UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y TRABAJO SOCIAL

Grado en Educación Primaria

"Introducción del sistema de numeración decimal"

Presentado por:

LORENA OLLER GOIG

Tutelado por:

Mª del Carmen Martín Yagüez

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Mi trabajo está formado por dos grandes bloques: la fundamentación teórica, que consta de 4 capítulos bien diferenciados y la metodología, donde explico cómo llevar a cabo con los alumnos de prácticas, el importante tema de “El sistema numérico decimal” con unos materiales didácticos específicos para la facilitación de su aprendizaje.

Centrándome en el primer capítulo de la fundamentación teórica, “La importancia de la base”, éste trata de la invención de la base numérica en diferentes pueblos. Cada pueblo optaba por agrupar los objetos en diferentes bases. Nosotros optamos por la base 10, que fue la más extendida.

En cuanto al segundo capítulo, “El sistema de numeración decimal”, trataré el tema de cómo incorporaron los pueblos cristianos las cifras tal y como las conocemos hoy en día. En resumen, veremos cómo las cifras hindúes evolucionaron al estilo de los árabes, que fueron los primeros en incorporarlas a su cultura. Estos trataron de inculcar a los cristianos dichas cifras, pero se encontraron con numerosas dificultades, ya que eran partidarios del uso del ábaco.

En cuanto al tercer capítulo, “La enseñanza del número y la numeración”, hablaré de diferentes investigaciones que han llevado a cabo distintos autores, acerca de cómo enseñar el sistema de numeración decimal en edades tempranas, diferentes estudios de cómo responden los niños a estos aprendizajes y de su manera de proceder en las actividades propuestas. En este apartado, se podrá ver cómo los niños aprenden a contar, cómo van asimilando el concepto de serie numérica, la ordenación de esta y el valor posicional de nuestro sistema.

En el cuarto y último capítulo, “El método Singapur”, hablaré de las razones que me motivaron a utilizar dicho sistema de aprendizaje con los alumnos de prácticas, ya que resulta muy novedoso y útil.

En cuanto a la metodología, hablaré de cómo fue mi intervención en el aula de primero de educación primaria, de cómo introduje al alumnado el tema del sistema de numeración decimal. Fijaré primero unos objetivos, a los que tendrá que llegar el alumnado una vez terminada la unidad didáctica. Dichos objetivos podrán ser conseguidos gracias a la utilización de materiales didácticos como el ábaco, los bloques multibase, una escalera de números concreta y fichas que evaluarán el conocimiento de los alumnos antes de aplicar los materiales y después. De esta manera, se verá la evolución de los niños.

En este apartado, también se podrá ver el análisis de las fichas mediante gráficos de barras y podremos analizar su evolución a partir de gráficos de comparación.

2. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

La elección de este tema de trabajo se debe a la importancia del mismo, a la dificultad que tiene y el trabajo que requiere comprenderlo. Es importante que los niños de primero de primaria conozcan nuestro sistema de numeración decimal que van a necesitar a lo largo de su vida en numerosas ocasiones.

Muchas veces los niños tienen problemas con el cálculo aritmético y esto es debido a una mala construcción del concepto de número natural. Si tenemos en cuenta que los números son signos que expresan cantidad y que los utilizamos frecuentemente para realizar operaciones matemáticas, no tiene sentido que realicemos dichas operaciones con unos objetos abstractos que llamamos números, sin construirlos previamente en nuestra mente de manera adecuada.

Por otro lado, el cálculo aritmético se fundamenta en un conjunto de acciones que realizamos con cantidades expresadas en nuestro sistema de numeración decimal por lo que es esencial que la construcción del sistema de nuestro sistema de numeración esté ligada al proceso de aprendizaje del cálculo aritmético.

Para estudiar nuestro sistema de numeración, tendremos que conocer ciertos conceptos básicos para el alumnado de educación primaria: El número, la cantidad y la cifra. Como los números expresan cantidades de objetos y como continuamente estamos realizando acciones de componer, descomponer, completar y comparar cantidades de objetos, vemos que la construcción de número natural deberá ir íntimamente ligada con el aprendizaje de las operaciones de sumar y restar.

Para la iniciación al aprendizaje de nuestro sistema numérico decimal, el alumnado deberá saber agrupar en conjuntos de 10 para determinar cualquier cantidad y deberá saber descomponerla en base 10. Para representar el número 13 por ejemplo, deberán agrupar 10 unidades en una decena y añadirán 3 unidades más.

Si agrupamos de 10 en 10, esto agilizaría el proceso de contar y hallar las cantidades de manera eficaz. Vemos que las dos acciones del pensamiento en la que se fundamenta la construcción del concepto de número natural son las acciones de contar y agrupar cantidades de objetos.

Los alumnos aprenderán los números naturales hasta el 99 aunque les suena el número 100 pero no trabajarán este curso con centenas. Para el aprendizaje de este campo numérico deberán contar, agrupar y componer. Primero, contarán hasta 10; después, agruparán de 10 en 10 y, por último; compondrán grupos de 10 (decenas) con unidades sueltas.

En conclusión, el aprendizaje del sistema numérico decimal será importante para que el alumnado adquiera lo siguiente:

- El recitado de los números, en este caso, del 1 al 100 para la posterior representación de números.
- El conocimiento del valor de posición, sabiendo en un número dado el lugar de las decenas y de las unidades.
- La ordenación de los números para que pueda comparar cantidades de mayor a menor y viceversa.
- La lectura y escritura de números de 1 y de 2 cifras.
- El cálculo aritmético con las operaciones de sumar y restar.

3. COMPETENCIAS ALCANZADAS DEL GRADO

En este apartado voy a exponer las competencias que creo haber alcanzado en mi trabajo de fin de grado y éstas también serán las competencias que todo alumnado deberá de alcanzar una vez terminada esta etapa.

He desarrollado la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales dentro del área de matemáticas con la finalidad de emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales relacionados con el aprendizaje de las matemáticas básicas en los niños de primer curso.

Esta competencia me ha ayudado a desarrollar habilidades como:

- Ser capaz de interpretar datos derivados de las observaciones en contextos educativos para juzgar su relevancia en una adecuada praxis educativa.
- Ser capaz de reflexionar sobre el sentido y la finalidad de la praxis educativa.
- Ser capaz de utilizar procedimientos eficaces de búsqueda de información, tanto en fuentes de información primarias como secundarias, incluyendo el uso de recursos informáticos para búsquedas en línea.

El aprendizaje de esta competencia lo he llevado a cabo en mi unidad didáctica con la elaboración de los gráficos, donde aparecen datos de las puntuaciones del alumnado de la prueba inicial, datos de puntuaciones de la prueba final y datos comparativos de ambas. Gracias a ellos he podido reflexionar sobre aspectos de la práctica educativa realizada. (dificultades de los alumnos, metodologías adecuadas…)

Voy a desarrollar también la capacidad de transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

Esta competencia conlleva el desarrollo de:

- Habilidades de comunicación oral y escrita en el nivel C1 en Lengua Castellana, de acuerdo con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas.

- Habilidades de comunicación a través de Internet y, en general, utilización de herramientas multimedia para la comunicación a distancia.

- Habilidades interpersonales, asociadas a la capacidad de relación con otras personas y de trabajo en grupo.

Esta competencia la he llevado a cabo en todo el trabajo escrito, donde hay que explicar de manera adecuada todo el proceso que se ha seguido y, también cobrará importancia en el momento de exponer oralmente dicho trabajo ante un tribunal especializado y, en su caso, no especializado. Veo oportuno añadir la comunicación entre mi tutora y yo para aclarar aspectos para la elaboración del TFG.

He tenido la oportunidad de desarrollar también habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

Esta competencia implica el desarrollo de:

- La adquisición de estrategias y técnicas de aprendizaje autónomo, así como de la formación en la disposición para el aprendizaje continuo a lo largo de toda la vida.

- El conocimiento, comprensión y dominio de metodologías y estrategias de autoaprendizaje.

- La capacidad para iniciarse en actividades de investigación.

- El fomento del espíritu de iniciativa y de una actitud de innovación y creatividad en el ejercicio de su profesión.

Esta competencia ha cobrado importancia ya que he realizado un trabajo autónomo aunque con unas pautas marcadas. Ha sido una metodología de aprendizaje guiado en general. No obstante, hay muchas partes del trabajo que se resuelven por aprendizaje por descubrimiento, en el que el alumno debe buscar, analizar, criticar etc. Y esto nos da autonomía para decidir cómo orientar nuestro trabajo.

Por último, he desarrollado un compromiso ético que ha potenciado la idea de educación integral, con actitudes críticas y responsables; garantizando la igualdad efectiva de niñas y niños, la igualdad de oportunidades, la accesibilidad universal de las personas con discapacidad y los valores propios de una cultura de la paz y de los valores democráticos.

El desarrollo de este compromiso se concretará en:

- El fomento de valores democráticos, con especial incidencia en los de tolerancia, solidaridad, de justicia y de no violencia y en el conocimiento y valoración de los derechos humanos.
- El conocimiento de la realidad intercultural y el desarrollo de actitudes de respeto, tolerancia y solidaridad hacia los diferentes grupos sociales y culturales.
- La toma de conciencia del efectivo derecho de igualdad de trato y de oportunidades entre niñas y niños, en particular mediante la eliminación de la discriminación a la niña, sea cual fuere su circunstancia o condición, en cualquiera de los ámbitos de la vida.
- El conocimiento de medidas que garanticen y hagan efectivo el derecho a la igualdad de oportunidades de las personas con discapacidad.
- El desarrollo de la capacidad de analizar críticamente y reflexionar sobre la necesidad de eliminar toda forma de discriminación, directa o indirecta, en particular la discriminación racial, la discriminación contra la mujer, la derivada de la orientación sexual o la causada por una discapacidad.

Esta competencia la he llevado a cabo en toda mi práctica educativa con los niños, ya que si, en algún momento, había alguna falta de respeto hacia otros compañeros o cualquier comportamiento problemático, se paraba inmediatamente la clase y se tomaban medidas para modificar la conducta del alumnado. He llevado a cabo la integración e inclusión contando con todo el alumnado, explicando las veces que hiciera falta a algunos de los alumnos y no he aceptado discriminaciones de ningún tipo a toda la diversidad de alumnos.

4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

4. 1. LA INVENCIÓN DE LA BASE

El ser humano disponía de utensilios como guijarros o palitos y los utilizaba para el recuento, de manera que funcionaban como símbolos numéricos. Después aprendió a concebir conjuntos cada vez más amplios. Pero entonces tropezó con nuevas dificultades para representar números más elevados lo que le llevó a plantearse simplificar el sistema agrupando por paquetes de objetos para facilitar el recuento, y creando así una base.

4.1.1. Diez, la base más generalizada.

La idea fundamental de este procedimiento reside en el predominio de la agrupación por decenas (o por paquetes de diez unidades), por centenas (o decenas de decenas), etc.

Tenemos 10 dedos en las manos si sumamos los cinco que hay en una con los cinco que tenemos en la otra. Probablemente este sea el origen de la base decimal.

En las lenguas indoeuropeas, semíticas o mongoles, los nombres de números están construidos generalmente sobre una base decimal.

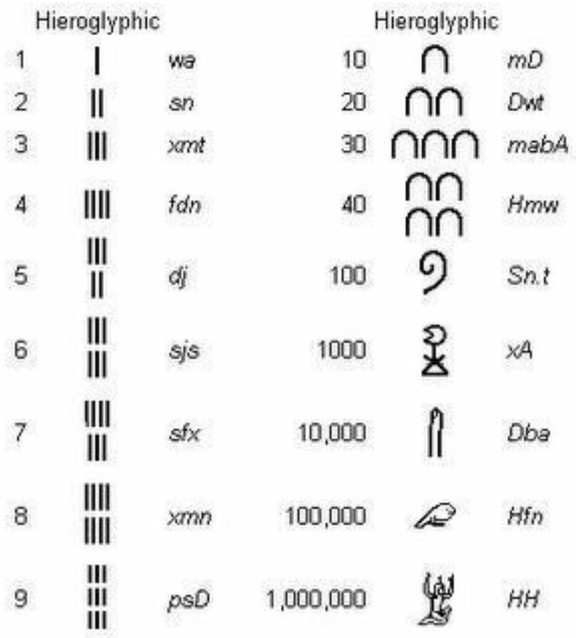
El sistema de numeración egipcio permitía representar números, desde el uno hasta millones, desde el inicio del uso de la escritura de jeroglíficos. Desde principios del tercer milenio a.C. los egipcios ya disponían del primer sistema desarrollado decimal (numeración de base 10). Aunque no era un sistema posicional, permitía el uso de grandes números y también describir pequeñas cantidades en forma de fracciones unitarias: las fracciones del *Ojo de Horus*. Las cantidades se representaban de una forma muy larga. Éste es uno de los sistemas de numeración más antiguos.

La numeración jeroglífica egipcia sólo atribuía una cifra particular a los números:

1   10   100   1000   100.000   1.000.000

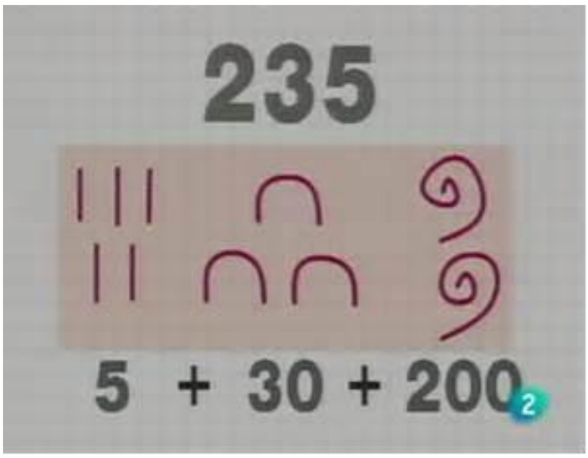
Y como se basaba en el principio aditivo, había que añadir el número de cifras que fuera necesario y que nos diera como resultado el número al que queríamos llegar. Para el número 1532, por ejemplo, había que escribir 11 símbolos ya que había que reproducir 1 vez la cifra del millar, 5 veces la de la centena, 3 la de la decena y 2 la de la unidad. Este sistema resultaba lento como se puede observar.

A continuación, podemos ver los símbolos de la numeración egipcia:



Como he indicado antes, los demás valores que no están indicados arriba se expresaban con la repetición del símbolo, el número de veces que fuera necesario. Vemos que la unidad se representaba con un palito vertical, la decena con un arco hacia abajo, la centena con una especie de caparazón de caracol, la cifra del millar con una especie de flor “de loto”, el símbolo del 10000 es similar a un dedo, el símbolo del 100000 puede parecer un renacuajo y el símbolo del millón, parece un hombre sentado y asombrado al levantar los brazos.

A continuación, muestro un ejemplo de numeración egipcia para aclarar cómo utilizaban este sistema aditivo:



Será pertinente también hablar del sistema de numeración romana, ya que también es un sistema de numeración de base 10 muy importante y merece la pena hacer mención de él en mi trabajo.

Como la mayoría de los sistemas de la Antigüedad, la numeración romana se ha regido fundamentalmente por el principio de la suma, es decir, es un sistema aditivo y, al igual que el sistema egipcio, no es posicional.

Al ser sus cifras (I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500 y M = 1000) independientes unas de otras, su unión ha implicado, por lo general, la suma de los valores correspondientes. Esto lo vemos mediante dos ejemplos:

CCCLXXXVII = 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 387

MMDCCXXVI = 1000 + 1000 + 500 + 100 + 100 + 10 + 10 + 5 + 1 = 2726

Consigue que la escritura de un número sea más corta, pues evita la repetición de 5 veces un mismo signo con los símbolos de 5, 50, 500...

No obstante, los romanos hicieron más difícil este sistema añadiendo una regla que consistía en que si se colocaba cualquier símbolo a la izquierda de otro símbolo que denotaba un valor superior, entonces el de menor valor se restaba del de mayor valor. Por ejemplo, el número 9 quedaría así representado. (IX)

Es importante notar que el sistema romano resultaba demasiado complicado, además de que era un sistema no apto para el cálculo, pues no permitía realizar operaciones sino era con la ayuda de un ábaco.

Tal como las conocemos hoy en día, las cifras romanas fueron las mismas que las de nuestro alfabeto:

1	=	I
5	=	V
10	=	X
50	=	L
100	=	C
500	=	D
1.000	=	M

Para aclarar dudas acerca de la escritura de los números romanos, a continuación se presentan los números del 1 al 100 donde podemos ver cómo procedían con este sistema aditivo y no posicional. También podremos darnos cuenta del uso que hacían de la regla que aplicaron. (de resta a la izquierda de valores superiores.)

I	1	XXI	21	XLI	41	LXI	61	LXXXI	81
II	2	XXII	22	XLII	42	LXII	62	LXXXII	82
III	3	XXIII	23	XLIII	43	LXIII	63	LXXXIII	83
IV	4	XXIV	24	XLIV	44	LXIV	64	LXXXIV	84
V	5	XXV	25	XLV	45	LXV	65	LXXXV	85
VI	6	XXVI	26	XLVI	46	LXVI	66	LXXXVI	86
VII	7	XXVII	27	XLVII	47	LXVII	67	LXXXVII	87
VIII	8	XXVIII	28	XLVIII	48	LXVIII	68	LXXXVIII	88
IX	9	XXIX	29	XLIX	49	LXIX	69	LXXXIX	89
X	10	XXX	30	L	50	LXX	70	XC	90
XI	11	XXXI	31	LI	51	LXXI	71	XCI	91
XII	12	XXXII	32	LII	52	LXXII	72	XCII	92
XIII	13	XXXIII	33	LIII	53	LXXIII	73	XCIII	93
XIV	14	XXXIV	34	LIV	54	LXXIV	74	XCIV	94
XV	15	XXXV	35	LV	55	LXXV	75	XCV	95
XVI	16	XXXVI	36	LVI	56	LXXVI	76	XCVI	96
XVII	17	XXXVII	37	LVII	57	LXXVII	77	XCVII	97
XVIII	18	XXXVIII	38	LVIII	58	LXXVIII	78	XCVIII	98
XIX	19	XXXIX	39	LIX	59	LXXIX	79	XCIX	99
XX	20	XL	40	LX	60	LXXX	80	C	100
								D	500
								M	1000

Nuestra numeración escrita actual también se apoya en la base 10 y utiliza los siguientes símbolos gráficos:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

Los nueve primeros números representan las unidades del primer orden y el décimo el concepto “cero”. La base diez, que es el primer número representado mediante dos cifras, se escribe 10 (lo que significa: una decena y cero unidades”) El número 99 por ejemplo significa nueve decenas y nueve unidades. La centena, que equivale al cuadrado de la base diez, se escribe 100 (“una centena, cero decenas y cero unidades”): es el número más pequeño representado mediante tres cifras. Los números de ciento uno a novecientos noventa y nueve se escriben combinando sucesivamente tres de las diez cifras fundamentales. Por ejemplo, el número 358 significa (“tres centenas, cinco decenas y ocho unidades”). A continuación viene el millar que equivale al cubo de la base y que se escribe bajo la forma 1000 (“un millar, cero centenas, cero decenas y cero unidades”), luego la decena de mil, que se escribe 10000, y así sucesivamente. La base diez ha sido la más utilizada a lo largo de la historia, y actualmente todo el mundo la ha incorporado determinando que es la mejor.

4.1.2. Otra solución: la base cinco.

Algunos pueblos han adquirido la costumbre de agrupar los seres y los objetos por paquetes de cinco. El origen de esta manera de contar es antropomórfico, pues sólo utilizaban los cinco dedos de una mano para contar pero se apoyaban en la otra mano para prolongar la serie.

Procedían de la siguiente manera. Primero extendían sus cinco dedos de la mano izquierda y contaban las cinco primeras unidades. Una vez contadas, doblaban el pulgar derecho y así agrupaban de cinco en cinco aquello que contaran. Seguían contando extendiendo los dedos de la mano izquierda, esta vez llegarían hasta diez y volverían a doblar el siguiente dedo de la mano derecha, es decir, el dedo índice. Siguiendo este proceso podrían contar hasta 25 e incluso podrían seguir la serie hasta el número 30 contando cinco unidades más con la mano izquierda.

4.1.3. Veinte dedos para contar

Otros pueblos han preferido adoptar una base vigesimal: han adquirido la costumbre de agrupar por veintenas los seres y los objetos que enumeran. Este ha sido el caso de los mayas y de los aztecas de la América Central precolombina, etc. Esta base también ha tenido un origen antropomórfico si tenemos en cuenta los dedos que tenemos contando los 10 de nuestras manos (5 en cada una) y los 10 dedos que tenemos en nuestros pies (5 en cada uno) lo que sumaría un total de 20 dedos.

En general, la base vigesimal ha sido poco utilizada. No obstante, nos encontramos varias lenguas en las que quedan rastros de una tradición probablemente muy antigua, de cuentas por veintenas.

Tanto en francés, como en latín, la propia forma del número vingt (veinte), (viginti en latín, y vinti en latín medieval), visiblemente independiente de “deux” (dos) (o duo) y de “dix” (diez) (o decem) constituye posiblemente un vestigio de esa cuenta vigesimal desaparecida. En francés antiguo, el empleo de formas análogas a quatre-vingts (ochenta), era bastante frecuente, puesto que para 60, 120 o 140, por ejemplo, se decía normalmente:

“trois-vingts”, “six-vingts” o “sept-vingts” (“tres-veintes”, “seis-veintes” o “siete-veintes”).

4.1.4. La cuenta por docenas

La cuenta duodecimal se extendió más que la vigesimal y, si se hubiera distribuido aún más, podría haber sido la más utilizada y esto nos habría beneficiado ya que el número 12 es divisible por 2, 3, 4 y 6, lo que hubiera resultado más cómodo que nuestra base 10. Dicho sistema ha sido empleado en los métodos comerciales de antaño, cuyos vestigios son entre nosotros la docena y la gruesa (doce docenas) y que seguimos manteniendo en lo que respecta a los huevos o las ostras, por ejemplo.

Los sumerios (y luego los asirio-babilonios), atribuyeron a esta base así como a sus múltiplos y divisores un papel importante en las medidas de distancias, superficies, volúmenes, capacidades y pesos. Además solían subdividir el día en doce partes iguales, llamadas danna, que equivalía cada una a dos horas nuestras.

Aunque no es evidente en una primera impresión, podemos contar hasta 12 con una sola mano pues, si excluimos al pulgar, cada dedo tiene tres falanges o articulaciones. Con el pulgar contaban las tres falanges de cada dedo apoyando este sobre cada una de las falanges para realizar el conteo, al ser 4 dedos por 3 falanges cada uno, nos daría un total de 12. Así, la docena puede adoptarse como base de un sistema numérico.

4.1.5. La enigmática base sexagesimal

La sesentena constituye una base muy elevada. Resulta poco cómoda ya que hay que aprenderse sesenta palabras para expresar los números del 1 a 60. Nuestra propia cultura, de alguna manera, la conserva pues la seguimos utilizando para expresar la medida del tiempo en horas, minutos y segundos, o la de los arcos y ángulos en grados, minutos y segundos. Esta base fue empleada en primer lugar por los sumerios, que solían contar por sesentenas y potencias de sesenta. Según algunos autores, la elección de esta base habría sido de origen petrológico. Según otros autores, el número de días del año, redondeado hasta 360, habría originado la división del círculo en 360º. Como la cuerda del sextante es igual al radio correspondiente, ese número habría engendrado la división del círculo en seis partes iguales a 60º, lo que habría dado prioridad a la sesentena.

La elección de la base sexagesimal tiene su origen en una mezcla de la base doce con la base diez pues 60 es el mínimo común múltiplo de 10 y de 12. De ahí la adopción de la sesentena como base de un sistema de numeración. También podemos pensar que la elección de esta base procede de una combinación natural de la base doce y de la base cinco (probablemente ambas de origen manual).

El procedimiento para contar será similar al de la cuenta duodecimal pero esta vez tendremos en cuenta las dos manos para el conteo. Al igual que en la base 12, contaremos con la mano derecha hasta dicho número teniendo en cuenta los cuatro dedos y las tres falanges, recordando que el pulgar es el dedo que realiza la operación. Al llegar a la docena con esa mano, doblamos entonces el meñique izquierdo. Volvemos seguidamente a la primera mano y contamos de 13 a 24 repitiendo el mismo proceso. Una vez lleguemos a 24, nos tocará doblar el dedo anular de la mano izquierda. Seguiremos realizando este proceso hasta haber doblado los cinco dedos de la mano izquierda, lo que significará haber llegado al número 60. Si nos fijamos, podemos ver que este proceso es parecido a la forma de contar que utilizaban en la base 5 pues contaban las unidades con una mano y los grupos de cinco los tenían como referencia en la otra mano. La diferencia entre ambos sistemas radica en que en la base 5 utilizaban como referencia la mano derecha y contaban unidades con la mano izquierda, al contrario que con la base 60.

4. 2. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL POSICIONAL.

4.2.1. La edad de oro del Islam y las dudas de Europa.

Es importante que conozcamos la relevancia que tuvieron los árabes en todo lo relacionado con la ciencia y la cultura pues fueron capaces de valorar, desarrollar y difundir la herencia cultural de la Antigüedad, mientras que la civilización occidental no supo darle a tiempo el valor que merecía.

Durante los siglos VIII al XIII, tuvo lugar uno de los periodos más brillantes de la historia de la ciencia en el mundo musulmán. En todos los países que conquistaron recopilaron todas las obras griegas, filosóficas, científicas y literarias que llegaron a sus manos. Después las tradujeron a su lengua árabe y las analizaron debidamente además de divulgarlas. En todas partes se fundaron universidades y bibliotecas, y ciudades como Bagdad, Damasco, El Cairo, Granada y Córdoba, se convirtieron en centros de influencia intelectual y artística. En cambio, nos encontramos con una Europa débil y afectada por la reciente caída del imperio romano y las invasiones bárbaras. Hasta finales del siglo XI, los pueblos cristianos destacaban por su desorden político y por el desconocimiento de la ciencia y de la cultura.

Sin embargo, los árabes no se conformaron con conservar los métodos de las culturas griegas, babilónica e hindú sino que los utilizaron añadiendo comentarios en la traducción que llevaron a cabo de obras del pasado. Aparte de esto, supieron aunar el orden sistemático de los matemáticos y filósofos griegos con el aspecto práctico de la ciencia hindú. Gracias a esto hicieron progresar notablemente la aritmética, el álgebra, la geometría, la trigonometría y la astronomía y, más tarde, pudieron concienciar al mundo occidental de estos aspectos.

Un matemático muy importante de la edad de oro de la civilización arábigo-islámica, fue Mohamed Ibn Mussa al-khowarizmi (hacia 780-850) que fue el autor de dos obras que se encargaron de difundir los métodos del cálculo y los procedimientos algebraicos de origen hindú. La primera de estas obras trata de la aritmética y es el primer libro árabe conocido en el que la numeración decimal de posición y los métodos de cálculo de origen hindú son explicados debidamente. La segunda obra, estaba consagrada a la ciencia algebraica y fue verdaderamente importante. Como resultado, nuestra álgebra moderna lleva hoy su nombre.

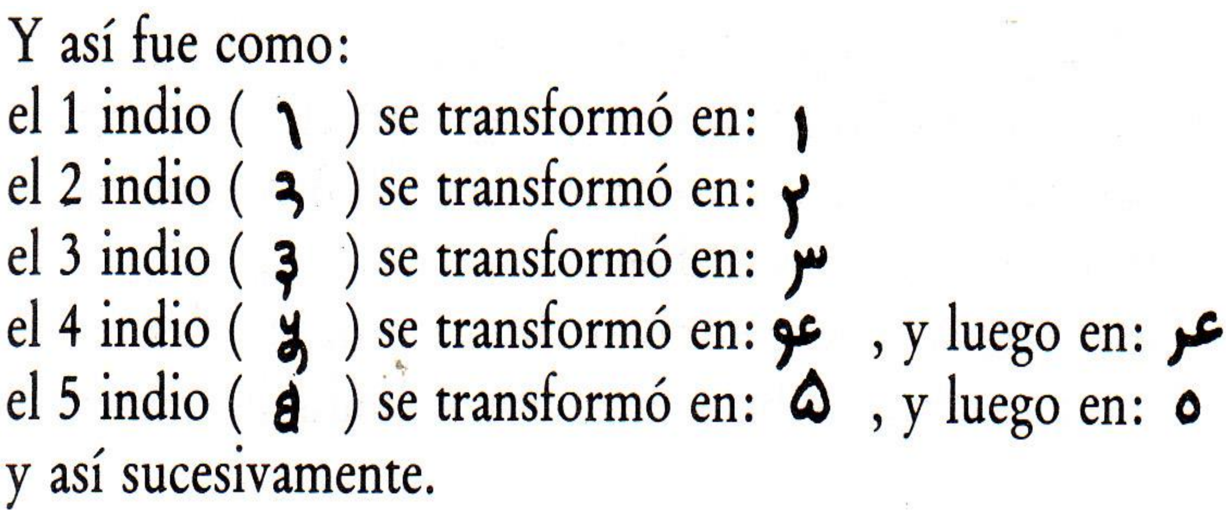
El nombre de al-Khowarizmi fue transformado sucesivamente hasta llevar al vocablo “algoritmo”.

4.2.2. Las cifras en el reino de los califas de Bagdad.

Cuando la numeración de posición y los métodos de cálculo procedentes de la India llegaron a Bagdad, estos copiaron rápidamente sus nueve cifras.

A mediados del s. IX, los números 2, 3, 4, 5 y 6 de los árabes seguían siendo similares a los números originales hindúes. El cero, seguía teniendo la forma de un “pequeño círculo parecido a la letra O” que determinaron los hindúes. Las demás cifras, incluido el cero, podemos divisarlos a continuación:

Con el tiempo, los copistas arábigo-persas y los escribas fueron personalizando estas cifras hasta ser modificadas al estilo propio de los árabes de Oriente.



Los escribas árabes orientales trazaron los caracteres de su escritura de arriba a abajo, con las líneas de derecha a izquierda, con lo que para leerlo a su manera, únicamente tenían que girar sus manuscritos unos 90º en el sentido de las agujas del reloj.

En honor al origen de las cifras que incorporaron, los árabes de Oriente las quisieron llamar “las cifras hindi” lo que nos hace no tener ninguna duda de su procedencia.

En cuanto a la procedencia de nuestras cifras, sabemos que estas provienen de los árabes pero tenemos que tener claro que provienen de los occidentales, no de los árabes del Cercano Oriente.

4.2.3. El nacimiento de las cifras árabes

Cuando los árabes orientales aprendieron la aritmética de los hindúes la propagaron tan rápido como pudieron por todos los “países hermanos” del Zagreb y de España.

En ese momento, los calculadores árabes occidentales todavía utilizaban métodos arcaicos pero a partir de mediados del siglo IX, también ellos se impregnaron de aquellos saberes y aprendieron el “cálculo sobre arena” y el manejo de números elevados, pues vieron las ventajas de los métodos de origen hindú, y que estos, hacían más rápido el proceso operacional.

Como en el caso de los árabes de Oriente, estas cifras en un principio tuvieron una forma bastante parecida a la grafía hindú pero evolucionaron a las “cifras ghobar” que es como decidieron llamarlas los árabes de Occidente. “Ghobar” significa “polvo” y esto era debido al polvo que echaban a las tablillas antes de realizar sus operaciones. Las cifras hindi eran las originales de los hindúes mientras que las cifras “ghobar” contienen las modificaciones que los árabes de Occidente realizaron para amoldarlas a sus costumbres gráficas. Son estas las que derivaron en las cifras que conocemos nosotros actualmente.

4.2.4. La primera introducción de las cifras árabes en Europa.

Los descubrimientos hindúes llegaron a Occidente a través de la influencia árabe pues estos, al conocer la numeración y los métodos de los cálculos hindúes, supieron ver que eran mejores y quisieron aprovecharlos. Los cristianos de Europa al contrario, se mostraron reacios ante la novedad y prefirieron sus métodos antiguos.

Desde la caída del Imperio romano hasta finales de la Edad Media, la enseñanza en Europa occidental era demasiado básica. Únicamente unos pocos lograban aprender los conocimientos elementales como leer, escribir y conocer escasamente la gramática, la dialéctica, la retórica o la música teórica. Después recibían clases de contenidos mínimos de astronomía y geometría y, a la vez, se les enseñaba a contar con los dedos y a escribir y leer cifras romanas. No dedicaban tiempo a aprender a calcular ni a nada más. En cuanto a la realización de operaciones aritméticas, solo los privilegiados aprendían a llevarlas a cabo en los ábacos romanos lo cual era complicadísimo y esto estaba reservado únicamente para personas especialistas a los que se les tenía un respeto absoluto ya que eran considerados sabios.

Italia tuvo la suerte de tener un contacto mayor con los árabes por lo que sus escuelas se especializaron antes en las operaciones complejas. En cambio, las universidades francesas o alemanas todavía en los siglos XIV y XV sólo se ocupaban de sumar y restar.

Sin embargo, mucho antes de la época de las Cruzadas, los pueblos occidentales tuvieron la oportunidad de adoptar el cálculo hindú pero la desaprovecharon tontamente.

Esta oportunidad la dio un monje francés muy sabio hacia el año mil, quien intentó difundir los conocimientos hindúes en Europa pero obtuvo el rechazo de sus gentes.

El monje francés al que hago referencia se llamaba Gerbert d,Aurillac y en el año 999 fue nombrado papa con el nombre de Silvestre II. Nació en Aquitania hacia el año 945 e ingresó en el convento de San Gerauld d,Aurillac donde destacó notablemente por su buena disponibilidad en el estudio. Era muy inteligente y quería ascender en el aprendizaje por lo que comenzó estudios de matemáticas y astronomía. Luego, fue a España y estudió con los maestros árabes los cuales le enseñaron su sistema de numeración y le mostraron todos sus métodos de cálculo. Cuando volvió a Francia, Gerbert se había empapado de todos los conocimientos de sus maestros. Entre el 972 y el 982, tuvo la oportunidad de dirigir la escuela diocesana en Reims. Su enseñanza influyó en las escuelas de su tiempo e incentivó la curiosidad de los occidentales por el interés hacia las matemáticas. Por todo esto, se puede afirmar que Gerbert d, Aurillac fue uno de los primeros que introdujeron las cifras árabes en nuestra cultura.

Las cifras árabes introducidas por Gerbert fueron poco utilizadas. Su uso se limitó a simplificar la utilización de las antiguas tablas de cálculo del tiempo de los Césares. En lugar de colocar, en cada columna del ábaco, tantos guijarros como unidades en el orden correspondiente, optaron por utilizar fichas de hueso de cuerno que llevaban grabadas las cifras árabes del 1 al 9.

No será hasta después del período de las Cruzadas cuando se estabilice progresivamente la implantación de las llamadas cifras árabes. A partir de los siglos XIII y XIV, dichas cifras tomaron la forma con la que las conocemos.

4.2.5. Abacistas contra algoristas: una batalla del Renacimiento

Este periodo es conocido en la Historia con el nombre de Renacimiento europeo. Se caracterizó por la reaparición de la cultura y las grandes universidades en la Europa occidental y, al mismo tiempo, por la segunda difusión de las cifras árabes. Será ahora donde se dará esa estabilización de las cifras.

El objetivo principal de las Cruzadas (1095-1270) fue tratar de imponer con guerras atroces la religión a los árabes de Oriente pero, para sorpresa de los cristianos, estos volvieron culturizados de los saberes que aquellos poseían. Debido a los intercambios con la cultura musulmana que estas guerras implicaron forzosamente, algunos clérigos del séquito de los cruzados aprendieron el cálculo según el método de al-Khowarizmi, trazando cifras en la arena sin utilizar las columnas del ábaco de polvo. Enseguida vieron las ventajas y desecharon el ábaco. Estos además vieron la necesidad de adoptar el cero que fue invención de los hindúes.

El otro contacto con el mundo musulmán se produjo del otro lado del Mediterráneo y también fue la causa de la reaparición del Conocimiento. Desde finales del S.XI, se tradujeron numerosas obras árabes, griegas o indias en España. Los contactos culturales habían aumentado mucho y los europeos comenzaron a querer adentrarse en conocimientos de matemáticas, astronomía, ciencias naturales y filosofía. Esta época (S. XII-XIII) llevó a Europa, al conocimiento de las obras de Euclides, Ptolomeo, Aristóteles, al-Khowarizmi…obras que fueron traducidas al latín por los cristianos.

Tanto los cruzados que se situaban en Jerusalén como los sabios que residían en Toledo estaban acabando por fín con el uso del ábaco.

A principios del S. XIII, tuvo un papel fundamental el matemático italiano Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci. Este viajó al Cercano Oriente donde conoció a los maestros árabes y, por tanto, su sistema numérico, las reglas del cálculo algebraico y los principios fundamentales de la geometría. Fue así como decidió redactar en 1202 un tratado que resultó muy aclamado por todos los partidarios del “algorismo” y que contribuyó a la difusión y al desarrollo del álgebra. Dicho tratado explicaba las reglas del cálculo cifrado en la arena pero el autor lo llamó Liber Abaci ("Tratado del Ábaco") para no enfadar a los abacistas.

A partir de ese momento, los algoristas tenían más peso en la sociedad. No obstante, la resistencia todavía no se rendía. Los calculadores profesionales de la época que practicaban las operaciones en el ábaco se cerraban al método de los algoristas, pues, entre otras cosas, no les parecía bien que estos estuvieran al alcance de cualquiera.

Había otra razón de índole ideológico para el rechazo de la numeración indo-árabe. Desde el renacimiento del Saber en Europa, la Iglesia puso bajo su control la ciencia y la filosofía y exigió que su evolución estuviera sometida a la fe absoluta. Cualquier saber que no estuviera relacionado con sus dogmas teológicos les daba miedo y desconfianza por lo que lo desechaban.

Así, ciertas autoridades eclesiásticas hicieron correr el rumor de que, al ser tan fácil y tan ingenioso, el cálculo de los árabes debía de tener algo mágico, e incluso demoníaco por lo que algunos inquisidores enviaron a discípulos de Fibonacci a la hoguera.

La iglesia, por tanto, no quería hacer nada para favorecer una democratización del cálculo puesto que eso supondría para ellos la pérdida de poder. Prefirieron que el cálculo siguiera siendo únicamente de los clérigos. Prohibieron las cifras árabes y los aficionados del cálculo moderno tenían que practicarlas a escondidas.

Más tarde, el cálculo escrito, en la arena, se extenderá entre el pueblo, quien se dio cuenta del papel fundamental que tiene en este método la cifra o "cero". La tradición popular utilizó en adelante esta palabra para referirse a todo el sistema. Por esta razón esta palabra ha llegado a adoptar bajo sus diferentes formas el sentido que posee en la actualidad en la mayoría de los idiomas occidentales.

Pronto hubo una gran confusión entre el sentido de la palabra cifra de la tradición popular y el sentido que los eruditos daban al mismo término: para unos, cifra significaba "signo de numeración" y para los otros significaba "nada". Finalmente se inclinaron ante la presión popular y terminaron el debate adoptando para la "nulidad" el término parejo italiano, zero.

Cuando decimos cifra, la propia palabra nos traslada a aquella época de la historia europea que significa "escritura secreta".

En realidad, el enfrentamiento de los "Abacistas" (defensores de las cifras romanas y del cálculo en el ábaco de fichas) y de los "Algoristas" (defensores del cálculo cifrado de origen hindú) duró varios siglos. El ábaco se siguió utilizando después del triunfo de los nuevos métodos. Todavía en el S.XVIII, la gente siguió comprobando todos los cálculos efectuados a pluma repitiéndolos en el ábaco.

Hacía ya mucho que el cálculo a pluma había conquistado a los científicos pero a los comerciantes, banqueros, financieros y funcionarios les costó muchísimo separarse del ábaco.

La revolución francesa fue la que zanjó definitivamente el asunto ya que se prohibió en las escuelas y administraciones el uso del ábaco.

4.3. LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO Y DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN.

4.3.1. Primeras herramientas numéricas

Muchas investigaciones llevadas a cabo a lo largo de todo el mundo (Fuson y Hall, 1983; Fuson, Richard y Briars, 1982) han puesto de manifiesto que los niños construyen ideas acerca de los números y del sistema de numeración aún antes de haber acudido a la escuela.

4.3.2. El recitado de la serie

Los niños en edades tempranas tienen conocimientos sobre la serie numérica oral. Estos conocimientos no son los mismos para todos los alumnos de una misma aula. Cada niño cuenta un intervalo de números dado, imagina cierta cantidad que puede acercarse más o menos a la realidad.

Al recitar la serie, muchos niños nos demuestran que han descubierto parte de la regularidad y organización que el sistema tiene. Por ejemplo, cuando están contando y llegan a 19 se detienen y si alguien les dice "veinte", "arrancan" nuevamente a gran velocidad: 21, 22, 23,...29 y se detienen otra vez para volver a empezar si se les dice "treinta". No saben aún la denominación de algunas decenas, pero sí saben que después de los nudos de las decenas (20, 30, 40) los números siguientes se obtienen agregando consecutivamente los números del 1 al 9.

Por lo tanto, no debemos olvidar que hay ciertos números que son irregulares donde no podemos aplicar las reglas anteriormente mencionadas. Dichos números (11, 12, 13, 14 y 15) además de los nombres de las decenas (10, 20,30…) requieren de la memorización de sus nombres especiales.

4.3.3. Conocimiento de los órdenes de unidades

El conocimiento de nuestro sistema de numeración con órdenes de unidades de base diez se desarrolla progresivamente y se basa en conocimientos anteriores de contar (Baroody et al., 1984 y Resnick, 1983). Los niños de primer curso aprenden relativamente pronto a reconocer los nombres y los lugares de las unidades y de las decenas. Sin embargo, estos conocimientos los aprenden de memoria y representan una comprensión superficial de nuestro sistema de numeración de base diez (Resnick, 1982).

El conocimiento profundo de nuestro sistema basado en órdenes de unidades implica comprender la estructura del sistema de numeración de base diez (Baroody, et al.,1984). Una clave para esta comprensión es la equivalencia de los órdenes en base diez: 10 unidades equivalen a 1 decena…

Nuestro sistema de base diez se basa en un total de diez símbolos para las cifras (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) que se combinan sistemáticamente para formar números de dos cifras que empiezan con el 10 y acaban con el 99.

Los niños suelen encontrarse por primera vez con enumeraciones complejas en el contexto de combinar una o más decenas y unidades. Por ejemplo, el problema de sumar dos monedas de 10 cents. Y tres de 1 céntimo. Podría solucionarse contando primero de 10 en 10 y luego de 1 en 1: 10, 20, 21, 22, 23. Cambiar entre dos maneras de contar o entre tres o cuatro suele ser muy difícil para los niños pequeños. Algunos niños cuentan sólo de una manera.

Para un aprendizaje significativo de los órdenes de unidades, Baroody señala que la comunidad educativa debe implicarse con la finalidad de que el alumnado tenga que tener en cuenta los efectos del tamaño de los números. Se deben examinar los errores para orientar la enseñanza de apoyo por parte de los profesores. Es necesario destacar explícitamente las reglas de codificación/decodificación con un método para señalar la importancia del orden, que consiste en la presentación de números con las mismas cifras pero en distinto orden, además de presentar el cero como cifra significativa. También será importante emplear un enfoque informal para cultivar conjuntamente técnicas y conceptos de numeración con órdenes de unidades. Combinar la técnica y la enseñanza significativa deberá disminuir notablemente las dificultades en la lectura y escritura de números. Además, se describirán juegos y actividades que no sólo son útiles para estimular el aprendizaje sino que resultan divertidos para los niños.

Centrándonos en la práctica de un enfoque informal para la enseñanza de apoyo, podemos decir que esta se orienta en un principio a: a) identificar los nombres y valores de los lugares para números de hasta dos cifras; b) pensar en diez elementos como un grupo de diez, y en 10 decenas como un grupo de 100 puesto que los niños de primero aprenden hasta el número 100; c) contemplar los números de dos cifras como compuestos de decenas y unidades, y d) relacionar representaciones concretas de base diez con números escritos incluyendo el uso del 0 como cifra significativa y no como "nada".

4.3.4. El conteo

Que los niños sepan recitar la serie no nos indica que sepan contar elementos de una colección, pues son conceptos diferentes.

Para contar, los niños deberán incorporar primero el principio de adecuación única (Gelman, 1983), es decir, deberán asignar a cada objeto de una colección un número. En segundo lugar, deberán saber cuántos objetos hay en total al terminar el conteo, ya que muchos niños cuentan bien y luego no saben decir cuantos objetos han contado. (principio de cardinalidad). En tercer lugar, Gelman habla del principio de indiferencia del orden, es decir, tienen que entender que no importa el orden en el que cuenten los objetos ya que la cantidad nunca se modificará.

Los niños, en el inicio de las operaciones, necesitan contar todos los objetos para determinar el total y esto es debido a que contar desde un número diferente a 1 es más complicado para el niño ya que debe poseer un conocimiento más completo de la serie numérica. Además de esto, si aún no puede controlar las relaciones parte/ todo características de la suma, es natural que necesite convertir mentalmente todos los elementos en "unos" (Kamii, 1984).

Para responder posteriormente a una situación de disminución, 12 – 4, es necesario realizar actividades para que puedan DESCONTAR.

Para llevar a cabo estos procedimientos, se necesita que los alumnos dominen la serie numérica oral. Deberán ser capaces de:

- Indicar el número anterior y posterior a un número dado sin comenzar la serie desde el principio.
- Continuar la serie oralmente a partir de un número dado, de manera ascendente y descendente.
- Enunciar, por ejemplo, 4 números a partir de uno dado, de manera ascendente y descendente.

Para asegurar este dominio en todos los alumnos será necesario que se realicen múltiples actividades planificadas. Un buen ejemplo, es la realización de una escalera de papel donde aparece la serie numérica. En mi práctica en el colegio la llevé a cabo y fue precisamente para que los niños tuvieran claro la ordenación de los números.

4.3.5. Los problemas y la enseñanza del número.

Lo que debemos hacer como docentes es proponer a los alumnos situaciones de aprendizaje en las que los números aparezcan como herramientas de resolución, es decir, que sea necesario usar los números en todos los casos posibles.

Los diferentes contextos de utilización abarcarán la cantidad (recordar la extensión mentalmente), la posición (recordar el orden), la anticipación de resultados (imaginar conjuntos mentalmente y dar una solución), los códigos (que no expresan ni el aspecto cardinal ni el ordinal) y el expresar las magnitudes. (A veces se les asocian números.)

4.3.6. Los procedimientos de los alumnos.

La forma de proceder de los alumnos es por lo general frágil e inestable, muy dependiente de la situación propuesta, y poco transferible. Así, los alumnos en ocasiones darán la impresión de regresión, no reutilizarán una solución que fue exitosa al probarla, sino que la reconstruirán totalmente pues reconocer la eficacia de un procedimiento lleva más tiempo.

Los niños necesitan muchas oportunidades de volver sobre un problema, de reafirmar sus procedimientos… El aprendizaje está lleno de dudas y de retrocesos hasta que se adquieren finalmente los conocimientos.

Conocer los procedimientos es fundamental, pero el desafío más fuerte del docente es provocar en los alumnos que dominen procedimientos cada vez mejores.

El medio del que dispone el docente para favorecer el aprendizaje es ir variando las situaciones que propone a los alumnos. Esto favorece la adquisición de los contenidos.

4.3.7. Acerca del tamaño de los números

El niño toma conciencia de forma progresiva de diferentes partes de la serie numérica. Podemos distinguir cuatro grandes dominios numéricos:

1) Dominio de los números visualizables o perceptivos. Son aquellos números que se reconocen con un simple golpe de vista sin tener que recurrir al conteo.
2) Dominio de los números familiares. Por lo general son los números comprendidos hasta 12, 16, 19, porque son números que se utilizan normalmente.

3) Dominio de los números frecuentes. Son los números hasta el 30, 31 porque esa es la extensión general de los meses y por lo general, la cantidad de alumnos de una clase. Los niños están familiarizados con estas cantidades.
4) Dominio de los números grandes. En cantidades elevadas, los niños no recurren al conteo. Reconocen su escritura y tienen el concepto mental cuando se habla de ellos.

4.3.8. Diagnóstico para preescolar y primer grado. Caracterización de los conocimientos iniciales de los alumnos en el campo numérico.

1- Conocimiento del recitado de los números. ¿Hasta qué número sabe contar?
2- Conteo. Atribuye un número a cada objeto sin repeticiones y sin omisiones,(adecuación única) y asigna a la colección el último número pronunciado (Principio cardinal)
3- Utilización del recitado para crear una colección. (Sin sobrepasarla.)
4- El sucesor. Si se añade uno más a la colección anterior, no deberá contarla desde el principio.
5- Lectura y escritura de números. (teniendo en cuenta el valor posicional.)
6- Contar a partir de un número dado sin tener que empezar la serie desde el 1.
7- Conteo espontáneo. (de manera global y sin contar conoce los elementos.)
8- Uso social del número. (también fuera de la escuela)

4.3.9. Sistema de numeración

Normalmente se tiene planificado en los centros educativos que el primer año se aprenden los números hasta el 100, el segundo hasta el 1000, el tercero hasta el 10.000 y en los tres años se propone analizar y expresar los números en términos de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, es decir, en términos de agrupamiento recursivo.

Analizar los números en términos de unidades y decenas, 26 = 2 d y 6 u, implica la multiplicación 2x10 + 6, pero su aprendizaje no es apto hasta el segundo curso. Por esto, en primer curso se plantea otra forma de abordar los números. En vez de llevar a cabo la noción de agrupamiento y la descomposición en unidades y decenas, propicia otras relaciones aritméticas a propósito de las escrituras numéricas.

En el primer contacto con los números se busca que los niños se conciencien del poder de estos como memoria de la cantidad y como recurso para anticipar. El trabajo sobre el sistema de numeración propuesto busca que los niños exploren regularidades, establezcan propiedades etc., que les van a permitir realizar anticipaciones.

Los números son un soporte simbólico organizado, en principio oral, después escrito, en el cual el niño descubre y memoriza el orden.

La escuela tiene que facilitar a todos los niños la práctica de la serie numérica para que logren memorizar una porción suficiente de esta en el primer curso. Para esto se propondrán actividades que exijan contar cantidades más o menos importantes.

Los niños suelen encontrarse por primera vez con enumeraciones complejas en el contexto de combinar una o más decenas y unidades. Por ejemplo, el problema de sumar dos monedas de 10 cents y tres de 1 céntimo. Podría solucionarse contando primero de 10 en 10 y luego de 1 en 1: 10, 20, 21, 22, 23.

Se busca que los alumnos entiendan el 34 como 30+4 y también como 10+10+10+4. De esta forma se podrá empezar a conceptualizar que el 3 del 34 representa 30 aunque todavía no entiendan que 30 está formado por 3 grupos de 10.

Aprender a escribir números requiere codificar un número oral en símbolos escritos correctos. Si los niños utilizan mal estas reglas de codificación/decodificación, les será fácil caer en errores en la escritura, especialmente en las decenas. Como los términos de las decenas se escriben con un cero, algunos niños lo escriben cada vez que oyen el vocablo correspondiente a una decena (por ejemplo, escriben “cuarenta y dos” como 402). Los alumnos pueden tener dificultades para leer y escribir números con ceros porque no entienden que el cero ocupa un lugar y es, por tanto, una cifra significativa. Están acostumbrados a interpretar que el cero significa “nada”.

Algunos niños, que no se dan cuenta de que los números de varias cifras son una expresión numérica que debe tratarse de manera global, pueden decodificar y leer las cifras de manera aislada (por ejemplo, leen 27 como “dos siete”). Se trata de un error común de lectura entre niños de párvulos (Baroody et al.,1984).

Cuando los niños descubren ciertas regularidades de la serie numérica, estas no las generalizan para otras porciones de la serie, por lo que en segundo y tercer curso hay que seguir trabajándolas.

La dificultad del problema varía según los recursos que se presenten a los alumnos. Las actividades relacionadas con el manejo del dinero dan bastante juego para establecer las relaciones: por una parte, su organización decimal permite relacionar las descomposiciones aditivas con las multiplicativas vinculando ambas con la posicionalidad; por otra parte, el uso social del dinero lo transforma en un objeto familiar para los niños.

Estas actividades hacen funcionar los cambios en varios niveles: diez billetes de 1 se cambian por uno de 10; 10 de 10 se cambian por uno de 100; 10 de 100 por uno de 1000.

Se busca diferenciar las cifras según su posición en la escritura de un número, asociándoles una cierta cantidad de billetes.

4.3.10. La apropiación del sistema de numeración.

Las Investigaciones en didáctica de matemática han permitido una nueva aproximación a la enseñanza del sistema de numeración.

La intención sigue siendo crear condiciones para una comprensión operatoria de nuestro sistema. Se trata de tener en cuenta los conocimientos iniciales de los niños, por imperfectos que sean, para dar sentido a aquéllos que se buscan desarrollar.

4.3.11. Aproximación didáctica.

La idea de "sistema de numeración" (organización de los números en una serie que obedece a reglas ligadas a la base diez) aparece más tarde y requiere conocer la extensión del campo numérico.

Se distinguen tres grandes fases en el aprendizaje de la designación de los números:

1) Una aproximación global y principalmente oral de los nombres de los números.

2) Una toma de conciencia de las regularidades de la serie numérica escrita y un aprendizaje de las reglas de escritura.

3) La comprensión de las ideas de agrupamiento.

4.3.12. Nombrar, leer y escribir los números.

Hay que darle importancia al nombre de los números y a su escritura de una manera global en preescolar para que los niños los utilicen de manera adecuada. Habrá que tener en cuenta sus conocimientos adquiridos fuera de la escuela (en sus familias, juegos, televisión...) y se le propondrán situaciones de aprendizaje en las que los números sean los protagonistas.

La idea de "sistema de numeración" aparece con la necesidad de escribir números cada vez más grandes y por lo tanto de encontrar símbolos y palabras para todos ellos y para poder registrarlos.

Destacaremos tres grandes fases en el aprendizaje de la designación de los números:

4.3.13. Primera fase: aproximación global y primero oral.

Nombres aislados:

Se designa a las cantidades, con palabras como las otras sin relación entre ellas: "hay cuatro lápices".

Nombres ordenados:

El conocimiento de la serie numérica pasa por diferentes etapas de acuerdo a las competencias que van adquiriendo los niños:

- Recitar una parte de la sucesión convencional a partir del 1; Cuando ya no conoce el número siguiente continúa repitiendo números dichos con antelación.

1. Recitar a partir de 1 y parar en un número concreto. Esto necesita recordar el número dado.

- Recitar intercalando nombres. Por ejemplo: una vaca, dos vacas, tres vacas,…La intercalación de tales nombres obliga a diferenciar el nombre de cada número.

- Recitar a partir de un número diferente de 1. Para esto, los alumnos tendrán que tener un conocimiento más seguro de la serie numérica. Esta habilidad será la que le ayudará en el “SOBRECONTEO”.

- "Descontar" de uno en uno, es decir contar hacia atrás.

- Contar de dos en dos; descontar de dos en dos; contar de diez en diez, etc.

La sucesión escrita.

Para que los niños aprendan la ordenación de los números será un buen ejercicio realizar una banda numérica o escalera en la que aparezcan dichos números. Cuando un niño no sabe leer "15", cuenta sobre la banda las casillas que van desde 1 a "15" y puede así, gracias a una sucesión aprendida de memoria, descubrir el nombre de ese número 15. Los números presentados en la escalera los recitan ahora de manera automática porque tienen la referencia concreta.

Esto es muy útil en los primeros cursos de educación primaria pues durante mis prácticas con los alumnos de primero realicé una escalera que poseía los números del 1 al 100, que eran los que les correspondía aprender por edad. Además de memorizar la serie y conocer su extensión, aprendían la escritura correcta de los números y aprendían con gusto, ya que las cartulinas que componían la escalera captaban su atención por su forma llamativa y sus colores. Después de repetir varias veces la práctica de la escalera, comenzamos a ordenar pares de números sin ella y daba buen resultado, ya que los alumnos tenían en la memoria la disposición de las cartulinas. Sabían que los números que estaban más abajo eran más pequeños que los que estaban más arriba con lo que aprendían a ver la distancia que había entre números, la visualización del orden, representación de la amplitud, percepción de la infinitud de la serie…

La escritura con cifras.

Algunos niños que son capaces de "leer" la escritura de un número sobre la banda, no lo logran cuando encuentran esa escritura aisladamente, han memorizado la sucesión ordenada pero no la escritura en sí misma. Es necesario que memoricen también la escritura de los números y que sean capaces de despegarse de las bandas numéricas.

La investigación llevada a cabo en Argentina por Delia Lerner y Patricia Sadovsky (1994), acerca de cómo se aproximan los niños al conocimiento del sistema de numeración, afirmó dos conclusiones:

a) Los chicos construyen muy tempranamente ideas particulares para producir e interpretar representaciones numéricas.

Mercedes (5 años), al tener que decidir cuál de los siguientes números es mayor: 367 y 57, dice "éste (señalando al 367) porque tiene más números". Aunque Mercedes no puede aún leer esos números "sabe" que a mayor cantidad de cifras mayor el número.

b) Los niños no construyen la escritura convencional de los números tal cual el orden de la serie numérica, es decir, no aprenden primero el 1 y después el 2, 3------9, 10, 11,---, 19, 20, 21, etcétera. Hay ciertos números que llaman más su atención y los aprenden antes.

Primero pueden escribir los nudos; 20, 30, 100, 200, y posteriormente acceden a la escritura convencional de los intervalos entre esos nudos.

La convicción de que los números se escriben tal cual se los nombra, deriva de las características mismas que el sistema de numeración hablada posee. A diferencia de la numeración escrita, que es posicional, la numeración hablada no lo es. Si lo fuera, al leer un número, por ejemplo el 7452, diríamos "siete cuatro cinco dos". Lo que hacemos es que al mismo tiempo que enunciamos la cifra, enunciamos la potencia de 10 que le corresponde a cada una.

¿Cómo avanzan los niños hacia la escritura convencional? Las investigadoras encontraron que este avance se produce al entrar en conflicto dos de las hipótesis fuertes de las que disponen: por un lado, el convencimiento de que los números se escriben tal cual se dicen; por otro, el conocimiento de que un número es mayor que otro si tiene más cifras.

Un alumno que sabe escribir los nudos de manera convencional, por ejemplo el 20, el 30, etcétera, puede escribir el veintitrés como 203 y argumentar con seguridad que lleva más números que el 20 porque es mayor. Si a continuación se le pidiera que escribiera el 30, y se le preguntara si un número que es menor puede escribirse con más cifras que otro mayor, dudaría acerca de lo que defendía. Esto no significa que inmediatamente acceda a la escritura convencional pero sí verá que la escritura de los números tiene ciertas particularidades.

Si les hacemos comparar números de diferente cantidad de cifras, progresivamente irán construyendo ideas acerca de que los "diecis", "veintis","treintis", etcétera, "van con dos números", "los cientos van con tres", "los miles van con cuatro". Estos conocimientos funcionan como control de escrituras ligadas a la numeración hablada: "son muchos números", se les escucha decir, y se embarcan en reiterados intentos de modificar la escritura hasta lograr reducir la cantidad de cifras (Lerner y Sadovsky, 1994).

4.3.14. Segunda fase: Aspecto algorítmico de la escritura

En esta segunda fase se trata de que el alumno incorpore la organización de la sucesión escrita.

Esta organización ya empiezan a descubrirla los niños, cuando recitan la serie numérica y dicen por ejemplo…veintiocho, veintinueve, veintidiez, veintionce ...o perciben que sus dificultades están en los nombres de ciertos números: veinte, treinta, etc., ya que a partir de ellos ya sabe retomar la serie: treinta y uno, ... A veces deben aprender reglas regulares y otras veces, memorizar las irregularidades de los números. Las bandas numéricas ayudan a esto.

Al finalizar esta fase, los niños son capaces de escribir series de números a partir de cualquier número o bien pueden decir que entre 30 y 40 todos los números se escriben con un 3 delante, aunque no sean capaces de dar un significado al 3.

Si los niños no conocen la designación de los órdenes de unidades o las reglas para codificar/decodificar las relaciones más complejas implicadas, serán incapaces de leer y escribir números de varias cifras aún mayores en los cursos sucesivos.

Los niños aprenden a leer y escribir números por etapas (Baroody, Gannon, Berent y Ginsburg, 1984).

4.3.15. Tercera Fase: Agrupamiento en base diez

Esta fase tiene por objetivo, poner en evidencia el papel de los agrupamientos de base diez y de sus recursos. En esta fase se insiste en el significado de las cifras en función de su posición.

Un número de varias cifras es una expresión numérica que codifica relaciones entre las cifras aisladas para expresar un número (McCloskey, Caramazza y Basili, 1984). Por tanto, los números de varias cifras deben leerse como un todo para captar su significado (por ejemplo, 47 no se lee como “cuatro siete” tratando las cifras de forma aislada, sino como “cuarenta y siete” de manera globalizada.)

Las relaciones entre cada una de las cifras se codifican mediante su posición. Cada lugar que ocupe la cifra en un número será determinante. Por ejemplo, el orden de las cifras en 47 comporta un significado distinto que el orden en 74. Vemos pues, que el orden y el lugar codifican información.

Para leer un número, el niño debe tener en cuenta la información que nos da la posición de las cifras (el orden y el lugar). El primer paso es observar el número de cifras presentes (McCloskey et al., 1984). Por ejemplo, en un primer contacto con el número 47 nos daremos cuenta de que tiene dos cifras. El segundo paso conlleva especificar las relaciones entre las cifras. Dos cifras quiere decir que el primer lugar (por la izquierda) está ocupado por las decenas, y el segundo lugar (el de la derecha) por las unidades, es decir, la serie numérica del uno al nueve. El tercer paso consiste en llenar cada lugar con el nombre específico para cada número, intercalando en medio la conjunción “y”. (cuarenta y siete).

Conclusión.

Este proceso de aprendizaje tiene una duración larga. La enseñanza no puede ser ni lineal ni demasiado rápida. Su plena adquisición no se observa hasta el fin de la etapa cuando ya habrá sido totalmente incorporado el recurso del cálculo mental.

4.4. EL MÉTODO SINGAPUR

Son numerosas las razones por las que merece la pena trabajar en las aulas de 1º y 2º de educación primaria dicho método, el cual se empezó a utilizar en Singapur en el año 1992. En Singapur dicho método ha dado resultados más que evidentes, pues sus alumnos alcanzaron los primeros lugares en test internacionales como el TIMSS, es decir, mejoraron claramente su rendimiento. Por esto, otros estados como Chile siguieron sus pasos.

Para empezar, una de las razones del éxito de esta metodología consiste en que no se orienta en la memorización o la aplicación de fórmulas, las cuales resultan aversivas para los alumnos y poco atractivas. Por el contrario y para parecer más ameno a los alumnos, se presenta como una metodología nueva, que rompe con los métodos tradicionales y consigue hacer aprender a todos los alumnos con un material concreto a la vez que juegan.

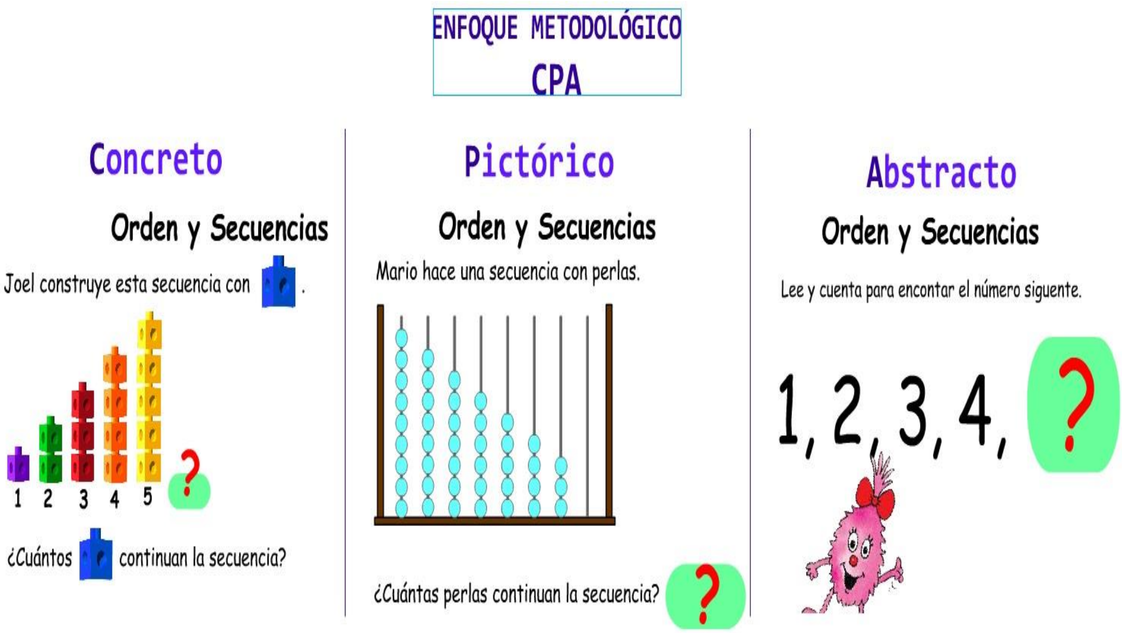
Otra de las razones, es que este método consigue que todo el alumnado pueda mejorar su aprendizaje. Para ninguno de los alumnos resultará imposible aprender pues las actividades investigativas llamarán la atención a todos y despertarán su gusto por el aprendizaje.

El método Singapur es una buena herramienta para que el docente pueda cerciorarse de cómo comprenden los alumnos los contenidos, es decir, el maestro podrá registrar datos acerca de los logros y de las dificultades de sus alumnos, con mayor precisión. El docente podrá realizar preguntas de una manera secuenciada para evaluar el proceso de cada alumno.

Esta metodología procura que el alumnado desarrolle el pensamiento lógico-matemático y le invita a pensar sin límites logrando una autonomía para hacerlo y desarrollando su iniciativa personal para llegar a ideas que le ayuden a solucionar problemas.

Por último, también es importante añadir que, mediante este método, los alumnos visualizan directamente los contenidos que se les plantea, pues estos quedan expuestos mediante diagramas y, de esta manera, no tienen que imaginar conceptos abstractos ya que disponen de lo concreto para trabajar con ello viéndolo y tocándolo.

El método Singapur resulta novedoso debido al buen procedimiento que siguen los alumnos hasta incorporar los conceptos. Esta metodología conlleva tres pasos para el asentamiento de los aprendizajes. El primer paso consiste en trabajar manipulando los propios materiales, es decir, enfrentándose con lo CONCRETO. El segundo paso consiste en saber interpretar la información a través de lo gráfico o PICTÓRICO y, por último, el tercer paso conlleva a la solución del problema propuesto mediante la representación mental sin elementos físicos, lo que nos haría llegar a lo ABSTRACTO. Esta metodología se llama CPA (Concreto, Pictórico, Abstracto)



Fuente: http://www.singapur.cl/Enfoque_metodologico.html

5. METODOLOGÍA

5.1. OBJETIVOS

1. Conocer el recitado de los números del 1 al 100 para asimilar conceptos de ordenación y de valor posicional.

2. Comprender las nociones básicas del valor de posición con la finalidad de ser capaz de especificar las relaciones entre las cifras. Tendrán que tener claro en un número el lugar de las decenas y de las unidades.

3. Comparar cantidades determinando la cantidad mayor y la cantidad menor para afianzar conocimientos relacionados con la ordenación y con el valor posicional.

4. Leer números de 1 y 2 cifras para la consecución de codificar la información especificada por la posición. (el orden y el lugar.)

5. Escribir números de 1 y 2 cifras para la consecución de codificar números verbales en símbolos escritos adecuados.

6. Comenzar a sumar y a restar sin llevadas para adentrarse en el aprendizaje del inicio a las operaciones, útiles para la resolución de problemas de la vida cotidiana.

7. Empezar el aprendizaje de sumas con llevadas para facilitar su posterior aprendizaje en el siguiente curso donde consolidarán estos conocimientos.

8. Representar los números para conocer la serie numérica y conocer la extensión de esta ante un número dado.

5.2. FASES

Este apartado servirá para describir las fases llevadas a cabo en el aula de Educación Primaria con los alumnos de primer curso.

Ordenaré mi intervención en tres fases: la primera estará formada por la realización de una prueba inicial a los alumnos, donde se podrá apreciar de qué conocimientos parten estos. En la segunda fase, explicaré con qué materiales y cómo he intentado mejorar los resultados que tuvieron los niños en sus fichas iniciales. Habrá una tercera fase, donde los niños se enfrentarán a una prueba final con el objetivo de analizar si han mejorado o no y en qué les ha ayudado las prácticas realizadas.

En la primera fase, la prueba inicial será descrita detalladamente y, para un análisis más rápido y visual, se podrá divisar un gráfico de barras donde se verán los resultados de los niños. Además, aparecerá la ficha que se les proporcionó a los niños en su día.

En la segunda fase, hablaré de los materiales didácticos utilizados en el aula (ábaco, bloques multibase, escalera de números concreta y actividades del método Singapur.) Se describirán dichos materiales, los objetivos a los que se pretendía que los alumnos llegasen, la metodología que se llevó a cabo y cuántas sesiones tuvieron lugar en cada actividad.

En la tercera fase, la prueba final será descrita detalladamente y, al igual que en la prueba inicial, también se podrá ver el gráfico de barras para un análisis exhaustivo de los resultados del alumnado. Dicha ficha aparecerá tal y como la recibieron los alumnos en su momento.

5.3. MARCO TEMPORAL

En este apartado comentaré la metodología utilizada en clase, potenciado el uso de diversos materiales de aprendizaje para que los niños de primero de educación primaria llegaran a los contenidos propuestos. Voy a detallar a continuación las tres fases anteriormente citadas.

5.3.1. Fase 1. Prueba inicial

Para comenzar, realicé una ficha que evaluaba los conocimientos de los que partía el alumnado en el área de matemáticas. Dicha ficha se trabajó el día 11 de abril. De hecho, mi tutor de prácticas y maestro de los niños me dio su aprobación y dijo que los contenidos de la prueba eran aptos, y que no les resultaría a los niños ni muy fácil ni muy difícil.

Ésta consistía en cinco actividades. Una de ellas era de escritura de números con palabras, otra de ellas era de ordenación en la que tenían que decidir en diferentes series de tres números dados, cuál era el número mayor y cuál era el número menor. Tenían también una tercera actividad de valor posicional en la que aparecían dibujos de bloques multibase y los alumnos tenían que deducir el número que representaban. Tenían que señalar también las decenas y unidades eligiendo el lugar de posición adecuado. En el cuarto ejercicio había una serie de sumas y restas sin llevadas para abordar el tema de inicio a las operaciones. Finalmente, traté el tema de la representación colocando una banda horizontal en la que pretendía que los niños pusieran los números del 1 al 20 ayudándoles con la escritura de algunos números ya añadidos.

A continuación, voy a incluir los ejercicios:

1) Escribe los números.

58 ____________________ 42 ____________________

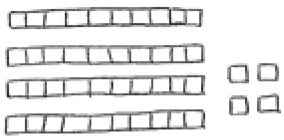
93 ____________________ 18 ____________________

22 ____________________ 29 ____________________

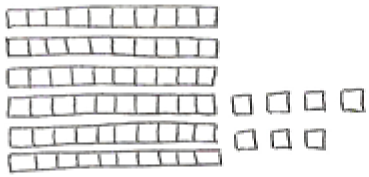
2) Rodea de rojo el número mayor y de azul el número menor.

18	84	91	45	51	29
44	31	58	73	11	23
63	35	10	47	98	63

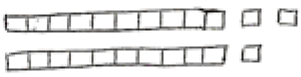
3) Completa.



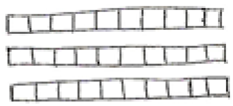
44 = ___ D y ___ U



☐ = ___ D y ___ U



☐ = ___ D y ___ U



☐ = ___ D y ___ U

4) Suma y resta los siguientes números.

$$\begin{array}{r} 34 \\ +\ 25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +\ 82 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \\ +\ 52 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ -\ 42 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 87 \\ -\ 23 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 79 \\ -\ 45 \\ \hline \end{array}$$

5) Coloca los números que faltan.

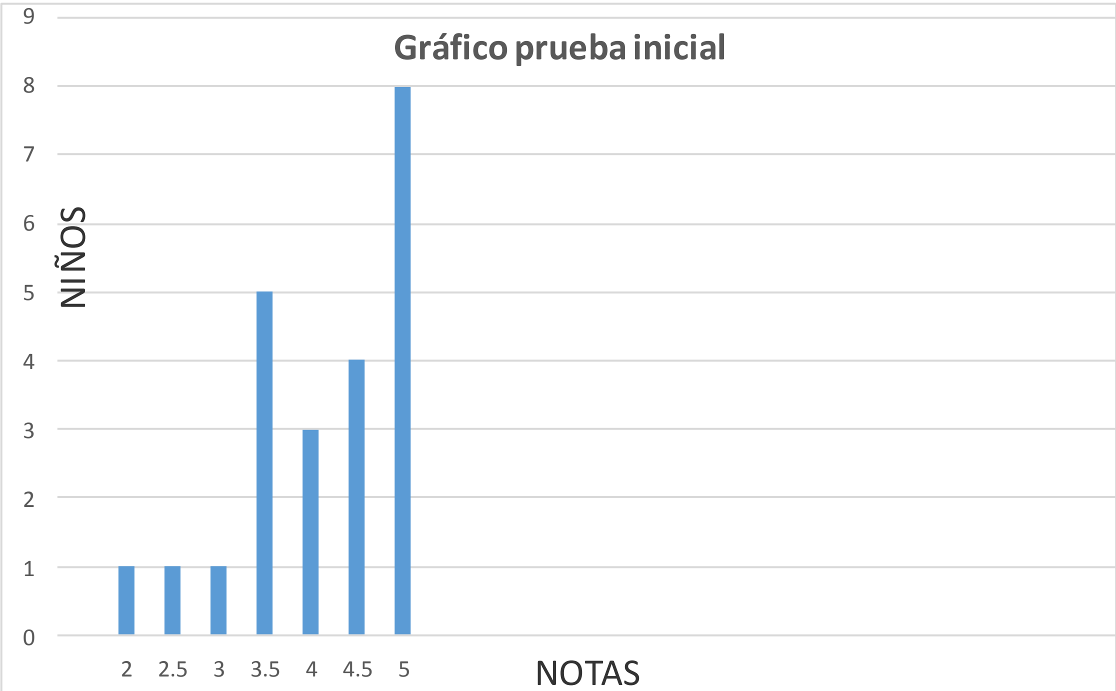
0					5				9					14						20

La prueba escrita la corregí sobre cinco puntos. Esta nota fue únicamente orientativa para mi trabajo, es decir, el alumnado no recibió las notas, puesto que no lo vi conveniente ya que ellos ya tienen sus controles correspondientes a lo largo del curso.

En el aula había 26 niños, de los cuales 3 no realizaron la prueba, 2 de ellos porque eran de educación especial y salieron fuera del aula con la profesora correspondiente y una niña de etnia gitana porque no había acudido a clase ese día como tantas otras veces…23 niños, por tanto, realizaron la prueba.

De los 23 niños que realizaron la prueba, ocho niños tuvieron un 5 sobre 5, cuatro niños tuvieron 4,5 sobre 5, tres niños tuvieron un 4 sobre 5, cinco niños tuvieron un 3,5 sobre 5 y tres niños obtuvieron en la actividad tres notas más bajas que 3,5.

Podemos ver estos resultados a través del siguiente gráfico:



Considero que un 5 y un 4,5 denota un nivel muy bueno en los alumnos. Un 4 está bien aunque los niños demuestran necesitar aún más conocimientos, pues todavía les falta comprender conceptos. Un 3,5 sobre 5 lo considero regular. El alumnado que obtiene estas notas tiene más dificultades, por lo que necesita hacer hincapié en muchos aspectos. Menos de un 3,5 lo considero como no apto. Estos niños no han asimilado aún los contenidos. Sé que objetivamente, en un examen sobre 5 puntos, un 2,5 significaría un aprobado, pero en esta prueba los conocimientos eran muy básicos por lo que las exigencias cambian.

Teniendo en cuenta los resultados de los niños, contando los que tienen menos de un 3,5 y los que tienen un 3,5 y un 4, nos da un total de 11 niños que demuestran en la prueba que necesitan todavía afianzar los conocimientos. Sabiendo que 23 son los niños que se sometieron a la prueba, 11 que son la mitad aproximadamente necesitan más base para avanzar en conocimientos. La otra mitad de la clase, es decir, los 12 niños que obtuvieron un 5 o un 4,5 están pidiendo un cambio ya que entienden, aunque con algunos fallos algunos, los contenidos de la asignatura.

Ahora voy a analizar el resultado de los alumnos ejercicio por ejercicio. El análisis de las diferentes actividades de la ficha me ayudó a saber en cuáles de ellas había que aumentar la dificultad ya que estaban comprendidas y en cuáles había que seguir insistiendo puesto que los niños demostraban dificultades que había que atajar.

En el ejercicio 1 de escritura de números con palabras, 12 niños tuvieron todo bien o con algún fallo pequeño y todos los demás, es decir, la otra mitad de la clase tuvo fallos como comerse letras, escribir los números con “b” en vez de con “v”, hacer la letra ilegible o escribir los números separados cuando son juntos o viceversa. Siempre les decíamos su profesor y yo que antes de 30, todos los números van escritos juntos y, que a partir del 30, van separados por la conjunción “y”. No obstante, estos aspectos aún no estaban entendidos en ese momento.

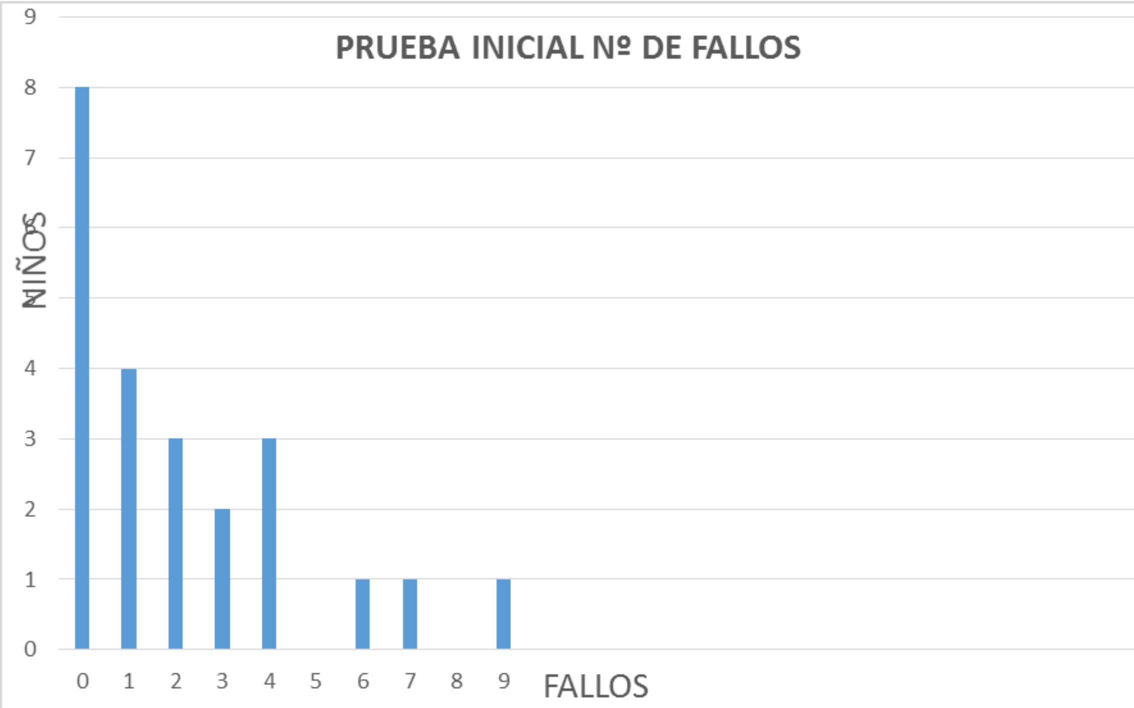
En cuanto al ejercicio 2 de ordenación, vi muchas dificultades. No tenían claro cuál era el número mayor y menor en una serie de tres números ya que solo 13 niños lo tuvieron más o menos bien y 8 de ellos bien completamente. Todos los demás bastante mal, puesto que acertaron pocos o ninguno en las diferentes series.

En cuanto al ejercicio 3 de valor posicional, casi todos los alumnos lo tuvieron bien completamente, sólo tres de los niños demostraron dificultades.

En relación al ejercicio 4 de sumas y restas, este también fue bastante bien puesto que solo siete niños tuvieron fallos y todos los demás realizaron bien las operaciones.

El último ejercicio de representación de números del 1 al 20 en una banda horizontal fue un éxito puesto que todos los alumnos realizaron correctamente el ejercicio. Esto me hizo ver que este ejercicio fue demasiado sencillo y hubo que modificarlo en la prueba final.

A continuación, muestro el gráfico donde se puede ver el número de fallos cometido por los niños en esta prueba inicial:



Como conclusión, puedo decir que había que seguir trabajando mucho los contenidos de la ficha dada puesto que la mitad de los niños cometieron muchos fallos y solo 8 lo tuvieron todo correcto. Estos ocho niños que necesitaban avanzar y algunos de ellos que tuvieron un 4, 5 en el examen, tenían los conocimientos bastante asentados así que se pudo avanzar con ellos más deprisa.

5.3.2. Fase 2. Materiales didácticos

Como he indicado anteriormente, en esta fase hablaré de todos los materiales que se llevaron a cabo en el aula para una mejor comprensión de nuestro tema, el sistema numérico decimal. Con la utilización de materiales didácticos (escalera de números concreta, ábaco, bloques multibase y actividades del Método Singapur) el alumnado podrá manipular el material y llegará al aprendizaje de una manera significativa y no aprendiendo los conceptos de memoria. Tener los materiales de forma concreta hará que los alumnos puedan dar soluciones a los problemas de manera abstracta más tarde.

Con la ayuda de dichos materiales, los alumnos podrán tener un mejor rendimiento en la tercera fase, con la prueba final.

5.3.2.1. Escalera de números

Antes de trabajar el ábaco, el alumnado tendrá que aprender el concepto de cantidad y tendrá que tener el concepto de número para después trabajar el valor posicional.

Construí una escalera con diferentes cartulinas de colores. Cada cartulina tenía forma rectangular, era de un color e iba a constituir una decena del total. Además representaba la serie numérica del 1 al 100, los nombres de los números estaban escritos con letra y dicha escalera se disponía en la pizarra en diagonal.

Esta actividad iba a ayudar a los niños a cumplir los siguientes objetivos:

- Aprender los nombres de los números en la serie numérica con sus regularidades e irregularidades.
- Aprender la ordenación de los números del 1 al 100.
- Aprender la escritura correcta de los números.
- Interiorizar el concepto de cantidad.
- Entender el agrupamiento de base 10 de nuestro sistema y que un número se descompone en decenas y unidades.
- Aprender con gusto y con una metodología llamativa y diferente.

Una vez dispuesta la escalera en la pizarra del aula, la manera de trabajar fue sacando a los niños al encerado. Les decía dos números del 1 al 100 y ellos debían señalarme dichos números en la escalera. Lo señalaban con su dedo y, cuando no llegaban lo señalaban con una regla grande que teníamos en clase. Debían decir a continuación cuál de los dos números era mayor y los escribían en la pizarra utilizando el signo de “mayor que” y de “menor que”. Para que entendieran cómo se utilizaba el signo, les decía que la parte abierta era como una boca grande de tiburón y, como era muy grande, iba colocada hacia el número grande (mayor). De esta manera lo memorizaban correctamente.

Antes de que los niños salieran a la pizarra a determinar qué número era mayor y menor, les hice una reflexión. Les expliqué que estaban ante la serie numérica del 1 al 100 por orden, de manera que los números que estaban más abajo eran los menores y los números que estaban más arriba eran los mayores. Les dije que tenían que fijarse bien en su escritura y les pregunté cómo se escribían los números para que reflexionaran sobre estas ideas y fueran ellos sin mi ayuda los que llegaran a comprender que todos los números se escribían con “v” y no con “b” y que, antes del 30, se escribían juntos y después separados. También les pregunté lo que representaba cada cartulina y, algún niño que destacaba más, me dijo que constituía una decena. Entonces les pregunté cuántas decenas tenía el número 100 y alguno supo contestar que tenía 10 decenas pero esto no era lo común. Llegaron algunos también a la conclusión de que 1 decena estaba compuesta de 10 unidades. Únicamente hice estas reflexiones para los pocos niños que destacaban y para ir introduciendo estos conceptos a toda la clase aunque no los comprendan del todo.

Me sorprendió que muchos de los niños que salían al encerado, les costaba encontrar los números pedidos, incluso los que destacaban tenían alguna duda por lo que esta serie no la tenía ninguno interiorizada del todo. Me di cuenta de que en estos ejercicios de ordenación, fallaban bastante y, a raíz de la escalera comenzaron a tener esa escalera en su mente cuando ésta no estaba a la vista.

Trabajamos tres sesiones con la escalera y, después, ya sin ella, hice el mismo ejercicio (2 sesiones sin escalera) y se notaba la evolución. Los niños recordaban la escalera.

Al final del trabajo, se puede ver la escalera de números dispuesta en la pizarra tal y como la trabajé en el aula con los niños. (Anexo 1)

5.3.2.2. Ábaco

Es uno de los recursos más antiguos para la enseñanza de las matemáticas. Mediante su utilización, los alumnos llegan a comprender el sistema de numeración de base 10 y el cálculo de las operaciones con números naturales.

El ábaco está formado por un soporte de madera con varias varillas metálicas, en el caso de mis alumnos de prácticas tenía únicamente dos, la de las decenas y la de las unidades, ya que eran las únicas posiciones que iban a conocer en este curso. Las varillas están dispuestas paralelamente, en algunos ábacos de forma horizontal y en otros de forma vertical. En el del aula estaban colocadas verticalmente.

El ábaco tenía diversas bolas azules y rojas. Las bolas azules representaban las unidades y las bolas rojas representaban las decenas. Estas las debían de insertar los alumnos en las varillas para realizar las actividades.

Con la práctica del ábaco, los alumnos aprenden a calcular con números naturales. Gracias a ello, los niños captan el valor posicional de nuestro sistema numérico.

Como vimos en el método de Singapur, el aprendizaje pasa por tres etapas, una concreta, otra pictórica y una última abstracta. En el ábaco se cubrirá la primera fase "concreta", pues los niños tendrán el material o ábaco de manera tangible y lo manipularán para descubrir por sí mismos los conocimientos.

El ábaco además facilita el cálculo, pues evita errores en los alumnos a la hora de sumar verticalmente ya que les ayuda a determinar el valor de las decenas y de las unidades. Cuando los niños en el cole, sumaban verticalmente y comenzaban por las decenas a sumar de manera incorrecta, les decía que tenían que empezar siempre por las unidades y que debían acordarse de cómo lo hacíamos en el ábaco.

Los niños entendían mejor el cero, que significa en el ábaco, la ausencia de las bolas. Empiezan a comprender que el cero a la derecha de un número cualquiera es una cifra significativa, en cambio, a la izquierda del número no vale nada, por lo que no es necesario su presencia.

Adentrar a los niños en el tema del cálculo sin trabajar antes de manera manipulativa, no será un aprendizaje significativo, puesto que se aprenderán los contenidos de memoria. Estos contenidos aprendidos mecánicamente se traducirán normalmente en conceptos erróneos o en la ignorancia del sistema de base 10. Por esta razón, es importante que los niños, al aprender la suma con llevadas, vean en el ábaco el proceso además de realizar las sumas verticalmente en sus cuadernos. En el ábaco podrán ver qué significa "llevarse una" y qué valor tiene esa cifra.

Los objetivos principales que se persiguen con el uso del ábaco son:

- Comprender nuestro sistema de numeración posicional y el valor relativo de las cifras según los lugares que ocupen. (decenas o unidades.)
- Aprender a representar los números naturales.
- Aprender a calcular de manera razonada y no de memoria.

Los niños sabían de memoria gracias a su profesor que un número de dos cifras estaba compuesto por las unidades (último número) y por las decenas (primer número). Cuando el profesor hacía dictado de números, les hacía escribir en sus cuadernos una serie de números del 1 al 100, que él comunicaba oralmente. Algunas veces en este dictado, el profesor, en vez de decir el número tal y como lo conocemos, decía solo las decenas y las unidades que tenía dicho número. Los alumnos sabían escribir el número pedido si se le decía únicamente "cuatro decenas y cinco unidades". En algún momento, para comprobar la atención del alumno, se cambiaba el orden en la frase pidiendo primero las unidades y después las decenas. Se pretendía que los chicos escribieran correctamente un número cuando se les dijera "3 unidades y 8 decenas". En este caso, en general, escribían el número 38 cuando en realidad se les pedía el 83.

Cuando comencé con la práctica del ábaco, les comenté a los alumnos que íbamos a representar números en el ábaco. Este tenía dos varillas y debajo de una de ellas estaba escrita la letra "D" y debajo de la otra, estaba escrita la letra "U". Les dije que eran las iniciales de las palabras "decenas" y "unidades" por lo que tenían que tener claro la posición de cada número para aplicarla a las posiciones del ábaco. Después, les mostré las bolas rojas y azules de las que disponíamos y les dije que con ellas íbamos a representar los números en el ábaco. Escribí en la pizarra "bola roja=D" y bola azul=U" Primero les hice un par de ejemplos para facilitar la comprensión y después saqué a todos los niños de la clase para que representaran en el ábaco el número que yo les dijera teniendo en cuenta que sólo podía trabajar el rango de 1 a 99.

Al principio, les resultó extraño lo que les proponía puesto que era un material nuevo para ellos y también una metodología distinta pero poco a poco aprendieron a hacerlo puesto que no era tan distinto al dictado de números que hacían a menudo con su profesor. Este ejercicio lo hice con ellos tres veces. Les sacaba para decirles un número y ellos lo representaban. A lo largo de las tres sesiones, cuando lo iban entendiendo, también les decía que pusieran las decenas y las unidades del número sin decirles claramente qué número era y ellos debían representarlo y decirme de qué número se trataba.

Después de estas tres sesiones pidiéndoles esto, los niños comenzaron a coger soltura con el ábaco, y fue en este momento, cuando decidí que comenzaran a sumar y a restar con el ábaco.

Les dije que iban a sumar y a restar como lo hacían de manera vertical en la pizarra pero con el ábaco. El primer día, primero realizaba la operación un niño en la pizarra y después otro compañero representaba dicha operación en el ábaco. Salieron varias parejas.

Si se les pedía, por ejemplo, la operación 31 + 58, primero un alumno de la pareja realizaba la operación en la pizarra y veía que el resultado era 89. El problema venía cuando el compañero de la pareja tenía que realizar la suma en el ábaco. Al principio no sabía cómo empezar. Yo les ayudaba preguntando “¿Cómo ha empezado tu compañero? ¿Escribiendo el resultado?” Él se daba cuenta así de que debía representar con bolas el primer número de la suma. Así lo hacía. Después, para representar el siguiente sumando el alumno quería quitar las bolas del primer sumando, pues no le cuadraba que ese número estuviese ahí representado para él representar otro número diferente. Yo le decía “si es una suma, ¿tendrás que añadir bolas a ese número o quitarlas?”, en este momento, el alumno reflexionaba y añadía bolas a ese 31 representado. Una vez comprendido que tenía que añadir 8 bolas azules en las unidades y 5 bolas rojas en las decenas, les hacía la pregunta “y ahora...¿Qué tendremos que hacer para saber cuántas hay en total?” y comenzaba a contar todas las bolas para obtener el resultado final. El niño se asombraba cuando veía que el resultado de la suma de la pizarra coincidía con el resultado del ábaco. Al sacar a muchos más alumnos, veía que el proceso de aprendizaje era, en unos casos más rápido y, en otros casos, más lento. Algunos no necesitaban mi ayuda prácticamente, otros aún no sabían cómo empezar. Hicimos también la operación de resta. Esto les costó menos ya que comenzamos a hacerlo cuando sabían sumar, en general, bastante bien, y entendieron rápidamente que era el mismo proceso pero que en vez de añadir bolas, debían quitar.

Estuvimos dos sesiones realizando operaciones de suma y resta sin llevadas. Cada sesión tenía una duración de 1h. La primera, estuvimos toda la hora con las sumas en el ábaco y la segunda, con restas.

Para introducir la suma “con llevadas”, escribí ese día en la pizarra en grande “1 bola roja = 10 bolas azules.” Saqué 10 bolas azules y 1 roja. Le dije a un alumno “te ha tocado la bola roja” proporcionándosela. Les comuniqué a todos los demás alumnos que a mí me encantaba la bola roja y que quería que este niño me la cambiara. Entonces le pregunté a este niño “¿Me la podrías cambiar por 5 bolas? ¡Lee la pizarra!” El alumno viendo que en la pizarra ponía “1 bola roja=10 bolas azules”, me decía que me la cambiaba por 10 azules, con lo cual hacíamos físicamente el cambio. Hice esto mismo a la inversa con otro alumno delante de toda la clase. El niño tenía las 10 bolas en su mesa y yo tenía la bola roja. Como en el caso anterior, hicimos el intercambio.

A continuación, nos pusimos a hacer esto en el ábaco. Coloqué 12 bolas azules en las unidades y saqué a un niño para preguntarle cuántas había. En el momento en que las contara y llegara a la conclusión de que había 12 bolas, les preguntaba entonces “¿Está bien representado este número? ¿Lo representamos así en el dictado de números?” El alumno así entendió que se tenían que quitar 10 bolas azules de las unidades y convertirlas en una bola roja en las decenas. Salieron varios alumnos a realizar cambios del estilo y algunos parece que llegaron a la conclusión de que debía hacer el cambio sólo si había diez o más bolas en las unidades. A muchos les costaba demasiado entender esta relación completamente.

Después de esto, les introduje la suma con llevadas. Saqué a una pareja de alumnos para que uno de ellos la realizara en la pizarra y otro de ellos la realizara en el ábaco, como las anteriores veces. Primero, comencé a explicar cómo se hacía con un ejemplo en la pizarra y, a continuación comenzó un niño de la pareja a realizar otra suma con llevadas. Al ser algo nuevo y difícil de entender, saqué a dos alumnos que destacaban para que el ejercicio se resolviera bien. El niño, siguiendo mi ejemplo anterior y con mi explicación, entendió que debía de sumar las unidades del número a pesar de que estas sobrepasaban el número 10. Si la suma de esas unidades nos daba, por ejemplo, el número 17, le pedía que me dijera cuales eran en ese número las unidades y cuáles las decenas. Así hacía reflexionar al niño para que colocara el 7 en las unidades y colocara el uno en las decenas. Este "uno" lo escribíamos arriba del primer sumando en el lugar de las decenas y teníamos que escribirlo bien grande para que se viera y no se nos olvidara, ya que después lo añadíamos a las decenas. Al sumar las decenas de los dos sumandos, debíamos sumar también la llevada para hallar correctamente el resultado en la pizarra.

Cuando el compañero lo iba a representar en el ábaco, primero le pedía que se olvidara de las llevadas y que representara los dos sumandos como hacíamos en las sumas sin llevadas. Así lo hacía. Después le pedía que contara las unidades y este, al contarlas, me respondía que había 14 por ejemplo (en todos los casos más de 10), yo le preguntaba "¿Puede haber tantas bolas en las unidades? ¿Qué habrá que hacer?" Entonces el alumno entendió que debíamos hacer el cambio que ya había introducido antes. Así fue como cambió 10 unidades por 1 decena y entendió mejor cual era esa "una" que se llevaba.

Esto resultó muy complicado para los alumnos. Hay que tener en cuenta que los dos niños que salieron en esta primera ocasión a la pizarra eran los que más destacaban en la clase y, aun así, les costó entenderlo así que para los demás resultó una odisea. Aún queda mucho trabajo para que los alumnos entiendan esto.

Con esto, empleé 2 sesiones pero era demasiado complicado y los alumnos desconectaban rápidamente porque muchos no lo seguían y se aburrían. Si sumamos las tres sesiones (representación de números), las dos sesiones (suma y resta sin llevadas) y las dos sesiones (suma y resta con llevadas) nos da un total de 7 sesiones empleadas en el ábaco.

5.3.2.3. **Bloques multibase**

Los bloques multibase son un recurso matemático construido con la finalidad de que los niños comprendan nuestro sistema de numeración decimal sobre una base manipulativa concreta y tangible. Con este material también trabajaríamos la primera fase del método Singapur, pues mediante la manipulación del material tendríamos cubierta la fase concreta.

Este material didáctico consta de una serie de piezas de plástico que representan unidades de primer, segundo, tercer y cuarto orden. No obstante, nosotros solo veremos las de primer y segundo orden que corresponden a las unidades y a las decenas, respectivamente. Por un lado, tendremos cubos pequeñitos, de 1 cm de lado, que representan las unidades y, por otro lado, tendremos las barras que representan las decenas. Estas estarán formadas por 10 cubitos los cuales estarán perfectamente separados por ranuras y se verán sus 10 divisiones en la barra.

Mediante la práctica de este recurso concreto se pretende que el alumnado consiga los siguientes objetivos:

- Manipular objetos de diferentes formas relacionándolos con su valor numérico.
- Realizar agrupamientos con los cubos teniendo en cuenta nuestra base 10, e intercambiar estas agrupaciones por las barras en el momento indicado.
- Manejar los conceptos de unidades de orden superior con un apoyo concreto. (únicamente las barras.)
- Comprender el valor posicional de las cifras. (Un cubo tiene diferente valor que una barra.)
- Realizar operaciones de suma y de resta “sin llevadas” de manera manipulativa.
- Empezar a entender el proceso de suma con llevadas para perfeccionarlo en cursos posteriores.

En esta ocasión en la que íbamos a trabajar con los bloques multibase, les mostré las barras que representaban 1 decena (10 unidades) y los cuadraditos que representaban cada uno de ellos una unidad. Hice también la semejanza con las bolas de colores del ábaco. Les dije que una barra de los bloques equivalía a la bola roja del ábaco, es decir, las decenas y, cada cuadradito equivalía a una bola azul del ábaco, es decir, las unidades. De esta manera lo entendieron mejor, ya que comprendieron en su momento el proceso del ábaco.

Dicho esto, les dije que esta vez íbamos a representar números, en vez de con el ábaco, con los bloques. Comencé mostrándoles un par de ejemplos para que entendieran el proceso y luego fui sacando a niños para que representaran números con las barras y con los cuadraditos. Los números propuestos seguían siendo únicamente los comprendidos del 1 al 99. Al principio se quedaban en blanco y les costaba arrancar pero pronto lo empezaron a comprender. Le decía al alumno correspondiente que quería que me representara el número 45 en los bloques, por ejemplo. Este, después de pensarlo, cogía 4 barras de las decenas y 5 cuadraditos y se lo mostraba a los compañeros, a quienes les preguntaba si estaban de acuerdo. También les proponía que lo hicieran a la inversa, es decir, les decía por ejemplo, que representaran "3 decenas y 8 unidades" y ellos debían coger 3 barras y 8 cuadraditos además de decirme de qué número se trataba. Para esto, empleé 2 sesiones, una menos que en la representación de números con el ábaco, puesto que lo entendieron bien y les resultó más fácil. Es importante cambiar de actividad cuando lo entienden porque, de lo contrario, dejan de atender y más siendo niños tan pequeños.

Después de estas dos sesiones, comenzamos a sumar y a restar sin llevadas con los bloques multibase. Les sacaba de tres en tres y un miembro del grupo realizaba la operación en la pizarra, otro en el ábaco y, el último en los bloques. En la pizarra y en el ábaco lo tenían bastante claro y, con los bloques tampoco les costaba mucho, ya que entendían que era el mismo proceso pero con otro material. En la suma 31+58 por ejemplo, primero representaba el primer sumando cogiendo tres barras y un cuadradito, y después representaban el segundo y último sumando, cogiendo 5 barras y 8 cuadraditos. Para hallar el total, solo tenían que contar todos los elementos. En la resta procedían igual, pero en vez de añadir, quitaban elementos. La resta les resultaba, en ocasiones, más complicada porque, en vez de representar el minuendo y quitarle el sustraendo, representaban minuendo y sustraendo como si se tratase de una suma. A esta suma, restaban el sustraendo dejando el minuendo como resultado.

Con esto, también estuve dos sesiones de 1 hora cada una, al igual que con el ábaco. La primera la dedicamos a la suma, y la segunda la dedicamos a la resta.
Al término de estas dos sesiones, comencé con la enseñanza de la suma con llevada en los bloques. Para empezar, en la primera sesión escribí en la pizarra "1 barra = 10 cuadraditos" de una manera similar a como procedí con el material didáctico del ábaco.

Le di una barra de 10 cuadraditos a uno de los alumnos y le dije que por cuanto me lo debía cambiar. Les dije que tenía muchos cuadraditos en la mesa y que leyera en la pizarra y me dijera por cuantos me lo cambiaba para que yo tuviera la barra. Así se dio cuenta que el cambio debía ser por 10 cuadraditos, además para que se diera más cuenta, le dije que contara las divisiones de la barra. Eran 10 y el alumno agregó que "parecía que estaban pegados."

Después de esto, puse el mismo ejemplo del ábaco. Les mostré 12 cuadraditos y les pregunté si este número 12 estaba bien representado. Algunos alumnos decían que sí pero un niño se dio cuenta de que se debía hacer un cambio. El alumno veía que se podían quitar 10 cuadraditos y añadir una barra. Esto no era evidente para todos…

Al igual que en el ábaco, quise introducir la suma con llevadas y, al darme cuenta de que les costaba bastante, saqué a tres niños que tenían buen rendimiento para que quedara más claro para los demás. Como siempre, uno de ellos realizó la suma en la pizarra añadiendo la llevada con un "uno" bien grande en las decenas, otro lo hizo en el ábaco aunque costosamente, y un último niño, en los bloques. Si la suma era 38 + 55 por ejemplo, el niño que salía representaba el número 38 y después el número 55 al lado del primer sumando. Le preguntaba que por donde comenzábamos siempre a sumar y así el alumno se daba cuenta de que debía sumar primero las unidades. Nos salían 13 y el alumno se extrañaba. Como no sabía qué hacer, le decía que sumara las decenas. En el momento en que las sumaba, me decía que teníamos 8. Para ayudarle, le preguntaba ¿Puede haber tantas unidades? El alumno decía que no y, después de reflexionarlo mucho decía que lo que había que hacer era quitar 10 y añadir una barra. Todo esto con ayuda y muchas dudas.

Para esto, estuve dos sesiones más al igual que con el ábaco. Si sumamos las dos sesiones (representación de números), las dos sesiones (suma y resta sin llevadas) y las dos sesiones (suma y resta con llevadas) nos da un total de seis sesiones dedicadas a los bloques multibase.

En general, la suma con llevadas les costaba mucho tanto con el ábaco como con los bloques y, más tarde, vi que también algunos se equivocaban realizando la suma verticalmente. Esto fue evidente, sobre todo, en la corrección de la prueba final, donde les añadí sumas con llevadas.

5.3.2.4. Actividades Singapur

Las actividades del "Método Singapur" lograron que los niños avanzaran en su aprendizaje. Con la utilización de materiales didácticos concretos pudieron manipular los objetos cubriendo la etapa CONCRETA que ofrece el método. En las actividades que realizaron vieron los ejercicios de manera PICTÓRICA y, con ayuda de estas dos primeras etapas, pudieron llegar a la etapa ABSTRACTA. (CPA.)

Los niños debían abordar actividades de 5 tipos: de escritura de números, de ordenación, de valor posicional, de inicio a las operaciones aritméticas y de representación de números.

Durante 20 sesiones, tuvieron una actividad cada día del cuaderno del método Singapur, concretamente de la parte "cuaderno de trabajo 1 b parte 2 Singapur; Pensar sin Límites". De esta parte, seleccioné 20 actividades adecuadas al nivel de los alumnos. En estas se trataron los 5 tipos de actividades que debían abordar, y para que hubiera el mismo número de tipos de actividades, seleccioné 4 de cada, es decir, los alumnos iban a realizar 4 actividades de escritura, 4 de ordenación, 4 de valor posicional, 4 de operaciones y 4 de representación de números. Podemos ver el orden de la realización de las actividades al final del trabajo. Algunas actividades trabajan varios aspectos a la vez aunque siempre destaco uno. (ANEXOS 2-21)

5.3.3. Fase 3. Prueba final

Después de trabajar en el aula los diferentes contenidos a los que el alumnado de primero A de educación primaria se enfrentó en la prueba inicial, puedo decir que estos mejoraron notablemente gracias a la utilización de todos los materiales didácticos citados (ábaco, bloques multibase, escalera de números, actividades del "cuadernillo método Singapur" que aparecen en el anexo, etc.). Todo esto hizo que el alumnado evolucionara en sus conocimientos y podemos ver resultados en esta prueba final.

No obstante, el resultado general de la actividad es peor puesto que subí el nivel un poco, ya que en la prueba anterior hubo bastantes niños que necesitaban este cambio y, aunque muchos niños no lo pedían puesto que tenían graves errores, en ese tiempo han mejorado mucho también porque hemos trabajado varias veces con los materiales expuestos y he intentado hacer hincapié en estos niños para que avanzaran.

Veo en las fichas que han hecho, que los contenidos que están repetidos de la prueba inicial van mucho mejor, el problema está en los que se ha subido el nivel, los cuales tendrán que ser trabajados posteriormente en el colegio, con su profesor correspondiente. Digamos que los contenidos los he puesto mitad y mitad, es decir, he mantenido muchos de los de la prueba inicial para ver su mejoría, la cual he indicado que es evidente, pero también he puesto contenidos más avanzados para que los alumnos que iban muy bien no se aburran y porque después de insistir varias veces se ha podido aumentar el nivel para todos, aunque todavía haya errores, éstos son menos y se les puede ir introduciendo más materia.

En la ficha había 5 actividades al igual que en la prueba inicial. La primera era de escritura de números con palabras, la segunda de ordenación, teníamos también una en la que trabajábamos el valor posicional, otra de inicio a las operaciones y una última de representación. Todas ellas estaban dispuestas en el mismo orden que la otra vez. La diferencia es que algunas fueron modificadas y otras exactamente iguales.

La primera actividad de escribir números con palabras fue exactamente igual. En la de ordenación, la anterior vez los niños tenían que señalar en una serie de tres números cual era el menor y cuál era el mayor. Esta vez tenían que señalarlo con el signo de “mayor que” y “menor que” visto en clase como concepto nuevo.

En la actividad de valor posicional también hubo un cambio puesto que con el ábaco y los bloques multibase me demostraron los alumnos que sabían representar números sin ningún tipo de problema, cosa que al principio no tenían claro y que costó que supieran. Esta vez creí mejor modificar el ejercicio porque me di cuenta de que todos sabían representar números con dichos materiales.

Sin embargo, me llamaba la atención cuando trabajaba con ellos que sabiendo representar números en ambos casos, luego en el ábaco ante la pregunta “¿Una bolita en las decenas es igual a 10 bolitas en las unidades? O en los bloques multibase, “¿Una barra de estas es lo mismo que 10 cuadraditos? Había muchos niños que se equivocaban a pesar de lo trabajado, así que decidí que este fuera el ejercicio de valor posicional esta vez.

En la actividad de las operaciones, introduje dos sumas con llevadas. No obstante fue un error ya que más de la mitad lo tienen mal. Puse seis sumas de las cuales dos fueron con llevadas. Quise ver como se desenvolvían con ello, pero aún queda mucho para asentar esto, ya que lo acababan de empezar a ver. Lo realmente importante es que las sumas y restas sin llevadas las tenían casi todos bien y los que habían fallado, fueron fallos leves.

En el último ejercicio la modificación se encontraba en que esta vez tenían que colocar la serie en la banda horizontal, pero de tres en tres y empezando desde el número 30.

A continuación voy a mostrar los ejercicios de la ficha:

NOMBRE _ _ _ _ _ _ _ _

1. ESCRIBE LOS NÚMEROS CON PALABRAS.

63 ____________________ 26 ____________________

51 ____________________ 16 ____________________

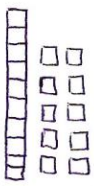
35 ____________________ 19 ____________________

2. Pon el signo de mayor que > o de menor que < cuando sea necesario.

31 ☐ 48   75 ☐ 91   99 ☐ 89

51 ☐ 15   42 ☐ 49   66 ☐ 78

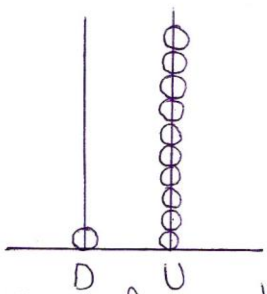
3. Completa.



¿Es igual la barra a los cuadraditos?

Sí ☐

No ☐



¿Es igual una bolita de la decena a 10 bolitas de las unidades?

Sí ☐   No ☐

4 Suma y resta los siguientes números.

$$\begin{array}{r} 58 \\ -45 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 76 \\ -31 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ +44 \\ \hline \end{array}$$

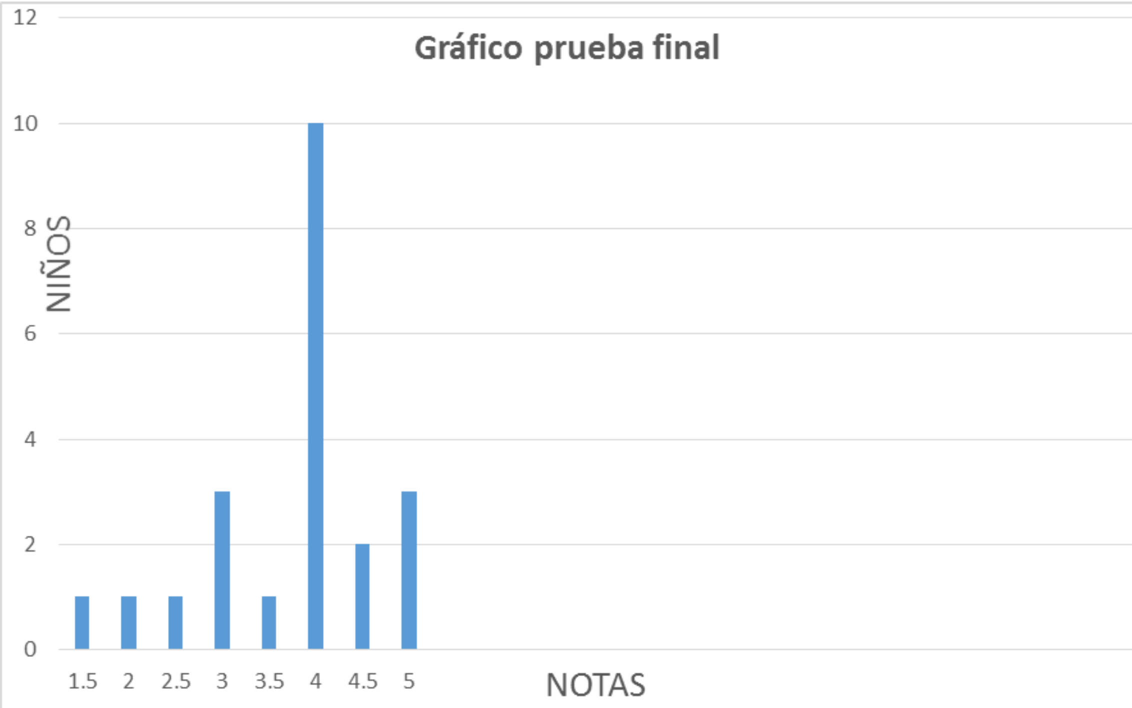
$$\begin{array}{r} 71 \\ +28 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ +26 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ +26 \\ \hline \end{array}$$

5 Coloca los números que faltan en la serie.

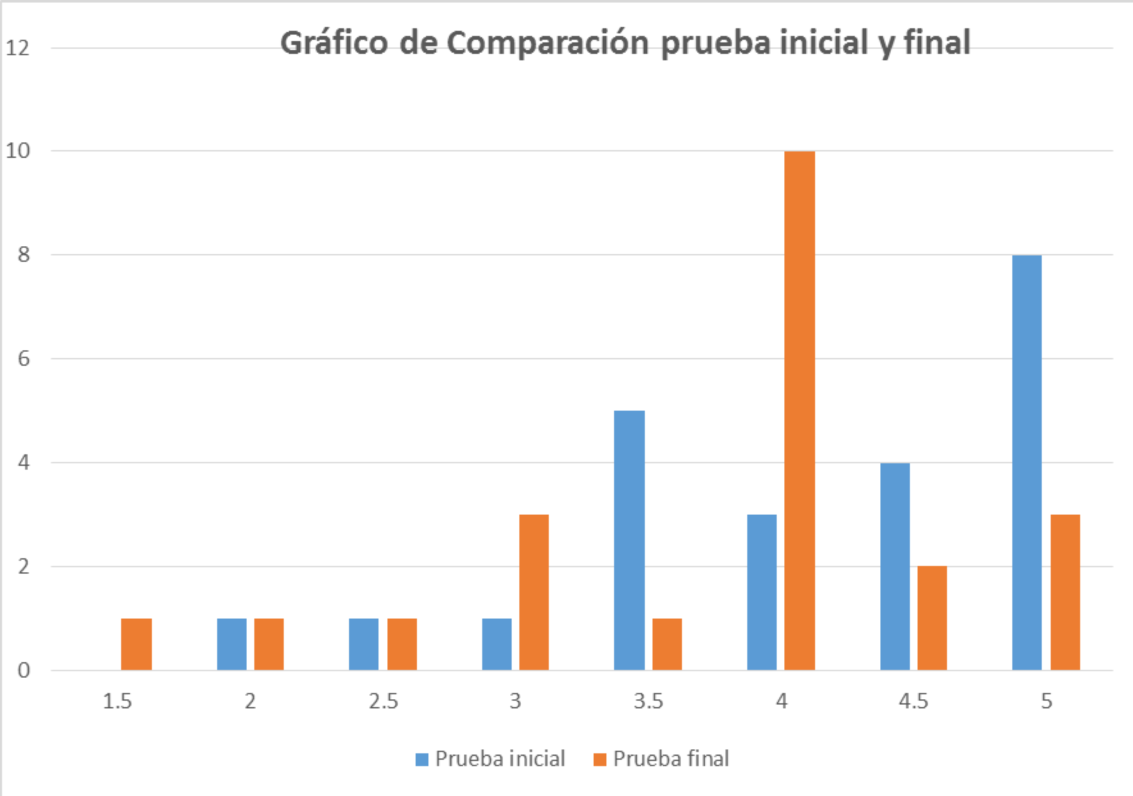
30	33	36								60				

En general, se ha notado el aumento de nivel en la ficha puesto que solo 3 niños han tenido un 5 sobre 5 en el examen, de los 8 niños que habían tenido un 5 en el examen la vez anterior. Tan solo 2 niños tuvieron esta vez un 4,5 sobre 5; 10 niños tuvieron un 4, señal de que muchos que tuvieron un 5 o un 4,5 en la primera prueba, en esta bajaron. 1 niño solamente tuvo un 3,5; 3 niños tuvieron un 3 y todos los demás una nota más baja de un tres. Esta vez realizaron la prueba 22 niños de 26 que hay en el aula normalmente, ya que 2 faltaron y otros dos estaban en el aula de educación especial.

Se pueden ver los resultados de esta ficha en el siguiente gráfico:



Vamos a ver también el gráfico de comparación entre la prueba inicial y la final:



Sin duda alguna, donde han tenido más dificultad ha sido en las dos sumas con llevadas donde solo 5 niños las tuvieron bien. Esto indica que quizás era demasiado pronto para añadirlas. El profesor del centro pensó que era exigirles mucho. Hay que dar más tiempo a que se asienten los conocimientos.

Empezando desde el primer ejercicio, puedo decir que en la escritura de números con palabras todo ha ido bastante mejor que la vez anterior puesto que 14 niños lo han tenido todo bien y los 8 que han tenido fallos se han equivocado algo menos que la otra vez. Aún vemos que hay niños que se comen letras o escriben los números juntos cuando son separados pero es normal. El aprendizaje está lleno de retrocesos y de dudas. Poco a poco van rectificando y asentando estos conceptos.

En el segundo ejercicio han mejorado mucho. Creo que la escalera de cartulinas les ha beneficiado para controlar algo más el tema de la ordenación en los números. Creo conveniente que se utilice este recurso en el centro para los niños puesto que 18 lo han tenido bien todo y es un éxito en comparación con los 13 que lo tuvieron todo bien la vez anterior.

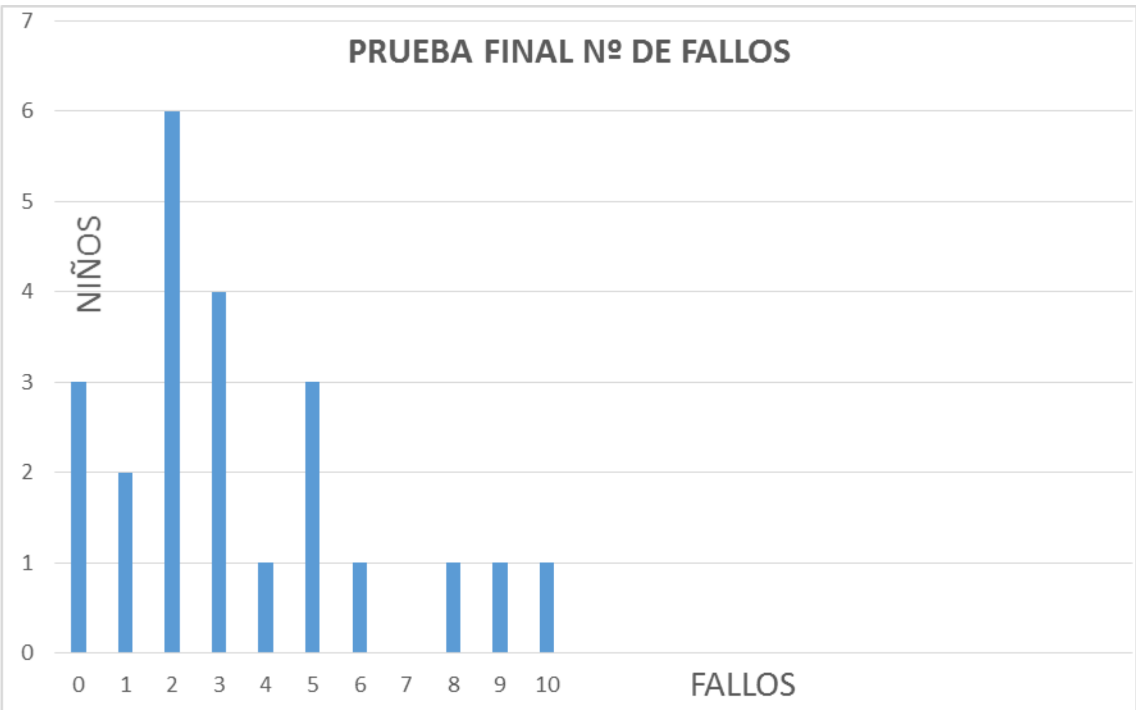
El tercer ejercicio ha ido muy regular puesto que solo 10, aproximadamente la mitad de la clase, lo tenía bien. Creo que deberían tener más claro que 1 decena es igual a 10 unidades pues lo dudan mucho. A veces dicen que sí y otras que no, además en las fichas en varios casos se puede observar que han señalado una casilla y la han borrado para poner otra. Tienen dudas. La pega es que en este ejercicio muchos pueden señalarlo bien sin ser conscientes de ello.

En el cuarto ejercicio he visto que las sumas y restas sin llevadas han ido realmente bien esta vez puesto que todos lo tienen prácticamente bien. Algún niño se ha despistado en algún número pero lo saben hacer porque lo demuestran en las otras operaciones. La dificultad, como he dicho antes, la han tenido en las dos sumas con llevadas donde solamente 8 niños de 22 que realizaron la prueba, lo tienen todo bien.

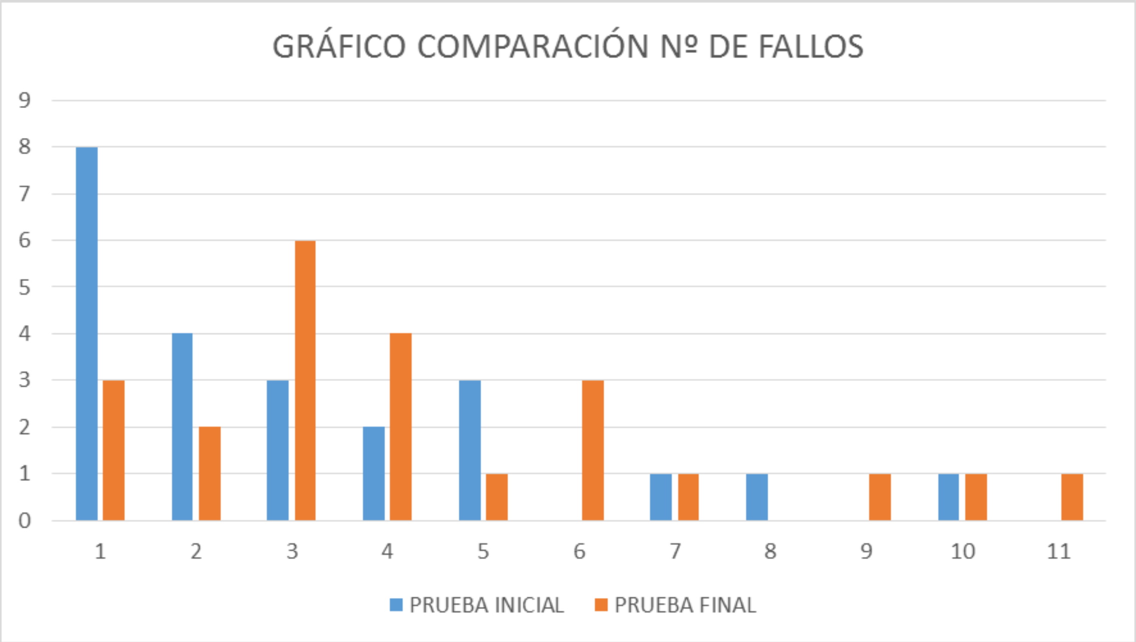
En el quinto y último ejercicio, 12 niños tienen todo o casi todo bien mientras que todos los demás ponen la serie de dos en dos o sin lógica ninguna. La otra vez el ejercicio fue regalado y esta vez han tenido bastantes dificultades muchos de ellos. Seguramente habría sido más fácil para ellos que la serie hubiera comenzado desde 0.

De todas formas no creo que esté mal. Necesitan ponerse metas. Hay que hacer que piensen hasta buscar la respuesta correcta. Si lo damos todo tan fácil se aburren y se confían.

En el siguiente gráfico, podemos ver el número de fallos que han cometido los niños en esta prueba final:



Además, a continuación muestro el gráfico de comparación de fallos entre la prueba inicial y la prueba final:



Como conclusión, puedo decir que ha sido evidente el avance de los alumnos en todos los contenidos repetidos de la ficha inicial, ya que se ha insistido mucho en los diferentes conceptos vistos al principio. Ahora deben seguir trabajando los que se les ha añadido, sobre todo, las sumas con llevadas que muchos no entienden.

6. CONCLUSIONES

Con la utilización de materiales didácticos como el ábaco, los bloques multibase, la escalera de números concreta y las actividades del “Método Singapur”, el alumnado ha alcanzado los objetivos propuestos.

En cuanto al primer objetivo, “conocer el recitado de los números del 1 al 100”, han mejorado notablemente gracias a la práctica de la escalera de números, donde tuvieron la oportunidad todos los alumnos, de visualizar la ordenación de los números. Fueron tres sesiones con la escalera presente y dos sesiones más sin ella. En estas dos últimas sesiones los alumnos habían interiorizado la escalera.

En cuanto al segundo objetivo, “Comprender el valor posicional”, todos los niños tenían claro al final de esta unidad didáctica, cuál era el lugar de las unidades y de las decenas en un número de dos cifras, además de saber que un número compuesto por una cifra, correspondía a las unidades. El ábaco, las actividades del “Método Singapur” y los bloques multibase fueron fundamentales para asentar estos conocimientos.

En relación al tercer objetivo, “comparación de cantidades”, aunque algunos todavía tenían dificultades, mejoraron bastante debido a la utilización de la escalera de números concreta, donde realizaron actividades de colocación de números, de menor a mayor y viceversa. Esto se reforzaba con las actividades del “Método Singapur”.

Con respecto al cuarto objetivo, “lectura de números para codificar la posición”, lo supieron hacer perfectamente casi todos. Leían números del 1 al 100 sin problemas, identificando el lugar de las decenas y de las unidades utilizando los vocablos correspondientes. Fue muy útil la utilización del ábaco, los bloques y la escalera.

Centrándonos en el quinto objetivo, “Escritura de números para codificar números verbales en símbolos escritos”, también lo sabían hacer perfectamente casi todos. Todos los materiales utilizados han contribuido a la mejora de esto.

Fijándonos en el sexto objetivo, “inicio de las operaciones sin llevadas”, han avanzado mucho, aunque a veces algunos, empiezan a sumar o a restar por las decenas, hacen los números demasiado grandes, no colocan las unidades debajo de las unidades o las decenas debajo de las decenas etc. De todas formas, son una minoría.

Centrándonos en el séptimo objetivo, “inicio de las operaciones con llevadas”, sólo una minoría fue capaz de realizar estas operaciones correctamente. Será en el segundo curso cuando afiancen este aprendizaje.

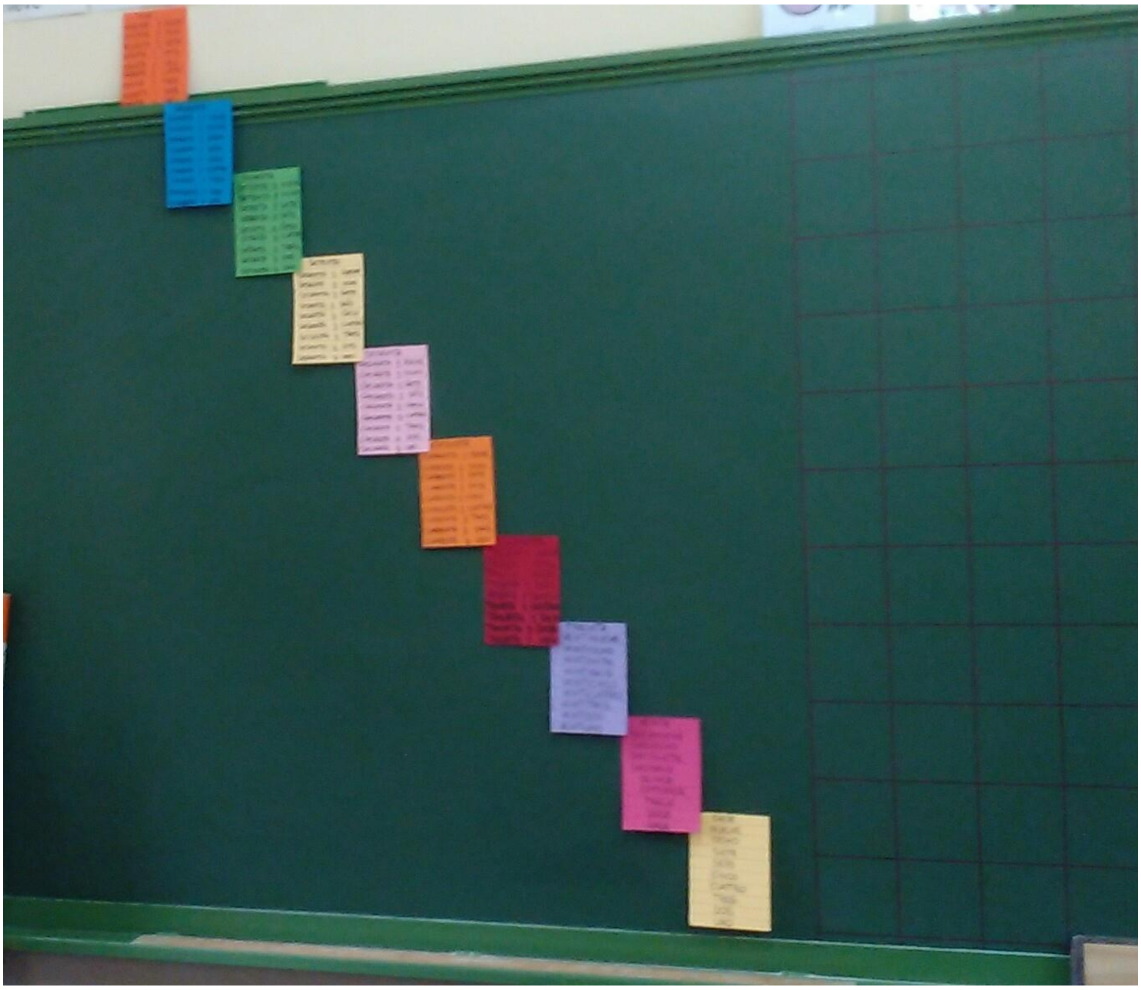
Por último, el octavo objetivo, “representación de números para el conocimiento de la serie numérica y la extensión de esta ante un número dado”, ha sido mejorado con el uso de la escalera sobre todo, pero también ha contribuido a este logro el ábaco, los bloques y el “Método Singapur”.

7. BIBLIOGRAFÍA

Baroody, A.J. (1988). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: Visor Dis.,S.A.,1997
Baroody, A. J., Gannon, K. E., Berent, R., & Ginsburg, H. P. (1984). The development of basic formal math abilities. Acta Paedologica, 1, 133-150.
Escobar Cáceres, C. (2012). Método Singapur-Exposición/Taller. Recuperado el 21 de abril de 2012, de http://matematicas-maravillosas.blogspot.com.es/2012/04/exposiciontaller-metodo-singapur-21.html
Fuson, K., Richards, J. y Briars, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Brainerd (Ed.), *Children´s logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
Fuson, K. y Hall, J. (1983). The acquisition of early number word meanings: Aconceptual analysis and review. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107). New York: Academic Press.
Gelman, R. (1983) Les bébés et le calcul. La Recherche, 149, 1382-1389.
Ifrah, G. (1985). Las cifras. Historia de una gran invención. Madrid: Ed.cast: Alianza Editorial, S. A., Madrid, 1987
Kamii, C. (1984): *El número en la educación preescolar*. Aprendizaje-Visor. Madrid.
Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración, un problema didáctico. Buenos Aires. Paidós. Editorial Paidós Educador.
McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1984, febrero). Dissociations of calculation processes. Ponencia presentada en el simposio sobre dificultades de cálculo del Institute of Naval Studies, Houston, TX.
Resnick, L. B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. En T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective (pp. 136-155). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. En H. P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 109-151). Nueva York: Academic Press.
Rodríguez, S.V. (2011). El método de enseñanza de matemática Singapur: "Pensar sin límites". *Revista Pandora Brasil, edición nº27, ISSN 2175-3318*. Recuperado de http://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf
Tamara L.Gomez O. (2013). Cuaderno trabajo 1b parte 2 Singapur. Recuperado de http://es.slideshare.net/psykotikha/cuaderno-trabajo-1-b-parte-2-singapur

8. ANEXOS

8.1. ANEXO 1. ESCALERA DE NÚMEROS



8.2. ANEXO 2.SINGAPUR. ACTIVIDAD 1 DE ESCRITURA.

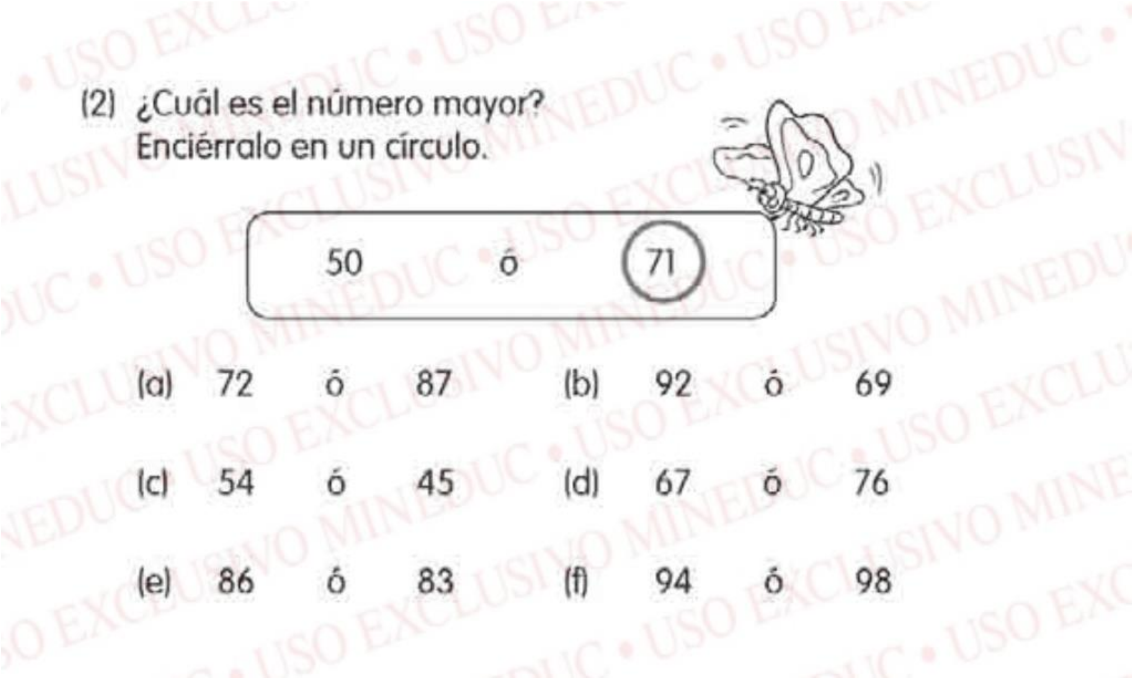
(2) Escribe los números.

(a) cuarenta y nueve ______ (b) sesenta y ocho ______

(c) noventa y cinco ______ (d) ochenta y siete ______

(e) cincuenta y seis ______ (f) setenta y tres ______

8.3. ANEXO 3.SINGAPUR. ACTIVIDAD 1 DE ORDENACIÓN



(2) ¿Cuál es el número mayor?
Enciérralo en un círculo.

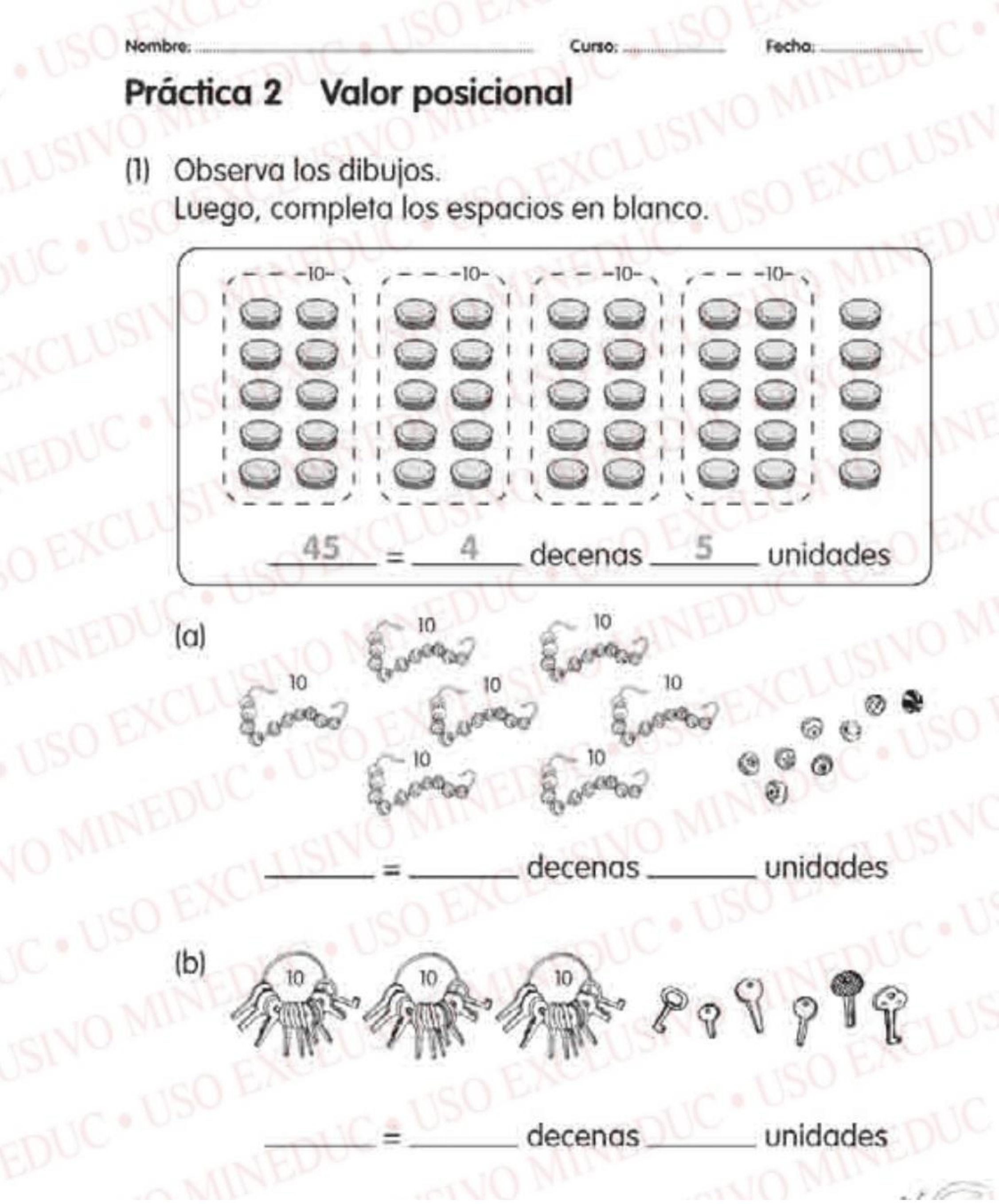
50 ó 71

(a) 72 ó 87 (b) 92 ó 69

(c) 54 ó 45 (d) 67 ó 76

(e) 86 ó 83 (f) 94 ó 98

8.4. ANEXO 4.SINGAPUR. ACTIVIDAD 1 DE VALOR POSICIONAL.



Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

Práctica 2 Valor posicional

(1) Observa los dibujos.
Luego, completa los espacios en blanco.

45 = 4 decenas 5 unidades

(a)

_______ = _______ decenas _______ unidades

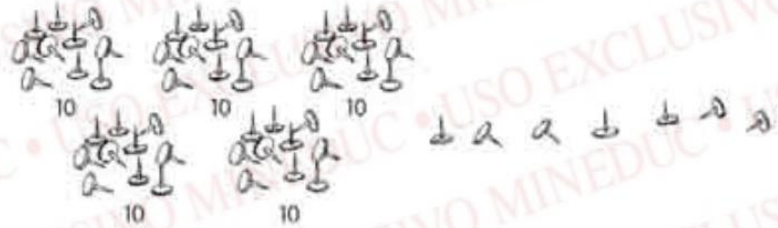
(b)

_______ = _______ decenas _______ unidades

(c)

_______ = _______ decenas _______ unidades

(d)



_______ = _______ decenas _______ unidades

(e)

_______ = _______ decenas _______ unidades

8.5. ANEXO 5.SINGAPUR. ACTIVIDAD 1 DE INICIO A LAS OPERACIONES

(3) Suma.

(a)
$$\begin{array}{r} 4\quad 0 \\ +\ 5\quad 0 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 6\quad 0 \\ +\ 2\quad 3 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 3\quad 7 \\ +\ 4\quad 0 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} 5\quad 3 \\ +\ 4\quad 5 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{r} 6\quad 3 \\ +\ 2\quad 4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{r} 4\quad 7 \\ +\ 1\quad 2 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(g) 56 + 23 = ______

$$\begin{array}{r} \square\ \square \\ +\ \square\ \square \\ \hline \square\ \square \\ \hline \end{array}$$

(h) 86 + 13 = ______

$$\begin{array}{r} \square\ \square \\ +\ \square\ \square \\ \hline \square\ \square \\ \hline \end{array}$$

8.6. ANEXO 6. SINGAPUR.ACTIVIDAD 1 DE REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS

(6) Los números están ordenados en una secuencia. Encuentra los números que faltan.

(a) 50, 51, 52, ________, 54, 55, ________, ________, 58

(b) 73, 72, 71, ________, ________, 68, ________

(c) ________, 87, 89, ________, 93, ________

(d) 99, ________, 95, 93, ________, ________

(e) 50, 60, ________, 80, ________, ________

(f) 93, 83, 73, ________, ________, 43, ________

8.7. ANEXO 7.SINGAPUR. ACTIVIDAD 2 DE ESCRITURA

(3) Escribe los números con palabras.

(a) 40 ______________

(b) 51 ______________

(c) 72 ______________

(d) 88 ______________

8.8. ANEXO 8. SINGAPUR. ACTIVIDAD 2 DE ORDENACIÓN.

(3) ¿Cuál es el número menor?
Enciérralo en un círculo.

62 ó 81

(a)	59	ó	71	(b)	68	ó	93
(c)	79	ó	97	(d)	84	ó	48
(e)	62	ó	67	(f)	96	ó	91

8.9. ANEXO 9. SINGAPUR. ACTIVIDAD 2 DE VALOR POSICIONAL.

(2) Observa los dibujos.
Luego, completa los espacios en blanco.

(a)

_______ = _______ decenas _______ unidades

_______ + _______ = _______

(b)

_______ = _______ decenas _______ unidades

_______ + _______ = _______

(c)

_______ = _______ decenas _______ unidades

_______ + _______ = _______

8.10. ANEXO 10. SINGAPUR. ACTIVIDAD DE INICIO A LAS OPERACIONES

Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

Práctica 5 Más sumas

(1) Suma.

(a)
$$\begin{array}{r} 48 \\ +\ \ 5 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 57 \\ +\ \ 8 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 7 \\ +\ 64 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} 59 \\ +\ \ 4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{r} 73 \\ +\ \ 9 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 86 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

(g) 7 + 66 = ________

$$\begin{array}{r} \square\ \square \\ +\ \square\ \square \\ \hline \square\ \square \\ \hline \end{array}$$

(h) 89 + 8 = ________

$$\begin{array}{r} \square\ \square \\ +\ \square\ \square \\ \hline \square\ \square \\ \hline \end{array}$$

8.11. ANEXO 11. SINGAPUR. ACTIVIDAD 2 DE REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS.

(3) Observa la siguiente secuencia numérica.
¿Qué número es el que sigue?
34, 37, 40, ________

(a) 31	(b) 41
(c) 43	(d) 50

( )

8.12. ANEXO 12. SINGAPUR. ACTIVIDAD 3 DE ESCRITURA.

(4) Encuentra los números que faltan.

(a) 60 y 4 hacen ______.

(b) 5 y 70 hacen ______.

(c) 50 y ______ hacen 53.

(d) ______ y 4 hacen 84.

8.13. ANEXO 13. SINGAPUR. ACTIVIDAD 3 DE ORDENACIÓN.

(4) Compara los números.
Después, completa los espacios en blanco.

(a)

El número menor es ______.

El número mayor es ______.

(b)

El número menor es ______.

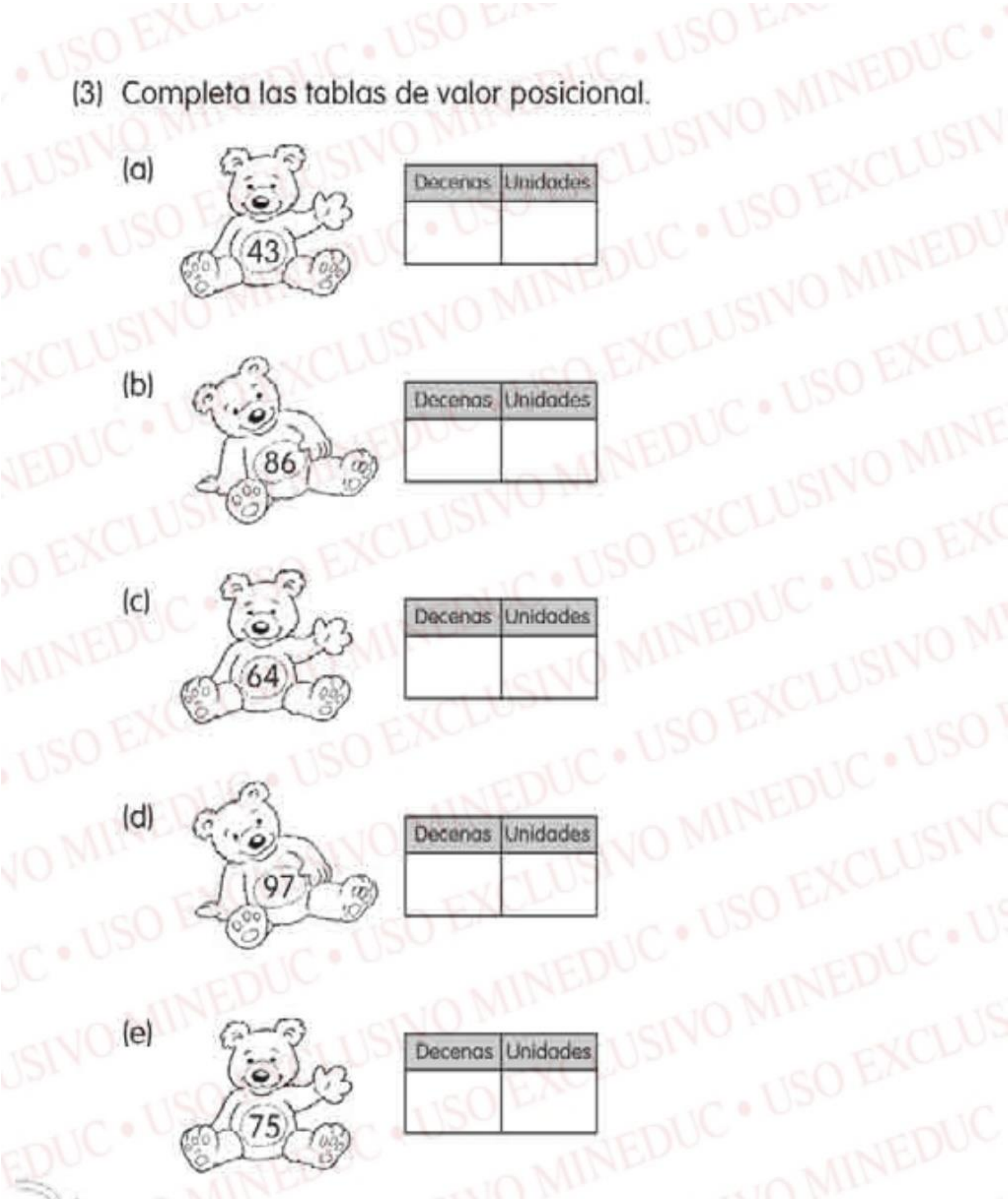
El número mayor es ______.

(c)

El número menor es ______.

El número mayor es ______.

8.14. ANEXO 14. SINGAPUR. ACTIVIDAD 3 DE VALOR POSICIONAL.



(3) Completa las tablas de valor posicional.

(a) 43

Decenas	Unidades

(b) 86

Decenas	Unidades

(c) 64

Decenas	Unidades

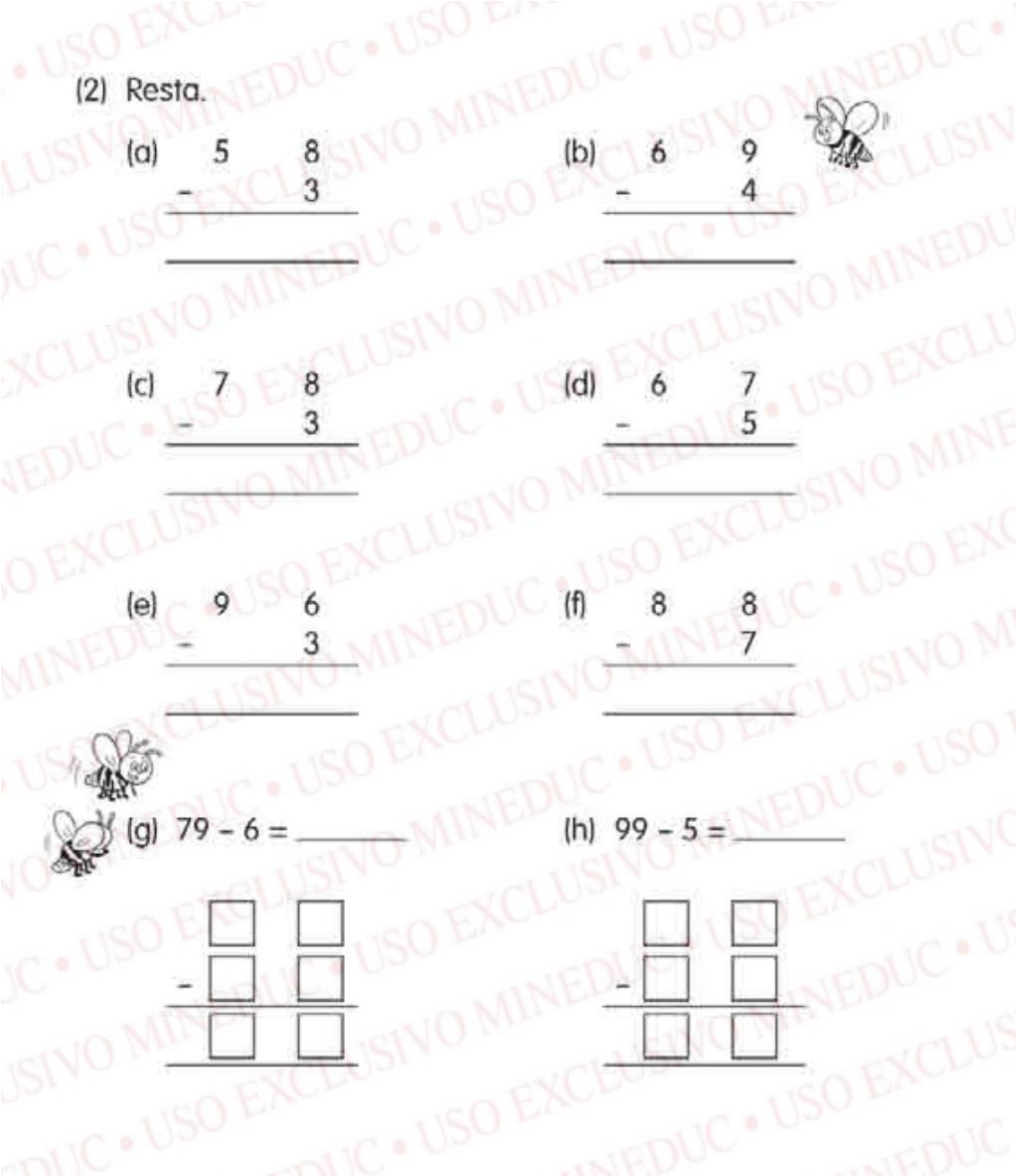
(d) 97

Decenas	Unidades

(e) 75

Decenas	Unidades

8.15. ANEXO 15. SINGAPUR. ACTIVIDAD 3 DE INICIO A LAS OPERACIONES.



(2) Resta.

(a)
$$\begin{array}{rr} 5 & 8 \\ - & 3 \\ \hline & \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rr} 6 & 9 \\ - & 4 \\ \hline & \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{rr} 7 & 8 \\ - & 3 \\ \hline & \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{rr} 6 & 7 \\ - & 5 \\ \hline & \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{rr} 9 & 6 \\ - & 3 \\ \hline & \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{rr} 8 & 8 \\ - & 7 \\ \hline & \end{array}$$

(g) 79 – 6 = ______

(h) 99 – 5 = ______

8.16. ANEXO 16. SINGAPUR. ACTIVIDAD 3 DE REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS.

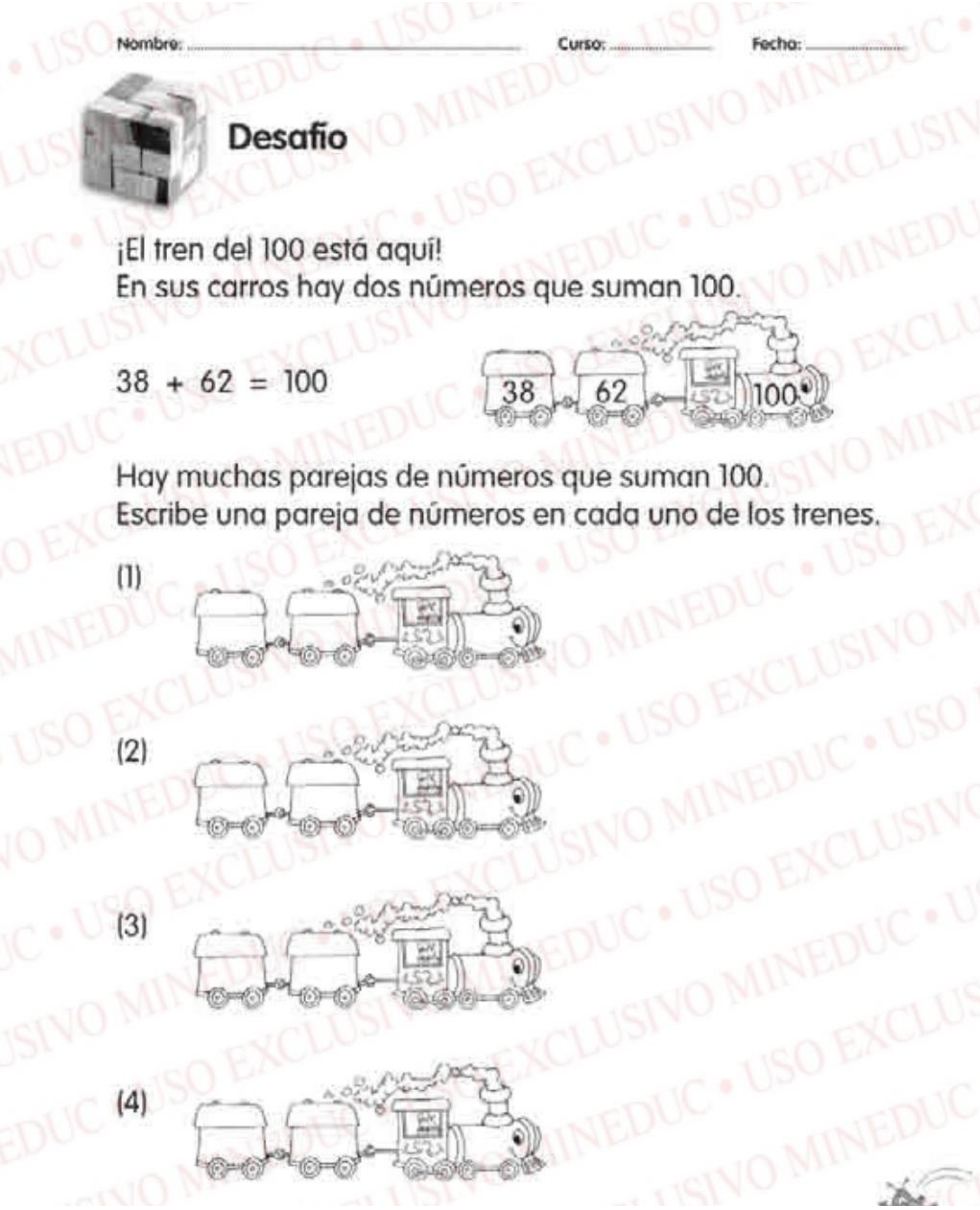
(7) Completa el número que falta.

________, 15, 25, 35, 45

(a) 0 (b) 5

(c) 10 (d) 55 ( )

8.17. ANEXO 17. SINGAPUR. ACTIVIDAD 4 DE ESCRITURA.



Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

Desafío

¡El tren del 100 está aquí!
En sus carros hay dos números que suman 100.

38 + 62 = 100

38 62 100

Hay muchas parejas de números que suman 100.
Escribe una pareja de números en cada uno de los trenes.

(1)

(2)

(3)

(4)

8.18. ANEXO 18. SINGAPUR. ACTIVIDAD 4 DE ORDENACIÓN.

(5) Usa los números que aparecen abajo para completar los espacios en blanco.

67 84 46
92 73 100

El número mayor es ______.

El número menor es ______.

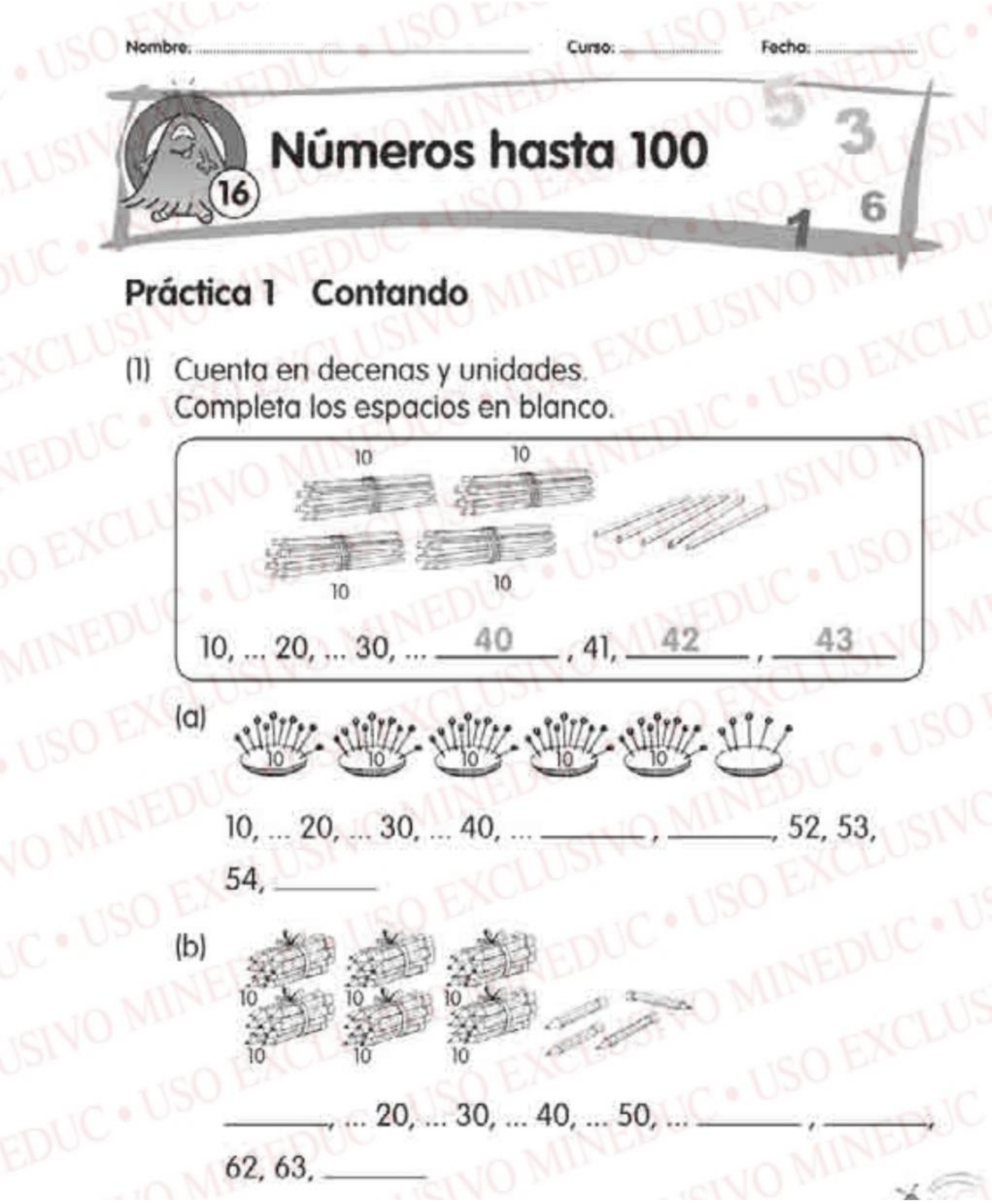
______, ______ y ______ son menores que 84.

______ y ______ son mayores que 84.

67 es mayor que ______ pero menor que 100.

92 es menor que ______ pero mayor que 50.

8.19. ANEXO 19. SINGAPUR. ACTIVIDAD 4 DE VALOR POSICIONAL.



Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

16 Números hasta 100

Práctica 1 Contando

(1) Cuenta en decenas y unidades.
Completa los espacios en blanco.

10, ... 20, ... 30, ... 40, 41, 42, 43

(a)

10, ... 20, ... 30, ... 40, ... ______, ______, 52, 53,
54, ______

(b)

______, ... 20, ... 30, ... 40, ... 50, ... ______, ______,
62, 63, ______

8.20. ANEXO 20. SINGAPUR. ACTIVIDAD 4 DE INICIO A LAS OPERACIONES.

(3) Resta.

(a)
$$\begin{array}{rcc} & 9 & 5 \\ - & 2 & 0 \\ \hline & & \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rcc} & 6 & 9 \\ - & 3 & 0 \\ \hline & & \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{rcc} & 7 & 0 \\ - & 2 & 0 \\ \hline & & \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{rcc} & 4 & 0 \\ - & 2 & 0 \\ \hline & & \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{rcc} & 6 & 8 \\ - & 3 & 2 \\ \hline & & \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{rcc} & 9 & 7 \\ - & 5 & 4 \\ \hline & & \end{array}$$

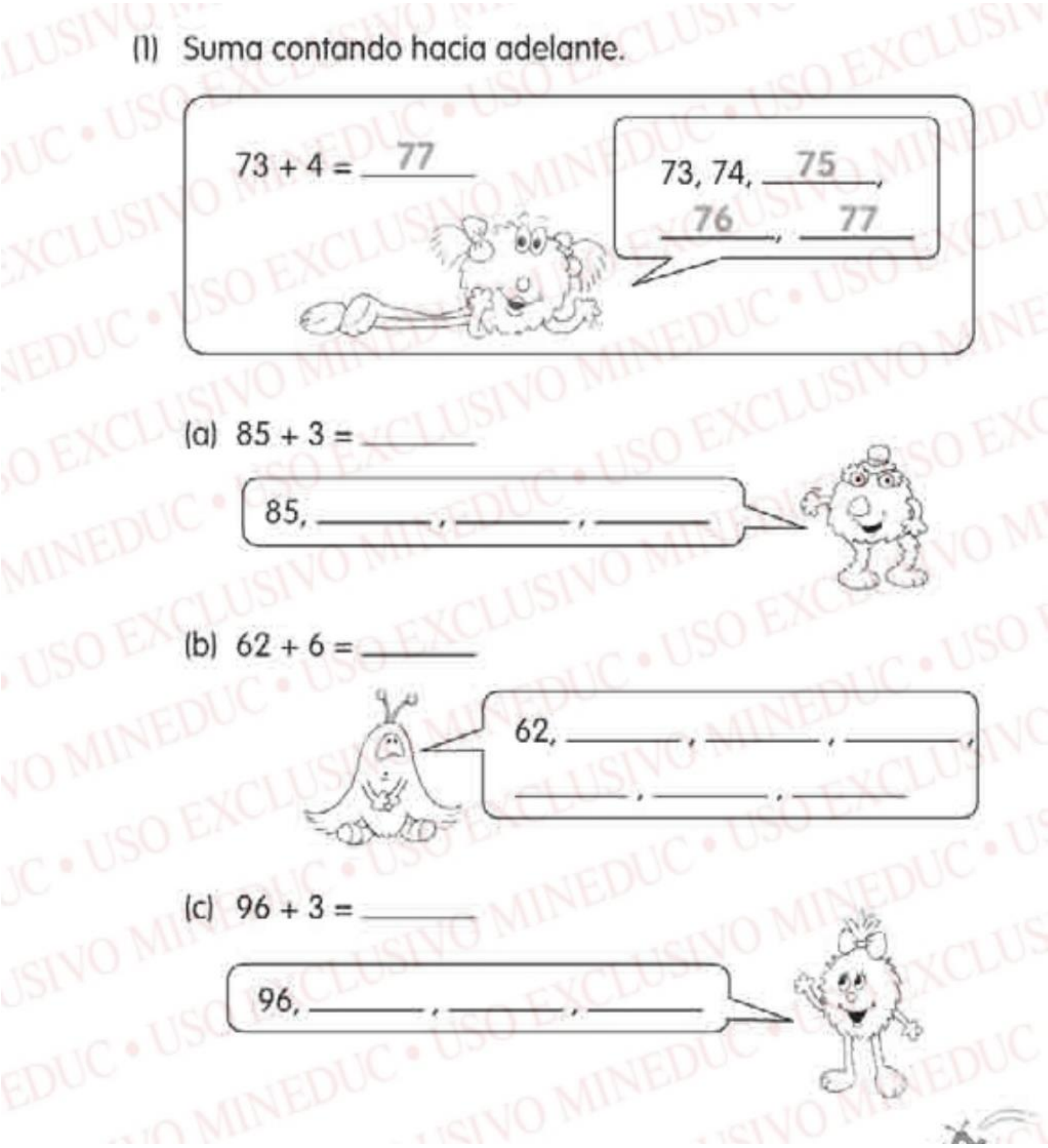
(g) 56 – 23 = ______

$$\begin{array}{rcc} & \square & \square \\ - & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

(h) 86 – 42 = ______

$$\begin{array}{rcc} & \square & \square \\ - & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

8.21. ANEXO 21. SINGAPUR. ACTIVIDAD 4 DE REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS.


(1) Suma contando hacia adelante.

73 + 4 = 77

73, 74, 75, 76, 77

(a) 85 + 3 = ______

85, ______, ______, ______

(b) 62 + 6 = ______

62, ______, ______, ______, ______, ______, ______

(c) 96 + 3 = ______

96, ______, ______, ______