



---

**Universidad de Valladolid**

**MÁSTER DE INVESTIGACIÓN EN ECONOMÍA**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**“ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE LA INFLACIÓN Y EL  
CRECIMIENTO ECONÓMICO EN BOLIVIA MEDIANTE UN  
MODELO ECONOMÉTRICO VAR”**

**AUTOR: Gualberto Zubieta Huaygua**

**TUTORES: Dr. Julio López Díaz**

**Dra. Ana Pérez Espartero**

**Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales**

**Universidad de Valladolid**

**VALLADOLID, SEPTIEMBRE 2015**

A mi familia,  
Por su apoyo incondicional

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero expresar en primer lugar mi agradecimiento a Dios por haberme proporcionado sabiduría, por guiarme y por brindarme una luz en cada momento.

De igual forma agradezco hoy y siempre a mi familia. A mis padres Alejandro y Anghelina, a mis hermanos Agustina, Julián, Freddy y Claudia, a pesar de no estar físicamente conmigo, siempre me animaron y me apoyaron para lograr este objetivo.

También estoy muy agradecido con mis tutores, Dr. Julio López Díaz y Dra. Ana Pérez Espartero, por todo el tiempo y paciencia invertida. Además, por haberme transmitido sus conocimientos, por sus entusiasmos y exigencias que han sido muy importantes para la realización del presente Trabajo Fin de Máster.

Así mismo, quedo muy agradecido con los profesores Max Gillman y Anton Nakov por sus valiosos comentarios para la conclusión del presente Trabajo Fin de Máster.

Finalmente, quiero agradecer infinitamente al programa Mundus-Lindo por haberme brindado una beca para poder realizar una maestría en España, además, por toda la gestión brindada a mi persona y a todos los becarios.

# ÍNDICE

|  |    |
|--|----|
| <b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....   | 1  |
| <b>2. INFLACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO: MARCO TEÓRICO Y EVIDENCIA EMPÍRICA</b> .....                          | 3  |
| 2.1. Consideraciones teóricas .....  | 3  |
| 2.1.1. El origen: la Curva de Phillips .....   | 3  |
| 2.1.2. La Ley de Okun.....   | 12 |
| 2.1.3. Dinero, inflación y crecimiento económico .....   | 13 |
| 2.1.4. El papel de los bancos centrales y la política monetaria.....   | 14 |
| 2.2. Evidencia internacional sobre la relación entre la inflación y el crecimiento económico.....              | 19 |
| 2.2.1. Evidencia sobre la relación lineal entre la inflación y el crecimiento económico.....                   | 19 |
| 2.2.2. Evidencia sobre la relación con umbrales entre la inflación y el crecimiento económico.....             | 22 |
| <b>3. METODOLOGÍA ECONOMETRICA: MODELOS VAR</b> .....  | 25 |
| 3.1. Motivación .....  | 25 |
| 3.2. Concepto de Estacionariedad.....  | 26 |
| 3.2.1. Test de Dickey-Fuller (DF) .....  | 28 |
| 3.2.2. Extensiones del test de raíces unitarias.....   | 31 |
| 3.3. Modelos VAR para variables estacionarias.....   | 33 |
| 3.3.1. Representación de un modelo VAR .....   | 33 |
| 3.3.2. Causalidad de Granger.....  | 37 |
| 3.3.3. Función de Impulso Respuesta.....   | 37 |
| 3.3.4. Descomposición de la varianza.....  | 38 |
| 3.4. Concepto de Cointegración. Test de Engle-Granger.....   | 40 |
| 3.5. Modelo VAR para variables no estacionarias .....  | 42 |
| 3.5.1. Modelos VAR para variables no cointegradas .....  | 42 |
| 3.5.2. Modelos para variables cointegradas: representación VAR-VECM.....                                       | 43 |
| 3.5.3. Contraste de cointegración de Johansen .....  | 44 |
| <b>4. APLICACIÓN EMPÍRICA: MODELO VAR PARA LA RELACIÓN ENTRE LA INFLACIÓN Y EL CRECIMIENTO ECONÓMICO</b> ..... | 47 |
| 4.1. Descripción de datos.....   | 47 |

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 4.2.      | Propiedades de estacionariedad de las variables..... | 52        |
| 4.3.      | Estimación de modelos VAR .....                      | 55        |
| 4.4.      | Funciones de impulso-respuesta .....                 | 65        |
| 4.5.      | Análisis de la descomposición de la varianza.....    | 67        |
| <b>5.</b> | <b>CONCLUSIONES</b> .....                            | <b>69</b> |
|           | <b>Bibliografía</b> .....                            | <b>71</b> |

## ÍNDICE DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1. Valores críticos asintóticos para el test de Dickey-Fuller .....                                 | 30 |
| Tabla 2. Valores críticos para el modelo con cambio en la constante y la tendencia de Perron (1997) ..... | 33 |
| Tabla 3. Variables utilizadas en el periodo 1970-2013 .....   | 47 |
| Tabla 4. Test de raíces unitarias .....   | 53 |
| Tabla 5. Criterios de selección de retardos para el modelo VAR1 .....                                     | 55 |
| Tabla 6. Estimación del modelo VAR1 .....   | 56 |
| Tabla 7. Estimación del modelo VAR2 .....   | 61 |
| Tabla 8. Test de causalidad de Granger.....   | 62 |
| Tabla 9. Descomposición de la varianza del error de predicción .....                                      | 67 |

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

|   |    |
|---|----|
| Gráfico 1. Curva de Phillips con expectativas .....   | 8  |
| Gráfico 2. Curva de Phillips con expectativas racionales .....  | 11 |
| Gráfico 3. Evolución del crecimiento económico y la inflación en Bolivia (1971-2013) .....  | 48 |
| Gráfico 4. Relación entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia con periodos de hiperinflación extrema (1971-2013).....            | 51 |
| Gráfico 5. Relación entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia sin periodos de hiperinflación extrema (1971-1981, 1986-2013)..... | 51 |
| Gráfico 6. Raíces inversas del polinomio del modelo VAR1 .....  | 58 |
| Gráfico 7. Residuos estandarizados de cada ecuación del modelo VAR1 .....   | 58 |
| Gráfico 8. Correlograma de los residuos del modelo VAR1 .....   | 59 |
| Gráfico 9. Raíces del polinomio característico del modelo VAR2.....   | 64 |
| Gráfico 10. Residuos estandarizados de las ecuaciones del modelo VAR2.....  | 64 |
| Gráfico 11. Residuos de las ecuaciones del modelo VAR2.....   | 65 |
| Gráfico 12. Funciones de impulso-respuesta en el modelo VAR2.....   | 66 |

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se ha venido estudiando la relación que podría existir entre la inflación y el crecimiento económico porque es de una enorme importancia para la conducción de la política económica de un país. En ese sentido, los objetivos de la política económica han ido dirigidos a lograr una inflación baja y un favorable crecimiento económico.

Desde esa perspectiva, existen diversos estudios en la literatura que evalúan el efecto de la inflación sobre el crecimiento económico. Dichos estudios abarcan diferentes países, periodos y difieren en su modelación. Sin embargo, la gran mayoría de estos trabajos han demostrado que la inflación afecta negativamente al crecimiento económico, tanto en países desarrollados como en países en desarrollo.

Dentro de esta literatura, se pueden destacar los estudios para países de América Latina, que fueron llevados a cabo por Uribe (1994), De Gregorio (1996), Guerra y Dorta (1999), Tenorio (2005) y Bittencourt (2010, 2012), porque históricamente son países que durante la época de los años 80 y 90 presenciaron inestabilidades macroeconómicas que conllevaron a episodios de elevada inflación (incluido hiperinflaciones extremas) y ritmos de crecimiento económico relativamente bajos. Además, estos países son propensos a sufrir constantes presiones inflacionarias y lograr ritmos de crecimiento económico por debajo de lo esperado. Es más, según proyecciones del Banco Mundial (BM) y de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) se espera que el crecimiento económico en varios países para los próximos años sea a la baja debido a la caída en los precios de las materias primas, la reducción en las inversiones, y a una dinámica económica global menor a la esperada.

En el caso de la economía boliviana, al igual que los otros países de América del Sur, ha sufrido periodos de desequilibrios macroeconómicos que condujeron a elevadas tasas de inflación, incluso hiperinflación en la década de los años 80, y a unos ritmos de crecimiento económico muy pobres, aunque durante los últimos años la inflación se ha mantenido en niveles moderados y el crecimiento económico fue superior al 5% anualmente. Sin embargo, según la CEPAL existen proyecciones de un descenso leve en el crecimiento económico para los próximos años. Por tanto, creemos que se hace necesario conocer la relación entre estas dos variables.

La literatura macroeconómica ha abordado teóricamente esta relación mediante diversos modelos. En el presente estudio el *trade-off* entre estas variables ha sido abordado desde el análisis de la teoría de los ciclos económicos, que involucra el análisis



de la Curva de Phillips, la Ley de Okun y la relación de demanda agregada (DA) que fueron desarrollados por Lipsey (1960, 1974), Phillips (1958), Samuelson y Solow (1960), Friedman (1965, 1968), Lucas (1972) y Okun (1962) respectivamente. Aunque otros autores, como Mundell (1963), Tobin (1965), De Gregorio (1996) y Barro (1995, 2013), han analizado esta relación desde una perspectiva de más largo plazo mediante modelos de crecimiento económico.

Por ello, el objetivo de la presente investigación es conocer si existe algún tipo de relación entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia durante el periodo 1970-2013. Para ello, estimaremos un modelo econométrico de Vectores Autorregresivos (VAR) que nos permitirá determinar si existe la posibilidad de una relación bidireccional e intertemporal entre la inflación y el crecimiento económico, y además, nos posibilitará analizar los efectos de determinados shocks en dicha relación.

Las aportaciones del presente estudio pueden ser fundamentales para el caso de Bolivia porque no existen hasta el momento este tipo de estudios. A esto podemos sumar, que podría servir como un trabajo de referencia para formular futuras posibles políticas económicas y, asimismo, para futuras investigaciones.

El presente estudio está estructurado en 5 capítulos. El primer capítulo corresponde a esta introducción. En el segundo se presenta la teoría económica, que nos permitirá analizar la relación entre la inflación y el crecimiento económico. Además, en ese capítulo revisaremos la evidencia empírica de diversos estudios que se llevaron a cabo en varios países utilizando relaciones lineales y con umbrales de inflación. En el tercer capítulo, introduciremos la metodología econométrica empleada en este trabajo, en particular los modelos dinámicos lineales multivariantes VAR. En el cuarto capítulo se describen los datos y fuentes utilizadas, y además, se presentan los resultados empíricos de la estimación de distintos modelos VAR. Finalmente, el quinto capítulo contiene las principales conclusiones y algunas indicaciones sobre posibles implicaciones políticas.

## 2. INFLACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO: MARCO TEÓRICO Y EVIDENCIA EMPÍRICA

En este capítulo se desarrolla el marco teórico de la relación entre la inflación y el crecimiento económico. Así mismo, se revisa la evidencia recogida en la literatura sobre dicha relación en distintos países del mundo.

### 2.1. Consideraciones teóricas

El análisis de la relación entre la inflación y el crecimiento económico ha sido durante mucho tiempo un tema de gran importancia para la conducción de la política económica, de tal suerte que tradicionalmente sus dos objetivos principales han sido promover el crecimiento económico y lograr un nivel de inflación relativamente bajo. En este sentido, desde una perspectiva teórica la cuestión ha radicado en determinar si existe o no algún tipo de relación entre la consecución de ambos objetivos, una pregunta que fue objeto de estudio por la Teoría Económica por primera vez a mediados del siglo pasado.

Desde entonces, para analizar la relación entre la inflación y el crecimiento económico se han desarrollado diversos modelos teóricos en la literatura macroeconómica. El enfoque teórico que emplearemos en este trabajo es abordado desde la perspectiva de los ciclos económicos, aunque otros autores han analizado esta relación desde una perspectiva de más largo plazo, con modelos de crecimiento económico.

El análisis desde la visión del modelo de ciclos económicos se basa en la Curva de Phillips, la Ley de Okun y la demanda agregada (DA). Estas tres relaciones en conjunto analizan el vínculo que existe entre la inflación, la actividad económica y el crecimiento de la cantidad nominal de dinero, es decir, permiten identificar el efecto de la política monetaria en la economía:

- a) La Curva de Phillips vincula las variaciones de la inflación y el desempleo.
- b) La Ley de Okun relaciona las variaciones del desempleo con las desviaciones del crecimiento económico.
- c) La relación de demanda agregada vincula el crecimiento económico con el crecimiento de la cantidad nominal del dinero y la inflación.

#### 2.1.1. El origen: la Curva de Phillips

En la década de los sesenta del siglo pasado se descubrió la existencia de un *trade-off* entre la inflación y el crecimiento económico, de manera que para alcanzar

mayores niveles de crecimiento, la inflación debía ser relativamente baja o, por el contrario, si una economía presentaba elevadas tasas de inflación ello afectaría de manera adversa a la evolución del Producto Interno Bruto (PIB). Por tanto, el coste de una inflación elevada sería un menor crecimiento económico, y el beneficio de una baja inflación sería un mayor crecimiento del PIB. Este descubrimiento tuvo su origen en el trabajo de Phillips (1958), que estudió la relación entre la tasa desempleo y tasa de variación de los salarios nominales.

En primera instancia, la Curva de Phillips relaciona el coste que tiene un incremento o disminución de la tasa de inflación para la economía. Phillips (1958) estudió la relación entre la tasa desempleo y la tasa de variación de los salarios nominales (que representaba una aproximación a la inflación) para el Reino Unido durante el periodo 1861-1957. El estudio concluyó que había una relación negativa entre ambas variables, es decir, que existía un *trade-off* entre la inflación y el desempleo, por tanto, para conseguir menos desempleo el coste era tener un poco más de inflación, o por otro lado, para lograr tener menos inflación el precio a pagar era tener más desempleo.

La existencia de este *trade-off* entre la inflación (tasa de crecimiento de los salarios) y el desempleo fue corroborada por el trabajo de Samuelson y Solow (1960), quienes realizaron el mismo planteamiento de Phillips pero relacionando desempleo e inflación para el caso de los Estados Unidos para el periodo comprendido entre 1900-1960 y obtuvieron el mismo resultado.

La elaboración y justificación teórica del hallazgo empírico de Phillips correspondió inicialmente a Lipsey (1960, 1974) quien, a partir del análisis de un “micromercado”, derivó las funciones de reacción de los salarios ante la existencia de desequilibrios entre la oferta y la demanda de trabajo. Con dicho objetivo, Lipsey apeló a la teoría neoclásica del mercado laboral que postula una relación directa entre el exceso de demanda y la tasa de crecimiento del salario y el supuesto de una relación inversa entre dicho exceso de demanda y la tasa de desocupación. La segunda etapa del proceso analítico seguido por Lipsey fue la agregación de los micromercados a fin de obtener la relación de Phillips para toda la economía. Analizando el problema de la agregación, Lipsey demuestra cómo la posición de la curva de Phillips depende no sólo de la tasa de desocupación en los micromercados sino también del grado de dispersión de dicha tasa entre los mismos.

En ese sentido, para poder entender los fundamentos de la Curva de Phillips de una forma simplificada, seguiremos la modelización planteada por Phillips (1958), Blanchard (2000, p. 180) y por Abel y Bernanke (2003). El punto de partida para analizar esta relación es la teoría de la formación de los salarios y de los precios, que refleja el

vínculo entre el nivel de precios, el nivel de precios esperado, y la tasa de desempleo. Esta relación se representa en la siguiente ecuación:

$$P_t = P_t^e(1 + \mu)F(u_t, z), \quad (2.1)$$

donde  $P_t$  es el nivel de precios,  $P_t^e$  es el nivel de precios esperados,  $\mu$  es el margen del precio sobre el coste en la determinación de los precios y la función  $F$  trata de recoger los efectos producidos en el salario por la tasa de desempleo ( $u_t$ ) y los demás factores institucionales ( $z$ ) que inciden en la fijación de salarios (como la existencia de prestaciones por desempleo, por ejemplo). A este respecto, la ecuación (2.1) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$P_t = P_t^e(1 + \mu)(1 - \alpha u_t + z), \quad (2.2)$$

donde la función " $F = 1 - \alpha u_t + z$ " recoge la relación inversa entre el desempleo, y el salario, es decir, una mayor tasa de desempleo implicaría salarios más bajos porque existirían personas desempleadas dispuestas a trabajar por un salario más bajo. Por tanto, el parámetro  $\alpha$  recoge los efectos que genera el desempleo en los salarios, cuanto más alto sea el valor de  $\alpha$ , los efectos negativos del desempleo en los salarios serán más importantes. Por otro lado, cuando más alto es el valor que tome  $z$  (mayores prestaciones por desempleo por ejemplo), mayor será el salario exigido por los trabajadores a la hora de acceder a un empleo.

La ecuación (2.2) la podemos dividir por el nivel de precios en el periodo  $t - 1$  y tendremos la siguiente expresión:

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = \frac{P_t^e}{P_{t-1}^e}(1 + \mu)(1 - \alpha u_t + z) \quad (2.3)$$

La ecuación (2.3) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\left(1 + \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right) = \left(1 + \frac{P_t^e - P_{t-1}^e}{P_{t-1}^e}\right)(1 + \mu)(1 - \alpha u_t + z) \quad (2.4)$$

Si denotamos la inflación por  $\pi_t = \left(\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}\right)$  y la inflación esperada por  $\pi_t^e = \left(\frac{P_t^e - P_{t-1}^e}{P_{t-1}^e}\right)$ , es decir, como la tasa de variación de los precios en el instante  $t$  respecto al instante  $t - 1$ , tenemos la siguiente expresión:

$$(1 + \pi_t) = (1 + \pi_t^e)(1 + \mu)(1 - \alpha u_t + z) \quad (2.5)$$

Reescribiendo la ecuación (2.5) se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{(1 + \pi_t)}{(1 + \pi_t^e)(1 + \mu)} = (1 - \alpha u_t + z) \quad (2.6)$$

En la ecuación (2.6) el divisor del primer miembro  $(1 + \pi_t^e)(1 + \mu)$  es aproximadamente igual a  $(1 + \pi_t^e + \mu)$  si se acepta que los valores de  $\pi_t^e$  y  $\mu$  son pequeños, en cuyo caso, el producto de  $(\pi_t^e \times \mu)$  sería demasiado diminuto y puede ser omitido. Por tanto, la ecuación (2.6) quedaría de la siguiente forma:

$$\frac{(1 + \pi_t)}{(1 + \pi_t^e + \mu)} = (1 - \alpha u_t + z) \quad (2.7)$$

Además, considerando que el primer miembro de la ecuación (2.7) puede ser aproximadamente igual a  $(1 + \pi_t - \pi_t^e - \mu)$  si los valores que toma  $\pi_t$ ,  $\pi_t^e$  y  $\mu$  son pequeños, reordenando la ecuación (2.7) nos quedaría la siguiente expresión:

$$\pi_t = \pi_t^e + (\mu + z) - \alpha u_t \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) representa la relación entre la tasa inflación ( $\pi_t$ ), la tasa de inflación esperada ( $\pi_t^e$ ) y la tasa de desempleo ( $u_t$ ). Esta ecuación no es otra cosa que la curva de Phillips con expectativas y nos indica que la tasa de inflación actual depende positivamente de la tasa de inflación esperada y negativamente de la tasa de desempleo.

### **Sin expectativas de inflación**

Si suponemos que la inflación esperada en la ecuación (2.8) es cero ( $\pi_t^e = 0$ ), tenemos la siguiente relación:

$$\pi_t = (\mu + z) - \alpha u_t \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) fue la relación que hallaron en sus estudios Phillips (1958) y Samuelson y Solow (1960)<sup>1</sup>. Esta relación es comúnmente llamada la Curva de Phillips básica o Curva de Phillips sin expectativas.

El *trade-off* tanto a corto como a largo en la ecuación (2.9) entre la inflación y el desempleo fue durante mucho tiempo una referencia macroeconómica, marco teórico de la denominada “edad de oro de la macroeconomía” de los años sesenta. Sin embargo, esta relación desapareció en los Estados Unidos y en otros países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) a finales de los años 60. En esos años la tasa de desempleo y la tasa de inflación subieron simultáneamente, lo cual se debió (según varios autores, entre otros Blanchard (2000) y Sorensen y Whitta-Jacobsen (2005)), a la subida del precio del petróleo, que significó un incremento en los costes no laborales, lo que llevó a que las empresas subieran sus precios con relación a sus costes

---

<sup>1</sup> El periodo de estudio de Phillips, Samuelson y Solow se caracterizó porque la inflación fue estable y próxima a cero durante la mayor parte del periodo. Esto significó que los precios no tendieron a subir sistemáticamente durante largos periodos, entonces, era razonable suponer que los agentes económicos esperaran que los precios se mantuvieran más o menos constantes.

salariales (lo que en nuestra modelización básica equivale a incrementar  $\mu$ ). Fue un shock de oferta adverso que provocó inflación y recesión.

En este contexto, como cada año la tasa de inflación era positivamente más alta, ello implicaba que la inflación que se esperaba en el instante  $t + 1$  dejase de ser cero ( $\pi_t^e \neq 0$ ). Ello significaba que, como se puede advertir en la ecuación (2.8), un aumento en la tasa de inflación esperada ( $\pi_t^e$ ) elevaba la tasa de inflación efectiva ( $\pi_t$ ) independientemente de cuál fuese el nivel de desempleo, con lo que la cuestión clave era modelizar cómo los agentes configuraban sus expectativas de inflación.

### Expectativas adaptativas

Friedman (1965, 1968) introduce el concepto de las expectativas en la formación de los salarios y su efecto en la curva de Phillips de la ecuación (2.8). De acuerdo con Friedman, los agentes económicos formaban sus expectativas futuras teniendo como referencia lo que había ocurrido con la inflación en el periodo anterior ( $t - 1$ ), es decir, consideraba que las expectativas eran adaptativas (también se denominan regresivas). Por tanto, si definimos que la inflación esperada o la expectativa de inflación se configura a partir de la inflación del periodo  $t - 1$  de acuerdo a la expresión ( $\pi_t^e = \phi\pi_{t-1}$ ), tenemos que la ecuación (2.8) se convierte en la siguiente ecuación:

$$\pi_t = \phi\pi_{t-1} + (\mu + z) - \alpha u_t \quad (2.10)$$

En la ecuación (2.10) el parámetro  $\phi$  recoge el efecto de la tasa de inflación del periodo  $t - 1$  sobre la tasa de inflación efectiva en el periodo  $t$ . Por tanto, dependiendo del valor que tome el parámetro  $\phi$  el análisis de la ecuación (2.10) cambiará. Para ello, vamos a suponer tres escenarios diferentes para distintos valores del parámetro  $\phi$ :

- Cuando el valor del parámetro  $\phi$  es cero, se obtiene la Curva de Phillips básica de la ecuación (2.9).
- Cuando el valor del parámetro  $\phi$  es cualquier valor positivo, la tasa de inflación efectiva no solo depende de la tasa de desempleo, sino también, de la tasa de inflación del año anterior (expectativas de inflación).
- Cuando el valor del parámetro  $\phi$  es 1, la ecuación (2.10) se convierte en:

$$\Delta\pi_t = \pi_t - \pi_{t-1} = (\mu + z) - \alpha u_t, \quad (2.11)$$

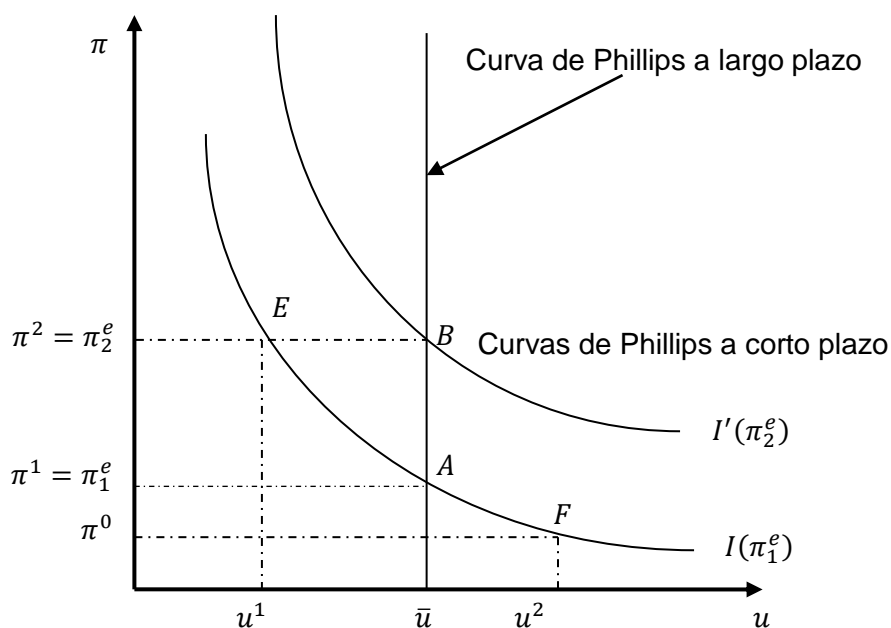
donde  $\Delta$  es el operador de diferencias, con lo que la tasa de desempleo no afecta a la inflación, sino a la variación de la tasa de inflación.

La ecuación (2.11) refleja el *trade-off* entre el desempleo y la variación de la tasa de inflación, es decir, para conseguir menos desempleo, el coste es tener una mayor variación en la tasa de inflación, por otro lado, para conseguir menos variación en la tasa de inflación el coste es tener un poco más de desempleo.

De hecho, la ecuación (2.11) es muy importante, porque permite comprender lo que ocurrió con la relación original entre la inflación y el desempleo a partir de finales de los años 60 en muchas economías del mundo, y que en esencia implicaba que el *trade-off* entre inflación y desempleo se mantenía a corto plazo, pero no a largo plazo.

La relación entre la inflación y el desempleo puede representarse gráficamente mediante una curva de pendiente negativa, lo que implicaba que para lograr una inflación baja el coste es tener un poco más de desempleo y para reducir el desempleo se debe soportar un poco más de inflación. El gráfico 1 expresa esta relación, donde en el eje vertical se representa la inflación y en el eje horizontal el desempleo, advirtiéndose que si la curva es estable, los responsables de política económica pueden elegir entre una gran cantidad de combinaciones posibles entre ambas variables a lo largo de la curva  $I(\pi_1^e)$ .

**Gráfico 1. Curva de Phillips con expectativas**



Fuente: Sorensen y Whitta-Jacobsen (2005)

De acuerdo con el concepto de las expectativas adaptativas de Friedman, se sostiene que si el parámetro  $\phi$  es positivo en la ecuación (2.11), pueden existir tantas curvas de Phillips como expectativas de inflación existan. Por tanto, en el gráfico 1, un

incremento en las expectativas de la inflación hace que la Curva de Phillips se desplace hacia la derecha, pasando de la curva  $I(\pi_1^e)$  a  $I'(\pi_2^e)$ . Este desplazamiento en el corto plazo generaría mayor desempleo e inflación para la economía.

Además, Friedman (1968) y Phelps (1967, 1968) consideraban que si la política iba dirigida a mantener una tasa de desempleo bajo a coste de una mayor inflación, esta tasa de desempleo no podría mantenerse de manera indefinida por debajo de un determinado nivel, es decir, por debajo de la que llamaron “tasa natural de desempleo” (Blanchard 2000, p. 188). Esta tasa natural de desempleo la definieron como aquella tasa donde la inflación en el instante  $t$  era igual a la expectativa de inflación ( $\pi_t - \pi_{t-1} = 0$ ), por ello, en el largo plazo la Curva de Phillips es complementamente vertical, mostrando que no existe *trade-off* entre inflación y desempleo.

De acuerdo con el gráfico anterior, si suponemos que la política va dirigida a reducir el desempleo de la economía mediante una política monetaria expansiva, por ejemplo de  $\bar{u}$  a  $u^1$ , este proceso aumentaría la inflación de  $\pi^1$  hasta  $\pi^2$ , por tanto, el nuevo punto de equilibrio se trasladaría de A hasta E. Sin embargo, de acuerdo a Friedman (1968), este proceso es insostenible porque transcurrido un cierto tiempo los agentes económicos modificarán sus expectativas de acuerdo a la inflación observada (pasada) y ello definirá una nueva curva de Phillips ( $I'(\pi_2^e)$ ) donde el desempleo tenderá a aumentar hasta su tasa natural, es decir, hasta el nuevo punto de equilibrio B. Por tanto, según las expectativas adaptativas, si la política esta dirigida a mantener la tasa de desempleo por debajo de su tasa natural esto puede conllevar a un proceso inflacionario creciente. Además, es evidente que en el largo plazo los agentes económicos modificarán sus expectativas, lo que puede llevar a la convergencia hacia los valores observados y por tanto, a largo plazo la Curva de Phillips se transformará en una recta vertical al nivel de tasa natural de desempleo ( $\bar{u}$ ).

Podemos implementar la idea de la tasa natural del desempleo en la ecuación (2.9), que sería definida como  $\bar{u} = \frac{\mu+z}{\alpha}$ , por tanto, relacionando esta tasa con la ecuación (2.11) tenemos la siguiente expresión:

$$\Delta\pi_t = \pi_t - \pi_{t-1} = -\alpha(u_t - \bar{u}) \quad (2.12)$$

En la ecuación (2.12),  $\bar{u}$  es la tasa natural de desempleo<sup>2</sup> y  $u_t$  es la tasa desempleo efectivo. Esta ecuación establece que la variación de la inflación depende de la diferencia entre la tasa de desempleo efectivo y natural. Por tanto, cuando la tasa

<sup>2</sup> La tasa natural de desempleo también se puede entender como aquella tasa que es invariante en el largo plazo, tasa de desempleo que la economía experimenta normalmente.



efectiva de desempleo es superior a la natural ( $u^2 > \bar{u}$ ) en el gráfico 1, la inflación disminuiría la distancia que exista entre  $\pi^1 - \pi^0$ .

Por el contrario, si la tasa efectiva de desempleo es inferior a la natural ( $u^1 < \bar{u}$ ) en el gráfico 1, la inflación aumentaría toda la distancia que abarca desde  $\pi^1 - \pi^2$ . Por tanto, la tasa natural de desempleo es una condición necesaria para mantener controlada la tasa de inflación, por ello, según muchos autores la tasa de desempleo que equilibra la ecuación (2.12) es comúnmente llamada como NAIRU (*Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment*).

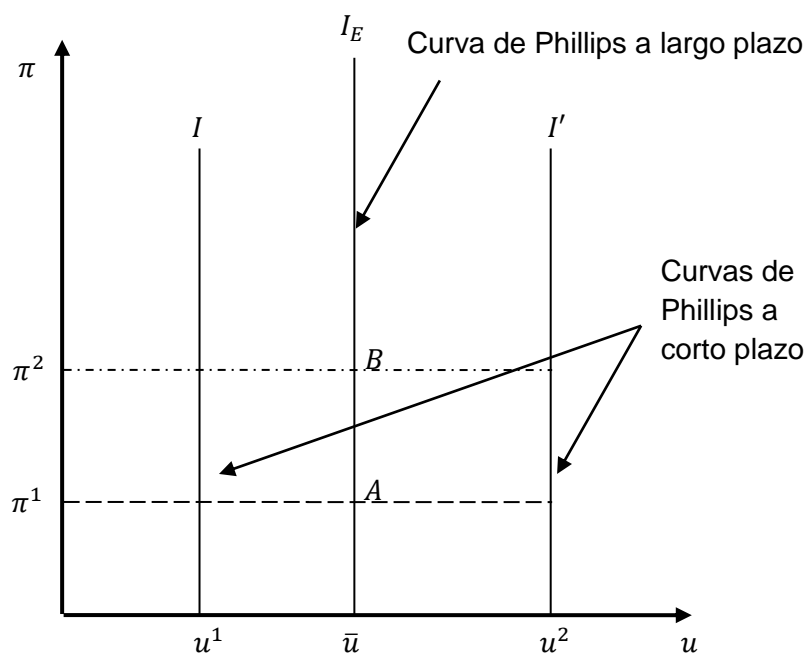
### **Expectativas racionales**

Lucas (1972) argumentó que los agentes económicos forman sus expectativas de manera racional y no de forma adaptativa, porque no cometen errores de manera indefinida. Por ello, su planteamiento incorpora la configuración de las expectativas de manera racional  $\pi_t^e = \pi_t + \varepsilon_t$ , donde  $\varepsilon_t$  representa el error cometido ante la existencia de sorpresas a cualquier política (que no haya perfecta previsión). En este caso, la modelización de la Curva de Phillips con expectativas racionales evidencia la ausencia de relación entre inflación y desempleo.

$$\varepsilon_t = \alpha(u_t - \bar{u}) \quad (2.13)$$

De esta manera, es razonable pensar que si la política económica es expansionista, a la hora de configurar sus expectativas los agentes económicos deberían considerar este hecho (y todo lo que ello conlleva) y no quedarse únicamente con la inflación que ocurrió en el periodo  $t - 1$ .

En el gráfico 2 se presenta la ausencia de relación entre la inflación y el desempleo bajo el concepto de expectativas racionales. En este caso, el efecto de cualquier política sería neutralizado a corto y largo plazo, es decir, la racionalidad de los agentes económicos les podría permitir anticiparse a la política monetaria que desee implementarse en la economía, y de esta forma dejar la medida sin efecto real sobre el desempleo y la actividad económica.

**Gráfico 2. Curva de Phillips con expectativas racionales**

Fuente: Sorensen y Whitta-Jacobsen (2005)

Sin embargo, puede ocurrir que los agentes económicos se vean sorprendidos ante una medida que desee implementar la autoridad monetaria y que no haya sido anunciada con antelación (es decir, que exista un error  $\varepsilon_t$ ). Supongamos un error negativo provocado por una política expansiva ( $\varepsilon_t < 0$ ); de acuerdo con la ecuación (2.13) tendríamos  $u_t + \frac{\varepsilon_t}{\alpha} = \bar{u}$ , ello significaría que la curva de Phillips a corto plazo sería la línea vertical ( $I'$ ). Sin embargo, transcurrido un periodo de tiempo los agentes económicos habrán corregido ese error y volverán a la curva de Phillips inicial ( $I_E$ ). Así mismo, si el error es positivo ( $\varepsilon_t > 0$ ) tendremos  $u_t - \frac{\varepsilon_t}{\alpha} = \bar{u}$ , con lo que la curva de Phillips a corto plazo estará sobre la línea vertical ( $I$ ) pero a largo plazo convergerá a su situación inicial ( $I_E$ ).

No obstante, si los agentes económicos no cometen ningún error, es decir,  $\varepsilon_t = 0$  son capaces de realizar las mejores previsiones posibles con toda la información disponible, en ese caso la curva de Phillips a corto y largo plazo coincidirán en la línea vertical ( $I_E$ ).

Esta interpretación intuye que si se aplican políticas expansivas no se podrán afectar al desempleo ni a la actividad económica de manera permanente (sólo transitoria si se actúa sin anunciar la política), con lo que sólo se provocaría una mayor inflación en la economía, lo que provocaría la ineffectividad de la política monetaria.

### 2.1.2. La Ley de Okun

La otra relación a analizar es la llamada Ley de Okun, que plantea la existencia de una relación negativa entre la tasa de desempleo y el crecimiento económico. Esto se explica porque a niveles mayores de crecimiento económico los requerimientos de factores de producción, como la mano de obra, incrementarían. Por tanto, al aumentar el nivel de empleo, obviamente la tasa de desempleo se vería reducida.

El planteamiento de Okun (1962) establece la siguiente relación:

$$\Delta u_t = u_t - u_{t-1} = \beta_0 - \beta_1(y_t - \bar{y}), \quad (2.14)$$

donde  $u_t$  es la tasa de desempleo efectivo,  $u_{t-1}$  es la tasa de desempleo en el instante  $t - 1$ ,  $y_t$  es la tasa de crecimiento económico,  $\bar{y}$  es la tasa de crecimiento económico potencial y  $\beta_1$  un parámetro que mide el impacto del crecimiento económico sobre el desempleo.

La idea que está detrás de la ecuación (2.14) es que para reducir el desempleo se tiene que crecer con mayor rapidez. Por tanto, cuando el crecimiento económico efectivo es mayor que el crecimiento económico potencial en un punto ( $y_t > \bar{y}$ ), el efecto sería una reducción de  $\beta_1$  puntos en la tasa de desempleo. De la misma forma, si el crecimiento económico efectivo es menor que el crecimiento económico potencial en un punto ( $y_t < \bar{y}$ ), el desempleo aumentaría en la cantidad del parámetro  $\beta_1$ .

Además, apoyándonos en el planteamiento de Okun (1962) y la curva de Phillips podemos demostrar la relación en términos de inflación y crecimiento económico, que dependerá mucho de cómo se configuran las expectativas.

Por ello, para demostrar el *trade-off* entre la inflación y el crecimiento económico bajo el concepto de expectativas adaptativas de Friedman (1965, 1968), restamos  $u_{t-1}$  en la ecuación (2.12) y obtenemos la siguiente expresión:

$$u_t - u_{t-1} = \bar{u} - u_{t-1} - \varphi \Delta \pi_t, \quad (2.15)$$

donde  $\varphi = \frac{1}{\alpha}$  es un nuevo parámetro para la variabilidad de la inflación.

Si reemplazamos en la ecuación (2.14) la expresión obtenida en (2.15) tendremos la siguiente representación:

$$y_t = C + \bar{y} + \varphi^* \Delta \pi_t, \quad (2.16)$$

donde  $C = \frac{\beta_0}{\beta_1}$  es una constante,  $\varphi^* = \frac{1}{\alpha \beta_1}$  es un nuevo parámetro que medirá los posibles impactos de la variabilidad de la inflación ( $\Delta \pi_t$ ).

La ecuación (2.16) supone redefinir la curva de Phillips como una relación entre inflación y crecimiento económico.

En cambio, si adaptamos el concepto de expectativas racionales de Lucas (1972) para demostrar la relación entre la inflación y el crecimiento económico realizamos el mismo procedimiento que en el caso anterior pero ahora restamos  $u_{t-1}$  en la ecuación (2.13) y tenemos la siguiente expresión:

$$u_t - u_{t-1} = \delta \varepsilon_t + \bar{u} - u_{t-1}, \quad (2.17)$$

donde  $\delta = \frac{1}{\alpha}$  es un nuevo parámetro para los errores que puedan cometer los agentes económicos. Posteriormente, reemplazamos la ecuación (2.17) en la (2.14) y obtendremos la siguiente representación:

$$y_t = C + \bar{y} - \delta^* \varepsilon_t, \quad (2.18)$$

donde  $\delta^* = \frac{\delta}{\beta_1}$  es nuevo parámetro que mide los efectos de los errores que puedan cometer los agentes económicos sobre el crecimiento económico.

En este caso, si los agentes económicos son capaces de predecir la inflación de manera racional sin cometer ningún tipo de error ante la aplicación de una política (es decir, que  $\varepsilon_t=0$ ), ello significa que pueden ser capaces de neutralizar los efectos de la política monetaria sobre el desempleo y la actividad económica. Por ello, en la ecuación (2.18) no existiría una relación entre la inflación y el crecimiento económico.

Sin embargo, si los agentes económicos son sorprendidos ante la política monetaria, es decir, si cometen errores al configurar sus expectativas ( $\varepsilon_t \neq 0$ ), según la ecuación (2.18) esos errores pueden afectar de manera adversa al crecimiento económico en  $\delta^*$  puntos, permitiendo la existencia de efectos de la política monetaria, aunque fuesen transitorios en tanto que los individuos corrigen sus expectativas.

### 2.1.3. Dinero, inflación y crecimiento económico

Finalmente, pasamos a analizar la demanda agregada (DA), que relaciona el crecimiento económico, la cantidad nominal de dinero y la inflación. Para ello partimos de la siguiente relación:

$$Y = \gamma \left( \frac{M}{P} + G - T \right) \quad (2.19)$$

donde  $Y$  es el nivel de producción económica,  $\frac{M}{P}$  es la demanda de saldos monetarios reales,  $G$  son los gastos de gobierno y  $T$  son los impuestos.

La ecuación (2.19) nos indica que el nivel de producción económica es una función que depende positivamente de la cantidad real de dinero y gasto público, y negativamente de los impuestos.

Sin embargo, para analizar la relación entre la inflación y el crecimiento económico vamos a suponer que  $G$  y  $T$  permanecen constantes, por tanto, solo nos enfocamos en la relación que pueda existir entre la cantidad real de dinero y el nivel de producción económica, en ese caso tenemos la siguiente relación:

$$Y = \gamma \left( \frac{M}{P} \right), \quad (2.20)$$

donde el parámetro  $\gamma$  es positivo y establece que la producción económica es proporcional a la demanda real de dinero.

Sin embargo, para analizar la relación entre la tasa de crecimiento económico, la cantidad nominal de dinero y la inflación necesitamos transformar la relación expresada en niveles de la ecuación (2.20) en tasas. Para ello, aplicamos propiedades algebraicas en la ecuación (2.20) y nos quedaría la siguiente expresión:

$$y_t = g_m - \pi_t, \quad (2.21)$$

donde  $y_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$  es la tasa de crecimiento económico,  $g_m = \frac{M_t - M_{t-1}}{M_{t-1}}$  es la tasa de crecimiento de la cantidad nominal de dinero y  $\pi_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$  es la tasa de inflación.

La ecuación (2.21) nos indica que una elevada inflación provoca una reducción de la cantidad nominal de dinero y una reducción en el crecimiento económico, contrariamente, una baja inflación generaría un aumento del crecimiento económico.

En el análisis de la relación entre la inflación y el crecimiento consideramos además que es de vital importancia conocer el papel que desempeñan los bancos centrales para la consecución de ambos objetivos. Por ello, a continuación explicamos la importancia de los bancos centrales y la política monetaria.

#### **2.1.4. El papel de los bancos centrales y la política monetaria**

El papel que desempeñan los bancos centrales en muchas economías es fundamental, dependiendo del objetivo principal de su política monetaria. Por ejemplo en el caso de la Reserva Federal (FED) el objetivo fundamental es mantener la inflación en niveles razonables y contribuir a un mayor crecimiento de la economía.

Al contrario, si el objetivo es mantener la inflación en niveles muy bajos, como sucede con el Banco Central Europeo (BCE), ello no ayudaría a obtener mayores tasas

de crecimiento económico, como está ocurriendo actualmente. El BCE tiene como objetivo principal mantener la inflación de la economía entorno al 2%, pero con la gran recesión que ha vivido Europa, que empezó en el año 2007 y aún perdura en un buen número de países, y con los efectos adversos que provocó en la zona euro, esta política está siendo muy debatida. Sólo recientemente parece haber girado el rumbo de su política monetaria, con la archiconocida QE (expansión cuantitativa).

De hecho, durante los últimos años el BCE ha venido manejando una serie de posibilidades para tratar de recuperar la economía, para ello ha venido inyectando liquidez a los bancos centrales de los países pertenecientes al euro, es decir, expandió su balance, aunque esta estrategia no tuvo muchos efectos significativos porque los bancos de varios países en lugar de inyectar liquidez en la economía, destinaron estos fondos a comprar deuda pública.

Ante esa situación, el BCE estudió una serie de posibilidades para estimular la economía, y así, a las medidas ya aplicadas, el BCE planeó implementar nuevas facilidades en las operaciones de refinanciación (LTRO) pero condicionadas a que los bancos concedan más crédito al sector privado, prohibiéndoles la compra de más deuda soberana (esta medida en su momento fue aplicada por el Banco de Inglaterra).

En ese contexto, a partir del mes de marzo del 2015 el BCE viene poniendo en marcha el programa de expansión cuantitativa (QE) que consiste en comprar títulos de deuda europea, tanto público como privado, por un valor cercano a los 60.000 millones de euros mensuales hasta el año 2016 o hasta cuando la inflación se sitúe en torno al 2%, una vez conseguido este objetivo el estímulo se debería ir retirando gradualmente. Por tanto, lo que busca el BCE con esta medida es estimular la economía europea mediante una reactivación de los inversores, es decir, que el BCE al comprar bonos soberanos podría hacer subir los precios de estos bonos y la rentabilidad bajaría sustancialmente, por tanto, los inversores deberían desviar el dinero a una inversión más rentable en la economía productiva, de acuerdo a Draghi. Así mismo, esta medida al suponer inyección de liquidez podría provocar una depreciación del euro, lo cual ayudaría a las exportaciones de la zona y a facilitar la recuperación. Además, respecto al estímulo del consumo interno y externo el BCE está luchando contra la posibilidad de riesgo de deflación (en su momento, esta medida fue aplicada por ejemplo por la Reserva Federal de los Estados Unidos, el Banco de Inglaterra y el Banco de Japón).

Además, el BCE ha bajado sustancialmente las tasas de interés y según el Presidente Mario Draghi existe aún la posibilidad de maniobrar la tasa de interés fundamentalmente para evitar una apreciación del euro. Sin embargo, Andrés (2013a,

2013b) argumenta que en la situación que se encuentra la zona del euro el manejo de las tasas de interés podría tener sus limitaciones y podría no ser tan efectivo cuando el mecanismo de transmisión está muy deteriorado.

Sin embargo, la profunda recesión también generó muchos debates sobre el actual marco de la política monetaria, incluso salió a la luz la idea de si en el medio y largo plazo se debe seguir o no con esta estrategia. De hecho, Fernández-Villaverde (2010) sostiene que buscar la estabilidad de precios en torno a un objetivo de inflación en el largo plazo debería ser compatible con la necesidad de que exista un cierto margen de maniobra ante las distorsiones reales que se produzcan en la economía. Por su parte, otros autores entre ellos Evans (2011) y Andrés (2012, 2013a, 2013b), sostienen que se debe modificar el actual marco de la política monetaria basado en los objetivos de inflación y proponen una serie de alternativas. Una de ellas que se ha venido debatiendo es la de fijar como objetivo para la política monetaria la estabilidad del valor nominal de la producción alrededor de su tendencia (*NGDP Targeting*), pero esta alternativa y otras aún están en debate.

En cambio, en el caso de Bolivia, la política monetaria que ha venido implementando el Banco Central de Bolivia (BCB) ha sufrido una serie de cambios importantes desde los años 80 hasta la actualidad. De hecho, según la antigua Constitución Política del Estado de 1967 no existía textualmente el BCB pero en su Art. 143 señalaba que “*el Estado determinaría la política monetaria, la política bancaria y la política crediticia con el objetivo de mejorar las condiciones de la economía nacional, además, de controlar las reservas nacionales*”.

Según Orellana *et al.* (2000), uno de los periodos más difíciles para la economía boliviana fue en los años ochenta, una década que se inició con una fuerte expansión del gasto público, el cual provocó un déficit público de más del 25% del PIB en el año 1984. A esto se suma la restricción de financiamiento externo, por tanto, para tratar de equilibrar ese déficit público la política monetaria, dirigida en ese entonces por el Estado, estaba destinada principalmente al financiamiento del sector público y de determinados sectores económicos, mediante créditos con tasas de interés subsidiadas. Sin embargo, este proceso llevó consigo a constantes incrementos en el nivel general de precios en la economía que terminó con la hiperinflación del año 1985. Paralelamente, el crecimiento económico sufrió una constante desaceleración que nunca antes se había presenciado.

Para contrarrestar la situación adversa de la economía, se aplicó el programa de estabilización que equilibró el déficit público y la paulatina recuperación de la economía.

En ese periodo, el rol de la política monetaria estaba dirigido en el corto plazo a reducir la inflación y estabilizar la paridad cambiaria.

Posteriormente, a partir de la creación de la Ley 1670<sup>3</sup> el año 1995, se redefine el nuevo objetivo que debe perseguir el BCB, por ello, según el art.2 “*el BCB debe procurar la estabilidad de precios*”. Además, la Ley estipula que el BCB será una institución independiente respecto a las decisiones del gobierno que hasta ese entonces limitaban el rol del BCB.

Según Mendoza (2012) a partir del año 2006, el BCB enmarcado en la Nueva Constitución Política del Estado ha venido aplicando políticas dirigidas principalmente a la estabilidad de la economía, es decir, por un lado mantener la inflación baja pero por el otro lado, coadyuvar con el crecimiento y el desarrollo económico. Por ello, mantener la inflación baja no solo es necesario sino algo imprescindible en este caso, porque permitiría alcanzar un mejor desempeño económico. En ese sentido, el BCB instrumenta su política monetaria por medio de metas cuantitativas. Para mantener como meta la inflación baja, se emplea dos instrumentos fundamentalmente, el control cambiario mediante el tipo de cambio y el control de la liquidez mediante las operaciones de mercado abierto (OMA) y el encaje legal. Estos instrumentos permiten un control más efectivo de la inflación general porque vigilaría la inflación externa e interna.

En ese sentido, hay autores que sostienen que bajos niveles de inflación podrían favorecer al crecimiento económico de un país. Fernández *et al.* (1999) consideran una serie de ventajas del mantener la inflación en niveles bajos que podrían contribuir a alcanzar mayores niveles de crecimiento económico. Primero, la inflación baja podría promover uso eficiente de los recursos productivos, es decir, existirá menos probabilidad de que los agentes económicos desvíen recursos desde usos productivos hacia instrumentos de protección contra la inflación. En segundo lugar, una inflación baja disminuye la incertidumbre y sostiene que esta incertidumbre puede afectar negativamente la rentabilidad esperada de las inversiones y por tanto, el crecimiento económico. En tercer lugar, podría permitir reducir las primas de riesgo de la inflación en los tipos de interés, esto puede contribuir a la eficiencia con la que los mercados de capitales asignen los recursos, de ese modo aumentar los incentivos para invertir, lo que a su vez estimularía el crecimiento económico. Cuarto, puede reducir las distorsiones de

---

<sup>3</sup> Es una Ley del Banco Central de Bolivia que fue creada el 31 de octubre del año 1995 y otorga la legitimidad para políticas de aplicación general en materia monetaria, cambiaria y de intermediación financiera, que comprenden la crediticia y la bancaria.



los sistemas tributarios y de seguridad social. Finalmente, podría impedir redistribuciones arbitrarias de la riqueza y la renta.

No obstante, una vez explicada la importancia de los bancos centrales en el diseño e implementación de la política monetaria que vienen llegando, además, consideramos que es fundamental recordar exactamente cuál es el mecanismo de transmisión de los efectos de la política monetaria en la economía. Por ello, partimos mencionando que el banco central de cada país es el único emisor de monedas y billetes y proveedor de reservas bancarias, es decir, es el monopolista de la oferta monetaria, por lo que tiene la capacidad de influir en las condiciones del mercado monetario y controlar los tipos de interés a corto plazo.

Una primera vía y la más convencional, es el mecanismo de transmisión mediante los tipos de interés. Según Blanchard (2000) y Banco Central Europeo (2011), los bancos centrales, mediante variaciones en la cantidad de dinero en circulación, pueden afectar al tipo de interés nominal, que a su vez influiría sobre el tipo de interés real. Como este último es una medida que refleja el coste financiero de la inversión y del gasto de los agentes económicos, se puede influir en el incremento o la caída de la demanda agregada, del crecimiento económico y sobre la inflación.

Otra vía de transmisión de la política monetaria es mediante el precio de los activos. Según Sorensen y Whitta-Jacobsen (2005), cuando una economía presenta un mercado financiero muy desarrollado e integrado internacionalmente, la política monetaria puede afectar al precio de los activos y, por tanto, afectar a la riqueza de los agentes económicos que poseen este tipo de títulos. Esta variación en la riqueza puede condicionar el consumo pero además, las empresas también verían alterado su valor de mercado, afectando de este modo a sus decisiones de inversión. Por tanto, mediante esta vía se puede influir en el consumo, en las inversiones y en los precios.

Además, los bancos centrales pueden utilizar el tipo de cambio como otro mecanismo de transmisión de su política monetaria. Las variaciones en el tipo de cambio pueden influir sobre la inflación de diversas formas. Primero, podrían incidir directamente sobre el precio interno de los productos importados, ya que con una apreciación de la moneda local, los precios de los productos importados tenderían a bajar. Es más, si estos productos importados son destinados al consumo final, la apreciación del tipo de cambio ayudaría a reducir la inflación general de forma directa. Segundo, si los productos que se importan son para consumo intermedio, el precio de los productos finales sería más bajo. Según Fernández *et al.* (1999) los efectos de este mecanismo dependen mucho del grado de apertura de la economía al comercio internacional.

Estos tres mecanismos de transmisión son los que tradicionalmente la teoría macroeconómica identifica. Sin embargo, dependiendo de cada banco central algunos autores (entre ellos Fernández *et al.* (1999), Banco Central Europeo (2011) y Blanchard (2000)) desagregan los mecanismos de transmisión en el canal de las expectativas y de los créditos.

## **2.2. Evidencia internacional sobre la relación entre la inflación y el crecimiento económico**

A continuación se presentan los principales estudios llevados a cabo por diversos autores respecto a la relación entre la inflación y el crecimiento económico en diferentes países. Dichos estudios van desde una evaluación de una relación lineal entre ambas variables, hasta estudios que abarcan relaciones con umbrales de inflación (relaciones no lineales).

### **2.2.1. Evidencia sobre la relación lineal entre la inflación y el crecimiento económico**

En este punto se aborda la evidencia empírica sobre la relación lineal entre la inflación y el crecimiento económico para diversos países.

En primera instancia presentaremos aquellos estudios que abarcan diversos países del mundo de manera conjunta, posteriormente, se presentan los análisis para el caso de los países de la OCDE, así como para los países europeos y finalmente, se describen los estudios que fueron abordados para países de América Latina.

De Gregorio (1996) estudió la relación entre la inflación y el crecimiento económico, además del rol que desempeñan los bancos centrales para un total de más de 100 países desarrollados y países en desarrollo, utilizando datos de panel para el periodo 1960-1985. El trabajo identificó dos canales mediante los cuales la inflación afecta al crecimiento económico: el primer canal es mediante la tasa de inversión y el segundo, mediante la eficiencia de la misma. Los resultados evidenciaron que existe una relación negativa entre la inflación y el crecimiento económico para ambos casos. Además, este autor sostiene que la mayor parte del efecto de la inflación sobre el crecimiento económico se transmite mediante el canal de la eficiencia en la inversión.

Por su parte, Barro (1995, 2013) estudió la relación entre la inflación y el crecimiento económico para una muestra de más de 100 países de todo el mundo para el periodo 1960-1990. El resultado del estudio evidenció una relación negativa entre la inflación y el crecimiento económico, además, demostró que la inflación reduce las inversiones.

Para el caso de los países de la OCDE se puede destacar el estudio de Andrés y Hernando (1996), que analizaron la influencia de la inflación sobre el crecimiento económico a largo plazo para el periodo 1960-1993. Estos autores destacan dos vías mediante las cuales la inflación afectó al crecimiento económico. Una primera vía es el efecto sobre el nivel de renta (estado estacionario) y la segunda vía es el efecto sobre la tasa de crecimiento económico (convergencia). Entre los principales resultados se destaca que las elevadas tasas de inflación entre 1973 y 1985 han generado efectos significativamente negativos sobre el nivel de renta per cápita. Así mismo, otro hallazgo importante es que la variabilidad de la inflación no tiene efectos apreciables a largo plazo sobre el crecimiento económico. Finalmente, concluyen que la inflación no solo afecta a la acumulación de factores de producción, sino también a la pérdida de eficiencia con la que se emplea los factores de producción.

Por su parte, Gambetti *et al.* (2008) analizaron la dinámica del output y la inflación para los Estados Unidos durante el periodo 1970-2000, tratando de investigar la contribución de la tecnología, la demanda real y las perturbaciones monetarias en la volatilidad, la persistencia del output y la inflación. Entre los principales resultados se destacan que las variaciones temporales en la persistencia de la inflación se debieron fundamentalmente al declive en la contribución relativa de los shocks de demanda real, mientras que la volatilidad en la inflación y el output cambió primordialmente porque la contribución de los shocks de demanda real y oferta varió a lo largo del tiempo.

En la misma dinámica del estudio llevado a cabo por Gambetti *et al.* (2008), Canova *et al.* (2007) analizaron la dinámica del output y la inflación para los Estados Unidos, Inglaterra y la zona euro durante el periodo 1960-2000. Llegaron a la conclusión de que la estructura dinámica de la inflación fue bastante similar entre países. Sin embargo, la estructura dinámica del crecimiento económico entre países fue similar solo desde principios de la década de los 90. Además, las oscilaciones de la volatilidad y la persistencia fueron explicadas por tres shocks estructurales, las fuentes de estas oscilaciones en la inflación son similares, pero las fuentes dinámicas del crecimiento económico entre países varían. En el caso de los Estados Unidos los cambios en la transmisión y en la variabilidad de los shocks de demanda parecieron ser más importantes que los shocks de oferta y política monetaria. Por su parte, para la zona euro cambios en la transmisión y la volatilidad de los shocks de política monetaria y oferta fueron mucho más importantes. Finalmente para el caso de Inglaterra cambios en la transmisión de los shocks de demanda y la volatilidad de los shocks de oferta y política

monetaria explicaron la dinámica del crecimiento económico y la inflación observada en el periodo de estudio.

En el caso de los países europeos existe abundante evidencia sobre la relación entre la inflación y el crecimiento económico. Gillman y Nakov (2004) analizaron la relación entre el dinero, la inflación y el crecimiento económico para Hungría y Polonia para el periodo comprendido entre 1987 y 2001. Los resultados encontrados por estos autores evidenciaron que el dinero causa a la inflación y la inflación afecta negativamente al crecimiento económico en ambos países. Además, estos autores argumentan que la inflación actúa como un impuesto que afecta negativamente el rendimiento del capital humano, de esta manera, afecta al crecimiento económico.

Por su parte, Hasanov y Omay (2010, 2011) estudiaron la relación entre la inflación, el crecimiento económico y sus incertidumbres para 10 países en transición de Europa Central y Oriental<sup>4</sup> para el periodo comprendido entre 1991 y 2007. Los resultados del estudio sugieren que la tasa de inflación aumentó la incertidumbre inflacionaria en 8 países, pero también aumentó la incertidumbre del output en 3 países, lo cual fue perjudicial para el crecimiento económico. Por otro lado, en cuanto a los efectos de la incertidumbre inflacionaria sobre la actividad económica, constataron una reducción de la tasa de crecimiento en 4 países (Croacia, Hungría, Polonia y Rumania) y un aumento en un país (Bulgaria). Por su parte, respecto a la relación entre la tasa de inflación y crecimiento económico, los resultados hallados muestran que altas tasas de inflación afectaron de manera negativa a las tasas de crecimiento económico de 5 países (Croacia, Macedonia, Polonia, Rumania y Eslovenia) y algo llamativo es el efecto positivo que generó la inflación sobre el crecimiento económico en Lituania.

En el caso de los países de América Latina, podemos destacar el estudio de Ivanodik y López (2012) quienes trataron de analizar el impacto de la inflación y algunos otros factores sobre el crecimiento económico de 20 países para el periodo comprendido entre 1960 y 2010. Los autores verificaron que las inversiones en capital físico y humano influyeron positivamente en el PIB per cápita real. Pero la inflación generó un efecto negativo y estadísticamente significativo sobre el crecimiento económico.

Por su parte, Bittencourt (2010, 2012) estudió el rol de la inflación como determinante del crecimiento económico para los países de Sud América (Argentina, Bolivia, Brasil y Perú) que experimentaron episodios hiperinflacionarios para el periodo comprendido entre 1970 y 2007. Los resultados de los estudios constataron que la

---

<sup>4</sup> Los países considerados en el estudio son Bulgaria, Croacia, Republica Checa, Macedonia, Hungría, Lituania, Polonia, Rumania, Eslovaquia y Eslovenia.

inflación fue perjudicial para el crecimiento económico. De hecho, de todas las variables cíclicas y estructurales consideradas en el análisis por el autor, la inflación destaca por su determinación en la actividad económica.

En el caso de Colombia, Uribe (1994) trató de medir el efecto de la tasa de inflación y su volatilidad sobre el crecimiento económico para el periodo 1954-1992. Los resultados del estudio evidenciaron un efecto negativo y significativo de la inflación y su volatilidad sobre el crecimiento económico. El estudio sostiene que la inflación afectó al crecimiento económico debido a la pérdida de eficiencia en la asignación de los factores de producción.

Así mismo, Guerra y Dorta (1999) estudiaron el impacto de la inflación sobre el crecimiento económico para Venezuela durante el periodo 1950-1995. Los resultados del estudio demostraron que la inflación influyó negativamente al crecimiento económico. Así mismo, estos autores argumentan que la incidencia negativa de la inflación tiende a ocurrir cuando los agentes económicos no son capaces de anticipar la inflación y cuando existe asimetría de información, una vez añadida esta información, llegan a la misma conclusión pero el impacto es mayor y mucho más significativo.

Por otro lado, Tenorio (2005) hace un estudio para el caso del Perú con el objetivo de encontrar los efectos de la inflación sobre el crecimiento económico para el periodo 1951-2002. Los resultados del estudio demostraron que la relación entre la inflación y el crecimiento económico ha sido negativa aunque la inflación no tuvo una incidencia severa.

Entre tanto, Saballos (2013) hizo un estudio para analizar la relación entre la inflación y el crecimiento económico para Nicaragua durante el periodo 1961-2011. El estudio encontró una relación negativa entre la inflación y el crecimiento económico, tanto en el corto plazo y largo plazo.

Para el caso de Brasil, Faria y Carneiro (2001) analizaron el impacto de la inflación sobre el crecimiento económico durante el periodo comprendido entre 1980 y 1985, periodo caracterizado por altas tasas de inflación. Los resultados del estudio determinaron que la inflación afectó de manera negativa al crecimiento económico en el corto plazo, pero en el largo plazo la inflación no ejerció ningún efecto.

### **2.2.2. Evidencia sobre la relación con umbrales entre la inflación y el crecimiento económico**

En este apartado se presenta la evidencia empírica sobre la relación con umbrales entre la inflación y el crecimiento económico para diversos países. Al igual que en el

punto anterior, en primera instancia se presentan aquellos estudios que abarcan diversos países del mundo de manera conjunta, posteriormente se describen investigaciones para los países europeos y finalmente estudios para países de América Latina.

Una de las primeras aportaciones que consideraron una relación no lineal fue propuesta por Sarel (1996). Este autor sostiene que existen efectos no lineales de la inflación sobre el crecimiento económico. El estudio analizó 87 países de todo el mundo para el periodo comprendido entre 1970 y 1990. El trabajo encontró un quiebre estructural significativo que ocurrió cuando la tasa de inflación era del 8%, por tanto, tasas de inflación por debajo de este umbral no tuvieron ningún efecto sobre el crecimiento económico, incluso pudo afectar positivamente. Sin embargo, tasas de inflación por encima de este umbral tuvieron efectos que fueron negativos significativamente y robustos sobre la tasa de crecimiento económico.

Otra aportación es de Ibarra y Trupkin (2011a, 2011b) que trataron de determinar la existencia de un umbral de inflación para 124 países para el periodo que abarcó de 1950 a 2007. El estudio refiere que el umbral estimado de inflación para los países industrializados fue del 4.1%, en cambio, para los países emergentes del 19.1%, por tanto, cualquier valor superior de inflación a estos umbrales afectó negativamente al crecimiento económico en ambos casos.

Para el caso de los países europeos, Sergii (2009) analizó la relación entre la inflación y el crecimiento económico para los países que pertenecen a la Comunidad de Estados Independientes (CIS) para el periodo 2001-2008. El estudio determinó un umbral de inflación del 8%, donde tasas de inflación superiores a este umbral tuvieron efectos negativos y tasas de inflación por debajo del umbral favorecieron al crecimiento económico de los países de la CIS.

Por su parte, en el caso de los países de América Latina, Guerra y Dorta (1999) estudiaron el impacto de la inflación sobre el crecimiento económico para Venezuela para el periodo comprendido entre 1950 y 1995. El estudio estimó un umbral de inflación del 41% y determinó que independientemente de que la tasa de inflación esté por encima o por debajo de este umbral influyó negativamente sobre el crecimiento económico. Los autores destacan que cuando la tasa de inflación se acelera desde tasas relativamente bajas el efecto es mayor que cuando lo hace de tasas relativamente altas.

Por otro lado, Saballos (2013) estudió la posibilidad de una relación no lineal entre la inflación y el crecimiento económico para el caso de Nicaragua y encontró un valor crítico para la inflación del 3% que fue estadísticamente significativo, donde variaciones

por encima de este umbral deterioraron al crecimiento económico, pero por debajo del umbral, el efecto fue marginalmente negativo.

En el caso mexicano, Acevedo (2006) estudió el impacto de la inflación sobre el crecimiento económico durante el periodo 1993-2003. El resultado de la investigación determinó que el ritmo de expansión de la economía mexicana podría haberse visto alentado si la inflación se encontrara por debajo del umbral estimado de 8.1%, en cambio, tasas de inflación superiores al umbral estimado pudieron haber perjudicado el crecimiento económico de forma severa.

En nuestro trabajo, consideramos solo relaciones lineales entre la inflación y el crecimiento económico dejando el análisis no lineal para investigaciones futuras.

### 3. METODOLOGÍA ECONOMETRICA: MODELOS VAR

En este capítulo, se presenta la metodología econométrica empleada para analizar la relación entre la inflación y el crecimiento económico. En primera instancia, argumentaremos las razones por las cuales empleamos el modelo lineal de vectores autorregresivos (VAR) en este trabajo. Posteriormente, se desarrollarán las notaciones matemáticas y los correspondientes conceptos vinculados a este tipo de modelos.

#### 3.1. Motivación

Para llevar a cabo un análisis de las relaciones entre distintas variables comúnmente se recurre a los análisis de regresión lineal, es decir, a una representación que relaciona una variable endógena, representada por  $y_t$ , con otra(s) variable(s) exógenas(s), generalmente representada(s) por  $x_t$ . Sin embargo, esta clase de modelos resulta ser muy limitada en el análisis de datos temporales porque sólo permite relaciones unidireccionales (de  $x_t$  a  $y_t$ ) y no permite recoger la relación dinámica no contemporánea que pueda existir entre las variables. De hecho, los efectos de muchas decisiones económicas que se toman en el instante  $t$  se ven reflejados en los periodos posteriores  $t + 1$ ,  $t + 2$ , etc.

Para incluir estos efectos temporales no contemporáneos se suelen emplear los modelos de regresión dinámica. Esta clase de modelos permite recoger la relación de una variable endógena con su propio pasado pero también con el presente y pasado de la(s) variable(s) exógena(s), por tanto, son modelos uniecuacionales. Estos modelos son adecuados para recoger una relación unidireccional de  $x_t$  hacia  $y_t$  pero no son apropiados para llegar a cabo un análisis bidireccional, en el que también  $y_t$  influya en  $x_t$ .

De hecho, en el caso de nuestras variables de análisis, la teoría macroeconómica nos sugiere que la inflación afecta al crecimiento económico, como se explicó en el capítulo 2, pero Blanchard (2000) abre además la posibilidad de que el crecimiento económico afecte también a la inflación. Entonces, existe la posibilidad de una bidireccionalidad entre estas variables.

Además, el efecto de la inflación en el instante  $t$  sobre el crecimiento económico posiblemente no sea de manera instantánea, sino que este efecto se genere a lo largo de una trayectoria temporal (como sostiene Blanchard (2000)). Esto mismo puede ocurrir para el caso de un efecto del crecimiento económico sobre la inflación.

Para analizar este tipo de relaciones dinámicas bidireccionales Sims (1980) propone los modelos de Vectores Autorregresivos (VAR). Estos modelos permiten



analizar la relación de simultaneidad que pueda existir entre la inflación y el crecimiento económico, y cómo sus relaciones se transmiten a lo largo de una trayectoria temporal, es decir, permiten relaciones dinámicas. Davidson y MacKinnon (1993, p. 685) y Uriel y Peiró (2000, p. 206) indican que otra ventaja en estos modelos es que al no existir restricciones es posible no incurrir en errores de especificación, es decir, todas las variables son tratadas como endógenas dejando que sean los resultados empíricos los que determinen numerosos aspectos sin incurrir en el problema de la elección entre variables endógenas y exógenas. Greene (2000, p. 703) argumenta también que estos modelos podrían predecir mejor que otros modelos univariantes como los Autorregresivos (AR), Medias Móviles (MA), ARMA y ARIMA.

Adicionalmente, Stock y Watson (2001, p.106), Greene (2000, p. 704) y Brandt y Williams (2007) argumentan que los modelos VAR permiten llevar a cabo un análisis de la proporción de la varianza del error cometido al predecir una variable debido a shocks específicos a un horizonte temporal dado, y también permiten analizar la dinámica de los efectos de un cambio unitario de las perturbaciones en el modelo, es decir, permiten analizar la respuesta al impulso.

En ese sentido, la esencia de los modelos VAR radica en la proposición de “ $n$ ” series a analizar y de un sistema de “ $n$ ” ecuaciones, en el que cada variable es explicada por los retardos de la misma variable (como en un modelo AR) y por los retardos de las demás variables del sistema.

Otro aspecto muy importante es la modelación que se debe seguir en este tipo de modelos, es decir, la especificación, que dependerá de que las variables sean o no estacionarias y en este último caso, de que las variables estén o no cointegradas. Por tanto, en primer lugar, introduciremos el concepto de estacionariedad y los modelos VAR para variables estacionarias, posteriormente introduciremos el concepto de cointegración, los modelos VAR en primeras diferencias para variables no cointegradas y los modelos VAR-VECM para el caso en el que las variables estén cointegradas.

### **3.2. Concepto de Estacionariedad**

Un primer paso para el análisis de nuestro modelo econométrico tiene que ver con el concepto de la estacionariedad de las series, la presencia o no de esta propiedad en las series puede condicionar la modelación que se lleve a cabo sobre la relación entre la inflación y el crecimiento económico.

Una serie temporal  $Y_t$ , ya sea la inflación, el crecimiento económico o cualquier otra variable, es estacionaria si y solo si cumple las siguientes condiciones:

$$E(Y_t) = \mu, \forall t$$

$$Var(Y_t) = \sigma^2, \forall t$$

$$Cov(Y_t, Y_{t+h}) = \gamma(h), \forall t$$

donde  $\mu$  es la media,  $\sigma^2$  es la varianza y  $\gamma(h)$  es la función de autocovarianza.

Estas condiciones nos indican que  $Y_t$  es estacionaria si tiene una media ( $\mu$ ) y una varianza ( $\sigma^2$ ) que son constantes a lo largo del tiempo. Esto significa que las observaciones de una serie estacionaria tenderán a fluctuar alrededor de un nivel constante y su variabilidad respecto a ese nivel debe ser constante a lo largo del tiempo. Además, la tercera condición establece que la covarianza (medida de relación lineal) entre dos variables ( $Y_t, Y_{t+h}$ ) debe depender básicamente de la distancia que exista entre ellas y no del momento en el que se analizan.

En general a una serie estacionaria se le denota por  $I(0)$ , pero cuando la serie no es estacionaria y al aplicarla primeras diferencias se convierte en estacionaria, se dice que la serie es integrada de orden 1, y se representa comúnmente por  $I(1)$ .

Para ver por qué el concepto de estacionariedad es importante, imaginemos que tenemos dos variables ( $y_t$  y  $x_t$ ) que son no estacionarios  $I(1)$  y hacemos una regresión clásica para determinar la relación entre ambas series, el resultado de esta regresión es probable que presente una elevada significancia global, medido por el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), pero también existe alta probabilidad que presente problemas en las propiedades del modelo, por tanto, todas las conclusiones hechas no serían del todo fiables. Cuando esto ocurre comúnmente se denomina regresión espuria, concepto que fue descubierto por Yule (1926) y se llama espuria porque representa erróneamente una posible relación entre  $y_t$  y  $x_t$ . Además, al afectar a las propiedades del modelo, los contrastes de significancia individual, es decir, el estadístico  $t$  de esa regresión espuria, no está distribuido como una  $t$  de student, por tanto, no es posible llevar a cabo los contrastes de hipótesis sobre el parámetro de esa relación y por tanto, las conclusiones en una regresión espuria no son válidas. De hecho, Granger (1969) argumenta que durante muchos años este tipo de resultados eran muy frecuentes en el análisis de regresión con datos de series temporales.

Una forma de abordar este problema sería aplicar la propuesta de primeras diferencias de Davidson y MacKinnon (1993, p. 670) a cada una de las series y estimar una regresión para las series diferenciadas. Sin embargo, esta propuesta puede hacer que la relación de equilibrio de largo plazo entre  $y_t$  y  $x_t$  se pierda. Por ello, Granger

(1981) y Engle y Granger (1987) incorporan un procedimiento de análisis alternativo, el análisis de cointegración que se explicará más adelante.

Por lo tanto, una primera tarea consiste en comprobar las propiedades de estacionariedad de cada una de las variables de nuestro análisis. Para verificar la estacionariedad de las series realizaremos en primer lugar un análisis gráfico, además, se aplicarán, por un lado, la prueba de Dickey-Fuller, (DF), que explicaremos a continuación y por otro, algunas modificaciones de esta para tratar con la posible presencia de datos atípicos y/o cambio estructural.

### 3.2.1. Test de Dickey-Fuller (DF)

La prueba sobre estacionariedad más popular se llama prueba de raíces unitarias de Dickey-Fuller. Para comprender esta prueba empezaremos explicando la versión más sencilla con una variable sin tendencia. Para ello, nuestro punto de partida será un proceso autorregresivo de primer orden AR(1), es decir, la variable  $y_t$  que depende de su propio pasado y tiene la siguiente expresión:

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + u_t, \quad (3.1)$$

donde  $y_t$  es la variable endógena,  $c$  es una constante,  $\phi$  es un parámetro y  $u_t$  es la perturbación del modelo que cumple el supuesto de ruido blanco, es decir, es un proceso puramente aleatorio formado por una secuencia de variables incorrelacionadas con media cero y varianza constante.

Cuando el parámetro  $\phi = 1$ , decimos que existe una raíz unitaria y el proceso no es estacionario pero sus primeras diferencias es posible que sean estacionarias. Sin embargo, cuando el parámetro  $|\phi| < 1$ , el proceso es estacionario.

Por tanto, en la versión más sencilla de Dickey-Fuller, a partir de la ecuación (3.1), las hipótesis a probar son las siguientes:

$$H_0: \phi = 1 \Leftrightarrow H_0: y_t \text{ proceso no estacionario } I(1)$$

$$H_1: \phi < 1 \Leftrightarrow H_1: y_t \text{ proceso AR}(1) \text{ estacionario } I(0)$$

Sin embargo, en la práctica no es posible estimar la ecuación (3.1) y contrastar las hipótesis que planteamos mediante la prueba  $t$  común, porque esa prueba tiene un sesgo muy marcado en el caso de una raíz unitaria (bajo  $H_0$ ), es decir, sería más probable “aceptar” que nuestra variable ( $y_t$ ) sea no estacionaria con la prueba  $t$  común, como sostienen Gujarati y Porter (2010, p. 754). Para resolver este problema reescribimos la ecuación (3.1) restando  $y_{t-1}$  en ambos lados de la igualdad y tendremos la siguiente expresión:

$$y_t - y_{t-1} = c + (\phi - 1)y_{t-1} + u_t \quad (3.2)$$

La ecuación (3.2) podemos reescribirla de la siguiente forma:

$$\Delta y_t = c + \psi y_{t-1} + u_t, \quad (3.3)$$

donde  $\Delta$  es el operador de primeras diferencias aplicado a la variable  $y_t$ , es decir,  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$  y  $\psi = (\phi - 1)$  es un nuevo parámetro. Por tanto, con esta reparametrización del modelo, las hipótesis a probar son las siguientes:

$$H_0: \psi = 0 \Leftrightarrow H_0: y_t \text{ proceso no estacionario } I(1)$$

$$H_1: \psi < 0 \Leftrightarrow H_1: y_t \text{ proceso estacionario } I(0)$$

En el caso de la hipótesis nula, si  $\psi = 0$ , entonces  $\phi = 1$ , es decir, se tiene una raíz unitaria, esto significa que la serie a analizar no es estacionaria. Para el caso de la hipótesis alternativa donde  $\psi < 0$ , entonces  $\phi < 1$ , esto significa que la serie es estacionaria. Para llevar a cabo la prueba el estadístico de contraste que se emplea es el estadístico  $t$  habitual pero cuya distribución especial fue derivada por Dickey-Fuller y extendida por MacKinnon, y cuyos valores están tabulados en base a simulaciones de Monte Carlo (para mayores detalles véase Davidson y MacKinnon (1993, p. 702-708)).

El mismo contraste explicado puede ser aplicado para el caso en el que las series presenten tendencia, es decir, aquellas series que presentan una evolución creciente o decreciente a lo largo del tiempo. En este caso, lo que se quiere contrastar es, si la serie es un proceso no estacionario  $I(1)$  con crecimiento sistemático (tendencia estocástica con deriva) o por el contrario si la serie observada presenta variaciones estacionarias  $AR(1)$  alrededor de una tendencia lineal determinista. Por tanto, el modelo de referencia tiene, en este caso, la siguiente representación:

$$y_t - a - bt = \phi[y_{t-1} - a - b(t-1)] + u_t \quad (3.4)$$

El modelo de la ecuación (3.4) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + u_t, \quad (3.5)$$

donde  $\alpha = a(1 - \phi) + \phi$ ,  $\beta = b(1 - \phi)$  es el parámetro de la variable que expresa la tendencia ( $t$ ),  $\phi$  es el parámetro a contrastar y  $u_t$  es la perturbación del modelo que es un ruido blanco. Ahora, bajo la hipótesis nula de raíz unitaria, es decir,  $H_0: \phi = 1$ , el término constante  $\beta$  desaparece ( $\beta = 0$ ) y se obtiene un paseo aleatorio con deriva. Por lo tanto, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: y_t = \alpha + y_{t-1} + u_t \quad \Leftrightarrow H_0: \text{tendencia estocástica}$$

$$H_1: y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + u_t \quad \Leftrightarrow H_1: \text{tendencia determinista}$$

Para realizar el contraste de raíz unitaria podemos reescribir la ecuación (3.5) al igual que en el caso anterior, restando  $y_{t-1}$  en ambos lados de la igualdad, en este caso tendremos la siguiente ecuación:

$$y_t - y_{t-1} = \alpha + \beta t + (\phi - 1)y_{t-1} + u_t \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) la reescribimos de la siguiente forma:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \psi y_{t-1} + u_t, \quad (3.7)$$

donde  $\psi = \phi - 1$ , por tanto, si  $\psi = 0$ , entonces  $\phi = 1$  y  $\beta = 0$ . Entonces, con esta reparametrización del modelo las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: \psi = 0 \Leftrightarrow H_0: \text{tendencia estocástica}$$

$$H_1: \psi < 0 \Leftrightarrow H_1: \text{tendencia determinista}$$

Para llevar a cabo la prueba, el estadístico de contraste, al igual que en el caso anterior, es el estadístico  $t$  habitual pero su distribución es la especial que fue derivada por Dickey-Fuller, y fue extendida por MacKinnon.

En la tabla 1 se presenta un resumen de los valores críticos asintóticos para los niveles de significancia más habituales para el contraste en modelos sin constante, con constante y con constante y tendencia.

**Tabla 1. Valores críticos asintóticos para el test de Dickey-Fuller**

| test ADF: | 1%    | 5%    | 10%   |
|-----------|-------|-------|-------|
| $t_{nc}$  | -2.56 | -1.94 | -1.62 |
| $t_c$     | -3.43 | -2.86 | -2.57 |
| $t_{ct}$  | -3.96 | -3.41 | -3.13 |

Nota:  $t_{nc}$  es el estadístico para un modelo sin constante ni tendencia,  $t_c$  es el estadístico para un modelo con constante y  $t_{ct}$  es el estadístico para un modelo con constante y tendencia.

En general, si el valor estimado del estadístico  $t$  es menor que los valores críticos presentados en la tabla, cae en la zona de rechazo, por tanto, se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria para el nivel de significancia correspondiente, en cambio, si el valor estimado  $t$  es mayor que el valor crítico no se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria. Por ejemplo, si el valor estimado del estadístico  $t$  en un modelo con contraste fuese  $-6.78 < -2.86$ , se rechazaría la hipótesis nula de raíz unitaria, en ese caso nuestra serie sería estacionaria.

En los contrastes que se explicaron anteriormente, el proceso estacionario de referencia era un AR(1) y contrastamos si existe una raíz unitaria en dicho proceso, es decir, contrastamos si  $\phi = 1$ . Este planteamiento se puede extender a procesos autorregresivos (AR) de mayor orden y se llama test de Dickey-Fuller aumentado (ADF), en cuyo caso se contrasta la presencia de una raíz unitaria en el polinomio autorregresivo del modelo que corresponda (para un desarrollo detallado del mismo véase MacKinnon (1991)).

El modelo de referencia para llevar a cabo el contraste ADF para una variable sin tendencia es el siguiente:

$$\Delta y_t = \alpha + \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta y_{t-i} + u_t, \quad (3.8)$$

donde  $\sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta y_{t-i} = \varphi_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \varphi_p \Delta y_{t-p}$ . En esta especificación se contrasta si  $\psi=0$ .

El modelo para llevar a cabo el contraste ADF para una variable con tendencia es el siguiente:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta y_{t-i} + u_t, \quad (3.9)$$

En esta especificación, al igual que en el caso anterior, se contrasta si  $\psi=0$ .

En ambos casos el procedimiento para contrastar la presencia de raíz unitaria en la serie es similar al caso explicado de un AR(1), dependiente siempre de si el modelo presenta tendencia o no, porque en cada caso la distribución asintótica del estadístico de contraste cambiará.

### 3.2.2 Extensiones del test de raíces unitarias

El análisis de estacionariedad que hemos venido explicando podría conllevar ciertos problemas cuando se aplica a series económicas que presentan cambios en el nivel y/o tendencia o datos atípicos y por tanto, podría condicionar su modelización posterior. A partir del estudio de Perron (1989) se ha comprobado que en estas situaciones existe alta probabilidad de que el contraste ADF tienda a aceptar erróneamente la hipótesis nula de no estacionariedad, incluso si las series podrían ser estacionarias con cambios en el nivel y/o tendencia o presentar datos atípicos, porque la presencia de estos cambios hace que el parámetro autorregresivo se aproxime a la unidad.

Por ello, al constatar las limitaciones que presenta el test ADF en este tipo de series, Perron (1989) propone como una solución para las series que presentar cambios en su nivel y/o tendencia introducir variables ficticias que recojan el efecto de estos cambios. Para analizar la estacionariedad de este tipo de series, Perron (1989) plantea tres modelos para observaciones donde la fecha de dichos cambios son conocidos (*known date*). Primero, que existe un cambio estructural que afecta al nivel de la serie (modelo A), segundo, que afecta a la tendencia de la serie (modelo B) y tercero que el cambio estructural afecta tanto al nivel como a la tendencia (modelo C).

Para llevar a cabo el contraste de estacionaridad en estos casos Perron (1989) sugiere dos maneras de hacerlo, la primera forma es mediante el *additive outlier model*, aplicable cuando el efecto del cambio estructural es instantáneo y la segunda forma es mediante el *innovational outlier model*, aplicable cuando el efecto del cambio estructural ocurre de manera gradual.

La estimación del *additive outlier model* se realiza en dos etapas, la primera etapa consiste en estimar una regresión de la serie considerando la variable ficticia que recoge el cambio y la segunda etapa se basa en aplicar a los residuos de dicha regresión de la primera etapa el test ADF.

En cambio, el *innovational outlier model* consiste en aplicar la metodología del test ADF incorporando directamente en las ecuaciones (3.8) y (3.9) la(s) variable(s) ficticia(s) que recojan el cambio ya sea en el nivel, el intercepto o ambos cambios.

A partir de este primer estudio de Perron (1989), se llevaron a cabo varias investigaciones hechas por Perron y Vogelsang (1992, 1993), Zivot y Andrews (1992), Perron (1997, 2005) que realizaron algunas modificaciones a la propuesta original de Perron (1989). Los trabajos de Zivot y Andrews (1992) y Perron (1997) plantean el contraste de raíces unitarias para observaciones donde la fecha de los cambios, ya sea en la constante, en la tendencia o en ambos casos, son desconocidos (*Unknow date*).

En todos los casos para llevar a cabo la prueba, el estadístico de contraste es el estadístico  $t$ , pero su distribución varía de unas situaciones a otras. Los valores críticos fueron tabulados para cada una de las situaciones por cada uno de los autores en base a simulaciones de Monte Carlo.

Se precisa poner a modo de ejemplo, alguna tabla de valores críticos de alguno de los contrastes y comparar con tabla 1. En ese sentido, en la tabla 2 se muestra un resumen de los valores críticos para los niveles de significancia más habituales, para el contraste en modelos que presentan cambios en la constante y la tendencia y además,

donde la fecha de dichos cambios son desconocidos. Los valores críticos presentados corresponden a la distribución asintótica ( $T = \infty$ ) y a la distribución en muestras finitas para dos tamaños muestrales,  $T=70$  y  $T=100$  (véase Perron (1997)).

**Tabla 2. Valores críticos para el modelo con cambio en la constante y la tendencia de Perron (1997)**

| Tamaño muestral  |     | T=70  | T=100 | T= $\infty$ |
|------------------|-----|-------|-------|-------------|
| Valores críticos | 5%  | -5.59 | -5.86 | -5.08       |
|                  | 10% | -5.29 | -5.25 | -4.82       |

En general, se puede observar que estos nuevos valores críticos son más grandes en comparación con el ADF estándar. Por ello, las conclusiones que se obtendrían si empleáramos el ADF no tendrían poderían diferir de que las que obtendríamos utilizando los valores críticos correspondientes de la Tabla 2.

Para aplicar el test de raíces unitarias cuando la serie presenta datos atípicos en su comportamiento, Vogelsang (1997) propone aplicar la metodología del test ADF incorporando directamente en la ecuación (3.8) la(s) variable(s) ficticia(s) tipo impulso para recoger el efecto de los datos anómalos en la serie. Como en los casos anteriores, este autor proporciona los correspondientes valores críticos asintóticos asociados al estadístico de contraste propuesto.

### 3.3. Modelos VAR para variables estacionarias

En este punto plantearemos un modelo VAR para el caso en el que las variables a analizar sean estacionarias. Además, vamos a iniciar ilustrando el caso más sencillo, en el que solo hay dos variables y un retardo. Asimismo, a lo largo del presente capítulo denotaremos por  $y_t$  al crecimiento económico y por  $x_t$  a la inflación. Sin embargo, todos los conceptos que sean explicados pueden ser aplicados a más de dos variables y más retardos (véase Davidson y MacKinnon (1993), Brandt y Williams (2007) y Uriel y Peiró (2000)).

#### 3.3.1. Representación de un modelo VAR

Un modelo VAR permite una modelación dinámica de un conjunto de variables que relacionan el presente de las variables con su propio pasado y con el presente y pasado de las demás variables del sistema. Por tanto, una interpretación para el caso de nuestras variables de análisis sería: el crecimiento económico ( $y_t$ ) depende de su propio pasado pero también del presente y pasado de la inflación ( $x_t$ ), así mismo, la inflación



$(x_t)$  depende de su propio pasado y del presente y pasado del crecimiento económico  $(y_t)$ , dicho de otra manera, existe la posibilidad de una bidireccionalidad entre la inflación y el crecimiento económico, y pueden existir relaciones no necesariamente contemporáneas entre dichas variables, precisamente, este tipo de relación es la que aparece, por ejemplo, en el trabajo de Gillman y Nakov (2004).

Para explicar los modelos VAR, plantearemos inicialmente un modelo estructural dinámico con solo dos variables  $(y_t$  y  $x_t)$  y un retardo, que viene definido por las siguientes ecuaciones:

$$y_t = \alpha_{10} + \alpha_{11}x_t + \beta_{11}y_{t-1} + \beta_{12}x_{t-1} + u_{1t} \quad (3.10)$$

$$x_t = \alpha_{20} + \alpha_{21}y_t + \beta_{21}x_{t-1} + \beta_{22}y_{t-1} + u_{2t} \quad (3.11)$$

donde  $y_t$  y  $x_t$  son las variables del modelo,  $y_{t-1}$  y  $x_{t-1}$  son las variables del modelo retardadas un periodo,  $\beta_{ij}$  ( $i = 1, 2$  y  $j = 1, 2$ ) son los parámetros del modelo que miden el efecto sobre  $y_t$  y  $x_t$  un periodo después de un cambio unitario en las variables que aparecen como explicativas en las ecuaciones (3.10) y (3.11), y los términos  $u_{it}$  ( $i = 1, 2$ ) son las perturbaciones del sistema que cumplen individualmente los supuestos de ruido blanco (media cero, varianza constante e incorrelacionado con su propio pasado).

Pero las ecuaciones (3.10) y (3.11) presentan un problema de identificación, debido a la imposibilidad de distinguir qué variable es causa y qué variable es efecto. Por tanto, no es posible estimar las ecuaciones (3.10) y (3.11) de forma separada debido a que se estaría obviando la bidireccionalidad entre las variables y las estimaciones serían inconsistentes por la presencia de correlación entre las perturbaciones y las variables que aparecen como explicativas.

Ante esta situación, una solución al problema es sustituir la ecuación (3.10) en la (3.11) y la (3.11) en la (3.10) para obtener las ecuaciones para  $y_t$  y  $x_t$ . Esto equivale a la siguiente expresión en notación matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{11} \\ -\alpha_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{10} \\ \alpha_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$BY_t = C_0 + AY_{t-1} + U_t, \quad (3.13)$$

donde  $Y_t$  denota un vector  $2 \times 1$  de variables del modelo,  $Y_t = [y_t, x_t]'$ ,  $Y_{t-1}$  denota un vector  $2 \times 1$  de variables retardadas un periodo del modelo,  $Y_{t-1} = [y_{t-1}, x_{t-1}]'$ , y  $A$  es una matriz  $2 \times 2$  de parámetros de las variables retardadas.

En la ecuación (3.13) si pre-multiplicamos por la matriz  $B^{-1}$  en ambos lados de la igualdad nos queda la siguiente expresión:

$$Y_t = B^{-1}C_0 + B^{-1}AY_{t-1} + B^{-1}U_t \quad (3.14)$$

Podemos re-especificar el modelo de la ecuación (3.14) y nos quedaría la siguiente expresión:

$$Y_t = C + \Phi Y_{t-1} + a_t \quad (3.15)$$

donde  $C = B^{-1}C_0$ ,  $\Phi = B^{-1}A$  denota un matriz 2 x 2 de parámetros que miden los efectos de cambios unitarios en  $Y_{t-1}$  sobre  $Y_t$  y  $a_t = B^{-1}U_t$  es un vector 2 x 1 de las perturbaciones del modelo,  $a_t = [a_{1t}, a_{2t}]'$ , que son un proceso de ruido blanco que cumplen de manera independiente los supuestos de ruido blanco (media cero, varianza constante e incorrelacionado con su pasado) y además presentan incorrelación con el pasado de otras variables, es decir no existe una correlación cruzada, por tanto, se cumple que:

$$E(a_t) = E(a_{1t}, a_{2t}) = \begin{cases} \Omega & \text{si } 1t = 2t \\ 0 & \text{si } 1t \neq 2t \end{cases}, \quad \text{donde } \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

Si la covarianza entre las perturbaciones es cero ( $\sigma_{12} = 0$ ) indica que no hay relación contemporánea entre las variables del modelo  $y_t$  y  $x_t$ , pero si  $\sigma_{12} \neq 0$ , indica que hay relación contemporánea entre las variables del modelo.

El modelo de la ecuación (3.15) tiene la forma de un proceso AR(1) pero donde  $Y_t$  es una variable bidimensional que representa a las dos variables del modelo  $Y_t = [y_t, x_t]'$ . El modelo de la ecuación (3.15) es conocido como VAR (*Vector Auto Regressive*) y admite la siguiente representación matricial:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

La representación (3.16) puede reescribirse en dos ecuaciones, una ecuación para cada variable, por tanto, tendremos el siguiente modelo VAR en su forma reducida:

$$y_t = c_1 + \phi_{11}y_{t-1} + \phi_{12}x_{t-1} + a_{1t} \quad (3.17)$$

$$x_t = c_2 + \phi_{21}x_{t-1} + \phi_{22}y_{t-1} + a_{2t} \quad (3.18)$$

donde  $\phi_{ij}$  ( $i=1, 2$  y  $j=1,2$ ) son los parámetros del modelo que miden el efecto de un cambio unitario en  $y_{t-1}$  ó  $x_{t-1}$  sobre  $y_t$  ó  $x_t$ . Es decir, si nuestras variables fueran estacionarias (media y varianza constante a lo largo del tiempo), por ejemplo, el coeficiente  $\phi_{12}$  mediría el efecto de un cambio en la inflación sobre el crecimiento económico un periodo después.

Además, en las ecuaciones (3.17) y (3.18) la posible relación contemporánea entre  $y_t$  y  $x_t$  viene recogida por la covarianza entre las perturbaciones  $a_{1t}$  y  $a_{2t}$  que cumplen individualmente el supuesto de ruido blanco.

Las condiciones de ruido blanco que se presentaron en forma matricial también pueden escribirse de forma individual para cada perturbación de la siguiente forma:

$$E(a_{it}) = 0, \quad i = 1,2$$

$$Var(a_{it}) = \sigma_i^2, \quad i = 1,2$$

$$Cov(a_{it}, a_{it-h}) = 0, \quad i = 1,2 \text{ cuando } h \geq 1$$

$$Cov(a_{1t}, a_{2t}) = \sigma_{12}$$

Para simplificar el análisis hasta el momento solo hemos considerado un solo retardo, pero en la práctica es posible que necesitemos incluir más retardos. En ese caso la ecuación (3.15) puede extenderse considerando “ $p$ ” retardos en el modelo y tendríamos la siguiente expresión:

$$Y_t = C + \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i} + a_t = C + \Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + a_t \quad (3.19)$$

En este caso, los coeficientes  $\Phi_i$  ( $i= 1, 2, \dots, p$ ) son matrices  $2 \times 2$  que miden los efectos de cambios unitarios de  $Y_{t-i}$  sobre  $Y_t$  ( $i=1, 2, \dots, p$ ).

Otra cuestión importante en los modelos VAR, como en cualquier modelo dinámico, es la cantidad de retardos que se deben incluir en modelo. De hecho, Brandt y Williams (2007, p. 24) indican que los resultados y las estimaciones estándar dependerán de la cantidad de retardos a incluir en el modelo. En nuestro análisis para determinar la cantidad de retardos emplearemos los criterios de Akaike (AIC) y Schwarz (SIC) que se definen de la siguiente manera:

$$AIC = -\frac{2}{T} \ln L + \frac{2k}{T}$$

$$SIC = -\frac{2}{T} \ln L + \frac{k \ln T}{T}$$

donde  $k$  denota el número de parámetros estimados,  $T$  es el número de observaciones y  $\ln L$  es el logaritmo de la verosimilitud. Entre ambos criterios existe una sola diferencia, la penalización por el número de parámetros estimados: el criterio de Schwarz (SIC) penaliza más que el criterio de Akaike (AIC) por la introducción de nuevos parámetros. En nuestro caso elegiremos el modelo que tenga el valor más pequeño en ambos criterios

pero en el caso de discrepancia entre ambos criterios, el criterio de Schwarz (SIC) comúnmente elige modelos más parsimoniosos (con menos parámetros).

Finalmente, la estimación de manera conjunta del modelo representado en la ecuación (3.15) se estima por el método de Máxima Verosimilitud (MV) bajo el supuesto de normalidad en cuyo caso los estimadores son consistentes y eficientes.

### 3.3.2. Causalidad de Granger

En un modelo VAR es fundamental analizar la capacidad individual que tiene una variable para ayudar a predecir a una o varias de las otras variables del modelo. Para este propósito la base es la determinación de la causalidad de Granger en los modelos de series temporales, como mencionan Stock y Watson (2001, p. 104) y Brandt y Williams (2007).

Para explicar este concepto consideremos un modelo VAR para dos variables como el de las ecuaciones (3.17) y (3.18). Diremos que  $x_t$  "causa en el sentido de Granger" a  $y_t$  si el pasado de  $x_t$  es útil para predecir a  $y_t$ , y además, puede predecir de mejor manera a  $y_t$  que los propios valores pasados de  $y_t$  solos. Por ejemplo, si la inflación ( $x_t$ ) no ayudara a predecir el crecimiento económico ( $y_t$ ), entonces, el coeficiente ( $\phi_{12}$ ) de la inflación retardada ( $x_{t-1}$ ) sería cero ( $\phi_{12} = 0$ ) en la ecuación del crecimiento económico del modelo VAR reducido (3.17).

Por tanto, el test para probar la causalidad de Granger se puede llevar a cabo mediante el estadístico F para contrastar si dicho coeficiente es cero. Por tanto, las hipótesis a probar son las siguientes:

$$H_0: \text{No existe causalidad de Granger de } x_t \text{ a } y_t \Leftrightarrow H_0: \phi_{12} = 0$$

$$H_1: \text{Existe causalidad de Granger de } x_t \text{ a } y_t \Leftrightarrow H_1: \phi_{12} \neq 0$$

Si el valor del estadístico F es mayor que el valor crítico para un nivel de significancia escogida, rechazaremos la hipótesis nula, eso significaría que  $x_t$  tiene efecto en  $y_t$ .

Esta interpretación es aplicable también para el caso de que  $y_t$  "cause en el sentido de Granger" a  $x_t$ .

### 3.3.3. Función de Impulso Respuesta

Otra de las herramientas asociadas a los modelos VAR es la función impulso-respuesta. Esta función trata de recoger el impacto que tendría un incremento de una unidad en un shock a las perturbaciones del modelo VAR sobre el valor actual y futuro de

todas las otras variables del modelo (véase Stock y Watson (2001, p. 106)). Para construir la función impulso-respuesta en un modelo VAR partimos de la representación matricial (3.19) pero reescribiéndola de forma más compacta, aplicando el operador de retardos y tendríamos la siguiente expresión:

$$Y_t = C + \Phi(L)Y_t + a_t, \quad (3.20)$$

donde  $L$  representa al operador de retardos, definido como  $L^i Y_t = Y_{t-i}$ , por tanto:

$$\Phi(L)Y_t = (\Phi_1 L + \Phi_2 L^2 + \dots + \Phi_p L^p)Y_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i}$$

La ecuación (3.20) podemos reescribirla de la siguiente manera:

$$[I - \Phi(L)]Y_t = C + a_t, \quad (3.21)$$

donde  $I$  es una la matriz identidad. Reescribiendo ahora la ecuación (3.21) tenemos la siguiente expresión:

$$Y_t = [I - \Phi(L)]^{-1}(C + a_t) \quad (3.22)$$

Desarrollando el polinomio  $[I - \Phi(L)]^{-1}$  en la ecuación (3.22) tendríamos la expresión de medias móviles (MA) de un modelo VAR:

$$Y_t = \Pi + \sum_{i=0}^q \theta_i a_{t-i} = \Pi + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q}, \quad (3.23)$$

donde el parámetro  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, q$ ) es una matriz  $2 \times 2$ , es decir,  $\theta_i = \begin{pmatrix} \theta_{11,i} & \theta_{21,i} \\ \theta_{21,i} & \theta_{22,i} \end{pmatrix}$  que refleja el efecto de un incremento de una unidad en el instante  $i$  en las perturbaciones del modelo sobre la respuesta del vector de la variables  $Y_t$ . A los valores de estos parámetros los denominaremos función respuesta al impulso.

En nuestro caso, esta función impulso-respuesta la empleamos para verificar el impacto de un incremento de una unidad en el shock de la inflación sobre los valores presentes y futuros del crecimiento económico, pero también los efectos de un incremento de una unidad en el shock del crecimiento económico sobre la inflación presente y futura.

### 3.3.4. Descomposición de la varianza

El otro análisis que se deriva de los modelos VAR es la descomposición de la varianza de los errores de predicción que permite conocer el porcentaje (%) de la varianza del error cometido al predecir una variable debido a shocks en cada una de las otras variables del modelo para un horizonte concreto. De acuerdo a Stock y Watson

(2001, p. 106), esta descomposición es algo así como un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) parcial para el error de predicción para cada horizonte de predicción.

Para analizar la descomposición de la varianza del error de predicción, partimos de la representación de medias móviles (MA) de un VAR en (3.23) aplicada a un valor futuro del vector de variables  $m$  periodos hacia adelante:

$$Y_{t+m} = \Pi + a_{t+m} + \theta_1 a_{t+m-1} + \dots + \theta_q a_{t+m-q}, \quad (3.24)$$

donde  $\theta_0=1$ .

A partir de la ecuación (3.24) la predicción óptima para el vector de variables  $Y_{t+m}$  realizada en el instante  $t$  viene expresada por su esperanza condicional en  $t$ . Por tanto, teniendo en cuenta que  $a_t$  es un ruido blanco, tendríamos la siguiente expresión:

$$\hat{Y}_{t+m/t} = E_t(Y_{t+m}) = E_t\left(\Pi + \sum_{i=0}^q \theta_i a_{t+m-i}\right) = \Pi + \theta_m a_t + \theta_{m+1} a_{t-1} \dots + \theta_q a_{t+m-q} \quad (3.25)$$

Por tanto, el error de predicción a un horizonte  $m$  vendrá definido por la diferencia entre la ecuación (3.24) y la ecuación (3.25):

$$e_{t+m} = Y_{t+m} - \hat{Y}_{t+m/t} = a_{t+m} + \theta_1 a_{t+m-1} + \dots + \theta_{m-1} a_{t+1} \quad (3.26)$$

A partir de la ecuación (3.26) vamos a descomponer los errores de predicción para las dos variables que venimos manejando ( $y_t$  y  $x_t$ ).

El error de predicción para la variable  $y_t$  será:

$$\begin{aligned} e_{1t+m} &= y_{t+m} - \hat{y}_{t+m/t} \\ &= (a_{1,t+m} + \theta_{11,1} a_{1,t+m-1} + \dots + \theta_{11,m-1} a_{1,t+1}) + (a_{2,t+m} + \theta_{12,1} a_{2,t+m-1} + \dots + \\ &\quad \theta_{12,m-1} a_{2,t+1}) \end{aligned}$$

El error de predicción para la variable  $x_t$  será:

$$\begin{aligned} e_{2t+m} &= x_{t+m} - \hat{x}_{t+m/t} \\ &= (a_{1,t+m} + \theta_{21,1} a_{1,t+m-1} + \dots + \theta_{21,m-1} a_{1,t+1}) + (a_{2,t+m} + \theta_{22,1} a_{2,t+m-1} + \dots + \\ &\quad \theta_{22,m-1} a_{2,t+1}) \end{aligned}$$

En ambos casos se puede observar que el error de predicción depende de las perturbaciones que se produzcan en las dos innovaciones, es decir, en  $a_{1t}$  de la ecuación de  $y_t$  y en  $a_{2t}$  de la ecuación de  $x_t$ , desde el instante  $t + 1$  hasta el instante  $t + m$ .

Una vez detallados los errores de predicción, necesitamos cuantificar la precisión de esas predicciones y esto viene representado por las respectivas varianzas de los errores de predicción. Esto nos permitirá explicar qué porcentaje (%) de  $Var(e_{1t+m})$  y de  $Var(e_{2t+m})$  se debe a determinados shock.

La varianza del error de predicción para la variable  $y_t$  será:

$$Var(e_{1t+m}) = \sigma_{e1}^2 \left[ 1 + \theta_{11,1}^2 + \dots + \theta_{11,m-1}^{2(m-1)} \right] + \sigma_{e2}^2 \left[ 1 + \theta_{12,1}^2 + \dots + \theta_{12,m-1}^{2(m-1)} \right]$$

La varianza del error de predicción para la variable  $x_t$  será:

$$Var(e_{2t+m}) = \sigma_{e1}^2 \left[ 1 + \theta_{21,1}^2 + \dots + \theta_{21,m-1}^{2(m-1)} \right] + \sigma_{e2}^2 \left[ 1 + \theta_{22,1}^2 + \dots + \theta_{22,m-1}^{2(m-1)} \right],$$

donde  $\sigma_{e1}^2 = Var(a_{1t})$  y  $\sigma_{e2}^2 = Var(a_{2t})$ .

Estas expresiones nos muestran que la varianza del error de predicción aparece dividida en dos partes, es decir, la varianza se puede descomponer en dos partes. Una de ellas debida a un shock en las perturbaciones que ocurren en la variable  $y_t$  y la otra debido a un shock de las perturbaciones que ocurren en la variable  $x_t$ . Por ejemplo, la varianza del error de predicción a un periodo para la variable  $y_t$  se descompone en  $Var(e_{1t+1}) = \sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2$ . Por tanto, en nuestro caso, por ejemplo,  $\left[ \frac{\sigma_{e1}^2}{Var(e_{1t+m})} \right] * 100$  representaría el % de la varianza del error de predicción del crecimiento económico a un año atribuible a un shock en el propio crecimiento económico, mientras que el ratio,  $\left[ \frac{\sigma_{e2}^2}{Var(e_{1t+m})} \right] * 100$  representaría el % de dicho error atribuible a un shock en la inflación. Sin embargo, si la variable del crecimiento económico fuese prácticamente exógena respecto a la inflación, entonces, podría explicar casi el 100 % de la varianza de su error de predicción a cualquier horizonte de predicción.

En resumen, la descomposición de la varianza proporciona información sobre la importancia relativa que tiene cada perturbación del modelo en el error de predicción de cada una de las variables. En cambio, la función impulso-respuesta muestra el efecto de un cambio unitario en una de las variables sobre el comportamiento futuro de las demás variables del modelo.

### 3.4. Concepto de Cointegración. Test de Engle-Granger

En el punto 3.1 mencionamos que la modelación de las relaciones dinámicas entre dos (o más) variables dependerá de si las series son o no estacionarias. Para el caso de las variables estacionarias en el punto 3.3 hemos desarrollado el modelo VAR respectivo, pero en el caso de que nuestras series sean no estacionarias la modelación

dependerá de si las series están o no cointegradas. Por ello, en este punto introduciremos el concepto de cointegración y en los puntos siguientes se desarrollarán los respectivos modelos.

Aplicando primeras diferencias a las series no estacionarias, éstas pueden convertirse en estacionarias, pero este procedimiento podría generar otro problema y es que al diferenciar las series se puede perder la relación de equilibrio a largo plazo que pueda existir entre ellas.

Para no perder la relación a largo plazo entre dos variables el procedimiento alternativo es el análisis de cointegración propuesto por Granger (1981) y Engle y Granger (1987). Para entender mejor este concepto, supongamos que dos variables mantienen una relación de equilibrio a largo plazo de la siguiente forma:

$$y_t = \alpha_0 + \beta_1 x_t \quad (3.27)$$

Pero la relación de equilibrio en el corto plazo de la ecuación (3.27) no siempre se da y en varios casos el valor de  $y_t$  será diferente a los valores de  $\alpha_0 + \beta_1 x_t$ , entonces tendremos su diferencia como:

$$u_t = y_t - \alpha_0 - \beta_1 x_t \quad (3.28)$$

La ecuación (3.28) podemos interpretarla como la desviación del equilibrio en el instante  $t$ , y podemos reescribirlo como una regresión de la siguiente manera:

$$y_t = \alpha_0 + \beta_1 x_t + u_t \quad (3.29)$$

Si los residuos ( $u_t$ ) de la regresión (3.29) son estacionarias, es decir,  $I(0)$ , se dice que las series  $y_t$  y  $x_t$  están cointegrados, esto sugiere que la combinación lineal de ambas series es estacionaria, aunque las series,  $y_t$  y  $x_t$ , no sean estacionarias de manera individual.

Por ello, la cointegración se relaciona con el concepto de equilibrio de largo plazo debido a que este concepto en las series temporales se puede interpretar como la existencia de una relación de equilibrio entre ambas series y que la evolución de las series está sometida a una restricción a la que se llama relación de cointegración, como sostienen Granger (1981), Engle y Granger (1987) y Davidson y MacKinnon (1993). En este caso, es erróneo tratar con las primeras diferencias y modelizar la relación entre ellas, como veremos en la sección 3.5.2.

Pero si las dos series no están cointegradas, los residuos de la ecuación (3.29) no serán estacionarios y se tendrá que trabajar con las series en primeras diferencias.



Una primera prueba para saber si existe cointegración entre dos series es el test de Engle-Granger (1987). Esta prueba se basa en contrastar si los residuos de la ecuación (3.29) son estacionarios. La esencia de esta prueba es muy sencilla, si tenemos dos series  $y_t$  y  $x_t$  que están cointegradas, los residuos ( $u_t$ ) de esa relación deben ser estacionarios, es decir,  $I(0)$ . Si no están cointegradas, los residuos ( $u_t$ ) serán no estacionarios  $I(1)$ . Por tanto, las hipótesis a contrastar son las siguientes:

$$H_0: y_t, x_t \text{ no cointegradas} \Leftrightarrow H_0: u_t \text{ no estacionario}$$

$$H_1: y_t, x_t \text{ cointegradas} \Leftrightarrow H_1: u_t \text{ estacionario}$$

Para realizar este contraste se aplica el test de raíces unitarias de Dickey-Fuller (ADF), explicado en la sección 3.2.1, a los residuos estimados de la ecuación (3.29). Sin embargo, debe tomarse en cuenta que como  $u_t$  se basa en el parámetro de cointegración estimado  $\beta_1$ , los valores críticos habituales del Dickey-Fuller no son apropiados, por tanto, se emplea la tabla de valores críticos calculados por Engle y Granger (1987, p. 269-270) y que también fueron calculados por Mackinnon (1991).

No obstante, en los modelos VAR existe otra alternativa para contrastar la cointegración entre dos series, el contraste de cointegración de Johansen que explicaremos en el punto 3.5.3.

### 3.5. Modelo VAR para variables no estacionarias

En caso de que las series a analizar sean no estacionarios pero no estén cointegradas, se aplicarán diferencias para convertir las series en estacionarias y construir un modelo VAR para las primeras diferencias. Pero si las series son no estacionarias pero están cointegradas, se empleará el modelo VAR-VECM que incluye la relación de cointegración. Ambas modelizaciones se describen a continuación.

#### 3.5.1. Modelos VAR para variables no cointegradas

Para simplificar el análisis, vamos a considerar dos variables ( $y_t$  y  $x_t$ ) y un retardo, pero este modelo puede ser extendido como en el caso de los modelos VAR estacionarios.

Una vez aplicadas las primeras diferencias a las dos series tendremos las siguientes ecuaciones en su forma reducida:

$$\Delta y_t = c_1 + \phi_{11}\Delta y_{t-1} + \phi_{12}\Delta x_{t-1} + a_{1t} \quad (3.30)$$

$$\Delta x_t = c_2 + \phi_{21}\Delta x_{t-1} + \phi_{22}\Delta y_{t-1} + a_{2t} \quad (3.31)$$

En las ecuaciones (3.30) y (3.31) el operador  $\Delta$  hace referencia a las primeras diferencias, es decir, para el caso de  $y_t$  es  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ . La interpretación de los coeficientes es similar a los modelos VAR para series estacionarios, explicados en la sección 3.3.1. Además, las perturbaciones del modelo  $a_{1t}$  y  $a_{2t}$  cumplen las propiedades de ruido blanco (media cero, varianza constante e incorrelacionado con su pasado, y con el pasado de otras variables, es decir, no existe una correlación cruzada). Así mismo, la relación bidireccional entre  $\Delta y_t$  y  $\Delta x_t$  viene recogida por la covarianza entre las perturbaciones  $a_{1t}$  y  $a_{2t}$ .

Las ecuaciones (3.30) y (3.31) se pueden reescribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Para simplificar un poco más la representación matricial (3.32) podemos reescribir de la siguiente forma:

$$\Delta \mathbf{Y}_t = \mathbf{C} + \Phi \Delta \mathbf{Y}_{t-1} + \mathbf{a}_t, \quad (3.33)$$

donde  $\Delta \mathbf{Y}_t$  es un vector  $2 \times 1$  de las primeras diferencias de las variables del modelo  $\Delta \mathbf{Y}_t = [\Delta y_t, \Delta x_t]'$ ,  $\Phi$  es una matriz  $2 \times 2$  de parámetros que miden los efectos de cambios unitarios en  $\Delta \mathbf{Y}_{t-1}$  sobre  $\Delta \mathbf{Y}_t$ . Finalmente,  $\mathbf{a}_t$  es un vector  $2 \times 1$  de las perturbaciones del modelo  $\mathbf{a}_t = [a_{1t}, a_{2t}]'$  que cumplen los supuestos de ruido blanco (media cero, varianza constante e incorrelacionado con su pasado, y con el pasado de otras variables, es decir no existe una correlación cruzada). Por tanto, la ecuación (3.33) es un modelo VAR para las series en primeras diferencias, similar al descrito en la sección 3.3.1. Por tanto, todo lo que allí se explicó puede aplicarse a este modelo.

### 3.5.2. Modelos para variables cointegradas: representación VAR-VECM

Cuando las series analizadas son no estacionarias pero cointegradas se necesita un modelo VAR que incorpore la relación a largo plazo entre las variables de análisis.

El procedimiento en este caso se basa en el modelo VAR en primeras diferencias, explicado en el punto anterior (ecuación 3.33) más lo que se denomina el término de corrección de error (ECM) que admite la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} (\mathbf{y}_{t-1} - \boldsymbol{\alpha}_0 - \boldsymbol{\beta}_1 \mathbf{x}_{t-1}) + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

donde  $\omega_i(\mathbf{y}_{t-1} - \boldsymbol{\alpha}_0 - \boldsymbol{\beta}_1 \mathbf{x}_{t-1})$  ( $i = 1, 2$ ) es el término ECM.

La representación en la ecuación (3.34) nos indica que los valores actuales de las dos variables diferenciadas dependen de sus valores pasados y del término de corrección de error. El término ECM puede interpretarse como la desviación del equilibrio entre  $y_t$  y  $x_t$  en el instante  $(t - 1)$ . Por ejemplo, en el caso de que la variable  $x_t$  se encuentre por encima del equilibrio, es decir,  $(y_{t-1} < \alpha_0 - \beta_1 x_{t-1})$ , en el siguiente periodo la corrección de ese desequilibrio vendrá dada por el valor de  $\omega_i$ ; mediante esta corrección lo que se hace es intentar regresar a la estabilidad.

La representación matricial (3.34) puede reescribirse de las siguientes maneras:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 - \omega_1 \alpha_0 \\ c_2 - \omega_2 \alpha_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1 - \omega_1 \beta_1 \\ \omega_2 - \omega_2 \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\Delta Y_t = C^* + \Psi Y_{t-1} + \Phi \Delta Y_{t-1} + a_t \quad (3.36)$$

Llegamos a tener la misma expresión que el modelo VAR en primeras diferencias de la ecuación (3.33) con la única distinción del término  $\Psi Y_{t-1}$ , que recoge las variables originales sin diferenciar. Las propiedades de la matriz  $\Psi$  son muy importantes y nos indicará si dos variables están o no cointegradas dependiendo del rango de dicha matriz. Para verificar estas propiedades la prueba se basará en el contraste de cointegración de Johansen, que se explicará en el siguiente punto.

La estimación del modelo (3.34) se realiza en dos etapas. Primero, se estima la relación de equilibrio a largo plazo y se obtiene sus residuos estimados, es decir,  $\hat{u}_t$ . Segundo, se reemplaza en el modelo (3.34) el término de corrección de error por los residuos obtenidos en la primera etapa pero retardadas un periodo, es decir,  $\hat{u}_{t-1} = y_{t-1} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{t-1}$  y se estima mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO) las ecuaciones resultantes.

Pero de manera alterna, la ecuación (3.36) puede estimarse de manera conjunta en una sola etapa por el método de máxima verosimilitud (MV) bajo el supuesto de normalidad.

### 3.5.3. Contraste de cointegración de Johansen

En el modelo VAR-VECM expuesto en el punto anterior se puede determinar la existencia o no de cointegración entre  $y_t$  y  $x_t$ , mediante la metodología desarrollado por Johansen (1995).

Para contrastar la posible cointegración entre  $y_t$  y  $x_t$ , Johansen (1995), plantea un modelo como el de la ecuación (3.36). En dicha ecuación  $Y_t$  es un vector  $2 \times 1$  de variables integradas de primer orden  $I(1)$ ,  $\Psi$  es una matriz de parámetros  $2 \times r$  ( $r$  es el

número de relaciones de cointegración),  $\Phi$  es un vector  $2 \times 2$  de parámetros y  $\mathbf{a}_t$  es un vector  $2 \times 1$  de los errores que cumplen el supuesto de ruido blanco. El método de Johansen estima la matriz  $\Psi$  en forma restringida y se pueden presentar tres situaciones (denotaremos de aquí en adelante al rango de  $\Psi$  como  $\text{rang}(\Psi)$ ).

- Si  $\text{rang}(\Psi) = 0$  eso significa que las variables que componen el vector  $\mathbf{Y}_t$  no están cointegradas. Por tanto, el modelo de la ecuación (3.36) se reduce a un modelo VAR en primeras diferencias sin el término ECM de la ecuación (3.33).
- Si  $\text{rang}(\Psi) = 2$  eso significa que las variables del vector  $\mathbf{Y}_t$  son estacionarios, es decir,  $I(0)$ . Por tanto, el modelo VAR-VECM se reduce a un modelo VAR para series estacionarias de la ecuación (3.15).
- Si  $\text{rang}(\Psi) = 1$  significa que las variables del vector  $\mathbf{Y}_t$  son integradas de primer orden  $I(1)$  y están cointegradas.

Si tenemos más de dos variables, puede existir más de una relación de cointegración (véase Johansen (1995)).

Para poder determinar el rango de  $\Psi$  se estima el modelo de la ecuación (3.36) por el método de Máxima Verosimilitud (MV) y se realizan dos posibles contrastes: el contraste de la traza y el contraste del máximo autovalor.

En el **contraste de la traza** se prueban las siguientes hipótesis:

$$H_0: \text{rang}(\Psi) \leq r$$

$$H_1: \text{rang}(\Psi) > r$$

Es decir, bajo la hipótesis nula el vector de variables  $\mathbf{Y}_t$  tienen un máximo de  $r$  relaciones de cointegración, en el caso de dos variables  $r = 1$ , en cambio, bajo la hipótesis alternativa, el vector de variables tiene más de  $r$  relaciones de cointegración.

Para llevar a cabo este contraste Johansen deriva el siguiente estadístico:

$$LK_{tr}(r) = -T \sum_{i=r+1}^2 \ln(1 - \hat{\lambda}_i),$$

donde  $T$  es el número de observaciones y  $\hat{\lambda}_i$  son los autovalores de la matriz  $\Psi$  estimada por el método de Máxima Verosimilitud. La primera hipótesis a contrastar es  $H_0: r = 0$  (el vector de variables  $\mathbf{Y}_t$  no tiene ninguna relación de cointegración) frente a la hipótesis  $H_1: r = 1$  (el vector de variables  $\mathbf{Y}_t$  tiene una relación de cointegración). Este procedimiento se extiende cuando se quiere considerar que  $r = 1$ ,  $r = 2$  y así sucesivamente, de hecho, ésta es la esencia de esta prueba.

Para llevar a cabo el contraste del **máximo autovalor**, vamos a asumir que existe un determinado número de relaciones de cointegración ( $r$ ) bajo la hipótesis nula, en cambio, la hipótesis alternativa se considera que hay el número de relaciones de cointegración más uno, es decir, ( $r + 1$ ):

$$H_0: \text{rang}(\Psi) = r$$

$$H_1: \text{rang}(\Psi) = r + 1$$

Para llevar a cabo este contraste el estadístico que se emplea es el siguiente:

$$LK_{max}(m) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}),$$

donde  $T$  es el número de observaciones y  $\hat{\lambda}$  es el máximo autovalor correspondiente estimado para los valores  $r$ .

#### 4. APLICACIÓN EMPÍRICA: MODELO VAR PARA LA RELACIÓN ENTRE LA INFLACIÓN Y EL CRECIMIENTO ECONÓMICO

En el presente capítulo se presenta la aplicación empírica para analizar la relación entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia durante el periodo 1970-2013. En primer lugar, haremos una descripción de los datos empleados en el análisis. Posteriormente, presentaremos los resultados empíricos y las correspondientes pruebas que se llevaron a cabo.

##### 4.1. Descripción de datos

Para realizar el análisis de la relación entre la inflación y el crecimiento económico, empleamos series anuales para el periodo 1970-2013 que se obtuvieron de la base de datos del Banco Mundial (BM) y del Instituto Nacional de Estadística de Bolivia (INE). En la tabla 3 se presenta un resumen de las variables analizadas: Índice de Precios al Consumidor (IPC) y Producto Interno Bruto (PIB), que representan el nivel de precios y la producción respectivamente.

**Tabla 3. Variables utilizadas en el periodo 1970-2013**

| Variable   | Fuente                                  | Número de observaciones |
|--|---|-------------------------|
| Producto Interno Bruto a Precios Constantes (PIB Real) | Banco Mundial                           | 44                      |
| Índice de Precios al Consumidor (IPC)                  | Instituto Nacional de Estadística (INE) | 44                      |

Nota: Los datos del IPC son promedios anuales que se calcularon a partir de los datos mensuales que fueron reportados por el INE.

Tomando como referencia esta información, la tasa de variación de una variable  $y_t$  tradicionalmente se calcula como  $TV_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$ . Sin embargo, se puede demostrar que la diferencia de logaritmos de dicha variable,  $TV_t^* = \log(y_t) - \log(y_{t-1})$ , es aproximadamente igual a su tasa de variación ( $TV_t$ ) basándose en una expansión de Taylor y se tiene la siguiente representación:

$$TV_t^* = [\log(y_t) - \log(y_{t-1})] = \log\left[1 + \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}\right] \approx \left[\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}\right] = TV_t \quad (4.1)$$

Tornqvist *et al.* (1985) demuestran que la transformación logarítmica ( $TV_t^*$ ) es más apropiada para medir la variación relativa porque este indicador es simétrico, aditivo y normado de los cambios relativos. Además, según Green (2000) el uso de logaritmos en

las series económicas permite suavizar las observaciones y facilitar la interpretación de los resultados.

A partir de esta definición, en este trabajo se va a calcular la inflación, que mide la variación relativa en porcentaje de los precios, por la diferencia anual en porcentaje de los logaritmos del Índice de Precios al Consumidor (IPC), es decir:

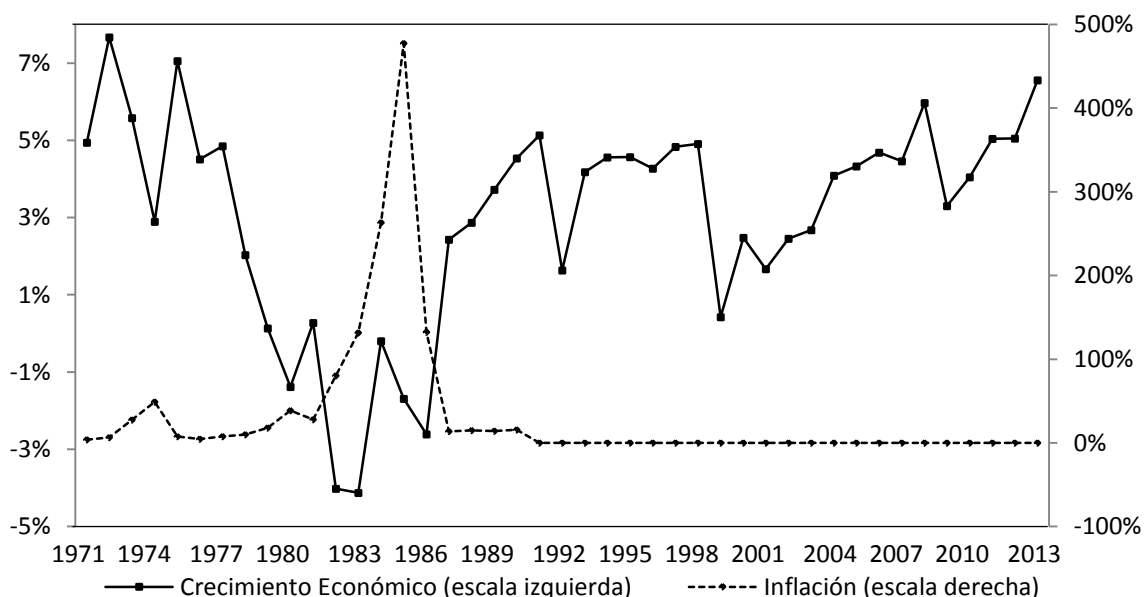
$$\pi_t = [\log(IPC_t) - \log(IPC_{t-1})] * 100 \tag{4.2}$$

Así mismo, se va a calcular el crecimiento económico, que mide la variación relativa en porcentaje de la producción interno bruta, como la diferencia anual en porcentaje de los logaritmos del Producto Interno Bruto (PIB):

$$y_t = [\log(PIB_t) - \log(PIB_{t-1})] * 100 \tag{4.3}$$

Una vez definidas nuestras variables de análisis, en el gráfico 3 se muestra la evolución del crecimiento económico ( $y_t$ ), representado en la escala izquierda, y de la inflación ( $\pi_t$ ), representada en la escala derecha, durante el periodo 1971-2013. Una primera impresión sobre el comportamiento de estas dos variables es la situación adversa que se vivió en la década de los años 80, periodo que fue marcado por una drástica caída en el crecimiento económico y una subida estrepitosa en la inflación, la cual se refleja perfectamente en la hiperinflación que se presenció el año 1985.

**Gráfico 3. Evolución del crecimiento económico y la inflación en Bolivia (1971-2013)**



El gráfico 3 nos proporciona además, una primera aproximación de la posible relación entre la inflación y el crecimiento económico, ya que parece existir un cierto *trade-off* entre estas dos variables. De hecho, parece que elevadas tasas de inflación

están asociadas con bajas tasas de crecimiento económico y bajas tasas de inflación asociadas con mayores tasas de crecimiento económico.

Posiblemente la caída en el crecimiento económico observada a partir de finales de los años 70, presionó a los responsables a implementar políticas monetarias expansivas con el propósito de reactivar la economía y cumplir con los compromisos de deuda que se habían adquirido. Sin embargo, este proceso expansivo significó un crecimiento desorbitante en la inflación, como se puede apreciar en el gráfico. A la vez, esta subida en la inflación profundizó aún más la caída del crecimiento económico. Posteriormente, a partir de la segunda mitad de los años 80, las tasas de inflación cayeron a niveles muy bajas, las cuales favorecieron, según se aprecia en el gráfico, al crecimiento económico. Por ello, parece que elevadas tasas de inflación están asociadas con menores tasas de crecimiento económico y bajas tasas de inflación están asociadas a mayores tasas de crecimiento económico, dando lugar a un posible *trade-off* entre estas dos variables, ya señalado en muchos de los artículos citados en el capítulo 2.

No obstante, se hace necesario analizar la evolución individual de estas dos variables de manera más detallada. Para el caso del crecimiento económico vamos a examinar en tres sub-periodos. El primer sub-periodo que comprende desde 1971 hasta 1985, etapa que fue marcada por la constante desaceleración de la economía debido entre otros aspectos a la caída en los precios de los principales productos (Minería e Hidrocarburos) que exportaba el país y que significaban el ingreso de divisas para Bolivia. Según Humérez y Mariscal (2005, p. 66), esta situación provocó que las tasas de interés subieran, hecho que generó una caída en las inversiones. Todos estos factores posiblemente afectaron en la caída del crecimiento económico.

A partir de este primer episodio, el segundo sub-periodo que comprende desde 1986 hasta 1998, se caracterizó inicialmente por un crecimiento económico muy débil a raíz de la profunda recesión registrada en periodos precedentes y con ciertos efectos que aún se sentían en la economía, una desaceleración de la inversión, sectores principales aún estancados y una caída del consumo (véase Humérez y Dorado (2006)). Posterior a este proceso, el crecimiento económico fue más moderado por las reformas estructurales implementadas que reactivaron las inversiones y el consumo.

Finalmente, el tercer sub-periodo que comprende desde 1999 hasta 2013, donde el crecimiento económico tuvo un nuevo repunte, favorecido por el sector petrolero, el incremento del consumo y un conjunto de políticas macroeconómicas expansivas, el cual se refleja claramente en el incremento del crecimiento económico.



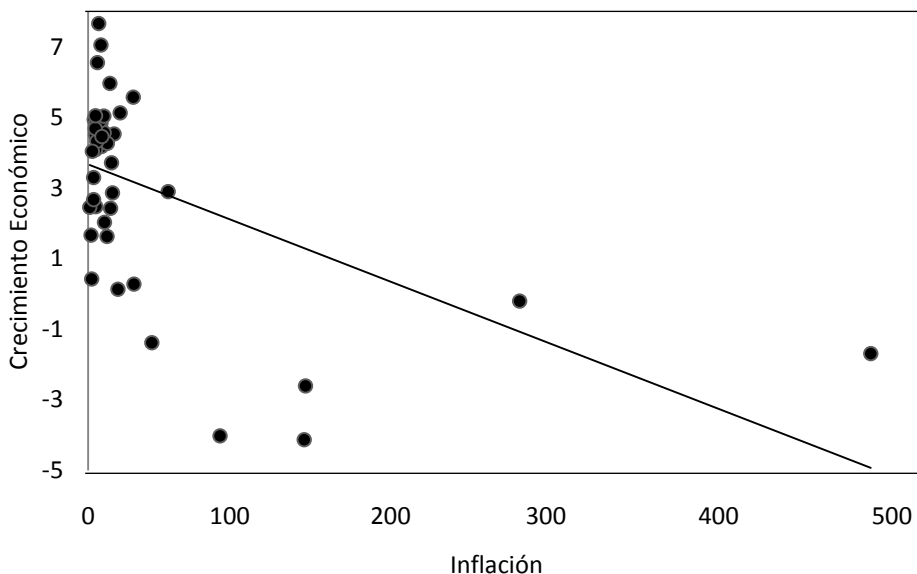
En el caso de la inflación el periodo más desfavorable fue en los años 80. Una economía basada en la exportación de materia prima sin valor agregado y la disminución en los precios de estos productos significó una reducción en los ingresos por parte del Estado, el cual conllevó a incrementar la deuda de manera estrepitosa. Por lo tanto, al reducir los ingresos e incrementar la deuda, la única manera de cumplir las obligaciones asumidas era emitir mayor cantidad de dinero en circulación y esto significó un incremento brutal en el nivel general de precios, que terminó con la hiperinflación del año 1985. Por ello, parece que la hiperinflación podría deberse más a un fenómeno monetario que real, impulsado por el banco central.

Después del periodo de la hiperinflación, se aplicaron un conjunto de políticas de estabilización que lograron reducir considerablemente la inflación. Una vez superada esta situación, el crecimiento del nivel de precios fue más controlado por el banco central y el resultado de ello es la inflación moderada que se observa en el gráfico 3, con desviaciones relativamente pequeñas debido fundamentalmente a shocks reales más que monetarios.

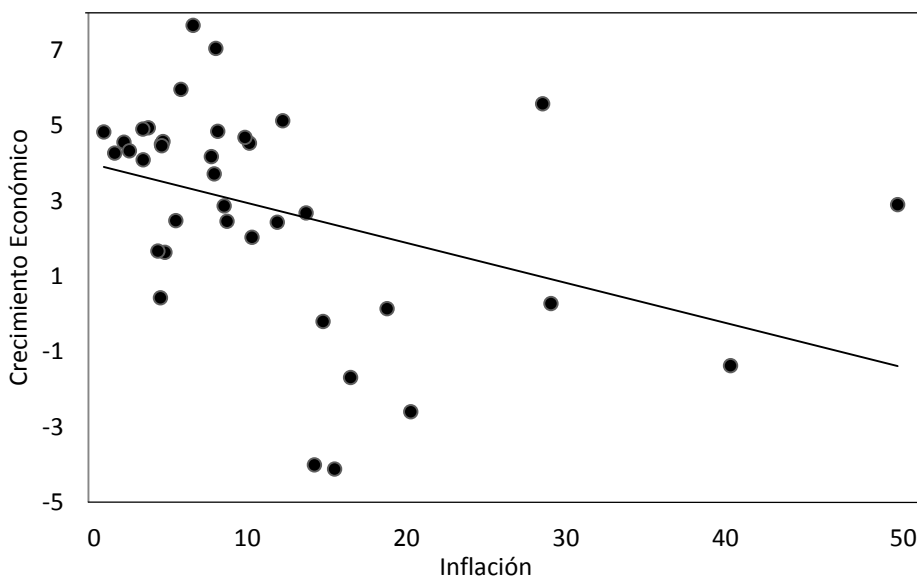
En el gráfico 4 se presenta una segunda aproximación a la relación entre la inflación y el crecimiento económico para el periodo de estudio. De acuerdo a los datos se puede observar una relación negativa entre estas dos variables con un coeficiente de correlación negativa del -0.55, es decir, una mayor tasa de inflación está asociada a un menor crecimiento económico y viceversa, una menor tasa de inflación está asociada con un mayor crecimiento económico.

Además, en el gráfico 5 se muestra el mismo gráfico de dispersión que el presentado en el gráfico anterior, pero suprimiendo las observaciones de los periodos de hiperinflación extrema porque consideramos que son eventos que ocurren únicamente en determinados periodos de tiempo. Por ello, creemos que esto nos podría permitir analizar si la relación negativa observada previamente se cumple cuando las observaciones presentan comportamientos más regulares.

**Gráfico 4. Relación entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia con periodos de hiperinflación extrema (1971-2013)**



**Gráfico 5. Relación entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia sin periodos de hiperinflación extrema (1971-1981, 1987-2013)**



De acuerdo al gráfico 5 se puede observar que persiste la relación negativa entre estas dos variables pero con un coeficiente de correlación negativa del -0.32 cuando no tomamos en cuenta los periodos de hiperinflación extrema. Esto nos sugiere que las tasas de inflación extremadamente altas son mucho más dañinas para el crecimiento económico que las tasas de inflación más regulares. Por tanto, este análisis corrobora lo que hemos venido explicando a partir del gráfico 3.

Sin embargo, el resultado de este primer análisis descriptivo no es el único, ni mucho menos definitivo, ya que la relación entre datos temporales requiere de un análisis econométrico más complejo que permita determinar posibles relaciones dinámicas, contemporáneas e intertemporales y tenga en cuenta la propia dinámica de cada variable.

En las siguientes secciones se presentan con detalle los análisis econométricos realizados para determinar la relación dinámica entre la inflación y el crecimiento económico.

Como ya discutimos en el capítulo 3, la metodología econométrica a emplear depende si nuestras variables son o no estacionarias, es decir, si las observaciones se mueven o no alrededor de una media y una varianza constante a lo largo del tiempo. Por ello, el primer análisis a realizar es la estacionariedad de nuestras variables. Para ello, aplicaremos el test de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) descrito en la sección 3.2.1 y las extensiones del mismo descritas en la sección 3.2.2 (considerando la presencia de cambios en el nivel y/o tendencia y/o datos atípicos). Posterior a este análisis estimaremos los modelos de Vectores Autorregresivos (VAR), presentaremos los resultados, el diagnóstico de los modelos, las funciones de Impulso-Respuesta y la descomposición de la varianza.

#### **4.2. Propiedades de estacionariedad de las variables**

Para examinar si nuestras series presentan raíces unitarias o no, aplicaremos en primer lugar el test ADF estándar que contrasta bajo la hipótesis nula que la serie no es estacionaria frente a la hipótesis alterna que la serie es estacionaria (según se explicó en la sección 3.2). Además de esta prueba, consideramos que es necesario extender este contraste incluyendo la presencia de cambios en el nivel y/o tendencia, o la presencia de datos atípicos en nuestras series. Para llevar a cabo este proceso seguimos la metodología propuesta por Perron (1989, 1997, 2005), Perron y Vogelsang (1992, 1993), Zivot y Andrews (1992) y Vogelsang (1997), descrita en la sección 3.2.2.

En la tabla 4 se presentan los resultados de estos contrastes. En la primera columna se muestran los valores del estadístico  $t_\alpha$  y los valores críticos al 5% de nivel de significancia para el caso del test ADF estándar. Los resultados nos indican que para el caso de la inflación no se rechazaría la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de nivel de significancia. En cambio, para el caso del crecimiento económico, se rechazaría la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de nivel de significancia. Por tanto, si nos basáramos

solo en este contraste diríamos que la inflación es no estacionario I(1) y el crecimiento económico resultaría ser estacionario I(0).

**Tabla 4. Test de raíces unitarias**

| Variable                 | Dickey-Fuller<br>Aumentado<br>(ADF) | Perron<br>(1989)             | Perron y<br>Vogelsang<br>(1992, 1993) | Zivot y<br>Andrews<br>(1992) | Perron<br>(1997) | Vogelsang<br>(1997) |
|--------------------------|-------------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|------------------------------|------------------|---------------------|
|                          |                                     | Modelo<br>Outlier<br>Aditivo | Modelo Outlier<br>Innovativo          |                              |                  |                     |
|                          | $T\alpha$                           | $T\alpha$                    | $T\alpha$                             | $t\alpha$                    | $t\alpha$        | $T\alpha$           |
| Inflación                | -3.043                              | -6.716*                      | -10.32*                               | -5.10*                       | -10.86*          | -7.764*             |
| Crecimiento<br>Económico | -3.602*                             | -5.398*                      | -4.440*                               | -5.905*                      | -5.923*          | -2.199              |
| Valores<br>Críticos 5%   | -3.41                               | -4.17 (a)<br>-4.22 (b)       | -4.17 (a)<br>-4.22 (b)                | -5.08                        | -5.59            | -2.935              |

Nota: \* denota rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de nivel de significancia. (a) valor crítico para la inflación y (b) valor crítico para el crecimiento económico al 5% de nivel de significancia correspondiente; véase la explicación de estos valores en el texto.

No obstante, como ya discutimos en la sección 3.2.2, Perron (1989) y Vogelsang (1997) cuestionan la fiabilidad del ADF estándar cuando éste se aplica a series económicas con cambios de nivel y/o tendencia o con datos atípicos. Es más, Perron (1989) y Vogelsang (1997) demostraron que en estos casos existe alta probabilidad de que el test ADF estándar no rechace erróneamente la hipótesis nula de no estacionariedad, incluso si la serie podría comportarse como una serie estacionaria con cambios en su nivel y/o tendencia o datos atípicos. De hecho, eso es lo que puede estar ocurriendo en nuestro caso con la serie de la inflación.

Si analizamos nuestras series mostradas en el gráfico 3, parece que presentan cambios de nivel y/o pendiente y posiblemente algún dato atípico como puede ser la hiperinflación del año 1985. Por tanto, consideramos que los resultados del test ADF estándar no son del todo fiables, y es necesario incluir en el análisis estos cambios y los posibles datos atípicos. Esta forma de abordar el análisis de estacionariedad también fue aplicada por Gillman y Nakov (2004). Por esta razón hemos llevado a cabo 5 pruebas adicionales, descritas en la sección 3.2.2, para comprobar la estacionariedad en nuestras series y validar los resultados. En cada uno de los casos hemos considerado la presencia de un cambio en el nivel y/o la pendiente o un dato atípico. Además, la fecha en la que ocurrió este cambio no necesariamente coincide en ambas variables, es decir, el año determinado donde ocurrió el cambio en el crecimiento económico no necesariamente tiene que ser el mismo año para el caso de la inflación, de hecho, no lo es.

La información contenida en las columnas 2 y 3 de la tabla 4 muestran los resultados de los procedimientos propuestos por Perron (1989) y Perron y Vogelsang (1992, 1993), respectivamente. En las columnas 4 y 5 se presentan los resultados del test ADF con cambio estructural propuestas por Zivot y Andrews (1992) y Perron (1997) respectivamente, y en la columna 6 se muestra el resultado del test ADF en presencia de datos atípicos propuesta por Vogelsang (1997), según se describieron en la sección 3.2.2. En cada caso se presenta en la fila de abajo el valor crítico al 5% de nivel de significancia correspondiente. En el caso particular del contraste de raíces unitarias para el modelo de outlier aditivo propuesto por Perron (1989), los valores críticos asintóticos dependen del instante en el cuál ocurren dichos cambios, siendo diferentes en función de que el cambio se produzca al inicio, en el medio o al final del periodo muestral. Es por ello que, en nuestro caso, los valores críticos asintóticos para las dos variables no son los mismos. Así mismo, los valores críticos de Zivot y Andrews (1992) y Vogelsang (1997) que hemos empleado son los de la distribución asintótica. Sin embargo, Perron (1997) calcula estos valores críticos para muestras finitas, en ese caso empleamos los valores para el tamaño muestral de 70 observaciones (véase tabla 2).

De acuerdo a los resultados presentados para el crecimiento económico todos los contrastes extendidos del test ADF estándar con cambio estructural rechazan la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de nivel de significancia. Sin embargo, el resultado en presencia de dato atípico no rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de nivel de significancia. Este resultado es razonable porque en el gráfico 3 se puede apreciar cierto cambio en el nivel y la tendencia pero no la presencia de datos atípicos. Por ello, consideramos que el crecimiento económico se describe mejor como una variable estacionaria con la presencia de cambio en el nivel y/o la tendencia.

En cambio, para la inflación todos los contrastes extendidos del test ADF estándar rechazan la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de nivel de significancia. No obstante, en este caso, consideramos que la inflación se describe de una mejor manera como una serie estacionaria con la presencia de datos atípicos, observados en el periodo de la hiperinflación (véase gráfico 3), y por tanto, contraste más apropiado es el de la última columna de la tabla 4, correspondiente a la propuesta de Vogelseang (1997) para series con presencia de atípicos. En cualquier caso, se concluye que la serie es  $I(0)$ .

Por consiguiente, para conocer la relación dinámica entre la inflación y el crecimiento económico estimaremos modelos VAR para variables estacionarias, incluyendo en su caso, las correspondientes variables ficticias que recogen los posibles cambios comentados previamente.

### 4.3. Estimación de modelos VAR

Hemos considerado adecuado estimar en primer lugar, un modelo VAR estacionario sin incluir variables ficticias para los posibles datos anómalos que puedan diferir sustancialmente del proceso generador de los datos, y después, realizar una estimación que incluya la presencia de variables ficticias para los posibles datos anómalos. El objetivo de llevar a cabo estas estimaciones, es realizar una comparación entre ambos resultados y verificar si la presencia de las variables ficticias podría afectar a la relación entre la inflación y el crecimiento económico y a las propiedades del modelo como sugieren Chow (1960) y Quandt (1960).

En ese sentido, un aspecto muy importante en los modelos VAR es considerar la cantidad de retardos que deben incluirse en el análisis (véase Brandt y Williams (2007, p. 24)). En la tabla 5 se presenta un resumen de los resultados. De acuerdo a los criterios de información de Akaike (AIC) y Schwarz (SIC), el modelo VAR debe incluir solo 2 retardos, en consecuencia, estimaremos un modelo VAR de segundo orden.

**Tabla 5. Criterios de selección de retardos para el modelo VAR1**

| Retardo | LogL    | AIC    | SC     |
|---------|---------|--------|--------|
| 0       | -317.00 | 16.36  | 16.44  |
| 1       | -296.14 | 15.49  | 15.75  |
| 2       | -284.72 | 15.11* | 15.54* |
| 3       | -283.58 | 15.26  | 15.86  |
| 4       | -282.03 | 15.39  | 16.15  |

Nota: \* indica el número de retardos seleccionados por el criterio de Akaike (AIC) y Schwarz (SIC).

Por tanto, el primer modelo VAR estacionario que estimamos es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \sum_{p=1}^2 \begin{bmatrix} \phi_{11}^p & \phi_{12}^p \\ \phi_{21}^p & \phi_{22}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-p} \\ \pi_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

donde  $y_t$  denota el crecimiento económico,  $\pi_t$  denota a la inflación,  $\phi_{ij}^p$  ( $i=1, 2$  y  $j=1, 2$ ) son los parámetros del modelo y  $a_{it}$  son las perturbaciones del modelo que cumplen el supuesto de ruido blanco, es decir, media cero, varianza constante e incorrelacionado con su pasado y con el pasado de las variables del modelo (como se explicó en la sección 3.3). Alternativamente, el modelo (4.4) puede escribirse con una ecuación para cada variable de la forma:

$$y_t = c_1 + \phi_{11}^1 y_{t-1} + \phi_{11}^2 y_{t-2} + \phi_{12}^2 \pi_{t-1} + \phi_{12}^2 \pi_{t-2} + a_{1t}$$

$$\pi_t = c_2 + \phi_{21}^1 y_{t-1} + \phi_{21}^2 y_{t-2} + \phi_{22}^2 \pi_{t-1} + \phi_{22}^2 \pi_{t-2} + a_{2t}$$

En la tabla 6 se presentan los resultados de la estimación del modelo (que denotaremos VAR1). Esta tabla incluye los coeficientes estimados de cada variable en cada ecuación, además de los valores del estadístico t para contrastar la significancia individual de cada uno de los coeficientes del modelo y algunos estadísticos para analizar la bondad del ajuste.

**Tabla 6. Estimación del modelo VAR1**

| Ecuación                           | $y_t$   | $\pi_t$ |
|------------------------------------|---------|---------|
| C                                  | 0.65    | 74.75   |
| [ t- statistic]                    | [ 1.05] | [ 4.06] |
| $y_{t-1}$                          | 0.54*   | -0.35   |
| [ t- statistic]                    | [ 3.46] | [-0.07] |
| $y_{t-2}$                          | 0.23    | -15.79* |
| [ t- statistic]                    | [ 1.46] | [-3.42] |
| $\pi_{t-1}$                        | -0.01*  | 0.65*   |
| [ t- statistic]                    | [-2.09] | [ 4.64] |
| $\pi_{t-2}$                        | 0.01*   | -0.42*  |
| [ t- statistic]                    | [ 2.18] | [-2.99] |
| R-squared                          | 0.59    | 0.63    |
| Adj. R-squared                     | 0.55    | 0.59    |
| F-statistic                        | 13.13   | 15.48   |
| Log likelihood                     | -80.55  | -219.59 |
| Akaike AIC                         | 4.17    | 10.96   |
| Schwarz SC                         | 4.38    | 11.16   |
| Deter. resid covariance (dof adj.) | 10140   |         |
| Deter. resid covariance            | 7818    |         |
| Log likelihood                     | -300    |         |
| Akaike information criterion       | 15.13   |         |
| Schwarz criterion                  | 15.55   |         |

Nota: \* denota que la variable es estadísticamente significativa al 5%.

Los resultados de esta tabla muestran que en la ecuación estimada para el crecimiento económico ( $y_t$ ) la inflación retardada un periodo ( $\pi_{t-1}$ ) es estadísticamente significativa al 5% de nivel de significancia con un coeficiente negativo, como era de esperar (véase el capítulo 2). Sin embargo, la inflación retardada dos periodos ( $\pi_{t-2}$ ) también es estadísticamente significativa al 5% pero tiene un coeficiente positivo. Este resultado parece contra intuitivo y requerirá un análisis más profundo que está fuera del alcance de este trabajo. Quizá podría estar ocurriendo que los valores críticos utilizados, correspondientes a la distribución asintótica del estadístico  $t$ , no sean los más apropiados en este caso, porque el tamaño de la muestra en nuestro caso es de 43 observaciones, por tanto, a lo mejor si conociéramos los valores críticos para muestras finitas la inflación retardada dos periodos dejaría de ser estadísticamente significativa, porque teóricamente los valores críticos tenderán a ser más grandes. Por ejemplo, en el caso del test ADF con

cambios en la tendencia, Perron y Vogelsang (1992, 1993) y Perron (1997), calcularon los valores críticos para muestras finitas para contrastar la presencia de raíz unitaria y demostraron que estos valores, mientras el tamaño de la muestra sea más pequeño, tienden a ser más grandes.

Además de este resultado, la ecuación estimada para el crecimiento económico ( $y_t$ ) indica también que la propia variable retardada un periodo ( $y_{t-1}$ ) es estadísticamente significativo al 5% de nivel de significancia con coeficiente positivo, en cambio, la propia variable retardada dos periodos ( $y_{t-2}$ ) no es estadísticamente significativa. Por tanto, un incremento en el crecimiento económico provocaría un mayor crecimiento en el siguiente periodo.

Respecto al resultado en la ecuación estimada para la inflación ( $\pi_t$ ), el crecimiento económico retardado un periodo ( $y_{t-1}$ ) no es estadísticamente significativo pero su segundo retardo ( $y_{t-2}$ ) si es estadísticamente significativo al 5% de nivel de significancia con un coeficiente negativo. Por tanto, un incremento en el crecimiento económico reduciría la inflación dos años después.

Por su parte, la ecuación estimada para la inflación ( $\pi_t$ ) muestra también que la propia variable retardada un periodo ( $\pi_{t-1}$ ) es estadísticamente significativa al 5% de nivel de significancia con un coeficiente positivo pero la propia inflación retardada dos periodos ( $\pi_{t-2}$ ) tiene un coeficiente negativo que también es estadísticamente significativa. Por tanto, al parecer un incremento en la inflación conduciría a una mayor inflación en el periodo siguiente, sin embargo, este efecto en el subsiguiente periodo se revertiría.

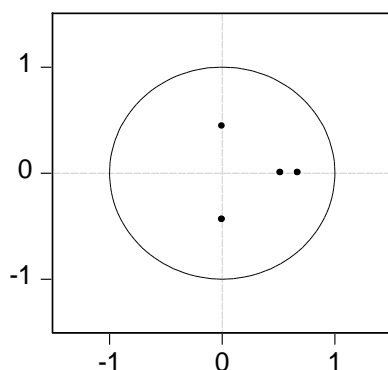
Una vez analizada la relación dinámica entre nuestras variables también nos interesa analizar la relación contemporánea entre la inflación y el crecimiento económico, esta relación viene recogida mediante la correlación contemporánea entre los residuos de ambas ecuaciones, que es -0.03, indicando que esta relación contemporánea es muy débil y negativa.

No obstante, la validez de todas estas conclusiones está sujeta al diagnóstico del modelo estimado, cuyos residuos deben cumplir los supuestos de ruido blanco (según se explicó en la sección 3.3); además, vamos a verificar si cumple la condición de estacionariedad.

En el gráfico 6 se puede observar que los valores de las raíces del polinomio autorregresivo del modelo VAR están dentro el círculo unidad. Por tanto, parece verificar que el modelo estimado satisface la condición de estacionariedad.

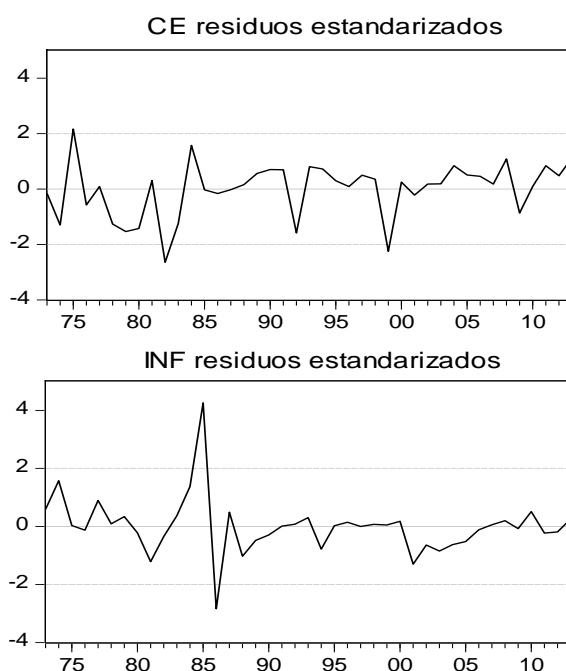


**Gráfico 6. Raíces inversas del polinomio del modelo VAR1**



El gráfico 7 muestra los residuos estandarizados del modelo, que nos sugiere que éstos no tienen el mismo comportamiento en ambas ecuaciones. Para el caso de la ecuación del crecimiento económico (CE) los residuos, presentados en el panel superior, parecen tener una conducta estacionaria con un comportamiento más o menos estable alrededor de una media y una variación más o menos constante. Sin embargo, para el caso de la ecuación de la inflación (INF), cuyos residuos se presentan en el panel inferior, existen algunos residuos anómalos que son extremadamente grandes con valores superiores a 4 desviaciones típicas en las observaciones en torno a 1985. Por tanto, consideramos necesario llevar a cabo un análisis de intervención incluyendo en el modelo variables ficticias tipo impulso para recoger estos efectos.

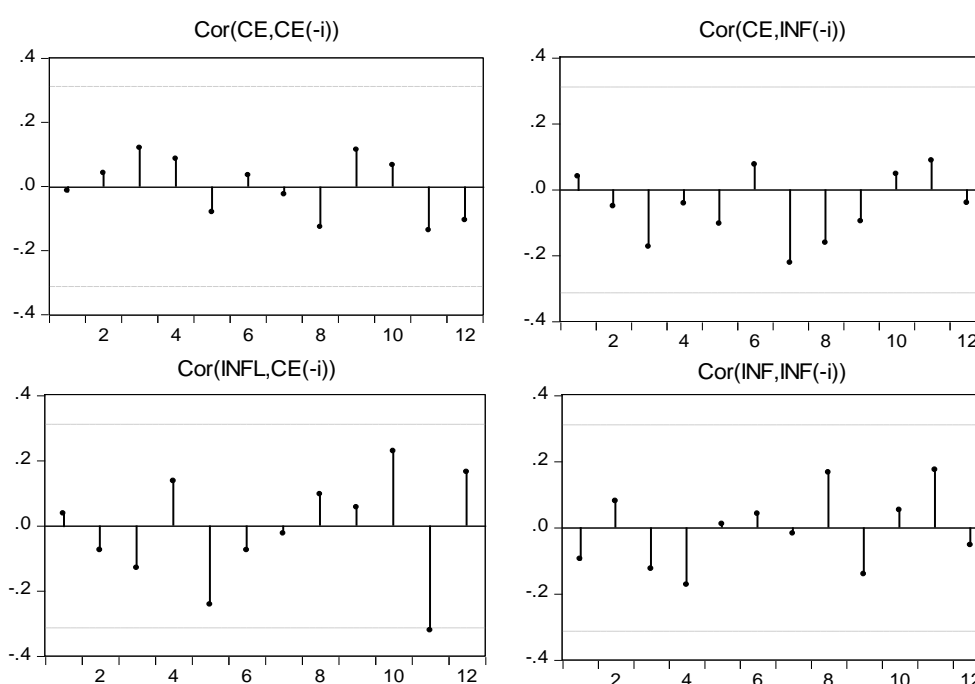
**Gráfico 7. Residuos estandarizados de cada ecuación del modelo VAR1**



Nota: CE denota el crecimiento económico y INF denota la inflación.

Finalmente, en el gráfico 8 se muestra el correlograma de los residuos del modelo, donde se observa que la gran mayoría de las autocorrelaciones de ambas ecuaciones están dentro de las bandas de confianza al 95% de significancia. En cada ecuación, los residuos no están autocorrelacionados y tampoco existe autocorrelación cruzada entre ellas (esto se muestra en el panel inferior izquierdo y en el panel superior derecho) cumpliéndose en este sentido el supuesto de ruido blanco. Por tanto, no parece necesario incluir más retardos en el modelo.

**Gráfico 8. Correlograma de los residuos del modelo VAR1**



Nota: CE denota el crecimiento económico y INF denota la inflación.

De acuerdo con el diagnóstico llevado a cabo, vemos necesario intervenir en el modelo incluyendo variables ficticias que recojan los cambios ocurridos en los años 80 que se observan en el gráfico 3, cambios que no han sido recogidos en la primera estimación y que se han revelado necesarios en el análisis de los residuos. Por ello, la segunda estimación del modelo VAR estacionario incluirá variables ficticias tipo impulso para diferentes años. Este tipo de variables ficticias recogerán los eventos que ocurrieron en un instante específico del tiempo, por tanto, no son observables en todos los momentos de la trayectoria temporal de la serie. Según Peña (2010, p. 352), el efecto de un impulso generalmente es transitorio y desaparece en muy corto tiempo, aunque existe la posibilidad de repercutir en varios periodos posteriores a su ocurrencia.

Para determinar los periodos que deben ser incluidos de forma específica en nuestro modelo final, hemos utilizado, por una parte, la información a priori de nuestros datos y por otro lado, hemos realizado varias estimaciones de distintos modelos con diferentes variables ficticias asociadas a diferentes periodos. Posterior a esta batería de procedimientos, utilizamos los criterios de información de Akaike (AIC) y Schwarz (SC) para seleccionar el mejor modelo entre todos los estimados, realizando siempre un diagnóstico de cada uno de ellos, para garantizar que los residuos cumplan el supuesto de ruido blanco.

En ese sentido, hemos identificado hasta 6 periodos en los que los modelos dieron residuos atípicos o anómalos y que ocurrieron en los años 1982, 1983, 1984, 1985, 1986 y 1999. Sin embargo, para evitar la sobre-parametrización del modelo y con la ayuda de los criterios de Akaike (AIC) y Schwarz (SC) sólo hemos incluido como parte del modelo final 4 variables ficticias para recoger los valores extremos observados en 1982, 1983, 1984 y 1985.

Por tanto, el segundo modelo VAR estacionario que estimamos es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^3 \begin{bmatrix} \delta_1^k \\ \delta_2^k \end{bmatrix} D_{h+k} + \sum_{p=1}^2 \begin{bmatrix} \phi_{11}^p & \phi_{12}^p \\ \phi_{21}^p & \phi_{22}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-p} \\ \pi_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

donde  $h= 1982$  y  $D_{h+k}$  es una variable ficticia tipo impulso definida como:

$$D_{h+k} = \begin{cases} 1 & \text{si } t = h + k \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

En la tabla 7 se presentan los resultados de la estimación del modelo de la ecuación (4.6), que denotaremos VAR2.

De acuerdo a los resultados presentados, en la ecuación del crecimiento económico ( $y_t$ ) la inflación retardada un periodo ( $\pi_{t-1}$ ) tiene un coeficiente negativo que es estadísticamente significativo al 5% de nivel de significancia. En cambio, la inflación retardada dos periodos tiene un coeficiente positivo pero que no es estadísticamente significativo al 5% de nivel de significancia. Este hecho significaría que un incremento en la inflación reduciría el crecimiento económico en el periodo siguiente, resultado que va muy acorde con la teoría económica descrita en el capítulo 2 y con las evidencias empíricas halladas por Gillman y Nakov (2004), Fackler y McMillin (2006), Ivanodik y López (2012), Ibarra y Trupkin (2011a, 2011b), Bittencourt (2010, 2012). Por tanto, este resultado es una evidencia del impacto negativo que genera la inflación sobre el crecimiento económico.

Tabla 7. Estimación del modelo VAR2

| Ecuación                           | $y_t$   | $\pi_t$  |
|------------------------------------|---------|----------|
| C                                  | 1.34    | 8.91     |
| [ t- statistic]                    | [ 1.72] | [ 1.91]  |
| D1982                              | -5.28*  | 65.98*   |
| [ t- statistic]                    | [-2.89] | [ 6.04]  |
| D1983                              | -3.03   | 100.17*  |
| [ t- statistic]                    | [-1.51] | [ 8.34]  |
| D1984                              | 1.78    | 220.19*  |
| [ t- statistic]                    | [ 0.85] | [ 17.62] |
| D1985                              | -0.45   | 399.14*  |
| [ t- statistic]                    | [-0.21] | [ 31.51] |
| $y_{t-1}$                          | 0.45*   | -0.11    |
| [ t- statistic]                    | [ 2.74] | [-0.11]  |
| $y_{t-2}$                          | 0.17    | 0.06     |
| [ t- statistic]                    | [ 0.99] | [ 0.06]  |
| $\pi_{t-1}$                        | -0.01*  | 0.30*    |
| [ t- statistic]                    | [-2.39] | [ 10.77] |
| $\pi_{t-2}$                        | 0.01    | -0.07*   |
| [ t- statistic]                    | [ 1.79] | [-2.46]  |
| R-squared                          | 0.71    | 0.99     |
| Adj. R-squared                     | 0.64    | 0.99     |
| F-statistic                        | 9.93    | 375.4    |
| Log likelihood                     | -73.42  | -146.8   |
| Akaike AIC                         | 4.02    | 7.60     |
| Schwarz SC                         | 4.40    | 7.97     |
| Deter. resid covariance (dof adj.) |         | 230      |
| Deter. resid covariance            |         | 140      |
| Log likelihood                     |         | -218     |
| Akaike information criterion       |         | 11.50    |
| Schwarz criterion                  |         | 12.25    |

Nota: \* denota que la variable es estadísticamente significativa al 5%.  $y$  denota el crecimiento económico y  $\pi$  denota la inflación. Los resultados contemplan dos retardos de acuerdo a los criterios de Akaike (AIC) y Schwarz (SIC), el término constante y las variables ficticias.

Para complementar estos resultados, la tabla 8 presenta los resultados del test de causalidad de Granger. De acuerdo al resultado presentado en esta tabla existe una fuerte evidencia de que la inflación causa en el sentido de Granger al crecimiento económico al 5% de nivel de significancia, porque tiene un  $p$ -valor menos del 0.05.

**Tabla 8. Test de causalidad de Granger**

|                       |   |                       |         | Longitud de retardos en el VAR |      |      |
|-----------------------|---|-----------------------|---------|--------------------------------|------|------|
|                       |   |                       |         | 2                              | 3    | 4    |
| Inflación             | → | Crecimiento Económico | p-value | 0.04*                          | 0.12 | 0.22 |
| Crecimiento Económico | → | Inflación             | p-value | 0.99                           | 0.65 | 0.30 |

Nota: \* denota que la no causalidad de Granger es rechazada al 5% cuando el p-valor es menor que 0.05.

Además de este resultado, el análisis de la ecuación estimada para el crecimiento económico ( $y_t$ ) nos indica que la propia variable retardada en un periodo ( $y_{t-1}$ ) tiene un coeficiente positivo que es estadísticamente significativo al 5% de nivel de significancia. Sin embargo, su propio retardado en dos periodos ( $y_{t-2}$ ) no es estadísticamente significativo. Por tanto, podemos señalar que un incremento en el crecimiento económico podría conducir a un mayor crecimiento en el año siguiente.

Por otro lado, el resultado para la ecuación estimada para la inflación ( $\pi_t$ ) nos sugiere que el crecimiento económico retardado un periodo ( $y_{t-1}$ ) y dos periodos ( $y_{t-2}$ ) no son estadísticamente significativos a ningún nivel de significancia. Por tanto, cambios en el crecimiento económico parecen no tener ningún efecto sobre la inflación en los siguientes periodos. De hecho, este resultado también se puede verificar mediante el test de causalidad de Granger presentado en la tabla 8, que indica que el crecimiento económico no causa en el sentido de Granger a la inflación al 5% de nivel de significancia. Gillman y Nakov (2004), también han encontrado evidencia empírica de este mismo resultado para el caso de Hungría. Por tanto, posiblemente los efectos del crecimiento económico no se transmiten directamente sobre la inflación, sino que existe la posibilidad de otros mecanismos de transmisión.

Así mismo, la ecuación estimada para el caso de la inflación ( $\pi_t$ ) nos sugiere que la propia variable retardada un periodo ( $\pi_{t-1}$ ) tiene un coeficiente positivo que es estadísticamente significativo al 5% de nivel de significancia. En cambio, la inflación retardada dos periodos ( $\pi_{t-2}$ ) tiene un coeficiente negativo que también es estadísticamente significativo. Por tanto, podemos decir que un incremento en la inflación podría conducir a una mayor inflación en el siguiente año pero este efecto en el subsiguiente año se revertiría.

Finalmente, como era de esperar todos los coeficientes de las variables ficticias son estadísticamente significativos en la ecuación de la inflación ( $\pi_t$ ). Sin embargo, estas variables para la ecuación del crecimiento económico ( $y_t$ ) no son significativas a

excepción del impulso ocurrido en el año 1982, año que coincide con la caída del crecimiento económico observada en el gráfico 3.

Una vez analizada la relación dinámica entre nuestras variables también nos interesa analizar la relación contemporánea entre la inflación y el crecimiento económico. Esta relación viene recogida mediante la correlación contemporánea entre los residuos de ambas ecuaciones, que toma un valor negativo de -0.34. Esto significa que una mayor tasa de inflación está asociada a un menor crecimiento económico, y viceversa, una tasa de inflación baja está asociada a un mayor crecimiento económico.

Además, si comparamos los resultados de los dos modelos estimados, recogidos en las tablas 6 y 7, podemos observar que el coeficiente de determinación ajustado (*Adj. R-squared*) han aumentado en este segundo modelo (Tabla 7) respecto al modelo anterior (Tabla 6). Así mismo, la verosimilitud del modelo global y de cada una de las ecuaciones del modelo VAR2 (Tabla 7) han aumentado en relación con el modelo VAR1 anterior (Tabla 6). En consecuencia, los valores de los criterios de Akaike y Schwarz del modelo VAR2 (Tabla 7) han disminuido en relación con el modelo precedente (Tabla 6). Por tanto, parece evidente que este segundo modelo VAR2 se ajusta de mejor manera a los datos que el modelo anterior VAR1.

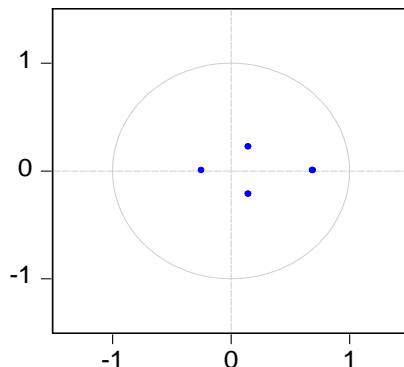
Sin embargo, como dijimos antes, todas estas conclusiones solo tendrán validez si el modelo está bien especificado, para lo cual realizaremos el correspondiente diagnóstico y validación del modelo estimado, cuyos residuos deben cumplir ciertos supuestos que fueron explicados en la sección 3.3. Por ello, llevaremos a cabo un análisis de los residuos del modelo para ver si son o no ruido blanco y si verifican la condición de estacionariedad.

En el gráfico 9 se puede observar que los valores de las raíces del polinomio del modelo VAR están dentro el círculo unidad. Por tanto, el modelo estimado satisface la condición de estacionariedad.

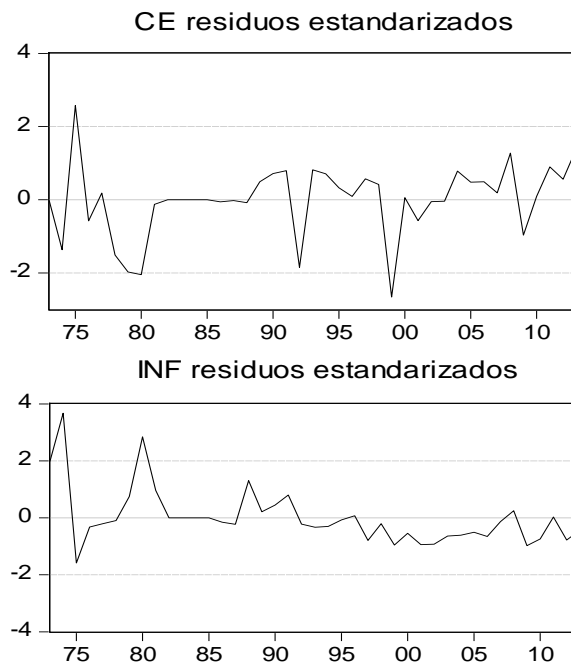
El análisis del gráfico 10 nos sugiere que los residuos estandarizados de cada una de las ecuaciones parecen estacionarios en consonancia con el resultado del modelo anterior, y no hay ningún valor extremadamente anómalo como era de esperar, aunque algunos valores salen aleatoriamente de las bandas de confianza al 95% pero no hay evidencia para rechazar la hipótesis de que las series sean ruido blanco. Por tanto, la inclusión de las variables ficticias en el modelo fueron necesarias, de hecho, si nos fijamos en los residuos para el caso de la ecuación de la inflación presentada en el panel

inferior, se puede observar que ya no existen residuos anómalos que sean extremadamente grandes.

**Gráfico 9. Raíces del polinomio característico del modelo VAR2**



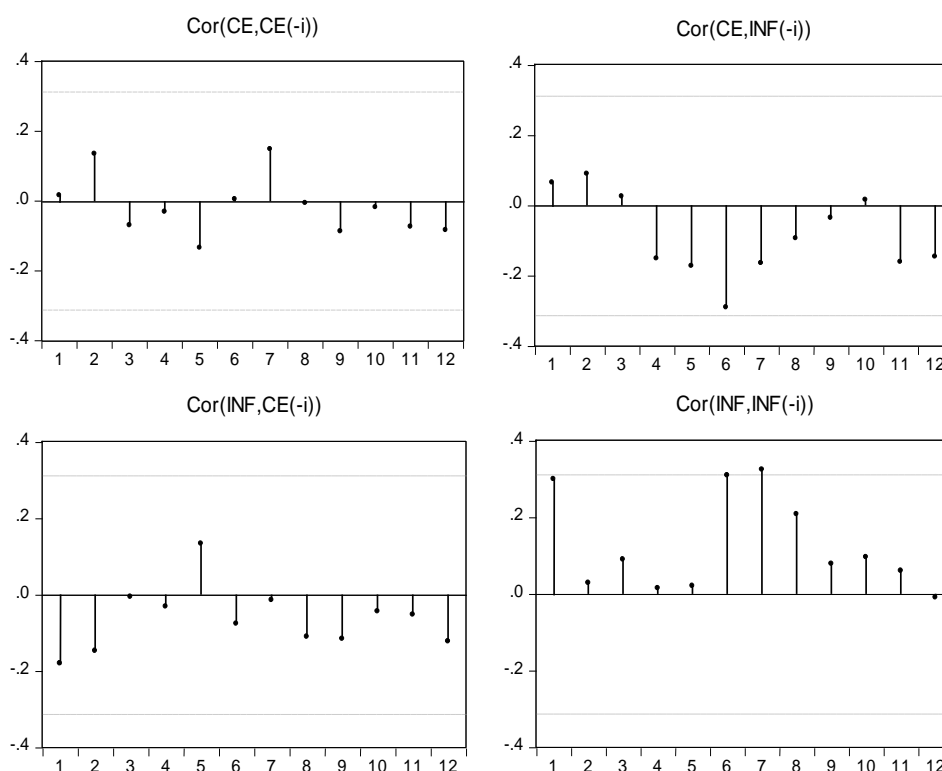
**Gráfico 10. Residuos estandarizados de las ecuaciones del modelo VAR2**



Nota: CE denota el crecimiento económico y INF denota la inflación.

Finalmente, el análisis del correlograma de los residuos presentado en el gráfico 11 muestra que prácticamente todas las autocorrelaciones de ambas ecuaciones está dentro de las bandas de confianza al 95% de significancia. En cada ecuación los residuos no están autocorrelacionados y tampoco existe autocorrelación cruzada entre ellas, (esto se muestra en el panel inferior izquierdo y en el panel superior derecho), cumpliéndose de esta manera el supuesto de ruido blanco.

**Gráfico 11. Residuos de las ecuaciones del modelo VAR2**



Nota: CE denota el crecimiento económico y INF denota la inflación

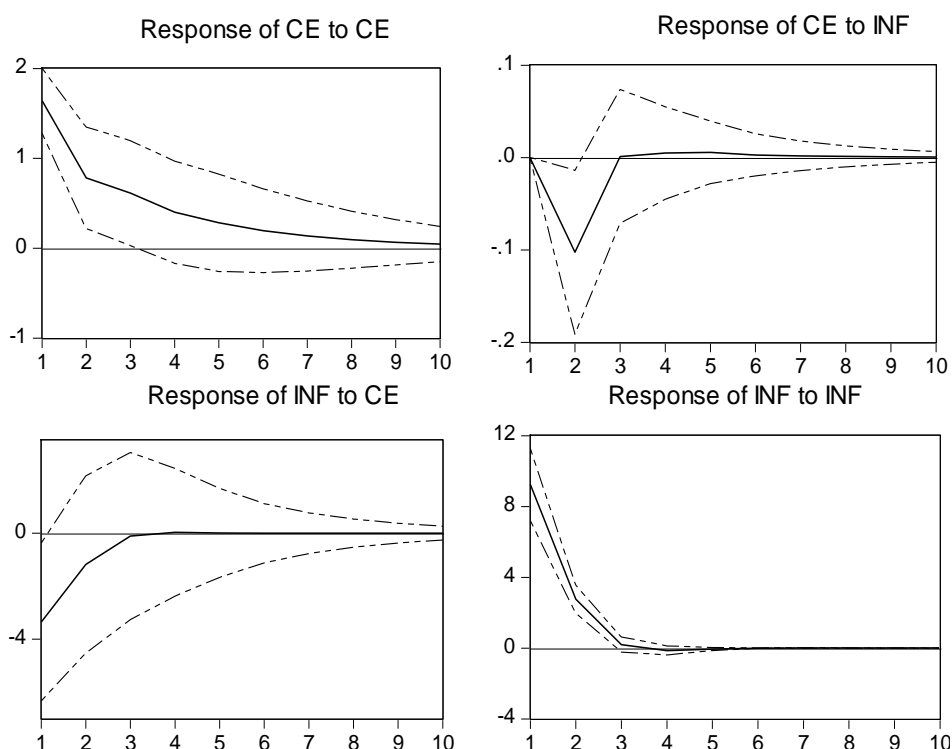
**4.4. Funciones de impulso-respuesta**

En este punto presentaremos los resultados de la función impulso-respuesta del modelo VAR estimado. Para ello hemos empleado la descomposición ortogonal de Cholesky que nos permitirá identificar los efectos de determinados shocks. De acuerdo a Stock y Watson (2001), este análisis permite trazar la respuesta de los valores actuales y futuros de cada variable a un shock en cada una de las mismas variables del modelo.

El gráfico 12 muestra los resultados de estas funciones de impulso-respuesta. En los paneles de la primera fila del gráfico se muestra la respuesta del crecimiento económico a un incremento de un shock en el propio crecimiento económico (panel izquierdo) y en la inflación (panel derecho), junto con las bandas de confianza al 95%.



**Gráfico 12. Funciones de impulso-respuesta en el modelo VAR2**



Nota: CE expresa el crecimiento económico y la inflación está expresada mediante INF.

Al analizar el impacto sobre el crecimiento económico de un aumento de un shock en el propio crecimiento, se puede apreciar que éste es significativamente positivo aproximadamente durante 6 periodos, pero es significativamente diferente de cero ( $\neq 0$ ) en dos periodos, posterior a ello, el efecto de este incremento tiende a desaparecer y es estadísticamente no significativo al 5%. En cambio, un aumento de un shock en la inflación tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico que dura también dos periodos, para después dejar de ser estadísticamente no significativo al 5%.

En los paneles de la segunda fila del gráfico se muestra la respuesta de la inflación a un incremento de un shock en el crecimiento económico (panel izquierdo) y en la propia inflación (panel derecho).

Si analizamos el impacto sobre la inflación de un incremento de un shock en el crecimiento económico se puede observar que éste es negativo durante un periodo, a partir del segundo periodo, su efecto tiende a desaparecer sistemáticamente y es estadísticamente no significativo al 5%. Además, un aumento de un shock en la inflación tiene un efecto que es positivo en la propia variable y que dura aproximadamente dos periodos.

Estas conclusiones parecen razonables si tomamos en cuenta los resultados de la estimación, donde la inflación y el crecimiento económico retardados un periodo son estadísticamente significativos en la ecuación del crecimiento económico. En cambio, en la ecuación de la inflación es estadísticamente significativa la propia inflación retardada dos periodos.

#### 4.5. Análisis de la descomposición de la varianza

Como describimos en la sección 3.3.4, el otro análisis que se deriva de la estimación de un modelo VAR es la descomposición de la varianza, que nos permitirá conocer el porcentaje de la varianza del error de predicción cometido al predecir una variable debido a shocks específicos a un horizonte temporal concreto. La tabla 9 muestra los resultados de esta descomposición.

**Tabla 9. Descomposición de la varianza del error de predicción**

| <b>Descomposición de la Varianza (en %) del Crecimiento Económico (<math>y_t</math>):</b> |             |                              |                         |  |
|---|-------------|------------------------------|-------------------------|--|
| <b>Periodo</b>  | <b>S.E.</b> | <b>(Porcentaje debido a)</b> |                         |  |
|   |             | <b><math>y</math></b>        | <b><math>\pi</math></b> |  |
| 1   | 1.64        | 100                          | 0                       |  |
| 2   | 1.82        | 99.68                        | 0.32                    |  |
| 3   | 1.92        | 99.72                        | 0.28                    |  |
| 4   | 1.96        | 99.73                        | 0.27                    |  |
| 5   | 1.98        | 99.73                        | 0.27                    |  |
| 6   | 1.99        | 99.73                        | 0.27                    |  |
| 7   | 2.00        | 99.73                        | 0.27                    |  |
| 8   | 2.00        | 99.74                        | 0.26                    |  |
| 9   | 2.00        | 99.74                        | 0.26                    |  |
| 10  | 2.00        | 99.74                        | 0.26                    |  |
| <b>Descomposición de la varianza (en %) de la Inflación (<math>\pi_t</math>):</b>         |             |                              |                         |  |
| <b>Periodo</b>  | <b>S.E.</b> | <b>(Porcentaje debido a)</b> |                         |  |
|   |             | <b><math>y</math></b>        | <b><math>\pi</math></b> |  |
| 1   | 9.82        | 11.68                        | 88.32                   |  |
| 2   | 10.27       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 3   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 4   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 5   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 6   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 7   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 8   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 9   | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |
| 10  | 10.28       | 12.01                        | 87.99                   |  |

De acuerdo a los resultados presentados en la tabla se puede observar que a cualquier horizonte temporal de predicción, más del 99% del error en la predicción del crecimiento económico es atribuible a la propia variable de crecimiento económico y menos del 1% atribuible a la inflación. Esto es razonable si tenemos en cuenta los

resultados del modelo estimado y la causalidad de Granger, porque el crecimiento económico no causa en el sentido de Granger a la inflación, y eso significa que los valores retardados de la inflación no ayudan a predecir al crecimiento económico.

Por su parte, para el caso de la inflación, a cualquier horizonte de predicción, alrededor del 12% del error en dicha predicción es atribuible al crecimiento económico y más del 87% es atribuible a la misma inflación. Este resultado es entendible si tomamos en cuenta los resultados de la estimación porque la inflación retardada es estadísticamente significativa en la ecuación de la propia inflación mientras que el crecimiento económico retardado no es estadísticamente significativo. Además, la inflación causa en el sentido de Granger al crecimiento económico.

## 5. CONCLUSIONES

El presente trabajo analiza la relación entre la inflación y el crecimiento económico desde la visión de la teoría de los ciclos económicos, que involucra el análisis de la curva de Phillips, la ley de Okun y la relación de Demanda Agregada (DA), así mismo, estudiamos el rol que desempeñan los bancos centrales.

Aplicando un modelo VAR para variables estacionarias y análisis complementarios para incorporar la presencia de datos atípicos obtenemos resultados que proporcionan evidencia de un *trade-off* entre la inflación y el crecimiento económico en Bolivia para el periodo 1970-2013. La relación contemporánea entre estas dos variables es negativa con un coeficiente de correlación de -0.34, además, en la ecuación del crecimiento económico la inflación retardada un periodo también presenta un coeficiente negativo de -0.01 que es estadísticamente significativo. Por tanto, parece evidente que incrementos en la inflación en el instante  $t$  afectarían negativamente al crecimiento económico en los instantes  $t$  y  $t + 1$ , en consonancia con los postulados de la Teoría Económica. De hecho, este resultado también es corroborado por la causalidad de Granger. Así mismo, observamos que un incremento de un shock en la inflación tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico que dura aproximadamente un periodo. Además, se pudo evidenciar que las hiperinflaciones extremas (observaciones en torno a mediados de los años 80) son más dañinas para el crecimiento económico que las tasas de inflación de comportamiento más regular.

En cambio, no hemos encontrado evidencia de posibles efectos del crecimiento económico sobre la inflación. Este resultado abre la posibilidad de que los factores reales actúan de manera indirecta sobre la inflación. Por ello, posiblemente la naturaleza de la inflación en el periodo de estudio se deba más a factores monetarios que reales.

Por tanto, consideramos que el banco central puede desempeñar un rol muy importante en la consecución de estos dos objetivos, proveyendo una baja variación de precios en la economía para lograr mayores niveles de crecimiento económico. Además, con la promulgación de la Ley 1670, el BCB es una institución independiente que puede tomar decisiones sin la intervención del gobierno, este aspecto podría favorecer la consecución de estos dos objetivos de una mejor manera (como sugieren Alesina y Gatti (1995) y Alesina y Summers (1993)).

Finalmente, recomendamos que para futuras investigaciones se tomen en cuenta los siguientes aspectos. Primero, considerar otras variables como parte del análisis, por ejemplo el dinero en circulación en la economía, recogido por los agregados monetarios,

como en el modelo estimado por Gillman y Nakov (2004). Esto podría permitir determinar el efecto de una expansión monetaria en la inflación y el crecimiento económico. Segundo, considerar relaciones no lineales entre la inflación y el crecimiento económico, es decir, poder establecer umbrales de inflación. Esto permitiría conocer qué tasas de inflación son las más óptimas para alcanzar mayores tasas de crecimiento económico, porque se conoce que las tasas de inflación demasiado bajas no son tampoco beneficiosas para el crecimiento económico sino contrariamente podrían ser perjudiciales, como está ocurriendo en la zona europea.

### Bibliografía

- [1] Abel, A. B., y Bernanke, B. S. (2003). Macroeconomía (Cuarta ed.). Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- [2] Acevedo, E. (2006). "Inflación y crecimiento económico en Mexico": Una relación no lineal. *Economía Mexicana*, Nueva Época , XV (2), 199-249.
- [3] Alesina, A., y Gatti, R. (1995). "Independent central banks: Low inflation at no cost?": *The American Economic Review*, 85 (2), 196-200.
- [4] Alesina, A., y Summer, L. H. (1993). "Central bank independence and macroeconomic performance: Some comparative evidence": *Journal of Money, Credit and Banking*, 25 (2), 151-162.
- [5] Andrés, J. (2012). La política monetaria que viene. Nada es Gratis. Recuperado el 20 de Abril de 2015, de: <http://nadaesgratis.es/admin/la-politica-monetaria-que-viene-2>
- [6] Andrés, J. (2013a). La "nueva" política monetaria espera al BCE. Nada es Gratis. Recuperado el 15 de Mayo de 2015, de: <http://nadaesgratis.es/admin/la-nueva-politica-monetaria-espera-al-bce>
- [7] Andrés, J. (2013b). ¿Es siempre óptimo mantener la inflación estable?. Nada es Gratis. Recuperado el 15 de Mayo de 2015, de: <http://nadaesgratis.es/andres/es-siempre-optimo-mantener-la-inflacion-estable>
- [8] Andrés, J., y Hernando, I. (1996). "¿Como afecta la inflación al crecimiento económico? evidencia para los países de la O.C.D.E.". Banco de España, Servicio de Estudios Documento de Trabajo 9602.
- [9] Banco Central Europeo (2011). La política monetaria del BCE. Frankfurt, Alemania: Banco Central Europeo .
- [10] Barro, R. J. (1995). "Inflation and economic growth". National Bureau of Economic Research Working Paper 5326.
- [11] Barro, R. J. (2013). "Inflation and economic growth". *Annals of Economics and Finance* , 14 (1), 85-109.
- [12] Bittencourt, M. (2010). "Inflation and economic growth in Latin America: Some panel time-series evidence". Dept. of economics, University of Pretoria Working Paper 11.
- [13] Bittencourt, M. (2012). "Inflación y crecimiento económico: Evidencia con datos de panel para América del Sur". *Revista Estudios Económicos*, Banco Central de Reserva del Perú Documento de Trabajo 23, 25-38.
- [14] Blanchard, O. (2000). Macroeconomía (Primera ed.). Madrid, España: Pearson Educación S.A.

- [15] Brandt, P. T., y Williams, J. T. (2007). Multiple time series models. United States of America: Sage Publications, Inc.
- [16] Canova, F., Gambetti, L., y Pappa, E. (2007). "The structural dynamics of output growth and inflation: some international evidence". *The Economic Journal* , 117 (519), C167-C191.
- [17] Chow, G. C. (1960). "Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions". *Econometrica* , 28 (3), 591-605.
- [18] Davidson, R., y MacKinnon, J. G. (1993). Estimation and inference in econometrics. Oxford University Press.
- [19] De Gregorio, J. (1996). "Inflación, crecimiento y bancos centrales: Teoría y evidencia empírica". *Centro de Estudios Públicos (CEP)* (62), 29-76.
- [20] Engle, R. F., y Granger, C. (1987). "Co-integration and error correction: Representation, estimating and testing". *Econometrica*, 55 (2), 251-276.
- [21] Evans, K. (2011). What is NGDP?. *The Wall Street Journal*. Recuperado el 15 de Junio de 2015, de: <http://blogs.wsj.com/economics/2011/10/27/what-is-ngdp/>
- [22] Fackler, J. S., y McMillin, W. D. (2006). "Estimating the Inflation-Output Variability frontier with Inflation Targeting: A VAR Approach". Department of Economics-Louisiana State University , 1-42.
- [23] Faria, J. R., y Carneiro, F. G. (2001). "Does high inflation affect growth in the long and short run?". *Journal of Applied Economics*, IV (1), 89-105.
- [24] Fernández, A., Rodríguez, L., Parejo, J. A., Galindo, M. Á., y Calvo, A. (1999). Política monetaria: su eficacia y enfoques alternativos - Tomo I y Tomo II. Madrid-España: AC.
- [25] Fernández-Villaverde, J. (2010). Más política monetaria no convencional II. Expectativas. Nada es Gratis. Recuperado el 20 de Junio de 2015, de: <http://nadaesgratis.es/fernandez-villaverde/mas-politica-monetaria-no-convencional-ii-expectativas>.
- [26] Friedman, M. (1965). "Money and business cycles". En M. Friedman, y A. J. Schwartz, *The state of monetary economics* (Vol. I, pág. 159). New York, United State: Universities, National Bureau of Economic Research.
- [27] Friedman, M. (1968). "The role of monetary policy". *The American Economic Review* , LVIII (1), 1-17.
- [28] Gambetti, L., Pappa, E., y Canova, F. (2008). "The structural dynamics of U.S. output and inflation: What explains the changes?". *Journal of Money, Credit and Banking* , 40 (2-3), 369-288.
- [29] Gillman, M., y Nakov, A. (2004). "Granger causality of the inflation-growth mirror in accession countries". *Economics of Transition* , 12 (4), 653-681.

- [30] Granger, C. W. (1969). "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods". *Econometrica* , 37 (3), 424-438.
- [31] Granger, C. W. (1981). "Some properties of time series data and their use in econometric model specification". *Journal of Econometrics* , 16 (1), 121-130.
- [32] Greene, W. H. (2000). *Análisis econométrico*. Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- [33] Guerra, J., y Dorta, M. (1999). "Efectos de la inflación sobre el crecimiento económico de Venezuela". Gerencia de Investigaciones Económicas, Banco Central de Venezuela Documento de Trabajo 20.
- [34] Gujarati, D. N., y Porter, D. C. (2010). *Econometría* (Quinta ed.). México D.F: Mc Graw Hill.
- [35] Hasanov, M., y Omay, T. (2010). "The relationship between inflation, output growth, and their uncertainties: Evidence from selected CEE countries". Munich Personal RePEc Archive Working Paper 23764.
- [36] Hasanov, M., y Omay, T. (2011). "The relationship between inflation, output growth, and their uncertainties: Evidence from selected CEE countries". *Emerging Markets Finance and Trade* , 47 (0), 5-20.
- [37] Humérez, J., y Mariscal, M. (2005). "Sostenibilidad y gestión de la deuda pública externa en Bolivia: 1970-2010". Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas Documento de Trabajo 20, 60-95.
- [38] Humérez, J., y Dorado, H. (2006). "Una aproximación de los determinantes del crecimiento económico en Bolivia 1960-2004". Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas Documento de Trabajo 21, 1-39.
- [39] Ibarra, R., y Trupkin, D. (2011a). "¿Existen efectos de umbral con transición suave en la relación entre la inflación y crecimiento?". *Revista de Ciencias Empresariales y Economía*, Universidad de Montevideo Documento de Trabajo 10, 67-72.
- [40] Ibarra, R., y Trupkin, D. (2011b). "The relationship between inflation and growth: A panel smooth transition regression approach for developed and developing countries". Banco Central de Uruguay Working Paper 2011006.
- [41] Ivanodik, R., y López, J. (2012). "Crecimiento económico e inflación en América Latina. *Revista de Análisis de Economía*". *Comercio y Negocios Internacionales* , 6 (2), 71-97.
- [42] Johansen, S. (1995). *Likelihood-based inference in cointegrated vector autoregressive models*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- [43] Lipsey, R. G. (1960). "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1862-1957: A further analysis". *Economica New Series* , 27 (105), 1-31.



- [44] Lipsey, R. G. (1974). "The micro theory of the Phillips curve reconsidered: A reply to holmes and smyth". *Economica New Series* , 41 (161), 62-70.
- [45] Lucas, R. E. (1972). "Expectations and the neutrality of money". *Journal of Economic Theory* , 4 (2), 103-124.
- [46] MacKinnon, J. G. (1991). "Critical values for cointegration tests", In *long-run economic relationships: Reading in cointegration*, ed. RF Engle and CW J. Granger. Oxford University Press.
- [47] Mendoza, R. (2012). "Crecimiento y estabilidad macroeconómica: La perspectiva desde Bolivia". VI Jornada Monetaria (págs. 115-161). La Paz, Bolivia: Artes Gráficos Sagitario S.R.L.
- [48] Mundell, R. A. (1963). "Inflation and real interest". *Journal of Political Economy* , 71 (3), 280-283.
- [49] Okun, A. M. (1962). "Potential GNP: Its measurement and significance". *Proceedings of the Business and Economics Statistics Section of the American Statistical Association* , 89-104.
- [50] Orellana, W., Lora, O., Mendoza, R., y Boyán, R. (2000). "La política monetaria en Bolivia y sus mecanismos de transmisión". V reunión de la Red de Investigadores de Bancos Centrales del Continente Americano, (págs. 81-123). Rio de Janeiro.
- [51] Peña, D. (2010). *Análisis de series temporales (Segunda ed.)*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- [52] Perron, P. (1989). "The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis". *Econometrica*, 57 (6), 1361-1401.
- [53] Perron, P. (1997). "Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables". *Journal of Econometrics* , 80 (2), 355-385.
- [54] Perron, P. (2005). *Dealing with structural breaks*. Palgrave Handbook of Econometrics , 1, 1-91.
- [55] Perron, P., y Vogelsang, T. J. (1992). "Testing for unit root in a time series with a changing mean: Corrections and extensions". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (4), 467-470.
- [56] Perron, P., y Vogelsang, T. J. (1993). "A note on the asymptotic distributions of unit root tests in the additive outlier model with breaks". *R. de Econometrica*, 13 (2), 181-201.
- [57] Phelps, E. S. (1967). "Phillips curve, expectations of inflation and optimal unemployment over time". *Economica*, 34 (135), 254-281.
- [58] Phelps, E. S. (1968). "Money-wage dynamics and labor-market equilibrium". *The Journal of Political Economy*, 76 (4), 678-711.

- [59] Phillips, A. W. (1958). "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom". *Economica New Series*, 25 (100), 283-299.
- [60] Quandt, R. E. (1960). "Test of the hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes". *Journal of the American Statistical Association*, 55 (290), 324-330.
- [61] Saballos, F. A. (2013). "Análisis de la relación entre inflación, crecimiento económico de Nicaragua durante el periodo 1961-2011". Banco Central de Nicaragua Documento de Trabajo 27.
- [62] Samuelson, P. A., y Solow, R. M. (1960). "Analytical aspects of anti-inflation policy". *The American Economic Review*, 50 (2), 177-194.
- [63] Sarel, M. (1996). "Nonlinear effects of inflation on economic growth". *Staff Papers, International Monetary Fund*, 43 (1), 199-215.
- [64] Sergii, P. (2009). "Inflation and economic growth: The non-linear relationship. Evidence from CIS countries". *Kyiv School of Economics*, 1-42.
- [65] Sims, C. A. (1980). "Macroeconomics and reality". *Econometrica*, 48 (1), 1-48.
- [66] Sorensen, P. B., y Whitta-Jacobsen, H. J. (2005). *Introducción a la macroeconomía avanzada. Volumen II. Ciclos económicos*. Aravaca (Madrid), España: S.A McGraw-Hill.
- [67] Stock, J. H., y Watson, M. W. (2001). "Vector autoregressions". *Journal of Economics Perspectives*, 15 (4), 101-116.
- [68] Tenorio, D. (2005). "Impacto de la inflación sobre el crecimiento económico: El caso peruano 1951-2002". *Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, 10 (28), 185-200.
- [69] Tobin, J. (1965). "Money and economic growth". *Econometrica*, 33 (4), 671-684.
- [70] Tornqvist, L., Vartia, P., y Vartia, Y. O. (1985). "How should relative changes be measured?". *The American Statistician*, 39 (1), 43-46.
- [71] Uribe, J. D. (1994). "Inflación y Crecimiento Económico en Colombia: 1951-1992". *Borradores Semanales de Economía Documento de Trabajo* 1.
- [72] Uriel, E., y Peiró, A. (2000). *Introducción al análisis de series temporales (Primera ed.)*. Madrid, España: AC.
- [73] Vogelsang, T. J. (1997). "Two simple procedures for testing for a unit root when there are additive outliers". *Journal of Time Series Analysis*, 20 (2), 237-252.
- [74] Yule, G. U. (1926). "Why do we sometimes get nonsense-correlations between time-series? A study in sampling and the nature of time-series". *Journal of the Royal Statistical Society*, 89 (1), 1-67.

- [7] Zivot, E., y Andrews, D. W. (1992). "Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (3), 251-270.