de PVGIS se divide en las siguientes fichas principalmente.

-Estimación FV (fotovoltaica)

Podemos definir y en función de ello nos proporciona los datos de
Base de datos de radiación
Tecnología FV
Potencia Instalada
Angulo de inclinación y acimut óptimo
Opciones del sistema de seguimiento Eje vertical/inclinado/dos ejes
Gráficas de horizonte etc.
Opciones de exportación de datos.

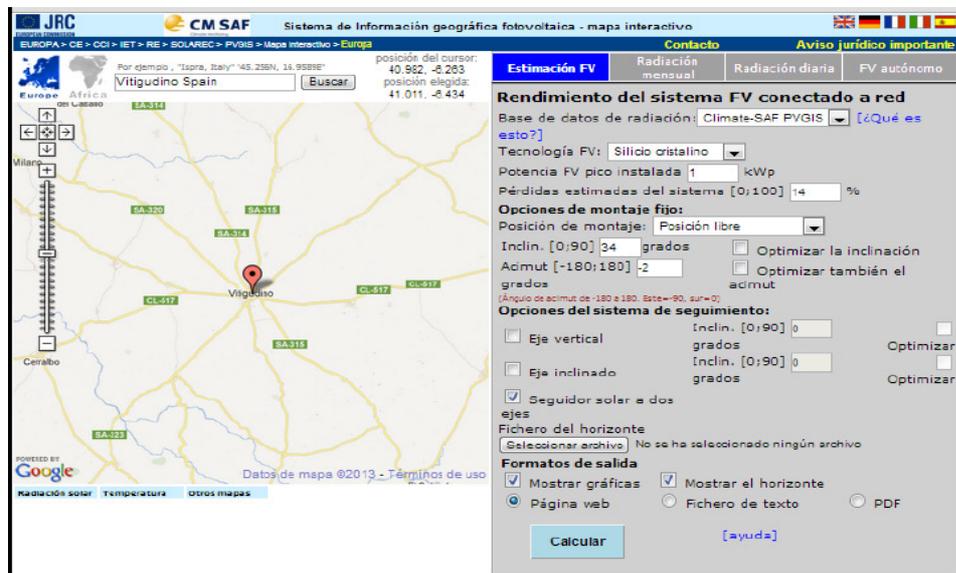


Ilustración 4: Ejemplo de utilización(1) de PVGIS Vitigudino Salamanca

-Radiación mensual

- Irradiación horizontal
- Irradiación con el ángulo óptimo
- Irradiación directa normal
- Irradiación sobre el ángulo seleccionado
- Ángulo de inclinación optimo
- Media diaria de temperatura
- Número de grados día de calefacción

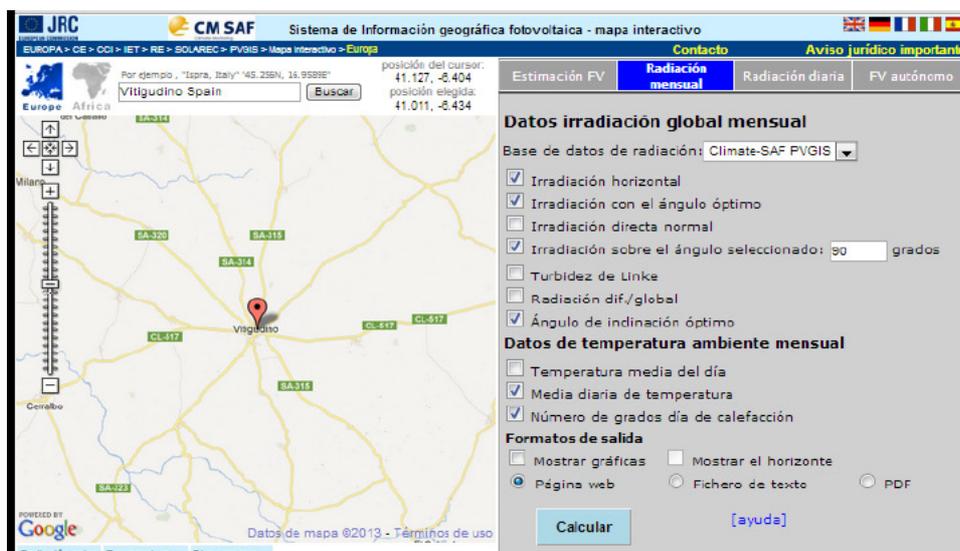


Ilustración 5: Ejemplo utilización (2) de PVGIS Vitigudino Salamanca

-Radiación diaria

Base de datos

Mes

Irradiancia sobre un plano concreto

Irradiancia media global

Irradiancia global cielo claro

Irradiancia directa normal

Irradiancia global media seguimiento a 2 ejes

Irradiancia global cielo claro seguimiento a dos ejes

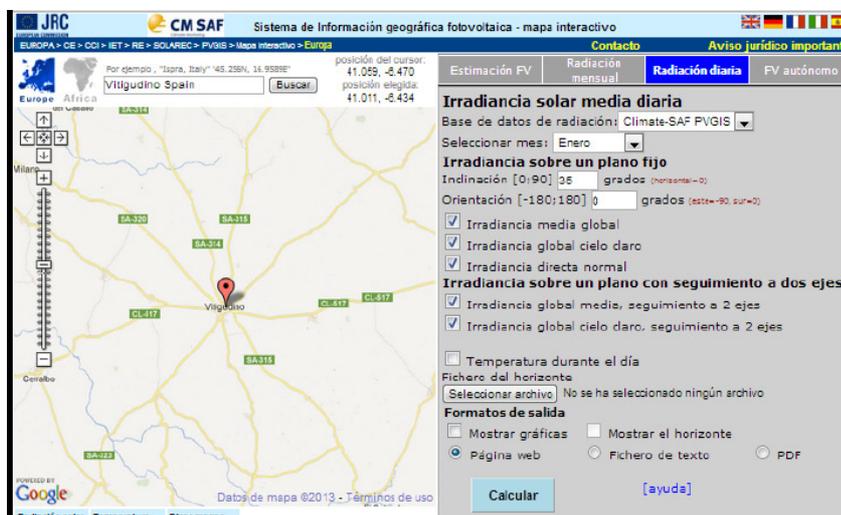


Ilustración 6: Ejemplo de utilización (3) Vitigudino Salamanca

-Estimación de FV de sistema autónomo

Potencia pico FV

Voltaje

Limite descarga

Definir consumo diario



Ilustración 7: Ejemplo de utilización (4) Vitigudino Salamanca

Tras los tanteos realizados indicar que para una potencia instalada nominal de 1kW se obtienen unos datos muy significativos en función del soporte:

- Soporte fijo ángulo recomendado (34º) 1480 kWh/anales
- Soporte orientable sobre un eje 1820 kWh/anales +23 %
- Soporte orientable a dos ejes 2030 kWh/anales +37%

Se adjunta en el *Anexo I Ejemplo de datos proporcionados PVGIS para el municipio de Vitigudino Salamanca* los resultados de cálculo de la aplicación, para justificar como la aplicación calcula este aumento de rendimiento.

A su vez se adjunta el *Anexo II el Modelo numérico para la Generación de mapas de radiación solar*, documento de Fátima Cerezo, José Mº Escobar, Gustavo Montero, Rafael Montengro y Eduardo Rodríguez del instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

No es el objeto del presente trabajo la generación de mapas de radiación solar, pero si se desea indicar para desarrollos futuros que tal y como indica la reseña de como ha sido construida la base PVGIS, así como el citado documento anterior incluido como anexo, es posible realizar mapas de radiación combinando datos estadísticos meteorológicos, y combinando modelos digitales de terreno (MDT), para el cálculo de la componente reflejada y el cálculo de sombras.

6.7. Horas de pico solar (HPS)

La energía que es captada diariamente, no es captada de manera lineal, sino que es mayor en las horas centrales del día, y mínima en los extremos de la franja horaria. Para manejar este concepto además de los datos estadísticos de irradiación W/m^2 día se utiliza el concepto de (HPS) Horas de pico solar.

La hora pico solar (HPS) es una unidad que mide la irradiación solar y se define como el tiempo en horas de una hipotética irradiación solar constante de $1000W/m^2$. 1 hora de pico solar equivale a $1 kWh/m^2$

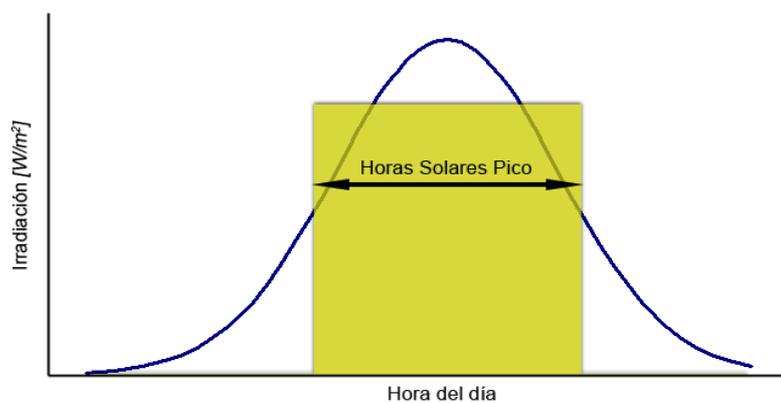


Ilustración 8: Horas pico solar Figura obtenida Wikipedia

Si se representa en un gráfico la distribución horaria de la irradiación incidente sobre la superficie y como varían los niveles a lo largo del día. Gráficamente, la hora de pico solar se interpreta como una función de valor constante que delimita la misma área que la distribución antes mencionada.

El valor de HPS puede variar enormemente en función del mes y lugar de instalación. Por ejemplo en España pueden existir diferencias del orden de 3,5(HPS) Norte de España, a 6 (HPS) en el Sur.

El valor $HPS_{\beta} = R_{\beta} / I_{\beta}$

HPS_{β} horas de pico solar

I_{β} irradiación incidente, en condiciones estándar de medida (CEM), es de $1kW/m^2$

R_{β} irradiación obtenida para cada ubicación geográfica, y mes concreto, y ángulo obtenida de PVGIS o mediante otros métodos.

El concepto de horas de pico solar es algo abstracto, pero es tremendamente importante para dimensionar los paneles fotovoltaicos, y térmicos, especialmente si se dimensionan instalaciones que son diseñadas para producir aprovechamiento energético en una temporada concreta del año.

Se expone el siguiente ejemplo para determinar la diferencia:

Se plantea una instalación que funciona principalmente en verano, por ejemplo una Piscina descubierta, en la que el ACS se produce en parte por energía solar. Si la radiación para esa instalación en esa ubicación es de 6500 Wh/m² diarios en Julio obtendremos que las horas de pico solar $6500/1000$ son 6,5 horas.

Si se diseña una instalación solar para generar calefacción, y en este caso debemos producir energía principalmente en invierno, y la radiación en Enero para esa instalación es de 3500 Wh/m² diarios son 3,5 horas.

Para producir la misma energía la instalación de captación que funcione principalmente en invierno debe ser mayor (mayor superficie) que la que este diseñada para funcionar en verano, ya que la energía procedente de la irradiación solar la debe de recoger en menos tiempo.

Este concepto de horas de pico solar como se ha apreciado, tiene mucha importancia para dimensionar el tamaño de la instalación en función de las necesidades de consumo.

6.8. Efecto de sombras

En el diseño e instalación de instalaciones de captación solar, tanto en la fotovoltaica, así como en termo-solar es necesario evitar siempre el efecto sombra.

No parece muy extraño afirmar que las sombras perjudicarán el rendimiento de una instalación de captación solar, es una evidencia, y de tal manera que se debe evitar este fenómeno en cualquier medida.

Si se es coherente con lo indicado en apartados anteriores, cuando se clasificaron las componentes de la irradiación, directa, difusa y de albedo, se puede afirmar que es la directa la realmente representativa. Es sobre esta componente sobre la que se debe tomar las medidas necesarias para evitar cualquier tipo de sombra.

Así mismo, las componentes difusa y reflejada, son de difícil determinación, pero escasa importancia en cuanto a sombras. Sin embargo la directa, verdaderamente determinante, se reduce a la resolución de un problema geométrico, básicamente de proyecciones de geometría descriptiva.

Por todo ello y en función de la ubicación, tipo (fijo u orientable), así como su orientación (posición con respecto a su posición óptima), es necesario evaluar las sombras producidas por los elementos del entorno, así como las sombras producidas por los propios sistemas de captadores.

Existen para sistemas de captadores fijos, colocados en hileras, unas formulas sencillas para evitar el solapamiento, de los captadores, que son tremendamente prácticas, pero dado el objeto del presente trabajo, se puede estimar que con el desarrollo para cada punto geográfico y fecha seremos capaces de establecer estas distancias con mayor precisión y seguridad.

Existen métodos prácticos para evaluar las perdidas por sombras, muy similares entre ellos, como el del propio Código Técnico de Edificación (CTE) en el Documento Básico Ahorro de Energía DB-HE, no obstante tampoco son métodos sencillos, ya que es necesario introducir un importante número de datos.

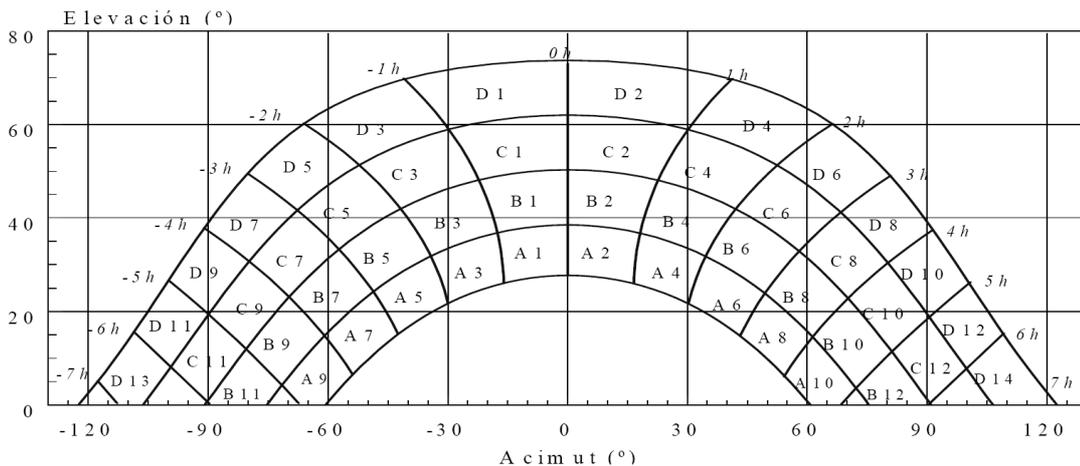


Ilustración 9: Diagrama Trayectorias de sol CTE DB HE

Cada una de las porciones representan el recorrido del sol en una hora en distintos, fechas del año. De esta manera cuando un obstáculo impida la irradiación en el panel se producirá una reducción en el número de horas anuales, de máximo rendimiento.

De esta manera mediante, las tablas adjuntas en el CTE, se puede establecer el total de perdidas, en función del sumatorio de horas de pico solar que el obstáculo impide que irradie sobre el panel.

La desventaja del sistema propuesto para el cálculo de sombras por el CTE es que tiene un carácter local y hay que modificar lógicamente en función de la latitud, no obstante este tipo de gráficos es más entendible.

En el desarrollo del cálculo que se popondrá, se podra continuar desarrollando y realizar mediante integración, tanto el total de horas captadas en cada hora y posición, cálculos de perdidas de sombras, que al final será también una resta de un sumatorio de horas de sombra.

Se vuelve a hacer incidencia en la importancia de la definición de hora de pico solar, ya que si consideramos que la captación se debe realizar en 3 horas, no es igual que si se se debe realizar la captación en 7horas, por lo que es evidente que al analizar las pérdidas se debe de hacer de manera distinta, y a que el "cono invertido" por decirlo de alguna manera sera menor.

6.9. Pérdidas en sistemas fijos por orientación e inclinación

La utilización de sistemas fijos o seguidores solares, es una cuestión discrecional de diseño. El proyectista compensa en un determinado momento, factores de eficiencia, coste, mantenimiento, etc, y determina que sistema es más óptimo para emplear, en cada ubicación.

De la misma manera, en determinadas ocasiones, cuestiones o condicionantes más determinantes del diseño, hacen que se imponga la orientación e inclinación de manera previa, aun sabiendo que no es la óptima.

Un ejemplo de lo indicado puede ser, el caso en que se quiere reponer un faldón de cubierta, por un panel fotovoltaico integrado en el mismo, realizando la cobertura. También pueden ser tejavanas de protecciones de vehículos o sistemas similares que se ubican mediante otros parámetros básicos y no los estrictamente óptimos, es lo que se denomina integración arquitectónica, en la que el panel fotovoltaico cumple la doble misión tanto de generación como la misión de cobertura o cerramiento.

En estos casos, lo que se hace es determinar el porcentaje de perdidas, con respecto a la orientación óptima, mediante métodos generalmente empíricos, que permiten evaluar la eficacia de la ubicación y determinar si son admisibles.

En la siguiente gráfica se puede evaluar a través de la inclinación, y mediante la latitud corrigiendo a 41º el porcentaje de perdidas por diferencia de implantación de su ubicación óptima a la proyectada, por las razones indicadas anteriormente.

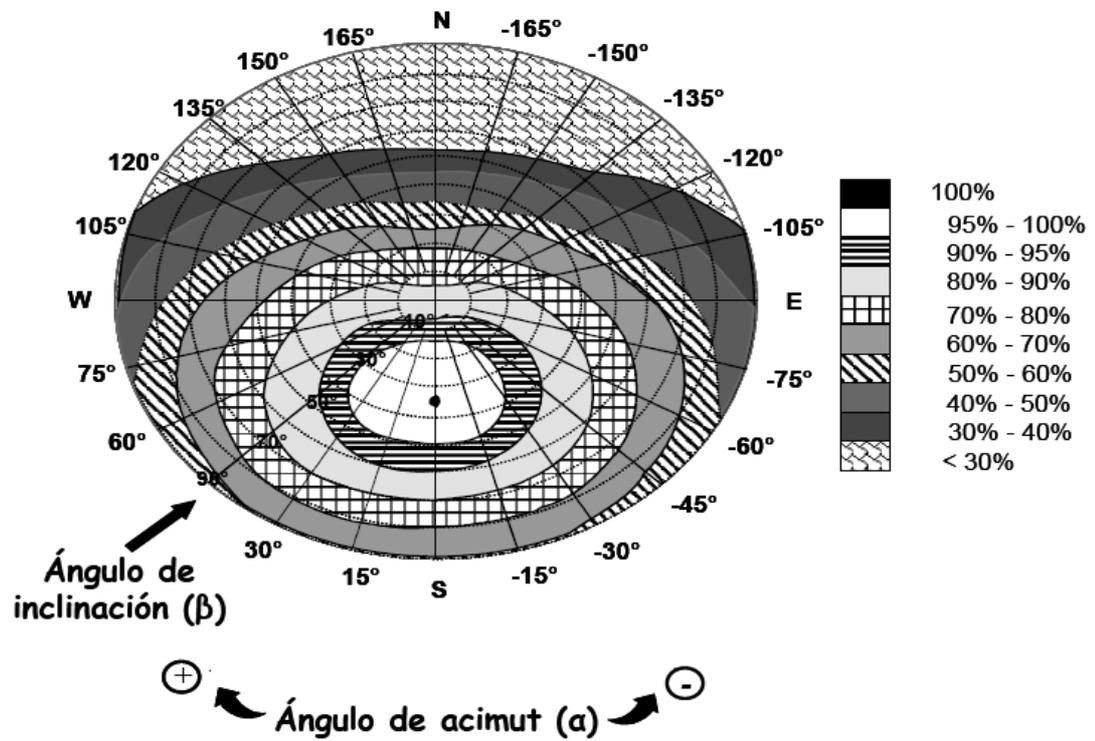


Ilustración 10: Pérdidas por orientación para Latitud de 41° CTE DB HE

7. APLICACIONES ENERGÉTICAS BASADAS EN LA RADIACIÓN SOLAR

En este apartado se pretende hacer un breve recorrido por distintos sistemas energéticos basados en radiación solar, pero a modo muy somero, sin entrar en profundidad, simplemente para enumerar conceptos, o elementos característicos de los diversos tipos de instalaciones.

Podemos realizar una clasificación de los sistemas:

- Sistemas Fotovoltaicos
 - Fotovoltaica conectada a la Red
 - Fotovoltaica aislada de la Red
 - Energía solar térmica

Se adjunta como anexo, un documento divulgativo que permite tomar contacto de manera muy interesante sobre las tecnologías relacionadas con la radiación solar. *Anexo III- Guía divulgativa de la Junta de Castilla y León Energía Solar.*

7.1. Sistemas fotovoltaicos

El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por un metal o fibra de carbono cuando se hace incidir sobre el una radiación electromagnética.

El efecto fotovoltaico fue descubierto por Heinrich Hertz en 1887, al observar que el arco que salta entre dos electrodos conectados a alta tensión, alcanza mayores distancias cuando se ilumina con luz ultravioleta, que cuando se deja en la oscuridad, aunque fue posteriormente Albert Einstein quien realizó la explicación teórica del fenómeno.

El efecto fotovoltaico es la base de la producción de energía por radiación solar y del aprovechamiento energético de la energía solar, aunque en los últimos tiempos están surgiendo muchas aplicaciones térmicas.

Básicamente las células fotovoltaicas consisten en dos capas de material semiconductor (Silicio), una capa de tipo n y otra de tipo p de mayor espesor, que por separado su comportamiento eléctrico es neutro, pero al realizar la unión se genera un campo eléctrico en su interior.

Previamente han sido dopados ambas capas la capa n por átomos de fósforo, y la capa p con átomos de boro (B).

De esta manera se produce flujo de electrones de la zona n a la zona p.

A su vez la zona n es la que esta expuesta a la radiación solar, y se aporta energía a los electrones, y se suma al campo generado por la unión PN. Dicho flujo de electrones si se conecta a una carga, se traduce en una corriente provocando una diferencia de potencial.

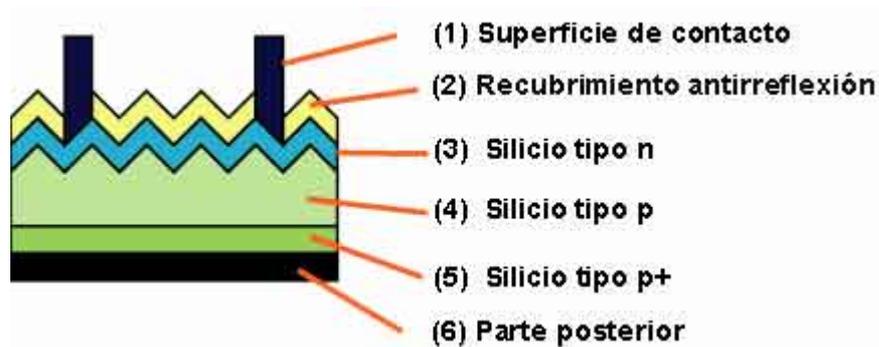


Ilustración 11: Celula Fotovoltaica de Wikipedia

El mercado de las células fotovoltaicas esta en constante evolución, y existen multitud de tipologías y clasificaciones, no obstante aquí solo se van a enumerar algunas de ellas.

- Silicio Monocristalinas
- Silicio Policristalinas.
- Silicio Amorfás.
- Arseniuro de Galio.
- Teluro de cadmio.

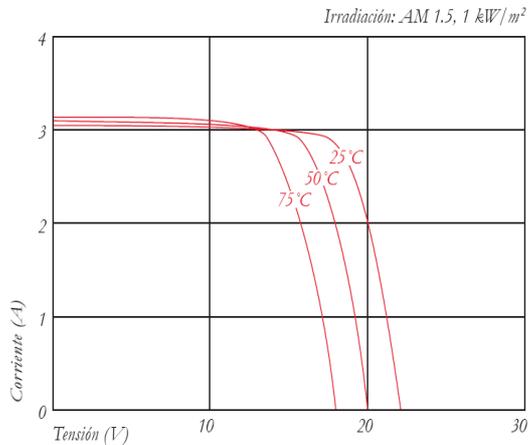
Las características de los paneles o células fotovoltaicas, están determinadas a través de sus gráficas de rendimiento normalizadas.

Las condiciones de medida estándar si no dice nada en contrario el fabricante son generalmente

Radiación	$G=1000W/m^2$
Temperatura	T25°C
Masa de aire	AM=1

CARACTERÍSTICAS ELÉCTRICAS

Curva característica de tensión y corriente a distintas temperaturas de la célula



Curva característica de tensión y corriente con distinta irradiación

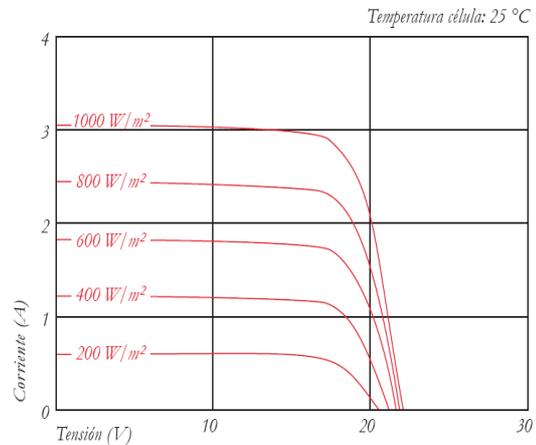


Ilustración 12: Características eléctricas panel KYOCERA KD50SE-1P

Se puede observar en la ilustración 12 como se produce una pérdida de rendimiento en el panel debido al incremento de temperatura.

Evidentemente es posible asociar los paneles tanto en serie como en paralelo, para poder multiplicar la tensión (En paralelo) o la intensidad (En serie), por el número de paneles.

7.2. Fotovoltaica conectada a la Red

Los sistemas fotovoltaicos conectados a la Red, son instalaciones diseñadas y ejecutadas para aportar electricidad a las redes generales de suministro.

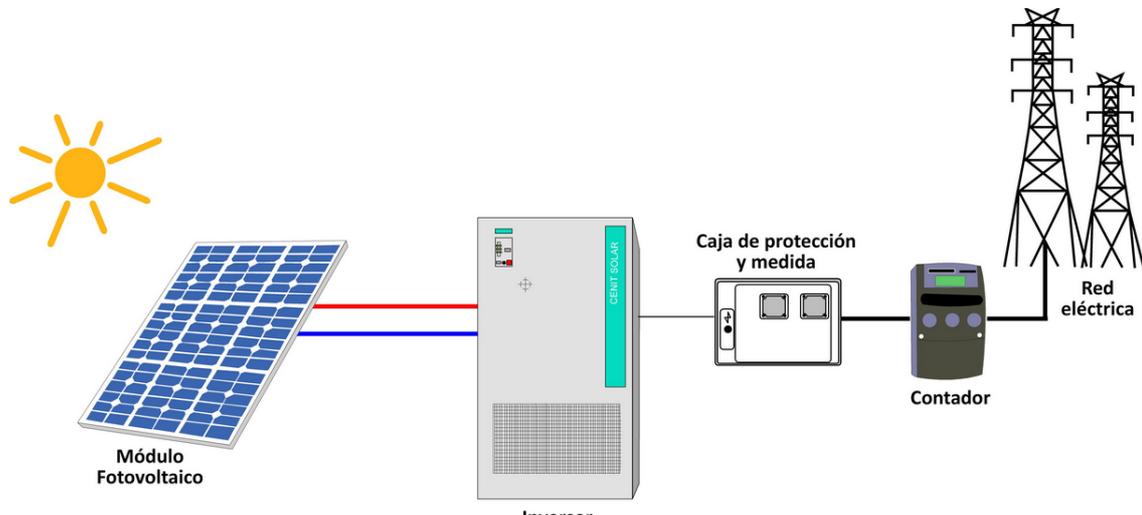


Ilustración 13: Sistema fotovoltaico conectado red Imagen www.cenitsolar.com

Existen tanto pequeñas instalaciones de carácter individual, así como grandes plantas de producción fotovoltaica o huertos solares de dimensión media, no obstante las características o elementos con los que cuenta en términos fundamentales son los mismos, aunque lógicamente en cuanto a características, son totalmente distintos.

Los elementos principales son:

-Módulos solares fotovoltaicos o generador.

Como ya se ha indicado anteriormente el módulo o panel fotovoltaico es el encargado de producir la electricidad en base a la radiación solar.

-Inversor

El inversor es un elemento fundamental dentro de las tecnologías de la energía fotovoltaica.

La misión principal del inversor es transformar la corriente continua producida por los paneles a corriente alterna de las mismas condiciones de voltaje, frecuencia, y acoplamiento de fase, que la del suministro eléctrico, ya que la finalidad última de esta instalación es aportar energía a la red.

Sobra indicar que existe una variedad inmensa de inversores, además de marcas comerciales, desde equipos de instalaciones individuales del orden de 12 -24 Voltios de corriente continua, a grandes plantas de producción que pueden tener tensiones de 100 a 750 voltios de continua, que requieren principalmente unas condiciones de seguridad, mucho más importantes en cuanto a sobre-intensidades y contactos indirectos.

-Cuadro de contadores

Tal y como se ha indicado en estos sistemas fotovoltaicos conectados a la red, la finalidad última es aportar y por lo tanto vender energía a un comprador, que en la mayoría de los casos debería ser la compañía de suministro eléctrico o algún otro organismo de gestión de la energía, por lo que será necesario sin duda, establecer unos elementos de medida homologados, que permita a ambas partes tomar establecer las relaciones económicas que proceda.

-Elementos de protección.

Es importante el uso de varios elementos de protección, ya sea para proteger la instalación generadora, la red de distribución o la instalación de consumo, o la del técnico o usuario.

Interruptor general manual.

Interruptor automático diferencial.

Interruptor automático de la interconexión.

Protección para la interconexión de máxima y mínima frecuencia y tensión.

Instalación toma de tierra independiente que no afecte a la red suministradora.

Las características de los sistemas fotovoltaicos conectados a la red, hacen que la viabilidad de la inversión venga determinada por el precio que es posible vender, la energía a la compañía suministradora u organismo público.

En la situación actual, en que la energía solar no es totalmente competitiva por si sola, es evidente que todos los cambios legislativos, tanto de las administraciones como de las compañías suministradoras de energía, así como la prima o subvención, determina de manera casi directa la expansión de estas tecnologías.

Como el objeto de este trabajo es un tema técnico más general no, se matizará ningún ejemplo de viabilidad económica, ya que sería efímero, debido a que los cambios en el sector son constantes.

No obstante esto cambiará cuando la energía fotovoltaica sea competitiva por si sola, que esto sucederá en un periodo no muy lejano.

7.3. Fotovoltaica aisladas de la Red

Existen muchas aplicaciones fotovoltaicas en sistemas aislados de red, de hecho esta circunstancia es una de las grandes ventajas de la energía solar, que es relativamente sencilla su utilización en puntos muy alejados de las redes de suministro eléctrico.

Como ejemplos de instalaciones fotovoltaicas aisladas de red podemos encontrar:

- *Electrificación rural:*
- *Electrificación de repetidores, balizas señalización marítima y vial.*
- *Electrificación autónoma de viviendas e industrias.*
- *Electrificación de grupos de bombeo y riego agrícola*
- *Iluminación vial.*

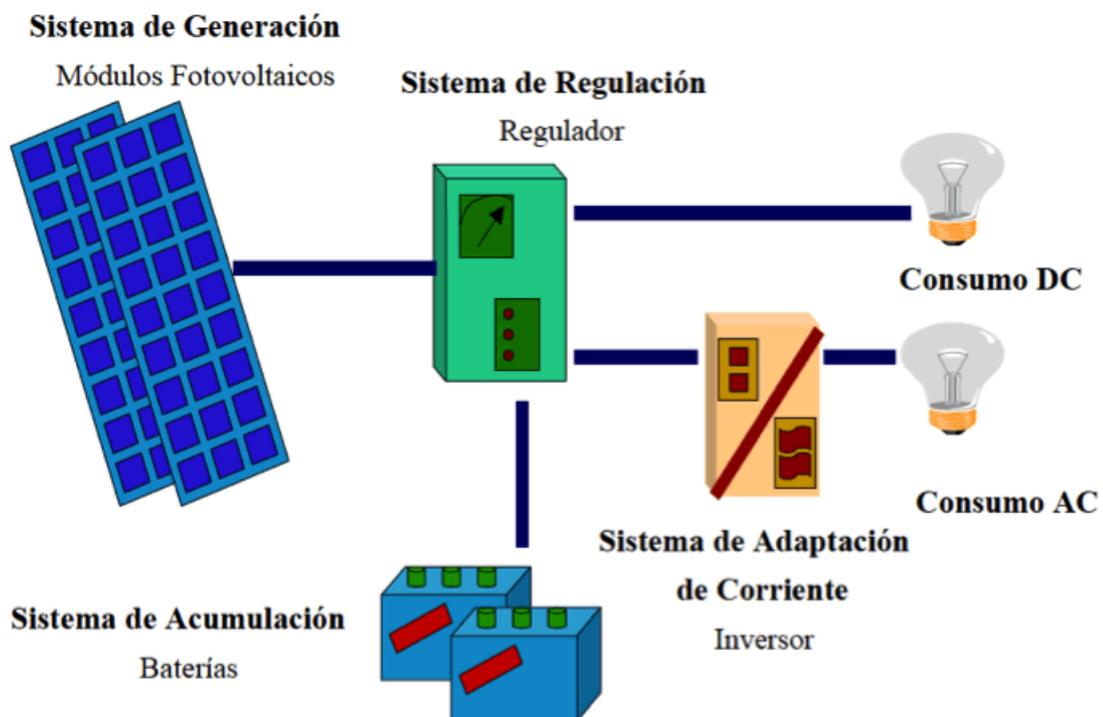


Ilustración 14: Sistema fotovoltaico aislado de red Imagen SunFields

Los elementos o componentes que caracterizan las instalaciones fotovoltaicas aisladas son los siguientes:

-Módulos solares fotovoltaicos o generador.

Son los encargados de transformar la radiación solar en energía eléctrica.

-Batería.

Es el elemento encargado de estabilizar el sistema cuando la aportación de la energía eléctrica es insuficiente o nula.

-Regulador.

Es el encargado del control de carga de las baterías, adaptando los ritmos de producción y consumo de la instalación.

-Convertidor o inversor

Es el elemento encargado de transformar la corriente continua en alterna, para los elementos de consumo que así lo necesiten. Es lo contrario a una fuente de alimentación.

-Suministro

El suministro lo constituye el conjunto de elementos que compone la carga de la instalación o elementos a alimentar, pueden estar compuestos tanto por elementos (DC) Corriente continua o (AC) Elementos de corriente Alterna.

Para el dimensionamiento de este tipo de instalaciones, se utilizan ya métodos totalmente distintos que la conectada a la red, porque hay que considerar una serie de pérdidas, así como un margen de seguridad, ya que existirán días, en los que no existe radiación solar, y esto debe de ser compensado con un aumento en la capacidad de las baterías.

Básicamente el cálculo de estas instalaciones comprende las siguientes fases:

- Cálculo de la carga a alimentar aplicándole un factor de seguridad, que determina una intensidad máxima diaria en función del voltaje de las baterías.
- Cálculo de un coeficiente que cuantifica conceptos como; auto-descarga de la batería , rendimiento de batería, rendimiento del convertidor; rendimiento del regulador, pérdidas por efecto joule , caídas de tensión, profundidad de descarga de baterías, y días de autonomía en la que la batería debe soportar la carga. Este valor dependerá de la ubicación del sistema y suele estimarse en 3-7 días.
- Cálculo del número de paneles solares necesarios en función de la intensidad diaria necesaria mayorada en el coeficiente descrito anteriormente, y en función de la intensidad máxima de cada panel su rendimiento y el número de horas de pico solar.

- Cálculo de la capacidad del acumulador.

Como se puede apreciar en el cálculo de estas instalaciones, es finalmente un cálculo o apuesta, sobre la autonomía de la misma, y que intervienen de manera relevante tanto la incidencia del número de horas de pico solar, así como factores climatológicos estadísticos.

7.4. Sistemas de energía solar térmica.

Los sistemas de energía solar térmica, se basan en la transmisión de la energía aportada por la radiación solar a un fluido, del que se puede realizar el aprovechamiento térmico.

Podemos clasificar los sistemas en:

- Sistemas de baja temperatura: para instalaciones en donde el fluido alcanza una temperatura inferior a 90º, es utilizada para usos residenciales.
- Sistemas de media temperatura: para instalaciones donde el flujo alcanza entre 80 y 250º, destinada principalmente a usos industriales.
- Energía solar térmica altas temperaturas: alcanza temperaturas superiores a los 250º, este tipo de instalaciones básicamente se utilizan en sistemas de concentración.

Existen multitud de aplicaciones, tanto en agua caliente sanitaria, así como calefacción, pero también empiezan a surgir nuevas tecnologías para producir energía eléctrica basadas en la concentración “Concentrating Solar Power” (CSP).

Estos sistemas básicamente están constituidos por colectores solares, que pueden ser conectados en paralelo (multiplicar caudal) o en serie (multiplicar temperatura), y que forman generalmente un circuito cerrado hasta un intercambiador, ya se bien mediante circulación natural o forzada, y se produce una transmisión de calorías a otro circuito ya sea de ACS o calefacción.

Realmente la aportación de la energía solar térmica es muy eficiente, en términos de calefacción y A.C.S., y se debe de ser potenciada donde sea posible.

No vamos a incidir más en los sistemas de energía solar térmica, ya que es muy diverso, existen infinidad de tecnologías de colectores solares, ya sea planos, tubo de vacío, etc. De la misma manera existen diferentes esquemas y equipos que se escapan ya del objeto de este trabajo.

No obstante, para el cálculo de las Horas de Pico Solar, así como los ángulos más recomendables de los sistemas fijos, es perfectamente valido y adecuado los planteamientos de orientación que se realizan.

7.5. Sistemas de concentración (CSP) Concentrating Solar Power.

Los sistemas de concentración no dejan de ser una variedad de energía solar térmica, no obstante debido a su relevancia merecen ser tratados de manera distinta.

El sistema consiste en una gran cantidad de espejos que siguen al sol, concentrando su energía (calor) en un punto. De esta manera, se genera vapor, que su vez impulsa una turbina.

Además este tipo de plantas pueden funcionar constantemente, ya que parte del calor puede ser almacenado en aceite, o sal derretida, para que la turbina siga funcionando de noche.

Los expertos consideran que en un plazo breve de 5-10 años se podrá competir con el gas natural.



*Ilustración 15: Planta CSP de torre Abengoa Sevilla España Imagen
www.energiaycambioclimatico.com*

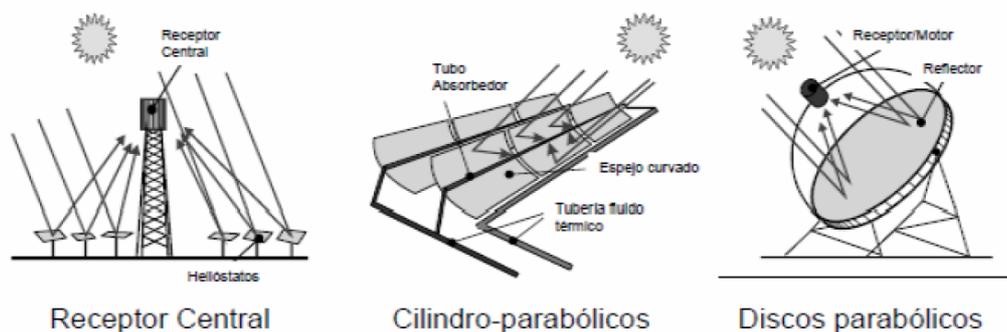


Ilustración 16: Concentrador solar Imagen www.ewind.es

Actualmente esta tecnología está en desarrollo y la desventaja fundamental está ahora mismo en el precio, no obstante existen otros tipos de ventajas como la de poder integrarse con las plantas térmicas de tal manera que se sustituya el fluido.

Existen diversas tecnologías tras la denominación CSP de las que las más importantes son cuatro:

- Colectores cilíndrico parabólicos
- Sistemas de receptor central de torre
- discos parabólicos
- Hornos solares.



*Ilustración 17: Configuraciones habituales sistemas de concentración solar Imagen
www.energiaycambioclimatico.com*

7.6. Seguidores solares y sus elementos de mando.

En los sistemas fotovoltaicos, en los que es posible aumentar los rendimientos del panel en un orden del 40%, mediante la utilización de seguidores solares.



Ilustración 18: Seguidor de tecnología High-concentration ISOFOTON

En los nuevos sistemas de concentración, el seguidor solar cobra especial relevancia, ya que en este caso no es una opción sino una necesidad.

Los seguidores más extendidos son los de dos ejes, que permiten aprovechar la mayor cantidad de energía radiada.

Existe una infinidad de seguidores solares, en función de sus marcas comerciales.

Pueden ser de un eje (inclinación) o de dos ejes (acimut e inclinación).

En el Anexo V *Documentación de interés de fabricantes*, aparecen varios ejemplos de seguidores de dos ejes.

Es importante indicar que existen distintos tipos de control, unos basados únicamente en la lectura de los aparatos de medida, y otros en los que tiene una posición teórica modelizada, y luego se ajusta en función de las medidas, mediante la maniobra de un autómata programable PLC, por ello se diferencian:

- Lazo cerrado el seguidor solar calcula la posición en función de las mediciones del instrumental. Autómata sencillo.

- El control en lazo abierto, se realizan los cálculos trigonométricos, obteniendo el Azimut y la Altura del Sol en cada instante. Se necesita saber, la longitud, latitud, (TU). Se pueden obtener precisiones hasta de 1". Requiere autómatas más sofisticados.

- Control mixto, en el que se combina la orientación teórica y la medida de campo.

Como elementos de medida, se pueden emplear pequeñas células o módulos fotovoltaicos para hacer la medida, o equipos específicos de medida como son Pyranómetros, Albedómetros, etc. En el anexo V *Documentación comercial de interés*, destaca KIPP&ZONEN que tiene una gran variedad de instrumental de medida.



Ilustración 19: Pyranometro KippZonen

8. ANÁLISIS SOCIO-ECONÓMICO DE LA ENERGÍA SOLAR.

8.1. Presente y futuro del sistema de la energía solar.

El sector de la energía solar, tanto foto-térmica, como la fotovoltaica esta en continuo desarrollo, ya que aún es un sector joven, que va madurando poco a poco.

Aunque ha existido un gran desarrollo de la energía solar, aún esta en unos niveles de coste de producción superiores a otro tipo de energías. Esto hace que la energía solar solo sea viable, junto a la aplicación de medidas económicas de apoyo, o las llamadas primas energéticas. Esta situación hace que existan situaciones, realmente singulares, en la que los metros cuadrados de instalación fotovoltaica anuales, dependen en su mayor parte, por no decir casi exclusivamente, de las políticas de los estados, o distintas administraciones en esta materia.

El sector no tiene un crecimiento equilibrado lógico y sostenido, a menudo se destinan recursos donde menos falta hace, y donde menos eficientes son, simplemente porque allí todavía existe ayudas sin agotar, esta concedida la subvención, u otros elementos territoriales.

Actualmente, si bien tienen un elevado coste, la energía foto-térmica y fotovoltaica, tienen otras diversas ventajas, que hacen pensar que tienen un futuro prometedor, pero dentro de una realidad de energía alternativa y complementaria a otras.

Estas ventajas principalmente son:

- Su carácter renovable y la no emisión de CO₂ a la atmósfera, aunque si se quiere ser realista en esto, debe sumarse también el CO₂ que se produce en la fabricación de los mismos.
- La característica de no contaminante ni peligrosa.
- La relativa sencillez y posibilidad de producción a gran y pequeña escala.
- La previsible evolución que debe realizar la misma en todos sus componentes, Paneles, colectores, soportes, inversores y equipos eléctricos y térmicos.
- Su carácter extraordinario de generación en puntos aislados es decir en instalaciones no conectadas a la red.

La gran dependencia de las primas comentada anteriormente, hacen por ejemplo, que tras años de una actividad muy importante en el sector solar español, actualmente, debido a la inestabilidad y recortes en las mismas, produzca que no se instale potencia, mientras, que en el exterior, (principalmente Europa, Estados Unidos y Australia) si existen fuertes inversiones en el área.

Existen motivos para el optimismo, por ejemplo en los últimos 36 meses el coste de los paneles fotovoltaicos se ha reducido en un 75%. Existen informes especializados, como por ejemplo el publicado en Mayo del 2012, por la consultora multinacional Bloomberg

denominado "[Reconsiderando las claves económicas de la energía fotovoltaica](#)" que hacen soñar con una energía solar, realmente competitiva, que en algún momento pueda rivalizar con otras electricidades "sucias", sin ayuda de prima ninguna.

Actualmente se está produciendo una revolución, principalmente en el sector fotovoltaico, debido a un descenso importante en los costes de los mismos, pero también, en las primas, por lo que se está produciendo sobre todo en el mercado español, una doble situación en la que por un lado están entrando en bancarrota instalaciones ya ejecutadas, hace años, que no son capaces de afrontar la carga financiera de sus inversiones, y simultáneamente sobre el papel se abren oportunidades de competitividad en el mercado.

Se adjunta en el anexo IV, dada su relevancia el citado informe, que sugiere un futuro esperanzador para las tecnologías fotovoltaicas.

8.2. Futuro profesional para la topografía y geodesia, en relación a radiación solar.

Para el estudio de las implantaciones de plantas solares, o elementos relacionados, es fundamental, las técnicas de topografía y geodesia. Así mismo, la integración de conocimientos de GPS, orientaciones, radiación solar, cálculos geométricos y trigonométricos, posiciona a los técnicos en topografía, en un lugar privilegiado frente a otras titulaciones, y profesionales.

Destaca el artículo, de DELGADO, Ruperta y MADRID, Francisco denominado *Las plantas fotovoltaicas un nuevo nicho de empleo* y Publicado en *Topografía y Cartografía* en su número de noviembre-diciembre de 2008, en el que se detalla, las áreas en las que se prescribe la intervención de un técnico en topografía.

Tales áreas como:

- Estudio de la ubicación.
- Cálculos de sombras.
- Cálculos trigonométricos de posición solar.
- Integración de GPS y reloj de este.
- Aplicación de Infraestructuras de Datos Espaciales (IDE)
- Herramientas GIS.

9. EL SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL – GLOBAL POSITION SYSTEM.

9.1. Ancestros del Sistema de Posicionamiento Global

El sistema de posicionamiento global (GPS), ha supuesto un avance determinante en el área de la localización geográfica, y geodesia.

El hombre, desde el inicio de los tiempos, se ha situado y orientado dentro de la superficie terrestre, a través de diferencias elementos situados en la propia superficie, o de referencias diversas, tanto locales, así como de la observación de los astros.

La constante observación, extremadamente rigurosa y sistemática, del sol y de los demás astros, generación tras generación, ha dado lugar a ciencias específicas, calendarios y religiones.

El hombre en su transformación de nómada a sedentario, en su proceso de cambio a una sociedad agrícola, aprendió a identificar las estaciones y relacionar éstas con la posición de los astros.

No obstante este proceso ha sido tremendamente lento debido, a su origen, a través de la observación, en la que ha habido numerosas dificultades, tanto en medios para proceder a la misma, así como en la dificultad de asimilar o comprender los resultados obtenidos, por no decir ya contradicciones culturales, como pueden ser las líneas generales, teorías, que han mantenido las principales religiones a lo largo de los tiempos.

Gracias a toda la experiencia de nuestros ancestros, en muchos casos traumática, así como la testarudez y determinación, de ciertos individuos, que motivados por un afán de observar, comprender, documentar y transmitir sus conocimientos, ha sido posible ir descifrando, la naturaleza de los fenómenos, su predicción, así como cuantificar y parametrizar los mismos.

Por ello, es necesario indicar que el desarrollo del sistema GPS, no sería posible, sin duda, sin el paso a paso, que ha ido dando la ciencia a lo largo de la historia.

El estudio de la historia de los avances científicos en todas las áreas de la ciencia, es extremadamente interesante.

Haciendo un esfuerzo mental, poniéndose en situación de aquellos hombres, con los medios que disponían, e hipótesis que manejaban, una persona cualquiera actual, puede disfrutar enormemente, el ir comprendiendo cada paso que ha dado la ciencia, cuales fueron los motivos, que potenciaron el estudio del fenómeno, cuales fueron las dificultades, y como todos aquellos hombres fueron capaces de superarlas.

9.2. La necesidad, utilidad y origen del GPS

Una vez cartografiada, toda la superficie terrestre, y correctamente representada, en cualquiera de los sistemas de representación, es posible situar cualquier punto en la misma, con distintos grados de precisión.

De esta manera, identificando el mismo elemento en la realidad y en la representación, así como trasladando distancias, con los medios o equipos adecuados, es posible conocer la ubicación geográfica de un emplazamiento, o también replantear unas coordenadas físicamente en el terreno.

De igual modo en cuanto a navegación se han utilizado sistemas:

- Con referencias exteriores, como pueden ser las rutas basadas en el paisaje o en elementos naturales o artificiales identificables, utilización de los astros celestes, o radio-navegación basada en la emisión de radiofrecuencia desde fuentes conocidas.
- Sin referencias externas, sistemas básicamente acumulativos que basados en la posición inicial, el tiempo, y algún parámetro intermedio calcula la posición. “Dead-reckoning” calcula la posición en función de un indicador de rumbo un medidor de velocidad. Esta técnica se ha utilizado en navegación marítima durante siglos. Por otro lado la navegación inercial INS, basada en las leyes de Newton del movimiento, conocida la posición, velocidad y postura iniciales se miden las velocidades angulares y las aceleraciones para determinar la nueva posición.

No obstante, aunque las ciencias tradicionales como la geodesia, cartografía y topografía, así como las técnicas de navegación, son tremendamente importantes en esta área, no cubren todas las necesidades o requerimientos de los nuevos tiempos, como por ejemplo alguna de las siguientes circunstancias:

- Se necesitan sistemas automáticos que prescindan de la interpretación humana, y que sean integrables, con las nuevas tecnologías.
- Se necesitan sistemas que trabajen “en tiempo real”, con alta precisión.
- Los sistemas no deben verse afectados, si es de día o de noche.
- No deben verse influidos por los agentes atmosféricos o visibilidad.
- Deben de tener un carácter global, y deben de funcionar correctamente, en cualquier ubicación de la superficie terrestre, de modo continuo y sin verse afectada su operatividad, bajo cualquier fenómeno atmosférico.

- La necesidad de corregir de forma efectiva, y automática los importantes errores acumulativos de los sistemas de navegación inercial INS.
- También y no menos importante, es que no debe depender de referencias terrestres que puedan verse afectadas, por la acción del hombre.

Si se analizan las necesidades descritas anteriormente, casi de modo directo se piensa “en voz alta” en usos militares y de hecho, así ha sido. Aunque pensemos que es la iniciativa científica, la sociedad o la empresa, la que debe impulsar los avances, como siempre son los usos militares, los que han impulsado grandes avances tecnológicos, especialmente en esta área.

De esta manera, en las anteriores décadas, y la confrontación de bloques mundial, han sido las que realmente potenciaron el Sistema de Posicionamiento Global, que posteriormente ha tenido infinidad de aplicaciones civiles, pero que no debemos olvidar que su origen es militar.

Actualmente el GPS tiene, un uso intensivo civil, no obstante tiene todavía un peso específico militar extraordinario, sobre todo debido a la nueva realidad de los aviones no tripulados “Drones”, utilizados tanto para espionaje, así como para propias operaciones militares. Se está configurando una nueva etapa, que ya se esta definiendo como “la guerra por control remoto”.

9.3. Sistemas globales de navegación por satélite GNSS

Sin entrar en profundidad indicar que los Sistemas de Navegación Global actualmente existen:

NAVSTAR-GPS -- Global Positioning System -- Departamento de defensa de Estados Unidos -- 24 satélites en 6 órbitas (actualmente mejorado a 27 satélites)

GLONASS -- Global Orbiting Navigation Satellite System --Unión Soviética mantenido por República Rusa – 24 satélites en 3 Órbitas

GALILEO – Proyecto financiado por la Unión Europea actualmente en desarrollo.

BEIDOU – La República Popular de China esta desarrollando su sistema, y prevé colocar 30 satélites.

Existen otros sistemas basados en estos últimos que combinando satélites de diferentes sistemas, así como apoyado por una red terrestre de señales de apoyo, son capaces de aumentar la precisión y disminuir de manera relevante el error. Son los denominados sistemas de realidad aumentada GNSS o de aumentación.

EEUU >>> WAAS	Europa >>> EGNOS	Japón >>> MSAS	(Operativos)
India >>> GAGAN	China >>> SNAS	Latinoamérica >>> SACCSA	(En desarrollo)

9.4. Elementos que componen el GPS

El usuario moderno del GPS, al haberse producido una generalización de su uso, tanto de los receptores, como de los dispositivos Smartphone, tiene unos conocimientos, básicos o nulos, en cuanto al Sistema Global de Posicionamiento. Además así debe ser, ya que los diseños robustos y desarrollos así deben de considerar al usuario, para que los productos sean prácticos y extensibles.

De hecho el usuario, sabe que "eso del GPS" tiene que ver con satélites "que andan por ahí orbitando", y que de alguna manera localiza algunos, y posiciona, pero se desconoce, si el receptor mide ángulos o se comunica con los satélites etc...

El conocimientos de las generalidades del GPS, siempre permitirá al usuario, o al profesional, evitar cometer ciertos errores, de carácter burdo, que pueden ser solucionados con procedimientos sencillos o practicas muy intuitivas, si se conoce básicamente como funciona el sistema completo.

Tecnológicamente el GPS es un logro importante del ser humano, que ha sido capaz de imaginar, diseñar, poner en marcha, y mantener estos sistemas, que desde luego, no ha sido ni sencillo, ni barato, ni exento de dificultades, pero que con el tiempo y sobre todo con los últimos desarrollos y aplicaciones que utilizan miles de millones de personas, casi hasta parece "barato" y lógico que tenga que existir.

Ya entrando a describir someramente los elementos del GPS u otro GNSS, podemos diferenciar claramente tres partes o segmentos:

- Segmento espacial

Es la base del sistema, lo componen los satélites que orbitan ordenadamente alrededor de la tierra.

Estos satélites conforman una red que emite una señal de radiofrecuencia totalmente sincronizada, y que permite recepcionarla en cualquier instante y en cualquier ubicación de la tierra.

Aunque comúnmente se suele indicar "visibles 4 satélites", lo correcto es decir "recepcionable la señal directa", ya que este término genera algún error conceptual, ya que el receptor GPS es lo que hace recepcionar y no visualizar los satélites.

Se indican a continuación algunas características del Sistema GPS, del Departamento

de Defensa de EEUU, por ser el más extendido.

Órbitas GPS

24 Satélites activos mínimos aunque actualmente existen más hasta 31 y otros 3 o 4 de reserva

6 órbitas 4 satélite en cada órbita

Las órbitas están inclinadas un ángulo de 55° respecto al ecuador y están separadas entre si múltiplos de 60 grados de ascensión recta.

Las órbitas no son geoestacionarias y son aproximadamente circulares, con un radio de 26560 km y periodos orbitales de medio día sidéreo (11.967h)

Señales GPS

L1 de frecuencia 1575.42 Mhz

L2 de frecuencia 1227.6 Mhz

Niveles de servicio

PPS precise-positioning service (Usuarios autorizados)

SPS standar-positioning service

Es importante recordar el origen militar del GPS, y aunque en principio no se utiliza, el propietario del sistema, tiene la capacidad de distorsionar el sistema, codificando la señal buena para su uso e introduciendo un error arbitrario en el resto de señales a través de la (disponibilidad selectiva)

- Segmento de control

El segmento de control lo conforma una red terrestre de estaciones de control, monitorización y antenas, que parametrizan la posición y siguen las señales emitidas de los satélites, ajustan las órbitas, y cargan o modifican las efemérides que posteriormente envían los satélites.

Segmento

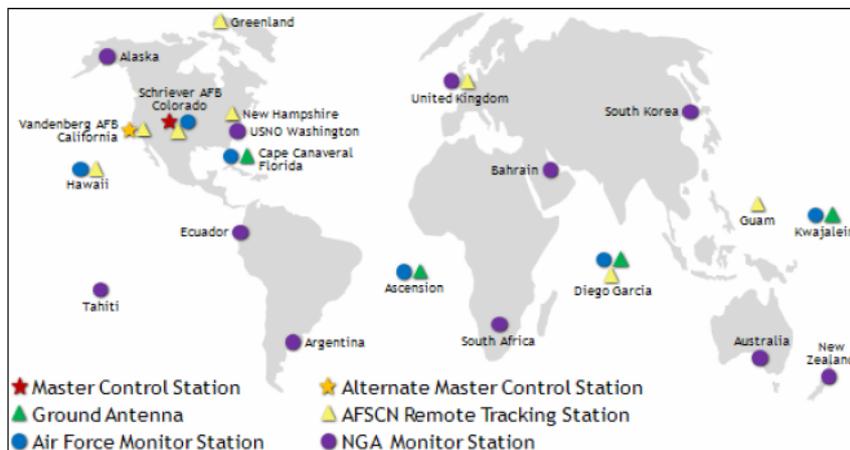


Figura 4: Segmento de control GPS: estación de control principal (★); estación de control principal alternativa (★); antenas terrestres (▲); estaciones de seguimiento de la AFSCN (▲); estaciones de monitorización de la Fuerza Aérea (●); estaciones de monitorización NGA (●).

Ilustración 20: Segmento terrestre GPS Imagen Apuntes Posicionamiento y Navegación

- Segmento de usuario.

Lo componen los receptores GPS que reciben la señal emitida por los satélites, en la que se incluye información de la posición de este, velocidad, y demás datos que componen las efemérides.

Al ser el receptor solo eso, receptor, y la señal emitida por los satélites la misma, es evidente que se puede dar servicio, a un número ilimitado de usuarios, y no existen las limitaciones que se producen en comunicaciones bidireccionales vía satélite, en que los recursos son limitados.

La labor del receptor básicamente es recibir la señal de al menos 4 satélites, y resolver cual es la mejor solución, con el error cuadrático mínimo, de un sistema de ecuaciones lineales que se establecen entre los datos aportados por los satélites y la posición relativa de estos y del receptor.

9.5. Fundamentos del sistema de navegación global GPS

El fundamento del sistema de navegación global se basa en dos propiedades fundamentales, derivadas de la señal que pueden emitir los satélites GPS.

Por un lado permite mediante pulsos reconocibles para el receptor, enviar una señal en la que

se indique el instante en el que ha sido enviado, y que el receptor, pueda a su vez reconocer la misma, medir cuanto ha tardado, y aplicando la velocidad de la luz (constante) pueda obtener la distancia entre el satélite en el momento que envió la señal y el receptor.

La segunda de ellas, es que en esa señal se pueda emitir codificada, la posición inequívoca del satélite en el espacio, en el instante que se inicia la transmisión, a través de la transmisión de los 6 parámetros Keplerianos, además de elementos de corrección.

- a semieje mayor de la elipse
- e excentricidad
- i inclinación de la órbita
- Ω ascensión recta del nodo ascendente
- ω argumento del perigeo
- v anomalía verdadera

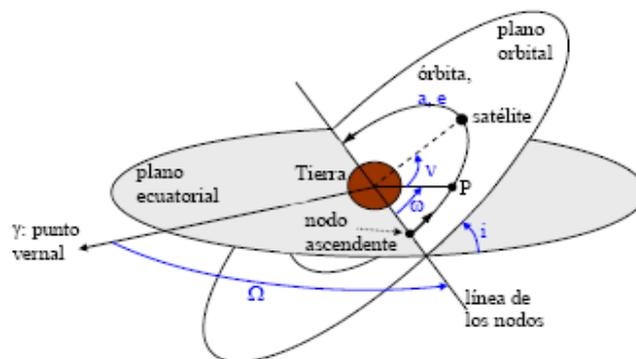


Ilustración 21: Parámetros Keplerianos Figura Apuntes
Posicionamiento y Navegación

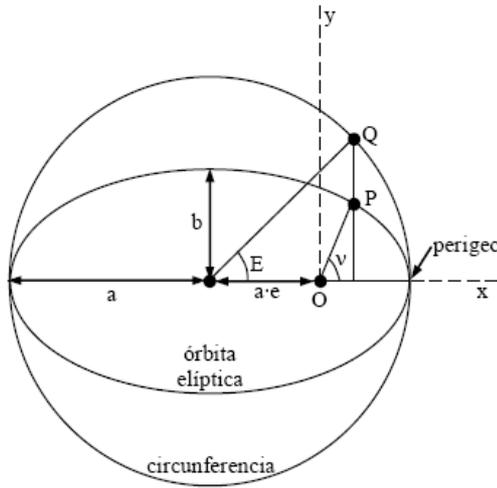
Los parámetros que relacionan la órbita elíptica en que la tierra esta en uno de los focos, y una hipotética órbita circular, son conceptos como la anomalía verdadera y la anomalía excéntrica.

Así con ayuda de la ecuación de Kepler pueden ser transformadas a un sistema de coordenadas rectangulares X,Y en el plano de la órbita.

$$\boxed{M = E - e \operatorname{sen} E} \quad (9.1)$$

$$M = n(t - t_0) \quad (9.2)$$

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2} \quad (9.3)$$



$$\begin{cases} x = a(\cos E - e) \\ y = b \operatorname{sen} E = a\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen} E \end{cases} \quad (9.4)$$

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (9.5)$$

Ilustración 22: Relación Anomalía Média, Excéntrica

$$\begin{aligned} X_s &= r \cos(v + \omega) \cos \Omega - r \operatorname{sen}(v + \omega) \cos i \operatorname{sen} \Omega \\ Y_s &= r \cos(v + \omega) \operatorname{sen} \Omega + r \operatorname{sen}(v + \omega) \cos i \cos \Omega \\ Z_s &= r \operatorname{sen}(v + \omega) \operatorname{sen} i \end{aligned} \quad (9.6)$$

Se obtienen las coordenadas en el sistema ECEF.

Posteriormente mediante la utilización de al menos 4 satélites es posible resolver la posición del receptor a través de la resolución de las pseudodistancias.

$$\rho = c (t_r - t_s) = c [(t_r \text{ GPS} + \Delta r) - (t_s \text{ GPS} + \Delta s)] = c (t_r \text{ GPS} - t_s \text{ GPS}) + c \Delta r - c \Delta s \quad (9.7)$$

c velocidad de la luz constante

t_r tiempo real receptor

t_{sv} tiempo real satélite

t_r GPS = tiempo receptor GPS

Δ_r el bias o desfase del receptor

Δt_{sv} el bias o desfase del satellite

En definitiva la ecuación de la pseudodistancia en función de la distancia real $p=R + c \Delta_r + c \Delta_r$.

Si se denomina (X,Y,Z) las coordenadas del satélite y (x,y,z) las coordenadas del receptor, la pseudodistancia se puede indicar como:

$$\rho = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2} + c\Delta t_r - c\Delta t_{sv}$$

(9.8)

En las efemérides del satélite va incluido el bias del satélite a través de los coeficientes de un polinomio que modeliza el comportamiento de este bias, por lo tanto tenemos 4 incógnitas, las coordenadas (x,y,z) del receptor y el bias del receptor. Es evidente que necesitaremos al menos 4 ecuaciones para resolver el sistema, lo que hará necesario al menos la lectura de 4 satélites.

Plantamos las ecuaciones de las pseudodistancias correspondientes a varios satélites e incluimos las fuentes de error , que afectan a la señal.

$$\begin{aligned} \rho^1 &= \sqrt{(X^1-x)^2 + (Y^1-y)^2 + (Z^1-z)^2} + c\Delta t_r - c\Delta t_{sv}^1 + c\Delta t_a^1 + SA^1 + E^1 + MP^1 + \eta^1 \\ \rho^2 &= \sqrt{(X^2-x)^2 + (Y^2-y)^2 + (Z^2-z)^2} + c\Delta t_r - c\Delta t_{sv}^2 + c\Delta t_a^2 + SA^2 + E^2 + MP^2 + \eta^2 \\ \rho^3 &= \sqrt{(X^3-x)^2 + (Y^3-y)^2 + (Z^3-z)^2} + c\Delta t_r - c\Delta t_{sv}^3 + c\Delta t_a^3 + SA^3 + E^3 + MP^3 + \eta^3 \\ \rho^4 &= \sqrt{(X^4-x)^2 + (Y^4-y)^2 + (Z^4-z)^2} + c\Delta t_r - c\Delta t_{sv}^4 + c\Delta t_a^4 + SA^4 + E^4 + MP^4 + \eta^4 \end{aligned}$$

(9.9)

Δt_r el bias del reloj del receptor incógnita.

Δt_{sv}^i el bias del reloj del satélite i.

Δt_a^i es el error atmosférico de la señal procedente del satélite i.

SA^i es el error debido a la disponibilidad selectiva

E^i es el error asociado a las efemérides

MP^i es el error por camino múltiple

η^i es el error debido al ruido del receptor

Si agrupamos los términos de error de la siguiente manera:

$$X^i = c \Delta t_{sv}^i + \Delta t_a^i + S a^i + E^i + MP^i + \eta^i$$

Este será el error relacionado con la señal de cada satélite, luego las ecuaciones quedarían en la forma:

$$\rho^i(\mathbf{x}) = \sqrt{(X^i - x)^2 + (Y^i - y)^2 + (Z^i - z)^2} + c\Delta t_r + \chi^i = R^i(\mathbf{x}) + c\Delta t_r + \chi^i \quad (9.10)$$

Podremos resolver estas ecuaciones haciendo que la suma al cuadrado de todos los errores sea mínima, por lo que es posible posicionar con ese error.

Este ajuste regresivo se obtiene desarrollando la serie de Taylor en torno al punto de linealización X_0 .

Las 4 ecuaciones de la pseudodistancia serán las siguientes:

$$\delta \rho = \rho(\mathbf{x}) - R(\mathbf{x}_0) = \begin{pmatrix} \rho^1(\mathbf{x}) - R^1(\mathbf{x}_0) \\ \rho^2(\mathbf{x}) - R^2(\mathbf{x}_0) \\ \rho^3(\mathbf{x}) - R^3(\mathbf{x}_0) \\ \rho^4(\mathbf{x}) - R^4(\mathbf{x}_0) \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} (x - x_0) \\ (y - y_0) \\ (z - z_0) \\ c\Delta t_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \chi^2 \\ \chi^3 \\ \chi^4 \end{pmatrix} + \text{tos} \quad (9.12)$$

$$\rho^i(\mathbf{x}) = R^i(\mathbf{x}_0) + \left. \frac{\partial R^i}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \left. \frac{\partial R^i}{\partial y} \right|_{x_0} (y - y_0) + \left. \frac{\partial R^i}{\partial z} \right|_{x_0} (z - z_0) + \text{tos} + c\Delta t_r + \chi^i \quad (9.11)$$

Siendo H

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial R^1}{\partial x} & \frac{\partial R^1}{\partial y} & \frac{\partial R^1}{\partial z} & 1 \\ \frac{\partial R^2}{\partial x} & \frac{\partial R^2}{\partial y} & \frac{\partial R^2}{\partial z} & 1 \\ \frac{\partial R^3}{\partial x} & \frac{\partial R^3}{\partial y} & \frac{\partial R^3}{\partial z} & 1 \\ \frac{\partial R^4}{\partial x} & \frac{\partial R^4}{\partial y} & \frac{\partial R^4}{\partial z} & 1 \end{pmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)} \quad (9.13)$$

$$\delta \rho = H \cdot \delta x + \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \chi^2 \\ \chi^3 \\ \chi^4 \end{pmatrix} + \text{tos} \quad (9.13)$$

$$\delta x = \begin{pmatrix} (x - x_0) \\ (y - y_0) \\ (z - z_0) \\ c\Delta t_r \end{pmatrix} \quad (9.14)$$

Luego la solución de las coordenadas del receptor

$$\delta x = H^{-1} \cdot \delta \rho - H^{-1} \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \chi^2 \\ \chi^3 \\ \chi^4 \end{pmatrix} + \text{tos} \quad (9.16)$$

Siendo la respectivamente la solución y el error:

$$\delta x = H^{-1} \cdot \delta \rho \quad (9.17)$$

$$H^{-1} \begin{pmatrix} \chi^1 \\ \chi^2 \\ \chi^3 \\ \chi^4 \end{pmatrix} + \text{tos} \quad (9.18)$$

El error tos se podrá ir reduciendo por interacción, mientras que el error χ^i de cada transmisión, solo se podrá reducir mediante la integración de datos con otras técnicas, que se indicarán más adelante.

9.6. Reducción del error GPS, técnicas diferenciales, y realidad aumentada GNSS.

Se han enumerado anteriormente las fuentes de error que se producen en el posicionamiento, de manera autónoma con la señal de 4 satélites, y se procederá a describir someramente la naturaleza de estos errores, y la posibilidad de minimizarlos o de eliminar completamente.

Δt_r , el bias del reloj del receptor incógnita.

El bias del receptor es el desfase con respecto al tiempo real GPS del receptor, con lo cual ese desfase de tiempo se transforma en un desfase en la distancia medida.

La manera más efectiva de minimizar este error, es la utilización de una señal de apoyo desde una ubicación conocida “base line”, que se combina con las ecuaciones de las pseudodistancias, y que de esta manera es posible resolver las incógnitas relativas al receptor, ya que es viable suponer que los errores debido a los conceptos del satélite, son similares para dos ubicaciones relativamente próximas.

También se puede aumentar la precisión de la medición con el GPS diferencial, de manera autónoma en la que al aumentar el número de ecuaciones, es posible resolver en mejores condiciones las mismas.

Δt_{sv}^i es el bias del reloj del satélite i .

El error debido al bias del satélite, es uno de los errores asociados a cada uno de los satélites, y que será distinto para cada una de las pseudodistancias.

De igual manera la manera más efectiva de resolverlo es mediante una señal de apoyo desde una posición conocida, aunque también se reduce con el uso de GPS diferencial.

Δt_a^i es el error atmosférico de la señal procedente del satélite i .

El error atmosférico, se va a separar básicamente en troposfera e ionosfera. Realmente existe una teoría muy desarrollada para el análisis de estos errores, pero solo se quiere enumerar las características principales.

El error o retraso debido a la capa de la troposfera, es realmente el debido a todos los componentes meteorológicos, agua etc.

El retraso ionosférico se produce debido a que la radiación solar, ioniza esta capa de la atmósfera, lo que perjudica o retrasa a la señal del satélite. Este fenómeno, va relacionado inversamente con la frecuencia de la señal, y también se ve afectado por el ángulo de incidencia, por lo que, para garantizar que se atravesase, es necesario que la señal portadora emitida por el satélite, sea de alta frecuencia, ya que de otro modo rebotaría en la ionosfera, y no la atravesaría.

Este retraso varía entre el día y la noche, ya que por la noche al no existir radiación solar, rápidamente dejada de estar ionizada esta capa de la atmósfera.

De igual manera que en anteriores casos, la manera de reducir el error es mediante la realidad aumentada, o técnicas diferenciales, aunque existen receptores que son capaces de procesar dos frecuencias, y en este caso es posible calcular este error.

SA^i es el error debido a la disponibilidad selectiva

Se debe recordar la naturaleza militar del sistema GPS, y aunque actualmente no está activado, podría serlo de tal manera que se transmitieran unas efemérides erróneas, o se variara el reloj del satélite. Deberá ser tratado como un error individual de cada satélite.

E^i es el error asociado a las efemérides

Son pequeños errores en las efemérides que han sido cargados en los satélites, desde las estaciones de control. El tratamiento es el mismo que el asociado a cada uno de los satélites.

MP^i es el error por camino múltiple

El error por camino múltiple se produce cuando la señal no llega directamente, al receptor por el camino más corto, sino que llega reflejada en otro elemento, por lo que está midiendo más distancia de la real.

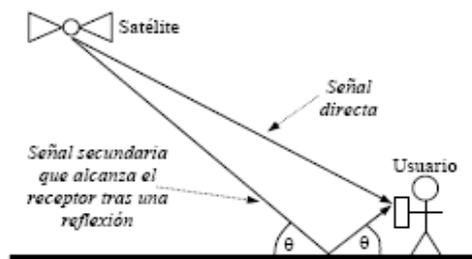


Ilustración 23: Esquema de error camino múltiple apuntes de posicionamiento y navegación.

El error por camino múltiple dada su naturaleza y arbitrariedad, tiende a dificultar la resolución de las ecuaciones de la pseudodistancia, y no es posible eliminarlo con el GPS diferencial ya que tiene un carácter muy local en cada medida.

La única manera de eliminar el error por camino múltiple es a través de las buenas prácticas, en la toma de medidas, utilizando discos de protección, o intentando tomar la medida siempre desde un nivel superior a cualquier superficie reflectante como lagos y apartado de edificios.

Realmente es evidente que en algunas áreas como los smartphones no se le da tratamiento a estas cuestiones.

η^i es el error debido al ruido del receptor

Otro error asociado al receptor, con el mismo tratamiento.

A modo de proporción se indica en el cuadro siguiente una estimación de las desviación estándar del error en la resolución de las pseudodistancias.

Errores	Desviación estándar (m)
Modo común	
SA	24.0
Ionosférico	7.0
Reloj y efemérides	3.6
Troposférico	0.7
Modo no común	
Ruido del receptor	0.1 – 0.7
Camino múltiple	0.1 – 3.0

Ilustración 24: Desviación estándar error pseudodistancia. Apuntes de Posicionamiento y navegación.

Se han indicado las técnicas para reducir el error, tanto la de GPS diferencial, que supone trabajar con dos receptores relativamente cerca, y trabajando coordinadamente, como la utilización de una estación base desde unas coordenadas conocidas, y una emisión auxiliar.

Tabla 3. Niveles típicos de aplicación del GPS, según precisión y número de equipos

Aplicación o "nivel"	Principio de medida y número de unidades	Precisión típica
1. "Navegación"	Código (1 equipo)	C/A code, SA off: 20 m C/A code, SA on: 100 m (P code, militar: 1 a 10 m)
2. Topografía a pequeña escala, navegación de precisión, o GIS	Código (2 ó más equipos)	0.8 a 5 m
3. Topografía y Geodesia	Fase (2 ó más equipos)	RTK: (10 mm) + (2ppm) FS: (5mm) + (1ppm)

Ilustración 25: Precisión Apuntes de procesamiento y gestión de datos láser y radar

A su vez también se reduce el error, usando sistemas de realidad aumentada, tal y como se indicó en 8.3 en el que finalmente se combinan señales de satélite con estaciones terrestres fijas, que permiten aumentar la precisión de manera importante.

9.7. Aplicación indirectas de posicionamiento GPS en los sistemas de radiación solar

La aplicación del GPS a los sistemas de radiación solar es muy importante. No cabe duda que la misión principal del GPS es de localización, fundamental en el estudio y análisis de las implantaciones de las instalaciones solares, si bien es cierto que pueden ser utilizados de otras maneras alternativas.

Una utilidad muy útil es que puede funcionar como reloj, o para sincronizar relojes de todos los seguidores solares, de manera totalmente armonizada, y a partir de ese (t) realizar el movimiento teórico programado.

Se debe reflexionar en el hecho de que, en un receptor GPS con una situación fija en la que la pseudodistancia ya este resuelta, si se es capaz de separar el error troposférico, de manera teórica o con receptores de dos frecuencias, se podría registrar, en parte el retraso debido a factores meteorológicos, y poder tener un dato relevante en cuanto a control de la eficiencia de los paneles.

De la misma manera, si se dan las condiciones para resolver la pseudodistancia con precisión, ya sea mediante realidad aumentada o mediante, una *baseline*, se puede utilizar el receptor GPS, en una de las esquinas, para monitorizar y controlar si el seguidor se ajusta al modo teórico, teniendo un control en tiempo real, muy útil para el mantenimiento.

En el control y mantenimiento a juicio del autor de este documento, es donde pueden existir soluciones imaginativas, en las que el GPS, puede aportar más de lo que aparentemente se espera de el.

10. ÓRBITA TERRESTRE SOBRE EL SOL

10.1. Movimiento de la tierra alrededor del sol

La Tierra dentro del Sistema Solar, esta en movimiento, y además de rotar sobre si misma, realiza una traslación alrededor del Sol, en una órbita elíptica debida a las fuerzas de atracción del astro solar y de otros cuerpos.

La traslación de la Tierra alrededor del Sol dura aproximadamente 365.25 días solares medios, no obstante más adelante se matizarán conceptos relevantes en cuanto a días solares y tiempos.

La rotación de la tierra sobre su eje es de aproximadamente 24 horas y el ángulo de inclinación del plano de la órbita terrestre con respecto al ecuador es de 23.5 grados. Igualmente más adelante se matizarán particularidades de estas afirmaciones.

En estos movimientos mecánicos y repetitivos se sustenta gran parte del desarrollo humano, reflejado en ciudades, templos, tumbas, calendarios. Muchos de ellos fueron realizados tras riguroso trabajo casi artesanal, procedente de observar incansablemente todos los días el firmamento.

En la ilustración 26 que se muestra a continuación se ha reconstruido en 3D, la órbita de la Tierra alrededor del Sol, pero exagerando los tamaños de los planetas y la excentricidad, para intentar explicar mejor los conceptos indicados.

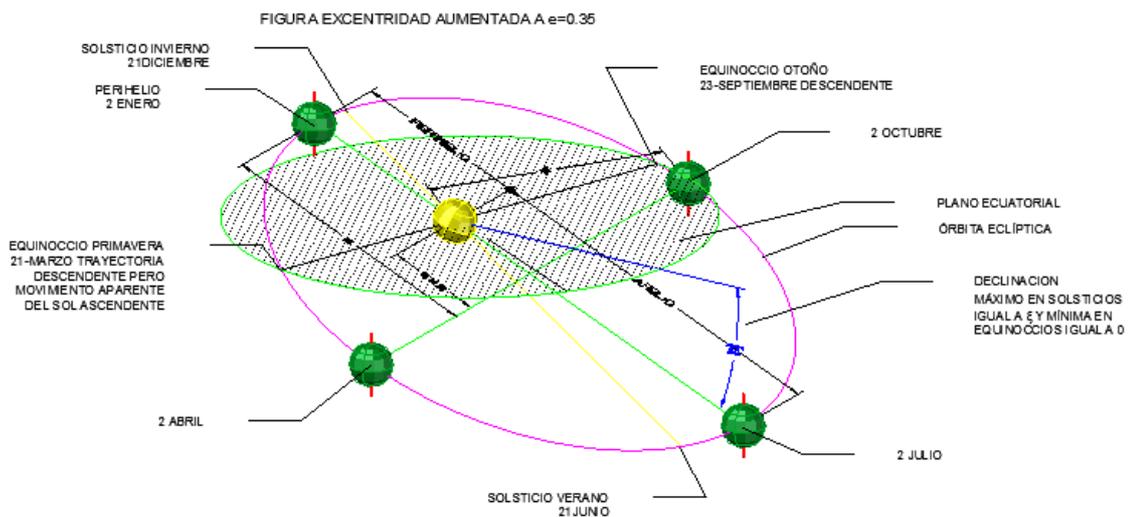


Ilustración 26: Esquema 3D Órbita de tierra alrededor del sol

La órbita de la Tierra es una elipse alrededor del Sol, de manera que este se encuentra situado en uno de los focos.

Realmente la excentricidad de la órbita es muy pequeña, pero para destacar la misma, se ha construido la figura de la ilustración 26 con una excentricidad 21 veces mayor que la realidad.

Se enumeran a continuación una serie de fechas o instantes anuales, representativos de la órbita, debido a sus características geométricas o observables.

El punto más cercano entre la tierra y el sol se produce aproximadamente alrededor del 2 de enero, es denominado PERIHELIO y su distancia al sol aunque también varía con el tiempo es de aproximadamente (147.18 millones de Km).

Por el contrario el punto más alejado se da en torno al 2 de julio, denominado AFELIO y la distancia se puede estimar en alrededor de (152.18 millones de Km).

Tienen una importancia muy alta los dos equinoccios, tanto el de primavera como el de otoño. En estos puntos se produce la intersección de la órbita, con un plano paralelo al plano ecuatorial de la tierra, que pasa por el centro del astro solar.

El equinoccio de primavera, se produce alrededor del 21 de Marzo, y es cuando la tierra perfora en modo descendente el plano citado. No obstante desde un observador de la Tierra el efecto será el contrario, y será el Sol el que perfore en modo ascendente el citado plano.

El equinoccio de otoño por el contrario se produce alrededor del 23 Septiembre de manera inversa.

Se puede definir la declinación δ como el ángulo que forma el eje que une los dos planetas, con el plano paralelo al plano ecuatorial de la Tierra, que pasa por el centro del Sol.

El plano de la órbita o eclíptica, y el citado plano paralelo al ecuador terrestre que pasa por el sol forman un ángulo ξ de aproximadamente $23^{\circ} 27'$, si no son considerados los fenómenos de precesión y nutación.

De esta manera la declinación δ varía entre 0 y ξ , siendo cero en los equinoccios y siendo ξ en los solsticios. En el solsticio de verano aproximadamente 21 de Junio, el Sol aparente visto desde la tierra, alcanza su altura máxima, por el contrario el solsticio de invierno alrededor del 21 de diciembre se da el fenómeno inverso.

De esta manera se explica el fenómeno estacional, invertido según el hemisferio considerado, en el que la irradiación solar incide, más o menos perpendicularmente a la superficie terrestre, en la zona próxima al Perihelio (Invierno boreal - Verano austral), y en la zona del Afelio (Verano boreal – Invierno austral).

10.2. Movimiento de aparente del sol alrededor de la tierra y la bóveda celeste

Aunque la ciencia y la religión, tardaron en llegar a la conclusión de que la Tierra órbita sobre el Sol y no viceversa, realmente lo que se puede observar desde la tierra, es un movimiento aparente.

Desde la Tierra se ha procedido a observar incansablemente los astros, y mucho antes de comprender exactamente los fenómenos, han sido observados y anotados, y han dado lugar a hitos religiosos, culturales, agrícolas y calendarios ancestrales, así como creencias astrológicas.

Lógicamente el giro diario de la tierra, también afecta a lo observable, ya que no sera igual, para cada ubicación geográfica, e instante.

En la Ilustración 29 se observa el efecto aparente del Sol, en función de la fecha y hora diaria.

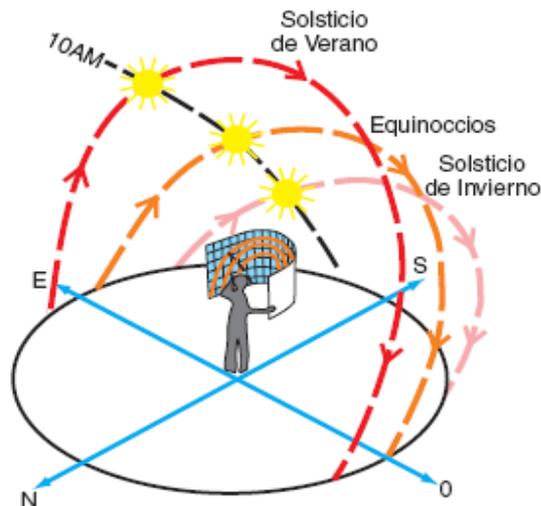


Ilustración 27: Variación Diaria del Sol. Imagen material UCL Módulos fotovoltaicos

En Astronomía para poder parametrizar los movimientos de cualquier astro, así como para poderlos catalogar se define la esfera celeste, que es un artificio geométrico, en el que se desprecian las distancias a los astros, y son posicionados mediante ángulos desde el punto de vista del observador.

Originada por el concepto de esfera celeste, existe una extensa área dentro de la astronomía de cálculo y conceptos basados en triángulos esféricos, llamada comúnmente astronomía esférica, que lógicamente esta fuera del alcance de este trabajo, en el que únicamente se

expondrán unos conceptos para poder entender las coordenadas celestes, que se consultan en distintos almanaques.

Bóveda celeste, sistema altacimutal u horizontal.

Este tipo de coordenadas tiene un carácter muy local, es de extremada sencillez pero tiene el problema de que cambia para cada latitud, por lo que su uso puede ser limitado.

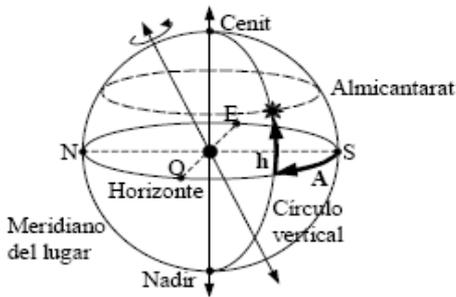


Ilustración 29: Boveda celeste para ubicación local. Figura suministrada tutor.

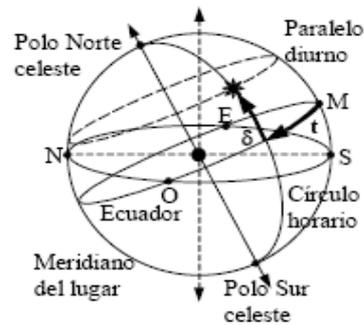


Ilustración 28: Boveda celeste sistema ecuatorial fijo. Figura suministrada tutor.

El sistema finalmente lo componen dos ángulos A y h. El plano del horizonte es tangente a la ubicación, y perpendicular al eje cenital, tomando como origen la dirección sur el ángulo medido en el plano horizontal del horizonte entre este origen sur y la proyección del planeta en la bóveda celeste. El ángulo A se mide en sentido de rotación de la tierra.

Por otro lado h es el ángulo entre esta proyección del astro y el plano del horizonte citado.

Los ángulos están comprendidos $0 < L < 360^\circ$ $0 < h < 90^\circ$ en el hemisferio norte $-90 < \delta < 0$ hemisferio sur.

Bóveda celeste , sistema ecuatorial fijo.

Estas coordenadas ya tienen un carácter más global, y no varían en función de la latitud.

Se proyecta el ecuador terrestre hasta la bóveda, celeste. Sobre este plano se mide el ángulo horizontal formado por la proyección del meridiano horario local, y la proyección del astro en la bóveda. La declinación es el ángulo formado por el plano ecuatorial, y la proyección del astro. Los ángulos están comprendidos $0 < M < 360^\circ$ $0 < \delta < 90^\circ$ en el hemisferio norte $-90 < \delta < 0$ hemisferio sur.

Se denomina sistema fijo, ya que al referirse a un meridiano local, el sistema de ejes gira solidariamente, con la rotación de la tierra.

Bóveda celeste , sistema ecuatorial móvil.

El sistema ecuatorial móvil o más bien libre, es un sistema de coordenadas en el que esta libre del giro de la tierra, y el eje x, apunta siempre a la dirección vernal, o punto aries, que coincide con el equinoccio de primavera aparente en la que la eclíptica del Sol, intersecta de manera ascendente en el plano ecuatorial terrestre.

Se muestra a continuación la ilustración 30 que ha sido construida, a partir de la ilustración 26, en la que se representa la eclíptica aparente del Sol, y la definición de coordenadas celestes y eje vernal.

Se define como eclíptica el círculo máximo de la esfera terrestre descrito en un año por el sol en su movimiento propio aparente, o por la tierra en su movimiento real de revolución alrededor del sol; plano determinado por este gran círculo.

En la ilustración 30 se pueden apreciar los dos ángulos que definen el sistema, la ascensión recta, y declinación.

Este sistema tiene la gran ventaja de que es valido para amplias épocas, y es posible catalogar estrellas de fuera del sistema solar. De esta manera se redactan las "cartes du ciel" que tienen validez para periodos de entorno a 50 años.

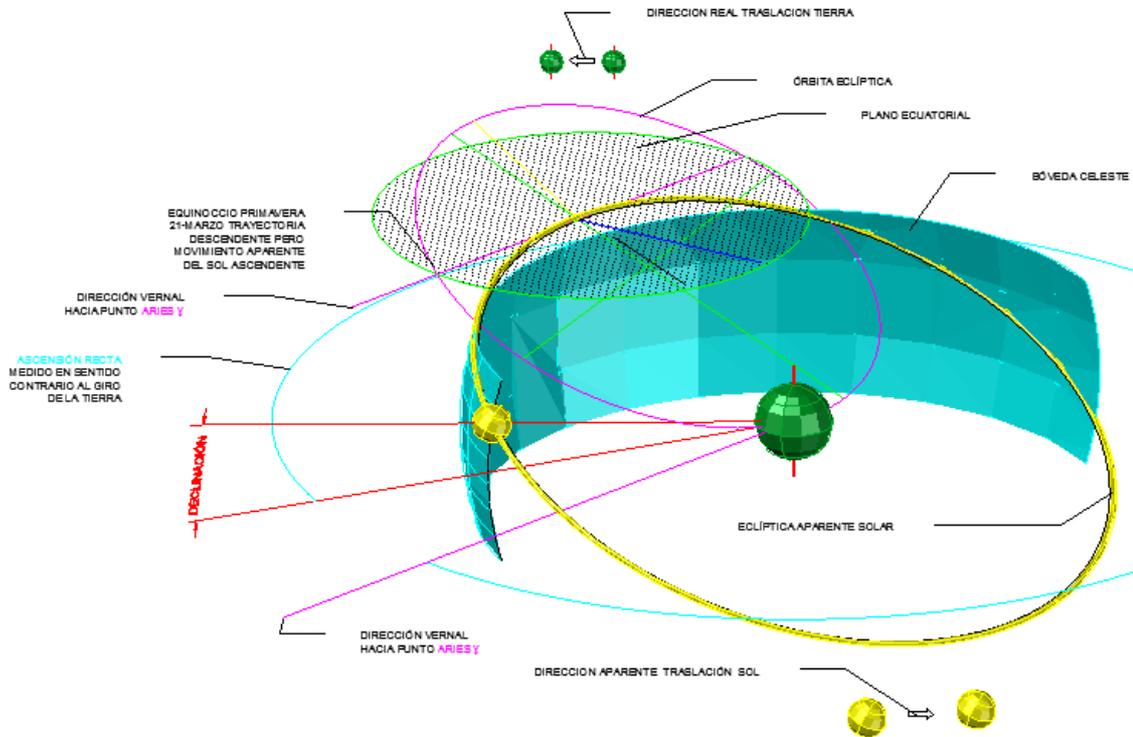


Ilustración 30: Boveda celeste sistema ecuatorial móvil y eclíptica aparente realizada AutoCAD MAP 3D

Es importante indicar que el punto Aries no es un punto fijo, que se mueve sobre la esfera celeste sometido principalmente al movimiento de precesión de los equinoccios, y en menor medida al movimiento de nutación. Si consideramos solo el movimiento de precesión hablaremos del equinoccio medio, mientras que si son considerados los fenómenos de precesión y nutación estaríamos hablando de equinoccio verdadero.

10.3. La precesión y nutación.

El ángulo que forma el eje de la tierra con el plano de la eclíptica es de aproximadamente 23.5° , esta inclinación como se ha indicado es básica para la sucesión de las estaciones. No obstante esta situación no es fija, y es afectada por el fenómeno de la precesión, similar al balanceo que hace una peonza al girar. El fenómeno completo gira a su vez con respecto al eje perpendicular a la eclíptica hasta completar una vuelta completa, no obstante este proceso tiene un ciclo de 25800 años.

Este balanceo, hace que el sistema de esfera terrestre descrito, no sea constante, y por ello en astronomía, todos los datos, y coordenadas de estrellas, deben de referenciarse a épocas estándar de aproximadamente 50 años.

La nutación es un fenómeno que también afecta a la posición del eje de la rotación de la tierra, debido a la acción gravitatoria de la luna, y produce un movimientos de cabeceo acercándose o alejándose del eje polo de la eclíptica.

El ciclo de la nutación tiene un ciclo 18.6 años y un valor de $\pm 9''$ hasta un total de 17 segundos.

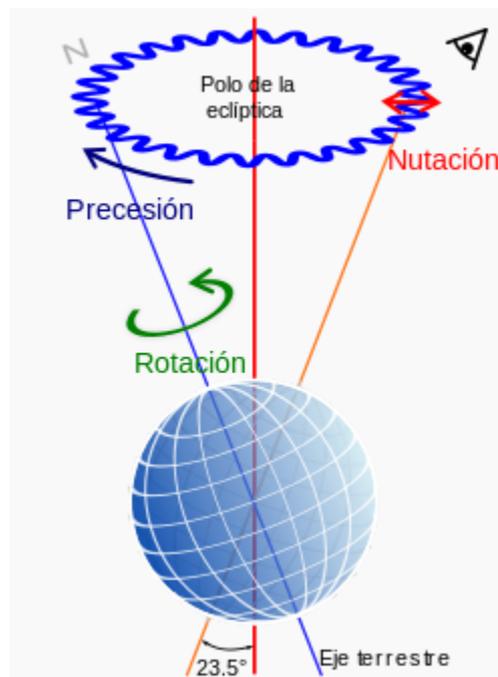


Ilustración 31: Movimiento de precesión y nutación Figura Wikipedia

10.4. El tiempo absoluto en astronomía, Fecha juliana y época J2000.0

Como ya se ha dejado entrever en los objetivos y en el desarrollo del trabajo , será necesario en la medida de lo posible sincronizar los tiempos. Dado el ámbito del trabajo se intentará establecer como objetivo el tiempo GPS, pero se necesitará acceder a datos o efemérides, que estarán en otro sistema temporal, más propio de astronomía.

En astronomía lógicamente ya está resuelto el establecer un tiempo, de manera continua y sin los saltos “abruptos”, de los calendarios de las diversas culturas. En astronomía se utiliza la fecha juliana (JD) que es el número de días y fracción transcurridos desde el mediodía del 1º de enero de año 4713.a C.

Así la fecha Juliana es una cuenta continua de días y fracciones de este contados desde un punto inicial fijo. A este número se le llama fecha juliana. El día 11 de julio de 1997 a las 12 horas se computa el día 2.450.641. TT

En astronomía J2000.0 se refiere a la fecha Juliana 2451545.0 TT (Tiempo Terrestre) o 1 enero de 2000 mediodía TT. Es equivalente al 1 enero de 2000 11:59:27.816 TAI o 1 de enero de 2000 11:58:55.816 UTC.

Es necesario indicar que en algunos datos y catálogos de estrellas se hace mención a *modified Julian date* (MJD) que es en realidad es $MJD = JD - 2400000.5$.

10.5. El tiempo sidéreo.

Es necesario indicar la diferencia entre el tiempo solar medio y el tiempo sideral.

El tiempo solar medio es aquel intervalo de tiempo debido al movimiento de la Tierra, que se da entre que el mismo meridiano se alinea dos veces consecutivas con el Sol.

El tiempo sideral o sidéreo por el contrario es aquel en el que se toma como referencia una estrella lejana, fuera del sistema solar.

Debido a la traslación de la Tierra a través de la órbita estos tiempos no son iguales, ya que el tiempo solar medio, necesita recorrer algo más de ángulo, para enfrentarse al sol, debido a la traslación.

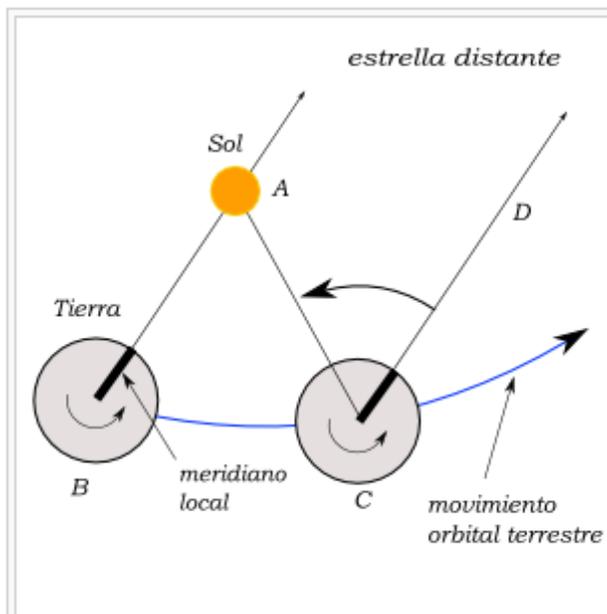


Ilustración 32: Diferencia Día solar medio y sidéreo.
Figura Wikipedia.

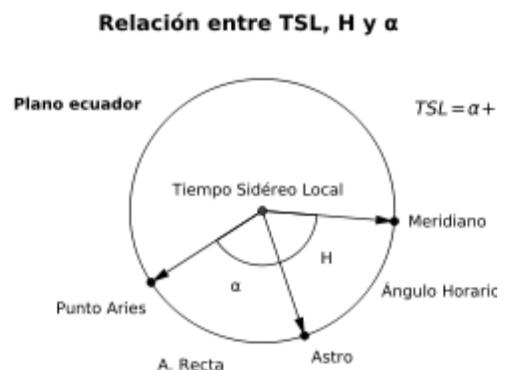


Ilustración 33: Tiempo sideral local. Figura Wikipedia

Así mismo es necesario diferenciar entre tiempo sidéreo medio y verdadero. En el primero de

ellos se toma en cuenta la el movimiento de precesión, pero no así el nutación. Es un tiempo que transcurre continuo. Por el contrario en el verdadero son tenidos en cuenta los dos fenómenos.

Tiempo sidéreo local y Tiempo sidéreo en Greenwich.

El tiempo sidéreo local o hora sidérea local es el ángulo formado por el observador y el punto Aries.

El Tiempo sidéreo en Greenwich, corresponde a cuando el observador está en este meridiano.

Es un dato de gran importancia y suele aparecer en los anuarios y almanaques astronómicos como Tiempo sidéreo en Greenwich 0h TU.

Se puede calcular:

$$\Theta_m(0h, Gr) = 6h38min45,836s + 8640184,542s \cdot T + 0,0929s \cdot T^2 \quad (10.1)$$

Siendo T el número de siglos julianos de 36525 días medios transcurridos a medianoche de Greenwich desde el mediodía medio en Greenwich de 31 de diciembre de 1899.

Para calcular el tiempos sidéreo de Greenwich a una hora t (TU) se utiliza:

$$\bullet \Theta_m(th, Gr) = \Theta_m(0h, Gr) + t \cdot 1,00273790935 \quad (10.2)$$

11. CÁLCULOS DE MODELIZACIÓN DE MOVIMIENTO APARENTE DEL SOL

11.1. Esquema 3D de órbita terrestre alrededor del sol y cambio de ejes del sistema.

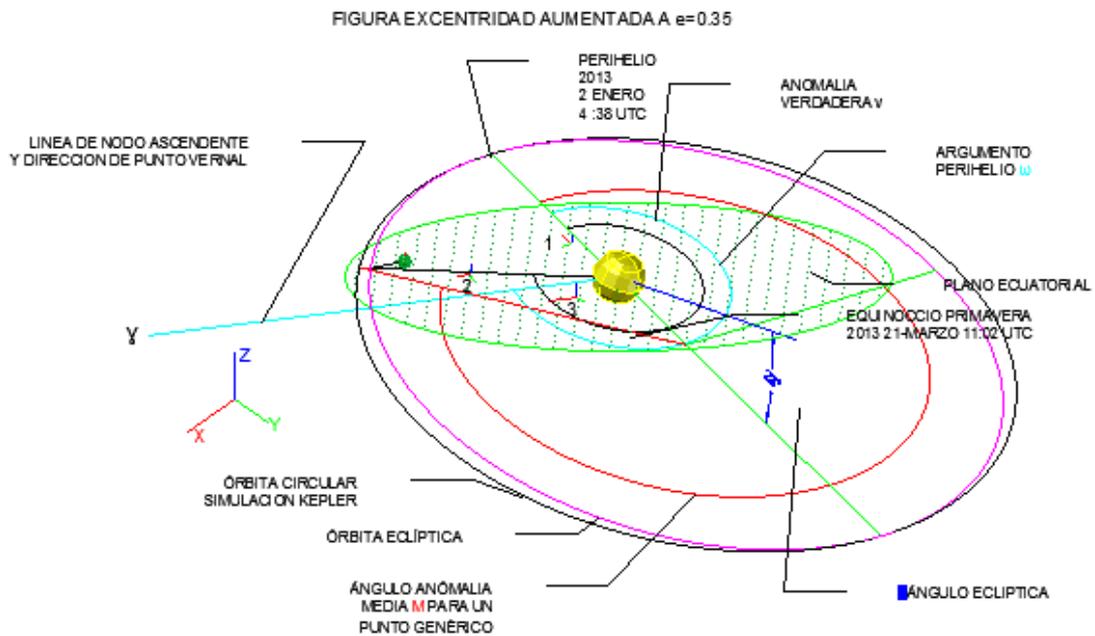


Ilustración 34: Reconstrucción esquema 3D realizada con AutoCAD MAP 3D

11.2. Ecuaciones movimiento del sol dentro de la eclíptica.

Relación de órbita tierra-sol, se planteará la ecuación de manera que exista un tiempo absoluto t . debido a su continuidad se utilizarán fechas Julianas TT.

Datos Keplerianos (a, e, i, ω, ξ) M se obtendrá a través de n . Los datos como se conoce no son estáticos sino que varían con el tiempo, debido a la precesión, por lo que utilizaremos los datos de la época J2000.0

Calcular anomalía media M .

Tenemos varias opciones es posible calcularla desde la línea de aspides correspondientes al perihelio de 2013 mediante $M=n(t-t_0)$, o por el contrario es posible calcularla para medirla desde la línea de aspides del año 2000 mediante la ecuación $M=357.045 + 0.9856076686$ en grados.

A su vez desde el punto de ubicación, de la tierra en la órbita ficticia circular, en la fecha de J2000.0 correspondería 0.9856076686 x días desde J2000.0.

t >>> tiempo absoluto

to >>> ultimo tiempo o época desde la que vamos a sincronizar.

Vamos a utilizar J2000.0.

$$M0 = n \times (t - to)$$

(11.1)

Obtenemos el ángulo de Anomalía media en un punto genérico (11.1)

Calcularemos la anomalía excéntrica E a través de la anomalía media ya definidas en (9.1).

$$M = E - e \sin E \quad \gg \gg \quad E = M + e \sin E$$

Debería ser un proceso recursivo hasta que $|E_{n+1} - E_n| < 10^{-6}$, no obstante como se quiere hacer un planteamiento genérico teórico y llevarlo hasta el final, lo aplicaremos 5 veces, que es lo que en otros cálculos de órbita terrestre sobre el sol nos ha pedido.

```

In[2]:= E0 = M0
Out[2]:= n (t - to)

In[3]:= E1 = M0 + e x Sin[E0]
Out[3]:= n (t - to) + e Sin[n (t - to)]

In[4]:= E2 = M0 + e x Sin[E1]
Out[4]:= n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]

In[5]:= E3 = M0 + e x Sin[E2]
Out[5]:= n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]

In[6]:= E4 = M0 + e x Sin[E3]
Out[6]:= n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]]

In[7]:= E5 = M0 + e x Sin[E4]
Out[7]:= n (t - to) + e Sin[
    n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]]]
    
```

(11.2)

E5 es la anomalía excéntrica E no obstante el programa lo considera protegido por lo que no hemos podido denominar E y se dejará E=E5 (11.2).


```
In[1]- GiroZs = {{Cos[2 π - ω], Sin[2 π - ω], 0}, {-Sin[2 π - ω], Cos[2 π - ω], 0}, {0, 0, 1}}
Out[1]- {{Cos[ω], -Sin[ω], 0}, {Sin[ω], Cos[ω], 0}, {0, 0, 1}}
```

```
In[2]- MatrixForm[GiroZs]
```

```
Out[2]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} \cos[\omega] & -\sin[\omega] & 0 \\ \sin[\omega] & \cos[\omega] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(11.5)

```
In[14]- V1s = GiroZs.V1
```

```
Out[14]- {{{Cos[ω] (-e + a Cos[n (t - to) + e Sin[
n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]]]) -
a √(1 - e²) Sin[ω] Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) +
e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]]],
{(-e + a Cos[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e
Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]]])
Sin[ω] + a √(1 - e²) Cos[ω] Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) +
e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to) + e Sin[n (t - to)]]]]], {0}}
```

(11.6)

```
In[18]= GiroXt = {{1, 0, 0}, {0, Cos[ξ], Sin[2 ξ]}, {0, -Sin[ξ], Cos[ξ]}}
```

```
Out[18]= {{1, 0, 0}, {0, Cos[ξ], Sin[2 ξ]}, {0, -Sin[ξ], Cos[ξ]}}
```

```
In[20]= MatrixForm[GiroXt]
```

```
Out[20]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos[\xi] & \sin[2\xi] \\ 0 & -\sin[\xi] & \cos[\xi] \end{pmatrix}$$

(11.7)

$$\begin{aligned}
 & \text{[17]- } V_{1st} = \text{GiroXt.V1s} \\
 & \text{[17]- } \left\{ \left\{ \text{Cos}[\omega] \left(-e + a \text{Cos}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. a \sqrt{1 - e^2} \text{Sin}[\omega] \text{Sin}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right\}, \right. \\
 & \quad \left\{ \text{Cos}[\xi] \left((-e + a \text{Cos}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right) + \right. \\
 & \quad \quad \left. e \text{Sin}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right\} \\
 & \quad \left. \text{Sin}[\omega] + a \sqrt{1 - e^2} \text{Cos}[\omega] \text{Sin}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right\}, \\
 & \quad \left. \left\{ -\text{Sin}[\xi] \left((-e + a \text{Cos}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right) \text{Sin}[\omega] + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. a \sqrt{1 - e^2} \text{Cos}[\omega] \text{Sin}[n(t - t_0)] + e \text{Sin}[n(t - t_0)] \right\} \right\} \\
 & \hspace{20em} (11.8)
 \end{aligned}$$

Es evidente que si se invierten las coordenadas de estos ejes, se obtendrán las coordenadas del sol con respecto a la tierra.

Es necesario recordar que en realidad la órbita del sol sobre la tierra es un efecto aparente, y que el punto vernal que definimos de la tierra, mirando al punto en el que la órbita del sol interseca el plano ecuatorial de manera ascendente, es realmente el punto en el que la órbita de la tierra interseca al plano ecuatorial del sol, de modo descendente. Por ello no es necesario invertir el signo de los ejes, porque coincide en esa dirección.

Si ponemos la ecuación (11.8) en formato tradicional se obtiene (11.9).

$$\begin{pmatrix}
 \cos(\omega) (a \cos(e \sin(e \sin(e \sin(e \sin(n(t - t_0)) + n(t - t_0)) - e \\
 - a \sqrt{1 - e^2} \sin(\omega) \sin(e \sin(e \sin(e \sin(e \sin(n(t - t_0)) + n(t - t_0)) \\
 \cos(\xi) \left(a \sqrt{1 - e^2} \cos(\omega) \sin(e \sin(e \sin(e \sin(e \sin(n(t - t_0)) + n(t - t_0)) \right. \\
 \quad \left. + \sin(\omega) (a \cos(e \sin(e \sin(e \sin(e \sin(n(t - t_0)) + n(t - t_0)) + n(t - t_0)) + n(t - t_0)) + n(t - t_0)) - e) \right) \\
 - \sin(\xi) \left(a \sqrt{1 - e^2} \cos(\omega) \sin(e \sin(e \sin(e \sin(e \sin(n(t - t_0)) + n(t - t_0)) \right. \\
 \quad \left. + \sin(\omega) (a \cos(e \sin(e \sin(e \sin(e \sin(n(t - t_0)) + n(t - t_0)) + n(t - t_0)) + n(t - t_0)) + n(t - t_0)) - e) \right)
 \end{pmatrix} \hspace{10em} (11.9)$$

11.3. Representación gráfica-numérica de ecuaciones eclíptica.

Representación gráfica-numérica de ecuaciones eclíptica.

Para representar gráficamente las ecuaciones se necesitará despejar alguno de los parámetros por lo que será necesario aplicar datos.

Se introducen los datos en la aplicación Wolfram matemática (11.10) Que aunque podrían ser más precisos, sirven para nuestro análisis gráfico.

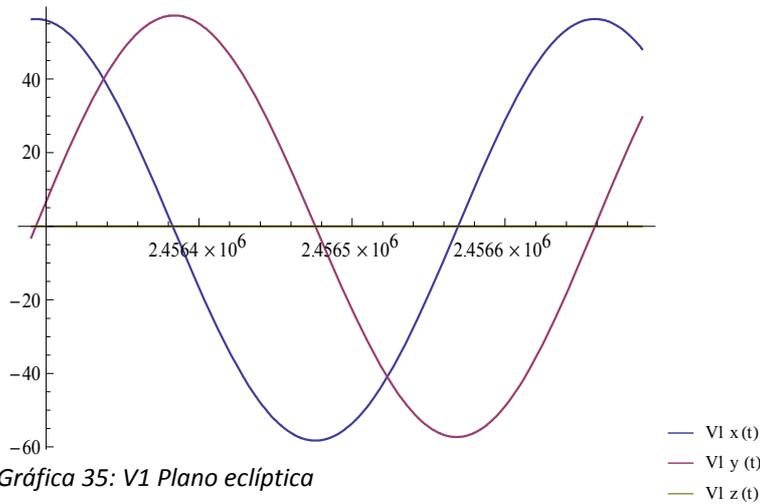
```
In[55]- tJ2000 = 2451545 ;  
to = 2451545 ;  
  
In[21]-  $\xi = (23.439) 2 \pi / 360 ;$   
 $\omega = 282.9404 \times 2 \pi / 360 ;$   
a = 1 ;  
e = 0.016709 ;  
n = 0.01720209895 ;
```

(11.8)

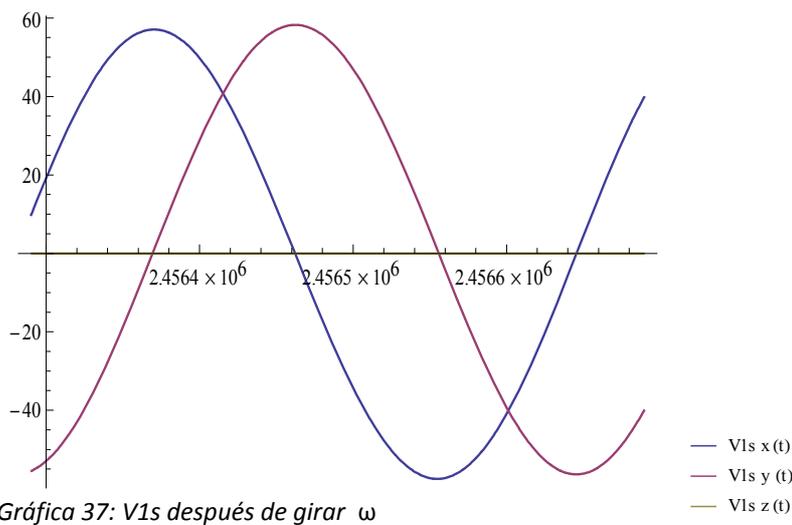
Se representan las coordenadas en función de (t) de (11.4-11.6-11.7) para los valores indicados, y en un periodo de aproximadamente un año 400 días julianos 2456290 (28 Dic 2012) a 2456690 (1 Febrero de 2014).

Realizamos la representación de las ecuaciones antes de girar ω [V1] (11.4), antes de girar ξ [V1s] (11.6), y final [V1st] (11.7). Se puede comprobar que los signos se ajustan a el esquema gráfico.

V1 (11.4) Gráfica 35 >>>> `Plot[{V1[[1,1]]180 /p ,V1[[2,1]]180 /p ,V1[[3,1]]180 /p }, {t,2456290,2456690},PlotLegends→ {"V1 x (t)","V1 y (t)","V1 z (t)"}`



V1s (11.6) Gráfica 36 >>>> Plot[{V1s[[1,1]]180 /p ,V1s[[2,1]]180 /p ,V1s[[3,1]]180 /p }, {t,2456290,2456690},PlotLegends->{"V1s x (t)","V1s y (t)","V1s z (t)"}]



V1st (11.7) Ggráfica 38 >>>> Plot[{V1st[[1,1]]180 /p ,V1st[[2,1]]180 /p ,V1st[[3,1]]180 /p }, {t,2456290,2456690},PlotLegends->{"V1st x (t)","V1st y (t)","V1st z (t)"}]

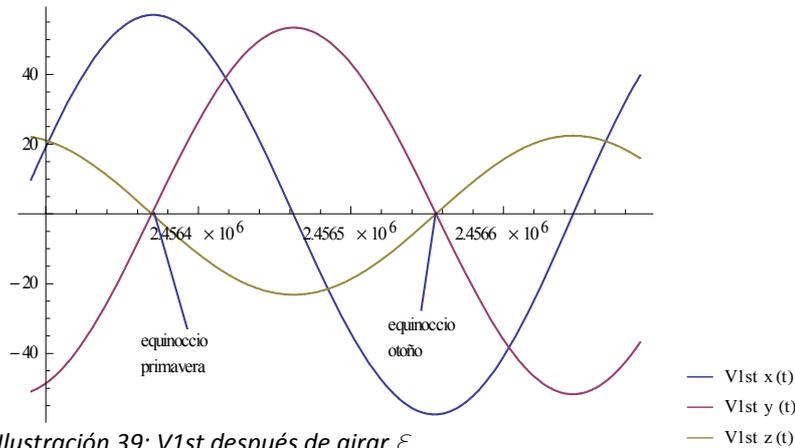


Ilustración 39: $V1st$ después de girar ξ .

Si se analiza esta gráfica junto con la ilustración 34 vemos que los signos se ajustan bien a esta. Al inicio 28 Dic (x,z) positivas (y) negativas. Equinoccio de primavera (x) máxima, (y) pasa de negativa a positiva, y (z) pasa a negativa. Equinoccio de otoño (x) mínima (y) pasa a positiva así como (z) a negativa. Podemos afirmar que no hay errores en cuanto a los signos de la ecuación.

Se representa en una gráfica 3D paramétrica $V1$ (11.4) y $V1st$ (11.7)

Gráfica 40 $V1$ (11.4) y $V1st$ (11.7) >>>> `ParametricPlot3D[{{V1st[[1,1]],V1st[[2,1]],V1st[[3,1]]}, {V1[[1,1]],V1[[2,1]],V1[[3,1]]}, {t,2456290,2456690}, PlotLegends->{"ecliptica(t) (11.7)", "ecliptica(t) (11.4)"}]`

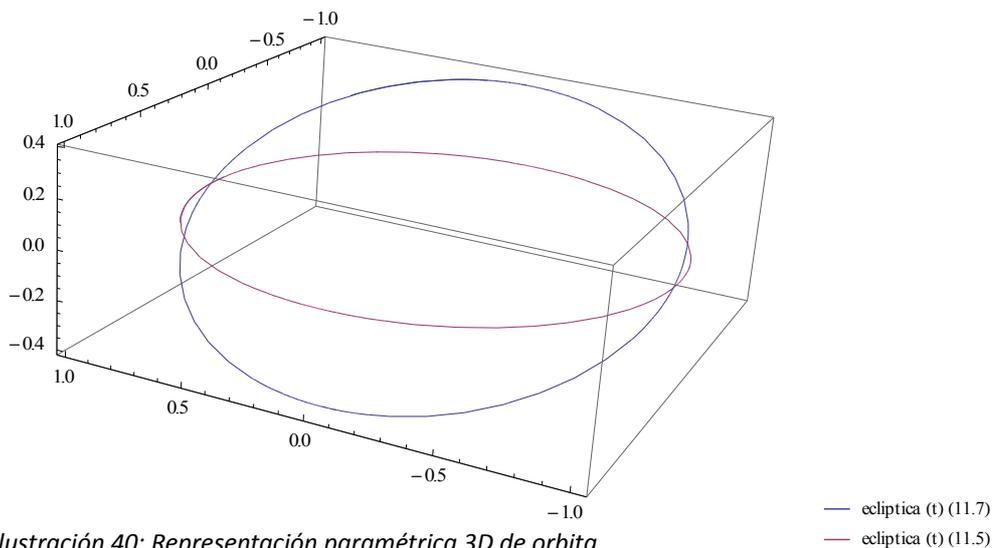


Ilustración 40: Representación paramétrica 3D de orbita

Luego la función de t (11.9) corresponde con las coordenadas de ecuación del sol, en términos de t absoluto.

12. ECUACIÓN DEL SOL PUBLICADA POR EL OBSERVATORIO NAVAL EEUU.

12.1. Approximate Solar Coordinates.

El organismo The United States Naval Observatory (USNO) publica tanto en su *Astronomical Almanac 2013*, así como en su versión web, unas ecuaciones aproximadas de la órbita solar, llamadas *Approximate Solar Coordinates*.

Con este simple algoritmo se obtienen precisiones del orden de 1 minuto de arco dentro de los próximos 200 años de la época 2000.

Se basan también en la transformación entre Fechas julianas. Transformación UTC a JD. Ahora en la transformadora juliana del mismo organismo, indica que se debe introducir UT1.

- Días desde mediodía de J2000.0

$$D = JD - 2451545.0 \quad (12.1)$$

- Anomalía media del sol (*Mean anomaly of the Sun*)

$$g = 357.529 + 0.98560028 D \quad (12.2)$$

- Longitud media del sol

$$q = 280.459 + 0.98564736 D \quad (12.3)$$

- Longitud eclíptica geocéntrica del sol ajustado por la aberración (*Geocentric apparent ecliptic longitude of the Sun, adjusted for aberration*)

$$L = q + 1.915 \sin g + 0.020 \sin 2g \quad (12.4)$$

Todos los valores de g , q y L son grados en el rango de 0 a 360 °.

- La distancia del Sol a la tierra puede ser aproximadamente:

$$R = 1.00014 - 0.01671 \cos g - 0.00014 \cos 2g \quad (12.5)$$

- Después de haber computado la longitud aparente eclíptica L se puede proceder a calcular la ascensión recta del sol RA . Para ello se calculará la obliquidad media de la eclíptica, en grados.

$$e = 23.439 - 0.00000036 D \quad (12.7)$$

La ascensión recta RA y declinación puede ser obtenida mediante:

$$\tan RA = \cos e \sin L / \cos L \quad (12.8)$$

$$\sin d = \sin e \sin L \quad (12.9)$$

Al realizar al arcotangente de RA este dará siempre en el mismo cuadrante, por lo que habrá que analizar la parte derecha de la ecuación $\sin L / \cos L$ para obtener el cuadrante correcto.

De esta manera:

- si $0 < L < 90$ estaremos en el primer cuadrante >>> $\text{Arc Tan RA (+ +) + 0}$
- si $90 < L < 180$ estaremos en el segundo cuadrante >>> $\text{Arc Tan RA (- +) + } \pi$
- si $180 < L < 270$ estaremos en el tercer cuadrante >>> $\text{Arc Tan RA (- -) + } \pi$
- si $270 < L < 360$ estaremos en el cuarto cuadrante >>> $\text{Arc Tan RA (+-)+ } 2\pi$

RA se obtiene en grados, que se puede convertir en horas simplemente dividiendo por 15.

Otras cantidades pueden ser obtenidas como la ecuación del tiempo *The Equation of Time*.

$$\text{EqT} = q/15 - \text{RA} \quad (12.10)$$

RA son horas y q grados.

El semi-diámetro del sol SD en grados es simplemente:

$$\text{SD} = 0.2666 / R \quad (12.11)$$

No obstante, el propio observatorio naval, indica que si se necesita mayor precisión es posible adquirir software propio como *MICA, The Multiyear Interactive Computer Almanac 1800-2050*.

<http://www.willbell.com/almanacs/almanacmica.htm>.

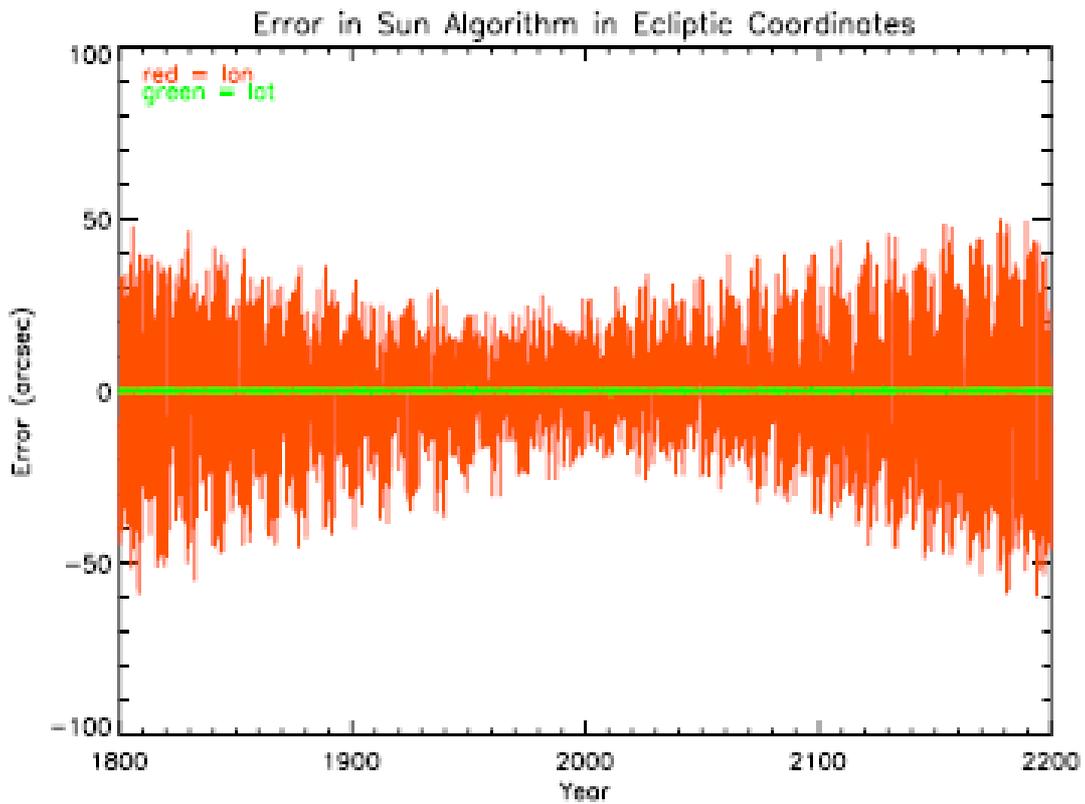
A su vez también indica, una serie de enlaces muy interesantes a textos teóricos o de desarrollo de computación en varios lenguajes, a través de la editorial Willmann-Bell, Inc. Especializada en el mundo astronómico.

Chapront-Touze, M. & Chapront, J. 1991, *Lunar Tables and Programs from 4000 BC to AD 8000* (Richmond, VA: Willmann-Bell, Inc.)

•Bretagnon, P. & Simon, J-L 1986, *Planetary Programs and Tables from -4000 to +2800* (Richmond, VA: Willmann-Bell, Inc.)

12.2. Gráfico de error coordenadas eclípticas en longitud y latitud.

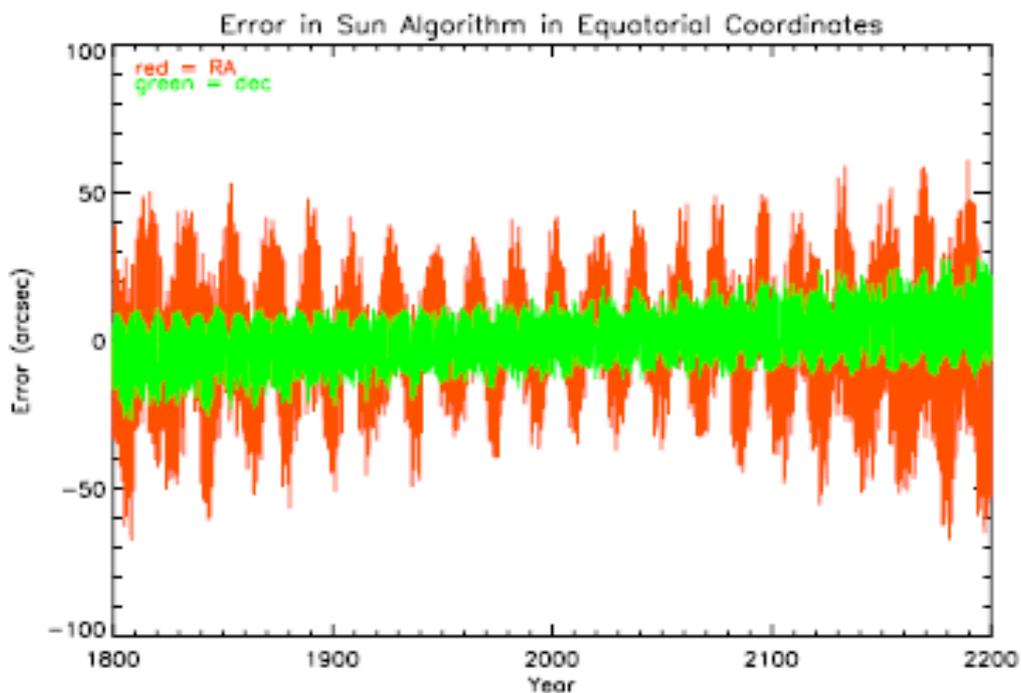
Error de coordenadas eclípticas en longitud y latitud.



Gráfica 41: Error en coordenadas eclípticas ecuación USNO

12.3. Gráfico de error coordenadas en ascensión recta y declinación.

Error de coordenadas eclípticas en ascensión recta y declinación. Se observa como varía con el tiempo, pero aunque crezca de una manera bastante armónica. Esto tiene bastante lógica, ya que conocemos que el proceso de nutación hace variar el eje de rotación, alrededor de 9" en periodos de aproximadamente 18 años. Por lo que el error posiblemente será mínimo cuando el fenómeno se encuentre a medio camino, y será máximo cuando se encuentre en los extremos del movimiento. Así mismo los desplazamientos de eje de la tierra se ven afectados por otros fenómenos tanto de carácter predecible como impredecible.



Gráfica 42: Error Ascensión recta y declinación

12.4. Gráfico en función de t de ascensión recta y declinación.

Se ha procedido a modelizar en la herramienta matemática la ecuación indicada, lo que permite sacar alguna conclusión.

```

In[38]:= tusno = t - 2451545
In[39]:= tJ2000 = 2451545
In[40]:= q = 280.459 + 0.98564736 tusno
Out[40]:= 280.459 + 0.985647 (-2451545 + t)
In[41]:= g = 357.529 + 0.98560028 tusno
Out[41]:= 357.529 + 0.9856 (-2451545 + t)
In[42]:= L = q + 1.915 Sin [g Degree] + 0.020 Sin [2 g Degree]
Out[42]:= 280.459 + 0.985647 (-2451545 + t) + 1.915 Sin[° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))] + 0.02 Sin[2 ° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))]
In[43]:= R = 1.00014 - 0.01671 Cos [g Degree] - 0.00014 Cos [2 g Degree]
Out[43]:= 1.00014 - 0.01671 Cos[° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))] - 0.00014 Cos[2 ° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))]
In[44]:= E = 23.439 - 0.00000036 tusno
Out[44]:= 23.439 - 3.6 × 10-7 (-2451545 + t)
In[45]:= RA = ArcTan [ Cos [L Degree], Cos [E Degree] Sin [L Degree]]
Out[45]:= ArcTan[Cos[° (280.459 + 0.985647 (-2451545 + t) + 1.915 Sin[° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))] + 0.02 Sin[2 ° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))])],
Cos[° (23.439 - 3.6 × 10-7 (-2451545 + t))]
Sin[° (280.459 + 0.985647 (-2451545 + t) + 1.915 Sin[° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))] + 0.02 Sin[2 ° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))])]]
In[46]:= d = ArcSin [Sin [E Degree] Sin [L Degree]]
Out[46]:= ArcSin[Sin[° (23.439 - 3.6 × 10-7 (-2451545 + t))]
Sin[° (280.459 + 0.985647 (-2451545 + t) + 1.915 Sin[° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))] + 0.02 Sin[2 ° (357.529 + 0.9856 (-2451545 + t))])]]
    
```

(12.12)

Gráfica 43 Declinación d (12.9) >>>> Plot[{d 180 / p }, {t, 2456290, 2456690}]

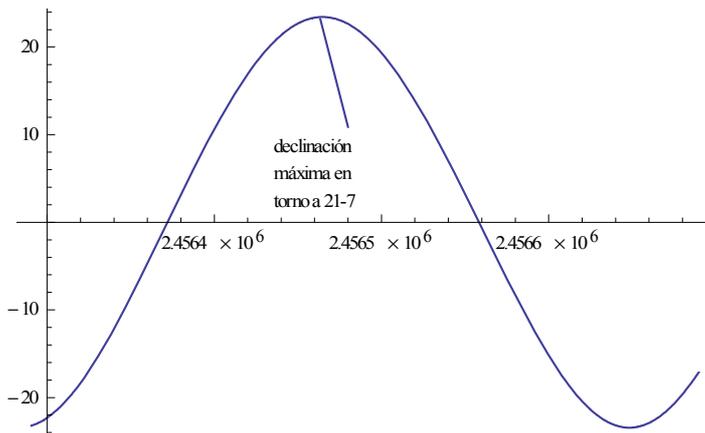
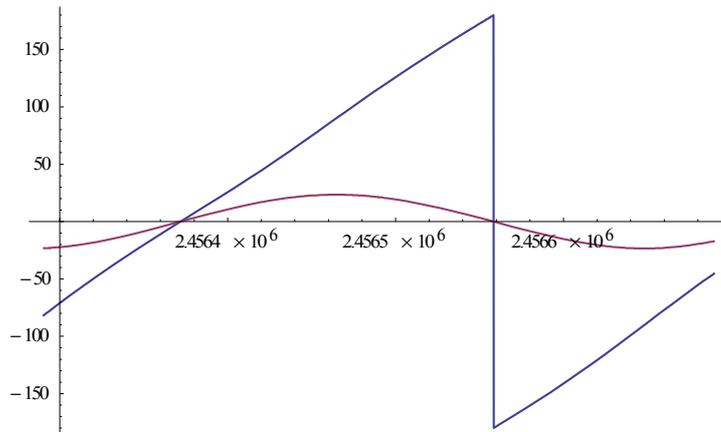


Ilustración 43: Declinación ecuación USNO

En este caso la Ascensión Recta la dado la formula de la que proviene de Atan, variará en función del cuadrante. No obstante la aplicación nos ha permitido resolverla entre $\pm 180^\circ$.

Declinación d y Ascensión recta RA (12.8- 12.9) >>>> Plot[{(RA) 180 / p, d 180 / p }, {t, 2456290, 2456690}]



Gráfica 44: Declinación y ascensión recta.

Se puede observar como cuando la Ascensión Recta es 0 o ± 180 se produce la declinación cero de los puntos de los equinoccios, y que la declinación es máxima en torno a 23.458 grados en torno al 21 de Junio.

Si realizada a derivada de la declinación, se iguala a cero, se puede obtener la fecha de los máximos y mínimos de la misma. Aunque la gráfica si se ajusta estructuralmente, sera necesario realizar alguna comprobación por algún método alternativo.

12.5. Comprobación de resultados con aplicación astronómica Stellarium.

Para comprobar esta ecuación y las gráficas despejamos algún punto de t (12.13) para poder probar la misma.

T,2456490 >>> 2013 Julio 16 12.00 horas

T,2456590.15 >>> 2013 Octubre 24 15.35.59 horas

```
In[27]:= t = { 2 4 5 6 4 9 0 , 2 4 5 6 5 9 0 . 1 5 }
Out[27]:= { 2 4 5 6 4 9 0 , 2 . 4 5 6 5 9 x 1 0 ^ 6 }

In[29]:= RA = ArcTan [ Cos [ LDegree ] , Cos [ e Degree ] Sin [ LDegree ] ] * 180 / (pi)
Out[29]:= { 116 . 0 0 9 , - 1 5 0 . 7 6 3 }

In[31]:= d = ArcSin [ Sin [ e Degree ] Sin [ LDegree ] ] * 180 / (pi)
Out[31]:= { 2 1 . 2 8 6 2 , - 1 1 . 9 5 5 }
```

(12.13)

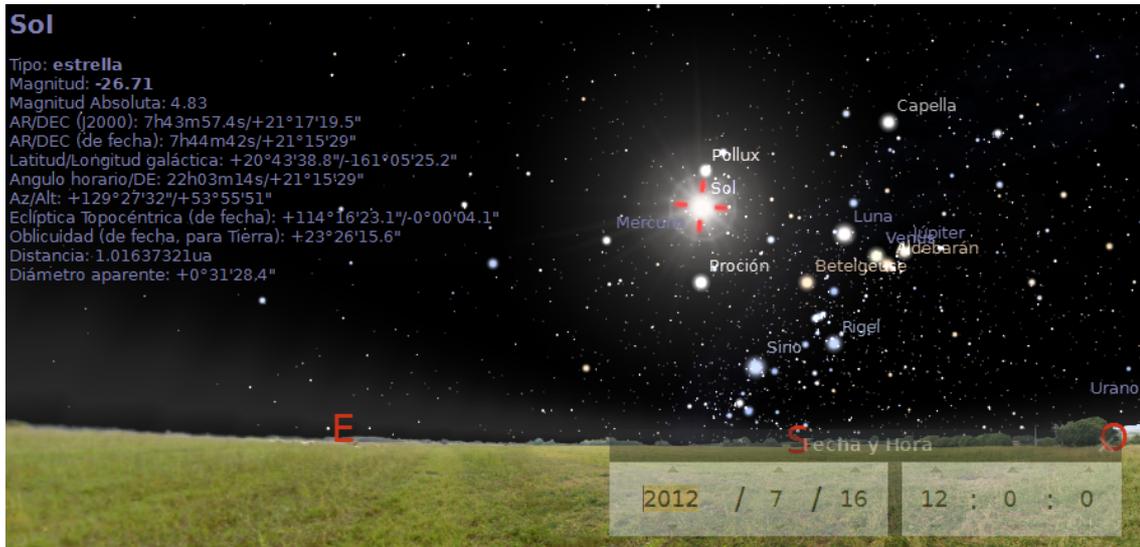


Ilustración 45: Pantalla de Stellarium

Tipo: **estrella**
 Magnitud: **-26.71**
 Magnitud Absoluta: 4.83
 AR/DEC (j2000): 7h43m57.4s/+21°17'19.5"
 AR/DEC (de fecha): 7h44m42s/+21°15'29"
 Latitud/Longitud galáctica: +20°43'38.8"/-161°05'25.2"
 Angulo horario/DE: 22h03m14s/+21°15'29"
 Az/Alt: +129°27'32"/+53°55'51"
 Eclíptica Topocéntrica (de fecha): +114°16'23.1"/-0°00'04.1"
 Oblicuidad (de fecha, para Tierra): +23°26'15.6"
 Distancia: 1.01637321ua
 Diámetro aparente: +0°31'28.4"

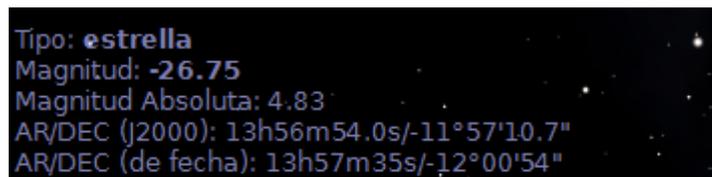
116.009244° RA >>> 7h 44.04 ' 03 " diferencia 41 "

21.2862° >> 21° 17° 11 " diferencia 1 ' y 42"

En este caso el ajuste es bastante bueno, pero no del todo perfecto.



Ilustración 46: Pantalla Stellarium



-150.763 ° RA >>> 13h 56 ' 57 "

-11.955° d >> -11° 57' 18 "

No es perfecto el encaje pero es bastante bueno.

Se corrobora que lo indicado para el algoritmo de la ecuación del Sol USNO es válida, y se ajusta bien a otros métodos alternativos.

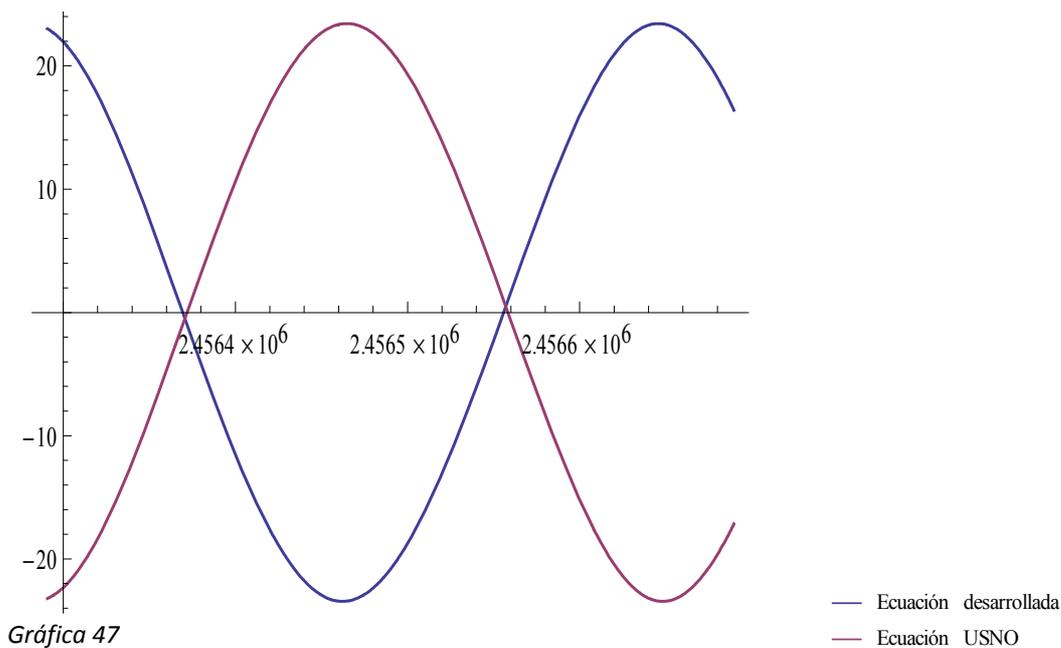
13. SUPERPOSICIÓN DECLINACIÓN DE ECUACIÓN DESARROLLADA Y ECUACIÓN DEL OBSERVATORIO NAVAL

Ya se ha presentado y comprobado la ecuación de la declinación para la fórmula proveniente de USNO, no obstante las ecuaciones desarrollada, no está en términos de declinación, sino en coordenadas, por lo que habrá que homogenizarlas, si bien es sencillo porque están basadas en el mismo tiempo t.

La declinación será el Arco tangente de la coordenada z entre la raíz cuadrada del cuadrado de las coordenadas x e y.

Directamente en la aplicación matemática se puede plantear la fórmula para representar la ecuación.

Gráfica 47 >>>> $\text{Plot}\{\{\text{ArcTan}[\frac{V1st[[3,1]]}{\text{Sqrt}[V1st[[1,1]]^2+V1st[[2,1]]^2]}\}180/p, d, 180/p\}, \{t, 2456290, 2456690\}, \text{PlotLegends} \rightarrow \{\text{"Ecuación desarrollada"}, \text{"Ecuación USNO"}\}$

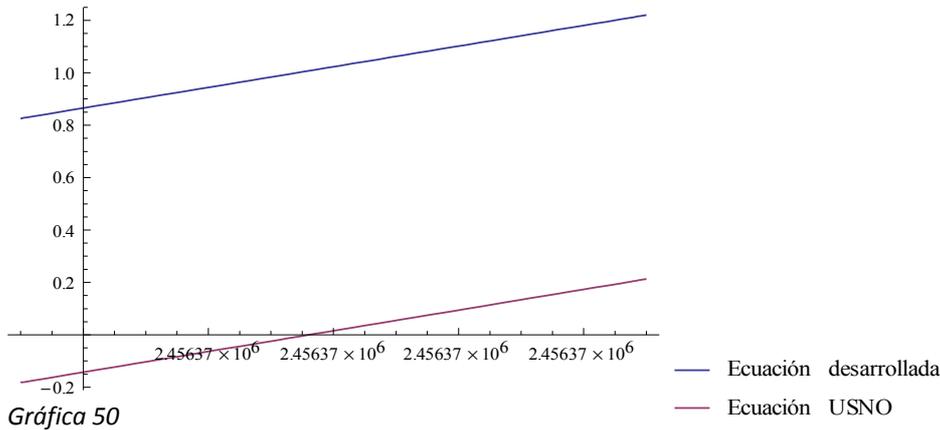


Se puede observar que están invertidas, y tiene su lógica, ya que la declinación que hemos medido del sol a la tierra, y la definida por USNO tienen sentidos contrarios. Se procede a cambiar el signo de la ecuación desarrollada, para poder comparar la misma en el espacio habitual que se han expuesto las gráficas anteriores, y en otros más cortos para observar el grado de acoplamiento.

Gráfica 48 >>>> $\text{Plot}\{\{\text{ArcTan}[\frac{-V1st[[3,1]]}{\text{Sqrt}[V1st[[1,1]]^2+V1st[[2,1]]^2]}\}180/p, d, 180/p\}, \{t, 2456290, 2456690\}, \text{PlotLegends} \rightarrow \{\text{"Ecuación desarrollada"}, \text{"Ecuación USNO"}\}$

Se cambia el periodo a observar de 2456372.5 a 2456373.5. (1 día de duración)

Gráfica 50 >>>> $\text{Plot}[\{\text{ArcTan}[\{-V1st[[3,1]]/\text{Sqrt}[V1st[[1,1]]^2+V1st[[2,1]]^2]\}]180/p, d 180/p\}, \{t, 2456371.5, 2456372.5\}, \text{PlotLegends} \rightarrow \{\text{"Ecuación desarrollada"}, \text{"Ecuación USNO"}\}]$

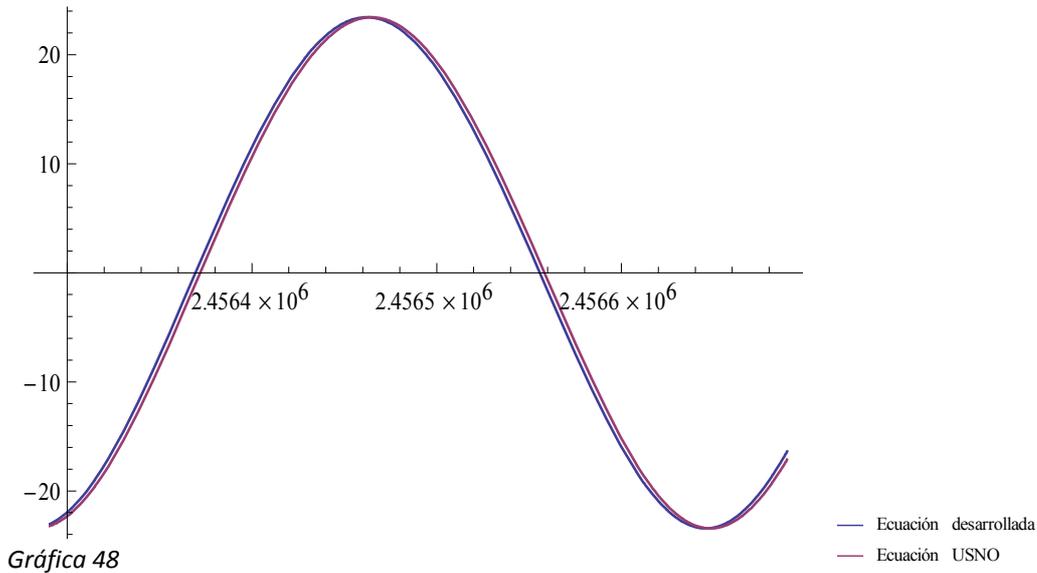


Como se puede observar es más precisa la ecuación del USNO, ya que la declinación debe ser 0 en el equinoccio. Se observa un error de aproximadamente 0.9º en declinación.

Así mismo conviene recordar que cuando hacíamos el planteamiento de la anomalía media, podíamos poner como inicio J2000 o el ultimo paso por el perihelio. Es evidente que puede ser más precios esto último, ya que no se acumulan los errores del 2000 al 2013 debidos a infinidad de factores.

De todas formas como, la ecuación del Observatorio Naval recoge una serie de conceptos como la aberración, y precesión que aquí no han sido considerados, además de garantizar una precisión para una época que sirve a los propósitos de este trabajo, se seguirá adelante con la citada ecuación publicada.

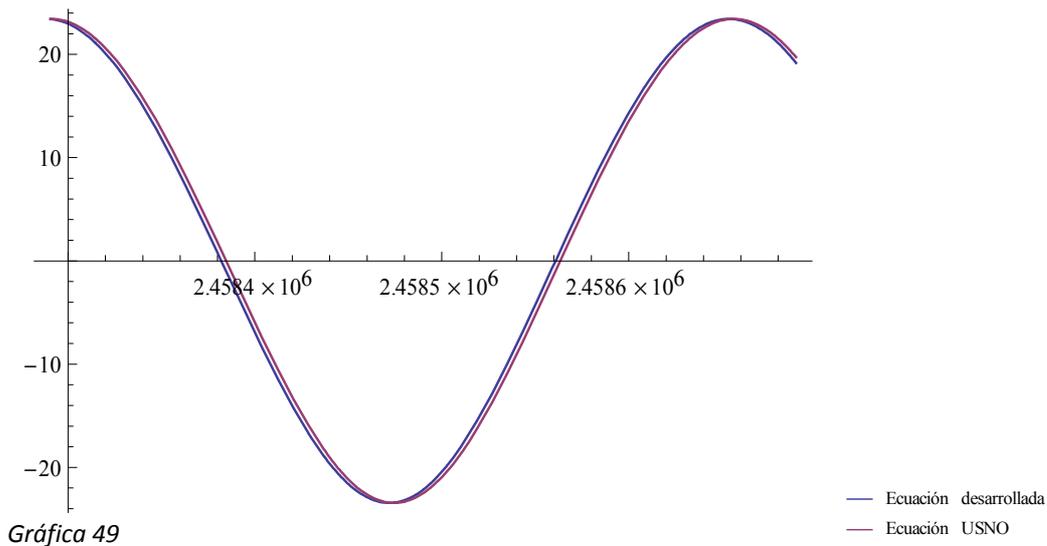
No obstante aunque el planteamiento finalmente ha sido algo erróneo, ya que no hemos tenido en cuenta otros conceptos y existe un desajuste importante en ascensión recta, se ha dejado incluido, para ver el desarrollo. Pero es un error acumulativo, que tiene probablemente sea el desajuste entre los ejes de la época J2000, y los actuales debido a la precesión.



Se puede observar que existe un pequeño desfase, que conviene analizar, ya que aunque el planteamiento de ambos es bastante robusto, es conveniente confirmar la precisión.

Como parece que el desfase es constante, se comprueba si se mantiene en el tiempo o se invierte por lo que analizamos la gráfica 2000 días más adelante.

Gráfica 49 >>>> `Plot[{ArcTan[(-V1st[[3,1]]/(Sqrt[V1st[[1,1]]^2+V1st[[2,1]]^2))]]180 / p , d 180 / p }, {t,2458290,2458690},PlotLegends->{"Ecuación desarrollada","Ecuación USNO"}]`



Aparentemente continua igual. Comprobamos el Equinoccio de primavera. Para ello se va a introducir el periodo correspondiente. Equinoccio Primavera 20 Marzo 2013 11.02 horas.

14. SINCRONIZACIÓN DE LA ROTACIÓN DE LA TIERRA.

Para sincronizar la rotación de la tierra en astronomía, se suele utilizar la observación, a cuerpos estelares, a través de estos y su ascensión recta es posible identificar la posición exacta del punto aries, y el eje X de esas coordenadas celestes móviles.

No obstante, para la aplicación, aquí buscada en función de t no es posible ese método y lo que debemos buscar es un ángulo en términos absolutos, y para ello se deberán utilizar las fórmulas para conseguirlo.

$$TSGreenwich = 6h38min45,836s + 8640184,542s \times T + 0,0929s T^2 \quad (14.1)$$

Siendo T el número de siglos julianos transcurridos a medianoche de Greenwich (0.00h) desde el mediodía (12.00) en Greenwich del 31 de Diciembre de 1899. No obstante existe referencias más cercanas y ajustadas a la época J2000.0

De esta manera a J2000, y en grados.

$$TSGreenwich = 280.46061837 + 360.9856473662 \times DJ + 0.000387933 \times T^2 - T^3/38710000 \quad (14.2)$$

Siendo DJ en este caso (Fecha Juliana-2451545.0) días julianos y T siglo Juliano contado a partir de la fecha J2000.0.

También se puede utilizar la fórmula ERA definida en la nota técnica 36 del IERS, que básicamente es la misma fórmula que 14.2 pero más simplificada y en radianes.

$$ERA = 2 \pi (0.7790572732640 + 1.00273781191135448 Tu) \quad (14.3)$$

Se podría utilizar (14.2) para calcular la hora sideral en Greenwich en función de un tiempo terrestre absoluto.

Para calcular $T_{\text{meridianolocal}}$ no hay más que sumar la longitud del lugar.

$$T_{\text{meridianolocal}} = TSGreenwich + \lambda$$

Se necesitará este ángulo para obtener las transformaciones de las coordenadas en sistema local.

Para transformar el sistema de coordenadas utilizaremos la ecuación (14.2) para el ángulo de longitud.

Se podría ajustar aún más y se podrá corregir, si se desea el ángulo ERA con mediante el valor acumulativo de precesión y nutación en ascensión recta. Existen muchos métodos tanto empíricos como teóricos.

Seguon Nota técnica 36 IERS para obtener el GST (Greenwich Sideral Time) con las relaciones (Aoki and Kinoshita, 1983;Capitaine and Gointer, 1993) a nivel de microarcoresegundo:

$$GST = dT_0 + ERA + \int_{t_0}^t (\psi_A + \Delta\psi_1) \cos(\omega_A + \Delta\epsilon_1) dt - \chi_A + \Delta\psi \cos \epsilon_A + \Delta\psi_1 \cos \omega_A, \quad (14.4)$$

Pudiendose escribir en función de la ecuación de orígenes EO.

$$EO = - dT_0 - \int_{t_0}^t (\psi_A + \Delta\psi_1) \cos(\omega_A + \Delta\epsilon_1) dt + \chi_A - \Delta\psi \cos \epsilon_A + \Delta\psi_1 \cos \omega_A, \quad (14.5)$$

Pero en el caso concreto de desarrollo, que se esta realizando, no requiere tal precisión, pero si se debe indicar, que existen métodos para hacerlo, y existen procedimientos establecidos para ello. No queremos complicar el cálculo, ya que los +9" de la nutación, no perjudica de manera representativa para e l desarrollo .

Asi para hacer la formulación mas sencilla, y ser coherente con las *Aproximate Solar Coordinates*, calcularemos el día sideral medio así como su corrección a través del procedimiento propuesto igualmente por el Observatorio Naval de lo Estados Unidos (USNO) denominado *Aproximate Sideral Time*.

Con precisión de 0.1 s por siglo:

Tiempo sidereo medio en horas.

$$GMST = 18.697374558 + 24.06570982441908 D \quad (14.6)$$

Tiempo sidereo aparente

$$GAST = GMST + eqeq. \quad (14.7)$$

Ecuación de los equinocios .

$$e_{eq} = \Delta\psi \cos \varepsilon \quad (14.8)$$

Nutación en longitud.

$$\Delta\psi \approx -0.000319 \sin \Omega - 0.000024 \sin 2L \quad (14.9)$$

Longitud al nodo ascendente de la luna.

$$\Omega = 125.04 - 0.052954 D, \quad (14.10)$$

Siendo la longitud media del sol (Igual que procedimiento coordenadas solares)

$$L = 280.47 + 0.98565 D. \quad (14.11)$$

Oblicuidad (gual que procedimiento coordenadas solares)

$$\varepsilon = 23.4393 - 0.0000004 D. \quad (14.12)$$

Ω , L , ε están expresadas en grados.

Indicar que para procedimientos generales hace referencia a sus notas técnicas, en especial a la 179.

http://aa.usno.navy.mil/publications/docs/Circular_179.pdf (8/2013)

15. TRANSFORMACION A COORDENADAS LOCALES.

El objetivo principal es tener las coordenadas en un sistema local, ya en este punto es más sencillo obtener directamente el la Ascensión Recta y Declinación, pero el objetivo del trabajo, es obtener un vector de posición solar en coordenadas locales N-S E-O y Z en el plano del horizonte.

Posteriormente se volverá a transformar a D y AR , para comprobar, con datos en la bóveda celeste fija, en la aplicación Stellarium.

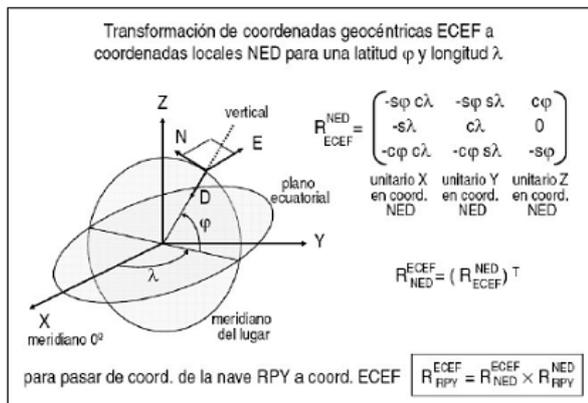


Ilustración 51 Transformación ECEF a NED

Tenemos las coordenadas geocéntricas ECEF, con el eje X en Greenwich, por lo que podríamos pasar a local para cualquier longitud y latitud, coordenadas locales NED para una latitud φ y una longitud λ .

$$\lambda = \text{TSGreenwichverdadero} + \lambda_{\text{local}} \quad (15.01)$$

Esto se puede realizar mediante la rotación R_{ECEF}^{NED} .

Una vez obtenida RA y d de la fórmula USNO, podemos obtener las coordenadas ya con respecto a ese eje que gira solidariamente con la tierra donde, a través de los dos ángulos, nos interesa la distancia.

$$X = 1 * \text{Cos}(\text{RA Ascensión recta}) \text{Cos}(d \text{ Declinación})$$

$$Y = 1 * \text{Sen}(\text{RA Ascensión recta}) \text{Cos}(d \text{ Declinación})$$

$$Z = 1 * - \text{Sen}(d \text{ Declinación}) \quad (\text{Ojo signo de la coordenada Z})$$

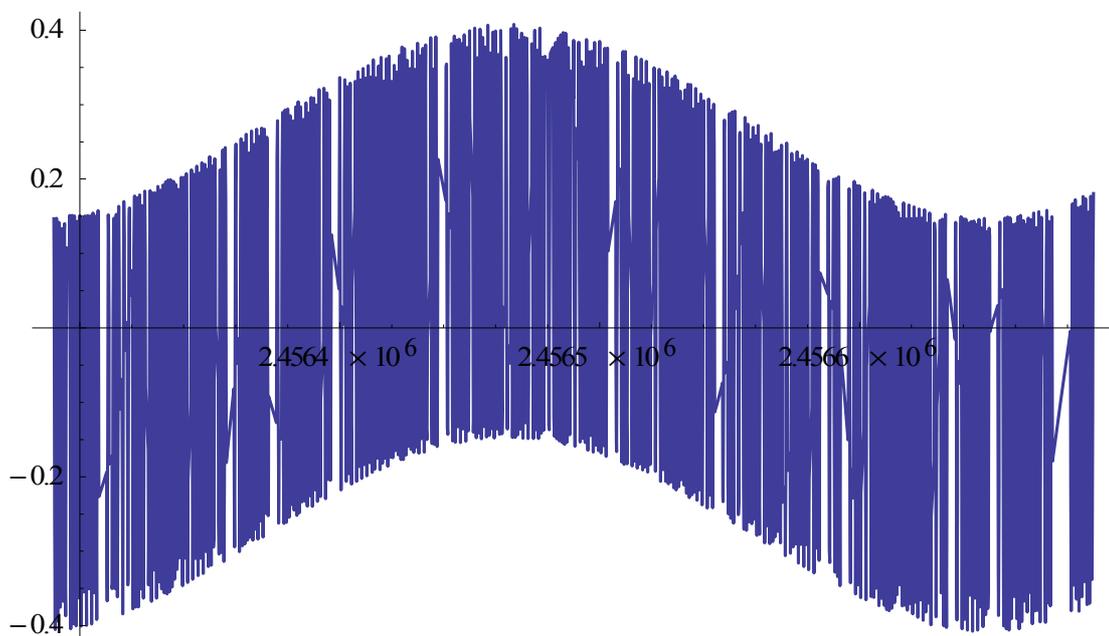
No obstante en las ecuaciones de RA es necesario resolver el problema de los cuadrantes, y para ello se ha obtenido en obtener un sistema que nos da la ascensión recta entre 0180 y -180° que sirve perfectamente para nuestro desarrollo.

16. GRÁFICOS DE FUNCIONES

Se expone a continuación nuevamente las gráficas, en las que se muestra acoplada la declinación al movimiento diario de rotación terrestre. Prero para poderla representar correctamente la daremos en términos de altura de elevación y acimut, tal y como se hablaba del primer caso de bóveda celeste, expuesto en (10.2)

Se introduce una latitud de 40° y Longitud 0°

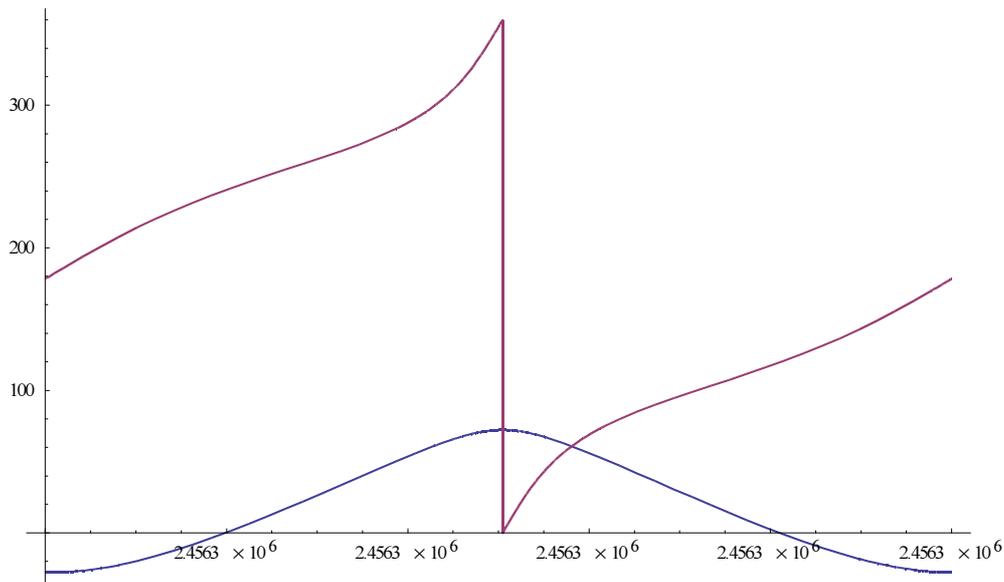
Gráfica 52 Elevación en ciclo anual >>>> Plot[Componenteelevacion 180/ p, {ti,2458290,2458690}]



Gráfica 52: Elevación en ciclo anual en función d (t) en °

A primera vista si se ajusta al ciclo anual en función de (t).

Gráfica 53 Elevación y Acimut en ciclo diario >>>> lot[{Componenteelevacion 180/ p,Componenteacimutal 180/ p},{ti,2458300.5,2458301.5}]



Gráfica 53 Elevación y Acimut en ciclo diario en °

Se comprueba como la Elevación es máxima cuando el Acimut es de 180°

Para hacer la comprobación, recordar que se ha pasado a NED para volver a pasar, a bóveda celeste pero local mediante:

$$\ln[72]:= \text{Componenteelevacion} = \tan^{-1} \left(- \frac{\text{Vlocalnorteeste}[3, 1]}{\sqrt{\text{Vlocalnorteeste}[1, 1]^2 + \text{Vlocalnorteeste}[2, 1]^2}} \right);$$

$$\ln[73]:= \text{Componenteacimutal} =$$

$$\pi - \text{sgn}(\text{Vlocalnorteeste}[2, 1])$$

$$\cos^{-1} \left(- \frac{\text{Vlocalnorteeste}[1, 1]}{\sqrt{\text{Vlocalnorteeste}[1, 1]^2 + \text{Vlocalnorteeste}[2, 1]^2}} \right);$$

(16.1)

17. COMPROBACIÓN CON LISTADOS OBSERVATORIO NAVAL

Se realiza una comprobación del montaje para los valores

$l=0$; $j=40$; 2013- Marzo 20 14 h , 2013-Julio 12 17.06 , 2018 Noviembre 30 10.02.

$ti=\{\{2456372.0833\},\{2456495.2125\},\{2458452.91806\}\};$

```
In[38]= ti = {{2 456 372.0833}, {2 456 495.2125}, {2 458 452.91806}}
Out[38]= {{2.45637 × 106}, {2.4565 × 106}, {2.45845 × 106}}

In[39]= RA 180 / π
Out[39]= {{0.111467}, {121.234}, {-113.618}}

In[40]= d 180 / π
Out[40]= {{0.048322}, {20.3386}, {-21.6623}}

In[41]= Componenteelevacion 180 / π
Out[41]= {{42.5336}, {24.2424}, {23.5168}}

In[42]= Componenteacimutal 180 / π
Out[42]= {{219.798}, {276.877}, {152.957}}
```

(17.1)

Comprobación de valores con Listados USNO correspondiente a las fechas:

2013- Marzo 20 14 h

Astronomical Applications Dept.
 U.S. Naval Observatory
 Washington, DC 20392-5420

(NO NAME GIVEN)

○ , ○ ,
 0 00, N40 00

Altitude and Azimuth of the Sun
 Mar 20, 2013
 Universal Time

	Altitude	Azimuth (E of N)
--	----------	---------------------

13:50	43.7	216.8
14:00	42.5	219.8
14:10	41.3	222.7

(17.2)

2013-Julio 12 17.06

Astronomical Applications Dept.
U.S. Naval Observatory
Washington, DC 20392-5420

(NO NAME GIVEN)

0 00, N40 00

Altitude and Azimuth of the Sun
Jul 21, 2013
Universal Time

	Altitude	Azimuth (E of N)
17:00	25.4	276.0
17:10	23.5	277.5
17:20	21.6	279.0
		(17.3)

2018 Noviembre 30 10.02.

Astronomical Applications Dept.
U.S. Naval Observatory
Washington, DC 20392-5420

(NO NAME GIVEN)

0 00, N40 00

Altitude and Azimuth of the Sun
Nov 30, 2018
Universal Time

	Altitude	Azimuth (E of N)
09:50	22.5	150.2
10:00	23.4	152.5
10:10	24.2	154.9
		(17.4)

Los resultados computados (17.1) se ajustan a los obtenidos de listados USNO (17.2), (17.3), y (17.4).

18. INTEGRACIÓN DE TIEMPO GPS.

18.1. Generalidades de escalas de tiempos.

Para comprender la integración de tiempos debemos repasar los conceptos de tiempo.

La unidad de tiempo del sistema internacional SI es el segundo atómico, correspondiente al (TAI) Tiempo Atómico Internacional, y su valor es el correspondiente a 9192631770 periodos de la radiación correspondiente entre dos niveles hiperfinos del átomo de cesio 133. Esta escala de tiempo es continua y constante.

La rotación de la tierra en cambio no es uniforme, se produce una pequeña desaceleración, en la rotación 16 milisegundos cada 1000 años, Además de pequeñas modificaciones debidas a la nutación que hacen variar la misma en algunos milisegundos cada año.

Para resolver esta situación, se ha construido un sistema de tiempo Universal, que se adapta tanto a la rotación de la tierra, como a las costumbres, y hábitos culturales de las diversas zonas del mundo. No obstante el tiempo universal no es un tiempo homogéneo ni continuo. Y de hecho cada cierto tiempo se le añaden leap second para ajustar, el UTC a la rotación de la tierra.

De hecho el tiempo universal TU esta compuesto por:

(UT0) Es la escala de tiempo generada por el día solar medio.

(UT1) UT0 corregido por la componente racional inducida por el efecto de nutación de los polos.

(UT2) Es la escala de tiempo UT1 corregida por las variaciones periódicas y estacionales en la velocidad de rotación de la tierra,

(UTC) Tiempo coordinado. Tiempo civil coordinado. Zona horaria sobre la que se calculan todas las otras del mundo. Es el sucesor de Greenwich Mean Time.

España invierno UTC+1 y verano UTC+2

Tiempo GPS Es un tiempo que depende de un conjunto de relojes atómicos, operados por el Observatorio Naval de los Estados Unidos, es decir es continuo y paralelo al (TAI) y no varía en función de la rotación de la tierra, ni se le añaden segundos de ajuste (leap second)

La escala de tiempo GPS se fijó como coincidente con la escala de Tiempo Universal Coordinado a las 00:00:00 horas del 6 de Enero de 1980. Fijando los 0 segundos de tiempo GPS. Siendo este instante el tiempo atómico internacional (TAI) 19 segundos.

Por lo tanto y como el tiempo GPS y TAI son paralelos, si bien el Observatorio Naval de los EEUU puede introducir ligeras modificaciones del orden de $1\mu\text{s}$, consideraremos a estos efectos que son paralelos.

Luego se puede afirmar que $T_{\text{GPS}} = T_{\text{TAI}} - 19$ segundos.

Así mismo se conoce que la fecha de la época desde la que vamos a desarrollar todos los cálculos, es decir la época J2000.0 se refiere a la fecha juliana 2451545.00 TT o 1 de enero de 2000. que es equivalente a 11:59:27:816 TAI o 1 de enero de 2000 11:58:55.816 UTC

$$TT = TAI + 32.184\text{s} \quad (18.1)$$

Luego TT tiempo terrestre en la fecha J2000.00 = 2451545

18.2. Forma Mensaje de tiempo incluido en la efemeride de la señal de los satélites.

Por otro lado, se debe analizar como llega la señal al receptor GPS, que hay que recordar que es el que va a operar el sistema.

Por un lado el mensaje de navegación va a proporcionar el número de semanas.

Numero de semanas contadas de manera continua sin interrupción, siendo la semana (0) la primera contada desde la medianoche del 5 a 6 de Enero de 1980 (WN week numner).

Por otro lado se va a contar con el numero de segundos dentro de la semana de 60480 segundos, desde el inicio/final. (T_E).

Además de estos valores es posible utilizar los coeficientes para pasar a tiempo UTC en módulo de un día 86400s a través del polinomio:

$$t_{\text{UTC}} = (t_E - \Delta t_{\text{UTC}}) [\text{modulo } 86400 \text{ seconds}] \quad (18.2)$$

$$\Delta t_{UTC} = \Delta t_{LS} + A_0 + A_1 (t_E - t_{ot} + 604800 (WN - WN_t)), \text{ seconds;} \quad (18.3)$$

Donde:

Δt_{LS} = delta time due to leap seconds;

A_0 and A_1 = constant and first order terms of polynomial;

T_E = Tiempo estimado GPS en segundos relativos al final o inicio de semana, despues de las correcciones Tsv de usuario por los parámetros que se indican a más adelante.

No obstante, al tratar en nuestro algoritmo en fechas julianas lo que realmente interesa es el dato del leap seconds incluido en el mensaje Δt_{LS} , para poder tener la posibilidad de pasar a UTC.

Para corregir el tiempo transmitido en cada uno de los satelites, se realizará mediante:

$$t = t_{sv} - \Delta t_{sv}$$

Donde t GPS SYSTEM TIME (SECONDS)

t_{sv} effective SV PRN code phase time at message transmisión time (seconds)

Δt_{sv} SV PRN code phase time offset (seconds)

SV PRN CODE PHASE TIME OFFSET (SECONDS)

$$\Delta t_{tr} = a_{f0} + a_{f1}(t - t_{oc}) + a_{f2}(t - t_{oc})^2 + \Delta t_r$$

(18.4)

a_{f0}, a_{f1}, a_{f2} son coeficientes dados en el fichero de efemérides.

$$\Delta t_r = F e^{\sqrt{A}} \sin E_k \quad (18.5)$$

$$F = \frac{-2\sqrt{\mu}}{c^2} = -4.442807633 (10)^{-10} \frac{\text{sec}}{\sqrt{\text{meter}}}, \quad (18.6)$$

t_{oc} es el tiempo de referencia de los datos de reloj.

$$\Delta t_r = F e \sqrt{A} \sin E_k$$

(18.7)

$$\mu = 3.986005 \times 10^{14} \frac{\text{meters}^3}{\text{second}^2}$$

Gravitación Universal Tierra

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \frac{\text{meters}}{\text{second}}$$

Velocidad Luz

18.3. Transformación tiempo terrestre a valores proporcionados por GPS (WN NUMERO SEMANAS) y TE (SEGUNDOS DENTRO DEL CLICLO SEMANAL)

Se supondrá que ya están corregidos los valores de T_E = Tiempo estimado GPS, y se tiene el valor T_E WN Número de semanas desde el 6 Enero 1980, y la corrección Leap seconds Δt_{LS} .

Se va a utilizar tiempo terrestre TT para las ecuaciones ya que USNO indica que se utilizará para el cálculo del TT UT0 + UT1 lo cual indica que no hay que utilizar el Leap second.

De 6 Enero 00.00 horas a 1 Enero de Enero 2000 12.00 mediodía son 20 años menos 5,5 días.

$$365.25 \text{ días} \times 20 \text{ años} - 5,5 \text{ días} = 7299.5 \text{ días. } \gg \gg \text{ Luego } 86400\text{s} \times 7299.5 \text{ días.}$$

630676800 segundos es el Tiempo GPS de la fecha de referencia J2000.0 12 de mediodía.

Como $TAI = T_{GPS} + 19\text{s}$ y $TT = TAI + 32.184\text{s}$ $TT = 51.184 + T_{GPS}$

$UTC = TAI + \Delta t_{LS}$ (comprobando el signo) $UTC = T_{GPS} + 19\text{s} + \Delta t_{LS}$

Luego la fecha JD 2000 en TT será 630727984s y en UTC será 630676819s + Δt_{LS} .

El tiempo que mandará el sistema será el tiempo GPS

$$t = T_E + (WN \times 604800) \text{ para dejarlo en días GPS}$$

De igual manera se utilizará $t = T_E + (WN \times 604800) + 51.184$ (segundos) para aplicar TT

$$t = T_E + (WN \times 604800) + 19 + \Delta t_{LS} \text{ (segundos) para aplicar UTC}$$

19 ALGORITMO COMPLETO INTEGRADO

tt j2000 ES igual a 630676800 segundos en el tiempo GPS $T_{gps} = T_e + (WN \cdot 604800) + 51.184s$ Como tanto en la ecuación de usno en transformación de coordenadas como en la del ángulo sidereo se debe utilizar

$$t = (T_e + 604800 \cdot WN - 630676800) / 86400;$$

USNO APROXIMATE SOLAR Y GMST

$$q = 280.459 + 0.98564736 t;$$

$$g = 357.529 + 0.98560028 t;$$

$$L = q + 1.915 \sin [g \text{ Degree}] + 0.020 \sin [2 g \text{ Degree}];$$

$$R = 1.00014 - 0.01671 \cos [g \text{ Degree}] - 0.00014 \cos [2 g \text{ Degree}];$$

$$\Sigma = 23.439 - 0.00000036 t;$$

$$RA = \text{ArcTan} [\cos [L \text{ Degree}], \cos [\Sigma \text{ Degree}] \sin [L \text{ Degree}]];$$

$$d = \text{ArcSin} [\sin [\Sigma \text{ Degree}] \sin [L \text{ Degree}]];$$

$$X_{usno} = 1 * \cos [RA] \cos [d];$$

$$Y_{usno} = 1 * \sin [RA] \cos [d];$$

$$Z_{usno} = 1 * \sin [d];$$

$$V_{usno} = \{ \{X_{usno}\}, \{Y_{usno}\}, \{Z_{usno}\} \};$$

$$GMST = \text{FractionalPart} [(18.69737474558 + t \cdot 24.06570982441908) \cdot 15 / 360] \cdot 360 / 15;$$

ECUACION DE LOS EQUINOCIOS

$$\Omega = 125.04 - (0.052954 t);$$

$$\Delta\psi = -0.000319 \sin [\Omega \text{ Degree}] - 0.000024 \sin [2 q \text{ Degree}];$$

$$eqeq = \Delta\psi \cos [\Sigma \text{ Degree}];$$

CORRECCION DE TIEMPO SIDERAL MEDIO Y PASARLO A GRADOS

$$GAST = (GMST + eqeq) \cdot 15;$$

ÁNGULO DE GIRO

$$\lambda_{tras} = GAST + \lambda;$$

PROCEDEMOS A TRANSFORMAR DE ECEF A NED

$$\text{TRASNEDECEF} = \{ \{ -\sin [\varphi \text{ Degree}] \cos [\lambda_{tras} \text{ Degree}], \\ -\sin [\varphi \text{ Degree}] \sin [\lambda_{tras} \text{ Degree}], \cos [\varphi \text{ Degree}] \}, \\ \{ -\sin [\lambda_{tras} \text{ Degree}], \cos [\lambda_{tras} \text{ Degree}], 0 \}, \{ -\cos [\varphi \text{ Degree}] \cos [\lambda_{tras} \text{ Degree}], \\ -\cos [\varphi \text{ Degree}] \sin [\lambda_{tras} \text{ Degree}], -\sin [\varphi \text{ Degree}] \} \};$$

$$V_{localnorteeste} = \text{TRASNEDECEF} \cdot V_{usno};$$

$$\text{Componenteelevacion} = \text{ArcTan} [-V_{localnorteeste}[[3, 1]] / \\ \text{Sqrt}[V_{localnorteeste}[[1, 1]]^2 + V_{localnorteeste}[[2, 1]]^2]];$$

Componenteacimutal =

$$\pi + (-\text{Sign}[V_{localnorteeste}[[2, 1]]] * \text{ArcCos} [-V_{localnorteeste}[[1, 1]] / \\ \text{Sqrt}[V_{localnorteeste}[[1, 1]]^2 + V_{localnorteeste}[[2, 1]]^2]]);$$

DATOS DE ENTRADA ENTRADA:

WN Número de semanas GPS desde 6 Enero 1980 considerando 0 la primera

T_e Tiempo GPS ya corregido recibido del satélite en e ciclo de 60480 segundos a la semana.

λ Longitud local

φ Latitud local

DATOS DE SALIDA: (NED)

Coordinada Norte Positiva hacia el norte

Coordenada Este-Oeste positiva hacia el este

Cordenada Nadir-Cenit positiva hacia el Nadir

También salida

Altitude y Azimut

COMPONENTE NORTE LOCAL POSITIVA HACIA EL NORTE

$v_{localnorteeste}[[1, 1]]$

$$\begin{aligned}
 & - \left(\sin(\varphi^\circ) \sin^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \right. \\
 & \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459) \\
 & \quad \sqrt{(1 - \sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \sin^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) \\
 & \quad \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) \\
 & \quad \sin^\circ \left(15 \left((-0.000319 \sin^\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) - 0.000024 \right. \right. \\
 & \quad \quad \sin(2^\circ(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \quad \left. \left. \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) + \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. 24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974) \right) + \lambda \right) \right) \right) / \\
 & \quad (\sqrt{(\sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \cos^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) + \\
 & \quad \cos^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) - \\
 & \quad \left(\sin(\varphi^\circ) \sqrt{(1 - \sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \right. \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \quad \sin^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) \\
 & \quad \cos^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \cos^\circ \left(15 \left((-0.000319 \sin^\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) - \right. \right. \\
 & \quad \quad 0.000024 \sin(2^\circ(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \quad \left. \left. \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) + \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. 24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974) \right) + \lambda \right) \right) \right) / \\
 & \quad (\sqrt{(\sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
 & \quad \cos^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) + \\
 & \quad \cos^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) + \\
 & \quad \cos(\varphi^\circ) \sin^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459) \\
 & \quad \sin^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))
 \end{aligned}$$

COMPONENTE ESTE LOCAL POSITIVA HACIA EL ESTE)

`vlocalnorteeste[[2, 1]]`

$$\begin{aligned}
 & \left(\sin^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \right. \\
 & \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \\
 & \quad \sqrt{(1 - \sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \\
 & \quad \quad \sin^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800)))} \\
 & \quad \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) \\
 & \quad \cos^\circ \left(15 \left((-0.000319 \sin^\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) - \right. \right. \\
 & \quad \quad 0.000024 \sin(2^\circ(0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459))) \\
 & \quad \quad \left. \left. \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) + \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. 24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 18.6974) \right) + \lambda \right) \right) / \\
 & \quad \left(\sqrt{(\sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \right. \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \\
 & \quad \quad \cos^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) + \\
 & \quad \quad \cos^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad \left. \left. 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \right) \right) - \\
 & \quad \left(\sqrt{(1 - \sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \right. \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \\
 & \quad \quad \sin^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800)))} \\
 & \quad \cos^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad \left. \left. 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \right) \right) \\
 & \quad \sin^\circ \left(15 \left((-0.000319 \sin^\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) - \right. \right. \\
 & \quad \quad 0.000024 \sin(2^\circ(0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459))) \\
 & \quad \quad \left. \left. \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) + \right. \right. \\
 & \quad \quad \left. \left. 24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 18.6974) \right) + \lambda \right) \right) / \\
 & \quad \left(\sqrt{(\sin^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \right. \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \\
 & \quad \quad \cos^2^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800))) + \\
 & \quad \quad \cos^2^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad \left. \left. 0.000011408 (Te + 604\,800\,WN - 630\,676\,800) + 280.459) \right) \right)
 \end{aligned}$$

COMPONENTE NADIR LOCAL POSITIVA HACIA EL NADIR

Vlocalnorteeste[[3, 1]]

$$\begin{aligned}
& - \left(\cos(\varphi^\circ) \sin^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \right. \\
& \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459) \\
& \quad \sqrt{(1 - \sin^2(\varphi^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \quad \sin^2(\varphi^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) \\
& \quad \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) \\
& \quad \sin^\circ \left(15 \left((-0.000319 \sin^\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) - 0.000024 \right. \right. \\
& \quad \quad \sin(2^\circ(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \quad \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) + \\
& \quad \quad \left. \left. 24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974) \right) + \lambda \right) \right) \right) / \\
& \quad (\sqrt{(\sin^2(\varphi^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \quad \cos^2(\varphi^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) + \\
& \quad \quad \cos^2(\varphi^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459))}) - \\
& \quad \left(\cos(\varphi^\circ) \sqrt{(1 - \sin^2(\varphi^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \right. \\
& \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \quad \sin^2(\varphi^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) \\
& \quad \cos^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \cos^\circ \left(15 \left((-0.000319 \sin^\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) - \right. \right. \\
& \quad \quad 0.000024 \sin(2^\circ(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \quad \cos^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) + \\
& \quad \quad \left. \left. 24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974) \right) + \lambda \right) \right) \right) / \\
& \quad (\sqrt{(\sin^2(\varphi^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \\
& \quad \quad \cos^2(\varphi^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) + \\
& \quad \quad \cos^2(\varphi^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459))}) + \\
& \quad \sin(\varphi^\circ) \sin^\circ(1.915 \sin^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\
& \quad \quad 0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459) \\
& \quad \quad (-\sin^\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)))
\end{aligned}$$

COMPONENTE ALTITUD 0-90°

Componente elevacion

$$\begin{aligned} & \tan^{-1} \left(\left(\sin(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) \right. \right. \\ & \quad \sin(\circ \varphi) \sin(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \\ & \quad \quad 1.915 \sin(\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\ & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) + \\ & \left. \left(\cos(\circ \varphi) \cos(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \right. \\ & \quad 1.915 \sin(\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\ & \quad 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) \\ & \quad \cos \left(\circ \left(\lambda + 15 \left(24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974) \right) \right) + \right. \right. \\ & \quad \quad \cos(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) \\ & \quad \quad \left. \left. (-0.000319 \sin(\circ (125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) - \right. \right. \\ & \quad \quad \quad \left. \left. 0.000024 \sin(2^\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \right) \right) \right) \right) \\ & \quad \sqrt{(1 - \sin^2(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)))} \\ & \quad \quad \sin^2(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \\ & \quad \quad \quad \sin(\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 0.02 \\ & \quad \quad \quad \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) \Big) \Big) / \\ & \quad \left(\sqrt{(\cos^2(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \sin(\circ \right. \\ & \quad \quad (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\ & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) + \\ & \quad \quad \cos^2(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)))} \\ & \quad \quad \sin^2(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \\ & \quad \quad \quad 1.915 \sin(\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\ & \quad \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) \Big) \Big) + \\ & \left(\cos(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) \cos(\circ \varphi) \right. \\ & \quad \sin(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \\ & \quad \quad 1.915 \sin(\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \\ & \quad \quad 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) \\ & \quad \sqrt{(1 - \sin^2(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)))} \\ & \quad \quad \sin^2(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \\ & \quad \quad \quad \sin(\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 0.02 \\ & \quad \quad \quad \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459)) \Big) \Big) / \\ & \quad \sin \left(\circ \left(\lambda + 15 \left(24 \operatorname{frac} \left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974) \right) \right) + \right. \right. \\ & \quad \quad \cos(\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) (-0.000319 \\ & \quad \quad \quad \sin(\circ (125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))) - 0.000024 \\ & \quad \quad \quad \left. \left. \sin(2^\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459)) \right) \right) \right) \Big) \Big) / \\ & \quad \left(\sqrt{(\cos^2(\circ (0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \sin(\circ (0.0000114074 \right. \\ & \quad \quad (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\sqrt{\left(\cos^2(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529)) + 280.459 \right) + \right. \\
 & \left. \cos^2(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) \right) \\
 & \left. \sin^2(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \\
 & \left. 1.915 \sin(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 0.02 \sin(\right. \\
 & \left. 2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 280.459) \right) \Bigg) / \\
 & \left(\sqrt{\left(\left(\cos(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \sin(\right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. 0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 0.02 \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 280.459) \right) \right) \right. \\
 & \left. \sqrt{1 - \sin^2(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))} \right. \\
 & \left. \sin^2(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \sin(\right. \\
 & \left. 0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 0.02 \right. \\
 & \left. \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \\
 & \left. 280.459) \right) \Bigg) / \left(\sqrt{\left(\cos^2(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 1.915 \sin(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 280.459) + \cos^2(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - \right. \right. \\
 & \left. \left. 630676800)) \sin^2(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 1.915 \sin(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 280.459) \right) \right) - \left(\cos(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \\
 & \left. 1.915 \sin(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 0.02 \right. \\
 & \left. \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 280.459) \right) \\
 & \left. \sqrt{1 - \sin^2(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800))} \right. \\
 & \left. \sin^2(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \\
 & \left. 1.915 \sin(0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \\
 & \left. 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + \right. \\
 & \left. 357.529) + 280.459) \right) \\
 & \left. \sin\left(\lambda + 15 \left(24 \frac{\text{frac}\left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 18.6974 \right)}{24} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \cos(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800)) \right) \right. \\
 & \left. \left. \left(-0.000319 \sin(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 \text{ WN} - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. 630676800)) \right) - 0.000024 \sin(2^\circ (0.000011408 \right. \right. \\
 & \left. \left. (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 280.459) \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \\
 & \left(\sqrt{\left(\cos^2(0.000011408 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 1.915 \sin(\right. \right. \\
 & \left. \left. 0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + 0.02 \right. \right. \\
 & \left. \left. \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 \text{ WN} - 630676800) + 357.529) + \right. \right. \\
 & \left. \left. 280.459) \right) \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sin(\circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + \\
 & \quad 357.529)) + 280.459)) \sin\left(\right. \\
 & \left. \circ\left(\lambda + 15 \left(24 \operatorname{frac}\left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 WN - 630676800) + 18.6974)\right) + \right. \right. \right. \\
 & \quad \cos(\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 WN - 630676800))) \\
 & \quad \left. \left. \left(-0.000319 \sin(\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 WN - \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. 630676800))\right) - 0.000024 \sin(2 \circ(0.000011408 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. (Te + 604800 WN - 630676800) + 280.459))\right) \right) \right) \right) \Big/ \\
 & \left(\sqrt{\left(\cos^2(\circ(0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \sin(\right. \right. \\
 & \quad \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + \\
 & \quad \quad 357.529)) + 280.459)) + \\
 & \quad \cos^2(\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 WN - 630676800))) \\
 & \quad \sin^2(\circ(0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \\
 & \quad \quad \sin(\circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + \\
 & \quad \quad \quad 357.529)) + 280.459)) \right) - \\
 & \left. \left(\cos(\circ(0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \sin(\right. \right. \\
 & \quad \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 280.459)) \cos\left(\right. \\
 & \left. \circ\left(\lambda + 15 \left(24 \operatorname{frac}\left(\frac{1}{24} (0.000278538 (Te + 604800 WN - 630676800) + 18.6974)\right) + \right. \right. \right. \\
 & \quad \cos(\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 WN - 630676800))) \\
 & \quad \left. \left. \left(-0.000319 \sin(\circ(125.04 - 6.12894 \times 10^{-7} (Te + 604800 WN - \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. 630676800))\right) - 0.000024 \sin(2 \circ(0.000011408 (Te + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. 604800 WN - 630676800) + 280.459))\right) \right) \right) \right) \sin(\circ \varphi) \\
 & \sqrt{\left(1 - \sin^2(\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 WN - 630676800))) \right) \\
 & \quad \sin^2(\circ(0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \\
 & \quad \quad \sin(\circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + \\
 & \quad \quad \quad 357.529)) + 280.459)) \Big/ \\
 & \left(\sqrt{\left(\cos^2(\circ(0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \sin(\right. \right. \\
 & \quad \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + \\
 & \quad \quad 357.529)) + 280.459)) + \\
 & \quad \cos^2(\circ(23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 WN - 630676800))) \\
 & \quad \sin^2(\circ(0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \\
 & \quad \quad \sin(\circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + \\
 & \quad \quad 0.02 \sin(2 \circ(0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) +
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sin(2^\circ (0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 280.459)))}{\left(\sqrt{\left(\cos^2\left(^\circ (0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \sin\left(^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)\right) + 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + 280.459)\right) + \cos^2\left(^\circ (23.439 - 4.16667 \times 10^{-12} (Te + 604800 WN - 630676800))\right) \sin^2\left(^\circ (0.000011408 (Te + 604800 WN - 630676800) + 1.915 \sin\left(^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)\right) + 0.02 \sin(2^\circ (0.0000114074 (Te + 604800 WN - 630676800) + 357.529)) + 280.459)\right) \right)}$$

20. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y REVISIÓN DE OBJETIVOS PERSEGUIDOS

Revisando los objetivos autoimpuestos se puede afirmar, que se han cumplido, a juicio del autor del documento los siguientes:

- Se considera que la línea argumental desarrollada, ha servido para el primordial del Trabajo Fin de Máster, que es exponer los conocimientos adquiridos en cuanto a la materia de las asignaturas. El tema elegido ha requerido tratar aspectos muy diversos y ha dado la oportunidad de expresar en términos propios los conceptos que han sido adquiridos.
- Se ha buscado, exponer todos los conceptos, con un alto rigor técnico, de tal manera que se reconozca la procedencia de todos los términos o conceptos introducidos, además de hacer el documento entendible, a otros técnicos no puramente especialistas en la materia.
- El documento, se considera que es homogéneo, ya que se ha intentado tratar todas las áreas con la misma intensidad.
- Para la descripción de las referencias bibliográficas se ha seguido, cuando ha sido posible lo descrito en la norma UNE-ISO 690:2013.
- Se ha realizado un pequeño análisis técnico-económico del sector solar, diferenciando claramente entre el sector nacional y el internacional.
- Se ha procedido a explicar las generalidades del sector solar, además con la inclusión de los anexos, *Guía divulgativa de Castilla y León*, y *Documentación de interés de los fabricantes*, es posible obtener una idea bastante clara, de los elementos que constituyen el sector solar.
- El sistema de posicionamiento global (GPS), ha sido descrito, en suficiente profundidad para poder entender las posibilidades que pueden existir en usos de carácter más alternativo. No obstante se podía haber entrado en más profundidad, ya que el tema es muy extenso, pero no se ha considerado necesario.
- Se han descrito los factores que intervienen, en la órbita de la Tierra alrededor del sol, desde un punto de vista general, que ha servido para justificar o apoyar a las fórmulas expuestas.
- Se ha llegado, al punto principal que se buscaba, el encontrar una ecuación o algoritmo que represente todos los factores, que pueden afectar en el desarrollo de un seguidor solar comandado por un reloj GPS.

Igualmente se considerará que no se han cumplido o al menos totalmente los siguientes objetivos, por lo que ya directamente deben de ser considerados, como desarrollos futuros, en puntos siguientes:

- Desarrollo práctico de diseño de seguidores. Se tenía en mente utilizando algún programa CAD (Dibujo asistido) , CAE (Comprobación de esfuerzos), en realizar un ejemplo práctico, y diseñar algún caso particular de seguidor, para poder exponer la utilidad del desarrollo, pero finalmente no ha sido posible completarlo.
- No se ha completado, aunque si se ha apuntado a la posibilidad de hacerlo, el análisis en profundidad del error atmosférico, de tal manera que a través del mismo, y en ubicaciones que ya está resuelta la pseudodistancia, desarrollar usos alternativos del GPS, como pueden ser el control de la eficiencia del mismo, o la parametrización de su funcionamiento o registro estadístico.

21. APLICACIONES, DESARROLLOS FUTUROS Y LÍNEAS DE TRABAJO A DESARROLLAR

El abanico de posibilidades, es muy extenso, ya que se trata de un área muy diversa y es posible trabajar en infinidad de direcciones. No obstante se plantea a continuación una serie de puntos extremadamente interesantes a juicio del autor de este documento:

- El desarrollo de seguidores solares, tanto en cuanto a estructura mecánica, como a mando o control. Es una de las aplicaciones por naturaleza del desarrollo del trabajo, además debemos recordar, que es uno de los objetivos autoimpuestos, no alcanzados, en esta fase del trabajo, pero en ningún caso se ha renunciado a alcanzarlo en trabajos posteriores.
- De igual manera debe de ser tratado, el otro objetivo no alcanzado, en cuanto al estudio del error atmosférico, separando ionosférico y troposférico, para en una ubicación fija, con la pseudodistancia resuelta, poder utilizar el GPS en modo de mando y control, del equipo, así como registro histórico. Es un desarrollo que puede integrarse también con el punto anterior.

- Un handicap importante, para la utilización de los algoritmos que se plantean, es que la radiación solar es variable en función de la latitud, longitud, e instante fecha hora. Se utilizan bases de datos consultivas, como PVGIS, que proporcionan tablas de distribución de la misma, en distribución diaria, mensual o anual, horas de pico solar, etc. Uno de los grandes problemas, que tiene el utilizar una base de datos "externa", es que no es continua, y no es posible integrar los algoritmos que desarrollemos. Por lo que es muy interesante entrar desarrollo del propio mapa de radiación, no por razones de precisión o calidad, sino por razones de integración en el algoritmo.

De esta manera, tal y como se apunta en el documento, a través de consulta en bases de datos GIS, o directamente al registro estadístico meteorológico, y con un análisis de un Modelo Digital de Terreno (MDT), es posible modelizar una distribución lógica de la radiación solar.

PVGIS muestra los algoritmos bajo los que crea los mapas de radiación, por lo que en líneas generales este punto, que se propone como desarrollo futuro, trataría de obtener los resultados de la base de datos, en estado " más vigen", e integrar en el algoritmo que se desarrolle parte del proceso que se hace dentro de PVGIS.

- Un área a considerar necesariamente, para darle mayor proyección al trabajo, es la óptica propiamente dicha. La tecnología de concentración, es y será una parte muy importante del sector solar.

–

Una revisión y parametrización de todos los conceptos ópticos, en cuanto a flujo, reflexión, térmica, características de espejos, pueden multiplicar la utilidad del trabajo, así como buscar una integración de algoritmos. A medida que se realizara el estudio, seguro que van apareciendo, utilidades prácticas y nuevos retos.

- Si se logra integrar los algoritmos de orientación solar, con el GPS, además de la generación del mapa de radiación solar a través del MDT, se puede "soñar" con aplicaciones notables, en el área del conocimiento del presente Máster.

Si se contará con la herramienta citada, que integre MDT, radiación solar, ecuaciones de orientación solar, mediante un notable conocimiento de los factores que intervienen en el sector fotovoltaico, así como en los de solar de concentración, mediante geometría computacional, se podrían realizar infinidad de aplicaciones.

Se podría utilizar para estudios masivos, o para buscar de manera automática, ubicaciones idóneas, para este tipo de instalaciones, a través de los Modelos digitales de terreno (MDT), así como combinándolo con consultas georeferenciadas. No obstante el reto es de una envergadura tremenda, pero el resultado sería una herramienta de procesado de datos masivos de igualmente tremenda potencia.

- Igualmente el desarrollo de los algoritmos, planteados en el trabajo, pueden servir para desarrollar aplicaciones sencillas, pero muy prácticas, relacionadas con el sector.

Por ejemplo dada la gran importancia y desarrollo de los Smartphones, en el que hay que recordar llevan incluido GPS, giroscopio y acelerómetro, es posible desarrollar aplicaciones para comprobar las orientaciones de los paneles, tanto fijos como orientables.

22. CONCLUSIONES

El futuro del sector solar, tanto fotovoltaico como termosolar, y especialmente área de concentración, es prometedor, como no puede ser de otra manera. No obstante, no se debe de enfocar el mismo únicamente como un desarrollo, al abrigo de una prima o subvención, sino que debe trabajarse en una mejora de todos los factores que intervienen, con paso firme, ya que llegará un momento, y ese momento no estará muy lejos, en que la energía solar, sea totalmente competitiva con respecto a las tecnologías sucias, o por lo menos en ciertas situaciones.

La doble situación que se ha producido, de reducción de precio de paneles fotovoltaicos, así mismo como la irrupción de la tecnología concentración (CSP) Concentrating Solar Power, es un empujón importante al las tecnologías basadas en la energía solar.

En el caso concreto de la concentración (CSP), que ya se ha demostrado muy eficiente, en grandes plantas de producción eléctrica, existe un recorrido muy importante e interesante que es trasladar esa ciencia y tecnología a instalaciones de menor tamaño. Y en este punto existe una gran labor de soluciones imaginativas en cuanto al diseño de sistemas.

Desde el punto del vista del autor, en cuanto a los sistemas fotovoltaicos, se deben imponer los sistemas seguidores a los sistemas fijos o de integración arquitectónica. La evolución de los paneles debe de ir por un camino, y el aprovechamiento es decir la utilización de seguidores por otra. Se esta dando el caso de que generalmente los producto en su origen son más caros, y bajan de precio con el tiempo, y como el panel es más barato se tiene de a colocar sistemas fijos, que tienen menos mantenimiento.

Parece lógico pensar que esa decisión, de instalar paneles fijos o móviles a 1 o 2 ejes, se deba tomar exclusivamente en función de esa decisión del precio del panel, pero no debe ser exclusivamente así. Independientemente del precio, en la fabricación del silicio que va a constituir las " obleas" y posteriormente los paneles, es un proceso energéticamente muy costoso, ya que el silicio debe de alcanzar unos grados de pureza muy altos, y esto tiene implicado procesos térmicos muy importantes. De hecho se considera, que energéticamente los paneles no son rentables en términos energéticos y de emisión de kg CO2 a la atmósfera hasta los 5-6 años.

Si bien es necesario trabajar en energías renovables, no se puede permitir que estas no sean eficientes, o no lo sean en su grado máximo. Se debe ser responsable, y optimizar todos los esfuerzos. Desde este trabajo se hace una firme defensa de los sistemas móviles, con respecto a los sistemas fijos o integrados arquitectónicamente, si bien se debe trabajar en sistemas

moviles más sencillos y con menos cargas de mantenimiento, y en esta labor es donde puede ser entendido, este trabajo, de fijar unas bases y algoritmos, para diseñar sistemas más sencillos.

Se ha descrito la naturaleza de los sistemas solares, el Sistema de Posicionamiento Global, y la parametrización del movimiento aparente alrededor del sol,. De esta manera se puede analizar las grandes posibilidades de combinar técnicas, tanto en cuanto a realizar el mando de los seguidores, así como el propio control, y siempre aprovechando la gran capacidad que tiene el sistema GPS para sincronizar los tiempos.

Volver a reiterar, que el área de la energía solar, puede ser un importante campo de trabajo, para los técnicos relacionados con la cartografía y geodesia.

La utilidad del algoritmo propuesto, es evidente, que cumple con los objetivos planteados, de parametrizar el movimiento de un seguidor solar, en función de un tiempo t absoluto.

De esta manera se puede prescindir o complementar de la continua medición de la radiación solar, y programar con precisión el movimiento que debe de hacer el seguidor, enmarcando esto en un esfuerzo de simplificar y reducir los sistemas de seguimiento, especialmente intentando reducir los costes de mantenimiento.

El algoritmo, acompañado de una descripción de los fenómenos o factores que intervienen en estas áreas tecnológicas, constituyen una herramienta, importante para el diseño de sistemas, y en la búsqueda de sistemas de orientación "livianos". Así mismo permite estudiar, situaciones, muy específicas o casos muy particulares, en que los métodos generales no son efectivos, o no recogen correctamente todas las peculiaridades.

Este algoritmo o algoritmos similares, tienen múltiples aplicaciones prácticas, y apunta a una cantidad importante de posibles desarrollos posteriores, como los indicados en el apartado anterior.

Por último indicar, que aunque el trabajo ha sido intenso, se ha disfrutado mucho en la redacción del mismo, y se espera que además de servir para ser evaluado positivamente, pueda ser útil, para posteriores desarrollos futuros, o incluso para aplicarlo en la práctica profesionalmente.

Fernando Pablos Arroyo

Alumno Máste en Geotecnologías Cartograficas en Arquitectura e Ingeniería.

23. BIBLIOGRAFIA

Libros

PAREJA APARICIO, Miguel, *Radiación solar y su aprovechamiento energético*, Barcelona, Marcombo, 2010, ISBN 978-84-267-1559-3.

TORGE, Wolfgang, *Geodesy*, 3rd Completely rev. and extended ed., Berlin; New York, de Gruyter, 2001, ISBN 2-11-017072-8.

GONZALVO, Ana; IBÁÑEZ, Amaia; SANCHEZ DE LA TORRE, Elena, *Universo*, Madrid, Pearson Educación, 2006, ISBN 84-205-5141-4. Traducción de: *Universe*, London, Dorling Kindersley, 2005, ISBN 1-4053-1071-5.

Publicación seriada

DELGADO, Ruperta; MADRID, Francisco, <<Las plantas fotovoltaicas un nuevo nicho de empleo, Madrid>>, Topografía y cartografía, 2008, Vol.25 n. 149, p. 26-41, ISSN 0212-9280.

PETIT, Gérard; LUZ Brian, <<IERS Technical Note No.36>>, International Earth Rotation and Reference Systems Service, Frankfurt, 2010, ISSN: 1019-4568.

Legislación

Real Decreto 314/2006, de 17 de marzo, por la que se aprueba el Código Técnico de la Edificación. *Boletín Oficial del Estado*, 28 de Marzo de 2006, núm.74, p.11816.

Normas

AENOR *Información y documentación. Directrices para la redacción de referencias bibliográficas y de citas de recursos de información*, UNE-ISO 690:2013, Madrid, AENOR, 2013.

Consultas web

Observatorio Naval de los Estados Unidos

<http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/SunApprox.php> (8-2013)

<http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/GAST.php> (8-2013)

Wikipedia

http://es.wikipedia.org/wiki/Radiaci%C3%B3n_solar (3-2013)

http://es.wikipedia.org/wiki/Traslaci%C3%B3n_de_la_Tierra (2-2013)

http://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo_sid%C3%A9reo (4-2013)

http://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_fotoel%C3%A9ctrico (7-2013)

Institute for Energy and Transport

<http://re.jrc.ec.europa.eu/pvgis/>

(3-2012)

Varios

Artículo sobre precio fotovoltaica

<http://www.energias-renovables.com/articulo/el-precio-de-los-modulos-fv-ha> (3-2013)

Artículo sobre plantas de energía solar de concentración

http://www.consumer.es/web/es/medio_ambiente/energia_y_ciencia/2007/01/01/158614.php

(4-2013)

Apuntes

GONZALO, Ana Belén, Tema 1: Introducción, Apuntes de Asignatura Posicionamiento y navegación. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila

GONZALO, Ana Belén, Tema 2: Fundamentos de navegación por satélite, Apuntes de Asignatura Posicionamiento y navegación. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila

GONZALO, Ana Belén, Tema 3: Características de la señal y extracción de la información, Apuntes de Asignatura Posicionamiento y navegación. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila.

GONZALO, Ana Belén, Tema 4: Fuentes de error en GPS, Apuntes de Asignatura Posicionamiento y navegación. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila

GONZALO, Ana Belén, Tema 5: Técnicas de posicionamiento, Apuntes de Asignatura Posicionamiento y navegación. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila

MARTÍN, Ángel, Software, Asignatura de herramientas matemáticas para el geoprocesado. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila

NIETO, Ángel, Tema 1: Infraestructura de datos espaciales, Asignatura de Gestión de datos Espaciales. Máster en geotecnologías cartográficas en arquitectura e ingeniería. Universidad de Salamanca -Escuela Politécnica Superior de Ávila