



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Parametrización de un prototipo de TMD  
magnético ajustable en frecuencia y  
amortiguamiento.**

**Autor: ANEL MARTÍN, César**

**Tutor: LORENZANA IBÁN, Antolín**

Departamento: Construcciones Arquitectónicas, Ingeniería del  
Terreno, Mecánica de los medios Continuos y Teoría de  
Estructuras

Valladolid, Julio de 2016.



## RESUMEN

Las vibraciones pueden ser responsables de grandes daños en la estructura de un edificio, para intentar que el daño sufrido en la estructura sea el menor posible, se están desarrollando sistemas capaces de atenuar las vibraciones.

El objeto de estudio de este trabajo fin de grado, será la caracterización de un TMD (Tuned Mass Damper), un sistema capaz de absorber las vibraciones de una estructura.

La caracterización de este sistema se basará en el fundamento teórico de las vibraciones mecánicas de un grado de libertad.

Los datos analizados han sido tomados experimentalmente en el laboratorio y posteriormente procesados con programas de cálculo, de los cuales se extrajeron las conclusiones pertinentes.

**Keywords:** TMD, vibración, frecuencia propia, amortiguamiento, Foucault.



# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN .....	i
ÍNDICE GENERAL .....	iii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	v
ÍNDICE DE TABLAS .....	vii
ÍNDICE DE GRÁFICAS .....	viii
CAPÍTULO I	
1 Introducción.....	1
1.1 Justificación.....	1
1.2 Objetivos.....	3
CAPÍTULO II	
2 Sistemas de control de vibraciones.....	5
2.1 Concepto de TMD (Tuned mass damper).....	5
2.2 Clasificación de sistemas de control de vibraciones.....	7
2.3 Diseño del TMD de control pasivo.....	8
2.3.1 Descripción detallada de las partes que conforman el TMD.....	9
2.3.2 Sistema de anclaje del TMD con la estructura.....	14
CAPÍTULO III	
3 Vibraciones en sistemas de un grado de libertad.....	15
3.1 Concepto de vibración y tipos de vibraciones.....	15
3.2 Modelo para el estudio de vibraciones. Modelo m-k-c.....	16
3.2.1 Sistema libre no amortiguado. Modelo m-k.....	17
3.2.2 Sistema libre amortiguado. Modelo m-k-c.....	21
CAPÍTULO IV	
4 Caracterización teórica de la frecuencia natural del TMD.....	27
4.1 Identificación de un modelo para el estudio frecuencial del TMD.....	27
4.2 Aplicación del principio de las fuerzas virtuales para el cálculo de la rigidez...	29
4.3 Cálculo de la rigidez del TMD.....	30
CAPÍTULO V	
5 Medida experimental de la frecuencia natural del TMD. Comparación de resultados. ....	37
5.1. introducción al método experimental.....	37

5.1.1	Fijación del TMD al banco de pruebas. ....	38
5.1.2	Instrumento de medida. ....	39
5.1.3	Dispositivo de registro de señal. ....	41
5.2	Configuración del software de procesado de datos. ....	42
5.3	Proceso de toma de datos. ....	46
5.4	Herramienta para el cálculo de la frecuencia natural teórica. ....	46
5.5	Resultados teóricos de frecuencia natural. ....	48
5.6	Comparación resultados teóricos frente a los resultados experimentales. ....	54
CAPÍTULO VI		
6	Amortiguamiento magnético. ....	61
6.1	Corrientes de Foucault o corrientes parásitas. ....	61
6.2	Amortiguamiento magnético del TMD. ....	62
6.3	Estimación del coeficiente de amortiguamiento mediante un ajuste de Excel. .....	64
6.4	Estimación del coeficiente de amortiguación mediante la relación fuerza- velocidad. ....	72
CONCLUSIONES.....		77
REFERENCIAS.....		79
ANEXO A.....		81
ANEXO B.....		83

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Taipei 101, ejemplo de construcción con TMD incorporado.....	2
Figura 2: Shanghai Tower y TMD magnético. ....	3
Figura 3: Esquema estructura – TMD.....	6
Figura 4: TMD (tuned mass damper) utilizado en el laboratorio para la toma de datos. ..	8
Figura 5: Bastidor del TMD .....	9
Figura 6: varillas de distintos materiales. a) acero b) aluminio .....	10
Figura 7: Componentes masa puntual, a) Tuercas acero b) Varilla roscada de plástico c) Imán neodimio .....	11
Figura 8: Masa puntual, unión de la masa puntual a la varilla. ....	11
Figura 9: Ejemplo de masas puntuales utilizadas en la toma de datos experimental.....	12
Figura 10: Parte móvil del TMD. Sistema de amortiguamiento.....	12
Figura 11: TMD montado sobre edificio .....	14
Figura 12: Sujeción mediante unión roscada del TMD. ....	14
Figura 13: Modelo masa-rigidez-amortiguamiento.....	16
Figura 14: Sistema masa - resorte.....	17
Figura 15: Movimiento armónico simple. ....	18
Figura 16: Posición, velocidad y aceleración de un sistema vibrante. Dominio temporal. ....	19
Figura 17: Procesado FFT de una onda vibratoria. ....	20
Figura 18: Ejemplo de transformada rápida de Fourier (FFT).....	20
Figura 19: Sistema masa-resorte-amortiguamiento. ....	21
Figura 20: Movimiento oscilatorio subamortiguado. ....	24
Figura 21: movimiento sobreamortiguado. ....	25
Figura 22: Movimiento críticamente amortiguado.....	26
Figura 23: TMD.....	27
Figura 24: Modelo viga en voladizo con masa puntual.....	28
Figura 25: Prototipo TMD utilizado en toma de datos experimentales. ....	30
Figura 26: TMD modelizado para el cálculo de rigidez teórica.....	31
Figura 27: Problema real.....	31
Figura 28: Reacciones problema real.....	32
Figura 29: Problema virtual.....	33
Figura 30: Método de medida experimental. ....	37
Figura 31: Fijación TMD al banco de pruebas.....	38
Figura 32: Sensor de desplazamiento láser utilizado en el registro de datos.....	39
Figura 33: Detalle del sensor de desplazamiento láser. ....	39
Figura 34: Conector D-SUB.....	40
Figura 35: Alimentación del sensor láser. ....	40
Figura 36: SIRIUS HD-STG.....	41
Figura 37: Ejemplo de registro procesado. ....	42
Figura 38: Pantalla del software para seleccionar sensor láser.....	43
Figura 39: Menú de calibración de sensor de desplazamiento láser.....	43
Figura 40: Calibración de sensor de desplazamiento láser.....	44
Figura 41: Diseño de pantalla. Añadir FFT. ....	44

Figura 42: Variación de la resolución con la frecuencia de muestreo. ....	45
Figura 43: Proceso de toma de datos. ....	46
Figura 44: Hoja Excel para calcular la frecuencia.....	47
Figura 45: Datos varilla 1.....	48
Figura 46: Datos varilla 2.....	50
Figura 47: Datos varilla3. ....	52
Figura 48: Amortiguamiento en función de la distancia d.....	63
Figura 49: Señales con distintos amortiguamientos.....	63
Figura 50: Señal de referencia. ....	64
Figura 51: Registro de señales amortiguadas con sensor láser. ....	65
Figura 52: Ajuste con Excel paso 1.....	66
Figura 53: Ajuste con Excel paso 2.....	66
Figura 54: Ajuste con Excel paso 3.....	66
Figura 55: Datos de los experimentos realizados. ....	67
Figura 56: Célula de carga de 20 Kg. ....	73
Figura 57: Montaje TMD para medir el amortiguamiento con célula de carga.....	73
Figura 58: Ejemplo de registro de fuerza y velocidad.....	74
Figura 59: Postprocesado de la velocidad y la fuerza con Sigview. ....	74



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Frecuencias naturales de la varilla 1 para distintas masas, fijado $L_v=24\text{cm}$ . .....	49
Tabla 2: Frecuencias naturales de la varilla 1 para distintas masas, fijado $L_v=27\text{cm}$ .....	49
Tabla 3: Frecuencias naturales de la varilla 1 para distintas masas, fijado $L_v=30\text{ cm}$ . .....	50
Tabla 4: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado $L_v=24\text{ cm}$ . .....	51
Tabla 5: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado $L_v=27\text{ cm}$ . .....	51
Tabla 6: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado $L_v=30\text{ cm}$ . .....	52
Tabla 7: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado $L_v=24\text{ cm}$ .....	53
Tabla 8: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado $L_v=27\text{ cm}$ . .....	53
Tabla 9: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado $L_v=30\text{ cm}$ . .....	54
Tabla 10: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 1 con $L_v=24\text{ cm}$ . .....	55
Tabla 11: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 1 con $L_v=27\text{ cm}$ . .....	55
Tabla 12: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 1 con $L_v=30\text{ cm}$ . .....	56
Tabla 13: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 2 con $L_v=24\text{ cm}$ . .....	56
Tabla 14: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 2 con $L_v=27\text{ cm}$ . .....	57
Tabla 15: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 2 con $L_v=30\text{ cm}$ . .....	57
Tabla 16: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 3 con $L_v=24\text{ cm}$ . .....	58
Tabla 17: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 3 con $L_v=27\text{ cm}$ . .....	58
Tabla 18: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 3 con $L_v=30\text{ cm}$ . .....	59
Tabla 19: Resultados del coeficiente de amortiguamiento. ....	68
Tabla 20: Valores de C modificados con la ecuación (31).....	71
Tabla 21: Resultados de c por el método velocidad- fuerza.....	75

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1: Coeficiente de amortiguación vs distancia para una masa de 0.049Kg. ....	69
Gráfica 2: Coeficiente de amortiguación vs distancia para una masa de 0.08856Kg. ....	69
Gráfica 3: Coeficiente de amortiguación vs distancia para una masa de 0.128Kg. ....	69
Gráfica 4: Representación de todos los registros para observar la dependencia de c con la frecuencia.....	70
Gráfica 5: Valores de c modificados con la ecuación (31). ....	71

# Capítulo I

## 1 Introducción.

### 1.1 Justificación.

El trabajo de un ingeniero siempre ha sido diseñar de la manera más eficiente posible, es decir, que el diseño cumpla las especificaciones requeridas y que lo haga al menor coste posible. Todo esto se debe de conseguir en la fase de diseño, donde es más fácil y barato corregir posibles errores. Desde el punto de vista de la ingeniería civil, el diseño de una estructura debe de cumplir unos requisitos que garanticen el buen estado de la misma y cumplan los términos de seguridad establecidos por la normativa.

El diseño de una estructura se verá condicionado por muchos factores, como por ejemplo la resistencia de los materiales, las acciones permanentes, las cargas variables. También por las vibraciones. Son estas últimas en las que se centrará este Trabajo Fin de Grado.

Las vibraciones pueden causar daños significativos en las estructuras, tales como deformaciones, tensiones, agrietamientos, fatiga, pudiendo llegar al colapso si se alcanza la frecuencia propia de la estructura. Se denomina frecuencia de resonancia a la frecuencia en la que se alcanza el máximo grado de oscilación. Todo cuerpo o sistema tiene una o varias frecuencias características. Cuando un sistema es excitado a una de estas frecuencias su vibración es la máxima posible.

La frecuencia de resonancia será entonces un parámetro a tener en cuenta en el diseño de estructuras. La ingeniería es la encargada de contrarrestar este fenómeno, diseñando sistemas capaces de atenuar las vibraciones y haciendo las estructuras más seguras.

Podremos encontrar sistemas capaces de disminuir las vibraciones en las estructuras de lugares con gran actividad sísmica, como Japón o Chile. Un ejemplo de estos sistemas lo encontramos en el edificio Taipei 101 de Taiwan, que posee un amortiguador de masa formado por una bola de acero de 680 toneladas de peso, que se suspende desde su parte más alta sobre unos tensores y en su base está fijada a unas bombas hidráulicas.

Cuando el edificio se mueve en una dirección el amortiguador lo hace en dirección contraria absorbiendo la energía de movimiento sirviendo de contrapeso mecánico contra las vibraciones limitándolas y estabilizando el edificio.

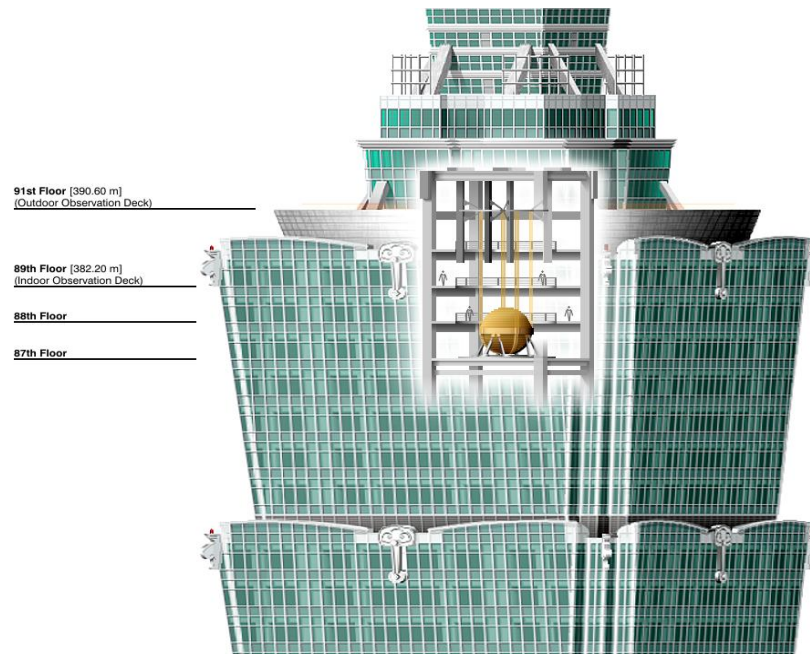


Figura 1: Taipei 101, ejemplo de construcción con TMD incorporado.

Otro ejemplo de un sistema capaz de disminuir el balanceo de un edificio y que además se asemeja más al prototipo objeto de estudio de este trabajo, se encuentra en Shanghai Tower, actualmente el edificio más alto de china y el segundo más alto del mundo, sólo superado por Burj Khalifa de Dubái.

En las plantas superiores del rascacielos hay colocado un enorme amortiguador de masa al igual que en Taipei 101, pero además cuenta con la peculiaridad de incorporar un sistema de amortiguamiento por inducción magnética, siendo el primer sistema de este tipo que lo incorpora.

Los ingenieros y arquitectos de Shanghai Tower crearon el amortiguador de corrientes parasitas, una obra maestra por su simplicidad y eficacia. El sistema se compone de un péndulo de acero de 1000 toneladas y una placa de cobre de 100 metros cuadrados que pueden moverse sobre 125 imanes de gran alcance. Con el balanceo del péndulo sobre los imanes se induce a la placa de cobre una corriente eléctrica, donde se crea un campo magnético opuesto a de los imanes, contrarrestando automáticamente el movimiento del péndulo y amplificando aún más el efecto de la amortiguación. No será necesario control activo ni fuente de alimentación externa.



Figura 2: Shanghai Tower y TMD magnético.

## 1.2 Objetivos.

El objetivo principal de este trabajo fin de grado será la caracterización de un TMD (tuned mass damper) que permita disipar las vibraciones de una estructura.

El presente trabajo, se basará en un estudio a escala de un sistema armónico simple de un grado de libertad, la manera de proceder para la caracterización del sistema de basará en la experimentación, llevada a cabo en el laboratorio de estructuras de la Escuela de Ingenieros Industriales de la universidad de Valladolid.

La primera parte del estudio se centrará en la caracterización de las frecuencias propias del sistema, teniendo como variables de entrada la masa o la longitud del sistema.

En la segunda parte se caracterizará un método de amortiguación de vibraciones, basado en el amortiguamiento magnético.

Los objetivos perseguidos en este trabajo de una manera más detallada son los enumerados a continuación:

- A partir de los datos obtenidos de la experimentación, se comprobará que los datos experimentales se ajustan a los que predicen las formulas teóricas.

- Desarrollar una herramienta que permita predecir de forma sencilla y rápida las variables del TMD (frecuencia, masa o la longitud) necesarias para que se consigan las condiciones deseadas.
- Ajustar la herramienta anteriormente descrita para que los valores devueltos se ajusten lo máximo posible a los experimentales.
- La caracterización del amortiguamiento magnético, que se fundamenta en las corrientes de Foucault. Se utilizarán para este experimento imanes permanentes de neodimio y placas de metales no ferromagnéticos como el aluminio y el cobre.

El desarrollo de este trabajo se centrará solamente en la caracterización de las frecuencias y el amortiguamiento del TMD, dejando abierta la siguiente fase, que sería la incorporación del sistema diseñado a una estructura.

# Capítulo II

## 2 Sistemas de control de vibraciones.

### 2.1 Concepto de TMD (Tuned mass damper).

El diseño arquitectónico ha evolucionado a lo largo de la historia, dando lugar a diferentes estilos y corrientes arquitectónicas. En el último siglo ha existido una tendencia a diseñar edificios cada vez más esbeltos, las grandes ciudades han construido rascacielos para que sean sus emblemas, cada cual más alto, pero no solo la altura influirá estructuralmente. Otros factores como construcciones livianas de grandes luces, estructuras más delgadas y con escasos apoyos para mejorar la estética, el abaratamiento de costes o la construcción seca influirán de manera significativa en el comportamiento del edificio.

Desde el punto de vista estructural, esto conduce naturalmente a altas flexibilidades, períodos naturales elevados y consecuentemente a grandes desplazamientos por cargas dinámicas tales como viento o terremotos.

La inclusión de dispositivos mecánicos en las estructuras puede corregir adecuadamente sus propiedades, de manera que la respuesta dinámica sea compatible con las necesidades estructurales. La modificación de la rigidez, la masa o el amortiguamiento es un camino para solucionar esos problemas. En el primer y segundo caso se logra una variación de las frecuencias propias que desintonizan la estructura del rango de frecuencias donde la energía espectral es preponderante. El incremento de amortiguamiento tiene la finalidad de disipar energía en forma controlada y estable, reduciendo la respuesta estructural dinámica.

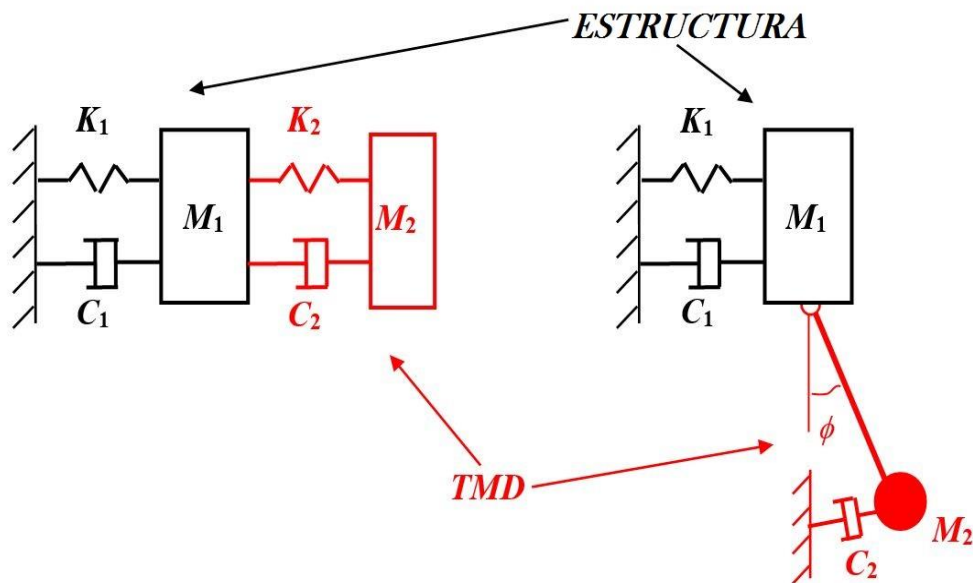
Una alternativa muy interesante y eficaz es la disipación de la energía de un sistema principal excitado externamente a otro sistema secundario no excitado, acoplado al primero, esta idea dio origen a los TMD o también llamados amortiguadores de masa sintonizados (AMS).

El concepto de amortiguadores de masa sintonizados ha atraído la atención de investigadores de diferentes campos para su aplicación en el control de vibraciones causadas por diferentes tipos de fuerzas.

El amortiguador de masa sintonizado es una herramienta ingenieril clásica consistente en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso colocados en el sistema vibrante principal para atenuar la vibración no deseada a una frecuencia determinada. La frecuencia natural del amortiguador se sintoniza con la frecuencia natural del sistema principal provocando que el amortiguador vibre en resonancia, disipando la energía absorbida a través de los mecanismos de amortiguamiento del TMD.

Si bien poseen una base conceptual sencilla, la incorporación práctica a estructuras de los amortiguadores sintonizados es a menudo compleja, estando su aplicabilidad y rendimiento muy limitados por problemas tecnológicos y por las variables de diseño particulares de cada caso.

En la *Figura 3* se puede ver de manera muy esquematizada el acople entre una estructura y un sistema de disipación de energía, como el mencionado en el párrafo anterior (TMD).



*Figura 3: Esquema estructura – TMD*



## 2.2 Clasificación de sistemas de control de vibraciones.

Las vibraciones estructurales producidas por sismos o viento pueden ser controladas mediante estos cuatro sistemas de control estructural: pasivos, activos, semiactivos e híbridos. A continuación, se describirán brevemente cada tipo.

- **Control pasivo:** Un sistema de control pasivo no requiere una fuente externa de potencia. Los dispositivos de control pasivo producen fuerzas en respuesta al movimiento de la estructura. La energía total en un sistema estructural controlado pasivamente, incluyendo los dispositivos pasivos, no aumenta por dichos dispositivos.
- **Control activo:** Un sistema de control activo requiere de una fuente externa de potencia para alimentar los actuadores que aplican fuerzas a la estructura. Estas fuerzas pueden ser usadas tanto para suministrar como para disipar energía en la estructura. En un sistema de control activo con retroalimentación, las señales enviadas a los actuadores de control son función de las respuestas de la estructura, medidas con sensores físicos.
- **Control semiactivo:** Los sistemas de control semiactivo son una clase de sistemas de control activo para los que la energía externa requerida es de menor orden de magnitud que para los sistemas convencionales. Normalmente los dispositivos de control semiactivo no suministran energía mecánica al sistema estructural (incluyendo estructura y actuadores) y, por tanto, se garantiza la estabilidad tipo entrada-acotada salida-acotada (BIBO). Estos dispositivos frecuentemente son considerados como dispositivos pasivos controlables.
- **Control híbrido:** Los sistemas de control híbridos son sistemas que emplean una combinación de sistemas pasivos y activos. Por ejemplo, una estructura acondicionada con amortiguadores viscoelásticos y un amortiguador activo de masa en la parte superior del edificio; o una estructura aislada en la base con actuadores controlados activamente para mejorar su comportamiento.

Después de una breve introducción al concepto de TMD y describir los diferentes tipos de amortiguadores de masa que existen, el desarrollo de este trabajo fin de grado se centrará en el diseño a escala de un TMD de control pasivo.

### 2.3 Diseño del TMD de control pasivo.

El amortiguador de masa sintonizada que se utilizará para la experimentación en el laboratorio será un diseño a escala como el que se muestra en la siguiente figura, constará de dos partes, una fija y una parte móvil.

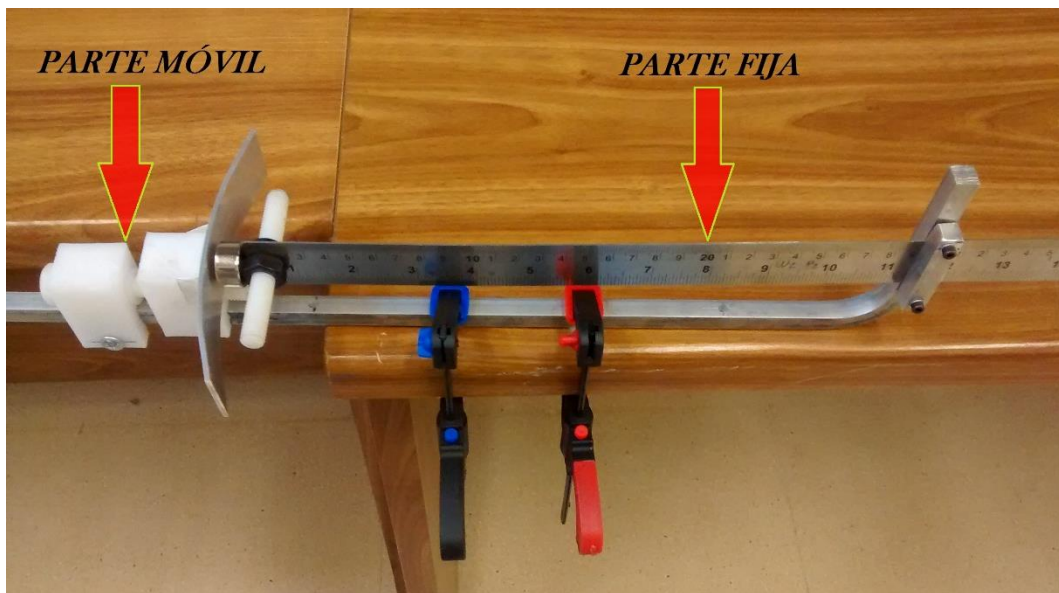


Figura 4: TMD (tuned mass damper) utilizado en el laboratorio para la toma de datos.

El TMD objeto de estudio es un sistema masa-rigidez-amortiguamiento de un grado de libertad. La parte fija representa un modelo de una viga empotrada en voladizo. La parte móvil ha sido diseñada para aportar al sistema un amortiguamiento regulable.

### 2.3.1 Descripción detallada de las partes que conforman el TMD.

#### PARTE FIJA

La parte fija del sistema está compuesta por un bastidor, una varilla de rigidez determinada y una masa puntual.

- **Bastidor:** esta pieza ha sido obtenida de una varilla de aluminio, de sección cuadrada de 1 centímetro de lado, para conseguir la forma deseada ha sido doblada con una curvadora universal. Esta pieza tiene la función de sujetar la varilla simulando un empotramiento y también es la pieza que sirve para unir el TMD a la estructura.

El empotramiento se ha materializado utilizando una pieza auxiliar del mismo material. Para conseguir la unión de esta pieza con el bastidor se utilizará una unión roscada, para ello se han realizado dos taladros de 3 mm de diámetro en ambas piezas.

En la parte horizontal se han perforado dos agujeros de 4 mm de diámetro que servirán para unir el TMD a la estructura, esta unión también será roscada.

El bastidor también servirá de guía para la parte móvil del sistema.

La unión roscada entre el bastidor y la pieza auxiliar con la que se realiza el empotramiento nos permitirá variar la longitud de la varilla fácilmente.



Figura 5: Bastidor del TMD

- **Varilla:** pieza metálica (acero y aluminio) de sección rectangular, con una dimensión mucho mayor que las otras dos. Esta unida al bastidor como se ha dicho anteriormente mediante un empotramiento conseguido con unión roscada, por lo cual la varilla es una pieza intercambiable del TMD o de la cual podemos variar su longitud. La longitud de la varilla será un parámetro de entrada en la caracterización del TMD. Todas las varillas que han sido utilizadas tienen en uno de sus extremos un agujero de 10 centímetros de diámetro para fijar una masa puntual.



Figura 6: varillas de distintos materiales. a) acero b) aluminio

- **Masa puntual:** esta parte del TMD es un conjunto de elementos, la conforman, tuercas de metal, una varilla roscada de plástico y un imán de neodimio. La masa puntual se sitúa en la varilla, en el extremo opuesto del empotramiento. La unión de la masa puntual con la varilla se ha realizado como se muestra en la *Figura 8*. Para garantizar que la unión entre la varilla y la masa sea una unión fiable, nunca podrá haber menos de una masa mínima en el TMD, esta masa mínima la formarán dos tuercas, la varilla de plástico roscada y el imán de neodimio. El diseño de la masa puntual se ha pensado para que durante el proceso de toma de datos se pueda ir añadiendo o quitando masa de una forma sencilla, bastará con enroscar o desenroscar tuercas en la varilla de plástico roscada.

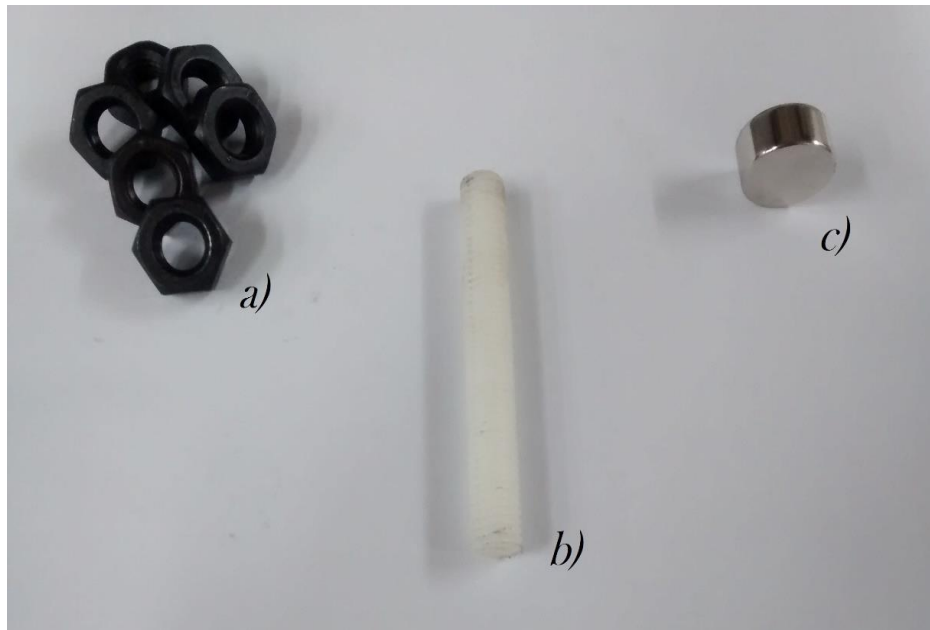


Figura 7: Componentes masa puntual, a) Tuercas acero b) Varilla roscada de plástico c) Imán neodimio

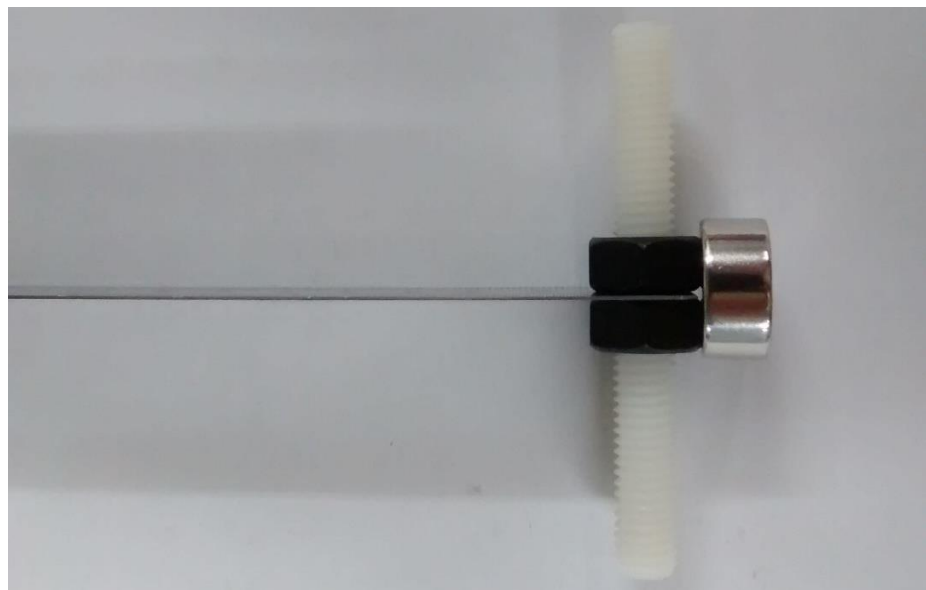


Figura 8: Masa puntual, unión de la masa puntual a la varilla.

En la *Figura 9* se muestra un ejemplo de como se ha añadido masa enroscando tuercas. Las tuercas utilizadas son tuercas de acero de métrica M10, que tienen una masa aproximadamente 10 gramos cada una.

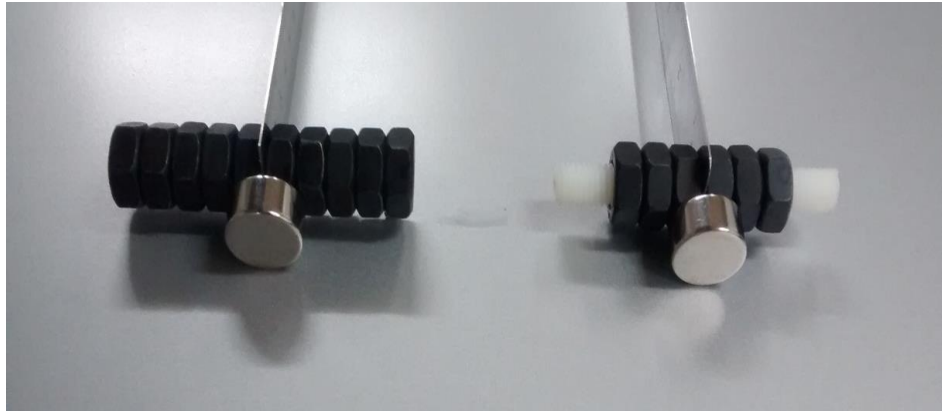


Figura 9: Ejemplo de masas puntuales utilizadas en la toma de datos experimental.

### PARTE MÓVIL

La parte móvil del TMD ha sido diseñada para introducir un amortiguamiento magnético al sistema, basado en las corrientes de Foucault, producidas por el movimiento del campo magnético del imán en la proximidad de una placa conductora de aluminio. Dicho amortiguamiento dependerá de la distancia que haya entre la placa conductora y el imán. La pieza en cuestión posee un movimiento longitudinal regulable a lo largo de la parte horizontal del bastidor, con el cual se puede controlar la capacidad amortiguadora del sistema. Esta distancia se considerará una variable de entrada en la caracterización de la capacidad disipadora de vibraciones del TMD. Se profundizará más en el concepto de amortiguamiento magnético en el capítulo VI.

La parte móvil del TMD estará conformada por cuatro piezas, las cuales se describirán a continuación más detalladamente. En la *Figura 10* se puede ver el conjunto de piezas montado sobre el bastidor.

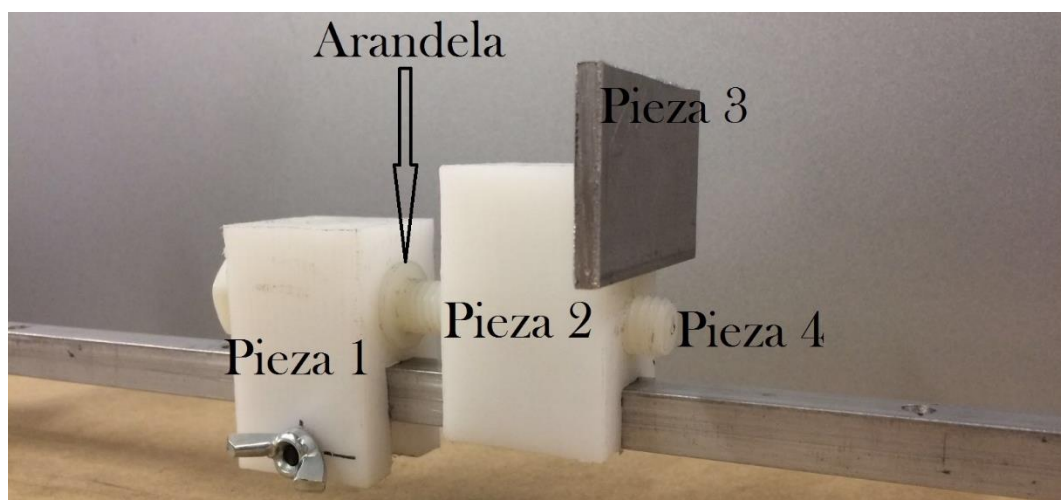
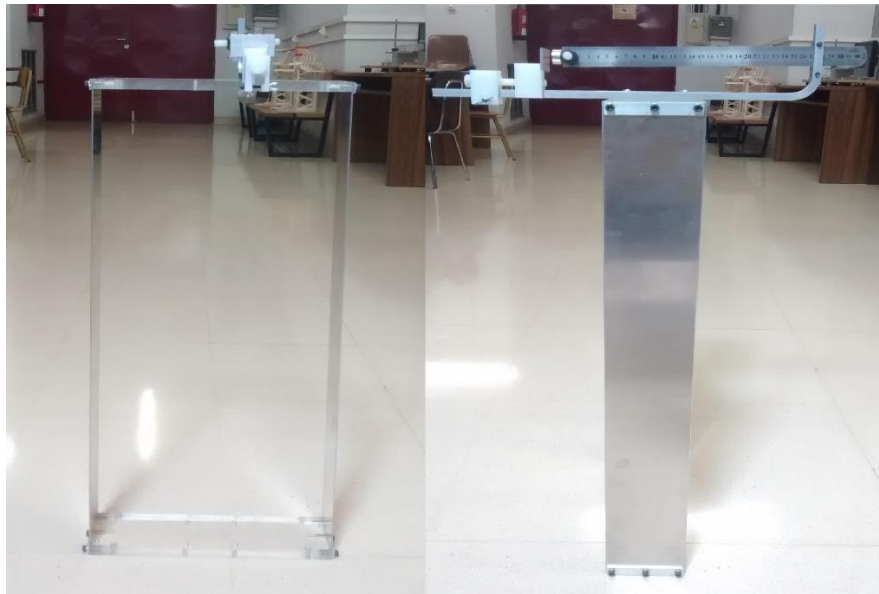


Figura 10: Parte móvil del TMD. Sistema de amortiguamiento.

- **Pieza 1:** esta pieza se utilizará para posicionar todo el conjunto a una distancia determinada del campo magnético producido por el imán de neodimio. Se ha utilizado material plástico para evitar cualquier influencia con el campo magnético. La pieza consta de un agujero pasante roscado de métrica M10, coincidente con el tornillo que la atraviesa. También cuenta con una ranura del mismo tamaño que la varilla del bastidor para poder deslizarse a lo largo de este y de otro agujero pasante, por el cual atravesará un tornillo de métrica M4 para fijar la pieza en la posición deseada sobre el bastidor. Para el apriete de este último tornillo se ha utilizado una tuerca mariposa para facilitar el manejo del conjunto.
- **Pieza 2:** la función de esta pieza será sujetar la placa conductora de metal no ferromagnético (aluminio o cobre) en la posición deseada. Consta de un agujero pasante y una ranura de las mismas dimensiones que la pieza 1, estará fabricada también del mismo material. Para la sujeción de la placa metálica se ha utilizado cinta adhesiva de doble cara.
- **Pieza 3:** es una placa de metal no ferromagnético, en este caso en particular se ha utilizado aluminio de dimensiones 7x3.5x0.4 centímetros. La función de esta pieza será proporcionar el amortiguamiento deseado al TMD, mediante la interacción con el imán.
- **Pieza 4:** tornillo de plástico M10x1.5x80, en la *Figura 10* se puede ver la posición que ocupa dentro de todo el conjunto y como une las piezas 1 y 2. Está provisto de una arandela que impide que el tornillo se desenrosque de la pieza 1. La función de este tornillo será poder ajustar con mayor precisión la distancia de la placa al campo magnético, pues es sabido que, a cada vuelta del tornillo, la pieza avanza o retrocede un paso de distancia.

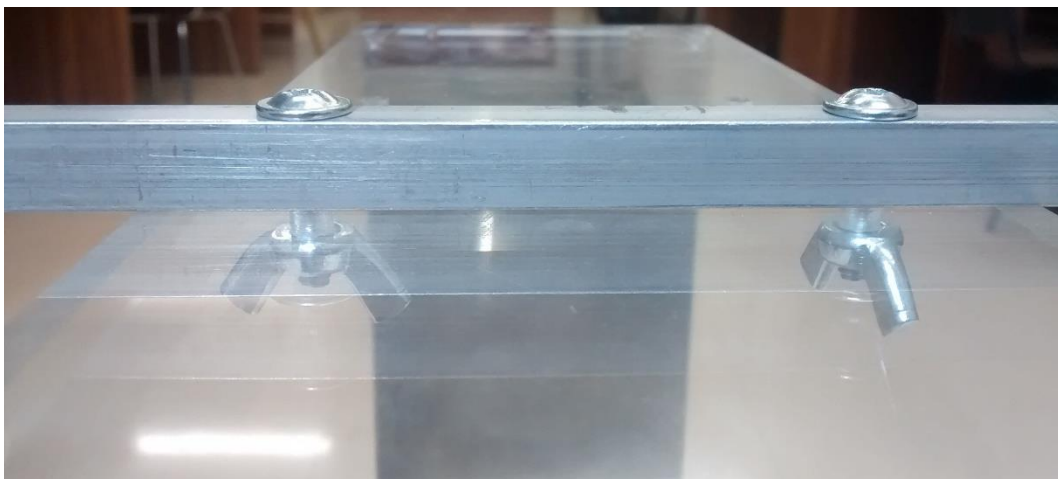
### 2.3.2 Sistema de anclaje del TMD con la estructura.

La sujeción del TMD a la estructura se realizará mediante una unión roscada, para eso, tanto en la parte horizontal del bastidor como en el edificio se han practicado los agujeros pertinentes para este fin.



*Figura 11: TMD montado sobre edificio*

En la *Figura 12* se puede ver de manera ampliada la fijación entre ambos elementos.



*Figura 12: Sujeción mediante unión roscada del TMD.*



# Capítulo III

## 3 Vibraciones en sistemas de un grado de libertad.

### 3.1 Concepto de vibración y tipos de vibraciones.

Movimiento vibratorio o vibración es la variación o cambio de configuración de un sistema en relación al tiempo, en torno a una posición de equilibrio estable, su característica fundamental es que es periódico, siendo frecuente el movimiento armónico simple, por lo que este movimiento adquiere una singular importancia en los estudios vibratorios.

Los sistemas mecánicos al ser sometidos a la acción de fuerzas variables con el tiempo, principalmente periódicas, responden variando sus estados de equilibrio y, como consecuencia, presentan cambios de configuración que perturban su normal funcionamiento, presentan molestias al personal que los maneja y acortan la vida útil de los mecanismos. Dependiendo de si actúan fuerzas o no sobre el sistema se puede clasificar el movimiento vibratorio en:

- Vibraciones libres si no existen fuerzas o acciones exteriores directamente aplicadas al sistema a lo largo del tiempo.
- Vibraciones forzadas si existen acciones o excitaciones directamente aplicadas al sistema a lo largo del tiempo, además de las fuerzas o momentos internos.

Tanto las vibraciones libres como las forzadas pueden subdividirse dependiendo de la existencia o no de fuerzas resistentes que amortiguan el movimiento vibratorio en:

- Sin amortiguamiento si no existe resistencia pasiva al movimiento del sistema.
- Con amortiguamiento si existen resistencias pasivas al movimiento del sistema, es decir, fuerzas o momentos disipativos que amortiguan el movimiento vibracional.

### 3.2 Modelo para el estudio de vibraciones. Modelo m-k-c.

A la hora de intentar describir el comportamiento vibratorio mediante unas ecuaciones analíticas que describan el fenómeno, se comprueba que lleva a ecuaciones muy complejas y difíciles, tanto de resolver como de comprender. Por lo tanto, para hacer una primera aproximación del problema, se propone crear modelos más sencillos (modelos discretos), cuyas ecuaciones son más sencillas, tanto de resolver como de interpretar dicha resolución.

El modelo más sencillo que se puede crear y que además es el que interesa para la resolución del comportamiento del TMD, es un modelo de un grado de libertad.

A continuación, se va a plantear el modelo masa – rigidez – amortiguamiento que se adaptará para caracterizar el sistema de disipación de vibraciones que se está tratando en el presente trabajo.

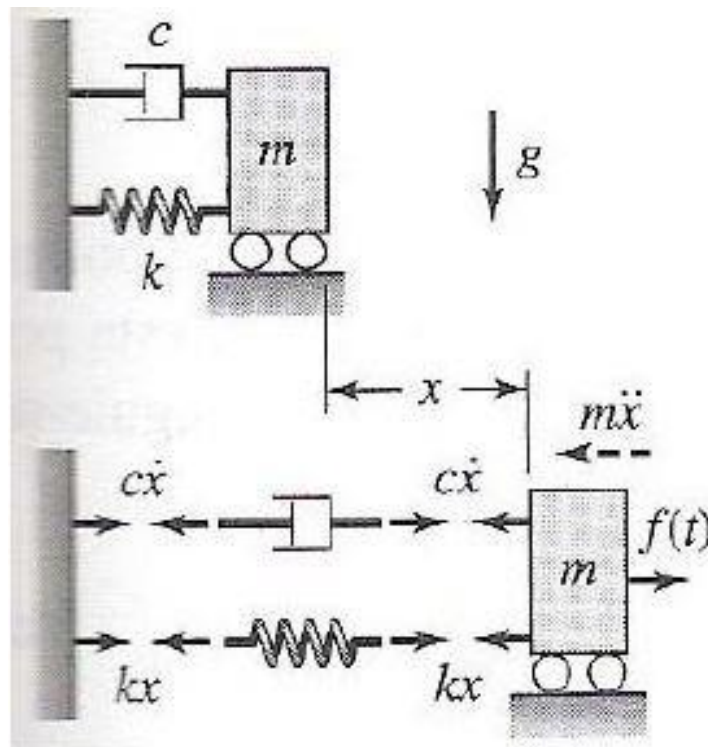


Figura 13: Modelo masa-rigidez-amortiguamiento.

- **Masa ( $m$ ):** es una masa puntual que representa la masa total del sistema.

- **Rigidez (k):** representado por un resorte ideal, sin masa, que manifiesta el hecho de que el sistema es elástico. Fuerzas iguales y de sentidos opuestos, trabajando en un rango lineal, fuerza proporcional a la deformación recuperadora hacia la posición de equilibrio.
- **Amortiguamiento (c):** amortiguador viscoso ideal, sin masa, de coeficiente de amortiguación  $c$ , que representa la disipación de energía que presenta todo fenómeno vibratorio, que es la responsable de que, en general, la vibración vaya disminuyendo a lo largo del tiempo. Fuerzas en los extremos iguales y de sentido opuesto, proporcional a la velocidad relativa entre extremos y recuperadora hacia el equilibrio.

El muelle y la masa almacenan y ceden energía (potencial y cinética respectivamente) y el amortiguador la disipa.

### 3.2.1 Sistema libre no amortiguado. Modelo m-k.

Se considerará el sistema vibratorio más sencillo posible, esto es, uno formado por un resorte lineal  $k$  y una masa  $m$ , como el de la *Figura 14*. Al deformar el muelle aparece una fuerza  $F$ , proporcional a la elongación del resorte, donde  $k$  es una constante de rigidez de muelle.

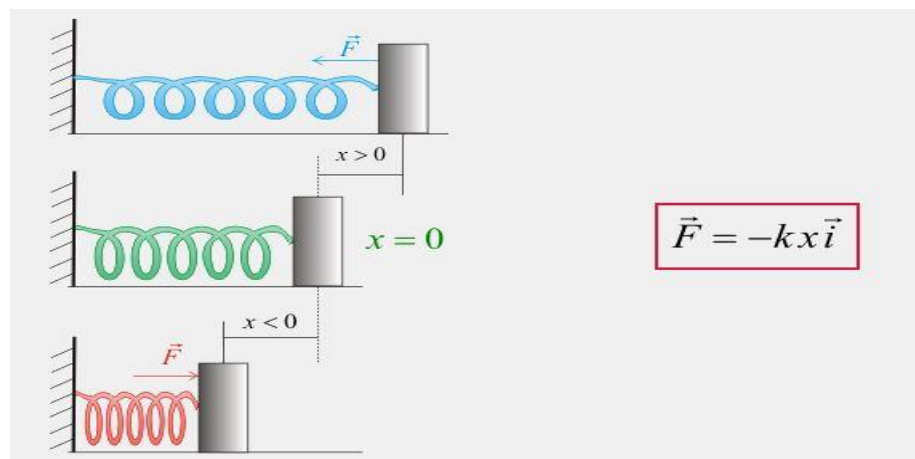


Figura 14: Sistema masa - resorte.

Se supone que la masa  $m$  puede ser desplazada lateralmente sin resistencia alguna, por esto se dice que es un sistema no amortiguado. Aplicando ahora la ley de Newton en la dirección del movimiento se tiene:

$$m\ddot{x} = -kx \quad (1)$$

O sea,

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2)$$

Esta ecuación diferencial rige el movimiento de la masa  $m$ . La solución general de esta ecuación será:

$$x(t) = A\cos\omega_n t + B\sin\omega_n t \quad (3)$$

Donde  $A$  y  $B$  dependen de las condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad:  $x_0$  y  $\dot{x}_0$ .

$$x(t) = x_0\cos\omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\sin\omega_n t \quad (4)$$

Movimiento armónico simple de frecuencia natural:  $\omega_n$  (rad/s) ó fn (Hz) y periodo de oscilación  $T$ .

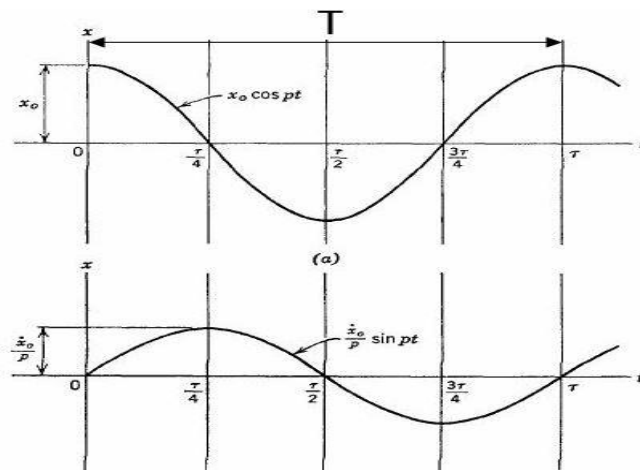


Figura 15: Movimiento armónico simple.

El comportamiento vibratorio de un sistema de un grado de libertad está caracterizado por la frecuencia natural, propia o de resonancia  $\omega_n$ , que es característica del sistema, es decir, sólo depende de sus propiedades mecánicas (masa y rigidez) y es independiente de parámetros externos, como las fuerzas que actúan sobre él.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (6)$$

A la hora de estudiar y cuantificar las vibraciones, se puede hacer tanto en el dominio temporal como en el dominio de frecuencias. Pero en la medida y caracterización de vibraciones, es más habitual y práctico trabajar en el dominio de frecuencias ya que en este dominio se entiende con más claridad qué es lo que está sucediendo. Y por lo tanto, el estudio es más intuitivo.

Las magnitudes físicas que se utilizan para representar la vibración en el dominio temporal son, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.

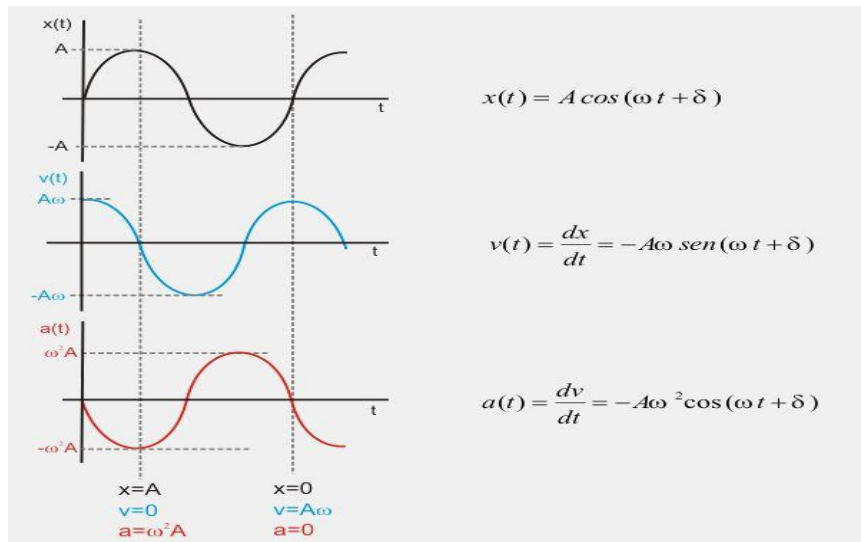


Figura 16: Posición, velocidad y aceleración de un sistema vibrante. Dominio temporal.

$\delta$  será una constante de fase y está determinada por las condiciones iniciales. Como se puede ver en la *Figura 16* la velocidad estará desfasada 90 grados y la aceleración 180 grados respecto de la posición.

Las vibraciones en el dominio del tiempo que son las señales capturadas directamente del sistema, tienen plasmada toda la información acerca del comportamiento. Sin embargo, existe un problema a la hora de realizar un diagnóstico, estas señales están cargadas de mucha información en forma muy compleja. Existen otras formas para realizar un estudio de vibraciones, entre las cuales se encuentra analizar las señales en el dominio de la frecuencia. Para ello se emplea la gráfica de amplitud frente a frecuencia que es conocida con el nombre de espectro. Esta es la mejor herramienta que se tiene actualmente para el análisis de vibraciones.

Fue precisamente el matemático francés Jean Baptiste Fourier (1768 - 1830) quien encontró la forma de representar una señal compleja en el dominio del tiempo por medio de series de curvas sinusoidales con valores de amplitud y frecuencia específicos. Entonces lo que hace un analizador de espectros que trabaja con la transformada rápida de Fourier es capturar una señal de un sistema, calcular todas las series de señales sinusoidales que contiene la señal compleja y por último mostrarlas de forma individual en una gráfica de espectro.

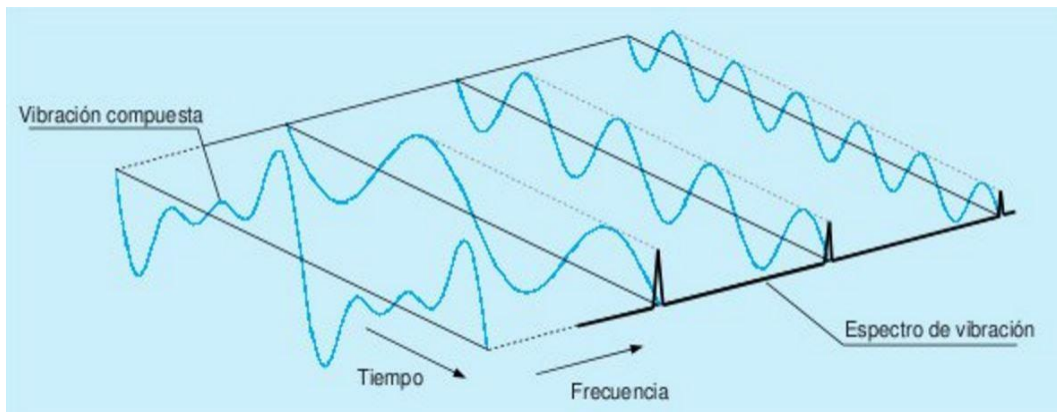


Figura 17: Procesado FFT de una onda vibratoria.



Figura 18: Ejemplo de transformada rápida de Fourier (FFT).

En la *Figura 18* se puede ver un ejemplo de una FFT en la que se aprecia fácilmente que el sistema tiene dos frecuencias predominantes. Esta herramienta será una de las que se utilizará en la parte experimental del TFG para la caracterización de las frecuencias naturales del TMD.

### 3.2.2 Sistema libre amortiguado. Modelo m-k-c.

El sistema ahora consta de un elemento disipador que en el modelo m-k no poseía. En este apartado se planteará un modelo para sistemas libres con amortiguamiento viscoso, que es el que se utilizará para estimar el amortiguamiento del amortiguador de masa sintonizado. Existen otros tipos de amortiguamiento, como el histerético o el amortiguamiento de Coulomb, pero en estos no se entrará en detalles en este trabajo.

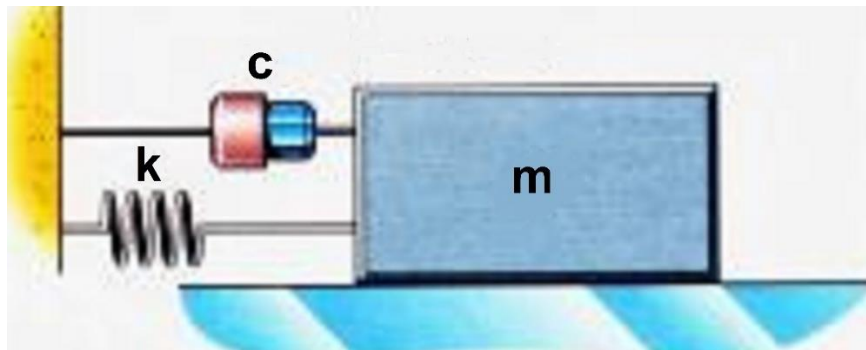


Figura 19: Sistema masa-resorte-amortiguamiento.

En la ecuación del movimiento del modelo anterior sólo se tenían en cuenta las fuerzas de inercia y la fuerza de la deformación del resorte, pues bien, para este modelo se tendrá que tener en cuenta otra fuerza más, que será la producida por el amortiguamiento viscoso.

La fuerza que surge por la incorporación al sistema de un amortiguador será proporcional a la velocidad de vibración mediante un coeficiente de amortiguación.

A partir de la ecuación del modelo m-k se obtendrá la ecuación del movimiento para este modelo, añadiendo la fuerza producida por el elemento disipador de energía. La nueva ecuación del movimiento que regirá este modelo será:

$$m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = 0 \quad (7)$$

Cuya solución es del tipo:

$$x = Ae^{\lambda t} \quad (8)$$

donde A es una constante. Derivando respecto del tiempo resulta:

$$\dot{x} = A\lambda e^{\lambda t} = \lambda x \quad (9)$$

Volviendo a derivar la velocidad respecto del tiempo:

$$\ddot{x} = \lambda \dot{x} = \lambda^2 x \quad (10)$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial de movimiento, quedará una ecuación algebraica de la forma:

$$(m\lambda^2 + c\lambda + k)x = 0 \quad (11)$$

Y como en general la elongación  $x \neq 0$ , queda:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (12)$$

cuyas raíces son:

$$\lambda = -\frac{c}{2m} \pm \frac{1}{2m} \sqrt{c^2 - 4km} \quad (13)$$

Las dos raíces  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , serán de la forma:

- Complejos conjugados si  $\Delta < 0$
  - Reales negativos si  $\Delta > 0$
  - Raíz doble si  $\Delta = 0$
- $$\Delta = c^2 - 4km \quad (14)$$



El sistema poseerá un amortiguamiento crítico que dependerá de la masa y la frecuencia propia. Dicho amortiguamiento se puede calcular con la siguiente expresión:

$$c_c = 2m\omega_n \quad (15)$$

El coeficiente de amortiguación  $c$  es dimensional, tiene unidades de [Ns/m] ó [kg/s], así que se va a introducir otro coeficiente para cuantificar el amortiguamiento del sistema, llamado factor de amortiguamiento ( $\zeta$ ) que será adimensional. Este nuevo coeficiente relacionará el amortiguamiento que tenemos en el sistema con su amortiguamiento crítico.

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (16)$$

Una vez que se ha definido el factor de amortiguamiento ( $\zeta$ ), se podrá expresar las soluciones de la ecuación (12)  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , en función de dicho factor y de la frecuencia natural del sistema.

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (17)$$

Después de todo lo definido hasta ahora, se podrá clasificar el tipo de amortiguamiento que tiene el sistema, según el valor que tome el factor de amortiguamiento ( $\zeta$ ), existirán tres tipos:

- **Subamortiguado**  $0 \leq \zeta < 1$

Si  $\zeta^2 - 1 < 0$ , se tendrán como soluciones de la ecuación (12) dos raíces complejas conjugadas,

$$\lambda_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} j \quad y \quad \lambda_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} j.$$

La solución de la ecuación diferencial (7) será de la forma:

$$x(t) = a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t} \quad a_1 \text{ y } a_2 \text{ complejos} \quad (18)$$

Utilizando la fórmula de Euler,

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j\text{sen}(\alpha) \quad (19)$$

Se puede reescribir la solución general como:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} [A_1 \cos(\omega_d t) + A_2 \text{sen}(\omega_d t)] \quad (20)$$

$$x(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \phi) \quad (21)$$

En las ecuaciones (20) y (21) aparece otra frecuencia distinta de la de resonancia, llamada frecuencia amortiguada, que se puede calcular de la siguiente manera:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (22)$$

Como se puede deducir de la ecuación (22), esta nueva frecuencia coincidirá con la frecuencia propia si el amortiguamiento es nulo, por lo que, para cualquier amortiguamiento en el sistema por pequeño que sea,  $\omega_d < \omega_n$  lo que implica que el periodo amortiguado sea mayor que el periodo natural.

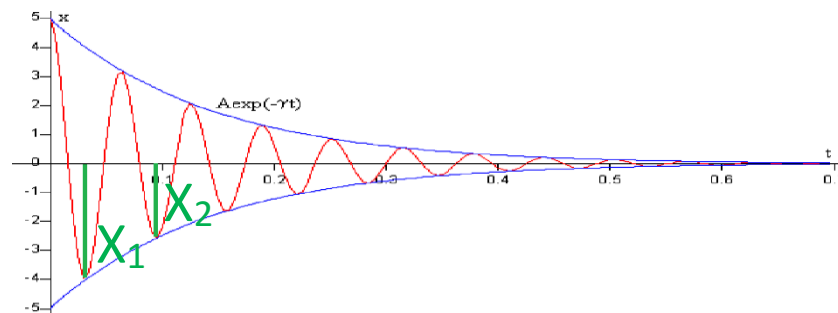


Figura 20: Movimiento oscilatorio subamortiguado.

Un método que se utilizará para calcular el amortiguamiento del sistema será el decremento logarítmico, la expresión (23) indica el modo de calcularlo.

$$\delta = \ln \frac{X_1}{X_2} = \zeta \omega_n T = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \approx 2\pi\zeta \quad (23)$$

Si el amortiguamiento es débil implica que  $\delta$  sea pequeño.

- **Sobreamortiguado**  $\zeta > 1$

En este caso  $\zeta^2 - 1 > 0$ , entonces las soluciones de la ecuación (12), serán raíces reales negativas,

$$\lambda_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad y \quad \lambda_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} .$$

La solución general para este caso será una combinación lineal de las posibles soluciones, quedará de la forma:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[ A_1 e^{-\omega_n t \sqrt{\zeta^2 - 1}} + A_2 e^{\omega_n t \sqrt{\zeta^2 - 1}} \right] \quad (24)$$

En un sistema con este tipo de amortiguamiento, el sistema no oscila, vuelve a su posición de equilibrio de manera exponencial.

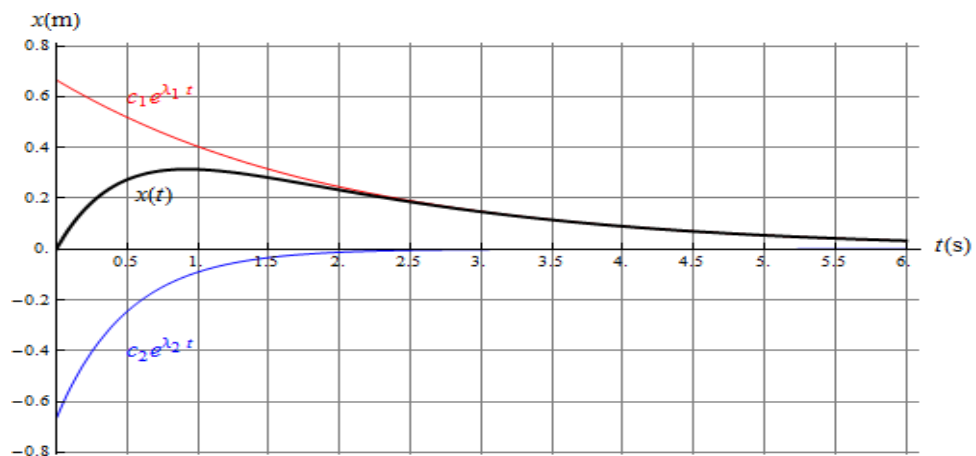


Figura 21: movimiento sobreamortiguado.

- **Critico  $\zeta = 1$**

El factor de amortiguamiento en este caso es la unidad, lo que condiciona que  $\zeta^2 - 1 = 0$ , con lo cual se obtendrá una raíz doble como solución de la ecuación (7) de valor:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\omega_n$$

Para un amortiguamiento critico la solución general será de la forma:

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\omega_n t} \quad (25)$$

El sistema no oscila, la masa recupera la posición de equilibrio en el menor tiempo posible, es el caso límite entre la oscilación y la no oscilación.

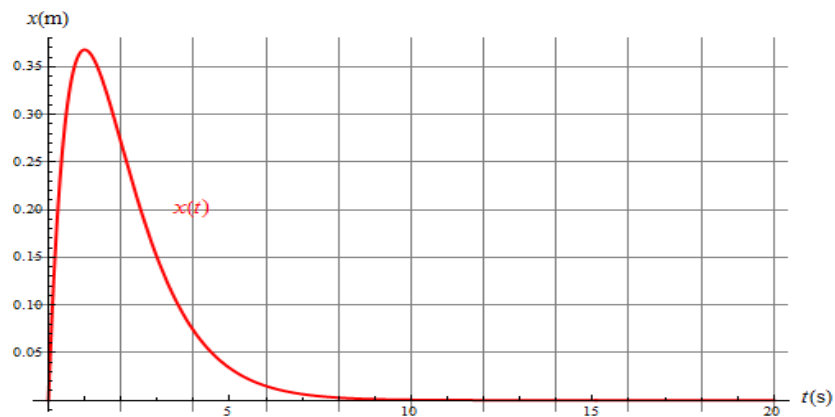


Figura 22: Movimiento críticamente amortiguado.

# Capítulo IV

## 4 Caracterización teórica de la frecuencia natural del TMD.

El objetivo que se persigue en este capítulo, será poder conocer la frecuencia natural del TMD sin necesidad de tener que medirlo experimentalmente, para ello se desarrollará una herramienta que cumpla dicho objetivo.

### 4.1 Identificación de un modelo para el estudio frecuencial del TMD.

El objetivo principal del presente trabajo fin de grado será caracterizar la frecuencia natural del TMD en función de su masa y su rigidez.

En la *Figura 23*, se puede ver el sistema en cuestión montado sobre una estructura, matizar que tanto el TMD y la estructura son modelos a escala.



*Figura 23: TMD.*

El sistema mostrado en la figura anterior se asemeja con una viga empotrada en voladizo con una masa puntual en su extremo libre, con lo cual, para hacer una primera aproximación se tratará el sistema como si fuera el caso que aparece en la *Figura 24*.

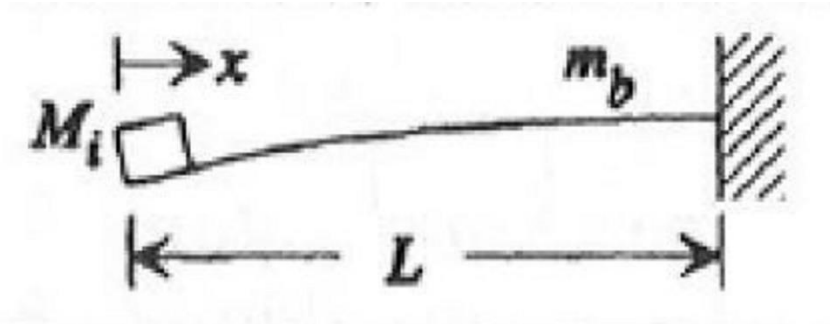


Figura 24: Modelo viga en voladizo con masa puntual.

La frecuencia natural de un sistema de este tipo se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3(M_i + 0.2357m_b)}} \quad (26)$$

$M_i$  = masa concentrada

$m_b$  = masa total de la viga

$L$  = longitud de la viga

$E$  = módulo de elasticidad

$I$  = momento de inercia

En el capítulo anterior se vio una fórmula mas simple para calcular la frecuencia propia de un sistema de un grado de libertad. Pues bien, si se iguala la ecuacion (5) y la ecuacion (26), se obtiene:

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (27)$$

La expresión (27) se corresponde con la rigidez que tiene una viga en voladizo como la de la Figura 24. Se utilizaría esta expresión para calcular la rigidez si nuestro sistema fuese un empotramiento perfecto.

En el caso que se esta tratando se tendra que calcular la rigidez de otra manera, pues a parte de la rigidez de la varilla, se tiene que tener en cuenta la rigidez de la parte vertical de bastidor.

## 4.2 Aplicación del principio de las fuerzas virtuales para el cálculo de la rigidez.

En el apartado anterior se ha visto que la rigidez de la varilla se podría calcular con la ecuación (27) si se tuviese un empotramiento perfecto, pero como no es el caso, se ha tenido que calcular la rigidez por otro método que se describirá a continuación.

En ingeniería, la rigidez es una medida cualitativa de la resistencia a las deformaciones elásticas producidas por un material, que contempla la capacidad de un elemento para soportar esfuerzos sin adquirir grandes deformaciones.

Los coeficientes de rigidez son magnitudes físicas que cuantifican la rigidez de un elemento resistente bajo diversas configuraciones de carga. Normalmente las rigideces se calculan como la razón entre una fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza.

$$K_i = \frac{F_i}{\delta_i} \quad (28)$$

Se utilizará la ecuación (28) para calcular la rigidez del TMD, pero para ello se necesitará conocer primero el desplazamiento que existe en el extremo libre de la viga en voladizo, dicho desplazamiento se calculará utilizando el principio de las fuerzas virtuales (PFV).

El PFV es una herramienta que permite calcular giros o desplazamientos selectivos de una estructura, con lo cual será muy útil para calcular el desplazamiento necesario para poder aplicar la ecuación (28).

Para resolver el PFV se necesitará conocer las leyes de esfuerzos de los denominados problema real y problema virtual.

El problema real se corresponderá con el estado de cargas al que está sometida la estructura, mientras que el problema virtual se corresponde con cualquier sistema arbitrario de cargas en equilibrio actuando sobre la misma estructura. Aunque las cargas del problema virtual pueden ser cualesquiera, interesará trabajar con sistemas virtuales constituidos por cargas puntuales y momentos concentrados.

La ecuación del PFV será la siguiente:

$$\int_0^L \left( N_x^\psi \frac{N_x}{EA} + M_z^\psi \frac{M_z}{EI_z} \right) dx = \sum_{i=1}^{nP} P_i^\psi \delta_i + \sum_{j=1}^{nM} M_j^\psi \varphi_j \quad (29)$$

$N_x$  = esfuerzo axil del problema real

$M_z$  = momento flector del problema real

$N_x^\psi$  = esfuerzo axil del problema virtual

$M_z^\psi$  = momento flector del problema virtual

$E$  = módulo de elasticidad

$A$  = área sección

$I_z$  = momento de inercia

$P_i^\psi$  = carga aplicada en el problema virtual

$\delta_i$  = desplazamiento de la sección del problema real

$M_j^\psi$  = momento aplicado en el problema virtual

$\varphi_j$  = giro de la sección del problema real

### 4.3 Cálculo de la rigidez del TMD.

Una vez descrito el concepto del PFV, en este apartado se planteará y resolverá a través de esta herramienta el cálculo del desplazamiento que interesa para el cálculo de la rigidez del TMD.

En la *Figura 25* se puede ver el prototipo de TMD que se ha utilizado para la toma de medidas experimentales, pero a la hora de crear un modelo teórico para el cálculo de la rigidez se ha simulado un sistema como el de la *Figura 26*.



*Figura 25: Prototipo TMD utilizado en toma de datos experimentales.*



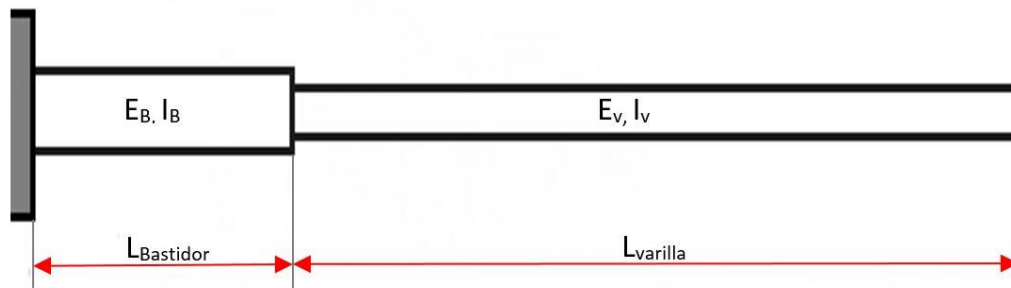


Figura 26: TMD modelizado para el cálculo de rigidez teórica.

$E_B$  = módulo de elasticidad del bastidor

$E_V$  = módulo de elasticidad de la varilla

$I_B$  = momento de inercia del bastidor

$I_V$  = momento de inercia de la varilla

$L_B$  = longitud del bastidor

$L_V$  = longitud de la varilla

A continuación, se plantean el problema real y el problema virtual para la resolución del PFV.

- **Problema real.**

En la *Figura 27* se representa mediante barras un modelo que simula el comportamiento del TMD en cuestión. Este sería el estado de cargas al que está sometido, por lo cual, este será problema real.

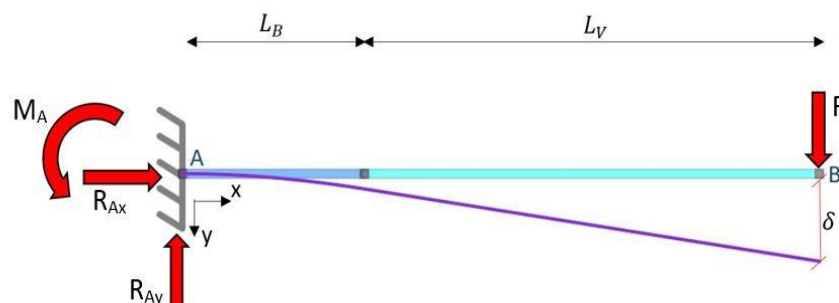


Figura 27: Problema real.

Para resolver el PFV se necesitará conocer las leyes de esfuerzos, pero antes será necesario calcular las reacciones del empotramiento.

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & & R_{Ax} = 0 \\ \sum F_y = 0 & & R_{Ay} - F = 0; \quad R_{Ay} = F \\ \sum M_z = 0 & & M_A - F(L_B + L_V) = 0; \quad M_A = F(L_B + L_V) \end{aligned}$$

Una vez que se tienen las reacciones, se calculan las leyes de esfuerzos internos.

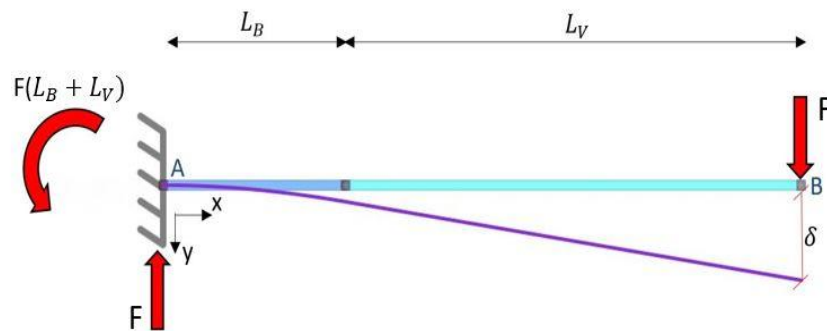


Figura 28: Reacciones problema real.

Las leyes de esfuerzos del problema real serán:

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 & \quad F - V_y(x) = 0; \quad V_y = F \\ \sum M_z = 0 & \quad M_z(x) + F(L_B + L_V) - Fx = 0; \quad M_z(x) = Fx - F(L_B + L_V) \end{aligned}$$

Se van a agrupar  $L_B$  y  $L_V$  en una variable única para simplificar las ecuaciones.

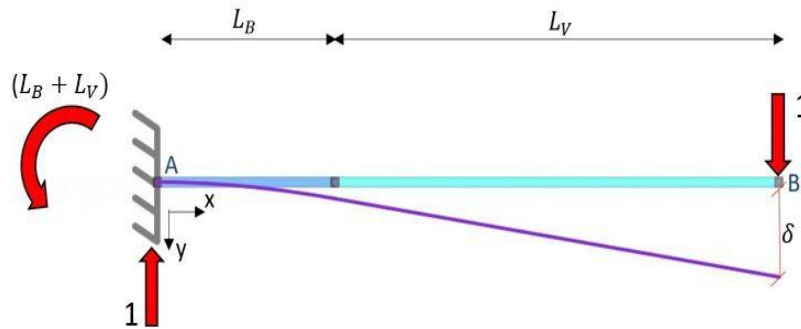
$$L_B + L_V = a$$

Si se sustituye esta nueva variable la ley de momentos quedará:

$$M_z(x) = Fx - Fa \quad M_z(x) = (x - a)F$$

- **Problema virtual.**

En el problema virtual se puede elegir cualquier sistema de cargas mientras estén en equilibrio, así que se tratará de escoger el conjunto de cargas más sencillo posible y que sirva para calcular el desplazamiento deseado. En la *Figura 29* se representa el problema virtual elegido.



*Figura 29: Problema virtual.*

Al igual que en el problema real, se necesitará conocer las leyes de esfuerzos internos del problema virtual para aplicar el PFV. Los esfuerzos del problema virtual irán con el superíndice  $\psi$  para distinguirlos de los del problema real.

Las leyes de esfuerzos del problema virtual serán:

$$\sum F_y = 0 \quad 1 - V_y^\psi(x) = 0; \quad V_y^\psi = 1$$

$$\sum M_z = 0 \quad M_z^\psi(x) + (L_B + L_V) - x = 0; \quad M_z^\psi(x) = x - (L_B + L_V)$$

Al igual que en el problema real,  $L_B + L_V = a$ , con lo cual la ley de momentos flectores quedará:

$$M_z^\psi(x) = (x - a)$$

Una vez que se tienen calculados los esfuerzos de los dos problemas se procede a aplicar el PFV para calcular el desplazamiento del extremo libre.

Pero antes de ello, conviene aclarar que para el modelo que se está estudiando (Figura 26) se tienen dos barras bien diferenciadas, con lo cual, los momentos de inercia, áreas y módulos de elasticidad pueden ser distintos.

Además, en este caso en particular no tenemos esfuerzos axiales, con lo cual, se reducirá el número de operaciones matemáticas en la resolución del PFV.

Resolución del PFV:

$$\int_0^L \left( N_x^\psi \frac{N_x}{EA} + M_z^\psi \frac{M_z}{EI_z} \right) dx = \sum_{i=1}^{nP} P_i^\psi \delta_i + \sum_{j=1}^{nM} M_j^\psi \varphi_j \quad (29)$$

$$1 * \delta + 1 * 0 + (L_B + L_V) * 0 =$$

$$= \int_0^{L_B} \frac{(x-a)F(x-a)}{EI_B} dx + \int_{L_B}^{L_B+L_V} \frac{(x-a)F(x-a)}{EI_V} dx =$$

$$= \int_0^{L_B} \frac{(x-a)^2 F}{EI_B} dx + \int_{L_B}^{L_B+L_V} \frac{(x-a)^2 F}{EI_V} dx =$$

$$= \frac{F}{EI_B} \int_0^{L_B} (x-a)^2 dx + \frac{F}{EI_V} \int_{L_B}^{L_B+L_V} (x-a)^2 dx =$$

$$= \frac{F}{EI_B} \int_0^{L_B} (x^2 + a^2 - 2ax) dx + \frac{F}{EI_V} \int_{L_B}^{L_B+L_V} (x^2 + a^2 - 2ax) dx =$$

$$= \frac{F}{EI_B} \left( \frac{x^3}{3} + a^2 x - ax^2 \right) \Big|_0^{L_B} + \frac{F}{EI_V} \left( \frac{x^3}{3} + a^2 x - ax^2 \right) \Big|_{L_B}^{L_B+L_V}$$

Reordenando la ecuación anterior quedará:

$$\delta = \frac{F}{EI_B} \left( \frac{x^3}{3} + a^2x - ax^2 \right) \Big|_0^{L_B} + \frac{F}{EI_V} \left( \frac{x^3}{3} + a^2x - ax^2 \right) \Big|_{L_B}^{L_B+L_V}$$

Para calcular el desplazamiento bastará con sustituir los límites de integración en la ecuación anterior.

El límite  $L_B$  será constante en todos los casos pues se refiere a la longitud del bastidor y este será fijo siempre. Mientras que el límite  $L_V$  puede variar según el caso que se esté estudiando, pues se refiere a la longitud de la varilla y esta es un parámetro de entrada a la hora de variar la rigidez del TMD.

Una vez se tiene el desplazamiento  $\delta$  se puede calcular la rigidez utilizando la ecuación (28).

$$K_i = \frac{F_i}{\delta_i} \quad (28)$$

Al principio del capítulo se planteó la ecuación (26), la cual, no era apropiada para calcular la frecuencia propia del TMD. Y la ecuación (27) que tampoco lo era para calcular la rigidez del sistema.

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{L^3(M_i + 0.2357m_b)}} \quad (26)$$

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (27)$$

Pues bien, sustituyendo la ecuación (27) en la ecuación (26), se obtiene la ecuación (30) que será más adecuada para la caracterización frecuencial del TMD, pues ahora la rigidez  $k$  será la calculada por el PFV.

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{(M_i + 0.2357m_b)}} \quad (30)$$



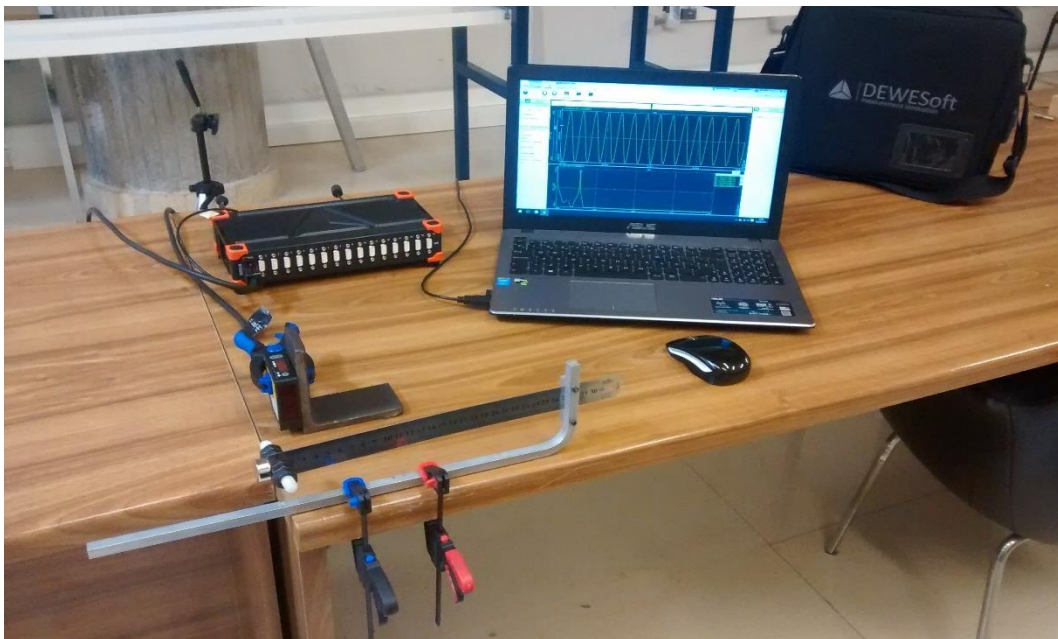
# Capítulo V

## 5 Medida experimental de la frecuencia natural del TMD. Comparación de resultados.

En este capítulo se expondrá el método experimental que permite medir la frecuencia natural de TMD y se compararán los resultados obtenidos con los resultados teóricos calculados por el método teórico expuesto en el capítulo anterior.

### 5.1. introducción al método experimental.

En la *Figura 30* se puede ver montado el prototipo de TMD y los aparatos de medida que se utilizan para el registro experimental de la frecuencia de resonancia del sistema.

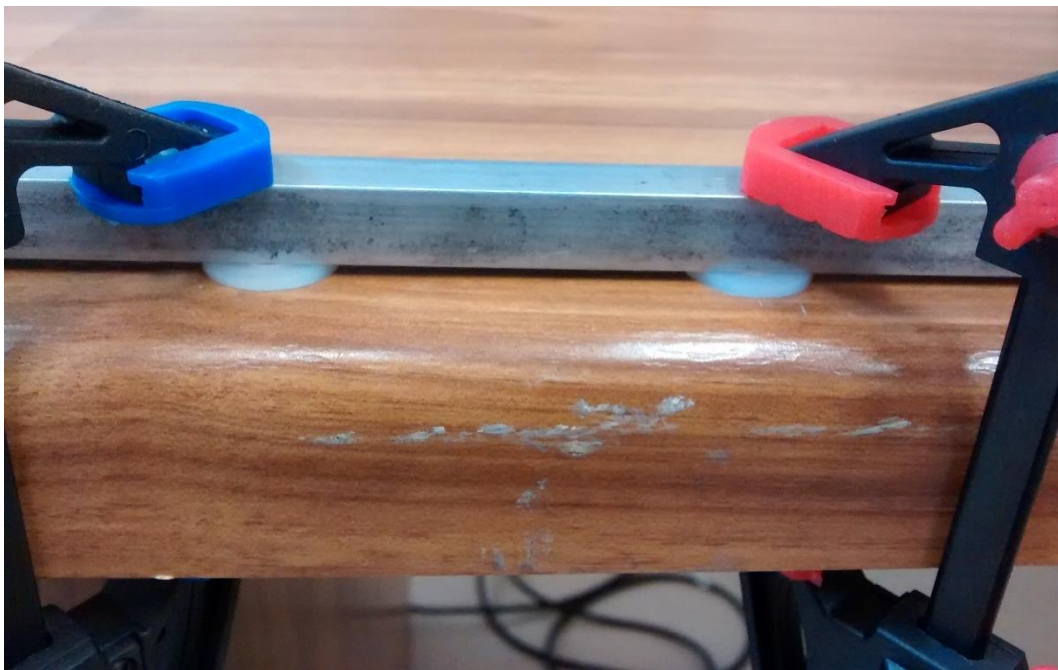


*Figura 30: Método de medida experimental.*

Antes de desarrollar el procedimiento seguido para la recogida de datos, se va a explicar brevemente el montaje del TMD al banco de pruebas y los aparatos de medida utilizados.

### 5.1.1 Fijación del TMD al banco de pruebas.

El TMD ha sido diseñado para ser montando en la maqueta de una estructura como se ve en la *Figura 11* y fijado a ella de la manera que aparece en la *Figura 12*. Pero para facilitar la toma de datos experimentales el TMD se ha montado sobre un banco de pruebas como se ve en la *Figura 30*. La fijación de este al banco se realiza con dos sargentos, la posición de estos coincidirá con los agujeros que se usan para unir el TMD a la estructura y así reproducir de manera más fiable la situación de la unión TMD-estructura.



*Figura 31: Fijación TMD al banco de pruebas.*

En la *Figura 31* se muestra con detalle la fijación del prototipo al banco de pruebas. Como se puede ver en la imagen entre el bastidor y el banco se ha introducido una arandela de plástico para así evitar el rozamiento de todo el largo del bastidor con la superficie del banco y así simular mejor su comportamiento, pues cuando este montado sobre la estructura la mayor parte del bastidor está en voladizo. (ver en *Figura 23*).



## 5.1.2 Instrumento de medida.

El instrumental utilizado para la recogida de datos ha sido un sensor de desplazamiento o vibrómetro láser. Es un instrumento de medida para la cuantificación de oscilaciones mecánicas en una, dos y tres dimensiones. Últimamente se ha relacionado con metrología de superficies de cuerpos relativamente medianos (meso) y microscópicos (micro) para ayudar a hacer análisis modal y correlacionar resultados experimentales con Análisis de Elementos Finitos.

Para este proyecto se ha utilizado un sensor laser de la marca Panasonic modelo HL-G112-A-C5 como el que se puede ver en la *Figura 32*.

El vibrómetro posee un rango de medida de  $\pm 60$  mm y una resolución de  $8\mu\text{m}$ . Para una correcta toma de datos la distancia al centro de medición debe de ser de 120mm. En el anexo A se puede encontrar las especificaciones completas.



*Figura 32: Sensor de desplazamiento láser utilizado en el registro de datos.*



*Figura 33: Detalle del sensor de desplazamiento láser.*

El láser cuenta con un conector D-SUB de 9 pines como el de la *Figura 34* con el que conectará al sistema de procesado de señal.



*Figura 34: Conector D-SUB.*

Al propio conector se le ha acoplado un cable que sirva de alimentación de energía para el sensor láser, que irá conectado también al dispositivo de procesado de datos. *Figura 35.*



*Figura 35: Alimentación del sensor láser.*

### 5.1.3 Dispositivo de registro de señal.

La adquisición de datos se ha llevado a través del hardware SIRIUS HD-STG desarrollado por el fabricante DEWEsoft, como el de la *Figura 36*.



*Figura 36: SIRIUS HD-STG.*

Dicho dispositivo consta de 16 canales de entrada del tipo D-SUB, donde se podrá conectar el sensor láser de desplazamiento.

Para poder procesar los datos registrados es necesario conectar el hardware (SIRIUS) a algún dispositivo donde se tenga instalado el software específico del sistema proporcionado por el fabricante (DEWEsoft), para ello el SIRIUS HD-STG dispone de un puerto usb 2.0. El resto de características y especificaciones aparecerán descritas en el anexo B.

La figura 37 muestra un ejemplo de registro procesado con el software proporcionado por el fabricante.

Software: Dewesoft X2, versión SP5.



Figura 37: Ejemplo de registro procesado.

El software anterior permite visualizar la señal temporal registrada en tiempo real, así como la FFT. Además, se podrán grabar las señales y exportar los datos en distintos formatos como, por ejemplo, .txt o .xlsx.

## 5.2 Configuración del software de procesamiento de datos.

La toma de datos experimentales en esta parte del trabajo se centrará en la obtención de la frecuencia propia del TMD para las distintas situaciones. Será un proceso que se puede hacer en modo online pues es software anteriormente mencionado lo permite, sin necesidad de postprocesar los datos registrados con otros programas.

Lo primero que hay que hacer, antes de nada, será seleccionar el sensor que queremos utilizar en el software, en este caso el sensor láser, esto se hará en la pestaña acquisition\Ch. setup\ analog in\. En esta pestaña se pueden ver todos los canales de entrada de que dispone el SIRIUS HD-STG.

Una vez localizado el canal deseado será necesario configurar el láser con la calibración adecuada. Para entrar configurar el láser se accede desde el botón Setup que aparece en la parte derecha de la pantalla.

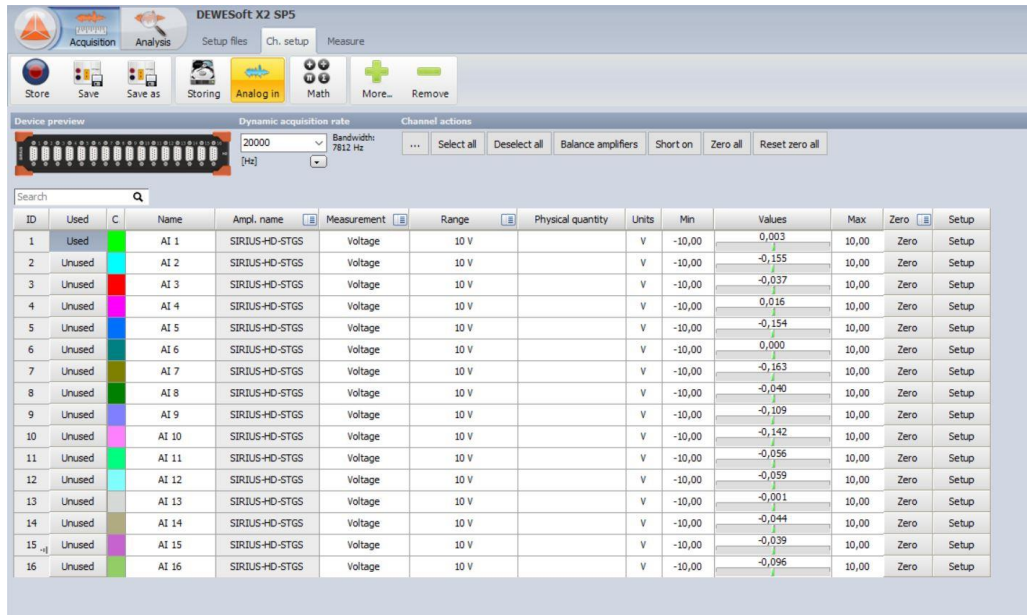


Figura 38: Pantalla del software para seleccionar sensor láser.

Cuando se acceda al Setup, aparecerá una pantalla como la de la Figura 39, donde se añadirá la calibración requerida por el láser.

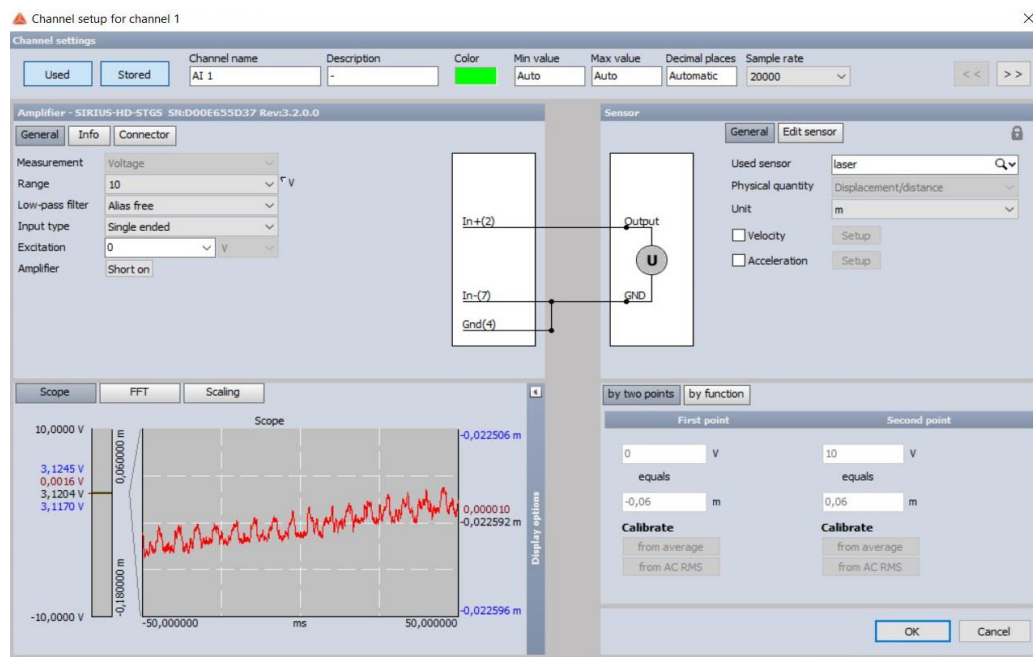


Figura 39: Menú de calibración de sensor de desplazamiento láser.

Como ya se mencionó en el apartado 5.1.2 el sensor de desplazamiento láser con el que se van a registrar las señales tiene un rango de medida, que se debe respetar para que la toma de datos sea la correcta.

La calibración de instrumento de medición se ha adecuado para que situando el centro de medición a 120mm del láser, la señal registrada oscile respecto a cero.

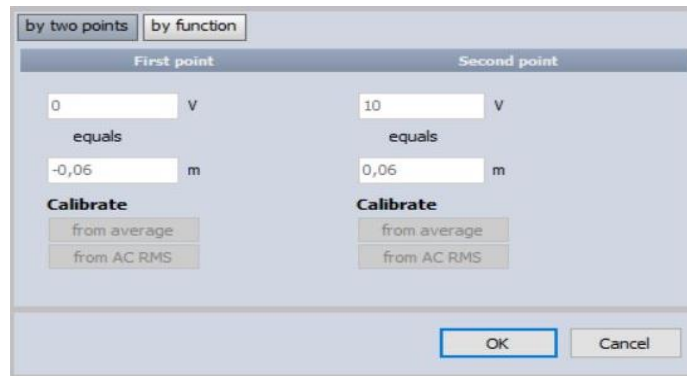


Figura 40: Calibración de sensor de desplazamiento láser.

En la *Figura 40* aparecen los valores proporcionados por el fabricante para la calibración del instrumento de medida.

Una vez añadida la calibración del sensor se configurará la interfaz para que se muestre por pantalla los datos deseados de la señal registrada. En este caso se diseñará la pantalla para que se muestre la señal temporal y la FFT correspondiente.

El software muestra por defecto solamente la señal temporal registrada, asique para que se muestre también la FFT se accederá a la pestaña *acquisition\design*. En la *Figura 41* se muestra como se añade esta opción.

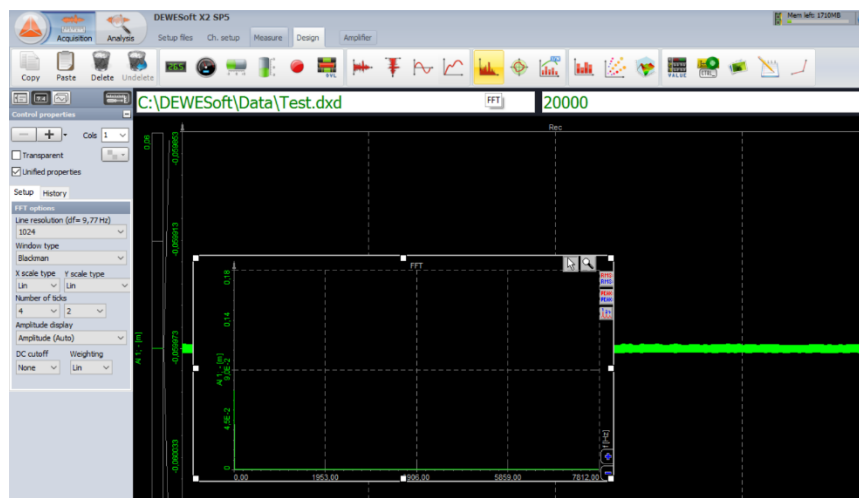


Figura 41: Diseño de pantalla. Añadir FFT.

Una cuestión importante para la ventana de la FFT será que el eje de ordenadas debe de estar en escala logarítmica. También se pondrá la máxima resolución posible que acepte el sensor. Las configuraciones anteriores se harán desde la pestaña Setup que aparece en la parte izquierda de la pantalla.

Por último, un detalle a tener en cuenta, que no influye en el mal funcionamiento del software, pero si en la precisión del valor de la frecuencia natural mostrada por pantalla será la frecuencia muestreo con la que se esté registrando la señal.

A modo de ilustrar lo mencionado anteriormente, si se muestra a 20000 datos por segundo se obtiene una resolución de 0.61Hz en cambio si se hace a 200 datos por segundo la resolución sería 0.0061 Hz.

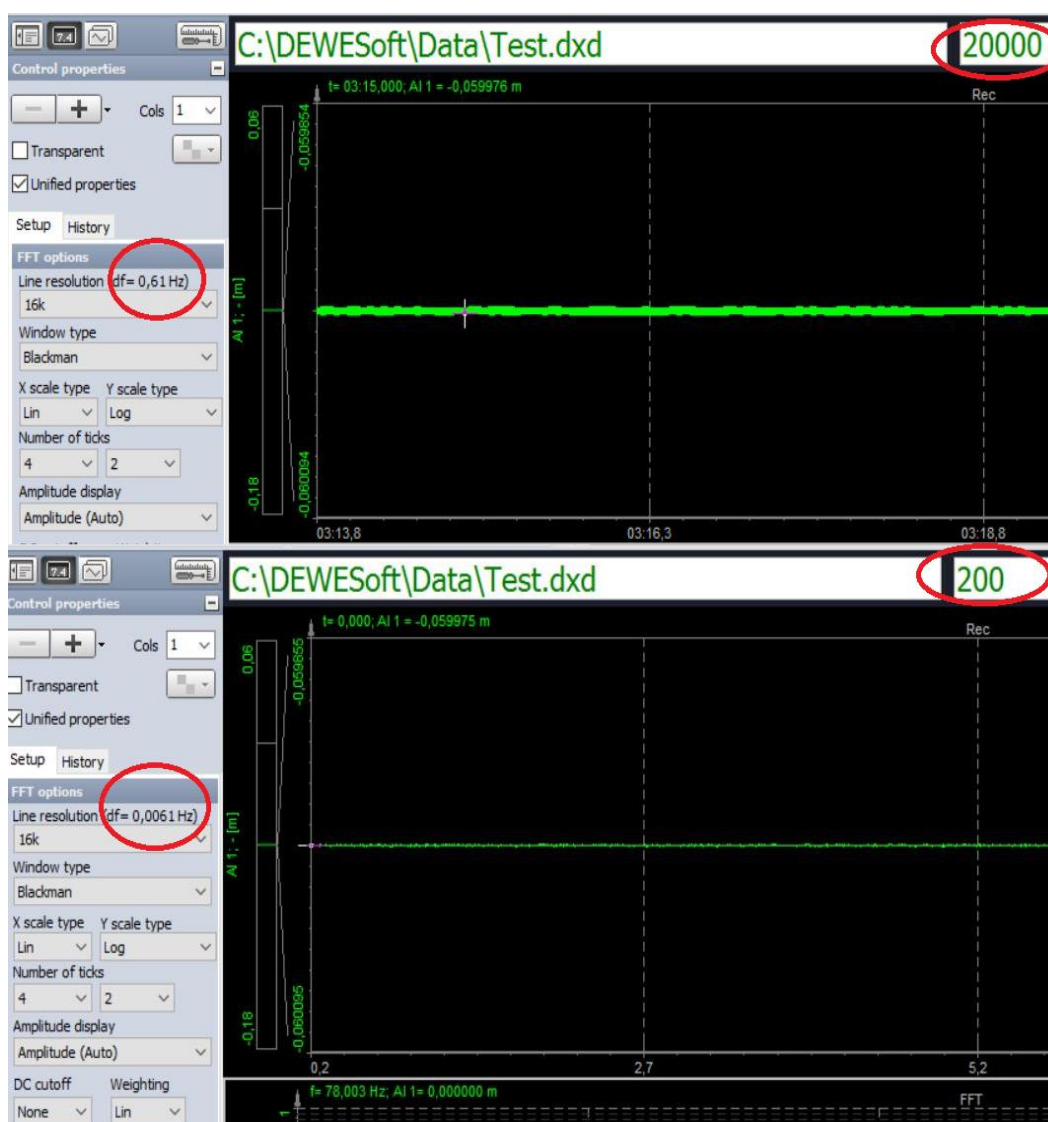


Figura 42: Variación de la resolución con la frecuencia de muestreo.

Para todos los experimentos realizados se registrarán los datos siempre con una frecuencia de muestreo de 200 datos por segundo, para obtener una resolución aceptable. La desventaja de registrar a tan baja frecuencia será que se necesitará más tiempo para obtener la FFT.

### 5.3 Proceso de toma de datos.

El proceso de registro será un proceso repetitivo que consistirá en fijar una distancia  $L$  de longitud de varilla y para esa distancia ir añadiendo masa al sistema para ver cómo cambian las frecuencias de resonancia del TMD.

Se empezará con una masa mínima que la formarán dos tuercas, una varilla de plástico y un imán. Después de medir el caso anterior se añadirá otra tuerca más y así sucesivamente.

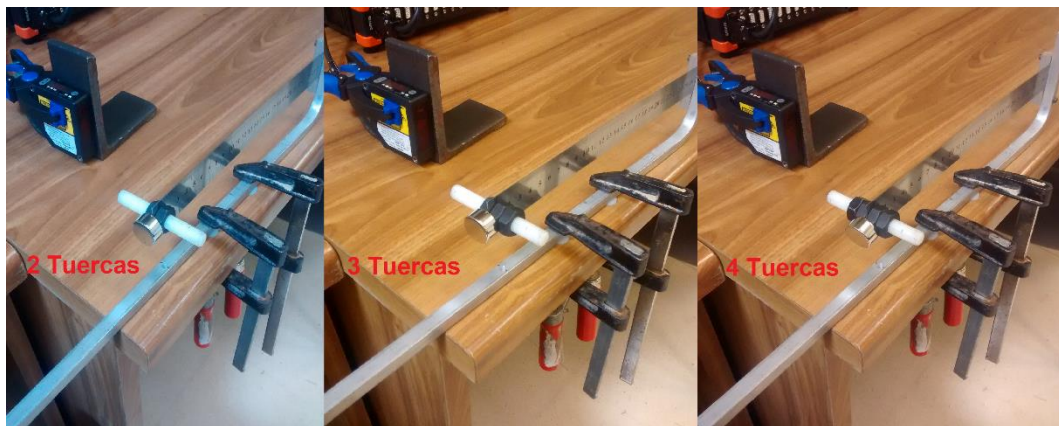


Figura 43: Proceso de toma de datos.

Para accionar el sistema, se le dará un impulso con la mano, no demasiado fuerte y procurando empezar siempre con la misma amplitud.

### 5.4 Herramienta para el cálculo de la frecuencia natural teórica.

En el capítulo anterior se plantearon las ecuaciones y se desarrolló el método por el cual se iba a obtener la frecuencia de resonancia del TMD. La resolución manual de las ecuaciones no será muy compleja pero sí muy laboriosa, por lo cual, se ha utilizado una hoja de Microsoft Excel para facilitar y agilizar la tarea de cálculo de la frecuencia propia del TMD.



En dicha hoja se tendrán que introducir tanto los datos referidos al material y la geometría del bastidor como los de la varilla. A parte de estos datos fijaremos como variables de entrada la longitud de la varilla y la masa puntual que haya en el extremo libre y como variable de salida la frecuencia propia del sistema para cada caso.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
1	DATOS VARILLA		MASAS (Kg)	M1	0,04899	LONGITUD	0,27	PFV	DESPLAZAMIENTOS	ktotal	w estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error						
2	densidad (Kg/m)	0,097407	TOR.PLAS	0,00537	M2	0,05885	LbHv	0,42	0,000315391	7,266427	1,902551963	1,904	0,0761%						
3	E (Pa)	2,10E+11	IMAN	0,0239	M3	0,06871	DELTA L	0	0,516819921		1,741212022	1,727	-0,8229%						
4	b (m)	0,0263	TUERCAS	0,00986	M4	0,07857	DELTA M1	0	0,379516086		1,614996359	1,624	0,5544%						
5	h (m)	0,00047			M5	0,08943	DELTA M2	0,3			1,512768405	1,532	1,2553%						
6	Iz (m^4)	2,27945E-13			M6	0,09829					1,427780857	1,44	0,8486%						
7	LONG (m)	0,27			M7	0,10815					1,355675742	1,361	0,3912%						
8	DATOS BASTIDOR				M8	0,11801					1,293496192	1,294	0,0389%						
9	H (m)	0,01			M9	0,12787					1,239155845	1,233	-0,4993%						
10	Izb (m^4)	8,33333E-10			M10	0,13773					1,191134839	1,184	-0,6026%						
11	E (Pa)	6,90E+10			M11	0,14759					1,148296241	1,129	-1,7091%						
12	Lb (m)	0,15									1,109770313	1,074	-3,3306%						
13																			
14																			
15																			
16																			
17																			
18																		error promedio	-0,0465%

Figura 44: Hoja Excel para calcular la frecuencia.

Dicha hoja de Excel utilizará la ecuación (30),

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{(M_i + 0.2357m_b)}} \quad (30)$$

para devolver la variable de salida que se desea. Pero antes se necesitarán conocer la rigidez k, las masas puntuales  $M_i$  y la masa total de la varilla  $m_b$ .

La rigidez se obtendrá de manera automática al introducir la longitud de la varilla pues se ha programado la herramienta de cálculo con las ecuaciones del PFV. En cuanto a la masa puntual ( $M_i$ ) siempre se tendrán las mismas ( $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{11}$ ), que se corresponden con ir añadiendo tuercas de una en una a la masa inicial. Y por último el 23.57% de la masa total de la varilla se obtendrá a través de la densidad lineal de la misma.

Por lo tanto, fijada una longitud L de la varilla y las masas puntuales, el programa devolverá las frecuencias de resonancia para cada caso.



## 5.5 Resultados teóricos de frecuencia natural.

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos a través de la herramienta de cálculo anterior, se ha estudiado el comportamiento de tres varillas distintas y para cada una de ellas tres casos diferente longitud.

### VARILLA 1

Material: acero

Sección: rectangular

DATOS VARILLA		
densidad (Kg/m)	0,149187	sección
E (Pa)	2,10E+11	
b (m)	0,0257	
h (m)	0,00068	
Iz (m <sup>4</sup> )	6,73409E-13	
Lv (m)	0,24	
DATOS BASTIDOR		
H (m)	0,01	sección
Izb (m <sup>4</sup> )	8,33333E-10	
E (Pa)	6,90E+10	
Lb (m)	0,15	


  


Figura 45: Datos varilla 1.

- $L_v = 24 \text{ cm}$ .

Aplicando el PFV con los datos de la *Figura 44* se obtiene el desplazamiento  $\delta$  y con él la rigidez  $k$ .

$$\delta = 0.032848502 \text{ m.}$$

$$k = 30.4428 \text{ N/m}$$

Con la rigidez y las distintas masas puntuales se calculará la frecuencia natural del TMD, utilizando la ecuación (30). Los resultados obtenidos se han tabulado en la *Tabla 1*.

MASA PUNTUAL $M_i$ (Kg)	FRECUENCIA NATURAL (Hz)
0.04899	3.66434
0.05885	3.38524
0.06871	3.16152
0.07857	2.97700
0.08843	2.82143
0.09829	2.68794
0.10815	2.57177
0.11800	2.46947
0.12787	2.37848
0.13773	2.29685
0.14759	2.22310

Tabla 1: Frecuencias naturales de la varilla 1 para distintas masas, fijado  $L_v=24$ cm.

Para el resto de los casos, se procederá de la misma forma, con lo cual solo se presentarán los resultados tabulados.

- $L_v = 27$  cm.

MASA PUNTUAL $M_i$ (Kg)	FRECUENCIA NATURAL (Hz)
0.04899	3.04504
0.05885	2.81684
0.06871	2.63328
0.07857	2.48149
0.08843	2.35325
0.09829	2.24303
0.10815	2.14697
0.11800	2.06229
0.12787	1.98690
0.13773	1.91921
0.14759	1.85800

Tabla 2: Frecuencias naturales de la varilla 1 para distintas masas, fijado  $L_v=27$ cm

- $L_v = 30$  cm.

MASA PUNTUAL $M_i$ (Kg)	FRECUENCIA NATURAL (Hz)
0.04899	2.57799
0.05885	2.38784
0.06871	2.23438
0.07857	2.10716
0.08843	1.99945
0.09829	1.90673
0.10815	1.82582
0.11800	1.75441
0.12787	1.69077
0.13773	1.63355
0.14759	1.58184

Tabla 3: Frecuencias naturales de la varilla 1 para distintas masas, fijado  $L_v = 30$  cm.

## VARILLA 2

Material: acero

Sección: rectangular

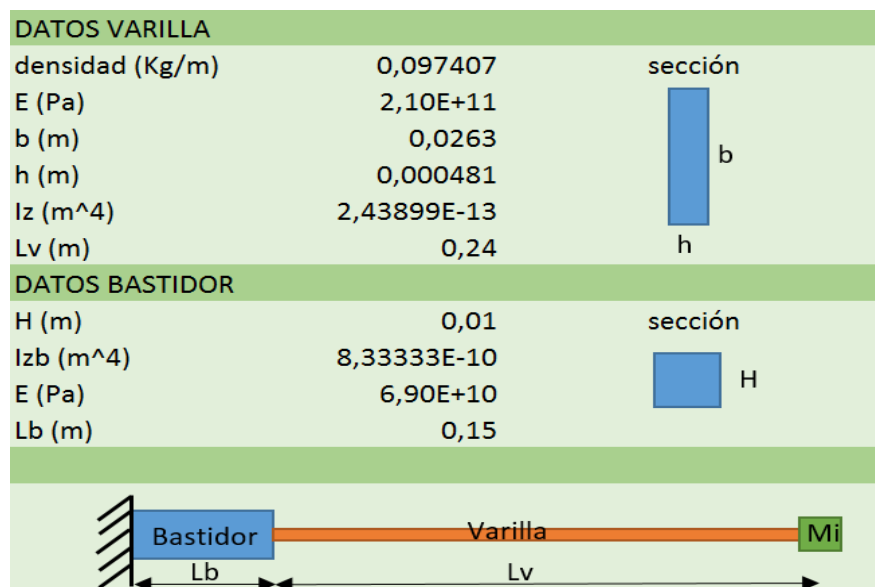


Figura 46: Datos varilla 2.

- $L_v = 24$  cm.

MASA PUNTUAL $M_i$ (Kg)	FRECUENCIA NATURAL (Hz)
0.04899	2.26957
0.05885	2.08849
0.06871	1.94483
0.07857	1.82724
0.08843	1.72869
0.09829	1.64453
0.10815	1.57158
0.11800	1.50755
0.12787	1.45076
0.13773	1.39994
0.14759	1.35411

Tabla 4: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado  $L_v = 24$  cm.

- $L_v = 27$  cm.

MASA PUNTUAL $M_i$ (Kg)	FRECUENCIA NATURAL (Hz)
0.04899	1.89055
0.05885	1.74138
0.06871	1.62274
0.07857	1.52544
0.08843	1.44378
0.09829	1.37398
0.10815	1.31340
0.11800	1.26019
0.12787	1.21297
0.13773	1.17068
0.14759	1.13253

Tabla 5: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado  $L_v = 27$  cm.

- $L_v = 30$  cm.

MASA PUNTUAL $M_i$ (Kg)	FRECUENCIA NATURAL (Hz)
0.04899	1.60448
0.05885	1.47926
0.06871	1.37943
0.07857	1.29741
0.08843	1.22847
0.09829	1.16947
0.10815	1.11823
0.11800	1.07319
0.12787	1.03318
0.13773	0.99734
0.14759	0.96498

Tabla 6: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado  $L_v = 30$  cm.

### VARILLA 3

Material: aluminio

Sección: rectangular

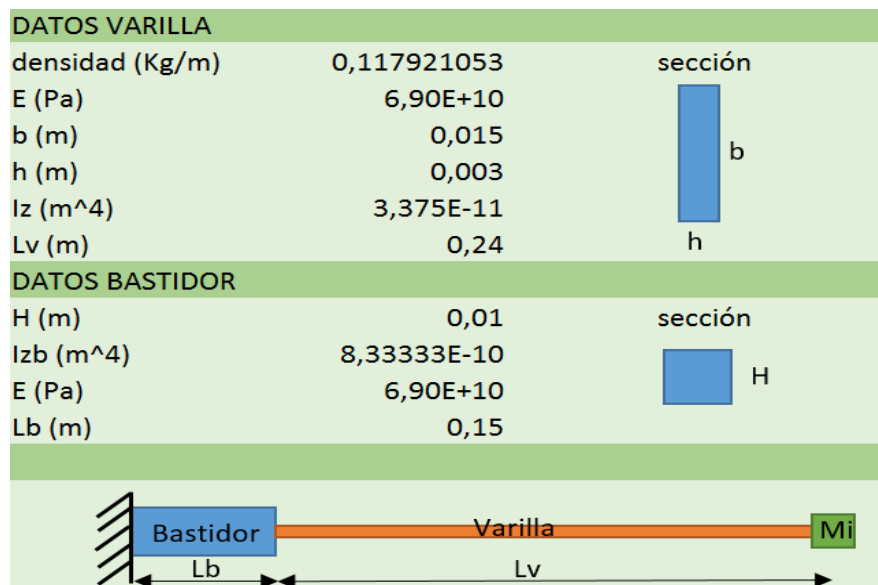


Figura 47: Datos varilla3.

- $L_v = 24$  cm.

<b>MASA PUNTUAL <math>M_i</math> (Kg)</b>	<b>FRECUENCIA NATURAL (Hz)</b>
0.04899	14.24563
0.05885	13.13006
0.06871	12.24125
0.07857	11.51151
0.08843	10.89843
0.09829	10.37391
0.10815	9.91849
0.11800	9.51822
0.12787	9.16281
0.13773	8.84445
0.14759	8.55712

*Tabla 7: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado  $L_v=24$  cm*

- $L_v = 27$  cm.

<b>MASA PUNTUAL <math>M_i</math> (Kg)</b>	<b>FRECUENCIA NATURAL (Hz)</b>
0.04899	11.96333
0.05885	11.03875
0.06871	10.29998
0.07857	9.69210
0.08843	9.18053
0.09829	8.74225
0.10815	8.36130
0.11800	8.02610
0.12787	7.72834
0.13773	7.46139
0.14759	7.22032

*Tabla 8: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado  $L_v=27$  cm.*

- $L_v = 30$  cm.

<b>MASA PUNTUAL <math>M_i</math> (Kg)</b>	<b>FRECUENCIA NATURAL (Hz)</b>
0.04899	10.21253
0.05885	9.43346
0.06871	8.80920
0.07857	8.29444
0.08843	7.86052
0.09829	7.48827
0.10815	7.16435
0.11800	6.87912
0.12787	6.62546
0.13773	6.39793
0.14759	6.19235

*Tabla 9: Frecuencias naturales de la varilla 2 para distintas masas, fijado  $L_v = 30$  cm.*

## 5.6 Comparación resultados teóricos frente a los resultados experimentales.

Los valores obtenidos experimentalmente diferirán de los teóricos, pues tanto por el camino teórico como por el experimental se está condicionado con el error que se produce en toda medición.

Para el caso teórico los valores de la dimensión de la sección se han medido con un calibre pie de rey y con un micrómetro con los cuales se cometerá un error de medición, por pequeño que sea alterará los resultados. La medición de la longitud de la varilla como la masa de las tuercas también estarán condicionadas a la falta de precisión de los instrumentos de medida.

Del mismo modo, en la medición experimental de la frecuencia se cometerán errores, pues el sensor de desplazamiento láser también cometerá errores en la medición.

En las siguientes tablas se mostrarán los datos teóricos frente a los experimentales de todos los casos estudiados con el error cometido en cada caso.



## VARILLA 1

- $L_v = 24$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
3,664	3,687	0,6146%
3,385	3,412	0,7843%
3,161	3,186	0,7682%
2,977	3,009	1,0633%
2,821	2,850	1,0024%
2,687	2,722	1,2510%
2,571	2,600	1,0856%
2,469	2,496	1,0628%
2,378	2,399	0,8553%
2,296	2,301	0,1800%
2,223	2,240	0,7544%

Tabla 10: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 1 con  $L_v = 24$  cm.

- $L_v = 27$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
3,045	3,064	0,6186%
2,816	2,832	0,5353%
2,633	2,655	0,8179%
2,481	2,502	0,8196%
2,353	2,368	0,6229%
2,243	2,264	0,9262%
2,147	2,161	0,6488%
2,063	2,070	0,3722%
1,987	1,996	0,4559%
1,919	1,910	-0,4824%
1,858	1,849	-0,4870%

Tabla 11: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 1 con  $L_v = 27$  cm.

- $L_v = 30$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
2,578	2,582	0,1551%
2,387	2,392	0,1737%
2,234	2,240	0,2505%
2,107	2,112	0,2291%
1,999	2,002	0,1272%
1,907	1,910	0,1709%
1,826	1,825	-0,0453%
1,754	1,752	-0,1377%
1,690	1,685	-0,3426%
1,633	1,617	-1,0260%
1,581	1,563	-1,2056%

Tabla 12: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 1 con  $L_v = 30$  cm.

## VARILLA 2

- $L_v = 24$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
2,269	2,289	0,8487%
2,088	2,112	1,1127%
1,944	1,965	1,0264%
1,827	1,843	0,8550%
1,728	1,746	0,9914%
1,644	1,648	0,2101%
1,571	1,587	0,9711%
1,507	1,510	0,1617%
1,450	1,440	-0,7476%
1,399	1,373	-1,9624%
1,354	1,310	-3,3674%

Tabla 13: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 2 con  $L_v = 24$  cm.

- $L_v = 27$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
1,890	1,904	0,7060%
1,741	1,727	-0,8332%
1,622	1,624	0,0776%
1,525	1,532	0,4277%
1,443	1,440	-0,2631%
1,373	1,361	-0,9538%
1,313	1,294	-1,4998%
1,260	1,233	-2,2060%
1,212	1,184	-2,4472%
1,170	1,129	-3,6926%
1,132	1,094	-3,5228%

Tabla 14: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 2 con  $L_v = 27$  cm.

- $L_v = 30$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
1,604	1,605	0,0321%
1,479	1,477	-0,1537%
1,379	1,377	-0,1766%
1,297	1,280	-1,3606%
1,228	1,206	-1,8640%
1,169	1,139	-2,6760%
1,118	1,088	-2,7793%
1,073	1,050	-2,2087%
1,033	1,010	-2,2955%
0,997	0,970	-2,8187%
0,964	0,930	-3,7621%

Tabla 15: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 2 con  $L_v = 30$  cm.

### VARILLA 3

- $L_v = 24$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
14,25	14,01	-1,6529%
13,13	12,97	-1,2341%
12,24	12,13	-0,8839%
11,51	11,42	-0,8013%
10,89	10,84	-0,5390%
10,37	10,33	-0,4542%
9,918	9,882	-0,3693%
9,518	9,460	-0,6155%
9,163	9,125	-0,4144%
8,844	8,771	-0,8375%
8,557	8,514	-0,5066%

Tabla 16: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 3 con  $L_v = 24$  cm.

- $L_v = 27$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
11,96	11,72	-2,0327%
11,04	10,86	-1,6086%
10,29	10,16	-1,2980%
9,692	9,583	-1,1385%
9,180	9,106	-0,8185%
8,742	8,667	-0,8683%
8,361	8,282	-0,9575%
8,026	7,959	-0,8439%
7,728	7,660	-0,8923%
7,461	7,385	-1,0345%
7,220	7,166	-0,7581%

Tabla 17: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 3 con  $L_v = 27$  cm.

- $L_v = 30$  cm.

W estimada (Hz)	w experimental (Hz)	error
10,21	10,05	-1,5971%
9,433	9,320	-1,2175%
8,809	8,709	-1,1506%
8,294	8,215	-0,9671%
7,860	7,794	-0,8535%
7,488	7,440	-0,6489%
7,164	7,116	-0,6795%
6,879	6,829	-0,7340%
6,625	6,580	-0,6909%
6,397	6,335	-0,9935%
6,192	6,146	-0,7542%

*Tabla 18: Resultados teóricos frente a resultados experimentales para varilla 3 con  $L_v = 30$  cm.*

A la vista de los datos presentados en las tablas anteriores, se puede concluir que el modelo teórico creado para la estimación de la frecuencia natural del sistema se ajusta bastante a la realidad, pues los errores cometidos están dentro de un rango aceptable.



# Capítulo VI

## 6 Amortiguamiento magnético.

La primera parte del trabajo se centró en la caracterización frecuencial del TMD, pues bien, en esta parte el objetivo será crear un modelo que estime el amortiguamiento introducido al sistema de atenuación de vibraciones diseñado.

Como ya se comentó en capítulos anteriores, se ha optado por un amortiguamiento magnético basado en las corrientes parásitas o corrientes de Foucault.

### 6.1 Corrientes de Foucault o corrientes parásitas.

Las corrientes de Foucault o corrientes parásita es un fenómeno eléctrico descubierto por el físico francés Léon Foucault en 1851. Se produce cuando un conductor atraviesa un campo magnético variable, o viceversa. El movimiento relativo causa una circulación de electrones, o corriente inducida dentro del conductor. Estas corrientes circulares de Foucault crean electroimanes con campos magnéticos que se oponen al efecto del campo magnético aplicado. Cuanto más fuerte sea el campo magnético aplicado o mayor la conductividad del conductor, o mayor la velocidad relativa de movimiento, mayores serán las corrientes de Foucault y los campos opositores generados.

En los núcleos de bobinas y transformadores se generan tensiones inducidas debido a las variaciones de flujo magnético a que se someten aquellos núcleos. Estas tensiones inducidas son causa de que se produzcan corrientes parásitas en el núcleo, que no son óptimas para la buena eficiencia eléctrica de éste.

Las corrientes de Foucault crean pérdidas de energía a través del efecto Joule. Más concretamente, dichas corrientes transforman formas útiles de energía, como la cinética, en calor no deseado, por lo que generalmente es un efecto inútil, cuando no perjudicial. A su vez disminuyen la eficiencia de muchos dispositivos que usan campos magnéticos variables, como los transformadores de núcleo de hierro y los motores eléctricos.

Pero no son siempre perjudiciales, pues tienes utilidades que se pueden aprovechar para nuestro beneficio, como por ejemplo el frenado magnético que poseen algunos trenes o vehículos pesados.

Esta aplicación consiste en que, durante el frenado, las llantas de metal en las ruedas están expuestas al campo magnético de un electroimán, que genera corrientes de Foucault en los núcleos y llantas de las ruedas. Las corrientes de Foucault encuentran resistencia mientras circulan a través del metal, y disipan energía en forma de calor, haciendo que las ruedas disminuyan su velocidad. Cuanto más rápido giren las ruedas, más fuerte será el efecto, resultando que a medida que el tren disminuye su velocidad, también lo hará la fuerza de frenado, consiguiéndose un frenado suave proporcional a la velocidad de las ruedas.

Si se coloca un disco de aluminio, que gira de forma libre, frente a un imán, el campo magnético producido por el imán reduce sensiblemente la velocidad de rotación del disco, es decir, produce un par de frenado proporcional a la velocidad del disco. Este efecto de frenado es también debido a las corrientes de Foucault, y se aplica en numerosos aparatos de medida, como por ejemplo, en los vatíhorímetros o contadores de energía eléctrica. Hay que puntualizar que esta acción de frenado sólo se manifiesta en planos perpendiculares a las líneas de inducción, ya que los circuitos abrazan la mayor parte del flujo, experimentando el máximo efecto de las variaciones cuando está de forma perpendicular.

Haciendo uso de la idea expuesta de frenado magnético, se utilizará el principio físico de las corrientes de Foucault para introducir al TMD un amortiguamiento.

## 6.2 Amortiguamiento magnético del TMD.

El amortiguamiento del TMD se conseguirá con el movimiento de un campo magnético enfrentado a una placa de un material conductor no ferromagnético situado a una determinada distancia.

Como ya se explicó en el capítulo de diseño del TMD, en la masa puntual del extremo libre se colocará el imán que produce el campo magnético que interactuará con una placa aluminio situada en la parte móvil.

La idea general será poder cuantificar este amortiguamiento que se produce en el sistema en función de la distancia que haya entre el imán y la placa.



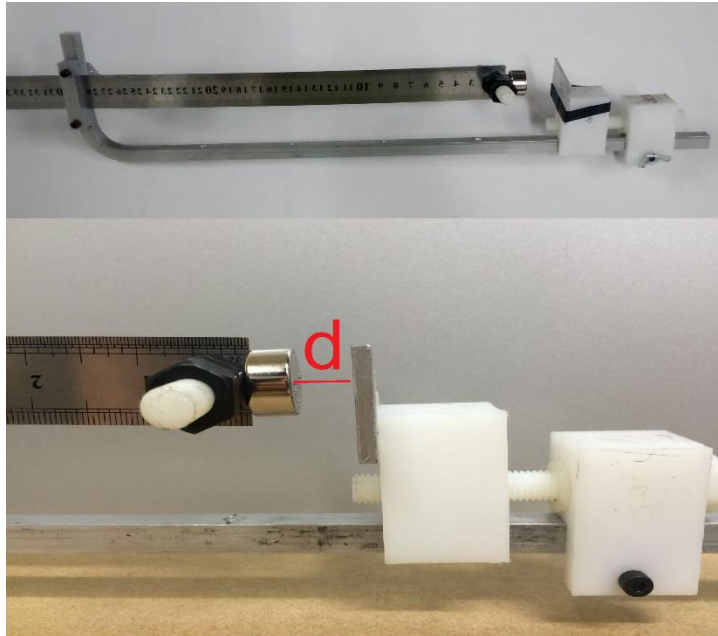


Figura 48: Amortiguamiento en función de la distancia  $d$ .

En la *Figura 48* se puede ver el montaje del TMD con el sistema que proporcionará la atenuación de las vibraciones, esta disipación dependerá de la distancia  $d$  a la que se encuentren las dos partes.

En la *Figura 49* aparecen tres señales en las que se aprecia el fenómeno del amortiguamiento en función de la distancia  $d$ , siendo este efecto mucho mayor cuando menor es la separación entre la placa y el imán.

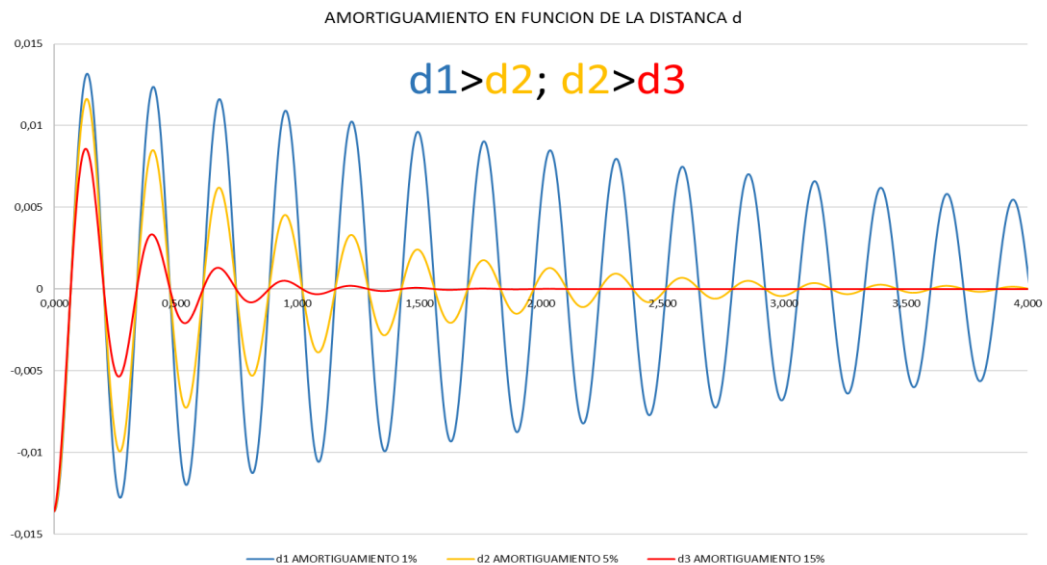


Figura 49: Señales con distintos amortiguamientos.

Ya se sabe que la interacción de las dos partes del TMD hace que el sistema se amortigüe, pero se quiere saber cuánto lo hace en función de la separación que hay entre ambas. Para poder cuantificar la disminución de la vibración se han utilizado dos procesos de medida experimentales, que se expondrán en los siguientes apartados.

### 6.3 Estimación del coeficiente de amortiguamiento mediante un ajuste de Excel.

El TMD tendrá un movimiento oscilatorio en torno a una posición de equilibrio, del cual se conoce la solución general de su ecuación del movimiento, que como ya se adelantó anteriormente será de la forma de la ecuación (21).

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \phi) \quad (21)$$

Pues bien, para poder calcular el factor de amortiguamiento  $\zeta$  se programará en Excel la ecuación anterior que servirá como señal de referencia, de la cual se podrán variar la amplitud, el factor de amortiguamiento y el desfase de la onda.

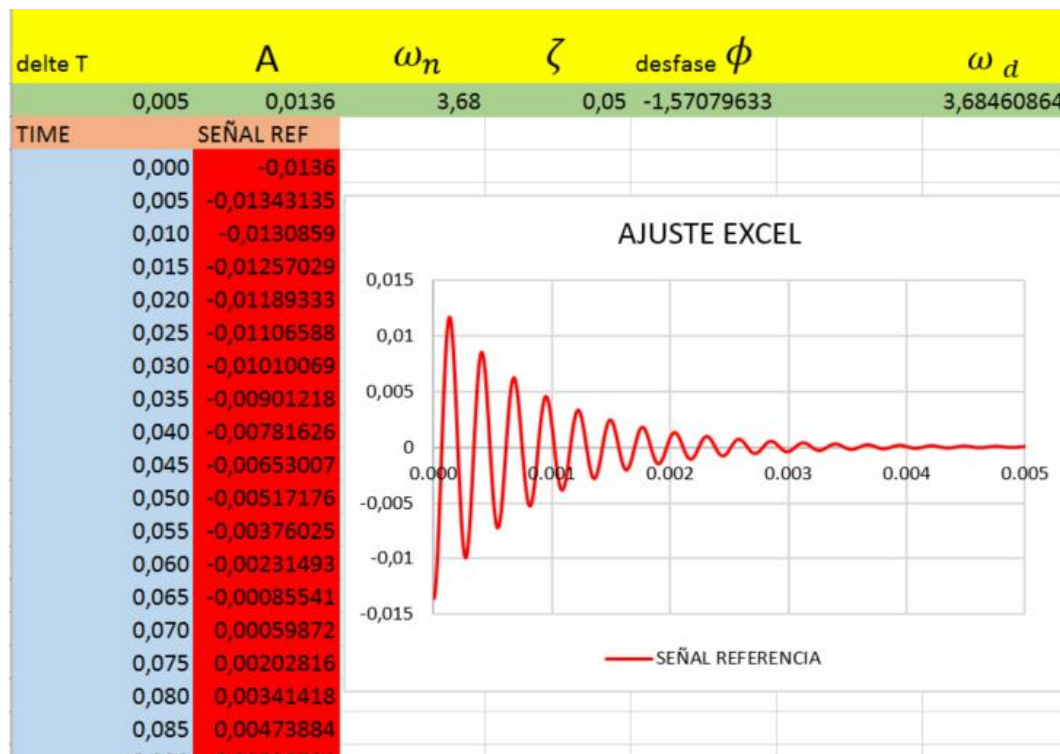
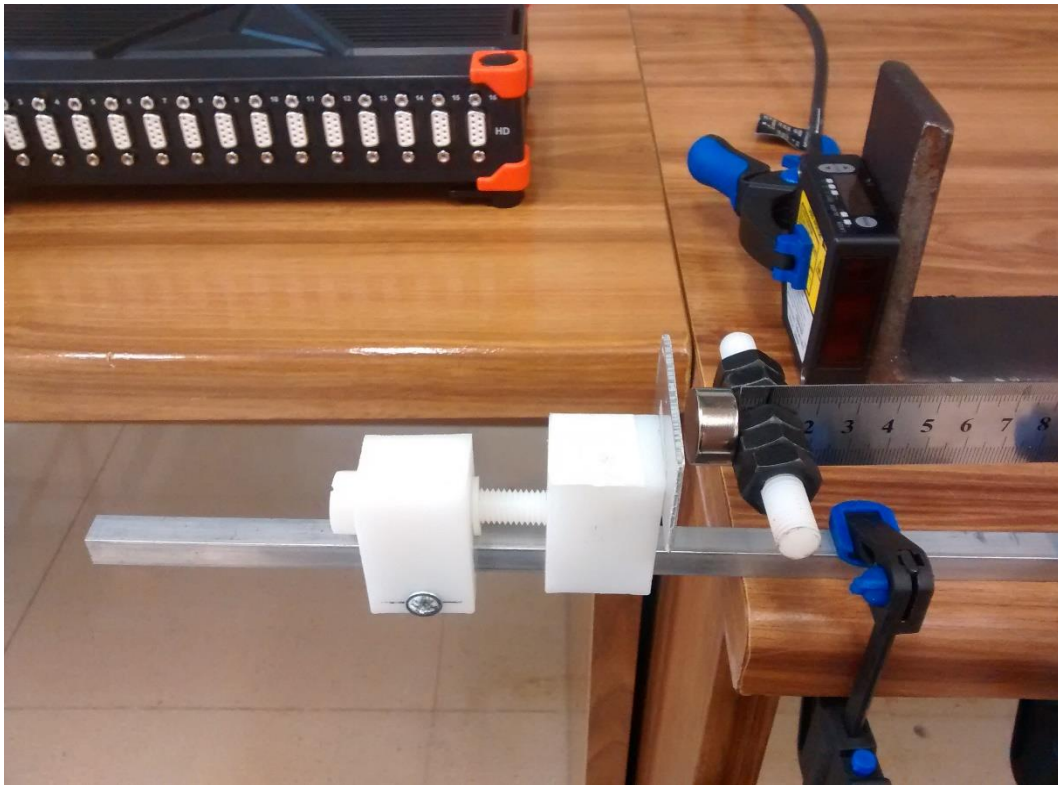


Figura 50: Señal de referencia.

El siguiente paso será registrar experimentalmente las señales del TMD para diferentes frecuencias y diferentes distancias entre en campo magnético y la placa conductora. Utilizando para ello el sensor láser y el SIRIUS HD-STG.



*Figura 51: Registro de señales amortiguadas con sensor láser.*

La metodología seguida será, para una frecuencia natural conocida ir variando la distancia  $d$  y registrar la señal de cada caso para luego exportarla con el software DEWEsoft en formato xlxs (formato de datos para Excel).

Una vez que se tengan los datos experimentales se llevarán a la hoja Excel donde se tiene la señal de referencia, para representar las dos señales en la misma gráfica

El procedimiento para calcular el factor de amortiguamiento será, ir variando los parámetros de la señal de referencia hasta hacerla coincidir con la señal medida experimentalmente. El proceso será un ajuste visual por lo que los resultados podrán estar sometidos a algún tipo de error.

En las siguientes imágenes se puede ver un ejemplo de cómo se consigue el ajuste al ir modificando las variables de la señal de referencia y así conseguir el factor de amortiguamiento.

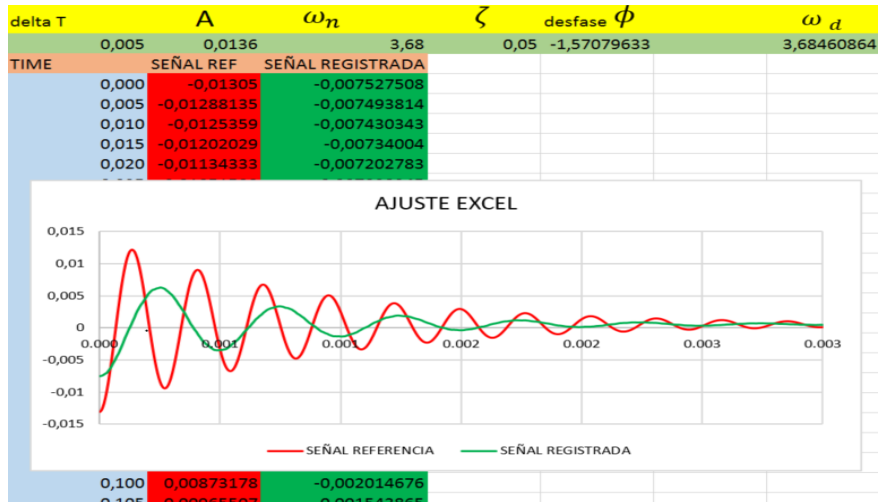


Figura 52: Ajuste con Excel paso 1.

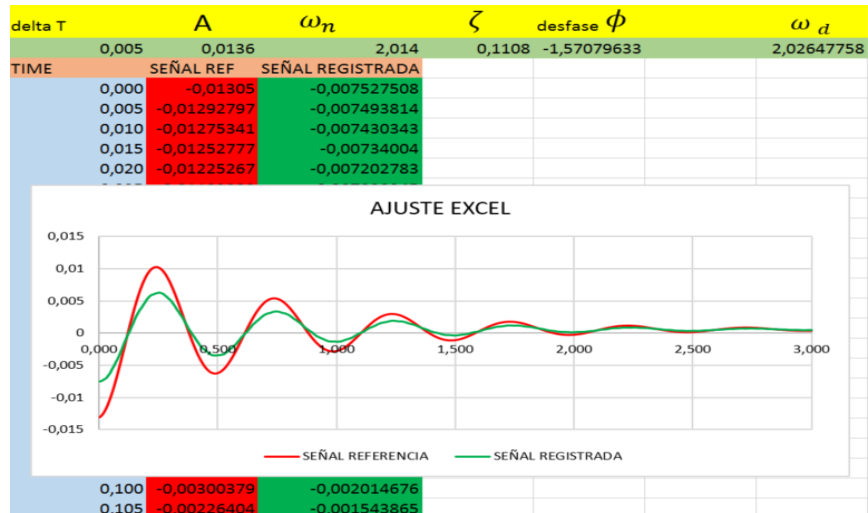


Figura 53: Ajuste con Excel paso 2.

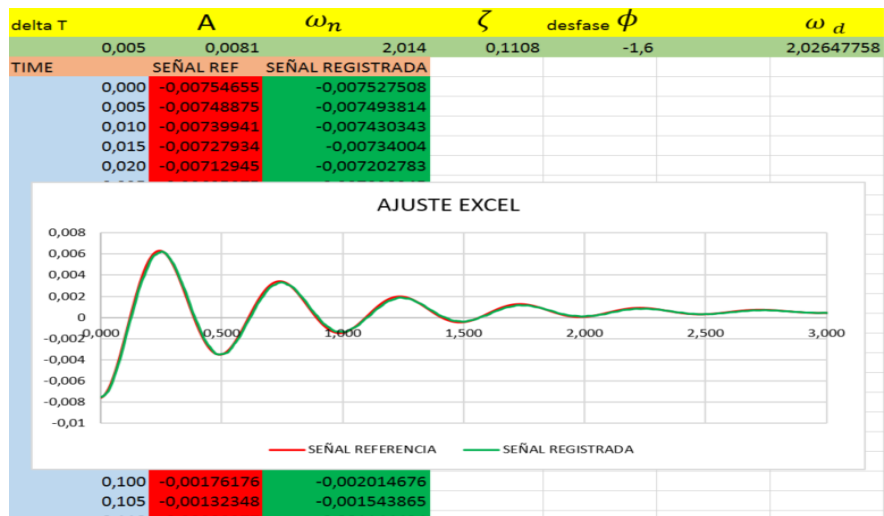


Figura 54: Ajuste con Excel paso 3.

Para comprobar que este método sirve para hacer una estimación del amortiguamiento que tiene el TMD, se estudiarán tres casos con diferentes frecuencias para tres distancias diferentes.

C	Ns/m	0,63246367	0,26104628	0,13740583	0,82066946	0,34922105	0,17461052	0,8479988	0,38159946	0,20139971
masa	Kg	0,049	0,049	0,049	0,08856	0,08856	0,08856	0,128	0,128	0,128
media		0,0005	0,00055	0,00055	0,00009	0,00025	0	0,0004	0,0002	0
A	m	0,0108	0,0081	0,0081	0,0106	0,0064	0,008	0,0102	0,0112	0,0085
w	Hz	2,014	2,014	2,014	1,569	1,569	1,569	1,318	1,318	1,318
xi		0,51	0,2105	0,1108	0,47	0,2	0,1	0,4	0,18	0,095
tita	rad	-1,6	-1,9	-1,6	-1,8	-1,69	-1,6	-1,79	-1,8	-1,7
delte T		A	$\omega_n$	$\zeta$	$\phi$	media	$\omega_d$	$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} sen(\omega_d t + \phi)$		
0,005		0,0125	1,318	0,18	-1,8	0,00015	1,29647259			
		2 tuercas			6 tuercas			10 tuercas		
		Distancia d (mm)			Distancia d (mm)			Distancia d (mm)		
TIME	SEÑAL REF	0,72	3,93	6,3	0,72	3,93	6,3	0,72	3,93	6,3
0,000	-0,0120231	-0,01025378	-0,00723745	-0,00752751	-0,01013336	-0,00602094	-0,0080175	-0,00956024	-0,01066643	-0,00844357
0,005	-0,01203747	-0,01012253	-0,0072275	-0,00749381	-0,01010408	-0,00600761	-0,00800711	-0,00951706	-0,01065914	-0,00840882
0,010	-0,01203089	-0,00990418	-0,00721943	-0,00743034	-0,01006966	-0,00597152	-0,00797785	-0,00946643	-0,01065185	-0,00833052
0,015	-0,01200368	-0,00965724	-0,00718939	-0,00734004	-0,00999119	-0,00590552	-0,00785875	-0,00937973	-0,01064061	-0,00825953
0,020	-0,0119562	-0,0093567	-0,00713735	-0,00720278	-0,00989446	-0,00583416	-0,00769648	-0,00929517	-0,01060336	-0,00821856
0,025	-0,01188882	-0,00897638	-0,00712999	-0,00709824	-0,00976872	-0,00575937	-0,00756261	-0,00922632	-0,01055594	-0,00819318
0,030	-0,01180195	-0,00862105	-0,00708274	-0,00697289	-0,00962556	-0,00564851	-0,00744258	-0,00916069	-0,01049816	-0,00814289
0,035	-0,01169604	-0,00827973	-0,00697593	-0,00673949	-0,00945069	-0,00555279	-0,00727007	-0,00909042	-0,01044271	-0,00806771
0,040	-0,01157153	-0,00787639	-0,00686042	-0,00648699	-0,00923056	-0,00543352	-0,0071226	-0,00902525	-0,01035837	-0,00800054
0,045	-0,01142892	-0,00747437	-0,00675185	-0,00624412	-0,00901512	-0,00531397	-0,00701176	-0,0089469	-0,01025337	-0,00792154

Figura 55: Datos de los experimentos realizados.

Los casos estudiados serán:

- **Caso 1**

Frecuencia natural= 2.014Hz

Distancias d  $d_1=0.72\text{mm}$

$d_2=3.93\text{mm}$

$d_3=6.30\text{mm}$

- **Caso 2**

Frecuencia natural= 1.569Hz

Distancias d  $d_1=0.72\text{mm}$

$d_2=3.93\text{mm}$

$d_3=6.30\text{mm}$

- **Caso 3**

Frecuencia natural= 1.318Hz

Distancias d  $d_1=0.72\text{mm}$

$d_2=3.93\text{mm}$

$d_3=6.30\text{mm}$

Los resultados obtenidos para las nueve situaciones posibles se presentan tabulados en la *Tabla 19*.

$\omega_n$ (Hz)	2.014			1.569			1.318		
Masa (Kg)	0.049			0.08856			0.128		
Distancia (mm)	0.72	3.93	6.3	0.72	3.93	6.3	0.72	3.93	6.3
$\zeta$	0.51	0.2105	0.1108	0.47	0.2	0.1	0.4	0.18	0.095
C (Ns/m)	0.632	0.261	0.137	0.820	0.349	0.175	0.848	0.381	0.201

*Tabla 19: Resultados del coeficiente de amortiguamiento.*

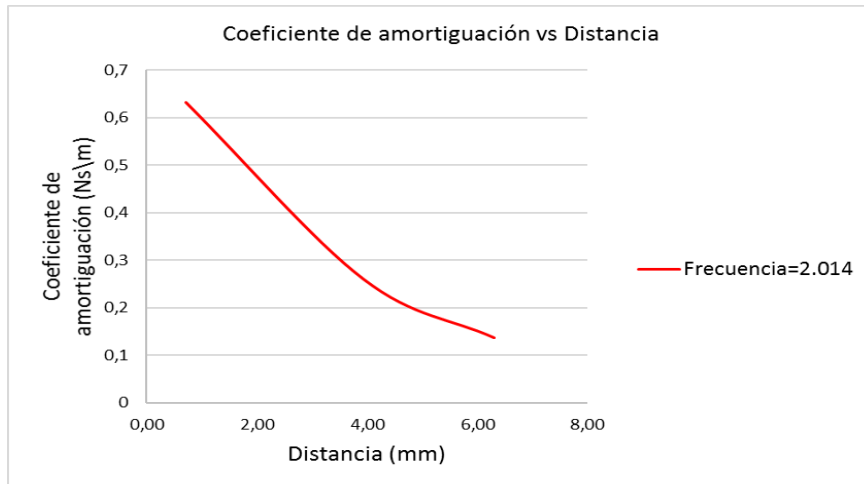
Con este método se conseguirá ajustar el factor de amortiguamiento, pero lo que se quiere estimar es el coeficiente de amortiguación  $c$ , que se obtendrá a través de la ecuación (16),

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (16)$$

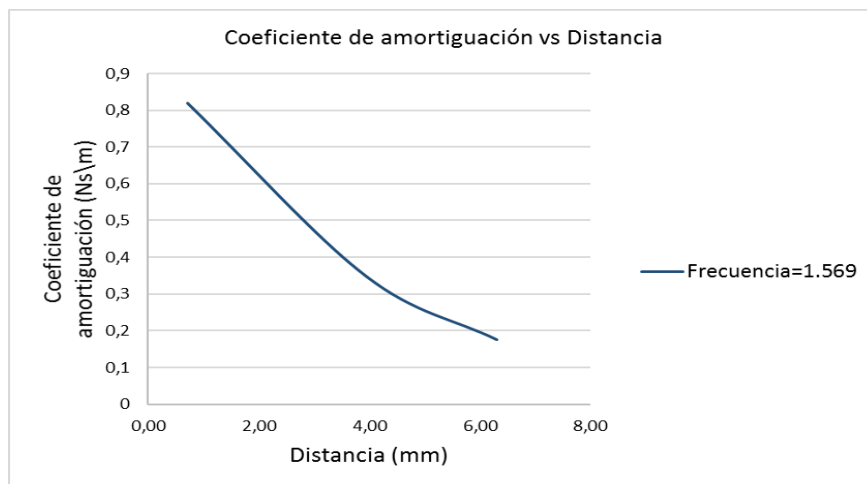
que relaciona ambos. En la *Tabla 19* aparecen ya calculados los valores del coeficiente de amortiguación.

A la vista de los resultados obtenidos se puede concluir que a mayor separación entre el imán y el aluminio, menor es la amortiguación que tiene el sistema, tal y como se esperaba, pues las corrientes de Foucault van disminuyendo.

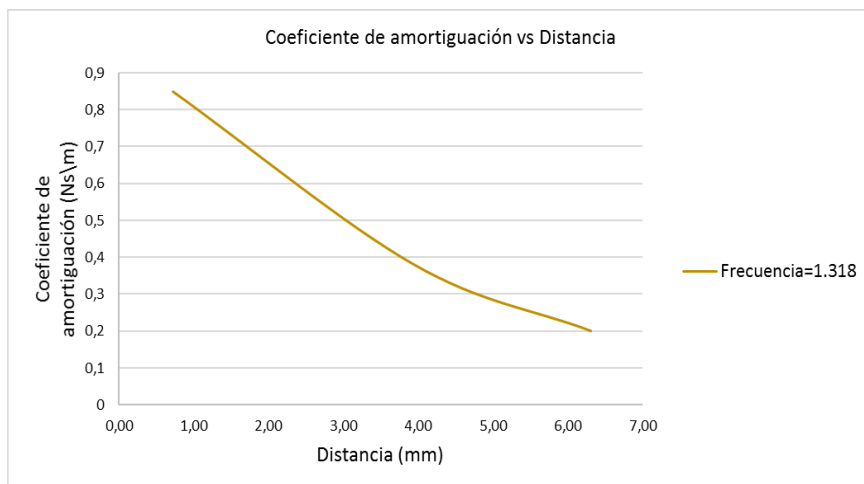
Si se representan gráficamente los valores obtenidos se observa de manera más intuitiva esta disminución.



Gráfica 1: Coeficiente de amortiguación vs distancia para una masa de 0.049Kg.



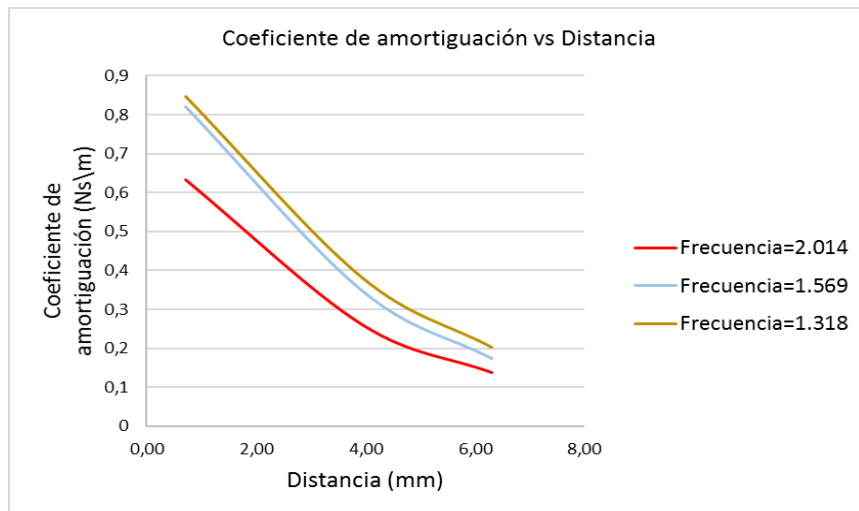
Gráfica 2: Coeficiente de amortiguación vs distancia para una masa de 0.08856Kg.



Gráfica 3: Coeficiente de amortiguación vs distancia para una masa de 0.128Kg.

Haciendo uso del fundamento teórico, el coeficiente de amortiguación  $c$  debiera de ser una constante, que no dependiera ni de la masa ni de la frecuencia, pero los resultados experimentales muestran que sí que hay una dependencia,

En la *Grafica 4* se representan los experimentos realizados para las tres frecuencias diferentes, donde queda de manifiesto la citada dependencia, pues en los casos de frecuencias más parecidas (2.569 y 1.318 Hz) el coeficiente  $c$  también lo es.



Gráfica 4: Representación de todos los registros para observar la dependencia de  $c$  con la frecuencia.

Si bien es cierto que, no se puede garantizar que esta dispersión en los resultados se deba solamente a la frecuencia de vibración, pudiera ser por otros tipos de fenómenos físicos que no se han considerado, por ejemplo, el propio amortiguamiento del material.

A modo de buscar una posible solución a este problema, se ha modificado la ecuación (16), de tal manera que la diferencia entre los coeficientes de amortiguación ha disminuido. La modificación introducida ha sido elevar la frecuencia natural al cuadrado.

$$2m\omega_n^2\zeta = c \quad (31)$$

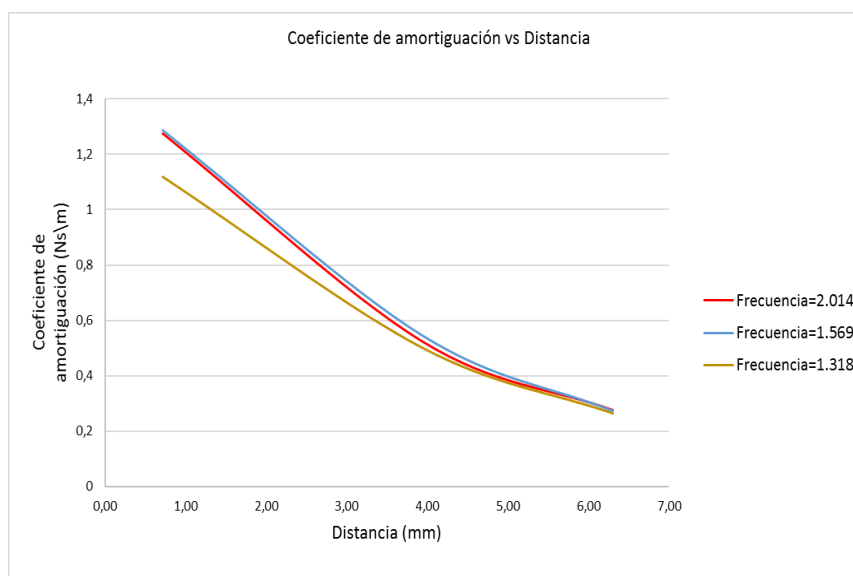


En la tabla 20 aparecen los nuevos resultados obtenidos de utilizar la ecuación (31).

$2m\omega_n\zeta = C$	Resultados sin modificación			
	Frecuencia (Hz)	2,014	1,569	1,318
	Masa (Kg)	0,049	0,08856	0,128
		c (Ns\m)		
Distancia d (mm)	0,72	0,6324636	0,58285868	0,49604994
	3,93	0,2610462	0,2480249	0,2232224
	6,30	0,1374058	0,1240124	0,1178118
$2m\omega_n^2\zeta = C$	Resultados con modificación			
	Frecuencia (Hz)	2,014	1,569	1,318
	Masa (Kg)	0,049	0,08856	0,128
		c (Ns\m)		
Distancia d (mm)	0,72	1,2737818	1,2876303	1,1176624
	3,93	0,5257472	0,5479278	0,5029480
	6,30	0,2767353	0,2739639	0,2654448

Tabla 20: Valores de C modificados con la ecuación (31)

En la Gráfica 5 se presentan los nuevos valores de c, donde se puede ver a simple vista la mejora conseguida, pues para los casos de frecuencias 2.014 y 1.569 Hz las funciones son casi coincidentes.



Gráfica 5: Valores de c modificados con la ecuación (31).

Por lo tanto, se puede concluir que con este método se puede hacer una primera aproximación del coeficiente de amortiguamiento del TMD en función de la separación que haya entre el imán y la placa de aluminio.

## 6.4 Estimación del coeficiente de amortiguación mediante la relación fuerza-velocidad.

El TMD responde como un sistema oscilatorio de un grado de libertad, del cual, conocemos su ecuación de movimiento (ecuación (7)).

$$m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = 0 \quad (7)$$

Como el TMD es un sistema libre, el sumatorio de fuerzas que actúan sobre él será nulo, tal y como se refleja en la ecuación (7), de la cual se puede extraer el término

$$F = c\dot{x} \quad (32)$$

que será el que se utilizará para calcular el coeficiente de amortiguación  $c$ . Para calcular  $c$ , se necesitará entonces conocer la velocidad con la que se mueve el sistema y la fuerza producida por el campo magnético sobre la placa de aluminio.

Para calcular estos dos parámetros experimentalmente se utilizará SIRIUS HD-STG, al cual conectaremos una célula de carga para medir la fuerza y el sensor láser para obtener la velocidad. Los datos serán procesados igual que para el caso de la frecuencia con el software DEWEsoft.

El sensor láser registra amplitudes, pero DEWEsoft permite derivar la señal temporal de desplazamiento y así poder obtener la velocidad.

Para el caso de la fuerza se ha utilizado un nuevo instrumento de medida que no se había utilizado antes en este trabajo, una célula de carga como la de la *Figura 56*.

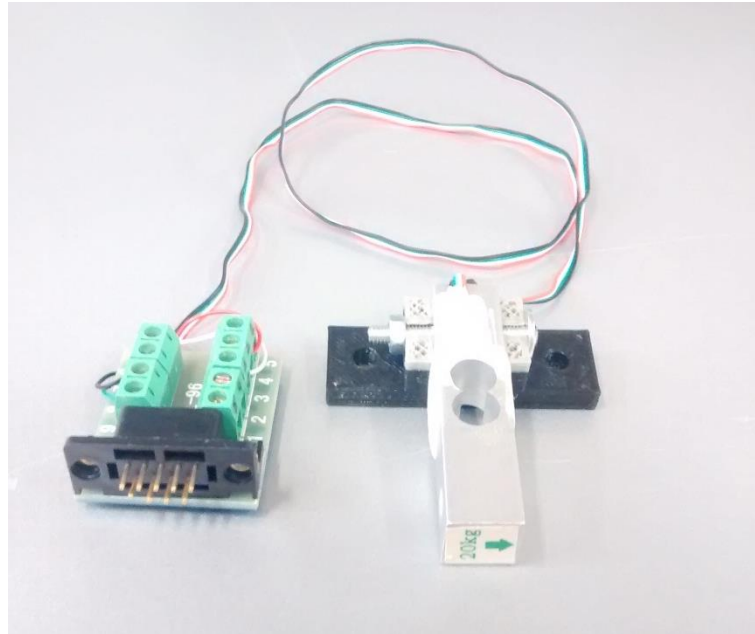


Figura 56: Célula de carga de 20 Kg.

El montaje para la toma de datos se ha realizado de tal manera que se pudiera recoger toda la información (Fuerza y velocidad) necesaria al mismo tiempo, dicho montaje se puede ver en la Figura 57.

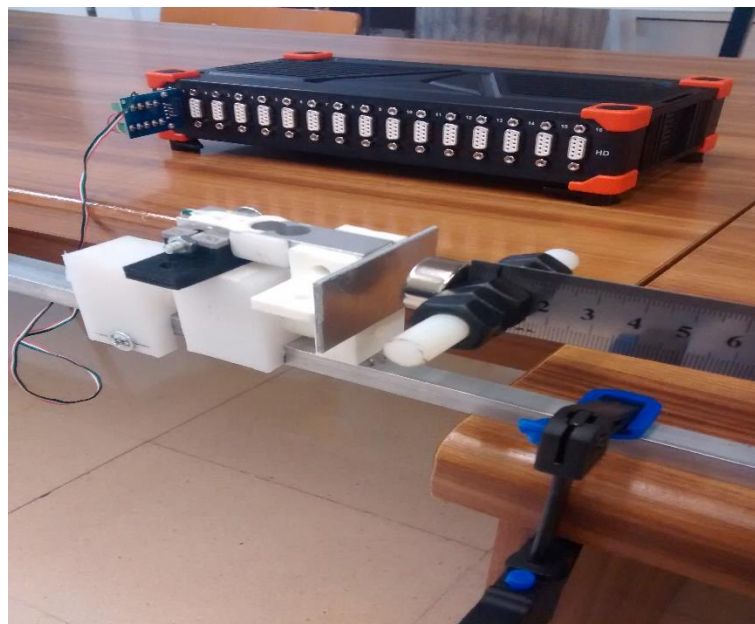


Figura 57: Montaje TMD para medir el amortiguamiento con célula de carga.

En la Figura 58 se puede ver un ejemplo de un registro con DEWEsoft, donde la señal de color rosa será la velocidad y la de color verde la fuerza.

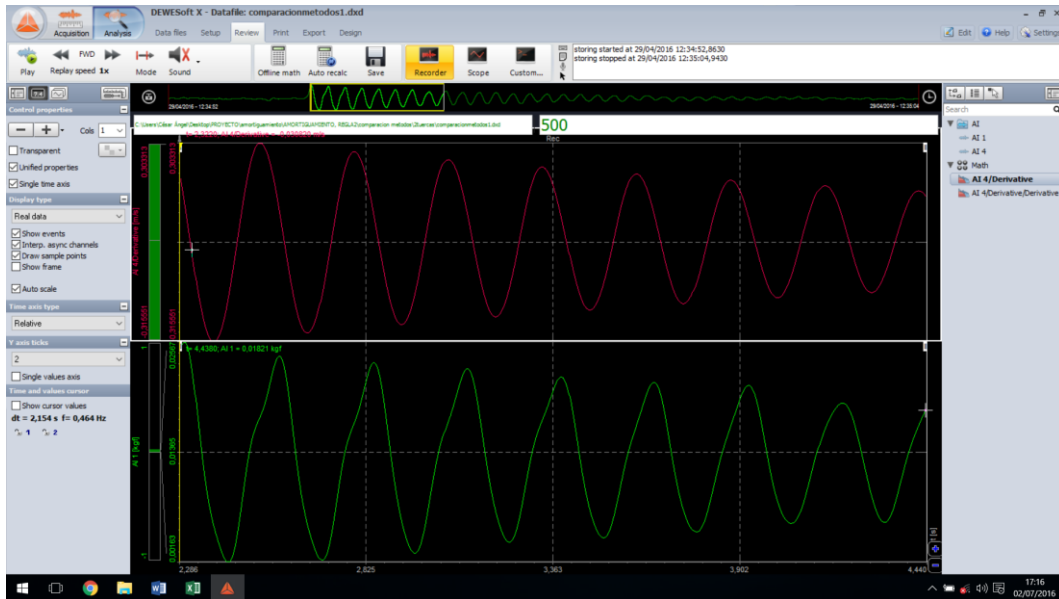


Figura 58: Ejemplo de registro de fuerza y velocidad.

Una vez registradas todas las señales con DEWEsoft, se exportarán en formato .txt para postprocesar con el programa Sigview.

Con este nuevo software se harán las RMS de las correspondientes señales, que proporcionarán el valor medio de la velocidad y de la fuerza, con los cuales se calculará el coeficiente de amortiguación  $c$  para cada caso.

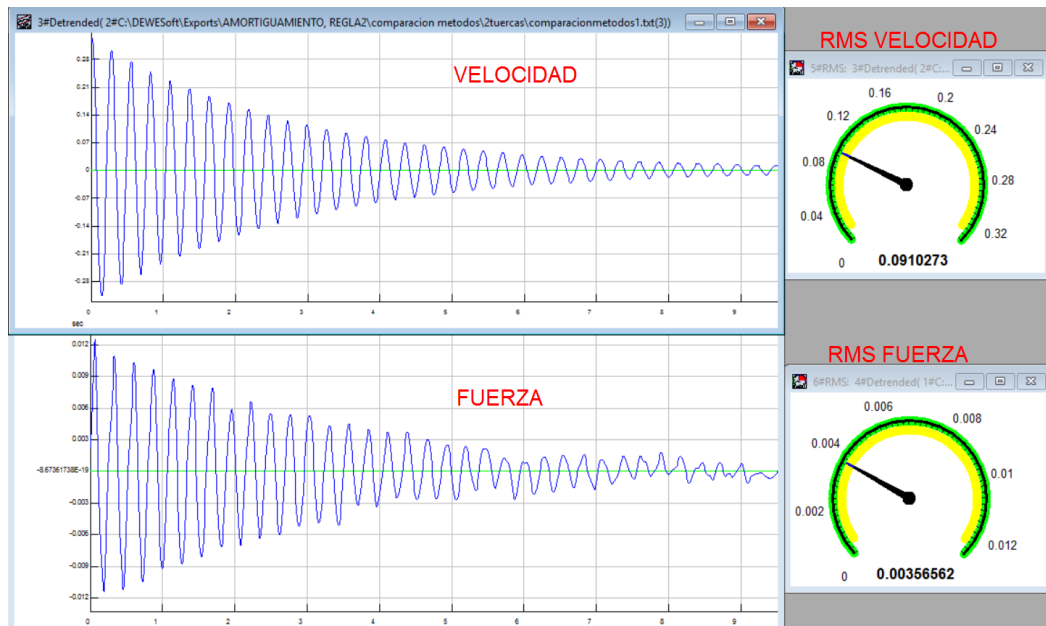


Figura 59: Postprocesado de la velocidad y la fuerza con Sigview.

Hasta aquí se ha explicado brevemente el fundamento teórico y la metodología seguida para la obtención del coeficiente de amortiguación  $c$ .

Ahora se procederá a presentar los resultados obtenidos de los experimentos realizados.

Se han contemplado tres escenarios posibles para la toma de datos, los cuales se ha repetido dos veces cada uno, para comprobar que los resultados eran fiables.

La estimación de  $c$  que se quiere hallar, será la correspondiente en todos los casos a una separación entre el imán y el aluminio de 10 mm.

Los resultados obtenidos se muestran tabulados en la *Tabla 21*.

EXPERIMENTO 1			
$\omega_n$ (Hz)	F (N)	V (m/s)	C (Ns/m)
3.66	0.00356562	0.0910273	0.03917
2.88	0.0031086	0.073751	0.0421499
2.43	0.00351981	0.076481	0.046022
EXPERIMENTO 2			
$\omega_n$ (Hz)	F (N)	V (m/s)	C (Ns/m)
3.66	0.00340081	0.0853228	0.040084
2.88	0.00243452	0.0563199	0.0432266
2.43	0.00306719	0.0661602	0.04636

*Tabla 21: Resultados de  $c$  por el método velocidad- fuerza.*

A la vista de los resultados anteriores, se puede concluir que la repetitividad del proceso corrobora que los resultados son fiables, pues son prácticamente iguales en los dos experimentos.

Por otro lado, al igual que pasaba con el método de ajuste con Excel los valores de  $c$  no se mantienen constantes, sino que muestran una dependencia con la frecuencia.



## CONCLUSIONES

Una vez finalizado el desarrollo del trabajo se ha llegado a las siguientes conclusiones desde el punto de vista técnico:

- La modelización teórica del TMD es capaz de predecir el modo vibratorio real del prototipo.
- El error existente entre la frecuencia natural teórica y la frecuencia natural experimental del TMD es aproximadamente del 1%. Un error aceptable que se puede atribuir a la falta de precisión de alguno de los instrumentos de medida utilizados.
- Teniendo en cuenta los dos puntos anteriores, se puede afirmar que se ha conseguido el objetivo de la caracterización frecuencial del TMD.
- El amortiguamiento magnético es un fenómeno físico complejo de cuantificar.
- Los resultados del coeficiente de amortiguación obtenidos experimentalmente ponen de manifiesto que hay una dependencia de dicho coeficiente con la frecuencia natural del sistema, en oposición de lo que dice el fundamento teórico.
- Los métodos utilizados para calcular el coeficiente de amortiguación son válidos para hacer una primera estimación de dicho coeficiente.
- Los experimentos realizados verifican que el amortiguamiento del sistema decrece a medida que aumenta la distancia entre el campo magnético y la placa de aluminio.
- Los TMDs son capaces de atenuar las vibraciones de las estructuras de una manera significativa con tan solo su propia masa, si además se le incorpora un sistema auxiliar de amortiguamiento como el propuesto en este trabajo la mejora producida aumenta de manera significativa.

Desde el punto de vista personal el desarrollo de este trabajo ha supuesto un complemento en la formación académica en el campo de las vibraciones mecánicas. Por otra parte, del trabajo de laboratorio se han adquirido conocimientos en el manejo de instrumentos de medición y software específicos, que pueden ser importantes en la vida profesional de un ingeniero.





## REFERENCIAS

### BIBLIOGRAFÍAS

- [1] Balachandran, B. Vibraciones. Thomson (2006).
- [2] Tipler, P. Mosca, G. Física para ciencia y tecnología vol.1: mecánica, oscilaciones y ondas, termodinámica. Reverte 6ª Edición.
- [3] Tipler, P. Mosca, G. Física para ciencia y tecnología vol.2: electricidad y magnetismo. Reverte 6ª Edición.
- [4] Ambrosini, D, Cuitiño, G, Rebeco, J. Eficiencia de amortiguadores de masa sintonizados en estructuras sismorresistentes (2004)
- [5] Oviedo, J.A., Duque, M. Sistemas de control de respuesta sísmica en edificaciones (2006).
- [6] Aliante, E.J. control de efectos torsionales en un edificio asimétrico de hormigón armado con amortiguadores de masa sintonizados. Tesis, Universidad Austral de Chile (2009).
- [7] Gómez, D., Marulanda, J., Thomson, P., Sistemas de control para la protección de estructural civiles sometidas a cargas dinámicas. (2007)

### REVISTAS CIENTIFICAS

- [8] Tim Heffernan. (2015). Why You Can't Feel This Colossal Skyscraper Sway Popular Mechanics. Popular Mechanics.

### WEBGRAFÍAS.

- [9] Movimiento armónico simple.  
<http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/mas.html> Última visita (junio 2016)
- [10] Transformada de Fourier (FFT)  
[http://www.sinais.es/Recursos/Cursovibraciones/fundamentos/transf ormada\\_fourier.html](http://www.sinais.es/Recursos/Cursovibraciones/fundamentos/transf ormada_fourier.html). Última visita (junio 2016)
- [11] Oscilaciones amortiguadas.  
[http://laplace.us.es/wiki/index.php/Movimiento\\_oscilatorio#Oscilaciones\\_amortiguadas\\_y\\_forzadas](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Movimiento_oscilatorio#Oscilaciones_amortiguadas_y_forzadas). Última visita (junio 2016)

- [12] Concepto de rigidez.  
<https://es.wikipedia.org/wiki/Rigidez> Última visita (junio 2016)
- [13] Corrientes de Foucault.  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Corriente\\_de\\_Foucault](https://es.wikipedia.org/wiki/Corriente_de_Foucault). Última visita (junio 2016)

# ANEXO A



## HL-G112-A-C5 | Compact Laser Displacement Sensor HL-G1



※Photo may vary from actual product.



Product Number	HL-G112-A-C5
Part Number	HL-G112-A-C5
Product	Compact Laser Displacement Sensor
Details	Sensor head (Standard type)
Product name	Compact Laser Displacement Sensor HL-G1
Features	High performance CMOS Laser Displacement Sensors

As of July 04, 2016

### Spec Detail

Item	Specifications
Product Number	HL-G112-A-C5
Part Number	HL-G112-A-C5
Features	High performance CMOS Laser Displacement Sensors
Type	Standard type
Measurement center distance	120 mm 4.724 in
Measuring range	± 60 mm ± 2.362 in
Resolution	8 μm 0.315 mil
Linearity	± 0.1 % F.S.
Temperature characteristics	± 0.08 % F.S. / °C
Light source	Red semiconductor laser, Class 2 (IEC / JIS / FDA, Laser Notice No. 50) Max. output: 1 mW (Peak emission wavelength: 655 nm 0.026 mil)
Beam diameter	1.0 x 1.5 mm 0.039 x 0.059 in (Note) This beam diameter is the size at the measurement center distance. These values were defined by using 1/e <sup>2</sup> (13.5 %) of the center light intensity. If there is a slight leakage of light outside the normal spot diameter and if the periphery surrounding the sensing point has a higher reflectivity than the sensing point itself, then the results may be affected.
Receiving element	CMOS image sensor
Supply voltage	24 V DC ± 10 % including ripple 0.5 V (P-P)
Current consumption	100 mA or less
Sampling rate	200 μs, 500 μs, 1 ms, 2 ms

Analog output : Voltage	Output range: 0 to +10.5 V (normal), 11 V (alarm) Output impedance: 100 Ohm
Analog output : Current	Output range: 3.2 to 20.8 mA (normal), 21.6 mA (alarm) Load impedance: 300 Ohm or less
Output (OUT 1, OUT 2, OUT 3)	Judgment output or alarm output (Setting can be selected.) Selectable NPN transistor open-collector or PNP transistor open-collector <In case of using NPN output> -Maximum sink current: 50 mA -Applied voltage: 3 to 24 V DC (between output and 0 V) -Residual voltage: 2 V or less (at 50 mA of sink current) <In case of using PNP output> -Maximum source current: 50 mA -Residual voltage: 2.8 V or less (at 50 mA of source current)
Output (OUT 1, OUT 2, OUT 3) : Output operation	Opened when the amount of light is insufficient.
Output (OUT 1, OUT 2, OUT 3) : Short circuit protection	Incorporated (automatic restoration)
Output polarity setting input	NPN open collector output operates when 0 V is connected. PNP open collector output operates when 24 V DC is connected.
Timing input	NPN output operates when 0V is connected and NPN is set. (It depends on the setting.) PNP output operates when external power + is connected and PNP is set. (It depends on the setting.)
Multi input	Zero set, zero set off, reset, memory switching, teaching, saving, and laser control according to the input time. In case NPN output is selected, Function varies according to the time 0 V is connected NPN. In case PNP output is selected, Function varies according to the time external power + is connected.
Indicator : Laser emission	Green LED (lights up during laser emission)
Indicator : Alarm	Orange LED lights up when this product cannot measure because of insufficient or excessive light intensity.
Indicator : Measurement range	Three yellow LED
Digital display	Red LED 5 digit display
Degree of pollution	2
Operating altitude	2,000 m 6561 ft or less
Environmental resistance : Protection	IP67
Environmental resistance : Ambient temperature	-10 to +45 °C +14 to +113 °F (No dew condensation), Storage: -20 to +60 °C -4 to +140 °F
Environmental resistance : Ambient humidity	35 to 85 % RH, Storage: 35 to 85 % RH
Environmental resistance : Ambient illuminance	Incandescent light: 3,000 lux or less at the light-receiving face (Note) The fluctuation by ambient illuminance is ± 0.1 % F.S. or less.
Environmental resistance : Insulation resistance	20 MΩ or more, with 250 V DC between all supply terminals connected together and enclosure
Environmental resistance : Voltage withstandability	1,000 V AC one min. between all supply terminals connected together and enclosure
Environmental resistance : Vibration resistance	10 to 55 Hz (period: 1 min.) frequency, 1.5 mm 0.059 in amplitude in X,Y and Z directions for two hours each
Environmental resistance : Shock resistance	500 m/s <sup>2</sup> acceleration (50 G approx.) in X,Y and Z directions for three times each
Material	Enclosure: PBT Front cover: Acrylic Cable: PVC

Cable	0.1mm <sup>2</sup> 10-core cabtyre cable, 5 m 16.404 ft long
Weight	Net weight: 70 g approx. (not including cable), 320 g approx. (including cable) Gross weight: 380 g approx.
Accessory	Warning label: 1 set
Remark	Where measurement conditions have not been specified precisely, the conditions used were as follows: supply voltage 24 V DC, ambient temperature +20 °C +68 °F, sampling rate 500 $\mu$ s, average number of samples: 1024, measurement center distance, object measured is made of white ceramic and analog measurement values.

## ANEXO B

### SIRIUS HD-STG.



Los módulos para extensometría SIRIUS STG permiten la adquisición de señales procedentes de bandas extensométricas en cuarto de puente, medio puente y puente completo.

También acondicionan señales analógicas estándar desde +/- 100 mV hasta +/-50 V, así como las procedentes de potenciómetros, RTD y termopares. El ancho de banda, como en toda la serie SIRIUS es de 200kHz por canal, con una resolución de 24 bits.

Sus características son:

ADC type	24 bit sigma delta dual core with anti-aliasing filter
Data rate	Simultaneous 200kS/s
Isolation voltage [V]	1000 V (non-isolated version available)
Power consumption	max 4 W
Connectors	DB9
Direct inputs	Voltage, full/half/quarter bridge strain, potentiometer, RTD, resistance, IEPE (with MSI), thermocouple (with MSI), charge (with MSI)

Dual core ranges	+/-50 V, +/-10 V, +/-1 V, +/- 100 mV
Bridge ranges	+/-500 mV/V, +/-200 mV/V, +/- 20 mV/V, +/-2 mV/V
Dynamic range @ 10 kS	152dB (dual core)
Input coupling	DC
Excitation voltage	SW programmable 0 to 20V (100mW)
Excitation current	SW programmable 0 to 45mA (100mW)
Bridge connection type	3,4,5,6 wire connection
Internal bridge completion	half bridge 1kOhm, quarter bridge 120 and 350 Ohm, SW selectable
Short	SW selectable
Shunt	SW selectable (59.88kOhm, 175kOhm)
TEDS support	yes
TEDS chip	DS2406, DS2430A, DS2432, DS2433
Overvoltage protection	In+ to In-: 50 V continuous, 200 V peak (10 msec)
Input impedance	10 MOhm for 50 V range, all other ranges 1 GOhm