



Universidad de Valladolid



**ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES**

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería de Organización Industrial

Localización de servicios: modelos de cubrimiento

Autor:

Baeza Sanz, Manuel

Tutor:

**Sáez Aguado, Jesús
Departamento de Estadística e In-
vestigación Operativa**

Valladolid, Julio y 2015.

Resumen

Este TFG está dedicado al desarrollo de diversos métodos para la resolución de problemas de localización, centrándonos en los problemas de cubrimiento máximo, y está orientado a la resolución práctica de problemas reales de localización de servicios. Más concretamente nos centraremos en la optimización de los servicios sanitarios de emergencia en Castilla y León. Los problemas son resueltos mediante el entorno de modelización y optimización Xpress, aunque también se usarán diversas heurísticas y meta-heurísticas que demuestran que para resolver problemas de este tipo no es necesario el uso de este software, de elevado coste. Se estudiarán diferentes modelos de cubrimiento máximo que están siendo utilizados en diversos países y que nos proporcionarán soluciones para problemas tanto con un único objetivo como bi-objetivos.

Palabras Clave

Localización, cubrimiento máximo, servicios sanitarios, heurísticas, Xpress-MP

Abstract

This TFG is dedicated to the development of different methods for the resolution of localization issues, focusing on maximum coverage problems and it is aimed at the practical resolution of real problems in location services. More concretely we will focus on optimizing emergency health services in Castilla and Leon. The problems are solved by a modeling and optimization environment known as Xpress, but different heuristics and meta-heuristics, that are going to be used, show it is not necessary the used of this software, with a high cost, for the resolution of this kind of problems. Different models of maximum coverage that are been used in several countries will be studied and this will provide us solutions for problems not only with one objective but also bi-objective.

Keywords

Localization, maximum coverage, health services, heuristics, Xpress-MP

ÍNDICE

1. Introducción, objetivos	1
2. El problema de Cubrimiento total (Set Covering)	3
2.1. Definición:	3
2.2. Modelo matemático:	4
2.3. Ejemplos:.....	5
3. Problema de Cubrimiento Máximo (Maximal Covering Problem)	7
3.1. Introducción al cubrimiento máximo.....	7
3.1.1. Definición:.....	7
3.1.2. Modelo matemático:.....	8
3.1.3. Ejemplos:	9
3.2. Heurística Greedy	16
3.2.1. Elementos básicos de un Greedy:.....	16
3.2.2. Esquema Greedy genérico:.....	16
3.2.3. Método Greedy para problemas de cubrimiento máximo.....	17
3.2.4. Ejemplos:	18
3.3. Método Greedy aleatorizado	21
3.3.1. Esquema del Greedy aleatorizado seguido:.....	21
3.3.2. Ejemplos:	22
3.4. Búsqueda Local	25
3.4.1. Definición.....	25
3.4.2. Procedimiento usado en este TFG.....	26
3.5. Cubrimiento Máximo con GRASP	27
3.5.1. Definición:.....	27
3.5.2. Ejemplos:	28
3.6. GRASP con Recocido Simulado.....	33
3.6.1. Definición:.....	33
3.6.2. Ejemplos:	34
4. Otros modelos de cubrimiento máximo	36
4.1. TEAM.....	36
4.1.1. Modelo TEAM básico:	36

4.1.2. Ejemplo:.....	38
4.2. FLEET.....	41
4.2.1. Modelo FLEET básico:.....	41
4.2.2. Ejemplo:	44
4.3. BACOP-1.....	46
4.3.1. Modelo BACOP-1 básico:	46
4.3.2. Ejemplo:	48
4.4. Modelo de cubrimiento máximo aprovechando el poder de los sistemas geográficos de información.	50
4.4.1. Modelo básico griego:.....	50
4.4.2. Ejemplo:	52
4.5. Double Standard Model (DSM).....	55
4.5.1. Modelo básico de Gendreau:	55
4.5.2. Ejemplos:	57
5. Problemas de cubrimiento Bi-objetivo	60
5.1. Programación entera bi-objetivo.....	60
5.2. Método ϵ - Constraint.....	61
5.2.1. Método matemático:	61
5.2.2. Cómo evitar puntos dominados con el método ϵ - Constraint.	62
5.3. MOTEAM	64
5.3.1. Modelo MOTEAM básico:.....	64
5.3.2. Ejemplos:.....	66
5.4. BACOP-2	69
5.4.1. Modelo BACOP-2 básico:.....	69
5.4.2. Ejemplos:.....	71
5.5. Modelo de Canadá adaptado DSM	74
5.5.1. Modelo matemático Canadá bi-objetivo:	74
5.5.2. Ejemplos:.....	76
6. Conclusiones.....	79
7. Bibliografía	81

Índice de figuras

3.1. Cubrimiento en Segovia en función de P.....	11
3.2. Cubrimiento en Ávila en función de P	12
3.3. P a abrir en función de dc.....	13
3.4. Comparación de Set Covering y Cubrimiento Máximo.....	15
3.5. Comparación del óptimo con el obtenido por Greedy (CyL).....	19
3.6. Comparación del óptimo con el obtenido por Greedy (Matrices)	20
3.7. Comparación del óptimo con el obtenido por el Greedy Aleatorizado (CyL)	23
3.8. Comparación del óptimo con el obtenido por el Greedy Aleatorizado (Matrices).....	24
3.9. Comparación del óptimo con el Greedy Aleatorizado y el GRASP (CyL) ...	30
3.10. Comparación del óptimo con el Greedy, el Greedy Aleatorizado y el GRASP (matrices).	32
3.11. Comparación del óptimo con el Greedy, el Greedy Aleatorizado, el GRASP y el Recocido Simulado (matrices).....	35
4.1. Modelo TEAM.....	40
4.2. Modelo BACOP-1	49
4.3. Modelo Griego aplicado en Segovia.....	53
4.4. Modelo Griego aplicado en Ávila	54
4.5. Modelo Canadiense aplicado en Segovia.....	58
4.6. Modelo Canadiense aplicado en Ávila	59
5.1. Puntos dominados.....	63
5.2. Modelo MOTTEAM aplicado en Segovia 1.....	67
5.3. Modelo MOTTEAM aplicado en Segovia 2	68
5.4. Modelo BACOP-2 aplicado en Segovia 1	71
5.5. Modelo BACOP-2 aplicado en Segovia 2	73
5.6. Modelo Canadá Adaptado aplicado en Segovia 1	77
5.7. Modelo Canadá Adaptado aplicado en Segovia 2	78

Índice de tablas

2.1. Valores obtenidos en el problema de Cubrimiento total	6
3.1. Valores obtenidos en MCP para Segovia.....	10
3.2. Valores obtenidos en MCP para Ávila	11
3.3. Influencia de la distancia de cubrimiento en Segovia	12
3.4. Comparativa entre cubrimiento total y máximo	14
3.5. Valores obtenidos mediante el método Greedy en Segovia.....	18
3.6. Valores obtenidos mediante el método Greedy en las matrices	20
3.7. Valores obtenidos mediante el método Greedy Aleatorizado en Segovia	22
3.8. Valores obtenidos mediante el método Greedy Aleatorizado en las matrices	23
3.9. Comparativa de los resultados obtenidos mediante los métodos Greedy Aleatorizado y GRASP con el óptimo (CyL)	29
3.10. Comparativa de los resultados obtenidos mediante los métodos Greedy, Greedy Aleatorizado y GRASP con el óptimo (matrices).....	31
3.11. Comparativa de los resultados obtenidos mediante el método de Recocido Simulado con el óptimo (matrices).....	34
4.1. Valores obtenidos para el modelo TEAM	39
4.2. Valores obtenidos por el modelo TEAM en Segovia variando el número de cada tipo de vehículos.	40
4.3. Comparativa de los valores obtenidos en el modelo TEAM y FLEET	45
4.4. Valores obtenidos para el modelo BACOP-1.....	48
4.5. Valores obtenidos con el modelo BACOP-1 para Segovia variando P	49
4.6. Comparativa de los valores obtenidos en el modelo básico de Cubri- miento Máximo y el griego aplicado en Segovia	52
4.7. Comparativa de los valores obtenidos en el modelo básico de Cubri- miento Máximo y el griego aplicado en Ávila	54
4.8. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Segovia.....	57
4.9. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Ávila	58
5.1. Valores obtenidos en ejemplo de puntos dominados.....	63

5.2. Valores obtenidos aplicando el modelo MOTTEAM en Segovia 1.....	66
5.3. Valores obtenidos aplicando el modelo MOTTEAM en Segovia 2.....	68
5.4. Valores obtenidos aplicando el modelo BACOP-2 en Segovia 1.....	71
5.5. Valores obtenidos aplicando el modelo BACOP-2 en Segovia 2.....	72
5.6. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Segovia 1	76
5.7. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Segovia 2	77

1. Introducción, objetivos

El objetivo general del TFG es el análisis de los diferentes modelos de cubrimiento existentes así como la implementación práctica de diferentes estrategias de resolución, tanto exactas como heurísticas. Con el fin de demostrar la amplia utilidad de estos y su gran adaptabilidad a los diferentes casos.

En este Trabajo Fin de Grado trataremos diversos modelos de cubrimiento para la resolución de problemas de localización, centrándonos en los problemas de cubrimiento máximo.

Los problemas de localización surgen por la necesidad de situar algún objeto o instalación de la mejor manera posible en un conjunto discreto o continuo del espacio; por lo que debemos diferenciar entre localización discreta y continua.

En este TFG nos hemos basado en la localización discreta puesto que es lo más usual en las aplicaciones prácticas de gestión ya que tenemos un conjunto restringido de puntos para colocar la instalación.

Para la realización de este análisis, resolveremos problemas reales de cubrimiento máximo con datos que disponemos sobre la asistencia sanitaria en Castilla y León. Estos datos constan de 13 archivos, uno para cada Área de Salud de Castilla y León, conteniendo las Zonas Básicas de Salud del área (ZBS), las cuáles podrían ser puntos de servicio en donde instalemos los servicios sanitarios, y los puntos de demanda (poblaciones o consultorios locales) que hay en esa ZBS, con los habitantes de cada uno de ellos. Y finalmente incluye una matriz de distancias o tiempos de desplazamiento entre todas las poblaciones. También usaremos otro conjunto de datos, con matrices propias de diversos tamaños como datos de partida, con el mismo formato que los datos de Castilla y León antes citados y con el fin de demostrar que pueden ser resueltos de manera satisfactoria problemas de gran tamaño.

Los resultados y soluciones de los diferentes modelos estudiados fueron obtenidos, en primer lugar, usando el solver Xpress-MP de la empresa FICO, que nos garantiza la resolución óptima de todos los problemas a tratar, que son problemas de programación lineal entera. Considerando como objetivo la accesibilidad a la resolución de estos problemas a todo tipo de empresas, también describimos diversas heurísticas y meta-heurísticas con las que obtenemos resultados muy similares al óptimo y que reflejan que, para conseguir una resolución efectiva de este tipo de problemas, no es necesario el uso de

Xpress-MP, teniendo en cuenta que se exige una licencia profesional de elevado coste.

En resumen, en este documento, describiremos diferentes modelos de cubrimiento máximo, y dentro de estos distinguimos entre:

- Modelos de un único objetivo
- Modelos bi-objetivo

Analizando varios modelos diferentes de cada tipo. Algunos de estos modelos han sido implementados en otros países con innegable éxito, y ha supuesto una notable mejora en la gestión de los correspondientes servicios. Para cada uno de los modelos resolveremos uno o varios ejemplos que hemos programado con Xpress-MP, analizando las conclusiones que nos aportan los resultados obtenidos.

FICO Xpress-MP

Xpress-MP [11] es un solver de optimización que ofrece soluciones a problemas reales de gran complejidad, muy recomendable en la resolución de problemas lineales a gran escala.

Ha sido usado en este TFG para la resolución de los diferentes problemas que hemos tratado, obteniendo la solución óptima en cada uno de ellos de una manera bastante rápida.

Es un programa de pago, lo que dificulta su uso por muchas empresas, pues es bastante caro.

Contiene un software muy potente que permite la resolución de problemas de gran complejidad y con un alto número de variables, lo cual lo hace muy interesante. Otra característica a destacar es su gran flexibilidad, pues nos permite adaptar los modelos creados a casos concretos con bastante facilidad.

También hemos de destacar la facilidad para trasladar sus códigos a otros lenguajes de alto nivel como C o Java, debido a las semejanzas de sus comandos.

2. El problema de Cubrimiento total (Set Covering)

En este capítulo se efectuará una pequeña introducción al problema de Cubrimiento Total, conocido en la literatura anglosajona como Set Covering Problem, al ser el origen de los problemas de cubrimiento máximo. Aunque no es el objeto del presente TFG, se verá la modelización matemática, y algún ejemplo que demuestra la conveniencia, en muchos entornos reales, de no exigir el cubrimiento total y la necesidad de los modelos de cubrimiento máximo o parcial. Los libros de Daskin [6] y de Eiselt y Marianov [9] contienen abundante información sobre este problema, así como el Proyecto Fin de Carrera [14].

2.1. Definición:

En todo problema de cubrimiento disponemos de un conjunto de puntos a cubrir y otro conjunto que incluye a todos los puntos que pueden realizar este cubrimiento. Ambos conjuntos pueden y suelen tener puntos en común, es más, en los datos que manejaremos, el conjunto de puntos que pueden cubrir a otros es un subconjunto de los puntos a cubrir.

En este tipo de problemas se exige garantizar el cubrimiento de todos los puntos, sin ninguna excepción.

Objetivo: Encontrar el coste mínimo que implique que todos los puntos de demanda sean cubiertos por al menos una instalación o servicio.

Este problema tiene una gran importancia en cierto tipo de situaciones reales que requieren la garantía de un cubrimiento total y pertenece a la clase NP-Completo.

Sus aplicaciones más usuales son:

- Localización de servicios en los que debes garantizar un cubrimiento total.
- Programación de la tripulación en aerolíneas.
- Programación de secuencias de vuelos, donde es obligatorio que pasen al menos una vez por todos los puntos de destino.
- Balanceo de líneas de producción.
- Selección de archivos en un banco de datos.
- Programación de trenes o vehículos de reparto.

2.2. Modelo matemático:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

El conjunto de puntos de demanda en general será mayor al número de puntos abastecedores de esta demanda. Los posibles lugares donde se puede abrir un punto de servicio a la vez suelen ser demandantes de ese servicio.

Vamos a aclarar el concepto de cubrimiento, en este caso se considera que un punto está cubierto si se encuentra a una distancia inferior, a la definida como distancia de cubrimiento dc , de un centro abierto. Aunque en otros casos el concepto de cubrimiento puede ser otro, como la adyacencia en la cual un centro abierto solo puede cubrir la demanda de las zonas adyacentes a este. También en vez de usar distancias de cubrimiento es usual usar tiempos de cubrimiento.

$i \in M$ Índice de puntos de demanda.

$j \in N$ Índice de posibles puntos de servicio.

$N_i \subseteq N$

$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq dc\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i .

$x_j \in \{0, 1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j . 1 si se abre, 0 en caso de que no.

f_j Nos indica el coste de abrir una instalación en cada punto j .

P Número de centros o instalaciones que van a ser abiertos.

dc es la distancia de cubrimiento, que es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto de demanda está cubierto por un centro de servicio.

El objetivo es minimizar $\sum_{j=1}^n f_j * x_j$ los costes totales que ocasiona abrir el número de centros necesarios para cubrir totalmente la demanda. También este objetivo puede ser directamente minimizar el número de centros abiertos, si suponemos que el coste de apertura es igual para todo j .

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad i = 1, \dots, m$ Restricción que garantiza que todo punto i quede cubierto, certifica que de todos los puntos que pueden cubrir una demanda i , al menos 1 está abierto.

$x_j \in \{0,1\} \quad j = 1, \dots, n$

2.3. Ejemplos:

Buscamos conseguir en la provincia de Segovia un Cubrimiento Total de los servicios sanitarios de emergencia.

Concretamente en Segovia tenemos: ($m = 300, n = 15$) y hemos fijado ($dc = 30$)

Tenemos 300 puntos de demanda y 15 posibles lugares donde abrir un centro de emergencias, hemos establecido 30km como distancia de cubrimiento.

$M = \{1,2, \dots, 300\}$

$N = \{1,2, \dots, 15\}$

$i \in M$

$j \in N$

$N_i \subseteq N$

$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq 30\}$

$x_j \in \{0,1\}$

Objetivo:

Minimizar $\sum_{j=1}^n x_j$ el número de instalaciones a abrir, pues suponemos un coste igual para cada instalación, sea está construida en un sitio u otro.

En todo caso también este objetivo puede considerar que los distintos posibles puntos de servicio tienen diferentes costes, lo que nos llevaría a definir f_j , un coste concreto para cada posible punto de servicio.

Y en este caso el objetivo sería:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n x_j * f_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad i = 1, \dots, m \quad \text{Restricción que obliga a que todos los puntos de demanda sean cubiertos al menos una vez.}$$

Resolviendo con Xpress-MP obtenemos que con 6 instalaciones cubriríamos el 100% de los puntos de demanda. También observamos un problema y es que hay que tomar la distancia de cubrimiento igual o superior a 30 para obtener un resultado, lo que deja entrever que algún punto de demanda está a 30km del punto de servicio más cercano.

Esto sugiere que para este tipo de problemas el modelo Set Covering a menudo no es acertado, pues nos lleva a poner distancias de cubrimiento elevadas y a abrir un mayor número de puntos de servicio por el hecho de llegar a alguna pequeña población aislada.

También hemos de decir que es más justo con los núcleos de población más pequeños, pues obligamos a que todos sean cubiertos indistintamente del número de habitantes de cada uno de ellos.

Resolución del problema Set Covering para los datos de Castilla y León, en cada caso usamos la distancia de cubrimiento mínima posible. *P* indica el mínimo número de instalaciones obtenido.

Ciudad	P	DC
Ávila	13	23
Burgos	9	31
León	8	34
León-Ponferrada	11	34
Palencia	10	21
Ponferrada	5	27
Salamanca	13	28
Segovia	6	30

Tabla 2.1. Valores obtenidos en el problema de Cubrimiento Total

3. Problema de Cubrimiento Máximo (Maximal Covering Problem)

3.1. Introducción al cubrimiento máximo

3.1.1. Definición:

Uno de los inconvenientes del problema de cubrimiento total o Set Covering es que trata a todos los puntos de demanda por igual, independientemente de la demanda que tenga cada punto. En la práctica, esto obliga a abrir un número excesivamente alto de puntos de servicio para cubrir zonas alejadas con una demanda muy pequeña. Esto se soluciona con el problema de cubrimiento máximo, pues al no exigir éste que todos los puntos de demanda sean cubiertos, se centra en cubrir los puntos de demanda con una demanda mayor. Los libros [6], [9] y [22] nos presentan este problema.

Objetivo: Con un número prefijado de puntos de servicio a abrir, determinar dónde deben situarse para cubrir la mayor demanda posible.

Este es el modelo que trataremos más detenidamente en este TFG al ser, como ya he comentado antes, más realista que el modelo de cubrimiento total.

Algunas aplicaciones del problema de cubrimiento máximo son (Ver [5]):

- Localización de instalaciones.
- Reducción de datos.
- Selección de empleados.
- Segmentación del mercado.
- Modelar el procesamiento humano de información.

Su uso en este TFG se centra en la localización de instalaciones de emergencia en Castilla y León, en concreto de servicios sanitarios, pero el problema es aplicable a cualquier tipo de servicio público o privado.

3.1.2. Modelo matemático:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

En este caso se considera que un punto está cubierto si se encuentra a una distancia inferior, a la definida como distancia de cubrimiento dc , de un centro abierto. Aunque en otros casos el concepto de cubrimiento puede ser otro.

$i \in M$ Índice de puntos de demanda.

$j \in N$ Índice de posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i .

$x_j \in \{0, 1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j .

$z_i \in \{0, 1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto o no.

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto debe de estar dentro de la distancia de cubrimiento (dc) de al menos un centro de servicio o instalación.

$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq dc\}$

$Y P$ es el número de puntos de servicio a abrir, que en este tipo de problemas viene definido por nosotros, se fija el número de instalaciones a abrir en función por ejemplo del presupuesto disponible.

El objetivo de este tipo de problemas es:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * z_i$ Maximizar la demanda cubierta.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto debe de estar dentro de la distancia de cubrimiento de al menos un centro.

$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$ Podemos abrir un número fijado de centros

$$x_j \in \{0,1\} \quad j = 1, \dots, n$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, m$$

Es interesante en muchos casos dar una tabla del cubrimiento en función de los diferentes valores de P .

3.1.3. Ejemplos:

Cubrimiento máximo para los servicios sanitarios de emergencia en Segovia.

Concretamente en Segovia tenemos: ($m = 300, n = 15$) y definimos ($dc = 12$)

$$M = \{1, 2, \dots, 300\}$$

$$N = \{1, 2, \dots, 15\}$$

$$i \in M$$

$$j \in N$$

$$h_i$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad j = 1, \dots, 15$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, 300$$

$$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq 12\}$$

El objetivo buscado es maximizar el cubrimiento con un número de centros a abrir dados (P).

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^m h_i * z_i$$

En este TFG generalmente buscaremos maximizar la demanda cubierta.

Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$$

La solución para este problema es obtenida por Xpress-MP y presentamos los resultados para una distancia de cubrimiento igual a 12 y con diferentes valores de P , cambiando el número de puntos de servicio que abrimos cada vez.

Inicialmente lo hacemos para Segovia:

P	Cubrimiento %
1	50,8647
2	59,5019
3	66,4561
4	72,3286
5	78,1041
6	83,1632
7	86,3148
8	87,9554
9	89,4053
10	90,5245

Tabla 3.1. Valores obtenidos en MCP para Segovia.

Aquí tenemos los datos obtenidos en función de P , observamos que el cubrimiento aumenta al elevar el número de centros o instalaciones de servicio abiertas como es lógico.

Representamos estos resultados:

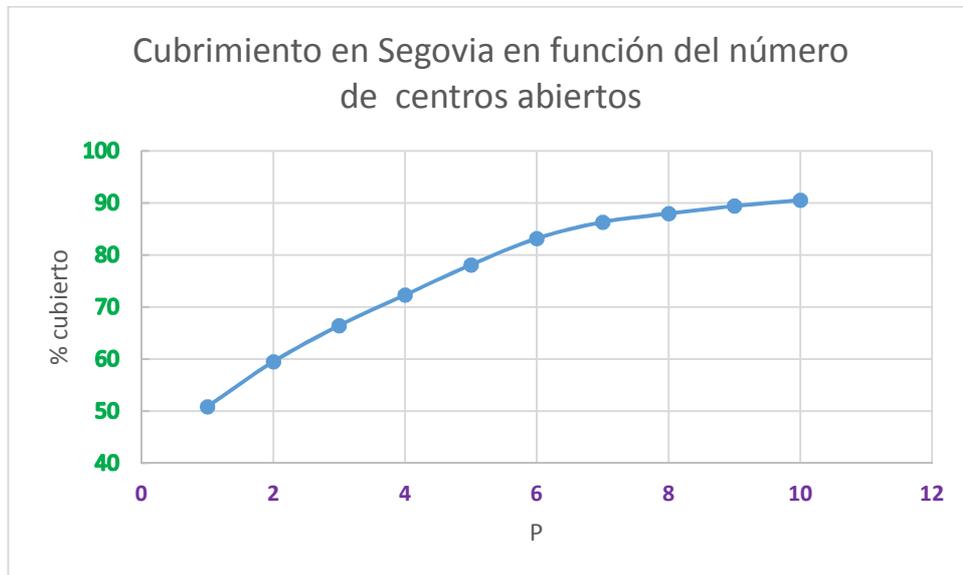


Figura 3.1. Cubrimiento en Segovia en función de P.

Esta solución es dada por Xpress-MP directamente y es la óptima.

Como vemos en el gráfico al aumentar el número de centros abiertos incrementamos la demanda cubierta, sobre todo al principio donde tenemos una mayor pendiente, pues más adelante el valor que añade abrir un centro mas no es muy alto, como vemos en este gráfico con 6 centros cubrimos más de un 80% de la demanda y con 10 llegamos justo al 90%.

También con la misma distancia de cubrimiento lo hacemos para Ávila

P	Cubrimiento %
1	36,2348
2	45,0548
3	53,1427
4	59,2887
5	64,9823
6	69,0924
7	72,7258
8	76,1878
9	79,2396
10	81,9427

Tabla 3.2. Valores obtenidos en MCP para Avila

Representamos los resultados obtenidos:

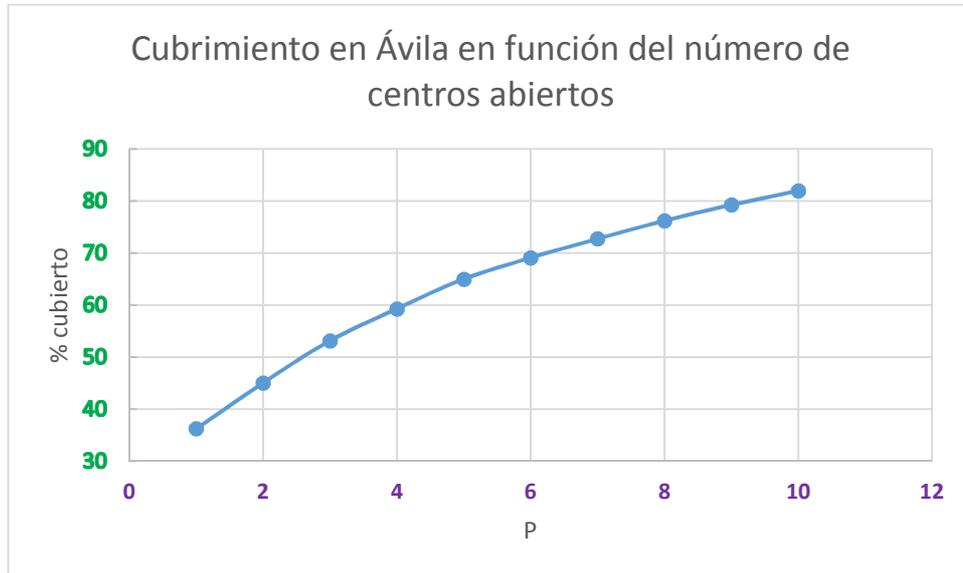


Figura 3.2. Cubrimiento en Ávila en función de P .

Observamos algo muy similar a lo que ocurre en Segovia, la pendiente va disminuyendo al aumentar P .

Vamos a ver cómo influye la distancia de cubrimiento en el número de centros que se deben abrir para cubrir más de un 95% de la demanda en Segovia.

DC	P para cubrir más de un 95%
14	11
15	9
16	8
17	7
18	7
19	6
20	6
21	6
22	5
23	5
24	4
25	4
26	3

Tabla 3.3. Influencia de la distancia de cubrimiento en Segovia.

Representamos los resultados obtenidos:

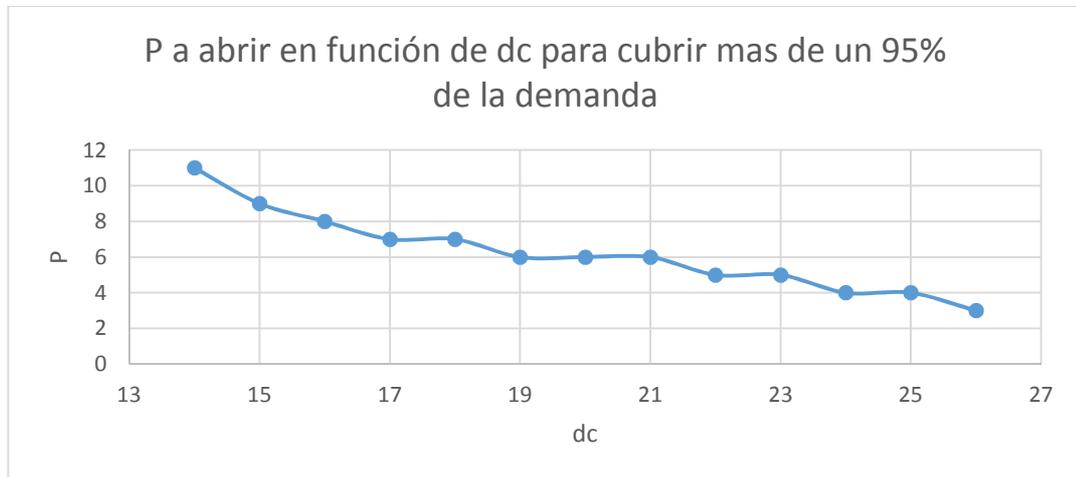


Figura 3.3. P a abrir en función de dc.

Aquí podemos ver que al aumentar la distancia de cubrimiento disminuye mucho el número de centros que deben de ser abiertos para cubrir el 95% de la demanda, como es de esperar.

Con Xpress-MP podemos obtener una solución óptima a cualquier problema de este tipo, pero en este TFG buscamos como resolver este problema mediante diferentes meta-heurísticas de distinta complejidad, intentando acercarnos con ellas lo máximo posible al óptimo. La razón principal de usar meta-heurísticas es la escasa disponibilidad de la mayoría de las empresas de softwares tan potentes como el Xpress-MP, por lo que busco demostrar que este tipo de problemas se pueden resolver con unos resultados muy satisfactorios sin necesidad de disponer de herramientas como Xpress-MP.

Más adelante detallaremos una a una estas meta-heurísticas, viendo sus resultados y comparando estos con los óptimos ya obtenidos.

Anteriormente he comentado la dificultad que supone garantizar un cubrimiento total en el problema que estamos tratando, pues nos obliga a poner una distancia de cubrimiento y un P muy elevados, pudiendo conseguir con un P bastante inferior un cubrimiento superior al 95% de los puntos de demanda, lo cual ya es un cubrimiento bastante bueno.

Vamos a demostrar esto; para ello en las zonas en las que hemos dividido Castilla y León podemos obtener, con el modelo de cubrimiento total, el número de puntos de servicio necesarios (P) y la distancia de cubrimiento mínima para conseguir un cubrimiento total. Luego, con el modelo de cubrimiento máximo y usando la misma distancia de cubrimiento que en el modelo de cubrimiento total, hallamos el número de centros de servicio necesarios para cubrir al menos el 95% de la demanda total y comparamos los resultados obtenidos.

Los resultados son estos:

Ciudad	P	DC	P para cubrir más de un 95%
Ávila	13	23	7
Burgos	9	31	4
León	8	34	3
León-Ponferrada	11	34	4
Palencia	10	21	4
Ponferrada	5	27	2
Salamanca	13	28	4
Segovia	6	30	3
Soria	9	33	4
Valladolid 1	8	18	2
Valladolid 2	7	19	3
Valladolid Completo	12	19	4
Zamora	8	30	4

Tabla 3.4. Comparativa entre cubrimiento total y máximo.

Representamos los resultados anteriores:

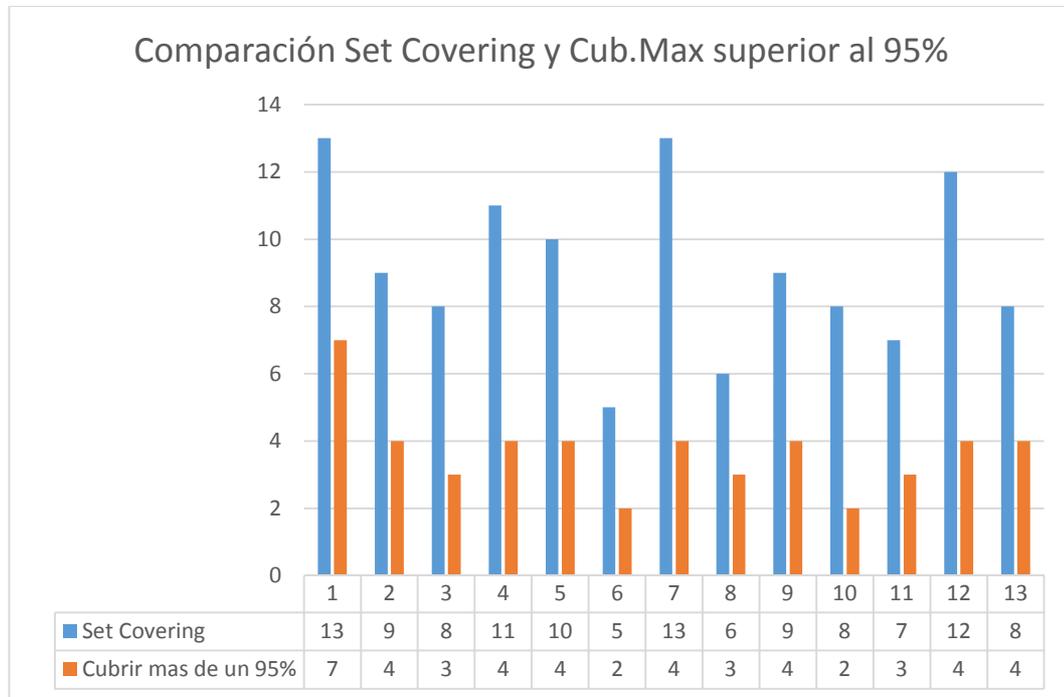


Figura 3.4. Comparación Set Covering y Cubrimiento Máximo.

Como vemos, cubrimos más del 95% de la demanda abriendo un número muy inferior de centros a los necesarios para conseguir un cubrimiento total, por lo que en este tipo de problemas, en los que las limitaciones presupuestarias son un punto clave, el problema de cubrimiento máximo es mucho más acertado.

3.2. Heurística Greedy

Este algoritmo se denomina algoritmo voraz o miope, voraz porque siempre escoge al mejor candidato para formar parte de la solución y miope porque la elección es única e inmodificable, una vez incorporado un elemento a la solución permanece en esta hasta el final. Ver [10] y [18]

Buscamos demostrar que no es necesario disponer de Xpress-MP para poder resolver de una manera adecuada este tipo de problemas. La heurística Greedy puede ser una buena alternativa para quien no disponga de este software.

3.2.1. Elementos básicos de un Greedy:

Está compuesto por:

- Conjunto de candidatos, son los posibles elementos a seleccionar.
- Solución parcial, formada por los candidatos ya seleccionados.
- Función de selección, la que nos determina al mejor candidato de entre los seleccionables.
- Función de factibilidad, nos indica si a partir de un conjunto se puede llegar a la solución.
- Función objetivo, valor que la solución alcanzada nos da a la función objetivo.

3.2.2. Esquema Greedy genérico:

- Se parte de un conjunto vacío: $S = \emptyset$
- De la lista de candidatos se escoge el mejor usando la función de selección.
- Este candidato elegido es parte de la solución, lo añadimos al conjunto S .
- De nuevo miramos en la lista de candidatos restantes hasta obtener el mejor de esta y añadirle a la solución, y así repetidamente hasta obtener una solución.

- En cada caso comprobar si a partir del conjunto ya obtenido es posible obtener una solución factible.

El método Greedy no nos garantiza obtener soluciones óptimas. Es un método muy rápido y que da una solución bastante aceptable, por lo que es muy usado en todo tipo de problemas.

3.2.3. Método Greedy para problemas de cubrimiento máximo

Vamos a concretar el esquema seguido del método Greedy para problemas de cubrimiento máximo.

- Se parte de un conjunto vacío: $S = \emptyset$
- De la lista de candidatos, en este caso estos son los posibles puntos de localización de una instalación o servicio, se escoge al mejor usando la función de selección, el mejor será el que cubra un mayor porcentaje de demanda no cubierta.
- Este candidato elegido es parte de la solución, lo añadimos al conjunto S , y así vamos formando la solución parcial.
- Con los candidatos restantes, actualizamos el porcentaje de demanda no cubierta que son capaces de cubrir estos candidatos, pues al ir abriendo centros o instalaciones de servicio este porcentaje va disminuyendo, debido a que parte de la demanda que los candidatos anteriormente podían cubrir ya ha sido cubierta por algún candidato de los ya seleccionados.
- De nuevo miramos en la lista de candidatos restantes hasta obtener el mejor de esta y añadirle a la solución parcial, y así repetidamente hasta obtener una solución completa, esta se consigue cuando ya no podamos abrir más centros o instalaciones P , o cuando alcancemos un cubrimiento total.
- En cada caso comprobar si a partir del conjunto ya obtenido, también conocido como solución parcial, es posible obtener una solución factible.

3.2.4. Ejemplos:

En el ejemplo que nos lleva, de cubrimiento máximo en los servicios de emergencia en Castilla y León, obtenemos soluciones buenas con sólo usar el método Greedy aquí descrito.

Tomando $P = 5$ y $dc = 15$

Resultados obtenidos con Xpress para el valor óptimo:

Zonas	Óptimo	Greedy
Ávila	72,70	72,70
Burgos	86,16	86,16
León	86,34	86,31
León-Ponferrada	81,27	80,46
Palencia	80,17	80,17
Ponferrada	97,11	96,31
Salamanca	80,70	80,70
Segovia	83,67	83,67
Soria	80,77	80,77
Valladolid 1	98,89	98,84
Valladolid 2	96,62	96,22
Valladolid Completo	94,54	94,23
Zamora	77,75	77,75

Tabla 3.5. Valores obtenidos mediante el método Greedy en Segovia.

En 7 de las 13 zonas obtenemos el óptimo, en el resto de zonas estamos muy cerca del óptimo de todos modos.

Representamos los resultados obtenidos:

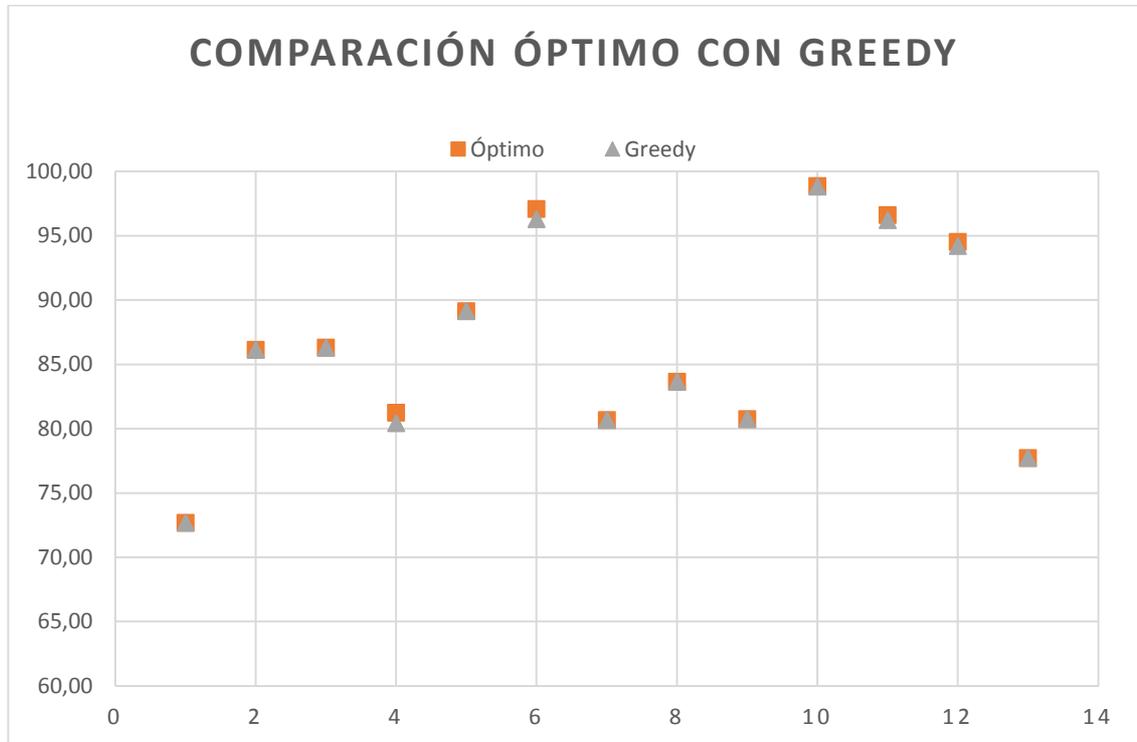


Figura 3.5. Comparación del óptimo con el obtenido por Greedy (CyL)

Aunque, no nos podemos conformar con obtener el óptimo 7 de 13 veces, debemos buscar heurísticas más potentes para obtener resultados más satisfactorios y cercanos al óptimo.

En problemas de un mayor tamaño el método Greedy ofrece soluciones menos acertadas, por lo que trataremos de mejorar este método, y para ello podemos usar el método Greedy aleatorizado u otros que veremos más adelante.

Probamos cómo funciona el método Greedy en problemas de mayor complejidad, usando matrices de diferentes tamaños que hemos generado aleatoriamente.

Resultados obtenidos:

$P = 10$ y $dc = 15$

Matriz	Óptimo	Greedy
50x50	86,29	85,83
100x100	86,78	83,44
200x200	80,77	80,32
300x300	80,72	79,94
500x500	76,47	76,46
800x800	76,80	74,20
1000x1000	76,21	73,65

Tabla 3.6. Valores obtenidos mediante el método Greedy en las matrices.

Representamos los resultados obtenidos:

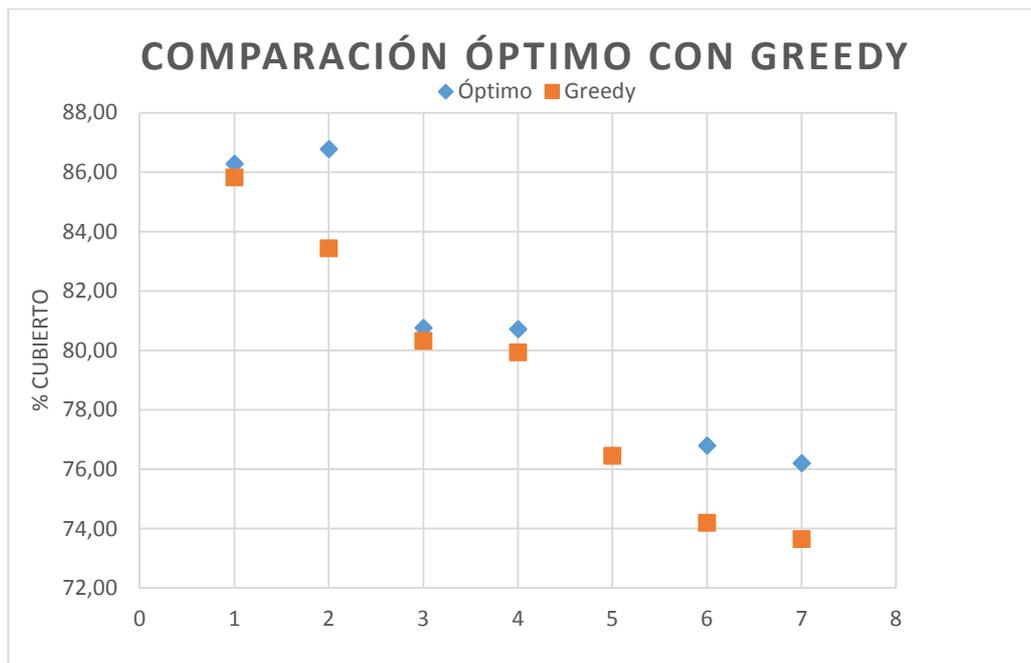


Figura 3.6. Comparación del óptimo con el obtenido por Greedy (matrices)

Vemos ciertas diferencias, bastante más notables que antes, el óptimo se distancia del obtenido con el método Greedy en casi todos los casos, lo que nos lleva a buscar una heurística que nos pueda proporcionar resultados más cercanos al óptimo.

3.3. Método Greedy aleatorizado

Variante del método Greedy ya analizado.

Inicialmente medimos la contribución local de cada elemento a la solución parcial y nos quedamos con una lista restringida de candidatos que serán los que más contribuyan a la solución, por ejemplo los 5 que nos mejoran más la solución parcial. Para seleccionar un elemento de los incluidos en la lista restringida de candidatos lo podemos realizar aleatoriamente dando las mismas posibilidades de ser elegidos a todos los candidatos o dando mayor posibilidad de ser elegidos a los candidatos que más contribuyan a la solución parcial.

Otra forma de construir una solución Greedy aleatorizada es seleccionando al azar a un número finito de candidatos y entre estos escoger el que más contribuya a mejorar la solución parcial.

Con uno u otro procedimiento obtenemos la solución de Greedy aleatorizada. Podemos repetir este proceso de obtener la solución Greedy aleatorizada un número determinado de veces, pues al ser aleatorizada no va a salir siempre la misma, y entre todas las soluciones Greedy seleccionamos la que mejor cumpla nuestro objetivo.

3.3.1. Esquema del Greedy aleatorizado seguido:

- Se parte de un conjunto vacío: $S = \emptyset$
- De la lista de candidatos se escogen los k que nos den los mejores resultados en la función de selección.
- Aleatoriamente, generando un número al azar escogemos uno de estos k .
- Este candidato elegido es parte de la solución, lo añadimos al conjunto S .
- De nuevo miramos en la lista de candidatos restantes hasta obtener los k mejores de esta y añadir uno a la solución aleatoriamente, y así repetidamente hasta obtener una solución.

Este método mejora al método Greedy simple si hacemos varias iteraciones, pues exploramos muchas más soluciones diferentes y escogemos la mejor de

estas; entre las soluciones exploradas es muy posible que también este la solución Greedy.

3.3.2. Ejemplos:

Para resolver el problema de cubrimiento máximo en Castilla y León da unos resultados realmente buenos, dando casi siempre el óptimo.

Para una distancia de cubrimiento de 15 y abriendo 5 centros.

$$dc = 15 \text{ y } P = 5$$

$$\text{Y } k = 5$$

Los resultados obtenidos son:

Zonas	Óptimo	Greedy Aleatorizado
Ávila	72,70	72,70
Burgos	86,16	86,16
León	86,34	86,31
León-Ponferrada	81,27	80,81
Palencia	89,17	89,17
Ponferrada	97,11	97,11
Salamanca	80,70	80,70
Segovia	83,67	83,67
Soria	80,77	80,77
Valladolid 1	98,89	98,89
Valladolid 2	96,62	96,62
Valladolid Completo	94,54	94,54
Zamora	77,75	77,75

Tabla 3.7. Valores obtenidos mediante el método Greedy Aleatorizado en Segovia.

Representamos estos resultados:

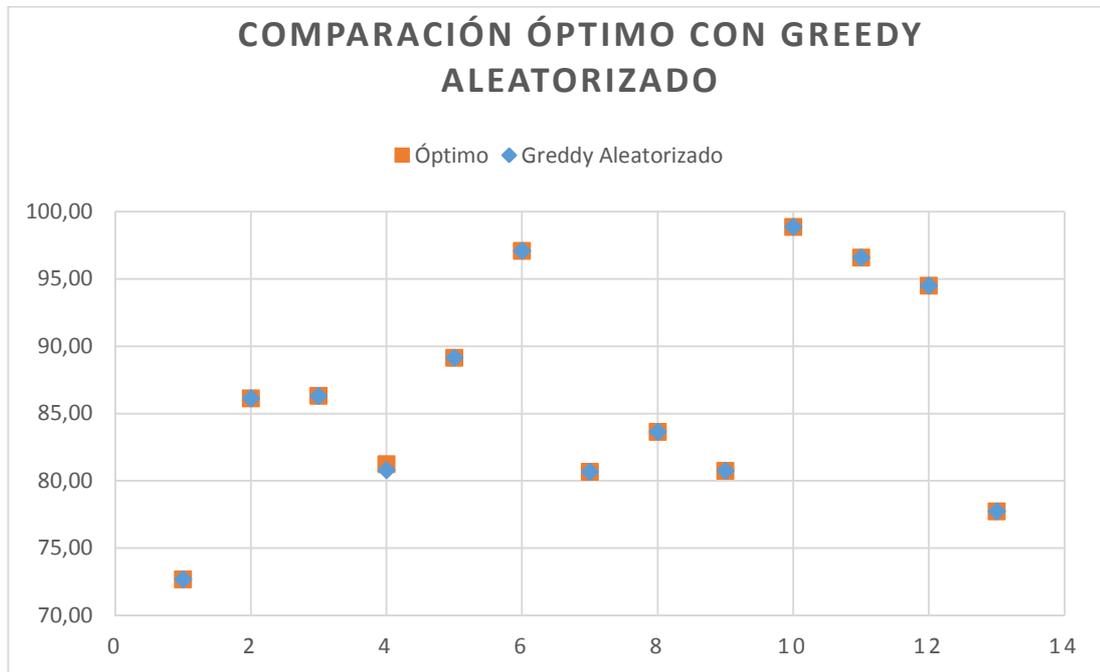


Figura 3.7. Comparación del óptimo con el obtenido por el Greedy aleatorizado (CyL)

Para estos datos vemos que en 11 de 13 zonas nos da el óptimo, y en las otras 2 está muy cerca de este, vemos que mejora bastante al Greedy simple, que nos daba el óptimo en 7 de 13 zonas.

Con los datos que hemos generado aleatoriamente en las matrices, vamos a probar esta vez cómo funciona el método Greedy aleatorizado.

Para $dc = 15$ y $P = 10$

Resultados obtenidos:

Matriz	Óptimo	Greedy	Greedy aleatorizado
50x50	86,29	85,83	86,29
100x100	86,78	83,44	86,78
200x200	80,77	80,32	80,29
300x300	80,72	79,94	79,94
500x500	76,47	76,46	76,46
800x800	76,80	74,20	75,66
1000x1000	76,21	73,65	74,15

Tabla 3.8. Valores obtenidos mediante el método Greedy Aleatorizado en las matrices.

Representamos los resultados:

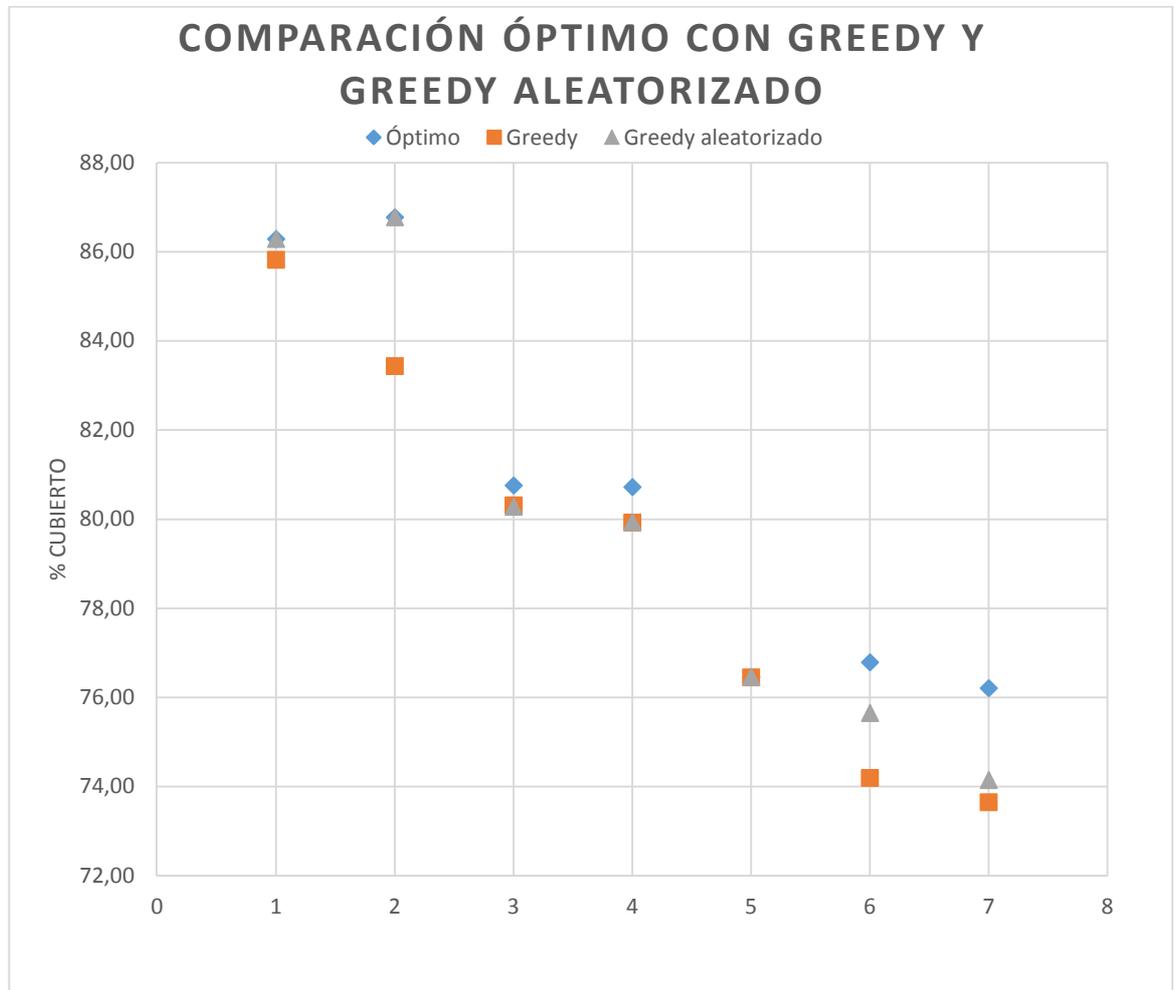


Figura 3.8. Comparación del óptimo con el obtenido por el Greedy Aleatorizado (Matrices)

Se ve que el Greedy aleatorizado en problemas de grandes dimensiones ofrece resultados algo mejores que el Greedy simple, aunque no termina de darnos la precisión que deseamos.

3.4. Búsqueda Local

3.4.1. Definición

Los métodos de búsqueda local son los métodos de mejora más usados. Parten de una solución factible, por ejemplo, una obtenida con el método Greedy o con el Greedy Aleatorizado, y su objetivo es mejorarla. Estos procedimientos son la base de la mayoría de las heurísticas y meta-heurísticas para resolver problemas de optimización difíciles (ver [3], [12] y [16]).

Con este procedimiento se explora repetidamente la vecindad de la solución Greedy en busca de una mejor solución. Como el nombre de este procedimiento indica, obtiene un óptimo local, no global, lo que puede ser un inconveniente en ciertos problemas en los que el óptimo local este alejado del óptimo global.

Ha de ser explorado todo el entorno para converger en un óptimo local y poder confirmar que este es un óptimo local.

Para aplicar estos métodos se suele usar la escalada (Hill Climbing), tenemos dos tipos de escalada:

- Escalada simple: Seleccionamos cualquier cambio de la solución inicial que suponga una mejora.
- Escalada por máxima pendiente: Seleccionamos el movimiento que más nos mejore la solución inicial.

Hablamos de escalada, pero esto mismo se puede aplicar al descenso, cuando buscamos minimizar la función solución.

Cada solución $x \in X$ tiene asociado un conjunto de soluciones, que denominaremos entorno de x $N(x) \subseteq X$

Realizamos movimientos a partir de la solución x , obteniendo las soluciones x' de su entorno $x' \in N(x)$

En caso de maximizar la función solución se seguirían estos pasos:

- Partimos de una solución $x \in X$ para iniciar el proceso
- Buscamos $x' \in N(x)$ tal que $f(x') > f(x)$
- En caso de no encontrar ningún x' que $f(x') > f(x)$ nos mejore la solución inicial, entonces x es un óptimo global.
- En el caso de que sí que exista x' que $f(x') > f(x)$, entonces se sustituye x por x' y se vuelve al paso 2.

3.4.2. Procedimiento usado en este TFG

Este consistirá en cambiar aleatoriamente un punto de servicio que esté en la solución Greedy por otro que no esté en esta. Procedimiento que podemos repetir un número determinado de veces con el objetivo de obtener una solución mejor a la dada en la primera iteración. Este cambio aleatorio solo se mantendrá en el caso de que se obtenga una solución que nos mejore la función objetivo; si esto no ocurre se sigue manteniendo la solución anterior como punto de partida para la nueva iteración de búsqueda local.

La falta de memoria, al no guardar la historia del camino recorrido, es probable que nos haga repetir el análisis de alguna posible solución.

La ventaja del método seleccionado es principalmente su rapidez en problemas de gran tamaño, pues no recorre toda la vecindad de la solución inicial, únicamente recorre una parte de esta aleatoriamente, supuestamente la más interesante y con más posibilidades de tener un óptimo local, aunque la desventaja del método es que no podemos garantizar que sea un óptimo local la solución encontrada.

3.5. Cubrimiento Máximo con GRASP

Greedy Randomized Adaptive Search Procedures

3.5.1. Definición:

Es una de las meta-heurísticas más exitosas de finales del siglo XX, sirve para encontrar soluciones próximas a la óptima de buena calidad (ver [10], [17], [18] y [20]).

Es un procedimiento de búsqueda miope aleatorizada y adaptativa. Este método consiste en la construcción de una solución miope aleatorizada seguida de una heurística de mejora. Es un método multi-arranque pues se realizan varias iteraciones.

Cada iteración consta de dos etapas:

3.5.1.1. *Heurística constructiva*

La construcción de una solución inicial aquí ha sido realizada con el método Greedy aleatorizado. Para determinar que elemento seleccionar para construir la solución se hace uso de una función miope, aunque es posible obtenerla por otros procedimientos.

En este caso para la construcción del Greedy aleatorizado hemos seleccionado a los mejores candidatos, concretamente a los 5 mejores, y hemos elegido al azar uno entre estos.

También el método Greedy Aleatorizado se repite un número determinado de veces, con el fin de conseguir la mejor solución posible de este, pues no siempre da el mismo resultado al ser aleatorizado y no coger directamente la que a priori mejora más la solución.

3.5.1.2. Heurística de mejora:

Se pueden seleccionar diferentes heurísticas que mejoren la solución dada por el método Greedy aleatorizado, en este caso vamos a usar la búsqueda local.

Esta búsqueda local puede no ser considerada como tal, pues como ya comenté al describir esta, no recorremos toda la vecindad si no una parte de ella aleatoriamente.

Combinando ambas heurísticas obtenemos el GRASP

3.5.2. Ejemplos:

Disponemos de unos datos que reflejan para toda Castilla y León el número de localidades que hay y las posibles posiciones de un centro de emergencias, estos datos están divididos por zonas de Castilla y León.

Estamos resolviendo un problema de cubrimiento máximo por lo que buscamos maximizar la demanda cubierta o minimizar la no cubierta. Vamos a comparar los resultados del óptimo con los del método GRASP. En este caso la función objetivo es maximizar la demanda cubierta.

Para estas pruebas usamos unos valores de:

P , número de centros a abrir = 6

dc , distancia a la que se considera cubierto el servicio de emergencias = 20

Inicialmente debemos obtener a partir de la heurística constructiva la solución de partida, para ello usamos el método Greedy Aleatorizado, el cuál es repetido 50 veces, quedándonos como solución de partida a la mejor de las obtenidas.

A continuación usamos la heurística de mejora, realizando 1000 iteraciones de esta.

Resolución obtenida para este problema:

Vamos a comparar los métodos vistos hasta ahora, para ver cómo hemos conseguido ir mejorando con las diferentes heurísticas y meta-heurísticas las soluciones obtenidas.

Zonas	Óptimo	Greedy Aleatorizado	GRASP
Ávila	88,24	87,45	88,24
Burgos	93,03	92,91	93,03
León	94,89	94,14	94,89
León-Ponferrada	91,67	91,31	91,47
Palencia	98,42	97,01	98,42
Ponferrada	99,57	99,57	99,57
Salamanca	91,15	90,84	91,15
Segovia	96,24	95,65	96,24
Soria	92,00	91,99	91,99
Valladolid 1	100,00	100,00	100,00
Valladolid 2	99,89	99,70	99,75
Valladolid Completo	98,80	98,56	98,80
Zamora	89,86	89,86	89,86

Tabla 3.9. Comparativa de los resultados obtenidos mediante los métodos Greedy Aleatorizado y GRASP con el óptimo (CyL)

Comparamos el óptimo, con la solución obtenida únicamente con el Greedy Aleatorizado y con la obtenido usando el método GRASP.

Concluimos que el GRASP siempre nos mejora lo obtenido con el Greedy aleatorizado, consiguiendo para los datos de Castilla y León casi siempre el óptimo.

Representamos los resultados obtenidos:

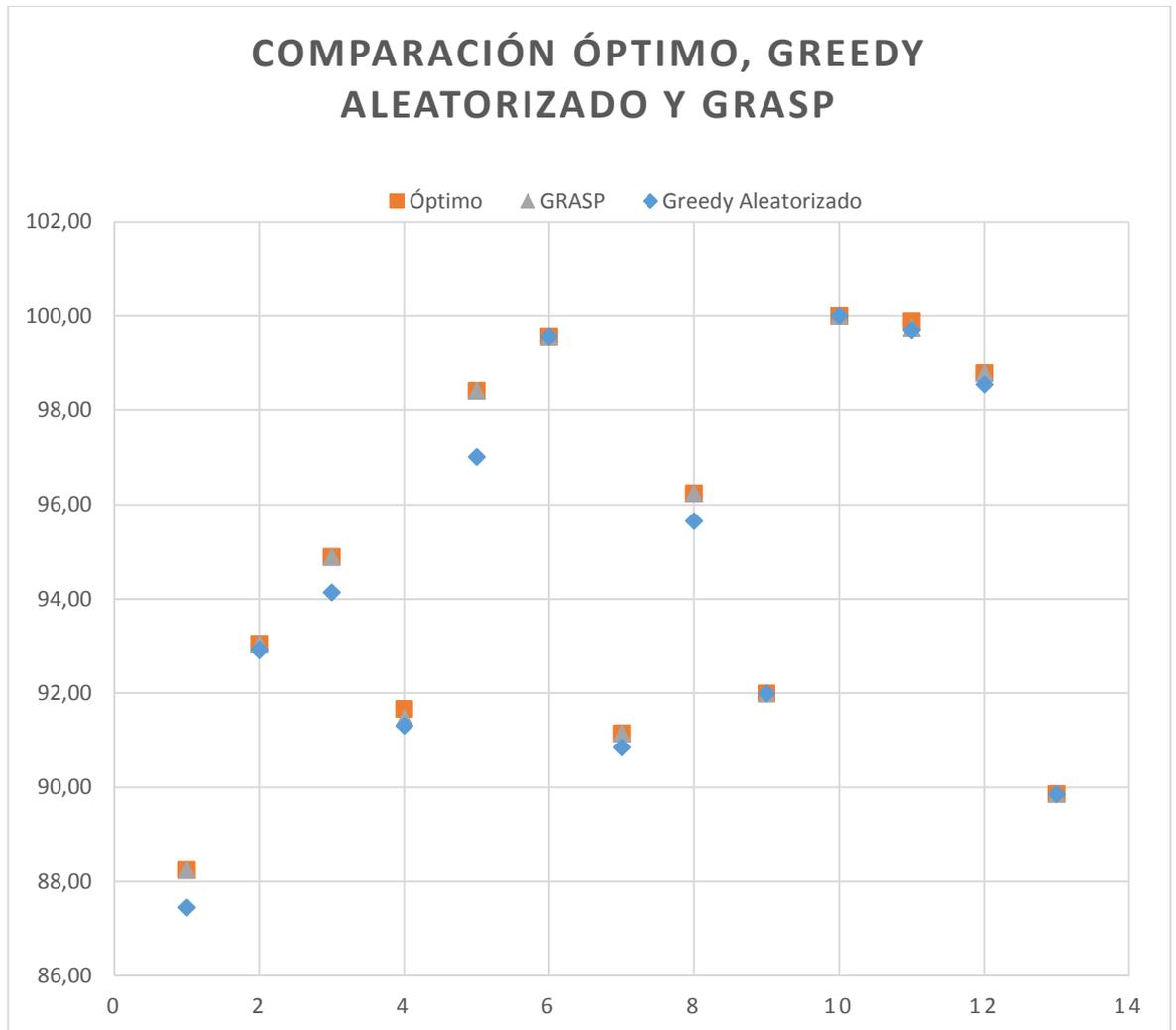


Figura 3.9. Comparación del óptimo con el Greedy Aleatorizado y el GRASP (CyL).

Vemos que en este tipo de problemas el método GRASP casi siempre da el óptimo y mejora siempre al método Greedy aleatorizado.

Por lo que concluimos que el problema de cubrimiento máximo, en las zonas establecidas de Castilla y León, con un GRASP queda resuelto de manera muy satisfactoria.

Ahora vamos a comparar el óptimo con todos los métodos vistos hasta ahora, para ver cómo hemos ido mejorando la solución en problemas más complejos, usando los datos de las matrices generadas anteriormente.

Resultados obtenidos ($P = 10$, $dc=15$):

Matriz	Óptimo	Greedy	Greedy aleatorizado	GRASP
50x50	86,29	85,83	86,29	86,29
100x100	86,78	83,44	86,78	86,78
200x200	80,77	80,32	80,29	80,32
300x300	80,72	79,94	79,94	80,32
500x500	76,47	76,46	76,46	76,47
800x800	76,80	74,20	75,66	75,70
1000x1000	76,21	73,65	74,15	74,94

Tabla 3.10. Comparativa de los resultados obtenidos mediante los métodos Greedy, Greedy Aleatorizado y GRASP con el óptimo (matrices)

Hemos utilizado matrices cuadradas de diferentes tamaños. Vemos que al aumentar el tamaño de estas y por tanto la complejidad del problema, los resultados obtenidos con los diferentes métodos usados empeoran, lo que indica que para los problemas de gran complejidad aún no hemos encontrado una heurística que nos de los resultados buscados.

Aunque es fácil observar cómo nos vamos acercando al óptimo al ir mejorando las heurísticas usadas.

Representamos estos resultados:

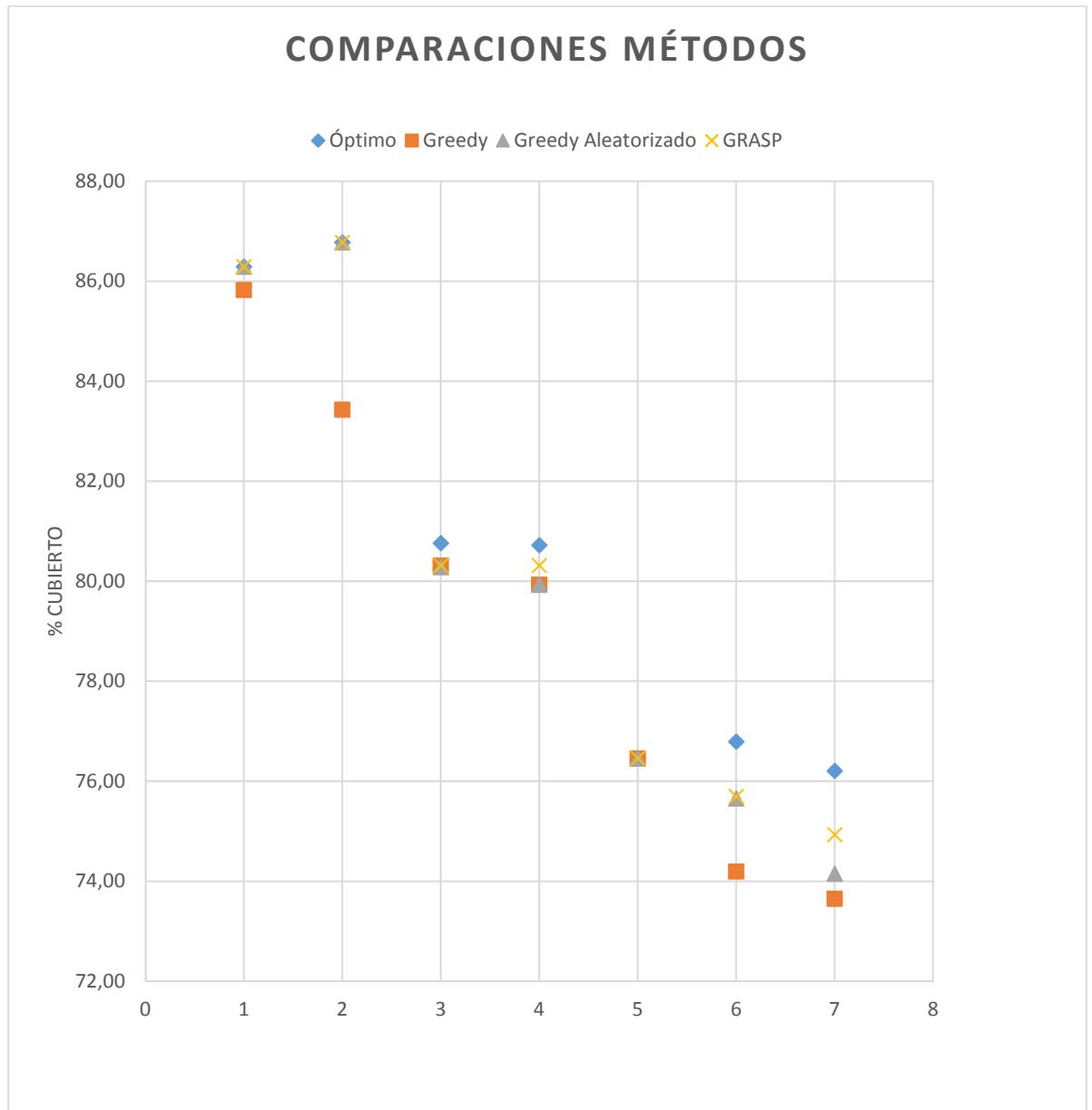


Figura 3.10. Comparación del óptimo con el Greedy, el Greedy Aleatorizado y el GRASP (matrices).

Aquí vemos que en las matrices de menor dimensión 50x50 y 100x100 ya conseguimos obtener el óptimo, pero en las de mayor tamaño concluimos que la meta-heurística GRASP usada no da resultados tan buenos como los que buscamos, aunque son muy próximos.

3.6. GRASP con Recocido Simulado

3.6.1. Definición:

Recocido simulado (Simulated Annealing), es una técnica meta-heurística que tiene como ventaja que no se queda en un óptimo local, sino que busca el óptimo global. Está basada en un algoritmo diseñado en los años 50 para simular el enfriamiento de material. Ver [19] y [7]

Es una variante de la búsqueda local, pero al poder escoger soluciones que empeoren la función objetivo, no queda prematuramente atrapada en un óptimo local. Se permiten, al poder empeorar la solución, movimientos de “escape” del óptimo local, aunque debemos controlar la frecuencia de estos movimientos para lo cual se establece una probabilidad de escape, que es la que nos da la posibilidad de que en el caso de que se empeore la función objetivo, se escoja la solución que la empeora. Esta probabilidad va disminuyendo a medida que avanza la búsqueda. En el caso de que la nueva solución mejore la función objetivo, esta siempre es seleccionada.

Esta meta-heurística se realiza durante un número de iteraciones fijado.

La probabilidad de que escojamos una solución que empeore el objetivo sigue esta ecuación:

$$p(n) = e^{(-1/T(n) * \Delta F_n)}$$

n indica en que iteración nos encontramos.

$$\Delta F_n = F(x) - F(x_n)$$

$F(x)$ es el valor actual de la función objetivo y $F(x_n)$ es el valor que en la iteración n obtenemos después de realizar el cambio de un elemento de la solución por otro.

$T(n) = C_1/(1 + n * C_2)$ temperatura en la iteración n .

C_1 es un parámetro establecido por nosotros que influye en la temperatura.

C_2 es un parámetro establecido por nosotros que influye en la temperatura.

3.6.2. Ejemplos:

Para ver cómo funciona el simulated annealing vamos a probarlo con las matrices que hemos generado, suponiendo un problema de cubrimiento máximo.

El número de iteraciones seleccionado es 30000.

C_1 , C_2 . Estos dos parámetros han de ser ajustados para que nos den la mejor solución posible.

Hemos elegido que estos valgan:

$$C_1 = 1$$

$$C_2 = 0.00085$$

Con estos valores obtenemos muy buenas soluciones.

$$P = 10$$

$$dc = 15$$

Resultados obtenidos:

Matriz	Óptimo	Simulated Annealing
50x50	86,29	86,29
100x100	86,78	86,78
200x200	80,77	80,77
300x300	80,72	80,72
500x500	76,47	76,47
800x800	76,80	76,80
1000x1000	76,21	76,14

Tabla 3.11. Comparativa de los resultados obtenidos mediante el método de Recocido Simulado con el óptimo (matrices)

Representación de los resultados:

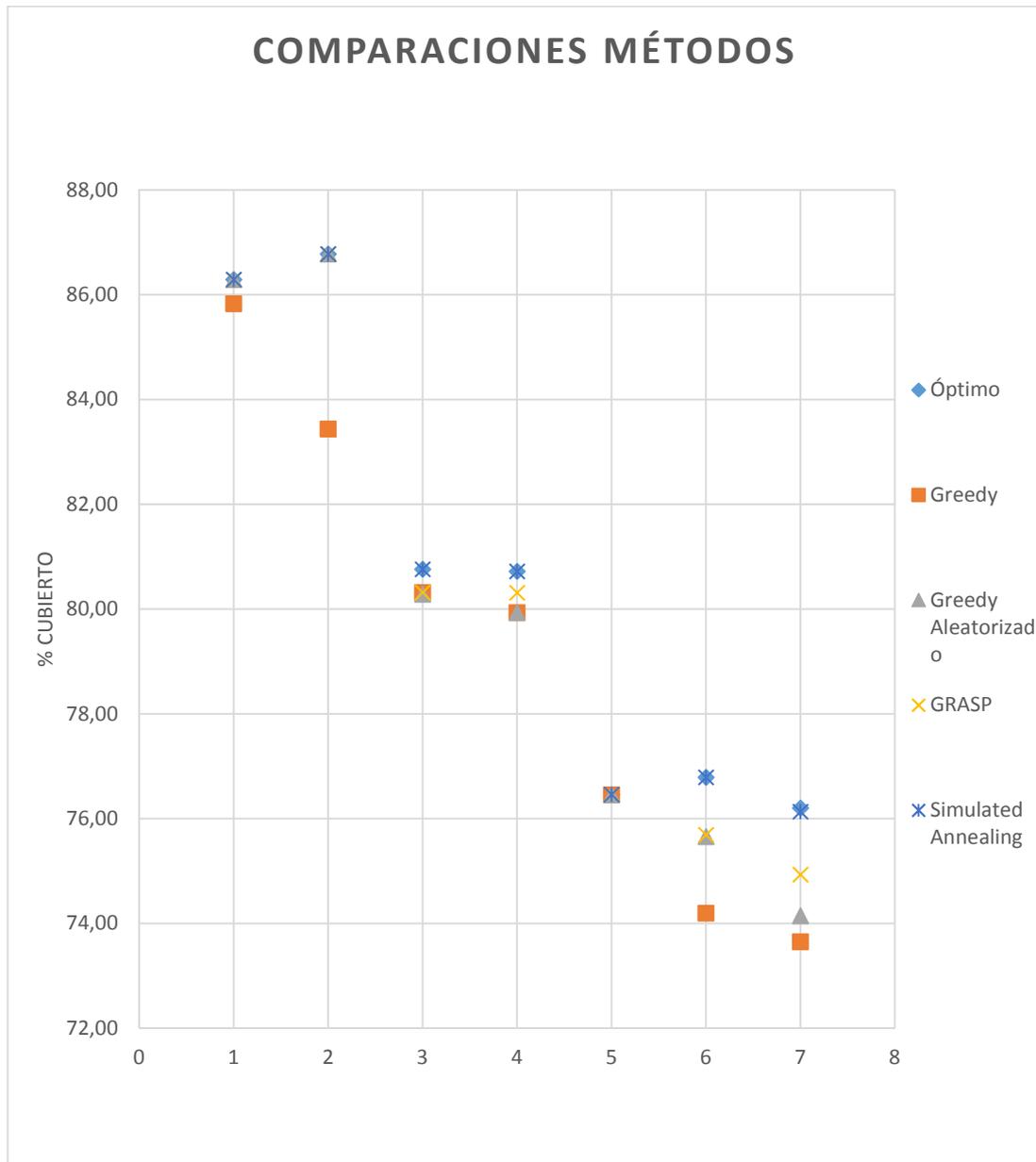


Figura 3.11. Comparación del óptimo con el Greedy, el Greedy Aleatorizado, el GRASP y el Recocido Simulado (matrices).

En esta tabla vemos como hemos ido acercándonos al óptimo poco a poco, según hemos ido aumentando la complejidad de las heurísticas usadas para resolver el problema.

Como conclusión, podemos decir que quedan demostrados los buenos resultados obtenidos por las alternativas al software Xpress-MP.

4. Otros modelos de cubrimiento máximo

Hemos estado resolviendo un problema de cubrimiento máximo usando el modelo de cubrimiento máximo por definición (básico), pero existen otras variantes de este muy interesantes que creo que deben ser tratadas.

En este apartado veremos algunas de estas variantes, destacando los cambios que introducen respecto al modelo básico y entre sí, y analizando en qué casos puede tener más utilidad cada una. Ver [2], [13] y [1]

4.1. TEAM

Tandem Equipment Allocation Model

Modelo de asignación de equipos tándem

Su principal uso es poder manejar varios tipos de vehículos (ambulancias) o servicios. En el problema concreto que estamos manejando nos es muy útil debido a que realmente existen varios tipos de ambulancias; en este modelo distinguiremos entre ambulancias de soporte vital básico y de soporte vital avanzado o UVI-móvil. Ver[2]

4.1.1. Modelo TEAM básico:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índice de puntos de demanda.

$j \in N$ Índice de los posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i

Dos tipos de ambulancias o servicios. A y B

P_A Número máximo de vehículos tipo A

P_B Número máximo de vehículos tipo B

Ahora debemos definir un tiempo de cubrimiento, dentro del cual queda cubierto cada servicio, o una distancia de cubrimiento.

dc_A Distancia a la que consideramos que el servicio o vehículo A cubre la demanda que este a una distancia menor de la elegida.

dc_B Distancia a la que consideramos que el servicio o vehículo B cubre la demanda que este a una distancia menor de la elegida.

$N_i^A = \{j \in N: d_{ij} \leq dc_A\}$ Denota el conjunto de posibles puntos de servicio A, que cubrirían la demanda de i .

$N_i^B = \{j \in N: d_{ij} \leq dc_B\}$ Denota el conjunto de posibles puntos de servicio B, que cubrirían la demanda de i .

$x_j^A \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en el caso de que un vehículo o servicio de tipo A sea abierto en j y 0 en caso contrario.

$x_j^B \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en el caso de que un vehículo o servicio de tipo B sea abierto en j y 0 en caso contrario.

$z_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por ambos tipos de servicios o vehículos.

Objetivo:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * z_i$ Maximizar los puntos cubiertos por ambos tipos de servicios o vehículos.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i^A} x_j^A \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto debe de estar cubierto por el servicio o vehículo A.

$\sum_{j \in N_i^B} x_j^B \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto, debe de estar cubierto por el servicio o vehículo B.

$\sum_{j=1}^n x_j^A \leq P^A$ Hemos de abrir un número de centros o vehículos A menor o igual al número máximo establecido.

$\sum_{j=1}^n x_j^B \leq P^B$ Hemos de abrir un número de centros o vehículos B menor o igual al número máximo establecido.

$x_j^A \leq x_j^B$ Esta restricción puede no ser necesaria en algunos casos, impone una jerarquía entre ambos tipos de vehículos o servicios, indicándonos que solo puede haber un servicio o vehículo A si ya hay uno B.

$x_j^A, x_j^B, z_i \in \{0,1\}$

4.1.2. Ejemplo:

Vamos a resolver un ejemplo concreto:

Consideramos dos tipos de ambulancias, las ambulancias de soporte vital básico y de soporte vital avanzado o UVI-móvil.

Consideramos de tipo A a las de soporte vital básico y de tipo B a las de soporte vital avanzado o UVI-móvil.

Usaremos los datos que tenemos disponibles de Castilla y León.

Establecemos los parámetros a definir:

P_A 6

P_B 10

dc_A 30

dc_B 15

Las distancias de cubrimiento son diferentes, pues consideramos que las ambulancias de soporte vital básico no necesitan llegar tan rápido como las de soporte vital avanzado o UVI-móvil, por lo que estas últimas tendrán una distancia de cubrimiento menor.

$x_j^A \leq x_j^B$ esta restricción de jerarquía no la consideramos, pues no la vemos necesaria en este problema concreto.

Resultados obtenidos:

Buscamos maximizar los puntos de demanda cubiertos por ambos tipos de vehículos en las diferentes zonas de Castilla y León.

Zonas	Función objetivo
Ávila	90,97
Burgos	92,89
León	93,92
León-Ponferrada	91,55
Palencia	97,67
Ponferrada	97,86
Salamanca	89,33
Segovia	95,84
Soria	92,97
Valladolid 1	99,59
Valladolid 2	99,48
Valladolid Completo	98,84
Zamora	90,24

Tabla 4.1. Valores obtenidos para el modelo TEAM

Resolvemos el problema TEAM para Segovia, cambiando el número de vehículos de cada tipo.

Y usando:

dc_A 30

dc_B 15

Resultados obtenidos:

PA	PB	Función objetivo
1	1	53,24
1	2	62,30
2	3	71,27
2	4	76,63
3	5	83,51
3	6	88,68
4	7	92,36
4	8	93,78
5	9	95,16
5	10	95,84
6	11	96,46
6	12	96,70
7	13	96,77
7	14	96,77

Tabla 4.2. Valores obtenidos por el modelo TEAM en Segovia variando el número de cada tipo de vehículos.

Representamos los resultados:



Figura 4.1. Modelo TEAM

4.2. FLEET

Facility – Location, Equipment – Emplacement Technique

Instalación – Localización, Equipos – Emplazamiento técnico

En este modelo se permite que los dos tipos de vehículos o servicios tengan su localización independiente. La restricción de jerarquía que aparecía en el modelo TEAM, aunque no fuese obligatoria, aquí no la tenemos. Ver [2]

Una característica de este modelo es que abrimos un número de centros de servicio fijos; si queremos poner una ambulancia en un determinado punto de servicio, en este punto debemos de tener una instalación abierta. Este número de instalaciones está restringido en este modelo, a diferencia del modelo TEAM, donde solo poníamos límites al número de ambulancias de cada tipo y no hablábamos del número de instalaciones; aquí este número se convierte en una nueva restricción.

4.2.1. Modelo FLEET básico:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índice de puntos de demanda

$j \in N$ Índice de los posibles puntos de servicio

h_i Demanda de cada punto i

Restringimos el número de instalaciones a abrir.

P Número máximo de instalaciones a abrir

Dos tipos de ambulancias o servicios. A y B

P_A Número máximo de vehículos tipo A

P_B Número máximo de vehículos tipo B

P_{AB} Suma del número máximo de vehículos que se pueden tener, ya sean A o B.

Ahora debemos definir un tiempo de cubrimiento, dentro del cual queda cubierto cada servicio, o una distancia de cubrimiento.

dc_A Distancia a la que consideramos que el servicio o vehículo A cubre la demanda que este a una distancia menor de la elegida.

dc_B Distancia a la que consideramos que el servicio o vehículo B cubre la demanda que este a una distancia menor de la elegida.

$N_i^A = \{j \in N: d_{ij} \leq dc_A\}$ Denota el conjunto de posibles puntos de servicio A, que cubrirían la demanda de i .

$N_i^B = \{j \in N: d_{ij} \leq dc_B\}$ Denota el conjunto de posibles puntos de servicio B, que cubrirían la demanda de i .

$x_j^A \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en el caso de que un vehículo o servicio de tipo A sea abierto en j y 0 en caso contrario.

$x_j^B \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en el caso de que un vehículo o servicio de tipo B sea abierto en j y 0 en caso contrario.

$y_j \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en caso de que una instalación o centro de servicio sea abierto en j o 0 en caso contrario.

$z_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por ambos tipos de servicios o vehículos.

Objetivo:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * z_i$ Maximizar los puntos cubiertos por ambos tipos de servicios o vehículos.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N^A} x_j^A \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto debe de estar cubierto por el servicio o vehículo A.

$\sum_{j \in N^B} x_j^B \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto, debe de estar cubierto por el servicio o vehículo B.

$\sum_{j=1}^n x_j^A \leq P^A$ Hemos de abrir un número de centros o vehículos A menor o igual al número máximo establecido.

$\sum_{j=1}^n x_j^B \leq P^B$ Hemos de abrir un número de centros o vehículos B menor o igual al número máximo establecido.

$\sum_{j=1}^n y_j \leq P$ Hemos de abrir un número de instalaciones menor o igual al número máximo establecido.

$x_j^A \leq y_j$ En un punto j ha de haber una instalación abierta si queremos poner una ambulancia de tipo A en este.

$x_j^B \leq y_j$ En un punto j ha de haber una instalación abierta si queremos poner una ambulancia de tipo B en este.

Pueden aparecer otras restricciones sobre el número de vehículos total, sumando ambos tipos:

$\sum_{j=1}^n x_j^A + \sum_{j=1}^n x_j^B = P_{AB}$ La suma de ambos tipos de vehículos debe ser menor que P_{AB} .

$x_j^A, x_j^B, y_j, z_i \in \{0,1\}$

4.2.2. Ejemplo:

Vamos a continuar con el ejemplo ya descrito en el modelo TEAM:

Consideramos dos tipos de ambulancias, las ambulancias de soporte vital básico y de soporte vital avanzado o UVI-móvil.

Consideramos de tipo A a las de soporte vital básico y de tipo B a las de soporte vital avanzado o UVI-móvil.

Usaremos los datos que tenemos disponibles de Castilla y León.

Establecemos los parámetros a definir:

$$P_A=6$$

$$P_B=10$$

$$P = 11$$

$$dc_A=30$$

$$dc_B=15$$

Las distancias de cubrimiento son diferentes, pues consideramos que las ambulancias de soporte vital básico no necesitan llegar tan rápido como las de soporte vital avanzado o UVI-móvil.

Aquí tenemos las nuevas restricciones respecto al número de instalaciones a abrir y a la obligatoriedad de que exista una instalación en un punto de servicio para que podamos tener algún tipo o ambos de ambulancias.

$\sum_{j=1}^n x_j^A + \sum_{j=1}^n x_j^B = P_{AB}$ No usamos esta restricción en el ejemplo descrito pues no la vemos necesaria ni útil en el caso que nos lleva.

Comparación del cubrimiento máximo obtenido con un modelo u otro.

Zonas	TEAM	FLEET
Ávila	90,97	90,71
Burgos	92,89	92,87
León	93,92	93,92
León-Ponferrada	91,55	91,50
Palencia	97,67	97,67
Ponferrada	97,86	97,86
Salamanca	89,33	89,32
Segovia	95,84	95,84
Soria	92,97	92,97
Valladolid 1	99,59	99,59
Valladolid 2	99,48	99,48
Valladolid Completo	98,84	98,84
Zamora	90,24	90,06

Tabla 4.3. Comparativa de valores obtenidos en los modelos TEAM y FLEET

Los resultados obtenidos reflejan que hay un cubrimiento menor en algunas zonas en el modelo FLEET que en el modelo TEAM. Esto es muy lógico, pues la única diferencia que hay entre un modelo y otro es que el FLEET impone tres restricciones a mayores, que nos imposibilitan a establecer ambulancias A y B sin ninguna relación entre los puntos donde sitúas ambulancias de tipo A y B.

El modelo FLEET nos obliga a situar una ambulancia en donde haya una instalación, en el modelo TEAM no habla de instalaciones.

4.3. BACOP-1

Modelo que busca maximizar el cubrimiento reforzado, o lo que es lo mismo, maximizar los puntos al menos doblemente cubiertos. Ver [2]

Este modelo implica que todo punto quede cubierto al menos una vez. Busca el cubrimiento total y, una vez conseguido este, maximizamos los puntos que van a ser cubiertos por dos o más servicios o vehículos.

4.3.1. Modelo BACOP-1 básico:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índice de puntos de demanda.

$j \in N$ Índice de los posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i

Restringimos el número de instalaciones a abrir.

P Número máximo de instalaciones a abrir

Ahora debemos definir un tiempo de cubrimiento, dentro del cual queda cubierto cada servicio, o una distancia de cubrimiento.

dc es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto i está cubierto por un centro j .

$$N_i \subseteq N$$

$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq dc\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i .

$x_j \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j . 1 si se abre, 0 en caso de que no.

$z_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por al menos dos puntos de servicio.

Objetivo:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * z_i$ Maximizar los puntos cubiertos al menos por dos puntos de servicio.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 + z_i \quad i = 1, \dots, m$ Obliga a que z_i valga 1 solo en caso de que un punto de demanda este cubierto por dos o más puntos de servicio y también a que todos los puntos de demanda estén cubiertos al menos por un punto de servicio, garantizando un cubrimiento total.

$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$ Hemos de abrir un número de puntos de servicio igual o menor al establecido, a P .

$$x_j, z_i \in \{0,1\}$$

4.3.2. Ejemplo:

Continuemos con el problema de cubrimiento en Castilla y León:

Resultados obtenidos:

Zonas	dc	P para que sea factible	BACOP 1
Ávila	23	13	80,12
Burgos	31	9	78,40
León	34	8	95,24
León-Ponferrada	34	11	95,00
Palencia	21	10	92,28
Ponferrada	27	5	90,46
Salamanca	28	13	86,56
Segovia	30	6	92,17
Soria	33	9	92,90
Valladolid 1	18	8	98,10
Valladolid 2	19	7	83,53
Valladolid Completo	19	12	93,87
Zamora	30	8	83,29

Tabla 4.4. Valores obtenidos para el modelo BACOP-1.

Las dc fijadas en cada zona son las mínimas a las cuáles se puede cubrir toda la demanda.

Los P establecidos nos indican en cada caso el mínimo número de centros que debe ser abierto para conseguir un cubrimiento total.

Los resultados obtenidos con el BACOP 1 reflejan los puntos cubiertos al menos dos veces, que tienen cubrimiento reforzado, y en él vemos que nos dan valores bastante altos en todos los casos; esto en gran parte es debido a las altas distancias de cubrimiento que deben de fijarse para que se dé el cubrimiento total y a la gran cantidad de puntos abiertos que deben de establecerse para garantizar un cubrimiento total.

Es un modelo un poco irreal en caso de emergencias, pues las distancias de cubrimiento son muy elevadas y diferentes en cada zona y abrimos una cantidad muy alta de centros, lo que económicamente puede ser inviable.

Vamos a concretar este problema en la provincia de Segovia.

Fijamos la dc en 30, que es la mínima que podemos poner para que se produzca cubrimiento total y variamos P desde 6 (número mínimo para que se produzca el cubrimiento total) hasta 12.

P	Cubrimiento %
6	92,17
7	97,70
8	99,08
9	99,34
10	99,45
11	99,53
12	99,53

Tabla 4.5. Valores obtenidos con el modelo BACOP-1 para Segovia variando P .

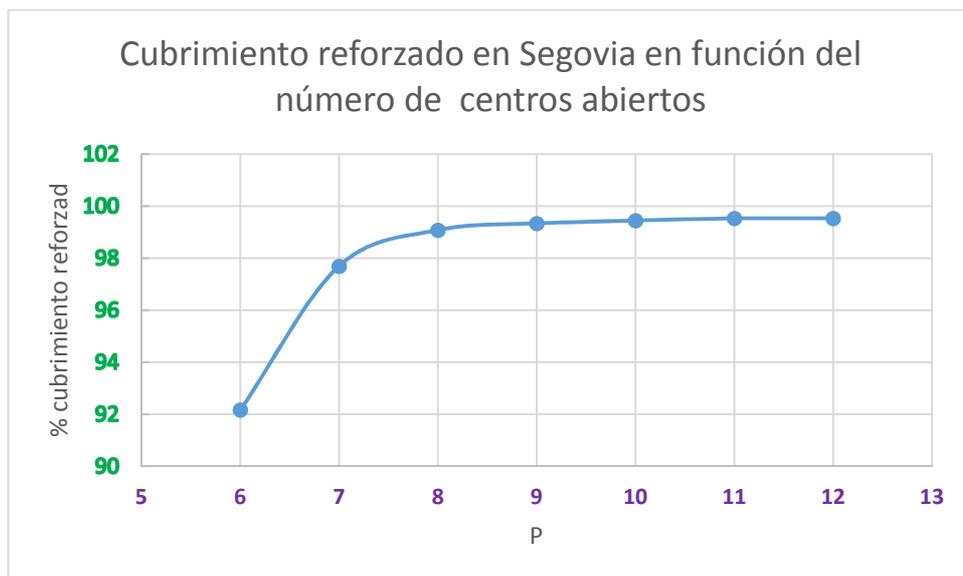


Figura 4.2. Modelo BACOP-1.

De primeras destacamos que con el número mínimo de centros necesarios para conseguir un cubrimiento total, ya obtenemos un 92,17% de cubrimiento reforzado, lo que ya es un porcentaje muy elevado; también vemos que al subir P de 6 a 7, sí que hay una notable mejoría, pero al ir aumentando P la mejoría obtenida no es muy apreciable.

4.4. Modelo de cubrimiento máximo aprovechando el poder de los sistemas geográficos de información.

Parte de variar el concepto de cubrimiento con el que hemos ido trabajando hasta ahora. Ver [1]

Usualmente hemos considerado a un punto de demanda plenamente cubierto si este se encuentra a una distancia menor a la distancia de cubrimiento definida de un punto de servicio; en el caso de que se encontrara a una distancia mayor le considerábamos no cubierto. En este modelo cambiamos el concepto de cubrimiento y no solo consideramos que un punto de demanda está cubierto si se encuentra a menos de la distancia de cubrimiento definida, también consideramos que un punto de demanda está cubierto si varios puntos de servicio se encuentran entre la distancia de cubrimiento ya definida y una distancia de cubrimiento algo mayor que debemos definir.

Describiremos el modelo usado en Grecia aunque con algunas modificaciones que he considerado oportunas.

4.4.1. Modelo básico griego:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índice de los puntos de demanda.

$j \in N$ Índice de los posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i .

$dc1$ es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto i está completamente cubierto por un centro j .

$dc2$ es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto i está al menos parcialmente cubierto por un centro j , si un número θ de puntos de servicio se encuentran entre $dc1$ y $dc2$.

$x_j \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j .

$z_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto totalmente por un único centro o no.

$v_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto parcialmente por θ centros o no.

P es el número total de puntos de servicio a abrir.

θ número mínimo de instalaciones j que se encuentran entre $dc1$ y $dc2$ del punto i para considerar que este está parcialmente cubierto.

α el peso que se le otorga al cubrimiento parcial, debe ser un número menor que 1, pues consideramos que está peor cubierto que en el caso de cubrimiento total.

$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq dc1\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían totalmente a la demanda i .

$W_i = \{j \in N: dc1 \leq d_{ij} \leq dc2\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían parcialmente a la demanda i .

El objetivo de este tipo de problemas es:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * (z_i + \alpha * v_i)$ Maximizar el cubrimiento.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera totalmente cubierto debe de estar dentro de la distancia de cubrimiento ($dc1$) de al menos un centro.

$\sum_{j \in W_i} x_j \geq v_i * \theta \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera parcialmente cubierto debe de estar dentro de la distancia de cubrimiento ($dc2$) y más alejado que $dc1$ de al menos θ centros.

$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$ Podemos abrir un número fijado de centros

$z_i + v_i \leq 1$ Si un punto de demanda está totalmente cubierto, no se puede considerar como parcialmente cubierto también.

$x_j \in \{0,1\}$ $j = 1, \dots, n$

$z_i, v_i \in \{0,1\}$ $i = 1, \dots, m$

Es interesante en muchos casos dar una tabla del cubrimiento en función de los diferentes valores de P .

4.4.2. Ejemplo:

Cubrimiento máximo para los servicios sanitarios de emergencia en Segovia.

Concretamente en Segovia tenemos: ($m = 300, n = 15$) y definimos: ($dc1 = 12, dc2 = 22, \theta = 3, \alpha = 0.8$)

Vamos a ver cómo cambia el cubrimiento en función de P , los resultados:

P	Modelo básico	Modelo Grecia
1	50,8647	50,8647
2	59,5019	59,5019
3	66,4561	66,6647
4	72,3286	73,6189
5	78,1041	79,1735
6	83,1632	83,7867
7	86,3148	86,9383
8	87,9554	89,0932
9	89,4053	91,0805
10	90,5245	92,6824

Tabla 4.6. Comparativa de los valores obtenidos en el modelo básico de Cubrimiento Máximo y el griego aplicado en Segovia.

Vemos que hasta P menor que 3 no observamos diferencias entre el modelo de cubrimiento máximo básico y el modelo griego, pues necesitamos al menos 3 instalaciones o centros abiertos para hacer posible el cubrimiento parcial. En cuanto abrimos más de 3 centros o instalaciones podemos observar

que con el modelo griego se obtiene un mejor cubrimiento, pues tiene un concepto de cubrimiento más amplio que el modelo básico.

Representamos los resultados obtenidos:

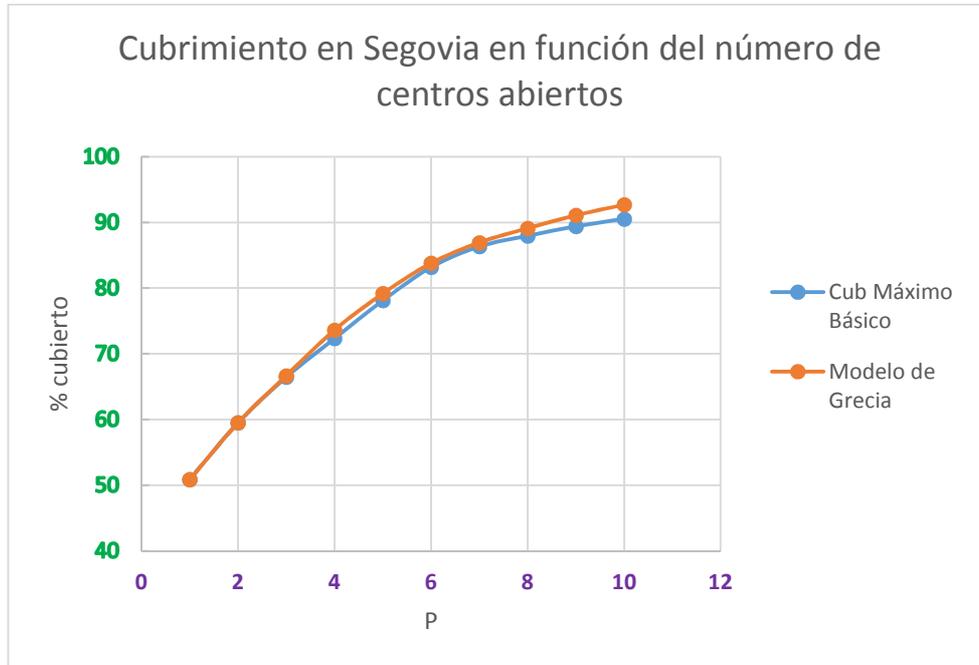


Figura 4.3. Modelo Griego aplicado en Segovia.

Observamos que el modelo de cubrimiento griego, al considerar también la posibilidad del cubrimiento parcial, nos da un mayor cubrimiento, es más realista que el modelo de cubrimiento máximo básico. Le considero como una buena mejora del modelo inicial para el problema que estamos tratando, pues es más adecuado considerar también los centros que no estén a menos de $dc1$, pero que se encuentran muy próximos a esta distancia, es decir, aquellos que se encuentran entre $dc1$ y $dc2$.

Según aumentamos P el modelo griego se va alejando más del modelo básico de cubrimiento máximo.

Con los mismos parámetros lo hacemos también para Ávila y obtenemos algo muy similar.

Tenemos: ($m = 356, n = 22$) y definimos: ($dc1 = 12, dc2 = 22, \theta = 3, \alpha = 0.8$)

Resultados obtenidos:

P	Modelo básico	Modelo Grecia
1	36,2348	36,2348
2	45,0548	45,0548
3	53,1427	53,1427
4	59,2887	59,2887
5	64,9823	64,9823
6	69,0924	69,5501
7	72,7258	73,9452
8	76,1878	77,5787
9	79,2396	80,6305
10	81,9427	83,6541

Tabla 4.7. Comparativa de los valores obtenidos en el modelo básico de Cubrimiento Máximo y el griego aplicado en Ávila.

Representamos estos:

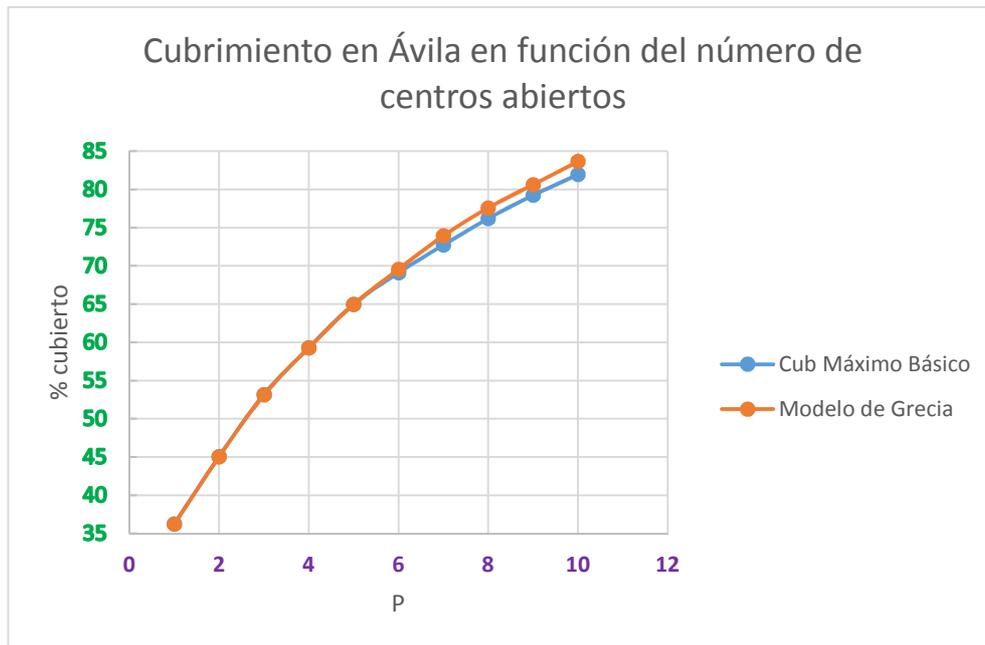


Figura 4.4. Modelo griego aplicado en Ávila.

Vemos algo muy similar a lo anteriormente observado para Segovia.

4.5. Double Standard Model (DSM)

Modelo estándar doble.

Modelo originario de Canadá. Ver [2] y [13]. Propone dos radios de cubrimiento, toda la demanda ha de ser cubierta a menos de r_2 . Fue propuesto por Gendreau y es un modelo muy adecuado al tipo de problema que estamos tratando.

Características principales de este modelo:

En este modelo hay dos distancias o radios de cubrimiento, con $r_1 < r_2$

Una porción predefinida va a quedar cubierta a menos de r_1 , un α %

El objetivo de este modelo es maximizar la distancia cubierta al menos por dos puntos de servicio.

4.5.1. Modelo básico de Gendreau:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índice de los puntos de demanda.

$j \in N$ Índice de los posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i .

r_1 es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto i está completamente cubierto por un centro j .

r_2 es la distancia a menos de la cuál garantizamos que un punto i está al menos de un centro j .

$x_j \in \{0, 1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j .

$z_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto al menos por un centro, a menos de r_1 .

$v_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto por dos o más centros, a menos de r_1 .

P Es el número de puntos de servicio a abrir

α Porcentaje mínimo que ha de ser cubierto al menos por un punto de servicio a una distancia menor que r_1 .

$N_i^1 = \{j \in N: d_{ij} \leq r_1\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i a menos de r_1 .

$N_i^2 = \{j \in N: d_{ij} \leq r_2\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i a menos de r_2 .

El objetivo de este tipo de problemas es:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * v_i$ Maximizar el cubrimiento reforzado a menos de r_1 .

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i^2} x_j \geq 1 \quad i = 1, \dots, m$ Obliga a todo punto de demanda a estar dentro de la distancia de cubrimiento (r_2) de al menos un centro.

$\sum_{i=1}^m h_i * z_i \geq \alpha * \sum_{i=1}^m h_i$ Refleja el α porcentaje, que hemos establecido como mínimo, de los puntos de demanda que han de ser cubiertos al menos una vez, a menos de r_1 .

$\sum_{j \in N_i^1} x_j \geq z_i + v_i$ Garantiza que para que un punto de demanda sea cubierto al menos dos veces ha de ser cubierto al menos una vez, lo que indica que para que v_i valga 1, z_i debe de valer 1.

$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$ Podemos abrir un número fijado de centros

$v_i \leq z_i$ Restricción lógica que indica lo ya explicado anteriormente, que para que v_i valga 1, z_i debe de valer 1.

$x_j \in \{0,1\}$ $j = 1, \dots, n$

$z_i, v_i \in \{0,1\}$ $i = 1, \dots, m$

4.5.2. Ejemplos:

Vamos a resolver el problema de Segovia con este método:

Tenemos: ($m = 300, n = 15$)

y definimos: ($r1 = 12, r2 = 30, \alpha = 0.6$)

Experimentaremos variando el número de centros a abrir P .

Resultados obtenidos:

P	Cubrimiento reforzado%
7	49,8655
8	54,0209
9	54,8484
10	55,2096
11	55,4745
12	55,5487

Tabla 4.8. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Segovia.

Apreciamos que hasta que no ponemos $r2$ mayor que 30, este problema no tiene solución, pues uno de los requisitos es garantizar un cubrimiento total y esto no puede ocurrir con $r2$ menor que 30. También podemos ver que hasta que P no es mayor que 7 tampoco obtenemos ninguna solución, esto es debido a lo ya comentado y a la restricción que obliga a que un porcentaje α sea cubierto a menos de $r1$.

Aunque podemos observar también que en este ejemplo concreto, el cubrimiento reforzado crece muy poco al aumentar P .

Representamos los resultados anteriores:

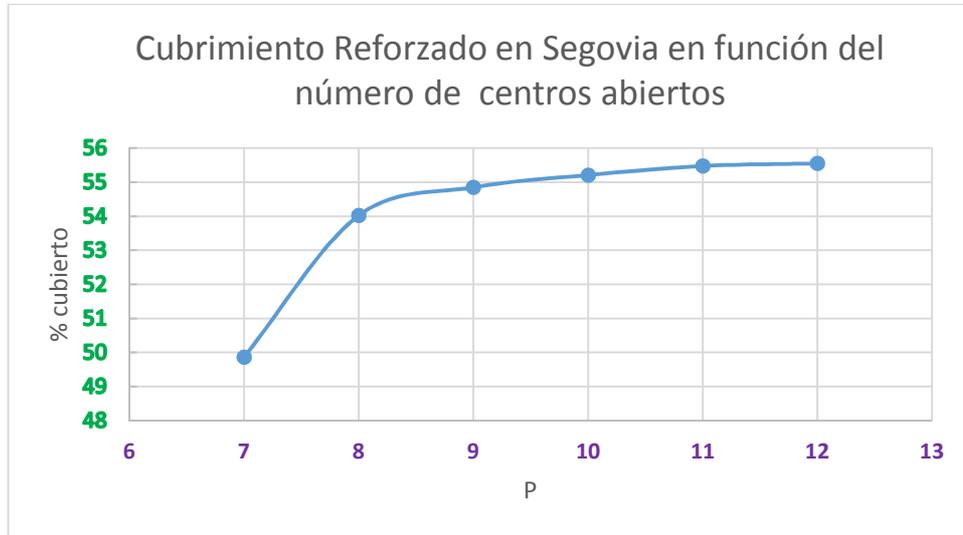


Figura 4.5. Modelo Canadiense aplicado en Segovia.

Vamos a hacer lo mismo para Ávila:

Tenemos: ($m = 356, n = 22$)

Definimos: ($r_1 = 12, r_2 = 23, \alpha = 0.6$)

Resultados obtenidos:

P	Cubrimiento reforzado%
13	1,72971
14	37,4157
15	44,8264
16	45,8409
17	46,2029
18	46,4827
19	46,5903
20	46,6276

Tabla 4.9. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Ávila.

Representamos estos resultados:

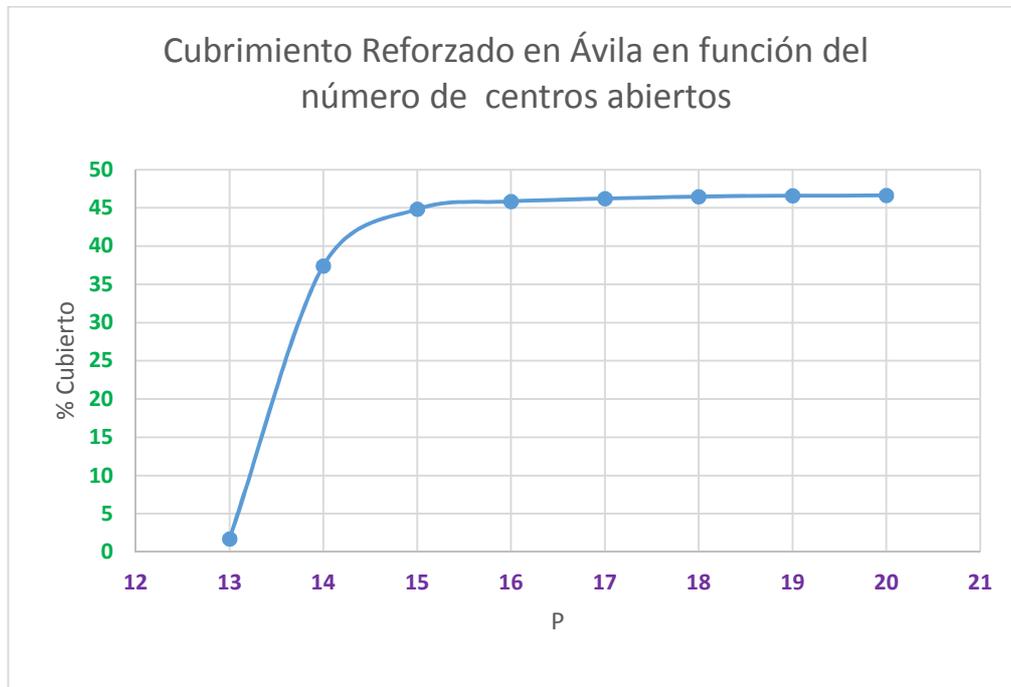


Figura 4.6. Modelo Canadiense aplicado en Ávila.

Vemos que con aumentar de 13 a 14 el número de centros abiertos el cubrimiento reforzado se dispara, luego al seguir aumentando P el incremento del cubrimiento reforzado es menos apreciable.

5. Problemas de cubrimiento Bi-objetivo

5.1. Programación entera bi-objetivo

En situaciones reales muchas veces no interesa o no se asemeja a la realidad centrarse en un único objetivo, hay que tener en cuenta otros objetivos que quizás también sean importantes, por lo que desde este momento trataremos problemas en los que busquemos dos metas u objetivos. En problemas de localización hay una amplísima bibliografía sobre el caso multi-objetivo, y también sobre localización bi-objetivo (ver por ejemplo [4], [8], [9], [15] y [21])

Concretamente en el problema de emergencias que estamos tratando, nos puede interesar maximizar la demanda cubierta al menos dos veces y también maximizar la demanda cubierta al menos una vez. Otros dos posibles objetivos pueden ser maximizar la demanda cubierta por las ambulancias de tipo A, a la vez que maximizamos la demanda cubierta por las ambulancias de tipo B.

Estos problemas suelen presentar objetivos conflictivos, que provoquen que al intentar mejorar un objetivo el otro deba ser empeorado. En los ejemplos que nos llevan vamos a tener siempre objetivos conflictivos, por lo que vamos a buscar es la relación existente entre ambos objetivos y en qué proporción al mejorar uno empeoramos el otro.

Como referencia general para optimización multi-objetivo se puede citar el libro de Ehrgott [8], cubriendo los resultados teóricos, algoritmos de resolución y aplicaciones prácticas.

5.2. Método ε – Constraint

El método ε – Constraint es uno de los más populares métodos de resolución de problemas multi-objetivo. Su mayor utilidad es en el proceso de toma de decisiones, pues aporta varias posibles soluciones de entre las cuáles el decisor puede escoger en función de sus criterios. No solo aporta una solución que maximice un objetivo u otro, además aporta un conjunto de soluciones intermedias que son muy útiles. En el trabajo [21] se estudian las diferentes implementaciones posibles del método ε – Constraint para problemas de programación entera con dos objetivos.

El conjunto de soluciones de interés (eficientes) es obtenido maximizando una de las funciones objetivo y añadiendo restricciones a la otra.

$f_1(x)$ y $f_2(x)$ son las dos funciones objetivo, en este TFG buscamos su maximización.

5.2.1. Método matemático:

Maximizar $f_1(x)$

Sujeto a:

$$f_2(x) \geq \varepsilon$$

Donde ε varía.

Inicialmente $\varepsilon = \infty$ más tarde cambia $\varepsilon = f_2 + 1$, donde f_2 es el valor del segundo objetivo en la iteración anterior.

En la primera iteración obtenemos la solución que maximiza f_1 sin tener en cuenta f_2 . Más adelante obligamos a que $f_2(x)$ sea mayor o igual, con la restricción que hemos impuesto, que $\varepsilon = f_2 + 1$, obligamos a que f_2 vaya incrementándose, lo que provocará que f_1 vaya decreciendo. Esto ocurre hasta que obtenemos el máximo valor posible de f_2 .

Por lo tanto, con este método, además de las soluciones extremas, obtenemos un conjunto de soluciones intermedias.

Este método permite obtener todas las soluciones eficientes u óptimos de Pareto.

5.2.2. Cómo evitar puntos dominados con el método ϵ – Constraint.

En los problemas bi-objetivo suele aparecer la dificultad que suponen los puntos dominados.

Un punto dominado es aquel par el que existe otro punto cuyos valores objetivo son mejores o iguales, y uno de ellos mejor estrictamente. La conocida como frontera eficiente es aquella formada por el conjunto de puntos no dominados o eficientes.

Puede ocurrir que al maximizar f_1 obtengamos varios posibles valores de f_2 . Al ser otro objetivo la maximización de f_2 , consideramos que los puntos con un mismo valor de f_1 y que tengan un valor de f_2 menor al máximo posible son puntos dominados, y no nos interesan. Para evitar estos puntos dominados aplicamos la siguiente función objetivo:

$$\text{Maximizar } f_1(x) + \gamma * f_2(x)$$

γ es un parámetro definido por nosotros que no debe ser muy grande, para que no afecte a la maximización de f_1 , ni demasiado pequeño para que f_2 sea considerado y, dentro de los posibles valores de este, seleccionemos el mejor.

Vamos a poner un ejemplo, con los datos que ya tenemos hemos obtenido para un modelo estos resultados:

Objetivo 1	Objetivo 2
89,41	49,10
89,41	67,35
89,41	71,33
87,96	79,96
86,31	86,79
86,31	86,93
83,16	92,07
83,16	9,26
78,10	94,89
78,10	96,24
72,33	96,58
72,33	97,36

Tabla 5.1. Valores obtenidos en ejemplo de puntos dominados

Les representamos:

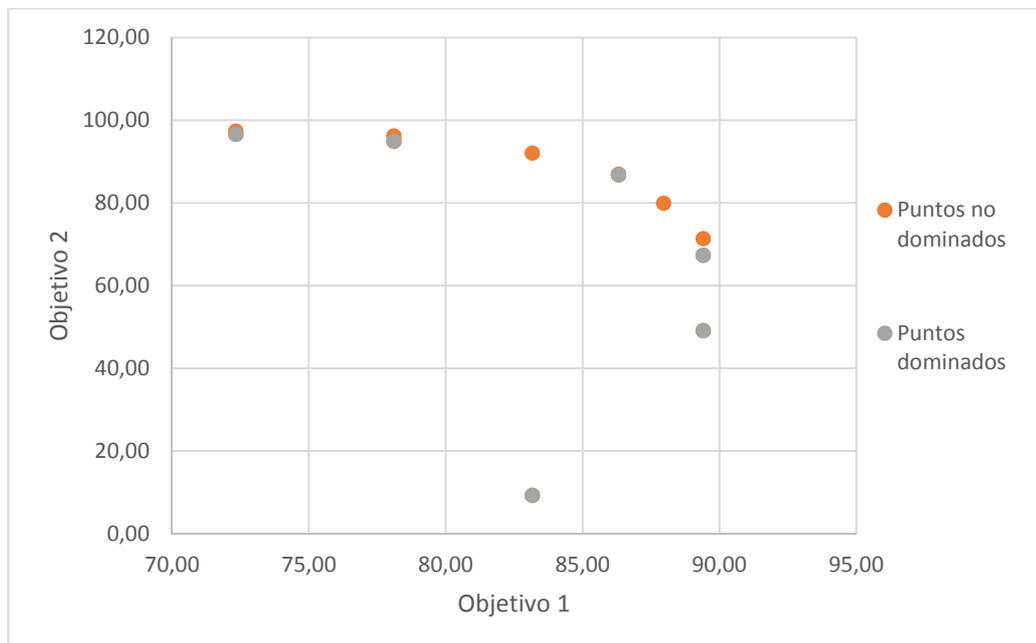


Figura 5.1. Puntos dominados

Vemos que gran parte de los puntos obtenidos son dominados, estos puntos son innecesarios pues no aportan nada al problema, solo nos interesan los puntos no dominados que forman la frontera eficiente.

5.3. MOTEAM

Multi Objective Tandem Equipment Allocation Model

En este modelo bi-objetivo distinguimos el cubrimiento de cada tipo de vehículo, pues ambos no cubren al mismo porcentaje de la población y, a diferencia del TEAM, en vez de buscar los puntos de demanda cubiertos por ambos tipos de vehículos, buscamos maximizar lo que cubre cada vehículo por separado. Ver [2]

5.3.1. Modelo MOTEAM básico:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índices de los puntos de demanda.

$j \in N$ Índices de los posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i .

Dos tipos de ambulancias o servicios. A y B.

P_A Número máximo de vehículos tipo A.

P_B Número máximo de vehículos tipo B.

P_{AB} Suma del número máximo de vehículos que se pueden tener, ya sean A o B.

Ahora debemos definir un tiempo de cubrimiento, dentro del cual queda cubierto cada servicio, o una distancia de cubrimiento.

dc_A Distancia a la que consideramos que el servicio o vehículo A cubre la demanda que este a una distancia menor de la elegida.

dc_B Distancia a la que consideramos que el servicio o vehículo B cubre la demanda que este a una distancia menor de la elegida.

$N_i^A = \{j \in N: d_{ij} \leq dc_A\}$ Denota el conjunto de posibles puntos de servicio A, que cubrirían la demanda de i .

$N_i^B = \{j \in N: d_{ij} \leq dc_B\}$ Denota el conjunto de posibles puntos de servicio B, que cubrirían la demanda de i .

$x_j^A \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en el caso de que un vehículo o servicio de tipo A sea abierto en j y 0 en caso contrario.

$x_j^B \in \{0,1\}$ Variable binaria que toma el valor 1 en el caso de que un vehículo o servicio de tipo B sea abierto en j y 0 en caso contrario.

$a_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por el vehículo A.

$b_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por el vehículo B.

Objetivos:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * a_i$ Maximizar la demanda cubierta por el tipo de vehículos A.

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * b_i$ Maximizar la demanda cubierta por el tipo de vehículos B.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i^A} x_j^A \geq a_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto debe de estar cubierto por el servicio o vehículo A.

$\sum_{j \in N_i^B} x_j^B \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$ Si un punto se considera cubierto debe de estar cubierto por el servicio o vehículo B.

$\sum_{j=1}^n x_j^A \leq P^A$ Hemos de abrir un número de centros o vehículos A menor o igual al número máximo establecido.

$\sum_{j=1}^n x_j^B \leq P^B$ Hemos de abrir un número de centros o vehículos B menor o igual al número máximo establecido.

$\sum_{j=1}^n x_j^A + \sum_{j=1}^n x_j^B = P_{AB}$ La suma de ambos tipos de vehículos debe ser menor que P_{AB} .

$$x_j^A, x_j^B, a_i, b_i \in \{0,1\}$$

Para ir obteniendo diferentes soluciones utilizamos el método ε - Constraint

5.3.2. Ejemplos:

Aplicaremos el método ε - Constraint al modelo MOTEAM en un problema concreto:

Concretamente en Segovia tenemos: ($m = 300, n = 15$) y definimos ($dc_A = 12, dc_B = 20, P_A = 9, P_B = 7, P = 11$). En este caso se han obtenido 6 puntos eficientes:

% cubierto A	% Cubierto B	PA	PB
89,41	71,33	9	2
87,96	79,96	8	3
86,31	86,93	7	4
83,16	92,60	6	5
78,10	96,24	5	6
72,33	97,36	4	7

Tabla 5.2. Valores obtenidos aplicando el modelo MOTEAM en Segovia 1.

Vemos que Xpress nos proporciona un conjunto de soluciones, no una única, lo que nos da la posibilidad de elegir soluciones intermedias, no únicamente la que maximice un objetivo u otro.

Vamos a representar estos datos gráficamente:

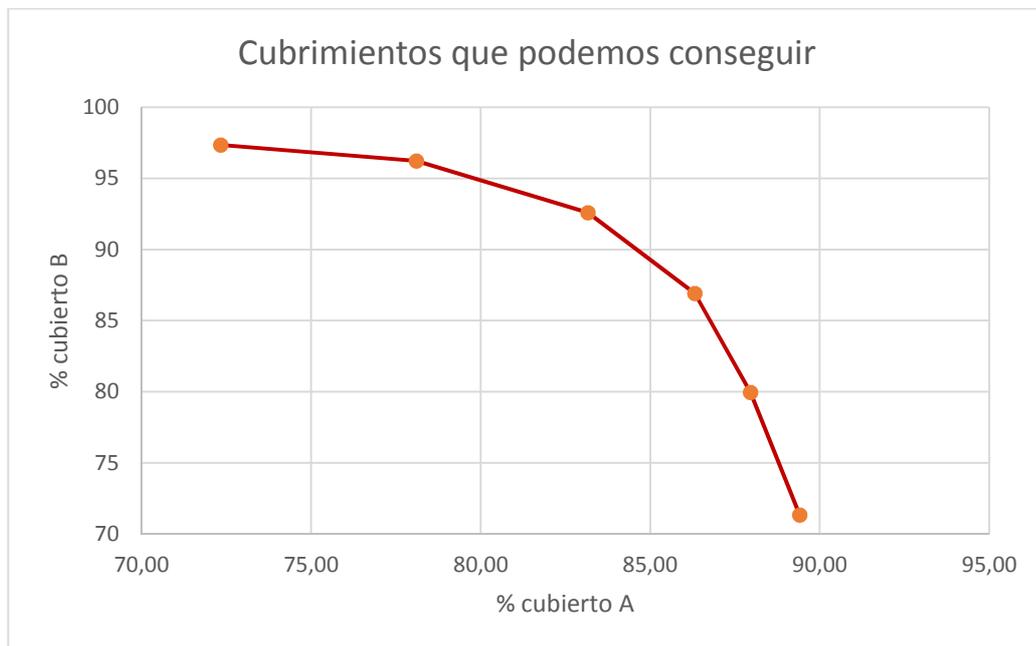


Figura 5.2. Modelo MOTEAM aplicado en Segovia 1.

Podemos observar que, a poco que bajemos el cubrimiento de los vehículos tipo A, aumenta de forma considerable el cubrimiento de los vehículos tipo B. También vemos que al elevar demasiado el cubrimiento de los vehículos tipo B baja con fuerza el cubrimiento de los vehículos tipo A, lo que nos llevará probablemente a elegir soluciones intermedias, que no perjudiquen en exceso al cubrimiento de uno de los tipos de vehículos, con lo que confirmamos la gran utilidad que tiene el método ϵ - Constraint al proporcionarnos un amplio abanico de soluciones.

Vamos a definir otros valores de los parámetros, para Segovia tenemos ($m = 300, n = 15$) y definimos ($dc_A = 15, dc_B = 25, P_A = 8, P_B = 6, P = 10$). En este caso se han obtenido 5 puntos eficientes:

% cubierto A	% cubierto B	p1	p2
93,98	83,37	8	2
92,49	93,89	7	3
88,88	97,81	6	4
83,67	98,69	5	5
77,88	99,56	4	6

Tabla 5.3. Valores obtenidos aplicando el modelo MOTEAM en Segovia 2.

Representamos estos datos gráficamente:

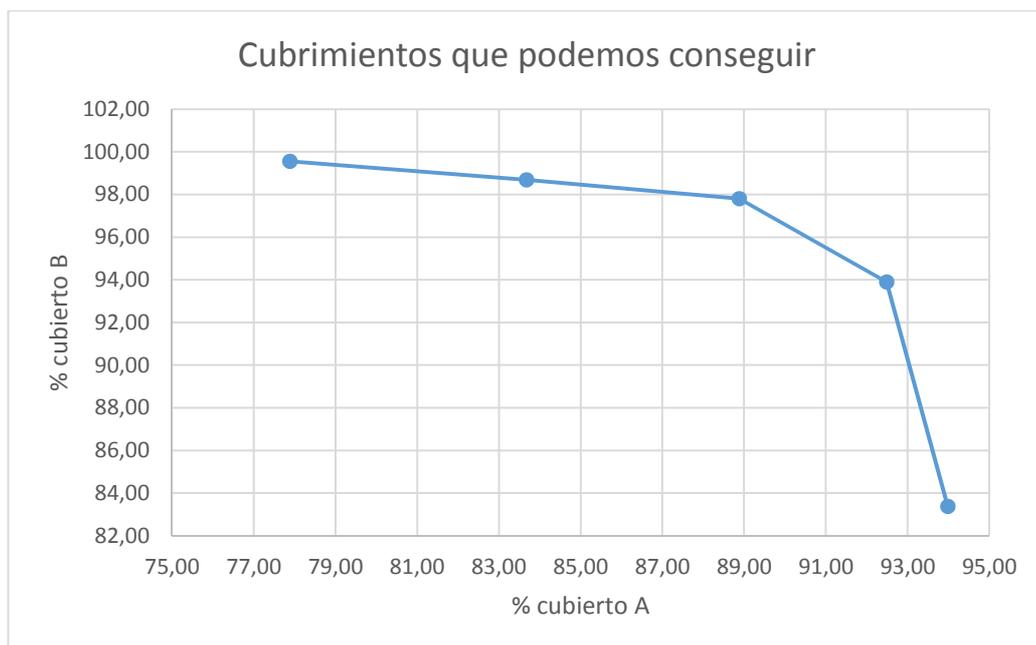


Figura 5.3. Modelo MOTEAM aplicado en Segovia 2.

Aquí podemos ver aún más claramente lo ya comentado anteriormente, pues se ve que las peores soluciones son las extremas.

5.4. BACOP-2

Variante del modelo BACOP-1 adaptado a problemas bi-objetivo. Ver [2]

Modelo bi-objetivo que busca:

- Maximizar el cubrimiento reforzado, es decir que los puntos de demanda sean cubiertos por dos o más puntos de servicio.
- Maximizar los puntos cubiertos al menos una sola vez.

5.4.1. Modelo BACOP-2 básico:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índice de los puntos de demanda

$j \in N$ Índice de los posibles puntos de servicio

h_i Demanda de cada punto i

Restringimos el número de instalaciones a abrir.

P Número máximo de instalaciones a abrir

Ahora debemos definir un tiempo de cubrimiento, dentro del cual queda cubierto cada servicio, o una distancia de cubrimiento.

d_c es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto i está cubierto por un centro j

$N_i \subseteq N$

$N_i = \{j \in N: d_{ij} \leq dc\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i .

$x_j \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j . 1 si se abre, 0 en caso de que no.

$z_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por al menos un punto de servicio.

$u_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que vale 1 si el punto i está cubierto por al menos dos puntos de servicio.

Objetivos:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * z_i$ Maximizar los puntos cubiertos al menos por un punto de servicio.

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * u_i$ Maximizar los puntos cubiertos al menos por dos puntos de servicio.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i \quad i = 1, \dots, m$ Obliga a que z_i valga 1 solo en caso de que un punto de demanda este cubierto por al menos un punto de servicio.

$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i + u_i \quad i = 1, \dots, m$ Obliga a que u_i valga 1 solo en caso de que un punto de demanda este cubierto por dos o más puntos de servicio.

$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$ Hemos de abrir un número de puntos de servicio igual o menor al establecido, a P .

$u_i \leq z_i$ Para que pueda estar cubierto por dos o más puntos de servicio debe de estar cubierto al menos por un punto de servicio.

$x_j, z_i, u_i \in \{0,1\}$

5.4.2. Ejemplos:

Vamos a poner un ejemplo de este modelo:

El ejemplo le aplicamos a la provincia de Segovia, como hemos venido haciendo en otros casos.

Concretamente en Segovia tenemos ($m = 300, n = 15$) y definimos: ($dc = 15, P = 6$) y se han obtenido 13 puntos eficientes.

% Cubierto 1 vez	% Cubierto más de 1 vez
84,22	52,34
83,41	55,09
82,69	55,65
81,97	55,86
80,03	56,01
79,32	56,57
78,88	58,61
78,82	59,17
78,16	59,30
77,41	61,50
77,34	62,06
70,22	62,42
70,15	62,98

Tabla 5.4. Valores obtenidos aplicando el modelo BACOP-2 en Segovia 1.

Representamos estos resultados:

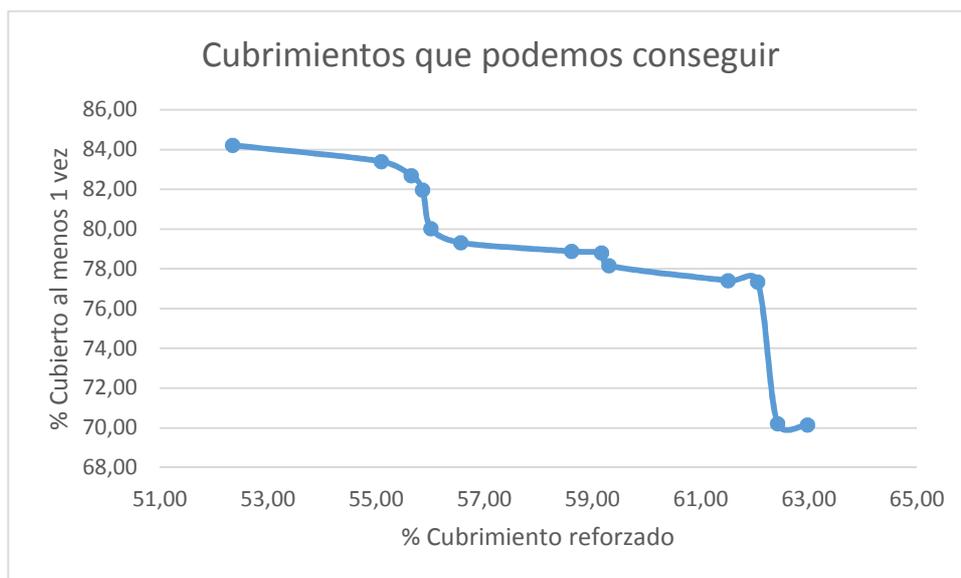


Figura 5.4. Modelo BACOP-2 aplicado en Segovia 1.

Podemos ver que, bajando un poco el porcentaje cubierto una vez, elevamos de forma considerable el doblemente cubierto.

En esta gráfica observamos muy bien el problema de centrarnos únicamente en un solo objetivo, pues vemos la gran caída que se produce al final de esta gráfica de los puntos cubiertos al menos por una instalación al intentar maximizar los puntos con cubrimiento reforzado, demostrando de nuevo la gran utilidad que tiene el disponer de diversas posibilidades intermedias para la toma de decisiones y no únicamente de las soluciones extremas.

Nuevos parámetros en Segovia, tenemos: ($m = 300, n = 15$) y definimos: ($dc = 12, P = 8$), se obtienen 15 puntos eficientes.

% Cubierto 1 vez	% Cubierto más de 1 vez
87,18	49,29
86,39	49,30
86,31	49,47
85,64	49,66
85,15	53,46
84,36	53,47
84,28	53,64
80,99	53,82
80,20	53,83
80,09	54,53
75,96	54,56
75,19	54,70
73,14	54,85
70,41	54,92
69,20	55,21

Tabla 5.5. Valores obtenidos aplicando el modelo BACOP-2 en Segovia 2.

Representamos estos datos gráficamente:

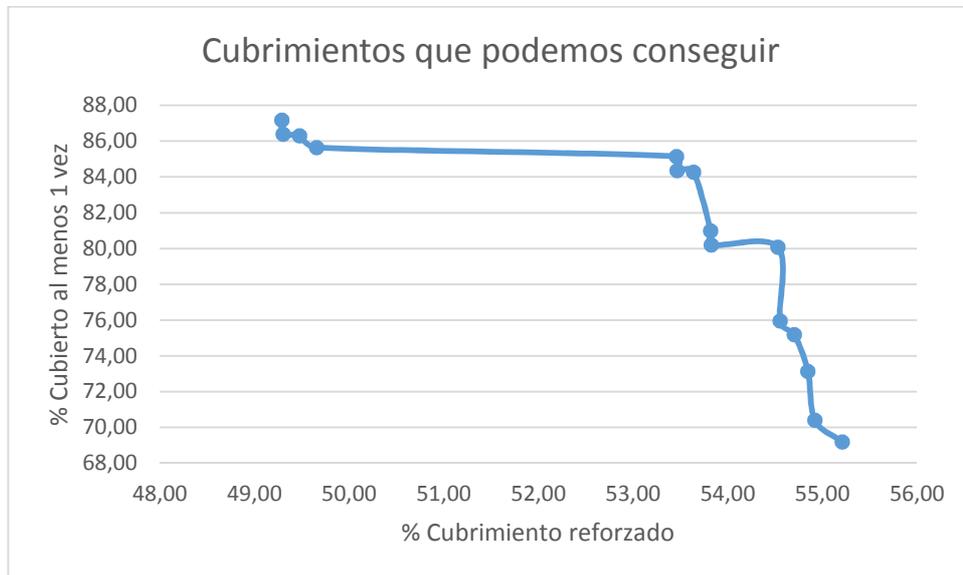


Figura 5.5. Modelo BACOP-2 aplicado en Segovia 2.

Aquí también podemos ver como en el quinto punto obtenido hemos incrementado mucho el segundo objetivo sin perjudicar en exceso el primero, obteniendo, desde mi punto de vista, una opción muy interesante de entre las disponibles.

En el problema de emergencias que estamos tratando, es muy interesante el llamado cubrimiento reforzado, que consiste en cubrir dos o más veces un punto de demanda, pues se puede dar el caso de que un punto de servicio o ambulancia este ocupado.

5.5. Modelo de Canadá adaptado DSM

Nos basaremos en el modelo ya presentado en la parte de otros modelos de cubrimiento máximo, modificando ciertas cosas para adaptarle a un modelo bi-objetivo. Ver [2] y [13]

En este modelo hay dos distancias o radios de cubrimiento, con $r_1 < r_2$

Una porción predefinida va a quedar cubierta a menos de r_1 , un α %

El primer objetivo de este modelo es maximizar la demanda cubierta al menos por dos puntos de servicio. El segundo objetivo será maximizar la demanda total cubierta dentro del radio r_1 . En cualquier caso, el cubrimiento dentro del radio r_2 es obligatorio.

5.5.1. Modelo matemático Canadá bi-objetivo:

Conjunto de puntos de demanda $M = \{1, 2, \dots, m\}$

Conjunto de posibles puntos para situar la instalación o puntos de servicio
 $N = \{1, 2, \dots, n\}$

$i \in M$ Índices de los puntos de demanda.

$j \in N$ Índices de los posibles puntos de servicio.

h_i Demanda de cada punto i .

r_1 es la distancia a menos de la cuál consideramos que un punto i está completamente cubierto por un centro j .

r_2 es la distancia a menos de la cuál garantizamos que un punto i está al menos de un centro j .

$x_j \in \{0, 1\}$ Variable binaria que nos indica la apertura o no de un centro o instalación en el punto j .

$z_i \in \{0, 1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto al menos por un centro, a menos de r_1 .

$v_i \in \{0,1\}$ Variable binaria que nos indica si el punto de demanda i queda cubierto por dos o más centros, a menos de $r1$.

P Es el número de puntos de servicio a abrir.

α Porcentaje mínimo que ha de ser cubierto al menos por un punto de servicio a una distancia menor que $r1$.

$N_i^1 = \{j \in N: d_{ij} \leq r1\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i a menos de $r1$.

$N_i^2 = \{j \in N: d_{ij} \leq r2\}$ Denota el conjunto de posibles puntos que cubrirían a la demanda i a menos de $r2$.

El objetivo de este tipo de problemas es:

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * v_i$ Maximizar el cubrimiento reforzado a menos de $r1$.

Maximizar $\sum_{i=1}^m h_i * z_i$ Maximizar la demanda cubierta al menos por un punto de servicio a menos de $r1$.

Sujeto a:

$\sum_{j \in N_i^2} x_j \geq 1 \quad i = 1, \dots, m$ Obliga a todo punto de demanda a estar dentro de la distancia de cubrimiento ($r2$) de al menos un centro.

$\sum_{i=1}^m h_i * z_i \geq \alpha * \sum_{i=1}^m h_i$ Refleja el α porcentaje, que hemos establecido como mínimo, de los puntos de demanda que han de ser cubiertos al menos una vez, a menos de $r1$.

$\sum_{j \in N_i^1} x_j \geq z_i + v_i$ Garantiza que para que un punto de demanda sea cubierto al menos dos veces ha de ser cubierto al menos una vez, lo que indica que para que v_i valga 1, z_i debe de valer 1.

$\sum_{j=1}^n x_j \leq P$ Podemos abrir un número fijado de centros.

$v_i \leq z_i$ Restricción lógica que indica lo ya explicado anteriormente, que para que v_i valga 1, z_i debe de valer 1.

$x_j \in \{0,1\}$ $j = 1, \dots, n$

$z_i, v_i \in \{0,1\}$ $i = 1, \dots, m$

5.5.2. Ejemplos:

Resolvamos para Segovia este modelo:

Tenemos: $m = 300, n = 15$ y definimos: ($r_1 = 14, r_2 = 38, \alpha = 0.6, P = 10$)

Se obtuvieron 9 puntos eficientes.

% Cubierto al menos una vez	% Cubierto al menos dos veces
94,5442	8,16
94,5248	11,02
94,14	54,76
93,6192	58,95
93,398	59,40
93,156	61,84
92,9348	62,29
92,4141	66,48
87,7689	66,81

Tabla 5.6. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Segovia 1.

Representamos los datos obtenidos:

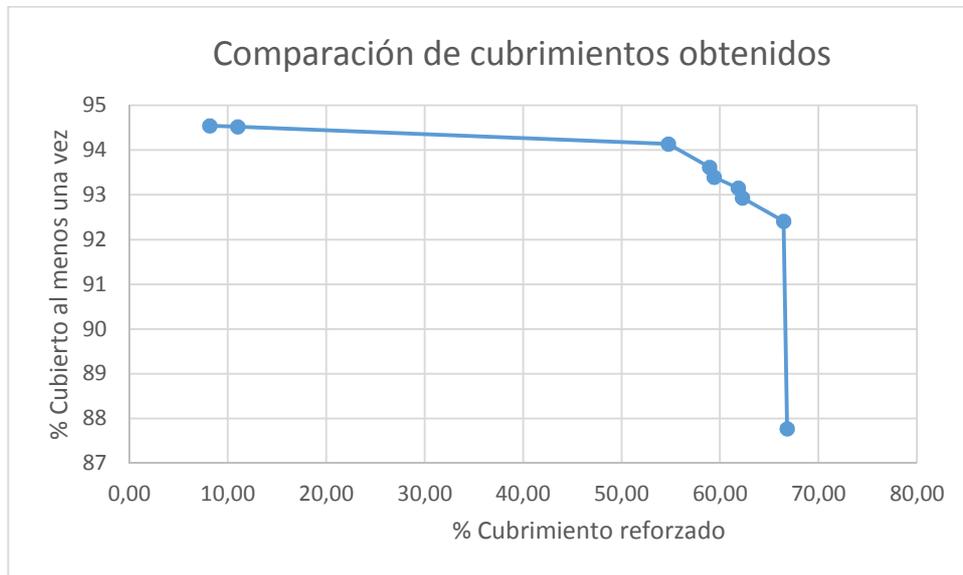


Figura 5.6. Modelo Canadá Adaptado aplicado en Segovia 1.

Podemos observar el gran salto que hay de la segunda opción a la tercera, como bajando un poco el porcentaje cubierto por al menos un centro, subimos mucho el cubrimiento reforzado, lo que la convierte en una solución muy interesante y muy a tener en cuenta por los decisores.

Vamos a presentar otro ejemplo con los mismos parámetros usados en el caso del modelo canadiense de un objetivo, para poder comparar mejor.

Tenemos: ($m = 300, n = 15$) y definimos: ($r_1 = 12, r_2 = 30, \alpha = 0.6, P = 12$)

% Cubierto al menos una vez	% Cubierto al menos dos veces
92,4993	54,3491
91,7116	54,3546
91,6326	54,528
91,6062	54,614
91,0494	55,4211
85,8079	55,4981
83,1064	55,5487

Tabla 5.7. Valores obtenidos aplicando el modelo canadiense en Segovia 2.

Representamos los datos obtenidos:

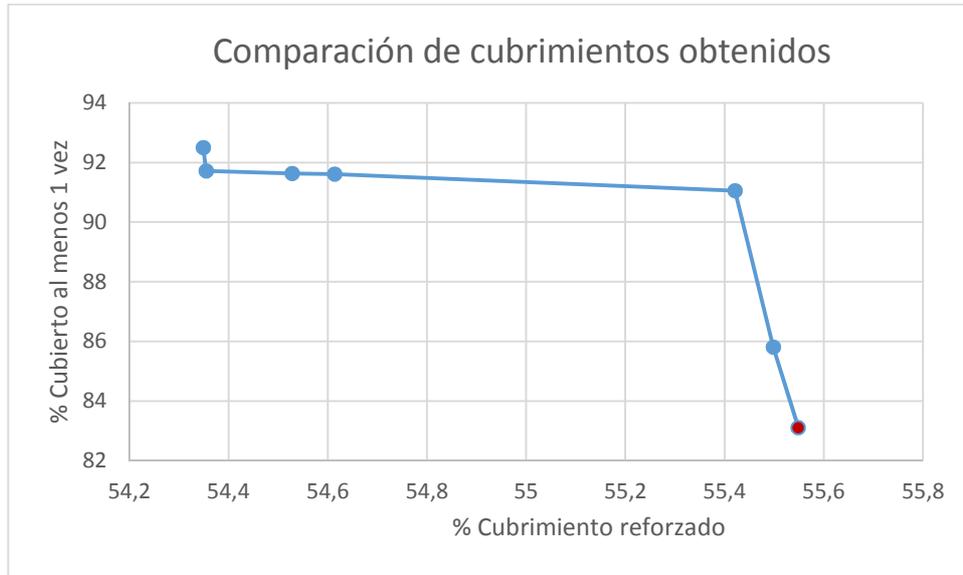


Figura 5.7. Modelo Canadá Adaptado aplicado en Segovia 2.

El último punto de la gráfica, es la solución obtenida con el modelo canadiense de un único objetivo, donde únicamente obtendríamos esa solución. Vemos que bajando un poco el cubrimiento reforzado, aumentamos en buena medida el porcentaje cubierto por al menos una instalación, por lo que se observa la mejora que suponen los problemas bi-objetivo respecto a los que únicamente se centran en un objetivo.

6. Conclusiones

Tratamos de forma satisfactoria un amplio abanico de modelos de localización con cubrimiento máximo, viendo como nos son más útiles que el modelo de cubrimiento total al ser más realistas que este.

Han sido considerados modelos muy adaptables a las diferentes situaciones que nos puedan demandar, muy fáciles de modificar y de convertir hacia otros requerimientos. Los modelos creados pueden valer para cualquier otro tipo de servicio tanto público como privado, por ejemplo para maximizar la captura de demanda en un determinado mercado.

El problema básico de cubrimiento máximo ha sido resuelto por diversas heurísticas y meta-heurísticas hasta conseguir resultados muy satisfactorios, pues son similares al óptimo; lo que nos lleva a afirmar que estos modelos pueden ser resueltos sin el uso de Xpress-MP, reflejando que no es necesario disponer de un software tan potente y caro para una resolución adecuada de estos problemas.

Para los otros modelos de cubrimiento máximo tratados, la solución está basada en el modelo de PE (Programación entera), y hecho con Xpress-MP, aunque se podrían desarrollar heurísticas y meta-heurísticas para estos modelos.

Con la resolución de problemas bi-objetivo demostramos claramente su utilidad, al proporcionarnos resultados en los que podemos observar los trade-off existentes entre ambos objetivos, y en los cuáles tenemos una serie de soluciones intermedias que nos proporciona el método ϵ - Constraint y que suelen ser mucho más interesantes para el decisor que las extremas obtenidas con los modelos de un único objetivo.

Hemos aplicado estos modelos a problemas reales y con datos reales, demostrando así la utilidad práctica de lo aquí expuesto.

7. Bibliografía

- [1] ALEXANDRIS, G; GIANNIKOS, I. *A new model for maximal coverage exploiting GIS capabilities*. *European Journal of Operational Research* (2010) 202 328–338
- [2] BROTCORNE, L; LAPORTE, G; SEMET, F. *Ambulance location and relocation models*. *European Journal of Operational Research* (2003) 147 451–463
- [3] BURKE, E.K., KENDALL, G. *Search methodologies*. *Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques*. Springer. (2005)
- [4] CHANTA, S; MAYORGA, M; MCLAY, L. *Improving emergency service in rural areas: a bi-objective covering location model for EMS systems*. *Ann Oper Res* (2014) 221 133–159
- [5] CHUNG, C. *Recent Applications of the Maximal Covering Location Planning (M.C.L.P.) Model*. *J. Opl Res. Soc.* 37 (1986) 735-746
- [6] DASKIN, M. *Network and discrete location*. Wiley. (1995)
- [7] DÍAZ, A., GLOVER, F. M. GHAZIRI, H. GONZÁLEZ, J.L., LAGUNA, M., T.TSENG, F. *Optimización Heurística y Redes Neuronales en Dirección de Operaciones e Ingeniería*. Editorial Paranifo. (1995)
- [8] EHRGOTT, M. *Multicriteria Optimization*. Springer. (2005)
- [9] EISELT, H; MARIANOV, V. *Foundations of location analysis*. Springer. (2011)
- [10] FESTA, P. *Greedy randomized adaptive search procedures*. *AIROnews*. (2002) 4 7-11
- [11] FICO. *Xpress-Mosel (User guide)*. (2013)
- [12] HWANG, J; KIM, S. *An Integer Programming-based Local Search for Large-scale Maximal Covering Problems*. *International Journal on Computer Science and Engineering*. (2011) 3 837-843
- [13] LI, X; ZHAO, Z; ZHU X; WYATT, T. *Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review*. *Math Meth Oper Res* (2011) 74 281–310
- [14] MARTÍN, I. *Estudio de la metodología de relajación y Heurística Lagrangiana utilizando el algoritmo subgradiente. Implementación computacional para problemas de cubrimiento (Set Covering)*. Proyecto fin de carrera de ingeniería de organización industrial. Escuela de ingenieros industriales Universidad de Valladolid (2015)
- [15] NIKEL, S; PUERTA, J; RODRÍGUEZ-CHÍA, A.M. *MCDM Location Problems cap.19 de Multiple Criteria Decision Analysis. State of the Art, Surveys*. FIGUEIRA, J; GRECO, S; EHRGOTT, M. (Eds) Springer. (2005)

- [16] PIRLOT, M. *General local search methods*. European Journal of Operational Research (1996) 92 493-511
- [17] RESENDE, M. *Computing Approximate Solutions of the Maximum Covering Problem with GRASP*. Journal of Heuristics (1998) 4 161-177
- [18] RESENDE, M; González, J.L. *GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*. Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. (2003) 19 61-76
- [19] SAEED, M; BANKIAN B; MOSHREF, M. *A Simulated Annealing method to solve a generalized maximal covering location problem*. International Journal of Industrial Engineering Computations 2 (2011) 439-448
- [20] SÁEZ, J; CAMELIA, Paula. *Some heuristic methods for solving p-median problems with a coverage constraint*. European Journal of Operational Research (2012) 220 320–327
- [21] SÁEZ, J; TRANDAFIR, C. *Implementations of the ε -Constraint method for bi-objective integer linear programming problems. Application to p-median-cover problems*. Pendiente de publicación. Departamento de estadística e investigación operativa universidad de Valladolid.
- [22] ZANJIRANI, R; HEKMATFAR, M. *Facility Location*. Physica-Verlag. (2009)