



---

**Universidad de Valladolid**  
**Campus de Palencia**

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE INGENIERÍAS AGRARIAS**

**Máster en Ingeniería de Montes**

Caracterización físico-mecánica de la madera  
de *Fagus sylvatica* L. y *Quercus robur* L.

Alumno: Mario Bedoya Aranda

Tutor: Luis Acuña Rello

Junio de 2016

## ÍNDICE

1. Resumen.....	3
2. Antecedentes .....	7
2.1. Introducción.....	7
2.2. Singularidades de la madera .....	8
2.3. Propiedades de la madera.....	10
2.3.1. Propiedades físicas .....	10
2.3.2. Propiedades mecánicas .....	13
2.3.3. Factores que influyen en las propiedades mecánicas.....	17
2.4. Descripción de las especies .....	18
2.4.1. Introducción.....	18
2.4.2. <i>Fagus sylvatica</i> L.....	20
2.4.3. <i>Quercus robur</i> L .....	22
3. Objetivos .....	27
4. Material y métodos .....	30
4.1. Material empleado .....	30
4.2. Metodología .....	31
4.2.1. Frecuencia de vibración elástica en piezas empotradas.....	31
4.2.2. Onda ultrasónica .....	33
4.2.3. Maquina universal de ensayos de elasticidad global a flexión .....	34
4.3. Tratamiento estadístico de los datos .....	36
4.3.1. Análisis descriptivo .....	36
4.3.2. Análisis comparativo.....	37
4.3.3. Análisis predictivo.....	38
5. Resultados y discusión.....	41
5.1. Análisis descriptivo .....	41
5.2. Análisis comparativo.....	43
5.3. Análisis predictivo.....	52
6. Conclusiones.....	61

7. Bibliografía .....	65
8. Anejos .....	68
8.1. Datos de los ensayos .....	69
8.1.1. Dimensiones de las piezas de madera de <i>F. sylvatica</i> .....	69
8.1.2. Dimensiones de las piezas de madera de <i>Q. robur</i> .....	69
8.1.3. Datos calculados a través del método de ultrasonidos .....	70
8.1.4. Datos calculados mediante vibraciones longitudinales .....	71
8.1.5. Datos de MOE dinámico transversal de las vigas en voladizo .....	72
8.1.6. Datos de MOEG obtenidos en la máquina universal “Ibertest” .....	73
8.2. Anejos a la estadística.....	74
8.2.1. Estadística descriptiva .....	74
8.2.1.1. Estadística descriptiva para <i>F. sylvatica</i> .....	74
8.2.1.2. Estadística descriptiva para <i>Q. robur</i> .....	74
8.2.1.3. Cálculo de MOE dinámico transversal por vibraciones transversales de <i>F. sylvatica</i> .....	83
8.2.1.4. Cálculo de MOE dinámico transversal por vibraciones transversales de <i>Q. robur</i> .....	108

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Clasificación de la madera según su densidad (Kg/m <sup>3</sup> ).....	13
Tabla 2.2. Variación de las propiedades mecánicas de la madera libre de defectos por cada 1% de grado de humedad.....	17
Tabla 5.1. Resumen Estadístico para <i>Fagus sylvatica</i> .....	41
Tabla 5.2. Resumen Estadístico para <i>Quercus robur</i> .....	41
Tabla 5.3. Intervalos de Confianza para MOEG A-MOEG B.....	43
Tabla 5.4. Intervalos de Confianza para MOEd AH-MOEd BH.....	44
Tabla 5.5. Intervalos de Confianza para MOEd AV-MOEd BV.....	44
Tabla 5.6. Intervalos de Confianza para MOEdH-MOEdV.....	45
Tabla 5.7. Prueba de Múltiple Rangos de LSD al 95%.....	46
Tabla 5.8. Intervalos de Confianza para MOEG A-MOEG B.....	47
Tabla 5.9. Intervalos de Confianza para MOEd AH-MOEd BH.....	47
Tabla 5.10. Intervalos de Confianza para Moed AV-Moed BV.....	48
Tabla 5.11. Intervalos de Confianza para MOEdH-MOEdV.....	49
Tabla 5.12. Prueba de Múltiple Rangos de LSD al 95%.....	50
Tabla 5.13. Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOEd transversal medio del haya.....	52
Tabla 5.14. Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOEd transversal medio del haya.....	52
Tabla 5.15. Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOE calculado por ultrasonidos del haya.....	53
Tabla 5.16. Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por ultrasonidos del haya.....	53
Tabla 5.17. Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG y el MOE calculado por vibraciones longitudinales del haya.....	54
Tabla 5.18. Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por vibraciones longitudinales del haya.....	54

Tabla 5.19. Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOEd transversal medio del roble .....	55
Tabla 5.20. Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOEd transversal medio del roble .....	56
Tabla 5.21. Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOE calculado por ultrasonidos del roble .....	56
Tabla 5.23. Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por ultrasonidos del roble .....	57
Tabla 5.24. Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG y el MOE calculado por vibraciones longitudinales del roble .....	58
Tabla 5.25. Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por vibraciones longitudinales del roble .....	58
Tabla 8.1. Dimensiones de las piezas de haya .....	69
Tabla 8.2. Dimensiones de las piezas de roble .....	69
Tabla 8.3. Datos obtenidos del método de ultrasonidos .....	70
Tabla 8.4. Datos obtenidos del método de vibraciones longitudinales .....	71
Tabla 8.5. Datos obtenidos del método de vibraciones transversales .....	72
Tabla 8.6. Datos obtenidos del ensayo de la máquina universal “Ibertest” .....	73
Tabla 8.7. Sesgo y curtosis para MOEG medio del haya .....	74
Tabla 8.8. Pruebas de normalidad para los MOEG medio del haya .....	74
Tabla 8.9. Sesgo y curtosis para el MOEd medio del haya .....	75
Tabla 8.10. Pruebas de normalidad para los MOEd medio del haya .....	75
Tabla 8.11. Sesgo y curtosis para el MOE ultra del haya .....	76
Tabla 8.12. Pruebas de normalidad para el MOE ultra del haya .....	76
Tabla 8.13. Sesgo y curtosis para el MOE vib. lon. medio del haya .....	77
Tabla 8.14. Pruebas de normalidad para el MOE vib. lon. del haya .....	77
Tabla 8.15. Sesgo y curtosis para la densidad del haya .....	78
Tabla 8.16. Pruebas de normalidad para la densidad del haya .....	78

Tabla 8.17. Sesgo y curtosis para MOEG medio del roble .....	79
Tabla 8.18. Pruebas de normalidad para los MOEG medio del roble.....	79
Tabla 8.19. Sesgo y curtosis para el MOEd medio del roble .....	80
Tabla 8.20. Pruebas de normalidad para los MOEd medio del roble.....	80
Tabla 8.21. Sesgo y curtosis para el MOE ultra del roble.....	81
Tabla 8.22. Pruebas de normalidad para el MOE ultra del roble .....	81
Tabla 8.23. Sesgo y curtosis para el MOE vib. lon. medio del roble.....	82
Tabla 8.24. Pruebas de normalidad para el MOE vib. lon. del roble.....	82
Tabla 8.25. Sesgo y curtosis para la densidad del roble .....	83
Tabla 8.26. Pruebas de normalidad para la densidad del roble.....	83
Tabla 8.27. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AH ....	84
Tabla 8.28. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición BH ....	84
Tabla 8.29. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AV ....	85
Tabla 8.30. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AH ....	85
Tabla 8.31. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BV ....	86
Tabla 8.32. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BH ....	86
Tabla 8.33. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición AV ....	87
Tabla 8.34. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BV ....	87
Tabla 8.35. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AH ....	88
Tabla 8.36. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BH ....	88
Tabla 8.37. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AV ....	89
Tabla 8.38. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BV ....	89
Tabla 8.39. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BH ....	90
Tabla 8.40. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AH ....	90
Tabla 8.41. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AV ....	91
Tabla 8.42. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BV ....	91

Tabla 8.43. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AH .... 92

Tabla 8.44. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BH .... 92

Tabla 8.45. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AV .... 93

Tabla 8.46. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BV .... 93

Tabla 8.47. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AH .... 94

Tabla 8.48. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AV .... 94

Tabla 8.49. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BH .... 95

Tabla 8.50. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BV .... 95

Tabla 8.51. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AH .... 96

Tabla 8.52. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BH .... 96

Tabla 8.53. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AV .... 97

Tabla 8.54. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BV .... 97

Tabla 8.55. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AH .... 98

Tabla 8.56. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BH .... 98

Tabla 8.57. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AV .... 99

Tabla 8.58. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BV .... 99

Tabla 8.59. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AH .. 100

Tabla 8.60. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BH .. 100

Tabla 8.61. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AV .. 101

Tabla 8.62. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BV .. 101

Tabla 8.63. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AH 102

Tabla 8.64. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BH 102

Tabla 8.65. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AV 103

Tabla 8.66. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BV 103

Tabla 8.67. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AH 104

Tabla 8.68. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BH 104

Tabla 8.69. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AV 105

Tabla 8.70. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BV 105

Tabla 8.71. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AH 106

Tabla 8.72. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BH 106

Tabla 8.73. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AV 107

Tabla 8.74. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BV 107

Tabla 8.75. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AH.. 108

Tabla 8.76. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición BH.. 108

Tabla 8.77. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AV .. 109

Tabla 8.78. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AH.. 109

Tabla 8.79. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BV .. 110

Tabla 8.80. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BH.. 110

Tabla 8.81. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición AV .. 111

Tabla 8.82. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BV .. 111

Tabla 8.83. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AH.. 112

Tabla 8.84. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BH.. 112

Tabla 8.85. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AV .. 113

Tabla 8.86. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BV .. 113

Tabla 8.87. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BH.. 114

Tabla 8.88. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AH.. 114

Tabla 8.89. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AV .. 115

Tabla 8.90. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BV .. 115

Tabla 8.91. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AH.. 116

Tabla 8.92. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BH.. 116

Tabla 8.93. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AV .. 117

Tabla 8.94. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BV .. 117



Tabla 8.95. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AH.. 118

Tabla 8.96. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BH.. 118

Tabla 8.97. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AV.. 119

Tabla 8.98. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BV.. 119

Tabla 8.99. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AH.. 120

Tabla 8.100. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BH 120

Tabla 8.101. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AV 121

Tabla 8.102. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BV 121

Tabla 8.103. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AH 122

Tabla 8.104. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BH 122

Tabla 8.105. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AV 123

Tabla 8.106. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BV 123

Tabla 8.107. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AH 124

Tabla 8.108. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BH 124

Tabla 8.109. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AV 125

Tabla 8.110. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BV 125

Tabla 8.111. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AH126

Tabla 8.112. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BH126

Tabla 8.113. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AV127

Tabla 8.114. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BV127

Tabla 8.115. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AH128

Tabla 8.116. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BH128

Tabla 8.117. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AV129

Tabla 8.118. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BV129

Tabla 8.119. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AH130

Tabla 8.120. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BH130

Tabla 8.121. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AV131

Tabla 8.122. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BV131

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Esquema de los ejes de la madera .....	11
Figura 2.2. Relación entre tensión y deformación en tracción y compresión paralela a la fibra.....	14
Figura 2.3. Imagen de un hayedo en Somiedo (Asturias) .....	20
Figura 2.4. Imagen de un hayedo en Ordunte (Vizcaya) .....	21
Figura 2.5. Imagen de flores masculinas del roble .....	22
Figura 4.1. Software FFT Analyser de Fakopp.....	32
Figura 4.2. Esquema del ensayo en piezas empotradas .....	32
Figura 4.3. Equipo de medición de ultrasonidos “Fakopp” .....	33
Figura 4.4. Esquema de realización de ensayo de ultrasonidos.....	33
Figura 4.5. Máquina universal de ensayos “Ibertest” .....	34
Figura 4.6. Esquema de colocación de las vigas en la máquina “Ibertest” .....	35
Figura 4.7. Extensómetro.....	35
Figura 4.8. Extensómetro colocado.....	35
Figura 5.1. Gráficos de cajas y bigotes de los módulos de elasticidad y densidad para cada especie y orientación .....	42
Figura 5.2. Gráfico de medias del MOEG A y MOEG B del haya .....	43
Figura 5.3. Gráfico de medias del MOEd AH y MOEd BH del haya .....	44
Figura 5.4. Gráfico de medias del MOEd AV y MOEd BV del haya.....	45
Figura 5.5. Gráfico de medias del MOEd H y MOEd V del haya .....	45
Figura 5.6. Gráfico de medias con intervalo de 95% de confianza de LSD .....	46
Figura 5.7. Gráfico de medias del MOEG A y MOEG B del roble.....	47

Figura 5.8. Gráfico de medias del MOEd AH y MOEd BH del roble .....	48
Figura 5.9. Gráfico de medias del MOEd AV y MOEd BV del roble.....	49
Figura 5.10. Gráfico de medias del MOEd H y MOEd V del roble .....	49
Figura 5.11. Gráfico de medias con intervalo del 95% de confianza de LSD .....	50
Figura 5.12. Gráficos de cajas y bigotes para la comparación de la densidad de haya y roble .....	51
Figura 5.13. Gráficos de cajas y bigotes para la comparación de MOEG de haya y roble .....	51
Figura 5.14. Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOEd transversal medio del haya .....	53
Figura 5.15. Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por ultrasonidos del haya .....	54
Figura 5.16. Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por vibraciones longitudinales del haya.....	55
Figura 5.17. Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOEd transversal medio del roble .....	56
Figura 5.18. Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por ultrasonidos del roble .....	57
Figura 5.19. Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por vibraciones longitudinales del roble.....	58
Figura 8.1. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEG medio del haya.....	74
Figura 8.2. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEd medio del haya.....	75
Figura 8.3. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE ultra del haya.....	76
Figura 8.4. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE vib. lon. del haya.....	77
Figura 8.5. Gráfico de probabilidad normal para los valores de densidad del haya.....	78
Figura 8.6. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEG medio del roble.....	79

Figura 8.7. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEd medio del roble.....	80
Figura 8.8. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE ultra del roble.....	81
Figura 8.9. Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE vib. lon. del roble.....	82
Figura 8.10. Gráfico de probabilidad normal para los valores de densidad del roble.....	83
Figura 8.11. Regresión lineal para la viga 1AH.....	84
Figura 8.12. Regresión lineal para la viga 1BH.....	84
Figura 8.13. Regresión lineal para la viga 1AV.....	85
Figura 8.14. Regresión lineal para la viga 1BV.....	85
Figura 8.15. Regresión lineal para la viga 2AH.....	86
Figura 8.16. Regresión lineal para la viga 2BH.....	86
Figura 8.17. Regresión lineal para la viga 2AV.....	87
Figura 8.18. Regresión lineal para la viga 2BV.....	87
Figura 8.19. Regresión lineal para la viga 3AH.....	88
Figura 8.20. Regresión lineal para la viga 3BH.....	88
Figura 8.21. Regresión lineal para la viga 3AV.....	89
Figura 8.22. Regresión lineal para la viga 3BV.....	89
Figura 8.23. Regresión lineal para la viga 4AH.....	90
Figura 8.24. Regresión lineal para la viga 4BH.....	90
Figura 8.25. Regresión lineal para la viga 4AV.....	91
Figura 8.26. Regresión lineal para la viga 4BV.....	91
Figura 8.27. Regresión lineal para la viga 5AH.....	92
Figura 8.28. Regresión lineal para la viga 5BH.....	92
Figura 8.29. Regresión lineal para la viga 5AV.....	93
Figura 8.30. Regresión lineal para la viga 5BV.....	93

Figura 8.31. Regresión lineal para la viga 6AH .....	94
Figura 8.32. Regresión lineal para la viga 6BH .....	94
Figura 8.33. Regresión lineal para la viga 6AV .....	95
Figura 8.34. Regresión lineal para la viga 6BV .....	95
Figura 8.35. Regresión lineal para la viga 7AH .....	96
Figura 8.36. Regresión lineal para la viga 7BH .....	96
Figura 8.37. Regresión lineal para la viga 7AV .....	97
Figura 8.38. Regresión lineal para la viga 7BV .....	97
Figura 8.39. Regresión lineal para la viga 8AH .....	98
Figura 8.40. Regresión lineal para la viga 8BH .....	98
Figura 8.41. Regresión lineal para la viga 8AV .....	99
Figura 8.42. Regresión lineal para la viga 8BV .....	99
Figura 8.43. Regresión lineal para la viga 9AH .....	100
Figura 8.44. Regresión lineal para la viga 9BH .....	100
Figura 8.45. Regresión lineal para la viga 9AV .....	101
Figura 8.46. Regresión lineal para la viga 9BV .....	101
Figura 8.47. Regresión lineal para la viga 10AH .....	102
Figura 8.48. Regresión lineal para la viga 10BH .....	102
Figura 8.49. Regresión lineal para la viga 10AV .....	103
Figura 8.50. Regresión lineal para la viga 10BV .....	103
Figura 8.51. Regresión lineal para la viga 11AH .....	104
Figura 8.52. Regresión lineal para la viga 11BH .....	104
Figura 8.53. Regresión lineal para la viga 11AV .....	105
Figura 8.54. Regresión lineal para la viga 11BV .....	105
Figura 8.55. Regresión lineal para la viga 12AH .....	106
Figura 8.56. Regresión lineal para la viga 12BH .....	106

Figura 8.57. Regresión lineal para la viga 12AV .....	107
Figura 8.58. Regresión lineal para la viga 12BV .....	107
Figura 8.59. Regresión lineal para la viga 1AH .....	108
Figura 8.60. Regresión lineal para la viga 1BH .....	108
Figura 8.61. Regresión lineal para la viga 1AV .....	109
Figura 8.62. Regresión lineal para la viga 1BV .....	109
Figura 8.63. Regresión lineal para la viga 2AH .....	110
Figura 8.64. Regresión lineal para la viga 2BH .....	110
Figura 8.65. Regresión lineal para la viga 2AV .....	111
Figura 8.66. Regresión lineal para la viga 2BV .....	111
Figura 8.67. Regresión lineal para la viga 3AH .....	112
Figura 8.68. Regresión lineal para la viga 3BH .....	112
Figura 8.69. Regresión lineal para la viga 3AV .....	113
Figura 8.70. Regresión lineal para la viga 3BV .....	113
Figura 8.71. Regresión lineal para la viga 4AH .....	114
Figura 8.72. Regresión lineal para la viga 4BH .....	114
Figura 8.73. Regresión lineal para la viga 4AV .....	115
Figura 8.74. Regresión lineal para la viga 4BV .....	115
Figura 8.75. Regresión lineal para la viga 5AH .....	116
Figura 8.76. Regresión lineal para la viga 5BH .....	116
Figura 8.77. Regresión lineal para la viga 5AV .....	117
Figura 8.78. Regresión lineal para la viga 5BV .....	117
Figura 8.79. Regresión lineal para la viga 6AH .....	118
Figura 8.80. Regresión lineal para la viga 6BH .....	118
Figura 8.81. Regresión lineal para la viga 6AV .....	119
Figura 8.82. Regresión lineal para la viga 6BV .....	119

Figura 8.83. Regresión lineal para la viga 7AH .....	120
Figura 8.84. Regresión lineal para la viga 7BH .....	120
Figura 8.85. Regresión lineal para la viga 7AV .....	121
Figura 8.86. Regresión lineal para la viga 7BV .....	121
Figura 8.87. Regresión lineal para la viga 8AH .....	122
Figura 8.88. Regresión lineal para la viga 8BH .....	122
Figura 8.89. Regresión lineal para la viga 8AV .....	123
Figura 8.90. Regresión lineal para la viga 8BV .....	123
Figura 8.91. Regresión lineal para la viga 9AH .....	124
Figura 8.92. Regresión lineal para la viga 9BH .....	124
Figura 8.93. Regresión lineal para la viga 9AV .....	125
Figura 8.94. Regresión lineal para la viga 9BV .....	125
Figura 8.95. Regresión lineal para la viga 10AH .....	126
Figura 8.96. Regresión lineal para la viga 10BH .....	126
Figura 8.97. Regresión lineal para la viga 10AV .....	127
Figura 8.98. Regresión lineal para la viga 10BV .....	127
Figura 8.99. Regresión lineal para la viga 11AH .....	128
Figura 8.100. Regresión lineal para la viga 11BH .....	128
Figura 8.101. Regresión lineal para la viga 11AV .....	129
Figura 8.102. Regresión lineal para la viga 11BV .....	129
Figura 8.103. Regresión lineal para la viga 12AH .....	130
Figura 8.104. Regresión lineal para la viga 12BH .....	130
Figura 8.105. Regresión lineal para la viga 12AV .....	131
Figura 8.106. Regresión lineal para la viga 12BV .....	131

# 1. RESUMEN





## 1. Resumen

El objetivo principal del presente estudio es la caracterización físico-mecánica de la madera de *Fagus sylvatica* y *Quercus robur*.

En este estudio se intentará determinar la validez de un nuevo método no destructivo, en el que se obtiene el Módulo de Elasticidad dinámico transversal (MOEd) utilizando el periodo de vibración armónica con el fin de determinar las propiedades elastomecánicas de la madera.

También se calculó el módulo de elasticidad dinámico a partir de ensayos no destructivos como son los ultrasonidos (MOE ultra) y mediante vibraciones inducidas longitudinalmente (MOE vibr. long).

Finalmente se obtuvo el Módulo de Elasticidad Global (MOEG) en la máquina universal de ensayos de la casa 'Ibertest'. Con estos valores de MOEG se estudia la relación existente con la frecuencia de vibración libre de los tres ensayos realizados.

El primero se llevó a cabo en vigas que simulan un empotramiento, situadas en voladizo. Este ensayo se realizó a diferentes relaciones longitud/altura de la viga, desde los 0,5 hasta 1 metro de longitud libre en voladizo, cada 0,1 m excepto entre las medidas de 0,5 y 0,6 m, donde se realizó una medición a los 0,55 m, sumando así un total de 7 mediciones.

Asimismo el MOE calculado por vibraciones longitudinales se realizó de la misma manera. La frecuencia de vibración libre para ambos tipos de ensayos se obtiene gracias a la vibración libre del material. Estas se provocan a través de un impacto producido por un martillo, se recogen con un micrófono y a través del software FFT Analyser (Fast Fourier Transform Analyser) de Fakopp se transforma la onda en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Para hallar el MOE por ultrasonidos se utilizó el equipo ultrasónico Fakopp que mide el tiempo que tarda en llegar la onda de un extremo a otro después de haber sometido a un emisor un leve golpe.

Por último el MOEG se calculó a partir de la máquina universal de ensayos "Ibertest", que se realizó con los dos cantos de cada viga.

Los resultados revelaron que los módulos de elasticidad dinámicos medios de cada método de ensayo no presentaron diferencias significativas entre ellos y que la relación que presentan con el módulo de elasticidad estático (MOEG) es muy fuerte,  $R^2 > 0,65$ , lo que permite utilizarlos como predictores del mismo. En cuanto al método no destructivo del periodo de vibración armónica se puede decir que es un método práctico y confiable para predecir el módulo de elasticidad estático de flexión para la madera.



## 2. ANTECEDENTES



## 2. Antecedentes

### 2.1. Introducción

El ser humano ha influido en la composición de los bosques y su estructura, así se puede definir el bosque como un ecosistema vivo y en constante cambio, que sólo puede ser comprendido en una escala de siglos: el bosque es una matriz de relaciones ecológicas en que se dan cita variables tan complejas como la dinámica de las poblaciones animales, los procesos formadores de suelo, la tamización de la luz solar o los mecanismos de respuesta a agentes renovadores. Los actores que forman parte de ese juego (especies animales, vegetales y otros grupos menos conocidos), los puntos de partida (determinadas estructuras forestales) e incluso las reglas (por ejemplo, los regímenes naturales de incendio) son diferentes hoy de los que existían antes del neolítico y en gran medida irrecuperables (GIL & TORRE, 2007).

Los ecosistemas que existen en los bosques constituyen un valioso patrimonio natural y un importante recurso económico. Estos ecosistemas forestales tienen una capacidad de autorregeneración y reciclado de nutrientes, ejercen un papel protector frente a la erosión del suelo, actúan como sumideros de carbono y también tienen un papel productivo importante, maderero sobretodo, y en menor medida de otros recursos no maderables como resina, cocho, hongos y setas, etc.

Consecuentemente, la madera a lo largo de la historia ha estado íntimamente ligada con el ser humano convirtiéndose en uno de los materiales más empleados por éste. Este material ha tenido diversos usos, entre los que podemos destacar el uso como arma, herramienta, combustible o elemento constructivo.

La madera es un recurso forestal renovable que se lleva utilizando desde hace mucho tiempo como material de construcción, debido a sus propiedades físico-mecánicas. Al ser un material utilizado ampliamente en la construcción se busca que sea resistente y flexible para no romperse ante una situación extrema, por lo que se tiene que tener en cuenta su módulo de elasticidad, que se define como la razón entre el incremento de esfuerzo y el cambio correspondiente a la deformación unitaria.

Para poder medir esa resistencia y flexibilidad se pueden utilizar distintos métodos. El más importante, ya que está normalizado, consiste en someter a la pieza de madera a una carga progresiva, dentro del límite elástico, comprobando su deformidad en cada momento. Si bien éste método es uno de los más fiables y precisos, implica la destrucción del material cuando se quiere determinar su resistencia a rotura y la necesidad de disponer de un equipo suficientemente sofisticado y caro (máquina de ensayo universal).

Por eso se han desarrollado distintos métodos no destructivos para medir las características mecánicas de la madera, que permiten examinarla sin que se vean afectadas sus propiedades físicas, químicas, mecánicas o dimensionales.

El primer ensayo no destructivo fue la clasificación visual. Este método está normalizado según la norma UNE-EN 56544:1997 que clasifica la madera en base a sus singularidades, tales como nudos, fendas, desviaciones de fibras... las cuales hacen disminuir su resistencia y elasticidad.

También se han desarrollado métodos de clasificación mecánica basados en la aplicación de fenómenos físicos como ondas electromagnéticas, acústicas, elásticas... o cualquier otro tipo de prueba, que permita evaluar o detectar una determinada propiedad en el material (ÍNIGUEZ GONZALEZ, 2007).

## 2.2. Singularidades de la madera

Las singularidades de la madera que se analizan a continuación, desde el punto de vista fisiológico, no corresponden al concepto de defecto, dado que son particularidades de la estructura de la madera como consecuencia de la existencia del árbol. El concepto de defecto se debe a los problemas que, desde el punto de vista del usuario, llevan consigo estas particularidades, algunas de las cuales, como por ejemplo los nudos, son un defecto muy importante, hasta el punto de ser el elemento más utilizado para la clasificación de la madera según calidades (VIGNOTE & MARTÍNEZ, 2006).

Estas singularidades son las que le otorgan a la madera su papel de material heterogéneo y que determinan sus propiedades físicas y mecánicas; siendo elementos fundamentales a la hora de realizar la clasificación de la madera según su calidad.

A continuación se expone el origen y las consecuencias de las singularidades más destacables; teniendo en cuenta que la normativa específica con detalle la manera más conveniente de evaluarlas con el fin de determinar una clasificación de la madera de forma visual (UNE-EN 56:544:2011).

Este es el sistema más antiguo y extendido, siendo a su vez, el más utilizado en la actualidad para la clasificación de madera aserrada de uso estructural. El método consiste en la inspección visual de la madera registrando y evaluando las singularidades que se dan en ella, es decir, contabiliza su magnitud y presencia, definiendo así las distintas calidades visuales.

La clasificación visual tiene en cuenta las características generales de la madera, como el contenido en humedad y sus dimensiones (largo, ancho y alto), las singularidades ligadas a su anatomía (nudos, fendas, desviación de la fibra, etc.), al aserrado de las piezas (gemas), a las alteraciones biológicas del material (azulado, pudriciones, ataque de xilófagos, etc.) y ciertas deformaciones (curvatura, alabeo, etc.).

### **Nudos:**

Un nudo es una inclusión de la porción basal de una rama dentro del tallo del árbol. Los nudos tienen su importancia fundamental en la calidad de la madera, hasta tal punto que, suele ser el factor que más influye en la calidad de la madera. Los nudos tienen varios inconvenientes, causan deformaciones en las piezas, dificultan la trabajabilidad de la madera y merman considerablemente la resistencia mecánica de las piezas.

### **Médula:**

La médula es la zona situada en el interior del primer anillo de crecimiento, que tiene una estructura anatómica diferente al resto de la madera. Su constitución es totalmente diferente al del resto de la madera, al estar compuesta principalmente de

parénquima. Debido a esto, la médula está caracterizada por ser un material blando y de escasa resistencia, que hace deprecia a las piezas que la contienen.

#### **Madera juvenil:**

La madera juvenil es la que forman los árboles en los primeros años de vida debido a que tienen que soportar pequeñas tensiones, como las propias del peso de la copa y de su propio fuste, así como las externas. Como consecuencia de esto, la madera es más ligera, más flexible, menos resistente y con una mayor proporción de madera de compresión.

#### **Entrecasco:**

Este defecto presenta como característica la inclusión de la corteza en el interior de una tabla de madera aserrada. Es un defecto que surge como consecuencia de una bifurcación, y aparece en la zona inmediatamente inferior a ésta, son consecuencia de la unión, por efecto de crecimiento de grosor, de las ramas de la bifurcación. El principal inconveniente que posee es que merma notablemente la resistencia mecánica.

#### **Madera de reacción:**

La madera de reacción surge también como consecuencia de las bifurcaciones al estar las ramas de la bifurcación sometidas a la acción de la gravedad. En frondosas, la densidad de este tipo de madera puede ser algo superior que la de la madera normal.

#### **Fendas:**

Las fendas son roturas locales de la madera, producidas según planos de corte que incluyen la dirección radial y la del eje del árbol. Están causadas por esfuerzos superiores a los valores de resistencia de esta madera. Su origen es dispar, puesto que pueden estar causadas por el viento, ser fendas de heladura o de desecación. Sus principales efectos son debidos a la pérdida de resistencia, que se hace especialmente patente en los esfuerzos de flexión y tracción perpendicular a la fibra.

#### **Acebolladuras:**

Las acebolladuras son roturas locales de la madera producidas entre los anillos de crecimiento y a lo largo del eje del árbol. Están causadas por esfuerzos que inciden sobre la madera. Poseen el mismo origen que las fendas, aumentando la probabilidad de aparición de la acebolladura con la edad del árbol, y dentro de éstos en los de diámetro menor. Las acebolladuras causan los mismos efectos que las fendas, con el agravante de ser indicativos de la presencia de otro tipo de alteraciones de la madera.

#### **Gemas:**

Son un defecto característico del aserrado, por el cual la pieza aserrada presenta en alguna de sus aristas restos de la corteza, dejando ver claramente la sección circular del fuste. Su presencia en las piezas disminuye la trabajabilidad de la madera.



### **Desviación de la fibra:**

Es el ángulo que forma la fibra de la madera con la dirección de las aristas de las piezas obtenidas tras el aserrado. La presencia de esta singularidad de la madera dificulta la trabajabilidad de las piezas de madera.

### **Deformaciones:**

Las deformaciones que aparecen más frecuentemente en las vigas de madera son el curvado de la cara, curvado del canto, alabeo y abarquillado.

### **Anchura de los anillos de crecimiento:**

La existencia de anillos de crecimiento anormalmente anchos en una sección, se asocia a la presencia de madera juvenil, y tiene su origen en la actividad fisiológica del árbol. Esto aparece como consecuencia de las condiciones ambientales y el estado de la masa.

### **Irregularidades de los anillos de crecimiento:**

La irregularidad de los anillos de crecimiento son variaciones de la anchura de las capas sucesivas anuales de crecimiento. El principal inconveniente es que causan alabeos en las piezas. Si esta irregularidad es muy notable, pueden llegar a causar planos de rotura entre un anillo y otro.

## **2.3. Propiedades de la madera**

La madera, como material complejo, posee unas características que dependen no sólo de su composición sino también de su constitución (o de la manera en que estén colocados los elementos que la forman).

### **2.3.1. Propiedades físicas.**

Son aquellas que determinan su comportamiento ante los distintos factores que intervienen en el medio ambiente normal, sin provocar ninguna modificación mecánica o química en su estructura (JIMÉNEZ PERIS, 1999). Estas propiedades son las siguientes:

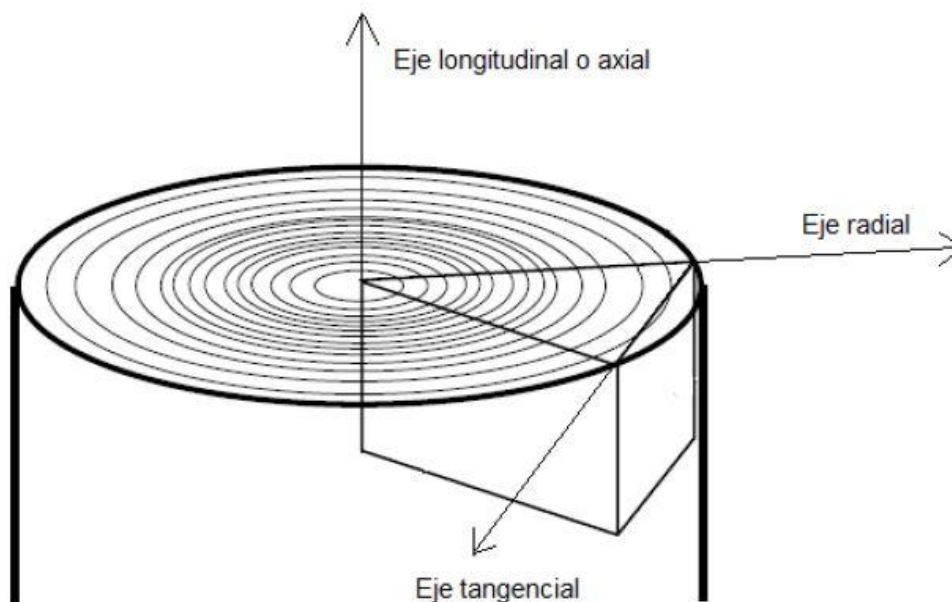
#### **Heterogeneidad**

La madera no es un material homogéneo, como puede ser el acero, sino que es un material heterogéneo, ya que está compuesto por diferentes tipos de células y orientadas en un sentido preferente, la dirección del eje del árbol. Además existe una heterogeneidad en cuanto a la estructura de la pared celular que forma los elementos anatómicos.

#### **Anisotropía**

También es un material anisótropo, ya que presenta diferentes propiedades atendiendo a la dirección considerada, como hemos comentado anteriormente, así se puede hablar de 3 ejes diferentes, como los que se observan en la figura 2.1:

- Eje longitudinal, en la dirección del eje del árbol.
- Eje radial, si es perpendicular al eje del árbol y a los anillos de crecimiento.
- Eje tangencial, si es perpendicular al eje longitudinal y tangente a los anillos de crecimiento.



**Figura 2.1.** Esquema de los ejes de la madera.

### **Higroscopicidad y Humedad**

Es una propiedad que tiene la madera, la cual tiende a absorber o perder agua según las condiciones del ambiente al que esté sometida (humedad relativa y temperatura del aire). De esta forma a cada estado ambiental corresponde un grado de humedad de la madera llamado humedad de equilibrio higroscópico.

La higroscopicidad de la madera se mide como la variación de la densidad de ésta cuando su contenido de humedad varía en un 1 por 100. (ARGÜELLES & ARRIAGA, 2000).

La madera deberá tener el grado la humedad lo más similar a la humedad de equilibrio higroscópico correspondiente a las condiciones higrotérmicas de servicio, siempre que el proceso de fabricación lo permita.

Según Jiménez Peris (1999), el agua en la madera puede encontrarse bajo tres formas diferentes:

- Agua de constitución: forma parte de los elementos químicos de la madera y su eliminación o disminución supone la destrucción del material.
- Agua de impregnación: es el agua que está contenida en las paredes celulares. Tiene gran influencia sobre las propiedades físico-mecánicas. A

medida que disminuye el grado de humedad, aumentan sus resistencias mecánicas, sin embargo algunas propiedades como la tenacidad o la resistencia al choque decrecen. Por otro lado, éste agua mantiene un grado de equilibrio con el ambiente. Cuando las pareces celulares se encuentran saturadas de agua, se dice que se ha alcanzado el punto de saturación de las fibras (psf).

- Agua libre: es aquella que se encuentra por encima del punto de saturación de las fibras, llenando las cavidades de las células. No tiene influencia sobre sus propiedades mecánicas y físicas ni en el cambio de volumen.

Debido a la importancia que tiene la humedad en la madera, es necesario conocer el significado de dicho término. La humedad o grado de humedad de la madera es la relación porcentual del peso del agua contenida en la mader y el peso de la madera anhidra. Su fórmula es la siguiente:

$$H (\%) = \frac{P_h - P_s}{P_s} 100$$

Donde:

$H (\%)$ : contenido de humedad de la madera (%).

$P_h$ : peso húmedo de la madera (g).

$P_s$ : peso seco (anhidro) de la madera (g).

La madera recién cortada contiene del 50 al 110% de agua, proporción que se reduce a valores del orden del 16-18%, por secado al ambiente. Algunas maderas sumergidas durante algún tiempo pueden alcanzar del 100 al 200% de contenido de humedad (ARGÜELLES & ARRIAGA, 2000).

### Densidad

La densidad de la madera se define como la relación existente entre la masa y el volumen de ésta, su expresión es:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Donde:

$\rho$ : densidad de la madera ( $\text{Kg/m}^3$ ).

$m$ : masa de la pieza de madera (Kg).

$V$ : volumen de la pieza de madera ( $\text{m}^3$ ).

La densidad es necesario referirla a un determinado contenido de humedad, por lo que generalmente el contenido de humedad de referencia es el 12%.

Distinguimos entre dos tipos de densidad: la densidad real y la densidad aparente.

La densidad real de la madera, la de la pared celular, es constante para todas las especies y alcanza el valor de  $1500 \text{ kg/m}^3$ . Esto significa que la diferencia de densidad aparente entre las diversas especies se consigue con una mayor o menor proporción de huecos en su interior (ARGÜELLES & ARRIAGA, 2000).

Esto hace que existan especies de madera con densidades muy diferentes, donde las clasificamos en la siguiente tabla, tabla 2.1, en: muy ligeras, ligeras, semipesadas, pesadas y muy pesadas.

**Tabla 2.1.** Clasificación de la madera según su densidad ( $\text{Kg/m}^3$ ). Fuente: AITIM.

<b>Madera</b>	<b>Fronzosas</b>
Muy ligera	<350
Ligera	350-500
Semipesada	510-700
Pesada	750-950
Muy pesada	>950

El valor relativamente bajo de la densidad de la madera, comparada con su resistencia y módulo de elasticidad, la convierte en un material especialmente adecuado para aplicaciones estructurales.

### 2.3.2. Propiedades mecánicas.

Las propiedades mecánicas de la madera son las que determinan la capacidad que tienen los materiales de resistir fuerzas externas, que tienden a deformarla o alterar sus dimensiones.

Para poder definir dichas propiedades habrá que distinguir entre dirección perpendicular y paralela a la fibra, debido al carácter anisótropo de la madera.

Según FERNÁNDEZ-GOLFÍN *et al.* (2000), tradicionalmente, se han considerado como propiedades mecánicas de la madera a las distintas resistencias (a tracción, a compresión, a flexión y a cortante) capaces de soportar una pieza. En la actualidad, esta resistencia se suele expresar en forma de valor característico, el cual no es sino el quinto percentil de una distribución de frecuencia de la resistencia. Representa pues, el valor de la resistencia que garantiza que el 95% de la población presenta una resistencia igual o superior al valor seleccionado.

### Resistencia a la tracción:

La tracción es el esfuerzo a que está sometido un cuerpo por la aplicación de dos fuerzas que actúan en sentido opuesto, y tienden a estirarlo.

La madera posee una elevada resistencia a la tracción paralela a las fibras, motivada por la elevada resistencia que las cadenas de celulosa presentan ante esta sollicitud mecánica. Por otro lado, su resistencia a la tracción perpendicular es muy baja, del orden de 30 a 70 veces inferior.

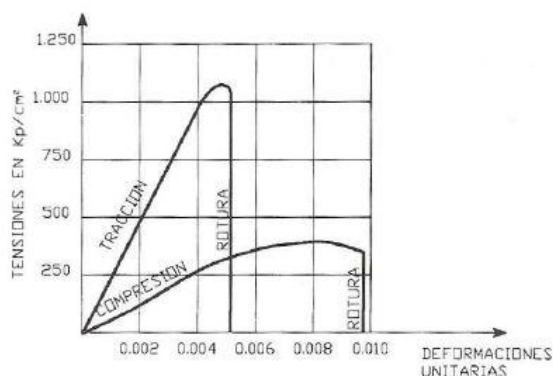
Esta falta de resistencia transversal es debida a la orientación marcadamente longitudinal de la estructura de la madera, muy preparada para resistir las sollicitaciones de flexión a que se ve sometido un árbol en pie. Conforme la estructura transversal de una especie sea más marcada, ésta tendrá una mayor resistencia a la tracción transversal. Esto se pone claramente de manifiesto en la aparición de fendas longitudinales en los elementos de directriz curva, así como en las uniones y apoyos en las que hagan acto de presencia estas sollicitaciones.

Se suele afirmar que la resistencia a la tracción está muy afectada por la calidad de la madera pero que no es sensible a la humedad, de ahí que no suelen considerarse factores correctores (FERNÁNDEZ-GOLFÍN *et al.*, 2000).

### Resistencia a la compresión:

La compresión se puede definir como el esfuerzo al que está sometido un cuerpo por la aplicación de dos fuerzas que actúan en sentido opuesto y que tienden a comprimirlo.

Puede observarse en la figura 2.2, como la resistencia a la tracción resulta superior a la resistencia a compresión en la madera libre de defectos. Sin embargo en la madera clasificada esta relación se invierte, debido a la mayor influencia de los defectos (principalmente los nudos) en la resistencia a la tracción.



**Figura 1.** Relación entre tensión y deformación en tracción y compresión paralela a la fibra (ARGÜELLES & ARRIAGA, 2000).

La resistencia a compresión se ve muy afectada por el contenido de humedad de la madera y por su calidad, no afectando tanto esta segunda característica a la resistencia a tracción (FERNÁNDEZ-GOLFÍN *et al.*, 2000). Otros factores que influyen son la inclinación de las fibras, la densidad o los nudos.

### **Resistencia a la flexión**

Esta propiedad es una combinación de las dos citadas anteriormente, aunque por razones prácticas es frecuente considerarla como independiente.

La flexión se origina por un momento flector, que produce en la sección de la pieza tensiones de compresión y de tracción paralelas a la fibra, que tienen sus valores máximos en las fibras extremas y que son nulas en la fibra neutra. La resistencia a flexión es muy elevada, sobre todo comparándola con su densidad.

La madera presenta una notable resistencia a la flexión, sobre todo si se compara con su densidad. El módulo de rotura (MOR) refleja la máxima capacidad de carga en flexión de un elemento y es proporcional al momento máximo soportado. Este módulo es un criterio aceptado de resistencia, aunque no es una medida real de la tensión, ya que la fórmula que se emplea para su cálculo sólo es válida hasta el límite elástico.

La resistencia a la flexión viene afectada no sólo por el tamaño de los nudos sino por su frecuencia, de forma que los nudos grandes repetidos, aunque sean pocos, influyen más que los nudos pequeños muy abundantes. La influencia de la humedad es menos acusada que en compresión, presentando, lógicamente, un comportamiento intermedio entre tracción y compresión (FERNÁNDEZ-GOLFÍN *et al.*, 2000).

### **Resistencia a la cortante**

El esfuerzo cortante origina tensiones tangenciales que actúan sobre las fibras de la madera según diversos modos.

La manifestación del cortante puede tener tres formas distintas:

- Cortante puro: las fibras son cortadas transversalmente por la acción del esfuerzo que se genera en dirección perpendicular a las fibras. El fallo se produce por aplastamiento y posterior rotura de las fibras. Este tipo de roturas es extraordinariamente raro en estructuras reales.
- Deslizamiento: producido por tensiones de tipo tangencial, generadas por la acción del cortante y provocadas por la deformación de las piezas de madera solicitadas a flexión. La rotura se produce por deslizamiento de unas piezas sobre las otras en dirección longitudinal. La resistencia en este caso está fuertemente afectada por la existencia previa de fendas en la estructura.
- Rodadura: similar al anterior pero en dirección transversal, produciéndose la rodadura de unas fibras sobre las otras. Este tipo de rodadura se produce en casos contados, tales como el encuentro de alas y almas de perfiles de doble T o en tableros contrachapados. Su resistencia es del orden de 20% al 30% de la resistencia por desplazamiento.

## Elasticidad

La madera, al estar sometida a un esfuerzo creciente, se deforma; esta deformación es, al principio, proporcional a la fuerza que lo produce, existiendo una relación lineal entre las tensiones y las deformaciones. En este tramo la madera se comporta elásticamente, desapareciendo las tensiones al cesar el esfuerzo. Si las tensiones continúan tiene lugar la rotura (VIGNOTE & MARTÍNEZ, 2006).

Cualquier tipo de sollicitación aplicada en la madera produce en esta una deformación en la dirección del esfuerzo. Si esta deformación es recuperable y se mantiene proporcional al esfuerzo aplicado, se dice que nos encontramos ante un comportamiento elástico. Tal comportamiento no se mantiene indefinidamente en la madera, de forma que para una sollicitación creciente llega un momento a partir del cual las deformaciones dejan de ser proporcionales al esfuerzo aplicado, creciendo de forma rápida y dejando de ser totalmente recuperables (aparece una componente permanente), encontrándose bajo un comportamiento inelástico.

Dentro del campo elástico, en el que se considera que las estructuras en servicio deben situarse, es el módulo de elasticidad la variable de mayor transcendencia.

El módulo de elasticidad se define como el inverso de la relación entre la deformación elástica unitaria y la sollicitación unitaria que la ha provocado, que según la ley de Hooke:

$$E = \frac{F}{A}$$

Donde:

$E$ : Módulo de elasticidad

$F$ : Esfuerzo

$A$ : Sección en la que se aplica  $F$

En este tramo inicial la madera se comporta elásticamente, desapareciendo las deformaciones al cesar el esfuerzo. A partir de un cierto valor de " $F$ ", llamado límite elástico o límite de proporcionalidad, las deformaciones aumentan en proporción mayor que las tensiones, la madera deja su comportamiento elástico y al cesar el esfuerzo queda una deformación residual. Si las tensiones continúan tiene lugar la rotura (JIMENEZ PERIS, 1999).

En la madera, el módulo de elasticidad en dirección paralela a la fibra adopta valores diferentes, según se trate de esfuerzos de compresión o de tracción. Sin embargo, en la práctica, se utiliza un único valor del módulo de elasticidad, que resulta un valor intermedio entre el de tracción y el de compresión.

El valor del módulo de elasticidad para la dirección paralela a la fibra, varía entre 7000 y 12000 N/mm<sup>2</sup> dependiendo de la calidad de la madera, mientras que en la dirección perpendicular de la fibra su valor es 30 veces inferior (ARGÜELLES & ARRIAGA, 2000).

### 2.3.3. Factores que influyen en las propiedades mecánicas.

Los factores que influyen, de forma significativa, en las propiedades mecánicas de la madera son los siguientes:

- Contenido de humedad.
- Duración de la carga.
- Calidad de la madera.

#### Contenido de humedad

Si aumenta el contenido de humedad en la madera disminuyen la resistencia y el módulo de elasticidad. Esta dependencia tiene lugar para contenidos de humedad inferiores al punto de saturación de las fibras. Por encima de este punto, el agua libre no influye en las propiedades mecánicas.

La influencia de la humedad es diferente para las diversas propiedades mecánicas. En la tabla 2.2 se recoge la variación aproximada de las propiedades mecánicas (%) de la madera libre de defectos para una variación del contenido de humedad del 1%.

**Tabla 2.2.** Variación de las propiedades mecánicas de la madera libre de defectos por cada 1% de grado de humedad (ARGÜELLES Y ARRIAGA, 2000).

<i>Propiedad</i>	<i>Variación (%)</i>
Compresión paralela	5
Compresión perpendicular	5
Tracción paralela	2,5
Tracción perpendicular	2
Flexión	4
Cortante	3
Módulo de elasticidad paralelo	1,5

En el caso de la madera comercial (madera de piezas de tamaño real y con defectos) esta dependencia entre humedad y propiedades mecánicas resulta menos acentuada para algunas propiedades.

#### Duración de la carga

Se ha constatado mediante ensayos que la resistencia de la madera depende en alto grado del tiempo de aplicación de la carga a la que está sometida. Así, ante cargas de duración permanente se obtienen resistencias que son del orden de un 60% de las deducidas en un ensayo de corta duración (5±2 minutos).

Este comportamiento de la madera la diferencia del resto de los materiales estructurales, en los que su efecto es inapreciable.

La influencia de la duración de la carga depende de la calidad de la madera y es significativamente menor en calidades bajas que en las altas (que se aproximan a la madera libre de defectos). La explicación de este diferente comportamiento puede deberse a que la existencia de nudos en la madera de baja calidad, conduce a que la rotura de la pieza bajo una carga de corta duración se origine por las fuertes concentraciones de tensiones que genera su irregularidad (con un comportamiento elástico); sin embargo, cuando la carga es de larga duración la concentración de



tensiones alrededor de los nudos tiende a reducirse frente a un comportamiento viscoso, lo que favorece a un comportamiento bajo cargas de larga duración frente a la madera de alta calidad, que no dispone de este recurso (LARSEN & RIBERTHOLDT, 1983; ARGÜELLES Y ARRIAGA, 2000).

### **Calidad de la madera**

La calidad de la madera es el factor de mayor relevancia en la resistencia de la madera. Las singularidades del crecimiento del árbol, denominados defectos de la madera, tales como nudos, desviación de la fibra, fendas, acebolladuras, gemas, etc., suponen una disminución de sus propiedades mecánicas.

Para la definición de la calidad mecánica de una madera estructural, se considera primordialmente su resistencia a la flexión, evaluada a través del valor característico de su Módulo de Rotura a Flexión (MOR). Como segundo criterio clasificador debe citarse a la rigidez, evaluada mediante el valor medio del Módulo de Elasticidad a Flexión (MOE). Y un tercer criterio considerado en las normas es la densidad característica de la madera (ARGÜELLES Y ARRIAGA, 2000).

## **2.4. Descripción de las especies**

### **2.4.1. Introducción.**

Las fagáceas, (*Fagaceae*), son una familia del orden fagales que reúne unas 670 especies aceptadas de árboles o arbustos propios del hemisferio norte, dentro de las cuales están nuestras dos especies de estudio.

Son árboles o arbustos monoicos, anemófilos o más raramente entomófilos, de hojas perennes, marcescentes o caducas, simples, a menudo lobadas, alternas, con estípulas caducas, pecioladas y con nervadura pinnada. Las flores masculinas reunidas en amentos erectos o péndulos. Las flores femeninas solitarias o dispuestas en grupos de 2-3 en la base de las inflorescencias masculinas y rodeadas de una cúpula de brácteas escamoides, con pinchos o aguijones, más o menos envolvente en el fruto o la infrutescencia.

Los frutos son monospermas de tipo nuez/aquenio de endocarpo generalmente con interior peludo, rodeados parcial (bellota) o totalmente (castaña, hayuco), individualmente o en grupos de 2 ó 3, en una cúpula multibracteada escuamiforme o espinosa. Las semillas carecen de endospermo y están rodeadas por un tegumento (episperma) membranáceo.

Las fagáceas se dividen en 2 subfamilias (*Fagoideae* K. Koch y *Quercoideae* Ørsted) y se aceptan 7 géneros.

Las fagáceas están ampliamente distribuidas por todo el hemisferio norte. La diversidad a nivel de género está concentrada en el sureste de Asia, donde se cree que evolucionaron la mayor parte de los géneros existentes antes de emigrar a Europa y Norteamérica. Algunos miembros de las fagáceas, como *Fagus sylvatica*, *Quercus robur* y *Q. petraea* en Europa, a menudo son ecológicamente dominantes en los bosques templados septentrionales. En la Península Ibérica y Baleares nos podemos encontrar con tres géneros: *Castanea*, *Fagus* y *Quercus*. Nuestros principales bosques se encuentran formados por especies de esta familia: encinares, castañares, hayedos,

quejigares, alcornocales y robledales. Son bosques en los que la especie dominante pertenece a alguno de estos tres géneros.

**Fagus** es un género de diez especies de árboles caducos de la familia de las fagáceas nativos de las zonas templadas de Europa, Asia y Norteamérica llamados comúnmente hayas.

Son árboles monoicos, caducifolios, con ramillas al final muy finas, en forma de zigzag (debido al crecimiento simpódico). Sus yemas son largas y finas y las hojas son alternas.

Las flores masculinas son monoclamídeas, con muchos estambres. Las inflorescencias son glomérulos (amentos achatados). Las flores femeninas son monoclamídeas, en grupos de 2 ó 3. Florece en la primavera, un poco después de que las hojas nuevas aparecen. Las hojas son enteras o escasamente dentadas, de 5 a 15 cm de largo y de 4 a 10 cm de ancho. El fruto, el hayuco, es tipo aquenio, de 10 a 15 mm de largo y de sección triangular. La semilla carece de endospermo, las sustancias de reserva las tienen en los cotiledones.

Estas semillas son muy ricas en almidón, aleuronas y sustancias oleosas. Se utilizan en la alimentación del ganado y fauna silvestre y, también en la extracción de un aceite para quemar o para usos comestibles ya que tiene la propiedad de no volverse rancio.

**Quercus** es un género de árboles perteneciente a la familia de las fagáceas que abarca entre 400 a 600 especies, distribuidas por Europa, Asia occidental, Norteamérica y Sudamérica.

Son árboles de gran porte por lo general, con un tronco erguido y vertical, aunque también se incluyen arbustos. Los hay de follaje permanente, caducifolio y marcescente.

Las flores masculinas se presentan en amentos, inflorescencias complejas colgantes, habitualmente cada flor con entre cuatro y diez estambres, lo más a menudo seis, de largos filamentos. Las flores femeninas aparecen aisladas u organizadas en espigas, rodeadas por una estructura de escamas que al madurar será la cúpula. El fruto se denomina bellota, es solitario y de origen axil (de brote), con cotiledones planos. La corteza suele ser lisa en los ejemplares jóvenes pero se va agrietando con la madurez de la edad. Son frecuentes los fenómenos de hibridación entre sus especies, que suelen presentar, además, facilidad para la regeneración vegetativa por brotes de raíz o de cepa.

Sus especies han presentado gran valor para las comunidades humanas, por su madera, corteza, obtención de curtientes ricos en taninos, frutos comestibles, etc.

### 2.4.2. *Fagus sylvatica* L.

*Fagus sylvatica* L. es el denominado haya común. Es un árbol con un porte robusto y gran tallo, que alcanza los 35 ó 40 m, con un tronco recto que lo hace muy valioso, y una copa ovalada en su tercio superior. Si el árbol crece aislado cambia radicalmente, se abre muy pronto, siendo algo irregular, ramificándose desde abajo y variando mucho la copa. Si a esto le añadimos la disposición horizontal de las hojas, para captar la mayor cantidad de luz, tendremos unos bosques con un aspecto un tanto sombrío, no permitiendo crecer en el suelo a apenas ninguna otra planta. Frecuentemente, sin embargo, crece en bosques mixtos con el abeto y otras especies del bosque caducifolio.

Las hojas, dísticas, tienen el peciolo corto, miden de 5 a 10 cm, son de forma ovalada o elíptica, de ápice agudo y margen ondulado, abrigadas de jóvenes y luego glabrescentes, con entre 5 y 10 pares de nervios secundarios y rectos.

Las flores se reúnen en inflorescencias unisexuales: las masculinas en amentos colgantes de casi 1 cm, globosos y las femeninas en pequeños grupos cerca del extremo de las ramillas, sobre un pedúnculo corto y erecto, en principio de color amarillento y después pardo-grisáceo.

El fruto es un aquenio, comúnmente llamado hayuco, castaño, brillante, trígono con los ángulos marcados que al madurar se abre en 4 valvas liberando las semillas.

#### Hábitat y distribución

El haya necesita suelos frescos y fértiles, sin embargo logra vivir en suelos silíceos. Como tiene una elevada tasa de transpiración, necesita abundante lluvia. Es una especie de sombra y por eso prefiere situarse en las montañas y los montes.

Se encuentra muy extendido en el centro de Europa destacando los bosques de la Selva Negra (Alemania), el Bosque de Soignes y también Sart-Tilman (Bélgica), la Selva de Irati en Navarra (España), así como los hayedos de Francia donde las hayas conforman el 10% del total de los bosques. El relicto más meridional se encuentra en las laderas del volcán Etna, en Sicilia.

En España no es frecuente fuera de la Cordillera Cantábrica o los Pirineos. Hay hayas, sin embargo, en las laderas del Moncayo, en el Parque Natural de los Puertos de Tortosa-Beceite (Tarragona), siendo el hayedo más meridional de España, y en algunos bosques del Sistema Central. También es frecuente en las montañas del País Vasco, Burgos y La Rioja, estando los más extensos en la Sierra de la Demanda. El límite occidental de su distribución está en las montañas orientales de la comunidad gallega y el límite occidental costero en Asturias.



**Figura 2.3.** Imagen de hayedo en Somiedo (Asturias). Fuente: [www.asturnatura.com](http://www.asturnatura.com)

## Simbología

El entorno donde se desarrolla el haya es muy singular, le gusta vivir en bosques húmedos, donde, por su transpiración, forma una neblina. Sus largas ramas se extienden horizontalmente y constituyen estancias de gran oscuridad debido a su denso follaje, así conservan este ambiente húmedo, incluso en la seca estación estival. Por estas imágenes oníricas que forman los hayedos, siempre han estado relacionados con historias fantásticas. Se cuenta que son los lugares predilectos de las hadas y de otras criaturas extraordinarias de los bosques, pues en estas frondosidades pueden vivir y ocultarse de las miradas de los escépticos.

*“En la literatura siempre las hayas han aparecido como reflejo del espíritu de la naturaleza que no se deja dominar por la voluntad del hombre. Una naturaleza que de forma callada y continua brota, crece y se entreteje, recreando el enigmático bosque primigenio. Las hayas, el bosque de las hadas”.*

-Miguel Herrero Uceda, El alma de los árboles.-

La rica tradición medieval del romancero nos ha dejado una literatura en la que retrata la mentalidad de aquella lejana época. El haya, con su neblina de misterio y fascinación, constituye el marco idóneo para narrar sucesos perdidos en la noche de los tiempos y que se relatarán de generación en generación.

*“A cazar va don Rodrigo  
y aun don Rodrigo de Lara  
con la gran siesta que hace,  
arimándose ha a un haya,  
El señor estando en esto,  
Mudarrillo que asomaba:  
–Dios te salve, caballero,  
debajo la verde haya.  
–Así haga a tí, escudero,  
buena sea tu llegada.”*



**Figura 2.4.** Imagen de un hayedo en Ordunte (Vizcaya). Fuente: [www.fotonatura.org](http://www.fotonatura.org)

-Romance de los infantes de Lara, siglo XIII.-

### 2.4.3. *Quercus robur* L.

*Quercus robur* L. es el roble carvallo o albar. Es un árbol que puede hacerse muy corpulento, hasta 30 m de alto. Presenta una copa amplia y redondeada en los ejemplares que crecen aislados, y algo más cerrada si vive en espesura. La corteza es pardo-grisácea y más o menos agrietada según la edad.

Tiene hojas lobuladas, grandes, con peciolo muy corto, son lampiñas por las dos caras, de color verde intenso por el haz y más pálidas, con los nervios bien marcados, por el envés.

Las flores son unisexuales. Las masculinas aparecen en amentos colgantes verdes-amarillentos, que nacen solitarios o en grupos de ramillas del año anterior. Las flores femeninas se disponen en grupos de 2 o 3 sobre un largo pedúnculo axilar rodeadas por un involucre formado por varias escamas.

El fruto, la bellota, de maduración anual, es un aquenio, lustroso y pardo sobre un largo pedúnculo, aovado-oblongas, con una cúpula o caperuza de escamas casi planas e imbricadas.

La floración es coetánea con las hojas, en primavera, entre marzo y mayo, y las bellotas se dan en otoño.



**Figura 5.** Imagen de flores masculinas del roble.  
Fuente: [www.fotonatura.org](http://www.fotonatura.org)

### Hábitat y distribución

Requiere climas húmedos, sin sequías en verano ni fríos intensos en suelos frescos y húmedos con nutrientes y preferiblemente silíceos, que él mismo contribuye a construir y enriquecer.

Los suelos de robledal se han dedicado al cultivo, sobre todo de castaño (*Castanea sativa*); también en plantaciones de *Pinus pinaster* y más en desuso, en plantaciones de eucalipto.

Las formaciones monoespecíficas de esta especie son poco frecuentes: se mezcla en bosques mixtos con otros robles (*Q.pyrenaica* y *Q.petraea*), hayas, fresnos, tilos, abedules, avellanos, acebo, tejos o especies del género *Sorbus*, desde el nivel del mar hasta los 1400 m, en fondos de valle y laderas.

Habita en el centro, norte y oeste de Europa, no muy ligados al clima Mediterráneo. En España se encuentra en el tercio norte, en la costa Atlántica y algunos enclaves en el interior (Extremadura española y portuguesa, donde existe la subespecie "*estremadurensis*").

Vive entre los 0 y los 1400 m de altitud. Crece rápido y brota bien de cepa en ejemplares jóvenes pero mal de raíz.

### Observaciones

La madera es de excelente, duradera, pesada y resistente a la humedad. Empleada en carpintería y ebanistería (parquet, toneles, esculturas), también se usó para la construcción de barcos, motivo ligado a la degradación de los bosques del roble carvallo en numerosas áreas del norte de España.

Ha sido una de las especies más afectadas por la presión humana, debido a la riqueza de los suelos en que se desarrolla. Muchos robledales han sido sustituidos por prados, huertas y repoblaciones de castaños, pinos y eucaliptos.

Se utiliza mucho como ornamental en jardinería, para leña y carbón ya que proporciona un alto contenido calorífico.

El roble albar es un bellissimo *Quercus* que puede alcanzar dimensiones imponentes; que en Euskadi tiene un sentido histórico, el árbol de Guernica y que en Galicia, Asturias o Cantabria alcanza un desarrollo extraordinario.



## 3. OBJETIVOS





### 3. Objetivos

Los objetivos que se pretenden alcanzar con el presente estudio son los siguientes:

1. Determinar del módulo de elasticidad dinámico (MOE) en madera de haya (*Fagus sylvatica* L.) y madera de roble albar (*Quercus robur* L.) a partir de la frecuencia de vibración elástica en vigas empotradas y apoyadas libremente según los siguientes métodos.
  - Ensayo de vibraciones inducidas transversalmente.
  - Ensayo de vibraciones inducidas longitudinalmente.
  - Ensayo de ultrasonidos, utilizando la velocidad de transmisión de la onda sónica.
2. Obtener el Módulo de Elasticidad Global (MOEG) en la máquina universal de ensayos de la casa 'Ibertest'.
3. Determinar las posibles diferencias entre los valores del módulo de elasticidad dinámico transversal en piezas colocadas vertical y horizontalmente.
4. Estudiar la relación existente entre los valores del MOEG con los valores de los módulos de elasticidad dinámicos de los tres ensayos realizados.
5. Comparar los valores obtenidos en las dos especies y en las diferentes orientaciones de las vigas.



## 4. MATERIAL Y MÉTODOS



## 4. Material y métodos

### 4.1. Material empleado.

En el presente estudio se ha trabajado con 12 piezas de madera de *Fagus sylvatica* L. y otras 12 de madera de *Quercus robur* L., haciendo un total de 24 listones.

Todas las piezas han sido obtenidas en almacén, es decir, estamos trabajando con madera de uso comercial.

Para dimensionar las piezas se utilizó una sierra de cinta y una sierra circular, obteniendo finalmente unas medidas aproximadas de 120x6x3,6 cm en los listones de haya siendo un poco más altos los de roble, llegando a los 4 cm (Ver tablas 8.1 y 8.2 del apartado de anejos).

Con el fin de conocer las dimensiones exactas de las piezas se midió su longitud (l), anchura (a) y altura (h) utilizando el metro y el calibre con precisión de  $\pm 0,05$  mm. También se pesaron para poder determinar su densidad.

El resto de material usado se corresponde a los aparatos de medida necesarios para poder determinar el módulo de elasticidad a partir de los diferentes ensayos.

Tanto para el ensayo de la frecuencia de vibración elástica transversal en piezas empotradas como para el ensayo por vibraciones longitudinales se utilizó el software FFT Analyser (Fast Fourier Transform Analyser) de Fakkop. Además se emplearon un martillo, un micrófono y dos gatos o sargentos para anclar la pieza a la mesa de trabajo simulando así un empotramiento.

En el ensayo de la onda ultrasónica se usó un equipo de ultrasonidos de tipo Fakopp Microsecond Timer de 45 KHz de frecuencia.

### 4.2. Metodología.

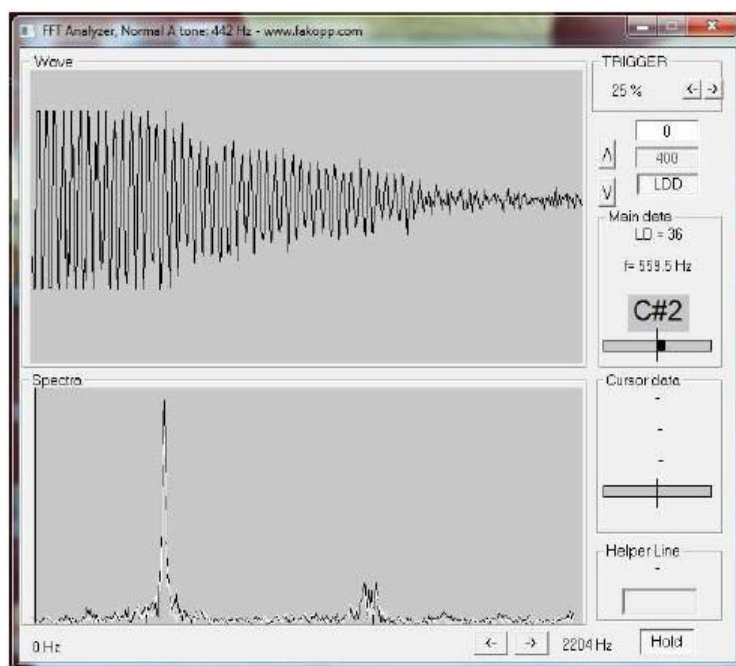
A lo largo del desarrollo de este estudio de investigación se ha determinado el módulo de elasticidad dinámico en 24 piezas de madera de haya y de roble a partir de diferentes métodos:

- Frecuencia de vibración elástica en piezas empotradas por vibraciones transversales y por vibraciones longitudinales.
- Onda ultrasónica.
- Máquina universal de ensayos de elasticidad global a flexión ("Ibertest").

#### 4.2.1. Frecuencia de vibración elástica en piezas empotradas.

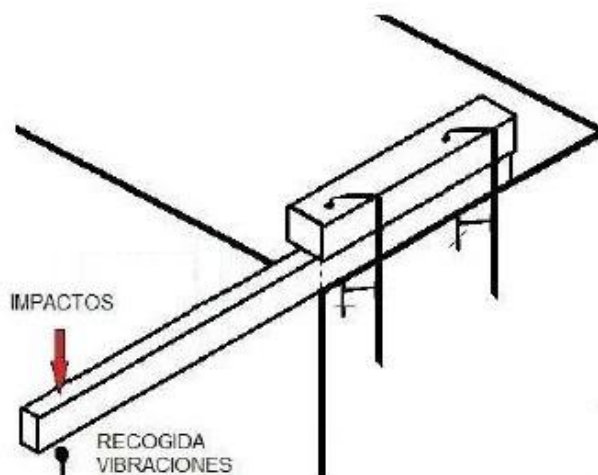
La frecuencia de vibración fue determinada mediante el software FFT Analyser de Fakopp (Fast Fourier Transform Analyser – *transformada rápida de Fourier*). El software devuelve la frecuencia principal de vibración (f) en Hertzios y en su caso, otras frecuencias armónicas de la principal. Este software transforma las ondas del dominio del tiempo, que trasmite la viga provocado por impacto, al dominio de la frecuencia.

La figura 4.1 es la pantalla del software en el ordenador. En la parte superior aparece el dibujo de la onda de vibración al recibir el impacto, onda de vibración en el tiempo. El dibujo inferior destaca la frecuencia asociada a esa onda de vibración. En el margen derecho se expresa su valor en Hertzios.



**Figura 4.1.** Software FFT Analyser de Fakopp.

En el ensayo se simula el empotramiento en una mesa de trabajo. En un borde de la mesa se coloca la viga dejando la longitud libre deseada y sobre la viga una pieza de madera para evitar cualquier movimiento. Todo se sujeta con dos sargentos o gatos, que se cierran hasta que la viga no pudiera tener ningún movimiento. Este proceso se realizó para distintas longitudes de la pieza, dividiéndola en tramos de 10 cm, desde 1 m hasta 50 cm realizando una medición a los 55 cm. En cada medición se golpeó con el martillo en dirección vertical como se indica en el esquema de la figura 4.2. Al final de la viga se encuentra el micrófono recogiendo las vibraciones.



**Figura 4.2.** Esquema del ensayo en piezas empotradas.

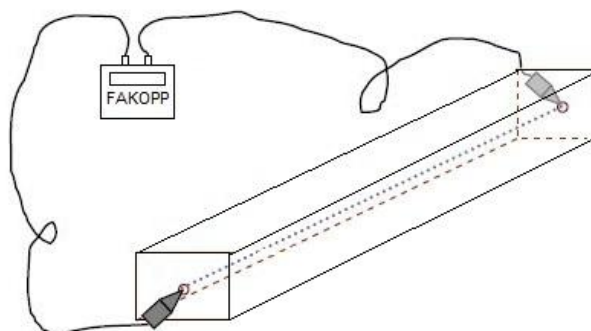
#### 4.2.2. Onda ultrasónica.

El ensayo se basa en la velocidad de propagación de la onda de ultrasonido a lo largo de la madera. Esta velocidad está directamente relacionada con las propiedades físicas del material, siendo ésta menor cuanto mayor son los defectos que presenta la tabla.

En el caso del equipo 'Fakopp' (Figura 4.3), se midió el tiempo ( $\mu\text{s}$ ) que tarda la onda ultrasónica, generada por el impacto de un martillo sobre el sensor vibratorio en llegar de este sensor al sensor receptor o de parada. Los sensores, o palpadores, tienen forma de aguja, de manera que se clavan en las testas, perpendicular a éstas colocados a la mitad del espesor de la pieza. (Figura 4.4)



**Figura 4.3.** Equipo de medición de ultrasonidos "Fakopp".



**Figura 4.4.** Esquema de realización del ensayo de ultrasonidos.

Para el cálculo de la velocidad de propagación de la onda ultrasónica a través de la madera a la humedad en que ha sido realizado el ensayo, se utilizó la misma ecuación ya descrita:

$$v_H = \frac{l}{t}$$

Considerando que:

$v_H$ : velocidad de propagación de la onda ultrasónica a través de la madera a la humedad en que ha sido realizado el ensayo.

$l$ : distancia recorrida entre palpadores.

$t$ : tiempo que tarda la onda ultrasónica en atravesar la viga de madera.



#### 4.2.3. Máquina universal de ensayos de elasticidad global a flexión

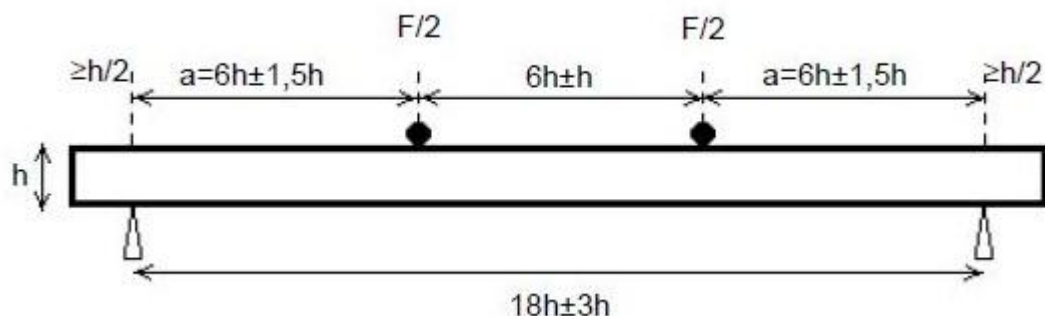
Los ensayos de flexión llevados a cabo en este ensayo se realizaron según la norma UNE-EN 408:2011 '*Estructuras de madera. Madera aserrada y madera laminada encolada para uso estructural. Determinación de algunas propiedades físicas y mecánicas*'. Se empleó para ello una máquina universal de ensayos electromecánica (Figura 4.5), modelo Elib-100 W de la casa 'Ibertest'.



**Figura 4.5.** Máquina universal de ensayos "Ibertest".

Esta máquina consta de un potro o bancada de grandes dimensiones, sobre el que se colocan diversos accesorios para realizar los ensayos. Está conectada a un ordenador que dispone de un software adecuado para la realización de los diferentes ensayos, donde se introducen datos sobre las condiciones del ensayo y las dimensiones de cada tabla.

Para obtener el Módulo de elasticidad global de canto a flexión (MOEG) en la máquina universal se colocó un soporte de dimensiones adecuadas a la viga a ensayar, en la que ésta se apoyaba en dos puntos separados el uno del otro una distancia 18 veces la altura del canto, según la norma UNE-EN 408:2011, y siendo aplicadas las cargas en dos puntos distantes entre sí 6 veces dicha altura, como se representa en la figura 4.6.



**Figura 4.6.** Esquema de colocación de las vigas en la máquina Ibertest (ARGÜELLES Y ARRIAGA, 2000).

Se debe utilizar un sensor de la deformación o extensómetro instalado sobre un soporte, de manera que permanezca siempre vertical como el que se ve en la figura 4.7.



**Figura 4.7.** Extensómetro.



**Figura 4.8.** Extensómetro colocado.

Los ensayos del Módulo de elasticidad global de canto a flexión (MOEGTO) miden la deformación de la viga en el punto central de la misma, tomando como referencia de la deformación 18 veces el ancho de la viga, es decir, la deformación respecto a los apoyos. Los ensayos fueron realizados en base a la norma UNE-EN 408:2011, la cuál es aplicable a tablas acondicionadas a atmosferas normalizadas de  $20 \pm 2^\circ\text{C}$  de temperatura y  $65 \pm 5\%$  de humedad relativa, considerándose que la viga está acondicionada cuando ésta llega a un peso constante, es decir, cuando dos pesadas sucesivas realizadas en un intervalo de 6 horas no difieren en más de 0,1% de la masa de la viga.

La deformación la mide el extensómetro, el cual debe estar posicionado en el centro de la viga tanto en longitud como en profundidad, es decir en la fibra extrema de la zona traccionada.

Para que este ensayo pueda ser llevado a cabo, es necesario que las tablas posean una longitud igual o mayor a 19 veces su anchura.

La máquina Ibertest programada para las características del ensayo, lo que hace es, aplicar una carga sobre la viga, la cual va a ir aumentando progresivamente hasta el punto de llegar a romper la madera. Para el ensayo del Módulo de elasticidad global de canto a flexión no es necesario que la viga alcance la rotura, para ello el programa avisa con unas señales sonoras y se finaliza el ensayo deteniéndolo.

La ecuación que permite calcular MOEGTO es la siguiente:

$$MOEG = \left( \frac{I^3 \cdot (F_2 - F_1)}{b \cdot h^3 (W_2 - W_1)} \right) \cdot \left( \left( \frac{3 \cdot a}{4 \cdot l} \right) - \left( \frac{a}{l} \right)^3 \right)$$

Donde:

MOEG: Módulo de Elasticidad Global (N·m<sup>2</sup>)

F<sub>2</sub>-F<sub>1</sub>: incremento de la carga en la parte recta de la curva carga-deformación (N)

W<sub>2</sub>-W<sub>1</sub>: incremento de la deformación correspondiente al incremento de carga (mm)

l: luz de la pieza (mm)

b: ancho de la sección de la pieza (mm)

h: altura de la sección de la pieza (mm).

a: distancia entre un punto de carga y el apoyo más próximo (mm)

### 4.3. Tratamiento estadístico de los datos.

El tratamiento estadístico de los datos se ha realizado mediante el software "STATGRAPHICS CENTURION XV.II".

Para ello se recopilaron en ficheros de Microsoft Excel, desde donde se importaron al programa estadístico para trabajar con ellos y realizar el estudio a nivel descriptivo, comparativo y predictivo.

#### 4.3.1. Análisis descriptivo.

En primer lugar se realizó el análisis descriptivo para el MOEG medio y para los dos MOEd (horizontal y vertical) de las dos especies. También se analizó descriptivamente los módulos de elasticidad calculados por ultrasonidos y por vibraciones longitudinales, (MOE ultrasonidos y MOE vib. long.) respectivamente.

Este análisis nos permite describir las variables de las que disponemos a partir de una serie de medidas de tendencia central, permitiéndonos observar en qué medida los datos se agrupan o dispersan en torno al valor central.

Las medidas de centralidad y dispersión que vamos a emplear son:

- Número (N): número total de mediciones para esa variable.
- Promedio o media aritmética: medida de centralidad de una muestra. Se define como la suma de todos los valores de la distribución dividida por el número total de datos.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i \cdot n_i)}{N}$$

- Rango intercuartílico: es una estimación de la dispersión de una distribución de datos. Consiste en la diferencia entre el tercer ( $Q_3$ ) y el primer cuartil ( $Q_1$ ). Mediante esta medida se eliminan los valores extremadamente alejados. Es altamente recomendable cuando la medida de tendencia central utilizada es la mediana, ya que este estadístico es insensible a posibles irregularidades en los extremos.
- Mediana: es el dato central de todos los valores, de tal manera que la mitad de los valores son inferiores a la mediana y la otra mitad superiores.
- Coeficiente de variación (C.V.): medida de dispersión que se calcula como:

$$C.V. = \frac{\text{desv. estand.}}{\text{Promedio}}$$

Donde a su vez la desviación estándar se calcula:

$$\text{Desv. estand. } (\sigma) = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^k (X_j - \bar{X})^2 \cdot n_i}$$

- Intervalo de confianza (I.C.): rango de valores donde se encuentra el verdadero valor de la variable de estudio.

#### 4.3.2. Análisis comparativo.

Después de realizar el estudio descriptivo se procedió a realizar el estudio comparativo de las variables.

Se han utilizado tanto la comparación por intervalos de confianza como por análisis de la varianza. En el primer caso cuando se trataba de comparar dos poblaciones y en el segundo cuando se compararon más de dos, utilizándose en este caso el análisis de grupos homogéneos para determinar las diferencias entre ellos.

En estadística, el análisis de la varianza es una colección de modelos estadísticos y sus procedimientos asociados. El análisis de la varianza tiene como objetivo contrastar diferencias entre grupos con respecto a sus medias y varianzas. Sirve para comparar si los valores de un conjunto de datos numéricos son significativamente distintos a los valores de otro o más conjuntos de datos.

El procedimiento para comparar estos valores está basado en la varianza global observada en los grupos de datos numéricos a comparar. Típicamente, el análisis de varianza ANOVA de un factor se utiliza para asociar una probabilidad a la conclusión de que la media de un grupo de mediciones es distinta de la media de otro grupo de mediciones.

#### **4.3.3. Análisis predictivo.**

Por último, se realizó el análisis predictivo, utilizando modelos lineales.

Las regresiones se han usado para definir las ecuaciones de la frecuencia de vibración de las vigas en voladizo. Se ha realizado una regresión para cada viga, de tal manera que se pueda ver el comportamiento que sigue la frecuencia (variable dependiente, Y) en función de la longitud libre (variable independiente, X) y también para el conjunto de cada especie y orientación.

## **5.RESULTADOS Y DISCUSIÓN**



## 5. Resultados y Discusión

En este apartado (completado con el ANEJO 8.2 Anejos a la estadística) se presentan y discuten los resultados obtenidos siguiendo la metodología del capítulo anterior.

### 5.1. Análisis descriptivo.

Se ha realizado un análisis descriptivo para cada una de las variables objeto de estudio. Estas variables con los distintos módulos de elasticidad y la densidad.

El objetivo de este análisis es observar cómo se distribuye la muestra. Nos fijaremos en las medidas de tendencia central y dispersión, poniendo especial interés en el sesgo estandarizado, la curtosis estandarizada, en el chi-cuadrado y en el estadístico W de Shapiro-Wilk, las cuales pueden utilizarse para determinar si la muestra proviene de una distribución normal.

**Tabla 5.1.** Resumen Estadístico para *Fagus sylvatica*.

	<i>n</i>	<b>Media (N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>CV (%)</b>	<b>IQR</b>	<b>Normalidad*</b>
MOEG medio	12	12241,5	7,63	2383	Se asume
MOEd transversal H	12	12066,0	4,71	1595,12	Se asume
MOEd transversal V	12	12152,5	4,95	1772,57	Se asume
MOE ultrasonidos	12	14971,1	10,49	4347,68	Se asume
MOE vib. long.	12	15216,8	10,52	4236,91	Se asume
Densidad	12	673,2	8,48	133,36	Se asume

\*El análisis de normalidad se encuentra en ANEJOS 8.2.1

**Tabla 5.2.** Resumen Estadístico para *Quercus robur*.

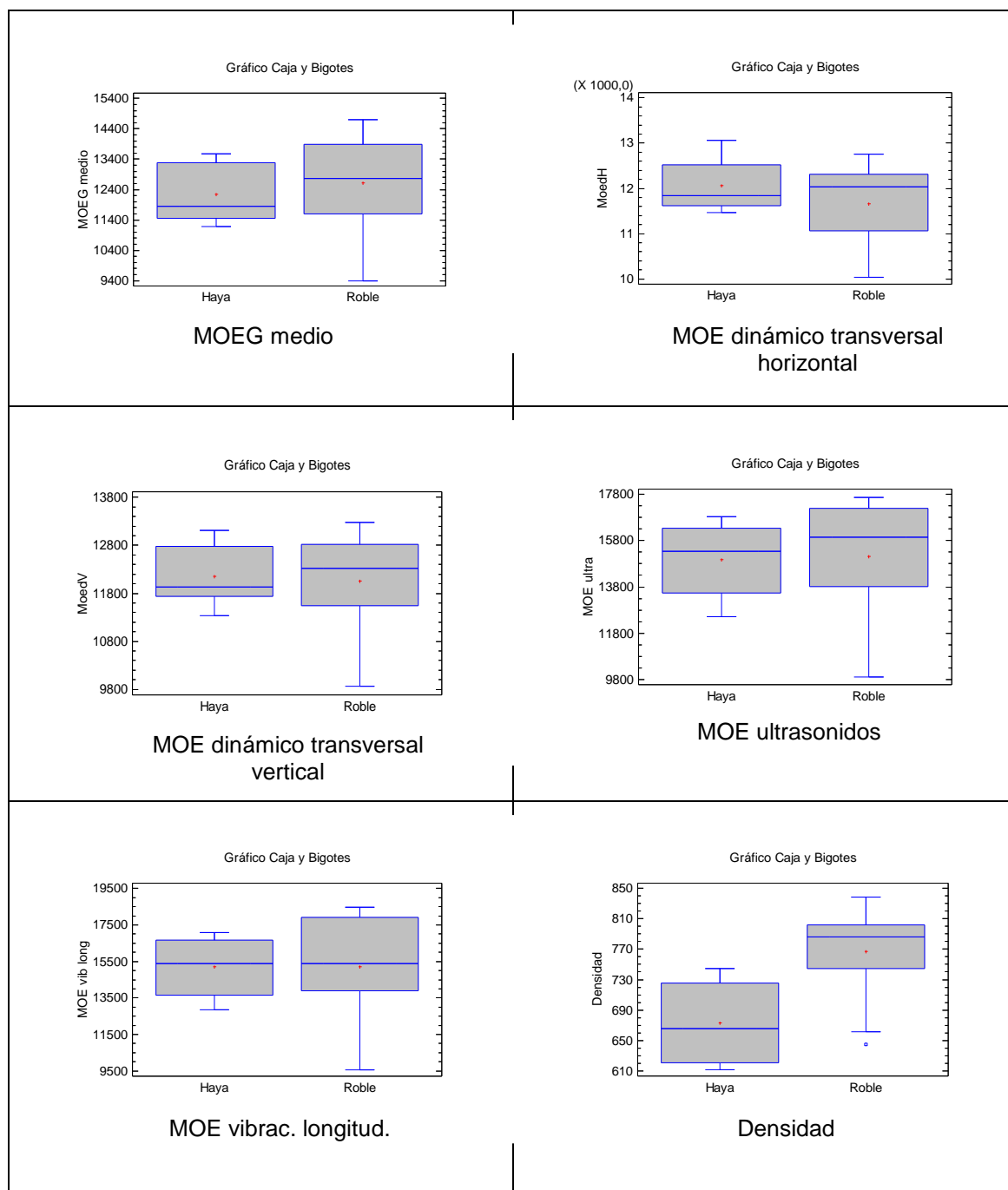
	<i>n</i>	<b>Media (N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>CV (%)</b>	<b>IQR</b>	<b>Normalidad*</b>
MOEG medio	12	12620,7	13,05	5308,75	Se asume
MOEd transversal H	12	11665,7	7,98	2725,43	Se asume
MOEd transversal V	12	12057,9	8,64	3413,08	Se asume
MOE ultrasonidos	12	15110,6	17,69	7789,52	Se asume
MOE vib. long.	12	15206,6	19,73	8893,83	Se asume
Densidad	12	766,7	7,8	194,33	Se asume

\*El análisis de normalidad se encuentra en ANEJOS 8.2.1

Lo que observamos en las tablas es que los módulos de elasticidad por ultrasonidos y por vibraciones longitudinales nos indican una mayor media que los módulos dinámicos y global, siendo estos dos últimos los mas aproximados en sus valores. También observamos que son mayores cuando la viga está situada en posición vertical que en posición horizontal. A su vez, además, es superior el módulo de elasticidad y la densidad en roble que en haya.

En la figura 5.1 se representan gráficamente las medidas de centralidad y dispersión de los diferentes módulos de elasticidad y de la densidad para cada especie y orientación.





**Figura 5.1.** Gráficos de cajas y bigotes de los módulos de elasticidad y densidad para cada especie y orientación.

## 5.2. Análisis comparativo.

La comparación entre los módulos de elasticidad A y B de cada una de las especies, se realiza mediante intervalos de confianza, al 95%, de la media de la diferencia de poblaciones. En las siguientes tablas de se observan los valores de los límites de los intervalos calculados para la media, media bootstrap y mediana bootstrap.

También se realizó el análisis comparativo de las medias de la variable densidad entre ambas especies, al final de este apartado.

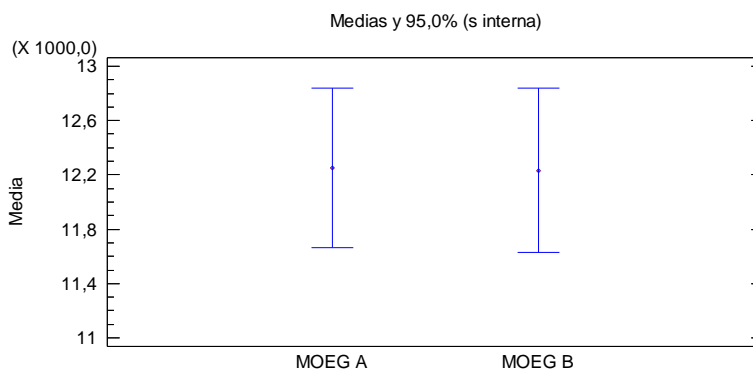
Bootstrap es un método de remuestreo que se utiliza para aproximar la distribución en el muestreo de un estadístico. Se usa frecuentemente para aproximar el sesgo o la varianza de un análisis estadístico, así como para construir intervalos de confianza o realizar contrastes de hipótesis sobre parámetros de interés.

Primeramente procedemos a comparar las diferentes variables según la especie, en este caso el haya (*F. sylvatica*).

- **Comparación Módulos de Elasticidad Global (MOEG) de la especie *F. sylvatica***

**Tabla 5.3.** Intervalos de Confianza para MOEG A-MOEG B.

<b>Media</b>	<b>Media Bootstrap</b>	<b>Mediana Bootstrap</b>
[-106,9; 139,9]	[-87,91; 120,25]	[-132,0; 192,0]



**Figura 5.2.** Gráfico de medias del MOEG A y MOEG B del haya.

La interpretación de estos intervalos es que, en muestreos repetidos, los intervalos contendrán la media verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95% de las veces. En términos prácticos, puede establecerse con 95% de confianza, que la media verdadera de MOEG A - MOEG B se encuentra en algún lugar entre -106,9 y 139,9.

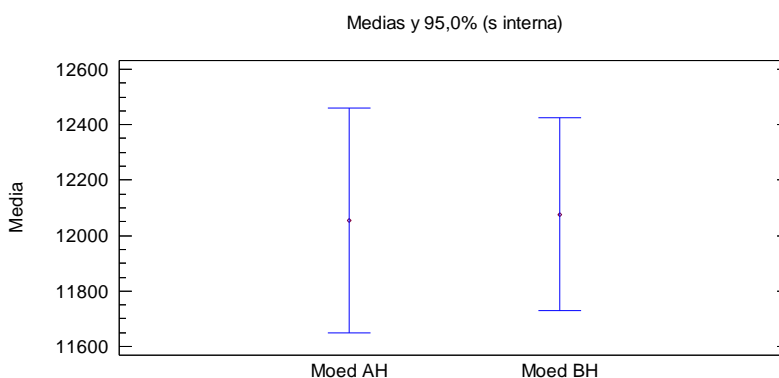
Ambos intervalos asumen que la población de la cual proviene la muestra puede representarse por la distribución normal.

- **Comparación Módulos de Elasticidad dinámicos transversales Horizontales de la especie *F. sylvatica***

**Tabla 5.4.** Intervalos de Confianza para MOEd AH-MOEd BH.

<i>Media</i>	<i>Media Bootstrap</i>	<i>Mediana Bootstrap</i>
[-247,4; 202,49]	[-233,16; 156,54]	[-316,29; 299,43]

Podemos establecer, con 95% de confianza, que la media de MOEd AH y MOEd BH se encuentra en algún lugar entre -247,4 y 202,49. Por consiguiente, ambos intervalos asumen que la población de la que proviene la muestra puede representarse por la distribución normal.



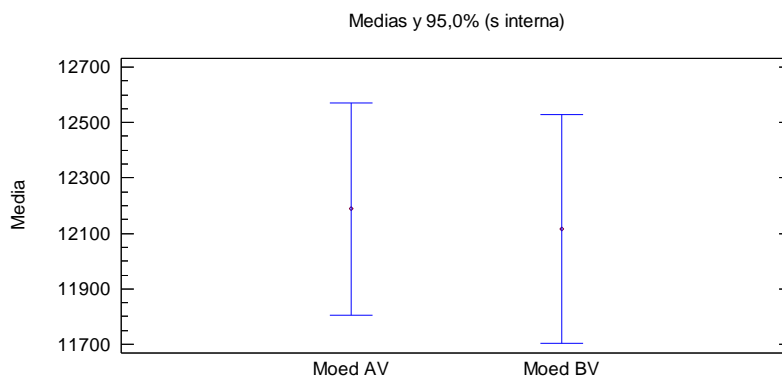
**Figura 5.3.** Gráfico de medias del MOEd AH y MOEd BH del haya.

- **Comparación Módulos de Elasticidad dinámicos transversales Verticales de la especie *F. sylvatica***

**Tabla 5.5.** Intervalos de Confianza para MOEd AV-MOEd BV.

<i>Media</i>	<i>Media Bootstrap</i>	<i>Mediana Bootstrap</i>
[-153,9; 299,94]	[-122,53; 285,6]	[-135,83; 351,09]

Se puede decir que, con un 95% de confianza, la media de MOEd AV y MOEd BV se encuentra entre -153,9 y 299,94. Por lo tanto, ambos intervalos asumen que la población de la que proviene la muestra puede representarse por la distribución normal.



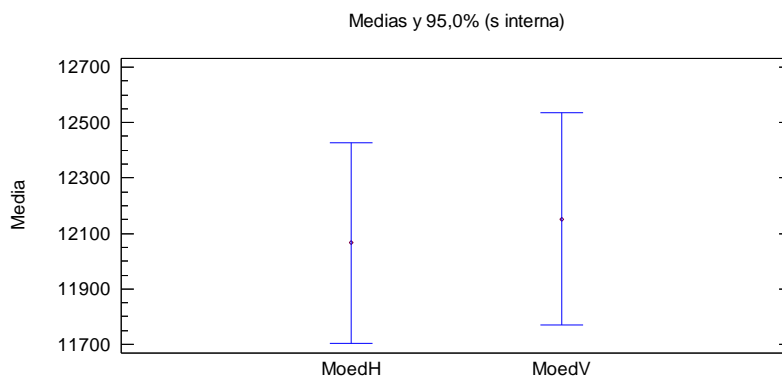
**Figura 5.4.** Gráfico de medias del MOEd AV y MOEd BV del haya.

- **Comparación Módulos de Elasticidad dinámicos transversales Horizontales y Verticales de la especie *F.sylvatica***

**Tabla 5.6.** Intervalos de Confianza para MOEdH-MOEdV.

<i>Media</i>	<i>Media Bootstrap</i>	<i>Mediana Bootstrap</i>
[-254,4; 81,24]	[-215,06; 54,41]	[-279,34; 102,81]

Observamos que la media de los diferentes módulos de elasticidad está contenida en este intervalo, el 95% de las veces, es decir, se encuentra entre -254,4 y 81,24. Esto nos lleva a afirmar que la población puede representarse por la distribución normal.



**Figura 5.5.** Gráfico de medias del MOEd H y MOEd V del haya.

- **Comparación de los Módulos de Elasticidad según los diferentes métodos de la especie *F. sylvatica***

El método empleado actualmente para discriminar entre las medias es el procedimiento de diferencia mínima significativa (LSD) de Fisher. Con este método hay un riesgo del 5% al decir que cada par de medias es significativamente diferente, cuando la diferencia real es igual a 0.

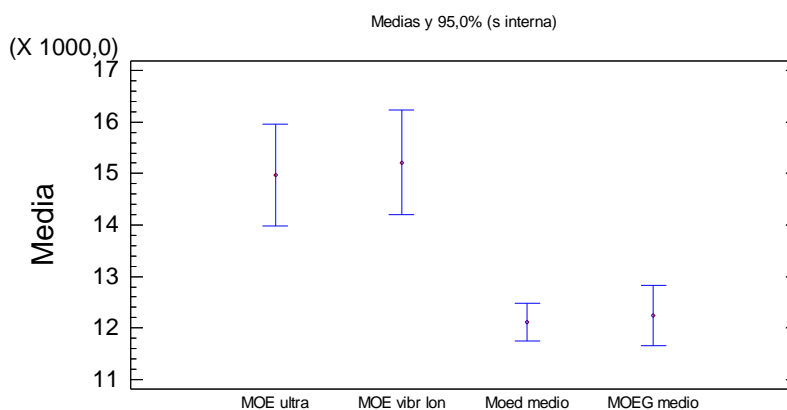
Este método aplica un procedimiento de comparación múltiple para determinar qué medias son significativamente diferentes de otras.

En la tabla 5.7, se han identificado dos grupos homogéneos según la alineación de las X's en columnas. Por un lado tendríamos el MOEG y el MOEd transversal, mientras que por otro lado estaría el MOE ultrasonidos y el MOE de vibraciones, pudiendo concluir que los valores de los diferentes grupos de Módulos de Elasticidad son muy similares. Por lo tanto, estadísticamente, no existen diferencias significativas entre cada grupo.

**Tabla 5.7.** Prueba de Múltiple Rangos de LSD al 95%.

	<b>Casos</b>	<b>Media</b>	<b>Grupos Homogéneos</b>
MOEd medio	12	12109,2	X
MOEG medio	12	12241,5	X
MOE ultrasonidos	12	14971,1	X
MOE vibrac. long.	12	15216,8	X

En la figura 5.6 se puede apreciar visualmente cada par de medias.



**Figura 5.6.** Gráfico de medias con intervalo del 95% de confianza de LSD.

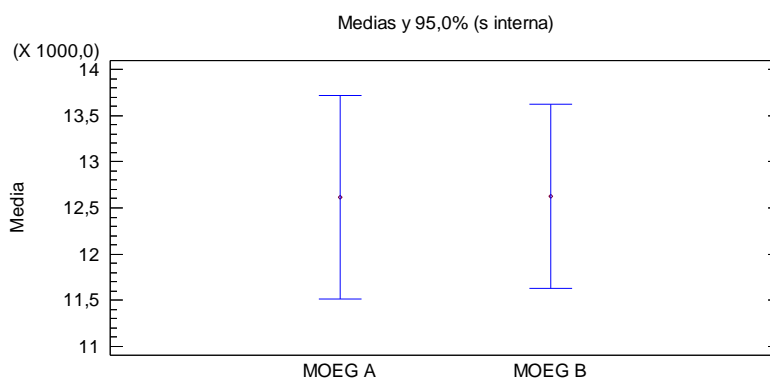
En segundo lugar vamos a comparar las diferentes variables para la otra especie, el roble (*Q. robur*).

- **Comparación Módulos de Elasticidad en máquina (MOEG) de la especie *Q. robur***

**Tabla 5.8.** Intervalos de Confianza para MOEG A-MOEG B.

<b>Media</b>	<b>Media Bootstrap</b>	<b>Mediana Bootstrap</b>
[-163,97; 152,05]	[-141,37; 154,12]	[-107,5; 181,0]

Podemos establecer con 95,0% de confianza, que la media de MOEG A y MOEG B se encuentra entre -163,97 y 152,05, es decir, los intervalos asumen que la población de la que proviene la muestra puede representarse por la distribución normal.



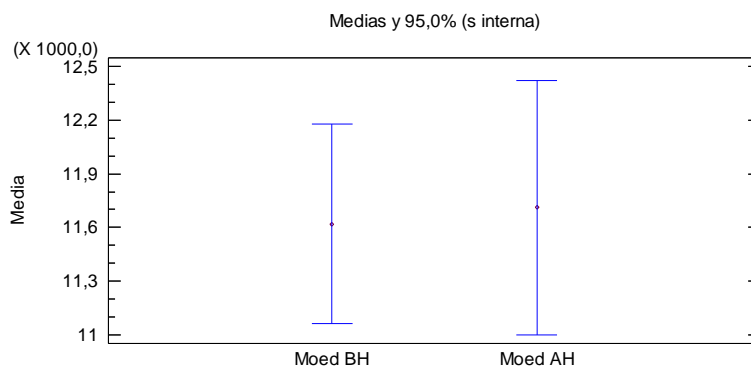
**Figura 5.7.** Gráfico de medias del MOEG A y MOEG B del roble.

- **Comparación Módulos de Elasticidad dinámicos transversales Horizontales de la especie *Q. robur***

**Tabla 5.9.** Intervalos de Confianza para MOEd AH-MOEd BH.

<b>Media</b>	<b>Media Bootstrap</b>	<b>Mediana Bootstrap</b>
[-390,51; 571,03]	[-302,90; 506,11]	[-354,33; 381,5]

Se puede afirmar que la media de MOEd AH y MOEd BH se encuentra en algún lugar entre -390,51 y 571,03, es decir, los intervalos asumen que la población de la que proviene la muestra puede representarse por la distribución normal, con 95% de confianza.



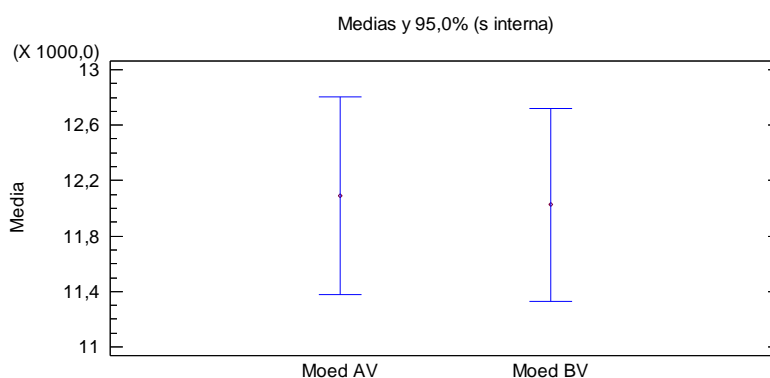
**Figura 5.8.** Gráfico de medias del MOEd AH y MOEd BH del roble.

- **Comparación Módulos de Elasticidad dinámicos transversales Verticales de la especie *Q. robur***

**Tabla 5.10.** Intervalos de Confianza para Moed AV-Moed BV.

<i>Media</i>	<i>Media Bootstrap</i>	<i>Mediana Bootstrap</i>
[-420,52; 549,44]	[-313,97; 556,22]	[-302,17; 336,43]

Establecemos que la media de MOEd AV y MOEd BV se encuentra en el intervalo -420,52 y 549,44, con un 95% de confianza. Luego, asumimos que la población de la que proviene la muestra puede representarse por la distribución normal.



**Figura 5.9.** Gráfico de medias del MOEd AV y MOEd BV del roble.

- **Comparación Módulos de Elasticidad dinámicos Horizontales y Verticales de la especie *Q. robur***

Tabla 5.11. Intervalos de Confianza para MOEdH-MOEdV.

<i>Media</i>	<i>Media Bootstrap</i>	<i>Mediana Bootstrap</i>
[-942,07; 157,74]	[-863,87; 21,73]	[-716,02; 148,07]

Puede establecerse, con 95% de confianza, que la media de MOEd H - MOEd V se encuentra en algún lugar entre -942,07 y 157,74. Por lo tanto, ambos intervalos asumen que la población de la que proviene la muestra puede representarse por la distribución normal.

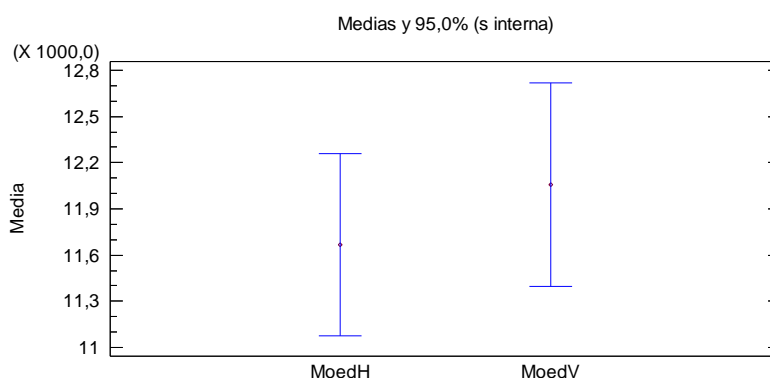


Figura 5.10. Gráfico de medias del MOEd H y MOEd V del roble.

- **Comparación de los Módulos de Elasticidad según los diferentes métodos de la especie *Q. robur***

Empleamos el mismo método que en *F. sylvatica* para discriminar entre las medias, es decir, el procedimiento de diferencia mínima significativa (LSD) de Fisher. Con este método tenemos un riesgo del 5,0% al decir que cada par de medias es significativamente diferente, cuando la diferencia real es igual a 0.

Este método aplica un procedimiento de comparación múltiple para determinar cuáles medias son significativamente diferentes de otras.

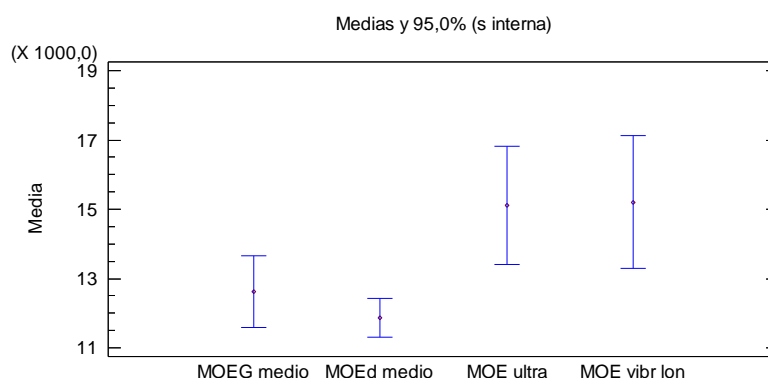
En la tabla 5.12, se han identificado dos grupos homogéneos según la alineación de las X's en columnas. Por un lado tendríamos el MOEG y el MOEd transversal, mientras que por otro lado estaría el MOE por ultrasonidos y el MOE de vibraciones longitudinales, pudiendo concluir que los valores de los diferentes grupos de Módulos de Elasticidad son muy similares. Por lo tanto, estadísticamente, no existen diferencias significativas entre cada grupo.



**Tabla 5.12.** Prueba de Múltiple Rangos de LSD al 95%.

	<b>Casos</b>	<b>Media</b>	<b>Grupos Homogéneos</b>
MOEd medio	12	11861,8	X
MOEG medio	12	12620,7	X
MOE ultrasonidos	12	15110,6	X
MOE vibrac. long.	12	15206,6	X

En la figura 5.11 se puede apreciar visualmente cada par de medias.



**Figura 5.11.** Gráfico de medias con intervalo del 95% de confianza de LSD.

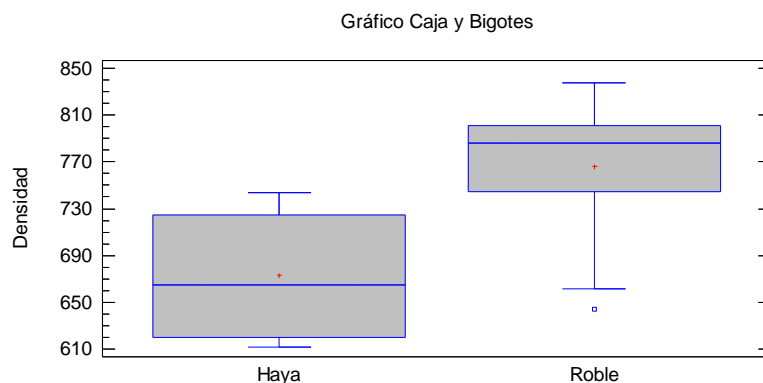
- **Comparación de la densidad de *F. sylvatica* y *Q. robur***

Intervalos de confianza al 95,0% para la media de **Haya**: 672,75 +/- 36,2431  
 [636,507; 708,993]

Intervalos de confianza al 95,0% para la media de **Roble**: 766,167 +/- 37,902  
 [728,265; 804,069]

Intervalos de confianza al 95% para la diferencia de medias suponiendo varianzas iguales: -93,4167 +/- 49,413 [-142,83; -44,0037]

En este apartado construimos los intervalos de confianza para cada media y para la diferencia entre las medias. De interés particular es el intervalo de confianza para la diferencia entre las medias, el cual se extiende desde -142,83 hasta -44,0037. Ya que este intervalo no contiene el valor 0, existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las dos con un nivel de confianza del 95,0%.



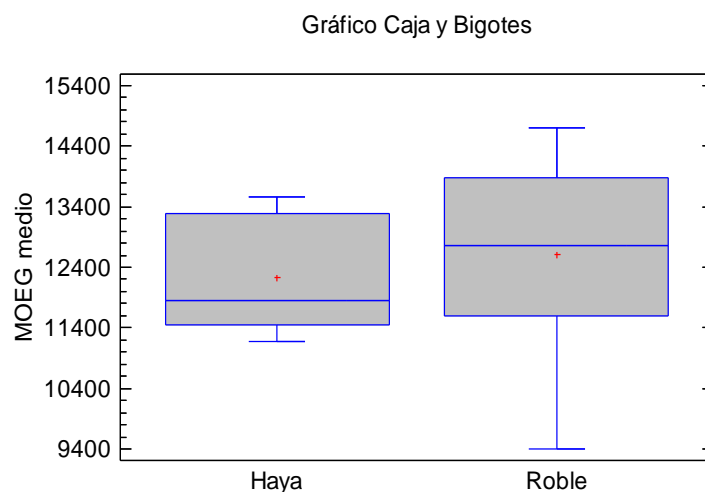
**Figura 5.12.** Gráficos de cajas y bigotes para la comparación de la densidad de haya y roble.

- **Comparación de Módulo de Elasticidad Global Medio (MOEG) de *F. sylvatica* y *Q. robur***

Intervalos de confianza del 95,0% para la media de **Haya**:  $12241,5 \pm 593,337$  [11648,2; 12834,8]

Intervalos de confianza del 95,0% para la media de **Roble**:  $12620,7 \pm 1046,81$  [11573,8; 13667,5]

Intervalos de confianza del 95,0% para la diferencia de medias suponiendo varianzas iguales:  $-379,154 \pm 1133,78$  [-1512,93; 754,626]



**Figura 5.13.** Gráficos de cajas y bigotes para la comparación de MOEG de haya y roble.

Por último se construyen los intervalos de confianza para cada media y para la diferencia entre las medias. Observamos el intervalo de confianza para la diferencia entre las medias, que se extiende desde -1512,93 hasta 754,626. Puesto que el intervalo contiene el valor de 0, podemos asegurar que no existe diferencia significativa entre las medias de las dos muestras.

### 5.3. Análisis predictivo.

En este apartado intentaremos buscar las relaciones existentes entre los valores del módulo de elasticidad global medio y el módulo de elasticidad dinámico medio de ambas especies utilizando un análisis de regresión simple. Las relaciones que analizaremos, para ambas especies, serán:

- **MOEG medio vs. MOEd transversal medio.**
- **MOEG medio vs. MOE por ultrasonidos.**
- **MOEG medio vs. MOE por vibraciones longitudinales.**

Comenzamos analizando la relación para la especie haya (*F. sylvatica*).

- **MOEG medio vs. MOEd transversal medio de la especie *F. sylvatica***

En primer lugar analizaremos la relación entre el módulo de elasticidad global y el módulo de elasticidad dinámico obtenido a partir del periodo de vibración armónica.

El modelo lineal planteado para predecir el valor del MOEG medio mediante el MOEd transversal medio resulta significativo, como se comprueba en la tabla ANOVA, tabla 5.13.

**Tabla 5.13.** Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOEd transversal medio del haya.

<b>Fuente</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Gl</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>Razón-F</b>	<b>Valor-P</b>
Modelo	5,95229E6	1	5,95229E6	16,35	0,0023
Residuo	3,64041E6	10	364041,		
Total (Corr.)	9,5927E6	11			

Del modelo de regresión lineal aplicado para predecir el valor del MOEG medio se obtiene, tabla 5.14, unos valores para los coeficientes “a” y “b” de -4678,19 y 1,39287 respectivamente.

**Tabla 5.14.** Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOEd transversal medio del haya.

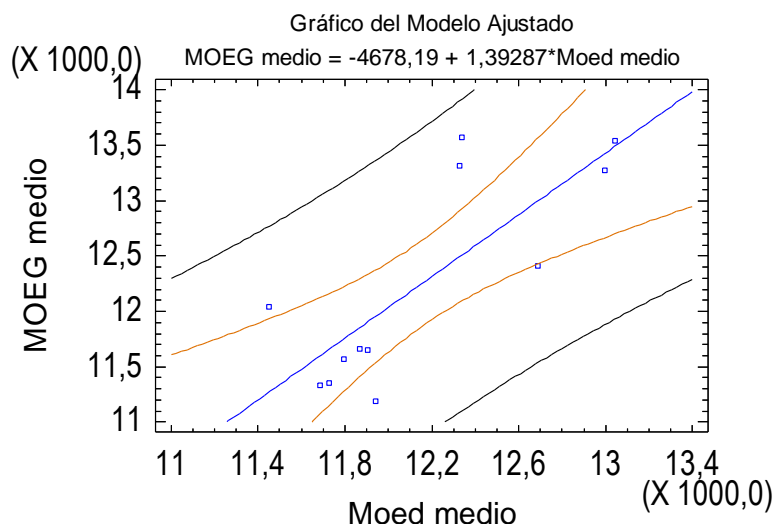
	<b>Mínimos Cuadrados</b>	<b>Estándar</b>	<b>Estadístico</b>	
<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error</i>	<i>T</i>	<i>Valor-P</i>
Intercepto	-4678,19	4187,95	-1,11706	0,2901
Pendiente	1,39287	0,344463	4,04359	0,0023

Los valores que se desprende de la relación de regresión son los siguientes:

- **Coefficiente de Correlación = 0,78772**
- **R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 58,2552 %**

Donde el coeficiente de correlación indica que existe una relación moderadamente fuerte entre ambas variables, mientras que el valor R-cuadrado indica que el modelo ajustado explica el 58,25% de la variabilidad total de la muestra.

En la figura 5.14 se muestra la recta de regresión que relaciona estos dos ensayos:



**Figura 5.14.** Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOEd transversal medio del haya.

• **MOEG medio vs. MOE por ultrasonidos de la especie *F. sylvatica***

Seguidamente realizamos el análisis de la relación entre el módulo de elasticidad global y el módulo de elasticidad calculado a través del equipo de ultrasonido Fakopp.

A la vista de los valores obtenidos en la tabla ANOVA 5.15, observamos que existe una relación estadísticamente significativa entre ambas variables, con un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 5.15.** Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOE calculado por ultrasonidos del haya.

<b>Fuente</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Gl</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>Razón-F</b>	<b>Valor-P</b>
Modelo	6,8772E6	1	6,8772E6	25,33	0,0005
Residuo	2,7155E6	10	271550,		
Total (Corr.)	9,5927E6	11			

De la recta de regresión aplicada para predecir el valor del MOEG medio se obtiene, tabla 5.16, unos valores para los coeficientes “a” y “b” de 4688,16 y 0,504527 respectivamente.

**Tabla 5.16.** Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por ultrasonidos del haya.

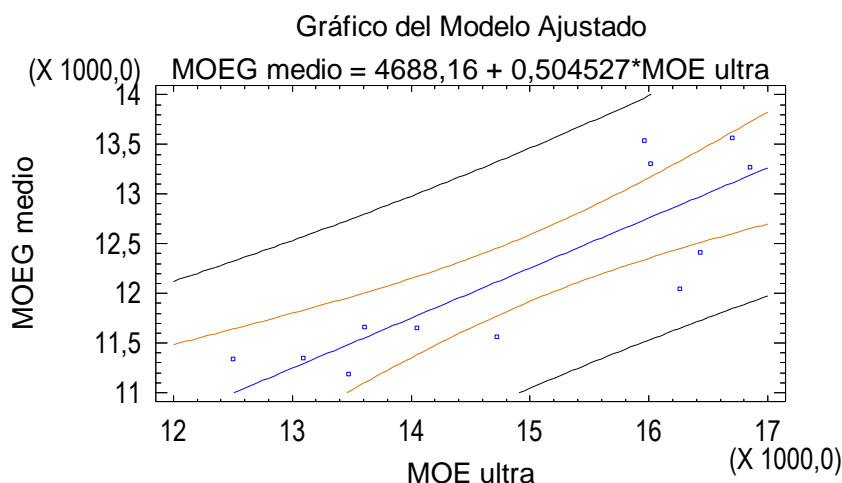
	<b>Mínimos Cuadrados</b>	<b>Estándar</b>	<b>Estadístico</b>	
<b>Parámetro</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error</b>	<b>T</b>	<b>Valor-P</b>
Intercepto	4688,16	1508,44	3,10796	0,0111
Pendiente	0,504527	0,100254	5,03247	0,0005

Los valores que se desprende de la relación de regresión son los siguientes:

- **Coefficiente de Correlación = 0,846711**
- **R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 68,8612 %**

Donde el coeficiente de correlación indica una relación moderadamente fuerte entre las variables y el valor R-cuadrado que el modelo ajustado explica el 68,86 % de la variabilidad en MOEG medio.

En la figura 5.15 se puede observar la recta de regresión para esta relación:



**Figura 5.15.** Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por ultrasonidos del haya.

- **MOEG medio vs. MOE por vibraciones longitudinales de la especie *F. sylvatica***

Por último se realizó el análisis de la relación existente entre el módulo de elasticidad global y el módulo de elasticidad calculado a partir de vibraciones longitudinales.

Puesto que el valor-P, en la tabla 5.17 ANOVA, es igual a 0, existe una relación estadísticamente significativa entre ambos módulos con un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 5.17.** Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG y el MOE calculado por vibraciones longitudinales del haya.

<b>Fuente</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Gl</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>Razón-F</b>	<b>Valor-P</b>
Modelo	7,93062E6	1	7,93062E6	47,72	0,0000
Residuo	1,66208E6	10	166208,		
Total (Corr.)	9,5927E6	11			

La recta de regresión que refleja la relación lineal entre estas variables nos arroja unos valores para los coeficientes “a” y “b” de 4170,01 y 0,530433, respectivamente, que se recogen en la tabla 5.18.

**Tabla 5.18.** Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por vibraciones longitudinales del haya.

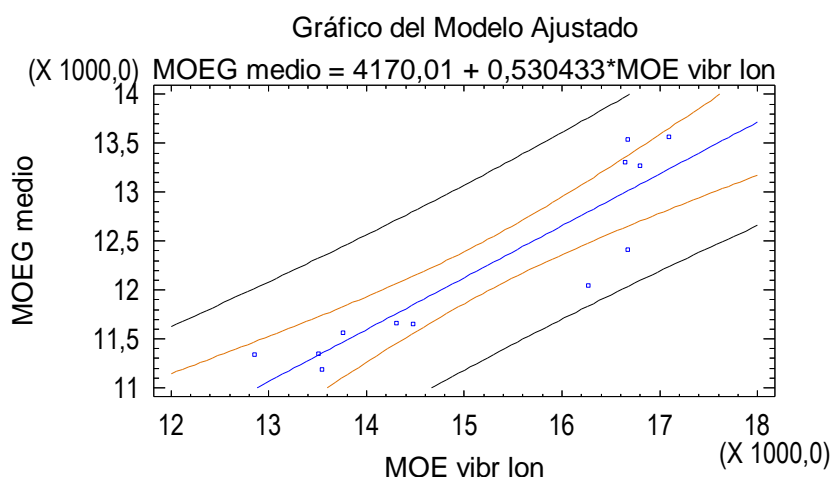
	<b>Mínimos Cuadrados</b>	<b>Estándar</b>	<b>Estadístico</b>	
<b>Parámetro</b>	<b>Estimado</b>	<b>Error</b>	<b>T</b>	<b>Valor-P</b>
Intercepto	4170,01	1174,4	3,55075	0,0053
Pendiente	0,530433	0,0767896	6,90761	0,0000

Los valores que se desprende de la relación de regresión son los siguientes:

- **Coefficiente de Correlación = 0,90925**
- **R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 80,9409 %**

Donde el coeficiente de correlación indica una relación relativamente fuerte entre las variables y el valor R-cuadrado que el modelo ajustado explica el 80,94% de la variabilidad en MOEG medio.

En la figura 5.16 se muestra la recta de regresión que relaciona estos dos ensayos:



**Figura 5.16.** Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por vibraciones longitudinales del haya.

Seguidamente realizamos el análisis predictivo para la especie roble (*Q. robur*).

- **MOEG medio vs. MOEd transversal medio de la especie *Q. robur***

Primeramente analizaremos la relación entre el módulo de elasticidad global y el módulo de elasticidad dinámico transversal obtenido a partir del periodo de vibración armónica, esta vez para el roble.

Según la tabla ANOVA, tabla 5.19, el modelo lineal propuesto para predecir el valor del MOEG medio mediante el MOEd transversal resulta significativo.

**Tabla 5.19.** Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOEd transversal medio del roble.

<b>Fuente</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Gl</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>Razón-F</b>	<b>Valor-P</b>
Modelo	1,74725E7	1	1,74725E7	15,09	0,0037
Residuo	1,04228E7	9	1,15809E6		
Total (Corr.)	2,78953E7	10			

Del modelo de regresión lineal aplicado para predecir el valor del MOEG medio, obtenemos, tabla 5.20, unos resultados para los coeficientes “a” y “b” de -5518,62 y 1,55314 respectivamente.

**Tabla 5.20.** Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOEd transversal medio del roble.

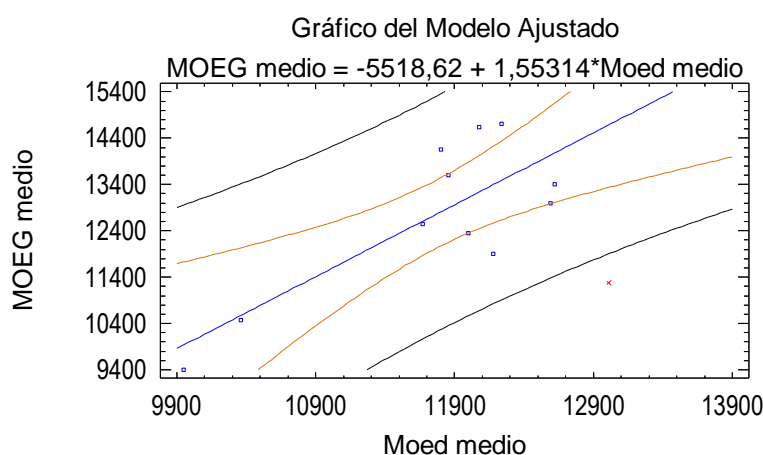
	<b>Mínimos Cuadrados</b>	<b>Estándar</b>	<b>Estadístico</b>	
<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error</i>	<i>T</i>	<i>Valor-P</i>
Intercepto	-5518,62	4712,55	-1,17105	0,2716
Pendiente	1,55314	0,399857	3,88424	0,0037

Los valores que se desprenden de la relación de regresión son los siguientes:

- **Coefficiente de Correlación = 0,791429**
- **R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 58,4844 %**

Donde el coeficiente de correlación indica que existe una relación fuerte entre ambas variables, mientras que el valor R-cuadrado indica que el modelo ajustado explica el 58% de la variabilidad total de la muestra.

En la figura 5.17 se puede observar la recta de regresión para esta relación:



**Figura 5.17.** Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOEd transversal medio del roble.

- **MOEG medio vs. MOE por ultrasonidos de la especie *Q. robur***

En segundo lugar realizamos el análisis de la relación entre el módulo de elasticidad global y el módulo de elasticidad calculado a través del equipo de ultrasonidos de tipo Fakopp.

El análisis de varianza de la tabla ANOVA, tabla 5.21, reveló que existe una relación estadísticamente significativa entre MOEG medio y MOE por ultrasonidos con un nivel de confianza del 95,0%, ya que el valor-P es menor que 0,05.

**Tabla 5.21.** Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG medio y el MOE calculado por ultrasonidos del roble.

<b>Fuente</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Gl</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>Razón-F</b>	<b>Valor-P</b>
Modelo	2,16512E7	1	2,16512E7	31,21	0,0003
Residuo	6,24406E6	9	693785,		
Total (Corr.)	2,78953E7	10			

Al ajustar el modelo lineal para predecir el valor del MOEG medio, la tabla 5.22 nos muestra los resultados para los coeficientes “a” y “b” de 4532,7 y 0,537431 respectivamente.

**Tabla 5.23.** Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por ultrasonidos del roble.

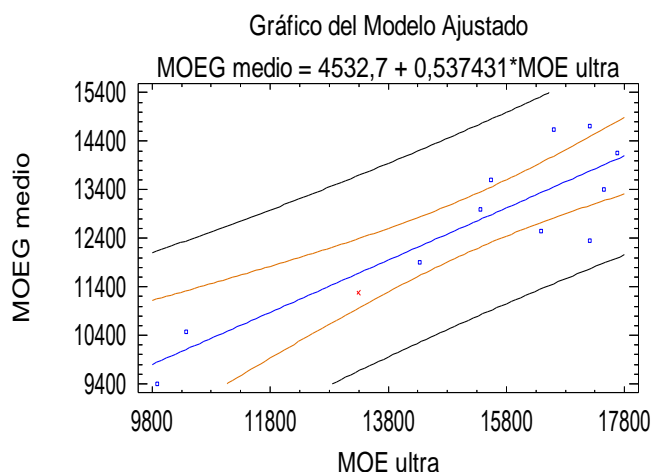
	<b>Mínimos Cuadrados</b>	<b>Estándar</b>	<b>Estadístico</b>	
<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error</i>	<i>T</i>	<i>Valor-P</i>
Intercepto	4532,7	1490,94	3,04016	0,0140
Pendiente	0,537431	0,0962042	5,58636	0,0003

Los valores que presenta la relación de regresión son los siguientes:

- **Coefficiente de Correlación = 0,881**
- **R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 75,1289 %**

El estadístico R-Cuadrado nos indica que el modelo ajustado explica el 75,13 % de la variabilidad en MOEG medio. Por otro lado, el coeficiente de correlación es igual a 0,881, indicando una relación moderadamente fuerte entre las variables.

En la figura 5.18 se muestra la recta de regresión que relaciona estos dos ensayos:



**Figura 5.18.** Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por ultrasonidos del roble.

- **MOEG medio vs. MOE por vibraciones longitudinales de la especie *Q. robur***

Para finalizar este apartado, acabamos analizando la relación existente entre el módulo de elasticidad global y el módulo de elasticidad calculado a partir de vibraciones longitudinales.

El modelo lineal propuesto para predecir el valor del MOEG medio mediante el MOE medio calculado por vibraciones longitudinales resulta significativo, puesto que valor-P en la tabla ANOVA, tabla 5.24, es menor que 0,05.



**Tabla 5.24.** Análisis de varianza para la relación existente entre el MOEG y el MOE calculado por vibraciones longitudinales del roble.

<b>Fuente</b>	<b>Suma de Cuadrados</b>	<b>Gl</b>	<b>Cuadrado Medio</b>	<b>Razón-F</b>	<b>Valor-P</b>
Modelo	2,59442E7	1	2,59442E7	119,68	0,0000
Residuo	1,95104E6	9	216782,		
Total (Corr.)	2,78953E7	10			

Gracias a este modelo lineal obtenemos una tabla, tabla 5.25, que nos muestra los resultados para los coeficientes “a” y “b” de 4766,55 y 0,519459 respectivamente.

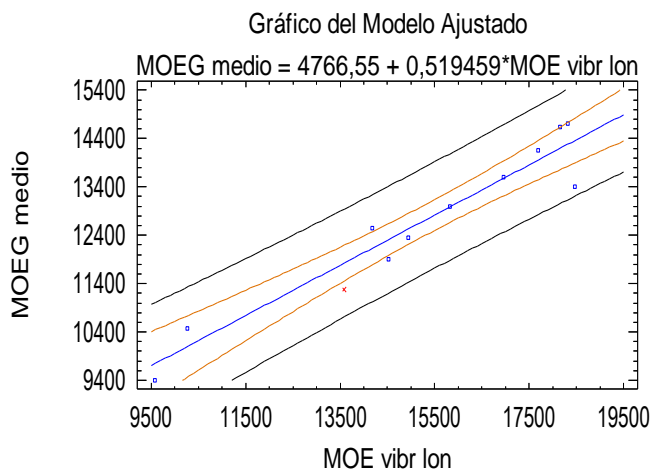
**Tabla 5.25.** Tabla de coeficientes para el modelo MOEG medio vs. MOE calculado por vibraciones longitudinales del roble.

<b>Parámetro</b>	<b>Mínimos Cuadrados Estimado</b>	<b>Estándar Error</b>	<b>Estadístico T</b>	<b>Valor-P</b>
Intercepto	4766,55	742,481	6,41976	0,0001
Pendiente	0,519459	0,0474834	10,9398	0,0000

Los parámetros de ajuste obtenidos para dicha regresión son:

- **Coefficiente de Correlación = 0,964395**
- **R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 92,2287 %**

Donde el coeficiente de correlación indica que existe una relación relativamente fuerte entre ambas variables, mientras que el estadístico R-cuadrado indica que el modelo ajustado explica el 93% de la variabilidad en MOEG medio. En la figura 5.19 se muestra la recta de regresión que relaciona estos dos ensayos:



**Figura 5.19.** Gráfico del modelo ajustado para la relación existente entre MOEG medio y MOE por vibraciones longitudinales del roble.

## 6. CONCLUSIONES



## 6. Conclusiones

A continuación se exponen las conclusiones de los resultados obtenidos en los ensayos realizados sobre las 24 vigas de *F. sylvatica* y de *Q. robur*. Cabe destacar que la heterogeneidad del material y el reducido tamaño de la población con la que se ha trabajado, hacen que los resultados obtenidos en la ejecución de este estudio deban ser tomados con precaución y cautela.

Atendiendo a los valores obtenidos para la densidad y el MOEG de *F. sylvatica* y *Q. robur*, se encuentran diferencias significativas entre la densidad de ambas especies siendo el valor medio del MOEG similar en ambas.

El análisis de los valores de vibración transversal en posición vertical o en posición horizontal determinados utilizando como extremo de empotramiento cualquiera de las dos testas han resultado, en cada caso, ser estadísticamente similares. De igual forma, los módulos de elasticidad de cada una de las especies determinados con las vigas en posición horizontal y en posición vertical han resultado ser estadísticamente iguales.

Tanto para *Fagus* como *Quercus* el ensayo no destructivo que mejor predice el valor del MOEG es el ensayo de vibraciones longitudinales, obteniéndose una explicación en el modelo de  $R^2= 80,9409$  % para haya y  $R^2= 92,2287$  % para roble. El siguiente ensayo no destructivo que mejor explica el valor del módulo de elasticidad estático es el de ultrasonidos con valor de  $R^2= 68,8612$  % para haya y  $R^2= 75,1289$  % para roble. Por último, el ensayo de vibraciones transversales, que explica la variable MOEG con un  $R^2= 58,2552$  % para haya y  $R^2= 58,2552$  % para roble.



## 7. BIBLIOGRAFÍA



## 7. Bibliografía

- ACUÑA RELLO, L. (2014). Apuntes de la asignatura Industrias de la primera transformación del corcho y la madera. Curso académico 2014-2015. Palencia.
- CASADO SANZ, M. (2014). Apuntes de la asignatura Industrias de la segunda transformación del corcho y la madera. Curso académico 2014-2015. Palencia.
- SAN MARTÍN FERNÁNDEZ, R (2014). Apuntes de la asignatura Métodos Estadísticos Avanzados. Curso académico 2014-2015. Palencia.
- ARGÜELLES, R; ARRIAGA, F & MATÍNEZ, J.J. (2000). *Estructuras de madera: diseño y cálculo*. Madrid. Ed. AITIM.
- FERNANDEZ-GOLFÍN SECO, J.I. (2000). *La madera en la construcción. Cap.I. Calidad y Características estructurales de la madera. I.1. Propiedades*. Palencia. Universidad de Valladolid. E.T.S. Ingenierías Agrarias de Palencia. ITAGRA.
- LÓPEZ GONZÁLEZ, G. (2004). *Guía de los árboles y arbustos de la Península Ibérica y Baleares*. Madrid. Ediciones Mundi-Prensa.
- RUIZ DE LA TORRE, J. (2001). *Árboles y arbustos de la España peninsular*. Madrid. Mundi-Prensa.
- ORIA DE RUEDA, J.A. (2003). *Los bosques de Castilla y León*. Junta de Castilla y León. Consejería de medio Ambiente. Valladolid. ÁMBITO Ediciones S.A.
- JIMÉNEZ PERIS, F.J. (1999). *La madera: propiedades básicas*. Madrid. GET.
- VIGNOTE PEÑA, S; JIMÉNEZ PERIS, F.J. (1996). *Tecnología de la madera*. Madrid. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación y Mundi-Prensa.
- ACUÑA, L.; DIEZ, M.R. & CASADO, M. (2006). *Los ultrasonidos y la calidad de la madera estructural, aplicación a "Pinus pinaster" Ait*. Escuela Técnica Superior de Ingenierías Agrarias de Palencia. Universidad de Valladolid.
- ACUÑA, L.; DÍEZ, R.; MARTÍN, L.; CASADO, M.; BASTERRA, A.; RAMÓN, G. & RELEA, E. (2007). *La técnica de transmisión ultrasónica aplicada a la madera estructural*. 11º Congreso Español. Gijón, 2007
- CASADO SANZ, M.; COLUNGA VILLAR, A.; ACUÑA RELLO, L.; BASTERRA OTERO, A.; RAMÓN CUETO, G.; LÓPEZ RODRIGUEZ, G. & RELEA GANGAS, E. (2009). *Clasificación de madera estructural de Populus x euramericana mediante ultrasonidos*. 5º Congreso Forestal Español. Ávila, 2009.
- CASADO SANZ, M.; ACUÑA RELLO, L.; BASTERRA OTERO, A.; HEREDERO MUÑOZ, S.; SAN MARTÍN, R. (2013). *Estimación de la calidad de la madera en rollo de chopo mediante ultrasonidos y extractor de tornillos*. 6º Congreso Forestal Español. Vitoria, 2013.



GARCÍA ESTEBAN, L.; GUINDEO CASASÚS, A.; PERAZA ORAMAS, C.; DE PALACIOS DE PALACIOS, P.; (2003). *La madera y su anatomía: anatomías y defectos, estructura microscópica de coníferas y frondosas, identificación de maderas, descripción de especies y pared celular*. Madrid. Mundi-Prensa.

ÍÑIGUEZ GONZALEZ, G; ARRIAGA MARTITEGUI, F; ESTEBAN HERRERO, M. ARGÜELLES ÁLVAREZ, R; (2007). *Los métodos de vibración como herramienta no destructiva para la estimación de las propiedades resistentes de la madera aserrada estructural*. Informes de la Construcción.

FERNÁNDEZ-GOLFÍN SECO, J.L. et al. (2000). *La madera de la construcción. Cap 1 "Propiedades elastomecánicas de la madera"*. Instituto Tecnológico Agrario y Alimentario.

BAETTIG P., RICARDO M. (2001). *Determinación del módulo de elasticidad de la madera mediante vibraciones transversales*. Maderas. Ciencia y tecnología.

COLUNGA VILLAR, A. (2008). *Determinación de la capacidad resistente de la madera estructural de "Populus sp." mediante métodos no destructivos*. Trabajo Fin de Carrera. E.T.S.II.AA, Palencia. Universidad de Valladolid.

ARRATE URIONABARRENECHEA, J. (2010). *Caracterización mecánica de madera estructural de "Populus x euramericana" I-214 mediante ultrasonidos*. Trabajo Fin de Carrera. E.T.S.II.AA, Palencia. Universidad de Valladolid.

SÁENZ GONZÁLEZ, C. (2011). *Caracterización físico-mecánica y estructural de madera de "Populus x euroamericana I-214". Respuesta a ensayos no destructivos*. Trabajo Fin de Carrera. E.T.S.II.AA, Palencia. Universidad de Valladolid.

LLORENTE MARIGÓMEZ, E. (2012) *Determinación del Módulo de elasticidad por vibraciones. Influencia de la relación longitud/altura*. Trabajo Fin de Carrera. E.T.S.II.AA, Palencia. Universidad de Valladolid.

UNE-EN 408:2011. '*Estructuras de madera. Madera aserrada y madera laminada encolada para uso estructural. Determinación de algunas propiedades físicas y mecánicas*'.

UNE-EN 56544:1997. '*Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural*'.

Recursos bibliográficos consultados:

- [www.asturnatura.com](http://www.asturnatura.com)
- [www.arbolesibericos.es](http://www.arbolesibericos.es)
- [www.fotonatura.org](http://www.fotonatura.org)

## 8. ANEJOS



## 8. Anejos

### 8.1. Datos de los ensayos.

#### 8.1.1. Dimensiones de las piezas de madera de *F. sylvatica*

Tabla 8.1. Dimensiones de las piezas de haya.

Pieza	Dimensiones			Masa	Volumen	Densidad
	L(m)	a(m)	h(m)	(kg)	(m <sup>3</sup> )	(kg/m <sup>3</sup> )
1	1,2	0,06	0,0363	1,9035	0,002614	728,306
2	1,2	0,06	0,036	1,9192	0,002592	740,432
3	1,2	0,06	0,0361	1,5893	0,002599	611,457
4	1,2	0,06	0,0362	1,9413	0,002606	744,820
5	1,2	0,06	0,0361	1,8745	0,002599	721,183
6	1,2	0,06	0,036	1,6097	0,002592	621,026
7	1,2	0,06	0,0368	1,9148	0,002650	722,675
8	1,2	0,06	0,0361	1,6304	0,002599	627,270
9	1,2	0,06	0,0366	1,6323	0,002635	619,422
10	1,2	0,06	0,0363	1,8395	0,002614	703,818
11	1,2	0,06	0,0366	1,6513	0,002635	626,632
12	1,2	0,06	0,0363	1,5984	0,002614	611,570

#### 8.1.2. Dimensiones de las piezas de madera de *Q. robur*

Tabla 8.2. Dimensiones de las piezas de roble.

Pieza	Dimensiones			Masa	Volumen	Densidad
	L(m)	a(m)	h(m)	(kg)	(m <sup>3</sup> )	(kg/m <sup>3</sup> )
1	1,2	0,0596	0,0392	2,3511	0,002804	838,605
2	1,2	0,0597	0,0394	2,1779	0,002823	771,589
3	1,2	0,06	0,0391	2,3021	0,002815	817,739
4	1,2	0,06	0,0398	2,2921	0,002866	799,867
5	1,2	0,06	0,04	1,8555	0,002880	644,271
6	1,2	0,06	0,0405	2,1284	0,002916	739,028
7	1,2	0,0596	0,0387	2,1597	0,002768	749,896
8	1,2	0,0598	0,0382	2,2557	0,002741	783,229
9	1,2	0,0598	0,0386	2,3029	0,002770	799,618
10	1,2	0,06	0,04	1,9056	0,002880	661,667
11	1,2	0,06	0,04	2,3173	0,002880	804,618
12	1,2	0,06	0,04	2,2751	0,002880	789,965

**8.1.3. Datos calculados a través del método de ultrasonidos.**

**Tabla 8.3.** Datos obtenidos del método de ultrasonidos.

<b>HAYA</b>		<b>ROBLE</b>	
<b>Nº de viga</b>	<b>Tiempo (<math>\mu</math>s)</b>	<b>Nº de viga</b>	<b>Tiempo (<math>\mu</math>s)</b>
1	254	1	271
	254		268
	254		270
2	253	2	252
	252		252
	253		253
3	256	3	276
	256		276
	255		274
4	249	4	279
	254		275
	254		268
5	256	5	310
	255		303
	253		306
6	245	6	282
	237		283
	259		284
7	253	7	258
	252		256
	250		256
8	258	8	258
	250		256
	253		254
9	256	9	259
	256		258
	256		259
10	252	10	306
	254		302
	250		301
11	270	11	285
	268		284
	268		284
12	261	12	254
	258		253
	259		254

**8.1.4. Datos calculados mediante vibraciones longitudinales.**

**Tabla 8.4.** Datos obtenidos del método de vibraciones longitudinales.

<b>HAYA</b>		<b>ROBLE</b>	
<b>Nº de viga</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Nº de viga</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>
1	1967	1	1937
	1969		1940
	1972		1939
2	2002	2	2043
	2002		2038
	2002		2034
3	1961	3	1897
	1964		1898
	1958		1898
4	1978	4	1854
	1979		1854
	1979		1852
5	2001	5	1604
	2002		1601
	2002		1613
6	1961	6	1786
	1961		1784
	1962		1788
7	2001	7	1814
	2000		1811
	2003		1811
8	2001	8	1820
	1999		1819
	2005		1821
9	2003	9	1996
	2002		1992
	2002		1994
10	2025	10	1640
	2030		1641
	2029		1642
11	1888	11	1768
	1886		1771
	1888		1772
12	1958	12	1970
	1958		1975
	1959		1971

### 8.1.5. Datos de MOE dinámico transversal de las vigas en voladizo.

Tabla 8.5. Datos obtenidos del método de vibraciones transversales.

<i>HAYA</i>			<i>ROBLE</i>		
<i>Nº de viga</i>	<i>Posición</i>	<i>MOE dinámico (mPa)</i>	<i>Nº de viga</i>	<i>Posición</i>	<i>MOE dinámico (mPa)</i>
1	AH	11504,59	1	AH	12407,9
	BH	11214,96		BH	12726,17
	AV	11763,42		AV	12400,41
	BV	11320,32		BV	12706,42
2	AH	12326,52	2	AH	12558,61
	BH	12788,53		BH	12301,23
	AV	12341,14		AV	12782,64
	BV	11901,53		BV	12828,95
3	AH	11905,14	3	AH	12510,43
	BH	12471,85		BH	12299,75
	AV	11708,99		AV	12237,16
	BV	11682,33		BV	12371,26
4	AH	13187,51	4	AH	12820,58
	BH	12872,28		BH	12699,6
	AV	12704,48		AV	12340,83
	BV	13229,88		BV	12500,17
5	AH	12567,57	5	AH	9839,46
	BH	12784,6		BH	10229,85
	AV	12105,69		AV	9592,18
	BV	11846,61		BV	10129,81
6	AH	11677,88	6	AH	12993,96
	BH	11853,03		BH	12488,34
	AV	11857,2		AV	11732,14
	BV	11786,3		BV	12816,01
7	AH	12803,94	7	AH	12057,92
	BH	12640,22		BH	12302,41
	AV	12400,1		AV	12993,51
	BV	12902,92		BV	11724,15
8	AH	12056,96	8	AH	12437,97
	BH	11648,79		BH	11679,65
	AV	11969,92		AV	12295,92
	BV	11952,99		BV	11576,75
9	AH	11853,65	9	AH	14343,18
	BH	11788,2		BH	12373,51
	AV	11795,39		AV	13921,36
	BV	12034,69		BV	12310,81
10	AH	13201,63	10	AH	9792,69
	BH	12747,05		BH	10538,66

**Tabla 8.5. (Cont).** Datos obtenidos del método de vibraciones transversales.

	AV	13413,79		AV	10470,72
	BV	12815,1		BV	10647,13
11	AH	11474,3	11	AH	11894,35
	BH	11689,85		BH	12141,56
	AV	11827,94		AV	12156,4
	BV	11746,78		BV	12514,72
12	AH	11735	12	AH	14167,89
	BH	11858,86		BH	14961,14
	AV	11640,61		AV	14297,9
	BV	11672,96		BV	14381,45

### 8.1.6. Datos de MOEG obtenidos en la máquina universal "Ibertest".

**Tabla 8.6.** Datos obtenidos del ensayo de la máquina universal "Ibertest".

<i>HAYA</i>			<i>ROBLE</i>		
<i>Nº de viga</i>	<i>Posición</i>	<i>MOEG (mPa)</i>	<i>Nº de viga</i>	<i>Posición</i>	<i>MOEG (mPa)</i>
1	A	11998	1	A	14736
	B	12140		B	14540
2	A	13442	2	A	13366
	B	13696		B	13451
3	A	11197	3	A	13623
	B	11175		B	13588
4	A	13345	4	A	13082
	B	13199		B	12901
5	A	13383	5	A	9157,3
	B	13238		B	9643,2
6	A	11593	6	A	11243
	B	11542		B	11315
7	A	12534	7	A	12451
	B	12295		B	12637
8	A	11654	8	A	12331
	B	11643		B	12355
9	A	11758	9	A	14985
	B	11564		B	14433
10	A	13456	10	A	10479,8
	B	13624		B	10477,4
11	A	11122	11	A	11873
	B	11500		B	11928
12	A	11475	12	A	14085
	B	11228		B	14215



## 8.2. Anejos a la estadística

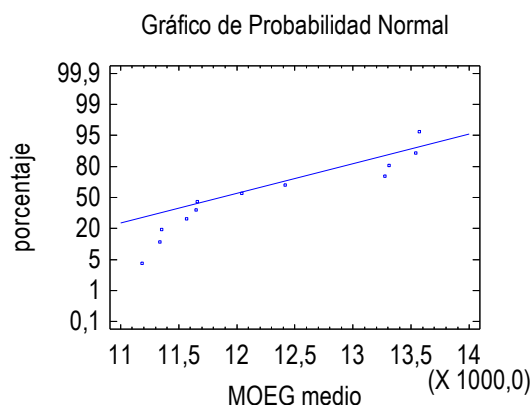
### 8.2.1. Estadística descriptiva

En las siguientes tablas se muestran el sesgo estandarizado y la curtosis estandarizada para determinar si se consideran valores normales, también se añade la prueba de chi-cuadrado y de Shapiro-Wilk para corroborar dicha normalidad si así fuera. Se presentan dichas pruebas de los distintos métodos, de todas las vigas, según la especie.

#### 8.2.1.1. Estadística descriptiva para *F. sylvatica*

- **Módulo de Elasticidad Global medio (MOEG medio) para *F. sylvatica***

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.1.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEG medio del haya.

b) Valores de sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.7.** Sesgo y curtosis para MOEG medio del haya.

<b>Sesgo Estandarizado</b>	<b>Curtosis Estandarizada</b>
0,664396	-1,18606

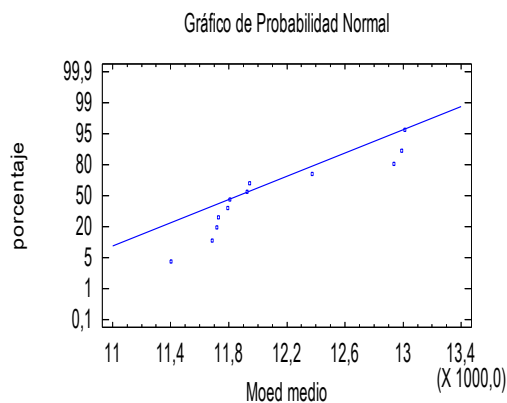
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.8.** Pruebas de normalidad para los MOEG medio del haya.

<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	11,3333	0,124726
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,852293	0,0365458

- **Módulo de Elasticidad dinámico medio (MOEd) para *F. sylvatica*.**

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.2.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEd medio del haya.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.9.** Sesgo y curtosis para el MOEd medio del haya.

<b>Sesgo Estandarizado</b>	<b>Curtosis Estandarizada</b>
1,15059	-0,655104

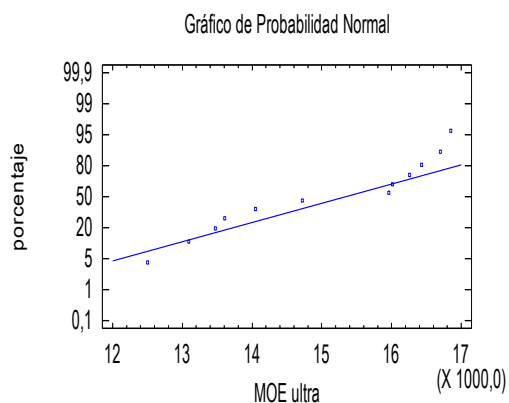
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.10.** Pruebas de normalidad para los MOEd medio del haya.

<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	21,3333	0,00330689
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,831631	0,0198187

• **Módulo de Elasticidad por ultrasonidos (MOE ultra) para *F. sylvatica*.**

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.3.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE ultra del haya.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.11.** Sesgo y curtosis para el MOE ultra del haya.

<b>Sesgo Estandarizado</b>	<b>Curtosis Estandarizada</b>
-0,369596	-1,1963

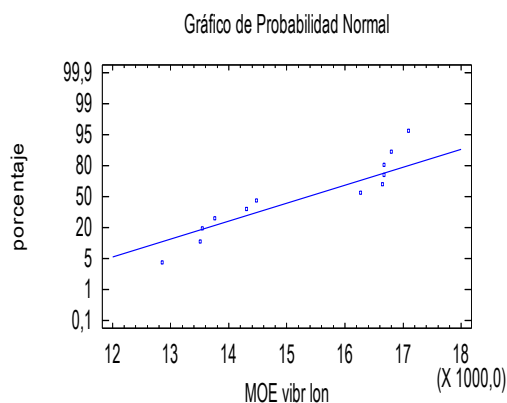
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.12.** Pruebas de normalidad para el MOE ultra del haya.

<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	13,0	0,0721084
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,898403	0,14461

- **Módulo de Elasticidad mediante vibraciones longitudinales (MOE vib. long.) para *F. sylvatica*.**

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.4.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE vib. lon. del haya.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.13.** Sesgo y curtosis para el MOE vib. lon. medio del haya.

<b><i>Sesgo Estandarizado</i></b>	<b><i>Curtosis Estandarizada</i></b>
-0,235155	-1,39533

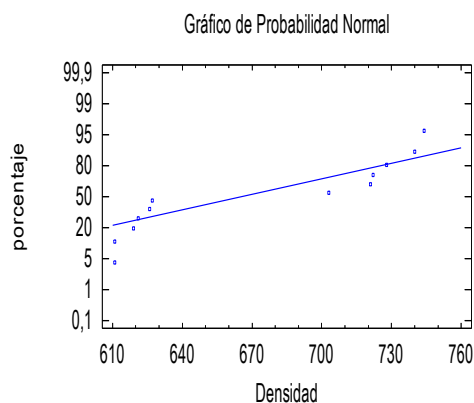
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.14.** Pruebas de normalidad para el MOE vib. lon. del haya.

<b><i>Prueba</i></b>	<b><i>Estadístico</i></b>	<b><i>Valor-P</i></b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	19,6667	0,00633653
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,849814	0,0339469

- **Densidad de *F. sylvatica***

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.5.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de densidad del haya.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.15.** Sesgo y curtosis para la densidad del haya.

<b>Sesgo Estandarizado</b>	<b>Curtosis Estandarizada</b>
0,109094	-1,57397

c) Pruebas de normalidad.

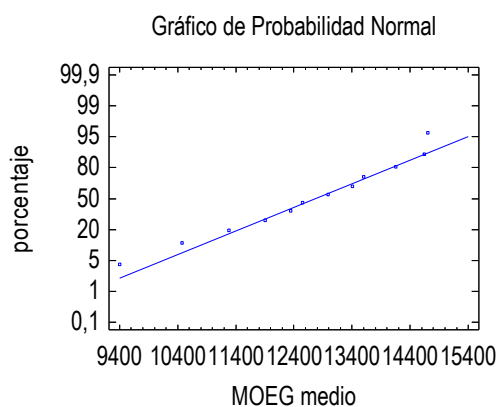
**Tabla 8.16.** Pruebas de normalidad para la densidad del haya.

<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	26,3333	0,000439049
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,798406	0,00754397

### 8.2.1.2. Estadística descriptiva para *Q. robur*

- **Módulo de Elasticidad Global medio (MOEG medio) para *Q. robur***

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.6.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEG medio del roble.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.17.** Sesgo y curtosis para MOEG medio del roble.

<i>Sesgo Estandarizado</i>	<i>Curtosis Estandarizada</i>
-0,815782	-0,212838

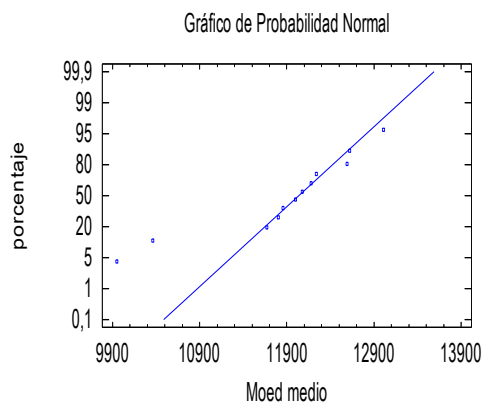
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.18.** Pruebas de normalidad para los MOEG medio del roble.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	6,33333	0,501411
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,959077	0,71593

- **Módulo de Elasticidad dinámico medio (MOEd) para Q. robur**

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.7.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOEd medio del roble.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.19.** Sesgo y curtosis para el MOEd medio del roble.

<i>Sesgo Estandarizado</i>	<i>Curtosis Estandarizada</i>
-1,75469	0,881958

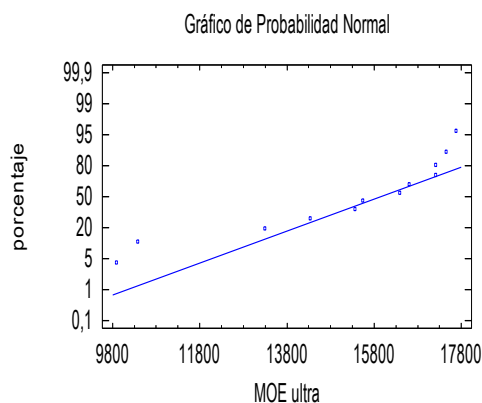
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.20.** Pruebas de normalidad para los MOEd medio del roble.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
<b>Chi-Cuadrado</b>	8,0	0,332594
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,86616	0,0552852

• **Módulo de Elasticidad por ultrasonidos (MOE ultra) para *Q. robur***

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.8.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE ultra del roble.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.21.** Sesgo y curtosis para el MOE ultra del roble.

<b>Sesgo Estandarizado</b>	<b>Curtosis Estandarizada</b>
-1,62357	0,15149

c) Pruebas de normalidad.

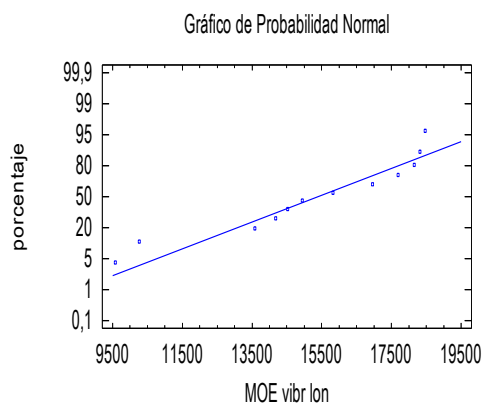
**Tabla 8.22.** Pruebas de normalidad para el MOE ultra del roble.

<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	8,0	0,332594
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,84431	0,0288269



- **Módulo de Elasticidad mediante vibraciones longitudinales (MOE vib. long.) para *Q. robur***

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.9.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de MOE vib. lon. del roble.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.23.** Sesgo y curtosis para el MOE vib. lon. medio del roble.

<i>Sesgo Estandarizado</i>	<i>Curtosis Estandarizada</i>
-1,10899	-0,181145

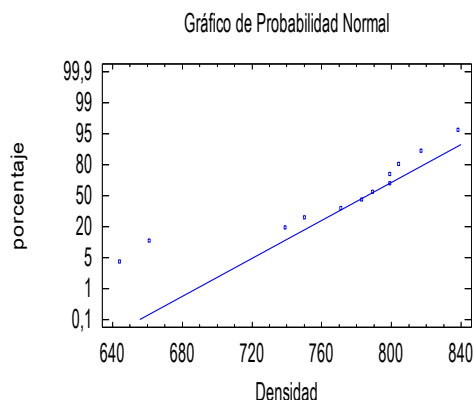
c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.24.** Pruebas de normalidad para el MOE vib. lon. del roble.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
<b>Chi-Cuadrado</b>	8,0	0,332594
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,900457	0,153643

- **Densidad de *Q. robur***

a) Gráfico de probabilidad normal.



**Figura 8.10.** Gráfico de probabilidad normal para los valores de densidad del roble.

b) Sesgo estandarizado y curtosis estandarizada.

**Tabla 8.25.** Sesgo y curtosis para la densidad del roble.

<b>Sesgo Estandarizado</b>	<b>Curtosis Estandarizada</b>
-1,72026	0,524316

c) Pruebas de normalidad.

**Tabla 8.26.** Pruebas de normalidad para la densidad del roble.

<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
<b>Chi-Cuadrado</b>	9,66667	0,208263
<b>Estadístico W de Shapiro-Wilk</b>	0,863863	0,0516162

### 8.2.1.3. Cálculo de MOE dinámico transversal por vibraciones transversales de *F. sylvatica*

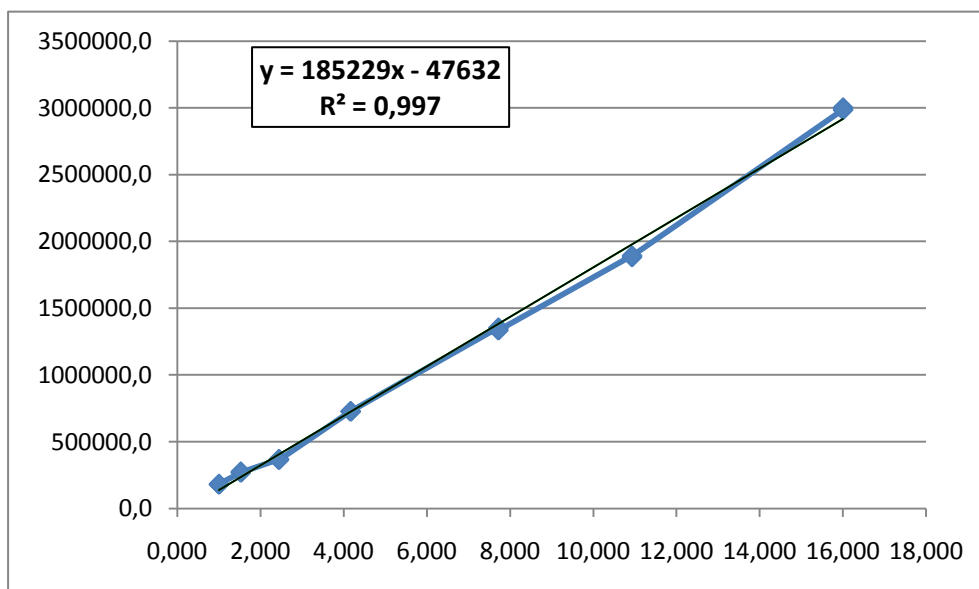
La fórmula para hallar el módulo de elasticidad (MOE), para todos los casos y para ambas especies, es la siguiente:

$$E = \frac{a_1 * \rho * S}{C_n^2 * I}$$

• **Viga 1AH**

**Tabla 8.27.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	410,8	507,2	641,9	838,5	1141,2	1358,2	1643,4

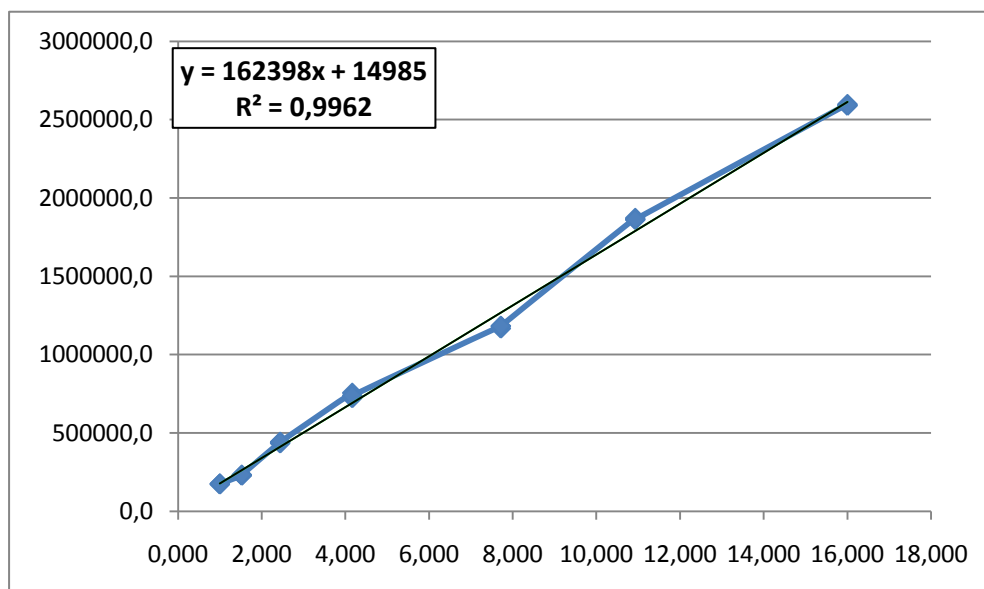


**Figura 8.11.** Regresión lineal para la viga 1AH

• **Viga 1BH**

**Tabla 8.28.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	405,7	500,8	633,9	827,9	1126,9	1341,1	1622,7

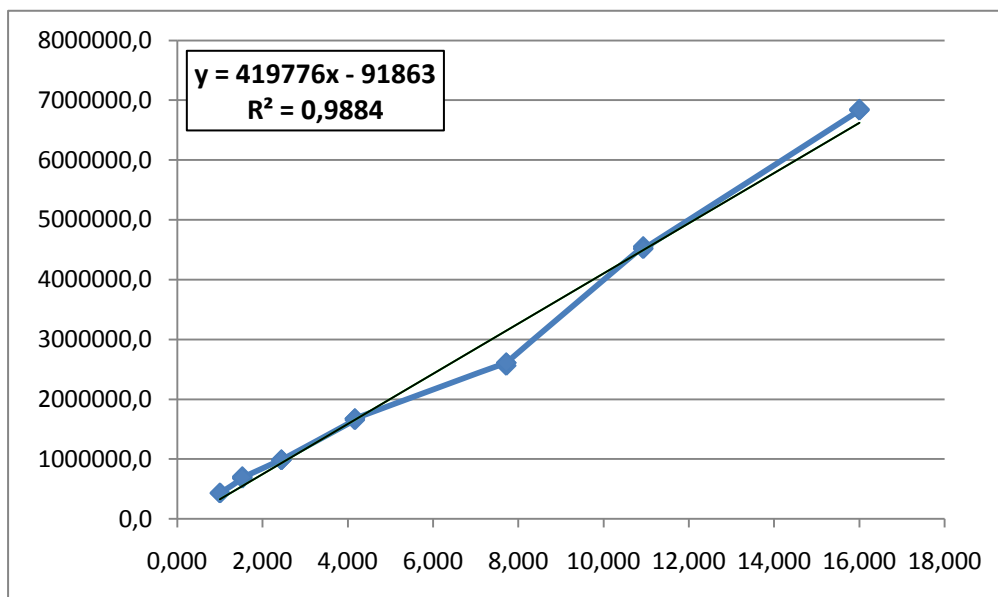


**Figura 8.12.** Regresión lineal para la viga 1BH

• **Viga 1AV**

**Tabla 8.29.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	677,9	836,9	1059,2	1383,4	1883,0	2240,9	2711,5

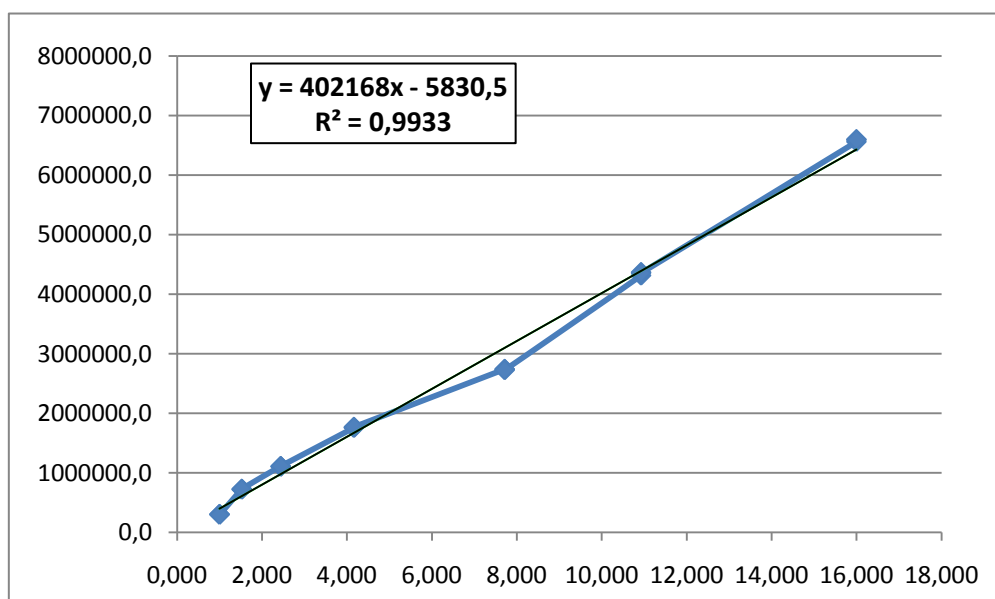


**Figura 8.13.** Regresión lineal para la viga 1AV

• **Viga 1BV**

**Tabla 8.30.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	664,8	820,7	1038,7	1356,7	1846,6	2197,6	2659,0

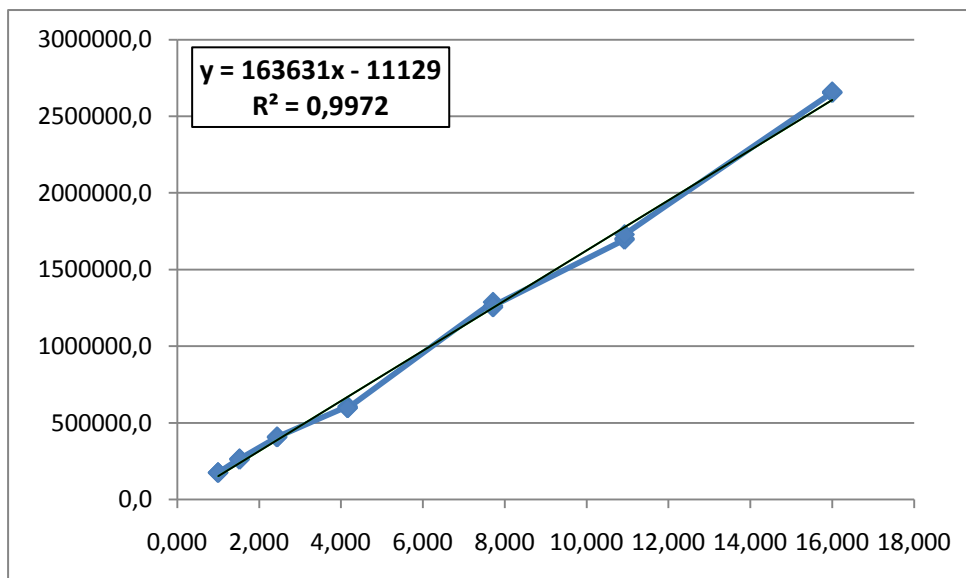


**Figura 8.14.** Regresión lineal para la viga 1BV

• **Viga 2AH**

**Tabla 8.31.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	409,7	505,8	640,2	836,1	1138,1	1354,4	1638,8

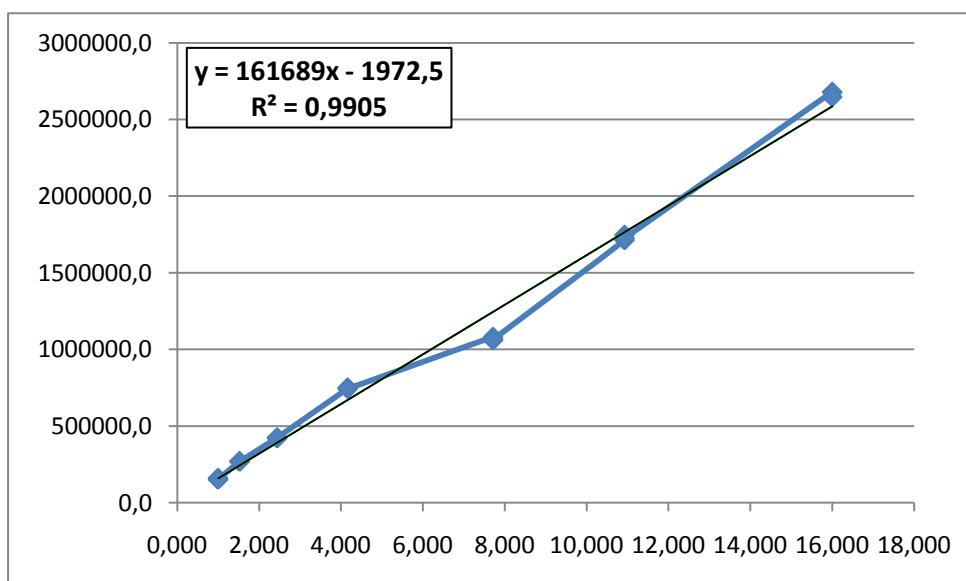


**Figura 8.15.** Regresión lineal para la viga 2AH

• **Viga 2BH**

**Tabla 8.32.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	417,6	515,5	652,4	852,2	1159,9	1380,4	1670,2

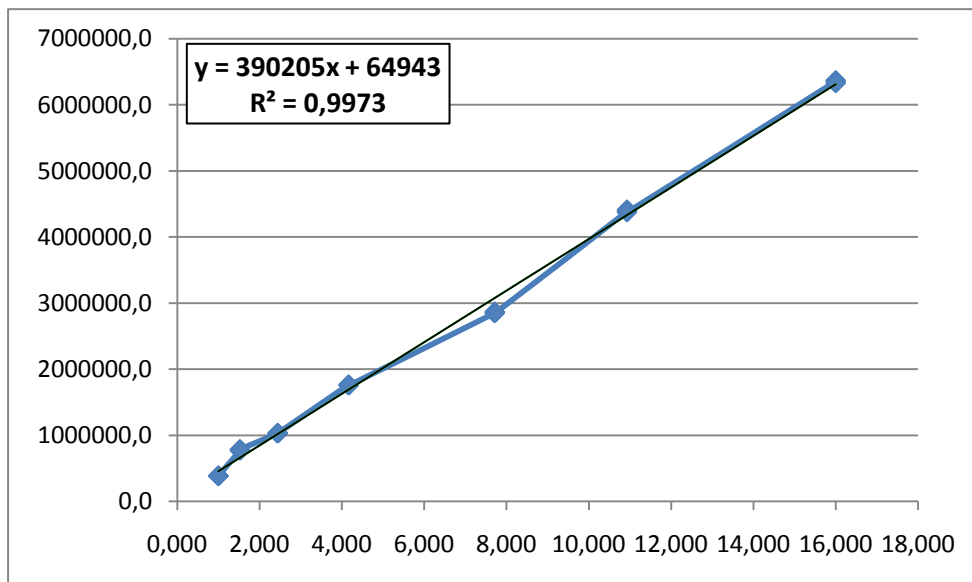


**Figura 8.16.** Regresión lineal para la viga 2BH

• **Viga 2AV**

**Tabla 8.33.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	709,6	876,1	1108,8	1448,2	1971,2	2345,9	2838,5

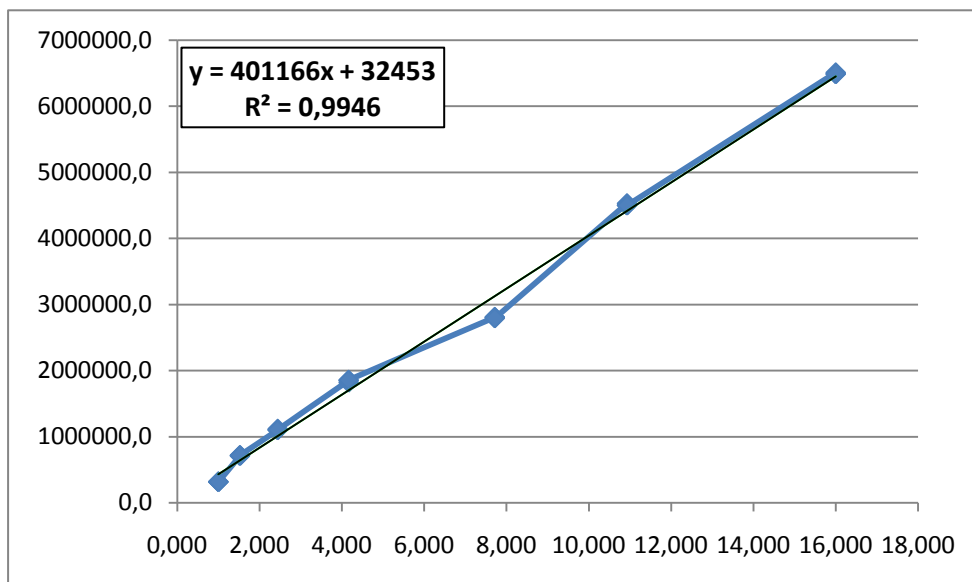


**Figura 8.17.** Regresión lineal para la viga 2AV

• **Viga 2BV**

**Tabla 8.34.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	693,5	856,2	1083,6	1415,3	1926,3	2292,5	2773,9

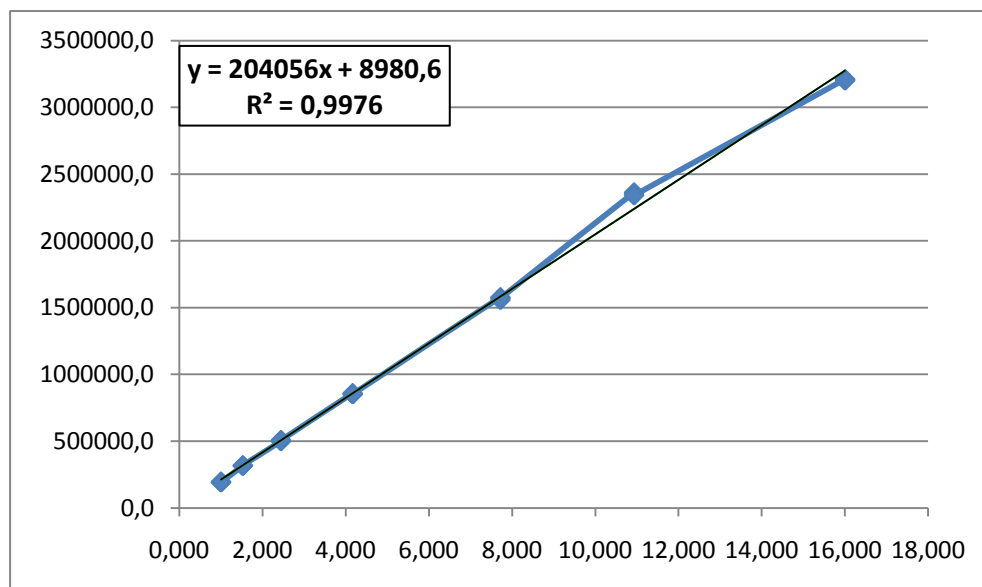


**Figura 8.18.** Regresión lineal para la viga 2BV

• **Viga 3AH**

**Tabla 8.35.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	439,3	562,3	709,9	924,2	1252,3	1534,0	1790,7

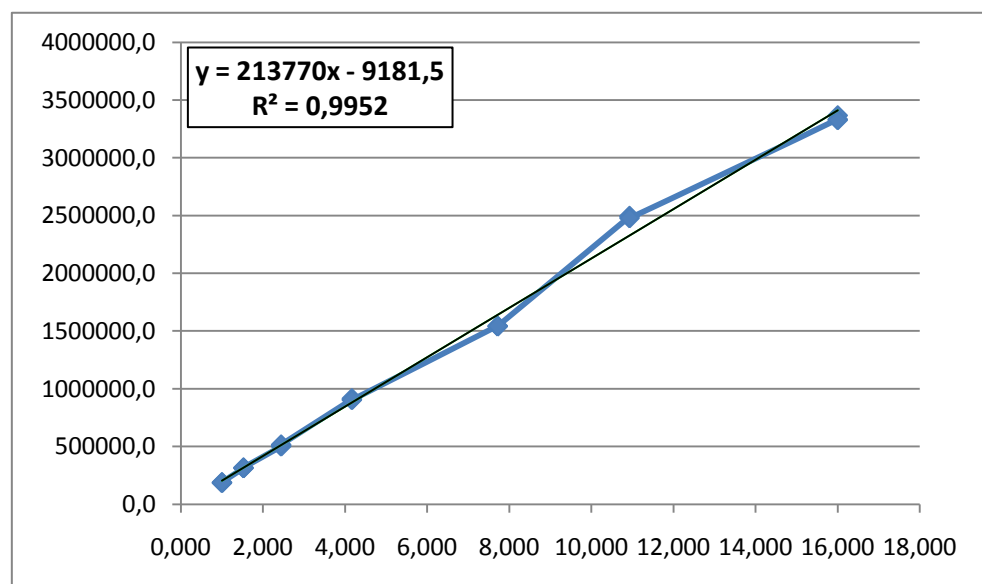


**Figura 8.19.** Regresión lineal para la viga 3AH

• **Viga 3BH**

**Tabla 8.36.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	432,7	561,2	713,3	953,5	1242,0	1577,3	1828,3

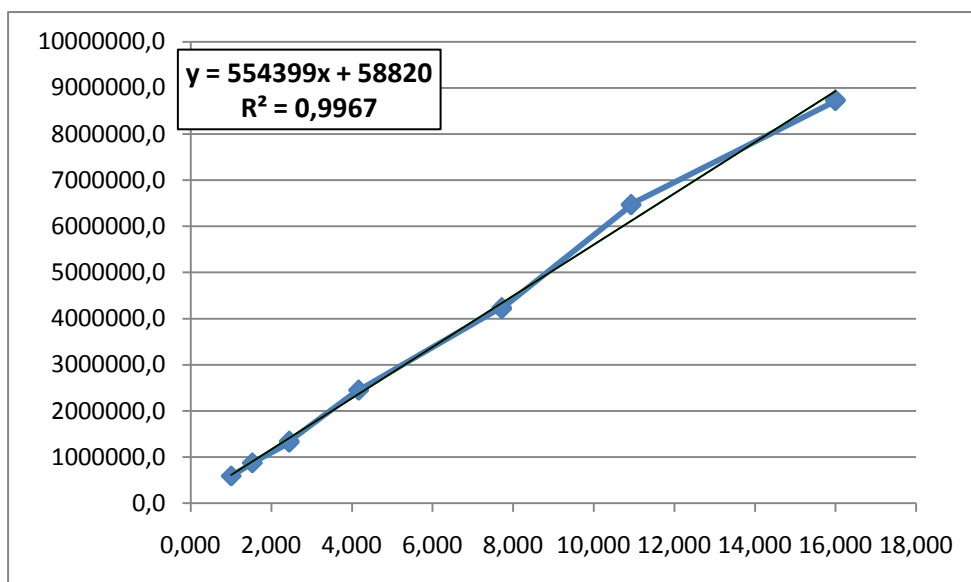


**Figura 8.20.** Regresión lineal para la viga 3BH

• **Viga 3AV**

**Tabla 8.37.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	767,8	934,3	1156,0	1565,0	2055,3	2544,0	2955,7

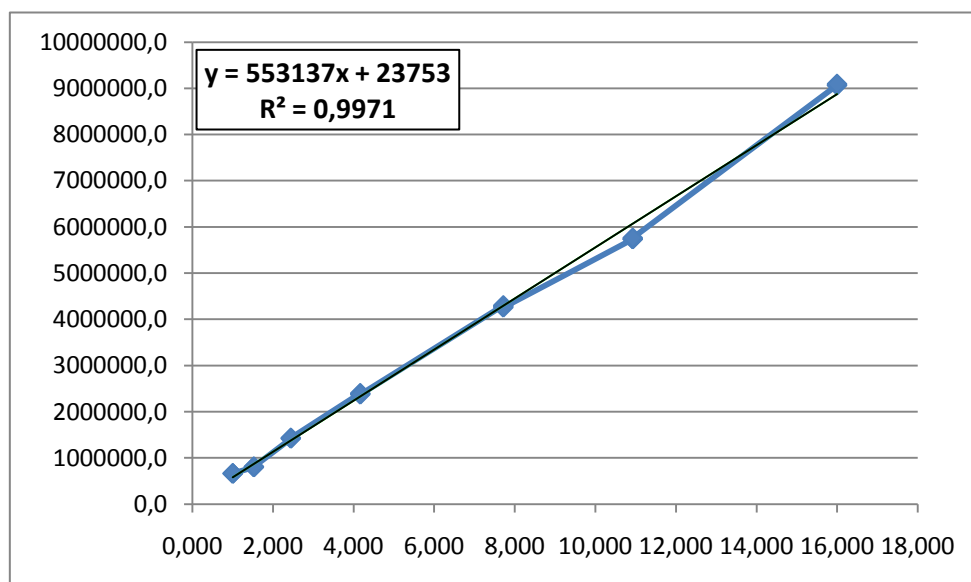


**Figura 8.21.** Regresión lineal para la viga 3AV

• **Viga 3BV**

**Tabla 8.38.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	813,4	896,2	1194,0	1544,7	2068,7	2397,0	3013,0



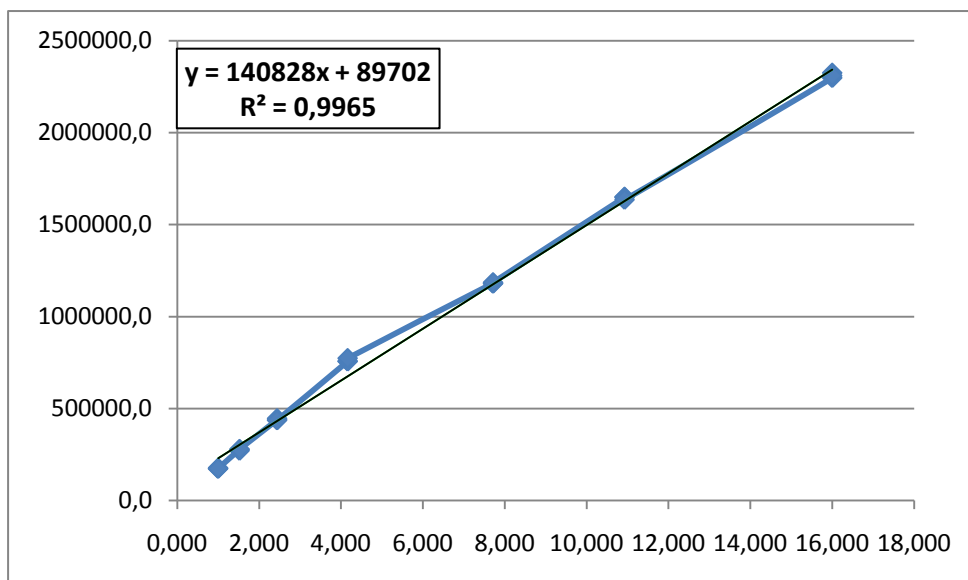
**Figura 8.22.** Regresión lineal para la viga 3BV



• **Viga 4AH**

**Tabla 8.39.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	432,4	533,8	675,6	882,5	1201,1	1429,4	1729,6

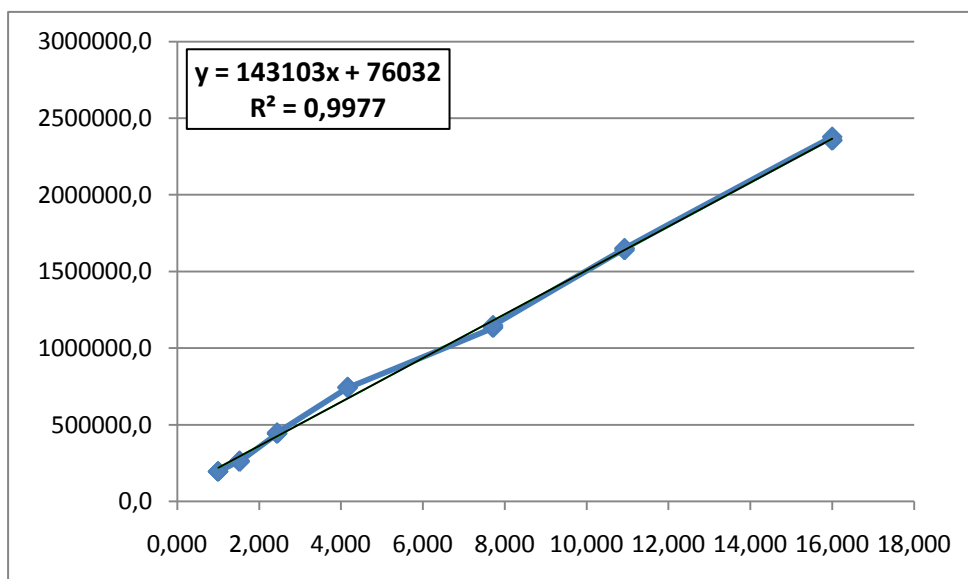


**Figura 8.23.** Regresión lineal para la viga 4AH

• **Viga 4BH**

**Tabla 8.40.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	427,3	527,5	667,7	872,1	1187,0	1412,6	1709,2

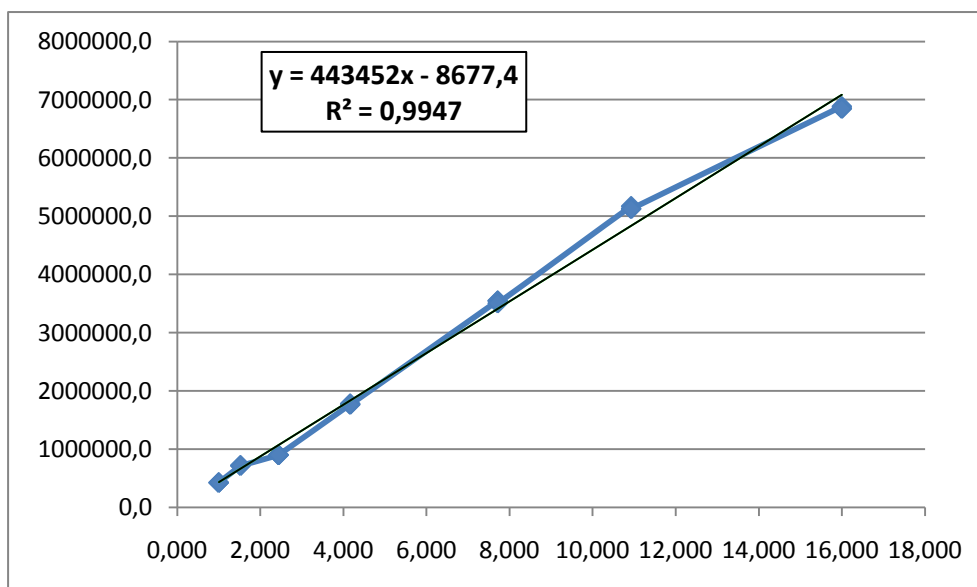


**Figura 8.24.** Regresión lineal para la viga 4BH

• **Viga 4AV**

**Tabla 8.41.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	702,9	867,7	1098,2	1434,4	1952,4	2323,5	2811,4

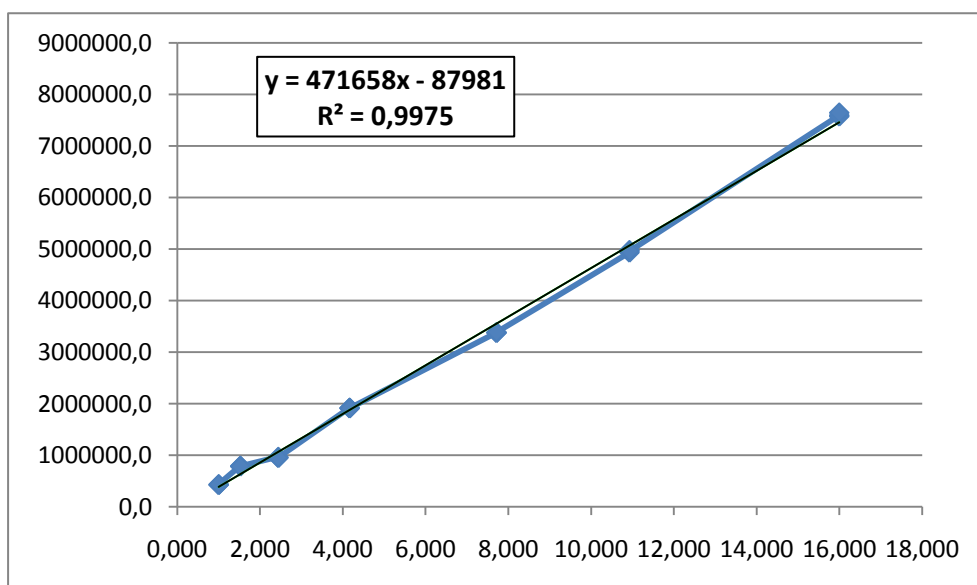


**Figura 8.25.** Regresión lineal para la viga 4AV

• **Viga 4BV**

**Tabla 8.42.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	702,9	867,7	1098,2	1434,4	1952,4	2323,5	2811,4

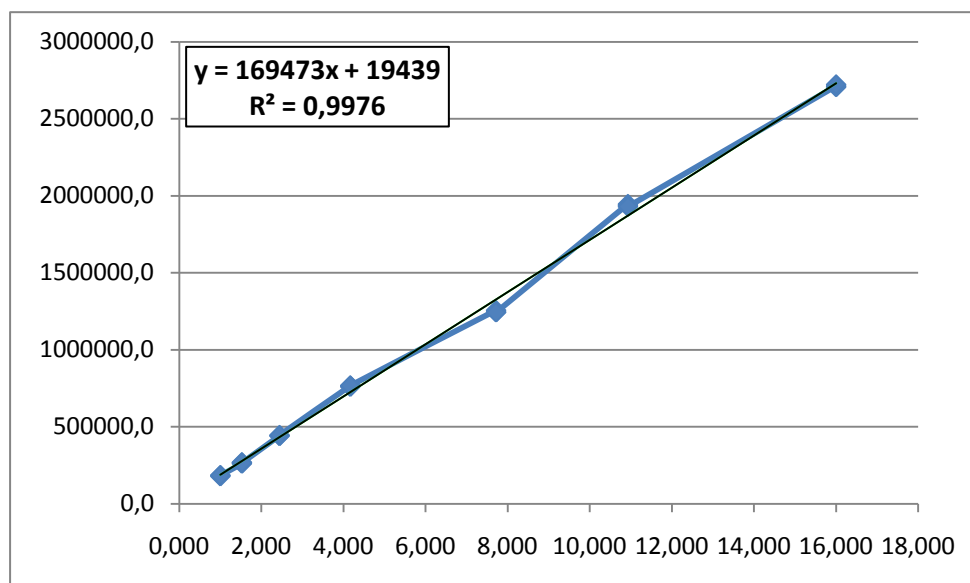


**Figura 8.26.** Regresión lineal para la viga 4BV

• **Viga 5AH**

**Tabla 8.43.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	427,4	515,0	665,4	874,2	1117,3	1392,0	1647,3

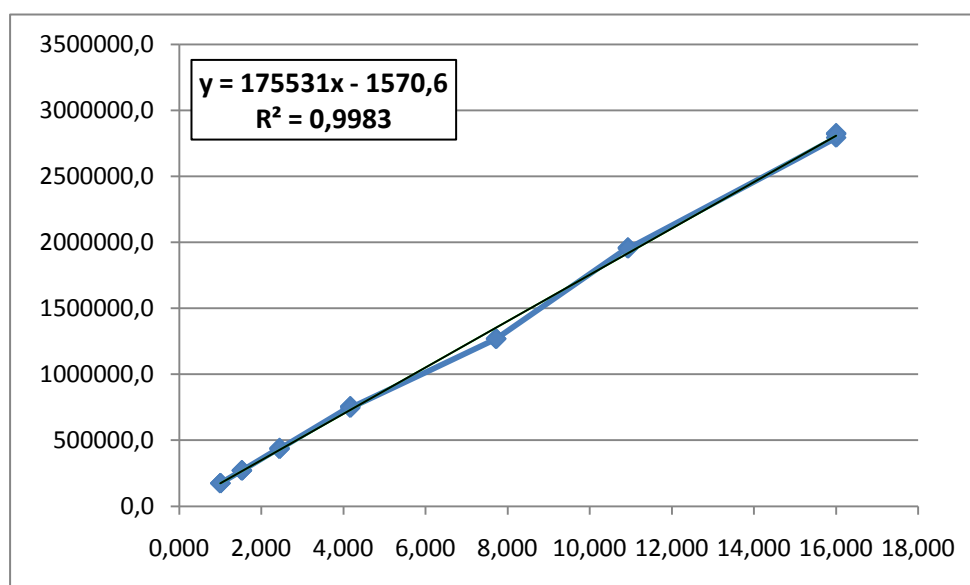


**Figura 8.27.** Regresión lineal para la viga 5AH

• **Viga 5BH**

**Tabla 8.44.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	417,6	520,8	661,2	867,6	1126,3	1398,7	1677,0

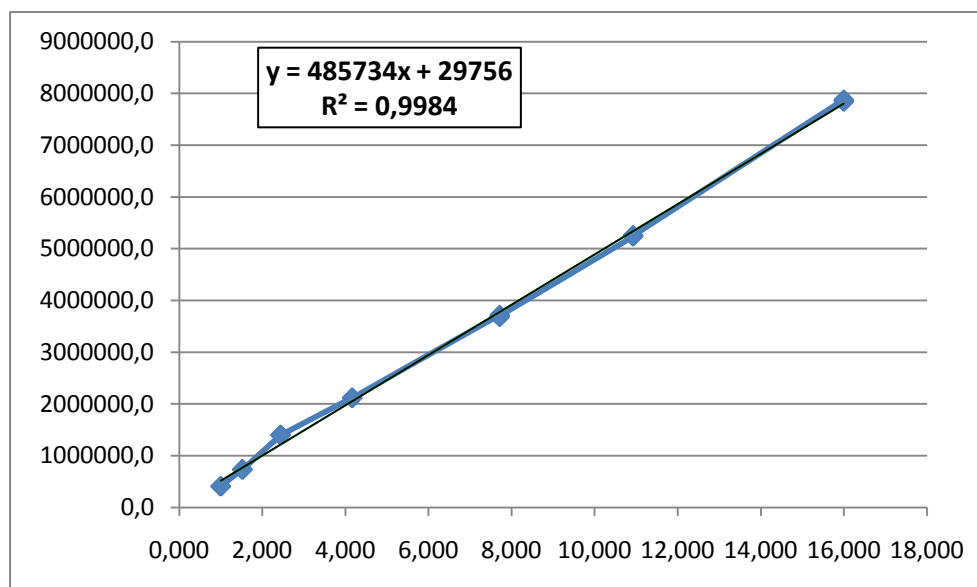


**Figura 8.28.** Regresión lineal para la viga 5BH

• **Viga 5AV**

**Tabla 8.45.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	638,4	856,1	1182,7	1455,0	1923,7	2291,3	2804,3

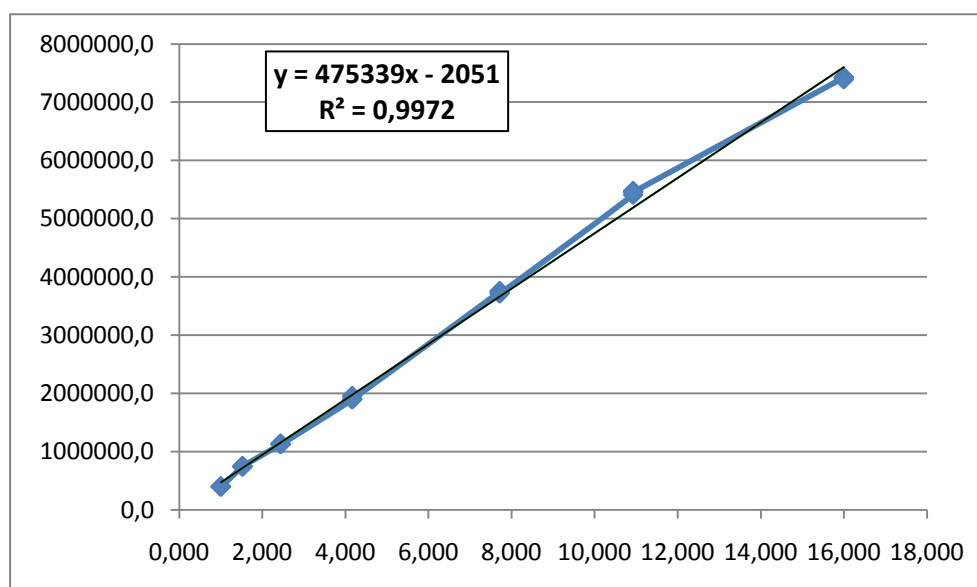


**Figura 8.29.** Regresión lineal para la viga 5AV

• **Viga 5BV**

**Tabla 8.46.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	631,3	863,3	1063,0	1384,3	1933,7	2334,0	2723,3



**Figura 8.30.** Regresión lineal para la viga 5BV

• Viga 6AH

Tabla 8.47. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AH.

Distancia (m)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
f real (Hz)	403,4	513,7	631,3	842,2	1168,7	1462,7	1751,3

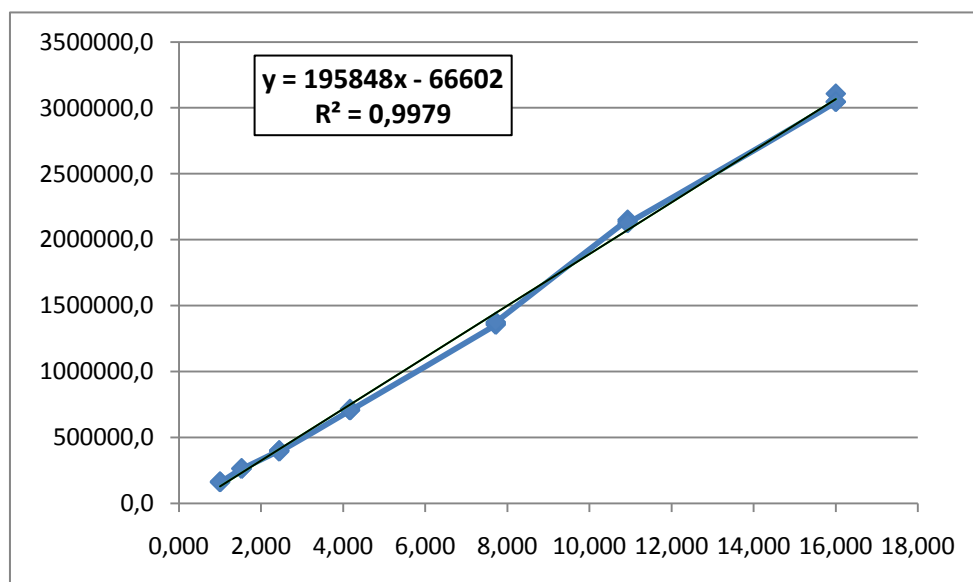


Figura 8.31. Regresión lineal para la viga 6AH

• Viga 6BH

Tabla 8.48. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BH.

Distancia (m)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
f real (Hz)	443,4	519,6	628,3	884,5	1195,0	1419,0	1791,7

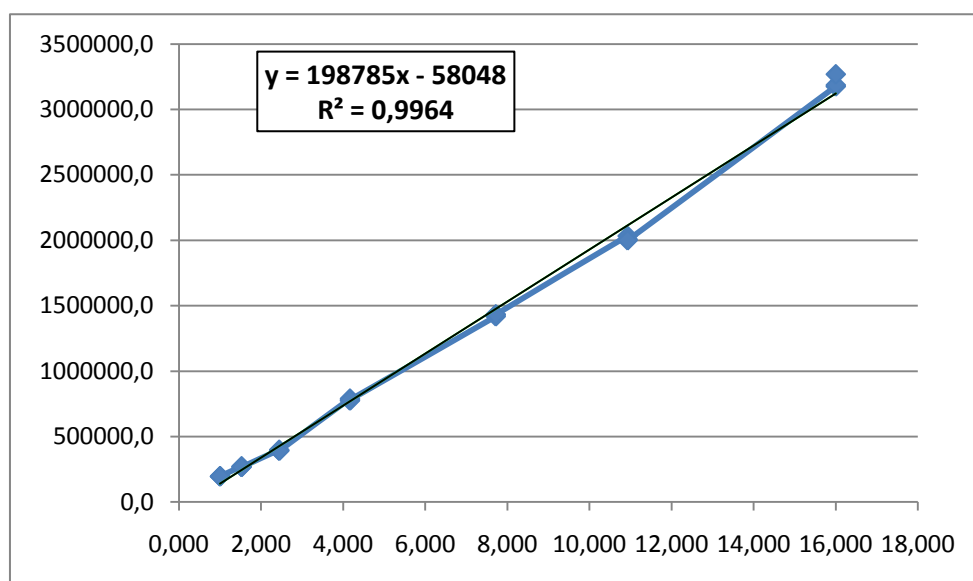
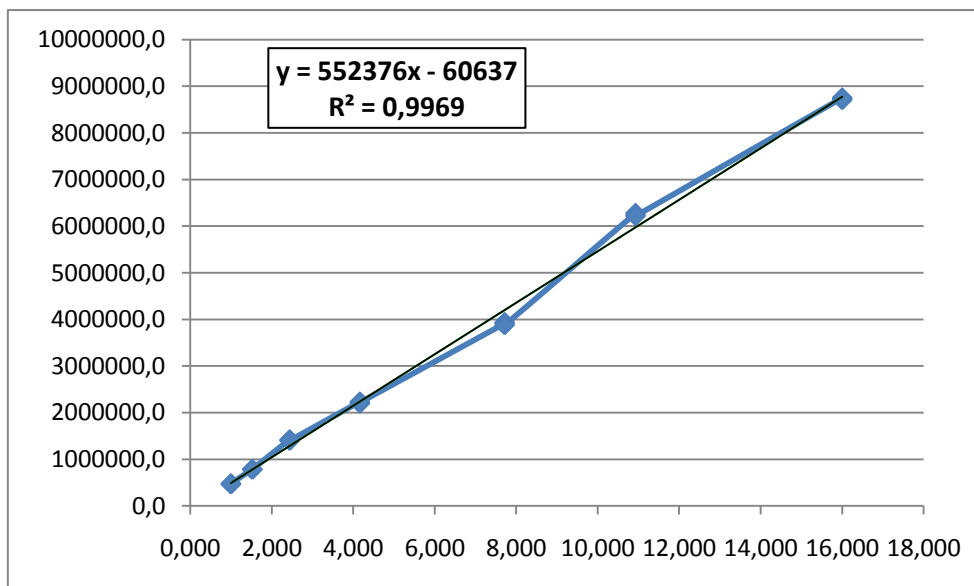


Figura 8.32. Regresión lineal para la viga 6BH

• **Viga 6AV**

**Tabla 8.49.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	687,1	884,9	1187,0	1488,3	1977,0	2498,3	2954,0

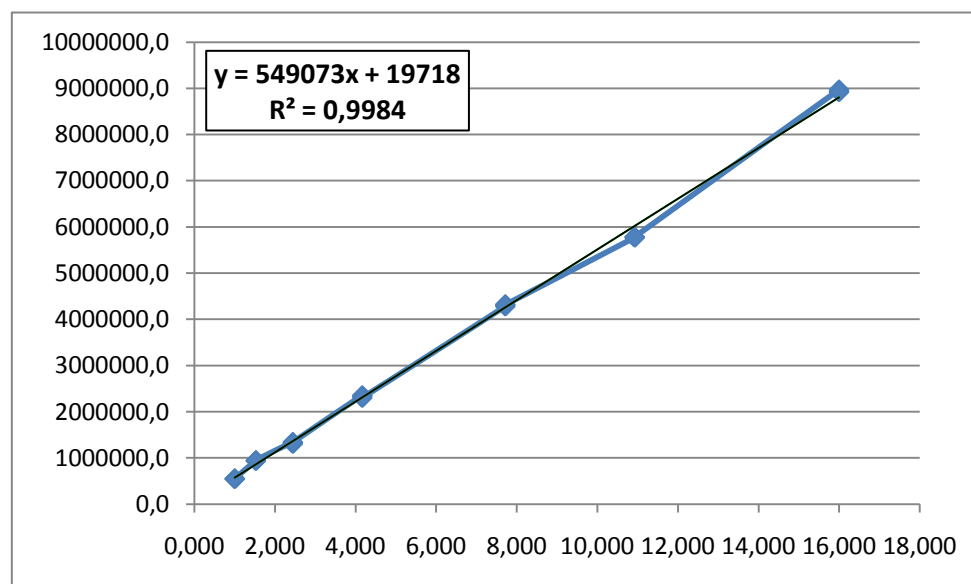


**Figura 8.33.** Regresión lineal para la viga 6AV

• **Viga 6BV**

**Tabla 8.50.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	741,6	970,8	1152,3	1527,0	2075,0	2403,7	2989,7



**Figura 8.34.** Regresión lineal para la viga 6BV

• Viga 7AH

Tabla 8.51. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AH.

Distancia (m)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
f real (Hz)	441,9	545,5	690,4	901,8	1227,4	1460,7	1767,5

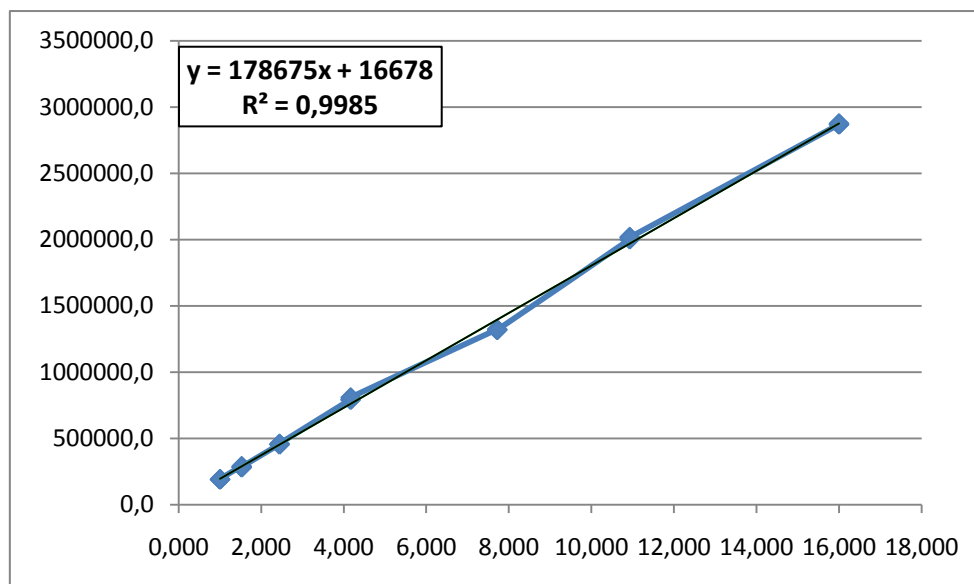


Figura 8.35. Regresión lineal para la viga 7AH

• Viga 7BH

Tabla 8.52. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BH.

Distancia (m)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
f real (Hz)	439,1	542,1	686,1	896,1	1219,7	1451,5	1756,3

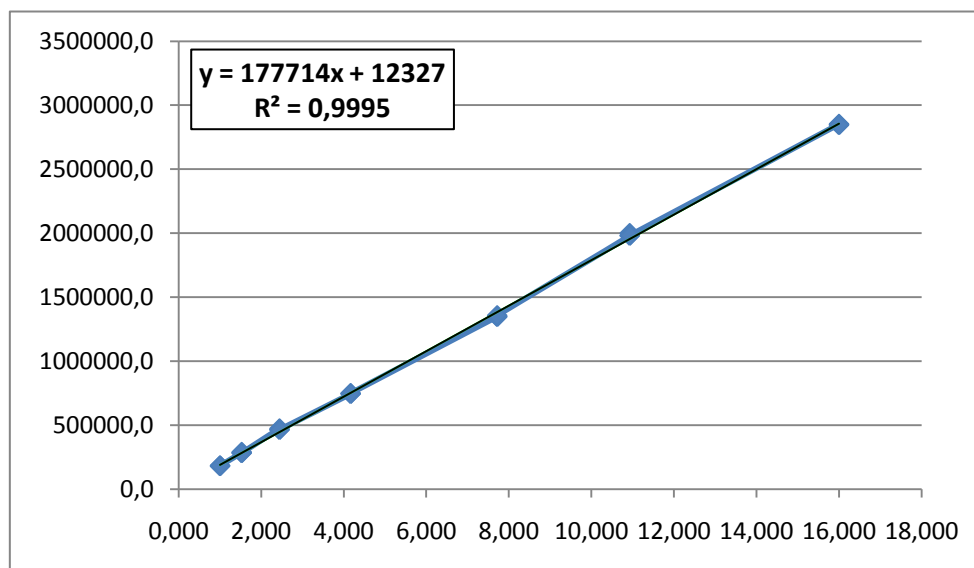
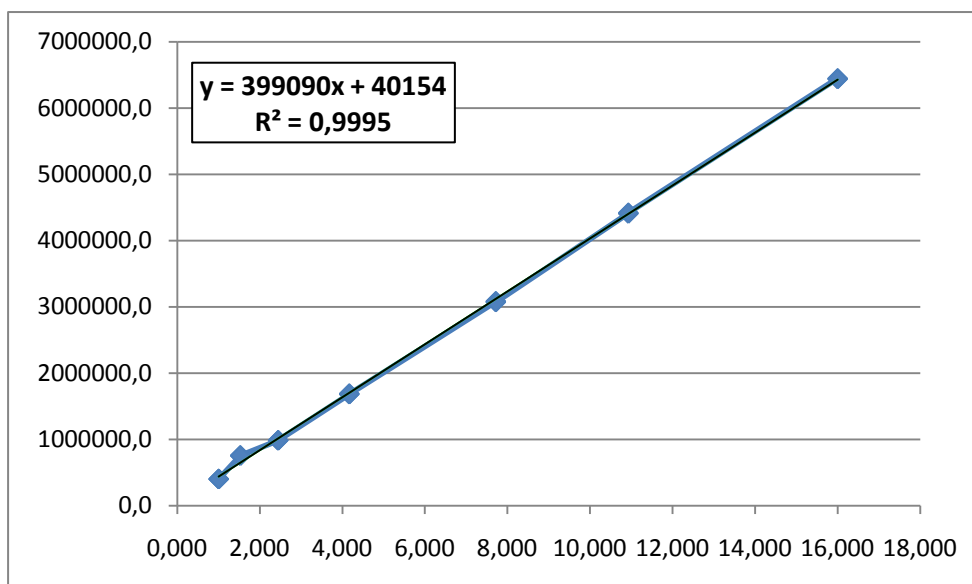


Figura 8.36. Regresión lineal para la viga 7BH

• **Viga 7AV**

**Tabla 8.53.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	716,2	884,1	1119,0	1461,6	1989,3	2367,5	2864,6

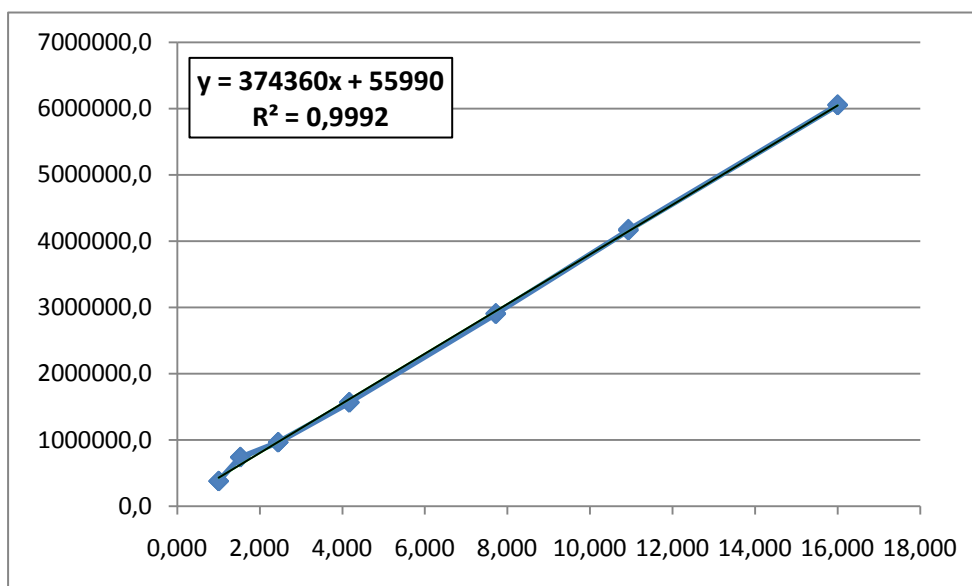


**Figura 8.37.** Regresión lineal para la viga 7AV

• **Viga 7BV**

**Tabla 8.54.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	727,3	898,0	1136,5	1484,4	2020,4	2404,4	2909,4



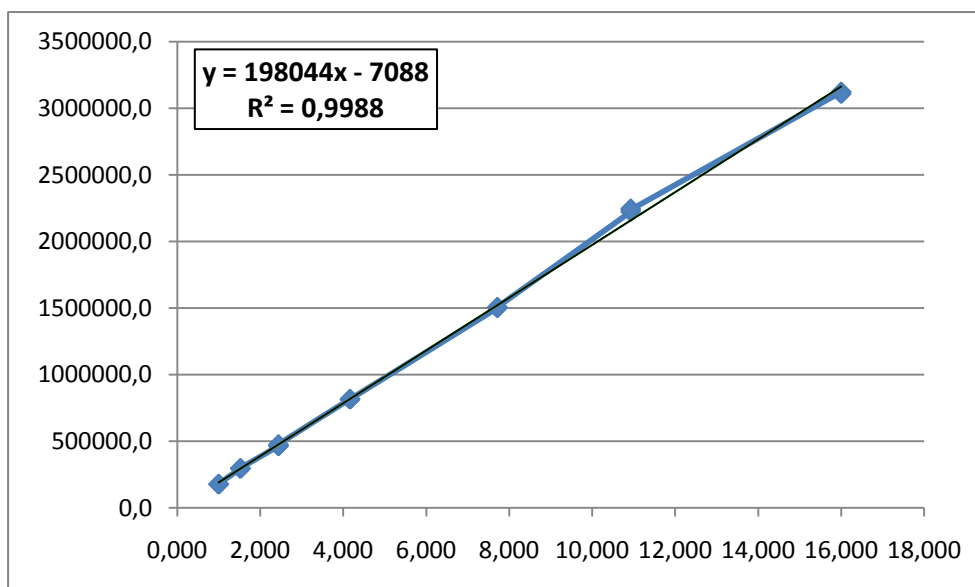
**Figura 8.38.** Regresión lineal para la viga 7BV



• **Viga 8AH**

**Tabla 8.55.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	422,6	544,7	685,2	903,6	1226,7	1495,3	1765,7

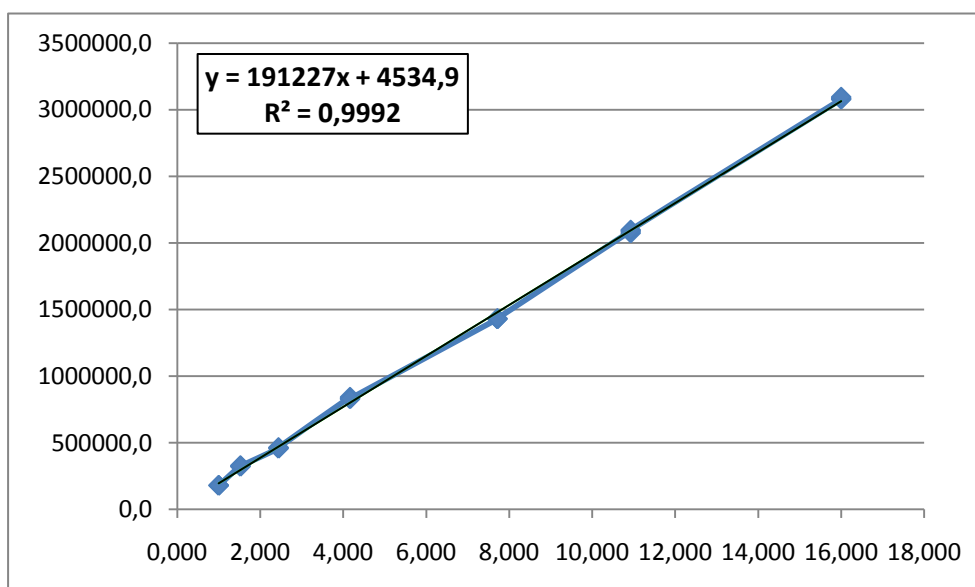


**Figura 8.39.** Regresión lineal para la viga 8AH

• **Viga 8BH**

**Tabla 8.56.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	424,7	570,4	679,2	913,4	1196,0	1444,3	1756,3

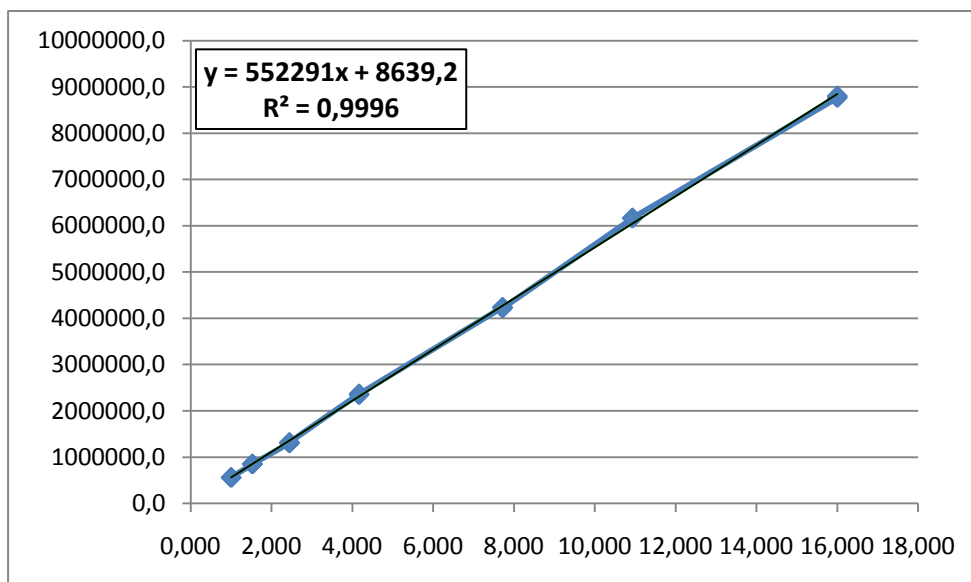


**Figura 8.40.** Regresión lineal para la viga 8BH

• **Viga 8AV**

**Tabla 8.57.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	745,9	920,9	1143,0	1534,3	2056,3	2482,3	2963,3

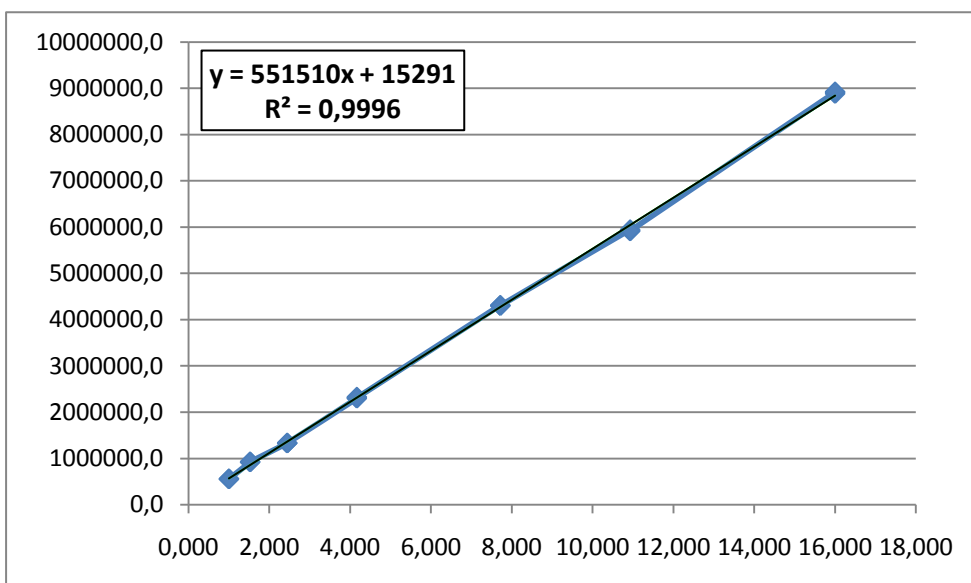


**Figura 8.41.** Regresión lineal para la viga 8AV

• **Viga 8BV**

**Tabla 8.58.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	745,1	960,2	1153,3	1520,0	2074,3	2434,0	2984,0

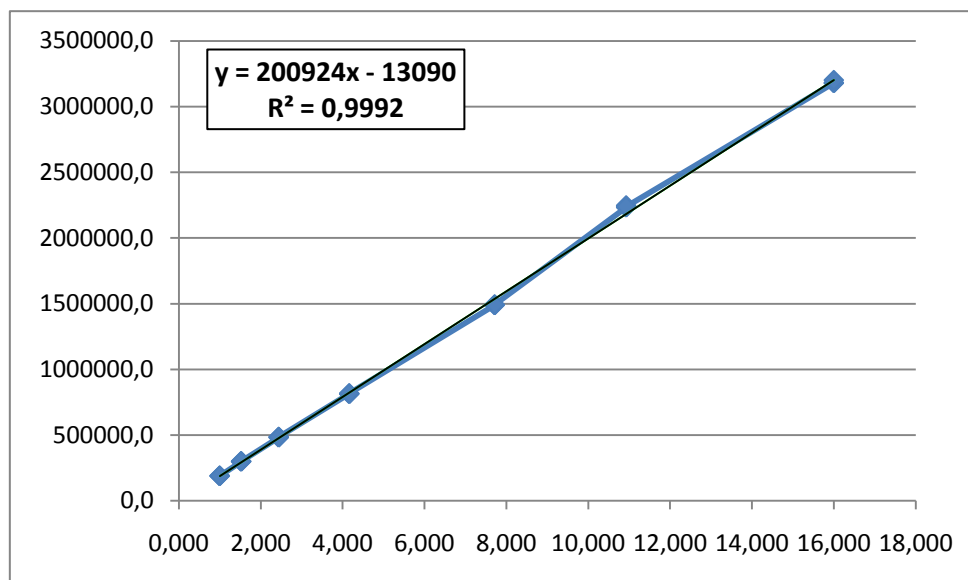


**Figura 8.42.** Regresión lineal para la viga 8BV

• **Viga 9AH**

**Tabla 8.59.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	435,4	547,3	695,6	902,6	1221,0	1496,3	1785,0

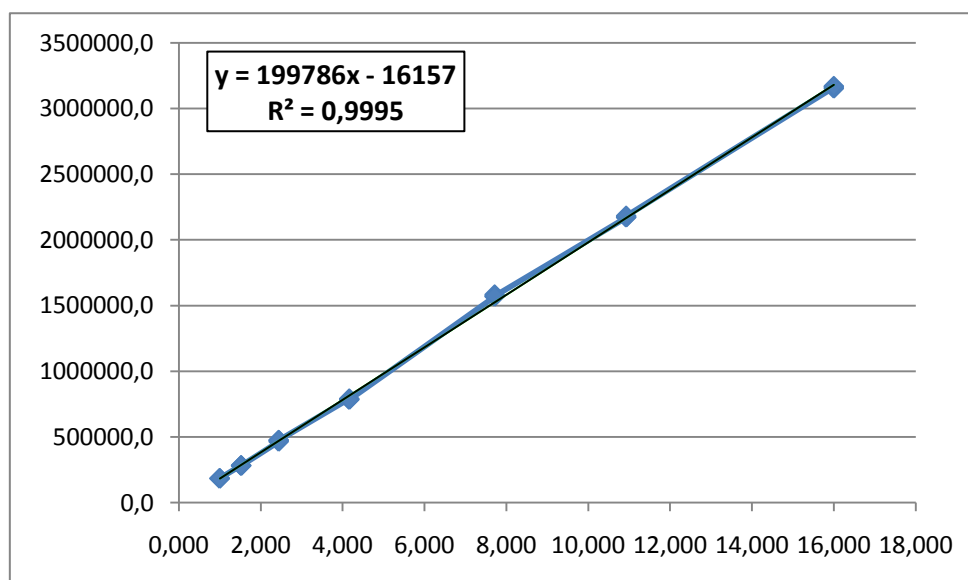


**Figura 8.43.** Regresión lineal para la viga 9AH

• **Viga 9BH**

**Tabla 8.60.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	428,9	530,9	686,5	886,8	1254,7	1474,7	1777,7

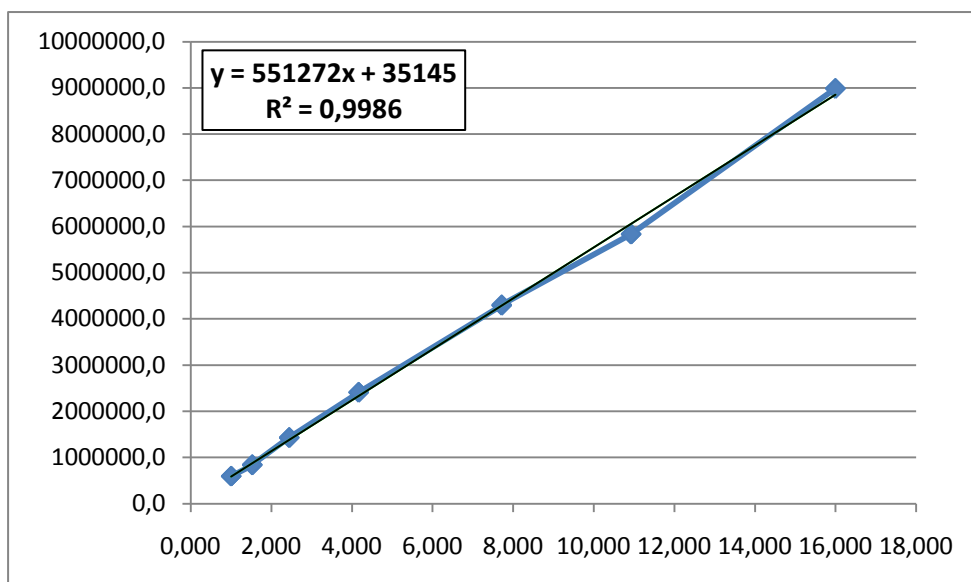


**Figura 8.44.** Regresión lineal para la viga 9BH

• **Viga 9AV**

**Tabla 8.61.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	769,9	915,7	1195,0	1551,7	2072,3	2415,0	2997,3

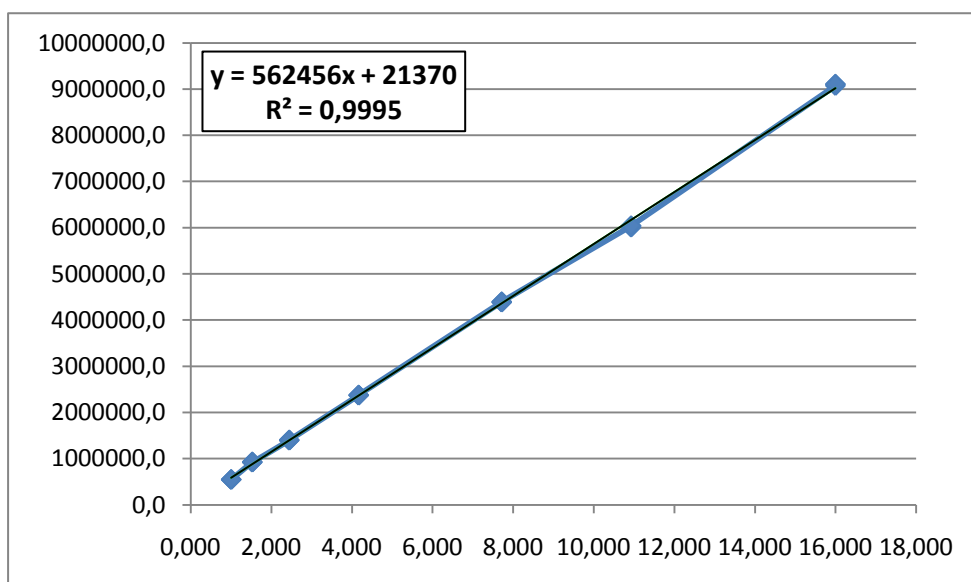


**Figura 8.45.** Regresión lineal para la viga 9AV

• **Viga 9BV**

**Tabla 8.62.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	741,8	963,1	1184,3	1541,3	2095,7	2455,3	3015,7

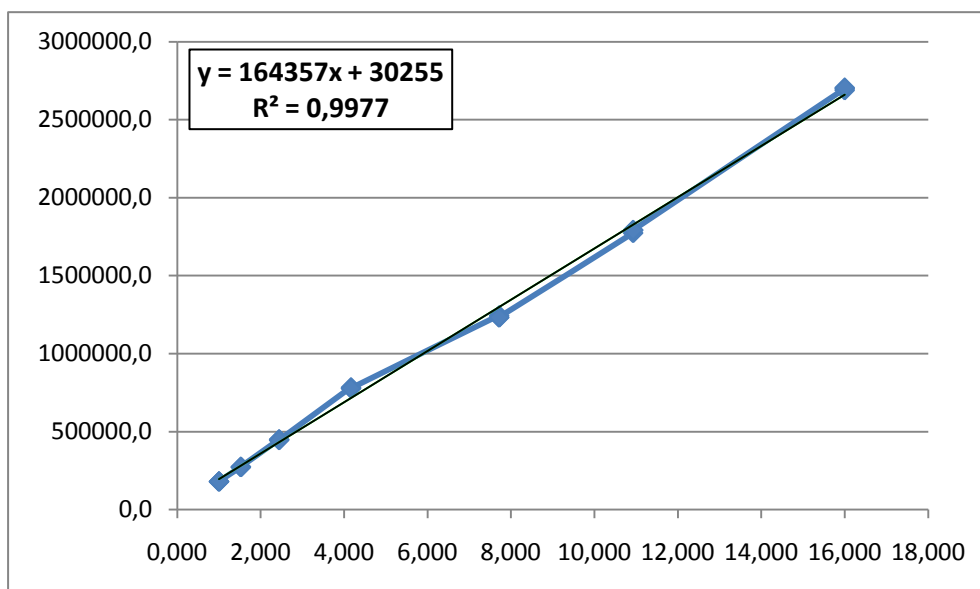


**Figura 8.46.** Regresión lineal para la viga 9BV

• **Viga 10AH**

**Tabla 8.63.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
<i>f real (Hz)</i>	444,1	548,2	693,9	906,3	1233,5	1468,0	1776,3

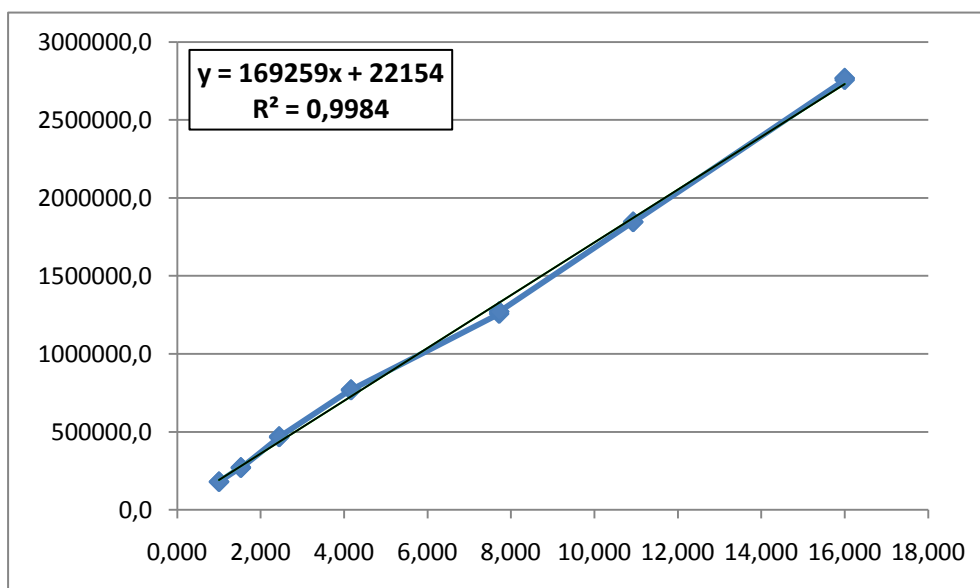


**Figura 8.47.** Regresión lineal para la viga 10AH

• **Viga 10BH**

**Tabla 8.64.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
<i>f real (Hz)</i>	436,3	538,6	681,7	890,4	1211,9	1442,3	1745,1

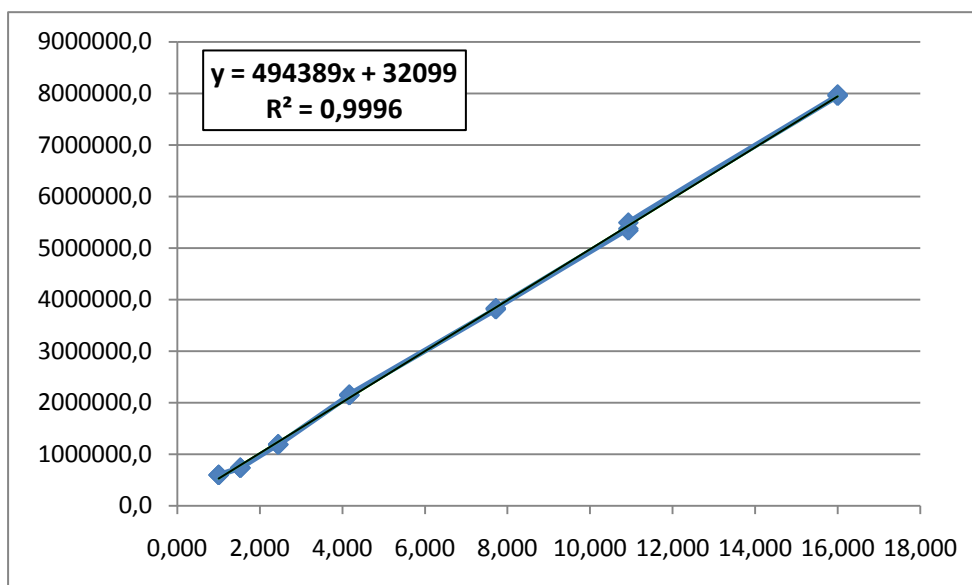


**Figura 8.48.** Regresión lineal para la viga 10BH

• **Viga 10AV**

**Tabla 8.65.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	743,0	917,2	1160,9	1516,3	2063,8	2456,1	2971,9

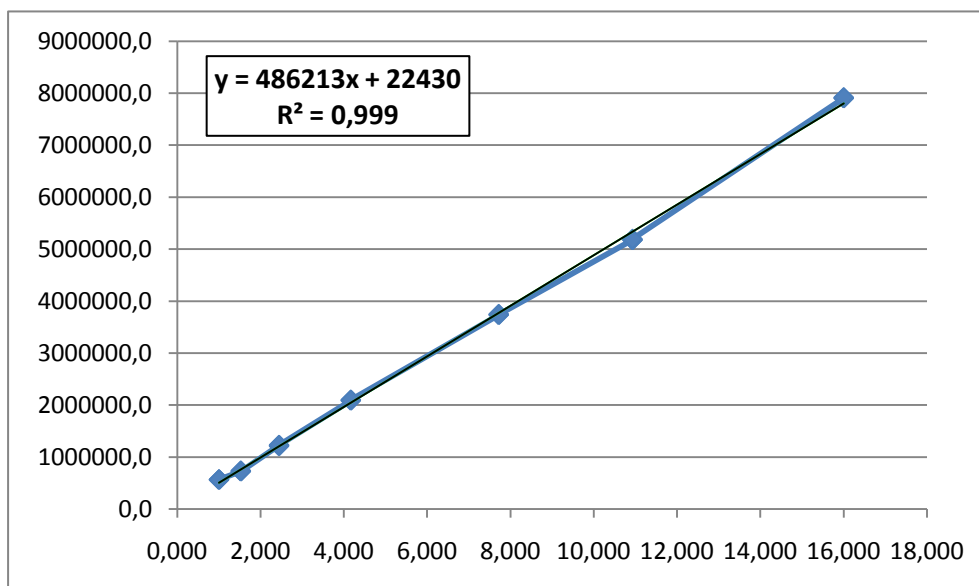


**Figura 8.49.** Regresión lineal para la viga 10AV

• **Viga 10BV**

**Tabla 8.66.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	726,2	896,5	1134,7	1482,0	2017,2	2400,7	2904,8

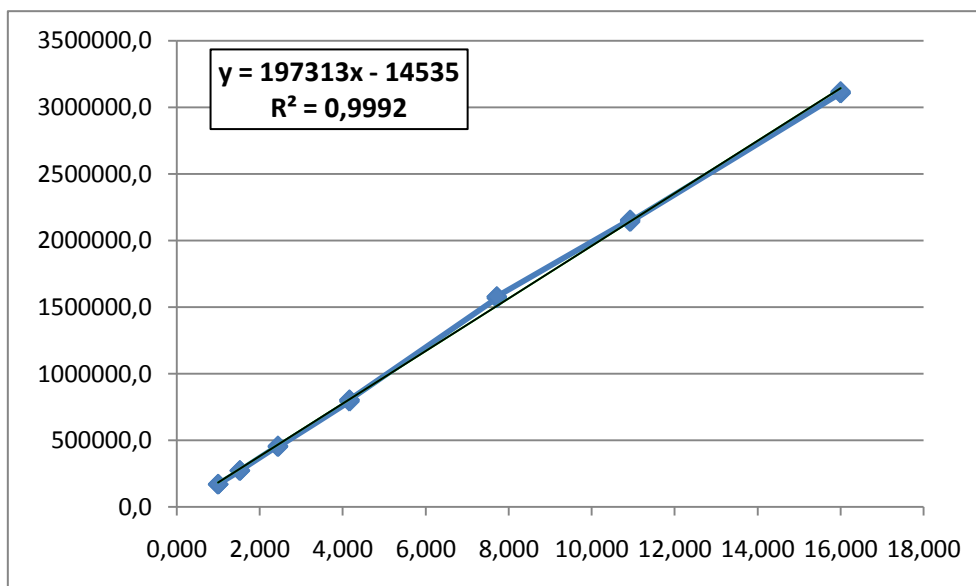


**Figura 8.50.** Regresión lineal para la viga 10BV

• **Viga 11AH**

**Tabla 8.67.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	413,8	523,3	674,8	894,7	1255,0	1466,0	1763,7

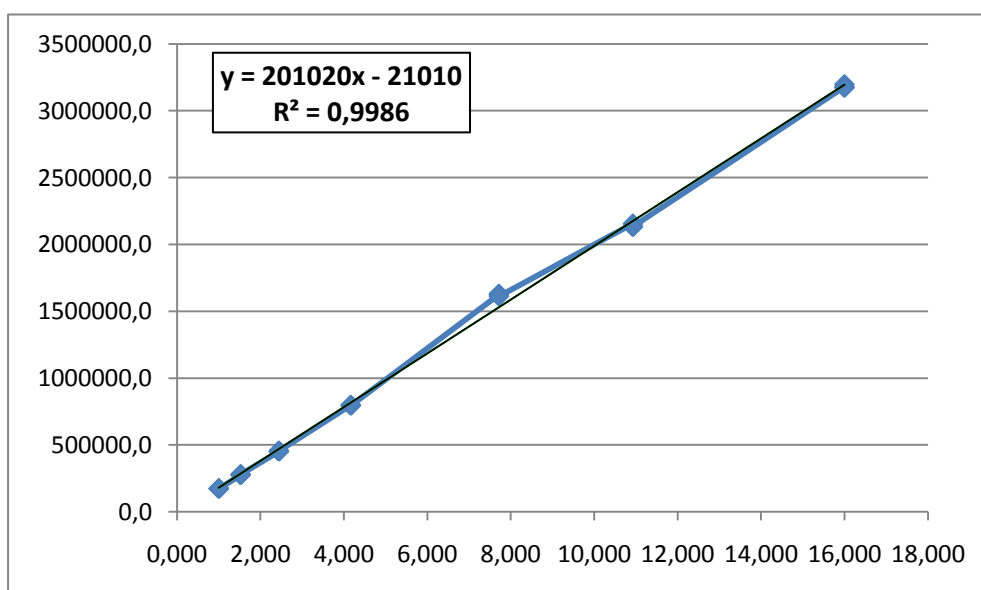


**Figura 8.51.** Regresión lineal para la viga 11AH

• **Viga 11BH**

**Tabla 8.68.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	418,2	528,1	674,5	893,1	1274,0	1463,0	1784,0

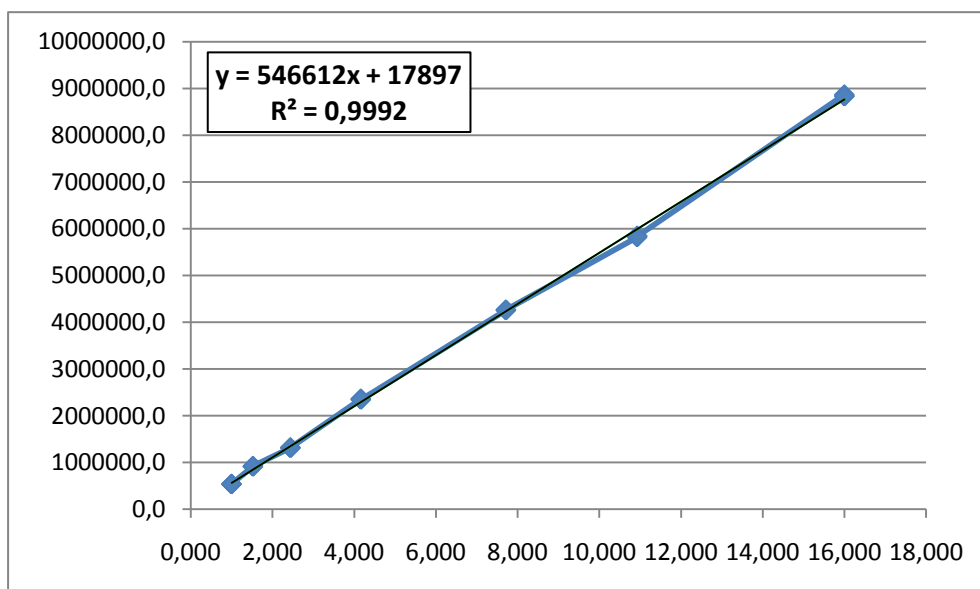


**Figura 8.52.** Regresión lineal para la viga 11BH

• **Viga 11AV**

**Tabla 8.69.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	731,1	956,2	1145,7	1533,3	2064,0	2415,3	2974,3

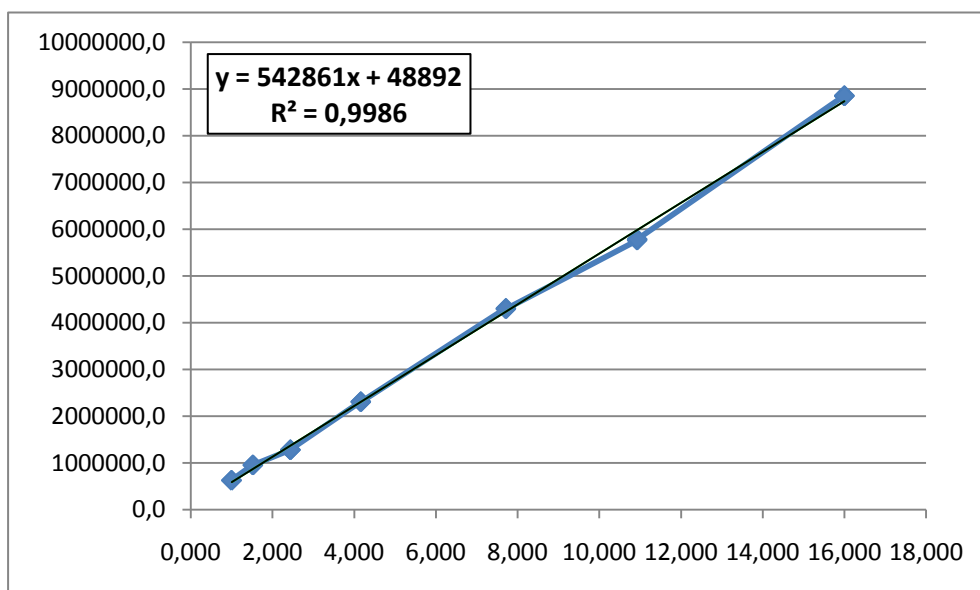


**Figura 8.53.** Regresión lineal para la viga 11AV

• **Viga 11BV**

**Tabla 8.70.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	793,9	979,0	1132,7	1519,7	2073,7	2403,3	2974,7



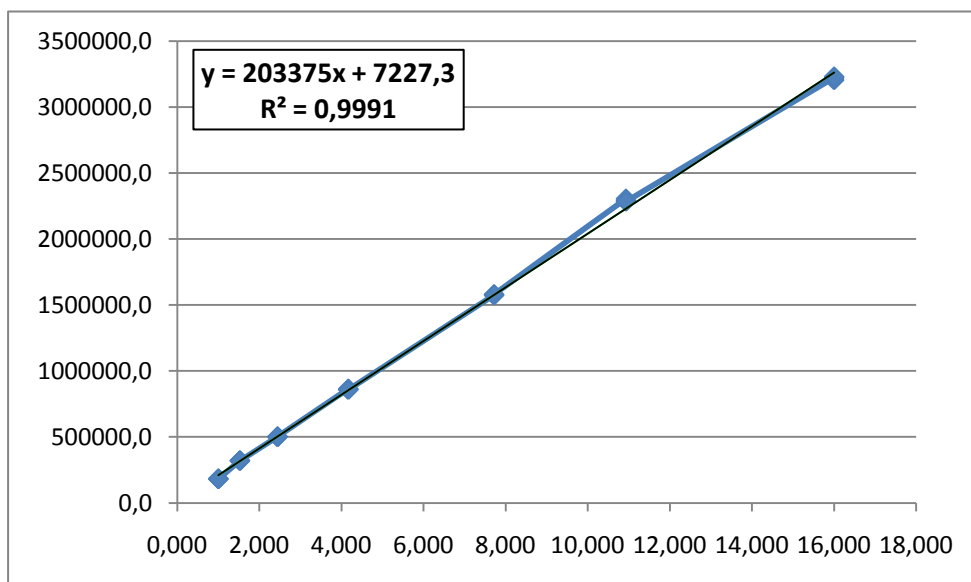
**Figura 8.54.** Regresión lineal para la viga 11BV



• **Viga 12AH**

**Tabla 8.71.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	427,5	566,0	708,3	927,9	1255,7	1514,0	1794,0

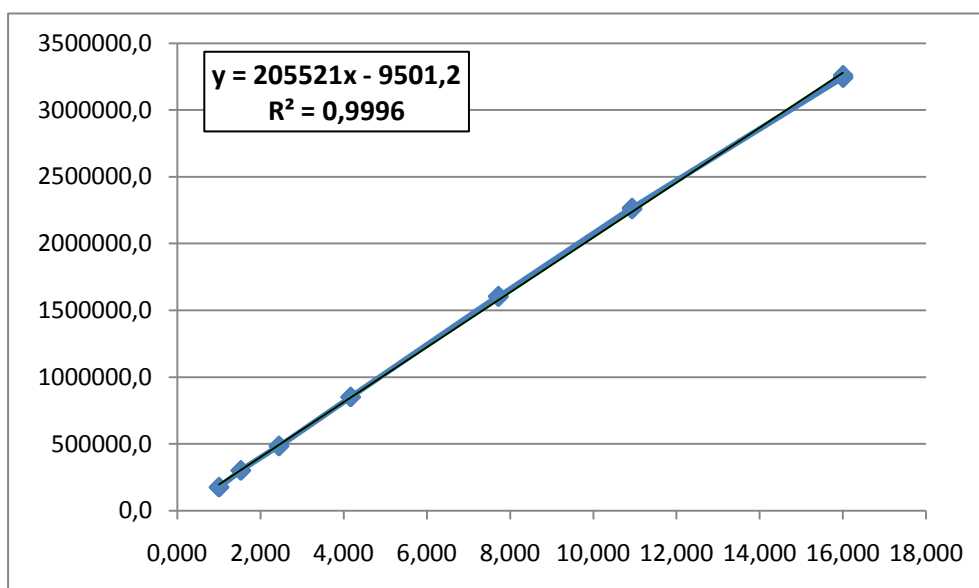


**Figura 8.55.** Regresión lineal para la viga 12AH

• **Viga 12BH**

**Tabla 8.72.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	420,1	549,2	696,0	922,8	1266,7	1504,3	1802,3

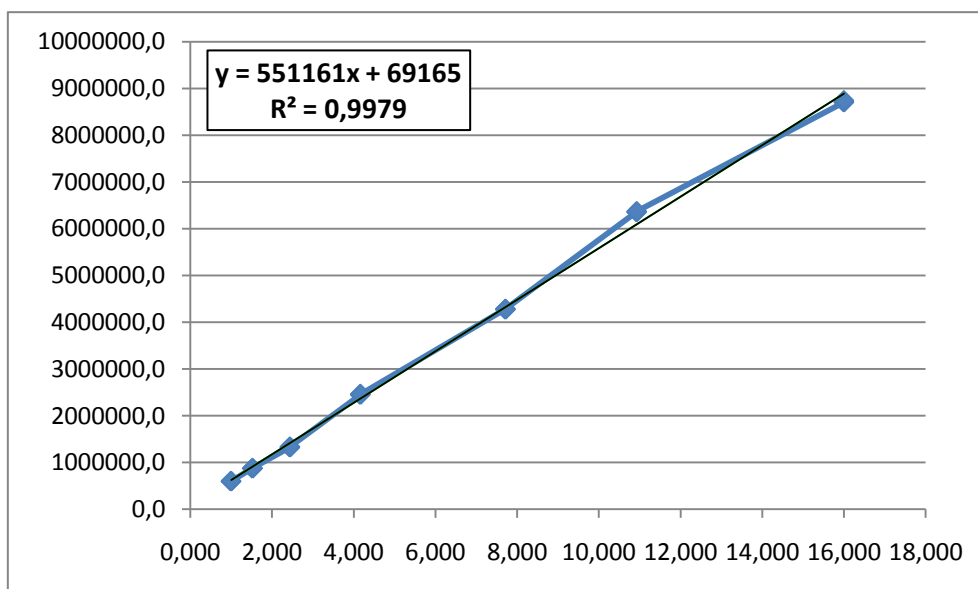


**Figura 8.56.** Regresión lineal para la viga 12BH

• **Viga 12AV**

**Tabla 8.73.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	772,9	934,4	1152,0	1566,7	2068,0	2522,3	2953,0

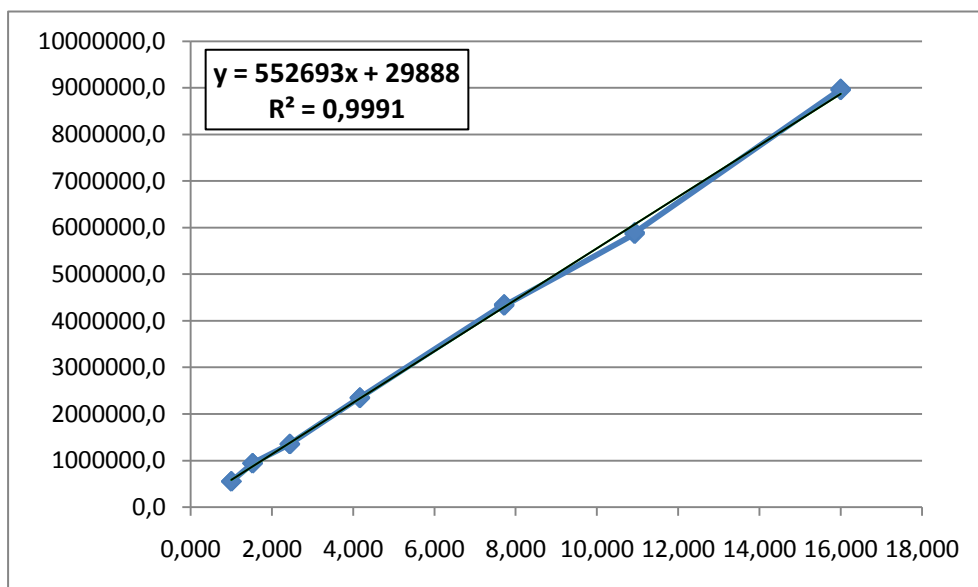


**Figura 8.57.** Regresión lineal para la viga 12AV

• **Viga 12BV**

**Tabla 8.74.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	745,1	971,3	1164,7	1533,0	2084,0	2426,3	2994,7



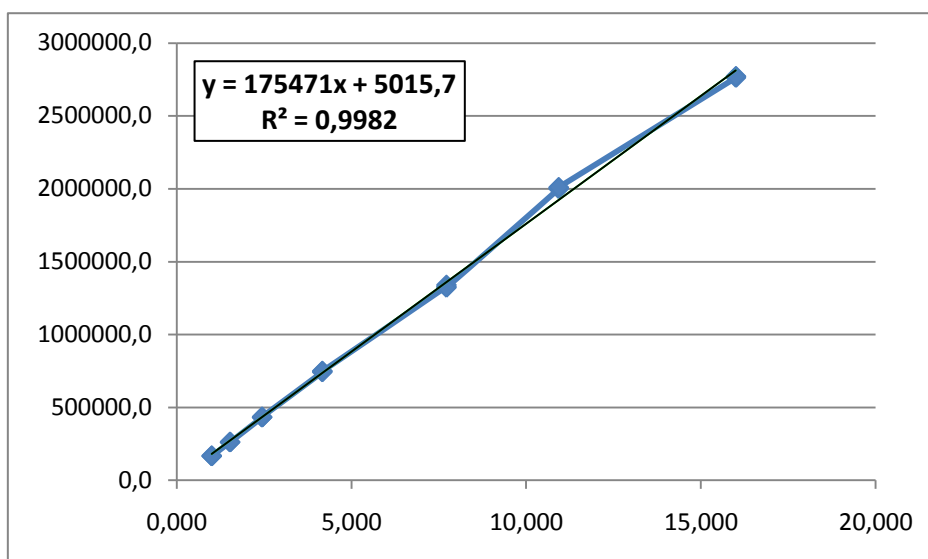
**Figura 8.58.** Regresión lineal para la viga 12BV

### 8.2.1.4. Cálculo de MOE dinámico transversal por vibraciones transversales de *Q. robur*

- **Viga 1AH**

**Tabla 8.75.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	409,7	512,5	658,7	864,4	1153,7	1416,3	1663,7

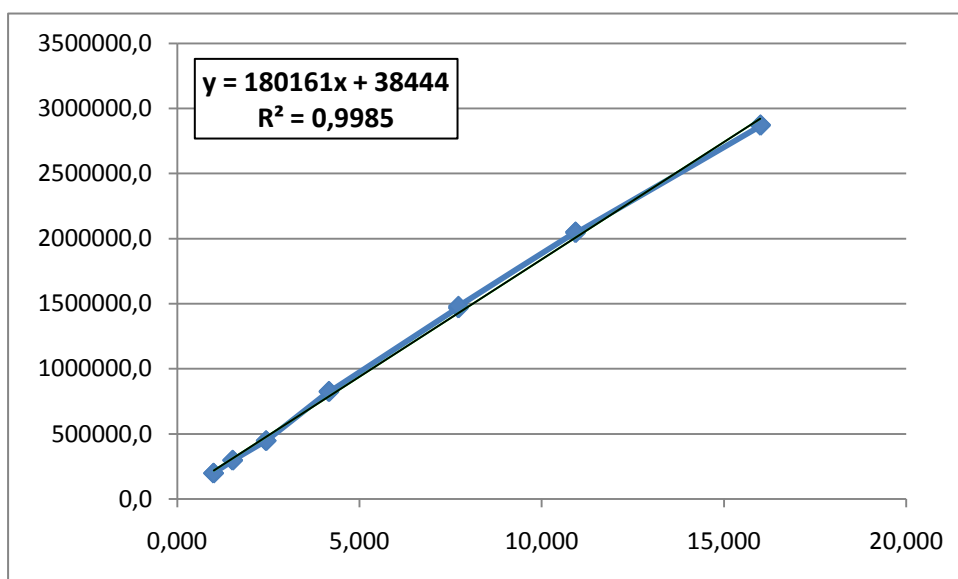


**Figura 8.59.** Regresión lineal para la viga 1AH

- **Viga 1BH**

**Tabla 8.76.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	444,1	544,5	668,3	908,1	1213,3	1431,0	1694,3



**Figura 8.60.** Regresión lineal para la viga 1BH

• Viga 1AV

Tabla 8.77. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición AV.

Distancia (m)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
<i>f</i> real (Hz)	623,4	706,4	954,0	1422,3	1752,3	2104,0	2551,3

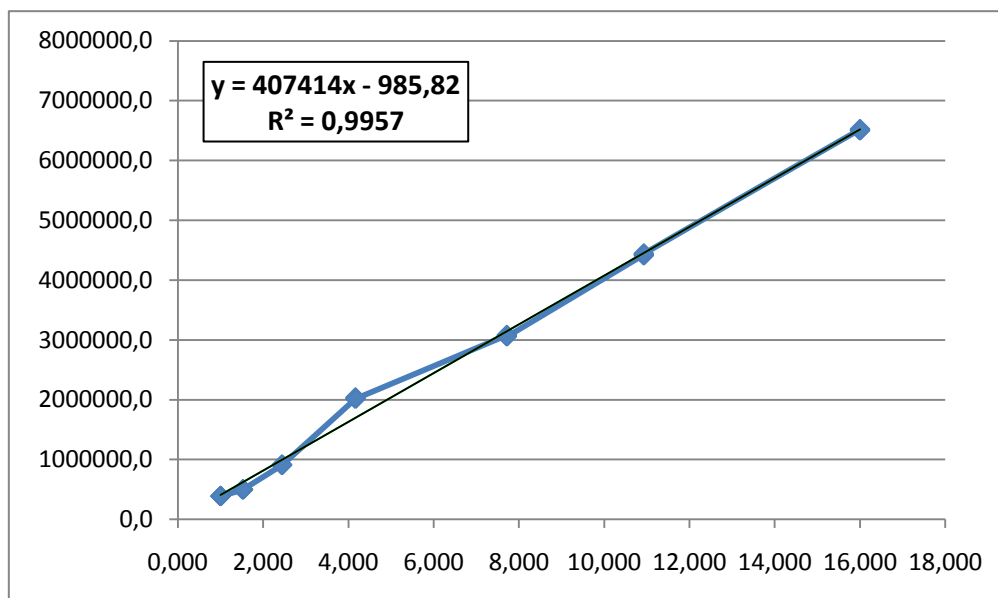


Figura 8.61. Regresión lineal para la viga 1AV

• Viga 1BV

Tabla 8.78. Frecuencias medidas según la longitud de la viga 1 en la posición BV.

Distancia (m)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
<i>f</i> real (Hz)	627,1	716,5	956,4	1403,7	1735,0	2165,7	2560,0

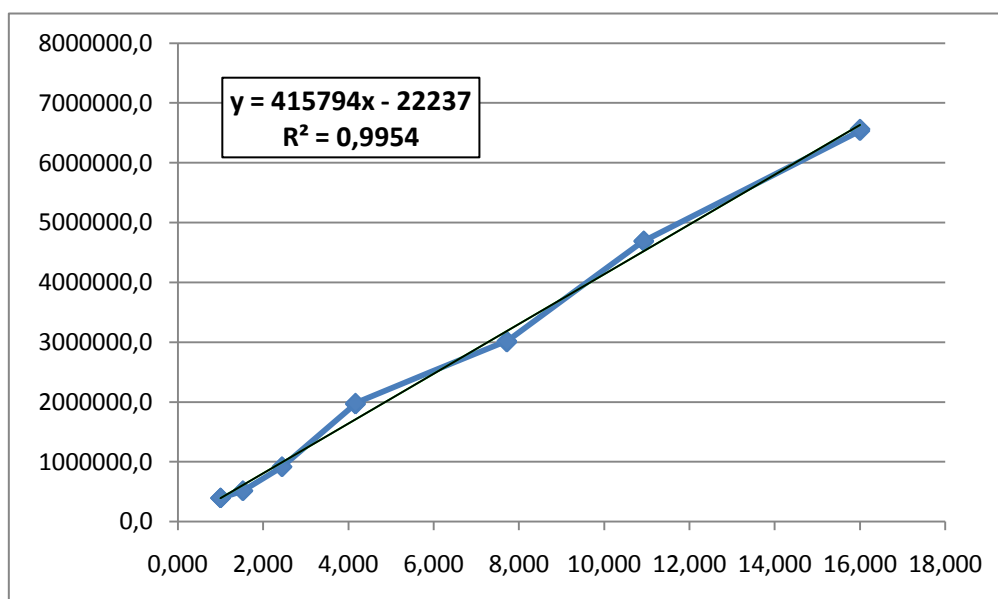
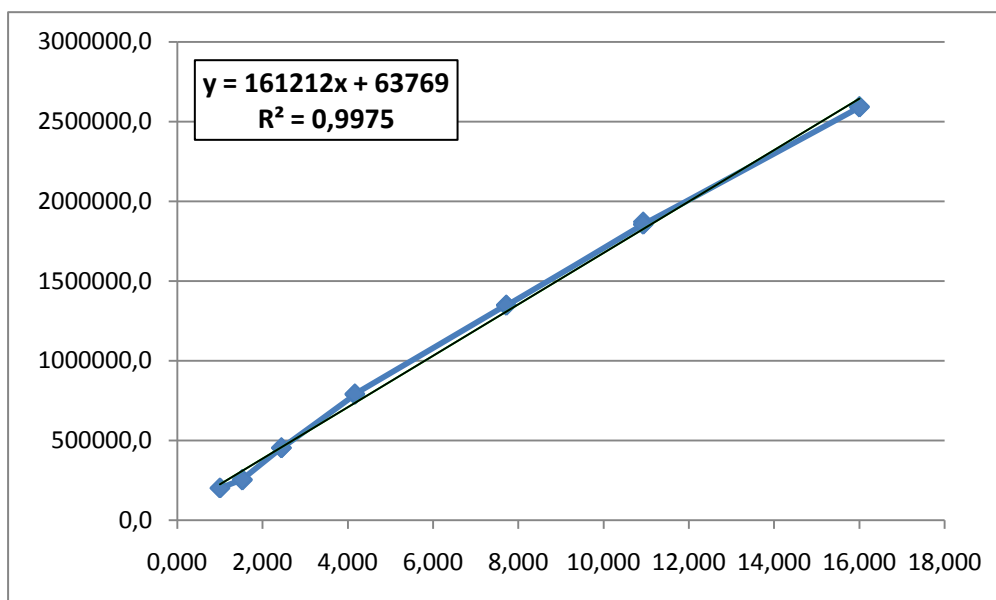


Figura 8.62. Regresión lineal para la viga 1BV

• **Viga 2AH**

**Tabla 8.79.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	450,9	556,6	704,5	920,1	1252,4	1490,5	1803,5

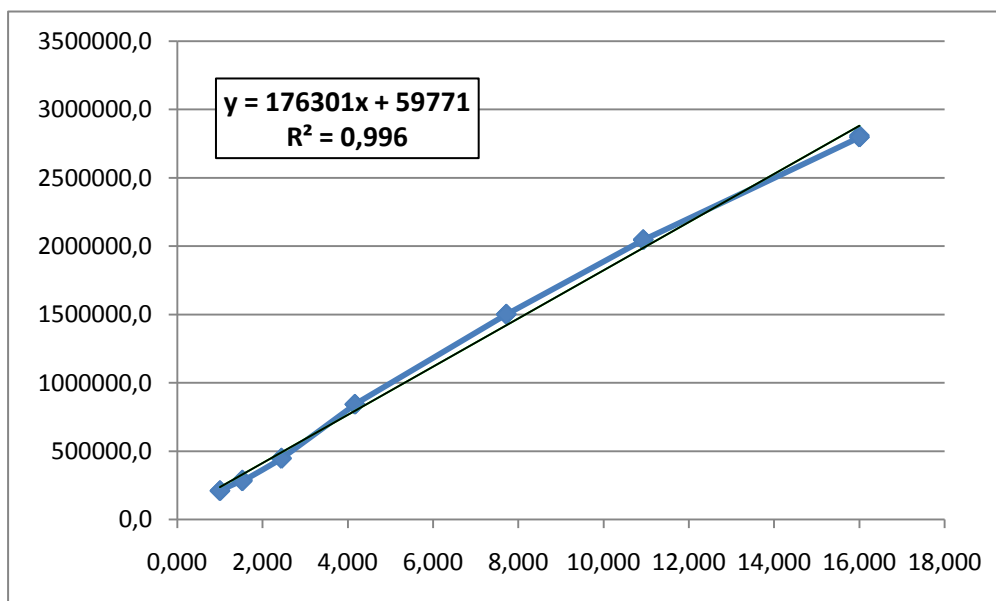


**Figura 8.63.** Regresión lineal para la viga 2AH

• **Viga 2BH**

**Tabla 8.80.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	446,2	550,9	697,2	910,7	1239,5	1475,1	1784,9

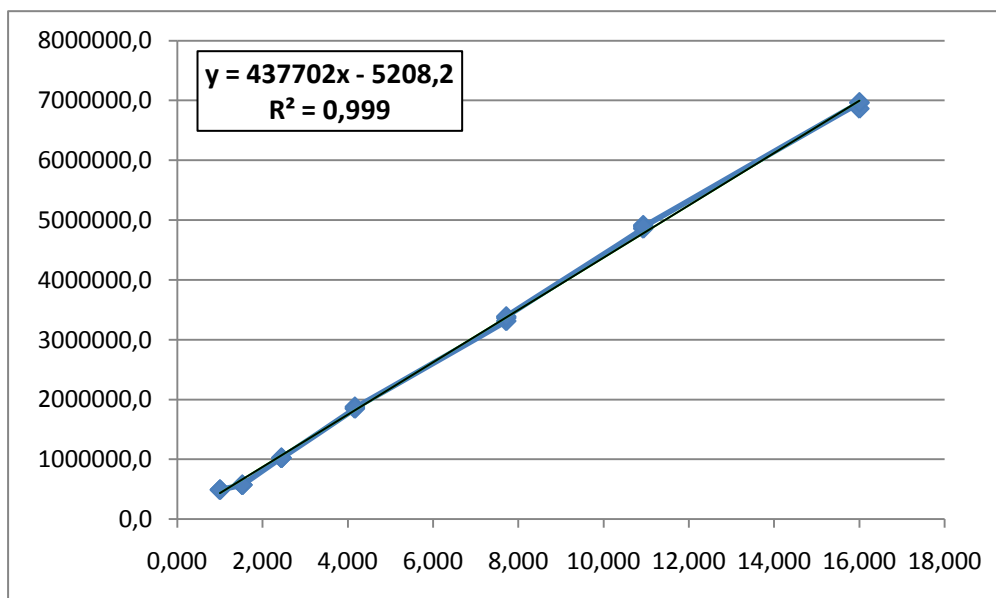


**Figura 8.64.** Regresión lineal para la viga 2BH

• **Viga 2AV**

**Tabla 8.81.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	689,1	850,7	1076,7	1406,3	1914,1	2278,0	2756,4

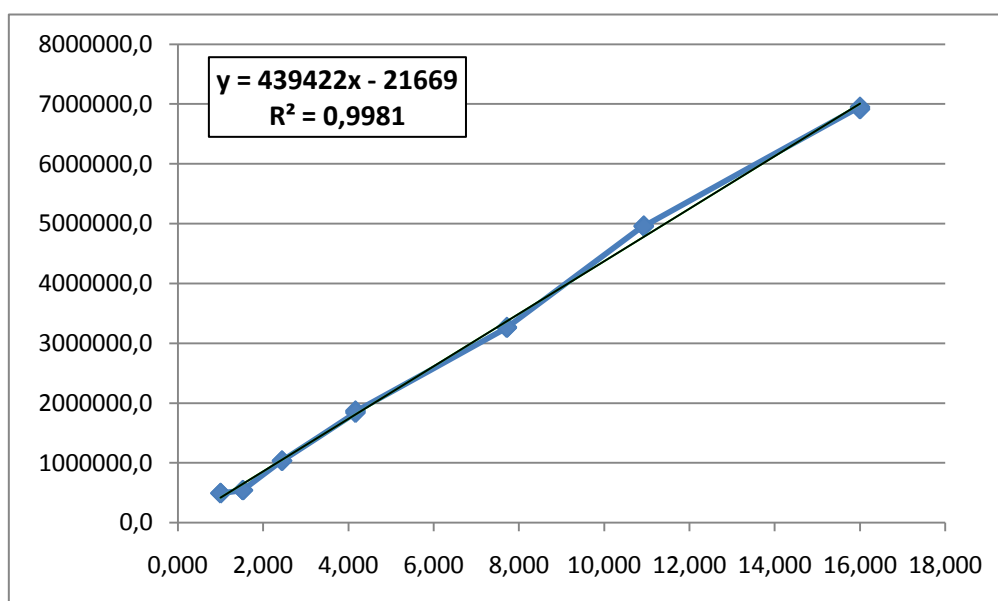


**Figura 8.65.** Regresión lineal para la viga 2AV

• **Viga 2BV**

**Tabla 8.82.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 2 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	689,1	850,7	1076,7	1406,3	1914,1	2278,0	2756,4

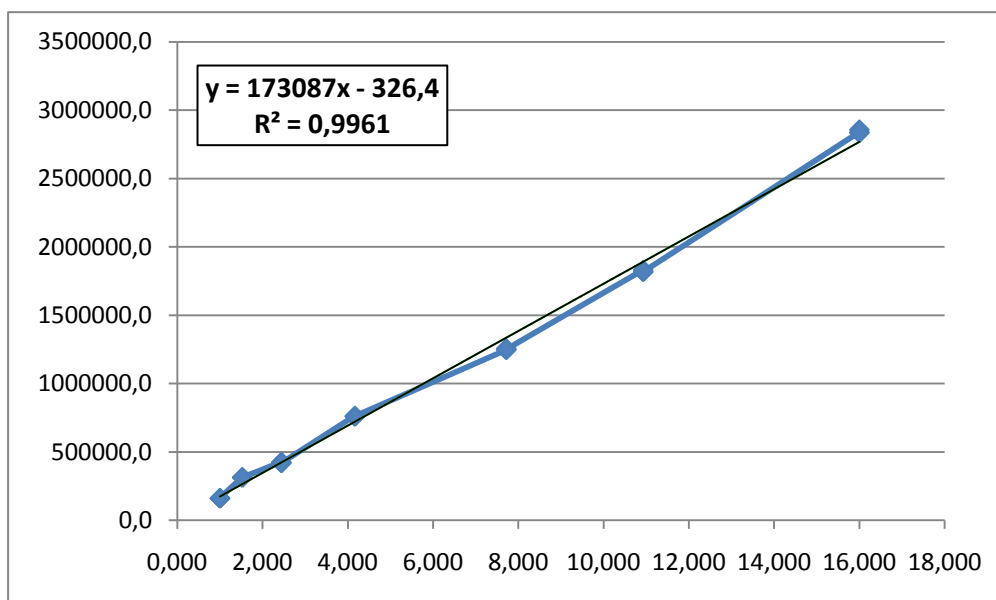


**Figura 8.66.** Regresión lineal para la viga 2BV

• **Viga 3AH**

**Tabla 8.83.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	402,3	559,9	650,5	872,4	1118,3	1349,7	1686,0

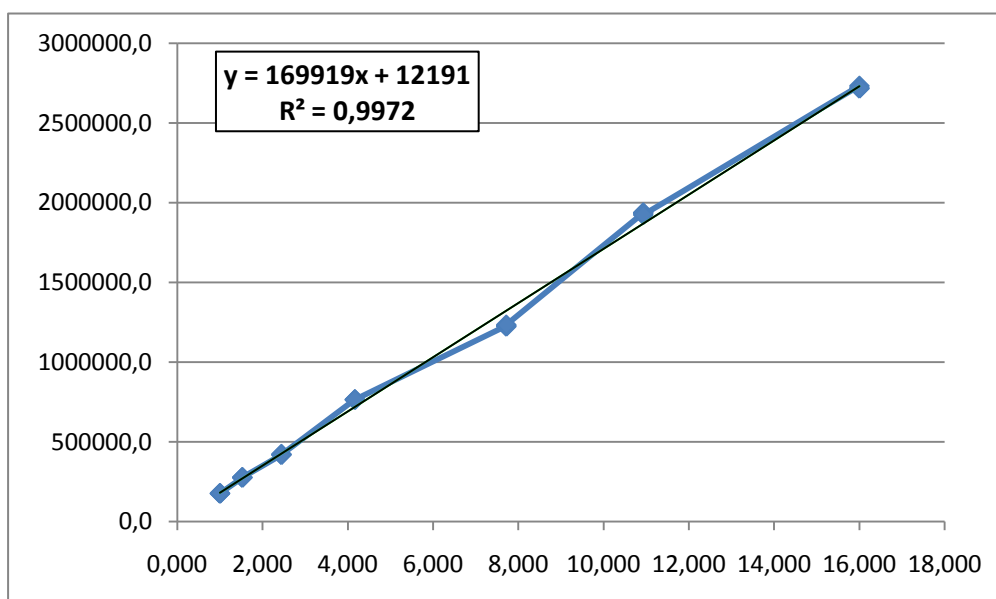


**Figura 8.67.** Regresión lineal para la viga 3AH

• **Viga 3BH**

**Tabla 8.84.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	526,5	648,8	874,7	1108,3	1390,0	1650,0	526,5

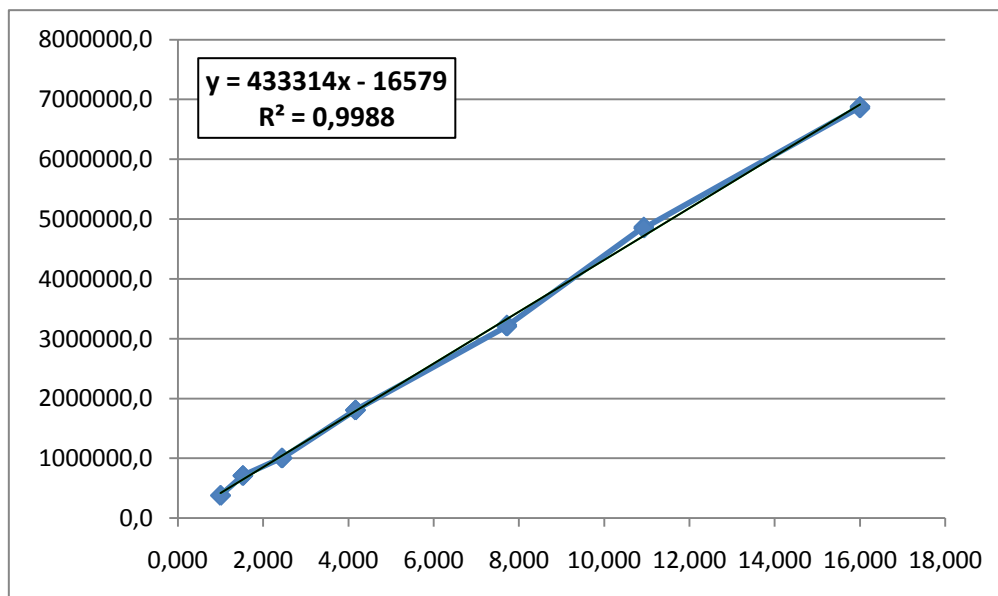


**Figura 8.68.** Regresión lineal para la viga 3BH

• **Viga 3AV**

**Tabla 8.85.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	617,2	844,0	1003,0	1344,7	1793,7	2203,7	2621,3

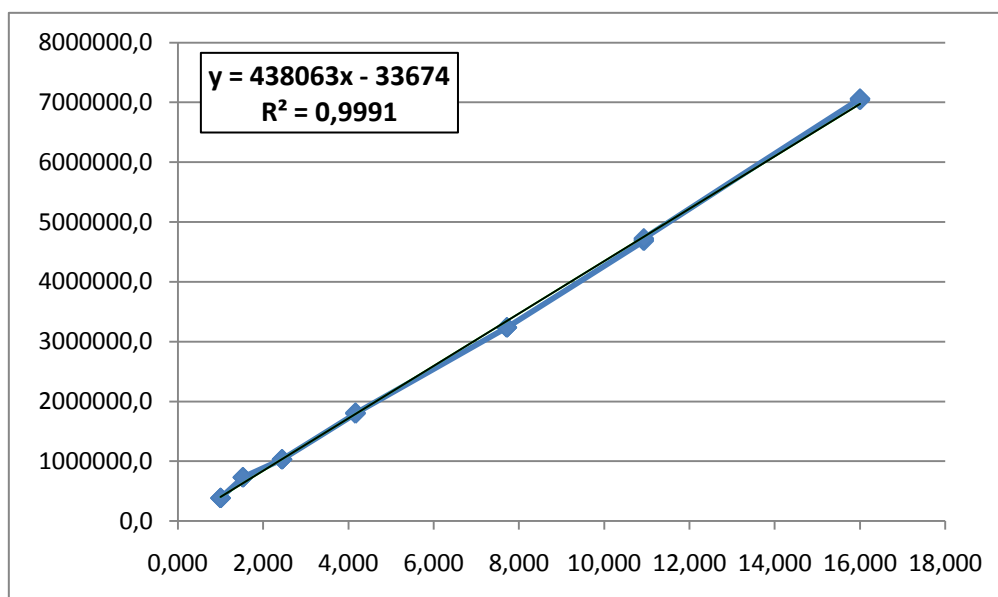


**Figura 8.69.** Regresión lineal para la viga 3AV

• **Viga 3BV**

**Tabla 8.86.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 3 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	619,9	854,6	1015,3	1342,7	1799,0	2168,7	2655,7



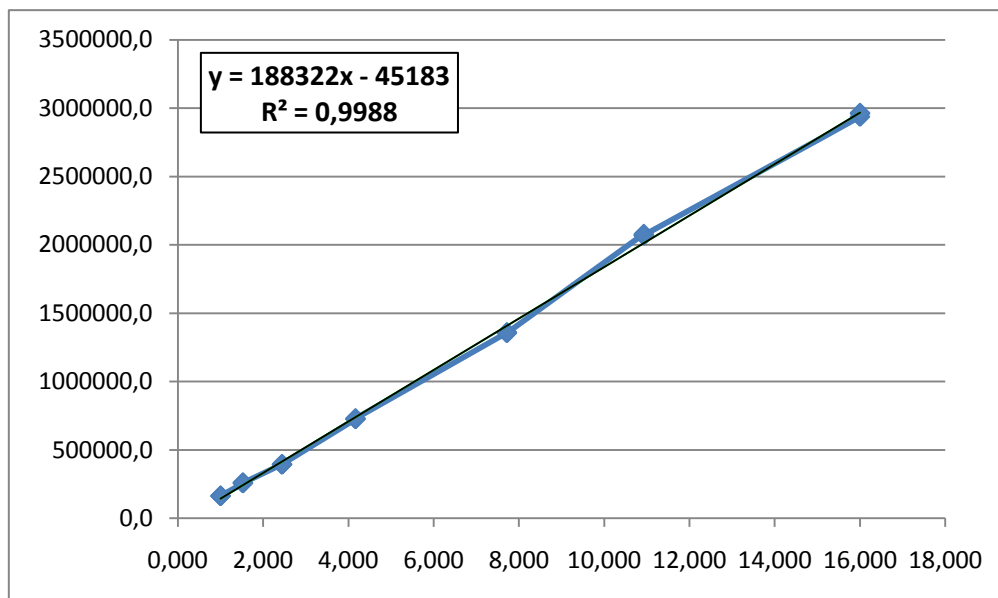
**Figura 8.70.** Regresión lineal para la viga 3BV



• **Viga 4AH**

**Tabla 8.87.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	451,9	558,0	706,2	922,3	1255,4	1494,0	1807,8

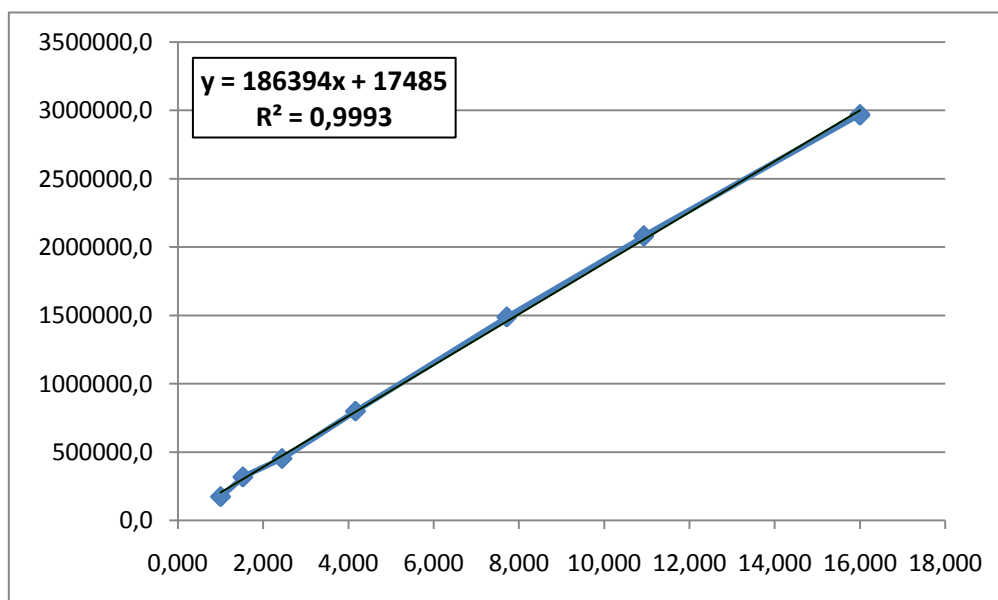


**Figura 8.71.** Regresión lineal para la viga 4AH

• **Viga 4BH**

**Tabla 8.88.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	449,8	555,3	702,8	918,0	1249,5	1487,0	1799,2

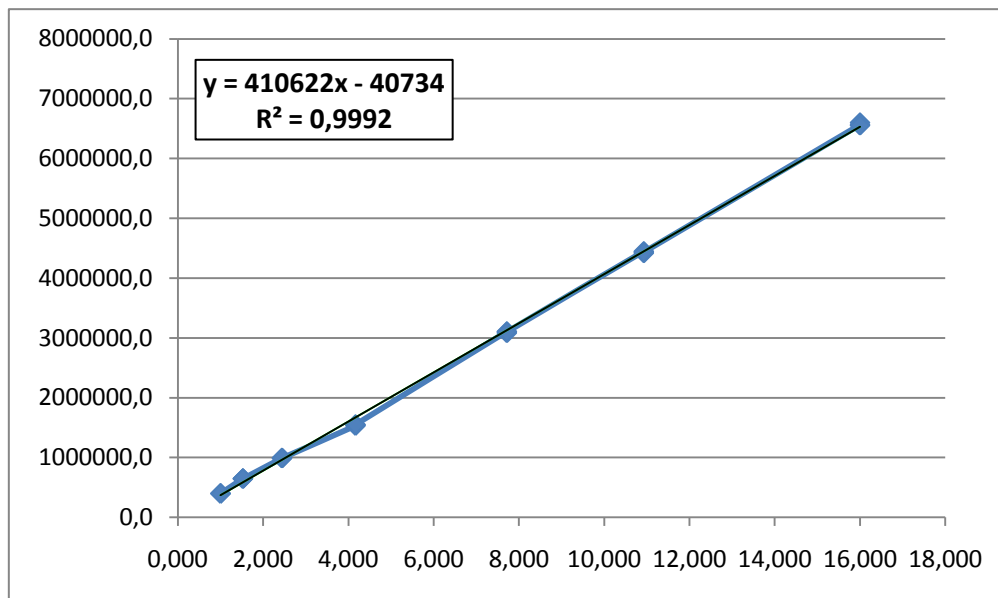


**Figura 8.72.** Regresión lineal para la viga 4BH

• **Viga 4AV**

**Tabla 8.89.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	668,5	825,3	1044,5	1364,2	1856,8	2209,8	2673,8

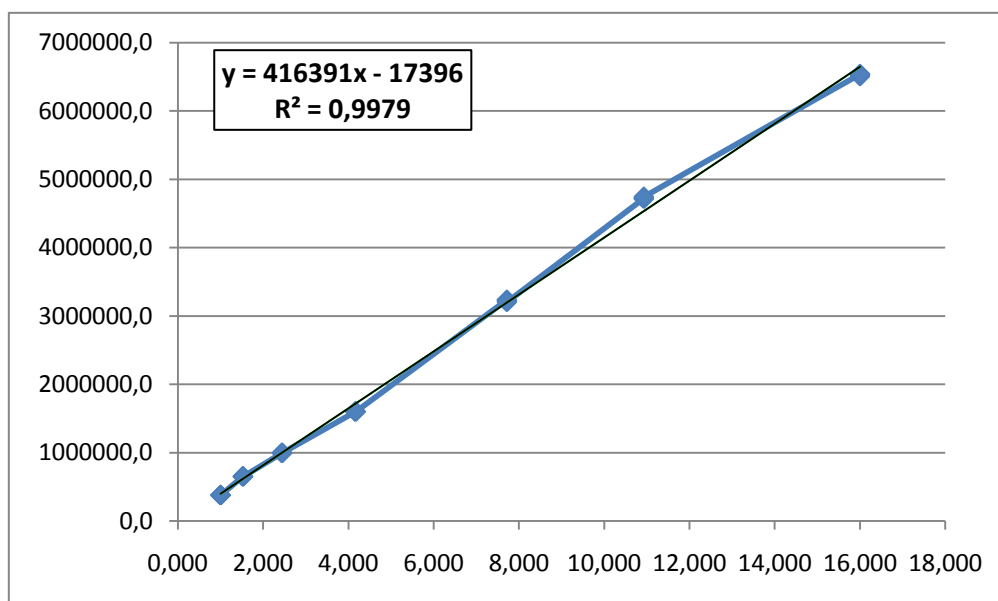


**Figura 8.73.** Regresión lineal para la viga 4AV

• **Viga 4BV**

**Tabla 8.90.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 4 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	672,8	830,6	1051,2	1373,0	1868,8	2224,0	2691,0

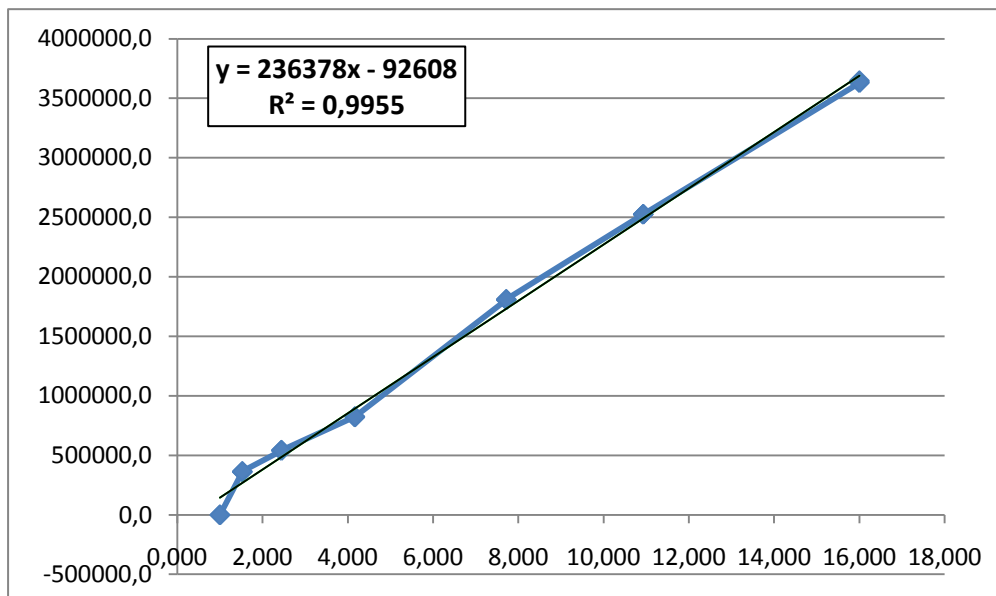


**Figura 8.74.** Regresión lineal para la viga 4BV

• **Viga 5AH**

**Tabla 8.91.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	443,2	547,2	692,5	904,5	1231,2	1465,2	1772,9

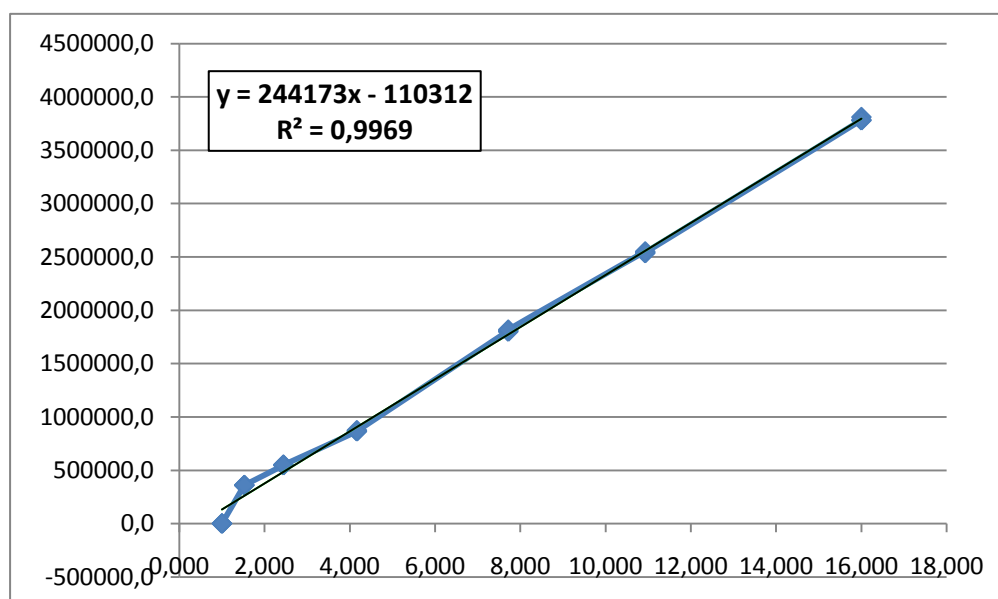


**Figura 8.75.** Regresión lineal para la viga 5AH

• **Viga 5BH**

**Tabla 8.92.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	451,9	557,9	706,1	922,3	1255,4	1494,0	1807,7

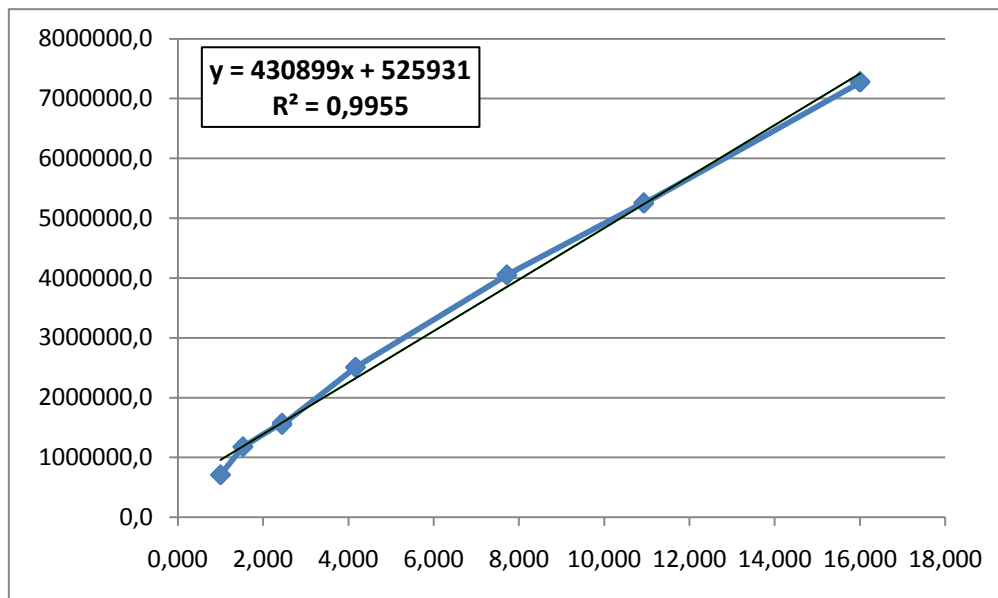


**Figura 8.76.** Regresión lineal para la viga 5BH

• **Viga 5AV**

**Tabla 8.93.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	842,8	1085,7	1249,3	1583,7	2013,0	2292,3	2698,0

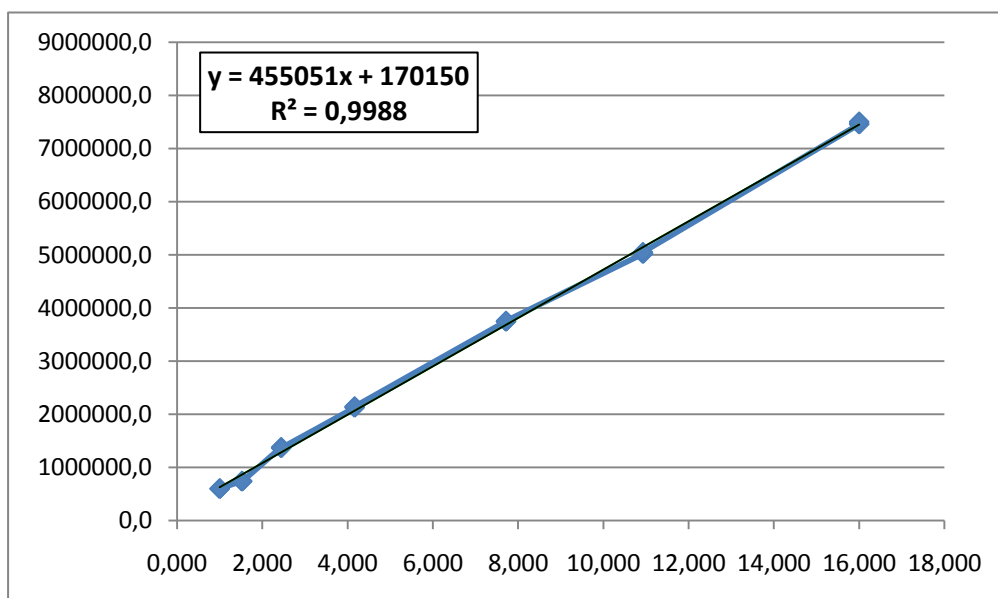


**Figura 8.77.** Regresión lineal para la viga 5AV

• **Viga 5BV**

**Tabla 8.94.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 5 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	776,1	861,5	1172,0	1462,0	1936,3	2243,0	2734,0

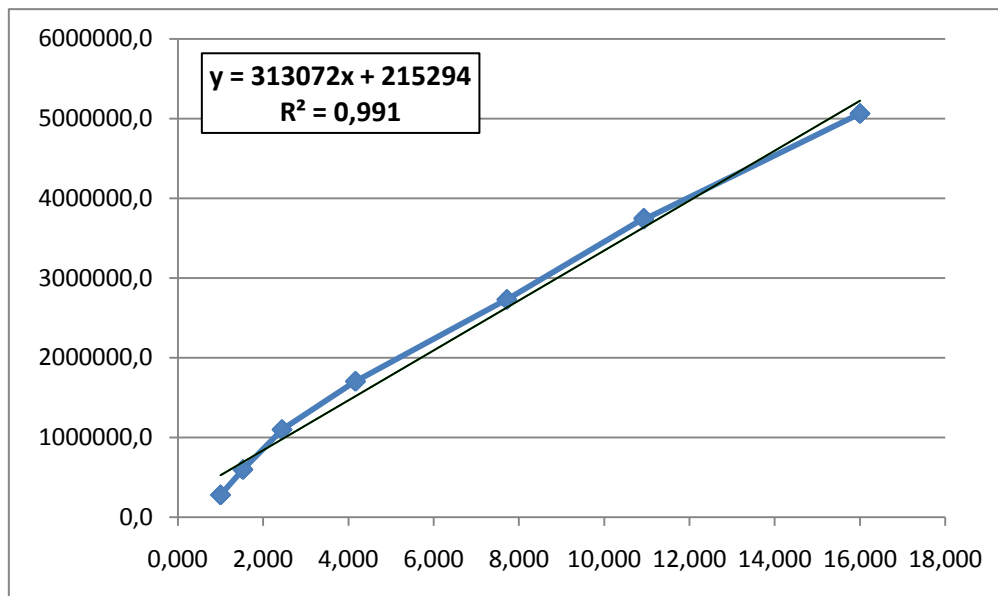


**Figura 8.78.** Regresión lineal para la viga 5BV

• **Viga 6AH**

**Tabla 8.95.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
<i>f real (Hz)</i>	475,5	587,0	742,9	970,4	1320,8	1571,8	1901,9

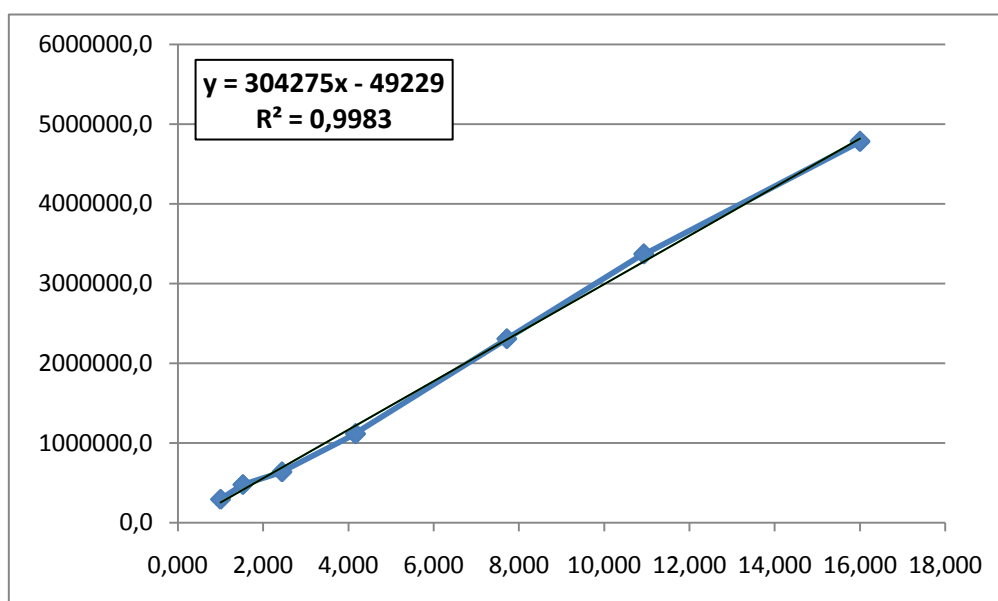


**Figura 8.79.** Regresión lineal para la viga 6AH

• **Viga 6BH**

**Tabla 8.96.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,55	0,5
<i>f real (Hz)</i>	466,1	575,5	728,3	951,3	1294,8	1540,9	1864,5

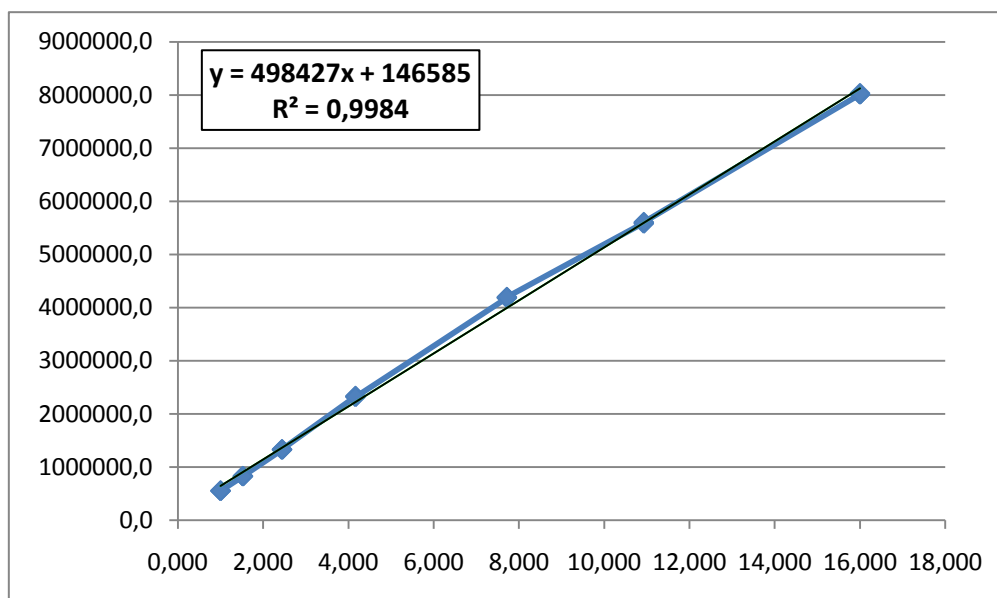


**Figura 8.80.** Regresión lineal para la viga 6BH

• **Viga 6AV**

**Tabla 8.97.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	745,4	910,8	1153,7	1526,0	2047,0	2365,0	2831,3

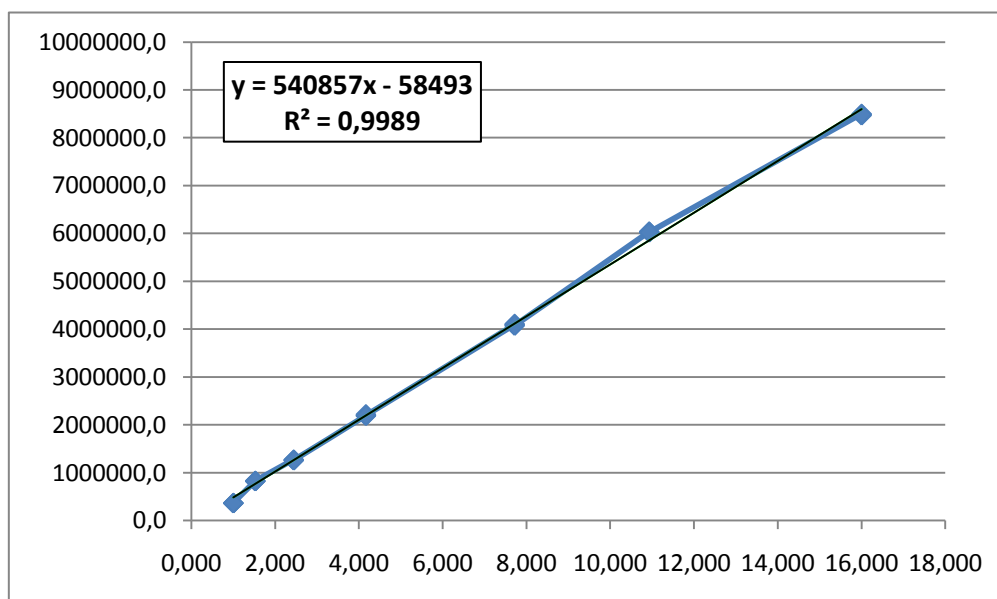


**Figura 8.81.** Regresión lineal para la viga 6AV

• **Viga 6BV**

**Tabla 8.98.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 6 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	605,3	909,4	1125,0	1484,0	2022,7	2455,7	2912,7

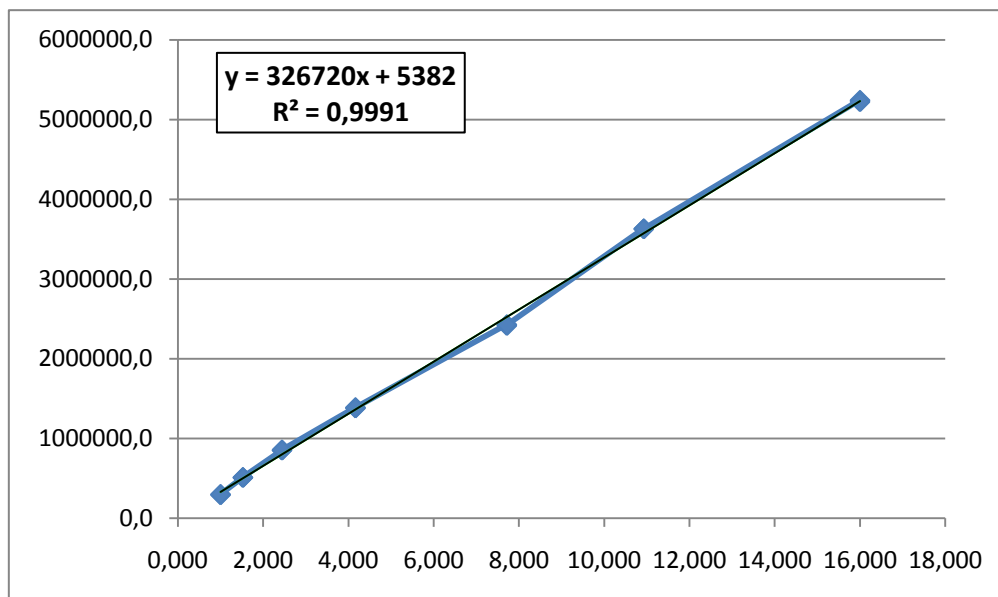


**Figura 8.82.** Regresión lineal para la viga 6BV

• **Viga 7AH**

**Tabla 8.99.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	454,7	561,3	710,4	927,9	1262,9	1503,0	1818,6

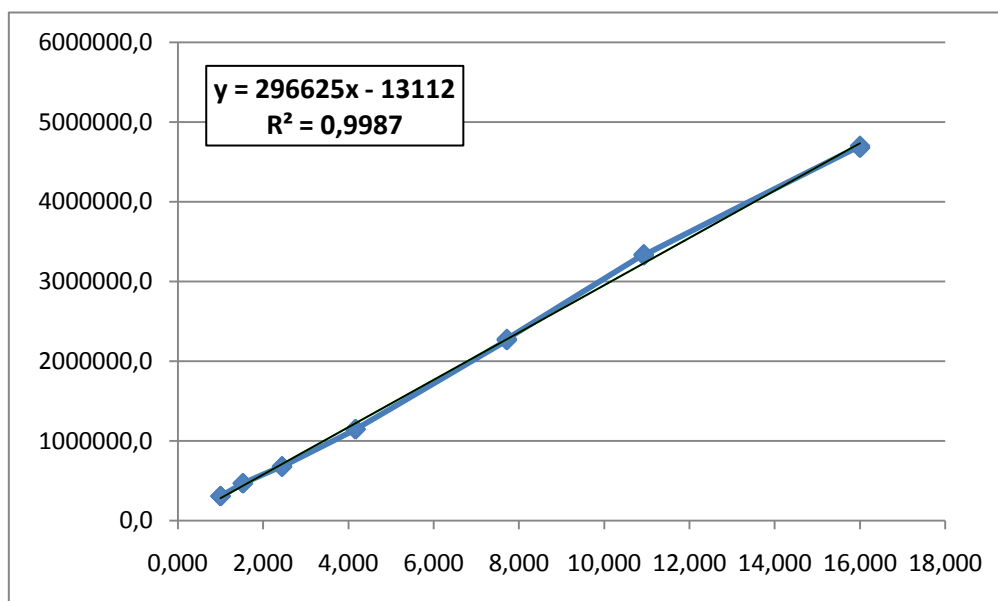


**Figura 8.83.** Regresión lineal para la viga 7AH

• **Viga 7BH**

**Tabla 8.100.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	459,2	567,0	717,6	937,2	1275,7	1518,2	1837,0

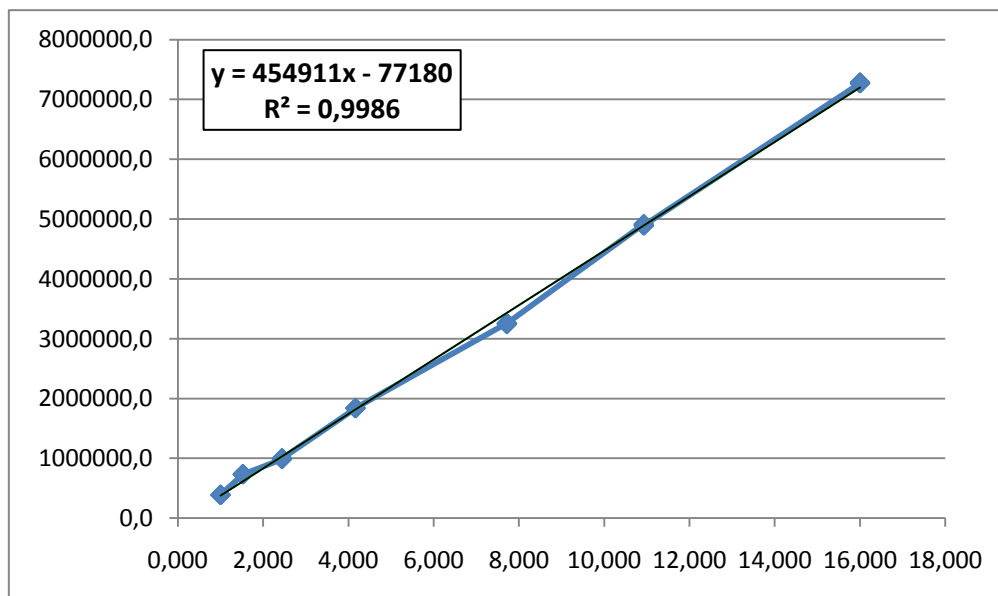


**Figura 8.84.** Regresión lineal para la viga 7BH

• **Viga 7AV**

**Tabla 8.101.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	621,9	855,3	996,4	1355,3	1803,0	2213,3	2697,3

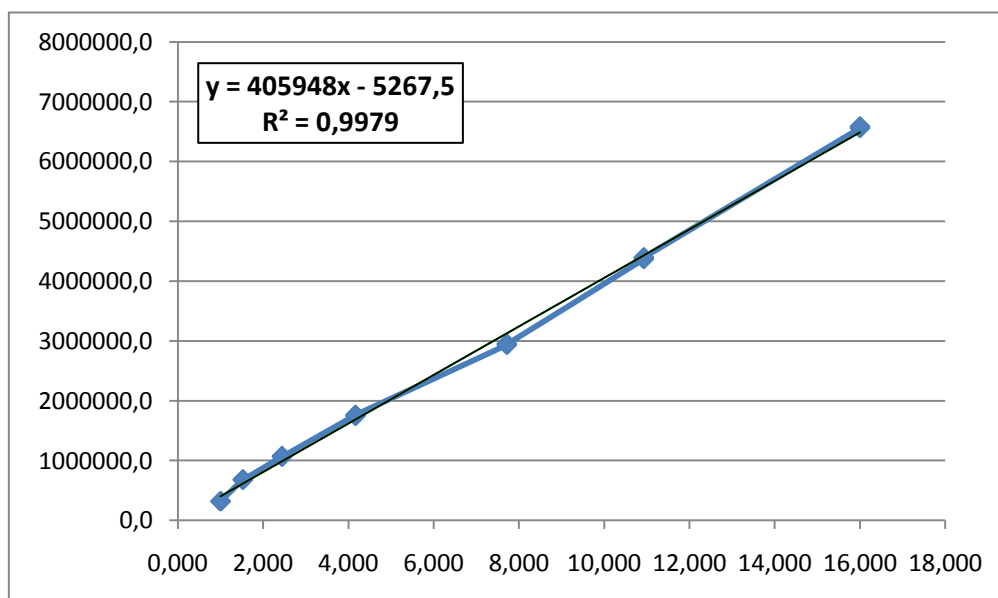


**Figura 8.85.** Regresión lineal para la viga 7AV

• **Viga 7BV**

**Tabla 8.102.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 7 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	565,1	825,6	1034,0	1325,3	1716,0	2094,3	2564,3



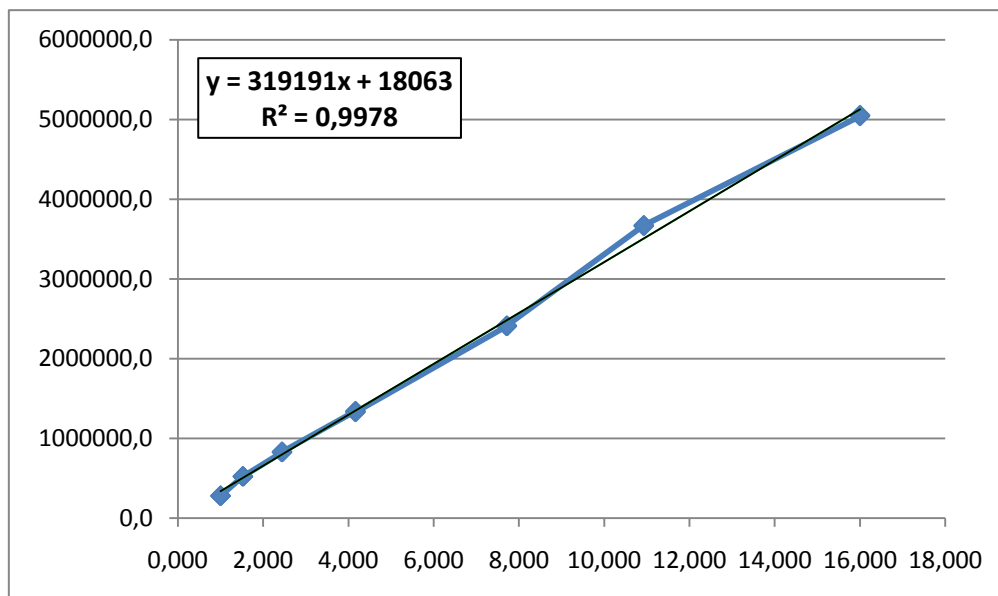
**Figura 8.86.** Regresión lineal para la viga 7BV



• **Viga 8AH**

**Tabla 8.103.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	451,9	557,9	706,1	922,3	1255,4	1494,0	1807,7

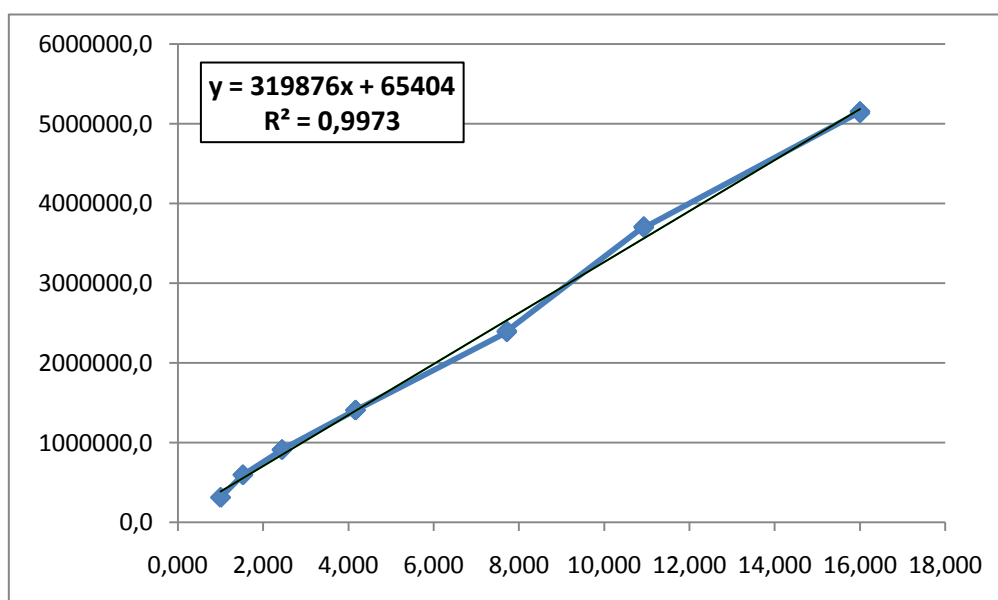


**Figura 8.87.** Regresión lineal para la viga 8AH

• **Viga 8BH**

**Tabla 8.104.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	437,9	540,7	684,3	893,8	1216,5	1447,7	1751,8

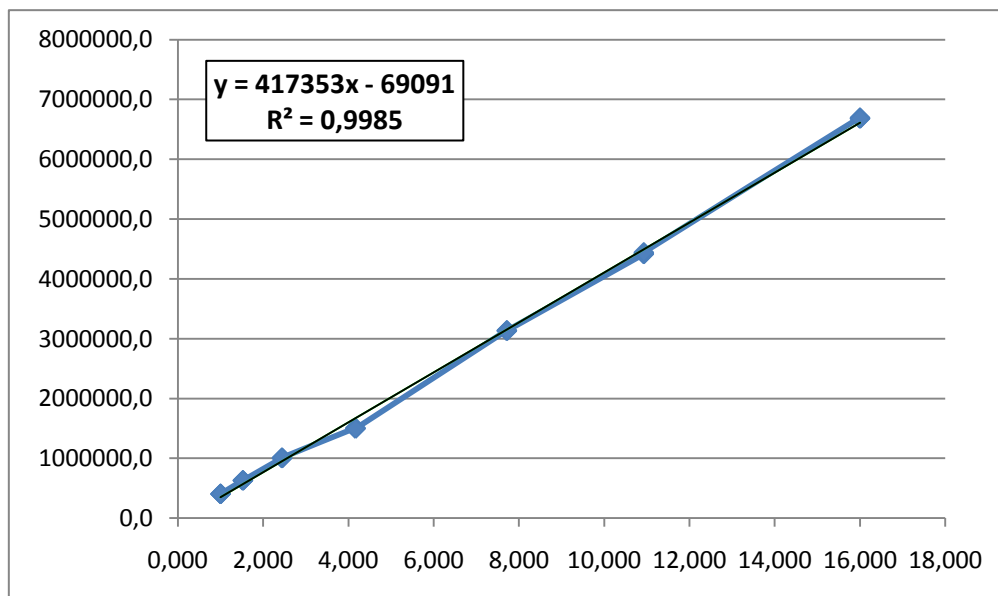


**Figura 8.88.** Regresión lineal para la viga 8BH

• **Viga 8AV**

**Tabla 8.105.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	674,0	832,1	1053,2	1375,5	1872,3	2228,2	2696,1

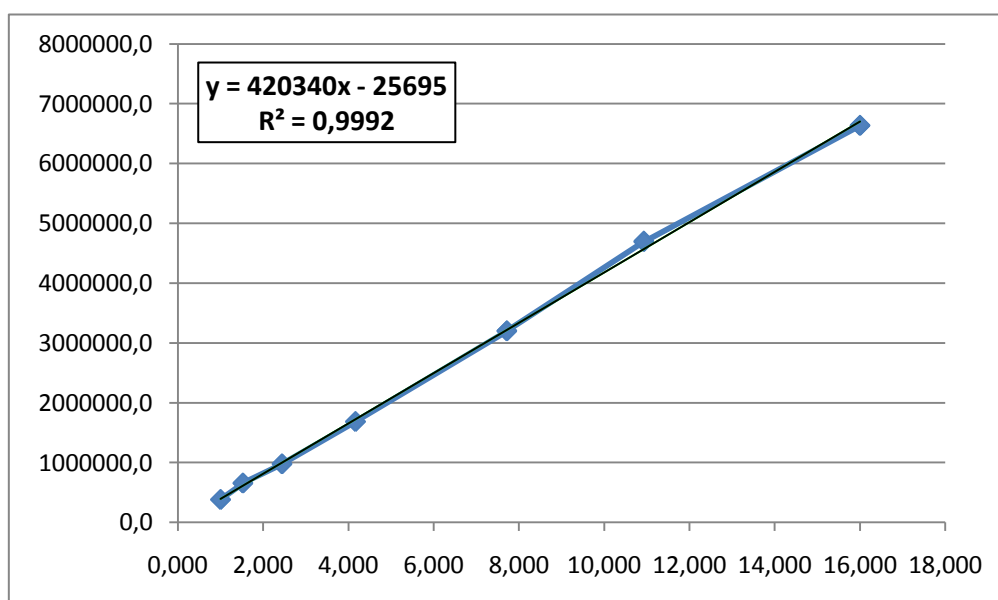


**Figura 8.89.** Regresión lineal para la viga 8AV

• **Viga 8BV**

**Tabla 8.106.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 8 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	654,0	807,4	1021,9	1334,7	1816,7	2162,0	2616,0

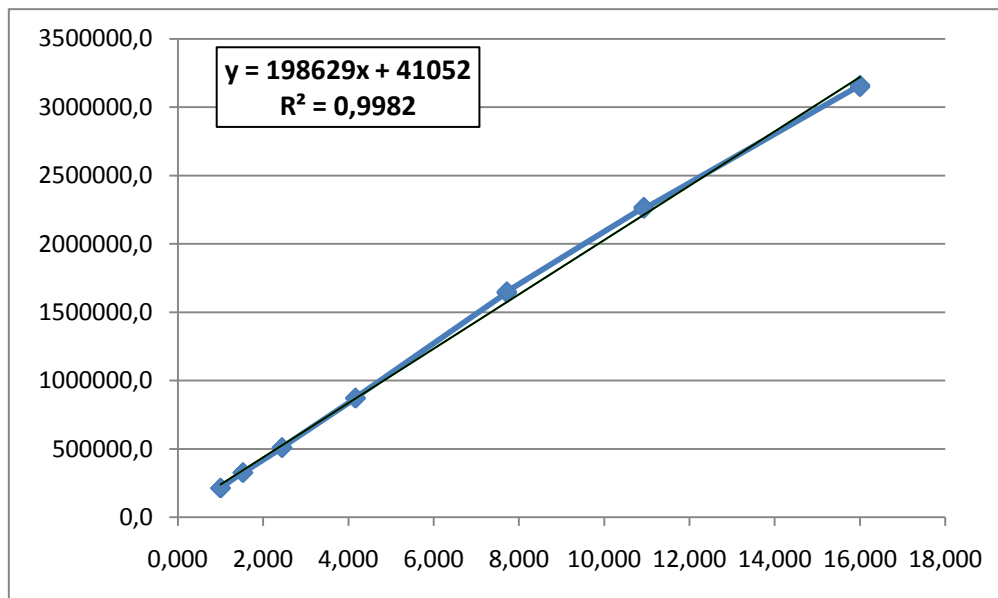


**Figura 8.90.** Regresión lineal para la viga 8BV

• **Viga 9AH**

**Tabla 8.107.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	461,5	571,1	713,4	933,2	1282,7	1504,7	1776,0

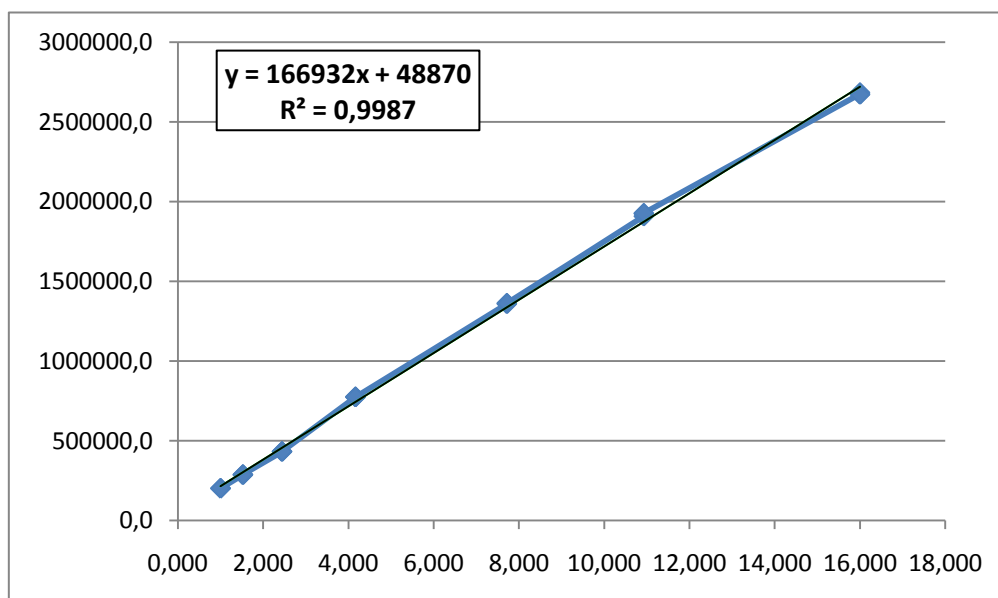


**Figura 8.91.** Regresión lineal para la viga 9AH

• **Viga 9BH**

**Tabla 8.108.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	448,8	535,7	657,3	879,9	1166,3	1385,3	1635,7

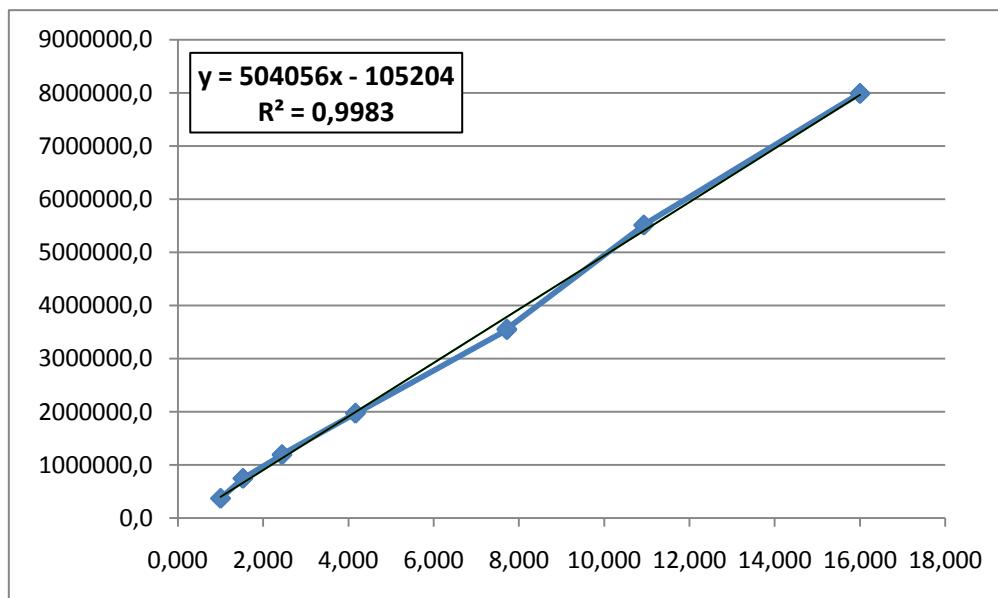


**Figura 8.92.** Regresión lineal para la viga 9BH

• **Viga 9AV**

**Tabla 8.109.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	608,5	863,5	1091,3	1404,0	1884,3	2347,7	2826,3

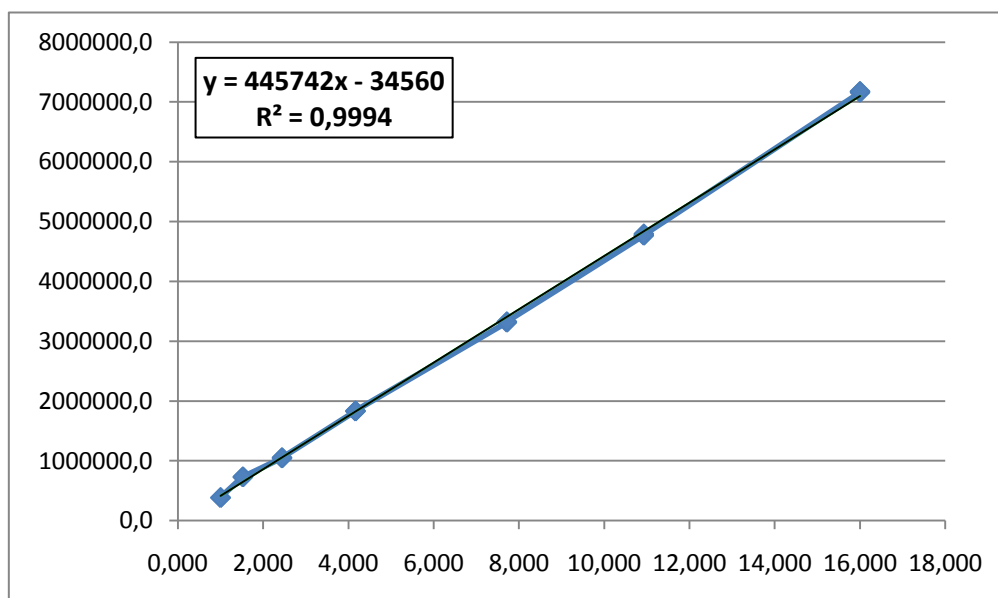


**Figura 8.93.** Regresión lineal para la viga 9AV

• **Viga 9BV**

**Tabla 8.110.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 9 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	621,7	855,7	1025,0	1354,0	1822,3	2186,0	2677,3

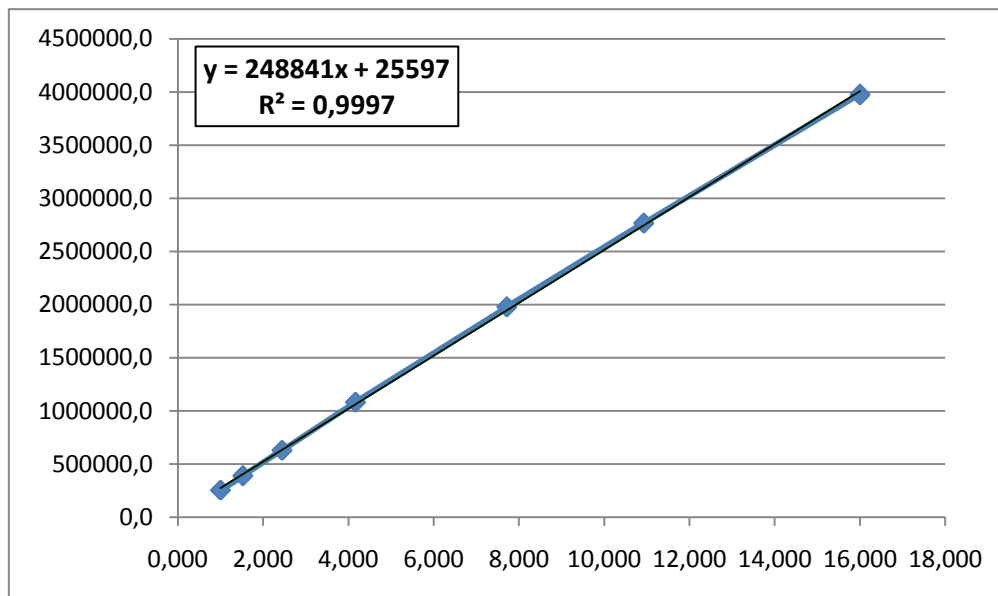


**Figura 8.94.** Regresión lineal para la viga 9BV

• **Viga 10AH**

**Tabla 8.111.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	436,4	538,8	681,9	890,7	890,7	1212,4	1442,8

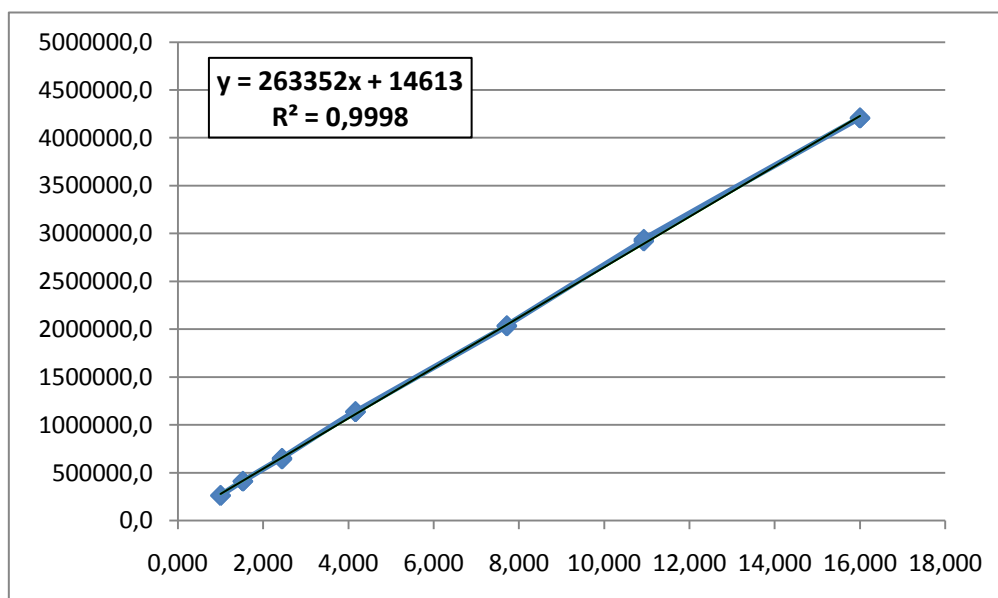


**Figura 8.95.** Regresión lineal para la viga 10AH

• **Viga 10BH**

**Tabla 8.112.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	452,8	559,0	707,4	924,0	1257,7	1496,7	1811,1

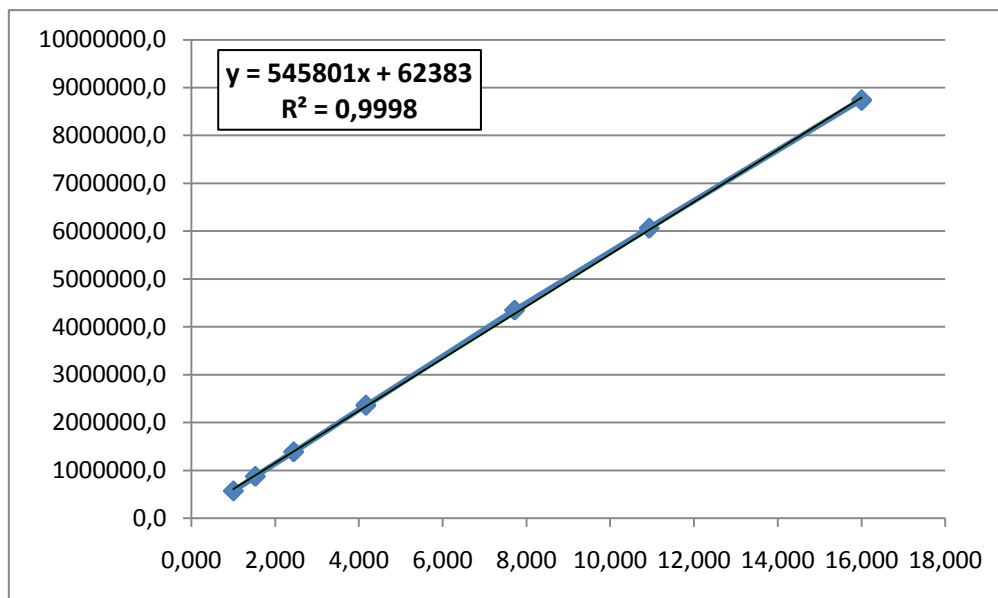


**Figura 8.96.** Regresión lineal para la viga 10BH

• **Viga 10AV**

**Tabla 8.113.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	677,0	835,7	1057,7	1381,5	1880,4	2237,9	2707,8

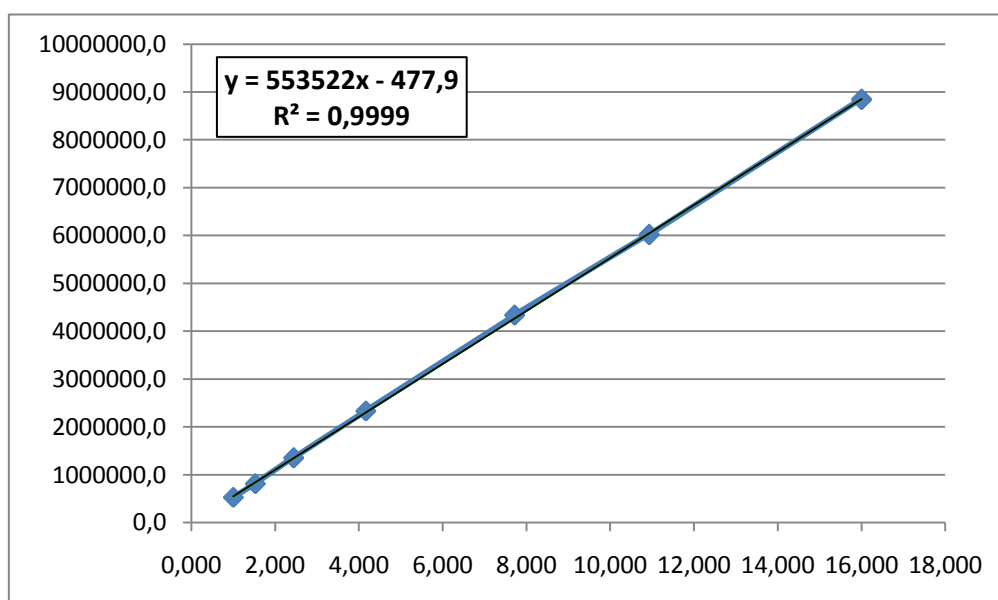


**Figura 8.97.** Regresión lineal para la viga 10AV

• **Viga 10BV**

**Tabla 8.114.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 10 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	682,6	842,8	1066,6	1393,1	1896,2	2256,6	2730,5

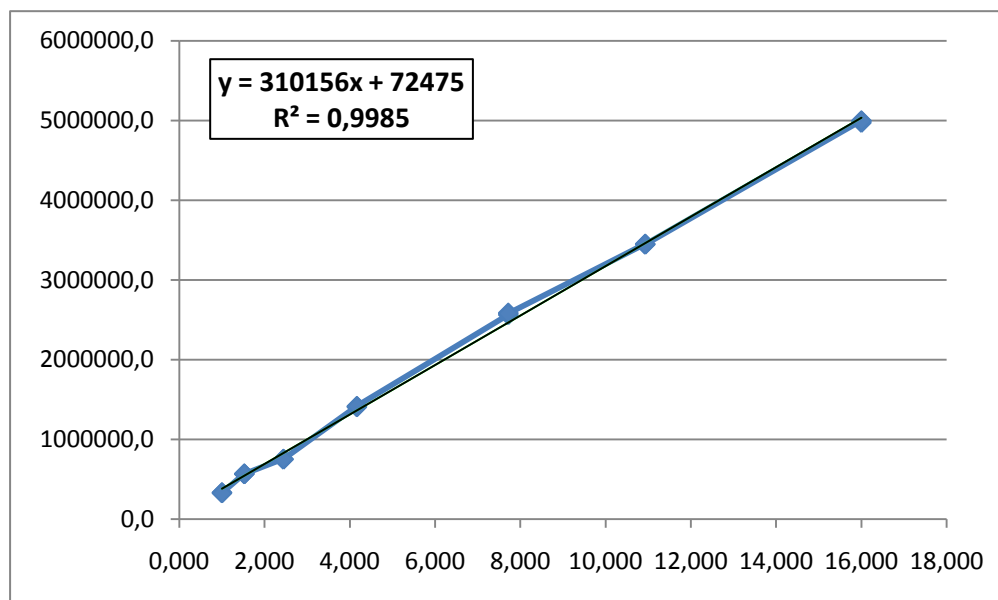


**Figura 8.98.** Regresión lineal para la viga 10BV

• **Viga 11AH**

**Tabla 8.115.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	436,1	538,4	681,5	890,1	1211,5	1441,8	1744,5

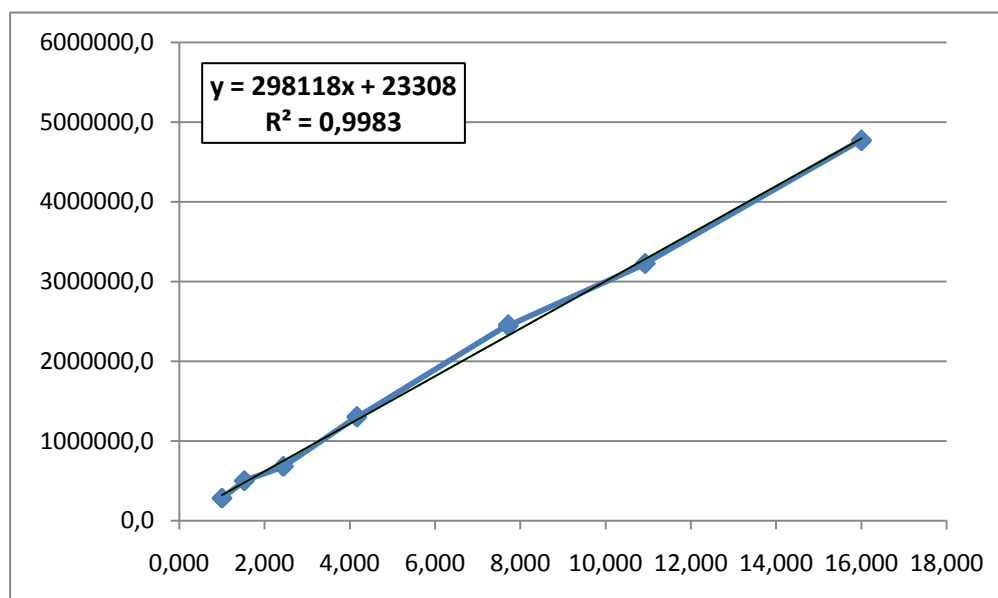


**Figura 8.99.** Regresión lineal para la viga 11AH

• **Viga 11BH**

**Tabla 8.116.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<i>1</i>	<i>0,9</i>	<i>0,8</i>	<i>0,7</i>	<i>0,6</i>	<i>0,55</i>	<i>0,5</i>
<i>f real (Hz)</i>	440,6	544,0	688,5	899,3	1224,0	1456,7	1762,6

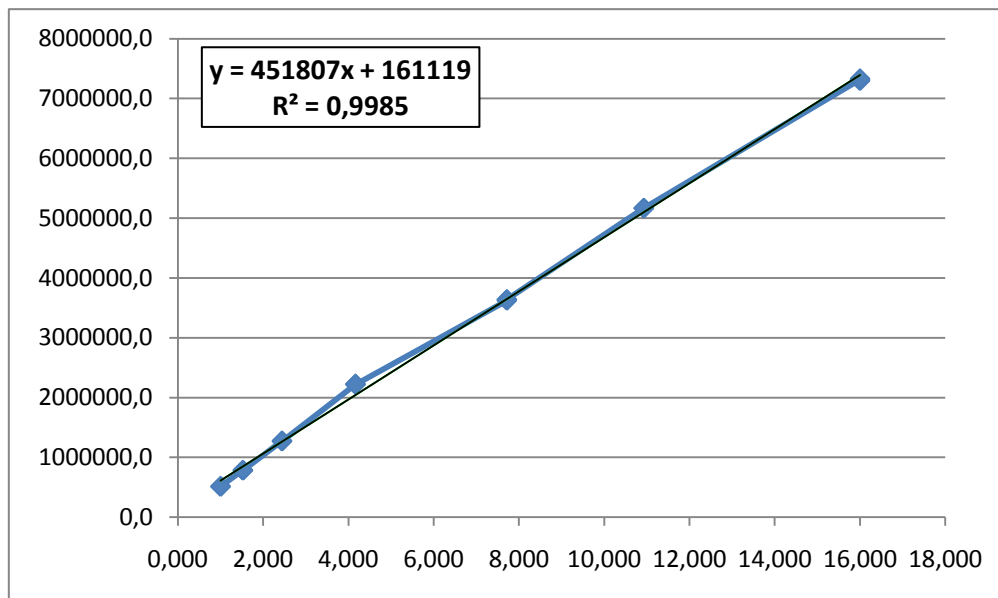


**Figura 8.100.** Regresión lineal para la viga 11BH

• **Viga 11AV**

**Tabla 8.117.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	661,4	816,5	1033,4	1349,7	1837,1	2186,4	2645,5

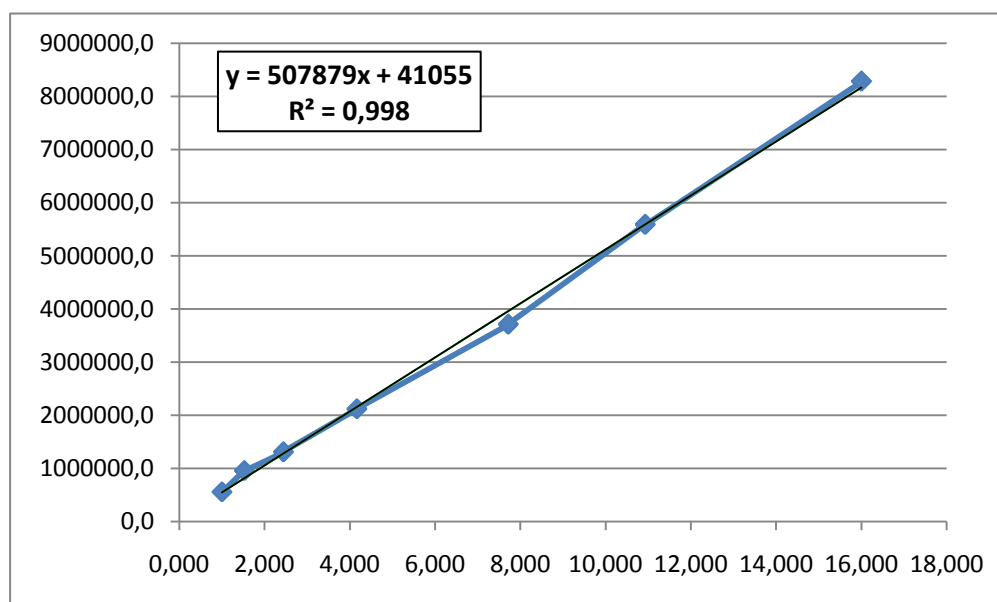


**Figura 8.101.** Regresión lineal para la viga 11AV

• **Viga 11BV**

**Tabla 8.118.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 11 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	671,0	828,5	1048,5	1369,5	1864,0	2218,3	2684,2



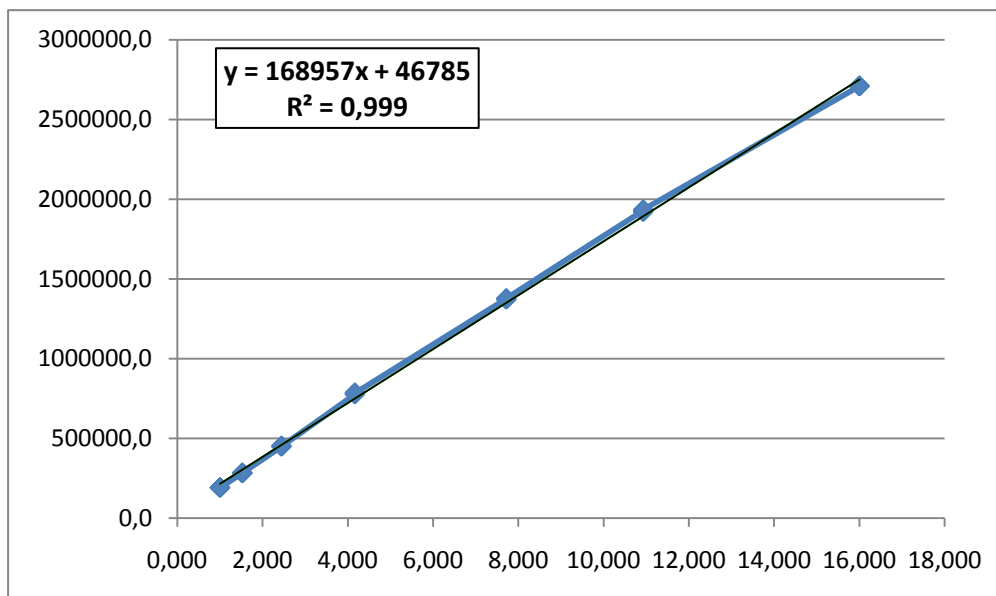
**Figura 8.102.** Regresión lineal para la viga 11BV



• **Viga 12AH**

**Tabla 8.119.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	438,1	532,7	671,7	884,7	1172,7	1388,7	1646,3

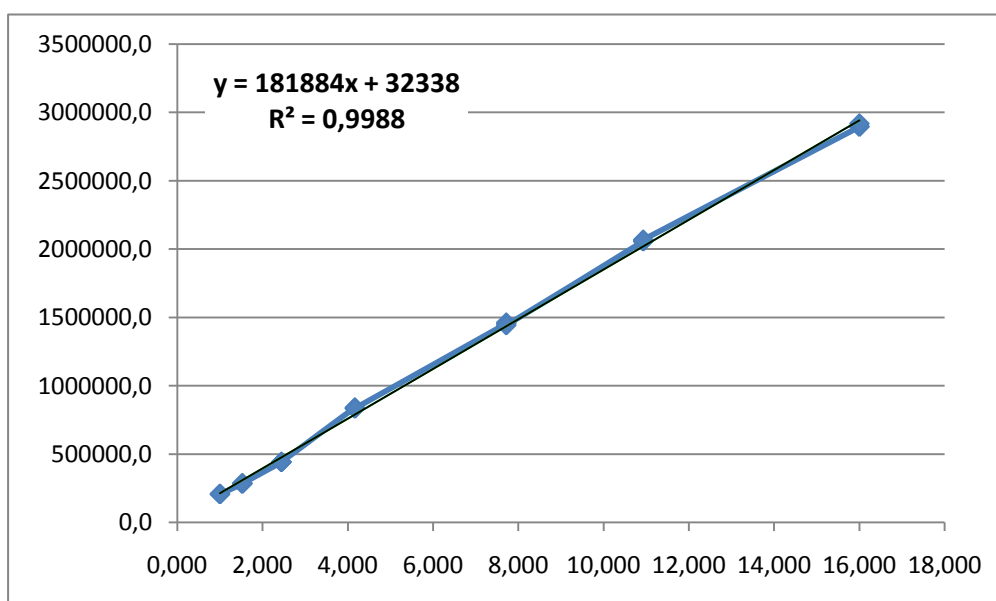


**Figura 8.103.** Regresión lineal para la viga 12AH

• **Viga 12BH**

**Tabla 8.120.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BH.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	456,5	534,3	665,1	914,6	1435,3	1703,7	456,5

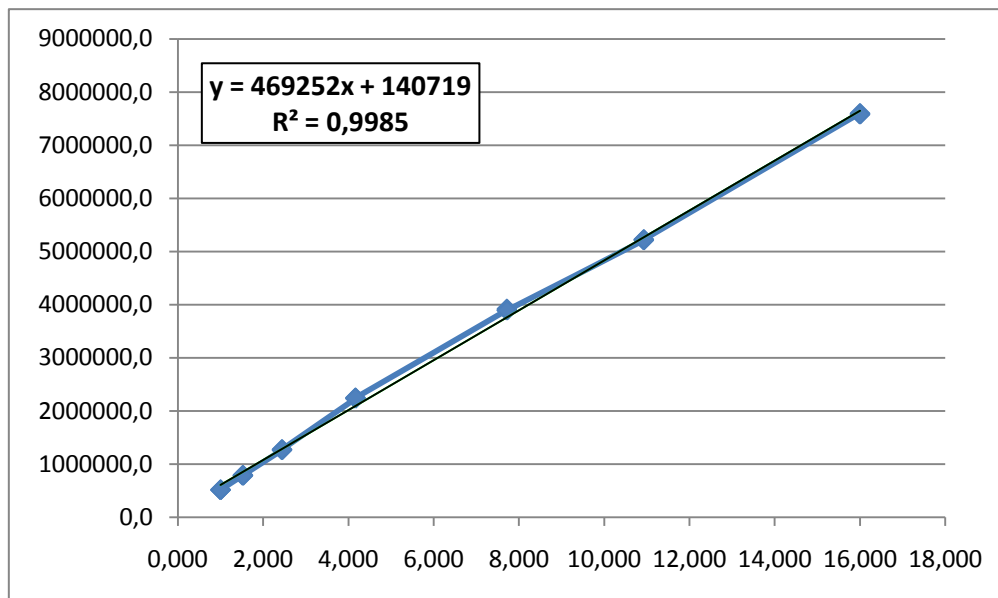


**Figura 8.104.** Regresión lineal para la viga 12BH

• **Viga 12AV**

**Tabla 8.121.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición AV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	717,6	886,9	1126,7	1497,0	1975,7	2285,0	2755,0

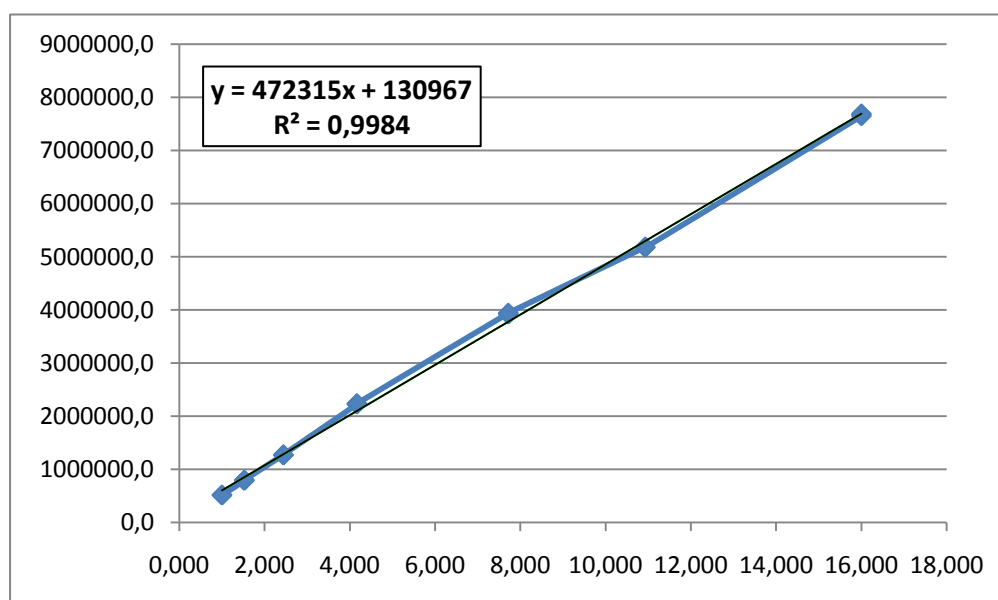


**Figura 8.105.** Regresión lineal para la viga 12AV

• **Viga 12BV**

**Tabla 8.122.** Frecuencias medidas según la longitud de la viga 12 en la posición BV.

<i>Distancia (m)</i>	<b>1</b>	<b>0,9</b>	<b>0,8</b>	<b>0,7</b>	<b>0,6</b>	<b>0,55</b>	<b>0,5</b>
<i>f real (Hz)</i>	718,8	891,3	1127,7	1494,0	1982,3	2275,7	2769,3



**Figura 8.106.** Regresión lineal para la viga 12BV