



# MASTER EN INGENIERÍA DE AUTOMOCIÓN

## ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

### TRABAJO FIN DE MÁSTER

#### Herramienta de simulación de la cinemática y dinámica del sistema de suspensión de un Formula Student mediante MATLAB - Simulink

Autor: D. Rafael Antonio García Fernández

Tutor: D. Javier Romo García

Valladolid, julio 2016

**Escuela Ingenierías Industriales**

Depto. Ing<sup>a</sup> Energética y Fluidomecánica

Paseo del Cauce 59

47011 Valladolid  
(España)



ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES

**Fundación Cidaut**

Parque Tecnológico de Boecillo, 209

47151 Boecillo (Valladolid)

España



## **Herramienta de simulación de la cinemática y dinámica del sistema de suspensión de un Formula Student mediante MATLAB – Simulink**

### **RESUMEN BREVE**

El presente Trabajo Fin de Máster tiene por objeto el desarrollo de una serie de herramientas de simulación para el diseño y desarrollo de un sistema de suspensión de doble triángulo para un vehículo automóvil. El vehículo en cuestión es un monoplace que está siendo desarrollado por la Asociación de estudiantes Pisuerga Sport y que está destinado a la competición de Formula Student.

Para lograr tal fin, se han creado estos modelos en el entorno del software MATLAB-Simulink, y más en concreto, empleando la herramienta de modelado de sistemas multicuerpo que Simulink contiene, denominada Simscape - SimMechanics. A partir de estos modelos, ha sido posible analizar primeramente la cinemática del vehículo y posteriormente introducirse en el comportamiento dinámico del mismo.

Con todo ello, en el Capítulo de resultados queda patente el gran desarrollo llevado a cabo en el sistema de suspensión del vehículo gracias a los diferentes modelos creados.

**PALABRAS CLAVE:** dinámica de vehículos, cinemática del vehículos, suspensión, Formula Student, MATLAB.

## **Simulation Tools for kinematics and dynamics of suspension system for a Formula Student vehicle though MATLAB – Simulink**

### **SHORT ABSTRACT**

The main objective of this Master's Thesis is the development of computer simulation tools for the design and development of a double wishbone suspension for a race car. The vehicle is a single-seater racing car developed by Pisuerga Sport, with the aim to take part on the Formula Student competition.

In order to achieve that goal, MATLAB-Simulink environment has been used to create all the necessary simulation tools. Specifically, Simscape-SimMechanics programming tool has been used. This tool is a "multibody system tool" which is contained within the Simulink environment. As a result of this, a kinematic behavior analysis of the vehicle has been possible in the first instance, and on a second stage, the subsequent dynamic behavior analysis as well.

To concluded, the development carried out in the suspension system of the vehicle as a result of the implementation of the different simulation tools described on this document is detailed in the "results Chapter".

**KEY WORDS:** vehicle dynamics, vehicle kinematics, suspension, Formula Student, MATLAB.



## Herramienta de simulación de la cinemática y dinámica del sistema de suspensión de un Formula Student mediante MATLAB – Simulink

### RESUMEN EJECUTIVO

El presente Trabajo Fin de Máster tiene por objeto el desarrollo de una serie de herramientas de simulación para el diseño y desarrollo de una suspensión de doble triángulo para un vehículo automóvil. El vehículo en cuestión es un monoplaza que está siendo desarrollado por la Asociación de estudiantes Pisuerga Sport, al auspicio de la Universidad de Valladolid, y que está destinado a la competición de carácter internacional denominada Formula Student, competición creada en 1981 por la Sociedad de Ingenieros de Automoción (SAE) en Estados Unidos.

Para llegar a lograr este fin, inicialmente se exponen una serie de conceptos que es importante tomar en consideración a la hora de comprender cómo funciona una suspensión y el rol que esta tiene dentro del vehículo.

Más concretamente, para un vehículo de carreras como este, se aplica la máxima de que la geometría de suspensión debe ser tal que permita que el neumático esté en contacto con el suelo el mayor tiempo posible, con la mayor superficie de contacto y con la máxima fuerza vertical posible, ya que de ese modo podrá absorber mayores cargas laterales y longitudinales, mejorándose así el paso por curva, la tracción y el frenado.

Bajo estas premisas, se han creado varios modelos en el entorno de MATLAB – Simulink que permiten el análisis de numerosos parámetros de la suspensión. Los principales modelos creados son:

- Modelo de un cuarto de vehículo genérico, es decir, un sistema de muelle, amortiguador y masas, en el cual se muestra la influencia de la rigidez del sistema y del amortiguamiento del mismo.
- Modelo de un cuarto de vehículo delantero. Modelo creado en el entorno de SimMechanics (herramienta de simulación de sistemas multicuerpo que está dentro de Simulink), el cual permite analizar la cinemática de una geometría concreta de suspensión a través de los puntos que definen la posición de los diferentes cuerpos, así como su inercia y su masa.
- Modelo de un cuarto de vehículo trasero. Empleando la anterior herramienta, se ha realizado un análisis similar para la suspensión trasera.
- Modelo de vehículo completo. En donde puede verse el comportamiento del vehículo completo bajo cargas dinámicas.

Finalmente se exponen los resultados aportados por los anteriores modelos y la comparación de estos con los que se tenían antes de la creación de los diferentes modelos, para así poder corroborar la evolución sufrida por la suspensión gracias a estas herramientas de simulación.

## Simulation Tools for kinematics and dynamics of suspension system for a Formula Student vehicle through MATLAB – Simulink

### EXECUTIVE ABSTRACT

The main objective of this Master's Thesis is the development of computer simulation tools for the design and development of a double wishbone suspension for a race car. The vehicle is a single - seater racing car developed by a student association (Pisuerga Sport) under the sponsorship of the University of Valladolid. The aim of the project is to take part on an international competition called Formula Student, which was created in the United States of America in 1981 by the Society of Automotive Engineers (SAE).

In order to achieve that goal, important concepts related to the role of a suspension in the well performing of the vehicle are to be considered.

In the specific case of a racing car, the maxim is that the geometry of the suspension must be such that it allows the largest contact surface between the tire and the track during the longest possible time and producing the largest possible vertical force as well. As the result of this, the tire is able to support greater lateral and longitudinal efforts so that it can achieve a better cornering, traction and braking behavior.

Under these premises, several models have been created in the MATLAB – Simulink environment that allow analysis of numerous parameters of the suspension. The main models created are:

- A generic quarter car model, with a spring – damper and masses, which shows the influence of the stiffness and damping.
- Front quarter car model. Model created under SimMechanics environment (multibody tool simulation inside Simulink) that allows the analysis of the kinematics of a suspension geometry through his fixing points, the inertia and the mass of the different bodies that define the suspension.
- Rear quarter car model. Using SimMechanics. This model allows the analysis of the rear geometry in the same way as the front model allows.
- Complete vehicle model, which allows for the analysis of the dynamics behaviour of the vehicle under dynamics loads.

Finally, in the results Chapter of this document a comparison between the results obtained by the use of the simulation tools created during the project and the earlier design is detailed. It follows from the analysis of these results that the use of the simulations tools produces a remarkable improvement in te design process.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis padres y mi hermana, por su apoyo incondicional en todos los momentos de mi vida.

A Ismael de la Cruz y Carlos Bardón, por tener tanta paciencia conmigo y ser capaces de enseñarme tanto en tan poco tiempo.

A mi tutor, Javier Romo, por su dedicación y su apoyo para la elaboración de este Trabajo Fin de Máster.





## ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN .....	1
1.1	Antecedentes y justificación del TFM .....	1
1.2	Objetivos .....	1
1.3	Alcance y desarrollo del TFM .....	1
1.4	Formula Student.....	2
1.4.1	Eventos estáticos .....	2
1.4.2	Eventos dinámicos .....	2
1.5	Pisuerga Sport .....	2
1.6	Dinámica de vehículos .....	3
2	SISTEMA DE SUSPENSIÓN .....	5
2.1	Historia de los sistemas de suspensión.....	5
2.2	Elementos integrantes de un sistema de suspensión .....	5
2.2.1	Elementos de anclaje .....	6
2.2.2	Elementos elásticos .....	7
2.2.3	Elementos amortiguadores.....	8
2.2.4	Elementos estabilizadores.....	9
2.3	Geometrías de suspensión.....	10
2.3.1	Sistemas de eje rígido .....	11
2.3.2	Suspensiones independientes .....	16
2.4	Sistema de dirección .....	20
2.4.1	Mecanismo de Ackerman .....	24
2.5	Parámetros del sistema de suspensión y dirección .....	27
2.5.1	Distancia entre ejes (Wheelbase) .....	27
2.5.2	Ancho de vía (track) .....	27
2.5.3	Convergencia (Toe).....	28
2.5.4	Ángulo de caída (Camber) .....	29
2.5.5	Ángulo de salida (Kingpin inclination, swivel angle or steering axis inclination (SAI)).....	30
2.5.6	Wheel offset .....	30
2.5.7	Radio de restregado (Scurb radius o kingpin offset) .....	31
2.5.8	Ángulo de avance (Caster angle or castor angle) .....	31
2.5.9	Mechanical trail or caster offset.....	32
2.5.10	Centro de balanceo .....	33
2.5.11	Centro de cabeceo .....	34
2.5.12	Parámetros "Anti" .....	35

3	CINEMÁTICA DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN .....	39
3.1	Introducción a MATLAB .....	39
3.2	Proceso de diseño y elección del tipo de geometría .....	39
3.2.1	Principio de Bobillier .....	40
3.3	Modelo de amortiguador .....	43
3.3.1	Curvas de fuerza-velocidad .....	44
3.3.2	Curvas de fuerza-desplazamiento .....	44
3.3.3	Modelo de amortiguador .....	45
3.4	Modelo de un cuarto de vehículo trasero .....	48
3.4.1	Archivo de análisis .....	49
3.4.2	Archivo de datos .....	49
3.4.3	Modelo de cuarto de vehículo .....	49
3.4.4	Archivo de postprocesado .....	54
3.4.5	Archivo de gráficos .....	54
3.5	Modelo de un cuarto de vehículo delantero .....	55
3.5.1	Modelo de cuarto de vehículo .....	56
3.5.2	Archivo de postprocesado .....	59
3.5.3	Archivo de gráficos .....	60
4	DINÁMICA DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN .....	61
4.1	Modelo de un cuarto de vehículo .....	61
4.1.1	Modelo realizado en Simulink .....	63
4.1.2	Resultados del modelo .....	65
4.2	Modelado del sistema de vehículo completo .....	66
4.2.1	Modelo de vehículo completo .....	66
4.2.2	Archivo de postprocesado .....	70
4.2.3	Archivo de gráficos .....	71
5	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS APORTADOS POR LOS MODELOS .....	73
5.1	Modelo de un cuarto de vehículo trasero .....	73
5.1.1	Optimización de la convergencia trasera .....	75
5.2	Modelo de un cuarto de vehículo delantero .....	81
5.2.1	Optimización de la convergencia delantera .....	83
5.2.2	Análisis de la dirección .....	88
5.3	Modelo de vehículo completo .....	90
5.3.1	Análisis de la dirección completa del vehículo .....	91
5.3.2	Resultados para la sucesión de obstáculos .....	92
5.3.3	Resultados para el perfil de carretera .....	97

6	CONCLUSIONES.....	101
6.1	Conclusiones .....	101
6.2	Principales aportaciones del autor del TFM.....	101
6.3	Sugerencias para trabajos futuros.....	101
7	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	103
7.1	Bibliografía básica.....	103
7.2	Bibliografía complementaria.....	103
7.3	Fuentes de internet .....	104
8	ANEXO A. Screw axis .....	105
8.1	Determinación de los polos en la suspensión diseñada.....	108
9	ANEXO B. Extracto normas FSAE 2016.....	111
9.1	Part T. General technical requirements & restrictions .....	111
9.1.1	Article 2. General design requirements.....	111
9.1.2	Article 4. Cockpit .....	111
9.1.3	Article 5 Drivers equipment (belts and cockpit padding).....	112
9.1.4	Article 6 General chassis rules .....	112



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Movimientos básicos de un vehículo según el sistema de referencia SAE. ....	4
Figura 2.1. Primeros sistemas de suspensión. ....	5
Figura 2.2. Silentblock. ....	6
Figura 2.3. Suspensión delantera de ballestas del Daimler Motor-Lastwagen. ....	7
Figura 2.4. Barra estabilizadora en suspensión de doble triángulo. ....	9
Figura 2.5. Suspensión tipo Hotchkiss. ....	11
Figura 2.6. Barra Panhard. ....	12
Figura 2.7. Barras de Watts. ....	12
Figura 2.8. Tubo de par. ....	13
Figura 2.9. Suspensión de 4 barras. ....	13
Figura 2.10. Suspensión de 4 barras con barra Panhard. ....	14
Figura 2.11. Suspensión de 2 barras más fijación en forma de A. ....	14
Figura 2.12. Suspensión tipo puente de Dion. ....	15
Figura 2.13. Eje rígido con resorte helicoidal. ....	15
Figura 2.14. Eje trasero flexible. ....	16
Figura 2.15. Suspensión McPherson. ....	17
Figura 2.16. Jacking effect. ....	18
Figura 2.17. Brazos arrastrados. ....	18
Figura 2.18. Brazos semi-arrastrados. ....	19
Figura 2.19. Suspensión tipo Pull-rod (izquierda) y Push-rod (derecha). ....	20
Figura 2.20. Suspensión Multi-link. ....	20
Figura 2.21. Dirección independiente de Lankensperger. ....	21
Figura 2.22. Dirección de tornillo sin fin. ....	22
Figura 2.23. Sistema de piñón y cremallera. ....	22
Figura 2.24. Dirección de asistencia hidráulica. ....	23
Figura 2.25. Dirección con asistencia eléctrica en la cremallera. ....	23
Figura 2.26. Steer by wire. ....	24
Figura 2.27. Condición de Ackerman. ....	24
Figura 2.28. Ángulo de deriva. ....	25
Figura 2.29. Evolución del ángulo de deriva. ....	25
Figura 2.30. Geometrías de dirección. ....	26
Figura 2.31. Determinación del tipo de geometría de dirección. ....	26
Figura 2.32. Batalla. ....	27
Figura 2.33. Relación entre ancho de vía y batalla. ....	27
Figura 2.34. Toe. ....	28

Figura 2.35. Variación del camber con el ángulo de deriva y la fuerza lateral. ....	29
Figura 2.36. Kingpin angle. ....	30
Figura 2.37. Scurb radius. ....	31
Figura 2.38. Caster angle para la rueda delantera derecha. ....	32
Figura 2.39. Mechanical trail. ....	32
Figura 2.40. Instant center. ....	33
Figura 2.41. Roll center. ....	33
Figura 2.42. Roll center para diferentes configuraciones. ....	34
Figura 2.43. Determinación gráfica del Anti centre para la rueda delantera derecha. ....	34
Figura 2.44. Ángulo de soporte en vista frontal. ....	35
Figura 2.45. Vista lateral del vehículo. ....	36
Figura 3.1. Diagrama de flujo para el diseño de la suspensión. ....	40
Figura 3.2. Sistema de referencia adoptado para el desarrollo del vehículo. ....	40
Figura 3.3. Suspensión de doble triángulo plana. ....	41
Figura 3.4. Principio de Bobillier. ....	42
Figura 3.5. Banco de ensayo de amortiguador. ....	43
Figura 3.6. Curva de fuerza – velocidad de un amortiguador. ....	44
Figura 3.7. Curva de fuerza – desplazamiento de un amortiguador. ....	45
Figura 3.8. Modelo del banco de ensayos de amortiguador. ....	45
Figura 3.9. Modelo de amortiguador realizado en SimMechanics. ....	46
Figura 3.10. Actuador del banco de ensayos. ....	46
Figura 3.11. Curvas del amortiguador proporcionada por el suministrador. ....	47
Figura 3.12. Curvas del amortiguador obtenidas del modelo de SimMechanics. ....	48
Figura 3.13. Secuencia de ejecución del archivo de análisis. ....	49
Figura 3.14. Vista general del modelo de un cuarto de vehículo trasero. ....	49
Figura 3.15. Condición de contorno del chasis. ....	50
Figura 3.16. Definición del chasis. ....	50
Figura 3.17. Triángulos de suspensión. ....	50
Figura 3.18. Barra de control de la dirección. ....	51
Figura 3.19. Bieleta. ....	51
Figura 3.20. Modelado de la antiroll. ....	51
Figura 3.21. Definición de la mangueta. ....	52
Figura 3.22. Modelado del neumático. ....	52
Figura 3.23. Modelado de la fuerza vertical sobre el neumático. ....	52
Figura 3.24. Modelado del actuador. ....	53
Figura 3.25. Generación de la señal de movimiento. ....	53
Figura 3.26. Representación del modelo de un cuarto de vehículo trasero. ....	53

Figura 3.27. Vista general del modelo de un cuarto de vehículo delantero. ....	56
Figura 3.28. Modelado del triángulo inferior delantero. ....	56
Figura 3.29. Actuador. ....	57
Figura 3.30. Modelado de la columna de dirección. ....	57
Figura 3.31. Modelado de la cremallera de dirección. ....	58
Figura 3.32. Barra de dirección. ....	58
Figura 3.33. Representación del modelo de un cuarto de vehículo delantero. ....	58
Figura 4.1. Modelo de un cuarto de vehículo. ....	61
Figura 4.2. Modelo de Simulink un cuarto de vehículo. ....	63
Figura 4.3. Bloque "Perfil de carretera". ....	63
Figura 4.4. Modelado de la masa no suspendida. ....	64
Figura 4.5. Modelado de la masa suspendida. ....	64
Figura 4.6. Diagrama de Bode para diferentes rigideces. ....	65
Figura 4.7. Diagrama de Bode para diferentes amortiguamientos. ....	65
Figura 4.8. Modelo de vehículo completo realizado en SimMechanics. ....	67
Figura 4.9. Condición de contorno. ....	68
Figura 4.10. Modelado de la aplicación de una fuerza lateral en el centro de gravedad. ....	68
Figura 4.11. Opciones de señales para el movimiento del actuador. ....	69
Figura 4.12. Modelado de la barra estabilizadora. ....	69
Figura 4.13. Medición de aceleraciones y desplazamientos de un punto del chasis. ....	70
Figura 4.14. Representación gráfica del modelo de vehículo completo. ....	70
Figura 5.1. Comparación entre dos geometrías de suspensión. ....	73
Figura 5.2. Señal de entrada al sistema. ....	74
Figura 5.3. Variación del ángulo de caída y ángulo de avance respecto del desplazamiento. ....	74
Figura 5.4. Variación de la convergencia y el restregado respecto al desplazamiento. ....	75
Figura 5.5. Optimización de la convergencia en el eje y. ....	76
Figura 5.6. Parámetros "Anti". ....	76
Figura 5.7. Evolución del polo en vista frontal. ....	77
Figura 5.8. Giros de la bieleta y de la barra de torsión frente al desplazamiento. ....	78
Figura 5.9. Motion ratio de elementos de la suspensión. ....	78
Figura 5.10. Parámetros respecto al desplazamiento base. ....	80
Figura 5.11. Reacción en neumático frente a desplazamiento base. ....	80
Figura 5.12. Comparación entre dos geometrías de suspensión delantera. ....	81
Figura 5.13. Variación del ángulo de caída y avance respecto del desplazamiento. ....	82
Figura 5.14. Variación de la convergencia y el restregado respecto al desplazamiento. ....	82
Figura 5.15. Optimización de la convergencia en el eje y del vehículo. ....	83
Figura 5.16. Optimización en el posicionado de la cremallera de dirección. ....	84

Figura 5.17. Parámetros “Anti” .....	84
Figura 5.18. Evolución del polo en vista frontal. ....	85
Figura 5.19. Giros de la bieleta y de la barra de torsión frente al desplazamiento. ....	85
Figura 5.20. Motion ratio de elementos de la suspensión. ....	86
Figura 5.21. Parámetros respecto al desplazamiento base. ....	87
Figura 5.22. Reacción en el neumático frente al desplazamiento base. ....	87
Figura 5.23. Evolución del giro de volante y carrera en la cremallera con el tiempo. ....	88
Figura 5.24. Evolución del giro de la dirección con el giro de volante. ....	88
Figura 5.25. Evolución del ángulo de caída y avance con el giro del volante. ....	89
Figura 5.26. Evolución del Kingpin offset y caster offset con el giro del volante. ....	90
Figura 5.27. Comparación entre dos geometrías de suspensión. ....	90
Figura 5.28. Evolución del giro de la dirección respecto del giro del volante. ....	91
Figura 5.29. Geometría de Anti-Ackerman para la dirección del vehículo. ....	92
Figura 5.30. Entrada aplicada al sistema para el análisis de obstáculos .....	92
Figura 5.31. Posición de un punto del chasis. ....	93
Figura 5.32. Reacción en neumáticos para la geometría inicial. ....	94
Figura 5.33. Reacción en neumáticos para la geometría final. ....	94
Figura 5.34. Giro de la bieleta para la geometría original. ....	95
Figura 5.35. Giro de la bieleta para la geometría final. ....	95
Figura 5.36. Giro de la barra estabilizadora con el tiempo. ....	96
Figura 5.37. Deformación del conjunto muelle-amortiguador para la geometría inicial. ....	96
Figura 5.38. Deformación del conjunto muelle-amortiguador para la geometría final. ....	97
Figura 5.39. Perfil de carretera introducido. ....	97
Figura 5.40. Reacción en neumáticos respecto del tiempo. ....	98
Figura 5.41. Despegue del neumático en función del tiempo. ....	99
Figura 5.42. Deformación del conjunto muelle-amortiguador en función del tiempo. ....	99
Figura 8.1. Suspensión plana, esférica y espacial. ....	105
Figura 8.2. Estado de movimiento de una suspensión independiente. ....	105
Figura 8.3. Centro instantáneo de rotación en una suspensión esférica. ....	107
Figura 8.4. Screw axis instantáneo y polo instantáneo en un determinado plano. ....	107
Figura 8.5. Screw axis en el modelo de Formula Student. ....	109



## NOMENCLATURA

$h$	Altura del centro de gravedad respecto del suelo.
$h_{RZ}$	Altura del Roll center respecto del suelo.
$w$	Ancho de vía del vehículo.
$R_{caster}$	Ángulo de avance en radianes.
$R_{camber}$	Ángulo de caída en radianes.
$R_{toe}$	Ángulo de convergencia en radianes.
$\theta_{ar}$	Ángulo de la recta entre el IC y el centro de huella del neumático (define el parámetro Anti-roll).
$\theta_{ad}$	Ángulo que define el parámetro Anti-dive.
$\theta_{al}$	Ángulo que define el parámetro Anti-lift.
$\theta_{as}$	Ángulo que define el parámetro Anti-squat.
$AC$	Anti centre (polo en vista lateral).
$AC_f$	Anti centre del eje delantero (polo en vista lateral).
$AC_r$	Anti centre del eje trasero (polo en vista lateral).
$l$	Batalla o distancia entre ejes del vehículo.
$r_c$	Brazo de avance (Caster offset).
$CG$	Centro de gravedad.
$c_{amort}$	Coefficiente de amortiguamiento del amortiguador.
$d_s$	Coefficiente de amortiguamiento del amortiguador.
$CFD$	Computational Fluid Dynamics.
$CAD$	Computer Aided Design.
$CV\ joint$	Constant velocity joint (Junta homocinética)
$AC_{fx}$	Coordenada x del Anti centre del eje delantero.
$IC_x$	Coordenada x del Instant Center.
$AC_{fy}$	Coordenada y del Anti centre del eje delantero.
$IC_y$	Coordenada y del Instant Center.
$x_u$	Desplazamiento de la masa no suspendida.
$x_s$	Desplazamiento de la masa suspendida.
$p$	Distribución de fuerza de frenado entre el eje delantero y trasero.
$FSAE$	Formula SAE (Formula Student)
$FS$	Formula Student.
$F_{amor}$	Fuerza aportada por el conjunto muelle amortiguador.
$F_z$	Fuerza vertical sobre el neumático.

$IC, Q$	Instant Center (polo en vista frontal).
$r_k$	Kingpin offset o Scrub radius.
$l_0$	Longitud inicial del resorte.
$m_u$	Masa no suspendida.
$m_s$	Masa suspendida.
$b/2$	Mitad del ancho de vía del vehículo.
<b>NASCAR</b>	National Association for Stock Car Auto Racing.
<b>NVH</b>	Noise vibrations and harshness.
$z_r$	Perfil de carretera.
$\vec{R}_{Ia}$	Posición del eje de giro instantáneo desde el centro de rueda
$D_{XZ}$	Punto de intersección del screw axis en el plano XZ
$D_{YZ}$	Punto de intersección del screw axis en el plano YZ
$k_s$	Rigidez de la suspensión.
$K_{res}$	Rigidez del resorte del amortiguador.
$k_t$	Rigidez vertical del neumático.
<b>RC, RZ</b>	Roll center.
$\delta_0$	Rueda exterior en la curva.
$\delta_i$	Rueda interior en la curva.
<b>SAE</b>	Society of Automotive Engineers.
<b>SAI</b>	Steering axis inclination (ángulo de salida).
<b>SES</b>	Structural equivalency spreadsheet
<b>SRCF</b>	Structural requirements certification from
<b>TCA</b>	Tangente del ángulo de avance (Caster angle).
<b>TKA</b>	Tangente del ángulo de salida (Kingpin angle).
$\vec{r}_i$	Vector de posición entre el punto de referencia de la mangueta y otro punto $i$
$\vec{r}_F$	Vector de posición entre el punto de referencia y el punto de pivote
$\vec{V}_{IA}$	Vector de posición que apunta al eje de los polos
$\vec{r}_{MA}$	Vector desde el centro de mangueta hasta el punto de contacto virtual del neumático.
$\omega_{Kx}$	Velocidad angular de la mangueta en el eje x.
$\omega_{Ky}$	Velocidad angular de la mangueta en el eje y.
$\omega_{Kz}$	Velocidad angular de la mangueta en el eje z.
$\vec{\omega}_K$	Velocidad angular de la mangueta.
$\vec{V}_f$	Velocidad de compresión o extensión del conjunto muelle-amortiguador
$W_d$	Velocidad de giro del eje de dirección.

$\vec{V}_i$	Velocidad de un punto $i$ de la mangueta
$VA_x$	Velocidad del punto de contacto del neumático en el eje x.
$VA_y$	Velocidad del punto de contacto del neumático en el eje y.
$\vec{VA}$	Velocidad del punto de contacto del neumático.
$\vec{V}_F$	Velocidad del punto de pivote en la mangueta
$\vec{VM}$	Velocidad lineal de la mangueta.



# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 *Antecedentes y justificación del TFM*

El presente Trabajo Fin de Máster surge de una de las necesidades que la asociación de estudiantes Pisuerga Sport tiene.

Bajo esta asociación de estudiantes, al auspicio de la Universidad de Valladolid, se está desarrollando un monoplaza para competir en Formula Student.

El proyecto de Formula Student (FS) o Formula SAE es una competición educativa, creada en 1981 por la Sociedad de Ingenieros de Automoción (SAE) en Estados Unidos, en la cual estudiantes universitarios de todo el mundo se enfrentan a un proyecto real de diseño y construcción de un monoplaza de carreras.

Para que pueda tener lugar una competición entre universidades, existe un marco normativo el cual debe ser escrupulosamente cumplido por todos los equipos integrantes. Dentro de este reglamento<sup>1</sup>, hay un espacio dedicado a la suspensión del vehículo, el cual establece que todos los vehículos participantes deberán tener un sistema de suspensión totalmente funcional, tal y como posee cualquier automóvil convencional.

Ante este requisito es desde donde nace el presente Trabajo Fin de Máster.

## 1.2 *Objetivos*

El objetivo del presente Trabajo Fin de Máster es desarrollar, en el entorno del software MATLAB-Simulink, una serie de herramientas que permitan simular el sistema de suspensión de un monoplaza destinado a competir en la Formula Student.

Mediante este software, se desarrollarán diferentes modelos mecánicos los cuales permitirán analizar de manera virtual la cinemática y dinámica del vehículo, con el fin de realizar un adecuado diseño de la suspensión y trasladar al equipo de diseño y fabricación cómo deberán ser los elementos constituyentes de dicha suspensión.

## 1.3 *Alcance y desarrollo del TFM*

En lo siguiente, se procederá a la exposición del presente Trabajo Fin de Máster. Para ello, el documento está estructurado en diferentes Capítulos en los cuales se tratarán cada uno de los temas con una significativa importancia para poder alcanzar el objetivo del presente Trabajo Fin de Máster.

El Capítulo 2 estará destinado a citar diferentes sistemas de suspensión, así como los parámetros más relevantes a la hora de diseñar y analizar un sistema de suspensión.

Seguidamente, el Capítulo 3 versará sobre los modelos de análisis de la cinemática creados, para posteriormente pasar al Capítulo 4, en donde se citarán los modelos para el análisis de la dinámica.

Finalmente, el Capítulo 5 mostrará los resultados aportados por estos modelos y se verá la evolución sufrida por la suspensión en la presente temporada de la Formula Student.

---

<sup>1</sup> En el ANEXO B. Extracto normas FSAE 2016, se muestra un extracto del mismo, donde se recogen las normas que afectan al sistema de suspensión y dirección del vehículo.

## 1.4 *Formula Student*

Tal y como se comentó anteriormente, la Formula Student es una competición educativa en la que estudiantes de numerosos lugares del mundo se enfrentan al diseño y fabricación de un monoplaza de carreras [web Pisuerga Sport y Formula Student Spain].

Como parte de este reto, el equipo participante debe gestionarse como si de una empresa se tratase, con una estructura jerárquica establecida, control de gastos, marketing, etc.

Para poder llevar a cabo la evaluación y comparación entre los diferentes equipos, se realizan una serie de pruebas. Estas pruebas se clasifican a su vez en eventos estáticos y dinámicos.

### 1.4.1 **Eventos estáticos**

Consisten en la elaboración de una serie de documentos cuyo objetivo es recoger las soluciones constructivas empleadas, los costes en los que se ha incurrido para la elaboración del proyecto, así como el plan de negocio creado para hacer el proyecto lo más rentable posible.

Bajo esta denominación se juzgarán diversos Apartados, como el diseño general del coche, planteamiento del proyecto o comportamiento de este.

### 1.4.2 **Eventos dinámicos**

Bajo este Apartado se agrupan las diferentes pruebas que miden el rendimiento y comportamiento de los monoplazas en pista. Para ello, existen las siguientes pruebas:

- **Aceleración:** en el menor tiempo posible, el vehículo deberá recorrer 75 m.
- **Skid-Pad:** el vehículo se conduce dentro de un circuito en forma de 8, con el objetivo de ver la aceleración lateral que es capaz de generar.
- **Autocross:** recorrido combinado de rectas y curvas. El tiempo que el vehículo tarda en recorrer este trazado es un indicativo de las propiedades dinámicas y de comportamiento del mismo.
- **Resistencia:** los vehículos recorren una distancia de unos 22 km, con el objetivo de evaluar la durabilidad de los mismos y su funcionamiento en términos de consumo, velocidad y manejo.

## 1.5 *Pisuerga Sport*

Como se introdujo al inicio del presente Capítulo, Pisuerga Sport es la asociación estudiantil encargada de llevar a cabo el diseño y construcción del monoplaza para competir en la Formula Student en representación de la Universidad de Valladolid [web Pisuerga Sport].

Para lograr tal fin, la asociación está agrupada en distintos departamentos, con cometidos a priori distintos pero que en la práctica requiere una comunicación entre todos los departamentos. Estos departamentos son:

- Cálculo mecánico.
- Diseño mecánico.
- Diseño de superficies.
- Hardware.
- Modelado de sistemas mecánicos.
- Cálculo aerodinámico.
- Administración.
- Calidad.

A su vez, estos departamentos recogen a todos los sistemas del vehículo. Estos sistemas son:

- Chasis: diseño y cálculo del chasis del vehículo.
- Cockpit: diseño de las interfaces entre piloto y vehículo dentro del habitáculo.
- Dirección: diseño y justificación del sistema de dirección del vehículo.
- Carenado: diseño y cálculo con CFD de la aerodinámica del vehículo.

- Motor y transmisión: modelado en CAD del motor, modelado de la electrónica y modelado mecánico del conjunto motor – transmisión.
- Suspensión: diseño en CAD, cálculo y modelado de los sistemas mecánicos que constituyen la suspensión.
- Frenos: diseño, cálculo térmico y justificación del sistema de frenos del vehículo.
- Hardware y software: encargados de toda la electrónica de control embarcada en el vehículo.
- Marketing: departamento encargado de buscar patrocinios y dar a conocer el proyecto mediante actos y a través de las redes sociales.
- Fabricación. Es llevada a cabo en el Instituto Politécnico Cristo Rey, donde disponen de todas las herramientas y útiles necesarios para esta labor.

## 1.6 *Dinámica de vehículos*

Dado que el presente Trabajo Fin de Máster está enfocado en ver el comportamiento de la suspensión, es preciso dar una breve introducción a qué es la dinámica de vehículos.

Pues bien, la dinámica de vehículos o teoría de vehículos no es más que un cuerpo de conocimientos que estudia el comportamiento dinámico del vehículo frente a unas determinadas acciones [Alonso, FJ, 2013].

En el presente Trabajo Fin de Máster se realizará el análisis de la dinámica de vehículos terrestres no guiados, es decir, los vehículos que se desplazan sobre la tierra y que pueden hacerlo en varias direcciones sobre el terreno, o sobre la carretera. En este sentido, el tipo de vehículo que se analizará posee dos grados de libertad, puesto que permite el movimiento en una superficie.

Las acciones a las que está sometido un vehículo mientras circula son:

- Externas.
  - En el contacto neumático-carretera.
  - Aerodinámicas.
- Internas.
  - Del conductor sobre los elementos de control.
    - Dirección.
    - Freno.
    - Tracción.
  - De los sistemas de control automático del vehículo.

Los vehículos terrestres no guiados poseen seis grados de libertad en su movimiento. Cada uno de estos movimientos se expone a continuación [Font, J, 1997].

- Desplazamiento o avance en la dirección del plano longitudinal de simetría (vaivén).
- Desplazamiento lateral (bandazo).
- Desplazamiento vertical (bailoteo o bote).
- Ángulo girado alrededor del eje x (balanceo).
- Ángulo girado alrededor del eje y (cabeceo).
- Ángulo girado alrededor del eje z (guiñada o pivotamiento).

En la Figura 1.1 [Gillespie, T.D, 1992], se esquematizan los anteriores movimientos:

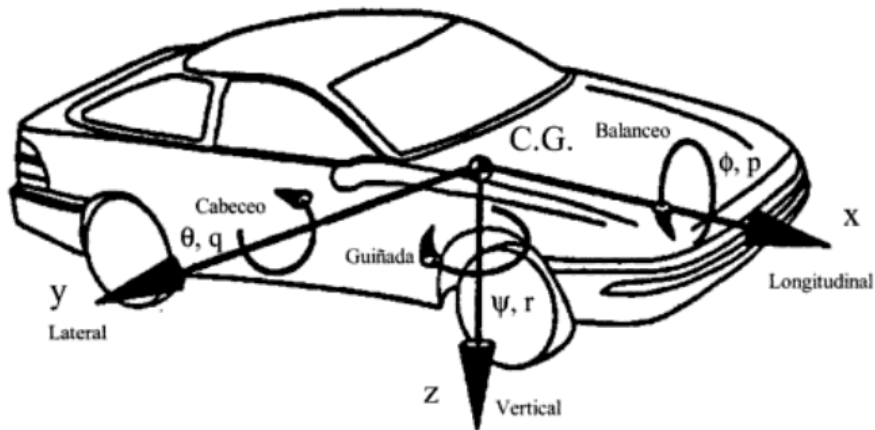


Figura 1.1. Movimientos básicos de un vehículo según el sistema de referencia SAE.

En un caso real, los anteriores movimientos se producen a la vez. Sin embargo, es posible desacoplar estos movimientos en tres dinámicas, de manera que cada dinámica puede ser estudiada independientemente del resto. Estas tres dinámicas son:

- **Dinámica longitudinal.** Esta dinámica se encuentra focalizada en el estudio del movimiento de traslación longitudinal frente a actuaciones del grupo propulsor, del sistema de frenos y de las fuerzas resistivas que se oponen al movimiento del vehículo. Se aplica en el diseño del grupo propulsor, del cálculo de prestaciones del vehículo, de la transmisión, y en el diseño aerodinámico. Incluye por otra parte la teoría del frenado.
- **Dinámica lateral.** Analiza el comportamiento en curva del vehículo. Se aplica al diseño del sistema de dirección, analizando la influencia de la deriva de los neumáticos al negociar una curva, lo cual puede producir un comportamiento subvirador<sup>2</sup> o sobrevirador<sup>3</sup> del vehículo. También estudia el vuelco.
- **Dinámica vertical.** Estudia los movimientos de bote, cabeceo y balanceo (diseño de suspensiones) debidos a la excitación de la carretera, el viento y la actuación sobre los elementos de gobierno del vehículo.

<sup>2</sup> Tendencia del vehículo a salirse por la tangente al negociar una curva.

<sup>3</sup> Deslizamiento del tren trasero hacia el exterior de la curva, al tiempo que las ruedas anteriores están girando de manera correcta. Situación extrema que requiere de conductores experimentados y entrenados para poder controlar el vehículo. [Marchini, G, 1991].



## 2 SISTEMA DE SUSPENSIÓN

En el presente Capítulo se procederá a la descripción de los diferentes elementos que constituyen un sistema de suspensión. También se expondrán diferentes geometrías de suspensión que pueden encontrarse a día de hoy tanto en turismos, como en vehículos comerciales y vehículos destinados a la competición.

Antes de proceder a ello, es preciso definir los antecedentes de estos sistemas.

### 2.1 Historia de los sistemas de suspensión

En el siglo XIX, una preocupación de los fabricantes de carruajes era tratar de hacer más cómodos sus vehículos. Los caminos empedrados suponían una tortura para los ocupantes, pues cada irregularidad del terreno por las cuales las ruedas pasaban se registraba exactamente con la misma intensidad allí donde se encontraban los pasajeros [García, R, 2012].

Se hicieron varios intentos para reducir o atenuar esos impactos, por ejemplo, acolchando los asientos o poniendo unos resortes en el pescante del cochero, ideas que sirvieron para comenzar, pero que aún no permitían solventar el problema. Esto fue así hasta que se pensó en colgar la cabina del carruaje con unas correas de cuero, desde unos soportes metálicos que venían de los ejes, de modo que la cabina quedaba suspendida por cuatro soportes y cuatro correas, tal y como muestra la Figura 2.1.



Figura 2.1. Primeros sistemas de suspensión.

El resultado fue que, aunque los golpes del rodaje eran parcialmente absorbidos, la cabina resultó ser una verdadera coctelera, pues se mecía y bamboleaba sin control alguno, añadiendo a la relativa mejora en el confort las delicias del mareo. Sin embargo, en un sentido estricto de la palabra, es posible decir que ahí nació el concepto de suspensión: un medio elástico que además de sostener la carrocería asimile y filtre las irregularidades del camino haciendo que no se transmitan con la misma intensidad a los ocupantes del vehículo.

En la medida en que las suspensiones evolucionaron y fueron haciéndose más eficientes, las ruedas disminuyeron su tamaño. Esto es así porque las ruedas de gran diámetro reducen el efecto de las irregularidades del camino. En cambio, las ruedas pequeñas las registran más debido a que entran en los hoyos del terreno en mayor proporción. Es posible sentenciar que desde aquí, y gracias a los avances de la industria, se ha llegado hasta la actualidad.

### 2.2 Elementos integrantes de un sistema de suspensión

Como se ha comentado en el anterior Apartado, la conexión entre las ruedas del vehículo y el bastidor del mismo no es rígida, pues en ese caso se producirían grandes fuerzas de inercia y de impacto sobre la estructura cuando el vehículo circulase por pistas irregulares o con baches. Por ello, las funciones que debe desempeñar el sistema de suspensión son [Romo, J, 2015]:

- Aislar el habitáculo de las distintas irregularidades y obstáculos que encuentren las ruedas en su camino.

- Mantener en todo momento y circunstancia el contacto entre el neumático y el suelo. Para cumplir esta función es preciso conseguir que las variaciones de carga sobre el neumático sean mínimas y que exista estabilidad, la cual está supeditada a una relación de compromiso entre el comportamiento dinámico y el confort.
- Mantener las ruedas verticales, concepto que está ligado a los diferentes ángulos que conforman el sistema de suspensión y que se tratarán con posterioridad.
- Absorber adecuadamente todos los esfuerzos que se generen en tracción, frenado y curva, ya que la suspensión es el mecanismo de unión entre las ruedas y el chasis.

Para lograr estos objetivos, el sistema de suspensión está formado por componentes elásticos, que transforman la energía cinética de movimiento relativo rueda-bastidor en energía elástica de deformación del resorte, y elementos amortiguadores montados en paralelo a los anteriores que disipan este movimiento relativo en el menor tiempo posible. En concreto, aparecen los siguientes componentes:

- Elementos de anclaje.
- Elementos elásticos:
  - Muelles helicoidales.
  - Ballestas.
  - Muelles neumáticos o hidráulicos.
- Elementos amortiguadores.
- Elementos estabilizadores: barras de torsión y estabilizadoras.

En un vehículo destinado a la competición, la definición de suspensión tiene otra acepción. Aportar comodidad al piloto sería una función secundaria y podría decirse que irrelevante. En el mundo de la competición, el diseño de la suspensión se centra en ser capaz de hacer que los neumáticos estén el mayor tiempo posible en contacto con el suelo, y por tanto, que estos sean capaz de transmitir al suelo los esfuerzos a los que se ve sometido.

Seguidamente se procederá a describir los elementos que constituyen cualquier sistema de suspensión.

### 2.2.1 Elementos de anclaje

Son los elementos que sirven de interfaz entre los componentes de la suspensión y el chasis. Normalmente, esta conexión se realiza a través de elementos de metal-caucho, denominados Silent Blocks o Bushings, los cuales dotan de cierta flexibilidad al sistema de suspensión y amortiguan las reacciones en los apoyos, de forma que no existan piezas móviles metálicas en contacto. Su misión es conseguir un buen aislamiento y permitir que las suspensiones trabajen correctamente. La Figura 2.2 muestra la apariencia de estos elementos [Longhurst, C, 2016].



Figura 2.2. Silentblock.

En el mundo de la competición en muchas ocasiones se emplean rótulas uniball, las cuales no llevan elemento de caucho o, como en el caso de las suspensiones de los Formula 1, los cuales no equipan rótulas y consiguen ese efecto a través de la flexión de la fibra de carbono.

## 2.2.2 Elementos elásticos

Dentro de los elementos elásticos es posible definir dos principales, las ballestas y los resortes helicoidales.

### 2.2.2.1 Ballestas

Los antiguos carros de caballos adoptaron la configuración de eje rígido sobre el que estaban situadas las ruedas. Como elemento de conexión entre el eje y la cabina donde estaban situados los pasajeros se colocaban las ballestas.

La ballesta es un conjunto elástico realizado con láminas de acero de la misma composición que el empleado para los muelles helicoidales en otros sistemas de suspensión. Su composición, junto con su especial forjado y temple permiten a estas láminas doblarse bajo la acción de una fuerza, retornando a su posición inicial tras el cese de la misma. La Figura 2.3 [Fotografía tomada por el autor] muestra la suspensión delantera de un camión Daimler del año 1898.



Figura 2.3. Suspensión delantera de ballestas del Daimler Motor-Lastwagen.

Las láminas de acero que componen las ballestas se denominan hojas, y su longitud siempre es diferente respecto de las contiguas, de mayor a menor. Las hojas se mantienen unidas mediante un orificio central común a todas ellas, atravesado por un tornillo llamado tornillo capuchino. El conjunto de la ballesta se une al bastidor del vehículo mediante la hoja más larga, usualmente colocada en la posición más alta. Esta recibe el nombre de hoja maestra, y sus extremos están curvados tomando una forma cilíndrica para permitir su anclaje en el bastidor. Estos extremos curvados se denominan ojos. En la unión de la ballesta con el bastidor, en los ojos de la ballesta, se emplean unos casquillos de bronce rodeados de goma a través de los cuales se insertan unos pernos o bulones que son los que realizan la unión.

Para mantener la alineación de las hojas, además del tornillo capuchino central se dispone de varias bridas en forma de U que impiden el desalineado durante el proceso de absorción de golpes del sistema de suspensión.

### 2.2.2.2 Resortes helicoidales

Un resorte helicoidal no es más que un hilo de alambre enrollado, lo cual tiene la ventaja de no necesitar un brazo de acción para experimentar una fuerza elástica, fenómeno que sí ocurre con las ballestas y con las barras estabilizadoras como posteriormente se verá.

Existen multitud de muelles de este tipo, con diferente forma y acabado de sus extremos, pero el principio físico que les permiten funcionar es siempre el mismo, y viene determinado por la Ley de Hooke, la cual sentencia que la fuerza que experimenta un muelle es el producto de una determinada rigidez por el desplazamiento que el propio muelle experimenta.

No obstante, el avance de la técnica ha permitido fabricar muelles con espesor de alambre no constante, con forma cónica o con paso de espiral variable, lo cual permite que la rigidez del muelle no sea constante y se tengan diferentes tramos de deformación.

La principal ventaja que presenta el resorte helicoidal frente a las ballestas es la ausencia casi total de fricción interna, lo que permite confiar la absorción de energía al amortiguador, mucho más fácil de controlar. Los resortes helicoidales son más eficaces almacenando energía, a la vez que son más compactos, pero necesitan reaccionar verticalmente entre sus puntos de anclaje [Mula, I, 2009].

Aunque el uso de resortes helicoidales en los sistemas de suspensión está muy extendido, numerosos vehículos emplean otros sistemas como elementos elásticos. Tal es así, que en suspensiones hidroneumáticas es el aire quien sirve de elemento elástico, siendo el fluido en estado líquido (generalmente aceite), el encargado de aportar el amortiguamiento. En otros casos, la rigidez al sistema puede ser aportada a través de barras de torsión las cuales, trabajando en el régimen elástico, tienen un efecto similar al de los resortes.

### 2.2.3 Elementos amortiguadores

Los primeros amortiguadores se utilizaron con anterioridad a 1920 y eran del tipo cinta de fricción. Estos dispositivos no eran ni muy duraderos ni muy satisfactorios en su rendimiento. Sin embargo, sirvieron para señalar la necesidad de buscar otros dispositivos de amortiguación que fueran más eficientes y fiables. Entre los inconvenientes de estos primeros amortiguadores es posible señalar:

- Hasta que no se supera la fuerza de fricción, la suspensión permanece bloqueada y por tanto el vehículo carecía de la misma en esos momentos.
- Una vez superada esta fuerza, la fuerza amortiguadora disminuiría al aumentar la velocidad. Este efecto es contrario al deseado puesto que se desea que la fuerza amortiguadora sea creciente con la velocidad, ya que el sistema deberá absorber más energía.
- Su comportamiento depende del grado de desgaste del componente.
- Es necesario reponer periódicamente las piezas desgastadas con una frecuencia demasiado elevada.

Los amortiguadores hidráulicos fueron la respuesta para satisfacer esta necesidad, y surgieron a principios de los años veinte. Los primeros amortiguadores hidráulicos eran de “una sola acción”, es decir, que trabajaban en una sola dirección, generalmente en extensión y se les conoció como de “leva y brazo o palanca”. Estaban hechos de un pesado cuerpo de hierro fundido contenido en un pistón accionado por una leva que operaba dentro de un cilindro vertical. El cuerpo de esta unidad quedaba sujeto con pernos al bastidor del vehículo y la leva era accionada por una palanca o brazo horizontal conectado al eje por un cinturón o una correa de algodón.

Actualmente, se ha impuesto en la industria el uso de amortiguadores hidráulicos. Con esto se consigue que la fuerza amortiguadora posea una función creciente a medida que la velocidad aumenta. Aunque se han desarrollado infinidad de tipos de amortiguadores, como los giratorios o los de pistón, los más utilizados actualmente son del tipo telescópicos.

En esencia, estos amortiguadores constan de un pistón que trabaja dentro de un cilindro por donde hay aceite. Sobre este pistón existen una serie de orificios y unas válvulas precomprimidas, que permiten el paso del aceite de una parte a otra del pistón cuando la presión supera un valor dado. Los orificios representan el paso permanente y las válvulas el paso de apertura por presión.

El paso permanente vienen a ser orificios fijos (salvo cuando el amortiguador es un monotubo regulable, en cuyo caso la regulación suele consistir en la variación del tamaño del orificio), que restringen el flujo de caudal. En el caso de las válvulas de apertura por presión, para que estas se abran es necesario ejercer sobre ellas una determinada presión y a medida que esta aumenta la apertura va siendo mayor.

## 2.2.4 Elementos estabilizadores

Por lo general son elementos pasivos, mediante los cuales se pretende mejorar la maniobrabilidad del vehículo así como la estabilidad y la seguridad de los viajeros. Por lo tanto, es importante estudiar bien el funcionamiento de este elemento del vehículo, ya que de esta forma se podrá comprender mejor como puede responder el vehículo ante la realización de diferentes maniobras.

Las barras estabilizadoras son básicamente barras de torsión, esto es, barras de acero templado sujetas al bastidor y en contacto indirecto con la rueda, cuya misión es absorber la energía producida por las oscilaciones de las ruedas gracias a que se produce una torsión de dichas barras. Precisando un poco más, se puede decir que las barras estabilizadoras son barras redondas de acero (también las hay que poseen una sección cuadrada, aunque es poco frecuente su uso), elásticas y curvadas en forma de U alargada, que forman parte de la suspensión y gracias a las cuales se solidariza el movimiento vertical de las ruedas opuestas, minimizando la inclinación lateral que sufre la carrocería de un vehículo cuando es sometido a la fuerza centrífuga en las curvas.

Las barras estabilizadoras se encuentran conectadas por un extremo al mecanismo de suspensión de un lado del vehículo, y por el otro extremo al otro lado del mecanismo de suspensión de la otra rueda, como puede verse en la Figura 2.4 [Mula, I, 2009].

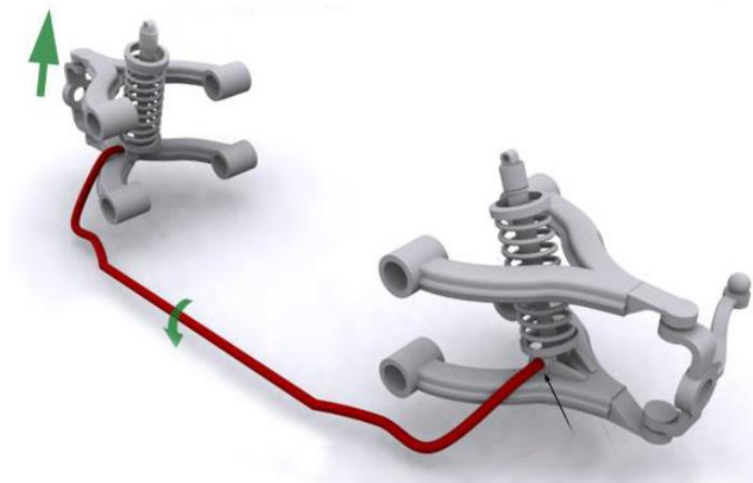


Figura 2.4. Barra estabilizadora en suspensión de doble triángulo.

No todos los vehículos están dotados de ellas porque su papel es menos determinante en el sistema de suspensión, si bien aporta al vehículo ventajas en cuanto a estabilidad. Esta barra transfiere parte de la carga adicional que se aplica a la suspensión cuando el vehículo toma una curva de un lado a otro, reduciendo de esta forma la inclinación de la carrocería (balanceo). Al tomar una curva, la carrocería del vehículo tiende a inclinarse hacia fuera, por lo que las ruedas que van por la parte exterior de la curva están sometidas a una mayor fuerza dinámica, y esto significa un mayor peso sobre la suspensión (y por tanto sobre el neumático), mientras que las ruedas internas están más descargadas. Esta diferencia de cargas sobre las ruedas de un lado y otro del vehículo se traduce en que la suspensión del lado externo está comprimida mientras que la del lado interno está extendida, pudiendo provocar que alguna de las ruedas internas pierda el contacto con la carretera.

El parámetro principal que caracteriza una barra estabilizadora es el diámetro de la misma, ya que de este diámetro dependerá la rigidez que tenga la barra. Diámetros pequeños transferirán poca fuerza entre la rueda de un extremo y su opuesta, siendo muy independientes los movimientos de cada lado. Sin embargo, una barra de gran diámetro, y por tanto gran rigidez, transferirá mucha fuerza, pudiendo ocurrir que con el vehículo circulando en línea recta, si una rueda pasa por un obstáculo perturbará más a la rueda opuesta, reduciéndose de ese modo el confort de marcha.

Las barras estabilizadoras son fundamentalmente de dos tipos:

- **Barras estabilizadoras transversales:** también llamadas barras antibalaceo. Es la configuración más típica, y se utilizan para evitar las oscilaciones laterales, es decir, el balaceo. Es el caso comentado anteriormente, que se hace patente cuando el vehículo toma una curva.
- **Barras estabilizadoras longitudinales:** este tipo de barras se instalan en los vehículos para regular los desplazamientos originados entre la masa suspendida y no suspendida, debida a los esfuerzos ocasionados al acelerar y frenar el vehículo. No son tan comunes como las transversales.

Si se quiere mejorar el comportamiento de dichas barras estabilizadoras, se pueden sustituir por unas barras estabilizadoras activas, mediante las que se introduce un par de fuerzas que se opone a la inclinación del vehículo (en función de unos parámetros de entrada, como el ángulo de balaceo de la masa suspendida y la velocidad angular de guiñada del vehículo) con el fin de aumentar la seguridad y la estabilidad del mismo.

### 2.3 Geometrías de suspensión

Las suspensiones pueden clasificarse en función de numerosos criterios. Según el grado de actuación, esta clasificación es [Terrones, M, 2010]:

- **Suspensiones pasivas:** generalmente, almacenan energía mediante un resorte y la disipan mediante un amortiguador.

El principal inconveniente es que tienen los parámetros fijos (rigidez del muelle y constante de amortiguamiento), o a lo sumo se mueven en valores discretos. Como ventaja, no necesitan un aporte externo de energía y por lo tanto son más baratas que las suspensiones activas, destinadas principalmente a vehículos Premium.

- **Suspensiones activas:** estas suspensiones almacenan energía y la disipan, pero además, pueden introducir energía al sistema.

En estas suspensiones los parámetros no son fijos. Esto se traduce en que las características de la suspensión pueden variar continuamente en función de las necesidades de cada instante, adaptándose así al medio por el cual circula el vehículo.

Como inconveniente, además de un mayor coste económico, precisan un diseño más complejo debido al aporte energético que precisan.

- **Suspensiones semiactivas:** este tipo de suspensiones presenta un gran número de similitudes con las suspensiones activas, ya que la igual que estas, permiten regular los parámetros del sistema. Sin embargo, existe una diferencia fundamental entre ambas, las suspensiones semiactivas no requieren un aporte energético extra. Así pues, la variación de los parámetros se produce por medio de componentes regulables, que pueden o no, estar comandados electrónicamente a través de sensores.

Citar que las geometrías que seguidamente se mostrarán, corresponden a priori a suspensiones pasivas, pero sin embargo, teóricamente bastaría con sustituir el conjunto muelle-amortiguador para convertir cualquier suspensión pasiva en una semiactiva o una suspensión activa.

Clasificar las diferentes geometrías de suspensión es una tarea dura, puesto que en la práctica existen tantos tipos como vehículos. Por ello, generalmente se establecen dos grandes grupos, suspensiones de eje rígido o dependiente y suspensiones independientes. [Mula, I, 2009].

La principal diferencia entre ambos sistemas es que en el primero, al estar conectadas entre sí rígidamente las ruedas de un mismo eje, todo aquello que afecte a una rueda afectará también a la otra, cosa que no sucede en los sistemas de suspensión independiente, ya que a lo sumo, la unión entre las ruedas de un mismo eje se hace de manera flexible a través de una barra estabilizadora.

### 2.3.1 Sistemas de eje rígido

En competición, tan solo los vehículos de NASCAR en EE.UU y los TC en Argentina, así como vehículos de rally derivados de vehículos de serie son los que emplean este sistema en el tren trasero. [Rinland, S, 2014].

Existen dos variantes fundamentales, el eje rígido con ballestas o con resortes.

Su principal ventaja reside en su sencillez mecánica, particularmente cuando está unido al diferencial, así mismo, en tracción, las ruedas se mantienen con el mejor apoyo posible. Como inconveniente, son pesados, elevando la relación masa suspendida<sup>4</sup>/masa no suspendida<sup>5</sup>, lo cual obliga a que el sistema muelle-amortiguador tenga que tener una baja frecuencia de resonancia para permitir que los neumáticos trabajen de manera apropiada.

En cuanto a geometría, en las suspensiones de eje rígido el ángulo de caída de la rueda es independiente del balanceo que sufre el vehículo. Esto implica que las ruedas se inclinan poco al negociar una curva, y que la parte exterior del neumático sufre mayores deformaciones. Además, la alineación de las ruedas se mantiene, por lo que se reduce el desgaste de los neumáticos. Como principal inconveniente, estas geometrías son susceptibles de sufrir vibraciones vagabundas en la dirección, fenómeno conocido como "Shimmy". [Gillespie, T.D, 1992].

#### 2.3.1.1 Hotchkiss

En los años 60, era la forma más común de geometría trasera, y a día de hoy se emplea en vehículos industriales ligeros. El eje se encuentra sostenido por ballestas y es accionado a través de un árbol de transmisión. Las ballestas, se disponen longitudinalmente y el eje se instala en el punto medio de las mismas, tal y como muestra la Figura 2.5 [Longhurst, C, 2016]. Para el amortiguamiento de las oscilaciones, se acompaña al sistema con dos amortiguadores hidráulicos telescópicos. [Gillespie, T.D, 1992].

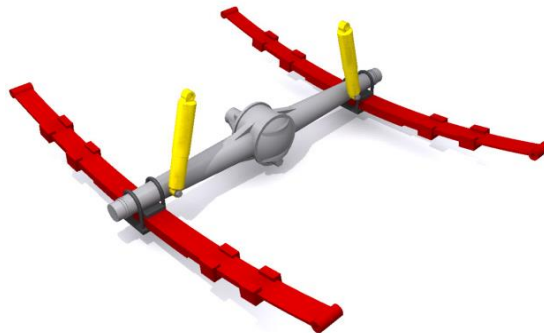


Figura 2.5. Suspensión tipo Hotchkiss.

Esta geometría desapareció de los automóviles ligeros debido a la fricción entre las hojas de la ballesta y a la pérdida de estabilidad lateral que se sufrió a medida que estas se hicieron más largas para bajar así su rigidez, lo cual en muchas ocasiones requería añadir otros brazos para compensar diferentes efectos, dando lugar a geometrías que se tratarán seguidamente.

<sup>4</sup> Masa suspendida: engloba a todas aquellas masas que corresponden al chasis y carrocería del vehículo.

<sup>5</sup> Masa no suspendida: masas de los componentes que se encuentran entre el suelo y el elemento elástico de la suspensión.

### Barra Panhard

Es una variante de la suspensión de eje rígido. La única diferencia con el anterior reside en que el movimiento lateral en curva es absorbido por barras transversales.

Este sistema es comúnmente usado en la NASCAR, a pesar de tener la desventaja de que en su movimiento vertical tiene un movimiento parásito lateral debido al arco de movimiento de la barra con respecto al chasis. Para el control longitudinal se emplean brazos arrastrados. La Figura 2.6 [Fuente: internet], muestra un esquema de este tipo.

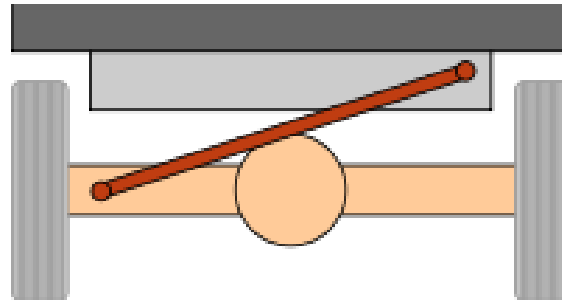


Figura 2.6. Barra Panhard.

### Barras de Watts

Para evitar el movimiento lateral al moverse verticalmente el eje, James Watt ideó este sistema de barras, el cual consiste en dos barras fijadas cada una a un punto del chasis y al centro del eje, vinculadas a través de un pivote de brazos iguales. La Figura 2.7 [Campbell, C, 1981], muestra un esquema de este sistema.

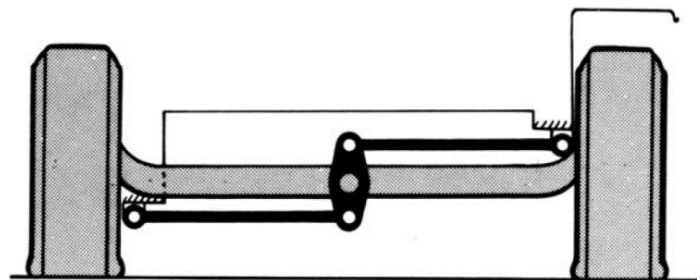


Figura 2.7. Barras de Watts.

#### 2.3.1.2 Tubo de par

Esta geometría, denominada transmisión por tubo de empuje o por tubo de par, es una variante del sistema Hotchkiss.

En este sistema, existe un ensamblaje directo entre el diferencial y el tubo de empuje. De este modo, y al contrario que en el sistema Hotchkiss, se transmite de vuelta el empuje de las ruedas hacia el grupo motopropulsor, y por tanto al chasis a través de los diferentes anclajes.

El tubo que da nombre a este sistema es el encargado de transmitir el par de empuje y de controlar la reacción. Al ser una extensión del diferencial, el sistema visto en planta aparenta ser una "T", de cuyos extremos parten tirantes para garantizar la rigidez del conjunto. En ocasiones también se usan barras Panhard o mecanismos de Watt para evitar el movimiento lateral del conjunto. En el extremo opuesto al del diferencial, se tiene una rótula que sirve de unión con la caja de cambios. La Figura 2.8 muestra este sistema [Campbell, C, 1981].



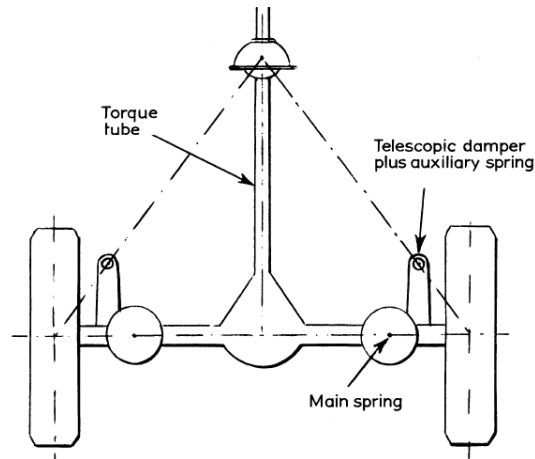


Figura 2.8. Tubo de par.

En comparación con el sistema Hotchkiss, se evitan las deformaciones en las ballestas por las reacciones de par, permitiendo emplear resortes menos rígidos sin afectar al comportamiento en aceleración y frenado.

La principal ventaja de este sistema es la robustez del mismo, y la posibilidad de eliminar las ballestas, sustituyéndolas por resortes helicoidales. Así mismo, el sistema no afecta al funcionamiento de la suspensión, puesto que el propio tubo transmite el empuje y controla el par de reacción (tendencia del eje a girar sobre sí mismo al acelerar y frenar) y porta al eje, por lo que se libera a la suspensión de todas esas funciones.

Sin embargo, se aumenta considerablemente la masa no suspendida del vehículo, así como la necesidad de amplios túneles de transmisión, lo cual hizo a este sistema entrar en desuso a mediados de los años 50 del siglo XX.

### 2.3.1.3 Suspensión de 4 barras

Este sistema es otra alternativa para controlar el eje del vehículo si se sustituyen las ballestas por resortes helicoidales. El control se efectúa por medio de cuatro brazos, repartidos en parejas para cada rueda, tal y como puede verse en la Figura 2.9 [Longhurst, C; 2016].

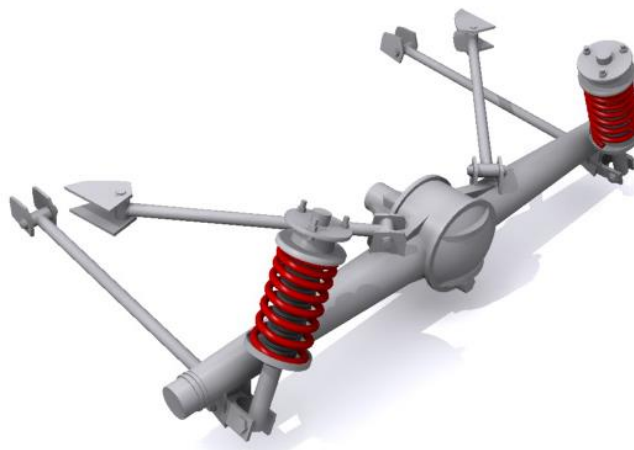


Figura 2.9. Suspensión de 4 barras.

Los brazos inferiores toman la función de control longitudinal del eje, mientras que los superiores se encargan del par motor, del frenado y de las fuerzas laterales.

El hecho de eliminar las ballestas, y usar en su lugar resortes helicoidales, aporta una mejor dinámica del sistema y una mejora de NVH por la eliminación de la fricción de Coulomb propia de las ballestas [Guillesspie, T.D, 1992].

Aunque es una solución más cara que el sistema Hotchkiss, esta geometría posee un mejor control de los parámetros de roll center, así como mejores Anti-squat y Anti-dive.

En ocasiones, el control lateral es cedido a una barra Panhard, tal y como se muestra en la Figura 2.10 [Longhurst, C; 2016].

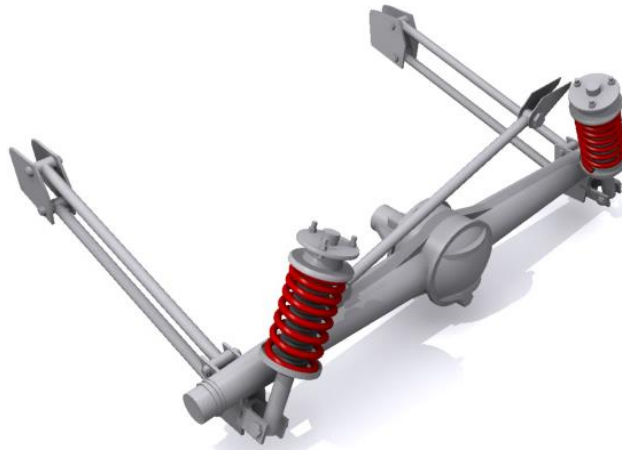


Figura 2.10. Suspensión de 4 barras con barra Panhard.

#### 2.3.1.4 Suspensión de 2 barras más fijación en forma de A

Este sistema es una variación del sistema anterior. En esta ocasión, se mantienen los dos brazos que proporcionan el control longitudinal, pero en la parte superior del eje se añade una fijación en forma de A, con dos puntos de anclaje en el chasis y uno en el eje. La Figura 2.11 expone un sistema de este tipo [Campbell, C, 1981]:

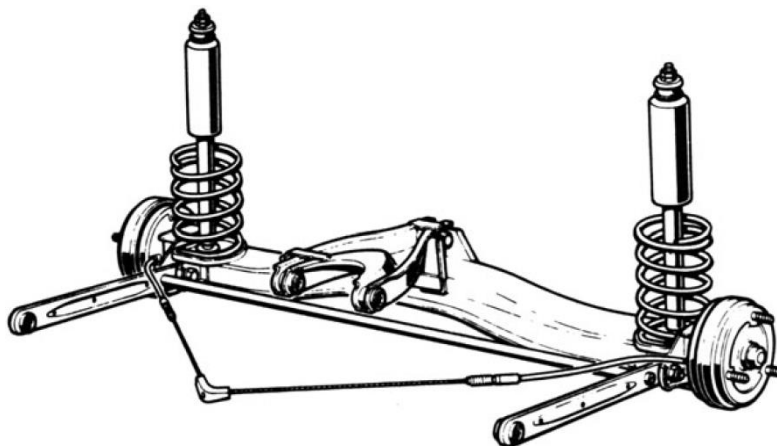


Figura 2.11. Suspensión de 2 barras más fijación en forma de A.

#### 2.3.1.5 Puente de Dion

Esta geometría fue empleada en vehículos de Fórmula 1 de la década de los 50, aunque fue usada en los primeros tiempos del automóvil por la marca francesa De Dion-Bouton.

Este sistema permitía reducir la masa no suspendida respecto a un eje rígido, manteniendo sus ventajas en tracción, es decir, manteniendo las ruedas con un ángulo de caída fijo, mejorando así la aceleración. El diferencial se encuentra fijo al chasis y la transmisión es a través de semi-ejes y juntas homocinéticas.

Estos ejes están sujetos al chasis por medio de dos barras de Watts o por una guía en el chasis o en el diferencial y tensores para absorber las fuerzas longitudinales. La Figura 2.12 muestra un esquema de este tipo [Longhurst, C, 2016].

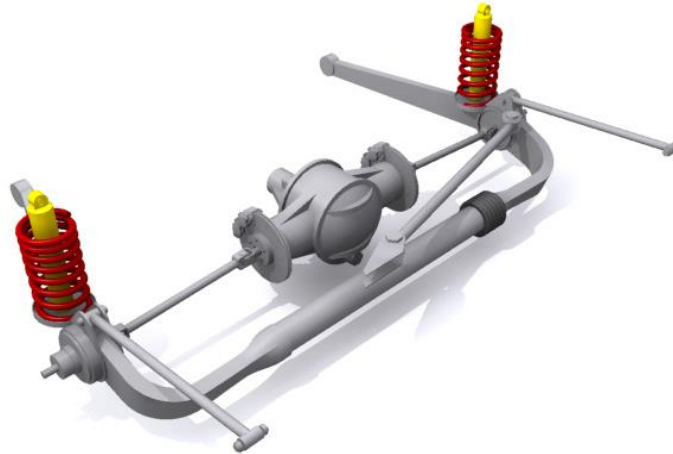


Figura 2.12. Suspensión tipo puente de Dion.

Sin embargo, esta solución añade complejidad, ya que requiere el doble de juntas para los palieres que otras geometrías de eje rígido, en los que el diferencial forma parte del eje que une ambas ruedas.

#### 2.3.1.6 Eje rígido con resorte helicoidal

Esta geometría toma como base la suspensión tipo Hotchkiss, con la diferencia de que en este caso, se eliminan las ballestas como elemento elástico y se emplean resortes helicoidales.

Dado que al eliminar la ballesta se elimina su efecto como elemento fijador, es necesario añadir unos brazos longitudinales para cumplir esa función. Estos sistemas son más avanzados, y permiten una mejor sujeción del eje, así como una mejor absorción de impactos por emplear resortes helicoidales [Mula, I, 2009].

La disposición de los amortiguadores en esta geometría puede ser concéntrica con los resortes, o como en el caso de la Figura 2.13 [Longhurst, C, 2016], de forma separada.

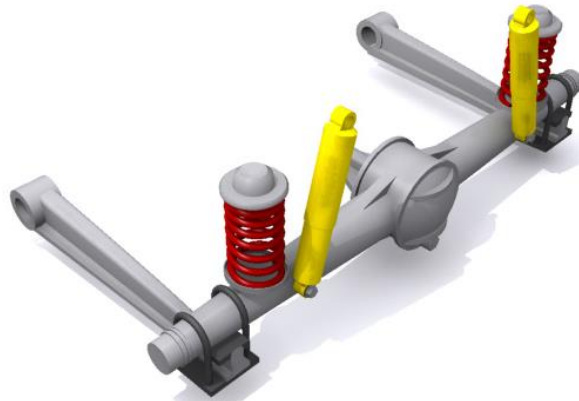


Figura 2.13. Eje rígido con resorte helicoidal.

#### 2.3.1.7 Eje trasero flexible

Este tipo de eje semirrígido trasero comenzó a emplearse como una solución económica en los automóviles de tracción delantera. Es una solución simple y económica, que da buenos resultados de control debido a su bajo peso y a su vez, debido a su flexibilidad, aporta cierta independencia entre ambas ruedas. La Figura 2.14 [Dixon, J. C, 2009] muestra un esquema de este tipo, empleado por Renault durante muchos años:

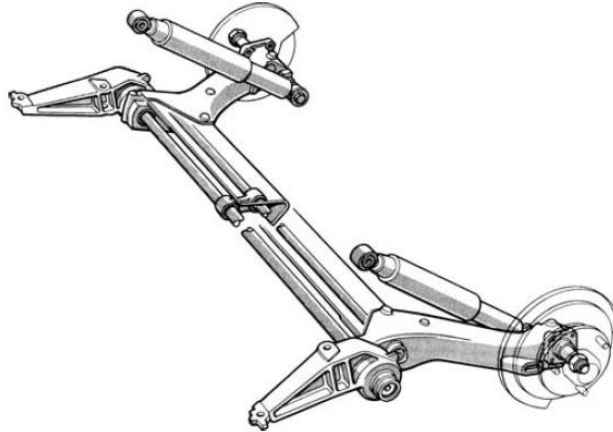


Figura 2.14. Eje trasero flexible.

## 2.3.2 Suspensiones independientes

Estos tipos de geometrías requieren un menor espacio respecto a los sistemas anteriores. Así mismo, reducen las masas no suspendidas.

Estas geometrías limitan las desviaciones de la rueda impactada, de modo que se mejora la adherencia sobre calzadas en mal estado y en curva. Además, tienen una mejor resistencia a vibraciones de la dirección y mayor rigidez al balanceo.

Como inconveniente, el balanceo de la carrocería afecta al ángulo de caída de los neumáticos, y dado que este resulta fundamental para un buen apoyo de los mismos y, consecuentemente, un mayor agarre, es muy importante compensar este problema optimizando la geometría, o bien haciendo uso de sistemas auxiliares de resistencia al balanceo [Mula, I, 2009].

### 2.3.2.1 Suspensión McPherson

Desarrollada por Earle S. McPherson, esta geometría consiste en un brazo triangular inferior y en el grupo resorte-amortiguador sólidamente fijado a la mangueta y articulado en el otro extremo (chasis). Este tipo de suspensión es más económica y ocupa menos espacio que una de doble triángulo, por lo cual se emplea en casi la totalidad de automóviles económicos modernos de tracción delantera ya que aporta más espacio para el grupo motopropulsor [Rinland, S, 2014]. Por otro lado, al ser el esquema más empleado en automóviles de tracción delantera europeos, existen múltiples variaciones de este sistema, pero la esencia es siempre la misma.

En el mundo de la competición, esta suspensión es empleada en los turismos y vehículos de rallies, puesto que por reglamento deben llevar una geometría de suspensión similar a la empleada en el automóvil de serie del que deriva. Frente a otros esquemas, presenta un peso no suspendido más elevado, una rigidez de instalación menor y no tiene la misma posibilidad de recuperar caída que la de doble brazo. Así mismo, estas geometrías compensan poco el cabeceo de frenado a pesar de que se puede rebajar bastante la situación del centro de balanceo (Roll center). En la Figura 2.15 [Longhurst, C, 2016] se muestra esta geometría:



Figura 2.15. Suspensión McPherson.

El movimiento de la rueda nunca es perfectamente perpendicular al suelo. Esto se debe a dos motivos; por un lado, el brazo inferior recorre una trayectoria circular y el amortiguador debe moverse lateralmente para seguirlo. Por otro lado, están los ángulos que se le dan al sistema de suspensión para mejorar el comportamiento en curva y direccional del vehículo.

Debido a que el conjunto muelle amortiguador transmite todos los esfuerzos al chasis, esta zona del mismo debe estar reforzada.

Cuando este tipo de suspensión se usa en el tren trasero, se le llama suspensión Champan Strut debido a que Colin Chapman la adoptó para vehículos de Fórmula 1 de Lotus.

### 2.3.2.2 Suspensión de eje oscilante

Esta es la manera más sencilla de tener un sistema de suspensión independiente en el eje trasero, popularizándose con el Volkswagen Beetle.

El comportamiento de camber se establece por los semiejes, que pivotan en las juntas cardan que salen del diferencial. El radio oscilante es bajo, con lo cual la variación de la caída puede ser amplia en los movimientos de compresión y extensión de la suspensión. Como resultado, es difícil tener un comportamiento consistente en curva con esta geometría. [Gillespie, T.D, 1992].

Un comportamiento crítico de las suspensiones independientes, y acentuado en esta geometría, es el fenómeno denominado “jacking” o levantamiento. Este fenómeno tiene lugar en curva, cuando ambas ruedas del eje sufren fuerzas laterales. En esta situación, la rueda exterior sufre mayor carga, lo cual provoca la elevación del chasis del vehículo, y por tanto se disminuye su resistencia al balanceo y se produce una pérdida de fuerza en curva que puede ocasionar que el vehículo se descontrole y se produzca el vuelco. Para limitar el recorrido de la suspensión y evitar estos efectos, al menos un brazo de control es instalado. La Figura 2.16 muestra una imagen de este efecto. [Campbell, C, 1981].

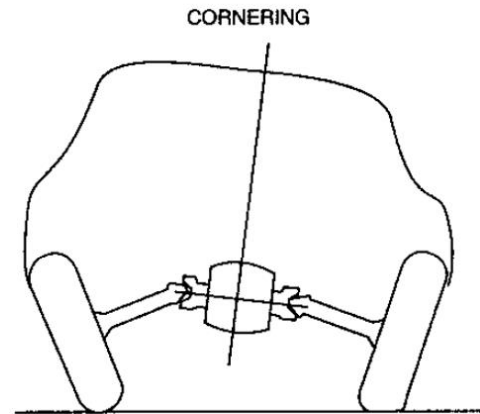


Figura 2.16. Jacking effect.

### 2.3.2.3 Brazos arrastrados

Al igual que la anterior, esta geometría se popularizó con el lanzamiento del Volkswagen Beetle<sup>6</sup>, diseñado por Dr. Ferdinand Porsche, quien también la empleó en los Auto Union de Gran Premio en los años 30.

Es un sistema sencillo, que ocupa poco espacio, pero que posee una rigidez lateral muy baja y no tiene recuperación de caída en balanceo. También, debido a la posición del conjunto resorte-amortiguador, tiene una constante de rueda decreciente. Este sistema permite el uso de barras de torsión en lugar de resortes helicoidales, y lo que se usaba en aquella época, amortiguadores de fricción, sin la necesidad de balancines o sistemas complicados [Rinland, S, 2014]. La Figura 2.17 expone esta geometría [Longhurst, C, 2016].

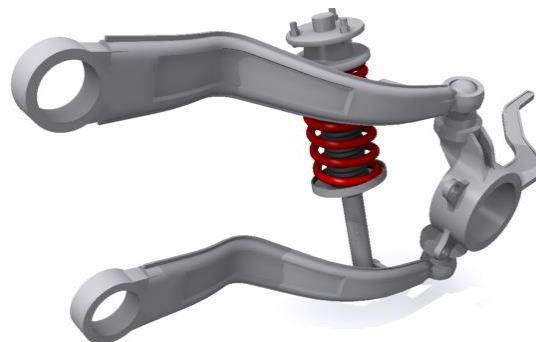


Figura 2.17. Brazos arrastrados.

Los brazos son los encargados de controlar las fuerzas de cabeceo debido a aceleraciones y frenado, lo cual impone que estos elementos deben tener mucha resistencia estructural.

En vista frontal, el centro de balanceo se encuentra en el suelo, y no existe cambio en el ángulo de caída con el recorrido, pero, dado que las ruedas permanecen paralelas al chasis, sí se produce cambio de caída con el balanceo. Por geometría, no se produce ningún cambio de convergencia, pero sí puede producirse por la deflexión de los elementos. El parámetro que sí sufre variación es el avance [Mula, I, 2009].

El esquema mostrado en la Figura 2.14, también suele considerarse una suspensión de este tipo.

<sup>6</sup> En el eje delantero, el Volkswagen Beetle montaba una suspensión de brazos arrastrados, mientras que en el eje trasero equipaba una suspensión de eje oscilante.

### 2.3.2.4 Brazos semi-arrastrados

Este sistema, propio de suspensiones traseras, fue popularizado por BMW y Mercedes. Este diseño se expone en la Figura 2.18, y proporciona una caída a medio camino entre una suspensión de brazos arrastrados como la mostrada en el anterior Apartado y una de eje oscilante, que será mostrada en el siguiente Apartado, aunque al igual que ocurría en la geometría anterior, esta variación de camber no es absoluta, sino relativa al chasis. [Guillespie, T. D, 1992].

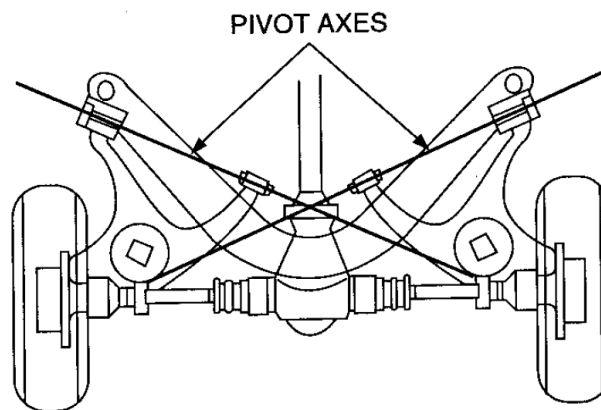


Figura 2.18. Brazos semi-arrastrados.

Esta geometría presenta un efecto de dirección a medida que se producen los movimientos de extensión y compresión de la suspensión. La combinación de este efecto junto con la variación de camber, actúan en contra de la dirección en curva, generando un efecto de subviraje en el eje trasero. Sin embargo, las fuerzas laterales en curva contribuirán al sobreviraje del vehículo si no se controla.

### 2.3.2.5 Paralelogramo deformable o double wishbone

Las suspensión tipo paralelogramo deformable, doble brazo o doble triángulo es la más usada en los automóviles de competición en los últimos 60 años, fundamentalmente en el tren delantero.

Este sistema consiste en dos brazos triangulares, uno debajo del centro de rueda y otro por encima de este, permitiendo un control más adecuado de los ángulos de rueda en movimiento. Tiene también la ventaja de reducir al mínimo el peso no suspendido.

Dentro de los sistemas de paralelogramo deformable existen varias geometrías. Dado que el vehículo analizado en el presente trabajo equipa este tipo de suspensión, se procederá a citar más detenidamente las principales alternativas dentro del esquema de paralelogramo deformable. Estas alternativas se diferencian en esencia en la manera en la cual se acciona el conjunto muelle-amortiguador.

- **Amortiguador externo:** es el más sencillo y económico. En competición dejó de emplearse fundamentalmente por cuestiones aerodinámicas, en objeto de reducir la resistencia al avance del vehículo.
- **Amortiguador a balancín:** usado en monoplazas durante cerca de dos décadas. En este sistema, el amortiguador se encuentra instalado en el brazo superior. Al carecer de la rigidez de instalación necesaria para la rigidez de los resortes que se comenzaron a instalar en los vehículos debido a las cargas aerodinámicas, este sistema acabó desapareciendo.
- **Amortiguador a Pull-rod y Push-rod:** a día de hoy son los más empleados en vehículos tipo Formula 1. Entre ambos, los sistemas Push-rod son los más empleados, aunque ambos tienen ciertas ventajas e inconvenientes y la elección entre ambos fundamentalmente se basa en cuestiones aerodinámicas o de diseño del conjunto. La Figura 2.19 muestra estas dos configuraciones [Caraguay, C, 2015].



Figura 2.19. Suspensión tipo Pull-rod (izquierda) y Push-rod (derecha).

### 2.3.2.6 Suspensión de 5 brazos o multi-link

Geometría empleada en automóviles de producción cuando se busca un efecto de control de la geometría provocando convergencia o divergencia cuando la suspensión se mueve de forma vertical. Al tener cinco brazos independientes, permiten gran libertad de provocar o impedir grados de libertad.

Se basa en la misma filosofía que la suspensión de doble triángulo (para que una suspensión de denomine multi-link deberá tener al menos 3 brazos), sin embargo, su diferencia fundamental reside en las opciones de configuración, de manera que las dinámicas longitudinal y lateral pueden configurarse de forma precisa y prácticamente independientes entre sí. La Figura 2.20 [Longhurst, C, 2016] muestra un esquema de este tipo.



Figura 2.20. Suspensión Multi-link.

## 2.4 Sistema de dirección

El sistema de dirección es un sistema muy importante en el vehículo, ya que le permite modificar su trayectoria. Probablemente, es el sistema más característico del automóvil y que lo diferencia de otros vehículos terrestres como por ejemplo el ferrocarril [Pintado, P, 1994].

Hasta comienzos del siglo XX, los vehículos de cuatro ruedas se direccionaban girando todo el eje delantero. Este eje, se unía al chasis mediante un pivote central que permitía el giro. A día de hoy, este sistema se sigue empleando por ejemplo en remolques agrícolas, por su robustez y sencillez. Este sistema funciona bien siempre que sea accionado por animales, como en el caso de los carros de caballos o por una cabeza tractora, sin embargo, cuando la máquina de vapor se introdujo como medio de tracción, se vieron los problemas de este sistema.



El principal inconveniente de este sistema es el volumen barrido por el eje en su recorrido, lo cual impide la construcción de vehículos compactos.

Hasta el nacimiento de la tracción mecánica, no fue cuando surgieron las primeras patentes de interés relacionadas con el sistema de dirección. George Lankensperger inventó en 1816 el sistema mostrado en la Figura 2.21 [Dixon, J.C, 2009], un sistema en el que las dos ruedas giraban en torno a pivotes independientes. Las ruedas estaban acopladas mediante una barra colocada delante del eje, a la cual se podía unir el tiro de los caballos en el caso de tracción animal. El sistema fue patentado en Inglaterra por el agente y amigo de George Lankensperger, Rudolph Ackerman, en 1818, y desde entonces se conoce como el cuadrilátero de Ackerman.

Sin embargo, los primeros diseños datan del siglo XVIII y XIX. El primer diseño corresponde a Erasmus Darwin (abuelo de Charles Darwin), el cual ideó, 60 años antes de Lankensperger, un sistema para que su carruaje, al girar, no dejase huellas en la entrada de su mansión, sistema que jamás patentó.

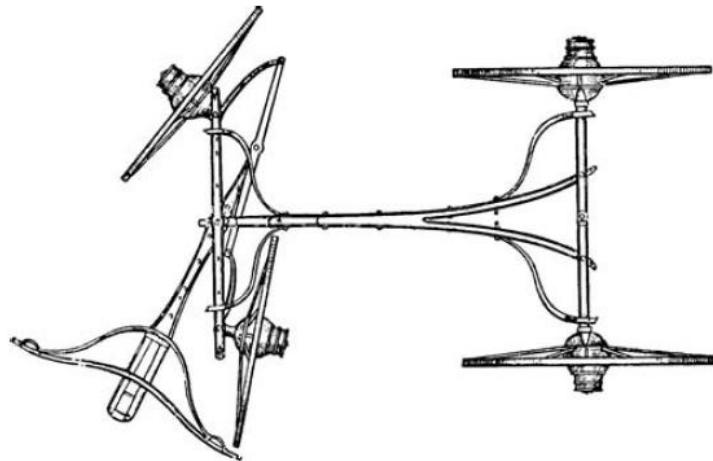


Figura 2.21. Dirección independiente de Lankensperger.

En los primeros carruajes, la dirección estaba gobernada por un timón al estilo del utilizado en barcos. Este sistema fue rápidamente sustituido por un volante que, a través de una caja reductora permitía posicionar el mecanismo de la dirección. Las primeras reductoras empleadas fueron de tornillo sin fin, las cuales se siguen utilizando a día de hoy. Más tarde, en 1932, se comenzó a utilizar en Alemania el sistema de piñón y cremallera en vehículos con suspensión delantera independiente, sistema muy extendido a día de hoy.

Todo sistema de dirección debe cumplir una serie de características o requisitos básicos para su correcto funcionamiento [López, J. A, 2014]:

- Precisión: aptitud a situar el vehículo en la trayectoria con la exactitud necesaria.
- Dureza – Suavidad: esfuerzo en el volante que tiene que realizar el piloto para accionar las ruedas, tanto aparcando como en movimiento.
- Rapidez: número de vueltas del volante.
- Progresividad: en función del ángulo del volante.
- Autoalineación: capacidad que tienen las ruedas directrices de recuperar la alineación recta.
- Estabilidad: ausencia de abanico y vibraciones en el volante.
- Irreversibilidad: los esfuerzos en las ruedas deben transmitirse al volante muy amortiguados.
- Compatibilidad con la suspensión: minimizar el efecto sobre la dirección de los movimientos de la suspensión y de las ruedas.

En cuanto a los tipos de sistemas de dirección se pueden citar los siguientes [Terrones, M, 2010]:

- **Mecánicos**

- **De tornillo sinfín:** consiste en un tornillo sinfín unido a la columna de dirección, que engrana con una rueda dentada acoplada al mecanismo que permite el movimiento de las ruedas. Un mecanismo de este tipo se expone en la Figura 2.22 [López, J. A, 2014].

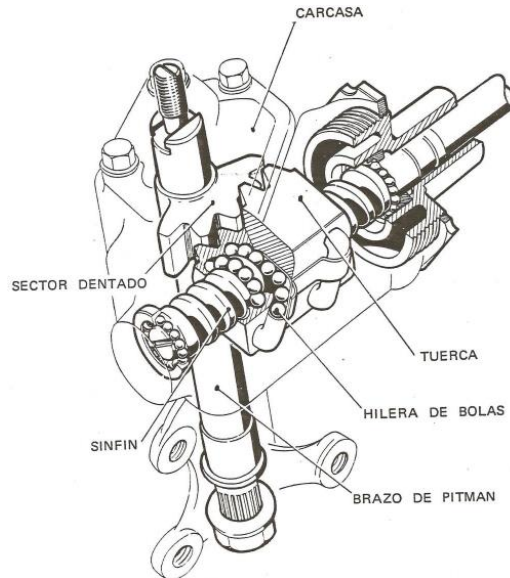


Figura 2.22. Dirección de tornillo sin fin.

- **De cremallera:** en este caso, el sistema está formado por un piñón helicoidal unido a la columna de dirección, que engrana con una cremallera unida directamente a los brazos de dirección de las ruedas, como puede verse en la Figura 2.23 [Longhurst, C, 2016]. Este sistema posee mayor rendimiento mecánico que el anterior.

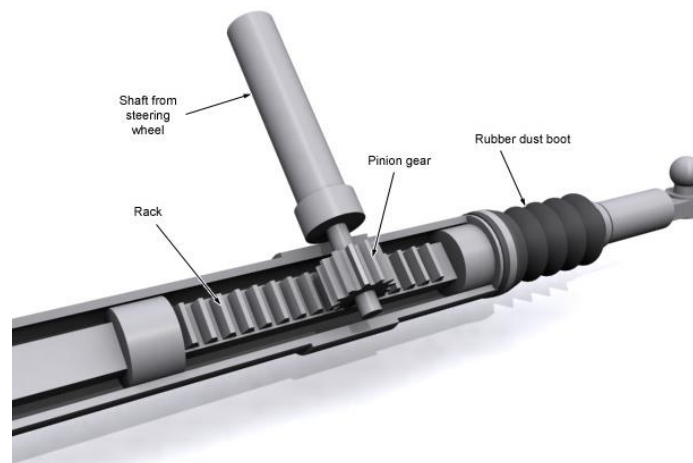


Figura 2.23. Sistema de piñón y cremallera.

- **Asistidos:** sistema de dirección provisto de un mecanismo de ayuda para reducir el par de giro necesario para mover el volante. Según la naturaleza del mecanismo es posible tener:
  - **Hidráulica:** el movimiento lo realiza un sistema hidráulico cuya bomba se acciona de forma mecánica a través de un sistema de poleas y correas que transfieren el movimiento del motor del vehículo a la bomba. La Figura 2.24 muestra un sistema de este tipo [adaptada de Genta, G, 2009]:

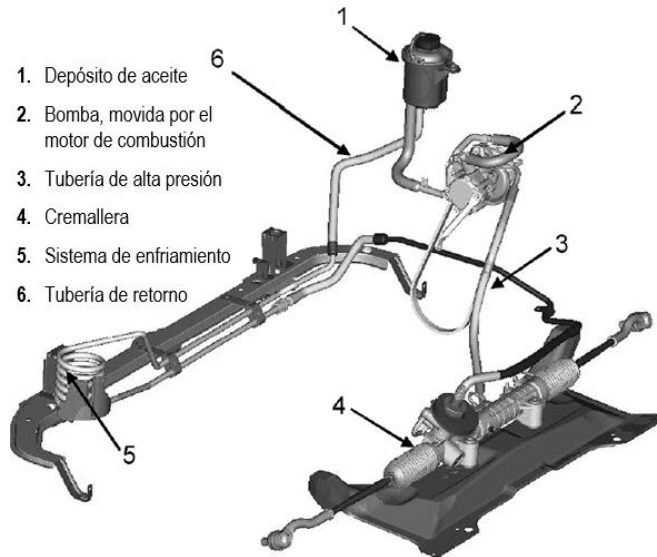


Figura 2.24. Dirección de asistencia hidráulica.

- **Electro-hidráulica:** a diferencia de la anterior, la bomba se acciona eléctricamente.
- **Electro-mecánica:** en este caso, en lugar de una bomba hidráulica, se dispone de un motor eléctrico para realizar el movimiento de la dirección. La Figura 2.25 [López, J. A, 2014] muestra un sistema de este tipo.



Figura 2.25. Dirección con asistencia eléctrica en la cremallera.

- **Por cable:** denominada Steer by wire. En este caso, no existe conexión mecánica entre el volante y las ruedas. Actualmente, la legislación no permite esta desconexión mecánica, por tanto, existe una especie de embrague que se activa si se detecta un error en las unidades de control electrónico del sistema de dirección. La Figura 2.26 [López, J. A, 2014] muestra un esquema de este sistema.

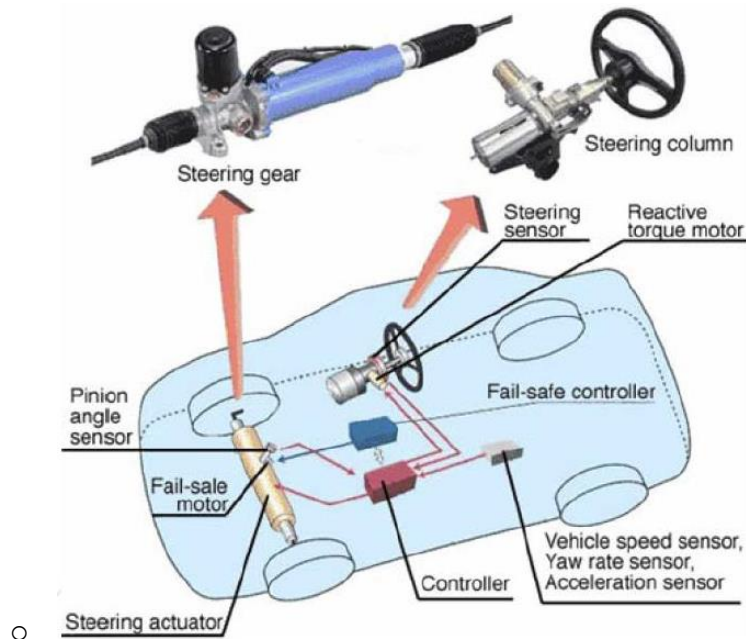


Figura 2.26. Steer by wire.

### 2.4.1 Mecanismo de Ackerman

Si se pretende que todas las ruedas del vehículo, en curva, estén sometidas a un movimiento de rodadura puro, sin deslizamiento, es necesario que las perpendiculares a las ruedas del automóvil converjan en un único centro instantáneo de rotación. De lo contrario, la rodadura pura de una rueda rígida no es posible. En el caso de neumáticos de goma (cuerpos deformables), se puede acomodar un cierto ángulo de divergencia (respecto de la dirección diametral), sin dar lugar al deslizamiento global de la rueda. Este ángulo se define como ángulo de deriva del neumático. Sin embargo, la aparición de este ángulo en maniobras a baja velocidad da lugar a desgastes innecesarios. Para reducirlo, se dispone de un mecanismo que mantiene de manera aproximada las ruedas en rodadura pura.

Un mecanismo que consigue lo expuesto anteriormente con bastante exactitud es el cuadrilátero de Ackerman. La condición matemática que se exige al mecanismo se obtiene de la Figura 2.27 [Jazar, R; 2014]:

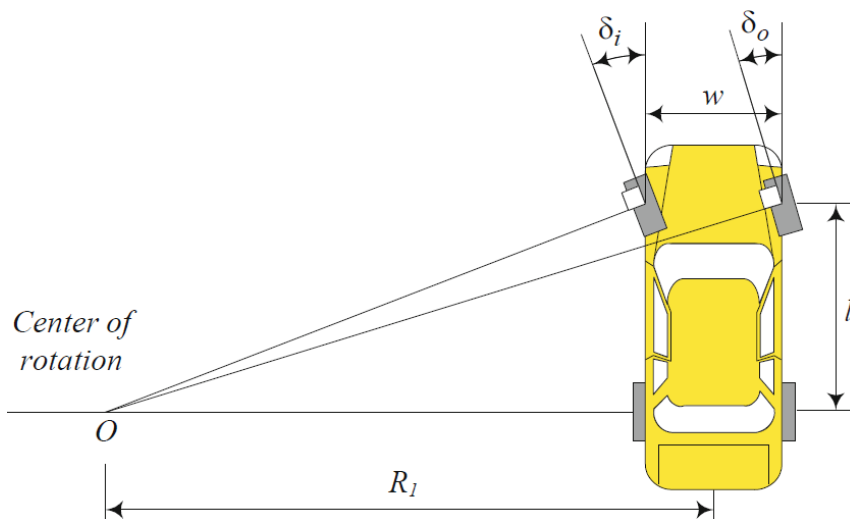


Figura 2.27. Condición de Ackerman.

La ecuación matemática es la siguiente:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = \frac{w}{l} \quad [2.1]$$

Traduciendo la anterior ecuación, la condición de Ackerman exige que la rueda interior a la curva gire un ángulo mayor que la exterior, para de ese modo tener una rodadura pura en todas las ruedas.

Esto es válido siempre que la velocidad del vehículo sea baja o bien cuando el vehículo no equiepe neumáticos de goma. Como es sabido, los neumáticos de goma sufren deformaciones a medida que se somete a estos a esfuerzos. Al tomar una curva, los neumáticos no siguen la dirección marcada por la llanta, es decir, la dirección teórica del vehículo difiere de la dirección real que este toma. Esta diferencia angular se denomina **ángulo de deriva**, (slip angle en inglés), y su valor dependerá de numerosos parámetros, entre los cuales pueden citarse la aceleración lateral del vehículo, la rigidez que presente la estructura del neumático, la presión de inflado y la carga vertical al que esté sometido el mismo. La Figura 2.28 [Alonso, F. J, 2013] expone gráficamente qué es el ángulo de deriva.

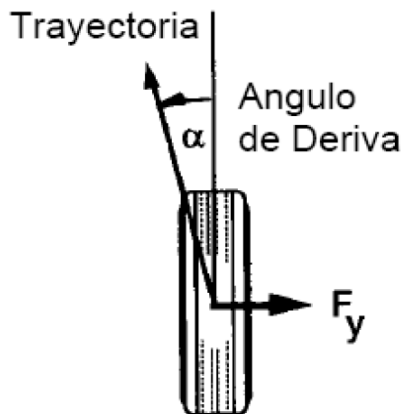


Figura 2.28. Ángulo de deriva.

La Figura 2.29 [Dixon, J.C, 2009], muestra cómo evoluciona el ángulo de deriva a medida que aumenta el esfuerzo lateral aplicado al neumático (mayor aceleración lateral), y la carga vertical sobre el mismo.

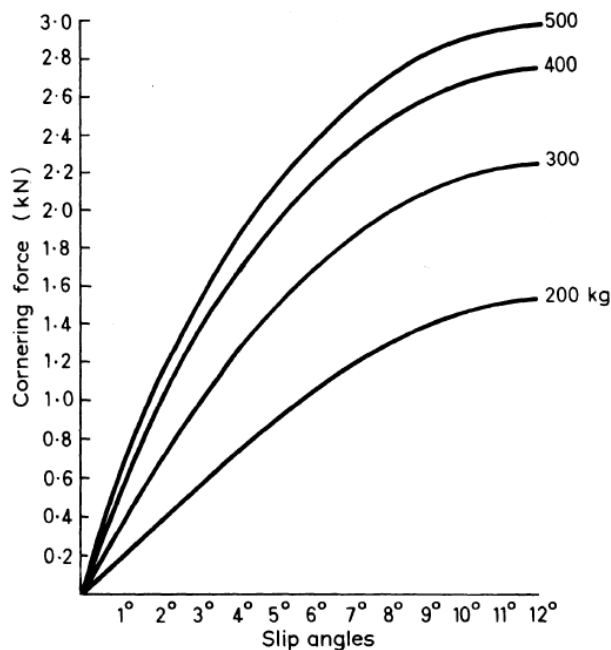


Figura 2.29. Evolución del ángulo de deriva.

Como puede deducirse de la Figura 2.29, a medida que aumenta la velocidad del vehículo en curva, y por tanto las fuerzas laterales sobre el neumático, este deriva más. Esto implica que, en el caso de un vehículo que esté negociando una curva, la rueda exterior sufrirá mayores ángulos de deriva que la interior puesto que, debido a la transferencia de masas lateral, la rueda exterior tendrá una mayor fuerza vertical.

Debido a esto, con el paso del tiempo, los constructores desecharon el uso de la geometría de Ackerman llegando, en casos de vehículos de alto rendimiento y de competición, a poner los brazos de dirección paralelos o como en el caso de vehículos de Fórmula 1, haciendo que gire más la rueda externa que la interna a la curva. La Figura 2.30 [Rinland, S, 2014] expone estos tipos de geometrías.

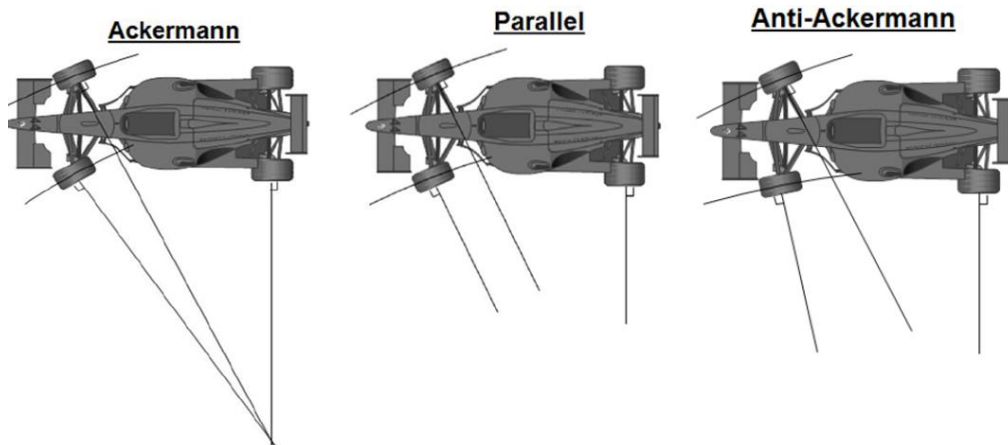


Figura 2.30. Geometrías de dirección.

Una forma de conocer qué tipo de dirección posee el vehículo es a través de la prolongación de los brazos de dirección. Si esta prolongación se junta en el eje trasero (Caso 2 de la Figura 2.31), el centro de los radios de giro de las 4 ruedas se encontrará en un punto único y la dirección será de tipo Ackerman.

Por otro lado, si el corte está entre el eje trasero y el delantero (Caso 1 de la Figura 2.31), la rueda externa irá equiparándose en giro a la interna, hasta el punto en que ambas ruedas giren paralelas. Por el contrario, el Caso 3 de la Figura 2.31, se llegará como caso límite a que ambas ruedas giren lo mismo, pero en lugar de haciendo que la externa se equipare a la interna, al contrario, siendo la interna la que se equipará en giro a la externa.

Finalmente, si la prolongación de los brazos de dirección se junta por delante del eje delantero, la geometría de la dirección será Anti-Ackerman (Caso 4 de la Figura 2.31).

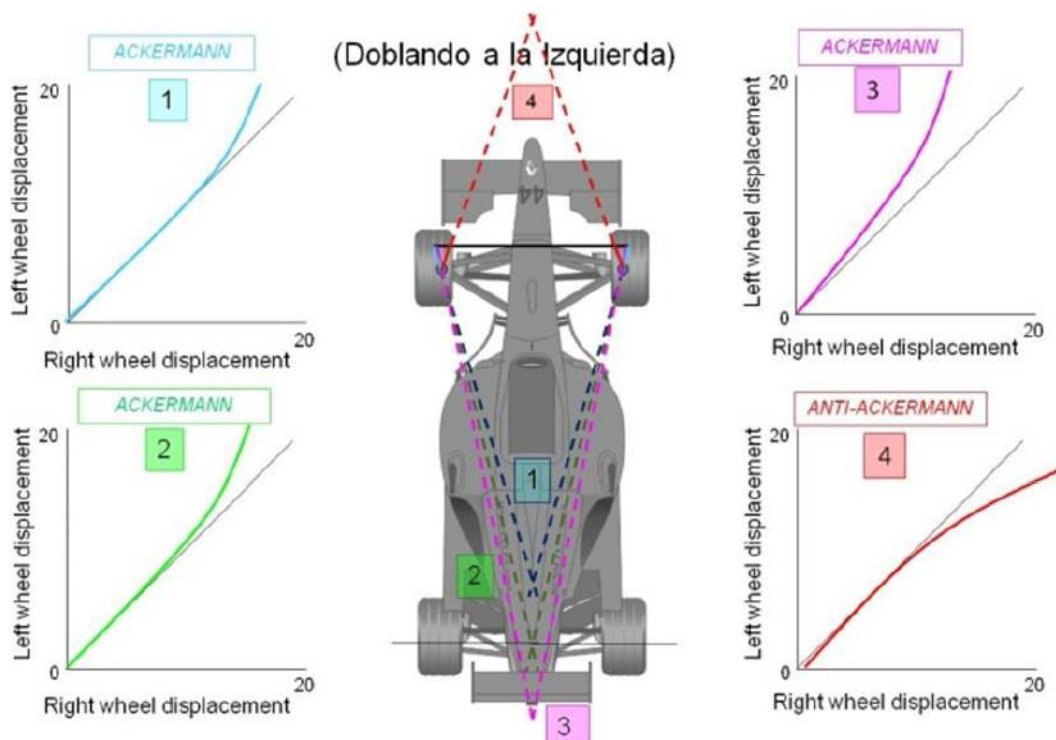


Figura 2.31. Determinación del tipo de geometría de dirección.

## 2.5 Parámetros del sistema de suspensión y dirección

En este Apartado se definirán todos aquellos parámetros que de algún modo influyen en el comportamiento de la suspensión y de la dirección del vehículo.

El diseño de una suspensión es el compromiso entre numerosas variables, ya que algunas de ellas son beneficiosas para ciertas circunstancias pero no recomendables para otras. Todo ello, provoca que no exista una suspensión con una misma geometría para cada vehículo, dando lugar a múltiples settings. Dependiendo del comportamiento que los fabricantes deseen que sus vehículos tengan, priorizarán unos parámetros u otros. [Constant, C, 2013].

### 2.5.1 Distancia entre ejes (Wheelbase)

Esta distancia se define como la distancia entre los puntos de contacto del neumático delantero y trasero del vehículo con el suelo, tal y como muestra la Figura 2.32.

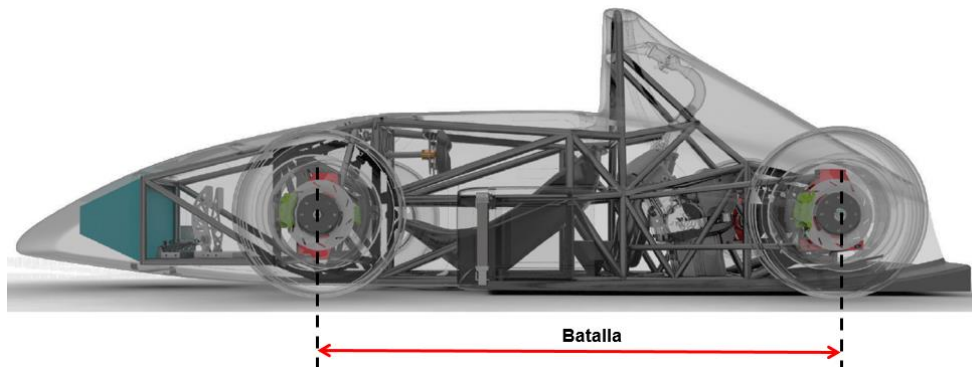


Figura 2.32. Batalla.

Una batalla mayor favorece la estabilidad en línea recta, así como la estabilidad de la dirección, en detrimento de la entrada en curva, la cual se ve favorecida con una batalla corta.

Por otro lado, a mayor batalla también se reducen cabeceos y las transferencias longitudinales de masa y se mejora la habitabilidad interior. Al disminuir la batalla, el vehículo es más ágil y se reduce el diámetro de giro.

### 2.5.2 Ancho de vía (track)

El ancho de vía es la distancia entre el centro de huella de las ruedas de un mismo eje. Este parámetro posee efectos similares sobre el vehículo que la batalla ya que, a mayor ancho de vía, decrece el balanceo de la carrocería, así como la transferencia de masas en curva y se mejora la estabilidad. La Figura 2.33 muestra una relación entre estas variables.

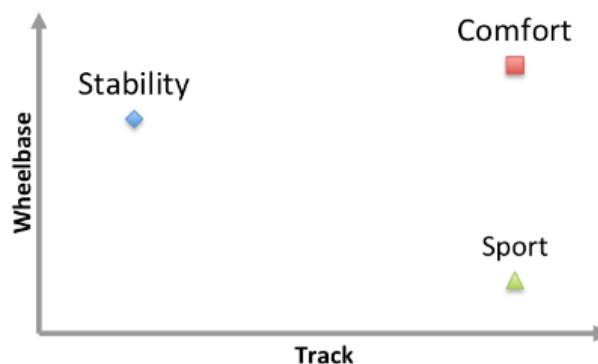


Figura 2.33. Relación entre ancho de vía y batalla.

Como puede verse, en vehículos con carácter deportivo como es el caso del Formula Student, se desea una baja batalla para hacer al coche ágil en curva y una anchura amplia, para mejorar la estabilidad en curva.

### 2.5.3 Convergencia (Toe)

Está definido como la deflexión angular desde la línea central del vehículo y el centro de rueda visto en planta. Un toe positivo (toe out), o divergencia, es definido cuando las ruedas del vehículo poseen mayor distancia en la parte delantera que en la trasera de la misma, es decir, que la prolongación de las rectas que pasan por el plano medio de la rueda se cortan en un punto por detrás del eje en cuestión.

Este es un pequeño ángulo que existe entre cada una de las ruedas de un mismo eje del vehículo. La Figura 2.34 [Campbell, C, 1981] muestra este ángulo.

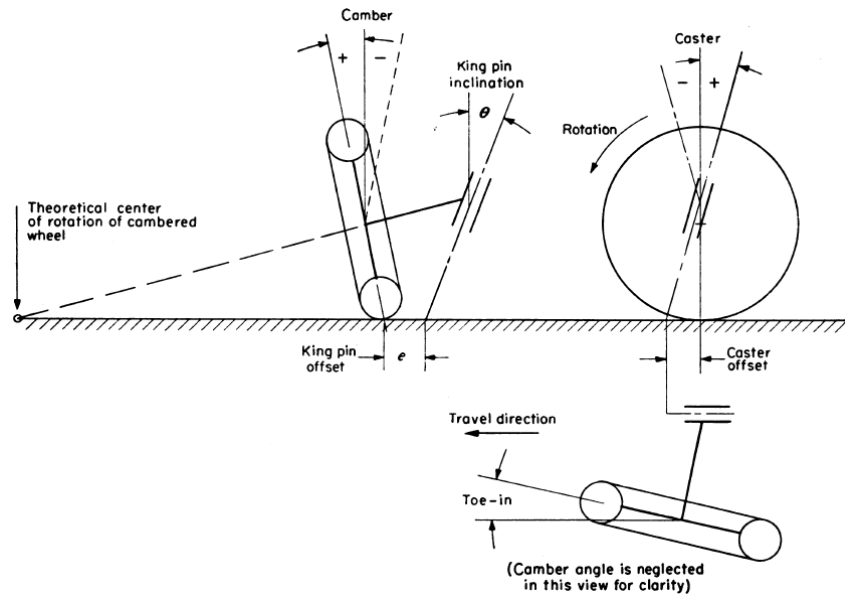


Figura 2.34. Toe.

La mayoría de las veces la convergencia se mide como la diferencia en distancia entre las ruedas izquierda y derecha a la altura de la llanta, a nivel de mangueta.

La misión de este ángulo es mantener una cierta tensión entre los elementos que constituyen la dirección y suspensión (rótulas esféricas).

Como efecto contrario a la divergencia existe la convergencia (toe-in).

Los efectos de este ángulo son [López, J. A, 2014]:

- La convergencia (toe-in), hace que las ruedas tiendan a cerrarse al avanzar. El efecto contrario ocurre con divergencia.
- Las fuerzas longitudinales crean un par respecto a las articulaciones de la suspensión y modifican la orientación de las ruedas.
- La convergencia deberá compensar los efectos de las fuerzas longitudinales y del ángulo de caída.
- La convergencia excesiva produce desgastes de los neumáticos por el borde exterior. Como caso opuesto, la divergencia excesiva ocasiona el desgaste por el borde interior.



## 2.5.4 Ángulo de caída (Camber)

Es el ángulo existente entre una línea perpendicular suelo y la línea media de la rueda. Usualmente se conoce como “positivo” cuando la parte superior de la rueda se inclina hacia afuera desde el centro de la línea de vehículo. Con neumáticos modernos, el camber no puede ser excesivo ya que se tiene que tener una buena pisada. Es convencional usar un pequeño camber positivo en las ruedas delanteras y no usar camber en las ruedas traseras. Un camber positivo reduce el poder de curva relativo entre los ejes delantero y trasero.

Esta variable juega un papel importante en las fuerzas laterales proporcionadas por el neumático. El camber en estático puede compensar la ganancia de camber del exterior del neumático cuando el vehículo posee un balanceo. Como muestra, la Figura 2.35 expone cómo evoluciona la fuerza lateral y el ángulo de deriva sobre el neumático para distintos valores de camber.

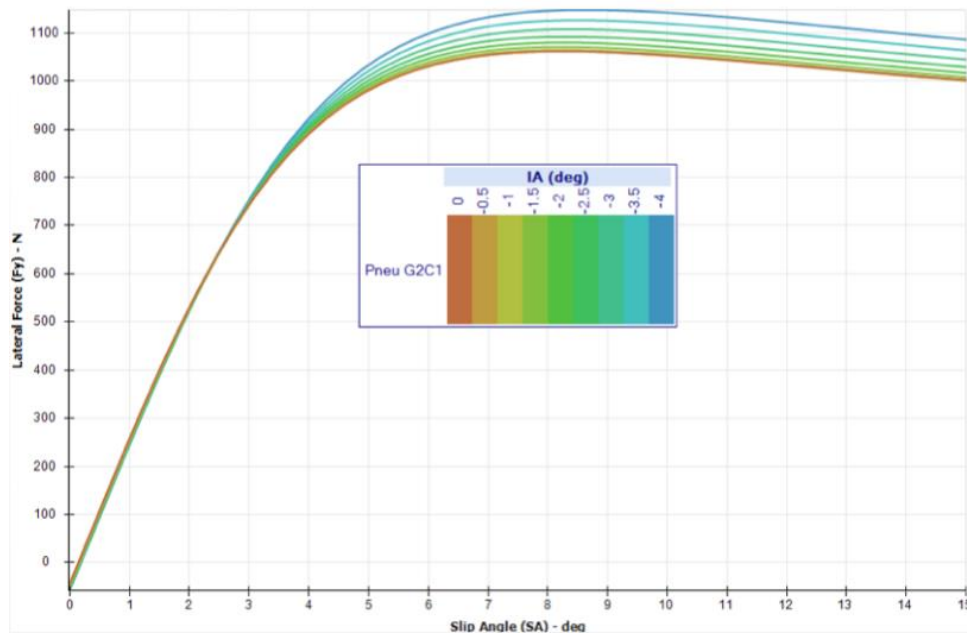


Figura 2.35. Variación del camber con el ángulo de deriva y la fuerza lateral.

La evolución del camber es un parámetro muy a tener en cuenta en el diseño de una suspensión, en especial cuando se dimensiona el kingpin angle y el caster angle. De hecho, estos parámetros que posteriormente se analizarán afectan a la ganancia de camber cuando el vehículo gira.

Los principales efectos de este ángulo son [López, J. A, 2014]:

- Hace que las ruedas tiendan a desviarse de la alineación recta. Si la caída es positiva las ruedas tienden a abrirse, y si es negativa a cerrarse.
- La caída excesiva produce desgaste asimétrico de los neumáticos. Si es positiva por el borde exterior y si es negativa por el interior.
- Ocasiona un deslizamiento lateral que origina una fuerza lateral.
- La caída debe estar compensada por la convergencia.

### 2.5.5 Ángulo de salida (Kingpin inclination, swivel angle or steering axis inclination (SAI))

Se define como el ángulo entre el eje de dirección o línea de pivote (kingpin axis o kingpin inclination), y un eje perpendicular a la huella de contacto visto en vista frontal. Para hallarlo, normalmente se unen las rótulas superior e inferior de la mangueta, definiéndose así el kingpin axis.

Un kingpin positivo es aquel en el cual el extremo superior del eje de dirección está más cerca del vehículo.

El kingpin angle tiene una influencia en la variación geométrica del plano de rueda cuando el vehículo gira y existen fuerzas que son transmitidas al chasis. Combinado con el caster angle, que se explicará posteriormente, afectan a la estabilidad direccional del vehículo. Este ángulo debe ser positivo para permitir un feedback de la dirección, pero no debe ser muy elevado para limitar el camber cuando el vehículo gira.

De hecho, cuando el vehículo gira, se induce un camber negativo en la rueda exterior y un camber positivo en la rueda interna.

La Figura 2.36 [Fuente: elaboración propia] muestra este ángulo.

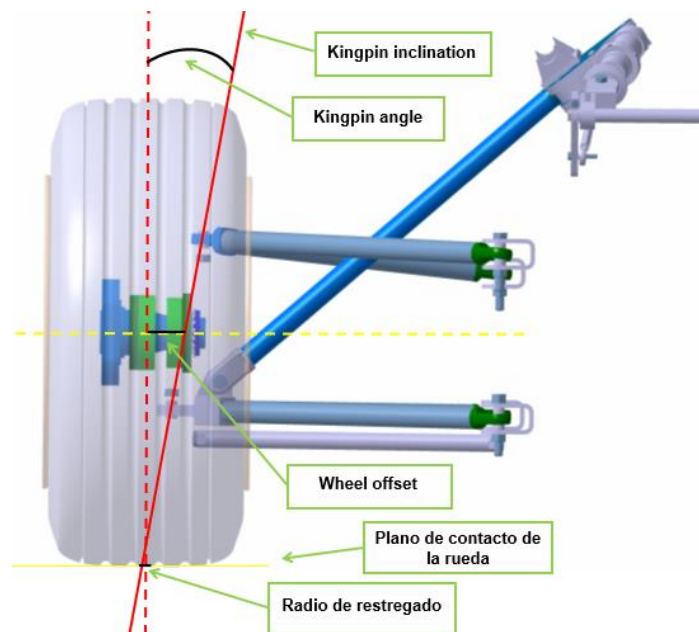


Figura 2.36. Kingpin angle.

Los principales efectos de este ángulo son [López, J. A, 2014]:

- Reduce el esfuerzo de giro de la dirección, ya que el brazo de par es menor.
- Favorece la autoalineación, "llamada gravitatoria", contribuyendo a mantener o llevar las ruedas a la alineación recta, lo cual tiende a endurecer la dirección.
- Favorece la irreversibilidad de la dirección (transmisión de los esfuerzos de la rueda al volante).

### 2.5.6 Wheel offset

Es la distancia entre el plano medio de la rueda y el kingpin axis a la altura del centro de rueda, como puede verse en la Figura 2.36.

Esta distancia constituye el brazo de palanca de las fuerzas longitudinales a la altura del centro de rueda. Produce un autocentrado de la dirección, especialmente a baja velocidad. A alta velocidad su efecto es mínimo comparado con otros como los provocados por el ángulo de avance.

### 2.5.7 Radio de restregado (Scurb radius o kingpin offset)

El Scurb radius es definido como la distancia entre la intersección del eje de dirección (kingpin axis) en el plano del suelo y el plano medio del neumático, todo ello en vista frontal, tal y como se expone en la Figura 2.37.

Esta variable provoca que al girar, la rueda no sólo gire, sino que también ruede, lo cual reduce considerablemente el esfuerzo necesario para ejecutar un giro, sobre todo a baja velocidad.

El scurb radius es considerado positivo cuando el eje de dirección interseca el plano del suelo entre el plano medio del vehículo y la huella de contacto.

Cuando el radio de restregado es cero, se produce el fenómeno denominado “Squirim”, el cual provoca inestabilidad en curva y contribuye a un mayor desgaste de neumáticos, ya que la parte interna y externa del neumático sufren diferentes deformaciones al girar.

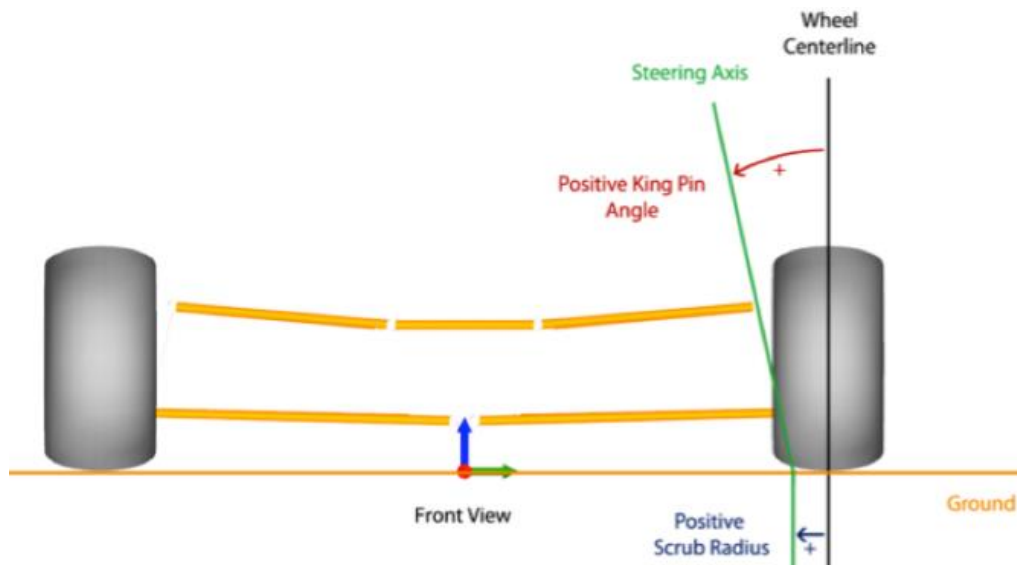


Figura 2.37. Scurb radius.

El scurb radius es el “brazo nivelador” de las fuerzas longitudinales aplicadas en la huella de contacto (cuando se frena). En la suspensión delantera, un scurb radius positivo aporta estabilidad ya que provoca divergencia en la dirección cuando se frena y convergencia cuando se acelera. Un scrub radius negativo es aconsejable para vehículos con alta potencia.

Así mismo, aparte del Scurb radius, existe un parámetro denominado simplemente **Scurb** (restregado), el cual queda definido como la cantidad de movimiento lateral del punto de contacto del neumático con el suelo cuando la suspensión se comprime o se extiende.

### 2.5.8 Ángulo de avance (Caster angle or castor angle)

Está definido como la inclinación longitudinal del eje de pivote de la mangueta.

Un caster es definido como positivo cuando el eje de dirección (eje de pivote), se inclina hacia atrás desde el centro de rueda en vista lateral.

Un ángulo de avance positivo produce un autocentrado de la dirección y aporta feedback al piloto en línea recta. Esto hace al vehículo más fácil de conducir, proporcionando una mejor respuesta y estabilidad direccional. También causa una ganancia de camber (menos camber negativo) cuando gira la rueda exterior a la curva, lo cual mejora el comportamiento del vehículo en curva. La Figura 2.38 [Fuente: elaboración propia] muestra este ángulo para la suspensión delantera derecha del vehículo.

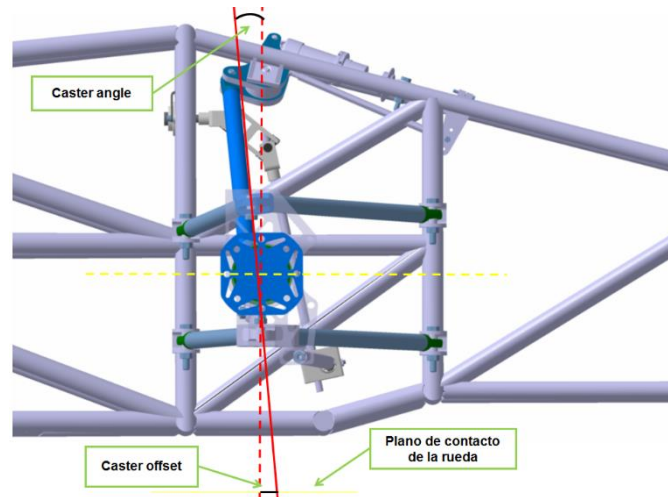


Figura 2.38. Caster angle para la rueda delantera derecha.

Los efectos de este ángulo son [López, J. A, 2014]:

- Facilita que la dirección recupere la alineación recta (autoalineación).
- Favorece la estabilidad de la dirección.
- Si es excesivo puede producir oscilaciones en la rueda y vibraciones en el volante. Por contra, si es demasiado bajo, reduce la estabilidad direccional a velocidades elevadas.
- Tiene una “contrallamada gravitatoria”, que se opone a la “llamada gravitatoria” del ángulo de salida. Si el ángulo de avance es excesivo y el de salida pequeño, se puede producir “el enrollamiento” de la dirección a baja velocidad.

### 2.5.9 Mechanical trail or caster offset

Es definido como la distancia entre la intersección del eje de dirección con el suelo medido desde el centro de rueda en vista lateral, como puede verse en la Figura 2.39.

Un mechanical trail es positivo cuando el eje de dirección interseca al suelo por delante de la huella de contacto. Con un mechanical trail positivo, la rueda es “tirada” por el vehículo, como ocurre en los carros de supermercado, lo cual produce un efecto de autoalineación en línea recta, mejorando la estabilidad del mismo.

Esta variable introduce fuerzas en la dirección y hace al vehículo sensible a las fuerzas laterales. Un mechanical trail negativo hace al vehículo inestable.

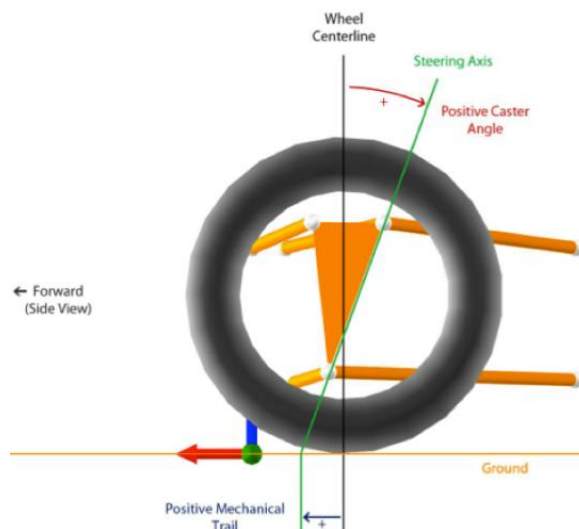


Figura 2.39. Mechanical trail.

### 2.5.10 Centro de balanceo

Cuando un vehículo balancea al ser sometido a una fuerza centrífuga, esta fuerza actúa sobre el centro de gravedad de la masa suspendida. El cuerpo rota alrededor del Roll center y este parámetro es uno de los más importantes que quedan definido por la geometría de la suspensión.

Dado que es el caso que concierne al presente Trabajo Fin de Máster, se describirá cómo obtener el roll center de manera gráfica para un vehículo que equipe una suspensión del tipo doble triángulo o double wishbone.

Para ello, es necesario tener la vista frontal del vehículo, definiéndose previamente el centro instantáneo (Instant Center), como el punto del espacio donde se unen las prolongaciones de los brazos de suspensión, tal y como puede verse en la Figura 2.40 [Fuente: elaboración propia].

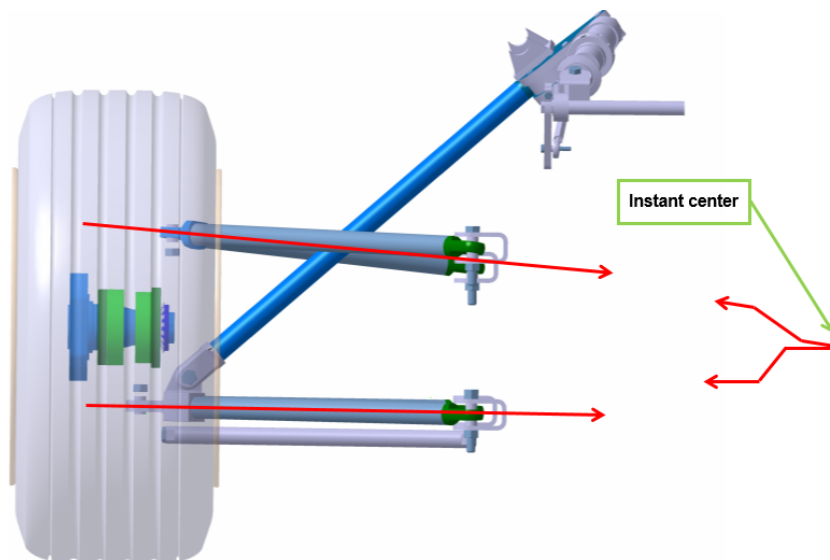


Figura 2.40. Instant center.

Posteriormente, basta con unir el Instant Center con el centro de la huella de contacto para obtener el Roll center en la línea que define el plano de simetría del vehículo en vista frontal, tal y como puede verse en la Figura 2.41. [Gillespie, T. D, 1992].

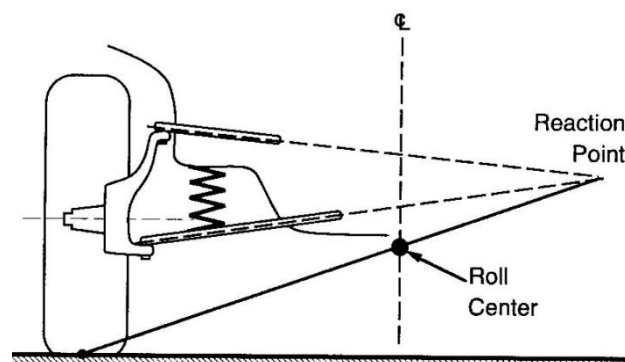


Figura 2.41. Roll center.

Cabe citar que este método de determinación gráfica del Roll center es válido cuando el vehículo se encuentra en reposo, ya que como se verá seguidamente, al producirse un balanceo de la masa suspendida, se pierde la simetría en el Roll center y la posición del mismo quedará definida por la intersección de las rectas que unen el Instant Center con el centro de huella del neumático para ambas ruedas de un mismo eje.

En el caso expuesto en la Figura 2.41, el Roll center queda por encima del suelo. No obstante, esto no siempre puede ser así, y este puede estar en el suelo o incluso por debajo, tal y como se ve en la Figura 2.42 [Adaptada de Gillespie, T. D, 1992].

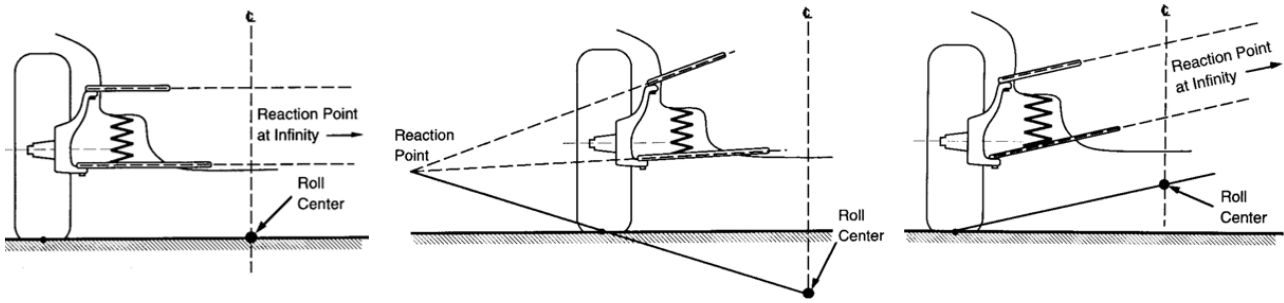


Figura 2.42. Roll center para diferentes configuraciones.

En el caso expuesto en la Figura 2.42, cuando el vehículo sufre un balanceo en curva, el centro instantáneo (llamado Reaction point en la Figura) de la rueda exterior desciende, debido a la compresión que sufre la rueda, mientras que el centro instantáneo de la rueda exterior sube. Por tanto, se produce una pérdida de simetría en la posición del Roll center.

La fuerza lateral a la que se ve sometida la rueda exterior a la curva hace que el chasis baje por ese lado, mientras que la menor fuerza a la que está sometida la rueda interna hace que el chasis se eleve por ese otro lado. Como consecuencia, la fuerza lateral resultante provoca que el chasis baje, bajando aún más la altura del Roll center.

En contrapartida, si el Roll center se sitúa por debajo del suelo, la pisada del neumático cambiará en los movimientos de compresión y extensión de la suspensión, y se producirá un restregado de la huella de contacto, el cual en el pasado se creía beneficioso, ya que reducía el rebote del chasis, a expensas de un mayor desgaste de neumáticos.

En el caso de la imagen de la derecha de la Figura 2.42, el Roll center se moverá a lo largo de la línea central del vehículo, ya que el camber de la suspensión respeta al chasis. Si los brazos de la suspensión son iguales, el camber no cambiará respecto del chasis y el Roll center permanecerá inalterado.

En conclusión, al negociar una curva, el Roll center baja y con él, el punto de aplicación de la fuerza lateral en la masa suspendida (ya que el chasis desciende). Esto reduce la transferencia de carga lateral, lo cual introduce un cierto carácter subvirador en el vehículo.

### 2.5.11 Centro de cabeceo

Al igual que se describía en el anterior Apartado, existe un punto en vista lateral, el cual se considera que es el punto alrededor del cual el chasis cabecea. Este punto, denominado centro instantáneo de rotación lateral, o Anti centre (AC), es el empleado para el cálculo de los parámetros que se verán en un Apartado posterior [Lamers, W, 2008; Heißing, B, 2011].

Para la determinación gráfica de este punto en el caso de una suspensión de doble triángulo, hay que trazar rectas que pasen por los puntos de unión de los brazos de suspensión con el chasis. El punto de intersección entre ambas definirá el Anti centre, como expone la Figura 2.43. [Fuente:elaboración propia].

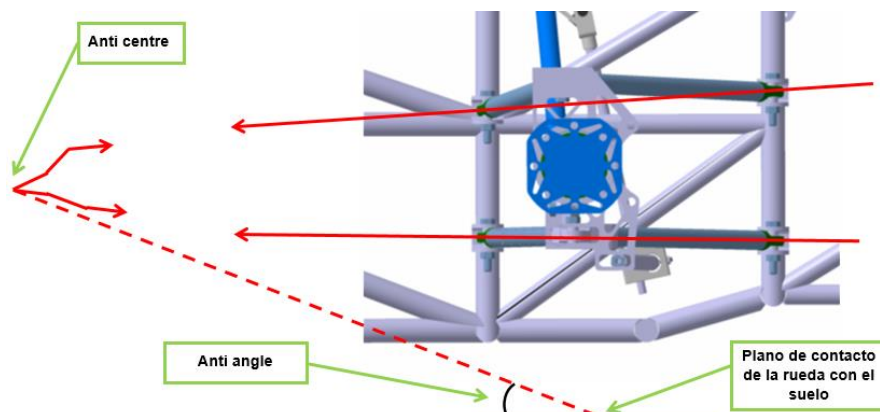


Figura 2.43. Determinación gráfica del Anti centre para la rueda delantera derecha.

Posteriormente, uniendo el Anti centre con el punto de contacto del neumático con el suelo, se tendrá un ángulo característico, el cual se empleará en el próximo Apartado.

## 2.5.12 Parámetros “Anti”

Los parámetros “Anti” se definen tanto para la vista frontal como para la lateral. Están basados en los polos en ambas vistas, y como se ha comentado previamente, el Instant center y el Anti centre definen numerosos parámetros cinemáticos de la suspensión.

### 2.5.12.1 Vista frontal

La vista frontal controla el movimiento de balanceo durante el negociado de curvas, tal y como se ha mostrado anteriormente, ya que la altura del Roll Center es una herramienta muy empleada para el diseño de suspensiones.

El ángulo de soporte, se obtiene a partir del Instant Center (IC). Este ángulo genera un efecto “Anti”, el cual se calcula teniendo en cuenta la Figura 2.44 [Lamers, W, 2008].

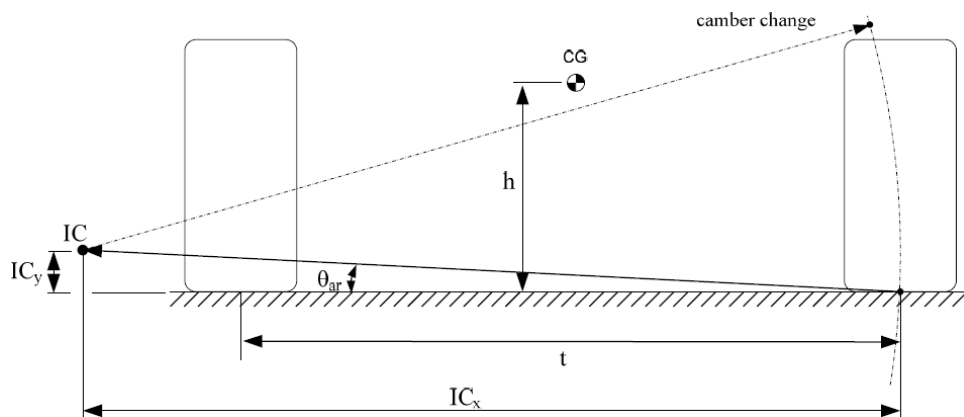


Figura 2.44. Ángulo de soporte en vista frontal.

Este efecto expone la cantidad de fuerza lateral en el punto de contacto de la rueda que es transmitida al chasis para generar un momento de balanceo, y se denomina **Anti-roll**. Este parámetro puede ser calculado a través de la siguiente expresión:

$$Anti - roll = \frac{\tan(\theta_{ar})}{h/t} \cdot 100 \% \quad [2.2]$$

La localización del Instant Centre define al mismo tiempo los siguientes parámetros:

- Variación del ángulo de avance.
- Variación del camber.
- Restregado (Scurb).

Cuando un vehículo negocia un viraje, la transferencia de masas ocasiona que las fuerzas que cada rueda transmite al chasis sean diferentes, por lo que bajo esta circunstancia es difícil ver el comportamiento Anti-roll del vehículo, ya que el Instant Center cambia de posición en el espacio. Estas posiciones resultan interesantes para evaluar la cantidad de fuerza lateral que es transformada en fuerza vertical al negociar la curva. Esta fuerza vertical ocasiona que el chasis se eleve o descienda, produciéndose el efecto denominado **Jack up**.

En el pasado, numerosos autores han reclamado tener un método a partir del cual era posible diseñar una suspensión en la que no se produzca este efecto. En la realidad esto es imposible de evitar, ya que la fuerza lateral en el neumático es extremadamente no lineal cuando los niveles de aceleración son elevados. A esto hay que añadir que el sistema muelle-amortiguador posee normalmente un comportamiento no lineal.

### 2.5.12.2 Vista lateral

En vista lateral, el Anti centre define los siguientes parámetros [Lamers, W, 2008]:

- Anti-dive.
- Anti-rise.
- Anti-squat.
- Anti-lift.
- Tasa de cambio del ángulo de avance (caster change).

Estos parámetros describen la cantidad de acoplamiento entre fuerzas longitudinales (aceleración y frenado), frente a las fuerzas verticales. Una parte de las fuerzas, denominada parte elástica, es transmitida a través de la push/pull bar. La restante, se denomina parte directa y no se transmite al conjunto muelle amortiguador, sino que la sufren los diferentes brazos de suspensión y rótulas de la misma.

Las fuerzas longitudinales, serán totalmente transmitidas de manera directa al chasis a través de los brazos de suspensión cuando el valor de uno de los parámetros “Anti” antes citados sea del 100%. Por esta razón, nunca es conveniente llegar a este punto, ya que carecería de sentido la instalación del conjunto muelle-amortiguador, y el vehículo se comportaría como uno que no tuviese suspensión.

Seguidamente se pasará a definir los parámetros antes citados:

- El parámetro **Anti-dive** se define como la cantidad de fuerza directa que pasa a través de la suspensión durante el frenado. Representa el hundimiento de la suspensión delantera en frenada.
- Un vehículo de tracción delantera posee también un cierto **Anti-rise**, el cual es generado por la elevación del tren delantero durante la aceleración.
- El **Anti-lift** es la cantidad de fuerza directa longitudinal que es transmitida al chasis a través de los brazos de suspensión traseros durante el frenado. Así mismo, el **Anti-squat** es la cantidad de fuerzas transmitida durante la aceleración, todo ello en el tren trasero del vehículo.

La Figura 2.45 muestra los parámetros necesarios para determinar los parámetros “Anti” de vista lateral. [Lamers, W, 2008].

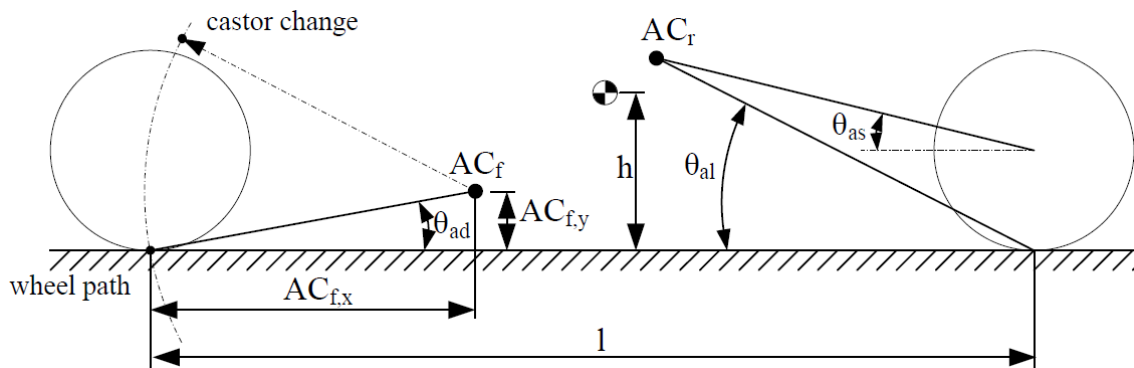


Figura 2.45. Vista lateral del vehículo.

El porcentaje de Anti-dive para el eje frontal se calcula como:

$$Anti - dive = \frac{\tan(\theta_{ad})}{h/(l \cdot p)} \cdot 100 \% \quad [2.3]$$

Donde  $p$  es la distribución de fuerza de frenado entre el eje delantero y trasero.



Por otro lado, el porcentaje de Anti-lift y Anti-squat en el eje trasero se calcula acorde a las siguientes expresiones:

$$Anti - lift = \frac{\tan(\theta_{al})}{h / (l(l - p))} \cdot 100 \% \quad [2.4]$$

$$Anti - squat = \frac{\tan(\theta_{as})}{h / l} \cdot 100 \% \quad [2.5]$$

Finalmente, la coordenada  $AC_{f,x}$  define la tasa de cambio en el ángulo de avance. Esta tasa se obtiene a través de la división entre la variación del ángulo de avance y la variación vertical sufrida por el neumático en el movimiento de compresión y extensión de la suspensión.



### 3 CINEMÁTICA DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN

Tras la explicación de los conocimientos previos necesarios para el análisis de un sistema de suspensión, en el presente Capítulo se describirán detenidamente los diferentes modelos creados en el entorno de MATLAB – Simulink, los cuales permiten analizar la cinemática de la suspensión.

Estos modelos se fundamentan en la interacción entre MATLAB y Simulink, ya que el primero le aporta los datos al segundo, así como recibe los datos del segundo, los utiliza y los muestra al usuario.

#### 3.1 Introducción a MATLAB

Previo a la descripción de los modelos, es importante situar en contexto al software MATLAB.

MATLAB (*MATrix LABoratory*) es un programa interactivo que incluye un lenguaje interpretado de alto nivel cuyo elemento básico es el *array*, y un entorno de trabajo con herramientas y facilidades para operar tanto a nivel de programador como de usuario. MATLAB puede llevar a cabo cálculos matemáticos, desarrollo de algoritmos, modelado, simulación y prototipado de sistemas, análisis y visualización de datos, manejo de gráficos, y desarrollo de aplicaciones. Además, incluye adicionalmente diversas familias de funciones especializadas (*toolboxes*) que le permiten aportar soluciones a problemas específicos en distintos campos, como puede ser el control de sistemas o el modelado de sistemas mecánicos [García del Valle, M, 2010].

Por otro lado, Simulink es un módulo gráfico e interactivo de MATLAB que permite modelar sistemas, dibujando su diagrama de bloques en pantalla, y manejarlo dinámicamente, sometiéndolo a una gran variedad de entradas y observando los resultados. Como su propio nombre indica es, fundamentalmente, una herramienta para la simulación de sistemas.

Simulink se divide en varios módulos, cada uno de ellos con funcionalidades distintas. Uno de ellos es Simscape, el cual es el encargado de contener las herramientas que permiten modelar sistemas físicos. Así mismo, dentro de Simscape existe un módulo denominado SimMechanics encargado del modelado de sistemas multicuerpo.

Un sistema multicuerpo puede ser considerado como un conjunto de cuerpos conectados entre sí mediante elementos que restringen determinados grados de libertad en el movimiento, permitiéndose por tanto el movimiento relativo entre cuerpos.

#### 3.2 Proceso de diseño y elección del tipo de geometría

Como se adelantó en el Apartado 2.3.2.5, la suspensión que equipará el vehículo de Formula Student diseñado será del tipo doble triángulo. A esto se añadirá una Push-bar, la cual permitirá ocultar el conjunto muelle amortiguador y la barra de torsión en el interior del carenado. Las principales razones por las cuales se ha decidido la utilización de este tipo de geometría son:

- Sin llegar a la complejidad de diseño y puesta a punto de una suspensión multi-link, la suspensión de doble triángulo permite gran cantidad de reglajes y una gran flexibilidad en el diseño.
- Frente a otras geometrías, se minimiza la masa no suspendida, haciendo que la suspensión en su conjunto sea bastante ligera.
- La decisión de ocultar los elementos del conjunto muelle amortiguador y la barra de torsión en el interior del carenado se debe principalmente a efectos aerodinámicos.
- En este caso, la elección de Push-rod frente a Pull-Rod se basa en criterios de espacio disponible para situar los elementos. En el caso de la suspensión delantera, una suspensión tipo Pull-rod haría casi imposible la entrada del piloto dentro del vehículo. Por otro lado, la suspensión Pull-Rod en el eje trasero restaría espacio para la situación del sistema de transmisión del vehículo.

Para el proceso de diseño, se ha utilizado CATIA y los modelos de MATLAB-Simulink que se describirán en los próximos Apartados.

Con CATIA se ha realizado el diseño en detalle de la suspensión, viendo posibles contactos entre componentes y dando forma a cada componente de la suspensión.

Por otro lado, los modelos de MATLAB-Simulink han sido empleados para concretar la posición de los elementos de la suspensión y para analizar en primer lugar el comportamiento cinemático y posteriormente dinámico de la misma.

Tras lo expuesto, queda patente que el proceso de diseño de la suspensión ha sido iterativo, siguiéndose el procedimiento expuesto en la Figura 3.1.

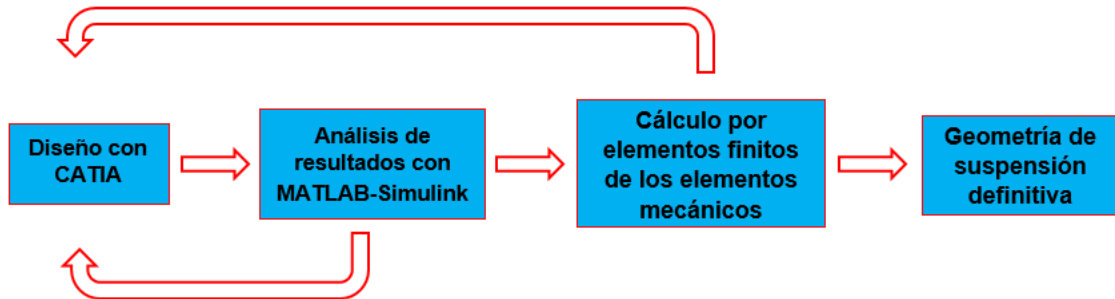


Figura 3.1. Diagrama de flujo para el diseño de la suspensión.

Por otro lado, es preciso citar el sistema de referencia tomado para el vehículo, el cual es común tanto en las labores de diseño como en los modelos creados en MATLAB – Simulink. Este sistema es el mostrado en la Figura 3.2 [Agustí, J, 2015]:

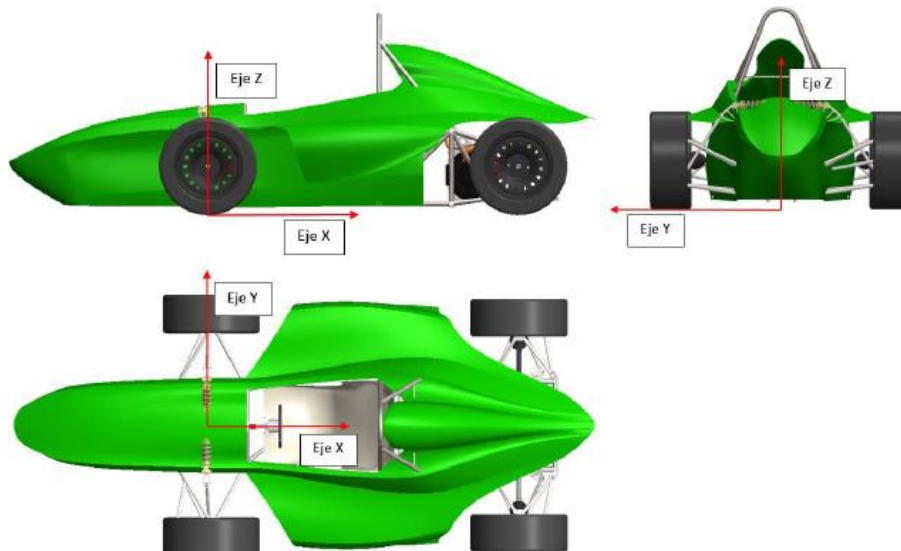


Figura 3.2. Sistema de referencia adoptado para el desarrollo del vehículo.

Nótese como el origen de coordenadas se sitúa en el centro del vehículo, en el eje delantero y a la altura del suelo.

### 3.2.1 Principio de Bobillier

Este principio puede ser aplicado tanto para conocer la posición del punto de fijación en el chasis de un brazo, como para determinar la posición de la barra de la dirección o de la barra de control de dirección en el caso de la suspensión trasera.

Este es un procedimiento gráfico aplicado a suspensiones planas, en las cuales los ejes de los puntos de fijación con el chasis y mangueta son paralelos. Seguidamente, se describirá el procedimiento para la obtención de diferentes elementos según este principio.

Esta herramienta ha sido empleada para posicionar los elementos de la dirección en el caso de la suspensión delantera y para posicionar la barra de control de dirección en el caso de la suspensión trasera.

Sin embargo, en el caso de la geometría de suspensión del Formula Student, la suspensión no tiene por qué ser plana, por lo que este método necesita ser apoyado con un modelo cinemático para conocer si los resultados aportados son válidos.

### 3.2.1.1 Principio de Bobillier aplicado a la obtención del punto de fijación al chasis de un brazo de suspensión

La descripción de este método estará basado en la Figura 3.3 [Matschinsky, W, 2000], mostrada a continuación:

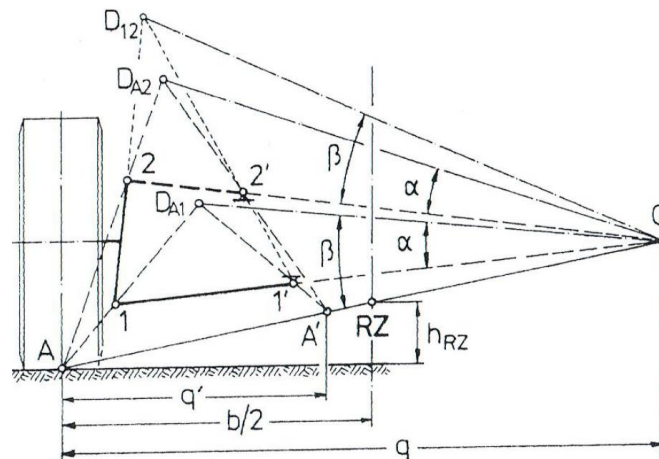


Figura 3.3. Suspensión de doble triángulo plana.

Partiendo de una altura de Roll center deseada ( $h_{RZ}$ ), y de una variación de camber deseada en función de la carrera de la suspensión al nivel del neumático ( $dy/ds$ ), es posible obtener el punto  $Q$  en la vista frontal, el cual define el Instant Center.

Dados los puntos 1 y 2 en la mangueta, el polo en vista lateral  $Q$  define la línea de acción del brazo transversal. La distancia  $q'$  del radio de curvatura de la trayectoria del punto de contacto del neumático  $A$  se obtiene a partir de la altura del Roll center deseada frente a la carrera de la rueda ( $dh_{RZ}/ds$ ) bajo la siguiente condición:

$$\frac{dh_{RZ}}{ds} = -\frac{(b/2)}{q'} \quad [3.1]$$

Donde  $q'$ , determina el centro de curvatura  $A'$  del punto de contacto del neumático ( $A$ ), el cual puede ser determinado a partir del radio polar  $A - Q$ . Si una de las fijaciones interiores de un brazo superior es dada, ( $1'$  en el caso de la Figura 3.3), el principio de Bobillier es capaz de identificar el otro punto de fijación interior ( $2'$ ).

Por tanto, los datos de partida para posicionar el brazo de suspensión son:

- Puntos 1 – 1' del brazo inferior, puntos 1 y 2 en la mangueta, altura de Roll center deseada ( $h_{RZ}$ ) y punto  $A'$ .

A partir de estos datos, el procedimiento gráfico a seguir es el siguiente:

- Se prolonga la línea que une los puntos 1 – 1' y  $A - h_{RZ}$ , teniéndose como resultado el polo en vista lateral ( $Q$ ).
- Se une el punto 2 con  $Q$ . Así se dictamina la recta en la cual se situará el punto 2' final, el cual determinará la posición del anclaje del brazo al chasis y la longitud propia del brazo.

- Se trazan los segmentos  $A' - 1'$  y  $A - 1$ , hallándose un punto de intersección entre ambos segmentos denominado  $D_{A1}$ . Uniéndose este punto con el polo se tiene un determinado ángulo  $\alpha$  con el brazo inferior de la suspensión, el cual es tomado como referencia.
- Se traza una recta auxiliar desde el polo  $Q$ , con ángulo  $\alpha$  y basándose en segmento  $\overline{2Q}$ . Esta recta auxiliar intersectará a la recta  $\overline{2A}$  en un punto denominado  $D_{A2}$ . Uniéndose este punto con  $A'$  es posible obtener  $2'$  en la intersección de este segmento con el segmento  $\overline{2Q}$ .
- El mismo resultado se habría alcanzado usando en lugar de  $\alpha$ , el ángulo  $\beta$ , el cual es definido entre el segmento  $\overline{QD_{A1}}$  y el radio polar  $A - Q$ . Trazando una recta auxiliar desde  $Q$  y con ángulo  $\beta$  basándose en el segmento  $\overline{2Q}$ , se tiene un punto de intersección con la línea que une los puntos  $1 - 2$  en la mangueta, el cual se denomina  $D_{12}$ . Uniéndose este punto con  $1'$  es posible obtener  $2'$  en la intersección de este segmento con el segmento  $\overline{2Q}$ .

### 3.2.1.2 Principio de Bobillier aplicado a posicionar la barra de dirección

Este método parte de que ya se conoce la posición de los 2 brazos de suspensión y el punto del tercer brazo en la mangueta. La construcción es este caso se basa en la Figura 3.4 [Rinland, S, 2014]:

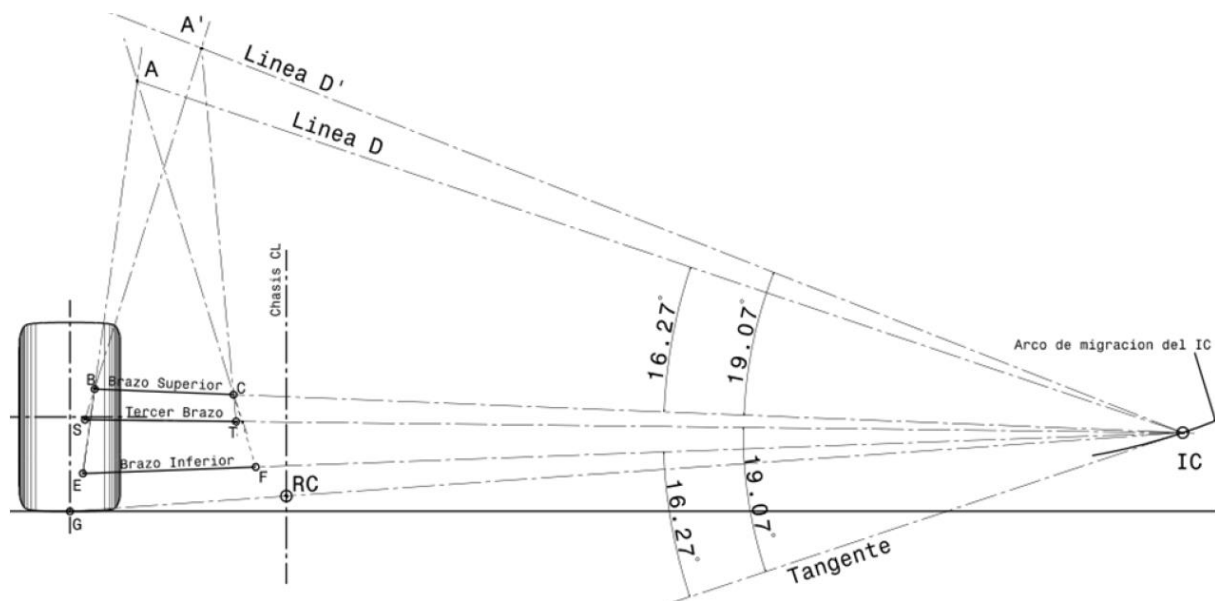


Figura 3.4. Principio de Bobillier.

Los puntos de partida son  $B - C$  (brazo superior),  $E - F$  (brazo inferior) y  $S$ , punto del tercer brazo en la mangueta.

El proceso de construcción es el siguiente:

- Se prolonga el segmento  $B - C$  y  $E - F$  hasta donde se intersecten, lo cual dará lugar a tener el Instant Center.
- Uniéndose  $G$  (centro de rueda en el suelo) con el Instant Center se tendrá la situación del Roll Center en la línea central del vehículo.
- Uniéndose  $S$  con el Instant Center se tiene la línea donde se situará el tercer brazo.
- Uniéndose  $B - E$  (mangueta) con  $F - C$  (chasis), se encuentra el punto de intersección  $A$ . Uniéndose este punto con el Instant Center se obtiene la línea denominada *línea de Bobillier*, la cual formará un ángulo  $\alpha$  con el brazo superior, el cual ha sido utilizado en este caso como referencia (en el caso de la Figura 3.4,  $16,27^\circ$ ).

- Si tras lo anterior se construye una línea auxiliar, formando un ángulo  $\alpha$  con el brazo inferior, se tiene una línea “tangente”, recibiendo esta denominación por que será la tangente de la curva creada por el cambio del Instant Center.
- Por otro lado, se define el ángulo  $\beta$  ( $19,07^\circ$  en el caso de la Figura 3.4), entre la línea tangente anterior y el brazo superior. Traslado este ángulo desde el brazo superior se obtendrá la línea  $D'$ .
- Prolongando el segmento  $S - B$ , se obtiene el punto  $A'$  en su intersección con la recta  $D'$  anteriormente creada. Uniendo este punto  $A'$  con  $C$  se tiene una línea, que al intersectar con la línea del tercer brazo determina el punto  $T$ , el cual dictamina la posición del anclaje del tercer brazo con el chasis, permitiendo que el sistema se mueva sin interferencia.

### 3.3 Modelo de amortiguador

Pese a no ser estrictamente necesario la creación de un modelo de este tipo para ver la cinemática del sistema, se decidió crear un modelo de amortiguador e incorporarlo desde el principio en el análisis cinemático, aunque su razón de ser se verá posteriormente en el análisis dinámico.

Antes de incorporar este modelo a la suspensión, se realizó un banco de ensayos virtual para poder obtener las curvas características del amortiguador.

Este banco virtual, realizado en el entorno de MATLAB – Simulink, simula cómo se caracterizan los amortiguadores, los cuales se colocan en unos bancos como el mostrado en la Figura 3.5 [Fuente: internet].

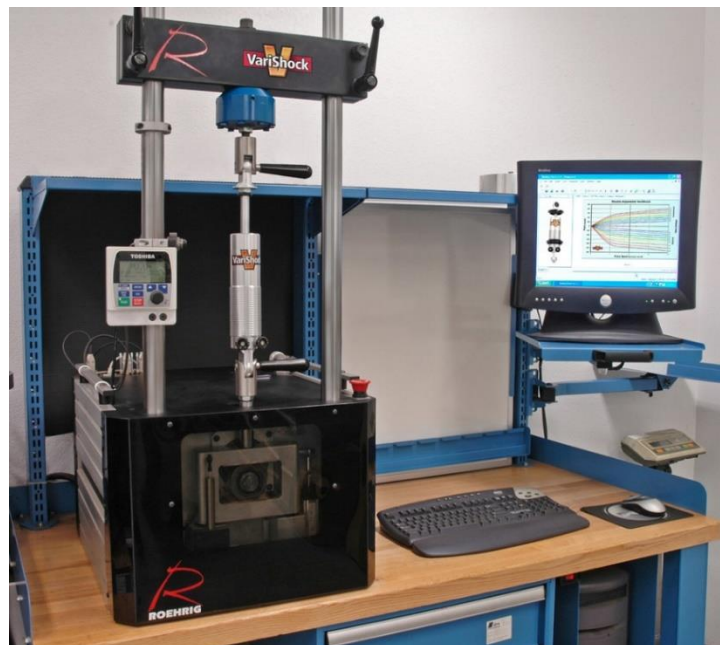


Figura 3.5. Banco de ensayo de amortiguador.

En esencia, un banco de este tipo proporciona un movimiento alternativo al amortiguador, el cual puede ser a velocidad constante o variable, dando como resultado dos tipos de curvas, las de fuerza-velocidad y las de fuerza-desplazamiento.

### 3.3.1 Curvas de fuerza-velocidad

En estas curvas es posible visualizar de una forma directa la linealidad del amortiguador. Normalmente, se pretende que la fuerza de amortiguamiento dependa de forma lineal con la velocidad, aunque después los fenómenos fluidos hagan que el resultado difiera de la idealidad [Alonso, M, 2006].

Bajo estas curvas, es posible apreciar mejor lo que ocurre con el amortiguador cuando el desplazamiento del mismo tiene lugar a baja y media velocidad, ya que permite ver con claridad el momento de apertura y cierre de las válvulas. En el vehículo, estos casos estarán relacionados con movimientos de aceleración y frenado y negociado de baches profundos a velocidad lenta (por ejemplo, un guardia tumbado).

La Figura 3.6 muestra una curva de este tipo, en la cual la parte superior de la curva se corresponde con el movimiento de compresión del amortiguador y la parte inferior con la extensión del mismo.

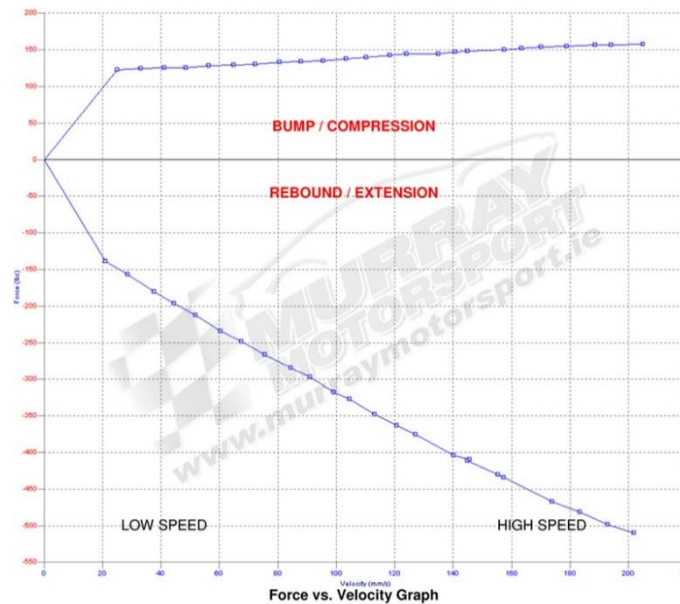


Figura 3.6. Curva de fuerza – velocidad de un amortiguador.

Observando la Figura 3.6, es posible ver cómo la pendiente de la curva es diferente en extensión y compresión, y por tanto el amortiguador tendrá un comportamiento diferente. Esto se debe al tarado de las válvulas internas del amortiguador y al paso del fluido a través de la misma.

Así mismo, en cada una de las etapas (compresión o extensión), pueden verse dos pendientes distintas. Esto se debe a las válvulas de baja y alta velocidad que los amortiguadores equipan y que les hace tener un comportamiento diferente en cada uno de estos estados.

### 3.3.2 Curvas de fuerza-desplazamiento

Otro de los caminos para caracterizar el amortiguador es a través de la curva de fuerza – desplazamiento, una vez escogido un nivel de referencia y una frecuencia a la que se realizará el ensayo.

Como ejemplo, la Figura 3.7 [Alonso, M, 2006], muestra un gráfico de este tipo para un amortiguador real, donde se ha mantenido el criterio de velocidad positiva en el ciclo de compresión y se ha escogido el origen de coordenadas en la posición media de la carrera.



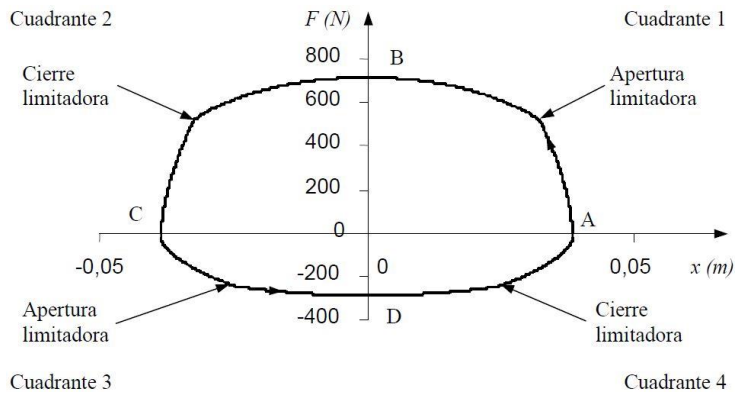


Figura 3.7. Curva de fuerza – desplazamiento de un amortiguador.

En este caso, el punto A del primer cuadrante corresponde al inicio de la carrera de extensión (por lo que la compresión es máxima en ese instante). A partir de ese punto, comienza el trabajo de las válvulas de baja velocidad, hasta el punto en el cual la presión es suficiente para que abran las válvulas limitadoras.

En el punto B se alcanza la velocidad máxima de la carrera de extensión, por lo que el paso del fluido de una cámara a otra del amortiguador está determinado tanto por las válvulas de alta como por las de baja velocidad.

Pasado el punto B, la velocidad comienza de nuevo a descender, siendo en algún punto del segundo cuadrante cuando las válvulas de alta velocidad vuelven a cerrarse, quedando abiertas solo las válvulas de baja velocidad.

Una vez alcanzado el punto C, el amortiguador se encuentra completamente extendido, y comienza la carrera de compresión, donde la fuerza nuevamente queda regida por las válvulas de baja velocidad, pero en este caso, las válvulas de compresión. Esta situación se mantiene hasta que en algún punto del tercer cuadrante la presión es tal que se produce la apertura de las válvulas limitadoras de compresión.

En el punto D, se alcanza la máxima velocidad de compresión, punto en el cual la fuerza que el amortiguador aporta es la máxima y, al igual que ocurría en el punto B, el paso del fluido a través de las cámaras está regulado tanto por las válvulas de alta como de baja velocidad de compresión.

Llegado el amortiguador al cuarto cuadrante, las válvulas de alta velocidad vuelven a cerrarse debido a la disminución de velocidad de compresión a la que está sometido el amortiguador, quedando por tanto el paso de fluido controlado por las válvulas de baja velocidad.

El principal inconveniente de esta forma de mostrar el comportamiento del amortiguador reside en que no se visualiza de manera fácil la cantidad de histéresis que presenta el amortiguador, la cual es la responsable de que existan diferencias en la fuerza si se hace la simetría respecto del eje de fuerzas, es decir, la histéresis del amortiguador se define como la diferencia entre las fuerzas en dos posiciones simétricas respecto del eje vertical de la gráfica.

### 3.3.3 Modelo de amortiguador

El modelo creado para el banco de ensayo del amortiguador es el mostrado seguidamente en la Figura 3.8.

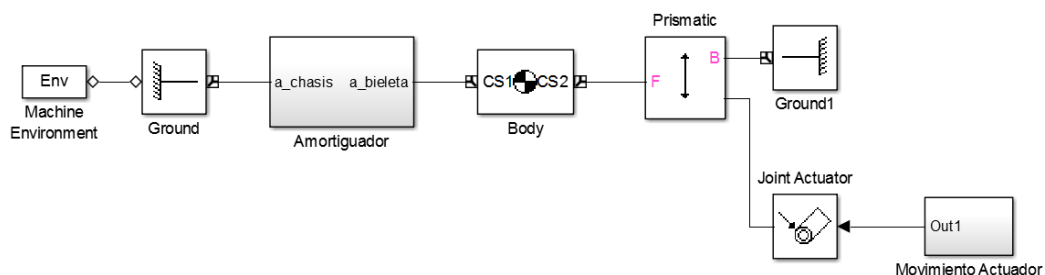


Figura 3.8. Modelo del banco de ensayos de amortiguador.

Recorriendo la Figura 3.8 de izquierda a derecha, se tiene un punto de referencia y la aplicación de la gravedad, ya que tal y como se ha visto en la Figura 3.5 el ensayo se realiza con el amortiguador en posición vertical y por tanto la gravedad entra en juego.

Seguidamente, se encuentra el amortiguador como tal, cuyo modelo se encuentra en la Figura 3.9. En funcionamiento normal, el amortiguador cumple con la siguiente ecuación:

$$F_{amort} = K_{res}(l_0 - x) - c_{amort}\dot{x} \quad [3.2]$$

Sin embargo, cuando el vehículo circule, pueden darse casos en los cuales el amortiguador llegue al final de su carrera útil, perdiéndose en ese momento la capacidad de absorber energía. En estos casos, la suspensión no debería comprimirse más, o al menos no hacerlo al mismo ritmo, aumentando considerablemente las reacciones sobre los anclajes del amortiguador. Por ello, se han modelado unos topes de suspensión, los cuales se consideran que son elementos muy rígidos y con un cierto amortiguamiento, los cuales solo actúan cuando el amortiguador llega al final de su carrera, tanto de extensión como de compresión.

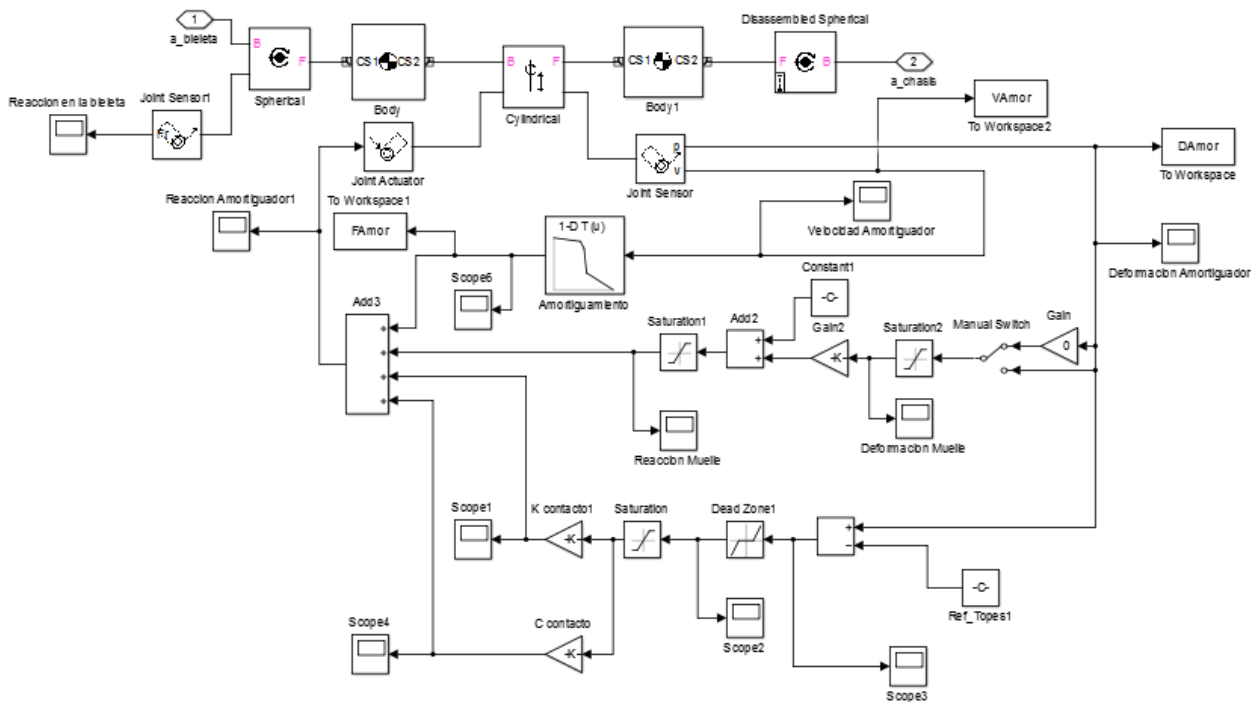


Figura 3.9. Modelo de amortiguador realizado en SimMechanics.

Continuando con el modelo del banco, la Figura 3.10 muestra la parte derecha del modelo, la cual es la encargada de realizar el movimiento alternativo en el amortiguador.

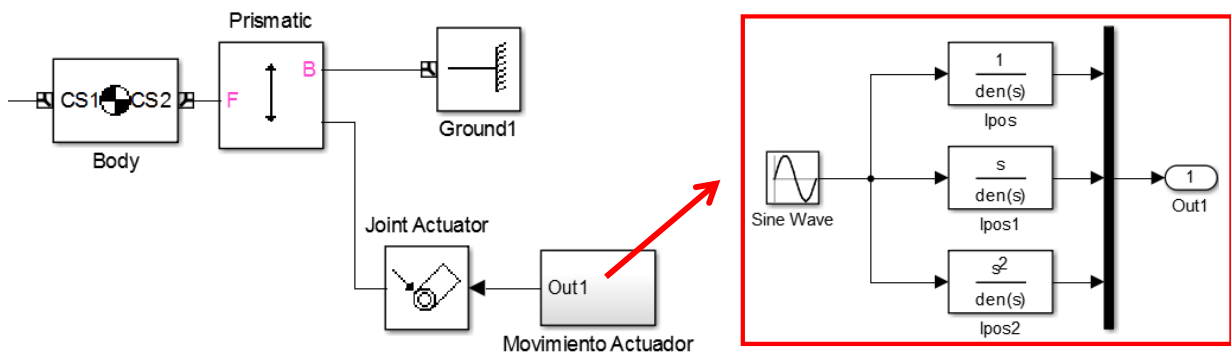


Figura 3.10. Actuator del banco de ensayos.

En la Figura 3.10 (derecha), es posible ver que la señal de entrada que provocará el movimiento del amortiguador es una senoidal, la cual se filtra y se integra para introducir al modelo el vector de posición, velocidad y aceleración.

### 3.3.3.1 Resultados del modelo

Para este caso particular, el proveedor de amortiguadores para el vehículo proporcionó la curva mostrada en la Figura 3.11.

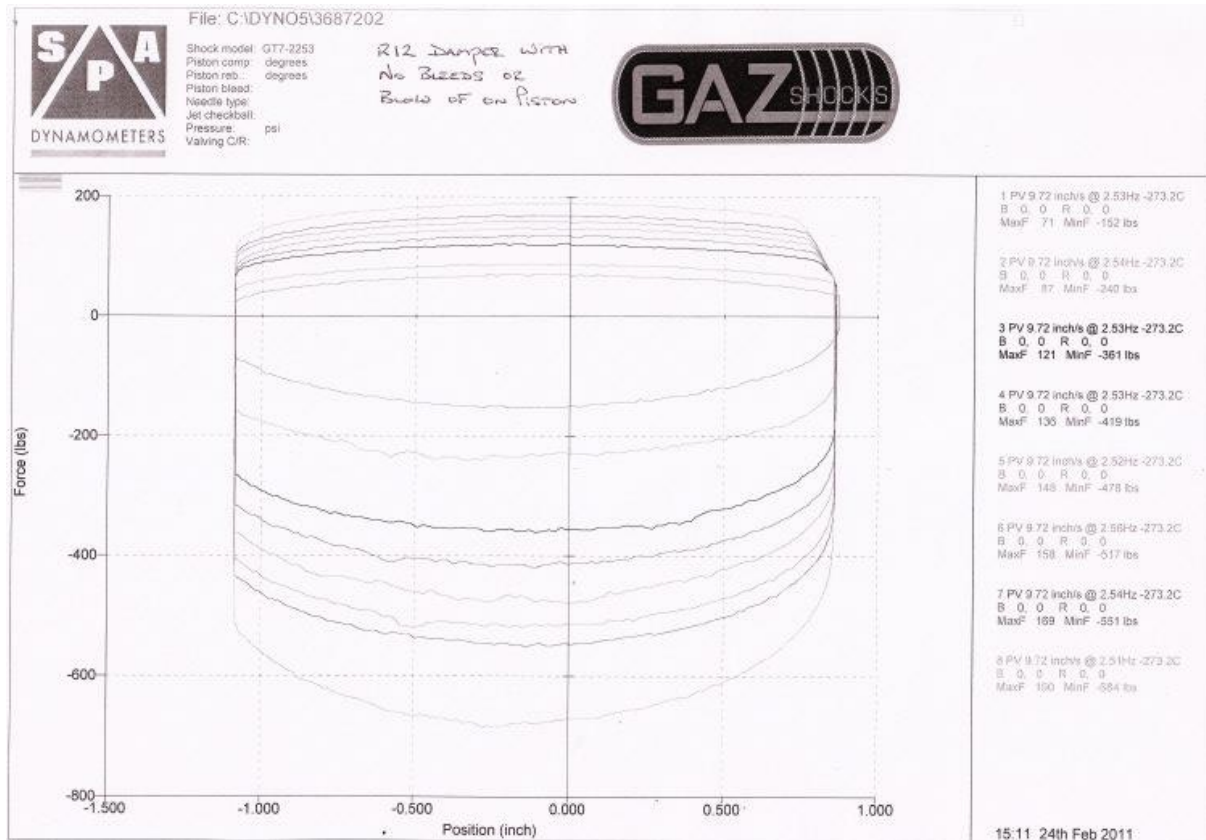


Figura 3.11. Curvas del amortiguador proporcionada por el suministrador.

Como puede verse, el amortiguador seleccionado posee 8 curvas distintas, lo cual se traduce en 8 regulaciones distintas, que regulan simultáneamente la compresión y extensión del mismo.

El método empleado para la obtención de esta curva difiere ligeramente del mostrado en el Apartado 3.3.2, ya que las referencias tomadas han sido distintas. En este caso, el cuadrante superior derecho se corresponde con el inicio de la carrera de compresión, mientras que el cuadrante inferior izquierdo representa el inicio de la carrera de extensión.

A partir de la Figura 3.11 es posible ver los fenómenos de histéresis citados en el Apartado 3.3.2, ya que la curva no es simétrica respecto del eje vertical (lo cual puede deberse también a problemas de calibración del banco), y los extremos izquierdo y derecho no coinciden.

Dado que a partir de la anterior curva es difícil ver qué ocurre a baja velocidad, se decidió crear el modelo de banco de amortiguador anteriormente descrito, en el cual se introdujese el amortiguamiento en función de la velocidad a la que se desplace el vástago con unos valores aproximados, y se viese si la respuesta del amortiguador se correspondía con la curva proporcionada por el fabricante del mismo (Figura 3.11).

Tras el ajuste de las 8 curvas en las cuales puede trabajar el amortiguador, la Figura 3.12 muestra las curvas proporcionadas por el modelo.

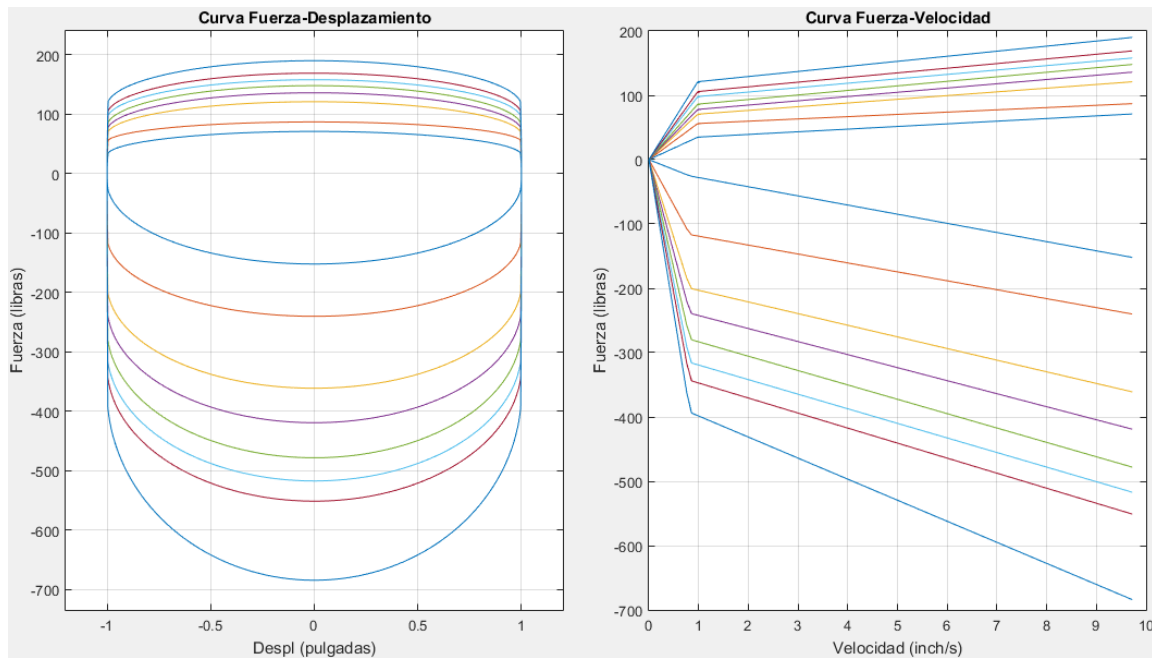


Figura 3.12. Curvas del amortiguador obtenidas del modelo de SimMechanics.

Nótese que en las curvas anteriores no se han producido fenómenos de histéresis [Ruiz, C. I., 2009]. Esto es debido a que el modelo creado no representa el comportamiento del fluido dentro del amortiguador, sino que tan solo aporta un valor de fuerza en función de la velocidad a la que se mueva el vástago del mismo.

Estas curvas se tendrán en cuenta cuando se analice el modelo de vehículo completo y el ajuste del sistema de suspensión (rigideces de muelles y barra estabilizadora), en el cual se verá en qué curva o curvas puede trabajar el sistema de suspensión.

### 3.4 Modelo de un cuarto de vehículo trasero

Dado que, por no llevar el sistema de dirección, el cuarto de vehículo trasero es más simple que el delantero, se comenzará explicando este.

El modelo de un cuarto está organizado en diferentes scripts de MATLAB, y un modelo realizado en Simulink – SimMechanics.

La misión de los script de MATLAB es proporcionar los diferentes puntos que definen la geometría de la suspensión y analizar los datos devueltos por el modelo de Simulink – SimMechanics, que es donde se simula la cinemática de la suspensión.

La estructura de archivos que se tiene para el modelo del cuarto de vehículo trasero es:

- Archivo de análisis.
- Archivo de datos.
- Modelo de Simulink – SimMechanics.
- Postprocesado de resultados.
- Archivo de gráficos.

### 3.4.1 Archivo de análisis

Este archivo es el encargado de ejecutar de una manera “transparente” para el usuario la herramienta de simulación. En ningún momento se solicita al usuario datos de partida o se le permite a este modificarlos. Este archivo tan solo va lanzando cronológicamente los diferentes archivos hasta llegar a mostrar al usuario los resultados finales. La Figura 3.13, muestra la secuencia de archivos que se van ejecutando.

```
open Brazo_Suspension
Datos_Brazo_Susp
sim('Brazo_Suspension')
PostPro_Brazo_Susp
Graficos_Brazo_Susp
```

Figura 3.13. Secuencia de ejecución del archivo de análisis.

### 3.4.2 Archivo de datos

La misión de este archivo es contener todos los puntos que definen la geometría de la suspensión, situando cada uno de ellos un punto de unión entre los diferentes componentes de la suspensión.

Así mismo, este archivo contiene las masas de los diferentes elementos y las inercias de los mismos, para así hacer más real la simulación, aunque en un estudio cinemático, en el cual solo se pretende ver la evolución de los diferentes ángulos de la suspensión estos parámetros no poseen demasiada relevancia, no obstante, son pasos para acercar el modelo cinemático al modelo dinámico final.

### 3.4.3 Modelo de cuarto de vehículo

La Figura 3.14 muestra la imagen general del modelo de un cuarto de vehículo trasero.

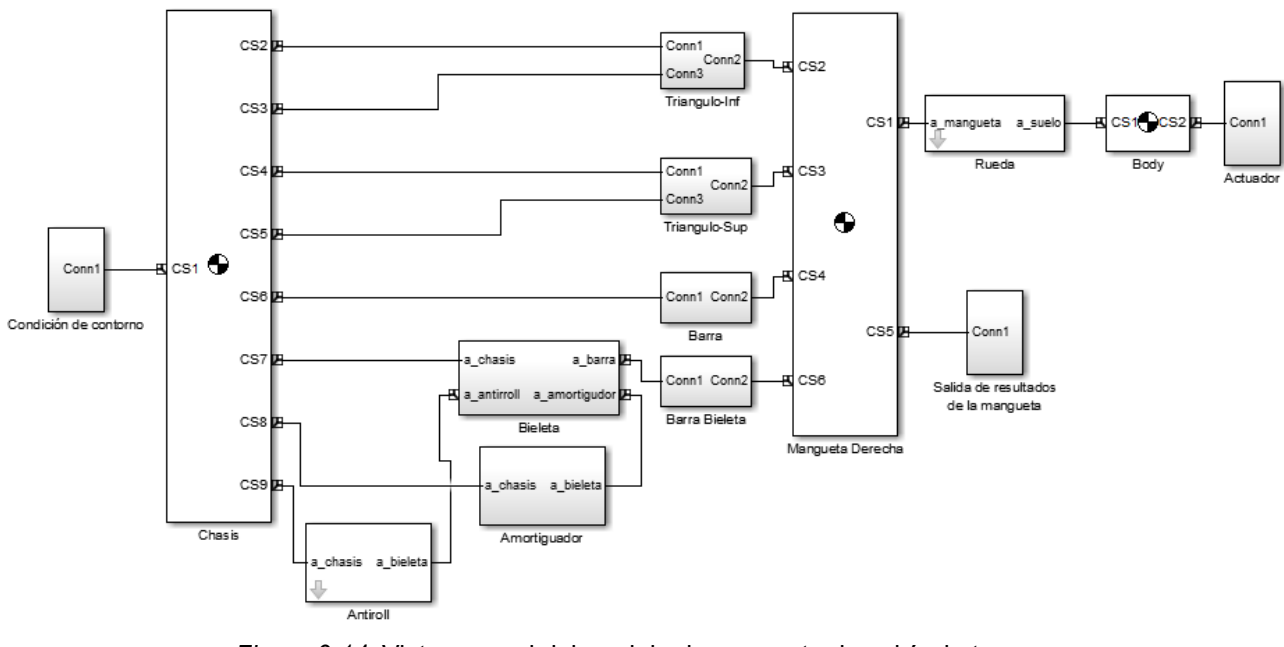


Figura 3.14. Vista general del modelo de un cuarto de vehículo trasero.

En lo siguiente, se explicarán de izquierda a derecha los diferentes bloques que constituyen el modelo.

#### 3.4.3.1 Condición de contorno

En este bloque, se impone un punto de referencia para el chasis, se indica que el sistema completo deberá ser afectado por la gravedad y se fija el chasis a este punto de referencia, lo cual implica que para el análisis cinemático, el chasis no tendrá movimiento alguno. La Figura 3.15 muestra el interior de este bloque:

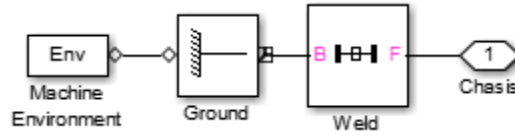


Figura 3.15. Condición de contorno del chasis.

### 3.4.3.2 Chasis

Este bloque representa el cuerpo en el cual se encuentra fijada la suspensión. Para conseguir tal fin, simplemente se sitúan los puntos que sirven de interfaz entre el chasis y la suspensión, los cuales se leen del archivo de datos antes citado. La Figura 3.16 muestra los puntos necesarios para definir el chasis.

Show Port	Port Side	Name	Origin Position Vector [x y z]	Units	Translated from Origin of	Components in Axes of
<input type="checkbox"/>	Left	CG	[0 0 0]	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Left	CS1	[0 0 0]	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS2	PSTD1	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS3	PSTD2	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS4	PSTD3	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS5	PSTD4	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS6	PSTD5	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS7	PSTD6	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS8	PSTD7	mm	World	World
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS9	PSTD8	mm	World	World

Figura 3.16. Definición del chasis.

### 3.4.3.3 Elementos de unión

Dentro de este Apartado se agruparán los brazos de suspensión, la barra de control de la dirección y el mecanismo de la Push-bar. Todos estos componentes sirven de elementos de unión entre el chasis y la mangueta. La Figura 3.17 muestra cómo están definidos los dos brazos de suspensión:

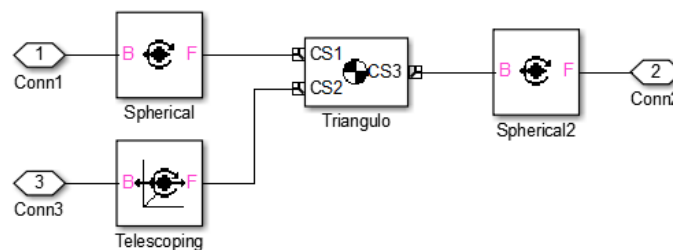


Figura 3.17. Triángulos de suspensión.

Como puede verse, los triángulos de la suspensión se fijan al chasis y a la mangueta a través de rótulas. La introducción de la junta telescópica es para permitirle al triángulo un cierto desplazamiento en la dirección longitudinal del vehículo.

Por otro lado se encuentra la barra de control de la dirección, la cual permitirá variar la convergencia o divergencia del tren trasero del vehículo. Como puede verse en la Figura 3.18, esta barra se encuentra fijada al chasis y a la mangueta a través de dos juntas esféricas.

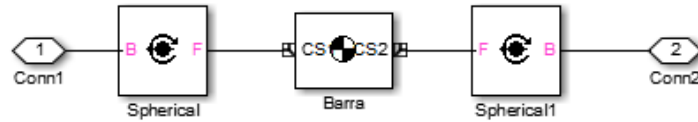


Figura 3.18. Barra de control de la dirección.

Seguidamente se encuentra la bieleta, la cual está encargada de transformar el movimiento vertical de la suspensión en un movimiento longitudinal en el conjunto muelle-amortiguador y barra de torsión. Esta bieleta está fijada al chasis, punto a través del cual también gira. La Figura 3.19 muestra este elemento (a la derecha de la misma es posible ver cómo es físicamente esta pieza).

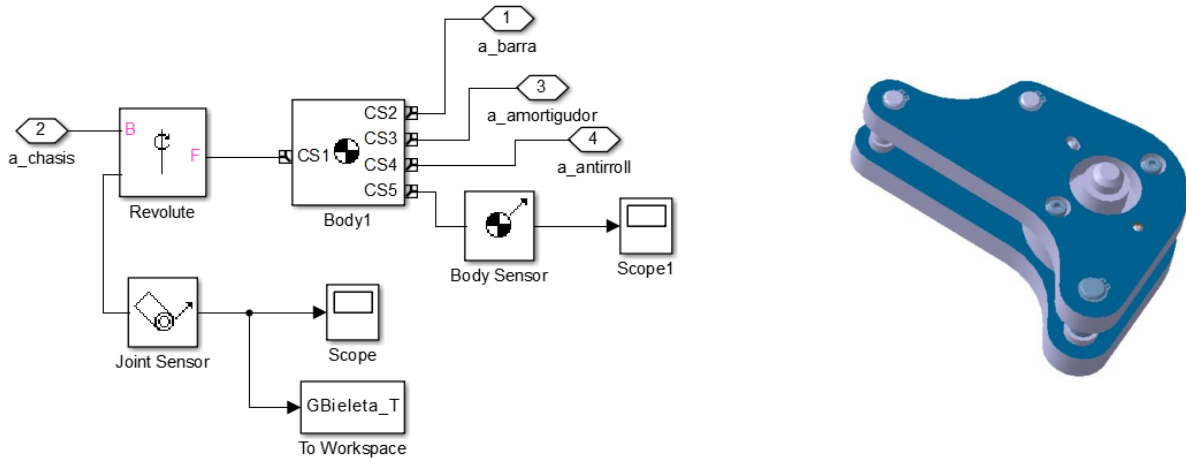


Figura 3.19. Bieleta.

El movimiento llega a la bieleta a través de la Push-rod, la cual está modelada de la misma forma que la barra de control de la dirección mostrada en la Figura 3.18.

A la bieleta se conecta el conjunto muelle amortiguador, (modelado tal y como mostraba la Figura 3.9), y el mecanismo de la barra de torsión (antiroll), el cual consta de un brazo que lleva el movimiento desde la bieleta hasta la barra y la propia barra. La Figura 3.20 muestra el modelado de este sistema.

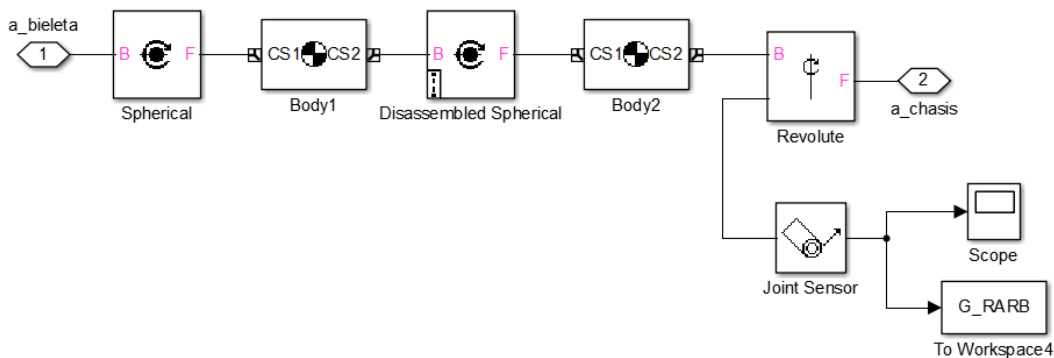


Figura 3.20. Modelado de la antiroll.

Para el estudio cinemático la incorporación de la antiroll tan solo se realiza para ver los giros máximos que tendría la misma, aunque estos giros no serán los reales, ya que no se introduce rigidez a la barra, ni esta comunica elásticamente la parte izquierda y derecha de la suspensión del mismo eje.

### 3.4.3.4 Mangueta

Al igual que ocurría con el chasis, la mangueta no es más que un sólido donde confluyen los diferentes elementos de la suspensión. Por ello, y tal y como se muestra en la Figura 3.21, se definen los diferentes puntos donde tendrán lugar las interfaces entre la mangueta y los elementos de la suspensión.

Show Port	Port Side	Name	Origin Position Vector [x y z]	Units	Translated from Origin of	Components in Axes of
<input type="checkbox"/>	Left	CG	PMTD0	mm	CS1	CS1
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS1	[0 0 0]	mm	Adjoining	Adjoining
<input checked="" type="checkbox"/>	Left	CS2	PMTD1	mm	CS1	CS1
<input checked="" type="checkbox"/>	Left	CS3	PMTD2	mm	CS1	CS1
<input checked="" type="checkbox"/>	Left	CS4	PMTD3	mm	CS1	CS1
<input checked="" type="checkbox"/>	Right	CS5	[0 0 0]	mm	CS1	CS1
<input checked="" type="checkbox"/>	Left	CS6	PMTD4	mm	CS1	CS1

Figura 3.21. Definición de la mangueta.

Así mismo, de cara al postprocesado de los resultados de la mangueta, se registran los vectores de posición, velocidad lineal, velocidad angular y la matriz de rotación. A partir de estos datos será posible conocer la evolución de muchos parámetros cinemáticos del vehículo.

### 3.4.3.5 Rueda

Dado que no se considera que el vehículo se esté desplazando, el conjunto llanta-neumático ha sido modelado como un sistema elástico, unido rígidamente con la mangueta, el cual se deforma en función de la fuerza de reacción vertical que vea el neumático. La Figura 3.22 expone este sistema:

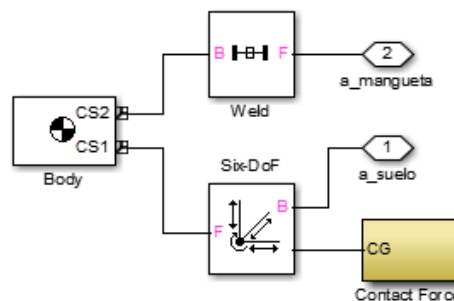


Figura 3.22. Modelado del neumático.

Seguidamente, la Figura 3.23 muestra el modelado de la fuerza vertical que ve el neumático en función de la deformación del mismo. Básicamente se realiza el producto de rigidez por desplazamiento para obtener la fuerza, teniendo en cuenta que si el neumático queda en el aire, este no verá reacción alguna.

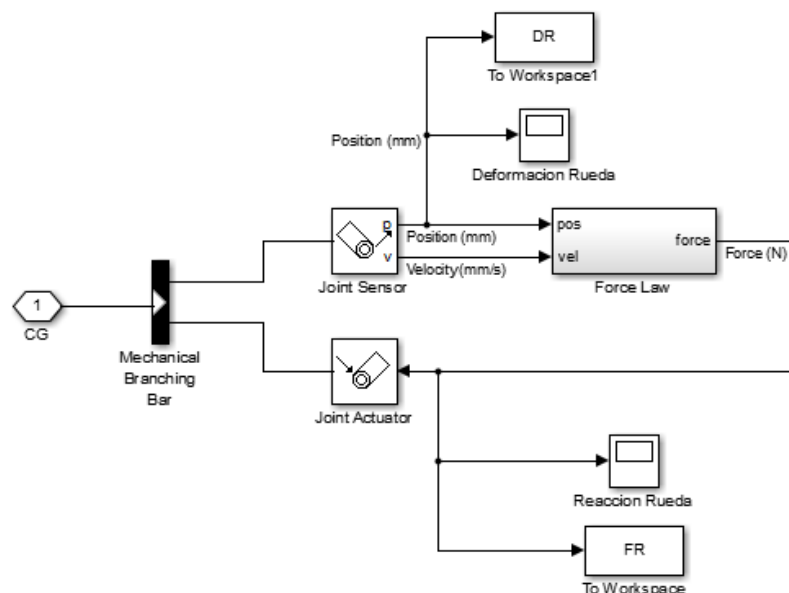


Figura 3.23. Modelado de la fuerza vertical sobre el neumático.



### 3.4.3.6 Actuador

Como su propio nombre indica, el actuador sirve de fuente de movimiento al sistema. En cualquier caso, el movimiento del actuador será vertical, provocando un movimiento de extensión y compresión de la suspensión (a través de una función generada en MATLAB), para así poder analizar la cinemática de la misma. La Figura 3.24 muestra el modelado del actuador.

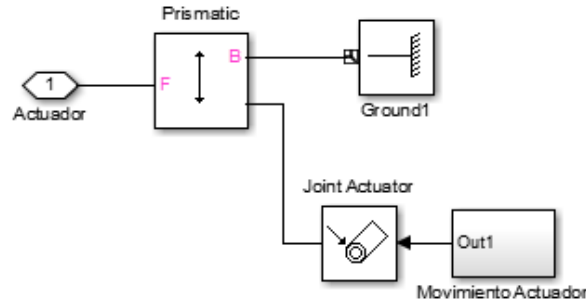


Figura 3.24. Modelado del actuador.

La Figura 3.25 expone cómo se genera la señal del movimiento. Así mismo, para poder realizar algunas pruebas dinámicas, es posible introducir una señal aleatoria que represente un perfil de carretera. La señal generada ha de filtrarse e integrarse para introducir en el modelo la posición, velocidad y aceleración instantáneas.

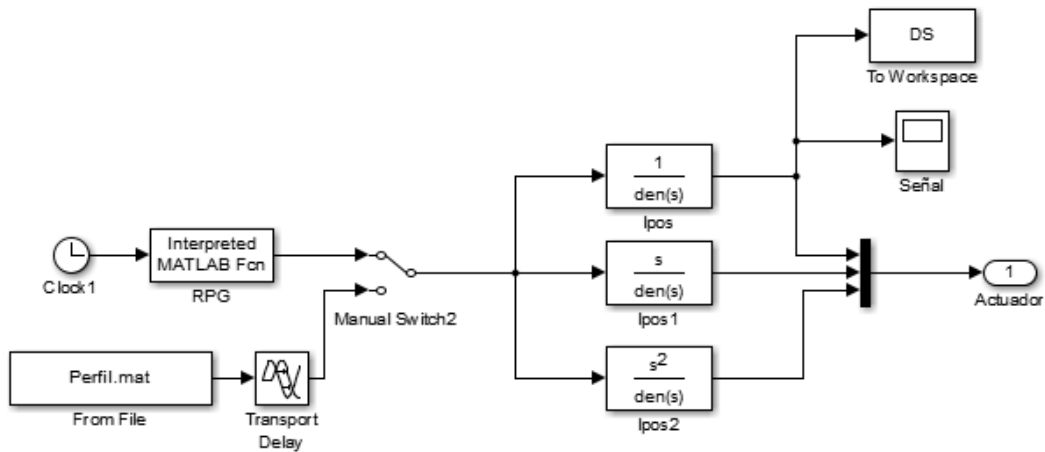


Figura 3.25. Generación de la señal de movimiento.

Tras todos los elementos explicados en los Apartados previos, es posible por fin ver la geometría de la suspensión en el visor que posee SimMechanics. Esta geometría se muestra en la Figura 3.26.

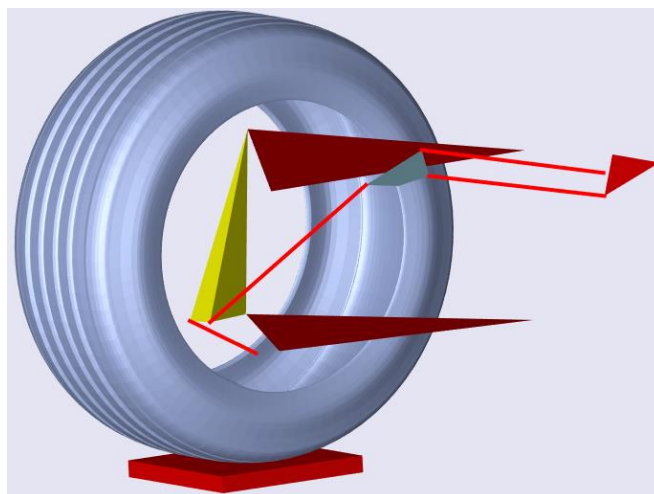


Figura 3.26. Representación del modelo de un cuarto de vehículo trasero.

Cabe mencionar que por defecto SimMechanics representa una estructura alámbrica o una geometría simple para mostrar cada uno de los cuerpos que integran un sistema. Sin embargo, es posible introducir un archivo con extensión .stl que represente la geometría del cuerpo en cuestión. Por este motivo, el actuador y el neumático aparecen como una geometría concreta.

### 3.4.4 Archivo de postprocesado

Como se ha comentado anteriormente, este archivo es el encargado de recibir toda la información procedente del modelo y de tratarla.

En primer lugar se corta la parte inicial de los vectores procedentes de Simulink, ya que al modelo se le da un periodo transitorio en el cual este se adapta a la condición inicial establecida y las variables se estabilizan.

Posteriormente, a partir de los puntos que definen la posición de las rótulas de suspensión, se determina el valor del ángulo de salida y de avance. El valor obtenido será el que la suspensión tendrá en estacionario, es decir, con el vehículo parado y con las 4 ruedas apoyadas sobre un mismo plano en el suelo.

Tras lo anterior, se definen una serie de vectores que serán empleados en el cálculo cinemático, tras lo cual se procede al cálculo del Screw axis, el cual se detalla en el "ANEXO A. Screw axis", y a partir del cual se podrán determinar los polos de la suspensión, polos que definirán la cinemática de la misma.

La posición del Screw axis cambia en cada instante de tiempo, lo cual supone que hay que determinar la posición del mismo tantas veces como tamaño tengan los vectores obtenidos del modelo de SimMechanics.

A partir de la matriz de rotación de la mangueta, la cual es una matriz de 3x3 que representa la rotación espacial sufrida por el cuerpo, es posible definir la evolución que sufrirán los parámetros del ángulo de avance, salida y convergencia del vehículo. Para el sistema de referencia implementado en el modelo de SimMechanics, se tiene que:

$$R_{camber} = \arcsen(A(3,2)) \quad [3.3]$$

$$R_{toe} = \arcsen\left(\frac{-A(1,2)}{\cos(R_{camber})}\right) \quad [3.4]$$

$$R_{caster} = \arcsen\left(\frac{-A(3,1)}{\cos(R_{camber})}\right) \quad [3.5]$$

Siendo  $A(i, j)$  el elemento de matriz necesario para el cálculo del parámetro.

A partir de los polos en vista lateral y frontal calculados a través del Screw axis, es posible conocer los parámetros de Anti-lift, Anti-squat, y Anti-roll, a través de las expresiones mostradas en el Apartado 2.5.12.

Finalmente, se determina la altura del polo respecto del suelo y se calcula el ángulo que la recta entre el polo y el centro de huella del contacto forma con el suelo, todo ello de cara a la posterior representación de resultados.

### 3.4.5 Archivo de gráficos

Finalmente, tras tener todos los vectores que definen la cinemática del vehículo, se muestran al usuario, de forma que este pueda analizarlos y ver la evolución de los diferentes parámetros de manera gráfica. Los resultados que se muestran son:

- Ángulo de camber con el movimiento vertical de la suspensión.
- Ángulo de avance con el movimiento vertical de la suspensión.
- Convergencia con el movimiento vertical de la suspensión.

- Restregado frente al movimiento vertical de la suspensión.
- Evolución del Anti-Squat con el movimiento vertical de la suspensión.
- Evolución del Anti-Lift con el movimiento vertical de la suspensión.
- Evolución del Anti-Roll con el movimiento vertical de la suspensión.
- Evolución del ángulo formado entre la línea que une el polo con el centro de la huella de contacto con el suelo.
- Evolución de la altura del polo en vista frontal respecto del suelo.
- Giro de la bieleta con el movimiento vertical de la suspensión.
- Giro de la barra estabilizadora (Anti Roll bar), con el movimiento vertical de la suspensión.
- Motion ratio del conjunto muelle amortiguador respecto del desplazamiento base y del movimiento vertical de la suspensión.
- Motion ratio de la barra estabilizadora.
- Rigidez equivalente frente a desplazamiento base.
- Deformación del amortiguador frente al desplazamiento base
- Reacción sobre el neumático frente al desplazamiento base.

A partir de la anterior lista de resultados aportados por el modelo, es preciso definir varios conceptos:

- **Motion ratio:** se define como la variación del desplazamiento del amortiguador frente a la variación del desplazamiento de la mangueta o el desplazamiento base, según se quiera o no tener en cuenta la deformación del neumático. Del mismo modo, se define el Motion ratio para la barra estabilizadora como la variación del giro de la barra respecto de la variación del giro de la bieleta.
- **Desplazamiento base frente o movimiento vertical de la suspensión.** La diferencia entre ambos reside en que el primero es lo que se desplaza el actuador que provoca el movimiento de la suspensión y el segundo es lo que se desplaza la mangueta, valor que difiere del anterior en la deformación que haya sufrido el neumático.

### 3.5 *Modelo de un cuarto de vehículo delantero*

El procedimiento seguido para la creación de este modelo es exactamente el mismo que para el modelo anterior. Por ello, en el presente Apartado tan solo se describirá aquello que difiere del anterior modelo.

En este caso, también se tiene la misma estructura de archivos que en el caso anterior, esto es:

- Archivo de análisis.
- Archivo de datos.
- Modelo de Simulink – SimMechanics.
- Postprocesado de resultados.
- Archivo de gráficos.

Las diferencias fundamentales entre ambos modelos, residen en la implantación del sistema de dirección en el modelo y del posterior postprocesado necesario.

### 3.5.1 Modelo de cuarto de vehículo

La Figura 3.27 muestra una vista general del modelo de un cuarto de vehículo delantero.

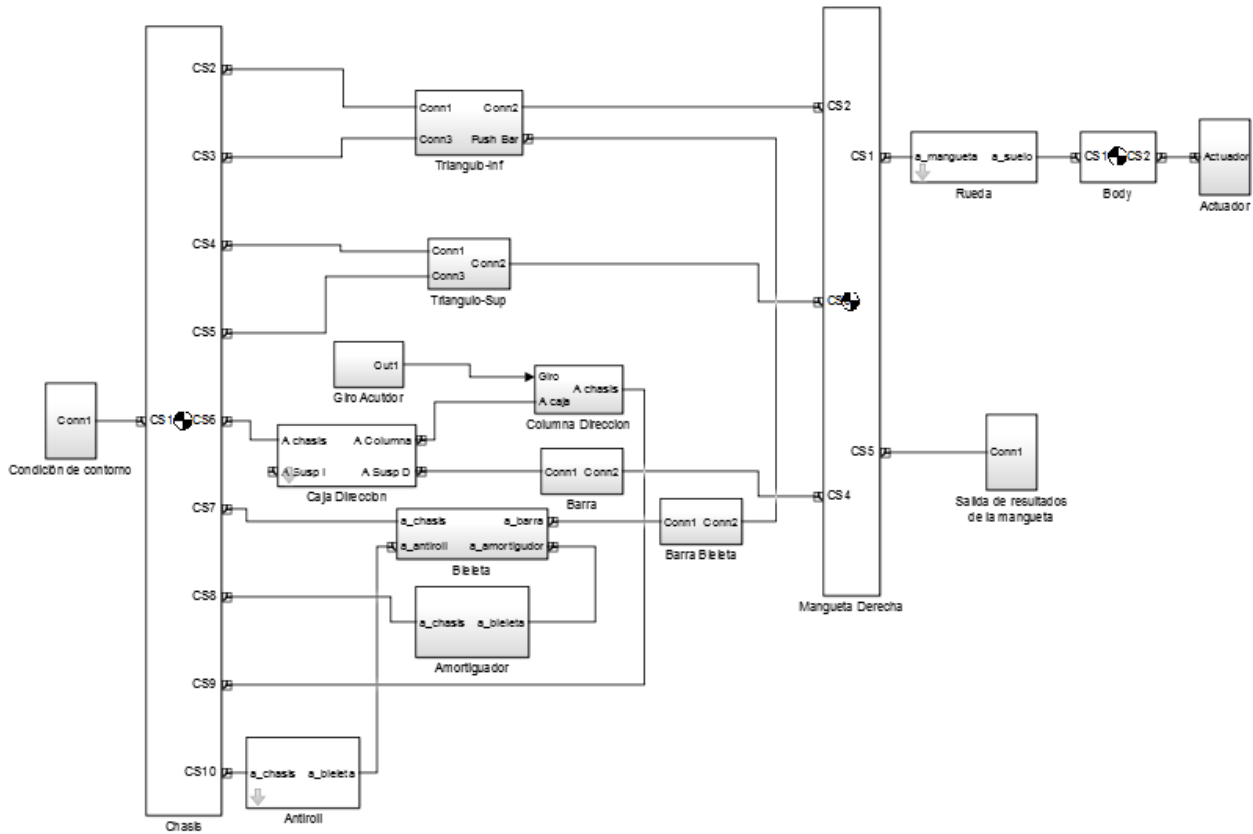


Figura 3.27. Vista general del modelo de un cuarto de vehículo delantero.

Como puede verse, los elementos principales del sistema son los mismos que los mostrados en el caso del cuarto de vehículo trasero, a excepción de la conexión de la Push bar delantera y del sistema de dirección.

#### 3.5.1.1 Triángulo de suspensión

Aunque inicialmente la Push bar delantera tenía su punto de anclaje en la mangueta (como ocurría en la suspensión trasera), debido a la geometría de la suspensión, se ha decidido colocar la Push-Bar en el triángulo inferior. Esta decisión permite simplificar la mangueta, aunque requiere la adopción de un amplio portarótulas en el triángulo inferior. El modelado de esta alternativa es el mostrado en la Figura 3.28.

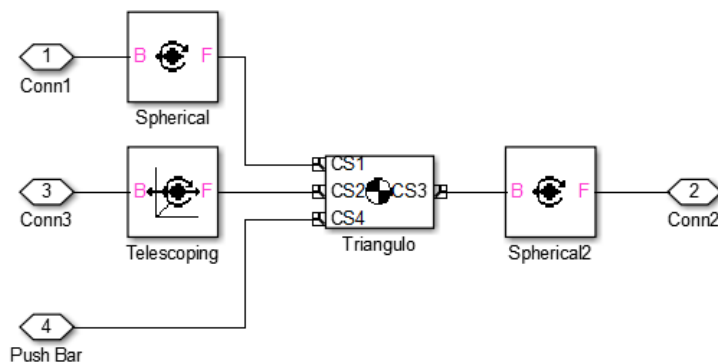


Figura 3.28. Modelado del triángulo inferior delantero.

Como puede verse, este modelo difiere del mostrado en la Figura 3.17 en que en este caso se ha habilitado un nuevo puerto de conexión, que es donde va a ir fijada la Push-bar. Este puerto de conexión ha desaparecido de la mangueta, que es donde estaba en la suspensión trasera.

### 3.5.1.2 Modelado del sistema de dirección

El modelado de la dirección consta de cuatro elementos. Desde el volante hasta la mangueta, se tiene:

- **Giro actuador:** encargado de proporcionar un determinado giro al sistema.
- **Columna de dirección:** lleva el anterior giro hasta la cremallera.
- **Cremallera:** convierte el movimiento rotativo en un movimiento lineal.
- **Barra de dirección:** elemento final encargado de transmitir el movimiento lineal de la cremallera a la mangueta.

Seguidamente, se procederá a describir cada uno de estos elementos.

#### Giro de la dirección

Al igual que ocurría en el modelo anterior con el actuador, en este caso el movimiento al actuador se realiza a través de una función generada en MATLAB, la cual se filtra, y se integra para introducir en el modelo la posición, velocidad y aceleración del movimiento. En este caso, el modelo del actuador es el mostrado en la Figura 3.29.

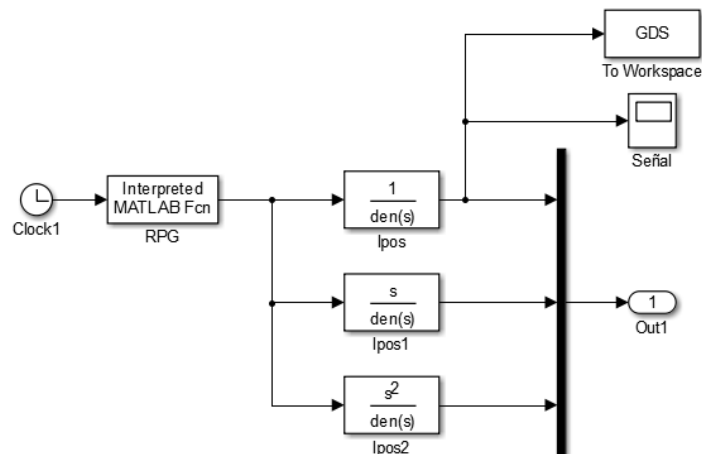


Figura 3.29. Actuador.

#### Columna de dirección

La columna de dirección comienza en un punto de fijación del chasis, sobre el cual se le permite girar. Posteriormente, mediante barras unidas a través de juntas, se le permite girar para transmitir el movimiento desde el volante (actuador), hasta el piñón de la cremallera, el cual se considera que está soldado a la columna. La Figura 3.30 muestra este modelo.

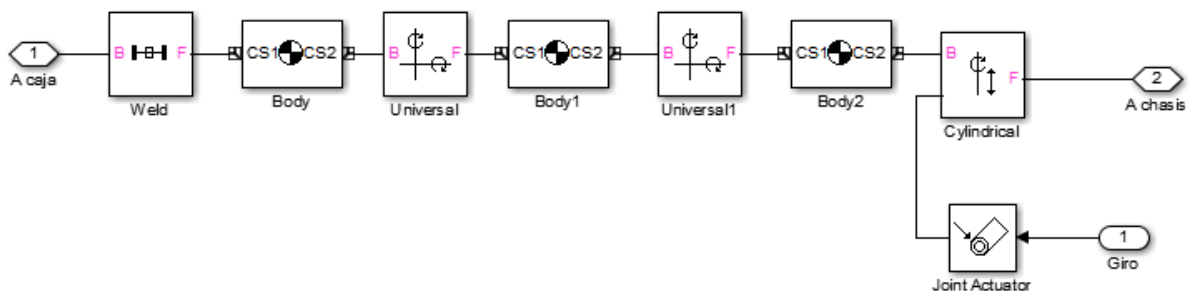


Figura 3.30. Modelado de la columna de dirección.

Nótese como a través de la junta del chasis (cylindrical), se introduce el movimiento de giro provocado por el actuador.

## Cremallera

Llegado el movimiento de rotación al piñón, este es convertido en movimiento longitudinal a través de la junta denominada “Velocity driver” del modelo mostrado en la Figura 3.31. Así mismo, se considera que el cuerpo de la cremallera está unido al chasis del vehículo.

Como salidas del modelo se tienen los puntos de interfaz de cada uno de los brazos de dirección.

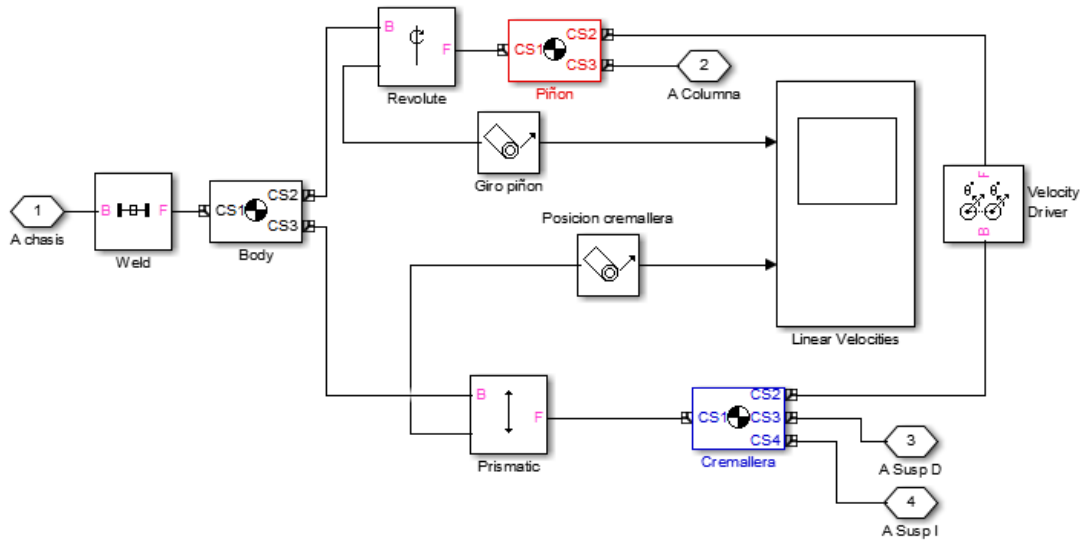


Figura 3.31. Modelado de la cremallera de dirección.

## Barra de dirección

Para finalizar el modelo del sistema de dirección se tienen las barras de dirección, cada una de las cuales ha sido modelada según se muestra en la Figura 3.32.

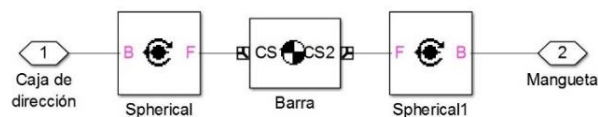


Figura 3.32. Barra de dirección.

Como puede verse, este modelo se ha empleado previamente para el modelado de la barra de control de la dirección del eje trasero y para la Push-bar, tanto trasera como delantera.

Tras cargar el modelo con sus datos correspondientes, aportados por el archivo de datos, es posible ver la geometría de la suspensión delantera en SimMechanics, tal y como se muestra en la Figura 3.33.

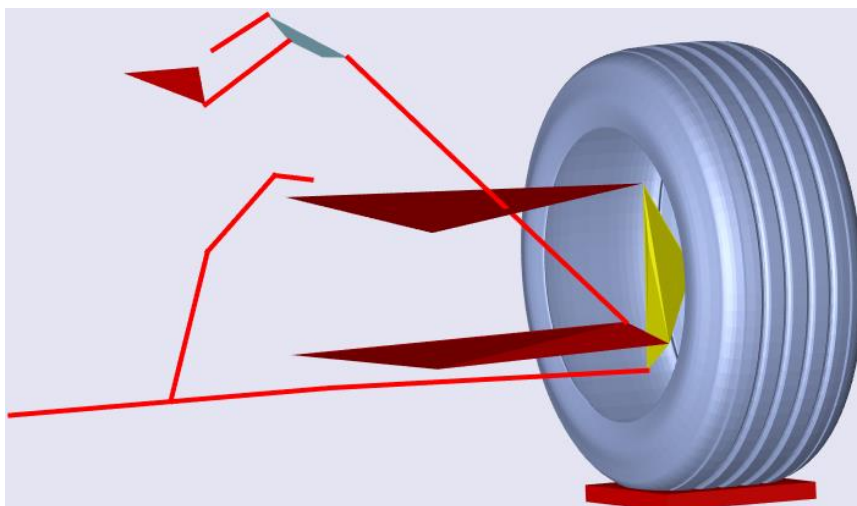


Figura 3.33. Representación del modelo de un cuarto de vehículo delantero.

### 3.5.2 Archivo de postprocesado

En este caso, el procedimiento seguido en este archivo es común a lo visto en el de la suspensión trasera. Las diferencias entre ambos, nuevamente residen en la implantación y análisis del sistema de dirección.

En este caso, además de los valores de convergencia, caída y avance calculados en el caso de la suspensión trasera, se añaden más variables, calculadas a partir de los resultados aportados por el Screw axis, cuyo cálculo se detalla en el "ANEXO A. Screw axis".

- Tangente de Kingpin angle, la cual es calculada a partir de la siguiente expresión [Lamers, W, 2008]:

$$TKA = - \left( \frac{\omega_{Ky}}{\omega_{Kz}} \right) \quad [3.6]$$

Es decir, es el cociente entre la coordenada en el eje y de la velocidad angular de la mangueta y la coordenada z de la misma. Como se citó en el Apartado 3.4.3.4, esta variable es tomada desde el modelo de SimMechanics.

- Tangente del ángulo de avance, calculada según:

$$TCA = \left( \frac{\omega_{Kx}}{\omega_{Kz}} \right) \quad [3.7]$$

- Velocidad del punto de contacto del neumático. Este es un punto imaginario, empleado para el cálculo de las características de la dirección. La expresión que permite su cálculo es la siguiente:

$$\vec{VA} = \vec{VM} + (\vec{\omega}_K \times \vec{r}_{MA}) \quad [3.8]$$

Siendo  $\vec{VM}$  el vector que proporciona la velocidad lineal de la mangueta,  $\vec{\omega}_K$  el vector que da la velocidad angular de la mangueta y  $\vec{r}_{MA}$  el vector que va desde el centro de la mangueta hasta el punto de contacto virtual, que en este caso sería el vector  $(0,0, -Radio\_rueda)$ .

- Velocidad de giro del eje de dirección, la cual se define como:

$$W_d = \omega_{Kz} \left( (TCA \operatorname{sen}(TOE) - TKA \operatorname{sen}(TOE)) \tan(CAMBER) + 1 \right) \quad [3.9]$$

- Kingpin offset o Scrub radius, calculado a través de la siguiente expresión:

$$r_k = \frac{- \left( VA_x \cos(TOE) + VA_y \operatorname{sen}(TOE) \right)}{W_d} \quad [3.10]$$

- Brazo de avance (Caster offset), el cual puede calcularse como:

$$r_c = \frac{\left( -VA_x \operatorname{sen}(TOE) + VA_y \cos(TOE) \right)}{W_d} \quad [3.11]$$

Junto a lo anterior, también se discrimina entre giro de la dirección hacia la izquierda o derecha, para así ver de manera indirecta el carácter de Ackerman o no de la dirección.

Además del cortado que sufren los vectores al inicio del archivo de postprocesado, y que se citó en el Apartado 3.4.4, en este caso también se requiere un segundo cortado de vectores, para separar la parte en la que el volante acciona el sistema de dirección de la parte en la que la suspensión se desplaza verticalmente, ya que el movimiento de extensión y compresión de la suspensión se analiza de manera separada al movimiento de la dirección.

### 3.5.3 Archivo de gráficos

Además de los resultados citados en el Apartado 3.4.5, en este caso también se muestran al usuario:

- Dado que los parámetros de Anti-Squat y Anti\_Lift no están definidos para el eje delantero del vehículo, se muestra en su lugar el Anti-Dive.
- Kingpin offset en función del ángulo de giro del volante.
- Caster offset en función del ángulo de giro del volante.
- Evolución del ángulo girado por las ruedas frente al ángulo girado por el volante.
- Cambio del ángulo de caída frente al ángulo girado por el volante.
- Cambio del ángulo de avance frente al ángulo girado por el volante.



## 4 DINÁMICA DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN

Tras ver en el Capítulo 3 los modelos desarrollados para el análisis cinemático del vehículo, se pasará ahora a la dinámica del sistema, es decir, ver cómo se comporta la suspensión frente a las excitaciones procedentes de la carretera, o bien frente a señales introducidas a los actuadores.

Este camino finalizará con la creación del modelo de vehículo completo, basado en los modelos de un cuarto previamente citados. No obstante, antes de describir este modelo es preciso exponer el modelo de un cuarto de vehículo.

### 4.1 Modelo de un cuarto de vehículo

El modelo de un cuarto de vehículo separa los movimientos verticales (bote) de la masa suspendida  $m_s$  y no suspendida  $m_u$ . La Figura 4.1 [Alonso, F.J, 2013] muestra el esquema de este modelo.



Figura 4.1. Modelo de un cuarto de vehículo.

En general, realizar un análisis simplificado como este es de gran utilidad en el cálculo práctico de las frecuencias naturales de una suspensión. No obstante, este cálculo puede simplificarse aún más suponiendo que la masa no suspendida es mucho menor que la masa suspendida y por otro lado diciendo que el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador es cero.

En este caso, este modelo ha sido usado para realizar un barrido en frecuencias (diagrama de Bode) y así poder ver qué es lo más conveniente con respecto a la rigidez de suspensión y el amortiguamiento. Para ello, es preciso determinar la función de transferencia del sistema, la cual puede hallarse a través de las ecuaciones físicas que rigen el sistema. Este proceso de obtención es el que se expondrá a continuación [Lamers, W, 2008]:

La fuerza vertical sobre la rueda será:

$$F_z = k_t(x_u - z_r) \quad [4.1]$$

Por otro lado, la ecuación del movimiento es:

$$m_s \ddot{x}_s + d_s(\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_s(x_s - x_u) = 0 \quad [4.2]$$

$$m_u \ddot{x}_u - d_s(\dot{x}_s - \dot{x}_u) - k_s(x_s - x_u) = -k_t(x_u - z_r) \quad [4.3]$$

Seguidamente, a las ecuaciones [4.2] y [4.3] se aplicará la transformada de Laplace, obteniéndose:

$$(m_s s^2 + d_s s + k_s) X_s - (d_s s + k_s) X_u = 0 \quad [4.4]$$

$$(m_u s^2 + d_s s + k_s) X_u - (d_s s + k_s) X_s = -k_t(X_u - Z_r) \quad [4.5]$$

Despejando  $X_s$  de la ecuación [4.4]:

$$X_s = \frac{d_s s + k_s}{m_s s^2 + d_s s + k_s} X_u \quad [4.6]$$

Sustituyendo este resultado en la expresión [4.5]:

$$(m_u s^2 + d_s s + k_s)X_u - (d_s s + k_s) \left( \frac{d_s s + k_s}{m_s s^2 + d_s s + k_s} X_u \right) = -k_t (X_u - Z_r) \quad [4.7]$$

Operando la expresión [4.7] se llega a:

$$\left( \frac{m_u m_s s^4 + (m_u + m_s) d_s s^3 + (m_u + m_s) k_s s^2}{m_s s^2 + d_s s + k_s} \right) X_u = -k_t (X_u - Z_r) \quad [4.8]$$

A continuación se denominará  $Y = k_t (X_u - Z_r)$ . Por tanto la expresión [4.8] quedará reescrita como:

$$\left( \frac{m_u m_s s^4 + (m_u + m_s) d_s s^3 + (m_u + m_s) k_s s^2}{m_s s^2 + d_s s + k_s} \right) X_u = -Y \quad [4.9]$$

Por otro lado,  $X_u$  puede expresarse como:

$$X_u = \frac{Y}{k_t} + Z_r \quad [4.10]$$

Por lo que la ecuación [4.9] quedaría:

$$\left( \frac{m_u m_s s^4 + (m_u + m_s) d_s s^3 + (m_u + m_s) k_s s^2}{m_s s^2 + d_s s + k_s} \right) \left( \frac{Y}{k_t} + Z_r \right) = -Y \quad [4.11]$$

A partir de la anterior expresión, es posible obtener la función de transferencia sin más que despejar  $Y$  y  $Z_r$ , variables que definen la salida y entrada del sistema respectivamente. Es decir:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{Z_r(s)} \quad [4.12]$$

Por tanto, haciendo las operaciones pertinentes, se tiene:

$$H(s) = \frac{-(m_u m_s s^4 + (m_u + m_s) d_s s^3 + (m_u + m_s) k_s s^2)}{\left( \frac{m_u m_s s^4 + (m_u + m_s) d_s s^3 + (m_u + m_s) k_s s^2}{k_t} + m_s s^2 + d_s s + k_s \right)} \quad [4.13]$$

#### 4.1.1 Modelo realizado en Simulink

La implementación de las anteriores ecuaciones ha sido llevada a MATLAB - Simulink a través del módulo Simscape, encargado de modelar sistemas físicos. La Figura 4.2, muestra este sistema:

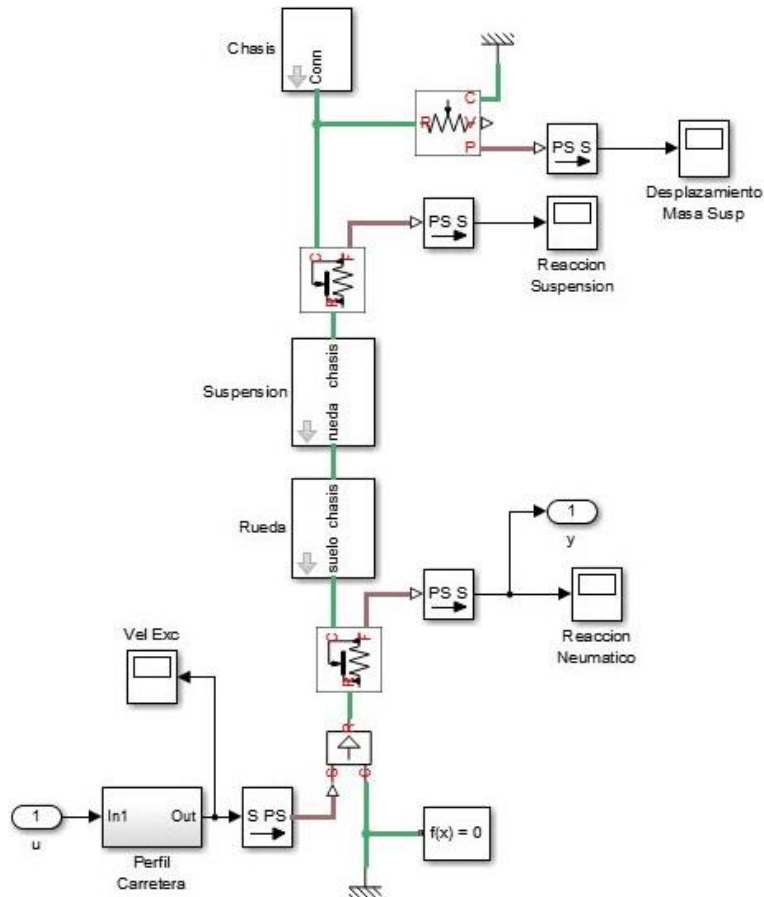


Figura 4.2. Modelo de Simulink un cuarto de vehículo.

Este modelo de Simulink está acompañado de un script en MATLAB, encargado de proporcionarle los datos pertinentes y de tratar los resultados del modelo.

Tal y como puede apreciarse, este modelo es muy diferente de los empleados para ver la cinemática de la suspensión, ya que aquí no aparece la geometría de la suspensión, tan solo las ecuaciones matemáticas que rigen el movimiento de un sistema de masas, muelles y amortiguador como el mostrado en la Figura 4.1.

Este modelo es empleado no solo para ver la influencia de las distintas rigideces, sino que también permite ver cómo se comportaría un sistema con una determinada rigidez y amortiguamiento ante un perfil de carretera o ante otro tipo de señales. Por ello, la Figura 4.3 expone el interior del bloque denominado "Perfil de carretera".

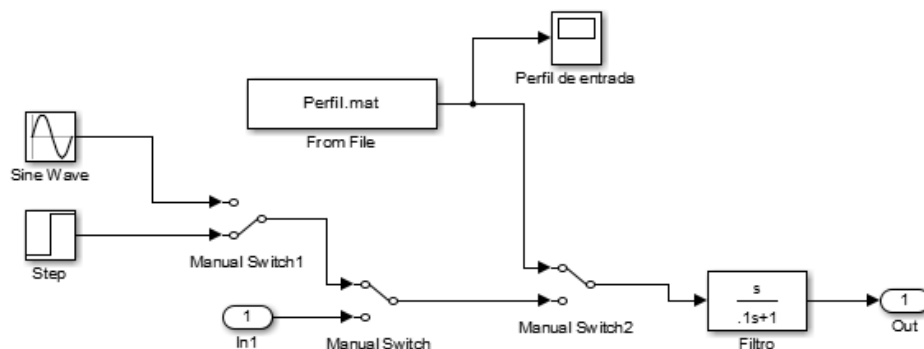


Figura 4.3. Bloque "Perfil de carretera".

En la Figura 4.3 puede verse la diversidad de entradas que pueden ser proporcionadas al sistema para analizar su respuesta.

Por otro lado, dentro del bloque denominado “Rueda”, y que representa a la masa no suspendida se encuentra lo mostrado en la Figura 4.4:

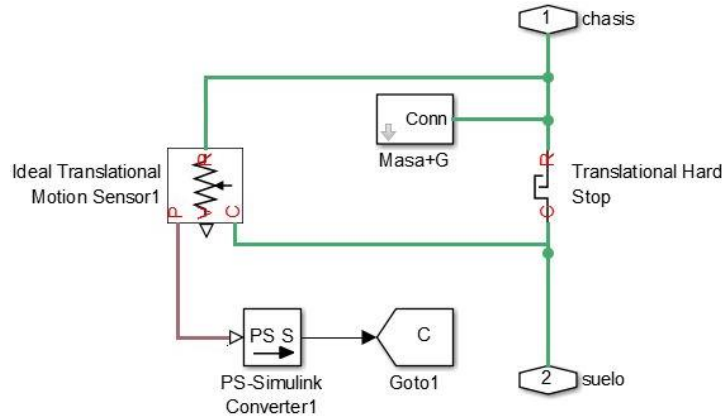


Figura 4.4. Modelado de la masa no suspendida.

En este caso se tiene una masa, que como se ha comentado representa a la masa no suspendida, unos topes para limitar los recorridos y un sensor para medir la deformación en la masa no suspendida.

En serie con este bloque se encuentra el denominado “Suspensión”, y que representa a la masa suspendida. El contenido de este bloque se muestra en la Figura 4.5.

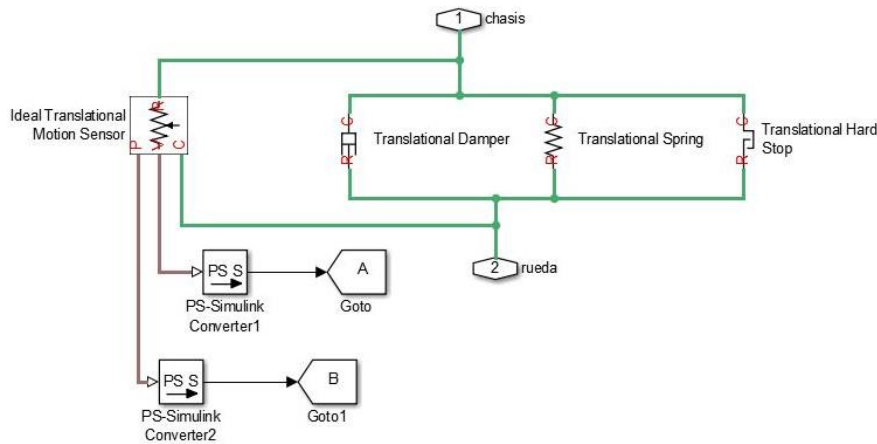


Figura 4.5. Modelado de la masa suspendida.

Este bloque contiene los elementos propios de la suspensión, es decir, el conjunto muelle-amortiguador, con unos topes para limitar su recorrido. Así mismo, se registra el desplazamiento sufrido por el conjunto muelle-amortiguador y la velocidad a la que se produce ese desplazamiento.

#### 4.1.2 Resultados del modelo

La Figura 4.6 muestra el comportamiento en frecuencia del sistema ante diferentes valores de rigidez de la suspensión, variando el amortiguamiento de manera proporcional.

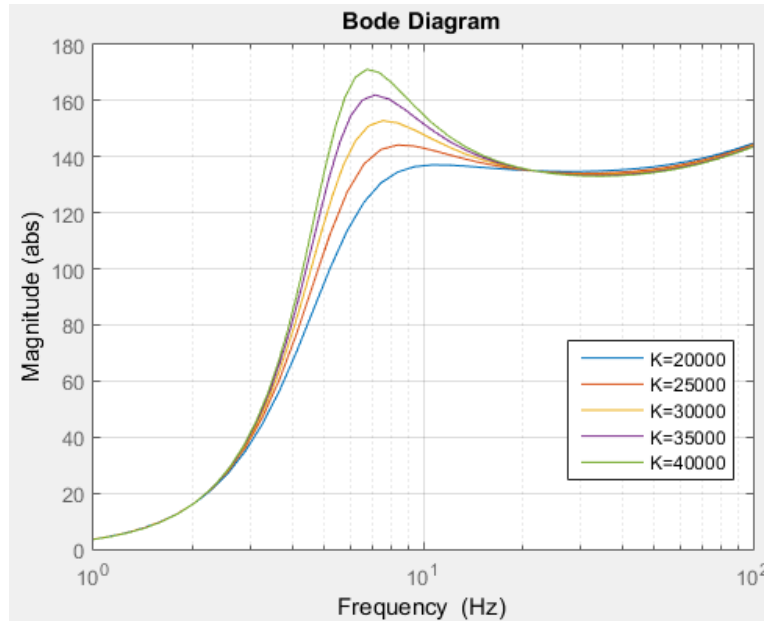


Figura 4.6. Diagrama de Bode para diferentes rigideces.

En la Figura 4.6 es posible ver como el pico de resonancia es menor cuanto menor es la rigidez del sistema. Dicho de otro modo, una suspensión más blanda es capaz de absorber mayores irregularidades, y por tanto estas llegarán más filtradas a la masa suspendida y en consecuencia, a los ocupantes del vehículo.

Por otro lado, la Figura 4.7 muestra, para un valor de rigidez de suspensión constante (el menor de los obtenidos en la Figura 4.6), el comportamiento de la suspensión en frecuencias para diferentes valores del coeficiente de amortiguamiento.

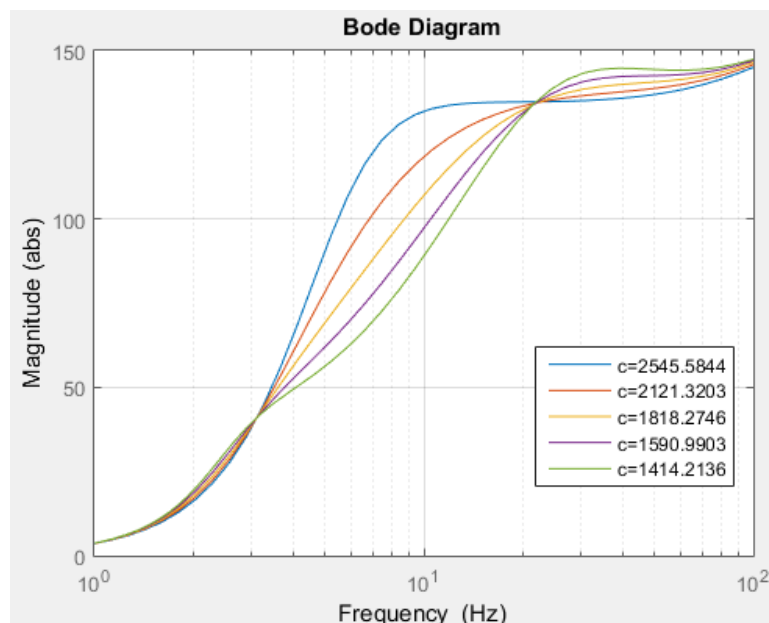


Figura 4.7. Diagrama de Bode para diferentes amortiguamientos.

En este caso, lo más recomendable sería un amortiguamiento lo más lineal posible ante diferentes excitaciones. Una razón para que esto sea así es por las sensaciones que un piloto puede tener del vehículo en el caso que el amortiguamiento sea muy variable.

## 4.2 Modelado del sistema de vehículo completo

Este modelo toma como datos de entrada los resultados de los anteriores modelos. Así mismo, recopila toda la información de ajuste de los diferentes elementos elásticos y del amortiguador.

La estructura del sistema de archivos es similar a mostrada en el Capítulo 3 para los modelos cinemáticos, sin embargo, dada la gran cantidad de datos que se manejan, existen más scripts de MATLAB de cara a simplificar la compresión del modelo. La estructura de archivos en este caso es:

- Archivo de análisis.
- Archivo de datos.
- Modelo de Simulink – SimMechanics.
- Cortado de variables.
- Postprocesado de resultados del eje delantero.
- Postprocesado de resultados del eje trasero.
- Cortado de variables en caso de que se haya introducido una señal de giro en el volante.
- Archivo de gráficos.

Como puede verse, la estructura, aunque más desglosada, sigue siendo la misma que en los modelos cinemáticos. De cara a no repetir contenidos, en este caso tan solo se citarán aquellas partes del modelo que cambian respecto a los modelos cinemáticos.

### 4.2.1 Modelo de vehículo completo

La Figura 4.8 muestra la vista general del modelo de vehículo completo.

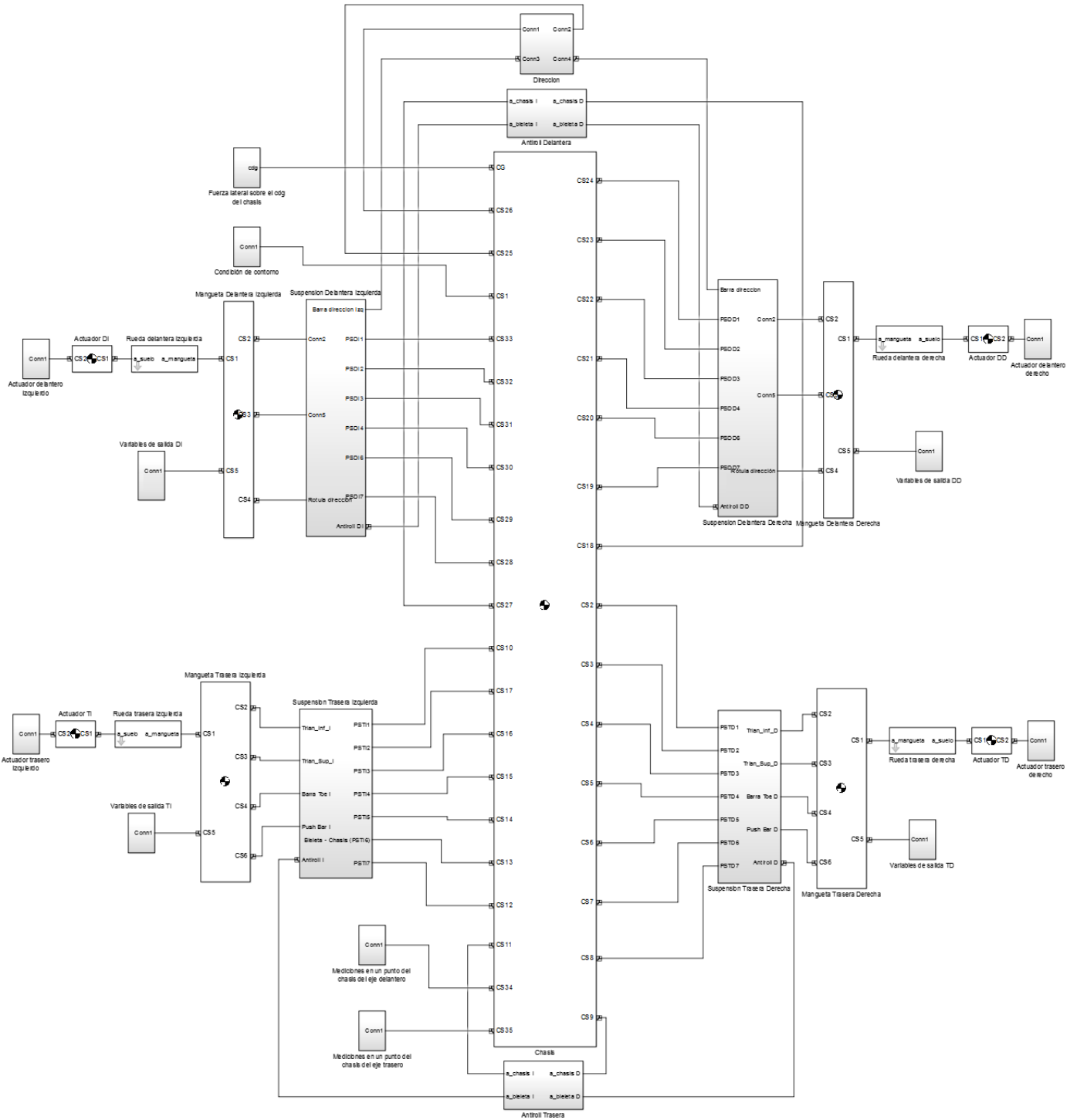


Figura 4.8. Modelo de vehículo completo realizado en SimMechanics.

Como puede verse en la Figura 4.8, el modelo tiene un tamaño considerable, por aglutinar todos los elementos de la suspensión del vehículo.

Para simplificar la representación, el sistema de brazos, Push bar, bieleta y conjunto muelle amortiguador ha sido recogido bajo un subsistema para cada rueda. También han sido agrupados en subsistemas otros elementos propios de este modelo y que posteriormente se pasarán a describir.

#### 4.2.1.1 Condición de contorno

En este caso, la condición de contorno cambia respecto de los modelos cinemáticos. Ahora, al chasis se le deja moverse, para de ese modo ver la influencia que un lado del vehículo ejerce sobre el otro. La Figura 4.9 muestra este sistema.

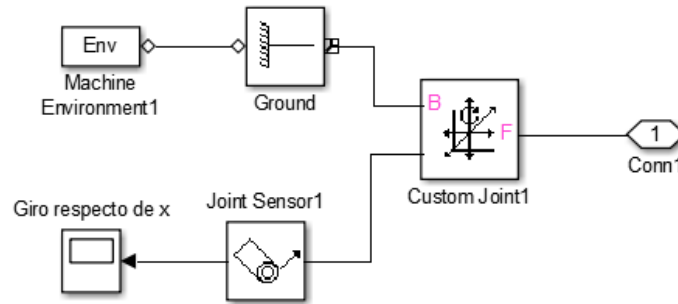


Figura 4.9. Condición de contorno.

Ahora, al chasis se le permite el desplazamiento en la dirección vertical (bote), el giro en el eje x (balanceo), y el giro en el eje y (cabeceo), todo ello según el sistema de referencia tomado en el vehículo y mostrado en la Figura 3.2.

Cabe mencionar que en caso de necesitarse, esta condición de contorno podría ser modificada, por ejemplo por la misma que en los análisis cinemáticos, con el fin de ver la cinemática completa del vehículo sin recurrir a los modelos anteriores.

#### 4.2.1.2 Aplicación de una fuerza sobre el centro de gravedad

De cara a simular el comportamiento del vehículo ante una fuerza lateral, como la que sufriría por ejemplo al negociar una curva, se aplica una fuerza lateral a la altura del centro de gravedad del chasis. Esta fuerza puede o no aplicarse en función de la simulación realizada. La Figura 4.10 muestra como se ha modelado este actuador.

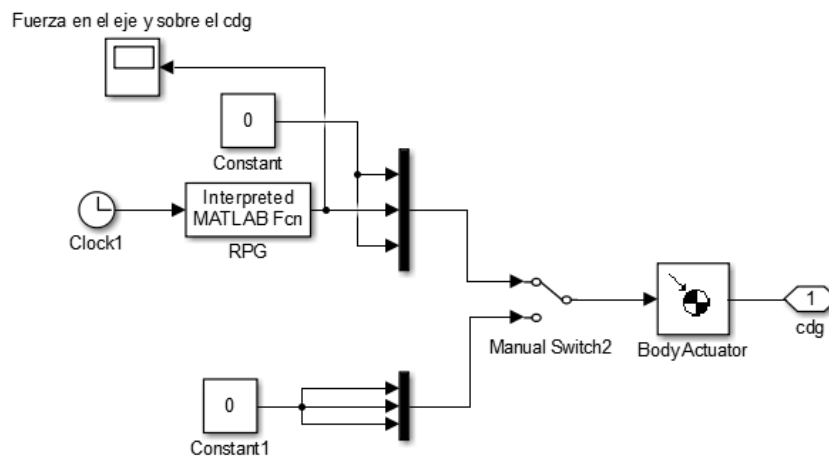


Figura 4.10. Modelado de la aplicación de una fuerza lateral en el centro de gravedad.

El valor de esta fuerza en cada instante de tiempo viene dado por una función realizada en un script de MATLAB, la cual puede ser modificada para adaptarse a nuevas condiciones.

#### 4.2.1.3 Actuador

En este caso, el actuador parte del mismo sistema que en los modelos cinemáticos. Sin embargo, ahora se tiene un actuador por cada rueda, los cuales pueden ser accionados de manera independiente e introducir en los mismos diferentes señales. La Figura 4.11 muestra el interior del subsistema.



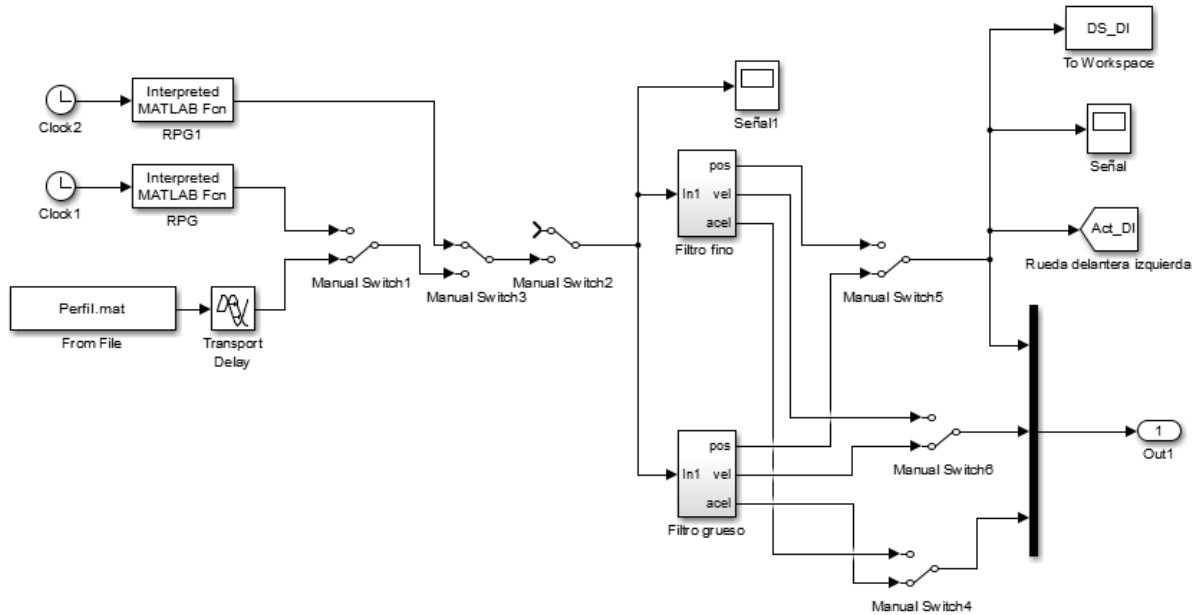


Figura 4.11. Opciones de señales para el movimiento del actuador.

Como puede verse en la parte izquierda de la Figura 4.11, se tienen tres posibles señales con las que accionar el actuador y por tanto excitar al vehículo. Estas señales son:

- Movimiento vertical, el cual es el mismo que el empleado en el estudio cinemático y su misión es llevar a cabo un ciclo de compresión y extensión de la suspensión.
- Movimiento vertical variable, el cual simula que el vehículo circula a través de obstáculos tipo guardia tumbado.
- Perfil de carretera, donde se introduce una excitación aleatoria al neumático.

#### 4.2.1.4 Modelado de la barra de torsión

En los anteriores modelos cinemáticos, tan solo se representaba un elemento que giraba sin resistencia alguna y sin estar conectado a la otra rueda de ese mismo eje. En este caso, ya que se dispone de esa rueda del mismo eje, es posible acabar de modelar la barra estabilizadora, de manera que una vez acabada queda como se muestra en la Figura 4.12:

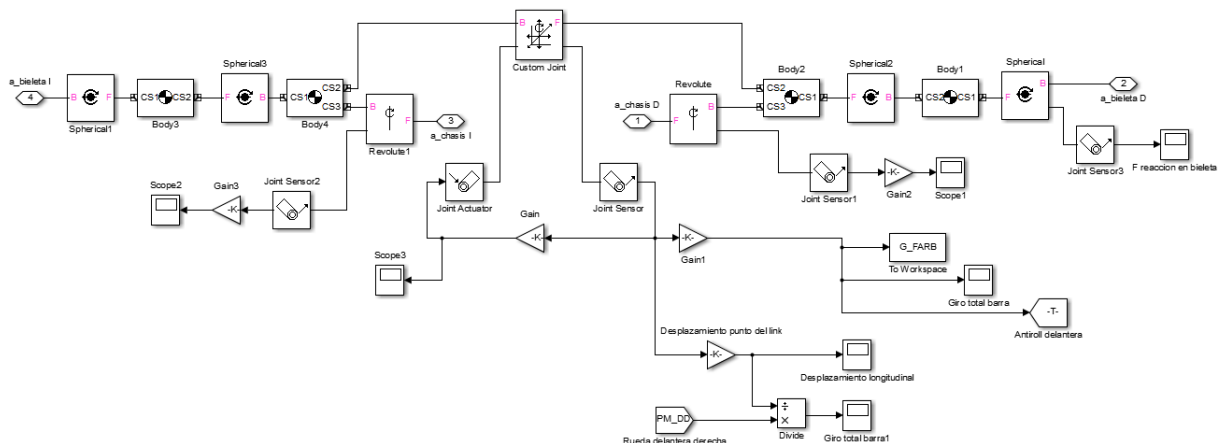


Figura 4.12. Modelado de la barra estabilizadora.

Ahora ya, se le añade la rigidez a torsión de la barra, de modo que es posible ver la influencia de esta en el comportamiento dinámico, y también cinemático, si se cambia la condición de contorno mostrada en el Apartado 4.2.1.1.

#### 4.2.1.5 Mediciones en puntos de chasis

De cara a ver las aceleraciones que sufriría el piloto y los elementos del vehículo que estén solidariamente unidos al chasis, se han cogido dos puntos, uno en el eje delantero y otro en el eje trasero, para medir los desplazamientos y aceleraciones que tendrían. La Figura 4.13 muestra cómo se extraen esos datos.

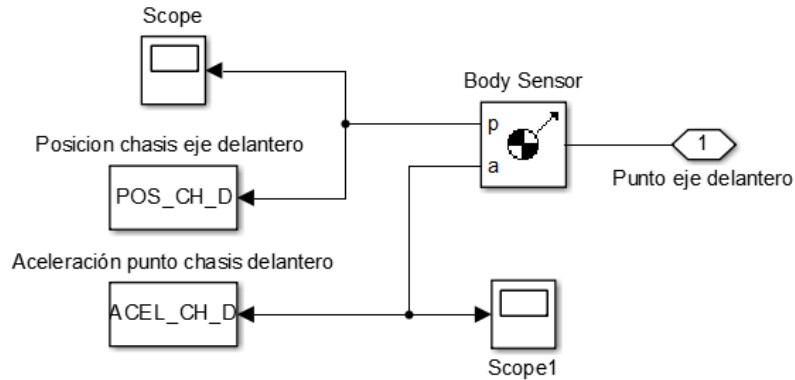


Figura 4.13. Medición de aceleraciones y desplazamientos de un punto del chasis.

Cabe mencionar que esos desplazamientos medidos no son los que sufriría la estructura del chasis debido a los esfuerzos, sino los desplazamientos que un punto del chasis vería ante un obstáculo por el que pasase el vehículo.

Finalmente, tras cargar el archivo de datos y actualizar el modelo de SimMechanics, es posible visualizar el modelo de vehículo completo, tal y como se muestra en la Figura 4.14.

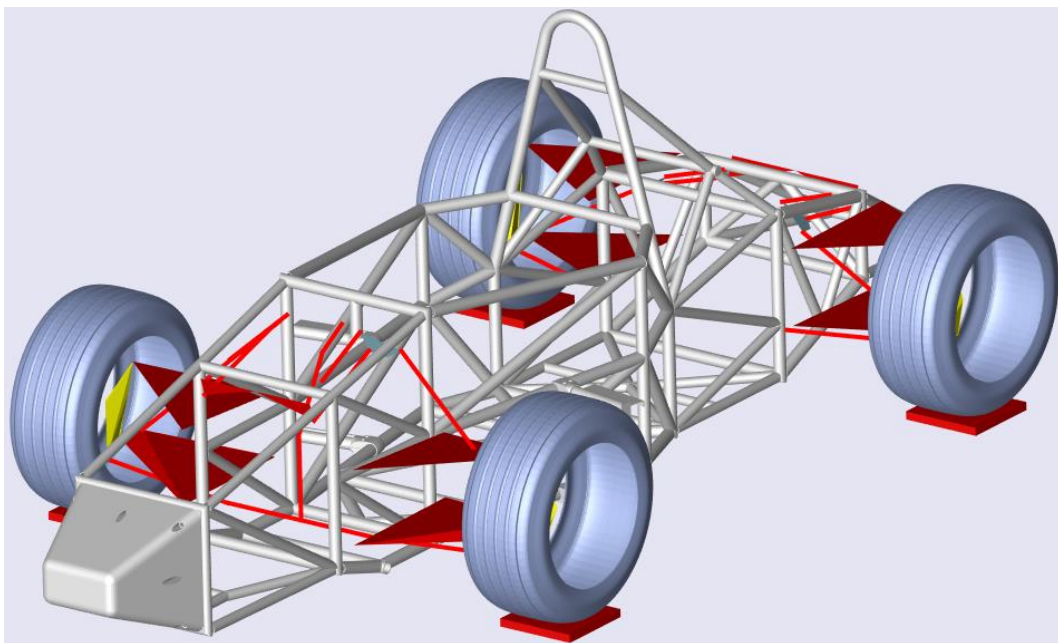


Figura 4.14. Representación gráfica del modelo de vehículo completo.

En este caso, se ha introducido un archivo con extensión stl del chasis para ver mejor cómo quedaría el sistema de suspensión del vehículo.

#### 4.2.2 Archivo de postprocesado

Tanto en el archivo de datos como en el de postprocesado, el número de variables es al menos 4 veces superior al que tenían los modelos de un cuarto de vehículo. En aras de simplificar la comprensión del modelo, y como se ha comentado anteriormente, se han realizado dos archivos de postprocesado, uno para cada eje.

En estos archivos, se realizan los cálculos citados en los modelos cinemáticos dos veces, uno para cada rueda del eje en cuestión.

Como único añadido a los modelos cinemáticos, en este caso se determina la posición del Roll center delantero y trasero en vista frontal. Para ello, y tal y como se citó en el Apartado 2.5.10, basta con unir el polo en vista frontal con el centro de la huella de contacto del neumático con el suelo, lo cual hará que se tenga un segmento para cada una de las ruedas que constituyen el eje. Hallando la intersección entre estos segmentos, se hallará el Roll center deseado.

#### 4.2.3 Archivo de gráficos

En este caso, se muestra la evolución de los diferentes parámetros para cada una de las ruedas del vehículo. En este caso, al usuario se le muestra:

- Evolución del ángulo de caída con el desplazamiento vertical de la suspensión.
- Evolución del ángulo de avance con el desplazamiento vertical de la suspensión.
- Evolución de la convergencia de las ruedas con el desplazamiento vertical de la suspensión.
- Restregado del vehículo respecto del movimiento vertical de la suspensión.
- Parámetros "Anti" del vehículo.
- Reacción en cada neumático respecto del tiempo de simulación.
- Deformación del neumático respecto del tiempo de simulación.
- Giros en las bieletas frente al tiempo.
- Deformación del conjunto muelle-amortiguador frente al tiempo.
- Reacción en el conjunto muelle-amortiguador frente al tiempo.
- Giro de las barras estabilizadoras frente al tiempo.
- Posición de un punto del chasis frente al tiempo.
- Aceleración de un punto del chasis frente al tiempo.
- Evolución del Instant Center en vista frontal respecto del suelo.
- Posición del Roll center delantero en vista frontal.
- Posición del Roll center trasero en vista frontal.

Como puede verse en el anterior listado, además de parámetros dinámicos como las reacciones en el neumático, se muestran los principales parámetros cinemáticos, de cara a ver cómo evolucionan estos cuando el chasis deja de estar fijo y pasa a sufrir reacciones y desplazamientos.

Así mismo, en el caso en el cual se haya introducido una señal de giro en el volante, además de todos los resultados anteriores, también se muestran:

- Kingpin offset (scrub radius), de las ruedas del eje delantero respecto del giro del volante.
- Caster offset de las ruedas delanteras respecto del giro del volante.
- Evolución del giro de las manguetas respecto del giro del volante.
- Evolución del camber con el giro del volante.
- Evolución del caster con el giro del volante.



## 5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS APORTADOS POR LOS MODELOS

Basándose en los conceptos descritos en el Capítulo 2, el presente Capítulo se centrará en mostrar los resultados finales obtenidos para el vehículo, su análisis y razonamiento, y la comparación de estos con los primeros que se obtuvieron al crear los modelos, ya que como se ha citado previamente, la evolución del sistema de suspensión ha sido un proceso iterativo entre CAD y los diferentes modelos creados en MATLAB – Simulink.

Así mismo, este proceso iterativo no cesa, y poco a poco se va afinando más la suspensión en aras de conseguir un buen comportamiento de la misma.

### 5.1 Modelo de un cuarto de vehículo trasero

Para comenzar el análisis del cuarto de vehículo trasero, la Figura 5.1 muestra cómo ha cambiado físicamente la geometría durante este periodo de desarrollo mediante dos capturas del modelo de SimMechanics.

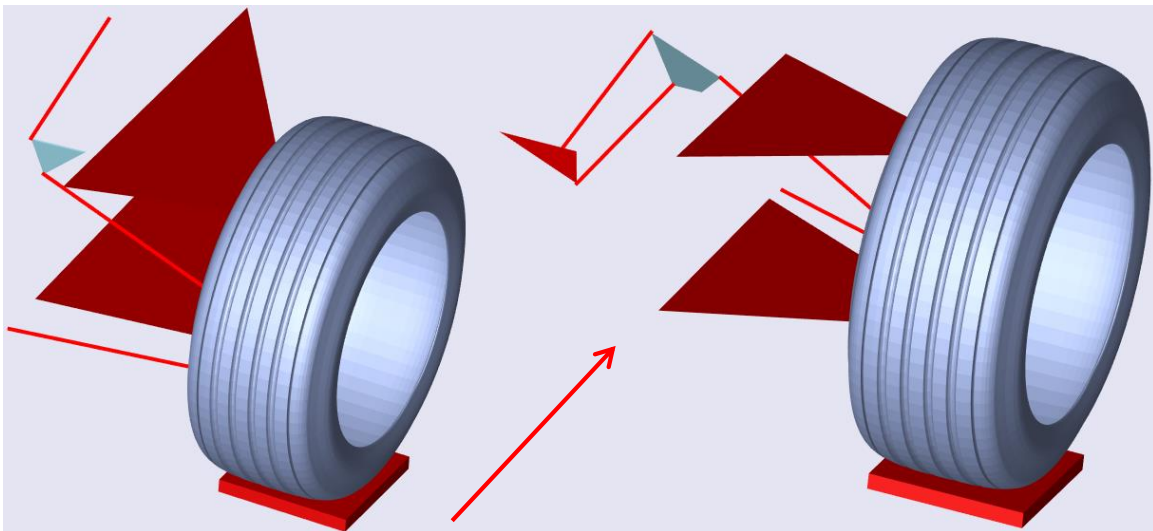


Figura 5.1. Comparación entre dos geometrías de suspensión.

En la Figura 5.1, a la izquierda se muestra la primera geometría que se realizó junto con el modelo y a la derecha se muestra la última evolución sufrida por la misma. La flecha indica la dirección donde se encuentra la parte frontal del vehículo, es decir, la vista mostrada corresponde a la suspensión trasera derecha vista desde la parte del atrás del vehículo.

Como puede verse, ambas geometrías difieren bastante visualmente, no solo por la adición de un mayor número de elementos (barra estabilizadora y link entre esta barra y la bieleta), sino por la disposición y tamaño de los mismos, ya que como puede verse, la barra de control de la dirección se encuentra actualmente en la parte delantera del eje, y no en la trasera, y los puntos del triángulo en el chasis han sido aproximados. A lo largo del presente Apartado se verá la influencia de estos cambios.

Como punto de partida es preciso comentar que ambos cálculos han sido realizados bajo las mismas condiciones, es decir, montando los mismos neumáticos y con la misma fuente de excitación. En otras palabras, se ha introducido el mismo movimiento al actuador en ambos casos. Este movimiento viene definido por una gráfica como la mostrada en la Figura 5.2.

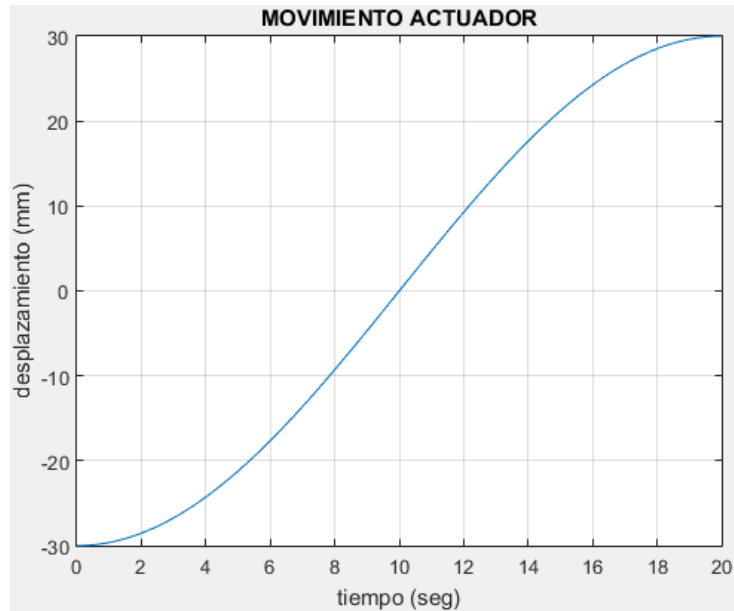


Figura 5.2. Señal de entrada al sistema.

Como se muestra en la anterior Figura, la señal de entrada consiste en un movimiento progresivo desde un valor de  $-30$  hasta  $30$  mm, el cual representa el movimiento de extensión y compresión de la suspensión respectivamente.

Gracias a esta señal de entrada, sería posible ver qué ocurre con la cinemática en todo el recorrido de la suspensión. Otras señales de entrada podrían ser proporcionadas al sistema, tal y como se mostró en la Figura 3.25, pero debido a la condición de contorno aplicada al chasis para el análisis cinemático, los resultados serían equivalentes, y emplear este modelo para aplicar señales dinámicas no aportaría resultados demasiado relevantes, al no tenerse en consideración el resto del vehículo ni los movimientos del chasis.

Para empezar este análisis, la Figura 5.3 muestra la evolución del ángulo de caída y el ángulo de avance frente al desplazamiento entre ambas geometrías de suspensión.

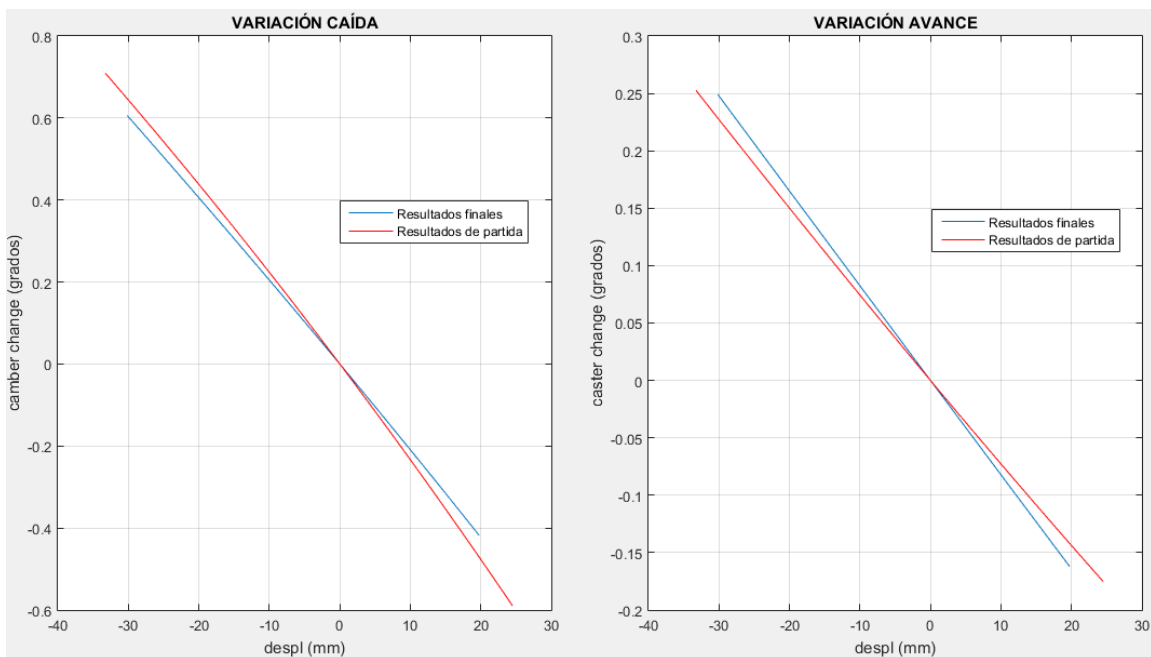


Figura 5.3. Variación del ángulo de caída y ángulo de avance respecto del desplazamiento.

Como se desprende de la anterior Figura, en ambas geometrías estos parámetros no han sufrido demasiada evolución. No obstante, en términos generales, estos ángulos han disminuido su valor a medida que se produce el movimiento vertical de la suspensión.

Es preciso recordar que el ángulo de caída se considera positivo cuando la parte superior del neumático se inclina hacia afuera desde el centro de la línea de vehículo. Por otro lado, el ángulo de avance es positivo cuando se inclina hacia atrás desde el centro de rueda en vista lateral.

Cabe observar que el eje horizontal de las gráficas no es simétrico, esto se debe a que para mostrar estas variables se considera el desplazamiento vertical de neumático, que difiere del desplazamiento del suelo, ya que el neumático sufre cierta deformación. Siendo esto así, puede deducirse que los valores positivos del eje x se corresponde al momento de compresión de la suspensión.

Seguidamente, la Figura 5.4 muestra la evolución de la convergencia y del restregado respecto al desplazamiento vertical.

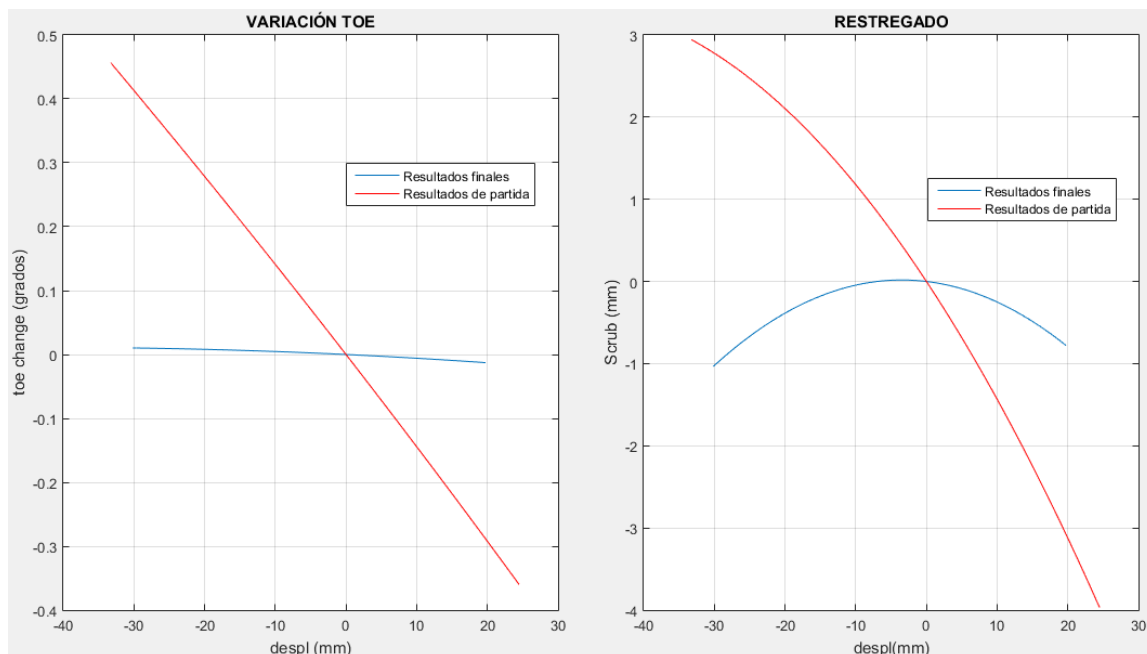


Figura 5.4. Variación de la convergencia y el restregado respecto al desplazamiento.

La convergencia será positiva cuando el vehículo presente divergencia, es decir, cuando la prolongación de las rectas que pasan por el plano medio de la rueda se cortan en un punto por detrás del eje en cuestión.

En este caso puede apreciarse una gran diferencia entre ambas geometrías, lo cual conlleva un menor desgaste de neumáticos y un menor sobrecalentamiento de los mismos en la geometría más evolucionada, obteniéndose en consecuencia un mejor comportamiento dinámico general del vehículo.

### 5.1.1 Optimización de la convergencia trasera

El gran cambio sufrido por los parámetros mostrados en la Figura 5.4 se debe a que la barra de control de la convergencia trasera ha sido posicionada según el teorema de Bobillier, el cual fue descrito en el Apartado 3.2.1.

Dado que este principio es de origen gráfico y adaptado a suspensiones planas, no espaciales, se realizó una optimización para ver la sensibilidad que tenía la convergencia a medida que esta barra se acercaba o alejaba de la posición teórica en su punto de fijación con el chasis, obteniéndose los resultados mostrados en la Figura 5.5.

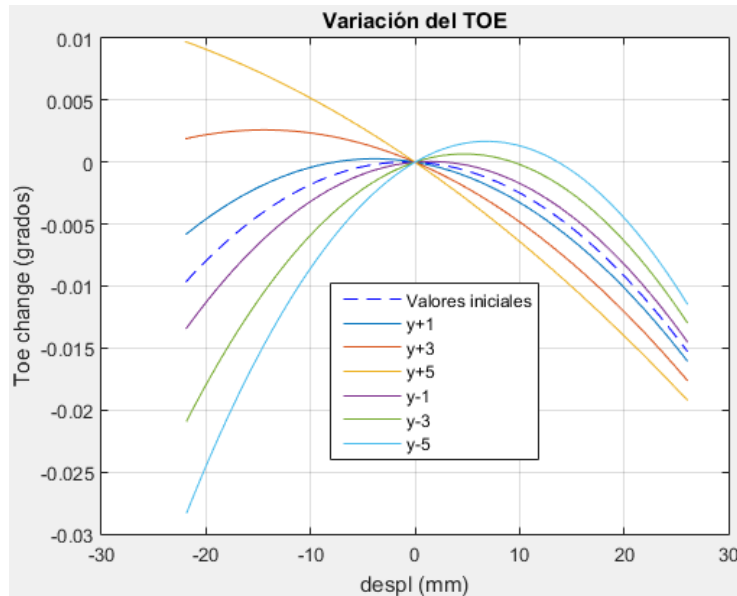


Figura 5.5. Optimización de la convergencia en el eje y.

Como se observa, la curva definida con línea de trazos es la que representa el valor inicial del punto definido según el principio de Bobillier. Como puede verse, la variación de la convergencia en este caso es muy baja y, a medida que el sistema se aleja de ese punto, la convergencia del sistema comienza a variar más.

De la anterior optimización se escogió la opción “y+5”, es decir, sacar el soporte de la barra de dirección del chasis 5 mm hacia afuera. El motivo de esta decisión es que así la evolución de la convergencia es monótona en todo el recorrido de la suspensión. Otro motivo es que cuando la suspensión se extiende, se tiene toe-out (divergencia), y cuando se comprime posee toe-in (convergencia), lo cual dota de cierto carácter direccional al tren trasero.

Continuando con la comparación de resultados entre ambas geometrías, la Figura 5.6 expone la evolución del Anti Squat y Anti Lift en función del desplazamiento.

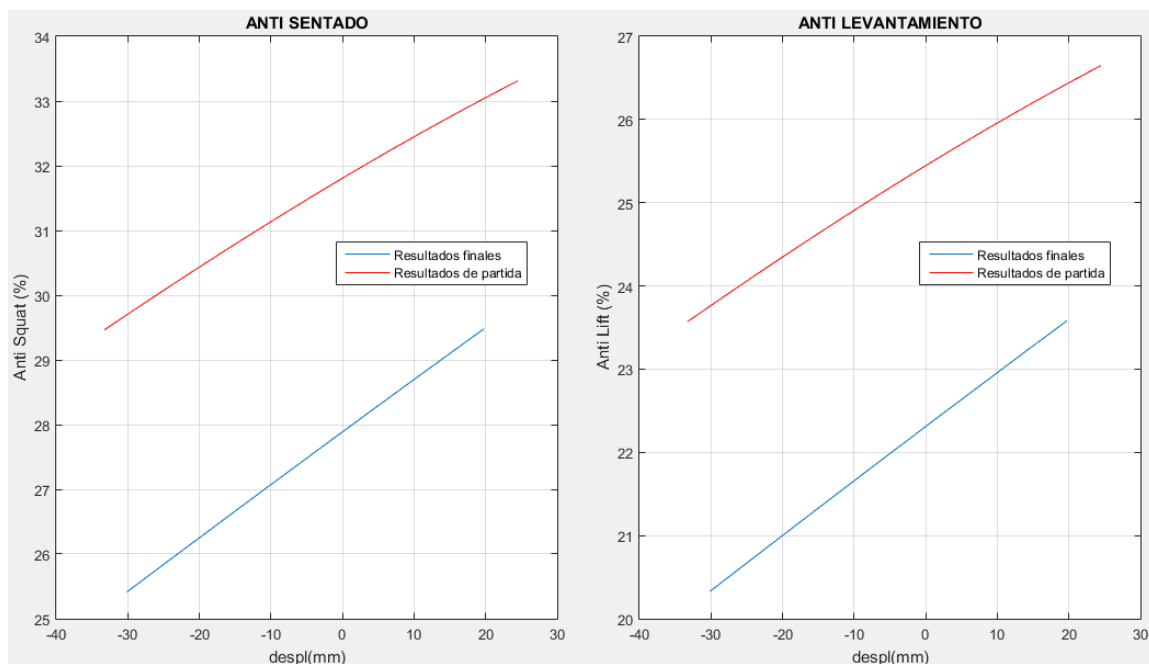


Figura 5.6. Parámetros “Anti”.



En este caso, la evolución de la geometría ha causado que ambos parámetros disminuyan, pero las curvas se mantienen prácticamente paralelas.

Al disminuir los parámetros “Anti”, el conjunto muelle-amortiguador ve una mayor carga, lo que requiere que el muelle tenga una dureza mayor para conseguir los mismos valores de cabeceo del vehículo en aceleración y frenado.

A continuación, en la Figura 5.7, se muestran los resultados referentes al polo de la suspensión.

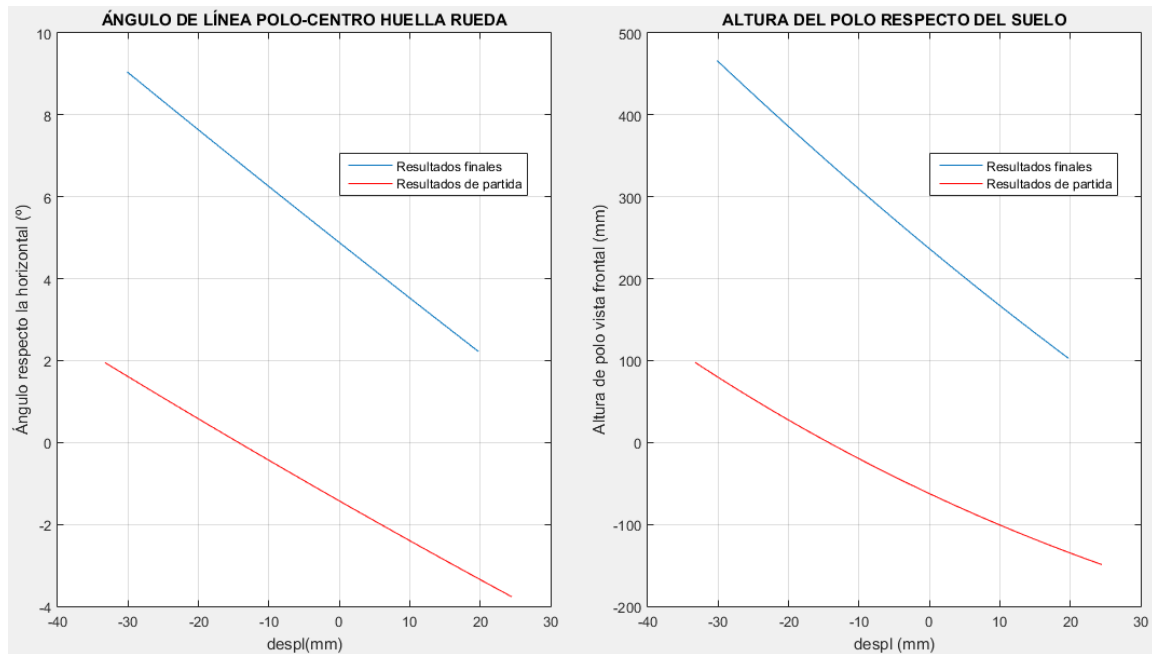


Figura 5.7. Evolución del polo en vista frontal.

Como puede verse, en la geometría más reciente, el ángulo respecto de la horizontal ha aumentado y por lo tanto, la altura del polo respecto del suelo también lo habrá hecho, como puede verse en la gráfica derecha de la Figura 5.7.

En la geometría de partida, el polo estaba en numerosas ocasiones por debajo del suelo, ocasionando que el Roll center también lo estuviese, lo cual se ha querido evitar en aras de acercar más la altura del Roll center a la del centro de gravedad, haciendo así que el momento inducido a la suspensión en curva sea menor, y que por tanto la barra estabilizadora tenga una menor rigidez y las suspensiones sean lo más independientes posibles.

La Figura 5.8 muestra la evolución del giro de la bieleta y de la barra estabilizadora con el movimiento vertical del vehículo.

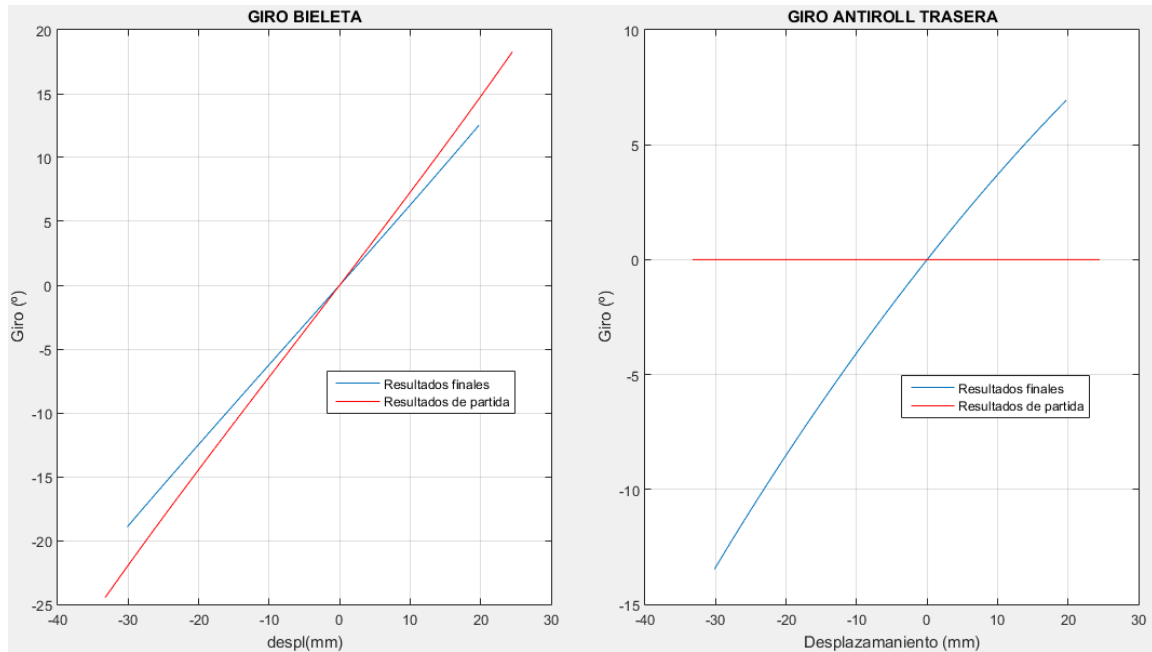


Figura 5.8. Giros de la bieleta y de la barra de torsión frente al desplazamiento.

En el caso de la parte izquierda de la Figura 5.8, puede verse como ahora la bieleta gira menos. Esto se debe a la posición espacial de la misma y a priori su giro tan solo tendría influencia en posibles contactos con otros elementos del vehículo. Lo verdaderamente importante, son los desplazamientos provocados por ese giro, los cuales tendrán influencia en la rigidez del muelle y de la barra estabilizadora.

Por otro lado, en la parte derecha de la Figura 5.8 puede verse como no está representada la evolución de la barra estabilizadora para los resultados de partida. Esto es así porque la barra estabilizadora fue una incorporación que se hizo al diseño a medida que este evolucionó, y en la primera geometría aún no se había planteado la incorporación de este elemento.

Seguido a lo anterior, en la Figura 5.9 se muestra la evolución del motion ratio del amortiguador y de la barra estabilizadora con la bieleta frente al desplazamiento base.

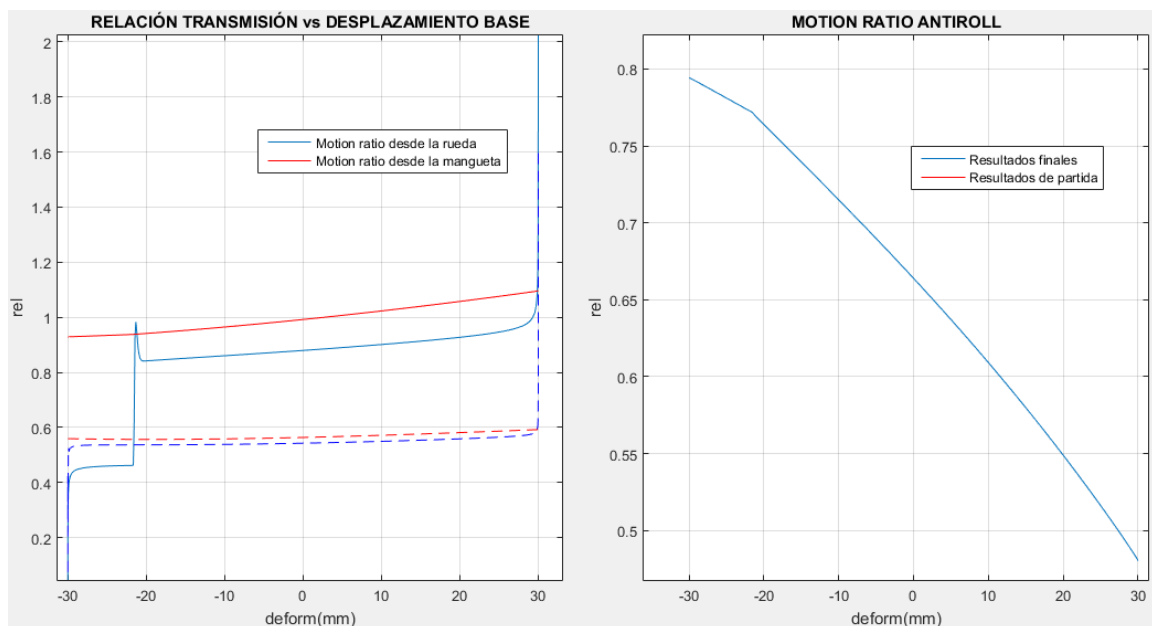


Figura 5.9. Motion ratio de elementos de la suspensión.

Como se definió previamente en el Apartado 3.4.5, el motion ratio no es más que la relación entre dos movimientos. En el caso del motion ratio del amortiguador, este se quiere que sea lo más próximo a la unidad posible, ya que el amortiguador seleccionado tiene dos pulgadas de carrea, que es el recorrido que por reglamento debe tener la suspensión (ver extracto del reglamento en el ANEXO B. Extracto normas FSAE 2016).

Consiguiendo esto, además de aprovechar mejor el amortiguador, este trabaja a una velocidad más baja y con un control mejor de esta, lo cual hace que la suspensión sea menos seca y filtre más las irregularidades, todo ello para conseguir que el neumático toque la carretera el mayor tiempo posible y de la mejor manera posible.

Así mismo, a mayor motion ratio, el muelle puede ser menos rígido ya que puede deformarse más para dar la misma fuerza. Esto mejora ostensiblemente las reacciones en las ruedas y hace que la suspensión trabaje mejor.

Por otro lado, se han definido dos motion ratio diferentes en el caso del amortiguador. Uno de ellos es referido al movimiento base y otro referido al desplazamiento de la mangueta, el cual tiene en cuenta la deformación que sufre el neumático a medida que la suspensión se comprime y por eso presenta ciertas irregularidades.

Comparando los dos resultados es posible ver cómo el motion ratio se ha aumentado frente a la geometría original (representada en línea de trazos en la Figura 5.9), con todas las mejoras que ello reporta y que han sido previamente citadas.

Cabe citar también, que a diferencia de lo que ocurría hasta ahora, en este caso la coordenada  $x$  de las gráficas es simétrica, desplazándose lo mismo a la izquierda que la derecha del 0. Esto es así porque el desplazamiento base es lo que se desplaza el actuador, no el neumático, y por tanto no se tiene en consideración la deformación que el neumático sufre a medida que la suspensión se comprime.

Continuando con la parte derecha de la Figura 5.9, y como se ha comentado anteriormente, la primera geometría planteada aun no disponía de barra estabilizadora y por tanto no es posible comparar estos resultados. Entrando en el comentario de los resultados para esta geometría final, se ve como la gráfica presenta una cierta discontinuidad cuando la suspensión está totalmente extendida y va poco a poco comprimiéndose. Esto se debe a que la deformación del neumático baja mucho cuando la suspensión está extendida debido a la condición de contorno empleada para analizar la cinemática<sup>7</sup>, ya que la suspensión llega a su tope de extensión, y a que el muelle pierde su precarga y no aporta fuerza alguna, quedando libre dentro del amortiguador.

Seguidamente, la Figura 5.10 muestra cómo varía la rigidez equivalente y la deformación del amortiguador frente al desplazamiento base.

---

<sup>7</sup> Como se citó en el Apartado 3.4.3.1, la condición de contorno empleada establece que el chasis se mantiene fijo en el espacio y son únicamente los elementos integrantes de la suspensión los que se mueven.

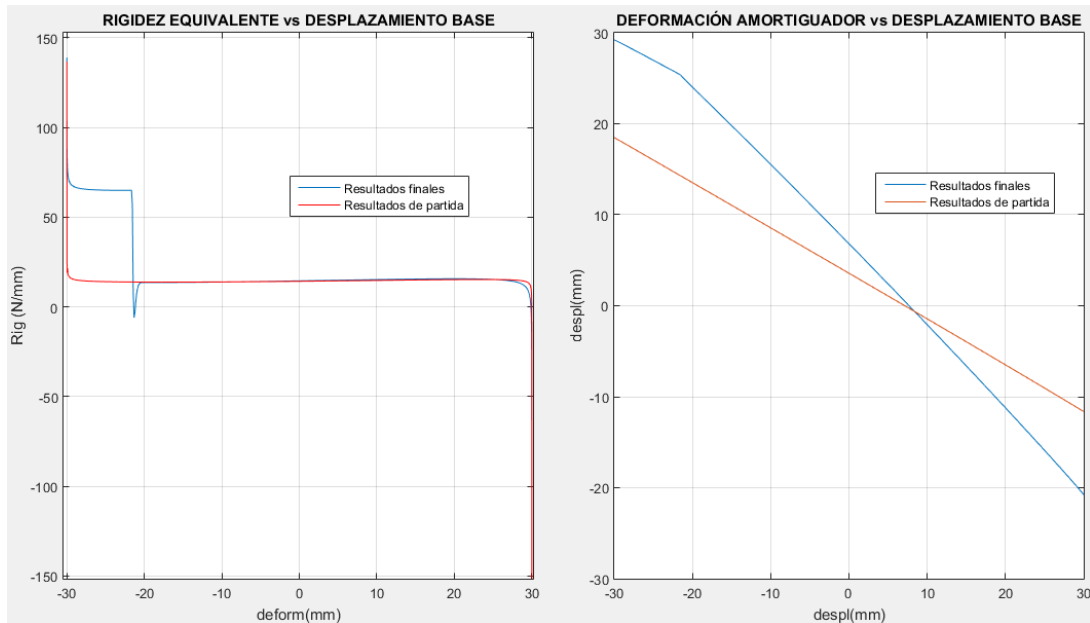


Figura 5.10. Parámetros respecto al desplazamiento base.

Previo al análisis de los resultados, es preciso definir la rigidez equivalente. Esta se define como la variación entre la fuerzas de reacción en el neumático entre la variación de la deformación del amortiguador, es decir, es la derivada de la reacción del neumático frente al desplazamiento del amortiguador. Esto representa a la rigidez de un muelle que se tendría en la mangueta si no existiese el mecanismo de la Push bar y la bieleta. En términos aproximados sería el muelle que la suspensión debería tener si la geometría fuese de tipo McPherson.

En la parte izquierda de la Figura 5.10 puede verse cómo para la geometría final, la rigidez equivalente se ha mantenido aproximadamente constante. Sin embargo, esto se ha conseguido bajando la rigidez del muelle y aumentando el motion ratio, por lo que en realidad se ha mejorado ya que la suspensión es igualmente rígida con elementos menos rígidos.

Por otro lado, en la parte derecha de la Figura 5.10, puede verse la deformación del amortiguador frente al desplazamiento base. La información aquí mostrada es complementaria a la que se deducía del análisis del motion ratio, ya que a mayor motion ratio, mayor desplazamiento del amortiguador frente al desplazamiento base.

En la Figura 5.11, se expone la evolución en la reacción del neumático frente al desplazamiento base.

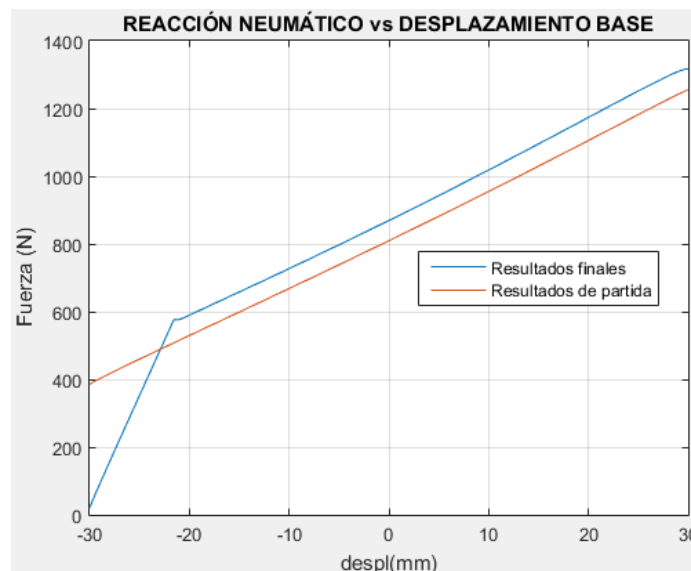


Figura 5.11. Reacción en neumático frente a desplazamiento base.

Como puede apreciarse, esta reacción ha cambiado bastante. Por un lado, esto es debido a la diferencia de motion ratio y de los elementos elásticos, como previamente se ha comentado y por otro, a cómo actúa el muelle, el cual introduce una precarga al sistema. A medida que la suspensión se extiende, esa precarga va disminuyendo, llegándose a dar el caso que el muelle se mueva dentro del amortiguador y no aporte nada de fuerza. Si a esto se suma que el amortiguador puede llegar a su tope de extensión, se tiene que la reacción en el neumático es cero cuando la suspensión está totalmente extendida, lo cual significa que la rueda no está en contacto con el suelo.

A medida que la suspensión se comprime, primero entra en juego la deformación del neumático y después se le añade la del muelle. Debido a eso, es posible ver dos pendientes distintas en la curva de resultados finales.

La solución al problema planteado por el muelle es simplemente aumentar su rigidez. En el caso real, dado que existe la barra estabilizadora estos desplazamientos son menores y salvo en casos muy puntuales el muelle no dejará de aportar fuerza.

Para la geometría original, el muelle es más duro (tiene mayor rigidez) y también la precarga aplicada al mismo es superior, y por tanto este no llega a dejar de aportar fuerza. A pesar de esto, la reacción en el neumático es menor.

El objetivo sería que la reacción del neumático fuese lo más alta posible, sin llegar a su límite de carga vertical, y que esta se mantuviese constante el mayor tiempo posible, ya que la capacidad que el neumático tiene de absorber esfuerzos, tanto laterales como longitudinales depende de la carga vertical aplicado al mismo y por tanto, la evolución conseguida en este aspecto es muy positiva.

## 5.2 Modelo de un cuarto de vehículo delantero

En este caso, se procederá de manera similar al análisis de resultados para la suspensión trasera. Al igual que en el caso anterior, se mostrará inicialmente una imagen tomada desde SimMechanics de cómo ha cambiado físicamente la suspensión delantera. Esta evolución se muestra en la Figura 5.12.

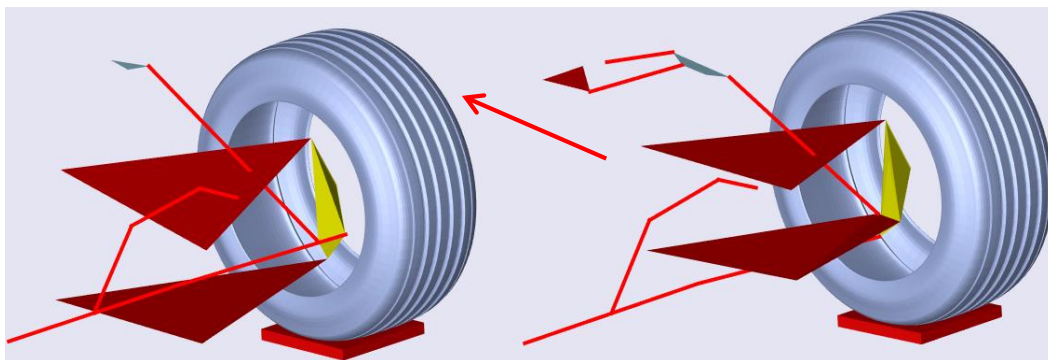


Figura 5.12. Comparación entre dos geometrías de suspensión delantera.

En la anterior Figura, la geometría de la izquierda se corresponde con la geometría inicial, mientras que la que se muestra en el lado derecho es la última evolución sufrida por el sistema.

Al igual que ocurría en la suspensión trasera, puede verse una gran evolución en la suspensión, no solo por tener un mayor número de elementos representados, sino por la disposición de los mismos. La comparación del comportamiento cinemático entre ambas geometrías mostradas en la Figura 5.12 se desarrollará a continuación.

La flecha mostrada en la Figura 5.12 hace mención a la dirección en la que se desplaza el vehículo. Por tanto, ambas geometrías se están viendo desde la parte trasera del eje delantero y desde la izquierda del vehículo (la rueda mostrada es la delantera derecha).

Es preciso recordar que en ambos casos las condiciones de simulación han sido las mismas. El movimiento del actuador, es el mismo que el mostrado en la Figura 5.2 y la condición de contorno del chasis es también común a ambos casos.

En primer lugar, la Figura 5.13 muestra la evolución sufrida por el ángulo de caída<sup>8</sup> y el de avance<sup>9</sup>.

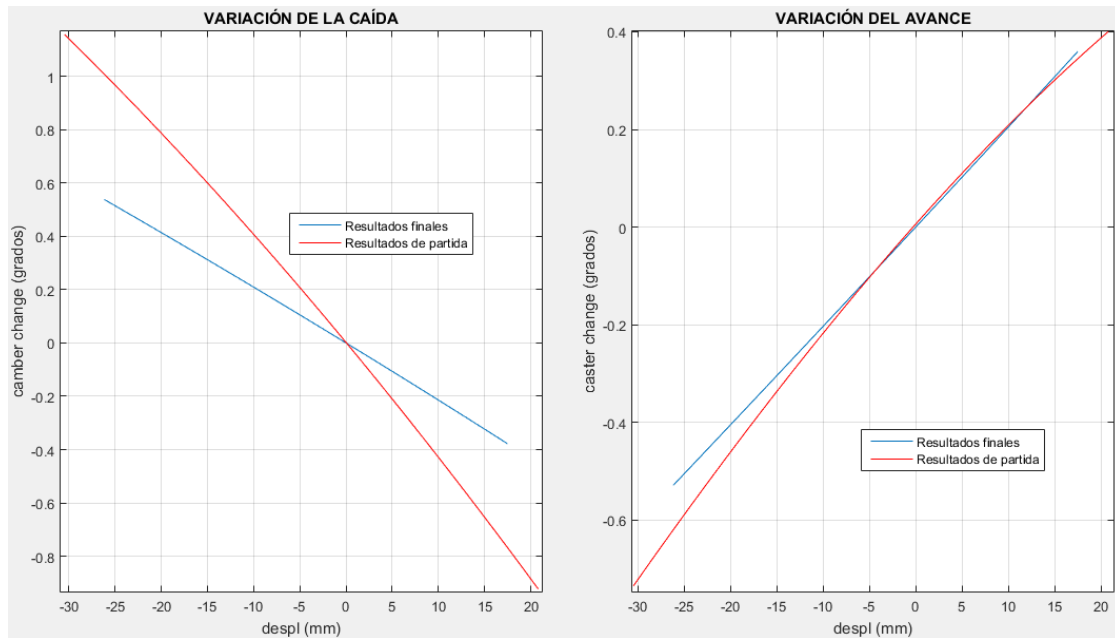


Figura 5.13. Variación del ángulo de caída y avance respecto del desplazamiento.

En este caso, es posible ver como la variación de la caída ha disminuido notablemente, lo cual, en línea recta, se traduce en un mejor apoyo de los neumáticos en el suelo y por tanto, mayor tracción.

Por otro lado, el cambio en el ángulo de avance ha sido bajo, aunque en la geometría final su evolución es aún más lineal, lo cual dota a la suspensión de un comportamiento más predecible.

Seguidamente, la Figura 5.14 expone la evolución del ángulo de convergencia<sup>10</sup> y del restregado.

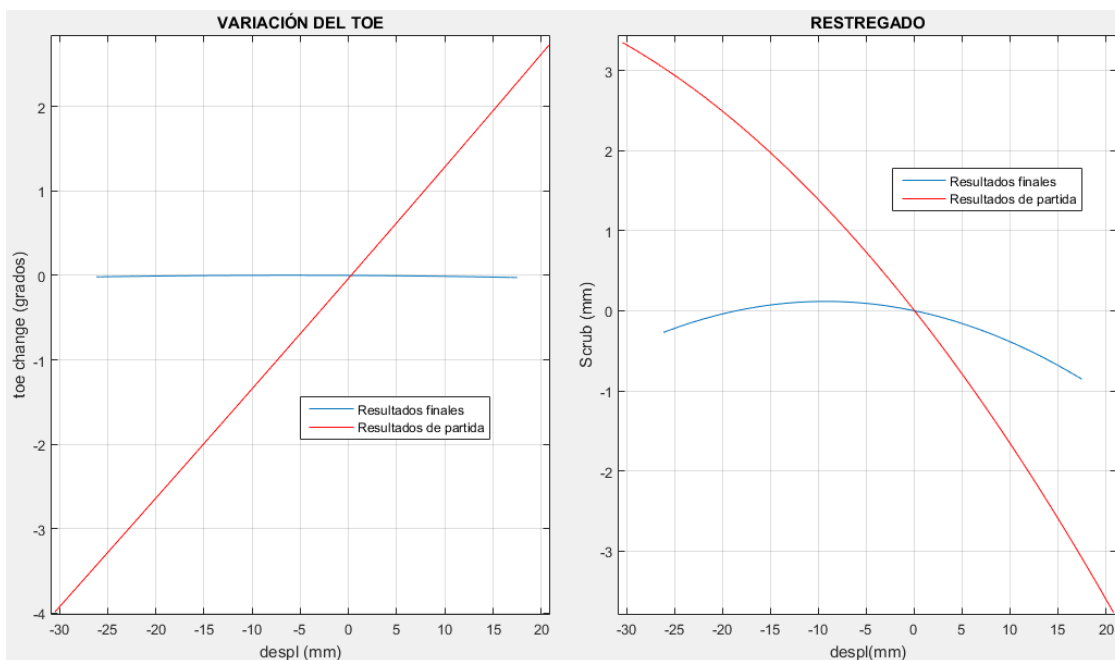


Figura 5.14. Variación de la convergencia y el restregado respecto al desplazamiento.

<sup>8</sup> El ángulo de caída es positivo cuando la parte superior del neumático se inclina hacia afuera desde el centro de la línea de vehículo.

<sup>9</sup> El ángulo de avance es positivo cuando se inclina hacia atrás desde el centro de rueda en vista lateral.

<sup>10</sup> La convergencia será positiva cuando el vehículo presente divergencia, es decir, cuando la prolongación de las rectas que pasan por el plano medio de la rueda se cortan en un punto por detrás del eje en cuestión.

Frente a la Figura 5.13, en este caso sí puede apreciarse un gran cambio entre ambas geometrías. Esto ha sido posible gracias a aplicar el principio de Bobillier y una optimización del sistema, tal y como se describirá en el siguiente Apartado.

Con respecto al restregado, la disminución en el mismo hace que los neumáticos sufran un menor desgaste y un menor sobrecalentamiento, así como que el vehículo no varía en exceso su ancho de vía cuando la suspensión trabaja, lo cual se traduce en una mayor estabilidad en curva.

### 5.2.1 Optimización de la convergencia delantera

La optimización de la convergencia tuvo lugar en dos fases. En primera instancia, se deseaba conocer la anchura que debería tener la cremallera, para así diseñar la barra de dirección y la interfaz entre la barra y la cremallera.

Esta primera optimización surge tras aplicar el principio de Bobillier, al igual que se hizo con la suspensión trasera, ya que dado que este método no es exacto para geometrías espaciales, se quisieron optimizar aún más los resultados. Estos resultados se muestran en la Figura 5.15.

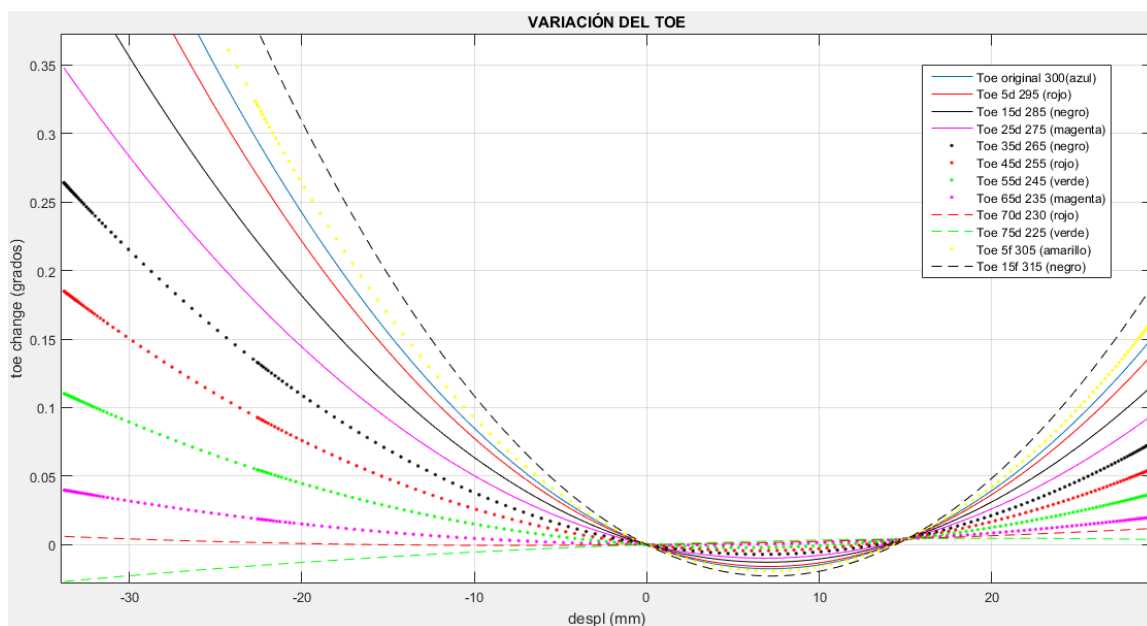


Figura 5.15. Optimización de la convergencia en el eje y del vehículo.

En este primer caso, la mejor seleccionada fue la representada en trazo discontinuo y de color rojo, denominada “Toe 70d 230”, siendo el “Toe original” el obtenido de aplicar el principio de Bobillier.

Tras esta primera optimización, y en aras de dotar de mayor espacio al departamento de dirección para posicionar la columna de dirección, se llevó a cabo un análisis para posicionar la cremallera de dirección en el mejor lugar posible, así como dimensionar la longitud que la cremallera deberá tener.

El análisis ha consistido en colocar la cremallera en diferentes posiciones en el espacio y con diferentes anchuras y ver cómo era la cinemática del sistema en cada caso. En la Figura 5.16 se exponen varias de las alternativas probadas.

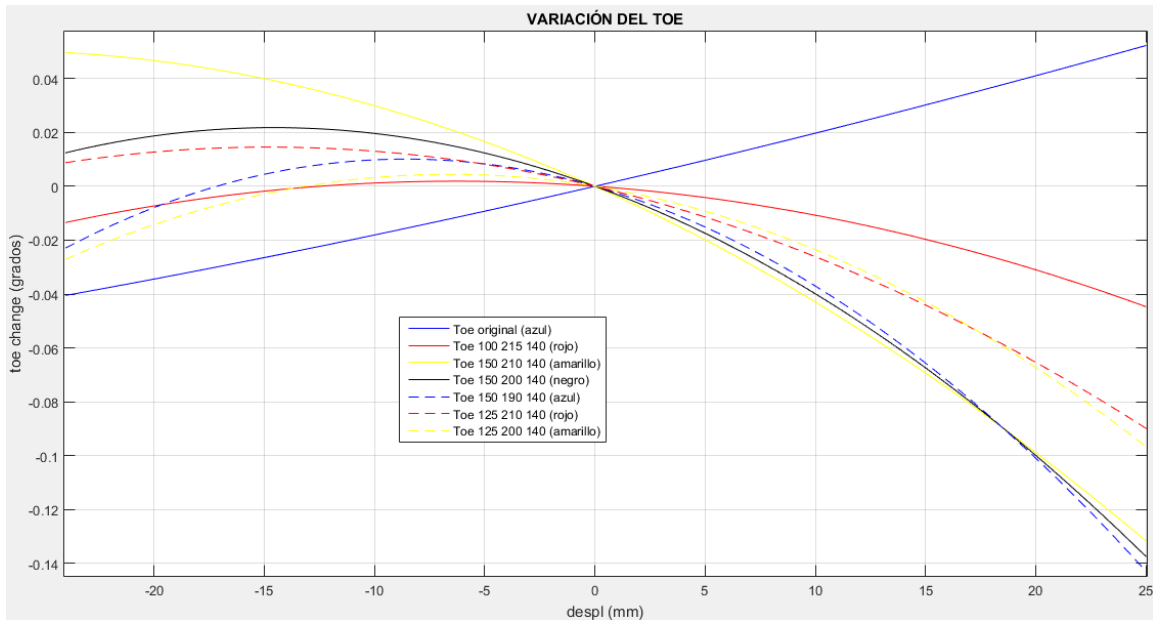


Figura 5.16. Optimización en el posicionado de la cremallera de dirección.

Cabe mencionar que la curva denominada “Toe original” en la Figura 5.16 no se corresponde con la mejor alternativa de la Figura 5.15, ya que entre ambos resultados tuvo lugar una pequeña modificación en la mangueta delantera del vehículo.

Tras el análisis realizado a los datos anteriores, se ha optado por seleccionar la curva denominada “Toe 100 215 140”, adelantándose la cremallera 50 mm hacia el morro del coche y permitiendo por tanto un ángulo menos pronunciado de la columna de dirección.

Acabada la descripción de la optimización, se continuará con la exposición de resultados de los diferentes parámetros del sistema. Para ello, la Figura 5.17 muestra la evolución sufrida por los parámetros “Anti”.

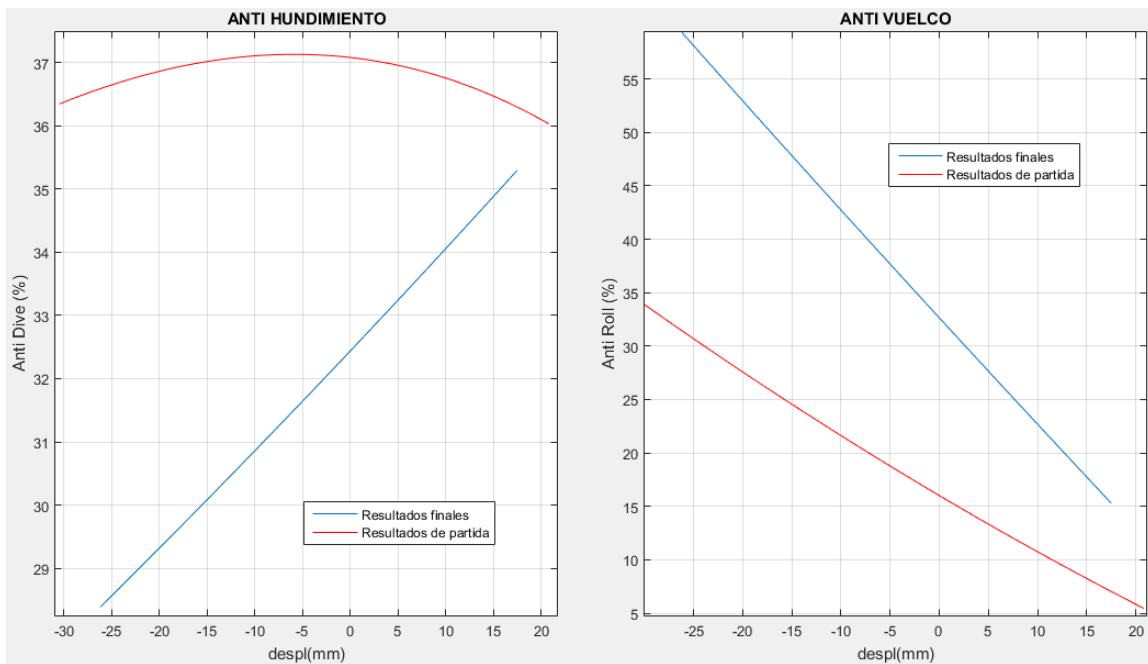


Figura 5.17. Parámetros “Anti”.

Como puede verse, el parámetro de Anti Dive ha bajado y se ha vuelto más variable que en la geometría de partida. Recordando lo explicado en el Apartado 2.5.12, este parámetro tiene influencia en el hundimiento sufrido por la suspensión delantera cuando el vehículo frena. A menor valor del mismo, es



necesario un muelle de suspensión más rígido, para así ser capaz de absorber la inercia del vehículo y permitir que este tenga un menor cabeceo.

Así mismo, el parámetro Anti roll ha aumentado y en consecuencia, el chasis verá una mayor carga cuando el vehículo sufre un balanceo debido a las fuerzas laterales a las que está sometido por ejemplo, al negociar una curva.

Relacionado con los parámetros anteriores, se encuentran los resultados mostrados en la Figura 5.18, donde puede verse la evolución del polo visto en vista frontal.

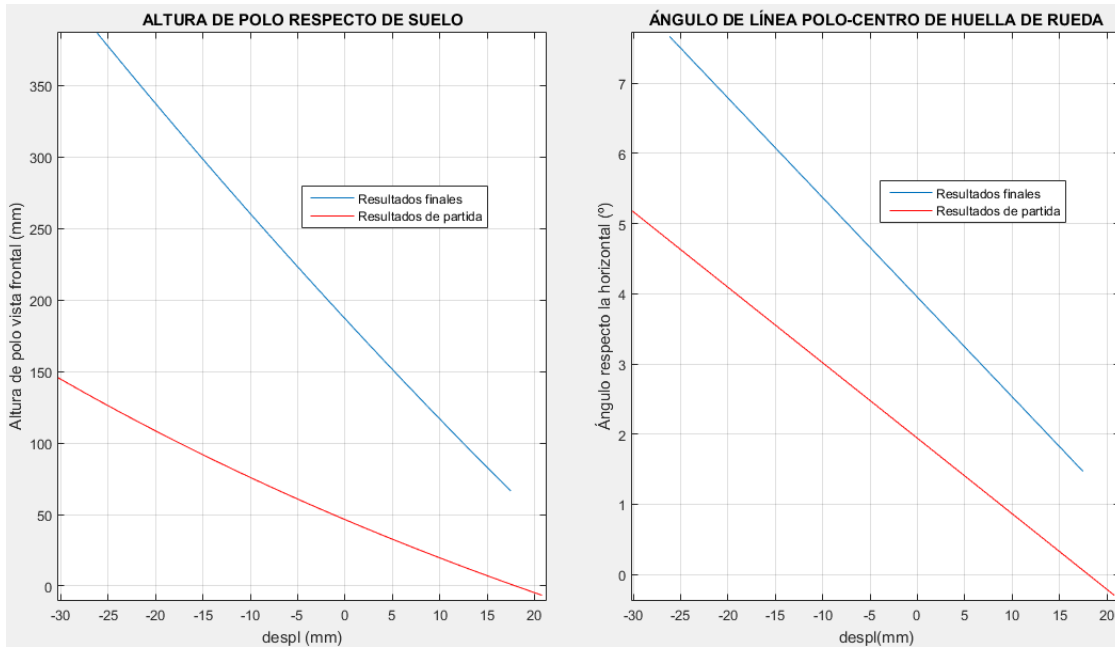


Figura 5.18. Evolución del polo en vista frontal.

Al igual que ocurría con la suspensión trasera, se ha elevado la altura del polo en aras de disminuir la distancia entre el Roll center y el centro del gravedad, haciendo de ese modo que el momento inducido a la suspensión en curva sea menor y que por tanto, la barra estabilizadora tenga una menor rigidez y las suspensiones sean lo más independientes posibles.

Seguidamente, la Figura 5.19 muestra la evolución sufrida por la bieleta y la barra de torsión delantera.

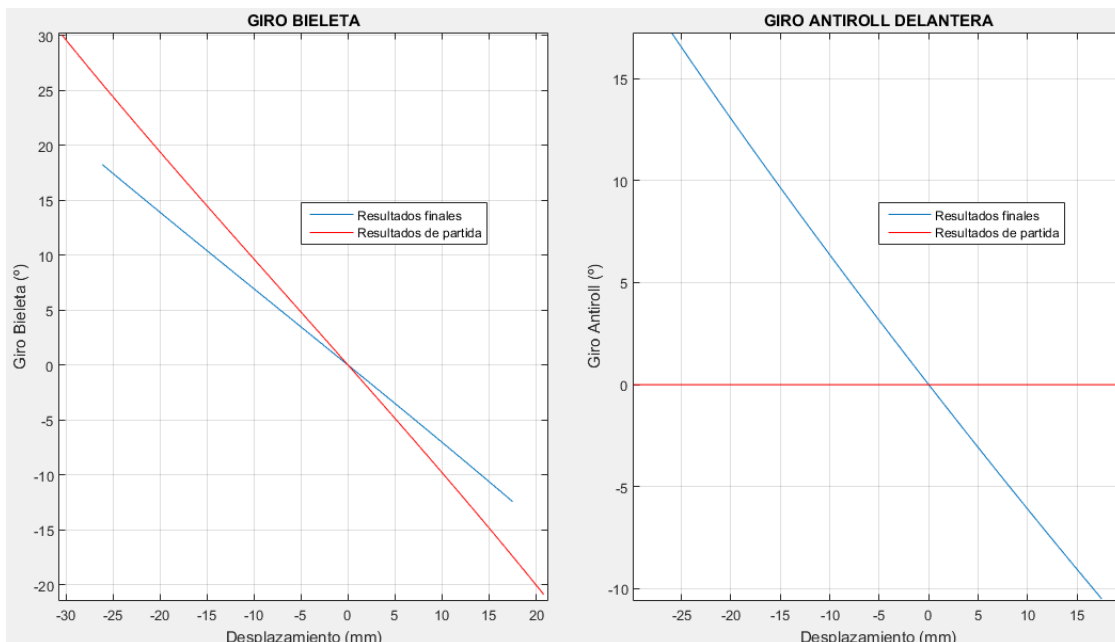


Figura 5.19. Giros de la bieleta y de la barra de torsión frente al desplazamiento.

Nuevamente, al igual que sucedía con la suspensión trasera, en los inicios del desarrollo no existía aun la barra de torsión, por eso en este caso no puede realizarse la comparación.

En cuanto a la bieleta, puede verse como en la geometría actual tiene un menor giro, ya que la disposición espacial de la misma y su tamaño han sido modificados para el correcto ajuste del conjunto muelle-amortiguador.

En relación con esto último, la Figura 5.20 expone el motion ratio del sistema muelle-amortiguador y de la barra de torsión.

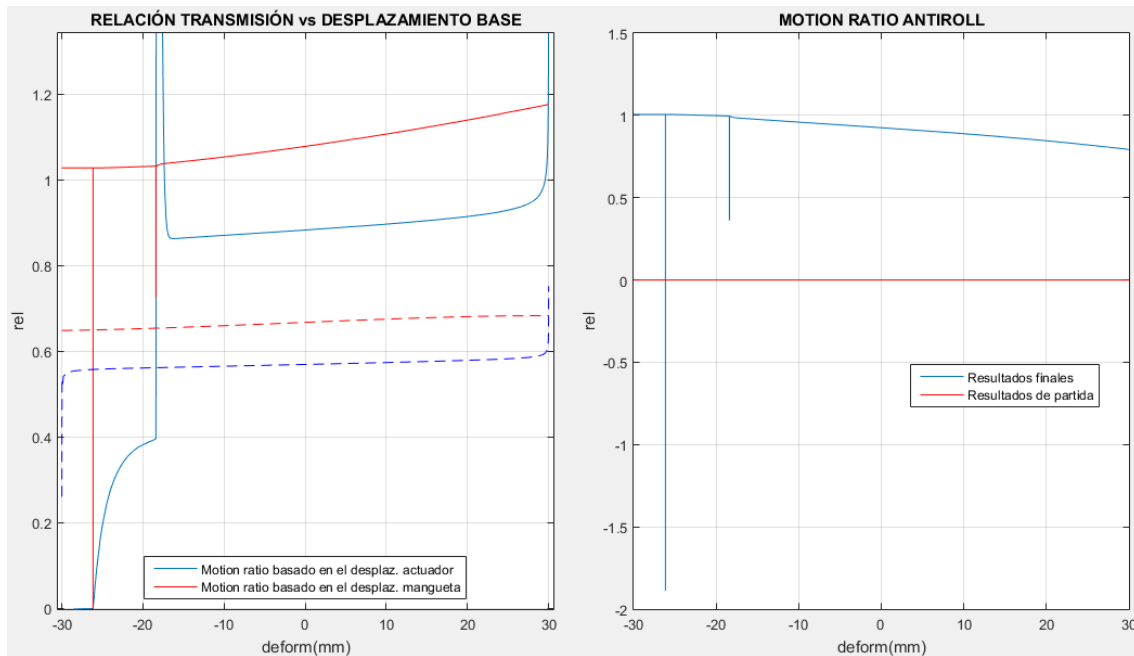


Figura 5.20. Motion ratio de elementos de la suspensión.

Comenzando por la parte izquierda de la Figura 5.20, es posible ver como el motion ratio ha aumentado considerablemente, lo cual se debe principalmente al cambio de la geometría de la bieleta. El fin de esta subida del motion ratio es el mismo que el comentado en el caso de la suspensión trasera (tras la Figura 5.9), haciendo trabajar mejor al conjunto muelle-amortiguador y por tanto mejorando el comportamiento de la suspensión.

Al igual que en la suspensión trasera, se definen dos motion ratio diferentes para el conjunto muelle-amortiguador, cuya diferencia, como se comentó en el Apartado anterior, es tomar o no en consideración la deformación que sufre el neumático a medida que la suspensión se comprime.

En el caso de la barra de torsión, al no existir en la geometría primitiva, no es posible realizar ninguna comparación entre ambos resultados.

Tal y como ocurría en la suspensión trasera, los picos que se producen en las curvas de la Figura 5.20, y los que se producen en la Figura 5.21 y en la Figura 5.22, son debidos por un lado a que en el movimiento de extensión de la suspensión, el muelle deja de aportar carga al sistema y por otro, a que el neumático deja de tocar el suelo porque el amortiguador llega a su tope de extensión.

Función del motion ratio definido, es también el valor de la rigidez equivalente que se tiene en la mangueta y que como se citó en el Apartado anterior, la rigidez equivalente es la rigidez que tendría un muelle situado en serie con el neumático, el cual no deja de ser otro elemento elástico. Para la suspensión delantera, los resultados son los mostrados en la Figura 5.21.

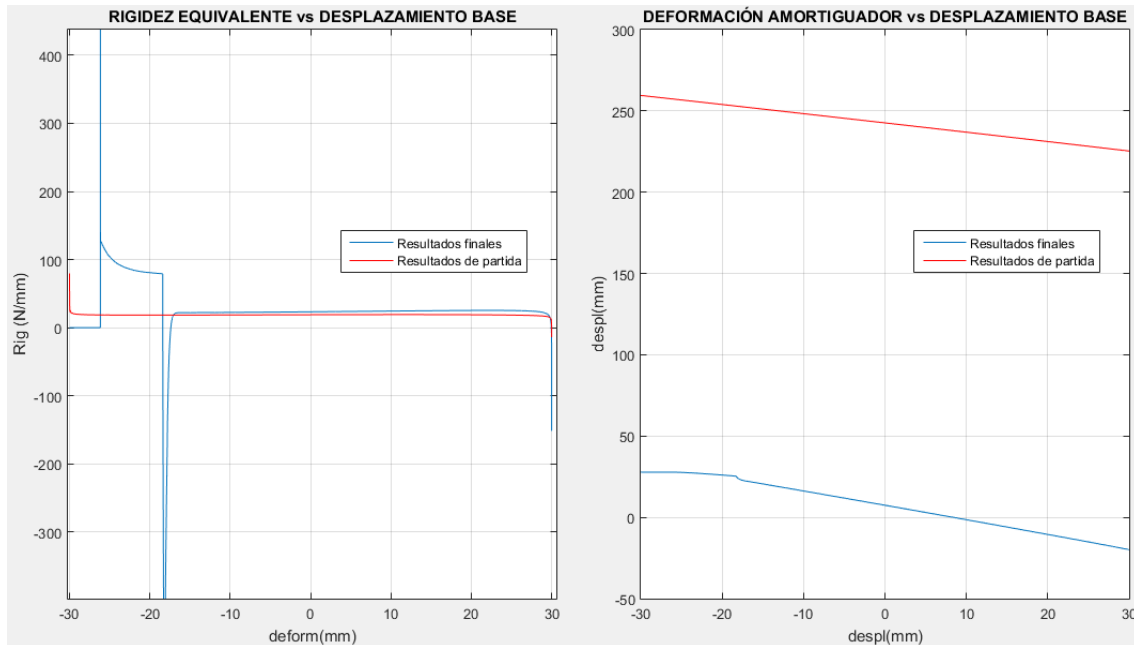


Figura 5.21. Parámetros respecto al desplazamiento base.

Nuevamente puede verse como la rigidez equivalente apenas ha sufrido cambios en el desarrollo de la suspensión, y aunque en el caso final, el muelle es menos rígido, la rigidez equivalente se mantiene porque el motion ratio es mayor.

En cuanto a la deformación sufrida por el amortiguador, es necesario comentar que el modelo de amortiguador existente en la geometría inicial no es el mismo que el de la geometría final. De cara a la cinemática, en este primer modelo, no se registraba el desplazamiento del pistón del amortiguador, sino la diferencia entre los extremos del mismo y por eso el orden de magnitud ha cambiado.

En el caso de la geometría inicial, el amortiguador se desplaza un total de 35 mm, mientras que en el segundo caso, se desplaza unos 48 mm. Como puede verse, en la geometría actual el amortiguador se desplaza más, circunstancia que ya se adelantaba con el análisis del motion ratio en la Figura 5.20.

A continuación, la Figura 5.22 expone la reacción que sufre el neumático frente al desplazamiento base.

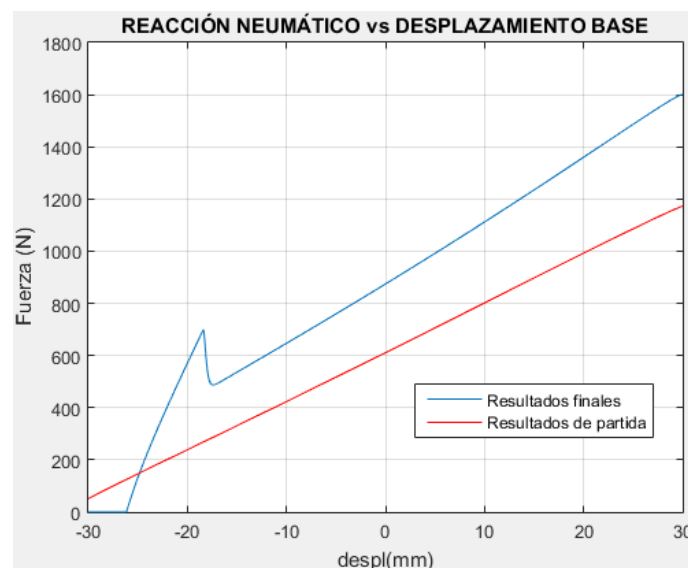


Figura 5.22. Reacción en el neumático frente al desplazamiento base.

Gracias a todos los cambios realizados en la geometría, la reacción en el neumático es mayor que en la geometría inicial, teniendo por tanto una mayor capacidad de resistir esfuerzos longitudinales y laterales.

## 5.2.2 Análisis de la dirección

Para finalizar con el análisis de los resultados de la suspensión delantera, en este Apartado se procederá a la exposición de los resultados de la dirección, y a ver por tanto la evolución de la misma.

Antes de ello, cabe mostrar la evolución del ángulo de giro impuesto al volante y el desplazamiento en la cremallera de dirección que supone ese giro de volante. Estas entradas del sistema se muestran en la Figura 5.23.

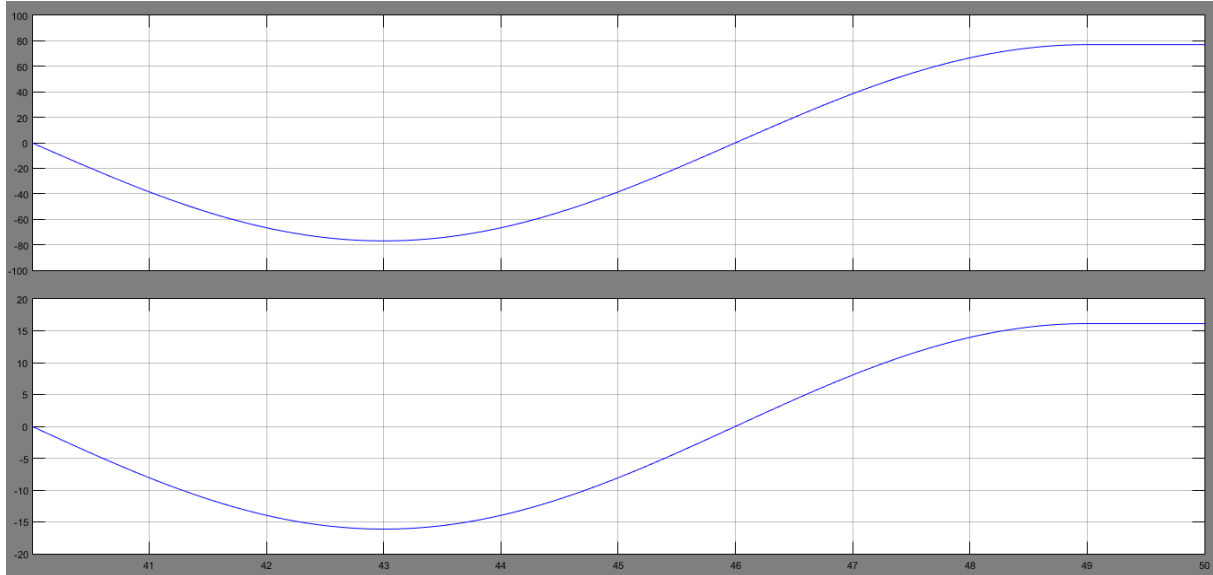


Figura 5.23. Evolución del giro de volante y carrera en la cremallera con el tiempo.

Cabe observar que el eje horizontal de la anterior Figura no comienza en 0, sino en 40. Esto se debe a que el movimiento de bote de la suspensión se estudia de manera separada al giro de la dirección. Debido a esto, se justifica el segundo corte que sufren las variables, como se comentaba en el Apartado 3.5.2, ya que a partir del segundo 40, el actuador de la suspensión permanece inmóvil y tan solo se gira el volante.

En primer lugar, la Figura 2.24 muestra la evolución del giro de la dirección frente al giro del volante.

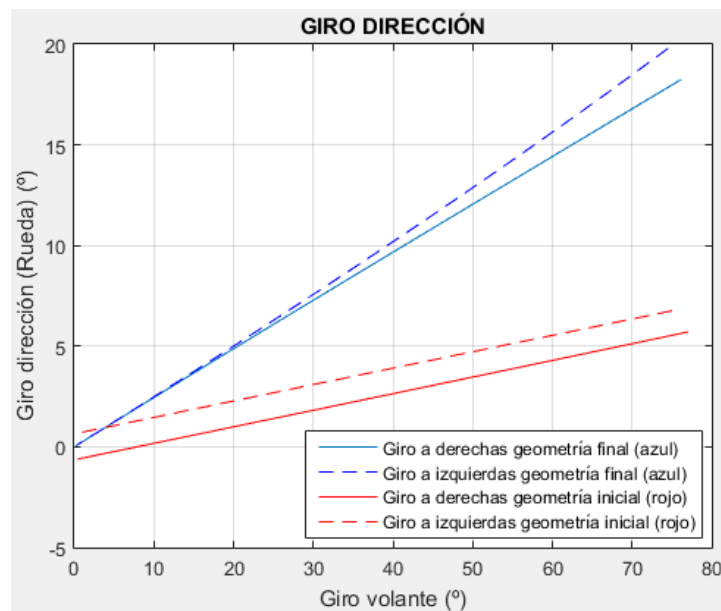


Figura 5.24. Evolución del giro de la dirección con el giro de volante.

Antes de analizar la gráfica, es preciso recordar que la rueda que se está simulando es la delantera derecha y por tanto cuando el giro es a derechas, esa rueda sería la interior a la curva.

Teniendo en cuenta lo anterior, puede verse como la geometría actual tiende a ser de Anti-Ackerman (según lo que se expuso en el Apartado 2.4.1), ya que la rueda exterior a la curva gira más que la interior. Sin embargo, en la geometría original ambas curvas van prácticamente paralelas y por tanto ambas ruedas giran continuamente lo mismo.

Así mismo, puede observarse como en el caso de la geometría original, el vehículo giraría menos, describiendo por tanto un radio de giro mayor. La deferencia en este sentido se debe a la situación de la cremallera y a la posición del punto de anclaje de la barra de dirección en la mangueta.

Por otra parte, la separación entre ambas curvas (giro a derechas e izquierdas), cuando el volante está recto (0 grados), representa el valor de convergencia en estático que presenta la suspensión, siendo mucho más elevado en el caso de la geometría inicial.

Seguidamente, en la Figura 5.25 se muestra cómo cambia el ángulo de avance y caída a medida que se gira el volante.

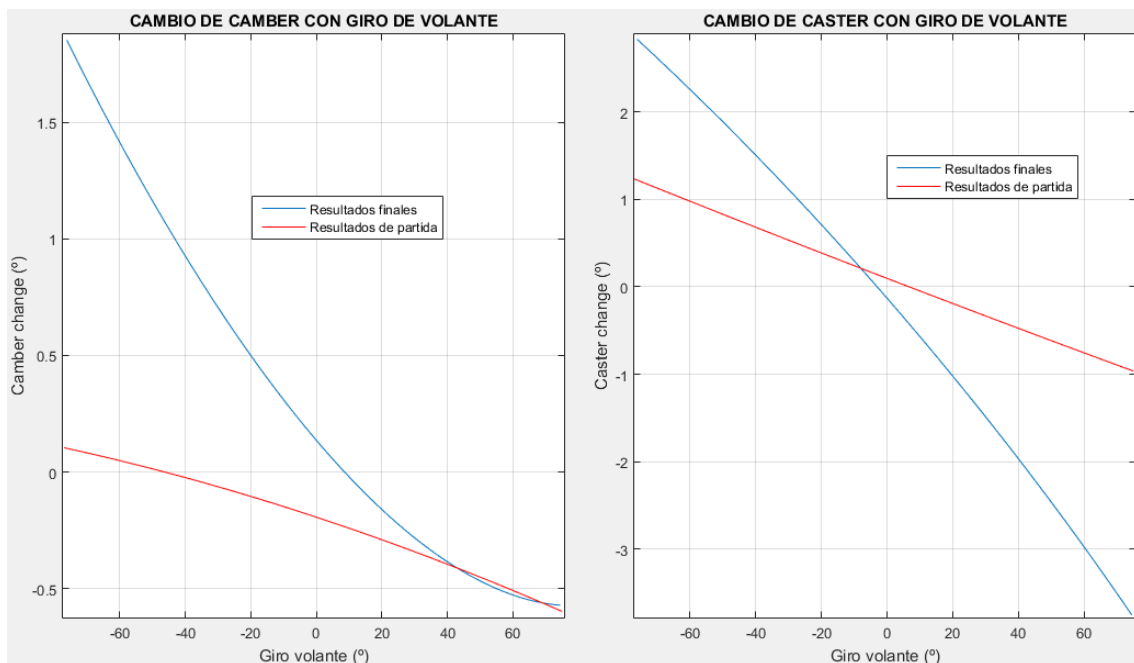


Figura 5.25. Evolución del ángulo de caída y avance con el giro del volante.

Como puede apreciarse en la Figura 5.25, los ángulos obtenidos para la geometría actual son considerablemente superiores a los que se tenían en la geometría inicial.

Cabe mencionar que un ángulo de giro positivo representa un giro a izquierdas de la dirección, recordando que la rueda modelada es la delantera derecha.

En cuanto al ángulo de caída, podría compensar los efectos del balanceo del vehículo cuando este negocie una curva y se vea sometido a fuerzas laterales, aunque si es excesivo, puede provocar un desgaste asimétrico en los neumáticos.

Por otro lado, el ángulo de avance facilita la autoalineación de la dirección, haciendo que esta retorne de manera más rápida a su alineación recta.

Finalmente, en la Figura 5.26 se muestra la evolución sufrida por el Kingpin y caster offset a medida que se gira el volante.

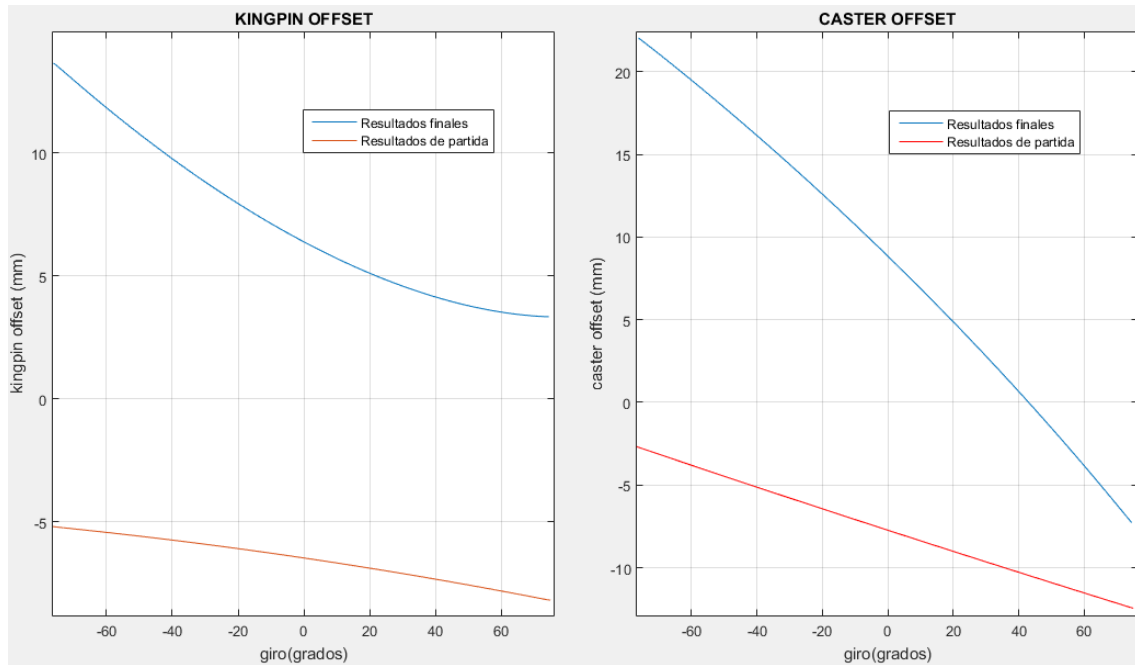


Figura 5.26. Evolución del Kingpin offset y caster offset con el giro del volante.

Al igual que ocurría en la Figura 5.25, ambos parámetros han aumentado ostensiblemente. En el caso del Kingpin, se reduce considerablemente el esfuerzo necesario para ejecutar un giro, sobre todo a baja velocidad. Mientras que el efecto del caster offset es el mismo que se describió en la Figura 5.25, favoreciendo a la estabilidad y autoalineación de la dirección.

### 5.3 Modelo de vehículo completo

Como cabría de esperar, el modelo de vehículo completo fue desarrollado posteriormente a los modelos de un cuarto, ya que este recopila a los modelos de un cuarto anteriormente analizados. Esta circunstancia deriva en que la primera geometría que fue introducida para el análisis, dista en gran medida de las analizadas anteriormente. Sin embargo, la última geometría sí es la misma durante todo el desarrollo.

Bajo este modelo, se han desarrollado diferentes simulaciones, todas ellas destinadas a ver el comportamiento dinámico del vehículo bajo diferentes situaciones.

Previo a la exposición de resultados, la Figura 5.27 muestra, al igual que se hacía en los Apartados anteriores, la evolución física sufrida por la suspensión a través de dos capturas extraídas de SimMechanics.

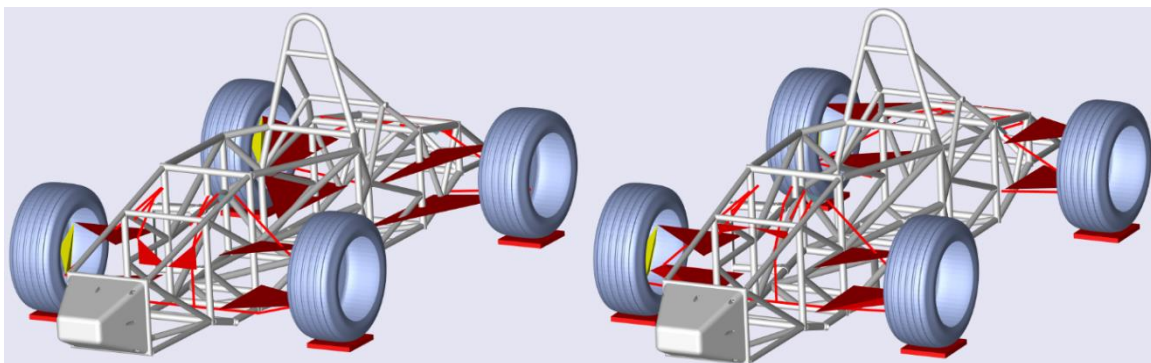


Figura 5.27. Comparación entre dos geometrías de suspensión.

Como se desprende de la anterior Figura, los cambios entre el modelo inicial (Figura 5.27 izquierda) y la geometría final (Figura 5.27 derecha), son más que evidentes. En este caso, también se ha introducido un archivo .stl del chasis para poder ver cómo sería el vehículo con su chasis.

### 5.3.1 Análisis de la dirección completa del vehículo

Este primer análisis estaría más enfocado a un análisis de cinemática que de dinámica propiamente dicha. El objetivo es corroborar que la respuesta de la dirección sea la que se mostraba en el Apartado 5.2.2. Como se ha comentado, la geometría delantera tomada como punto de partida para este modelo no es la misma que se analizó en el citado Apartado 5.2.2. No obstante, la geometría final sí es la misma que la analizada anteriormente. La Figura 5.28 muestra la evolución del ángulo de giro de la rueda frente al ángulo girado por el volante para ambas geometrías.

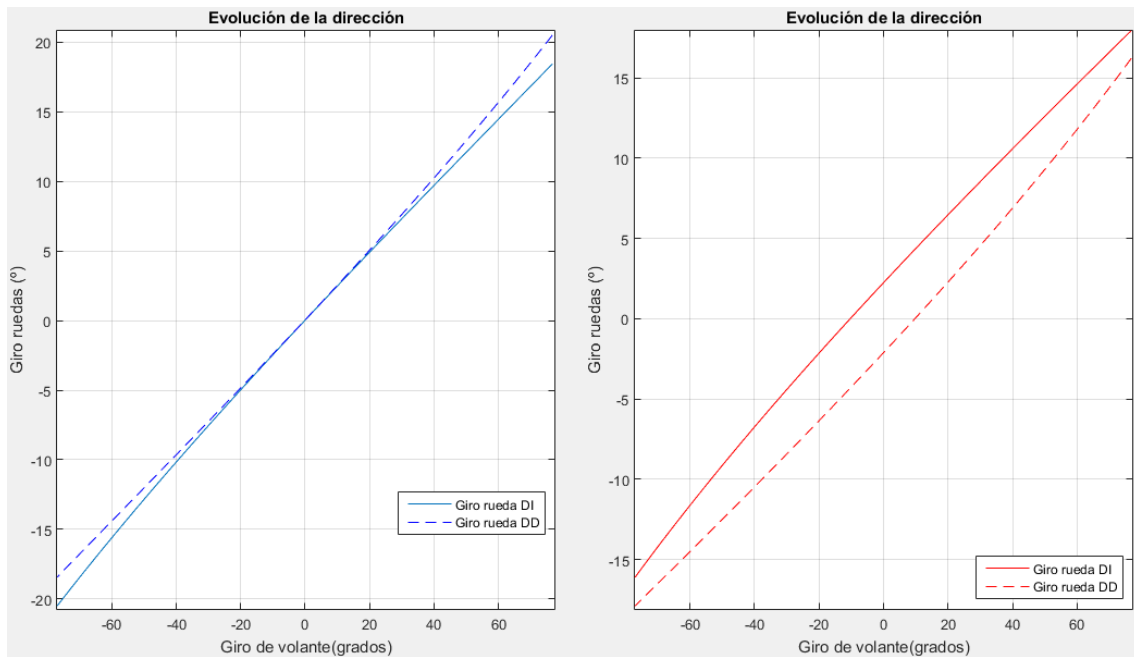


Figura 5.28. Evolución del giro de la dirección respecto del giro del volante.

De la anterior Figura es preciso decir que cuando el ángulo del volante es positivo significa que el vehículo está girando hacia la izquierda, mientras que un giro negativo implica que el vehículo gira hacia la derecha.

Analizando en primer lugar la gráfica izquierda de la Figura 5.28, la cual corresponde a la geometría final, puede verse como cuando el vehículo gira a izquierdas (ángulo de volante positivo), la rueda delantera derecha gira ligeramente más que la izquierda. Por tanto, la rueda exterior a la curva gira más que la interior a la misma, contradiciendo el teorema de Ackerman y presentando la dirección por tanto una geometría de Anti-Ackerman.

Pasando ahora a la gráfica derecha de la Figura 5.28, correspondiente a la geometría de partida para la creación del modelo de vehículo completo, puede verse como cuando el volante está recto se tiene una gran convergencia en estático, lo cual no es deseable por el posible desgaste asimétrico del neumático.

Así mismo, puede verse como cuando el vehículo gira a izquierdas (ángulo de volante positivo), la rueda izquierda, interior a la curva, gira más que la exterior, siendo por tanto una geometría de Ackerman, aunque la poca diferencia que se obtiene entre ambas ruedas cuando la dirección está completamente girada sugiere que no es de Ackerman puro, sino que tendrá un cierto error respecto a la condición geométrica que Ackerman determina y que se mostró en el Apartado 2.4.1. De hecho, si la convergencia en estático se hiciera menor, podría llegar el caso en el que la geometría fuese de Anti-Ackerman, dada las tendencias de las gráficas.

A la vista de los anteriores resultados, el modelo de cuarto de vehículo, a través de la Figura 5.24 no erraba en sus resultados para la geometría más desarrollada, presentando el vehículo una geometría con un ligero carácter de Anti-Ackerman, como puede verse en la Figura 5.29, donde las líneas amarillas se intersectarían por delante del vehículo, no entre el eje delantero y trasero, como dictamina la geometría de Ackerman.

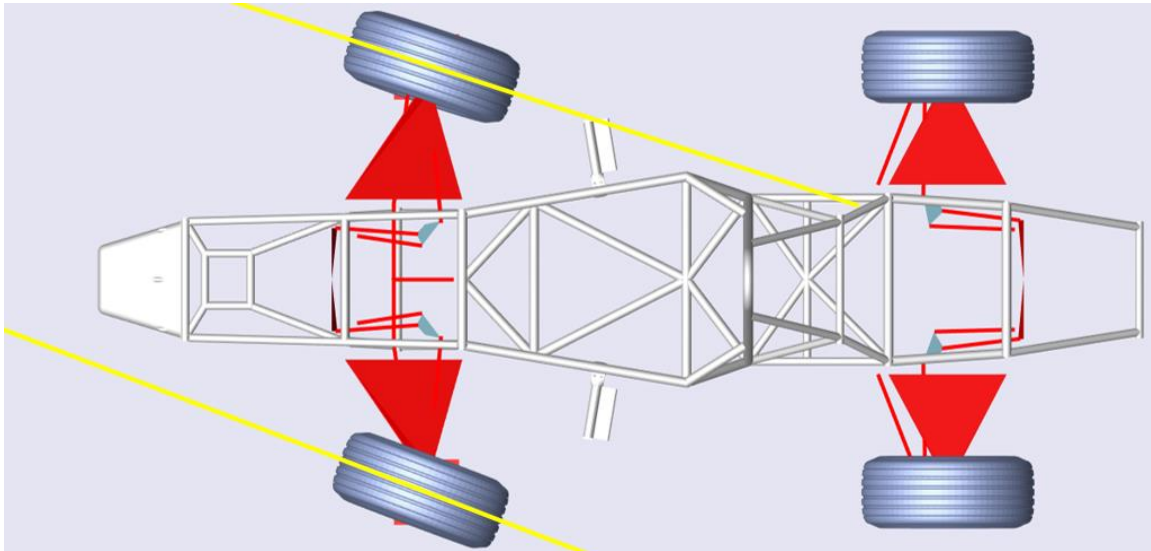


Figura 5.29. Geometría de Anti-Ackerman para la dirección del vehículo.

Como se comentó en el Apartado 2.4.1, una dirección tipo Anti-Ackerman permite compensar el mayor ángulo de deriva sufrido por la rueda exterior a la curva, la cual recibe una mayor carga vertical debido a la transferencia de masas que se producen cuando el vehículo balancea y es sometido a grandes fuerzas laterales.

### 5.3.2 Resultados para la sucesión de obstáculos.

Para este estudio, la simulación consiste en hacer pasar al vehículo por una serie de obstáculos de tamaño variable.

La velocidad a la que circularía el vehículo está simulada a través de un desfase temporal de la señal entre el eje delantero y trasero. En este caso, se ha simulado que el vehículo circula a 50 km/h, por lo que el desfase entre ambos ejes es:

$$50 \frac{km}{h} = 13.88 \frac{m}{s} \Rightarrow \text{si la batalla es de } 1.6m \Rightarrow t_{desfase} = \frac{1.6}{13.88} = 0.1152 \text{ s} \quad [5.1]$$

La señal de obstáculos es cíclica, y durante un tiempo solo se somete a un lado del vehículo a la misma. Tras este tiempo, se somete al otro lado a una señal en contrafase de la primera. La Figura 5.30 muestra la señal que se aplica a un lado del vehículo.

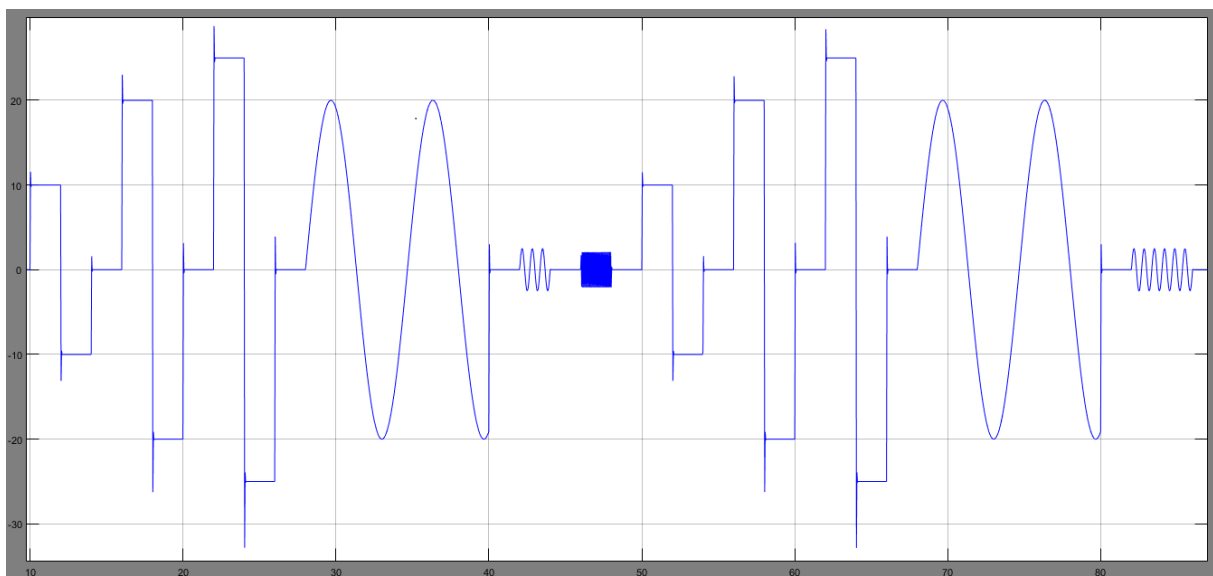


Figura 5.30. Entrada aplicada al sistema para el análisis de obstáculos



A partir del segundo 50, la señal de entrada se repite y se aplica al otro lado del vehículo en contrafase. La señal de alta frecuencia situada entre el segundo 45 y 48 se retira, ya que se comprueba que no aporta nada, debido a que el neumático es capaz de absorber esa alta frecuencia.

Es necesario mencionar que esta gráfica empieza en el segundo 10, el cual se corresponde con el origen de tiempos de las gráficas que se mostrarán a continuación, ya que los primeros 10 segundos de simulación son los que se le deja al sistema para que este se estabilice. Posteriormente, en los scripts de MATLAB se elimina de todas las variables este periodo inicial antes de postprocesar las señales.

Como se citaba en el Apartado 4.2.3, del modelo de vehículo completo se extraen una gran variedad de resultados. Sin embargo, aquí solo se citarán aquellos que tengan una mayor relevancia o hayan supuesto una significativa evolución en el vehículo.

Partiendo de esta base, en este caso lo relevante es ver la rapidez que tiene el sistema para adaptarse a la nueva posición a la que se encuentra el actuador, así como las reacciones y brusquedad que presente el sistema. Para llevar a cabo este análisis, la Figura 5.31 muestra la evolución de dos puntos del chasis, uno situado en el eje delantero y otro en el eje trasero, respecto de una de las señales de entrada, en este caso, la que se introduce en la rueda delantera izquierda.

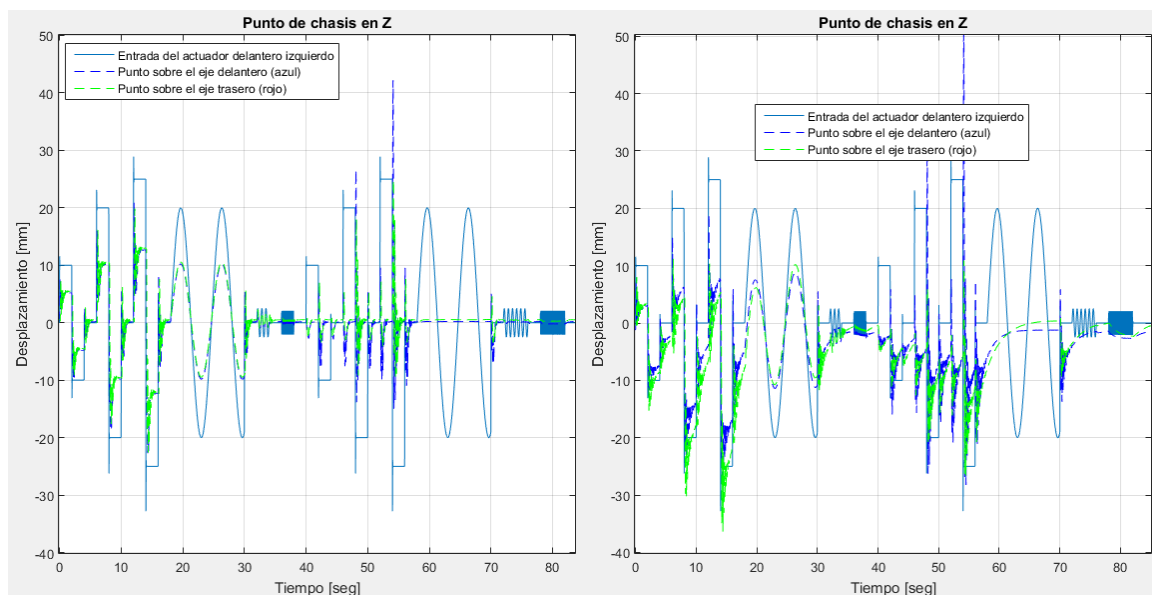


Figura 5.31. Posición de un punto del chasis.

A la izquierda, se muestran los resultados de la geometría inicial, mientras que a la derecha se exponen los de la última evolución de la suspensión.

De la Figura 5.31 se desprende que el sistema actual es más lento, siendo en la mayoría de los casos incapaz de adaptarse a la señal de entrada antes de que esta cambie.

Seguidamente, la Figura 5.32 muestra cómo evoluciona la fuerza de reacción en cada rueda para la geometría de suspensión inicial.

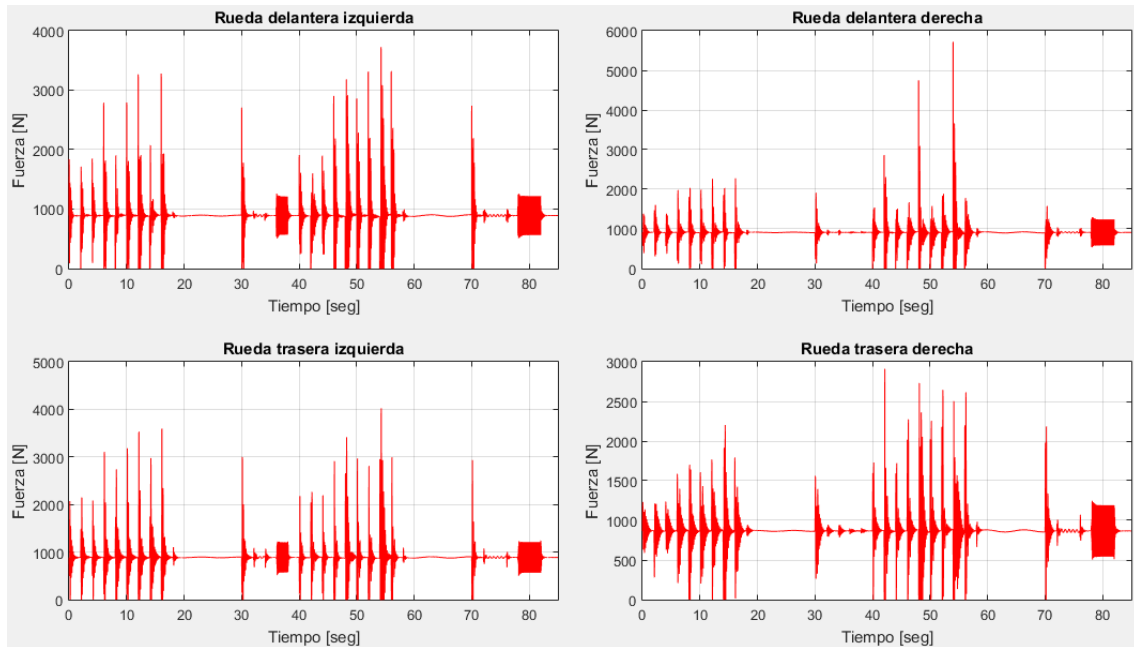


Figura 5.32. Reacción en neumáticos para la geometría inicial.

Así mismo, la Figura 5.33 muestra la evolución de la reacción en el neumático para la geometría final.

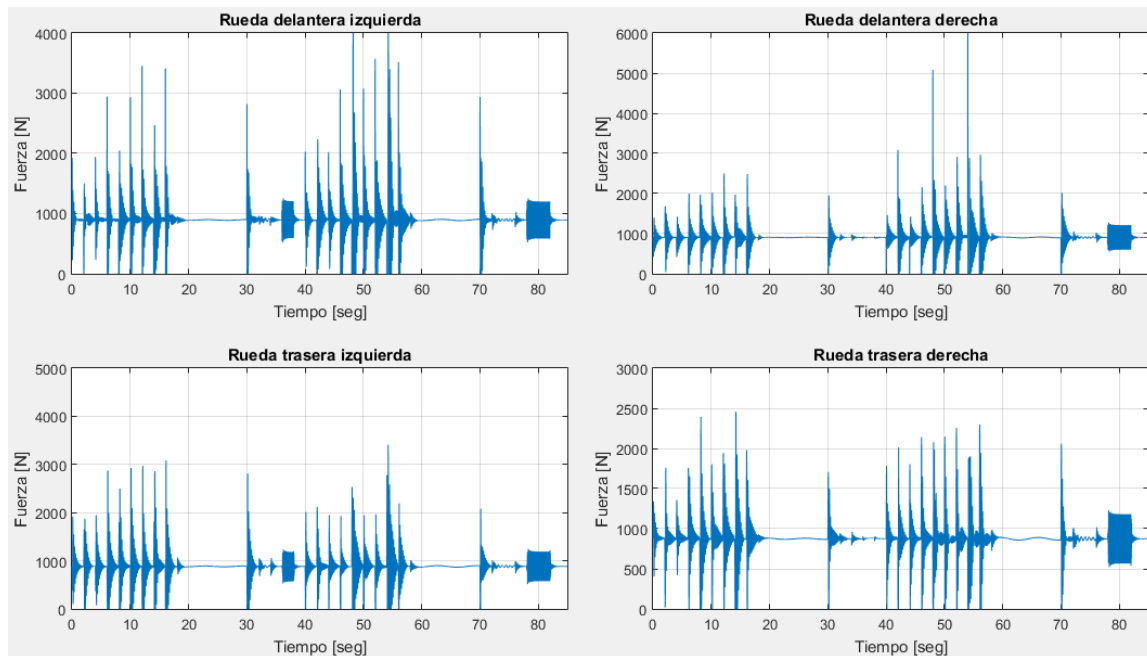


Figura 5.33. Reacción en neumáticos para la geometría final.

Como puede verse, en la geometría inicial las reacciones máximas son mayores en todos los neumáticos que en la geometría final. Como se describió en el Apartado 5.1 y el Apartado 5.2, a mayores reacciones verticales del neumático mejor, sin embargo, en este caso esto no es así, ya que estas reacciones se deben a que el vehículo bota tras cada cambio de posición del actuador, lo cual ocasiona ese pico de fuerza. Por otro lado, ese bote provoca que la rueda deje de estar en contacto con el suelo, lo cual provocaría tener pérdidas de tracción.

Estos picos de fuerza y estas oscilaciones, son transmitidos desde el neumático hasta la Push bar, la cual hace girar la bieleta. Por ello, la Figura 5.34 muestra la evolución sufrida por giro de la bieleta.

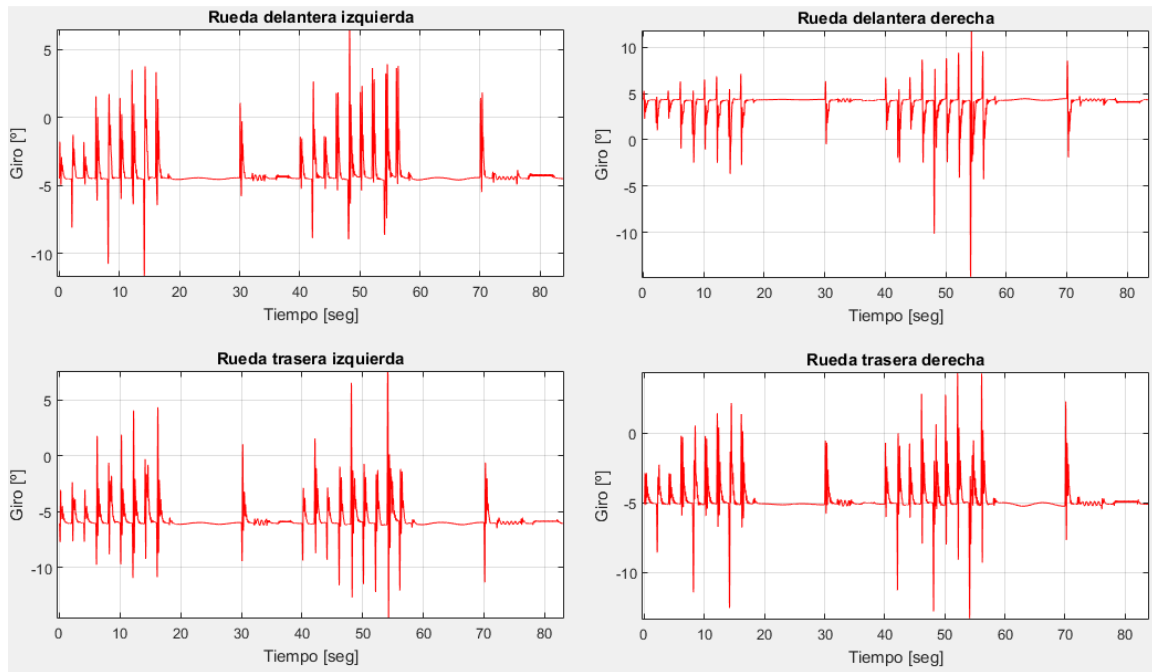


Figura 5.34. Giro de la bieleta para la geometría original.

Del mismo modo, en la Figura 5.35 se muestra esta evolución para la geometría final.

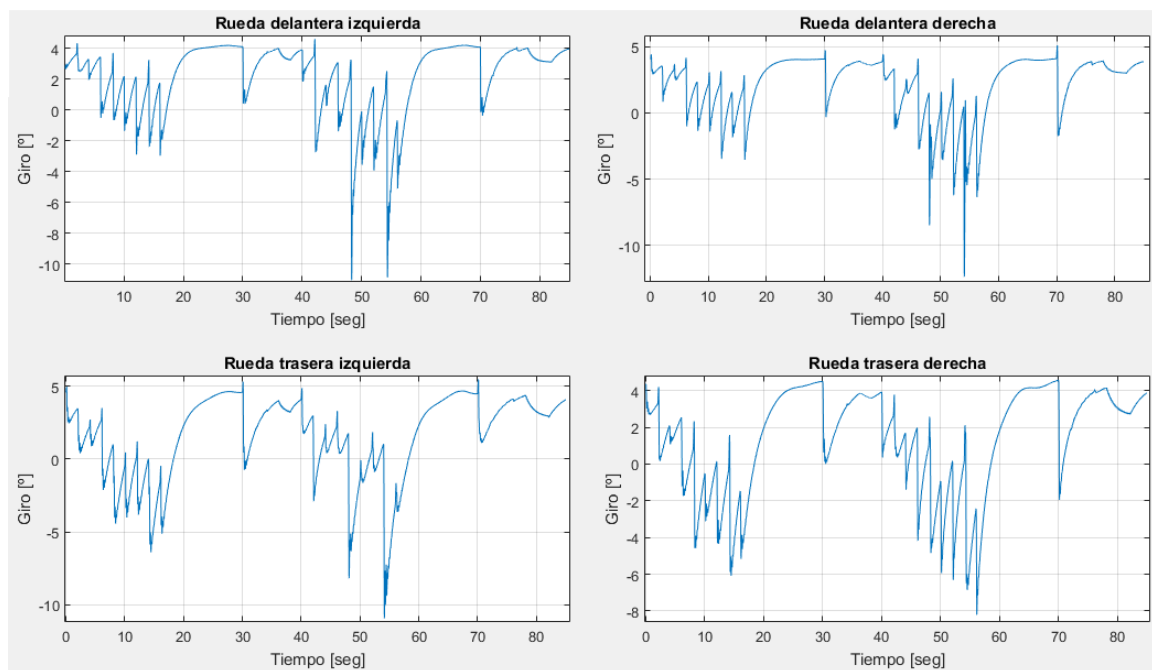


Figura 5.35. Giro de la bieleta para la geometría final.

Analizando la Figura 5.34 y la Figura 5.35, queda patente lo anteriormente comentado sobre las oscilaciones del sistema. Aquí puede verse como en el caso de la geometría de partida se producen giros de gran amplitud y poca duración en la bieleta, mientras que en el segundo caso, esos giros están más acotados, presentando menores variaciones. Esto radica en que el amortiguador trabaja mejor, ya que en el segundo caso es cuando más se nota su efecto, mientras que en la geometría de partida el sistema está más gobernado por la parte elástica que por el amortiguador propiamente dicho.

Siguiendo la cadena cinemática, la bieleta no solo hace moverse al conjunto muelle-amortiguador, sino que también le proporciona el movimiento a la barra estabilizadora. Por ello, la Figura 5.36 muestra el giro de las barras estabilizadoras con respecto del tiempo.

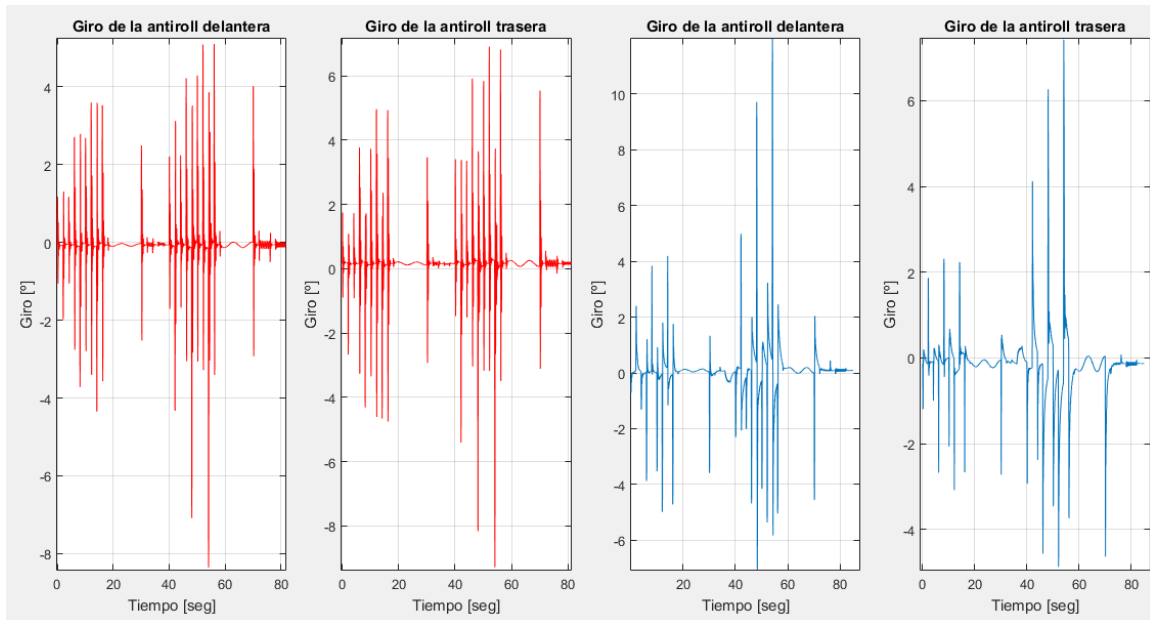


Figura 5.36. Giro de la barra estabilizadora con el tiempo.

En este caso, las dos gráficas de la izquierda en rojo representan la evolución de la barra estabilizadora en ambos ejes para la geometría de partida, mientras que las dos gráficas de la derecha exponen los mismos resultados para la geometría final.

Como puede verse, lo expuesto en la Figura 5.36 es un reflejo de lo anteriormente comentado para la bieleta. Las mayores oscilaciones en el movimiento de esta se ven reflejados en la barra estabilizadora, además de en el conjunto muelle-amortiguador, como muestra la Figura 5.37 y la Figura 5.38.

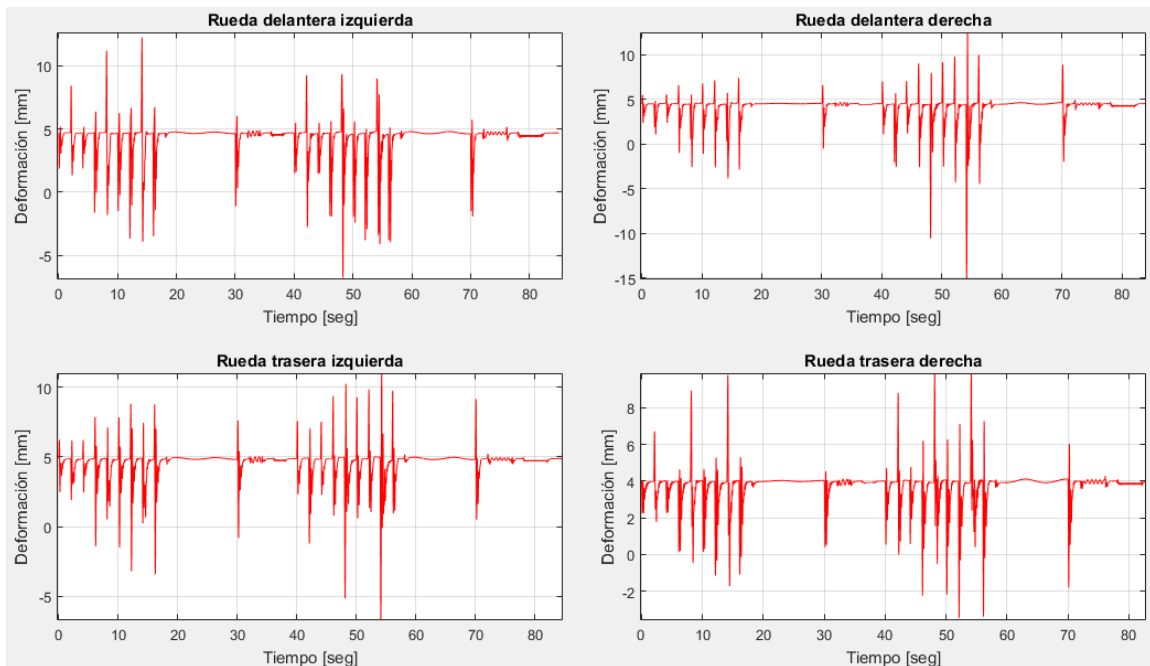


Figura 5.37. Deformación del conjunto muelle-amortiguador para la geometría inicial.

Del mismo modo, la Figura 5.38 muestra estos resultados para la geometría final:

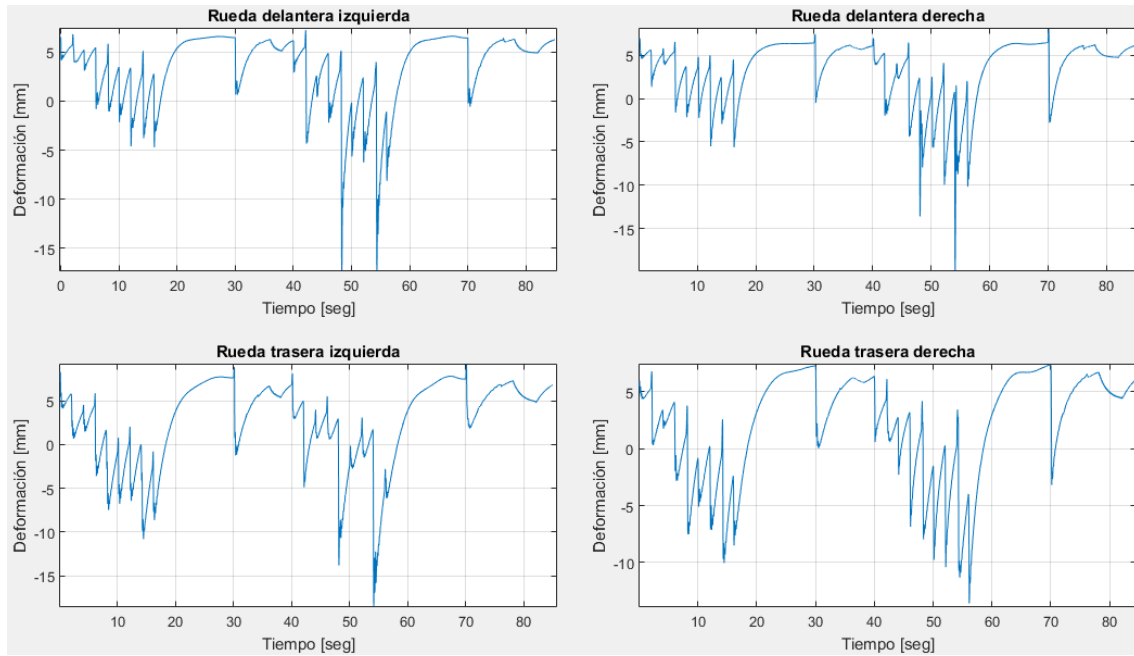


Figura 5.38. Deformación del conjunto muelle-amortiguador para la geometría final.

Como se adelantaba, en estas Figuras quedan patentes las oscilaciones que presenta el sistema de muelle-amortiguador para la geometría de partida y las “suaves” variaciones que se producen en el caso de la geometría final.

### 5.3.3 Resultados para el perfil de carretera

Tras aplicar los obstáculos citados en el Apartado anterior, se ha creado un perfil aleatorio que simula al vehículo circulando a una velocidad de referencia de 50 km/h sobre una pista bacheada. El perfil introducido a cada uno de los actuadores (con desfase entre ellos), respecto del tiempo es el mostrado en la Figura 5.39.

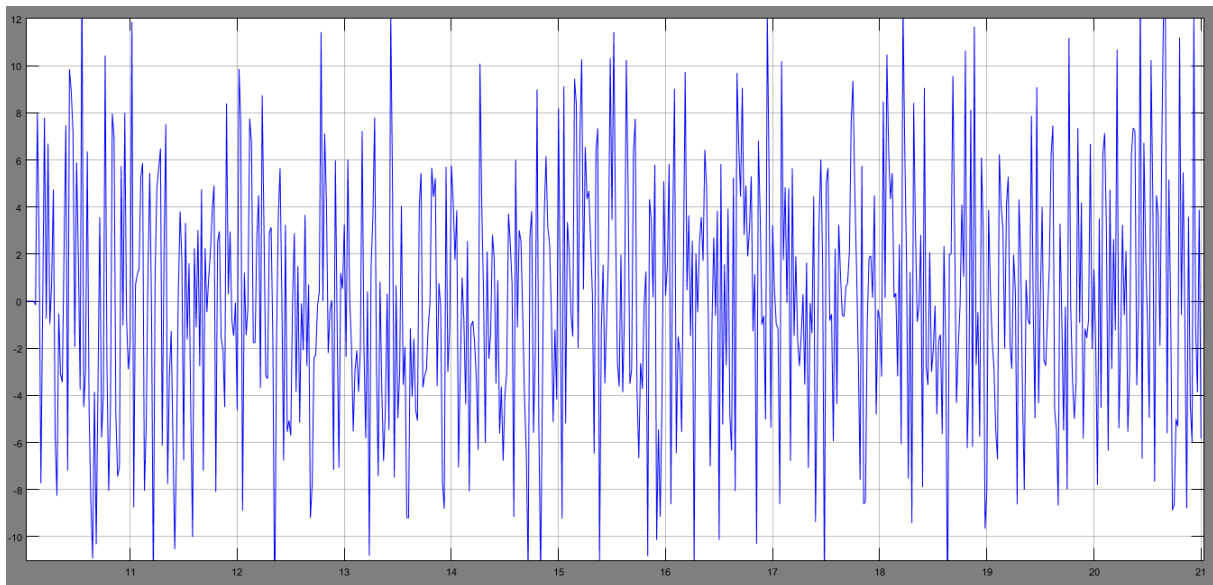


Figura 5.39. Perfil de carretera introducido.

Como puede verse, el perfil se mueve entre valores de  $\pm 12$  mm, lo cual significa que la hipotética carretera por la que el vehículo circularía no está en un perfecto estado, como estaría una pista de circuito o una carretera recién asfaltada.

En este caso, lo más importante es ver cómo los neumáticos siguen a la señal de entrada, para de ese modo ver el tiempo que la rueda deja de estar en contacto con el suelo, así como las reacciones que presenta la rueda. Partiendo de esto, la Figura 5.40 expone la evolución de la reacción en cada neumático en función del tiempo.

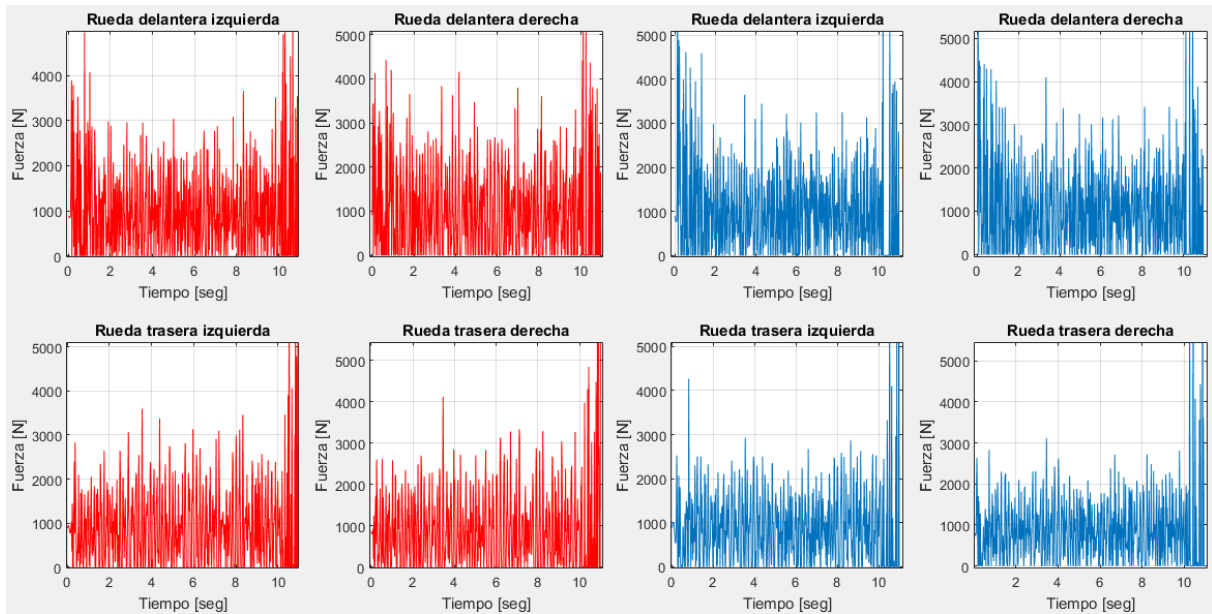


Figura 5.40. Reacción en neumáticos respecto del tiempo.

En este caso, al igual que en los anteriores, las gráficas en rojo se corresponden con la geometría de partida, mientras que las gráficas en azul son las correspondientes a la geometría final.

Analizando la Figura 5.40, poco puede deducirse, las fuerzas de reacción en numerosas ocasiones tienen un valor igual a cero, lo cual supone que el neumático deja de estar en contacto con el suelo y los valores máximos son similares, aunque ligeramente superiores en el caso de la geometría de partida, la cual posee una suspensión más dura.

Para juzgar mejor el despegue de las ruedas, seguidamente se expone una gráfica que muestra la deformación sufrida por el neumático. Todos los valores mostrados que están por encima de cero significan que el neumático no está en contacto con el suelo y que está experimentando una “elongación” en lugar de una compresión. Esto en el modelo se traduce en que la fuerza de reacción en el neumático es cero, tal y como se comentó para la Figura 5.40.

Dado que como se ha comentado, lo realmente relevante para analizar el despegue del neumático es ver durante cuánto tiempo la deformación del neumático tiene un valor positivo, en la Figura 5.41 se mostrará solo la deformación que existe por encima de cero.

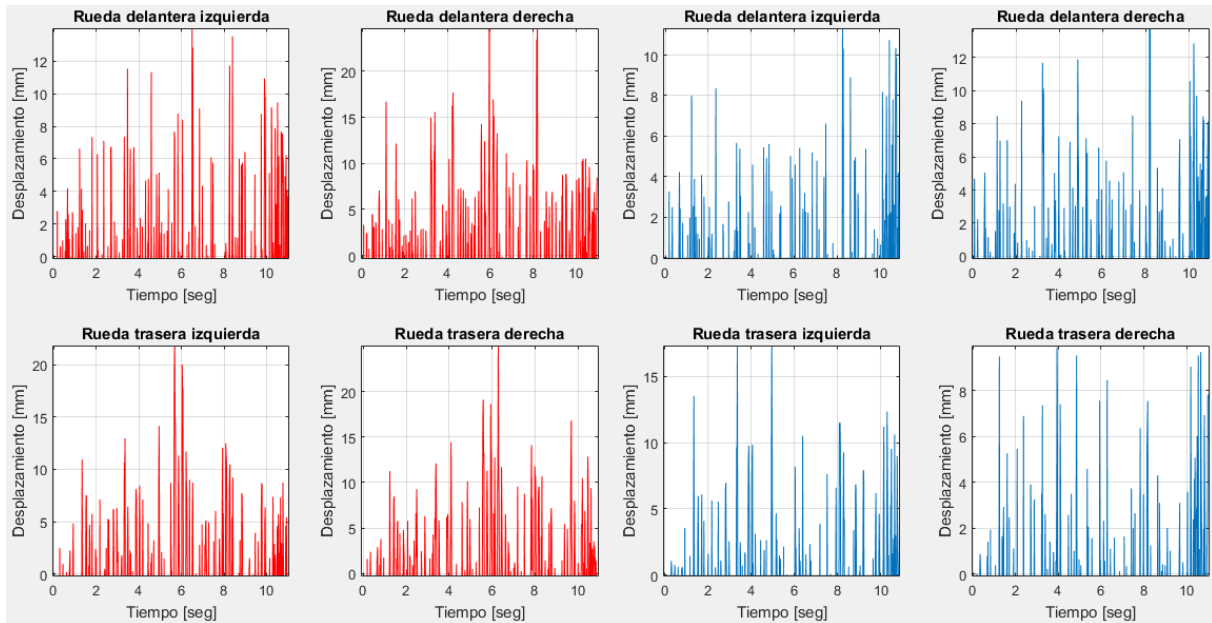


Figura 5.41. Despege del neumático en función del tiempo.

En este caso, puede verse mejor la diferencia entre ambas geometrías, siendo la geometría final (Figura 5.41 derecha) la que mejores valores presenta, ya que es la que menos despege tiene y en la que los valores máximos de despege son menores, y por tanto, en la que el neumático está en contacto con el suelo el mayor tiempo.

Cabe recordar que el perfil de carretera introducido no se corresponde con el de una carretera en buen estado, y por supuesto tampoco con el asfalto que presenta un circuito. Así mismo, hay que tener en cuenta otro factor, y es que al vehículo se le aplica esa señal directamente en el actuador. En un caso real, muchos de estos baches serían filtrados por el propio diámetro que tiene la rueda, haciendo que la excitación a la que está sometida el vehículo sea menor.

Continuando con el análisis, en la cadena cinemática que va desde el neumático hasta el chasis, pasando por la Push Bar, bieleta y conjunto muelle-amortiguador, los resultados obtenidos son un reflejo de los obtenidos en el anterior Apartado. Para exponerlo, la Figura 5.42 muestra la deformación que sufre el conjunto muelle-amortiguador en función del tiempo.

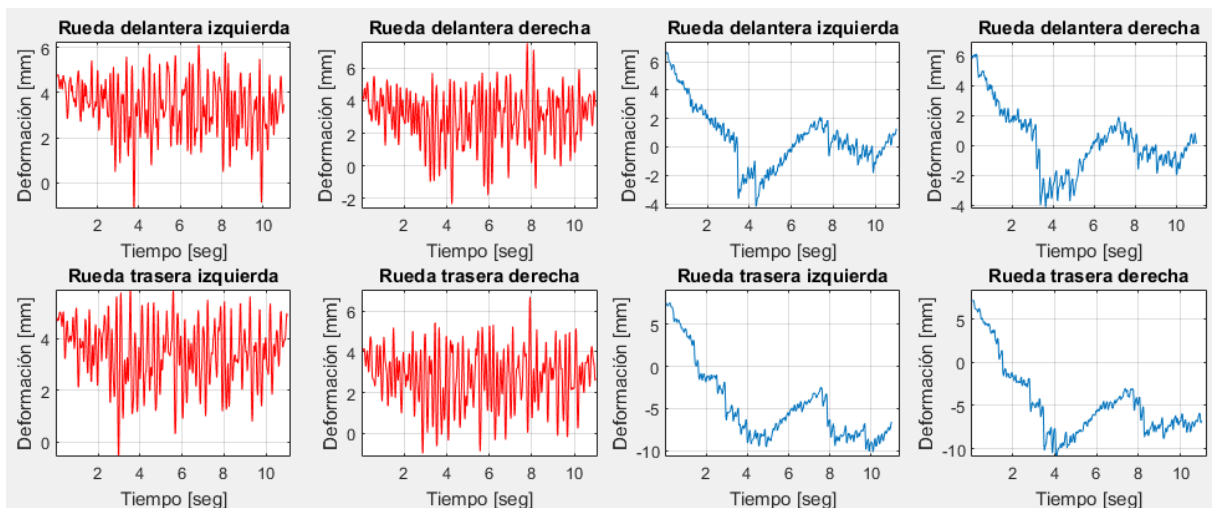


Figura 5.42. Deformación del conjunto muelle-amortiguador en función del tiempo.

Tal y como ocurría en el anterior Apartado, la geometría final (Figura 5.42 derecha), presenta unas oscilaciones más suaves y mayores variaciones absolutas que la geometría inicial lo cual radica en un mejor comportamiento del sistema de suspensión y del conjunto muelle-amortiguador.





## 6 CONCLUSIONES

### 6.1 Conclusiones

En el desarrollo del presente Trabajo Fin de Máster se ha podido ver cómo desarrollar un sistema de suspensión no es algo trivial, sino que requiere mucho trabajo y un gran conocimiento de fondo.

Gracias al proceso iterativo seguido entre el departamento de CAD de Pisuegra Sport y los modelos realizados en MATLAB-Simulink, en el Capítulo 5 del presente documento ha quedado patente la gran evolución en el desarrollo del sistema de suspensión, consiguiéndose un buen punto de partida sobre el cual continuar afinando el sistema.

### 6.2 Principales aportaciones del autor del TFM

En este caso, se aporta a la asociación de estudiantes de Pisuegra Sport unas herramientas que pueden hacer que esta asociación se desmarque de otras participantes en la competición de Formula Student. Seguidamente se destacan las aportaciones más significativas realizadas por el autor del presente Trabajo Fin de Máster:

- Dado que la asociación de estudiantes Pisuegra Sport es relativamente nueva y no tiene el bagaje de otras asociaciones con más experiencia, este Trabajo Fin de Máster permite la adquisición de un know how en el desarrollo de suspensiones que antes no se tenía.
- Herramientas de simulación para poder analizar la influencia de las distintas modificaciones que se deseen realizar al sistema de suspensión
- Posibilidad de emplear horas de trabajo en simulación en lugar de realizar pruebas con el vehículo, con la disminución de costes y el ahorro en tiempos de desarrollo que ello conlleva.

### 6.3 Sugerencias para trabajos futuros

Partiendo de los resultados y del trabajo existente hasta la fecha de redacción del presente documento, se propone una línea continuista en el desarrollo y mejor comprensión del sistema de suspensión del vehículo, proponiéndose las siguientes actividades a desarrollar:

- Creación de un modelo de neumático e implementación a los modelos creados.
- Análisis de la dinámica longitudinal y lateral del vehículo para la puesta a punto sistema de frenos, motor-transmisión y determinación del carácter subvirador o sobrevirador del vehículo.
- Programar en el entorno de MATLAB\_Simulink a un “piloto” (sistema de control), capaz de realizar las anteriores maniobras y que sea capaz de decidir en función del feedback del vehículo las acciones correctoras a realizar sobre dirección, acelerador y freno para realizar las pruebas a las que se somete al vehículo en competición en el menor tiempo posible.
- Validación de los diferentes modelos creados en MATLAB-Simulink mediante el trabajo en paralelo con otro software de simulación comercial, tipo SuspensionSim y CarSim o Adams.
- Validación de los resultados aportados por los modelos con los datos extraídos de los diferentes sensores del vehículo y correlación entre el modelo con los datos reales.



## 7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

En el presente Capítulo se citarán las diferentes referencias bibliográficas consultadas, aunque no hayan sido explícitamente citadas en el transcurso del texto.

### 7.1 *Bibliografía básica*

- [1] Alonso, F.J, *Fundamentos de ingeniería de vehículos*, 2013.
- [2] Bruno, M, *Curso básico de MATLAB*, Universidad Nacional del Sur.
- [3] Campbell, C, *Automobile Suspensions*, Chapman and Hall, 1981.
- [4] Dixon, J.C, *Suspension geometry and computation*, John Wiley & sons, 2009.
- [5] Font, J, Dols, J.F, *Tratado sobre automóviles. Tomo 4. La dinámica del automóvil*, Editorial Universidad politécnica de Valencia, 1997.
- [6] García, J, *Aprenda MATLAB como si estuviera en primero*, Universidad Politécnica de Madrid, 2004.
- [7] García del Valle, M, *Análisis y diseño de sistemas lineales de control*, Universidad de Extremadura, 2010.
- [8] Genta, G, Morello, L, *The automotive chassis. Volume 1: components design*, Springer Science, 2009.
- [9] Gillespie, T.D, *Fundamentals of vehicles dynamics*, Society of Automotive Engineers, 1992.
- [10] Heißing, B, Ersoy, M, *Chassis Handbook*, Springer Science, 2011.
- [11] Jazar, R, *Vehicle dynamics. Theory and application*, Springer Science, 2014.
- [12] Marchini, G, *Curso de conducción deportiva del automóvil*, Editorial De Vecchi, 1991.
- [13] Matschinsky, W, *Road vehicles suspensions*, Professional Engineering Publishing, 2000.
- [14] Milliken, W.F, Milliken, D.L, *Race car vehicles dynamics*, Society of Automotive Engineers, 1995.
- [15] *Formula SAE Rules*, Society of Automotive Engineers, 2016.
- [16] Pintado, P, *Un curso de automoción*, 1994.

### 7.2 *Bibliografía complementaria*

- [1] Agustí, J, Bejarano, N, *Diseño del sistema de suspensión de un monoplace de Formula Student*, Trabajo fin de grado, Universidad politécnica de Cataluña, 2015.
- [2] Alonso, M, *Estudio del comportamiento térmico y dinámico de los amortiguadores para vehículos automóviles tipo turismo*, Tesis doctoral, Universidad politécnica de Tarrasa, 2006.
- [3] Caraguay, C, Caraguay, S, *Diseño y construcción del sistema de suspensión de un vehículo monoplace para la competencia Formula student*, Trabajo fin de grado, Universidad politécnica salesiana (sede Cuenca), 2015.
- [4] García, R, *Herramienta de simulación de la dinámica de vehículos automóviles mediante interfaz Racer – MATLAB*. Proyecto final de carrera, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Extremadura, 2014.
- [5] García, R, *Suspensión de vehículos industriales*. Trabajo de clase, 2012.
- [6] Lamers, W, *Development and analysis of a multi-link suspension for racing applications*, Trabajo fin de Máster, Universidad Técnica de Eindhoven, 2008.
- [7] López, J. A, *Ingeniería de vehículos*, apuntes de clase Máster de Automoción, Universidad de Valladolid, 2014.

- [8] Mula, I, *Estudio del comportamiento dinámico de un vehículo utilizando la herramienta SimMechanics de MATLAB*. Proyecto final de carrera, Escuela politécnica superior, Universidad Carlos III de Madrid, 2009.
- [9] Rinland, S, *Suspensiones*. Máster Campos Racing, 2014.
- [10] Romo, J, *Dinámica de vehículos*, apuntes de clase Máster de Automoción, Universidad de Valladolid, 2015.
- [11] Ruiz, C. I, *Caracterización dinámica del comportamiento de un amortiguador en un banco de ensayos*, Proyecto final de carrera, Escuela politécnica superior, Universidad Carlos III de Madrid, 2009.
- [12] Terrones, M, *Herramienta de simulación de la dinámica de vehículos automóviles*, Proyecto final de carrera, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Extremadura, 2010.
- [13] Theander, A, *Design of a Suspension for a Formula Student Race Car*, Proyecto final de carrera, Royal institute of technology, 2004.
- [14] Uberti, S, Gadola, M, Chindamo, D, Romano, M, Galli, F, *Design of a double wishbone front suspension for an orchard-vineyard tractor: Kinematic analysis*, Journal of Terramechanics, 2013.

### 7.3 Fuentes de internet

- [1] Constant, C, *Suspension Design: definitions and effects on vehicle behavior*, <<http://www.car-engineer.com/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.
- [2] Formula Student, <<http://www.formulastudent.es/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.
- [3] Gaz Shocks, <<http://www.gazshocks.com/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.
- [4] Longhurst, C, *The suspension Bible*, <<http://www.carbibles.com/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.
- [5] Murraymotorsport, <<http://www.murraymotorsport.com/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.
- [6] Pisuerga Sport, <<http://www.pisuergasport.es/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.
- [7] Ttd Motorsport, <<http://www.ttdmotorsport.com/>>, consultada el día 11 de julio de 2016.

## 8 ANEXO A. Screw axis

Como se adelantó en el Apartado 3.4.4, se ha empleado esta herramienta para el cálculo de los polos de la suspensión (Instant center y Anti centre). La razón de esto reside en que el sistema de suspensión diseñado no corresponde con el de una suspensión plana o esférica, y esto se traduce en que la mangueta rotará alrededor de un eje instantáneo virtual en el espacio.

Para el análisis del movimiento de una suspensión plana (Figura 8.1 a) o esférica (Figura 8.1 b), sería suficiente determinar el eje instantáneo y la velocidad angular de la mangueta. No obstante, para mecanismos espaciales (Figura 8.1 c), como el de una suspensión multi-link y de determinadas suspensiones de doble triángulo, sería necesario añadir el desplazamiento instantáneo que sufre el mecanismo en los movimientos de compresión y extensión de la suspensión. [Matschinsky, W, 2000].

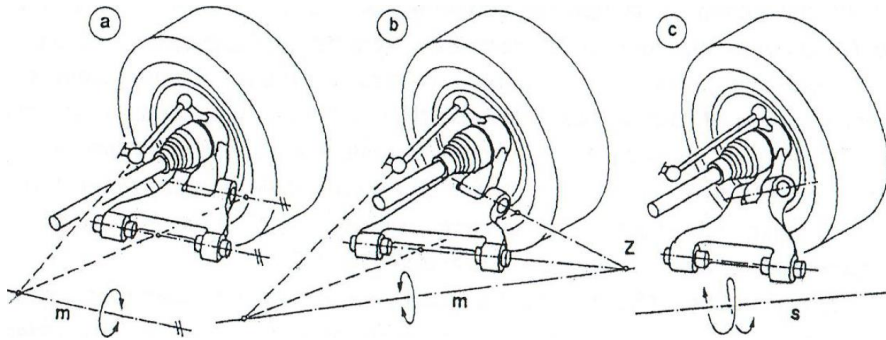


Figura 8.1. Suspensión plana, esférica y espacial.

Con mecanismos espaciales, el trabajo involucra el eje instantáneo y esto es complicado y poco ilustrativo. Es más simple determinar el vector instantáneo de la velocidad angular de la mangueta ( $\vec{\omega}_K$ ) y el vector velocidad de un punto de referencia en la misma (M).

En este caso, el punto de referencia será el centro de la mangueta, en el eje de la rueda, y por tanto la velocidad de este punto se denominará  $\vec{V}_M$ , tal y como se ilustra en la Figura 8.2:

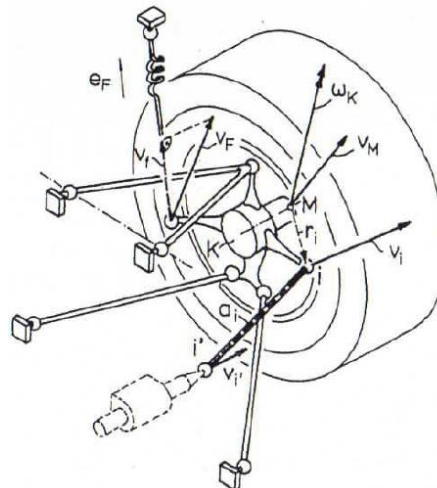


Figura 8.2. Estado de movimiento de una suspensión independiente.

A partir de los vectores  $\vec{\omega}_K$  y  $\vec{V}_M$  antes definidos, el movimiento de una suspensión independiente puede ser definido. Con los anteriores vectores, es posible conocer la velocidad de cualquier punto  $i$  de la mangueta, a partir del vector dirección que une la referencia M con  $i$ . Es decir:

$$\vec{V}_i = \vec{V}_M + \vec{\omega}_K \wedge \vec{r}_i \quad [8.1]$$

Usando la Figura 8.2, si entre los puntos  $i$  e  $i'$  existe un elemento que puede considerarse rígido (en este caso la bieleta de dirección), la distancia  $ii'$  puede considerarse constante. Por tanto, el punto  $i'$  tendrá una determinada velocidad, por ejemplo debida al mecanismo de dirección del vehículo. Esto implica que la velocidad de ambas rótulas deben ser iguales en la dirección del vector de la bieleta de dirección ( $\vec{a}_i$ ).

$$\vec{V}_i \cdot \vec{a}_i = \vec{V}_{i'} \cdot \vec{a}_i \quad [8.2]$$

De las anteriores expresiones es posible decir:

$$(\vec{V}_M + \vec{\omega}_K \wedge \vec{r}_i) \cdot \vec{a}_i = \vec{V}_{i'} \cdot \vec{a}_i \quad [8.3]$$

La Figura 8.2 muestra una suspensión con 5 brazos, dos de los cuales están unidos en un mismo punto en la mangueta formando un triángulo. Considerando los brazos de suspensión como elementos rígidos, sería posible obtener ecuaciones como la anterior para cada uno de los brazos.

El sexto "brazo" de la suspensión es el formado por el muelle. Ante un movimiento de la suspensión, el muelle se comprimirá o extenderá con una velocidad  $\vec{V}_f$ . Esta velocidad es una componente de la velocidad  $\vec{V}_F$  en el punto de pivote, punto que pertenece a la mangueta. Definiendo  $\vec{r}_F$  como el vector de posición entre el punto M de referencia de la mangueta y el punto de pivote, y en función de lo definido anteriormente, es posible decir:

$$(\vec{V}_M + \vec{\omega}_K \wedge \vec{r}_F) \cdot \vec{e}_F = \vec{V}_f \quad [8.4]$$

Siendo  $\vec{e}_F$  el vector unitario en la dirección de  $\vec{V}_f$ .

Se tendrían por tanto 6 ecuaciones, 5 pertenecientes a cada uno de los brazos de la suspensión y una perteneciente al muelle para el cálculo de los vectores  $\omega_K$  y  $V_M$  de la mangueta.

Para el análisis cinemático es conveniente separar el movimiento de bote-rebote con el de giro de la dirección. Se tendrán por tanto dos fases:

- Primera fase:  $\vec{V}_f \neq 0$  mientras que  $\vec{V}_{i'} = 0$ .
- Segunda fase:  $\vec{V}_f = 0$  mientras que  $\vec{V}_{i'} \neq 0$ .

Esta separación es muy recomendable para la fácil determinación de las características de la suspensión y dirección. Si se considera una deformación elástica de los elementos de la suspensión, se apreciará una deformación en todas las rótulas de la misma.

El análisis del movimiento también podría llevarse a cabo fijando una de las coordenadas de los vectores  $\vec{\omega}_K$  y  $\vec{V}_M$ , por ejemplo la velocidad en el eje z de la mangueta, teniéndose por tanto 5 ecuaciones para 5 variables. Si la suspensión contiene un brazo triangular, y si se toma como referencia la junta del vértice, el sistema de ecuaciones se dividirá en dos, con 2 ecuaciones y tres incógnitas, el primero de los cuales puede ser inmediatamente resuelto.

La Figura 8.3 muestra una suspensión de tipo esférica. En este tipo de suspensiones, el eje instantáneo  $m$  puede servir como referencia para el cálculo de las fuerzas a las que se ve sometida la mangueta. El punto de intersección  $P_1$  entre el eje y el plano medio de la rueda  $\Pi_1$  es estacionario en cada momento y forma el "polo" de velocidades de todos los puntos que apoyan en ese plano.

La proyección  $\vec{V}_{M1}$  de la velocidad del vector  $\vec{V}_M$  del centro de la rueda en el plano  $\Pi_1$  es entonces rectangular al radio polar  $\vec{MP}_1$ . Todas las fuerzas en el plano  $\Pi_1$  son equilibradas si la suma de los momentos alrededor del polo  $P_1$  es cero. Una fuerza espacial con una línea de acción intersectando el eje instantáneo  $m$  no generaría momento en la mangueta, y lo mismo sería válido para una fuerza en el plano  $\Pi_1$  con una línea de acción a través de  $P_1$ .

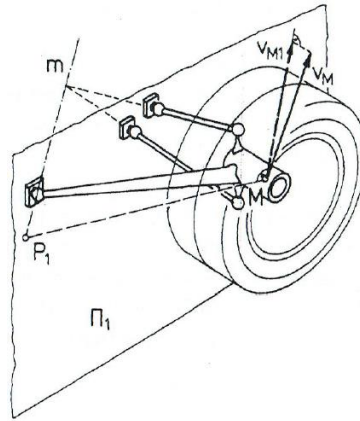


Figura 8.3. Centro instantáneo de rotación en una suspensión esférica.

En contraste con lo anteriormente citado, el screw axis de un mecanismo espacial no es conveniente para un eje de referencia de fuerzas y momentos, o para un lugar geométrico para los "polos". El screw presenta un desplazamiento axial combinado con una rotación, por lo que las fuerzas que actúan sobre el screw axis no son rectangulares y causarán momentos en el mecanismo. Además, los puntos de intersección del screw axis con un plano no perpendicular al eje no es estático ya que se mueve en el plano según la velocidad de desplazamiento del screw y por tanto no sirve como polo.

La Figura 8.4 muestra el screw axis  $s$ , que intersecta en el plano  $\Pi_{xy}$  en el punto  $D_s$ . El punto en un cuerpo espacial que coincide con  $D_s$ , tendrá una velocidad de desplazamiento  $t$  a lo largo del eje  $s$  y por tanto el screw axis no es perpendicular al plano  $\Pi_{xy}$ , teniendo una velocidad respecto de este (concretamente, la proyección de  $t$  en el plano). Por tanto,  $D_s$  no puede ser tomado como polo en el plano  $\Pi_{xy}$ .

Sin embargo, siempre hay un punto en un cuerpo espacial que es estacionario en un momento particular. Por ejemplo, el punto  $P_{xy}$  muestra componentes opuestas pero de mismo módulo que la velocidad circunferencial  $u$  del screw y la velocidad de desplazamiento  $t$ . Como en el espacio  $t$  es paralelo al screw axis  $s$ , entonces las proyecciones de ambos en el plano  $\Pi_{xy}$  también lo serán.

El radio de conexión entre los puntos  $D_s$  y el deseado punto  $P_{xy}$  debe ser rectangular a la proyección del screw axis  $s$ . En la Figura 8.4, el punto  $P_{xy}$  es mostrado en verdadera magnitud para un tornillo con un eje  $s$  y con una trayectoria extendida a lo largo de la hélice  $H$  para facilitar la visualización. Es preciso decir que normalmente un instantaneous screw axis no posee un paso constante.

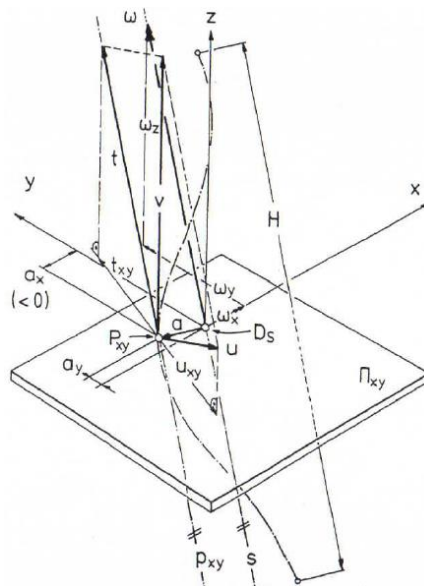


Figura 8.4. Screw axis instantáneo y polo instantáneo en un determinado plano.

La componente  $u_{xy}$  de la velocidad circunferencial  $u$  cancela a  $t_{xy}$ , velocidad de desplazamiento de  $t$ . La velocidad vertical  $v$  es conservada ya que no aporta nada en los eventos sucedidos en el plano  $\Pi_{xy}$ .

El punto  $P_{xy}$  es un punto singular dentro del plano  $\Pi_{xy}$ , presentando una trayectoria rectangular en el plano, por tanto puede servir como polo instantáneo en el plano  $\Pi_{xy}$ . Una fuerza aplicada en este plano, con una línea de acción a lo largo del punto  $P_{xy}$  no provocará ningún par de fuerzas en el cuerpo espacial. Esto se evidencia también en una vista tridimensional; el vector velocidad  $v$  del punto  $P_{xy}$  es rectangular en el plano  $\Pi_{xy}$ . Una fuerza en un plano cualquiera no generará potencia con un vector velocidad rectangular en el plano.

Todos los planos paralelos a  $\Pi_{xy}$  tendrán unos polos que pueden ser determinados. El lugar geométrico de todos esos puntos es la línea  $p_{xy}$ , paralela al screw axis  $s$ .

Las coordenadas de  $P_{xy}$  con referencia al punto de intersección  $D_s$  del screw axis se determinan fácilmente a partir de un vector  $\vec{a}$  que una ambos puntos en el plano  $\Pi_{xy}$ . La velocidad del punto  $P_{xy}$  podrá determinarse de la siguiente manera:

$$\vec{V}_p = \vec{t} + \vec{\omega} \wedge \vec{a} \quad [8.5]$$

Partiendo de la hipótesis de que  $a_z = 0$  y que las velocidades  $v_{px} = v_{py} = 0$ , entonces:

$$a_x = -\frac{t_y}{\omega_z} \quad [8.6]$$

$$a_y = \frac{t_x}{\omega_z} \quad [8.7]$$

Las ecuaciones para las coordenadas del polo en los planos  $yz$  y  $zx$  derivan de las ecuaciones anteriores a través de una permutación circular.

### 8.1 Determinación de los polos en la suspensión diseñada

El proceso mencionado ha sido el seguido para la determinación de los polos de la suspensión en el archivo de postprocesado. En el caso general, el screw axis cortará a dos planos, que según el sistema de referencia del vehículo (mostrado en la Figura 3.2) serán el  $XZ$  y el  $YZ$ . Este hecho hará que se obtengan dos polos, uno en cada plano.

El origen del sistema de referencia será el propio punto  $M$  de la mangueta. Según lo explicado anteriormente, este punto tendrá una velocidad  $\vec{V}_M$  y una velocidad angular  $\vec{\omega}_K$ , siendo esta última la cual proporcionará la dirección del screw axis, tal y como puede verse en la Figura 8.5 [Fuente: elaboración propia].

A partir de estos dos vectores, es posible definir el vector  $\vec{R}_{ia}$ , que da la posición del eje de giro instantáneo desde el centro de la rueda [Lamers, W, 2008].

$$\vec{R}_{ia} = \vec{r}_M + \frac{\vec{\omega}_K \wedge \vec{V}_M}{|\vec{\omega}_K|^2} \quad [8.8]$$

En este caso se considera que  $\vec{r}_M$  es cero puesto que el sistema de referencia está centrado en el punto  $M$  y por tanto la distancia  $\overline{MM} = 0$ .

Seguidamente se procede al cálculo del punto de intersección del eje del screw con los planos  $XZ$  y el  $YZ$ .

Para ello se realiza el cálculo de un vector unitario  $\vec{u}$ , el cual indicará el número de veces que es necesario multiplicar la coordenada  $y$  (para la intersección con el plano  $XZ$ ) del vector  $\vec{\omega}_K$  para llegar hasta la coordenada  $y$  del vector  $\vec{R}_{ia}$ . A través de este vector unitario es posible obtener los puntos de intersección del screw axis en cada uno de los planos ( $D_{YZ}$  y  $D_{XZ}$ ).



Finalmente se define un vector velocidad que apunta al eje de los polos, y que está definido por:

$$\vec{V}_{IA} = \vec{V}_M + \vec{\omega}_K \wedge (\vec{R}_{ia} - \vec{r}_M) \quad [8.9]$$

Con esto se determinan los puntos que constituyen los polos en cada uno de los planos.

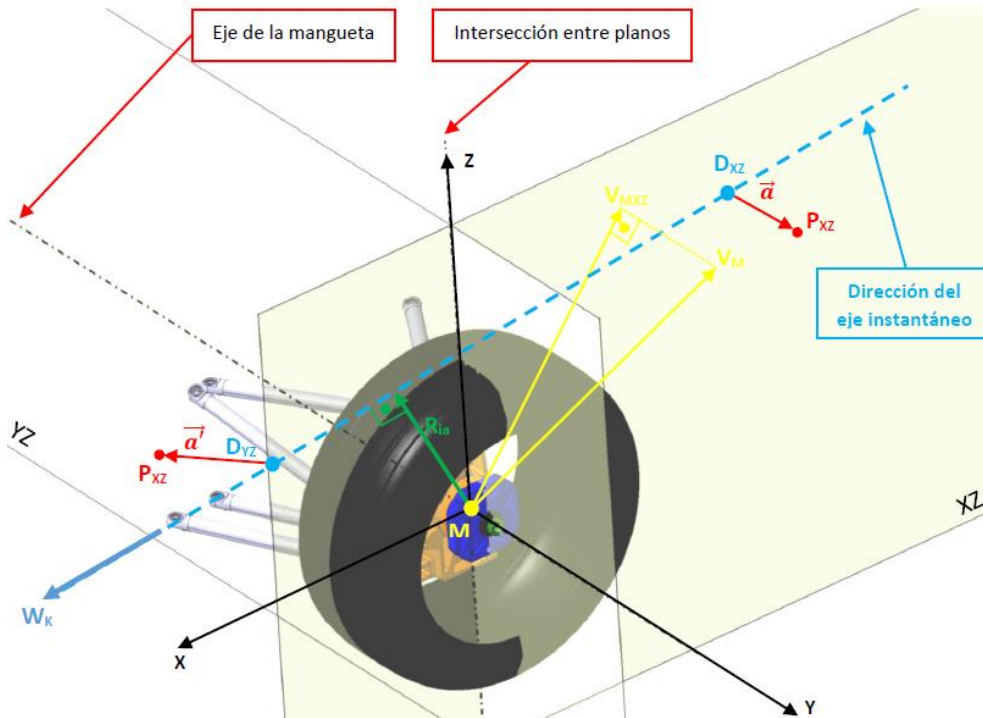


Figura 8.5. Screw axis en el modelo de Formula Student.

A través del cálculo anterior es posible obtener los denominados anticentros delantero y trasero, tanto en la vista lateral como frontal, es decir, el Instant Center y el Anti-Centre. A partir de estos puntos es posible determinar las características cinemáticas de la suspensión, definidas a lo largo el Apartado 2.5.12.

Así mismo, las características de la dirección y de la variación de los ángulos de convergencia, caída y avance, cuyas expresiones se muestran en el Apartado 3.4.4 y el Apartado 3.5.2, se determinan a partir de estos centros.



## 9 ANEXO B. Extracto normas FSAE 2016

En el presente Anexo se citarán textualmente las principales normas que son aplicables al ámbito de la dirección y de las suspensiones [FSAE rules, 2016].

### 9.1 Part T. General technical requirements & restrictions

#### 9.1.1 Article 2. General design requirements

##### T2.3 Wheelbase

The car must have a wheelbase of at least 1525 mm (60 inches). The wheelbase is measured from the center of ground contact of the front and rear tires with the wheels pointed straight ahead.

##### T2.4 Vehicle track

The smaller track of the vehicle (front or rear) must be no less than 75% of the larger track.

##### T2.5. Visible access

All items on the inspection form must be clearly visible to the technical inspectors without using instruments such as endoscopes or mirrors. Visible access can be provided by removing body panels or by providing removable access panels.

#### 9.1.2 Article 4. Cockpit

##### T4.2 Cockpit internal cross section

T4.2.1 A free vertical cross section, which allows the template shown in Figure 9 to be passed horizontally through the cockpit to a point 100mm (4 inches) rearwards of the face of the rearmost pedal when in the inoperative position, must be maintained over its entire length. If the pedals are adjustable, they will be put in their most forward position.

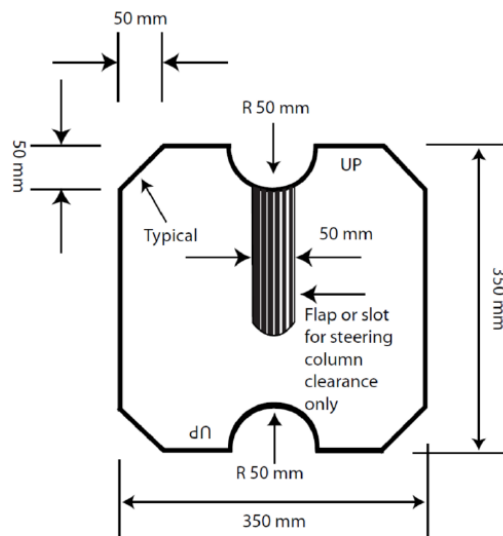


FIGURE 9

T4.2.2 The template, with maximum thickness of 7 mm (0.2475 inch), will be held vertically and inserted into the cockpit opening rearward of the Front Roll Hoop, as close to the Front Roll Hoop as the car's design will allow.

T4.2.3 The only items that may be removed for this test are the steering wheel, and any padding required by Rule T5.8 “Driver Leg Protection” that can be easily removed without the use of tools with the driver in the seat. The seat may NOT be removed.

T4.2.4 Teams whose cars do not comply with T4.1.1 or T4.2.1 will not be given a Technical Inspection Sticker and will NOT be allowed to compete in the dynamics events.

Note: Cables, wires, hoses, tubes, etc. must not impede the passage of the templates required by T4.1.1 and T4.2.

### **9.1.3 Article 5 Drivers equipment (belts and cockpit padding)**

#### **T5.8 Driver’s leg protection**

T5.8.1 To keep the driver’s legs away from moving or sharp components, all moving suspension and steering components, and other sharp edges inside the cockpit between the Front Roll Hoop and a vertical plane 100 mm (4 inches) rearward of the pedals, must be shielded with a shield made of a solid material. Moving components include, but not limited to springs, shock absorbers, rocker arms, anti-roll/sway bars, steering racks and steering column CV joints.

T5.8.2 Covers over suspension and steering components must be removable to allow inspection of the mounting points.

### **9.1.4 Article 6 General chassis rules**

#### **T6.1 Suspension**

T6.1.1 The car must be equipped with a fully operational suspension system with shock absorbers, front and rear, with usable wheel travel of at least 50.8 mm (2 inches), 25,4 mm (1 inch) jounce and 25,4 mm (1 inch) rebound, with driver seated. The judges reserve the right to disqualify cars which do not represent a serious attempt at an operational suspension system or which demonstrate handling inappropriate for an autocross circuit.

T6.1.2 All suspension mounting points must be visible at Technical Inspection, either by direct view or by removing any covers.

#### **T6.2 Ground clearance**

Ground clearance must be sufficient to prevent any portion of the car, other than tires, from touching the ground during track events. Intentional or excessive ground contact of any portion of the car other than the tires will forfeit a run or an entire dynamic event.

Comment: The intention of this rule is that sliding skirts or other devices that by design, fabrication or as consequence of moving, contact the track surface are prohibited and any unintended contact with the ground with either causes damage, or in the opinion of the ‘dynamic event organizers’ could result in damage to the track, will result in forfeit of a run or an entire dynamic event.

#### **T6.3 Wheels**

T6.3.1 The wheels of the car must be 203.2 mm (8 inches) or more in diameter.

T6.3.2 Any wheel mounting system that uses a single retaining nut must incorporate a device to retain the nut and the wheel in the event that the nut loosens. A second nut (“jam nut”) does not meet these requirements.

T6.3.3 Stander wheel lug bolts are considered engineering fasteners and any modification will be subject to extra scrutiny during technical inspection. Teams using modified lug bolts or custom designs will be required to provide proof that good engineering practices have been followed in their programs.

T6.3.4 Aluminium wheels nut may be used, but they must be hard anodized and in pristine condition.

## T6.4 Tires

T6.4.1 Vehicles may have two types of tires as follows:

- a) Dry tires: the tires on the vehicle when it is presented for technical inspection are defined as its “dry tires”. The dry tires may be any size or type. They may be slicks or treaded.
- b) Rain tires: rain tires may be any size or type of treaded or grooved tire provided.
  - a. The tread pattern or grooves were molded in by the tire manufacturer, or were cut by the tire manufacturer or his appointed agent. Any grooves that have been cut must have documentary proof it was done in accordance with these rules
  - b. There is a minimum tread depth of 2.4 mm (3/32 inch).

Note: hand cutting, grooving or modification of the tires by the teams is specifically prohibited.

T6.4.2 Within each set, the tire compound or size, or wheel type or size may not be changed after static judging has begun. Tire warmers are not allowed. No traction enhancers may be applied to the tires after the static has begun, or at any time on-site at the competition.

Note: Due to the hazardous nature (significant health effects) of some traction modifier ingredients teams are advised to closely follow manufacturers recommended procedures for safely handling and use of traction modifiers, if used before competition.

## T6.5 Steering

T6.5.1 The steering wheel must be mechanically connected to the front wheel, i.e. “Steer by wire” or electrically actuated steering of the front wheels, is prohibited.

T6.5.2 The steering system must have positive steering stops that prevent the steering linkages from locking up (the inversion of a four-bar linkage at one of the pivots). The stops may be placed on the uprights or on the rack and must prevent the tires from contacting suspension, body, or frame members during the track events.

T6.5.3 Allowable steering system free play is limited to seven degrees (7°) total measured at the steering wheel.

T6.5.4 The steering wheel must be attached to the column with a quick disconnect. The driver must be able to operate the quick disconnect while in the normal driving position with gloves on.

T6.5.5 Rear wheel steering, which can be electrically actuated, is permitted but only if mechanical stops limit the range of angular movement of the rear wheels to a maximum of six degrees (6°). This must be demonstrated with a driver in the car and the team must provide the facility for the steering angle range to be verified at Technical Inspection.

T6.5.6 The steering wheel must have a continuous perimeter that is near circular or near oval, i.e. the outer perimeter profile can have some straight sections, but no concave sections. “H”, “Figure 8”, or cutout wheels are not allowed.

T6.5.7 In any regular position, the top of the steering wheel must be no higher than the top-most surface of the Front Hoop.

T6.5.8 Steering systems using cables for actuation are not prohibited by T6.5.1 but additional documentation must be submitted. The team must submit a failure modes and effects analysis report with design details of the proposed system as part of the structural equivalency spreadsheet (SES) or structural requirements certification form (SRCF). The report must outline the analysis that was done to show the steering system will function properly, potential failure modes and the effects of each failure mode and finally failure mitigation strategies used by the team. The organizing committee will review the submission and advise the team if the design is approved. If not approved, a non-cable based steering system must be instead.

T6.5.9 The steering rack must be mechanically attached to the frame; if fasteners are used they must be compliant with Rule T11.2.

T6.5.10 Joints between all components attaching the steering wheel to the steering rack must be mechanical and be visible at Tech Inspection. Bounded joints without a mechanical backup are not permitted.

## **T6.7 Rollover Stability**

T6.7.1 The track and center of gravity of the car must combine to provide adequate rollover stability.

T6.7.2 Rollover stability will be evaluated on a tilt table using a pass/fail test. The vehicle must not roll when tilted at an angle of sixty degrees ( $60^\circ$ ) to the horizontal in either direction, corresponding to 1,7 G's. The tilt test will be conducted with the tallest driver in the normal driving position.

