



Universidad de Valladolid

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Física

Diseño y elaboración de un Theremin

Autor:

Laura Ares Santos

Tutores:

José María Muñoz Muñoz
Óscar Alejos Ducal

Índice general

1. Física de la música	6
1.1. Sonido y percepción	6
1.1.1. El oído humano	7
1.1.2. Consonancia y disonancia	10
1.2. Instrumentos mecánicos	13
1.2.1. Cuerda	13
1.2.2. Percusión	17
1.2.3. Viento	22
1.3. Instrumentos electromagnéticos	22
1.3.1. El órgano Hammond	22
1.3.2. Sintetizadores	24
2. El theremin como instrumento electromagnético	26
2.1. Tubos de vacío	26
2.1.1. Emisión electrónica. El efecto termoiónico	27
2.1.2. Tipos de tubos termoiónicos	31
2.1.3. Osciladores	37
2.1.4. ECC82	38
2.2. El oscilador	39
2.3. Estructura	40
2.3.1. Tono	41
2.3.2. Volumen	42
2.3.3. VCA	43
3. Montaje	44

Abstract

The aim of this paper is to explain clearly and simply the operating of a Theremin. Intending to place it in the musical context, in the first chapter a brief overview of the fundamentals of the sound and hearing perception is made.

It will be described first how the ear makes the distinction of different sounds. It is also analysed how the different types of instruments generate sound, distinguishing between instruments whose foundations are purely mechanical, as can be a drum, from those that generate the sound based on electromagnetic principles, being the Theremin the best example of the latter.

Then one of the elements of the design is explained in more detail, the vacuum valves (or tubes), as they have not been studied in depth during the Grado studies, though they have a intuitive physics behind their operational. As well, it is studied the LC oscillating circuits and how by joining the two elements is possible the formation of basic oscillators in the operation of the Theremin itself.

In the last section an overview of how the above fundamentals mentioned in the construction of a Theremin have been implemented. Finally a sound characterization of the instrument has been made.

Resumen

El objetivo de este trabajo es explicar de forma clara y sencilla el funcionamiento de un Theremin. Con intención de situarlo en el contexto musical, en el primer capítulo se hará un breve repaso de los fundamentos del sonido y la percepción auditiva. Describiremos en primer lugar cómo distingue el oído sonidos diferentes. También analizaremos cómo los distintos tipos de instrumentos generan el sonido, distinguiendo entre los instrumentos cuyos fundamentos son puramente mecánicos, como pueda ser un tambor, de aquellos que generan el sonido basándose en principios electromagnéticos, siendo el Theremin el mejor ejemplo de estos últimos.

A continuación explicamos con más detalle uno de los elementos del diseño, las válvulas de vacío, puesto que no han sido estudiados con detalle durante el Grado, pero tienen una física muy intuitiva detrás de su operativa. Estudiaremos también los circuitos oscilantes LC y cómo, uniendo ambos elementos, podemos formar osciladores básicos en el funcionamiento del Theremin propiamente dicho.

En el último apartado describiremos brevemente cómo se han puesto en práctica los fundamentos anteriormente citados en la construcción de un Theremin, y caracterizaremos su sonido final.

Introducción

El theremin es un instrumento musical basado en el batido de señales producidas por circuitos eléctricos oscilantes de frecuencias similares. Fue inventado en 1919 por el físico ruso Lev Termen, conocido en Estados Unidos como Leon Theremin. Siendo uno de los primeros instrumentos que utilizaban los fenómenos electromagnéticos para generar el sonido, la cualidad más sorprendente del theremin es que es capaz de variar el tono y el volumen del sonido que produce sin que haya que tocarlo físicamente. Para ello basta con variar la distancia a la que colocamos nuestras manos de cada una de sus dos antenas (cada una controla, de forma independiente, la frecuencia o el volumen). Variando la distancia a la antena, cambiamos la capacidad eléctrica que existe entre nuestro cuerpo y la antena: nos convertimos en una de las placas de un condensador. La antena está conectada a un circuito oscilante RLC, que cambia su frecuencia de resonancia al variar su capacidad total.

El característico timbre que genera hizo que, durante una larga época, fuera relegado al puesto de generador de efectos musicales en el cine, generalmente ligado a la aparición de fenómenos paranormales o el aterrizaje de extraterrestres... Sin embargo, este instrumento permite interpretar piezas de todo tipo, incluidas grandes obras de música clásica. Esta fue la reivindicación de Clara Rockmore, quien es considerada la mayor thereminista de todos los tiempos. Dado su carácter continuo, una desviación muy pequeña de la distancia o posición de la mano puede hacer variar notablemente la frecuencia o el volumen, lo que hace que el theremin sea extremadamente difícil de tocar. Hoy en día, gracias al desarrollo de la música electrónica, el theremin ha encontrado además un hueco en este estilo musical.

El estudio del theremin es interesante no solo desde un punto de vista cultural, sino que sus fundamentos físicos nos permiten aplicar y ampliar los conocimientos adquiridos durante el Grado. Como veremos, serán necesarios conceptos de mecánica, electromagnetismo o electrónica para comprender su funcionamiento.

Capítulo 1

Física de la música

En física, entendemos por sonido *cualquier* vibración mecánica transmitida por un medio elástico. Cuando una onda de presión llega al oído, debe ser percibida y analizada de forma adecuada para que ese fenómeno acústico pueda relacionarse con la sensación de sonido. Por ejemplo, un oído joven será, por lo general, capaz de detectar sonidos en un rango de frecuencias mayor que un oído adulto, es decir, la misma onda puede ser interpretada o no como sonido dependiendo del oído que la reciba. Una variación de presión demasiado grande puede generar sensación de cosquilleo o incluso dolor en lugar de sensación de sonido.

Por ello, si queremos entender la base física de la música, parece conveniente hacer un análisis inicial no sólo de los instrumentos y la forma en que se generan y transmiten las ondas sonoras, sino también de los propios sonidos y nuestra forma de percibirlos.

1.1. Sonido y percepción

El timbre es posiblemente la cualidad del sonido más interesante. ¿Cómo somos capaces de distinguir la misma nota producida por diferentes instrumentos?, ¿por qué ciertos sonidos nos resultan agradables mientras que otros parecen no encajar entre ellos?... Para responder a estas preguntas estudiaremos cómo analiza el oído humano los sonidos y desarrollaremos una pequeña introducción a la teoría musical. Analizaremos por último la producción de sonido de las distintas familias de instrumentos musicales.

1.1.1. El oído humano

Vamos a describir brevemente la estructura del oído para entender como procesa la información que le llega.

Distinguimos tres partes principales:

-Oído externo. Consta del pabellón auditivo, que recolecta el sonido que llega a sus inmediaciones, con mayor o menor eficacia; la concha, que dirige el sonido al canal auditivo, y el propio canal auditivo, un tubo lleno de aire de unos $2,5\text{ cm}$ de longitud y $0,7\text{ cm}$ de diámetro.

-Oído medio. El canal auditivo está cerrado por la membrana timpánica. Esta separa el oído externo del medio, también lleno de aire. El tímpano está unido a tres huesecillos (martillo, yunque y estribo) que lo conectan con una membrana que cubre una pequeña abertura oído interno: la ventana oval.

El tímpano tiene un área 30 veces mayor que la ventana oval. En esta transición, los huesecillos acoplan las impedancias en función de la intensidad recibida, permitiendo un gran coeficiente de reflexión para intensidades altas que proteja el delicado oído interno (reflejo acústico). Esta protección necesita un tiempo de respuesta por lo que no es útil con sonidos repentinos.

-Oído interno. Hasta aquí el sonido ha sido canalizado y amplificado o atenuado, pero no hemos analizado la forma de la onda incidente aún. El oído interno se divide en vestíbulo, canales semicirculares y cóclea, está rodeado de hueso y relleno de líquido perilinfático. La parte que nos interesa es la cóclea ya que su estructura permite separar el sonido en las diferentes frecuencias que lo componen.

Se trata un tubo enrollado en forma de caracola (2.75 vueltas aproximadamente), cuyo diámetro varía entre 0.9 cm a la entrada y 0.7 cm en el vértice.

El tubo coclear está dividido por la membrana basilar en dos canales longitudinales con sección aproximadamente semicircular: vestíbulo superior e inferior. Dos ventanas cubiertas de una fina membrana comunican ambas cavidades con el oído medio. La única comunicación entre los vestíbulos es una pequeña abertura en su vértice(helicotrema). La membrana basilar está acoplada con el sistema nervioso de forma que su movimiento excita las terminaciones nerviosas del nervio auditivo.

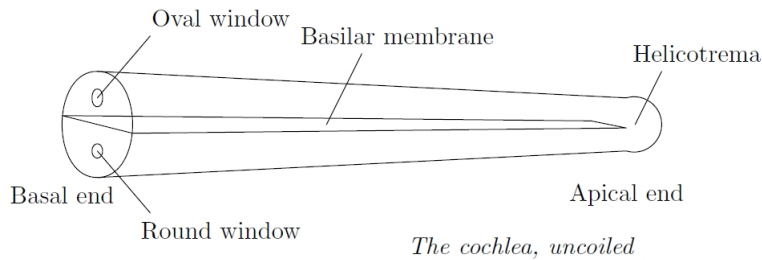


Figura 1.1: Tubo coclear desenrollado

Analicemos lo que ocurre cuando un sonido llega al oído. El sonido viaja por el conducto auditivo y hace vibrar el tímpano. Podemos modelar el conducto auditivo como un tubo cerrado que funciona como un resonador: a la frecuencia de resonancia más baja del tubo (cerca de 3 kHz) el nivel de presión en el tímpano es unos 10 db mayor que a la entrada. La sensibilidad tiene otro aumento considerable en el rango de frecuencias en torno a 13 kHz, que es ligeramente superior a la frecuencia del tercer modo de un tubo cerrado de 2'4 cm.

Los huesos del oído medio transmiten la vibración a la membrana oval. A través de esta ventana, se generan ondas en el líquido del vestíbulo superior en una dirección y, como ambos vestíbulos están conectados por el vértice de la cóclea, en el vestíbulo inferior en sentido opuesto. Estas perturbaciones excitan la membrana basilar con un movimiento “vertical” muy amortiguado.

Cuando es una onda senoidal pura (frecuencia única) lo que llega a la cóclea encontramos la siguiente situación: La velocidad de propagación, para cada frecuencia, dependerá no solo del líquido en el que se mueve sino también de la sección del tubo. Para una frecuencia dada, la velocidad de propagación de la onda decrece conforme avanza por la cóclea, hasta caer casi a cero. En ese punto, la membrana basilar debe ser capaz de absorber el movimiento, por lo que aparece un pico de amplitud en su excitación. El nervio auditivo manda al cerebro la información de la intensidad de la onda y su frecuencia en función del punto de la membrana basilar en el cual se detecte la máxima amplitud de excitación. Este punto exacto depende de la frecuencia y está más cerca del vértice para las frecuencias más bajas.

La relación entre la frecuencia y la distancia del pico máximo al estribo es determinada empíricamente (figura 1.2):

$$f = 10^{4-0,72z} \quad (1.1)$$

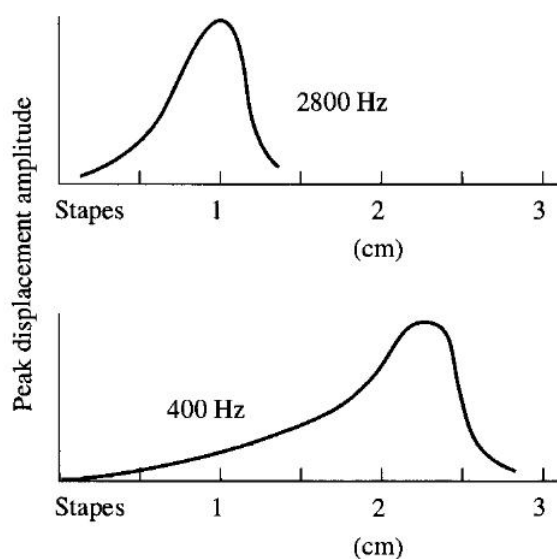


Figura 1.2: Amplitud del desplazamiento de la membrana para un tono puro en función de la distancia al estribo.[6]

Ley acústica de Ohm

Estudiaremos que, cuando un instrumento genera una nota, esta no contiene una única frecuencia, sino que también aparecen múltiplos (*sobretonos*) de dicha frecuencia *fundamental*, en mayor o menor medida. Esta cualidad del sonido es conocida como *timbre* y es lo que nos permite distinguirlos.

La *teoría de Fourier* establece que se pueden descomponer las funciones periódicas en suma de funciones seno y coseno, y la *ley acústica de Ohm* afirma que el oído es capaz de distinguir las componentes en frecuencia de la onda incidente.

Como hemos visto, las señales armónicas puras decaen en la cóclea en puntos diferentes en función de su frecuencia (medidas de von Békésy). Cuando una onda llega al oído, cada componente de frecuencia excitará la membrana basilar en puntos diferentes. Por lo tanto, al cerebro le llegan las señales correspondientes a cada componente por separado.

De esta forma, en función de los armónicos y su intensidad presentes en una nota (espectro), el cerebro es capaz de distinguir sonidos producidos por diferentes instrumentos. El oído interno es por lo tanto muy similar a un analizador de espectro.

1.1.2. Consonancia y disonancia

La teoría de cómo el cerebro reconoce las diferentes frecuencias y las reinterpreta como tonos es debida a Helmholtz (*On the sensations of tone as a physiological basis for the theory of music*). Este estudio explica también la consonancia o disonancia de algunos sonidos o la aparición de *batidos* al superponer dos notas.

Batidos, armónicos y parciales

Podemos escribir la suma de dos ondas senoidales puras de la forma que sigue:

$$\text{sen}\omega_1 + \text{sen}\omega_2 = 2\text{sen}\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) \quad (1.2)$$

Resulta una onda senoidal con la frecuencia media de ambas señales, cuya amplitud está modulada por un coseno. Esta modulación es la que percibimos como batidos si ambas frecuencias son parecidas.

Consideremos una frecuencia fundamental (frecuencia natural más baja de un sistema vibrante) de, por ejemplo, 440 Hz. Sus correspondientes armónicos (múltiplos *enteros*) serán:

Primer armónico: 440 Hz

Segundo armónico: 880 Hz

Tercer armónico: 1320 Hz

...

N-ésimo armónico: $n440$



Figura 1.3: Serie armónica

La serie armónica representa los sucesivos armónicos de una frecuencia fundamental. Puesto que la escala que representa el pentagrama es logarítmica (veremos esto más adelante) y la serie consta de los múltiplos enteros, hay notas que no pueden representarse exactamente. Este es el caso de las notas negras, que son los sonidos más parecidos al armónico correspondiente que podemos representar: la frecuencia exacta de esas notas es $12\log_2(\text{número del armónico})$

Para numerar las componentes armónicas presentes en un sonido introducimos el concepto de *parcial*: la parcial n-ésima será la frecuencia n-ésima contando desde la más baja. Por ejemplo, en los instrumentos de viento en los que un extremo del tubo es abierto y otro cerrado solo aparecen los armónicos pares, y la segunda parcial es el tercer armónico.

En este punto no resulta importante la distinción entre armónico y sobretono, pero será útil en el caso de vibraciones bidimensionales. Como hemos dicho, los sobretonos son múltiplos de la frecuencia fundamental, sin embargo no tienen por que ser múltiplos enteros, que es el caso de los armónicos. Así, todos los armónicos son sobretonos pero no todos los sobretonos son armónicos. El desarrollo de Fourier unidimensional indica que todas las frecuencias que aparecen en el sistema serán múltiplos enteros de la fundamental. Sin embargo, esto no se cumple en el caso bidimensional. Por ejemplo, veremos que las frecuencias superiores de los modos de vibración de un tambor circular están relacionadas con los ceros de las funciones de Bessel, que no son ni mucho menos múltiplos enteros.

Intervalos musicales. Teoría de Helmholtz

Dos notas están separadas un intervalo de *una octava* cuando la frecuencia de una es el doble que la frecuencia de la otra. El sonido que producen dos notas separadas una octava tocadas a la vez (por el mismo instrumento) es siempre consonante (agradable al oído), puesto las frecuencias de los armónicos comunes son exactamente iguales para ambas (de hecho, el segundo armónico siempre es la misma nota, en una octava superior) . Esta gran consonancia hace que el cerebro humano sea incapaz de distinguirlas en ocasiones y las interprete como la misma nota. La idea de que notas separadas por un número entero de octavas pueden ser consideradas equivalentes se conoce como *equivalencia de octava*.

Nuestra percepción de la distancia musical entre notas es logarítmica con la frecuencia: sumar intervalos corresponde a multiplicar frecuencias.

Si partimos de La 440, la nota *dos octavas* por encima tendrá una frecuencia de 1760 Hz, lo que corresponde a una relación 1:4, es decir, una frecuencia *cuatro* veces mayor.

La escala más utilizada en la actualidad en el mundo occidental es una escala logarítmica que divide una octava en doce *semitonos*. Los semitonos no están equiespaciados en frecuencias, pero si en escala logarítmica. Se conoce esta escala como *escala temperada*, y fue ideada por Bartolomé Ramos Pareja, profesor español de la Universidad de Salamanca en el siglo XVI. Esta escala facilita los cambios de tonalidad dentro de la propia obra (mo-

dulaciones).

Inicialmente, seis intervalos eran considerados consonantes, independientemente del contexto musical. Posteriormente se introdujo esta consideración en la interpretación de los sonidos musicales: la misma combinación de notas puede identificarse como consonante o disonante en función del resto del contexto. Con el tiempo, los intervalos consonantes pasan a incluir la tercera y la sexta.

En el siglo XIX, Helmholtz da una explicación a estas ideas en términos de las parciales de cada nota y el funcionamiento del oído.

Pequeñas diferencias entre las parciales de dos notas producen batidos, que se transforman en aspereza conforme aumenta la diferencia de frecuencia: cuanto más se parezcan esas parciales, mayor consonancia habrá en el sonido total.

Esta teoría encaja perfectamente con la total consonancia entre notas separadas una octava, pero también explica la consonancia de una quinta justa. Con relación de frecuencias 3:2, la tercera parcial de la nota inferior coincidirá con la segunda de la nota superior.

Plomp y Levelt analizaron la disonancia en función de la diferencia de frecuencias de ondas senoidales puras obteniendo:

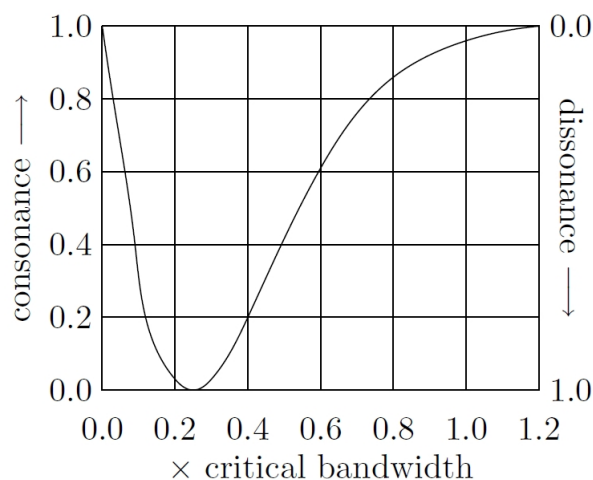


Figura 1.4: consonancia en función de diferencia de frecuencias, para tonos puros. [1]

Posteriormente realizaron el estudio con tonos con un contenido de armónicos más complicado (hasta el sexto), asumiendo que la disonancia total sería

la suma de disonancias.

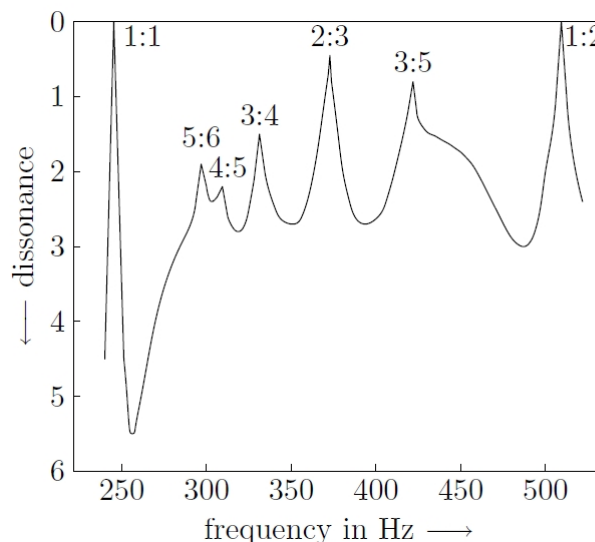


Figura 1.5: Consonancia en función de diferencia de frecuencias, para tonos compuestos.

Observamos que los picos de mayor consonancia aparecen en los intervalos de la fundamental(1:1), la octava(1:2), la quinta justa(2:3), y algo menores en la tercera menor(5:6), mayor(4:5), cuarta justa(3:4) y sexta mayor(3:5). Nota: (a:b) representa la relación entre frecuencias.

Este gráfico explica por qué acordes que contienen estos intervalos nos suenan mejor que otros, sin tener en cuenta el contexto cultural.

1.2. Instrumentos mecánicos

La mayoría de los instrumentos musicales pueden clasificarse como instrumentos mecánicos. Estos aparatos aprovechan la vibración mecánica de alguno de sus elementos y comunican esta perturbación al aire que los rodea: la membrana de un tambor, la lengüeta de un clarinete, o nuestras propias cuerdas vocales. Tradicionalmente se dividen en tres grandes familias: cuerda, viento y percusión.

1.2.1. Cuerda

Para explicar el sonido generado por un instrumento de cuerda (cordófonos), describiremos como se comportan estas ante las distintas perturbacio-

nes que pueden hacerlas vibrar. Para ello, es necesario resolver la ecuación de ondas unidimensional en los diferentes casos (diferentes condiciones de contorno e iniciales). Los valores iniciales están determinados por el tipo de fuerza excitadora y el punto de aplicación de la misma.

Ecuación de onda unidimensional:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

Con $c^2 = T/\rho_L$

La solución más general posible:

$$y = f(x + ct) + g(x - ct) \quad (1.4)$$

Este análisis no es realista, pues las cuerdas de los instrumentos tienen cierta rigidez (por lo general son relativamente flexibles, pero no perfectas) y amortiguan levemente vibración, por lo que existe distorsión de la onda (esta distorsión es pequeña si la perturbación de la cuerda no es muy grande).

Las funciones f y g están determinadas por las condiciones iniciales. La forma de onda inicial generada en una cuerda percutida es diferente de la generada en una cuerda al ser pulsada o frotada. Estas funciones también cambian dependiendo de la rigidez de los soportes en sus extremos: condiciones de contorno.

La condición que impone un extremo fijo es que el desplazamiento en ese punto sea nulo

$$y = f(x + ct) - f(x - ct)$$

La condición para un extremo libre es que no exista fuerza transversal:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x=0} + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$$

Como parece intuitivo, las situaciones reales no se corresponden con ninguno de estos casos extremos, y será necesario modelizar el soporte como una masa unida a la cuerda.

Cuerda finita de longitud L , fija por ambos extremos, excitada por un impacto inicial

Solución general:

$$y(x, t) = Ae^{j(\omega t - kx)} + Be^{j(\omega t + kx)} \quad (1.5)$$

Aplicando las condiciones de contorno obtenemos que las posibles frecuencias se discretizan

$$kL = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.6)$$

Con lo que la solución completa será una suma de todos los modos discretos:

$$y(x, t) = \Sigma(A_n \cos \omega_n t + B_n \sen \omega_n t) \sen K_n x \quad (1.7)$$

Las condiciones de contorno imponen que la longitud de la cuerda debe ser un número entero de semilongitudes de onda. Como vimos en el apartado anterior, la frecuencia más baja del sistema será la fundamental, y sus múltiplos, los sobretonos, que como en el caso de la cuerda fija en ambos extremos son enteros, podemos llamarlos armónicos.

Apliquemos un ejemplo de condiciones iniciales en el cual la cuerda es desplazada una pequeña distancia h (*pulsada*) en su punto medio:

$$\begin{aligned} y(x, 0) &= 2\frac{h}{L}x & 0 \leq x \leq L/2 \\ &= 2\frac{h}{L}(L-x) & L/2 > x \geq L \end{aligned}$$

Aplicando el teorema de Fourier obtenemos los coeficientes que determinan la amplitud de cada armónico:

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{8h}{n^2\pi^2} \sen \frac{n\pi}{2} \\ B_n &= 0 \end{aligned}$$

Todos los armónicos con un nodo en el centro (armónicos pares) están ausentes. Parece lógico ya que inicialmente la cuerda está desplazada en ese punto.

Si la cuerda es *golpeada*, de forma que la velocidad varía linealmente a lo largo de la cuerda pero *no* hay desplazamiento inicial, los coeficientes A_n y B_n intercambian su papel, y volverán a estar ausentes todos los armónicos que tengan un nodo en el punto de excitación.

Como ya dijimos, no es realista pensar que los soportes que sujetan la cuerda sean totalmente rígidos, por lo que es necesario modelizarlos como si fueran una masa que ofrece resistencia al movimiento: la impedancia de onda de la cuerda debe ser igual a la impedancia mecánica transversal del soporte.

Se define la *impedancia mecánica de entrada de la cuerda* como el cociente entre la fuerza excitadora y la velocidad transversal de la cuerda en $x = 0$.

$$Z_{m0} = \frac{f}{u(0, t)}$$

Las condiciones de contorno quedan

$$u_0 = \frac{1}{Z_{m0}T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=0}} \quad u_L = - \frac{1}{Z_{mL}T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x=L}} \quad (1.8)$$

Vemos que si la impedancia del soporte es infinita (extremo fijo) recuperamos la condición de contorno $u(0, t) = 0$.

Esto nos permite tratar el caso de una cuerda fija con carga másica, donde la solución resulta:

$$y(x, t) = -2jA \operatorname{sen} kx e^{j\omega t} \quad (1.9)$$

con la condición

$$\cot kL = \frac{m_L}{m_s \operatorname{oporte}} kL \quad (1.10)$$

Conforme el cociente entre las masas se reduce, los valores permitidos de las frecuencias aumentan y estas dejan de estar relacionadas por números enteros: Los sobretonos dejan de ser armónicas de la fundamental.

Cuerda frotada

Describamos ahora brevemente el comportamiento de las cuerda frotadas con arco. Helmholtz, descubrió que el movimiento de la cuerda describe una forma triangular cuya pendiente depende de la distancia al arco, siendo mayor cuanto más cerca de este se encuentre el punto. El arco fuerza la cuerda alternando entre dos fases: en una empuja la cuerda y la arrastra con el, y en la otra desliza sobre esta. Esto refleja el hecho de que el coeficiente de rozamiento estático es mayor que el dinámico. La envolvente del movimiento resultante describe dos parábolas. En cada instante, la cuerda forma dos segmentos rectos con su unión formando parte de dicha envolvente.

En resumen, un estudio simplificado de los instrumentos de cuerda se reduce a la resolución de la ecuación de ondas unidimensional. Si queremos un resultado más preciso que el obtenido aquí, será necesario introducir en esta ecuación los términos correspondientes a las características reales de la cuerda. Además, sería necesario estudiar la otra parte importante en la generación de sonido por un instrumento musical: la caja de resonancia.

Las condiciones de contorno quedan determinadas por las características de cada instrumento: no se comporta de igual manera el puente de un piano que el de una guitarra. Estos determinan la evolución de los armónicos de la onda puesto que son el principal punto disipativo del sistema.

La forma de excitar la cuerda (percutida, pulsada o frotada) será lo que nos determine las condiciones iniciales, y con ello la composición en armónicos del sonido.

Por último, no se han tenido en cuenta los efectos del medio que rodea la cuerda. Uno puede ser la existencia de una fuerza de fricción que se opone al movimiento: la cuerda calentará ligeramente el medio disipando energía en forma de calor. Otro puede ser añadir a la cuerda una masa efectiva (más notable a bajas frecuencias)...

1.2.2. Percusión

Dentro de los instrumentos de percusión distinguiremos aquellos donde el sonido es producido por la vibración de un cuerpo (idiófonos) como claves o platillos, de aquellos en los cuales el sonido es producido por una membrana vibrante (membranófonos) como tambores o timbales.

Barras

Analizamos primero las vibraciones longitudinales en barras. La situación es similar al caso de cuerdas, pero esta vez la onda que se propaga en la barra es longitudinal, y cada plano de sección transversal de la barra se mueve como una unidad.

La ecuación de movimiento de un segmento diferencial en una barra (de longitud L y sección transversal S) es una ecuación de onda longitudinal unidimensional:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} \quad (1.11)$$

con $\frac{1}{c^2} = \rho/Y$

donde ρ es la densidad y Y el módulo de Young.

Esta ecuación tiene la misma solución general que la longitudinal

$$y(x, t) = Ae^{j(\omega t - kx)} + Be^{j(\omega t + kx)}$$

Las ecuaciones que rigen la vibración de los distintos instrumentos dependerán una vez más de las condiciones iniciales y de contorno que le apliquemos a esta solución general, siendo el tratamiento matemático análogo.

Sin embargo una barra puede vibrar también de forma transversal, y de hecho, es difícil que aparezca un tipo de vibración sin el otro. La ecuación del movimiento en este caso es:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\kappa^2 c^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \quad (1.12)$$

con $\frac{1}{c^2} = \rho/Y$

y $\kappa = \sqrt{\frac{\int r^2 dS}{S}}$, que para una barra de sección circular de radio a , vale $a/2$.

A diferencia de la ecuación (1.3) aparece una derivada parcial de cuarto orden. Es fácil comprobar que las funciones de la forma (1.4) no son solución. Las deformaciones transversales no viajan a lo largo de la barra con velocidad constante y forma invariante. La velocidad de cada componente dependerá de su frecuencia, alterando así la forma de la onda: se comporta como un medio dispersivo.

Un ejemplo de aplicación de este análisis es el xilófono. Consideramos ambos extremos de las barras libres. Aunque estas estén soportadas en otros puntos, esto no interfiere con la vibración si se trata de puntos nodales de la componente correspondiente. Así, las barras del xilófono están soportadas en puntos nodales de la frecuencia fundamental. Como estos puntos no coinciden en general con los nodos de los sobretonos, solo la frecuencia fundamental sobrevive y el resto se amortiguan.

Este es también el funcionamiento esencial de los diapasones (aparato que genera una altura fija muy bien definida). Un diapason es, básicamente, una barra doblada en forma de U con un punto de unión en el centro. Tanto la forma como el vástago imponen la posición de los dos nodos, permitiendo que sólo la frecuencia fundamental permanezca de forma apreciable.

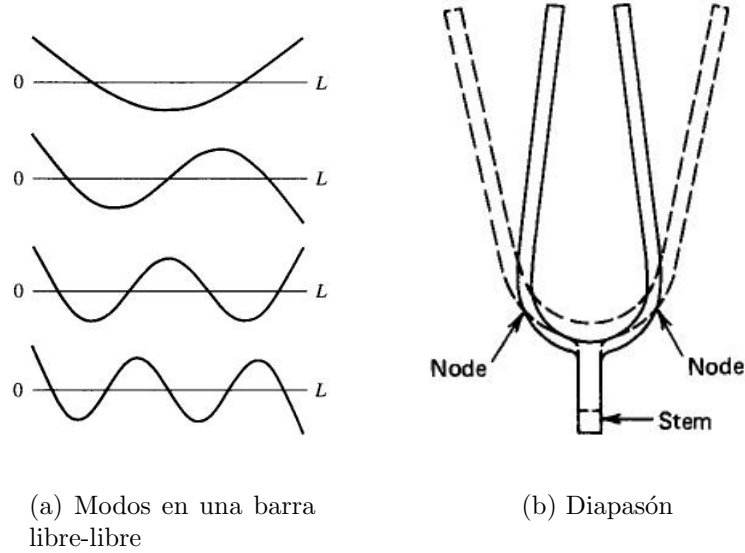


Figura 1.6: Barra libre-libre[6]

Membranas

Para estudiar el sonido generado por instrumentos como tambores, platos, etc, es necesario resolver la ecuación de onda bidimensional.

Ecuación de onda para una membrana estirada:

$$\nabla^2 y = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1.13)$$

Encontraremos sin embargo propiedades similares al caso unidimensional: las condiciones iniciales y de contorno reducen las frecuencias permitidas a un conjunto discreto.

-Modos normales de una membrana rectangular con borde fijo:

$$y(x, z, t) = A \text{sen}(k_x x) \text{sen}(k_z z) e^{j\omega t} \quad (1.14)$$

donde

$$\begin{aligned} k_x &= n\pi/L_x & n &= 1, 2, 3, \dots \\ k_z &= m\pi/L_z & m &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

Resultando las frecuencias de los modos de vibración:

$$f_{nm} = \frac{\omega_{nm}}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_z}\right)^2} \quad (1.15)$$

La frecuencia fundamental es aquella con $n = m = 1$. Los sobretonos con $n = m$ serán armónicos de la fundamental, pero aquellos con $n \neq m$ no tienen por que serlo.

-Modos normales de una membrana circular con borde fijo.

Utilizaremos en este caso coordenadas cilíndricas. La parte angular de la solución tiene forma armónica, mientras que la parte radial se convierte en una ecuación de Bessel cuyas soluciones son las funciones de Bessel de primera ($J_m(kr)$) y segunda especie.

Puesto que las funciones de Bessel de segunda especie divergen en el origen, es necesario para que la solución sea físicamente aceptable que su coeficiente sea nulo.

La solución a la ecuación (1.11) es

$$y(r, \theta, t) = A_{mn} J_m(k_{mn} r) \cos(m\theta + \gamma_{mn}) e^{j\omega_{mn} t} \quad (1.16)$$

y el movimiento de la membrana vendrá dado por su parte real.

La condición de contorno es en este caso:

$$y(a, \theta, t) = 0 \quad (1.17)$$

Con lo que las frecuencias posibles se restringen a los ceros de la función de Bessel:

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \frac{j_{mn} c}{a} \quad (1.18)$$

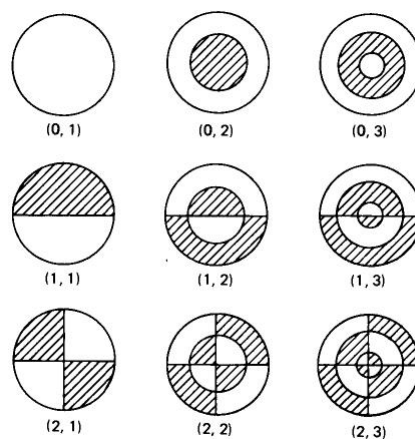


Figura 1.7: Modos normales de una membrana circular con el borde fijo.

Las membranas reales no vibran de forma que todos sus modos tengan la misma importancia. Como en el caso de las cuerdas, el movimiento se amortigua de forma exponencial por sus cualidades reales, y se amortiguan en mayor medida los sobretonos que la fundamental.

Una de las fuerzas que habría que añadir al balance es la que deriva de la presión que ejerce el aire confinado en la caja del instrumento. Supongamos, por ejemplo, un tambor. En ese caso, el modo fundamental es fuertemente amortiguado pues implica compresiones y expansiones de la masa de aire al completo (primer dibujo de la figura (1.5)). Por eso, es el modo (1,1) el que se escucha en realidad como frecuencia fundamental. Esta inercia del aire es utilizada en el diseño de instrumentos para que vibren con frecuencias diferentes.

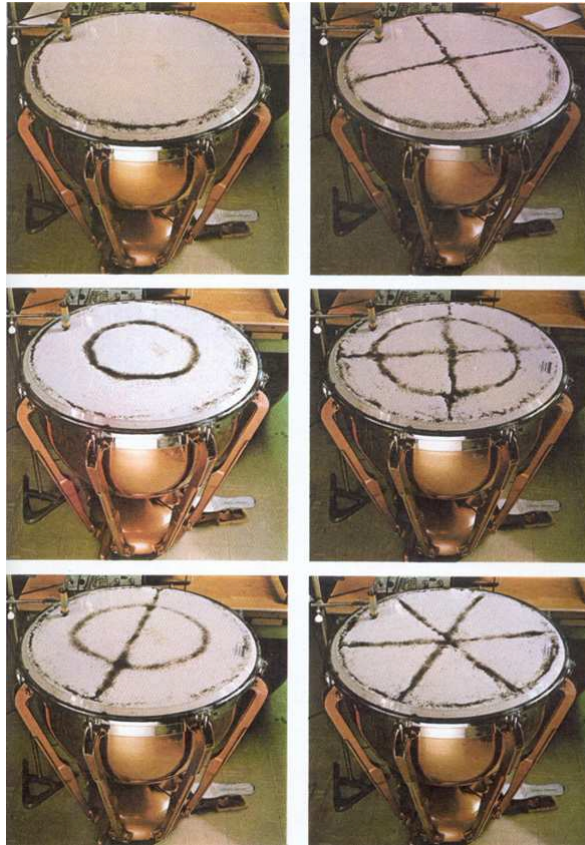


Figura 1.8: Modos de vibración en un timbal. Figuras de Chladni

1.2.3. Viento

La forma más simple de caracterizar la gran mayoría de los instrumentos de viento (aerófonos) en primera aproximación, es considerarlo un tubo resonante en el que se hace vibrar el aire en el interior con algún mecanismo externo (lengueta, labios ...) y que presenta diferentes condiciones de contorno.

Como en el caso de percusión, comenzamos estudiando el caso básico, el tubo abierto. Volvemos a obtener una ecuación de segundo orden en este caso para la presión del aire en el tubo. el desplazamiento del aire y la presión son ondas senoidales con diferente fase. Aparecen de nuevo los modos discretos determinados en cada caso por las condiciones de contorno.

En el caso del tubo abierto (instrumentos de viento cilíndricos), la presión presenta un nodo en los extremos. Los tubos cónicos que forman instrumentos como el fagot son equivalentes al tubo abierto.

Otra posibilidad es que uno de los lados del tubo sea cerrado, en ese caso la presión será máxima en la pared y el desplazamiento nulo.

1.3. Instrumentos electromagnéticos

La última familia de instrumentos musicales que nos queda por analizar son los instrumentos electromagnéticos y electrónicos. Se separa algo más del resto de familias ya que no son instrumentos mecánicos, sino que el sonido es producido por medios eléctricos.

Podemos hacer en este punto una distinción dentro de la propia familia:

Instrumentos electro-mecánicos: guitarra eléctrica, bajo, órgano Hammond... En ellos el sonido se genera gracias a un movimiento mecánico (vibración de una cuerda o giro de un disco en estos casos). Este movimiento genera una señal eléctrica que posteriormente es amplificada o procesada.

Por otro lado, los instrumentos electrónicos son aquellos en los que el funcionamiento es puramente eléctrico, como pueden ser el theremin o los sintetizadores.

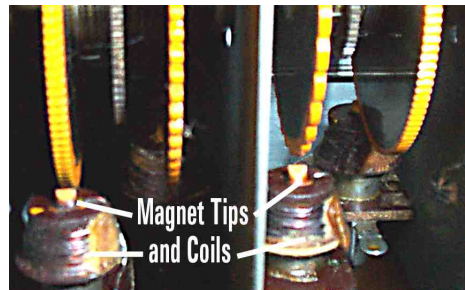
1.3.1. El órgano Hammond

El fenómeno físico que permite a este instrumento generar sonidos es la inducción electromagnética.

Para generar los tonos, contiene un conjunto de ruedas metálicas con distinto perfil. Cada rueda está enfrentada a un imán rodeado por una bobina. Al variar la distancia al metal, cambia el campo magnético total en el imán, generando un cambio de flujo en la bobina que hace aparecer una fuerza electromotriz inducida (f.e.m). La forma de la señal generada por la bobina estará relacionada con el perfil de la rueda. Al pulsar una tecla, un sistema de engranajes activa varias ruedas (la fundamental sus primeros armónicos). Regulando la distancia entre las ruedas y el imán se consigue que cada una genere la amplitud necesaria para producir el timbre deseado.



(a)



(b)

Figura 1.9: Mecanismo de producción de la señal eléctrica en un órgano Hammond.

¹Imagen obtenida de: <http://theatreorgans.com/hammond/keng/kenhtml/HammondEricb.htm>

Un funcionamiento similar tienen los bajos y las guitarras eléctricas, en los que la cuerda se enfrenta a la bobina enrollada en el imán. Al pulsarla, la cuerda vibra y varía el campo magnético en el imán. Esta variación de flujo induce una f.e.m en la bobina que genera una señal eléctrica en función de la frecuencia de vibración de la cuerda.^{2 3}

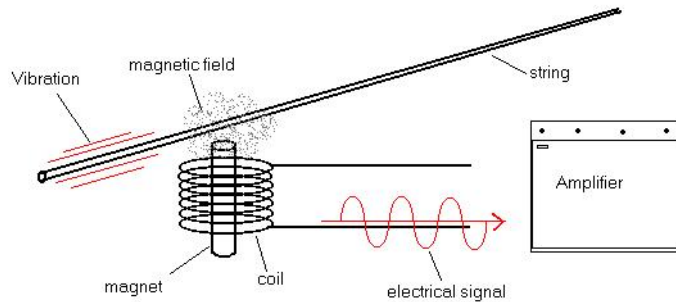


Figura 1.10: Esquema de la producción de señal en una guitarra eléctrica



Figura 1.11: Imagen de los imanes frente a las cuerdas de una guitarra eléctrica.

1.3.2. Sintetizadores

Instrumentos que generan señales eléctricas que son transformadas mediante altavoces en sonidos. Puesto que pueden crear cualquier forma de

²Imagen obtenida de: <https://blogs.unimelb.edu.au/sciencecommunication/2012/08/30/for-those-of-you-about-to-rock/>

³Imagen obtenida de Wikipedia

onda, son capaces de imitar el sonido de cualquier instrumento clásico”. La diferencia entre el sonido creado por un sintetizador o por el instrumento real serán las pequeñas imperfecciones que el instrumento genera y no son reproducibles con el sintetizador.

Distinguimos entre sintetizadores analógicos y digitales en función del circuito que utilicen para producir las señales

El método más intuitivo de sintetizar un sonido es la *síntesis aditiva*. Se trata de recorrer el camino inverso a la descomposición de Fourier: generar una serie de ondas senoidales, con diferentes frecuencias y amplitudes, correspondientes a las componentes de Fourier del sonido final buscado y mezclarlas. Es un método ineficiente si buscamos sonidos con muchos armónicos. Sin embargo, permite controlar la evolución del timbre con el tiempo variando la amplitud de cada onda que que participa. Algunos de los primeros instrumentos electrónicos, como acabamos de ver en el caso del órgano Hammond, funcionaban con esta idea de ir sumando armónicos para componer el sonido final.

Otros tipos de síntesis:

Síntesis sustractiva. Consiste en atenuar armónicos partiendo de un espectro muy rico.

Modulación de amplitud. Una señal con una frecuencia principal es modulada en amplitud por otra frecuencia, en general múltiplo de la inicial.

Modulación en frecuencia. La señal principal varía su frecuencia en función de la señal moduladora. Puede generar timbres con un espectro muy rico.

Modelado físico. Con ella se busca sintetizar sonidos de instrumentos reales, mientras que con las anteriores podemos crear cualquier combinación de frecuencias que queramos. Se basa en la resolución de las ecuaciones físicas que gobiernan el funcionamiento de cada instrumento.

Capítulo 2

El theremin como instrumento electromagnético

En este capítulo se describen los componentes y procesos físicos que hacen del theremin un instrumento musical. El circuito completo está formado por resistencias, condensadores, autoinducciones y válvulas de vacío. Comenzaremos describiendo con cierto detalle las válvulas por tratarse de los componentes más elaborados y que menos familiares resultan. A continuación nos centramos en el oscilador, elemento principal del sistema. Una vez estudiados los componentes por separado pasamos estudio del theremin y su funcionamiento.

2.1. Tubos de vacío

Los tubos o válvulas de vacío son unas cápsulas, generalmente de cristal o metal, en las cuales se ha practicado el vacío (la presión del gas debe ser tal que no tenga efecto apreciable en la operación del tubo), que contienen dos o más electrodos. Estos están conectados con el exterior a través de los pines de su base. Su utilidad radica en el control de la corriente que circula entre sus electrodos a través del voltaje aplicado a ellos.

El funcionamiento se basa en la conducción de electrones entre dos metales separados en el vacío, entre los que aplicamos una diferencia de potencial. Uno de los metales, el cátodo, emite electrones, y el otro metal, el ánodo los recoge. La dinámica de los electrones en el interior del tubo es por lo tanto la de partículas cargadas moviéndose en presencia de un campo eléctrico en el vacío. Si la cantidad de electrones que circula es grande, es posible que el campo eléctrico que generan no sea despreciable. Decimos entonces que existe carga espacial que condiciona el movimiento de los electrones. Como

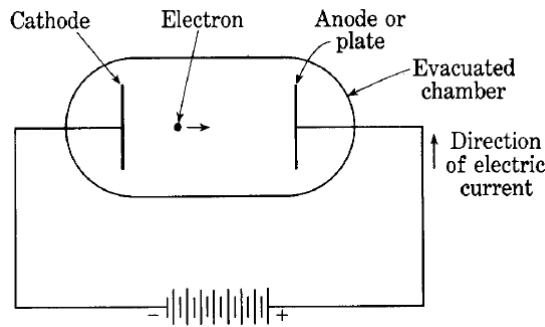


Figura 2.1: Esquema diodo

es carga negativa, el campo eléctrico que genera en la zona del cátodo es opuesto al del ánodo.

Los tubos de vacío pueden utilizarse en circuitos como amplificadores, moduladores, osciladores, rectificadores...

Si bien estos elementos electrónicos abundan en las radios y televisiones antiguas (así como en la mayoría de los aparatos electrónicos anteriores al desarrollo de los elementos de estado sólido), hoy en día se encuentran en desuso y han sido sustituidos por diodos y transistores de estado sólido, mucho más pequeños, ligeros y resistentes. Señalar que siguen utilizándose en otras aplicaciones especiales. Por ejemplo, los tubos de rayos X, o incluso los magnetrones de los hornos de microondas, son en definitiva una clase de diodos de vacío.

Se ha decidido utilizar estos componentes en la construcción de nuestro aparato debido a que, a diferencia de los diodos y transistores de estado sólido, no han sido estudiados durante el Grado, y como aproximación a una electrónica más primitiva y, en principio, intuitiva. Además, se la zona lineal del triodo en la generación del

2.1.1. Emisión electrónica. El efecto termoiónico

Es necesario, en primer lugar, obtener las cargas que formen la corriente entre los electrodos. Existen diversos efectos por los cuales se produce una emisión de electrones a partir de un metal.

Todos ellos aprovechan la estructura interna de los metales: los iones (núcleos y electrones internos) del material forman una red cristalina, mientras que los electrones de valencia de cada átomo, que no están ligados a

ninguno en concreto sino que se mueven en un potencial periódico, se distribuyen a lo largo del metal formando una nube electrónica. Estos “electrones libres” no pueden abandonar el metal ya que no tienen la energía suficiente para superar la barrera de potencial que aparece en las superficies debida a la discontinuidad espacial. Se define la *función trabajo*, W_f como la diferencia de energía potencial entre el nivel de vacío W_α (energía que tendría un electrón en reposo suficientemente lejos de la superficie del metal) y el nivel de Fermi W_i (energía del último estado ocupado en la banda de energías permitidas a $0K$). Para arrancar los electrones libres del metal es necesario aportarles una energía igual o mayor a la función trabajo. Esta consideración es una aproximación, puesto que la teoría cuántica nos dice que los electrones pueden verse reflejados al llegar a la barrera incluso teniendo una energía superior a esta. Sin embargo, la probabilidad de escape es muy próxima a la unidad por lo que no tendremos en cuenta la posibilidad de reflexión. Por lo tanto el número de electrones capaces de sobrepasar esa barrera viene dado por la distribución de energía de los mismos.

La forma por la cual los electrones adquieren dicha energía cinética clasifica los tipos de emisión electrónica:

-Emisión fotoeléctrica. La radiación que incide en el metal aporta a los electrones la energía para superar la barrera. Los fototubos consistirán pues en un cátodo que emite electrones al ser expuesto a la luz. Como la energía de los fotones en el rango visible es pequeña, es necesario un cátodo con función trabajo muy reducida (metales alcalinos.)

-Emisión de campo. Emisión de electrones causada por un campo eléctrico muy intenso aplicado en la superficie del metal. Conocido como *efecto de cátodo frío*, esta emisión es independiente de la temperatura. Se trata por lo general de una emisión indeseada que puede aparecer incluso con potencial de ánodo pequeño en puntos angulosos donde el campo aumenta. La barrera de potencial que ven los electrones que llegan a la superficie en ausencia de campo es un escalón (anchura infinita). Sin embargo, al aparecer un campo exterior, esta barrera se estrecha (y en mayor medida conforme mayor sea el campo), permitiendo así que algunos electrones la atraviesen. En este caso, no es necesario que la energía cinética de los electrones supere la función trabajo (efecto túnel).

-Emisión secundaria. Al efecto por el cual un electrón, ión, átomo o partícula en general impacta sobre la superficie de un sólido con la energía suficiente para permitir que un electrón de este supere la barrera de poten-

cial lo llamamos emisión secundaria ,puesto que una partícula incidente, o primaria es necesaria. Ocurre cuando la energía cinética de la partícula incidente es mayor que la función trabajo del metal. La energía con la que salen los electrones secundarios es mucho menor que la que traen los primarios y, además se distribuye en un amplio y continuo rango de energías. Pero si definimos una energía incidente, la mayor parte de los electrones secundarios salen con la energía correspondiente a la diferencia entre la energía cinética incidente y la función trabajo. Dispositivos como los fotomultiplicadores basan su funcionamiento en la emisión secundaria. Veremos que este efecto condiciona el diseño de algunos tubos de vacío.

-Emisión termoiónica.

La teoría de emisión termoiónica es conceptualmente similar a la de vaporización. Los electrones se mueven en el metal con direcciones aleatorias. Un aumento de temperatura aumentará el número de electrones con energía cinética suficiente, permitiéndolos superar la barrera de potencial. Para que un metal sea adecuado para la emisión termoiónica este, en principio, debe tener una función trabajo pequeña y una temperatura de fusión alta.

Richardson, y posteriormente Dushman, dieron una explicación teórica de la relación entre la corriente emitida y la temperatura del metal. Esta explicación coincide con la que podemos derivar de la distribución de energía de Fermi-Dirac. Las velocidades de los electrones vienen dadas por la correspondiente distribución de energía cinética (utilizamos la distribución de Fermi Dirac como aproximación si bien el potencial no es estrictamente constante):

$$N(W)dW = \frac{8\pi\sqrt{2m_e^{3/2}}}{h^3} \frac{\sqrt{W}}{1 + e^{\frac{W-W_i}{kT}}} dW \quad (2.1)$$

Donde:

W es la energía cinética del electrón

W_i es el Nivel de Fermi

k es la constante de Boltzmann

$N(W)dW$ número de electrones por unidad de volumen con energías cinéticas entre W y $W + dW$

Los electrones capaces de abandonar la superficie serán aquellos que lleguen a esta con una velocidad perpendicular suficiente. De (2.1) obtenemos, para una dirección determinada:

$$N_x(W_x)dW_x = \frac{4\pi m_e kT}{h^3} \ln(1 + e^{\frac{W_i - W_x}{kT}}) dW_x \quad (2.2)$$

Integrando obtenemos el número total de electrones por unidad de tiempo y área con energía suficiente:

$$n_x = \int_{W_\alpha}^{\infty} N_\alpha(W_\alpha) dW_\alpha = \int_{W_\alpha}^{\infty} \frac{4\pi m_e kT}{h^3} \ln(1 + e^{\frac{W_i - W_x}{kT}}) dW_x \quad (2.3)$$

Para valores de $W_i - W_x$ mucho mayores que kT , podemos aproximar la exponencial por la integral, resultando:

$$n_x = \frac{4\pi m_e kT}{h^3} \int_{W_\alpha}^{\infty} e^{\frac{W_i - W_x}{kT}} dW_x \quad (2.4)$$

Así, la intensidad de corriente:

$$J_s = en_x = \frac{4e\pi m_e kT}{h^3} \int_{W_\alpha}^{\infty} e^{\frac{W_i - W_x}{kT}} dW_x = \frac{4e\pi m_e k^2 T^2}{h^3} e^{\frac{W_i - W_\alpha}{kT}}$$

$$J_s = AT^2 e^{-b/T} \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) es conocida como la ecuación de Richardson. Relaciona la densidad de corriente de saturación emitida por un metal debida al efecto termoiónico con la temperatura del mismo. Esa densidad de corriente de saturación es la máxima dada una temperatura. Es decir, todos los electrones susceptibles de hacerlo abandonan el metal. Es una situación poco realista ya que aparece cuando el campo eléctrico en la superficie del metal se anula. Con esta deducción de la ecuación la constante A debería ser independiente del metal. Sin embargo, los resultados experimentales muestran que no lo es. Esta constante tiene poca importancia en el valor de la densidad de corriente emitida, y las discrepancias pueden deberse a las aproximaciones realizadas, además, el valor para muchos metales como el tungsteno, molibdeno, etc es de $60,2 \frac{A}{cm^2 K^2}$. Dada la dependencia que presenta con la temperatura, el cambio de la corriente con la variación de esta es muy acusado, y también lo es con la función trabajo del metal (incluida en la “constante” b).

Por tanto, la temperatura de trabajo junto con la función trabajo del metal son los criterios importantes para considerar un metal buen emisor termoiónico, y es que dicha temperatura debe ser tal que la evaporación del metal le permita a la fuente una vida razonable. Tantalio y tungsteno, debido a su baja presión de vapor y alta temperatura de fusión, pueden ser utilizados a una temperatura suficientemente alta como para conseguir una emisión mayor que con cualquier otro metal puro, aunque tengan constantes

b relativamente altas. No es posible encontrar metales puros que cumplan ambas condiciones, por lo que estas son las mejores opciones a este respecto. Por otro lado, el Tantalio se vuelve frágil debido a su recristalización y los gases residuales en los tubos de vacío reducen notablemente su emisión. Es por esto que el metal puro utilizado como emisor termoeléctrico es el Tungsteno. En la práctica, para mejorar la eficiencia se utilizan aleaciones como puede ser el tungsteno con una pequeña cantidad de Torio

2.1.2. Tipos de tubos termoiónicos

Nos centramos en el estudio de tubos termoiónicos, puesto que son los utilizados en el montaje experimental.

El tubo más simple es el *diodo*, que tiene dos electrodos, y es la base del funcionamiento del resto. Consiste en un cátodo, que emite electrones a causa de su alta temperatura, y un ánodo, con un potencial positivo con respecto al cátodo, que los recoge.

Existen dos tipos de cátodos: de caldeo directo o indirecto.

Los cátodos de caldeo directo son básicamente un filamento por el que circula una corriente generalmente alterna que lo calienta. Esto puede introducir una componente alterna en la corriente de ánodo. El material más importante para la fabricación de estos cátodos es el tungsteno toriado.

En los cátodos de caldeo indirecto, un filamento calienta otro metal de forma cilíndrica o helicoidal que lo rodea y que es el que hace las funciones de cátodo. De esta forma, aunque el calentamiento sea menos eficiente, el potencial en el cátodo es constante y no tiene componente alterna. Se fabrican principalmente de óxidos, los más importantes, óxido de bario, estroncio y calcio.

Al aplicar una diferencia de potencial relativamente pequeña entre los electrodos, los electrones emitidos en el cátodo son acelerados hacia el ánodo, siempre que el potencial del ánodo sea positivo con respecto al cátodo. Si el voltaje se invierte y el ánodo tiene un potencial negativo con respecto al cátodo, la corriente en el tubo es despreciable, porque el ánodo no emite electrones dada su baja temperatura, y los emitidos por el cátodo son conducidos de vuelta a este por el campo eléctrico. La corriente en un diodo puede circular, por lo tanto, solo en una dirección (la función de rectificador parece ahora una clara aplicación de estos elementos). Esta es la razón por la que los tubos termoiónicos también se llaman *válvulas* de vacío.

La corriente de ánodo o corriente de placa I_a la constituyen los electrones

absorbidos en el ánodo por unidad de tiempo. Esta corriente depende del potencial aplicado entre los electrodos (voltaje de ánodo, V_a), y de la cantidad de electrones emitidos por el cátodo (corriente de emisión, I_c), que a su vez depende de la temperatura del cátodo.

Si mantenemos constante el voltaje de ánodo, la corriente de ánodo debería aumentar con la temperatura del cátodo, por aumentar el número de electrones liberados. Sin embargo, la corriente alcanza una intensidad constante en torno a una temperatura dada (*temperatura de saturación*).

El causante de este fenómeno es el efecto de la *carga espacial*.

La carga espacial es la distribución de carga que genera la nube de electrones que se encuentran entre los electrodos. La densidad de electrones será mayor en las inmediaciones del cátodo. Como carga negativa que es, generará un campo eléctrico sobre la superficie del cátodo de sentido opuesto al generado por el ánodo. El campo que verán los electrones al abandonar el cátodo será la suma de ambos. Una vez que los electrones sobrepasan el punto con mayor densidad de carga espacial, toda la fuerza que notan los acelera hacia el ánodo.

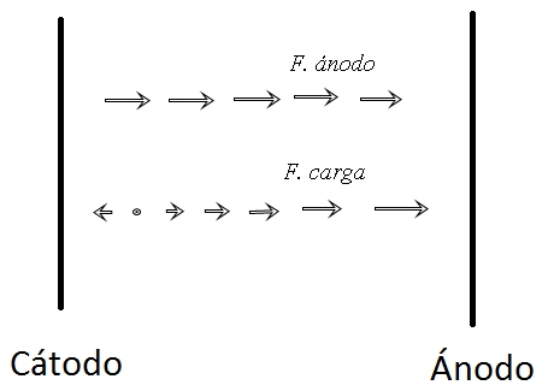


Figura 2.2: Fuerza sobre un electrón en un diodo

Veamos como limita la carga espacial la corriente de ánodo. El número de electrones emitidos por el cátodo aumenta con la temperatura como indica la ecuación (2.5). Como el potencial aplicado entre los electrodos es constante, la carga en el interior del diodo aumentará (carga espacial). Como hemos visto, la carga espacial tiende a frenar los electrones que salen del cátodo mientras que el potencial de ánodo intenta acelerarlos. Cuando la carga espacial ha crecido lo suficiente, ambos campos se anulan en la superficie del cátodo. Si la corriente siguiera creciendo, y con ella la carga espacial, la fuerza neta en la superficie del cátodo sería repulsiva, y los electrones son

devueltos al cátodo, salvo aquellos con velocidad inicial suficiente. Como menos electrones viajan hacia el cátodo, la carga espacial disminuye. Aparece como vemos una corriente de ánodo de equilibrio constante.

Por otro lado, supongamos constante la temperatura del cátodo y estudiemos la relación entre corriente de ánodo y potencial de ánodo. A bajas tensiones, donde la intensidad esté regulada por la carga espacial, la relación teórica entre la intensidad y la corriente de ánodo viene dada por la *ley de Child*. La relación para electrodos de forma arbitraria es muy complicada, pero nos basta con una idea de cómo funciona con electrodos plano-paralelos.

Supongamos una cantidad de electrones suficiente como para que no afecte a la limitación de corriente. Sean dos conductores planoparalelos perfectamente equipotenciales separados una distancia d . Supongamos también que la velocidad inicial de los electrones arrancados es nula, vamos a deducir la relación entre el potencial y la corriente de ánodo.

Como existe densidad de carga entre los electrodos, el campo no es uniforme:

$$\Delta E = \rho/\epsilon_0 \quad (2.6)$$

por lo tanto ρ y v serán funciones de x .

La densidad de corriente es

$$I_a(x) = \rho(x)v(x) \quad (2.7)$$

siendo ρ la densidad de carga y v la velocidad de los electrones.

$$I_a(x) = \rho(x)\sqrt{\frac{2q}{m}\phi} \quad (2.8)$$

Siendo $\phi(x)$ el potencial en cada punto. De (2.6) obtenemos la densidad de portadores en función de la derivada segunda del potencial.

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.9)$$

Obtenemos la siguiente ecuación diferencial:

$$I_a(x) = \frac{d^2\phi}{dx^2}\epsilon_0\sqrt{\frac{2q}{m}\phi} \quad (2.10)$$

Estamos interesados en el comportamiento estacionario de la válvula, por lo que la corriente será constante dado un potencial $I_a(x) = I_a$.

Una solución de esta ecuación cumpliendo las condiciones de contorno, es

$$\phi = Ax^{4/3} \quad (2.11)$$

Donde A es una constante que depende de V_a

Sustituyendo llegamos a la relación entre la corriente de ánodo estacionaria y le potencial de ánodo:

$$I_a = CteV_a^{3/2}/x^2 \quad (2.12)$$

Esta es la ecuación de *Child-Langmuir*.

Para el caso de electrodos cilíndricos, concéntricos, la ecuación resulta:

$$i_a = 14,6810^{-6}hV_a^{3/2}/br \quad (2.13)$$

Donde: h es la altura de los electrodos, r el radio de los electrodos, b un factor que depende del radio ($b = b(r)$).

El tubo soportará un voltaje máximo limitado por el deterioro del cristal (electrólisis o combustión espontánea en el exterior).

Otros efectos que aparecen en estos elementos:

-Ruido (shot noise): debido al carácter discreto de los electrones y su movimiento aleatorio, el número de electrones detectados en un instante en el ánodo puede variar muy rápidamente, lo que produce fluctuaciones en la corriente de ánodo. Este fenómeno es uno de los factores que limita el uso de válvulas como amplificadores (limita la amplificación de señales muy pequeñas con baja corriente de ánodo).

-Calentamiento del ánodo: los electrones chocan contra el ánodo con una cierta energía cinética adquirida por la diferencia de potencial. La potencia disipada en forma de calor transferido al ánodo es igual a la integral temporal del producto de la corriente de ánodo por el voltaje de ánodo. Es por esto que el producto de dichas cantidades es el considerado para imponer los valores máximos de trabajo de la válvula.

Uno de los grandes desarrollos de las válvulas de vacío fue la introducción de un tercer electrodo, que llamaremos rejilla, entre el cátodo y el ánodo. Su forma suele ser una hélice, o una rejilla en forma de cilindro, en torno al cátodo. Este electrodo, colocado muy cerca del cátodo, permite controlar los electrones que escapan, con pequeñas variaciones de voltaje. En condiciones de uso normal, se mantiene la rejilla con un potencial negativo con respecto al cátodo. Como los electrones son repelidos por el potencial negativo, muy pocos alcanzarán este electrodo y la corriente de rejilla siempre será muy

pequeña, y con ella, la potencia disipada en esta.

El resto de tubos multielectrónicos: tetrodo, péntodo... aparecen añadiendo diferentes rejillas que resuelven alguno de los problemas de funcionamiento del triodo o añaden nuevas funciones. Uno de esos problemas es la influencia que tiene el potencial de ánodo sobre la corriente. Si queremos una gran amplificación esta característica es poco deseable. Para ello, se añade al triodo una rejilla positiva con respecto al cátodo, *rejilla de pantalla*, que apantalla el ánodo y evita que la variación de voltaje tenga efecto sobre la carga espacial. El problema del tétrodo es que los electrones llegan al ánodo con demasiada energía, y provocan en esta emisión secundaria. Se resuelve este problema añadiendo una nueva rejilla, *rejilla supresora*. Esta se encuentra al mismo potencial que el cátodo y frena en parte los electrones que se dirigen al ánodo. Además aumenta el blindaje que se buscaba con la rejilla de pantalla. Los electrones llegan al ánodo con menos energía por lo que no son capaces de producir emisión secundaria en general. De emitirse algún electro secundario, el potencial rejilla supresora-ánodo evita que se escapen.

Vamos a centrarnos en el estudio del *triodo* ya que será el tubo utilizado en nuestro montaje.

El triodo permite amplificar la señal que llega a la rejilla. Una variación en el potencial de rejilla muy pequeña puede generar en estas válvulas una gran variación en el potencial de ánodo. Este control del potencial de rejilla es la principal utilidad de estas válvulas y radica en el efecto de la rejilla sobre la carga espacial. Si el potencial de rejilla es positivo con respecto al cátodo, al igual que el de ánodo, el efecto de este potencial será acelerar más aún los electrones que salgan del cátodo, y las variaciones en la tensión de rejilla apenas tienen efecto ya que son muy pequeñas en comparación. Sin embargo, la situación interesante aparece cuando la corriente está limitada por la carga espacial: el voltaje de rejilla modifica la distribución de carga espacial y con ello controla la corriente de ánodo.

Cuando el potencial de ánodo y de rejilla son tales que la corriente está limitada por la corriente de emisión, las variaciones en el voltaje de rejilla apenas afectan. Sin embargo, la situación interesante aparece cuando la corriente está limitada por la carga espacial: el voltaje de rejilla puede afectar a la carga espacial y con ello controlar la corriente de ánodo.

Supongamos, por simplicidad, que las velocidades iniciales de los electrones emitidos por el cátodo son nulas. La carga espacial hace que, en el equilibrio, el campo eléctrico en la superficie del cátodo sea nulo. Al colocar la rejilla con un potencial negativo, tiende a aumentar la carga negativa total

entre el ánodo y el cátodo, aumentando la fuerza que hace a los electrones regresar al cátodo. La carga espacial decrece, y la corriente se estabiliza finalmente en un nuevo valor más pequeño que el inicial, sin rejilla. El efecto de la rejilla en la corriente de ánodo está determinado por su efecto en la carga espacial.

Un potencial suficientemente negativo causaría que ningún electrón sobrepase la rejilla y, por lo tanto, un corte en la corriente de ánodo (*cut-off*). Las pequeñas velocidades iniciales con las que salen los electrones hacen que algunos de ellos lleguen a chocar con la rejilla contribuyendo a una pequeña corriente no nula.

Como vimos en (2.6) y (2.7), la corriente total es proporcional al voltaje a la tres medios.

$$i_b + i_c = A(V_a + \mu V_r)^{(3/2)} \quad (2.14)$$

Se define el *factor de amplificación*, μ , como el factor que hace de μV_r el potencial que causaría el mismo efecto en la carga espacial aplicado al ánodo que V_a aplicado en la rejilla. Es una medida de la efectividad de la rejilla y en un factor determinante en la forma de las curvas características del triodo.

No obstante, la corriente de rejilla i_r es despreciable en la mayoría de los casos, con lo que podemos simplificar la ecuación anterior:

$$i_b = A(V_a + \mu V_r)^{(3/2)} \quad (2.15)$$

Por el contrario, si conectamos la rejilla a un potencial positivo. Dada la proximidad de la rejilla al cátodo el campo eléctrico es muy intenso y los electrones son absorbidos en la rejilla. La corriente de ánodo disminuye en favor de la corriente de rejilla. Esta situación no es deseable puesto que la corriente de rejilla es entonces mucho mayor. Por eso, el voltaje de rejilla siempre se mantiene negativo.

Curvas características de los triodos

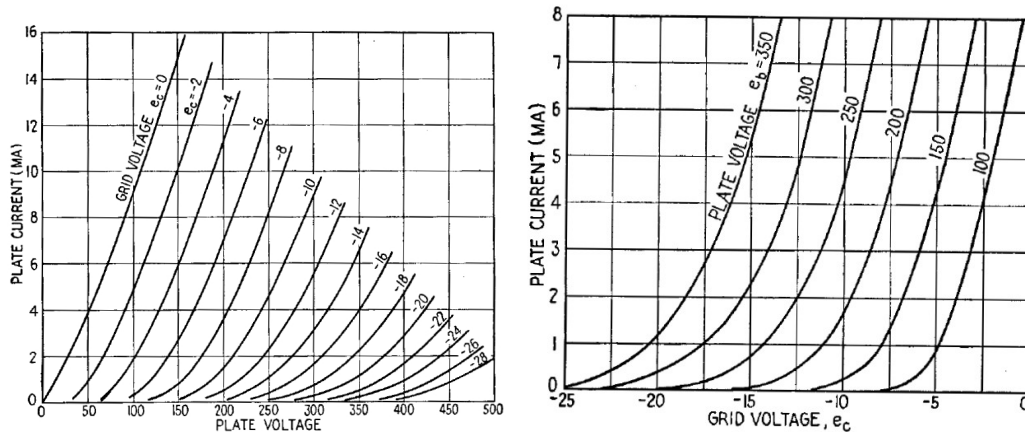
La ecuación (2.9) nunca es estrictamente aplicable por diversos factores: velocidades iniciales de los electrones, potenciales de contacto entre los electrodos, gas residual en el interior del tubo...

Desde un punto de vista práctico, la determinación experimental de las curvas intensidad-voltaje es más precisa y es la utilizada para estudiar el punto de trabajo.

Distinguiremos las características estáticas (voltajes estables) de las dinámicas, obtenidas con voltajes alternos en la rejilla de control. Las diferencias

serán apreciables sólo cuando la frecuencia sea suficientemente alta.

Como hemos visto, en condiciones normales de funcionamiento, la corriente de ánodo será función del voltaje de ánodo y del voltaje de rejilla (también de la temperatura del cátodo pero esta será suficiente como para que la corriente no dependa de ella: temperatura mayor que la temperatura de saturación). Por lo tanto tendremos una gráfica tridimensional que habitualmente representamos parametrizada por el voltaje de rejilla o de ánodo:



(a) Corriente de ánodo frente a voltaje de ánodo para diferentes valores de voltaje de rejilla.

(b) Corriente de ánodo frente a voltaje de rejilla para diferentes valores de voltaje de ánodo.

Figura 2.3: Características triodo

Podemos definir ahora el *punto de operación* como el punto de una curva característica cuyas coordenadas representan los valores instantáneos de voltaje y corriente. La *línea de carga* es el conjunto de puntos de operación que atraviesa la válvula durante la aplicación de la señal.

2.1.3. Osciladores

Una de las principales aplicaciones de los tubos de vacío es la de convertir corriente continua en alterna en los circuitos. A diferencia de su uso como amplificador, la conversión en este caso no necesita la ayuda de ningún controlador de voltaje externo, y la forma y frecuencia de la señal sólo dependen de los componentes y de la forma en que estén conectados.

La ventaja de los osciladores con tubos de vacío es la calidad de la señal

que producen en cuanto a frecuencia constante y forma de onda limpia. Pueden operar en un amplio rango de frecuencias (desde fracciones de hercio a decenas de gigahercio), produciendo potencias de salida que van desde las fracciones de watts a los cientos de kilowatts.

Este tipo de circuitos serán estudiados con detalle en el próximo apartado.

2.1.4. ECC82

Las válvulas utilizadas son dos dobles triodos ECC 82. Se trata de dos triodos en la misma cápsula.

Como cada uno de los triodos va a ser utilizado de forma muy diferente (oscilador y mezclador) es importante que la válvula utilizada permita conectar por separado los cátodos. Contienen cátodos de caldeo indirecto, cuyos filamentos se encuentran conectados a pines independientes para poder ser utilizados de forma completamente autónoma.

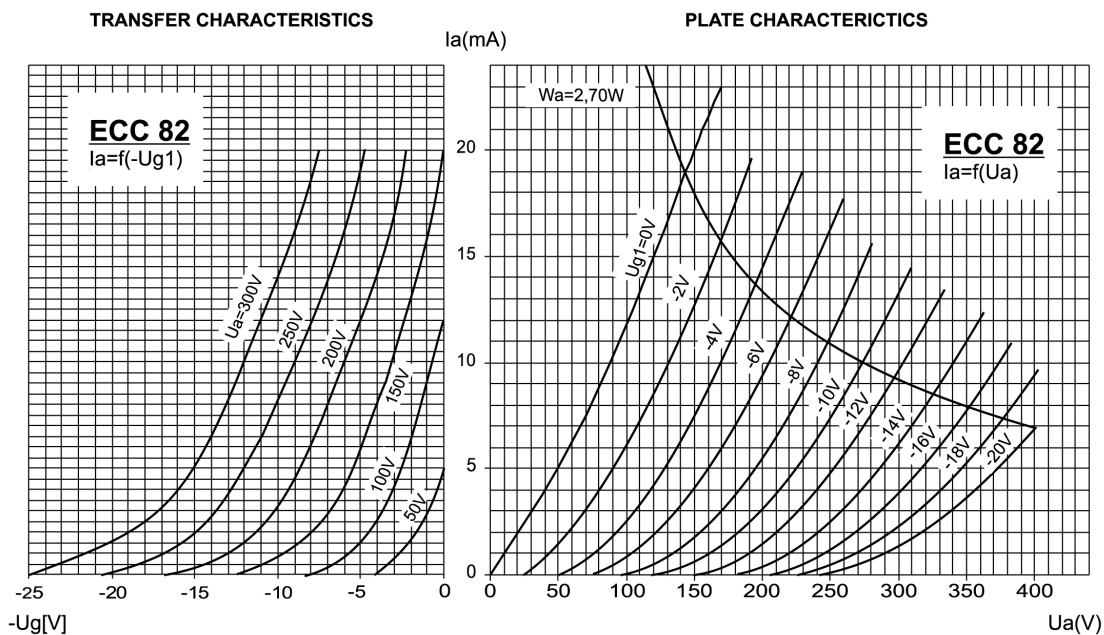


Figura 2.4: Características ECC82

2.2. El oscilador

Circuito resonante

La impedancia total de un circuito RLC en serie es:

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad (2.16)$$

Donde L es la autoinducción y C la capacidad del circuito. La impedancia total será mínima (e igual a la resistencia) cuando la frecuencia sea tal que anule la parte imaginaria.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.17)$$

Esta es la frecuencia de resonancia del sistema.

Oscilador LC

Imaginemos un condensador cargado a un potencial V y una bobina de autoinducción L . Al conectarlos en serie o en paralelo, el condensador empieza a descargarse a través de la bobina. Comienza a circular una corriente I por el circuito. En la bobina, esta corriente variable (inicialmente es nula y va creciendo conforme disminuye el potencial) crea un campo magnético tanto mayor cuanto mayor sea esa variación. Esto supone un cambio de flujo, y con él una f.e.m ($\xi = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$) en la bobina que se opone al paso de la corriente. En todo momento $V = -\xi$.

Cuando la diferencia de potencial entre las placas del condensador llega a 0, la intensidad que circula por el circuito comienza a decrecer. La autoinducción en la bobina se opone a esta variación, y la corriente va descendiendo de forma suave. Con la disminución de corriente, el campo magnético en la bobina decrece, y la variación del flujo crea una f.e.m que establece una nueva diferencia de potencia entre las placas del condensador. Esta vez, de signo contrario. Al cabo de un tiempo, el condensador se habrá cargado nuevamente. En ese punto la intensidad será nula, y el proceso vuelve a empezar, si bien la corriente circulará esta vez en sentido contrario, puesto que la polaridad del condensador es la opuesta al punto inicial. La frecuencia de estas oscilaciones será la dada por la fórmula (2.11).

Inicialmente el condensador está almacenando energía en forma de energía electrostática. Cuando la corriente es máxima, la energía está almacenada en la bobina en forma de energía magnética.

De no existir resistencia, este proceso podría continuar de forma indefinida. Sin embargo, este caso no es realista y se producen pérdidas a lo largo del

circuito. Por ello, será necesario mantener estas oscilaciones con una fuente externa de energía. Si además este aporte se hace a la frecuencia propia del sistema, realimentando el circuito con parte de la respuesta amplificada obtenemos un oscilador mucho más eficiente puesto que lo alimentamos con la frecuencia de resonancia del sistema.

2.3. Estructura

El theremin es un instrumento en el cual las cualidades del sonido cambian en función de la distancia entre la mano y la antena. Su funcionamiento se basa en la capacidad eléctrica que existe entre ambos elementos. Cuando acercamos la mano, la capacidad aumenta y disminuye si la alejamos.

La antena es parte de un circuito oscilante. La frecuencia de resonancia del circuito depende de la capacidad como hemos visto en (2.11). Por lo tanto controlamos la frecuencia de oscilación del circuito (oscilador variable). Esta frecuencia variable nos permite controlar la frecuencia final del sonido (o el volumen si se trata de la antena de volumen).

Podemos distinguir dos partes principales en el diseño del theremin: el controlador de tono y el controlador de volumen.

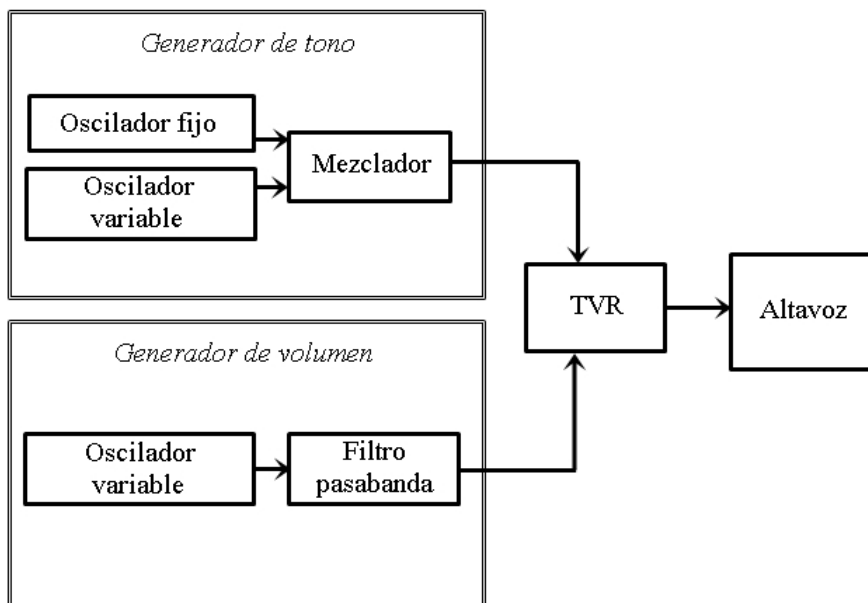


Figura 2.5: Diagrama de bloques de la estructura de un theremin.

cuencia diferencia.

$$\text{sen}(\omega_1 t) \times \text{sen}(\omega_2 t) = \frac{1}{2}(\cos(\omega_1 - \omega_2) - \cos(\omega_1 + \omega_2)) \quad (2.18)$$

Para multiplicar ambas señales se utiliza el mezclador, que no es más que otro triodo que hacemos trabajar en la zona no lineal. De hecho, forzaremos una mayor no linealidad mediante componentes pasivos. Introducimos en la rejilla las dos señales, y obtenemos una señal con componentes de frecuencia suma y resta. La frecuencia suma es muy alta. Aunque esta frecuencia sea inaudible, podemos filtrarla con un filtro pasabaja para evitar añadir componentes innecesarias a la señal final. La componente que nos interesa es la de frecuencia resta. Precisamente por este motivo construimos los osciladores de forma que sus frecuencias sean similares, para que la diferencia entre ambas sea audible. Finalmente, de este bloque obtenemos una señal de frecuencia variable, como buscábamos.

Parámetros concentrados y distribuidos

Podemos realizar el montaje de los osciladores de dos formas: con elementos de tamaño reducido, de forma que podemos utilizar la teoría de circuitos para analizar el potencial del sistema en cada punto, o con elementos de tamaño mayor, en cuyo caso es necesario estudiar la evolución temporal de la onda (alta frecuencia). En el circuito de parámetros concentrados, la antena que se utiliza es una varilla metálica que simplemente facilita la variación de capacidad. En el circuito de parámetros distribuidos, la propia bobina actúa de antena, de una forma peculiar: la bobina se comporta como una guía de ondas. Esta, tendrá una resistencia, autoinducción o capacidad por unidad de longitud que la caracterizan. Al desplazar la mano y variar la distancia a la bobina, cambiamos la capacidad por unidad de longitud correspondiente. Así, cambia la frecuencia de resonancia.

2.3.2. Volumen

El bloque de volumen consta de dos partes, un oscilador variable y un filtro pasabanda de banda estrecha (esto es, . No nos importa en este caso que el valor de la frecuencia sea muy alto, pues no precisamos que sea audible. Es importante sin embargo evitar que la frecuencia sea próxima a la de los osciladores de tono. La señal producida en el oscilador móvil pasa a continuación por un filtro pasabanda cuya frecuencia central se encuentra colocada, por ejemplo a la frecuencia del oscilador sin perturbar (mano suficientemente lejos). Lo que se busca es que, en función de la distancia a la

frecuencia central, el filtro deje pasar la señal con más o menos amplitud, siendo máxima a dicha frecuencia. A la salida de este bloque tendremos una

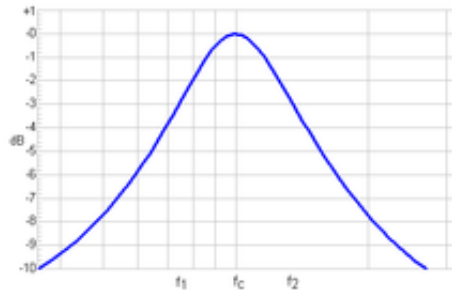


Figura 2.7: Respuesta en frecuencia de un filtro pasabanda.

señal con su amplitud determinada por su frecuencia.

2.3.3. VCA

Tenemos por lo tanto dos señales a la entrada de este bloque. La que llega del bloque de tono, con amplitud prácticamente constante y frecuencia variable. Por otro lado, llega la señal que proviene del bloque de tono, que también tiene frecuencia variable, pero, tras pasar por el filtro, tiene diferente amplitud en función de dicha frecuencia. Queremos conseguir que la amplitud de la señal de tono sea controlada por la amplitud de la señal de volumen. Para ello, se utiliza un amplificador controlado por voltaje, que implementamos mediante un triodo operando en la zona no lineal. Aprovechamos el hecho de que la ganancia del triodo (la pendiente de la curva característica) depende del voltaje de rejilla, como ya sabemos. A la salida del filtro pasabanda rectificamos la señal del bloque de tono para obtener un valor medio de voltaje no nulo. Cuando el voltaje suministrado por el bloque de tono sea pequeño, o incluso nulo, la señal en la rejilla oscilará con muy poca amplitud en torno a ese nulo, y la ganancia será muy alta (ver figura 2.4). Sin embargo, cuando el potencial de la señal de volumen sea alto, la pendiente habrá cambiado y será en este caso mucho menor, con lo que la ganancia pasa a ser prácticamente nula. Podemos suministrar un potencial fijo al cátodo para que la ganancia sea mínima cuando el voltaje de control es cero. De esta forma, a la salida del amplificador tendremos una sola señal, con frecuencia variable y amplitud modulada.

Esta señal se introduce en un altavoz que la transformará en vibraciones mecánicas. Obteniéndose finalmente el sonido.

Capítulo 3

Montaje

Por último, se procedió a construir un ejemplo de este instrumento. Finalmente se ha montado solo el circuito de tono. Vamos a seguir en este capítulo los pasos principales que se dieron en su construcción, así como analizar brevemente el resultado final.

El objetivo principal de esta parte era demostrar que, con material relativamente fácil de obtener, se puede construir este instrumento musical con una funcionalidad aceptable. Puede que las válvulas sean el elemento más costoso de encontrar, sin embargo podrían utilizarse transistores y diodos de estado sólido variando los parámetros del resto de componentes.

Como esquema base se tomó la parte correspondiente del visto en la figura 2.6. Uno de los muchos esquemas disponibles al público, que fue escogido por su sencillez. En la primera etapa, montaje de prueba, se consideraron oportunos algunos cambios en el diseño original que mejoraban el resultado del mismo.

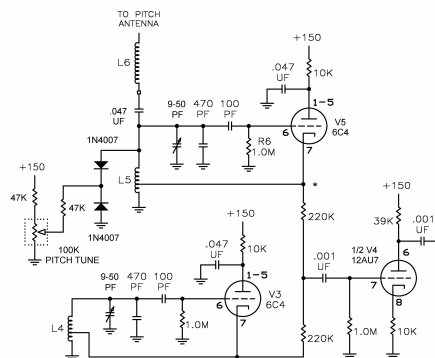


Figura 3.1: Diseño base

Fabricación

El primer montaje que se realizó fue el oscilador variable. Constaba de antena de bobina y elementos nada compactos.

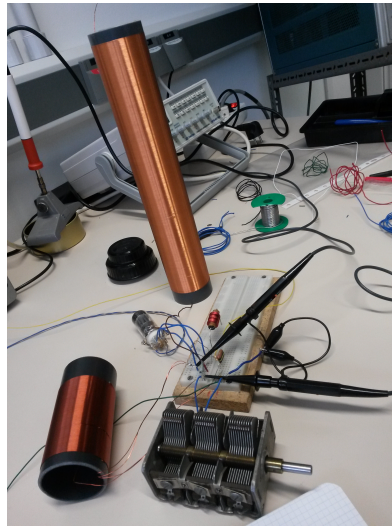


Figura 3.2: Oscilador variable primitivo

A continuación se consideró apropiado reducir el tamaño de los componentes para que fueran más sencillos de reponer y resultara un diseño más compacto. También se decidió utilizar una antena de varilla con fines similares (ya se han discutido las diferencias entre los diseños de parámetros concentrados y distribuidos). Podemos ver en la siguiente imagen el oscilador fijo y el mezclador ya construidos.

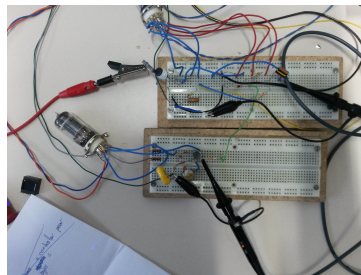
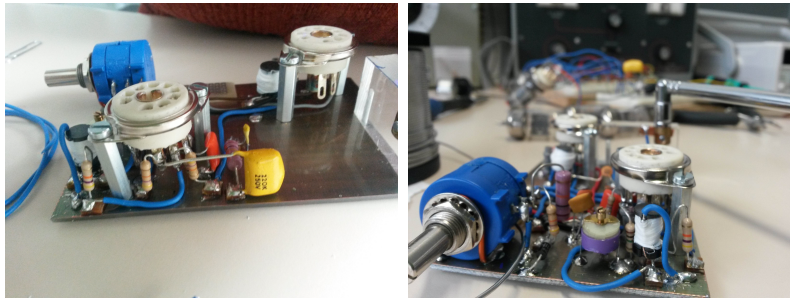


Figura 3.3: Oscilador variable, mezclador y oscilador fijo

Por último, con el diseño fijado y optimizado, se montó ya de forma permanente según el “estilo Manhattan”. Este método de construcción consiste en colocar sobre una placa con una cara metálica, que utilizaremos como tierra, pequeños trozos de esta misma placa (o similar) que servirán para fijar las uniones entre componentes y aislarlas del resto de potenciales. Este método permite compactar aún más el sistema.



(a)

(b)

Figura 3.4: Evolución del montaje

Caracterización

Se ha realizado un estudio del timbre que produce mediante un espectro de sonido.

Vemos por un lado que el sonido agudo es mucho más limpio, menos distorsionado: la forma de onda es mucho más senoidal, en el espectro de frecuencias observamos como la frecuencia fundamental es claramente dominante y apenas aparecen los armónicos superiores. Por el contrario, en tonos graves, el sonido se vuelve mucho más áspero. La forma de onda se distorsiona considerablemente y eso queda reflejado en el espectro, donde apreciamos que conforme el tono se va haciendo más grave, la amplitud de los armónicos es mucho más similar a la de la frecuencia fundamental.

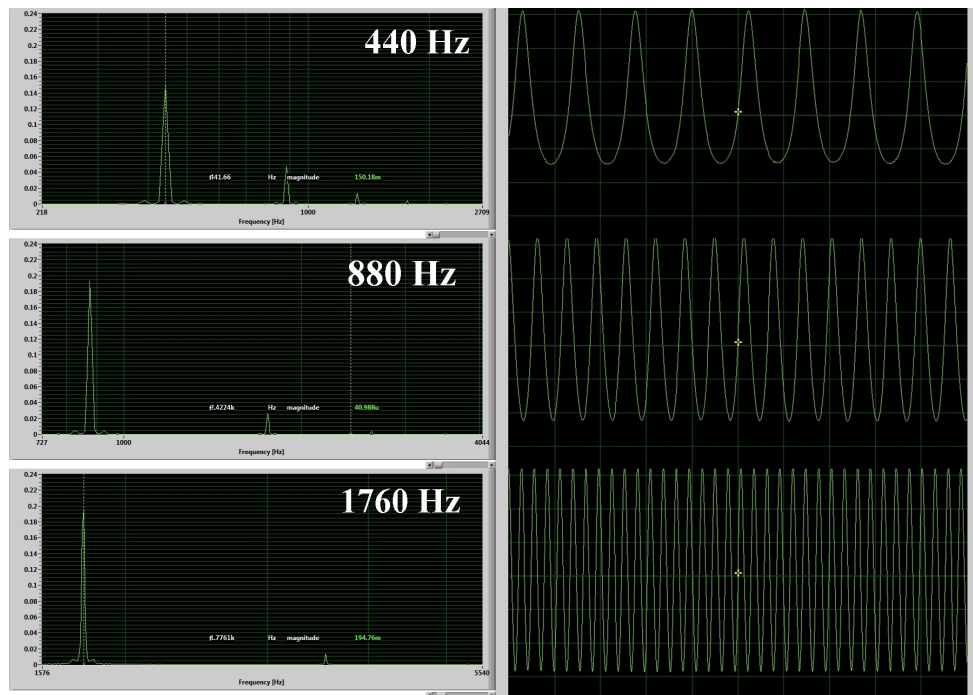


Figura 3.5: Espectro *LA* en distintas octavas

La explicación viene del acoplo electromagnético entre los osciladores: Cuando la frecuencia del sonido es muy baja, las frecuencias de ambos osciladores son muy parecidas (recordemos que escuchamos el término diferencia). Esto hace que los osciladores se acoplen perdiendo su frecuencia propia inicialmente independiente. Este hecho ocurre en cualquier tipo de oscilador cuando las frecuencias son cercanas.

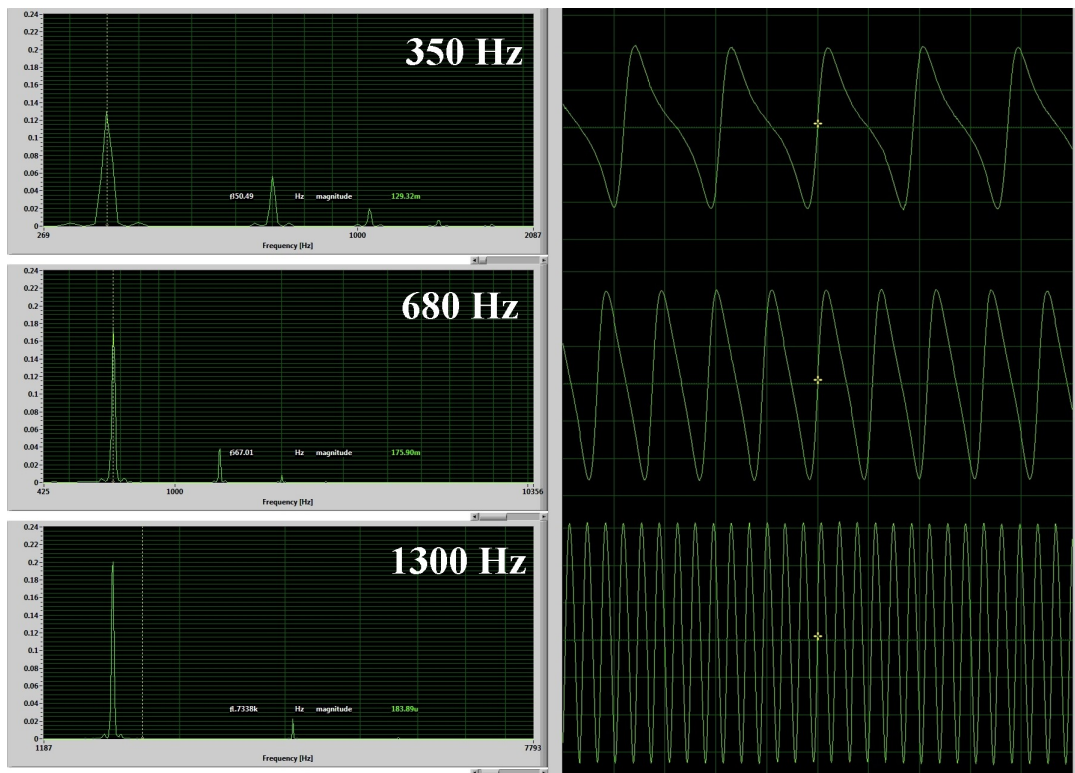


Figura 3.6: Espectro *FA* en distintas octavas

Otra observación ha sido la diferencia en la forma de onda (y con ello en la composición espectral) a ambos lados del mínimo de la curva de resonancia. Esto es, supongamos que la frecuencia del oscilador fijo es menor que la del variable. Al aumentar la capacidad del oscilador variable disminuimos su frecuencia propia, y la frecuencia audible será menor. Si llegado el punto en el que ambas frecuencias coinciden, continuamos aumentando la capacidad, la diferencia de frecuencias volverá a tomar los valores que acaba de tener. Lo observado es que en esta situación, ambas ondas no son idénticas. No parece descabellado pues el acoplo entre los osciladores no tiene por qué ser simétrico dado que estos no son exactamente iguales.

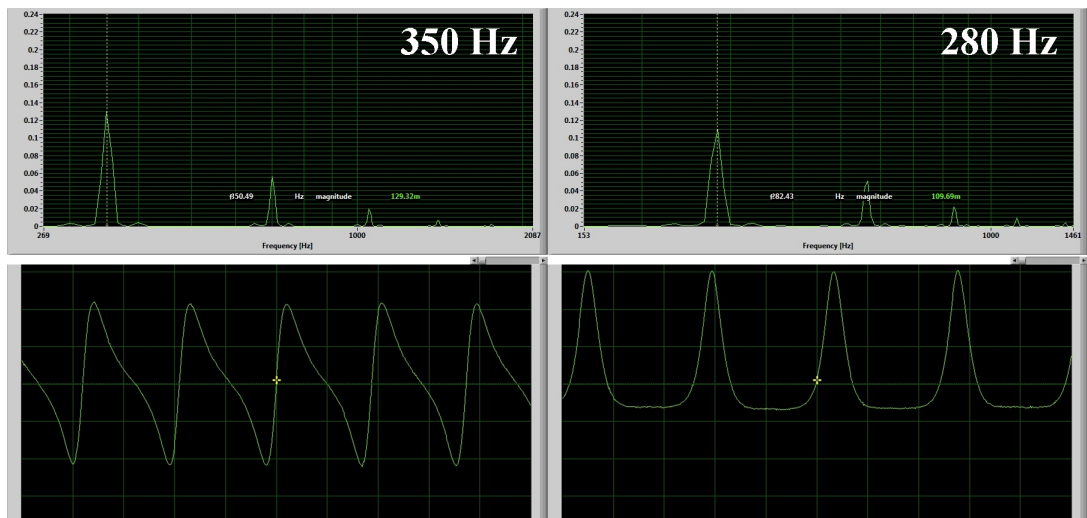


Figura 3.7: Comparación forma de onda y espectro

Si bien no se trata exactamente de la misma frecuencia, la diferencia no es importante. Hemos visto en las series anteriores que la forma de la onda tiende a una senoide perfecta pero no varía su forma tan drásticamente como aquí observamos.

Comprobamos con este apartado la parte expuesta en el capítulo uno, en la cual afirmábamos que el timbre de un instrumento depende de la proporción de armónicos que presenta. Hemos visto también como el sonido es mucho más claro y agradable cuanto más senoidal es la forma de la onda (mayor presencia de la frecuencia fundamental).

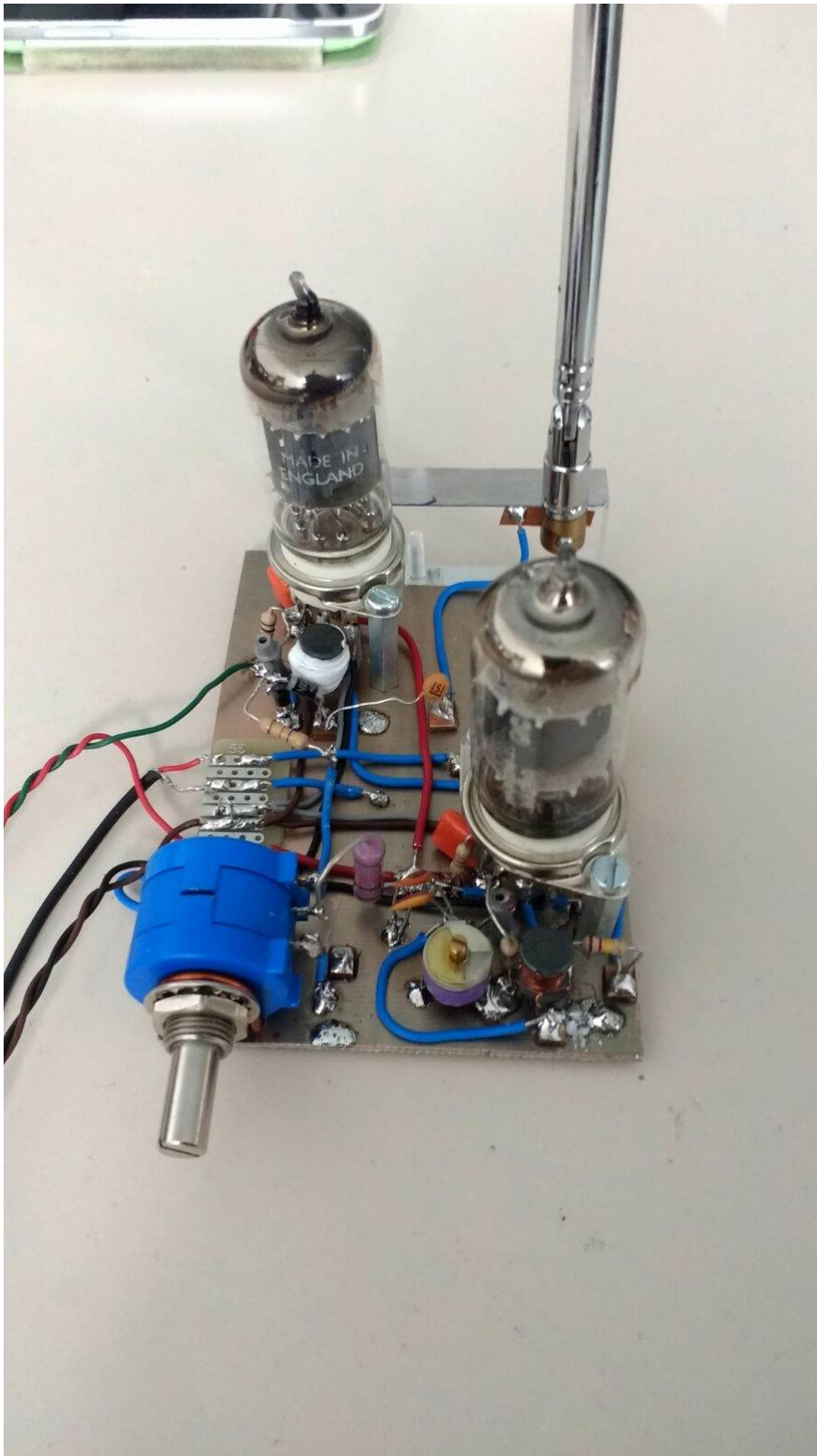


Figura 3.8: Resultado final

Conclusiones

Hemos obtenido una visión más clara y amplia de la física que subyace en la producción, transmisión e interpretación de la música. Cabe destacar la sorprendente función de la cóclea como analizador espectral. Ha resultado muy instructivo a este respecto el análisis espectral realizado al montaje final del Theremin, donde podemos observar con claridad cómo la diferente composición de armónicos define nuestra percepción del sonido y se ponen de manifiesto los conceptos estudiados en la primera parte del trabajo.

En cuanto al estudio de las válvulas de vacío nos ha permitido familiarizarnos con un modo de operación ya en desuso pero perfectamente funcional, si bien no miniaturizable. Además esta visión nos permite un acercamiento histórico a la electrónica que puede ser útil para clarificar algunos conceptos, puesto que la física que regula su funcionamiento es muy intuitiva.

Especialmente la parte experimental ha sido muy útil. Tanto para mejorar la destreza en el manejo de los componentes electrónicos, así como del equipo experimental utilizado, como para una mejor comprensión de los aspectos teóricos. Además ha resultado considerablemente instructivo enfrentarse a un circuito menos “académico”, con problemas prácticos no previstos y ante la necesidad de resolverlos con los elementos disponibles.

Concluimos pues que ha resultado un trabajo enriquecedor desde el punto de vista teórico pero sobretodo práctico.

Bibliografía

[1]Cruft Laboratory, *Electronic circuits and tubes*, McGraw-Hill Book Company, inc. 1947.

[2]D. Benson *Music: A Mathematical Offering*.[Libro digital], 2007

[3]T.S. Gray, *Principles of electrical engineering series. Applied Electronics*, second edition. John Wiley and sons, inc. 1956.

[4]P. Horowitz and W. Hill, *The art of electronics*, second edition. Cambridge university press. 1989.

[5]J. I. Íñiguez de la Torre, A. García, J.M. Muñoz, C. de Francisco, *Problemas de electrodinámica clásica*, Ediciones Universidad Salamanca. 2002.

[6]L.E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders *Fundamentals of acoustics*, fourth edition, John Wiley and sons, inc. 2000.

[7]H. J. Reich, *Theory and applications of electron tubes*, McGraw-Hill Book Company, inc. 1944.